

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA



28

107

CONCRETO PRESFORZADO

T E S I S

Que para obtener el Título de

I N G E N I E R O C I V I L

P r e s e n t a

HECTOR GERARDO JUAREZ CONSTANTINO

México, D. F.

1984



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO:

CAPITULO I. COMPORTAMIENTO.

11

Introducción 12; Defincición 13; Tipos de Presfuerzo 15; Modalidades del Presfuerzo 16; Materiales 20; Pérdidas de Presfuerzo 25; Pérdida por Contracción Elástica del Concreto 25; Pérdida por Fricción 26; Pérdida debida al Deslizamiento del Anclaje 29; Pérdida por Contracción del Concreto 31; Pérdida por Deformación Plástica del Concreto 32; Pérdida por Relajamiento del Acero 32; Magnitud Total de la Pérdidas 33; Alargamiento de los tendones 34; Ejemplos 35; Comportamiento a la flexión 47; Comportamiento bajo Esfuerzos Combinados 48.

CAPITULO II. DISEÑO.

51

Flexión en Trabes 52; Introducción 52; Reglamentos 52; Estados Límites de Servicio 53; Métodos de Análisis 54; Ejemplos 58; Momento de Agrietamiento 62; Momento de Ruptura 64; Ejemplos 70; Diseño por Esfuerzos Permisibles para Elementos de Concreto Presforzado Simplemente Apoyados Sometidos a Flexión 79; Ejemplos 98; Huso Límite. Huso de Paso 133; Diseño a la Flexión Basado en el Balanceo de la Carga 134; Ejemplo 135; Estado Límite de Falla 139; Diseño por Resistencia Ultima para Elementos de Concreto Presforzado Simplemente Apoyados Sometidos a Flexión 140; Ejemplos 142; Vigas Continuas. Ventajas y Desventajas 151; Análisis de Vigas Continuas 152; Ejemplos 154; Transformación Lineal y Concordancia de los Cables 165; Ejemplos 166; Momento de Agrietamiento 168; Momento de Ruptura 168; Ejemplo 169; Diseño de Vigas de Concreto Presforzado Continuas 173; Ejemplos 176; Cortante en Trabes 188; Introducción 188; Estado Límite de Servicio 188; Estado Límite de Falla 190; Ejemplos 191; Torsión en Estructu-

ras de Concreto Presforzado 196; Diseño por Torsión del Concreto Presforzado 197; Torsión más Cortante 199; Refuerzo en el Alma Máximo y Mínimo - 200; Ejemplo 201; Longitud de Transferencia y Longitud de Desarrollo 205; Diseño de Zonas de Anclaje 206; Ejemplo 209.

CAPITULO III. APLICACION A ESTRUCTURAS. 213

Introducción 214; Edificios de Concreto Presforzado 214; Pilotes de Concreto Presforzado 219; Estructuras Marinas de Concreto Presforzado 221; - Puentes de Concreto Presforzado 225; Tanques de Concreto Presforzado 228; Postes de Concreto Presforzado 229; Durmientes para Ferrocarril de Concreto Presforzado 232.

APENDICE A. DIAGRAMAS ESFUERZOS-DEFORMACION. 232

APENDICE B. CARGAS Y MOMENTOS EQUIVALENTES. 235

BIBLIOGRAFIA. 237

ERRATAS. 238

I. COMPORTAMIENTO.

I.1 INTRODUCCION.

Consideremos una viga prismática de concreto simple, apoyada únicamente en sus extremos y soportando una carga uniformemente repartida hacia abajo como se muestra en la figura 1 a).

Debido al peso propio y a la carga w sobrepuesta, dicha viga se deformará como se ilustra en la figura 1 b) y deberá soportar esfuerzos de compresión en sus fibras superiores y esfuerzos de tensión en sus fibras inferiores. Como el concreto es un material muy débil a la tensión la construcción de esta viga necesita una de las dos soluciones siguientes:

- a) Disponer elementos de acero que sigan la trayectoria de los esfuerzos de tensión con la función principal de resistirlos; este criterio da como origen al concreto reforzado.
- b) Introducir previamente a su funcionamiento en el elemento esfuerzos de compresión que resistan e contrarresten los esfuerzos de tensión provocados por la sobrecarga impuesta. EL CONCRETO PREFORZADO nace de esta idea y es el tema a desarrollar en el presente trabajo.

En el presente trabajo se trata de analizar y comparar los dos tipos de construcción arriba mencionados sino únicamente presentar un panorama amplio y sencillo de lo que es el comportamiento, el diseño y la aplicación del Concreto Preforzado.

Por lo anterior pide su benevolencia en la crítica que hagan sobre el mismo, ya que los errores que presente se deben en parte a la falta de experiencia que pesa en tan interesante e importante tema, misma que no fué obstáculo para abordarlo y desarrollarlo.

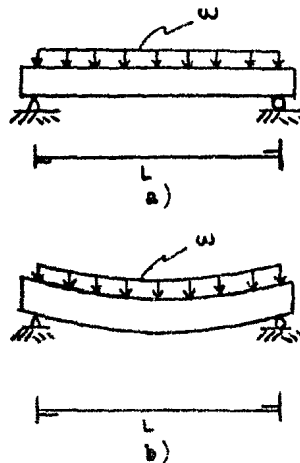


FIGURA 1.

I.2 DEFINICION.

Se respeta en el presente trabajo la definición de Concreto Reforzado — que establece el Comité del Concreto del Institute Americano (A.C.I.), — por considerarla la más adecuada. Esta definición es:

CONCRETO REFORZADO.—Concreto en el cual han sido introducidas esfuerzos internos de tal magnitud y distribución que los esfuerzos resultantes de las cargas externas dadas se equilibran hasta un grado deseado.

El ejemplo siguiente pretende dar una sencilla explicación de la definición dada arriba.

Considérese una viga de sección constante, simplemente apoyada, construida de un material homogéneo y elástico, sometida a una carga uniformemente repartida hacia abajo como se ilustra en la figura 2 a), la carga produce un momento flexionante dado por la ecuación:

$$M = \frac{w}{2} (Lx - x^2)$$

cuyo diagrama se representa en la figura 2 b), con un valor máximo al — centro del claro igual a:

$$M_{\text{máx}} = \frac{\omega L^2}{8}$$

Sea la sección de la viga, rectangular de ancho b y altura h , sus propiedades prismáticas son:

-área	$A = bh$
-momento de inercia respecto al eje x	$I = \frac{bh^3}{12}$
-modulo de sección	$S = \frac{bh^2}{6}$

de acuerdo a la teoría elástica el esfuerzo normal σ en cualquier sección obedece la Ley:

$$\sigma = \frac{M_x}{I} \quad \text{ó} \quad \sigma = \frac{M}{S}$$

con una distribución lineal como se muestra en la figura 3 b) cuyo máximo se encuentra en las fibras extremas y tiene un valor igual a:

$$\sigma_0 = \frac{6M}{bh^2}$$

Los esfuerzos anteriores son el resultado de la acción de las cargas externas dadas; se observa que existen esfuerzos de tensión no deseables en el concreto por su baja resistencia a este tipo de esfuerzos, por lo que se deben eliminar y para ello se introducen esfuerzos de compresión en la sección de la siguiente manera:

Cuando no existan esfuerzos exteriores se perfora la pieza de un extremo a otro longitudinalmente siguiendo el eje centroidal y se aleja en el canal que así se forma elementos de acero que se tensan apoyándose en el mismo concreto (1). - El sistema que así se logra formar esta sujeto únicamente a esfuerzos internos por lo que se conserva en equilibrio. El acero se encuentra a tensión (+) y el concreto a compresión (-).

