UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DIVISION DE INGENIERIA CIVIL, TOPOGRAFICA Y GEODESICA

"FUERZAS DE OLEAJE SOBRE ESTRUCTURAS MARINAS"

TESIS PROFESIONAL

Elaborada para obtener el título de:

INGENIERO CIVIL

Por:

SALVADOR LOZANO MORENO

México, D. F. Junio 1984

I N D I C E

1.0 INTRODUCCION Y OBJETIVOS

Desde tiempos remotos el mar ha estado lleno de misterios para la humanidad, hoy en día, exploramos sus profundidades con métodos científicos, pero sigue permaneciendo latente la sensación de impenetrabilidad e imponderabilidad.

En realidad, nuestro conocimiento sobre los oceanos sigue siendo bastante limitado en muchos aspectos y dista todavía mucho de haber sido estudiados en toda su magnitud. Por otro lado, através de las exploraciones marinas ha sido posible aprender mucho sobre la Geología y el desarrollo de las zonas costeras. Este campo, al igual que la exploración espacial, representa una fuente inagotable de futuras investigaciones.

Es difícil predecir con exactitud los descubrimientos que se alcanzarán con la investigación de los mares. Lo que se puede asegurar es que serán de vital importancia para el futuro de la humanidad.

Nuestro planeta tierra está cubierto por el agua en mas del 70% de su superficie. Pero hay regiones en el Globo terráqueo en que los oceanos representan una proporción mucho mas elevada aún.

Si bien tenemos conocimientos de las enormes riquezas que guardan los oceanos en cuanto a materias primas, alimentos y energía, actualmente obtenemos de los mares tan solo el 1% de nuestra alimentación y el 2% de la explotación mundial de minerales.

Con el creciente aumento de la población mundial y el progresivo agotamiento de los yacimientos de materias primas en tierra firme, el mar irá cobrando cada vez mayor importancia como la gran reserva del futuro.

El agua de mar contiene, según estudios efectuados, más de -- 70 elementos diferentes, si bien, en concentraciones tan ba-- jas que su exploración todavía no es redituable en la actualidad. Debido a la crisis de energéticos contemporánea, a la - exploración de yacimientos submarinos de petróleo y gas natural a llegado a tener una importancia económica mucho mayor - que cualquier otro mineral submarino. Estas explotaciones se han desarrollado grandemente en los últimos años. Las primeras perforaciones petroleras en la Plataforma Continental se efectuaron en la década de los años treinta.

En la actualidad el 20% de la extracción petrolífera mundial procede de regiones marítimas. Este porcentaje es más elevado aún en lo que refiere a gas natural.

La importancia de la carrera mundial por la apertura de nuevos yacimientos petrolíferos en las costas y a mayores profundidades se pone de manifiesto al observar el incremento anual de las inversiones (25 al 30%) para la construcción de gran-- des instalaciones de perforación.

La búsqueda de los yacimientos marinos sigue concentrandose - todavía en las Plataformas continentales,o sea, en las regiones abismales de los oceanos. Estas regiones, con una profundidad en el borde de unos 200 metros, abarcan en su conjunto una superficie del tamaño de Africa y prometen dar un gran -- rendimiento petrolífero.

Pero también en el borde continental se intuye la presencia de grandes depósitos de hidrocarburos; sin embargo, las concepciones técnicas para su explotación no rebasan la fase de planeación.

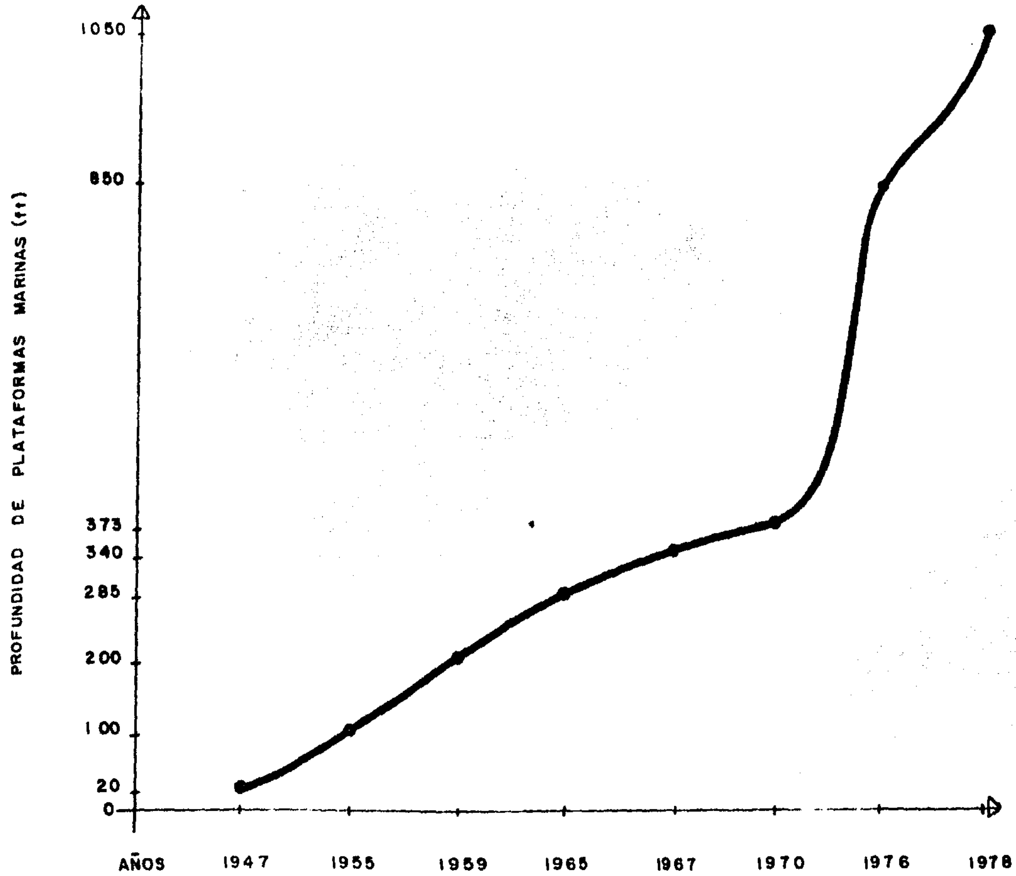
La localización de los yacimientos en el mar costa fuera, requiere de un esfuerzo científico y técnico mucho mayor que el que se exige para las explotaciones en tierra firme.

En la gráfica de la fig. 1.1. se puede observar el desarrollo de explotaciones hacia aguas profundas en los últimos años.

El análisis y diseño de una estructura marítima sigue esencialmente los mismos conceptos aplicables a cualquier otro tipo de estructuras, con especificaciones concretas respecto al tipo de cargas que debe soportar y a las codiciones de seguridad con que debe operar.

A diferencia de otras estructuras, en donde el diseño, se lleva a cabo con base a cargas estáticas equivalentes, en el caso de una obra para atracar embarcaciones, las estructuras se diseñan para absorber energía durante la operación.

El tipo mas común de Plataforma es aquella que se apoya sobre una subestructura formada por varias patas (cuyo número llega hasta 12) que estan dispuestas en su perímetro y descansan en el lecho marino. Estas patas están hechas a base de cilindros huecos de acero, cuya longitud depende de la profundidad de operación prevista. La subestrucutra se encuentra apoyada sobre pilotes metálicos que van dentro de las patas de la subestructura concentricamente desde la cubierta hasta el lecho marino y despues continuan dentro del suelo marino a la profundidad de diseño.



DESARROLLO DE PROFUNDIDADES DE EXPLOTACION DE PETROLEO EN EL MAR EN LOS ULTIMOS AÑOS

FIG. I.1

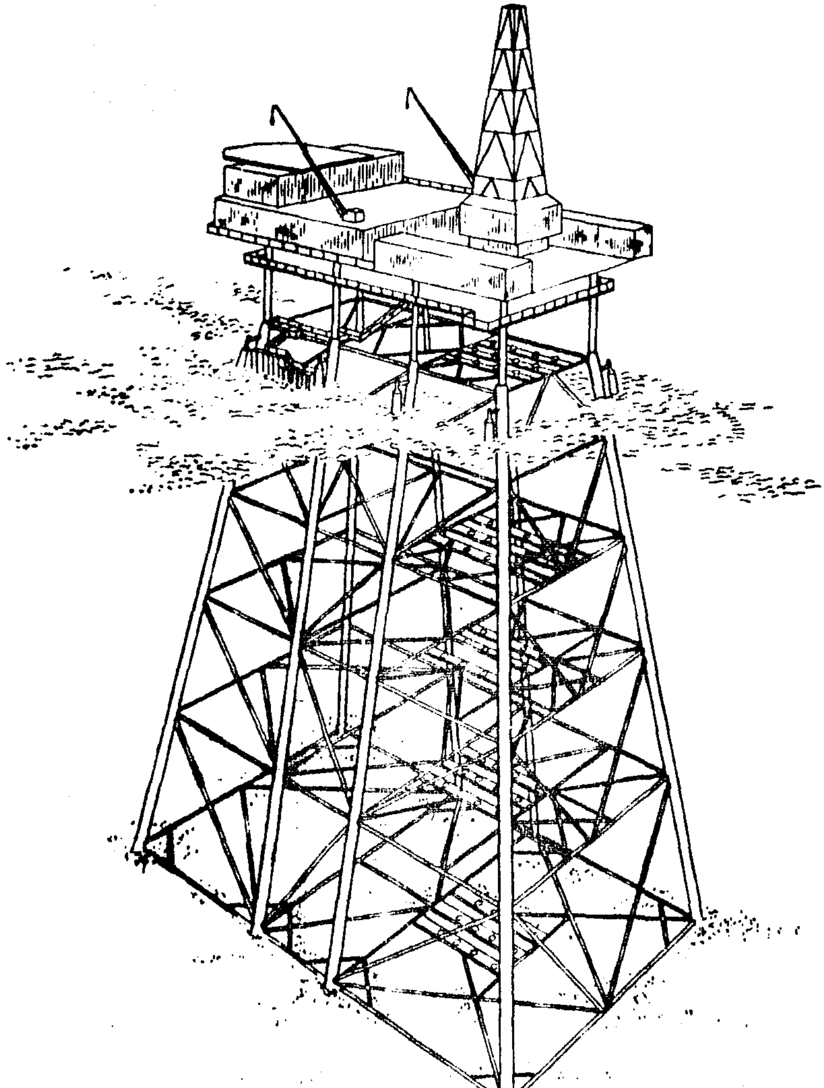
Las Plataformas se levantan sobre sus patas hasta una altura suficiente sobre el nivel del mar, para que el oleaje no pueda alcanzar la superestructura, tal como se puede apreciar en la figura 1.2.

El oleaje es un factor determinante en el diseño de las Plataformas y por lo mismo es necesario definir sus características para asegurar que la estructura diseñada podrá resistir las condiciones críticas que se presentan en tormentas y huracanes. Es adecuado llevar a cabo análisis de registros de oleaje, siempre y cuando los datos disponibles sean los obtenidos en un período largo y en el sitio preciso donde se instalará la Plataforma.

También se puede hacer una predicción del oleaje ya sea mediante datos metereológicos de cartas de tiempo o a partir de un modelo matemático. Con cualquiera de los métodos descritos se tratará de definir la máxima altura de la ola y el período, que se utilizará en el proyecto, con una probabilidad de ocurrencia de 100 años.

El objetivo de esta tesis es presentar las teorías que auxilian la determinación de las fuerzas sobre Plataformas Marinas debidas al oleaje.

No se hará énfasis en este trabajo en las deducciones matemáticas sino en los resultados más relevantes de estas para la comprensión y aplicación de la metodología que permite calcular las fuerzas sobre la Plataforma.



PLATAFORMA MARINA

FIG. 1.2

Debido a la complejidad del mar existen ciertas dificultades para obtener teorías que se acerquen a la realidad. Por este motivo aquí se analizarán los parámetros que intervienen en la metodología propuesta y su grado de sensibilidad en los resultados obtenidos.

2. TEORIA DE OLAS

2.1 Introducción

¿Cómo es el movimiento de las olas en el mar? Es la primera pregunta que nos hacemos y que debemos responder al querer -- conocer la teoría utilizada para determinar las fuerzas producidas por el oleaje sobre las estructuras marítimas.

Para explicar el movimiento de las olas del mar, existen -- cinco teorías comunmente empleadas que son:

Teoría de Airy
Teoría de Stokes
Teoría de Gerstener o Trocoidal
Teoría de la Ola Solitaria
Teoría de la Ola Senoidal

El comportamiento irregular y complejo de las olas del mar -- crea dificultades para su estudio. Para resolver este problema se considera a las olas regulares e ideales.

Cada una de estas teorías se apoya en los principios de la hidrodinámica y auxiliada de análisis matemáticos y métodos experimentales permite dar soluciones satisfactorias para describir el movimiento de las olas. Esas soluciones son aplicables para las condiciones fijadas por las hipótesis asumidas. La - diferencia entre cada una de estas teorías se origina en las - hipótesis en que se apoyan; esto conduce a la existencia de rangos de aplicación para cada una de las teorías. En la formación de estos es importante considerar la facilidad de empleo de las teorías.

El movimiento de las olas es periódico, esto es, repetitivo através de un período de tiempo. Los parámetros necesarios para determinar el movimiento de las olas son:

La altura de la ola (H).- Es la distancia vertical de la cresta de la ola al valle.

El período de ola (T).- Es el tiempo que tardan en pasar dos crestas consecutivas sobre un punto fijo.

El tirante del agua (h).- Es la distancia desde el fondo marino hasta el nivel de la superficie estática.

La longitud de ola (L).- La distancia horizontal entre crestas y/o valle.

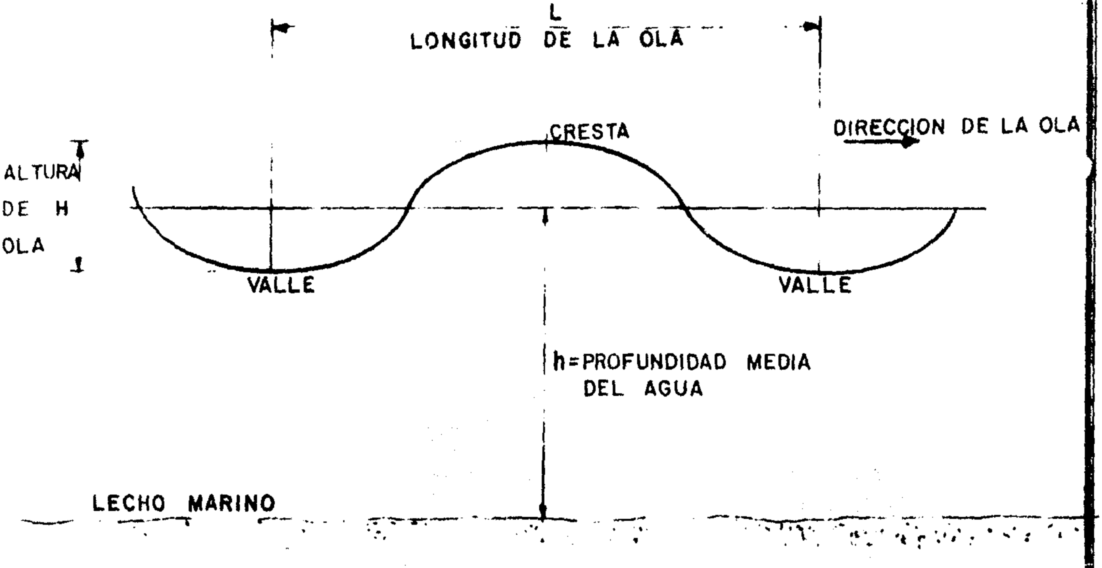
La celeridad (C).- Es la velocidad de desplazamiento de la ola y se determina por:

$$C = \frac{L}{T}$$

En la figura 2.1. se puede ver los parámetros.

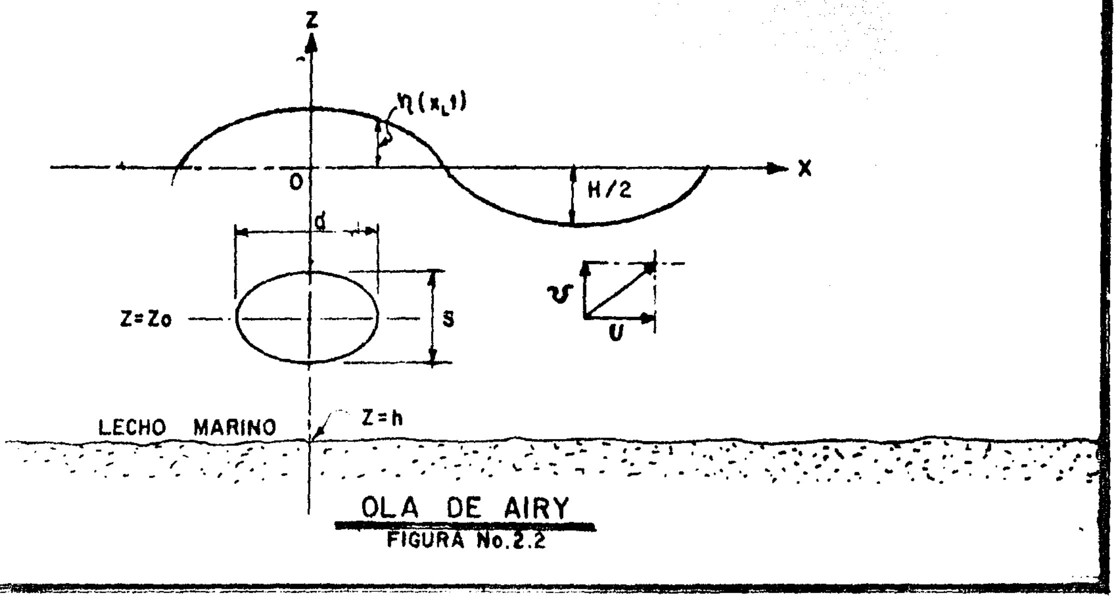
2.2 TEORIA DE AIRY

En 1845 Airy desarrolló una Teoría para el movimiento de las olas del mar, con fondo horizontal en cualquier tirante del agua. En la derivación de esta Teoría frecuentemente se le nombra "Teoría lineal de olas".