La fuerza de compresión axial que ejercen los elementos de acero introducidos en el concreto esfuerzos de compresión con una distribución uniforme, en este ejemplo como se de-

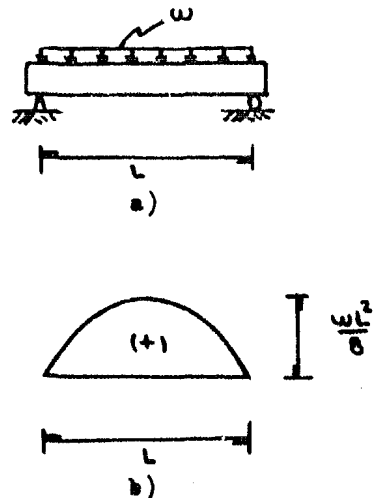


FIGURA 2.

(1) Se verá más adelante que no solo existe este método.

sea eliminar los esfuerzos de tensión se fijará su valor en σ_0 donde originan al diagrama de la figura 3 e). En la etapa de servicio estarán actuando en la viga dos sistemas de cargas: la carga externa (ω) y la carga interna (fuerza de presfuerzo), el diagrama de esfuerzos resultante se muestra en la figura 3 d) que es la superposición de los dos diagramas anteriores y en el cual se ve que han desaparecido los esfuerzos de tensión

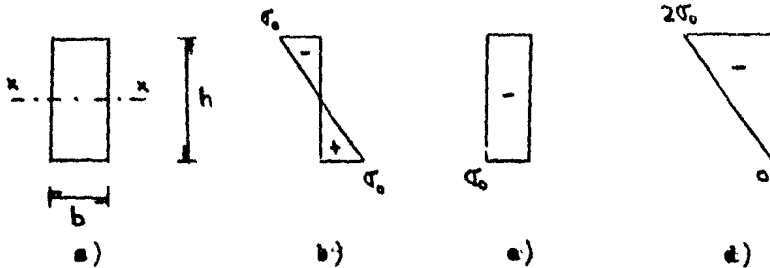


FIGURA 3.

Es lógico que esta solución no es la óptima pero recordemos que solo se pretende aclarar la idea expresada en la definición de Concrete Prestressed dada anteriormente, así como poner de manifiesto que el presfuerzo constituye un medio extraordinariamente potente que está a disposición del ingeniero, para aprovechar la cualidad del concreto (resistencia a compresión) y eliminar su principal defecto que es su muy baja resistencia a los esfuerzos de tensión.

La idea de presfuerzo es ya muy vieja y ha servido en otros materiales diferentes al concreto como son: el acero, la madera, cerámica, tabique, rocas y suelos naturales. Se puede utilizar además para eliminar deformaciones indeseables en estructuras que así lo requieran.

1.3 TIPOS DE PRESFUERZO.

Los esfuerzos interiores que constituyen como ya se vio el presfuerzo de un elemento estructural pueden lograrse mediante los tipos: presfuerzo interno y presfuerzo externo.

El primero normalmente se logra mediante elementos de acero que forman parte integral de los elementos estructurales, se practica en dos modalidades: el pretensado y el postensado que serán tratadas en el siguiente apartado. Este tipo de presfuerzo constituye la parte esencial del presente trabajo por lo que en todo el desarrollo se hará mención a él.

El presfuerzo exterior puede lograrse mediante ganchos o pesas sobrepuestas a la estructura y por no formar parte del presente trabajo solo se dará una idea muy simple de como se logra. Cuando se utilizan ganchos estos se colocan en puntos adecuados en la viga de manera que se produzcan en ella esfuerzos de compresión en las fibras inferiores y esfuerzos de

de tensión en las fibras superiores. Aun cuando se puede lograr lo anterior el problema que surge de pérdida del presfuerzo debida a la contracción y escurrimiento plástico dificulta la construcción de elementos estructurales con este tipo de presfuerzo. Figura 4.

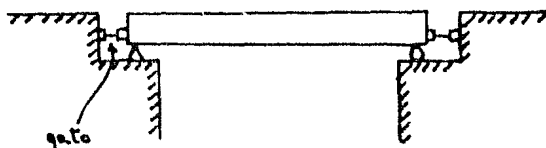


FIGURA 4.

I.4 MODALIDADES DEL PRESFUERZO.

En terminos generales existen dos formas de lograr el presfuerzo mediante elementos de acero: el pretensado y el postensado. En lo que sigue describiremos brevemente en lo que consiste cada una de ellas sin perder de vista que en la practica usual el diseñador no requiere de un conocimiento completo de los detalles de todos los sistemas de presfuerzo, ni aun cuando se trate del sistema que pretenda usar para su trabajo particular. Si el lector desea ampliar su conocimiento sobre el tema puede recurrir a la bibliografía señalada en el final.

SISTEMAS DE PRETENSADO.—Este sistema toma su nombre del hecho de que los elementos de acero se estiran antes de que el concreto se haya vaciado. Basicamente consiste en lo siguiente: los elementos de acero se estiran y se anclan entre dos muros de contención (llamados tambien mentantes, cabezales e muertos de anclaje) anclados estos contra los extremos de una plataforma para esfuerzos, se vacia despues el concreto en los moldes y una vez que este ha alcanzado la resistencia especificada los elementos de acero se separan de los muros y el presfuerzo de los cables es transmitido al concreto por medio de la adherencia entre el acero y el concreto y a travez de anclajes especiales localizados en los extremos de los elementos asi fabricados.

Considerando el como se mantenga el acero en su estado tensionado — existen dos metodos de pretensado: el primero que rara vez se usa y que utiliza el anclaje directo sobre las formas e moldes y el segundo, más usado por su adaptabilidad a la producción en serie y por lo tanto a la prefabricación. Este segundo metodo requiere de instalaciones industriales — que deben contar basicamente con:

a) Plataformas para esfuerzos.—Generalmente son de concreto reforzado de gran longitud para usarse en la producción en serie. Si estan diseñadas adecuadamente pueden servir para dos propósitos adicionales que son, primero para insertar cabezales intermedios y poder tensar alambres mas cortos, segundo permitir el presfuerzo de tendones doblados.

b) Muros de contención.-Estos pueden estar anclados directamente al piso o pueden conectarse mediante la plataforma de presfuerzo y deben estar diseñados para resistir las fuerzas excéntricas generadas por el acero presfuerzado.

c) Equipos de esferzar.-Estos pueden estirar cada cordón individualmente o todos los cordones de manera simultánea. El principal componente del equipo de esferzaje consiste en el gato hidráulico, el cual debe tener una carrera al menos de 122 cm.; para evitar aplicar la fuerza de presfuerzaje al concreto con impacto se hace uso de gatos grandes de carrera corta (15.25 cm.) que permiten saltar gradualmente los cordones.

d) Servicios para el manejo y transporte eficientes.

SISTEMAS DE POSTENSADO.-Los sistemas de postensado son aquellos en que el presfuerzaje de los cables de acero se realiza después de que el concreto se ha vaciado y fraguado, siendo capaz de resistir el presfuerzaje impuesto. El tensado de los cables se realiza actuando sobre el concreto ya fraguado y de resistencia suficiente; para lograr esto se debe colocar en las formas, antes del vaciado, un revestimiento de tipo permanente que siga el perfil deseado de los cables de acero de manera que se formen ductos en el concreto para el paso de los cables. El ensartado de los cables puede hacerse antes o después del colado dependiendo del sistema de tensado que se use. Después del tensado se realiza inmediatamente el anclaje de los cables, posteriormente la práctica usual consiste en inyectar mortero de cemento para llenar el espacio entre el cable y su revestimiento, este se llama inyección de consolidación y mejora el comportamiento del elemento.

A continuación se mencionaran detalles simples de los sistemas más representativos del postensado, ya que como anteriormente se dijo no quiere el total conocimiento de los mismos. Prácticamente todos consisten en los mismos y solo difieren en cuanto a los detalles del anclaje terminal y el tipo de cables empleado. Los anclajes de los cables se basan en la sujeción por fricción o soporte directo. Los tipos de cables que se usan son: el cable de alambres paralelos, las barras de acero de alta resistencia, los cables de cordón unitario y múltiple.

Los sistemas de postensado que se mencionan a continuación son: el Freyssinet, el Stressteel, el Rebling, el B.B.R.V. y el C.C.L. Para mayor información sobre el tema se puede acudir a la bibliografía recomendando que se acuda directamente a las diversas compañías fabricantes para obtener información relacionada con los cambios y mejoras recientes.

Sistema de Freyssinet.- Originalmente se utilizó para cables de alambre en paralelo los cuales se insertan dentro de un revestimiento de metal flexible, tubería rígida o conductos prefabricados y se anclan en cada extremo por medio de un sistema de anclaje Freyssinet especial. Este anclaje consiste de un conjunto simple de conos de concreto, macho y hembra, que actúan a modo de cuña en el anclaje de todos los alambres del cable en forma simultánea evitando el deslizamiento. En el extremo de esferzaje

se inserta el cone macho por medio de un gato ejerciendo una gran fuerza, después de que se ha realizado el presforado de los alambres. Para facilitar los requerimientos del mercado el sistema Freyssinet desarrolló un anclaje para ser usado con cerdos, este consiste de un cono alargado y un tapón ranurado hecho de una aleación de acero forjado de alta resistencia (vease la figura 5). El roscado e enluchado de los cables en el sistema Freyssinet se logra a través del pequeño orificio que se encuentra en los tapones macho.

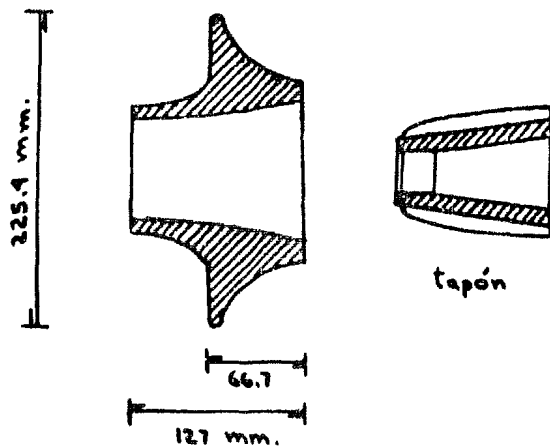


FIGURA 5.

Sistema Stressteel.—Este sistema también es llamado Lee-Ke Call y se usa en el tensado de barras de acero de alta resistencia ya sean totalmente lisas o resacas en sus extremos; los gatos que emplea están provis

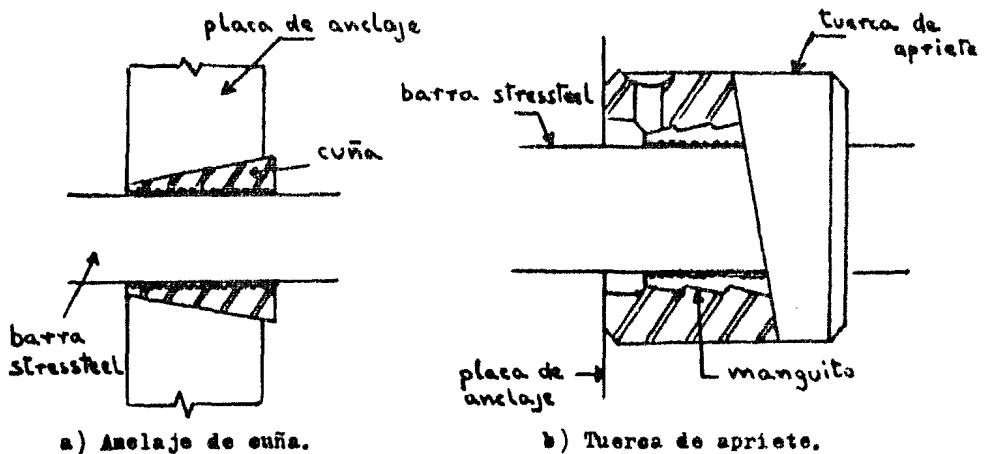


FIGURA 6.

tes de una conexión ajustable para acomodar varillas de diferentes diámetros. Cuando se utilizan barras lisas estas se anclan con una variedad de anclajes de cuña e tuerca de apriete tal como se muestra en la figura 6; cuando las barras tienen resaca se usan tuercas, rondanas y placas de apoyo (figura 7), la resaca es ahusada ó cónica con lo cual se llega a desarrollar el 98% de la resistencia de la varilla.

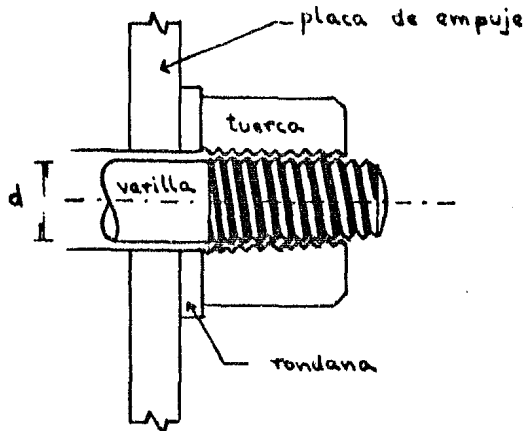


FIGURA 7.

Las varillas pueden o no estar adheridas al concreto. Si no hay adherencia las varillas se pueden meter en una tubería flexible de metal o recubrirse con grasa envueltas con papel grueso; si hay adherencia las varillas se pueden poner antes o después de vaciar el concreto.

Sistema Reobling.— Utiliza cordón galvanizado que se fabrica a máquina. Los gates están equipados con barras resacas para aterciillarlas en el accesorio para tensado del cable el cual forma parte de un tubo de acero forjado dentro del cual los alambres son enterrados con metal fundido (Zinc). Este procedimiento requiere que los cables sean ordenados de acuerdo a la longitud requerida al fabricante.

Sistema B.B.R.V.— Este sistema originalmente desarrollado en Suiza es similar al sistema Proseón, utiliza cables formados por varios alambres que tienen en sus extremos una cabeza semiesférica parecida a la de los remaches, que los sujeta a una arandela que posee un orificio para el inyector de consolidación. El gate, mediante un collar jala de la arandela estirando los cables ligeramente en exceso para poder fijar calzas entre la arandela y la placa de apoyo. Posee diferentes modelos de anclaje de diferentes de la fuerza de presforzado. Una variante de este sistema la constituye el sistema Texas P.I.

Sistema C.C.L. (Cable Covers Limited).— Emplea cables formados por -

una combinación de 7 o 12 cordones, los cuales son anclados mediante una pieza fundida esférica adherida en el concreto y un ceme interior con tres cuñas.

Como se puede observar existe una gran cantidad de sistemas de prefabricado, este hecho y el que puedan desarrollarse más, hace difícil la selección entre ellos, la cual debe hacerse tomando en cuenta: la seguridad, la duración, la facilidad de adaptación al proyecto, la facilidad de la puesta en obra y la economía. Para terminar el prefabricado como el postensado pueden realizarse con tendones anclados en los extremos, tendones adheridos y sin adherir, preesclado, colado in situ, construcción mixta, — por lo cual para cada proyecto en particular será necesaria la evaluación del sistema óptimo a emplear.

I.5 MATERIALES.

Se establecieron las principales propiedades para diseño recomendadas por el Reglamento del American Concrete Institute (A.C.I.) y por la A.A.S.H.T.O., así como algunas recomendaciones respecto a la construcción.