NOMENCLATURA DE LA OLA

FIGURA No. 2.1



OLA DE AIRY

FIGURA No. 2.2

La Teoría considera que la viscocidad del agua es nula esto - es, la fricción interna de las partículas no existe. De esta manera se tiene un movimiento de las olas irrotacional y por lo tanto las velocidades vertical y horizontal de las partí-- culas se pueden derivar de una velocidad potencial así tene-- mos:

$$u\ (x,z,t,) = \frac{\partial\phi(x,z,t,)}{\partial x}$$

$$v(x,z,t,) = \frac{\partial\phi(x,z,t,)}{\partial z}$$

Esto origina una simplificación considerable en el análisis - ya que solo hay que tomar en cuenta el parámetro ϕ para la solución.

Considerando al agua como un flujo homogeneo e incomprensible (ρ=cte). La ecuación de continuidad se puede expresar:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial z} = 0$$

o en términos de la velocidad potencial.

$$\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2\phi}{\partial z^2} = 0$$

La cual es conocida como la ecuación de continuidad de Laplace. Para conocer el movimiento orbital de la ola se tiene que encontrar una solución a la ecuación de Laplace.

Las condiciones de frontera que permite resolver las ecuaciones planteadas y llegar a la solución son:

1) La velocidad vertical en el fondo vale cero.

$$v(x, z = -h, t) = 0$$

2) La presión en la superficie del agua es igual a la presión atmosférica. Esta se puede derivar de la ecuación de Bernoulli.

$$\frac{P}{\rho} = \frac{\partial \phi}{\partial t} - \frac{1}{2}(u^2+v^2) - gz$$

Otra simplificación de esta teoría, consiste en que considera olas de pequeña amplitud y el tirante de agua es mucho mayor que H tenemos:

$$\frac{H}{L} \ll 1 \quad y \quad \frac{h}{H} \gg 1$$

En base a lo anterior, se realiza un análisis matemático y -- se llega a obtener una solución para la ecuación de Laplace.

En esta solución la ecuación del perfil de la ola queda expresado como:

$$n(x,t) = \frac{H}{2} \cos \theta$$

θ = Angulo de fase
$= \left(\frac{2\pi}{L} x - \frac{2\pi}{T} t\right)$

Donde n es la elevación de la superficie estática del agua a la órbita de la ola.

El perfil de la ola es "Senoidal". Al factor $K = \frac{2\pi}{L}$ se le denomina número de ola, y al factor σ $\frac{2\pi}{T}$ radián de frecuencia ya que $f = \frac{1}{T}$ donde f es la frecuencia; así la ecuación del perfil queda:

$$n(x,t) = \frac{H}{2} \cos (kx-\sigma t)$$

Notese que las coordenadas de los ejes son tales que el eje "x" es positivo en la dirección del movimiento de la ola y el eje "z" es positivo hacia arriba. El origen de los ejes coordenados se encuentra sobre el nivel de la superficie estática del agua (ver fig. 2.2).

La longitud de la ola en función de la solución de la ecuación de Laplace se encuentra que es:

$$L = \frac{g}{2\pi} T^2 \tanh \left(\frac{2\pi h}{L} \right)$$

Haciendo un análisis de esta ecuación, se observa que cuando h (tirante de agua) es grande (aguas Profundas), la tanh ($\frac{2\pi h}{L}$) tiende a 1. Esto hace que tanto la longitud como la celeridad tiendan a :

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \qquad C = \frac{L}{T} = \frac{gT}{2\pi}$$

(función unicamente del período)

En el caso donde h sea pequeña (aguas bajas) se tiene que tanh $(\frac{2\pi h}{L}) \simeq \frac{2\pi h}{L}$ y por lo tanto:

$$L = T\sqrt{gh} \qquad y \qquad C = \sqrt{gh}$$

Apoyandose en estas deducciones se ha establecido rangos, para diferenciar aguas profundas, intermedias y bajas.

Aguas profundas.- En donde el fondo no tiene influencia- sobre las ondas (longitud y celeridad).

$$\frac{hp}{Lp} > \frac{1}{4}$$

Aguas intermedias.- En donde el fondo ejerce influencia- (se usan las ecuaciones generales) sobre las olas.

$$\frac{1}{4} > \frac{h}{L} > \frac{1}{20}$$

Aguas bajas.- Las características de la ola dependen de- la profundidad del agua y su rango, se encuentra cuando:

$$\frac{h}{Lp} < \frac{1}{20}$$

La velocidad y aceleraciones vertical y horizontal de las partículas de agua dentro del movimiento orbital de la -- ola estan proporcionadas por las siguientes ecuaciones :

$$u = \frac{\pi H}{T} \frac{\cosh \left[k(z+h)\right]}{\operatorname{senh}(kh)} \cos(kx-\sigma t)$$

$$\frac{du}{dt} = \frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\cosh \left[k(z+h)\right]}{\operatorname{senh}(kh)} \operatorname{sen}(kx-\sigma t)$$

$$v = \frac{\pi H}{T} \frac{\operatorname{senh} \left[k(z+h)\right]}{\operatorname{senh}(kh)} \operatorname{sen} kx-\sigma t)$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{-2\pi^2 H}{T^2} \frac{\operatorname{senh} \left[k(z+h)\right]}{\operatorname{senh}(kh)} \cosh(kx-\sigma t)$$

Estas ecuaciones se observan complejas, pero si las analizamos veremos su simplicidad.

El movimiento órbital que expresan es sobre un círculo y/o un elipse con diámetro mayor d y diámetro menor s, los cuales quedan expresados por las ecuaciones.

$$d = H \frac{\cos h \left[k \, (z_0+h) \right]}{\operatorname{sen} h \, (kh)}$$

$$s = H \frac{\operatorname{sen} h \left[k \, (z_0+h) \right]}{\operatorname{sen} h \, (kh)}$$

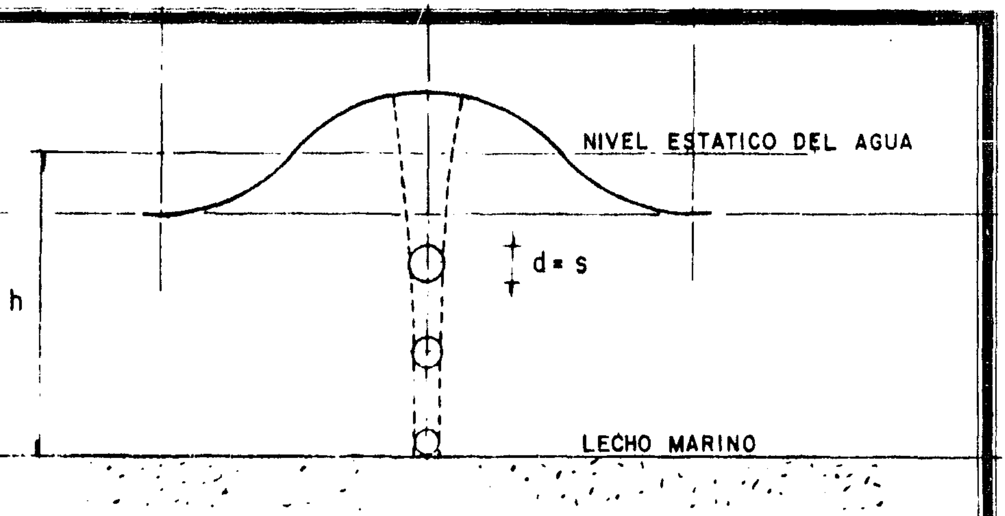
Como podemos observar estos diámetros varian a lo largo de la coordenada z, viendose esa variación afectada por el tirante de agua (h). Así tenemos que para aguas profundas los diámetros d y s son iguales ya que el valor de $\cos h \left[k \, (z_0+h)\right]$ para un h muy grande tiende a ser igual a $\operatorname{sen} h \left[k \, (z_0+h)\right]$, esto nos conduce a tener una òrbita de las partículas de agua circular, con una variación del diámetro exponencialmente --- (ver fig. 2.3.) expresada esta por la ecuación de la siguiente forma:

$$d = s = He^{kz_0}$$

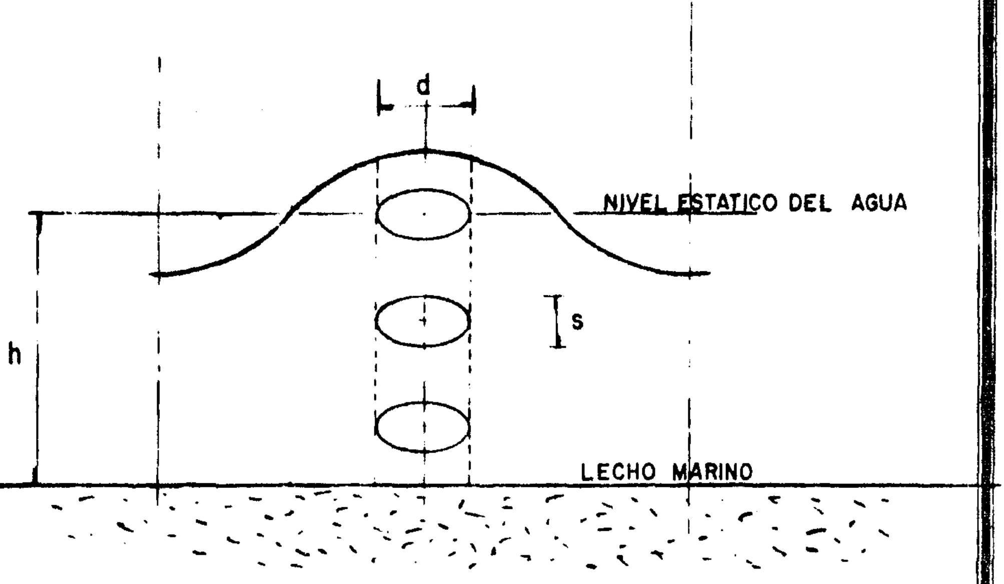
donde k (número de ola) es el factor de decrecimiento exponencial del diámetro con respecto a la coordenada z donde k esta expresado por:

$$k = \frac{2\pi}{Lp} = \frac{2\pi}{(g/2\pi)T}$$

Para valores grandes de k el diámetro disminuye mas rápidamente con la profundidad.



VELOCIDAD ORBITAL CIRCULAR EN AGUAS PROFUNDAS
FIGURA No. 2.3



VELOCIDAD ORBITAL ELIPTICA EN AGUAS BAJAS
FIGURA No. 2.4

En aguas bajas el diámetro s tiende a cero, siendo la órbita de las partículas de agua elíptica muy alargada (ver fig. 2.4), donde el diámetro permanece constante a lo largo de la profundidad del agua expresado por la ecuación:

$$d = \frac{HT}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{h}} = \frac{H}{kh}$$

$$s = 0$$

En aguas intermedias la órbita es un elipse con diámetro mayor y menor, expresados en su forma general.

2.3 TEORIA DE STOKES

La Teoría de Airy fué desarrollada para olas de amplitud pequeña, y es inadecuada para olas de altura finita. Stokes presenta una solución similar para olas de altura finita, usando en el análisis matemático series trigonométricas. La aproximación de el método de Stokes tiene como fin conservar aquellos miembros que contienden $\frac{H}{L}$ elevadas a la segunda y mayores potencias.

Cuando la altura de olas es pequeña, conservar esos miembros no es significativo en los resultados, no sucede así cuando la altura de la ola es grande. Es por eso que el método de Stokes ha sido desarrollado para varias aproximaciones por distintos matemáticos en su aplicación directa.

Mostrando la aproximación de segundo orden, para la ecuación del perfil de ola se tiene:

$$n = \frac{H}{2} \cos (kx - \sigma t) + \frac{\pi}{8} \frac{H^2}{L} \frac{\cos h (kh) \left[2 + \cos h (2kh)\right]}{\operatorname{sen} h (kh)^4} \cos \left[2 (kx - \sigma t)\right]$$

donde en aguas profundas $\frac{h}{Lp} > \frac{1}{4}$ reduce a:

$$n_p = \frac{Hp}{3} \cos 2 \pi \left(\frac{x}{Lp} - \frac{t}{T}\right) + \frac{\pi H^2}{4Lp} \cos 4 \pi \left(\frac{x}{Lp} - \frac{t}{T}\right)$$

Analizando esta ecuación observamos que cuando $\frac{H}{L}$ es pequeño, el segundo miembro desaparece y la ecuación se reduce a la obtenida por la teoría de Airy.

En la figura 2.5 se ha graficado el perfil de la ola, tanto para la ecuación de Stokes como para la de Airy. Así se puede apreciar que el perfil de Stokes aumenta su tamaño en la cresta pero disminuye su duración, y en el valle decrece el perfil aumentando su duración.

Se tiene que a $\frac{1}{4}$ de la cresta y del valle los segundos términos de la ecuación de perfil de Stokes toman un valor negativo. Siendo estos puntos donde se interceptan las curvas.

Las velocidades tanto horizontal como vertical tienen la misma variación que el perfil, al compararla con las velocidades de la teoría de Airy.

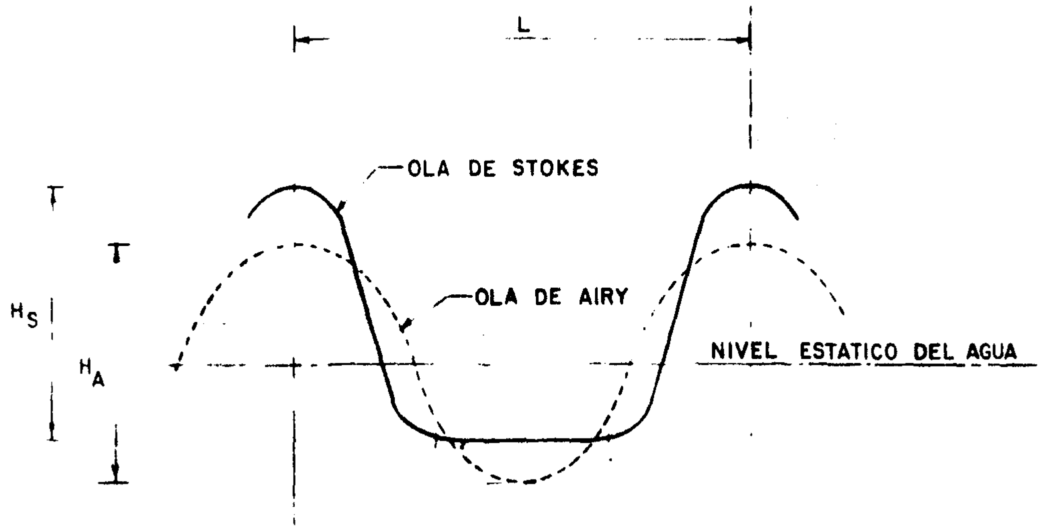
Las ecuaciones de velocidad en algún punto (x,z) para el segundo orden de aproximación son:

$$u = \frac{\pi H}{T} \frac{\cos h \left[k (z + h)\right]}{\operatorname{sen} h (kh)} \cos (kx - \sigma t) + \frac{3}{4} \left(\frac{\pi H}{L}\right)^2 C \frac{\cos h \left[2k (z+h)\right]}{\left[\operatorname{sen} h (kh)\right]^4} *$$

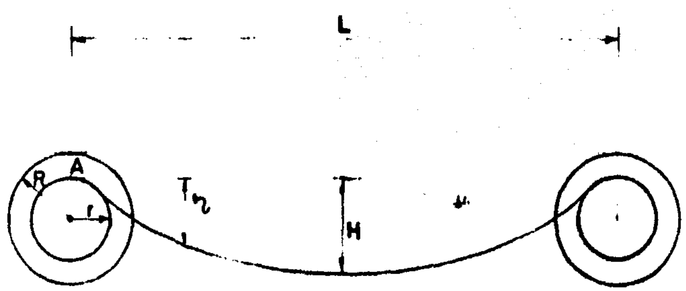
$$* \cos \left[2 (kx - \sigma t)\right]$$

$$v = \frac{\pi H}{T} \frac{\operatorname{sen} h \left[k (z+h)\right]}{\operatorname{sen} h (kh)} \operatorname{sen} (kx - \sigma t) + \frac{3}{4} \left(\frac{\pi H}{L}\right)^2 C \frac{\operatorname{senh}\left[2k (z+h)\right]}{\left[\operatorname{sen} h (kx)\right]^4} *$$

$$* \operatorname{sen} \left[2 (kx - \sigma t)\right]$$



COMPARACION OLA DE AIRY CON OLA DE STOKES
FIGURA No. 2.5



OLA TROCOIDAL
FIGURA No. 2.6

Por lo que respecta a la celeridad y la longitud de la ola se tiene:

$$C = \frac{gT}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right) \left[1+\left(\frac{\pi H}{L}\right)^2 \frac{7+2 \cosh^2(4\pi h/L)}{8 \operatorname{senh}^4(2\pi h/L)} \right]$$

Si $\left(\frac{h}{L}\right)^2$ es pequeño, la celeridad se reduce a la dada por Airy. En aguas profundas esta ecuación es:

$$C = \frac{g}{2\pi}T \left[1+\left(\pi \frac{Hp}{Lp}\right)^2 \right]$$

Dando un período de ola y un tirante de agua existe un límite superior para la altura de ola de la teoría de Stokes en el - cual la ola llega a ser inestable y rompe. Stokes asume que cuando la velocidad de las partículas de agua en la cresta -- llega a exceder la celeridad de la ola se derriba hacia ade-- lante y rompe.

Mitchell encontró que en aguas profundas ese límite es:

$$\left(\frac{Hp}{Lp}\right)_{max} = 0.142 \simeq \frac{1}{7}$$

Hp y Lp = aguas profundas

y para olas en cualquier tirante esta dada por:

$$\left(\frac{H}{L}\right)_{max} = \left(\frac{Hp}{Lp}\right)_{max} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right) = 0.142 \tanh(kh)$$

2.4 TEORIA DE GERSTNER O TROCOIDAL

La primera solución para olas periódicas de altura finita, fué desarrollada por Gerstner (1802), su solución es limitada a -- olas en aguas de tirante infinito. Las ecuaciones son desarrolladas por esta teoría considerando al perfil de la ola de forma trocoidal.

La forma trocoidal es generada por el movimiento de un punto (punto A de la figura 2.6) interior de un círculo, donde -- el círculo rueda a lo largo de la cara interior de una linea. Observando la figura 2.6 si R es el radio del círculo, entonces la longitud de ola será $L= 2\pi R$ (el radio del círculo es $\frac{1}{k}$). La altura de ola sera $H = 2r$ donde r es la distancia - radial de el centro del círculo al punto A. La teoría satisface la condición de presión en la superficie y la continuidad del agua.

Para un angulo de rotación θ, la ecuación de perfil de ola - es:

$$n = \frac{H}{2} (1-\cos\theta)$$

Cuando $\frac{H}{L}$ llega a ser pequeña (el punto A se acerca al centro), el perfil de la ola se asemeja al dado por la teoría de Stokes. Cuando H se acerca a cero la forma de la ola tiende a ser senoidal. Así tenemos que en este límite, la ola corresponde a -- la dada por la teoría de Airy en aguas profundas.

La posición de la cresta y el valle con respecto a el nivel - estático del agua es:

$$\text{altura de la cresta} = \frac{H}{2} + \frac{\pi H^2}{4L}$$

$$\text{Peralte del valle} = \frac{H}{2} - \frac{\pi H^2}{4L}$$

Como puede verse la amplitud es más que la mitad de la altura de ola en la cresta y menos en el valle.

La órbita de las partículas es:

$$d = s = He^{kz}$$

Es la misma que para aguas profundas de la teoría de Airy, el diámetro de los círculos decrece exponencialmente con la profundidad.

Las ecuaciones de longitud de ola, celeridad, velocidad horizontal y vertical de la órbita, son las mismas dadas por la teoría de Airy.

2.5 TEORIA DE LA OLA SOLITARIA.

La ola solitaria como su nombre lo indica es una ola con una sola cresta, no es oscilatoria como las olas de las teorías anteriores, por lo tanto no existe período ni longitud de ola asociados a ella. Es por esto que esta teoría no es útil para describir las olas periódicas originadas por el viento en aguas profundas. Sin embargo, cuando las olas oceánicas entran a aguas bajas su cresta se torna picuda y separada por un valle extendido, por lo que se hace adecuado tratar a la ola como una serie de olas individuales.

Se ha descrito en el capítulo anterior que para aguas bajas el período de ola no es significativo en las características de la ola, influyendo mas la profundidad del agua.

Por esta razón, el no considerar el período de la ola para describir sus características en aguas bajas resulta razonable y permite un tratamiento matemático sencillo.

El perfil y la notación de la ola solitaria se muestran en la figura 2.7 y su ecuación esta dada por:

$$n = H \operatorname{sech}^2\left(\sqrt{\frac{3}{4}\frac{H}{h}}\,\frac{x}{h} \right)$$

Donde n es la coordenada vertical medida desde el nivel estático en una distancia horizontal x con origen en la cresta. A la relación altura de ola entre tirante de agua $\frac{H}{h}$ se le representa como γ. La ecuación de la celeridad está dada según Laitone en aproximaciones de gran orden por:

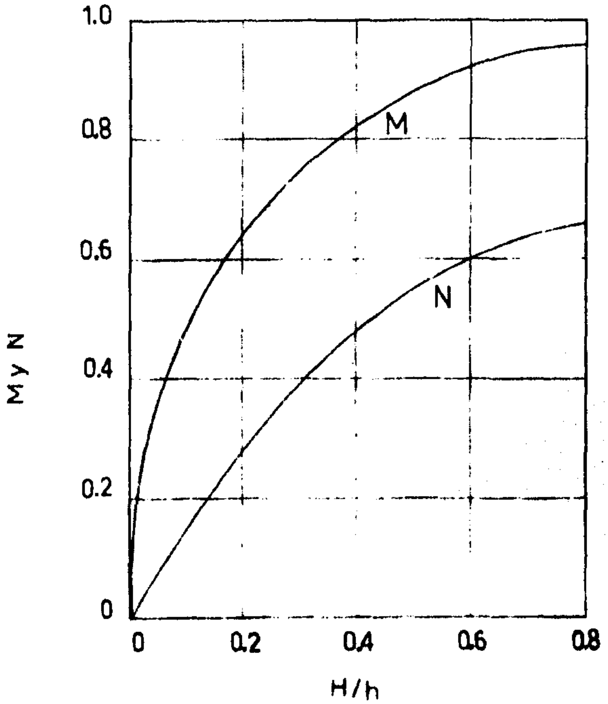
$$C = \sqrt{gh}\ \left[1+\frac{1}{2}\frac{H}{h} - \frac{3}{20}\left(\frac{H}{h}\right)^2 + \ldots \right]$$

Puede observarse que la celeridad es mayor en magnitud que la ola de Airy en aguas bajas. La ola solitaria considerada para altura de olas finita tiene una celeridad:

$$C = \sqrt{gh\ \left(1+\frac{H}{h}\right)} = \sqrt{g(h+H)}$$

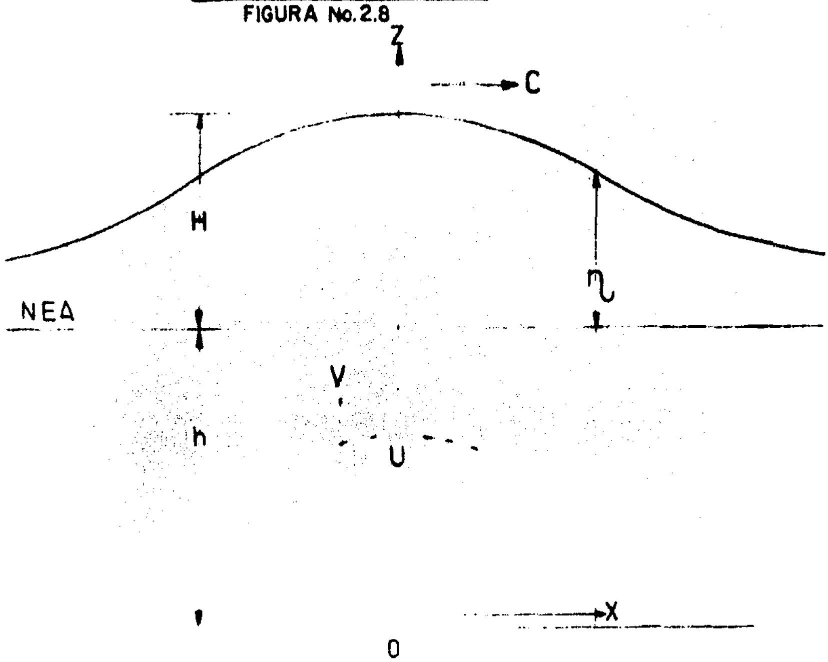
Que es la ecuación determinada empíricamente por Russell y obtenida como primer aproximación por Bossinesq. Para valores de $\frac{H}{h}<0.4$ es mas práctico usar esta ecuación.

Mientras la ola solitaria avanza dentro de las aguas bajas, la altura de la ola se incrementa hasta un punto donde la ola llega a ser inestable y rompe la inestabilidad sucede cuando la velocidad órbital de las partículas de agua en la cresta se iguala a la celeridad.



GRAFICA DE MUNK

FIGURA No. 2.8



PERFIL OLA SOLITARIA

FIGURA No. 2.7

El lîmite mas aceptable para esta condición es el dado por -- Mc. Cowan donde:

$$\gamma = \left(\frac{H}{h}\right)_{max.} = 0.78$$

La velocidad de las partículas de agua está dada por:

$$u = NC \frac{1+\cos(Mz/h)\cosh(Mx/h)}{\left[\cos(Mz/h)+\cosh(Mx/h)\right]^2}$$

$$v = NC \frac{\operatorname{sen}(Mz/h)\ \operatorname{senh}(Mx/h)}{\left[\cos(Mzh)+ \cosh(Mx/h)\right]^2}$$

Donde los valores de M y N los podemos obtener en la gráfica de Munk (ver figura 2.8) entrando con la relación $(\frac{H}{h})$.

2.6. TEORIA DE LA OLA SENOIDAL

La ola senoidal es una ola periódica que se distingue por tener un perfil formado por crestas extensas separadas por anchos valles. Esta teoría es aplicable a olas fuera de la zona de rompiente.

Se hará patente a continuación que la ola senoidal se encuentra entre dos límites, uno originado cuando el período tiende a infinito y la ola se comporta como la ola solitaria y el otro en la dirección opuesta tiende a la ola de Airy. Esto nos hace pensar en simplemente usar esta teoría para todos -- los casos e ignorar las demás.

Desafortunadamente las matemáticas empleadas son difíciles, resultando que esta teoría en la práctica no se aplique mucho, prefiriendose las otras teorías.

La ecuación del perfil de ola está dado por:

$$n = H\ cn^2\left[2K(k)\left(\frac{x}{L} - \frac{t}{t}\right),\ k\right]$$

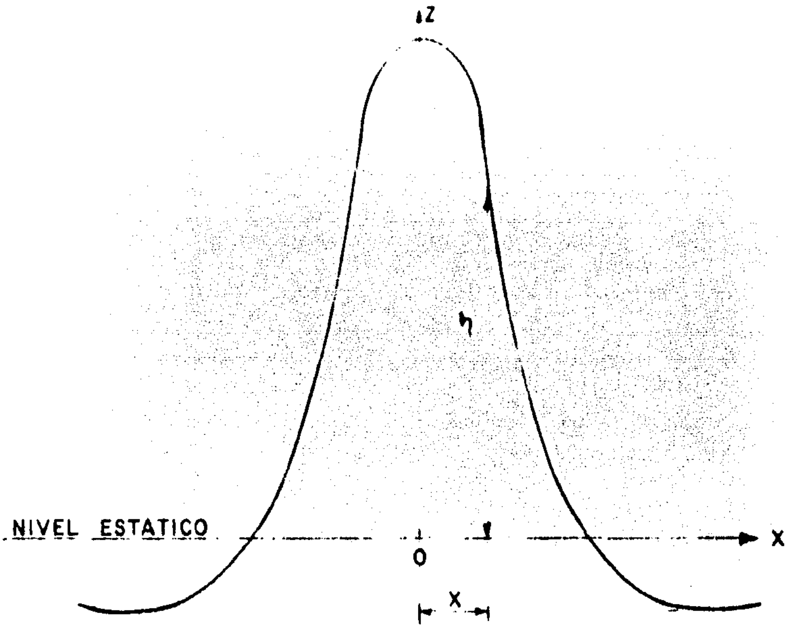
Donde K(k) es la integral elíptica del módulo k y n es la coordenada vertical desde el nivel estático del agua a una distancia x (ver figura 2.9). El término en cn(r) es el jacobiano elíptico de la función r.

En la figura 2.10 se puede observa la graficación de la ecuación del perfil basada en observaciones experimentales de Taylor. Se incluye la ola solitaria y de Airy como comparación.

Los límites de la ola senoidal como se mencionó suceden cuando el módulo k llega a tomar valores de cero y uno; en el primer caso sucede que cn(r,k) = cos(r) y K(k) = $\pi/2$ y la teoría senoidal se reduce a la teoría lineal de Airy. En el segundo caso el periódo y la longitud de ola llegan a ser infinitas y cn (r,k) = sech(r), la ola llega a ser la ola solitaria. En valores intermedios de k entre cero y uno la ola toma su forma general.

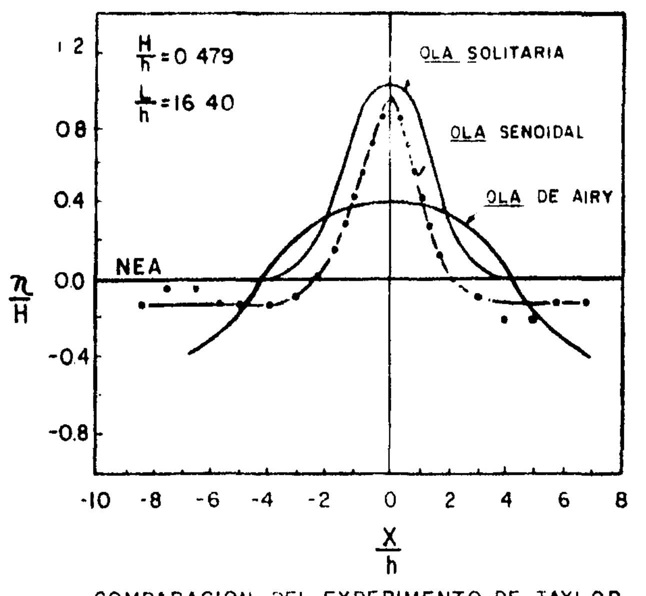
2.7 AREAS DE APLICACION DE LAS TEORIAS

Una vez examinadas las diferentes teorías existentes para describir el movimiento de las olas, se presenta la duda para decidir cual de todas sería la óptima para utilizarse ante un caso particular.



OLA SENOIDAL

FIGURA No. 2.9



COMPARACION DEL EXPERIMENTO DE TAYLOR DE LAS OLAS DE AIRY, SOLITARIA Y SENOIDAL

FIGURA No. 2.10

En la discusión de cada una de las teorías se mencionaron las hipótesis asumidas para la obtención de la solución y como afectan en la similitud con la realidad. Es así que en esta parte se proporcionarán los límites de aplicación de las teorías.

En la figura 2.11 se presenta la gráfica de las áreas de aplicación de las teorías de olas en función de las relaciones $\frac{H}{h}$ y $\frac{h}{L}$. Así tenemos que para valores de H, h, L, se obtiene un punto en la gráfica, el cual nos indica la teoría mas óptima que se puede emplear para las condiciones existentes.

La construcción de la gráfica se basa en los siguientes puntos:

1.- Las regiones mas anchas las cubren aquellas teorías que son mas simples en su aplicación. Por ejemplo la teoría senoidal tiene una zona muy estrecha (ver fig. 2.11) no obstante que es mas extensa en su aplicación, pero se limita por la dificultad que se presenta en su desarrollo.