CONCRETO.—Concreto es un material de construcción, no homogéneo, compuesto de materiales inertes, granulares, debidamente gradados que se unen entre sí por la acción del cemento y el agua. Sus propiedades son:

a) Resistencia a compresión.— Para el prefabricado se requiere de una resistencia alta, generalmente alrededor de los 350 Kg/cm². Entre las principales razones para ello están: minimizar el costo de los anclajes, lograr mayor resistencia al corte, a la tensión, a la adherencia y a el empuje, mayor módulo de elasticidad, menor contracción y menor deformación plástica.

b) Peso volumétrico.— El del concreto convencional se halla entre los límites de 2240 a 2560 Kg/m³. tomándose para diseño los siguientes valores:

2320 Kg/m³. para concreto de peso normal
 1920 Kg/m³. para concreto con arena ligera
 1600 Kg/m³. para concreto ligero.

c) Módulo de ruptura.— Los reglamentos mencionados establecen para su determinación las siguientes expresiones:

A.C.I.

$f_r = 1.989 \sqrt{f_c}$ para concreto normal
 $f_r = 1.691 \sqrt{f_c}$ para concreto con arena ligera
 $f_r = 1.492 \sqrt{f_c}$ para concreto ligero

A.A.S.H.T.O.

$f_r = 1.989 \sqrt{f_c}$ para concreto normal
 $f_r = 1.671 \sqrt{f_c}$ para concreto con arena ligera
 $f_r = 1.459 \sqrt{f_c}$ para concreto ligero

en ambos casos f_c está en Kg/cm².

d) Módulo de Elasticidad.— Ambos reglamentos recomiendan las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned}
 E_c &= 15253 \sqrt{f'_c} && \text{para concreto normal} \\
 E_c &= 11484 \sqrt{f'_c} && \text{para concreto con arena ligera.} \\
 E_c &= 8736 \sqrt{f'_c} && \text{para concreto ligero}
 \end{aligned}$$

en este caso tambien f'_c esta en Kg/cm². Además es bueno el citar que valores más exactos se obtienen con la siguiente fórmula propuesta por Jensen:

$$E_c = \frac{6 \times 10^6}{1 + \left(\frac{2000}{f'_c}\right)} \quad f'_c \text{ en Kg/cm}^2.$$

En el concreto presfuerzado es tambien importante el conocimiento de las deformaciones ya que estas pueden producir pérdidas importantes del presfuerzo le que hay que tener siempre presente en el diseño. Se clasifican en cuatro tipos: deformaciones elásticas, deformaciones laterales, deformaciones plásticas y deformaciones por contracción.

El término deformación elástica es un poco ambiguo pero puede emplearse si se considera unicamente la parte baja de la curva esfuerzo-deformación, eliminando además las deformaciones plásticas. Es así como se determina el módulo de elasticidad.

Las deformaciones laterales se calculan con la relación de Poisson - la que varia de 0.15 a 0.22 promediando en 0.17 aproximadamente. Este tipo de deformaciones puede ayudar a evitar las pérdidas de presfuerzo en el presfuerzado biaxial.

Deformaciones plásticas.- La plasticidad en el concreto se define como una deformación dependiente del tiempo que resulta de la presencia de un esfuerzo. De las intensas investigaciones realizadas en los E.E.U.U. - se puede afirmar groceramente que la plasticidad en el concreto bajo esfuerzos bajos se presenta en promedio, el 25% en las dos primeras semanas, el 55% en los tres primeros meses, el 75% en el primer año y el 100% a lo largo de la vida de la estructura; que el escurrimiento plástico aumenta con una proporción agua-cemento alta y con una proporción agregado-cemento baja; que el escurrimiento plástico es mayor para cemento Portland tipo IV que para el tipo I; que la cantidad total de deformación plástica varia de 1 a 5 veces la deformación instantánea; que el escurrimiento plástico disminuye cuanto mayor es el tiempo al momento de transmitir el presfuerzo. De los ensayos tambien se obtuvo que la plasticidad se recupera más lentamente que en la que se presenta el escurrimiento plástico. Existen dos maneras de considerar el coeficiente de plasticidad (C_c) en Europa se tiene:

$$C_c = \frac{\delta_t}{\delta_i} = \frac{\text{deformación instantánea + plástica}}{\text{deformación instantánea}}$$

este coeficiente tambien se toma como:

$$C_c = \frac{\delta_p}{\delta_i} = \frac{\text{deformación plástica}}{\text{deformación instantánea}}$$

Debido a la variación que se tiene al usar una u otra ecuación debe tenerse mucha cuidado en saber el significado que se va a emplear del Coeficiente de Plásticidad.

Deformación por contracción.- Es la contracción del concreto debida al secado y a cambios químicos que dependen del tiempo y de las condiciones de humedad pero no de los esfuerzos. Por lo menos una porción de ella puede recuperarse restaurando el agua perdida por el concreto. En diseño se usa un valor promedio de la deformación por contracción de 0.0002 hasta 0.0004 para las mezclas usuales.

Respecto al aspecto constructivo se puede apuntar lo siguiente:

Agregados.- En la mayoría de los casos el tamaño máximo óptimo es de 1.9 cm. (3/4 de pulgada). Los agregados gruesos no deben contener vetas de arcilla, en ambientes de agua salada deben ser suaves y no ser sensibles a los sulfatos, no deben reaccionar con las sustancias alcalinas del cemento. Los agregados finos pueden ser de mayor tamaño que para el concreto de peso normal, no deben contener sal y su temperatura se debe adecuar a la mezcla.

Cemento.- Este material se escoge en base a su alta resistencia rápida, contracción mínima, durabilidad, economía, evitando el fraguado demasiado rápido. El tipo I (estandar) es adecuado para la mayoría de los edificios. El tipo II (contiene moderadamente bajo de sustancias alcalinas) es preferible para ambientes costeros y marinos. Se han desarrollado cementos tipo II modificados especialmente para ser usados en la industria del prefruerzo.

Agua.- No debe contener impurezas que modifiquen en más del 25% el tiempo de fraguado, ni en más del 5% la resistencia a los 14 días. Debe contener menos de 650 partes por millón de iones de cloruro y menos de 1300 partes por millón de iones de sulfato. No debe contener aceites.

Aditivos.- No deben contener cloruros y deben manejarse con cuidado los inclusiones de aire.

Almacenamiento de agregados y cemento.- De preferencia deben almacenarse en silos y servirlos nuevamente antes de ser usados. Deben ser resguardados del sol mediante una cubierta de lamina galvanizada o aluminio. El cemento debe ser protegido contra la humedad.

Cálculo de proporciones, mezclado y transporte.- El cálculo de proporciones debe de ser exacto y controlado automáticamente. El mezclado debe de ser completo con un tiempo adecuado para mejorar su uniformidad, su consistencia e impermeabilidad. Entre los procedimientos de transporte se encuentran por ejemplo las mezcladoras montadas sobre un camión, también se pueden transportar en camiones e vagones teniendo precauciones para evitar la segregación.

Colocación y Consolidación.- A causa de que se utilizan mezclas secas es necesario la vibración interna e externa. Al colocarse en la cimbra el concreto de bajo revenimiento e sin revenimiento debe hacerse del lado de avance del colado. A continuación se dan algunos consejos para reducir la presencia de huecos e bolsas de aire atrapado, en las mezclas secas:

- a) Usar aceite adecuado en las superficies de la cimbra para evitar la capilaridad.
- b) Usar vibrado interno completo, posteriormente al finalizar este realizar el vibrado externo.
- c) Utilizar un aditivo que evite el escurrimiento y mejore la manejabilidad.
- d) Picar el concreto a lo largo de los lados de la cimbra, en los puntos accesibles de ella después del vibrado.
- e) La mejor calidad de las mezclas se obtiene si su temperatura al colocarse es cercana a los 16 C.