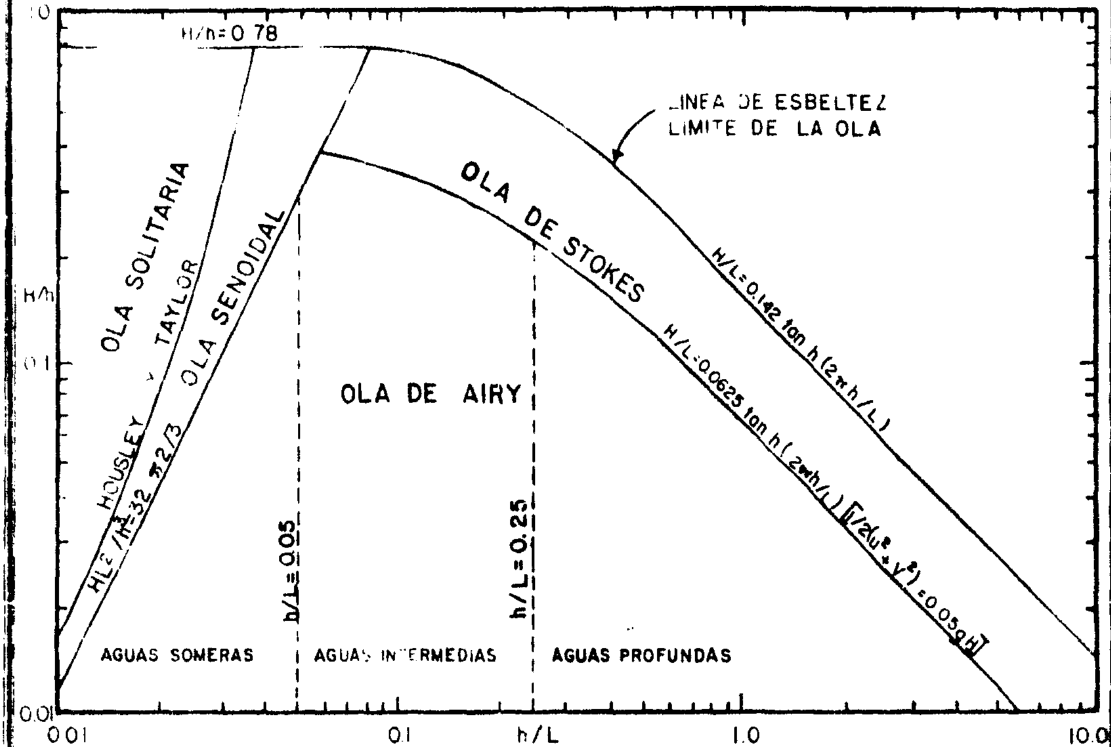
2.- Los puntos donde las olas son inestables y rompen. son utilizados para formar límites sobre la gráfica. Tenemos de la ola de Stokes que para $\frac{H}{L} = 0.142 \tan h\ (kh)$, la ola rompe y se comporta inestablemente, para la ola solitaria esto lo tenemos cuando $\gamma = \frac{H}{h} = 0.78$

3.- En la solución matemática de la ola de Airy se asume que el término $\frac{(u^2 + v^2)}{2}$ de la ecuación de Bernoulli es pequeño y puede ser despreciado. Esto nos coloca en un límite de aplicación de la teoría de Airy el cual se localiza cuando:

$$\frac{1}{2}\,(u^2 + v^2) < 0.05gH$$

u velocidad horizontal

v velocidad vertical



AREAS DE APLICACION DE TEORIAS DE OLEAJE

FIGURA No. 2.11

Muir Wood ha demostrado que esto equivale a :

$$\frac{H}{L} < \frac{1}{16} \tan h \left(\frac{2\pi h}{L}\right)$$

La curva de esta ecuación es demostrada en la gráfica y separa la teoría de Airy de la de Stokes.

4.- En el desarrollo de la teoría de la ola senoidal comentabamos que el valor de k es importante para determinar la forma de la ola. Para k = 0 la ola resultante es la misma de la de Airy, cuando k = 1, la ola se reduce a la ola solitaria y para valores intermedios de k la ola es la senoidal en su forma general. Esto nos sugiere tomar el valor de k como un buen criterio para decidir cuando utilizar la ola senoidal. En la solución de la teoría Keller y Littman obtuvieron la ecuación:

$$\frac{L^2 H}{h^3} = \frac{16}{3} \left[k\ K\ (k) \right]$$

Donde se observa que la relación adimensional $\frac{L^2 H}{h^3}$ (en función de k) puede ser utilizada en sustitución del valor k para definir los límites de aplicación. Ursell demostró teoricamente que la teoría de Airy es válida si $\frac{L^2 H}{h^3} \ll 1$, lo cual es lo mismo que $\frac{H}{L} \ll 1$, condición anteriormente mencionada. Mas tarde Longuest - Higgins determinaron los límites entre la teoría senoidal y la de Airy la cual está dada por:

$$\frac{HL^2}{h^3} < \frac{32\pi^2}{3}$$

Este límite se encuentra en la gráfica.

5.- Housley y Taylor definieron el rango donde la ola solitaria puede ser aplicable en substitución de las olas periódicas. Esto lo realizaron sobre gráficas de coordenadas $\frac{H}{h}$ y $T\sqrt{\frac{g}{h}}$, apoyandose en comparaciones teóricas y experimentales de la celeridad. Así pudieron encontrar la ecuación lineal que separa la región de aplicación de la ola solitaria con las olas periódicas.

$$\frac{H}{h} = \frac{1600}{(T\sqrt{\frac{g}{h}})^{2.3}}$$

Esta ecuación se indica en la gráfica 2.11, como se puede observar separa la ola solitaria de la ola senoidal. Originalmente Housley y Taylor crearon el límite para dividir la ola solitaria de la de Airy, despreciando la ola senoidal. Fueron Longuet - Higgins quienes colocaron la región de la ola senoidal en la mediación de esas teorías.

3. FUERZAS DE OLEAJE SOBRE LAS ESTRUCTURAS MARINAS

Este capítulo es un análisis de la fórmula de Morison, la cual se emplea para el cálculo de las cargas debidas al oleaje y corrientes del mar sobre las estructuras marinas. Esta metodología es la que actualmente se utiliza en el diseño de las plataformas marinas.

La ecuación de Morison se basa en experimentos sobre cilindros aislados sujetos al oleaje, se forma de la superposición de dos componentes independientes entre sí. Una de ellas se encuentra en función de la velocidad del fluido, llamada fuerza de arrastre; la otra en función de la aceleración del fluido, conocida como la fuerza de inercia. Dentro de estas fuerzas se encuentran involucrados dos coeficientes que son: el coeficiente de arrastre (CD) y el coeficiente de inercia (CM) los cuales han sido obtenidos de una manera empírica. Desafortunadamente existen serios conflictos e incertidumbres en la determinación de estos coeficientes.

La ecuación de Morison está dada por:

$$F = \frac{1}{2}\rho \, CDAu|u| + \rho VCM\frac{du}{dt}$$

A = Area expuesta
u = velocidad del agua

C_D = coeficiente de arrastre
C_M = coeficiente de inercia
V = volumen de agua desplazada
$\frac{du}{dt}$ = aceleración de las partículas de agua

La fuerza de arrastre.- Es la fuerza originada por la transformación de la carga de velocidad en carga de presión sobre el cuerpo sumergido en el agua. Esta en función del cuadrado de la velocidad del flujo, del área expuesta y del coeficiente C_D. Para el cálculo de la velocidad se emplean las teorías de olas anteriormente expuestas. Debe tenerse en cuenta que la velocidad total del flujo que se emplea para el cálculo es la suma de la velocidad órbital del agua mas la velocidad de la corriente.

$$Fd = \rho C_D A\frac{u^2}{2}$$

A = area expuesta
u = velocidad del agua= $u_o + v_c$
C_D = coeficiente de arrastre
Vc = velocidad de la corriente
ρ = densidad del agua

La fuerza de inercia.- Es debida a la aceleración relativa entre un cuerpo y un fluido. Es proporcional a la masa desplazada por el cuerpo, a la aceleración órbital de las partículas de agua (calculada con las ecuaciones de las teorías de olas anteriormente expuestas) y al coeficiente C_M.

$$F_i = \rho V C_M \frac{du}{dt}$$

C_M = coeficiente de inercia
V = volumen de agua desplazada
ρ = densidad del agua
$\frac{du}{dt}$ = aceleración de las partículas del agua.

El rango adecuado de aplicación de la ecuación de Morison requiere que la fuerza de inercia y la de arrastre sean de magnitud comparable. Este rango se define cuando el diámetro del cilindro es menor que el 20% de la longitud de ola. Este rango se debe a las hipótesis asumidas en las soluciones matemáticas a que tanto la velocidad como la aceleración del agua son constantes en una distancia (desde el cilindro) igual al diámetro del cuerpo. Para las estructuras que no cumplan con este requisito es necesario emplear las teorías de difracción como es el caso de las plataformas de gravedad.

Los estudios originales realizados por Morison sobre este tema fueron enfocados a tubos simples sumergidos en agua y que se han generalizado a tubos multiples conectados entre sí. En este caso la ecuación original presentada por Morison es:

$$F^1 = F_D^1 + F_I^1 = \frac{1}{2} \rho D u|u| \; C_D + \frac{\rho \pi D^2}{4} \; C_m \; \frac{du}{dt}$$

D = diámetro del tubo
F^1 = fuerza por unidad de longitud del cilindro.

Puede observarse que la expresión $\frac{\pi D^2}{4}$ es el área del agua desplazada (área de la sección transversal del cilindro), que multiplicada por la longitud del cilindro nos da el volumen de agua desplazada.

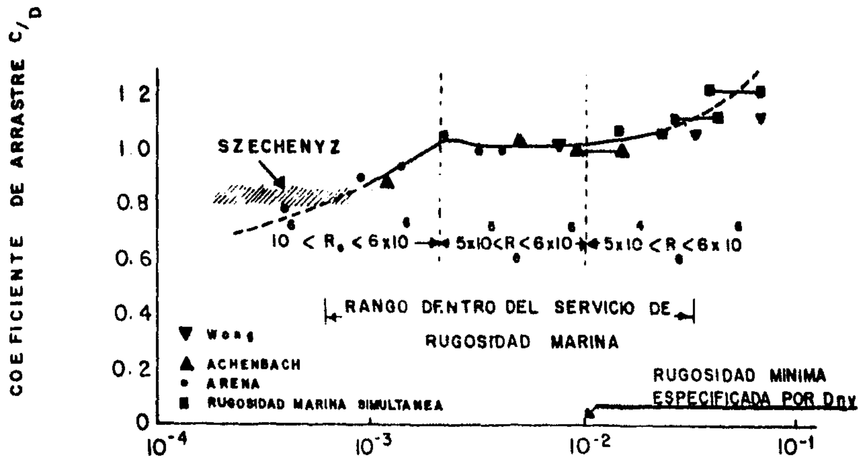
Con respecto a los coeficientes C_M y C_D diversos autores han propuesto tomar los valores de C_D fijo y C_M en función del diámetro del cilindro:

$C_D = 0.6$	C_M	Diámetro (inch)
	1.50	12
	1.50	24
	1.50	36
	1.54	48
	1.58	60
	1.62	72
	1.72	120

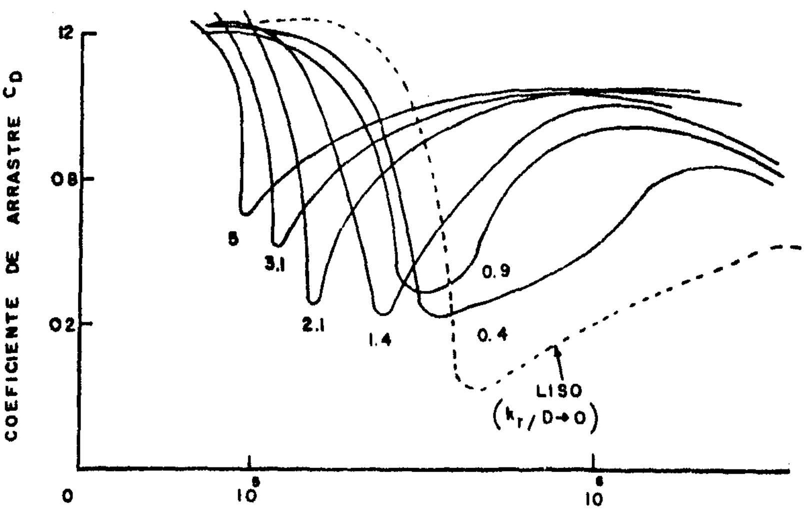
Hay evidencias de que el valor de C_D es inadecuado. El valor de 0.6 se ha obtenido para cilindros lisos en régimen poscrítico, o sea para números de Reynolds superiores a 10^6.

Sin embargo el crecimiento de la fauna marina sobre los tubos de las plataformas incrementa su diámetro y hace rugosa su superficie, en cuyo caso el C_D aumenta considerablemente(ver -- fig. 3.1).

Hogben recomienda subir el C_D entre 0.8 y 1.0 para tomar en cuenta este efecto. Por otra parte, cuando la ola en cuestión es de pequeña magnitud, los números de Reynolds son inferiores a los del régimen poscrítico y el coeficiente de arrastre puede ser aún mayor (ver fig. 3.1).



RUGOSIDAD RELATIVA kr/d



NUMERO DE REYNOLDS

Figs. N° 3.1

VARIACION DE C_D CON LA RUGOSIDAD DEL TUBO Y CON EL NUMERO DE REYNOLDS (de MILLER 1977)

Las normas DnV especifican que C_D se tome no menor de 0.7 y que se considere su variación con el número de Reynolds y con la rugosidad: esto lleva a valores de C_D no inferiores de 1.0.

Las normas API especifican que C_D se tome entre 0.6 y 1.0 según las condiciones locales y la teoría de oleaje adoptada.

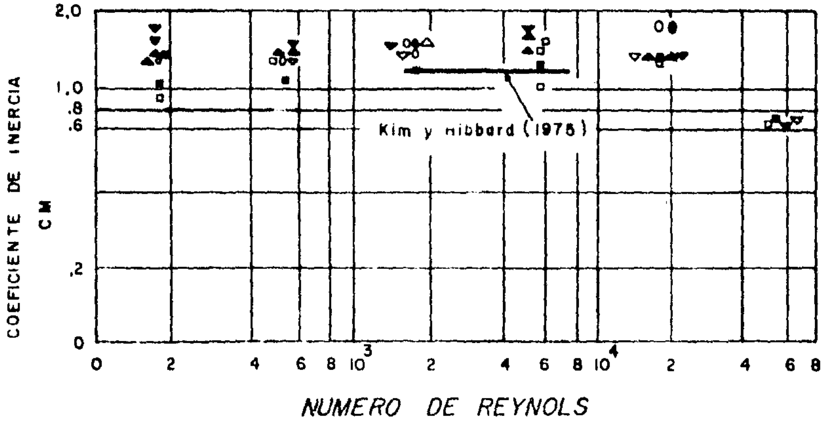
Existen algunas mediciones de las fuerzas de oleaje en plataformas marinas reales (ver fig. 3.2); estas tienden a indicar que el C_D = 0.6 es adecuado para tubos lisos en régimen pos-crítico; sin embargo no hay mediciones en plataformas en las que ya hubiese ocurrido algún crecimiento de la fauna marina.

Dean ha propuesto los valores de C_D mostrados en la figura 3.3 y a continuación se dan. Estos valores son opciones principales en los diversos sistemas de cálculo de plataformas. Esta propuesta implica un incremento de al menos 25% en el C_D y en las fuerzas sobre la plataforma para la ola de gran magnitud (Ola de tormenta). El incremento puede ser mayor para olas de pequeña magnitud en las que C_D puede aumentar hasta 100%, aunque este aumento queda en una pequeña parte compensada por una disminución en el C_M que baja de 1.5 a 1.36.

$C_M = 1.36$	C_D	Valores de R
	1.2	$R<3.0$
	$2.112\ R^{(-0.5148)}$	$3.0 < R < 5.48$
	$1.01\ R^{(-0.08186)}$	$5.48 \leq R < 17.32$
	$0.9883\ R^{(-0.07412)}$	$17.32 < R < 34.6$
	0.76	$R \leq 34.6$

Donde: $R = Re(10^{-5})$

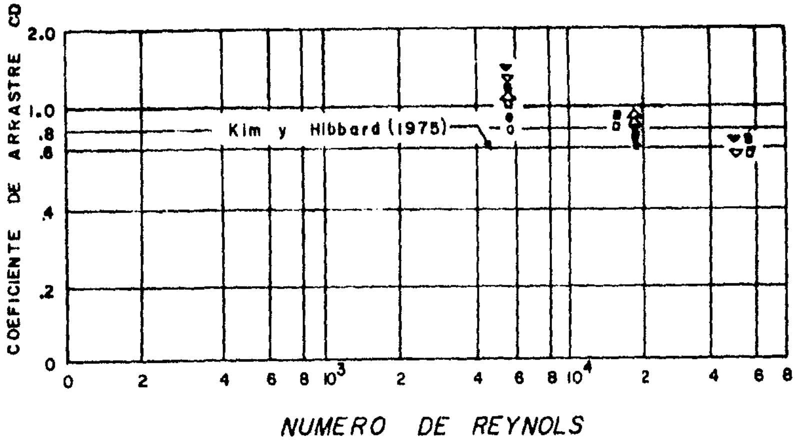
$Re = uD/\nu$



DEAN Y Aagaard (1970)

RESULTANTE	●	■	▲	▼
DIAMETRO(ft)	2ᐤ	3ᐤ	3.71ftᐤ	4ᐤ
EN LINEA	O	□	△	▽

▭ ALTURA DE AGUA 33 ft
† ALTURA DE AGUA 100 ft



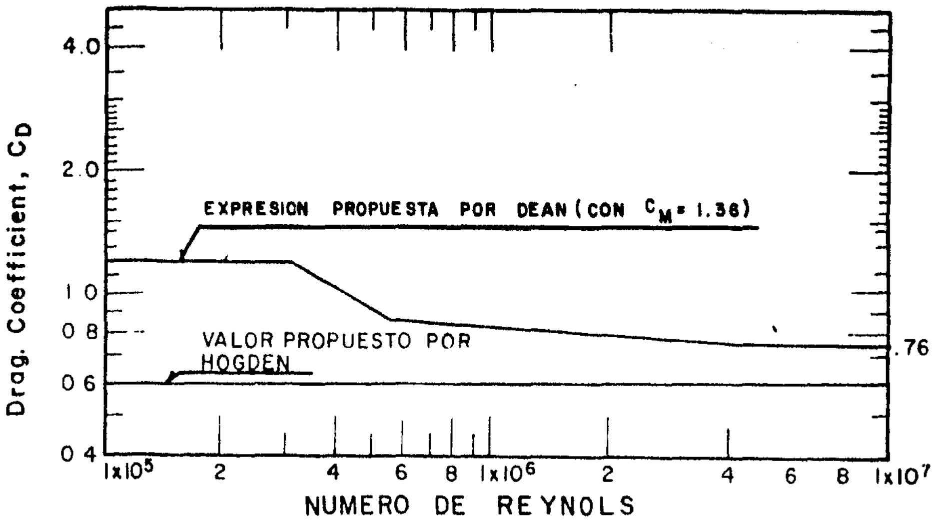
DEAN Y Aagaard (1970)

RESULTANTE	●	■	▲	▲
DIAMETRO(ft)	2ᐤ	3ᐤ	3.71ft	4ᐤ
EN LINEA	O	□	△	▽

▭ ALTURA DE AGUA 33 ft
† ALTURA DE AGUA 100 ft

VALORES DE C_D Y C_M MEDIDOS EN PLATAFORMAS REALES

FIG 3.2



VALORES DE C_D PROPUESTOS PARA DISEÑO

FIGURA No. 3.3

u = velocidad del agua (se considera la suma vectorial de la velocidad horizontal originada por la ola, mas la velocidad - de la corriente para el cálculo de la fuerza horizontal).