Curado.— Este se puede lograr recubriendo la superficie con niebla de vapor de agua (superficies grandes y planas), cubriéndole con yute o polietileno, cubriendo la superficie o inyectando vapor de agua a baja temperatura y baja presión (este mejora la calidad de los productos de concreto). Para el curado con vapor el ciclo óptimo generalmente aceptable es:

- a) Un período de demora de tres a cuatro horas, hasta que el concreto llegue a su fraguado inicial; durante este período el concreto se debe proteger para evitar su secado.
- b) Un período de calentamiento con una elevación de 22 a 33°C por hora, hasta una temperatura de 63 a 70°C.
- c) Un período de vaporizado de seis horas, de 63 a 70°C.
- d) Un período de enfriamiento (con el concreto todavía cubierto).
- e) Un período de exposición a la intemperie (eliminando las cubiertas para la vaporización).

ACERO.— En el presfuerzo, el acero universal empleado es el acero de alta resistencia, el cual toma una de las tres formas siguientes: alambres, cables e varillas (alambres para el pretensado, cables y varillas para el postensado. Últimamente debido a sus características de adherencia los cables están reemplazando a los alambres en el pretensado).

El alambre de acero estirado en frío se fabrica en diámetros hasta de 7 mm. y tiene resistencias que varían de 17000 a 21000 Kg/cm². con módulos de elasticidad de 2000000 a 2100000 Kg/cm².

Los cables se obtienen del entrelazado de varios alambres, su capacidad es apreciable, su adherencia es excelente pero su módulo de elasticidad se reduce de un 5 a un 10%.

Las varillas de acero tienen una resistencia que varía de 10000 a 12000 Kg/cm². y pueden ser lisas o corrugadas.

A continuación se dan algunas propiedades mecánicas del acero de presfuerzo; se recomienda que en cada caso estas se determinen mediante ensayos.

- a) Resistencia última.

$$f_{pu} = 17600 \text{ Kg/cm}^2. (250 \text{ K}) \text{ y } 19000 \text{ Kg/cm}^2. (270 \text{ K})$$

b) Resistencia a la fluencia:

$$f_{py} = 15100 \text{ Kg/cm}^2. \quad (250 \text{ K}) \text{ y } 16200 \text{ Kg/cm}^2. \quad (270 \text{ K})$$

c) Módulo de elasticidad.- El Reglamento del A.C.I. recomienda un valor de $E_s = 2040000 \text{ Kg/cm}^2$, para varillas de acero de refuerzo y para el preforzado los valores que se determinan mediante pruebas que proporciona el fabricante. El profesor de Ingeniería Civil T.Y. Lin usa comúnmente los siguientes valores para el preforzado:

$E_s = 2040000 \text{ Kg/cm}^2$. para alambres y varillas.

$E_s = 1970000 \text{ Kg/cm}^2$. para cables de 7 alambres de 19000 Kg/cm².

$E_s = 1900000 \text{ Kg/cm}^2$. para cables de 7 alambres de 18000 Kg/cm².

$E_s = 1760000 \text{ Kg/cm}^2$. para cable grande.

d) Propiedades del acero no preforzado.

Resistencia mínima especificada a la fluencia:

$$f_y = 2800, 3500, 4200 \text{ Kg/cm}^2.$$

Módulo de elasticidad:

$$E_s = 2040000 \text{ Kg/cm}^2.$$

Es esencial que los elementos de acero se protejan contra la corrosión pues esta puede afectar su ductilidad, reducir su sección transversal con lo que se reduce el prefuerzo y por lo tanto su resistencia máxima y su resistencia a la fatiga.

DUCTOS.- Son los conductos a través de los cuales pasan los tendones postensados (pueden ser un hueco formado o un conducto de cualquier material). La mayor parte están hechos de acero y pueden ser flexibles o rígidos, estos últimos son más caros pero ofrecen mayores ventajas como lo son: que requieren menos amarres, tienen un factor de fricción menor y son impermeables. Se acostumbra en ambos casos (flexibles o rígidos) recubrirlos mediante el galvanizado contra la corrosión, también se usa el recubrimiento de plomo con el mismo objetivo. Se han usado ductos de plástico pero al igual que los huecos formados mediante ductos e cimbras removibles presentan muchas desventajas.

APOYES.- Se debe tener en cuenta en el diseño que el concreto preforzado requiera teniendo deformaciones lineales y angulares de per vida - por lo que sus apoyos deben permitir desplazamientos y al mismo tiempo deben proporcionar un soporte vertical adecuado. Los materiales que se usan son el acero, el plomo, el neopreno y el teflón. El primero tiende a abstruirse por la corrosión, el segundo tiene deformaciones plásticas no deseables, el tercero es el material más ampliamente utilizado y se encuentra en el mercado con la dureza adecuada y en varias espesores, por último el teflón se está usando más cada vez porque proporciona una superficie casi sin fricción, dura y durable.

1.6 PERDIDAS DE PRESFUERZO.

Las primeras aplicaciones del presfuerzo a estructuras tuvieron su falla por la ignorancia que se tenía en ese entonces referente a la existencia de fenómenos que hacían que la fuerza de presfuerzo disminuyera y por consiguiente los esfuerzos en el concreto aumentaban hasta su falla. En la actualidad y debido principalmente a las investigaciones realizadas por E. Freyssinet se tiene un conocimiento casi completo de las fuentes de tales pérdidas, con lo que se ha llegado a un empleo seguro del concreto presfuerzado.

En general se llama pérdida del presfuerzo a cualquier diferencia entre la fuerza de presfuerzo inicial y la fuerza que ejercen en un punto los elementos de acero en un momento dado. Las pérdidas pueden originarse instantáneamente o después de un tiempo prolongado. En la intención presentar en este punto las fuentes de pérdida de presfuerzo, así como ejemplos resueltos que ilustran el cálculo de su magnitud. Se diferenciarán las pérdidas instantáneas de las de a largo plazo (diferidas).

SON PERDIDAS INSTANTANEAS:

1.6.1 PERDIDA POR CONTRACCION ELASTICA DEL CONCRETO.

Considerese primero el concreto pretensado, en el cual, los elementos de acero se curvan y el presfuerzo se transfiere al concreto, el miembro de concreto se acorta lo mismo que el acero y de este acortamiento se origina una pérdida de presfuerzo en el acero. Debe recordarse que debido a que los elementos de acero pueden colocarse en el miembro con una cierta excentricidad el presfuerzo tiene dos efectos que son: el efecto axial y el efecto flexionante. Debido a la flexión del miembro no existe pérdida porque cualquier cambio de curvatura origina únicamente un cambio de esfuerzo local (en una sección). La pérdida por efecto axial se puede calcular con la fórmula que se deduce a continuación.

-acortamiento unitario en el concreto.	$\delta_c = \frac{f_c}{E_c}$	1
-se sabe que	$f_c = \frac{F_p}{A_c}$	2

por lo que sustituyendo la ecuación 2 en la ecuación 1

$$\delta = \frac{F_p}{A_c E_c} \quad 3$$

como el acortamiento en el concreto dado por 3 es el mismo que sufre el acero, la pérdida de presfuerzo en este es:

$$\Delta f_s = E_s \delta = \frac{E_s F_p}{A_c E_c} \quad \text{sustituyendo } \eta = \frac{E_s}{E_c} \quad 4$$

se tiene finalmente la ecuación:

$$\Delta f_s = \frac{n F_0}{A_c} \quad I$$

en donde:

- Δf_s pérdida de presfuerza por acortamiento elástico.
 n relación de módulos E_s/E_c .
 A_c área neta del concreto (en la práctica se usa el área gruesa de la sección).
 F_0 fuerza de presfuerza inmediatamente después del presfuerzo (en la práctica se usa la fuerza de presfuerzo inicial).

Esta ecuación corresponde a una solución aproximada; una mejor aproximación de la magnitud real de la pérdida se logra mediante el empleo de la teoría de la sección transformada con la cual mediante un procedimiento análogo se llega a la expresión:

$$\Delta f_s = \frac{n F_0}{A_c + n A_s} \quad I'$$

Para el concreto postensado el problema es un poco diferente porque en él el tensado de los elementos de acero puede lograrse de uno en uno — en forma sucesiva lo que ocasiona pérdidas diferentes en ellos, el tendón que se tensa primero tendrá la máxima pérdida y el que se tensa al último tendrá una pérdida nula ya que al tensar un elemento el gato se apoya contra el concreto y al cofuarse se mide una vez que se ha realizado la contracción de éste. En este caso se emplea la ecuación I para obtener la pérdida en cada cable, siendo F_0 la fuerza que falta por aplicar, es decir, la suma de las fuerzas de los cables por tensar. En este tipo de elementos puede influir la pérdida por contracción debida a la flexión, pero esta sólo se presenta en elementos sin adherencia o antes de la lechada durante el postensado; para su cálculo se usa la fórmula usual de flexión elástica como se verá en los ejemplos 3 y 4.

I.6.2 PERDIDA POR FRICCIÓN.

El tensado de los elementos de acero implica su alargamiento, es decir, el movimiento relativo de ellos respecto a su material de recubrimiento o concreto circunvecino, este aumento a la fuerza de contacto entre acero y concreto hace que se genere una fuerza de fricción que se opone a dicho deslizamiento y por lo tanto produce una pérdida en el presfuerzo.

Los esfuerzos normales que causan esta pérdida son proporcionales a la curvatura del cable y a la fuerza de tensión en el cable. Existe una pérdida de fricción en el gato y en los anclajes pero es más importante la pérdida entre el tendón y su material circundante. Esta pérdida puede considerarse en dos partes que son: la debida a la curvatura primaria del cable y la debida a la curvatura secundaria del mismo. Por curvatura primaria entendiéndose la curvatura prevista de los tendones (variación de la —

excentricidad del cable), su efecto se conoce como efecto de curvatura. Por curvaturas secundarias entendiéndose las pequeñas desviaciones verticales y horizontales del cable respecto de la trayectoria teóricamente recta, este efecto se conoce como efecto oscilante.

El efecto de curvatura depende del coeficiente de fricción entre los materiales en contacto y de la presión ejercida por el tendón en el concreto; el efecto oscilante o de longitud depende además de la longitud, de la manufactura y método empleado para alinear y obtener el ducto. El coeficiente de fricción depende de la torsura y naturaleza de las superficies en contacto, de la cantidad y naturaleza de los lubricantes, de que existan o no cables tensados que provequen presión en los cables por torser, del tipo de acero empleado, de el efecto del vibrado que afecta la rectitud de los ductos, de las envolturas metálicas dobladas que puedan estropearse, de el movimiento desigual de los separadores debido al alargamiento de los alambres.

A continuación se da la deducción de la ecuación que permite calcular las pérdidas por fricción, su aplicación se hará al final de este apartado en los ejemplos.

La figura 8 muestra una porción infinitesimal de cable de longitud ds sometido en sus extremos a las fuerzas F y $F + dF$, el ángulo de inflexión en dicha longitud es $d\theta$, con lo cual la curvatura principal es $d\theta/ds$, y los esfuerzos normales que se originan son de una magnitud igual a $f = F d\theta/ds$.

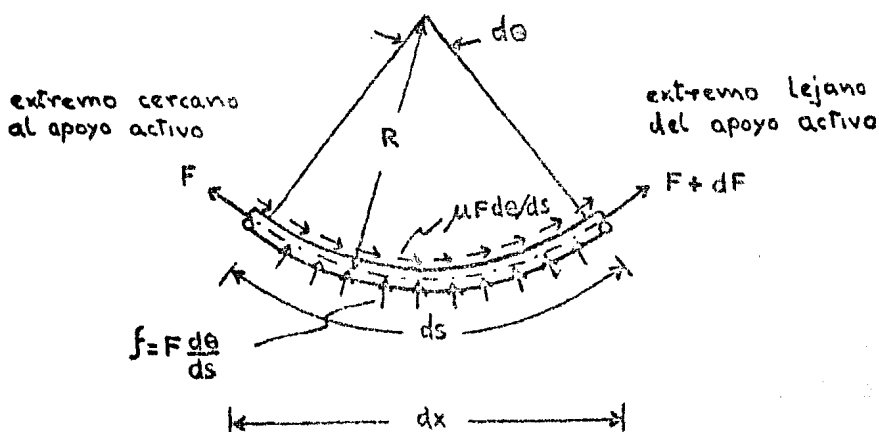


FIGURA 8.

Si μ es el coeficiente de fricción de las superficies en contacto, el esfuerzo de fricción que se genera es μf . Los esfuerzos de fricción

adicionales e parasitas son producto del efecto de oscilación.-
 Si K , el coeficiente de oscilación, se define como el esfuerzo de fricción per unidad de fuerza de tensión en el cable y — per unidad de longitud, entonces el producto KF es el esfuerzo de fricción per unidad de longitud producto del efecto de oscilación. Estableciendo el equilibrio del elemento infinitesimal se tiene que:

$$F + dF + \mu f ds + KF ds - F = 0 \quad 5$$

de $f = F \frac{d\theta}{ds}$ se tiene $f ds = F d\theta$ y sustituyendo en 5

$$F + dF + \mu F d\theta + KF ds - F = 0 \quad 6$$

sumando términos semejantes y dividiendo entre F y separando miembros

$$\frac{dF}{F} = -\mu d\theta - K ds \quad 7$$

integrando en ambos miembros de la ecuación

$$\int_{F_0}^{F_x} \frac{dF}{F} = \int_0^{\alpha} -\mu d\theta + \int_0^s -K ds \quad 8$$

9

sacando antilogaritmos se tiene

$$\ln \frac{F_x}{F_0} = -\mu \alpha - Ks \quad 10$$

de donde

$$F_x = F_0 e^{-\mu \alpha - Ks} \quad II$$

esta es la fórmula que nos permite obtener el valor de la fuerza de presfuerzo reducida per efecto de la fricción, en ella:

- F_0 fuerza de tensión en el cable en el extremo de acción del gate.
- F_x fuerza de tensión en el cable en una sección a la distancia x del extremo de acción del gate.
- α ángulo total de inflexión del cable entre la sección del extremo del gate y la sección considerada.
- S longitud del cable entre el extremo de la viga y la sección considerada.

Los valores de μ y K aparecen en los folletos propios de cada sistema de presfuerzo, usualmente oscilan en la siguiente forma:

	K	μ
Cables de alambre	0.0016-0.0096	0.15-0.35
Barras de alta resistencia	0.0003-0.0016	0.08-0.30
Cordones galvanizados	0.0016-0.0065	0.15-0.30

Para diseño se sugieren los siguientes valores

	K	μ
Cables de alambre	0.0049	0.25
Barras de alta resistencia	0.0098	0.20
Cordones galvanizados	0.0049	0.25

Como las curvaturas de los cables son muy pequeñas, generalmente el valor de S no es muy distinto del valor de x que es la distancia proyectada sobre el eje de la pieza, por lo que la fórmula II queda como:

$$F_x = F_0 e^{-\mu\alpha - Kx} \quad \text{II'}$$

cuando $-\mu\alpha - Kx \geq -0.3$ se puede usar una fórmula aproximada -- que es:

$$F_x = F_0 (1 - \mu\alpha - Kx) \quad \text{II''}$$

Observaciones:

- a) En el caso en que el cable presente desviaciones angulares β en planta y δ' en alzada, la desviación total α es la suma de ambas:

$$\alpha = \beta + \delta' \quad \text{11}$$

siempre que dichas desviaciones sean simultáneas. Si no lo son adoptese la fórmula:

$$\tan \alpha = \sqrt{\tan^2 \beta + \tan^2 \delta'} \quad \text{12}$$

- b) Cuando en una viga continua la pérdida sea superior al 20%, son importantes los apoyos activos en ambos extremos a pesar de la diferencia en el costo.
- c) La pérdida por fricción desaparece en el pretensado a menos que se empleen desviadores en cuyo caso se deberá determinar el coeficiente de fricción mediante ensayos.