γ = viscosidad cinemática del agua.

D = diámetro del cilindro.

Auque la propuesta de Dean no toma de forma adecuada el efecto de la rugosidad de los tubos, sin embargo proporciona valores en un intervalo que parece adecuado; por lo tanto mientras no se tengan resultados mas completos sobre las mediciones de fuerzas en las plataformas, representa la mejor recomendación que puede hacerse actualmente y debe emplearse para el diseño de las plataformas.

El estado del conocimiento sobre el tema es bastante confuso y es conveniente estar atentos a los nuevos estudios y mediciones en plataformas reales para tratar de mejorar las recomendaciones anteriores, ya que la influencia de estos factores en las dimensiones que resultan para las plataformas es - decisiva.

La fórmula de Morison como se ha expuesto anteriormente asume que la fuerza sobre un cilindro vertical es una función solamente de la velocidad y aceleración horizontal de las partículas de agua. Así tenemos en la figura 3.4a, la fuerza sobre el pilote es considerada solamente función de la componente - normal.

Para un cilindro inclinado en cualquier sentido (inclusive en tres dimensiones) se puede determinar la fuerza siguiendo un camino análogo a lo anterior. Usando la componente de la velocidad y aceleración perpendiculares al eje axial del cilindro e ignorando la componente paralela al eje del cilindro. (ver fig. 3.4b). Esta hipótesis ha sido parcialmente verificada en una serie de experimentos conducidos en el David Taylor Model Basin (1950) para determinar la fuerza hidrodinámica sobre un cable inclinado dentro de un flujo estable. Estos estudios mostraron que la fuerza que actua en dirección perpendicular a el cable, puede ser representada por:

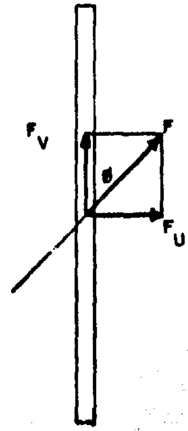
$$F = C_d \frac{\rho}{2} D v^2 \mathrm{sen}^2 \phi$$

Donde v es el vector resultante de las velocidades horizontal y vertical de las partículas de agua. El ángulo ϕ es el formado por v y el eje axial del cilindro (ver fig. 3.4b). Como observamos v sen ϕ= vn es la componente normal de la velocidad v sobre el eje del cilindro. De esta manera la fórmula queda expresada por:

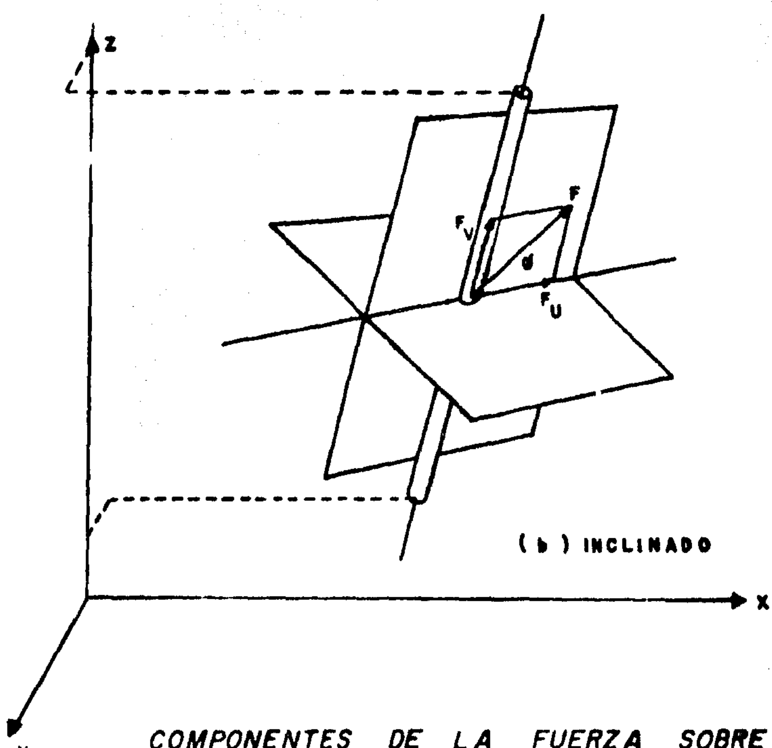
$$f = C_d \frac{\rho}{2} D\, v_n^2$$

Durante el curso de los trabajos del Modelo Basin la magnitud de la fuerza sobre el cable, causada por la componente del flujo paralela al eje axial del mismo, se encontró que era menor que el 2% de la fuerza perpendicular al eje del cable; lo cual indica que ésta fuerza debe ser ignorada en los cálculos.

Si bien los experimentos citados fueron llevados a cabo solo para la fuerza de arrastre en un flujo estable, la fuerza axial sobre el cilindro es tambien pequeña en un flujo inestable sobre un cilindro en el plano. Asi asumiendo ésta hipótesis la fórmula de Morison puede ser expresada para el caso de un cilindro con cualquier orientación en el espacio como sigue:



(a) VERTICAL



(b) INCLINADO

COMPONENTES DE LA FUERZA SOBRE UN PILOTE

FIGS.- 3.4 (a y b)

$$f = C_D \frac{\rho}{2} D\, v_N v_N + C_M \rho \pi \frac{D^2}{4} a_N$$

Donde v_N y a_N son la velocidad y aceleración perpendiculares al eje axial del cilindro.

Cuando se toma el valor del coeficiente C_D en función del número de Reynolds, la velocidad que entra en la fórmula es la componente perpendicular al eje axial del cilindro.

$$R = uD/\nu \; (10^{-5}) \quad \text{donde } u = v_N$$

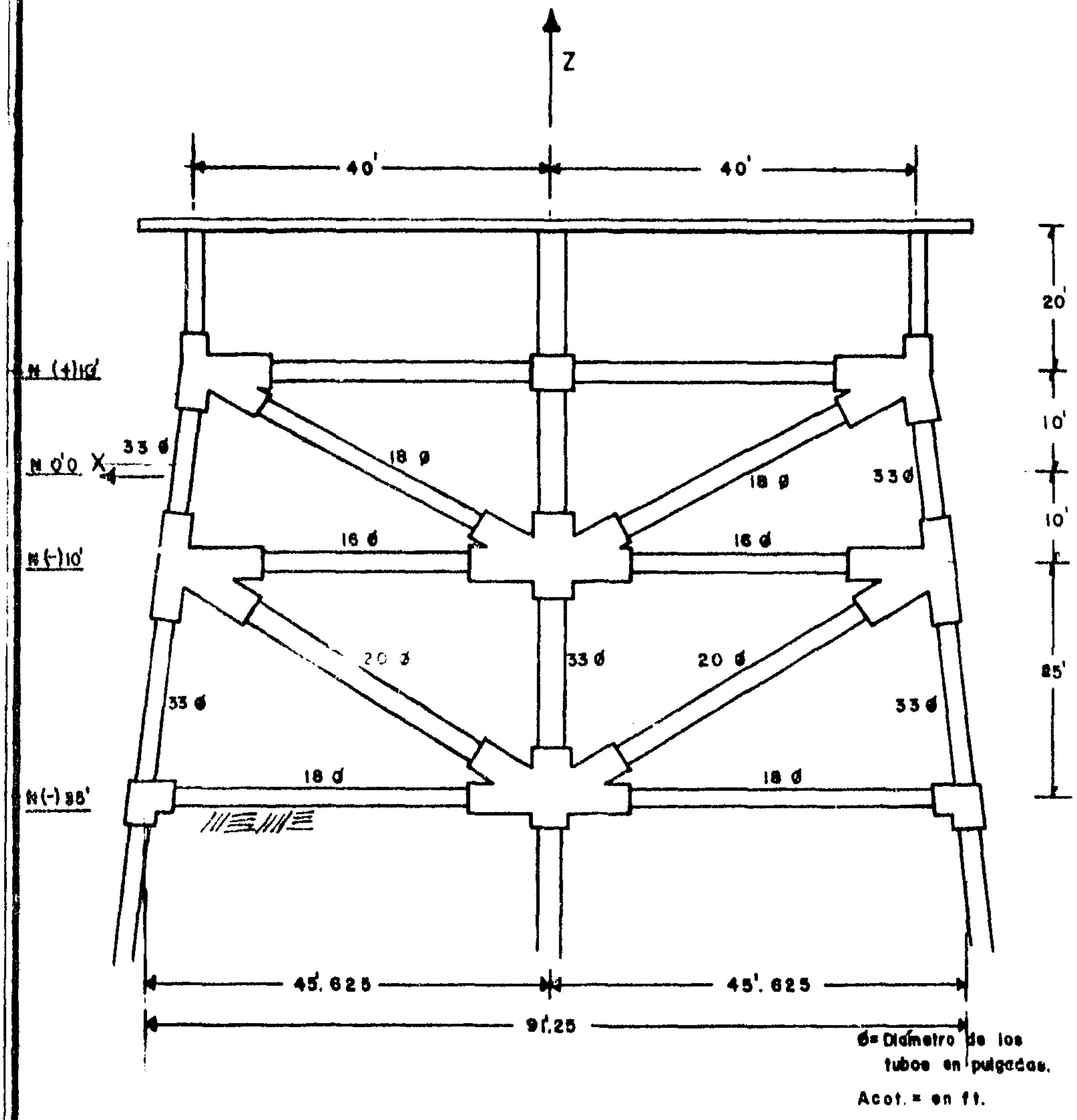
4. CALCULO MANUAL DE LAS FUERZAS DE OLEAJE SOBRE UNA ESTRUCTURA MARINA

4.1 INTRODUCCION

Una vez presentada la metodología utilizada para determinar las fuerzas debidas al oleaje sobre las estructuras marinas, se proporciona en este capítulo un cálculo manual para un mejor entendimiento de la misma. La estructura que se analizará se puede observar en la fig. 4.1. Esta es una pequeña plataforma donde solo la subestructura (Jacket) es lo que nos interesa para nuestro fín.

El Jacket es una armadura tridimensional formada por tubos, la cual se encarga de transmitir las fuerzas cortantes a los pilotes; en nuestro caso solo se analizará un plano de la estructura y no tridimensionalmente como comunmente se hace. La información necesaria para aplicar la fórmula de Morison son: diámetro de los miembros (se pueden ver en la fig. 4.1), coordenadas de los nudos de cada miembro (ver fig. 4.2) referidas a un sistema de ejes, estructuración de la plataforma, altura de ola, período, profundidad del agua y velocidad de la corriente, estos datos se proporcionarán posteriormente.

Una concideración importante para el análisis y diseño de las estructuras marinas es tomar en cuenta la posición de la ola que produzca la máxima fuerza total sobre la estructura.



PLATAFORMA EN ESTUDIO

FIG 4.1

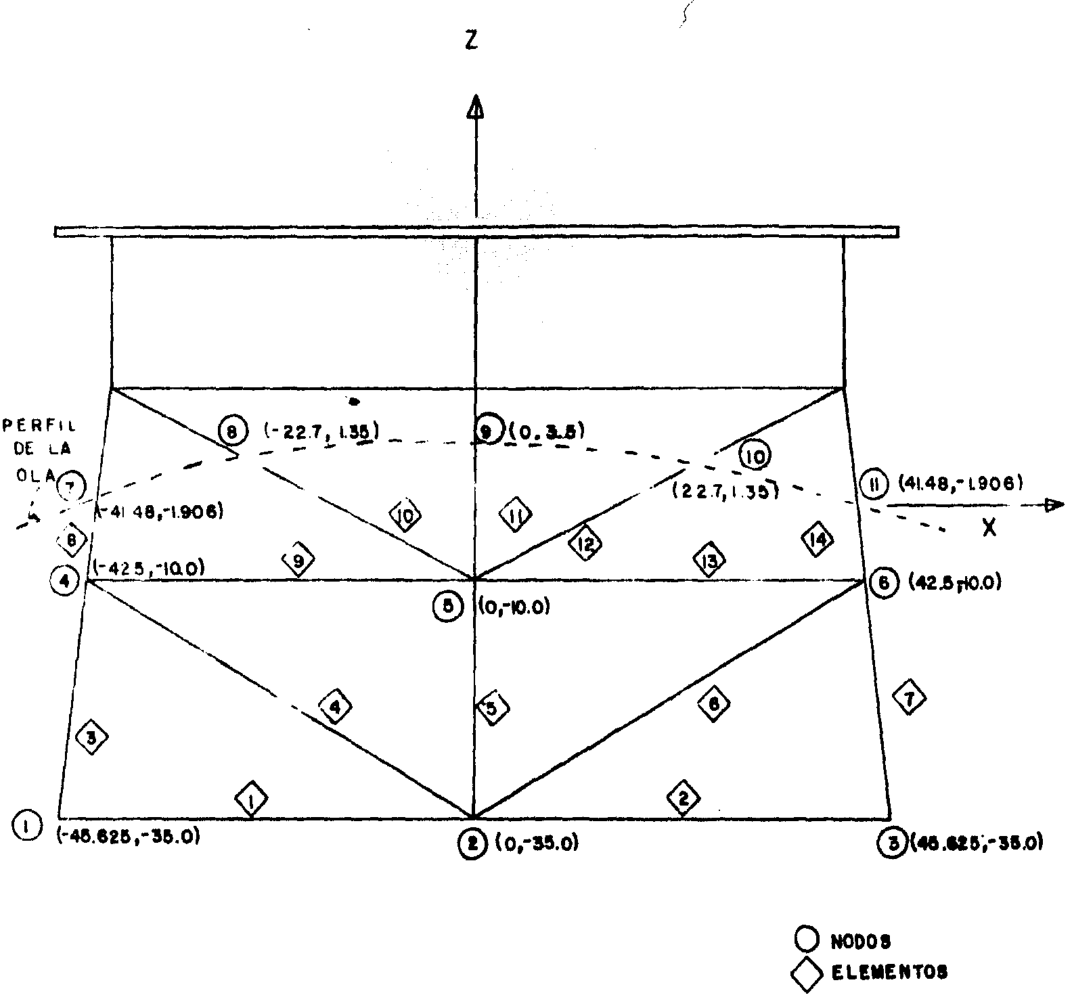
Para el diseño de las plataformas marinas se emplean programas de computadora, estos también se encargan de generar las cargas debidas al oleaje, con el empleo de estos es fácil conocer la posición de la ola que produce los máximos efectos. En nuestro caso determinar la posición crítica implicaría mas cálculos manuales no importantes para nuestro objetivo, por lo que por simplicidad se situará la cresta de la ola en el centro de la plataforma. En la fig. 4.2 se ha graficado a escala y superpuesto el perfil de la ola sobre la plataforma, mas adelante se indicará la manera como se realizó.

Es necesario contar con ejes coordenados de referencia para determinar las velocidades y aceleraciones orbitales en los nodos de la estructura. Estos ejes deben estar situados de tal manera que el eje "x" (horizontal) coincida con el nivel de aguas estáticas y el eje "z" (vertical) con la cresta de la ola, pasando por la parte simétrica de la onda, en nuestro caso estos ejes coinciden con los de la estructura, (ver fig. 4.2).

4.2 CARACTERISTICAS DE LA OLA

Conociendo ya la plataforma en estudio, continuaremos por saber las características de la ola y del mar que actuarán sobre ella. Estos datos obtenidos de estudios oceanográficos realizados en el sitio de instalación de la estructura son los siguientes: para la condición de tormenta.

T= Período de ola = 5 seg.
H= Altura de ola = 7 ft = 2.13 m.
h= Tirante de agua = 35 ft = 10.67 m.
Vc= Velocidad de la corriente = 1.0ft/seg. = 0.305 m/seg.



NODOS, ELEMENTOS Y COORDENADAS DE LA PLATAFORMA EN ESTUDIO. PERFIL DE LA OLA

FIG. 4.2

ν = Viscocidad cinemática del agua salada = $2.016 \times 10^{-3}\ \frac{in^2}{seg.}$

ρ = Densidad del agua salada = $0.0019875\ Kseg^2/ft^4$

g = aceleración de la gravedad = $32.2 ft/seg.^2$

4.3 DETERMINACION DE LA LONGITUD DE LA OLA (L) Y LA TEORIA DE OLAS POR UTILIZAR

Para decidir que teoría de ola se utilizará para el cálculo de las velocidades y aceleraciones orbitales de las particulas de agua, recurriremos a las gráficas de áreas de aplicación de las teorías de olas. Para esto es necesario conocer antes la longitud de ola, la cual la obtendremos en base a la ecuación proporcionada por la teoría de Airy asi tenemos:

$$L = \frac{gT^2}{2\pi} \tanh\left(\frac{2\pi h}{L}\right) = \frac{32.2(5)^2}{2\pi} \tanh \frac{(2\pi)35}{L}$$

Esta ecuación se tiene que resolver iterativamente, donde la - solución queda;

$$L = 121.44 ft = 37.01 in.$$

(Las equivalencias de tangente, seno,coseno hiperbólico, se - puede ver en el apéndice).

Para entrar a la gráfica de areas de aplicación de las teo--- rías de olas es necesario determinar los factores $\frac{h}{L}$, $\frac{H}{h}$ estos nos darán un punto de la gráfica indicandonos la zona de la teoría que mejor se puede emplear, así tenemos que:

$$\frac{h}{L} = \frac{35}{121.44} = 0.288 \qquad \frac{H}{h} = \frac{7}{35} = 0.20$$

Estos valores nos situan en la zona de la teoría de Airy (comprobar en la gráfica de la fig. 2.11) que es la que utilizaremos.

4.4 CALCULO DEL PERFIL DE OLA

La fórmula para determinar el perfil de la ola está proporcionada por la ecuación que anteriormente mencionamos de la teoría de Airy:

$$k = \frac{2\pi}{L} \qquad n = \frac{H}{2} \cos (kx - \sigma t) \qquad \sigma = \frac{2\pi}{T}$$

El valor del tiempo (t) se toma igual a cero, esto es debido a que la ola que se analiza es estática tomada en el instante en que pasa la cresta por el centro de la plataforma, así tenemos:

$$t = 0 \qquad n = \frac{H}{2} \cos kx$$

Sustituyendo los valores de L y H

$$k = \frac{2\pi}{L} = \frac{2\pi}{121.44} = 0.05174 \; \frac{rad}{ft}$$

la ecuación del perfil queda:

$$n = \frac{7}{2} \cos (0.05174 \; x) = 3.5 \cos (0.05174 \; x)$$

Con esta ecuación se obtuvieron varios puntos del perfil de la ola (ver tabla 4.1) los cuales se graficaron a escala formando el perfil de la onda superpuesto sobre la plataforma, de esta manera se pueden determinar los puntos de intersección de la ola con la estructura (ver fig. 4.2)

4.5 DETRMINACION DE LAS VELOCIDADES Y ACELERACIONES DE LAS PARTICULAS DE AGUA.

Primeramente es necesario conocer las coordenadas de los puntos que utilizaremos como base para el cálculo de las fuerzas sobre cada uno de los elementos de la estructura a los que les pega la ola. Estos puntos son los nodos de los elemtos y los puntos de intersección del perfil de la ola con la estructura, en la fig. 4.2 se encuentran numerados los puntos con sus respectivas coordenadas, referidas al sistema de ejes establecido.

Una vez escogidos los puntos y conociendo sus coordenadas, procedemos a determinar las velocidades horizontal y vertical, las aceleraciones horizontal y vertical, para cada uno de ellos Para esto utilizaremos las fórmulas derivadas de la teoría de Airy que anteriormente se expusieron.

Coordenada x (ft)	cos(0.05174 x)	n (ft)
45	-0.688	-2.40
40	-0.478	-1.67
30	0.019	0.065
20	0.51	1.79
10	0.87	3.04
0	1.00	3.50
-10	0.87	3.04
-20	0.51	1.79
-30	0.019	0.065
-40	-0.478	-1.67
-45	-0.687	-2.40

Puntos del perfil de la ola

tabla 4.1

Al igual que la ecuación del perfil de la ola el tiempo se toma con valor cero, ya que la ola se analiza estáticamente. De esta forma las ecuaciones de las velocidades y aceleraciones de las partículas de agua se reducen de la siguiente manera:

Velocidad horizontal:

$$u = \frac{\pi H}{T} \frac{\cos h \quad [k(z + h)]}{\operatorname{sen} h \ (kh)} \cos (kx)$$

Velocidad vertical:

$$v = \frac{\pi H}{T} \frac{\operatorname{sen} h \quad [k(z + h)]}{\operatorname{sen} h \ (kh)} \operatorname{sen} (kx)$$

Aceleración horizontal:

$$ah = \frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\cos h \quad [k(z + h)]}{\operatorname{sen} h \ (kh)} \operatorname{sen} (kx)$$

Aceleración vertical:

$$av = -\frac{2\pi^2 H}{T^2} \frac{\operatorname{sen} h \quad [k(z + h)]}{\operatorname{sen} \quad (kh)} \cos (kx)$$

Existen valores en estas ecuaciones, que no estan en función de las coordenadas x, z solo de los parámetros de la ola y de la profundidad del mar, estos permanecen como constantes en - este problema, así tenemos:

$$\frac{\pi H}{T} = \frac{\pi (7)}{5} = 4.398 \quad ft/seg$$

$$\frac{2\pi^2 H}{T^2} = \frac{2\pi^2 (7)}{25} = 5.527 \ ft/seg^2$$

$$\operatorname{sen} h \ (kh) = \operatorname{senh} \left(\frac{2\pi h}{L}\right) = \operatorname{sen} h \left(\frac{2\pi(35)}{121.44}\right) = 2.977$$

(verificar con los equivalentes de seno hiperbólicos dados en el apéndice)

$$k = \frac{2\pi}{L} = \frac{2\pi}{121.44} = 0.0517 \ \left(\frac{rad}{ft}\right)$$

De esta manera ya podemos calcular las velocidades y aceleraciones para cada una de los nodos elegidos. Así por ejemplo para los puntos 4 y 2 tenemos:

Coordenadas (ft)		x	z
Nodo	2	0.0	-35.0
Nodo	4	-42.5	-10.0

Velocidad horizontal:

$$u_2 = 4.398 \, \frac{\cosh \left[0.0517(-35.0+35.)\right]}{2.977} \cos 0.0517(0.0) = 1.477 \, \frac{ft}{seg}$$

$$u_4 = 4.398 \, \frac{\cosh \left[0.0517(-10.+35.)\right]}{2.977} \cos (0.0517)(-42.5) = -1.697 \, \frac{ft}{seg}$$

Sustituyendo de igual manera en las ecuaciones de la veloci-- dad vertical y las aceleraciones tenemos:

Punto 2	Punto 4
$v = 0.0$ ft/seg	$v = -2.016$ ft/seg
$a_h = 0.0$ ft/seg^2	$a_h = -2.948$ ft/seg^2
$a_v = 0.0$ ft/seg^2	$a_v = 1.834$ ft/seg^2

Debe hacerse incapié que los valores de las coordenadas x,z - se introducen en las ecuaciones con su signo correspondiente, ya que esto nos dará el sentido de la velocidad y aceleración. De esta misma forma se obtienen los valores de las velocida-- des y aceleraciones para los otros puntos escogidos para el - análisis.

4.6 VELOCIDAD DE LA CORRIENTE.

La velocidad de la corriente marina es también una importante generadora de cargas sobre las estructuras, por lo cual debe tomarse en cuenta al analizar las plataformas marinas. La ra zón de considerar los efectos de esta en el tema, es debido a que los valores de la velocidad de la corriente se superponen a los de la velocidad órbital horizontal y la resultante es - la que se aplica en la fórmula de Morison .

Los datos de la velocidad de la corriente se obtienen de estudios oceonográficos realizados en el sitio de instalación de la estructura. En la fig. 4.3 se muestra el reporte de la variación de la velocidad de la corriente con respecto a la profundidad. Estos datos son para la condición de tormenta.

Teniendo el reporte se calcula la velocidad para cada uno de los puntos de la plataforma en estudio, de acuerdo a su porcentaje de profundidad esto es: $|z|/h$ (100). Por ejemplo para el punto 2 y 4 la velocidad será:

Punto 2:

$$\frac{35}{35}(100) = 1.0 \times 100 = 100\% = v_c = 0.14 \text{ ft/seg.}$$

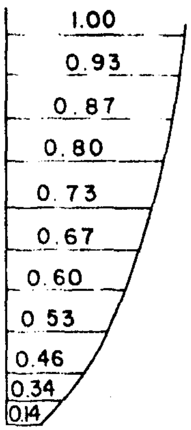
Punto 4:

$$\frac{10}{35}(100) = 0.29 \times 100 = 29\% = v_c = 0.80 \text{ ft/ seg.}$$

Una vez que se obtuvo la velocidad de la corriente en cada punto de la plataforma se realiza la superposición de esta con la velocidad órbital horizontal y se obtiene una resultante, para el punto 4 y el punto 2 tenemos:

Punto 2:

$$u_R = v_c + u = 0.14 + 1.477 = 1.617 \text{ ft/seg.}$$



PORCENTAJE DE PROFUNDIDAD	VELOCIDAD (ft / seg.)
0	1.00
10	0.93
20	0.87
30	0.80
40	0.73
50	0.67
60	0.60
70	0.53
80	0.46
90	0.34
100	0.14

VARIACION DE LA VELOCIDAD DE LA CORRIENTE CON LA PROFUNDIDAD

FIGURA No 43

Punto 4:

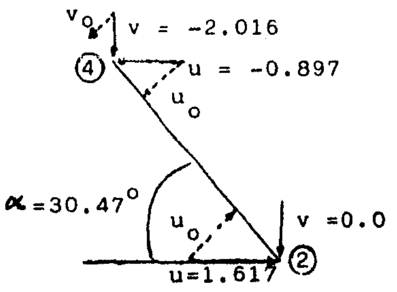
$$u_R = 0.80 - 1.697 = -0.897 \text{ ft/seg.}$$

En el nodo 4 las velocidades se restaron debido a que tienen en ese punto sentido contrario. Los valores de las velocidades y aceleraciones deben manejarse con su signo correspondiente.

4.7 CALCULO DE LA VELOCIDAD Y ACELERACION PERPENDICULAR AL EJE DEL CILINDRO.

Para determinar la fuerza debida al oleaje empleando la fórmula de Morison, se vió en el capítulo tres que era necesario utilizar las componentes de la velocidad y aceleración perpendicular al eje axial del elemento. Para los miembros verticales no existe problema ya que la velocidad horizontal es perpendicular a éste, no es igual para los elementos inclinados donde se tiene que calcular las velocidades y aceleraciones perpendiculares a estos.

Tenemos que para el elemento No. 4 que va del nodo 2 al nodo 4 (ver fig. 4.2) cuyas velocidades y aceleraciones se han calculado anteriormente, determinaremos las velocidades y aceleraciones perpendiculares a su eje axial:



En el punto 4 la velocidad perpendicular al eje es la suma de la proyección de la velocidad horizontal u que es:

$$u_o = u \text{ sen } \alpha = -0.897 \text{ sen } 30.47^o = -0.455 \text{ ft/seg.}$$

Mas la proyección de la velocidad vertical v

$$v_o = v \cos \alpha = -2.016 \cos 30.47^o = -1.734 \text{ ft/seg.}$$

Por lo tanto la velocidad resultante será:

$$v_{n4} = u_o + v_o = -0.455 - 1.734 = - 2.189 \text{ ft/seg.}$$

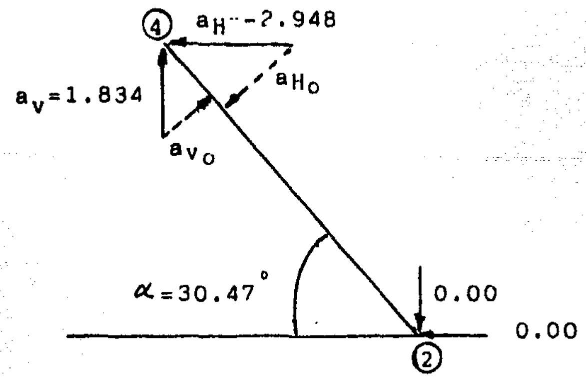
En el punto 2 debido a que la velocidad vertical vale 0 la velocidad buscada será solo la proyección de u.

$$v_{n2} = u_o = u \text{ sen } \alpha = 1.617 \text{ sen } 30.47^o = 0.82 \text{ ft/seg.}$$

De esta misma forma se obtienen las velocidades resultantes - en cada nodo de los elementos de la estructura marina, tomando en cuenta la inclinación del miembro.

Debe notarse que los valores de las velocidades se manejan en las ecuaciones con su signo correspondiente ya que este nos dará el sentido de la velocidad resultante. El signo positivo nos indica que la velocidad tiene el mismo sentido del movimiento de las manecillas del reloj.

Para obtener las aceleraciones perpendiculares al eje axial - del elemento se procede de la misma forma que se realizó para obtener la velocidad.



En el nodo 4 la aceleración es la suma de la proyección de a_h:

$$a_{ho} = a_h \text{ sen } \alpha = -2.948 \text{ sen } 30.47^\circ = -1.495 \text{ ft/seg}^2$$

Mas la proyección de a_v:

$$a_{vo} = a_v \cos \alpha = 1.834 \cos 30.47^\circ = 1.581 \text{ ft/seg}^2$$

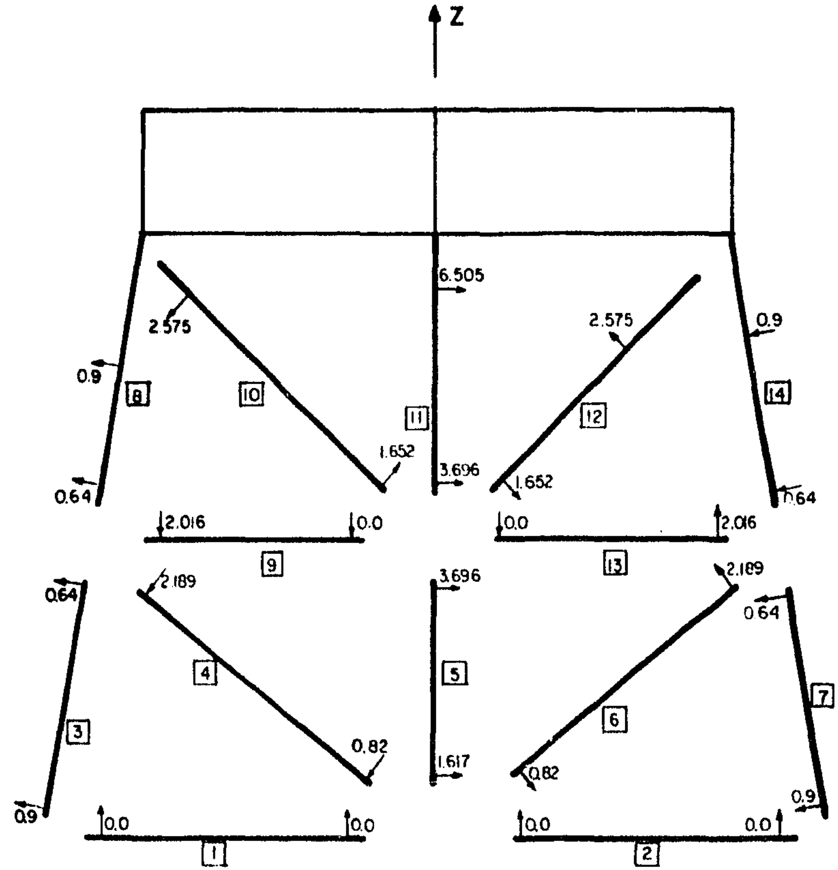
De esta manera tenemos:

$$a_n = a_{ho} + a_{vo} = -1.495 + 1.581 = 0.086 \text{ ft/seg}^2$$

En este caso la proyección de la aceleración horizontal y vertical se restaron debido a que tienen sentido diferente.

Para el nodo 2 no existe aceleración. Como se comentó en el capítulo 3 las componentes de las aceleraciones y velocidades paralelas al elemento no se consideran.

Para los elementos horizontales la fuerza solo se encuentra en función de la velocidad y aceleración vertical. En la fig.4.4 se han determinado las velocidades para cada nodo de los elementos de la estructura.



VELOCIDAD PERPENDICULAR SOBRE LOS ELEMENTOS DE LA ESTRUCTURA (ft/seg.)

FIGURA 4 4

4.8 COEFICIENTE C_D Y C_M

Para determinar el coeficiente de arrastre C_D y el coeficiente de inercia C_M utilizaremos la propuesta de Dean expuesta - en el capítulo No. 3 empleando como ejemplo el elemento No. 4 cuyas características son:

Diámetro del tubo: D = 20 inch.
Velocidad perpendicular al eje del elemento en los nodos:
Nodo 4
v_n = -2,189 ft/seg = -26.27in/seg.
Nodo 2
v_n = 0.82 ft/seg = 9.84in/seg
Viscocidad cinemática del mar: (temp. 15°C)
$\gamma = 2.016 \times 10^{-3}$ in^2/seg

En base a estos datos podemos calcular los coeficientes teniendo que:

$$R = \frac{|u|D}{\gamma} \times 10^{-5}$$

Para el nodo 4 :

$$R = \frac{26.27\ (20)}{2.016 \times 10^{-3}} \times 10^{-5} = 2.606$$

En el capítulo No. 3 se vió que para valores de R menores que 3.0 el valor de C_D es:

$C_D = 1.2$ $\qquad$ $C_M = 1.36$ (fijo)

Para el nodo 2 :

$$R = \frac{9.84\ (20)}{2.016 \times 10^{-3}} \times 10^{-5} = 0.98 < 3.0$$

$C_D = 1.2$ $\qquad$ $C_M = 1.36$

Una vez que se obtienen los valores de C_D para cada uno de los nodos de los elementos tenemos todo lo necesario para emplear la fórmula de Morison y determinar las fuerzas en la estructura debida al oleaje.