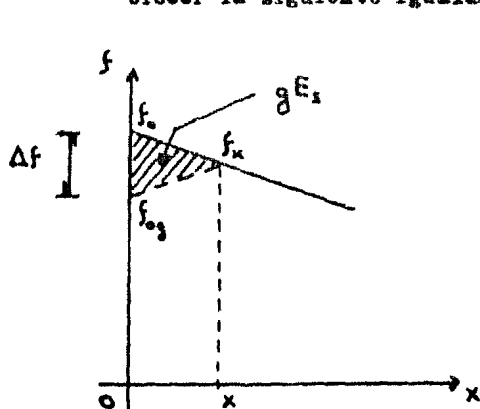
I.6.3 PERDIDA DEHIDA AL DESLIZAMIENTO DEL ANCLAJE.

Esta pérdida solo se presenta en el pretensado y se debe a que los dispositivos de anclaje presentan una pequeña deformación o deslizamiento cuando la fuerza de tracción se transmite del gate al dispositivo. Este pequeño deslizamiento varía en magnitud dependiendo del sistema empleado y así se tiene que en los sistemas que usan cuñas tiene un valor del or--

den de 5 hasta 12 mm. (según el diámetro de la armadura), en los que usan cabezas, tuercas y calzas es del orden de 0.5 a 1 mm. La placa de apoyo también sufre deformación y es del orden de 1 mm. que se suma a la anterior.

En general esta pérdida se le afecta a una pequeña parte de la longitud del cable pues su retroceso se ve impedido por su rozamiento con el material circundante, a continuación se ve como puede ser calculada.

Sea g el valor del desplazamiento del anclaje; si además se admite que en la longitud afectada por esta pérdida (x) los diagramas de esfuerzo antes y después del retroceso son rectilíneos y simétricos como se muestra en la figura 9, se puede establecer la siguiente igualdad:



$$gE_1 = \int_0^x \Delta f dx \quad 13$$

donde:

gE_1 es la pérdida en el acero debida al desplazamiento g

$\int_0^x \Delta f dx$ es el área del triángulo rayado de la figura

admitase una desviación angular media (Θ) calculada como:

$$\frac{\Delta}{L} = \frac{\Theta}{\alpha} \quad 14$$

$$\Theta = \frac{\alpha}{L} x \quad 15$$

tomando en cuenta el efecto de rozamiento se puede escribir:

$$f_x = f_0 e^{-(\mu \frac{\alpha x}{L} + Kx)} \quad 16$$

$$f_{0g} = f_x e^{-(\mu \frac{\alpha x}{L} + Kx)} \quad \text{III}$$

sustituyendo 16 en III se tiene

$$f_{0g} = [f_0 e^{-(\mu \frac{\alpha x}{L} + Kx)}] e^{-(\mu \frac{\alpha x}{L} + Kx)} \quad 17$$

$$\therefore f_{0g} = f_0 e^{-2(\mu \frac{\alpha x}{L} + Kx)} \quad \text{III}'$$

que en su forma aproximada es

$$f_{0g} = f_0 (1 - 2x(\mu \frac{\alpha}{L} + K)) \quad \text{III}''$$

se sabe también que $\Delta f = f_0 - f_{0g} \quad 18$

sustituyendo III'' en la ecuación 18 se tiene

$$\Delta f = f_o - f_o + 2f_o \left(\frac{\mu x}{L} + K \right) x \quad 19$$

$$\Delta f = 2f_o \left(\frac{\mu x}{L} + K \right) x \quad 20$$

sustituyendo 20 en la ecuación 13

$$gE_s = \int_0^x 2f_o \left(\frac{\mu x}{L} + K \right) x dx \quad 21$$

realizando la integración

$$gE_s = f_o \left(\frac{\mu x^2}{L} + K \right) x^2 \quad 22$$

de donde se puede obtener

$$x = \sqrt{\frac{gE_s}{f_o \left(\frac{\mu x}{L} + K \right)}} \quad 23$$

utilizando las ecuaciones III y III' ó III'' se puede calcular la pérdida de presfuerza debida al retroceso del anclaje.

Observaciones:

- a) Si $x \leq L/2$ es necesario traccionar el cable por sus dos extremos para obtener tensiones superiores a las correspondientes al caso del cable traccionado desde un solo extremo.
- b) Si $x > L/2$ basta traccionar el cable desde un solo extremo.

SON PERDIDAS DIFERIDAS:

I.6.4 PERDIDA POR CONTRACCION DEL CONCRETO.

La causa de esta pérdida es la evaporación del agua de la mezcla de concreto que produce una disminución del volumen y en consecuencia un acortamiento del acero de presfuerza. Se valua a partir del conocimiento de la deformación por contracción del concreto. Si se tiene este dato se puede recurrir a cualquiera de las siguientes proposiciones:

- a) Scherer propone la siguiente fórmula que da resultados razonables a partir de la humedad relativa en porcentaje.

$$\delta_{sh} = \frac{(12.5)(90 - H)}{10^5} \quad 24$$

donde:

δ_{sh} es la deformación por contracción.
 H es la humedad relativa en porcentaje.

- b) El primer informe británico sobre concreto presfuerzado recomienda -para el pretensado una contracción total de 0.0003 -para el postensado a las dos o tres semanas considera suficiente una contracción de 0.0002

1.6.5 PERDIDA POR DEFORMACION PLASTICA (FLUJO PLASTICO) DEL CONCRETO.

Esta pérdida se debe al asentamiento del concreto producido por su flujo plástico definido anteriormente como la deformación dependiente del tiempo que resulta de la presencia de un esfuerzo. Al igual que la pérdida anterior su valor se estima a partir de una deformación conocida, generalmente proporcional a la deformación elástica. Para su cálculo se puede recurrir a las siguientes recomendaciones:

- a) Utilizando el coeficiente de plasticidad, como la relación entre la deformación plástica (δ_p) y la deformación instantánea (δ_i) ó elástica y en base a la humedad relativa promedio del ambiente - se puede emplear la siguiente fórmula:

$$\delta_p = C_c \delta_i \quad 25$$

donde a C_c le corresponden los siguientes intervalos de valores:

-si la humedad relativa promedio es 100%	0.7-1.5
-si la humedad relativa promedio es 70%	1.0-2.5
-si la humedad relativa promedio es 50%	1.5-3.5

- b) El primer informe británico sobre concreto presfuerzo recomienda para el pretensado una deformación de 0.0000004 por cada 0.07 Kg/cm². de esfuerzo y para el postensado aplicado entre las dos y tres semanas de edad una deformación de 0.0000003.

Este tipo de pérdidas se puede disminuir aumentando el tiempo entre el molde y la aplicación del presfuerzo e bien cuando no existe adherencia mediante el retensado.

1.6.6 PERDIDA POR RELAJACION DEL ACERO.

Esta pérdida es causada por el fenómeno de relajamiento del acero, - que es la pérdida de sus esfuerzos cuando es presfuerzo y mantenido con una deformación constante por un período de tiempo. El relajamiento varia con muchos factores, de los cuales algunos importantes se presentan durante la manufactura (composición y tratamiento) por lo que los valores exactos solo pueden obtenerse por pruebas para cada caso en particular. Hablando en general, el porcentaje de relajamiento aumenta con el incremento del esfuerzo. Cuando el esfuerzo es bajo el relajamiento e deformación plástica es despreciable, esto sucede cuando los cables e tendones se usan dentro del 55% de la resistencia final e resistencia a la ruptura. Hay indicios de que bajo deformación constante la deformación plástica termina después de dos semanas.