4.9 FUERZA DE ARRASTRE Y DE INERCIA

Hemos llegado al objetivo final del capítulo, el cálculo de las fuerzas de oleaje sobre la plataforma en estudio. Con los datos obtenido en los incisos anteriores se ha completado los elementos de la fórmula de Morison, por lo cual solo queda sustituir en la fórmula lo calculado.

En el capítulo anterior se expuso la fórmula de Morison, la cual, se vió de la siguiente forma:

Fuerza de arrastre

$$F_D = C_D \rho \frac{A}{2} u |u|$$

Fuerza de inercia

$$F_I = \rho V C_M \frac{du}{dt}$$

El área expuesta (A) es el diámetro del cilindro multiplicado por la longitud del cilindro ($A= D\times L$) y el volumen desplazado es el área del cilindro multiplicado por la longitud ($V=\frac{\pi D^2}{4}L$). Las fuerzas que vamos a obtener y aplicar a los elementos de la plataforma, son fuerzas por unidad de longitud por lo que en lugar del área expuesta y volúmen desplazado se empleará el diámetro del cilindro y el área de este respectivamente. De esta manera se obtendrá la variación de la fuerza a lo largo del elemento en forma trapezoidal. La expresión de la fórmula queda:

Fuerza de arrastre

$$F_D = C_D \rho \frac{D}{2} u |u| . (\mathrm{lb/ft})$$

Fuerza de inercia

$$F_I = \rho C_M \frac{\pi D^2}{4} \frac{du}{dt}. \quad (\mathrm{lb/ft})$$

Haciendo el análisis para el elemento No. 4 que se ha venido usando como ejemplo tenemos lo siguiente:

Características del elemento:

$$D = 20 \text{ inch} = 1.667 \text{ ft}$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} = \frac{\pi (1.667)^2}{4} = 2.182 \text{ ft}^2 \text{ (Area desplazada)}$$

En el nodo 4:

$$v_N = -2.189 \text{ ft/seg}$$
$$a_N = 0.086 \text{ ft/seg}^2$$
$$C_D = 1.2$$
$$C_M = 1.36$$

En el nodo 2:

$$v_N = 0.82 \text{ ft/seg}$$
$$a_N = 0.0$$
$$C_D = 1.2$$
$$C_M = 1.36$$

Densidad del agua = = 0.0019875 K seg^2/ft^4 = 1.9875 lb seg^2/ft^4

Calculando la fuerza en cada uno de los nodos:

Nodo 4:

$$F_D = C_D \rho \frac{D}{2} u \; |u| = 1.2 \; (1.9875) \; \frac{1.667}{2} \; (-2.189) \; (2.189) = -9.525 \text{ lb/ft}$$

$$F_I = \frac{\pi D^2}{4} \rho \, C_M \frac{du}{dt} = 1.9875 \; (2.182) \; 1.36 \; (0.086) = 0.507 \text{ lb/ft}$$

$$F_4 = F_D + F_I = -9.525 + 0.507 = \underline{-9.018 \text{ lb/ft}}$$

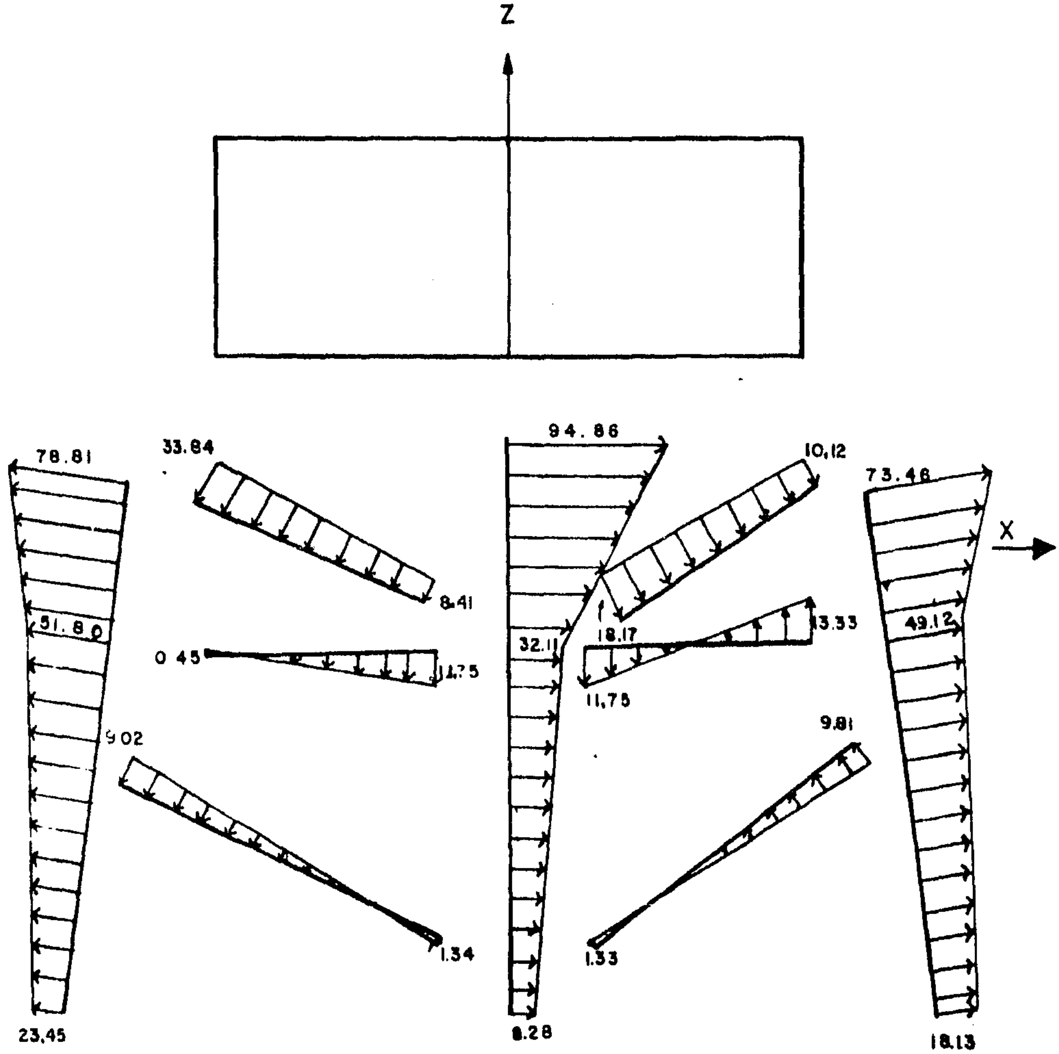
Nodo 2:

$$F_D = 1.2 \; (1.9875) \; \left(\frac{1.667}{2}\right) \; (0.82)(0.82) = 1.337 \text{ lb/ft}$$

$$F_I = 1.9875 \; (2.182) \; (\; 1.36) \; (0.0) = 0.0$$

$F_2 = F_D = 1.337$ lb/ft

De esta manera se ha determinado la fuerza en los elementos, en la figura 4.5 se puede observar la fuerza obtenida para cada uno de los elementos de la plataforma. Como se había dicho esta es distribuida a lo largo del elemento.



FUERZA DE OLEAJE SOBRE LOS ELEMENTOS

DE LA ESTRUCTURA EN ANALISIS [lb/ft]

FIG 45

5. ANALISIS DE LOS EFECTOS QUE CAUSAN LOS PARAMETROS C_D, C_M, h SOBRE LA FUERZA CORTANTE PRODUCIDA POR EL OLEAJE EN LAS PLATAFORMAS MARINAS

5.1 INTRODUCCION

El objetivo de este capítulo es exponer las variaciones que sufren las fuerzas producidas por el oleaje sobre las plataformas, debido a los cambios en los parámetros C_D, C_M, h (tirante de agua).

Para este fin se hará uso de un sistema de programas de computadora destinados para el análisis y diseño de las plataformas marinas. Primeramente se explicará a groso modo como funciona el sistema de programas, los criterios de análisis y datos requeridos.

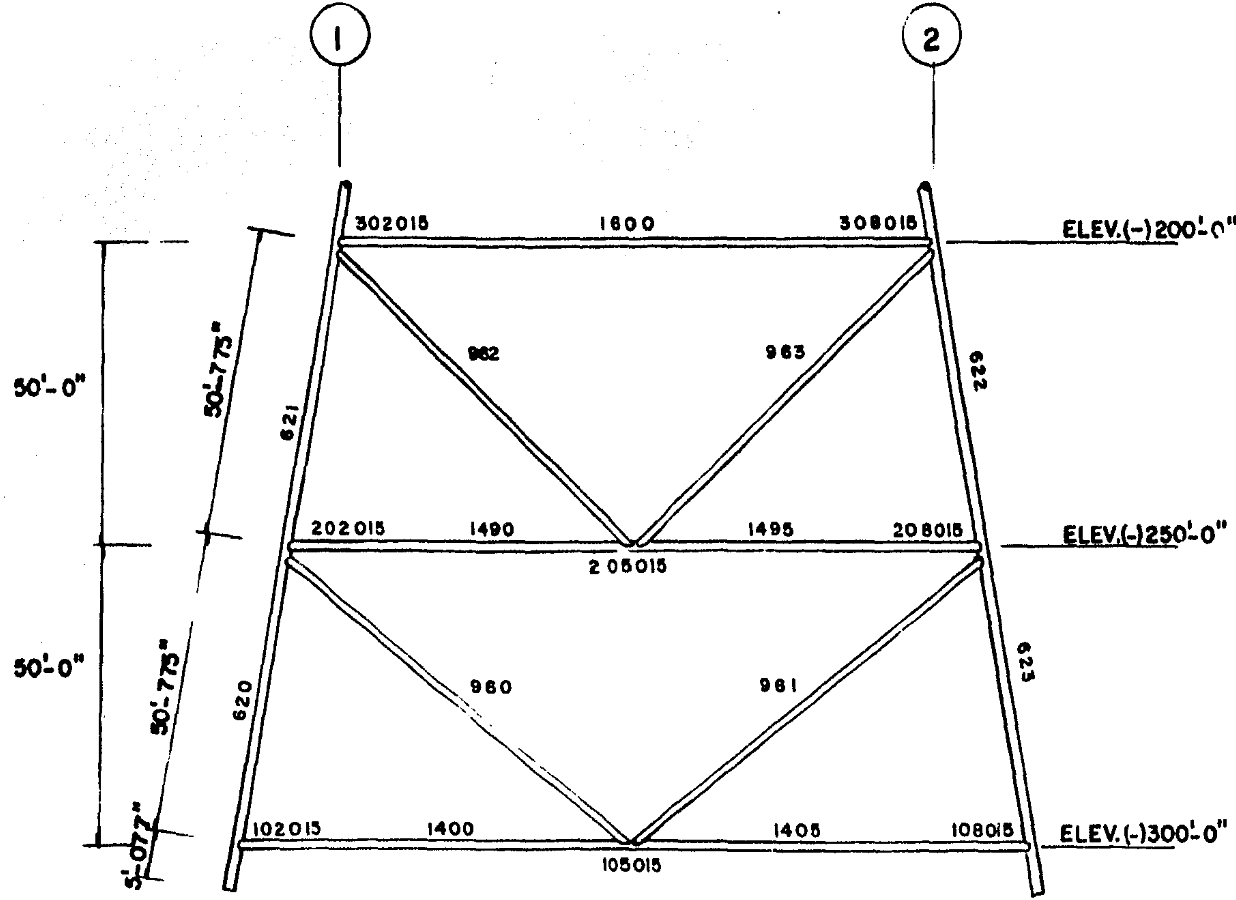
Posteriormente se hará la determinación de las fuerzas de oleaje para tres plataformas de diferente profundidad de agua (h). En cada una de ellas se variarán los valores de los coeficientes de arrastre y de inercia. El análisis se hará tanto para la condición de tormenta como la de operación. Una vez que se obtengan los resultados se darán las conclusiones.

5.2 FUNCIONAMIENTO DEL PROGRAMA, CRITERIOS DE ANALISIS Y DATOS REQUERIDOS

5.2.1 **Introducción.- El sistema de programas destinas al diseño es**tructural de plataformas marinas está formado por varios módulos que resuelven los problemas básicos de la secuela de diseño y que se emplean combinándolos entre sí de diversas maneras hasta completar las distintas fases del proceso. El uso de estos módulos está sujeto a la secuencia de trabajo que se pretende desarrollar. En este tema solo se hará mención de aquellos módulos que se requieran para la determinación de las fuerzas de oleaje.

5.2.2 Información básica.- La primera etapa en el diseño de una plataforma consiste en la integración de la información básica de ésta y en su revisión por medios lógicos y visuales. Al proporcionar los datos al programa para el análisis por computadora se hace una simulación de la estructura lo más cercano posible a la configuración real. La estructuración se introduce al programa definiendo cada uno de los nodos (punto en el cual dos o más miembros se conectan entre sí o con el medio externo), asignandoles un número identificador y un conjunto único de coordenadas (x, y, z) referidas a un sistema de ejes cartecianos globales de la plataforma. Se definen los miembros de la estructura indicando de que nodo a que nodo se encuentran. Se dan las características de cada miembro como son: diámetro, espesor de la pared del tubo y los elementos para diseño. En la fig. 5.1 se puede observar como se acostumbra identificar los nodos y miembros de la plataforma.

Existe un módulo que permite crear de manera automática las coordenadas nodales, a la vez que verifica la colinialidad de los nodos generados por este mismo y de los que se hayan intro



IDENTIFICACION DE NODOS Y ELEMENTOS

EN UNA ELEVACION DE UNA PLATAFORMA

FIGURA 5.1

ducido externamente.
Una vez integrada la información básica de la geometría y cargas de la plataforma, se realiza una rastreo de la misma para detectar los errores más comunes.

Se puede hacer una representación gráfica de los distintos planos de la estructura, que son utilizados por el diseñador para una revisión visual.
Aunque los atracaderos, conductores, defensas contra golpes de barcazas y los protectores de tuberías, no son componentes estructurales necesarios para el análisis de conjunto de la plataforma, el tamaño de sus miembros y sus configuraciones representan una fuente de cargas por oleaje sobre la plataforma que no se puede ignorar. Tales "estructuras anexas" se simulan en los datos de entrada al programa de computadora como partes integrales de la estructura, considerandose expuestas al oleaje en varias direcciones.
El programa calcula las cargas debidas al oleaje sobre dichas "estructuras anexas" y sus reacciones como cargas concentradas aplicadas precisamente en las zonas donde estas se fijan a ellas.

5.2.3 Generación de fuerzas de oleaje. Parte de la información básica es también lo referente a los datos requeridos para la generación de las fuerzas de oleaje, se expondrán a parte de lo anterior para un mejor entendimiento. Los datos que se obtienen de estudios oceonográficos determinados en el sitio de la plataforma son:

- Profundidad del mar en calma (h)
- Altura máxima de la ola (H)
- Período máximo de ola (T)
- Variación de la velocidad de la corriente con respecto a la profundidad (v_c)

Estas características de la ola y mar se obtienen para tres - diferentes condiciones que son:

a) Condición tormenta de diseño de cien años.

La altura máxima de olas con período promedio de recurrencia de 100 años se define como ola de tormenta de diseño de 100 años.

Esta condición de diseño produce el máximo momento de volteo y se considera para revisar las cargas máximas de - tensión y compresión en los pilotes. Esta condición tambien produce las fuerzas cortantes máximas que son usadas para calcular el momento flexionante máximo en el pilote en la cercanía del lecho marino.

b) Condición operación normal

Son las condiciones del mar que permiten mantener la operación normal de la plataforma. Esta condición de diseño simula situaciones de operaciones normales que prevalecen durante la mayor parte de la vida útil de la plataforma.

c) Condición del mar durante la instalación

Son las condiciones del mar que permitan la instalación de la plataforma.

En el análisis y diseño de la plataforma es importante utilizar para determinar las cargas de oleaje aquella posición de la ola que produsca la máxima fuerza lateral sobre la estructura. Esta localización de la ola se le llama posición crítica de la ola. Para la dirección y características de una - ola determinada se varía su posición en intervalos prefijados hasta obtener la ola crítica. Los datos que se introducen al programa para que genere la posición crítica aparte - de los ya mencionados son los siguientes:

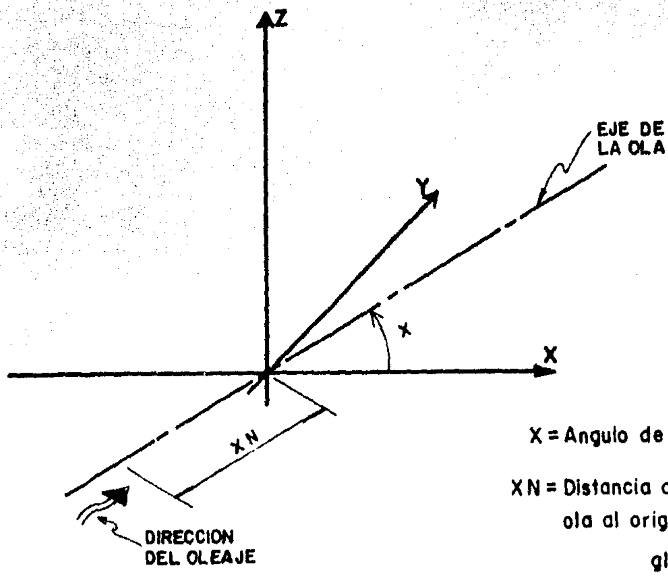
- Distancia de la cresta de la ola al eje Z del sistema global, ver fig. 5.2
- Angulo de ataque de la ola, ese se obtiene de un análisis externo.
- Valor y número de los incrementos en que se debe analizar la ola.
- Valor de los coeficiente C_D y C_M.

El programa utiliza la fórmula de Morison para obtener las - cargas de oleaje. Para generar las velocidades y aceleraciones de las partículas de agua tiene la opción de emplear varias teorías de las tratadas en el capítulo 2. La que generalmente se emplea es la fórmula de Stokes de quinto orden. Con respecto a los coeficientes de arrastre e inercia se puede introducir cualquier valor de estos.

5.3 FUERZAS DE OLEAJE SOBRE PLATAFORMAS MARINAS VARIANDO C_D, C_M y h.

5.3.1 Introducción.- Como se comentó en el capítulo No. 3 existen muchas discusiones para elegir los valores de los coeficientes C_D y C_M. Es por eso que en este capítulo se realiza un análisis con plataformas marinas a diferente profundidad y variando los coeficientes, con la finalidad de visualizar los - cambios que sufre el cortante total en las plataformas.

Primeramente se expondran las características del mar y las - estructuras y posteriormente se darán los resultados y conclusiones.



X = Angulo de ataque de la ola

XN = Distancia de la cresta de la ola al origen del sistema global

FIGURA No. 5.2

5.3.2 Condiciones del mar y características de las estructuras.- Solo se empleará para el análisis la subestructura (Jacket) de la plataforma. Utilizaremos 3 Jacket similares variando en su profundidad de agua (h), estos se componen de 4 piernas, la inclinación de las cuatro será en dos direcciones - 1:8 cada una, resultando una inclinación real de 1:5.65.

Las piernas de la subestructura se arriostran en varios niveles por ejemplo para la plataforma h=200 ft son cinco. -- (ver fig. 5.3)

Las profundidades de las plataformas son:

a) h_1= 100 ft
b) h_2= 200 ft
c) h_3= 300 ft

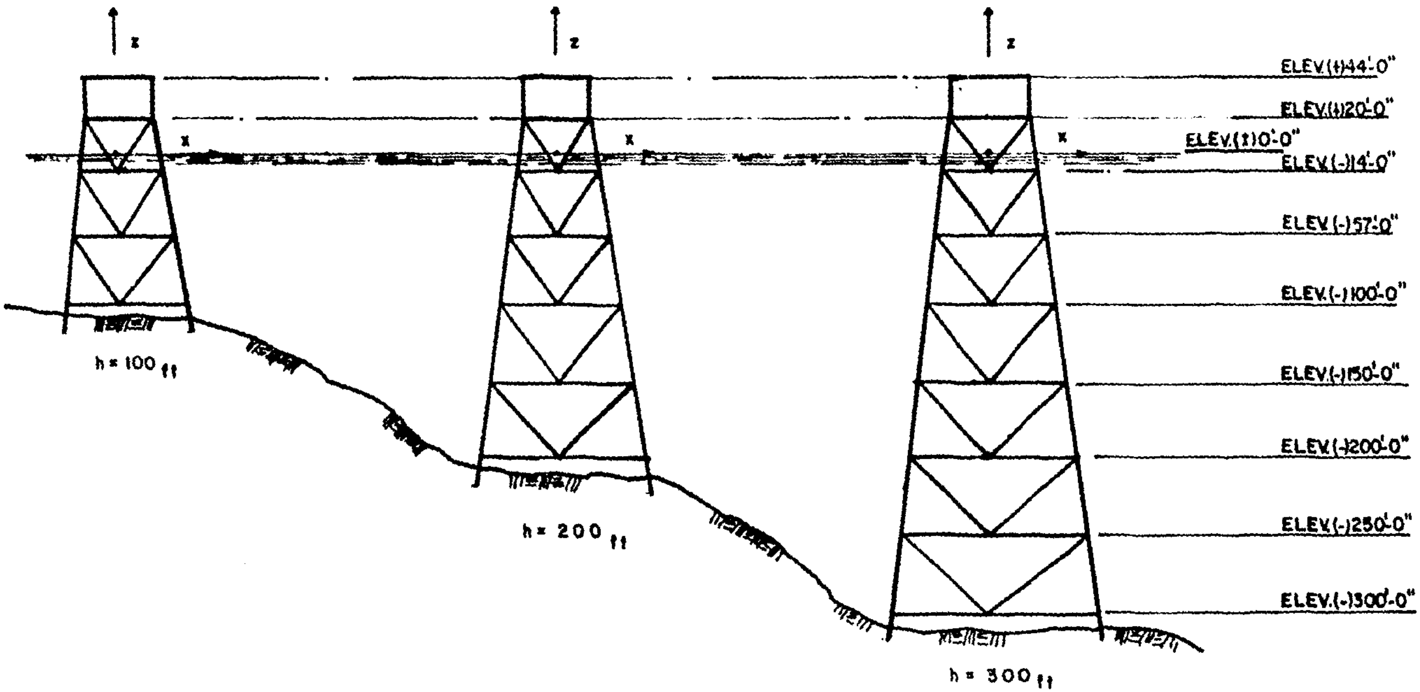
Las cargas ambientales que se consideran para el análisis dependen de la localización de la estructura. Para nuestro fin se emplearán condiciones iguales para las tres, exceptuando - el C_D, C_M y h.

Se analizarán tanto para la condición de tormento como la de operación.

La profundidad del mar que se toma para efectos de análisis - es la de marea baja media del mar.

a) Tormenta de diseño de 100 años:

Altura de ola ------------- 55.5 ft
Período de ola------------- 16.0 seg.



ELEVACION ESQUEMATICA DE LA ESTRUCTURA EN ESTUDIO

FIG. 5.3

Variación de la corriente con la profundidad:

Profundidad (%)	Velocidad (ft/seg.)
0	3.1
10	2.9
20	2.6
30	2.4
40	2.2
50	2.0
60	1.8
70	1.6
80	1.4
90	1.1
100	0.4

b) Condición de operación

Altura de ola ------24 ft.
Período de ola------9 seg.

Variación de la corriente con la profundidad:

Profundidad (%)	Velocidad (ft/seg.)
0	2.0
10	1.86
20	1.72
30	1.58
40	1.44
50	1.32
60	1.18

Profundidad (%)	Velocidad (ft/seg.)
70	1.04
80	0.90
90	0.68
100	0.28

Las diferentes condiciones en que se analizará cada una de -- las estructuras son:

a) Con el C_D=0.6 y el C_M variando en función del diámetro -- (ver cap. 3)

b) El coeficiente C_M=1.36 y el C_D variando en función del No. de reynolds.

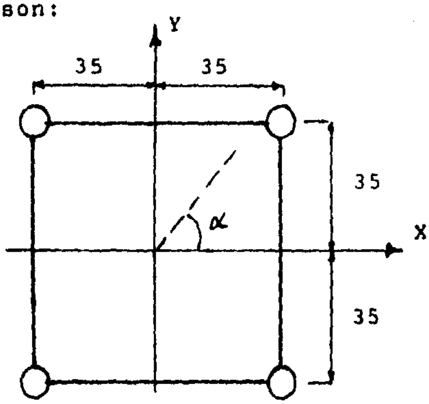
De esta manera se realizarán 4 análisis para cada Jacket osea 2 para tormenta y 2 para operación. Teniendo de esta manera 12 análisis diferentes.

El ángulo de ataque de la ola que causa los efectos más desfavorables se determina tomando en cuenta la menor estabilidad de la estructura vista sobre el plano x, y.

En las subestructuras más comunmente usadas en las plataformas marinas, este ángulo se presenta alrededor de 45°.

Se acostumbra utilizar una fórmula basada en un análisis de -máximos y mínimos del momento de inercia más crítico de la -subestructura en el plano x, y.

Tomando como ejemplo la plataforma h= 100 ft cuyas dimensiones en lecho marino son:



Fórmula

$$\tan \alpha = \left(\frac{y}{x}\right)_{max} \left(\frac{\Sigma x^2}{\Sigma y^2}\right)$$

$$\Sigma x^2 = 4\ (35)^2 = 4900.00$$

$$\Sigma y^2 = 4\ (35)^2 = 4900.00$$

$$y_{max} = 35$$

$$x_{max} = 35$$

$$\tan \alpha = \left(\frac{35}{35}\right) \left(\frac{4900}{4900}\right) = 1$$

Por lo que:

$$\alpha = 45^{o}$$

Que es el valor que se empleó.

La posición de la ola que se utilizó para el análisis se obtuvo de un rastreo de olas, realizado para la plataforma de -- h = 100 ft. El valor encontrado fue de -20.0 ft. Por lo que la cresta de la ola se situó 20ft antes del origen de la plataforma. El mismo valor se empleó para las otras plataformas.

La fuerza cortante total es la suma de todas las fuerzas de oleaje calculadas para cada miembro de la estructura en dirección horizontal. Esta es la fuerza que utilizaremos como comparación.

Los resultados obtenidos se muestran en la tabla 5.1

5.4 CONCLUSIONES

La fuerza cortante total es mayor al calcularla con el coeficiente C_D en función del No. de Reynolds que cuando se utiliza el $C_D = 0.6$ y C_M variable. Esta variación se incrementa mas mientras aumenta la profundidad del mar. En la condición de operación el porcentaje de variación es mayor que en el de tormenta, así tenemos:

Profundidad (ft)	Porcentaje del incremento de la fuerza cortante calculada con C_D en función del número de Rey-- nolds y $C_M = 1.36$.	
	Condición Tormenta	Condición Operación
$h_1 = 100$	28 %	33 %
$h_2 = 200$	32 %	39 %
$h_3 = 300$	34 %	42 %

Como se había comentado en el capítulo 3 la determinación de los coeficientes C_D y C_M se encuentra todavía confusa y la importancia de estos, como se pudo observar, es reelevante en - la determinación de las fuerzas de oleaje sobre las plataformas marinas.

h = 100 ft	Condición Tormenta		Condición Operación	
	C_D = 0.6 C_M = Var.	C_D = Var. C_M = 1.36	C_D = 0.6 C_M = Var.	C_D = Var. C_M = 1.36
Altura de ola (ft)	55.5	55.5	24.0	24.0
Período (seg)	16.0	16.0	9.0	9.0
Longitud de ola (ft)	925.0	925.0	390.0	390.0
Velocidad de la corriente ft/seg	3.1	3.1	2.0	2.0
Cortante total (Kips)	1146.0	1470.0	137.0	182.0
h = 200 ft				
Altura de ola (ft)	55.5	55.5	24.0	24.0
Período (seg)	16.0	16.0	9.0	9.0
Longitud de ola (ft)	1103.0	1103.0	414.0	414.0
V_c (ft/seg)	3.1	3.1	2.0	2.0
Cortante total (Kips)	858.0	1131.0	137.0	190.0

TABLA 5.1 (continua)

<u>h = 300 ft</u>	Condición Tormenta		Condición Operación	
	C_D = 0.6 C_M = Var.	C_D = Var. C_M = 1.36	C_D = 0.6 C_M = Var.	C_D = Var. C_M = 1.36
Altura de ola (ft)	55.5	55.5	24.0	24.0
Período (seg)	16.0	16.0	9.0	9.0
Longitud de ola (ft)	1214	1214	415	415
Velocidad de la corriente ft/seg	3.1	3.1	2.0	2.0
Cortante total (Kips)	822	1102	145	206

Se observa que la fuerza cortante total va disminuyendo mientras la profundidad del agua va aumentando, no obstante que el oleaje actua sobre un número mayor de elementos.

Profundidad (ft)	Cortante total sobre el Jacket (kips) C_D = variable, C_M = 1.36	
	Condición Tormenta	Condición Operación
h_1= 100	1470	182
h_2= 200	1131	190
h_3= 300	1102	206

En operación normal el cortante casi se conserva constante con la variación de la profundidad. Hay que tener en cuenta que las plataformas en estudio son muy similares, variando solo la profundidad.

En la condición tormenta la variación del cortante a la profundidad de la plataforma h_2= 200 con respecto a h_3= 300 es muy pequeña.

6.0 CONCLUSIONES GENERALES

Se expuso la metodología utilizada para el análisis de las fuerzas producidas por el oleaje sobre estructuras marinas, sin profundizar en deducciones matemáticas, simplemente se toman aquellas más relevantes para entender las fórmulas y poderlas aplicar en la obtención de las fuerzas de olas.

Para dar una solución matemática al movimiento de las particulas de agua del mar ante las olas, las diferentes teorías existentes se apoyan en las ecuaciones fundamentales de la hidraúlica. Cada una asume para su resolución hipótesis teóricas y acude a experimentos exhaustivos para describir las olas.

En las características de las hipótesis asumidas se crean rangos de aplicación de cada una de las teorías. Para la formación de estos también se toma en cuenta la facilidad de aplicación y exactitud de estas.

La teoría que más amplio rango de aplicación tiene es la de Airy, ya que con el empleo de esta se obtiene resultados satisfactorios aunque consevadores, y su desarrollo matemático así como su solución y aplicación son sencillos.

El problema de la teoría de Airy es que fue desarrollada para olas de pequeña altura y es inadecuada para las olas de otro tipo. Como se expuso anteriormente Stokes presenta una solución similar a Airy para olas de cualquier altura, en su desarrollo usa series trigonométricas hasta cinco términos. Los coeficientes de estos términos son muy complicados y para un problema numérico los cálculos llegan a ser muy tediosos.

Con el uso de programas de computadora destinados a resolver el análisis y diseño de plataformas marinas se puede emplear la teoría de Stokes sin ninguna dificultad.

La fórmula de Morison es la que se usa para obtener las fuerzas debidas al oleaje. Para aplicarla es necesario conocer la velocidad y aceleración de las partículas de agua, estas se obtienen con el empleo de alguna de las teorías de olas. En la fórmula aparecen dos coeficientes que son el Cd y Cm, los cuales son de gran importancia en los resultados arrogados y la variación del empleo de estos ya sea en función del No. de Reynolds ó del diámetro del cilindro causan valores diferentes en la fórmula, que repercuten en las dimensiones de los elementos que se obtienen en el análisis por oleaje de una estructura marina y por lo tanto en el diseño óptimo de esta. Es por esto que se les debe de dar una gran atención al estudio e investigación de los coeficientes.

La dependencia tecnológica que México tiene del extranjero sobre las plataformas marinas, es de relevancia en nuestra economía y la importancia que actualmente tiene la explotación de petróleo en el mar hacen la necesidad de obtener una técnica propia. Esta se ha venido desarrollando en México con interés, pero es necesario darle más auge.

A P E N D I C E

Funciones hiperbólicas

1) $\text{Cosh } X = \frac{1}{2}\,(e^{x} + e^{-x})$

2) $\text{Senh } X = \frac{1}{2}\,(e^{x} - e^{-x})$

3) $\text{Tanh } X = \frac{\text{Senh } X}{\text{Cosh } X} = \frac{e^{x} - e^{-x}}{e^{x} + e^{-x}}$

4) $\text{Coth } X = \frac{\text{Cosh } X}{\text{Senh } X} = \frac{e^{x} + e^{-x}}{e^{x} - e^{-x}}$

B I B L I O G R A F I A

BORGAM, L.E. "Computation of the ocean-wave forces on inclined cilinders". En Rev. Transactions, American geophtsical union. V.39 No.,5 (oct. 1958). pp. 885-888.

BUSTAMANTE AHUMADA, Roberto. et al. Ingeniería Marítima. 2a. ed. México, temas marítimos 1976. 783 (10) p.

COMPAÑIA A.H. Glenn and Associates. Datos oceanográficos. Junio 1977.

HERREJON DE LA TORRE, Luis. Estructuras marítimas. México, Limusa, 1979. 125p.

HOGBEN, N. et al. "Estimation of fluid loading on offshore structures". En Institute Civil Engineers. Part 2. No. 63. (sept. 1977) Londres pp. 515-562.

KOMAR, Paul D. "Theories of wave motions". En Beach processes and sedimentation. Prentice Hall, 1976. pp 36-69.

LARA Skjelbreia. Fifht order gravity wave theory". En the seventh conference on coastal engineering. Tokio, 1960. pp 184-195

MELI, Roberto "Recomendaciones sobre los coeficientes para el cálculo de las fuerzas de oleaje". En escrito de la compañía Proyectos Marinos. México, 1981. pp 1-3.

SOTELO AVILA, Gilberto. Hidraúlica general. V.1.
México, Limusa, 1976. 547 p.