Para su estimación puede emplearse uno de los dos criterios siguientes:

- a) Para la mayoría de las clases de acero existentes en el mercado, - esfuerzados a los valores tolerables usuales, el porcentaje de deformación plástica varia del 1 al 5% considerandose como una a-

proximación un promedio del 3%.

- b) La siguiente ecuación permite obtener el porcentaje de pérdida — por relajamiento.

$$\frac{f_p}{f_{pi}} = 1 - \frac{\log t}{10} \left(\frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0.55 \right) \quad 26$$

en donde

- f_p esfuerzo en el acero al tiempo t
 t horas después del esfuerzo inicial hasta
 f_{pi} esfuerzo inicial
 f_{py} límite elástico del acero.

Para reducir este tipo de pérdida puede esforzarse el acero un poco más del esfuerzo inicial requerido y mantenerlo en este estado unos cuantos minutos e inmediatamente se puede retensar el alambre después que ha sucedido la mayoría de su deformación plástica.

I.6.7 MAGNITUD TOTAL DE LAS PERDIDAS.

El esfuerzo inicial en el acero menos las pérdidas se conoce como el esfuerzo efectivo o de diseño. La magnitud total de las pérdidas que se suponga en el diseño dependerá de la base en la cual se va a medir el esfuerzo inicial, por ejemplo:

- a) Si el esfuerzo en los gates menos la pérdida por anclaje se toma como esfuerzo inicial, la magnitud total de las pérdidas será la suma de las pérdidas por deformación elástica, deformación plástica, contracción, relajación y fricción.
b) Si el esfuerzo en los gates se toma como el esfuerzo inicial se deberá incluir además la pérdida por anclaje.

La magnitud de la pérdidas puede expresarse en cuatro maneras:

- a) En deformaciones unitarias (deformación elástica, deformación plástica y contracción del concreto).
b) En deformaciones totales (pérdida por anclaje).
c) En esfuerzos unitarios (toda).
d) En porcentaje de esfuerzo (relajación del acero y fricción).

Debido a que los factores que intervienen en las pérdidas son muchos es difícil generalizar la magnitud total de ellas, sin embargo, los Reglamentos establecen valores aproximados para condiciones especiales, generalmente solo incluyen las pérdidas a largo plazo o diferidas y excluyen las pérdidas instantáneas.

Para finalizar se entiende por efectividad o eficiencia, a la relación entre la fuerza de esfuerzo final y la fuerza de esfuerzo en la transferencia, se designa con la letra griega η y en su determinación se incluyen las pérdidas por fricción.

1.7 ALARGAMIENTO EN LOS TENDONES.

El presfuerzo en los tendones puede medirse en dos formas: empleando manómetro y dinamómetro y comprobándose aproximadamente por las medidas - de alargamiento e bien se puede medir por la cantidad de alargamiento usando el manómetro como simple comprobación. La preferencia de uno u otro sistema depende entre otras causas de la experiencia del ingeniero, pero es evidente que en ambos casos es necesario el cálculo de los alargamientos de los tendones. Este cálculo puede realizarse tomando en cuenta:

- a) El despreciamiento de la pérdida por fricción a lo largo del tendón en cuyo caso se utiliza la fórmula:

$$\Delta_2 = \frac{f_2 L}{E_s} \quad 27$$

donde:

- Δ_2 alargamiento del tendón.
 f_2 esfuerzo uniforme a lo largo de toda la longitud del tendón.
 E_s módulo de elasticidad del acero.

Esta fórmula se será aplicable si el presfuerzo excede el límite de proporcionalidad, en este caso habrá necesidad de referirse al diagrama esfuerzo-deformación del acero. En algunas ocasiones es necesario sumar a este alargamiento la flacidez del tendón antes de tensar y la deformación elástica. En la práctica como no se puede calcular la flacidez de los tendones se le da al tendón una tensión inicial f_{s1} , después se mide el alargamiento Δ_2 a partir de este valor y despreciando el asentamiento elástico del concreto se puede calcular el alargamiento total del tendón con la fórmula:

$$\text{Alargamiento total} = \frac{f_2}{f_2 - f_{s1}} \Delta_2 \quad 28$$

- b) Si se considera la pérdida por fricción a lo largo del tendón se usa la fórmula:

$$\Delta_3 = \frac{F_x L}{E_s A_s} \quad 29$$

en donde

- Δ_3 alargamiento del tendón.
 F_x fuerza = promedio de fricción dada por la fórmula:

$$F_x = F_n \frac{e^{\mu x + kL} - 1}{\mu x + kL} \quad 30$$

- F_n fuerza de tensión en el cable en una sección a la distancia x del extremo de acción del gate en la viga.
 L longitud del tendón.
 E_s módulo de elasticidad del acero.
 A_s área del acero.

Si se desea una solución aproximada se puede utilizar la fórmula:

$$\Delta_s = \frac{F_o + F_n}{2} \frac{L}{E_s A_s} \quad 31$$

en donde F_o es la fuerza de tensión en el cable en el extremo de acción del gato de la viga.

1.8 EJEMPLOS DE CALCULO DE PERDIDAS DE PRESFUERZO.

EJEMPLO 1.- Pérdida por acortamiento elástico del concreto.

Un miembro recto de concreto pretensado de 16.00 m., de longitud con una sección transversal de 40 cm. por 40 cm., se presfuerza concéntricamente con alambres de acero de 7.72 cm². que están anclados en los cabezales con un esfuerzo de 10546 Kg/cm². Si $E_c = 351550$ Kg/cm². y $E_s = 2109300$ Kg/cm²., calcúlese la pérdida de presfuerzo debida al acortamiento elástico del concreto en la transferencia del presfuerzo.

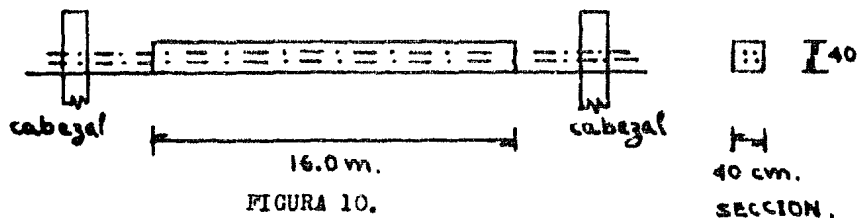


FIGURA 10.

SOLUCION:

a) Solución aproximada. Empleando la ecuación I se tiene:

$$\Delta f_s = \frac{n F_s}{A_c} = \frac{2109300}{351550} \frac{(10546 \times 7.72)}{40 \times 40} = 305.33 \text{ Kg/cm}^2$$

que representa una pérdida del 2.9 %. Nótese que se está empleando la fuerza de presfuerzo inicial y el área gruesa de concreto.

b) Solución más exacta. Empleando la ecuación I' se tiene:

$$A_c = (40 \times 40) - 7.72 = 1592.28 \text{ cm}^2$$

$$\Delta f_s = \frac{n F_s}{A_c + n A_s} = \frac{6(7.72 \times 10546)}{1592.28 + 6(7.72)} = 298.14 \text{ Kg/cm}^2$$

que representa una pérdida del 2.8 % que es ligeramente diferente a la solución aproximada.

EJEMPLO 2.- Pérdida por acortamiento elástico del concreto.

Considerese el mismo miembro del ejemplo 1 pero postensado en vez de pretensado. Supóngase que la sección de 7.72 cm². de acero está formada por 4 tendones de 1.93 cm². de sección cada uno. Los tendones están tena

dos uno tras otro, sucesivamente, con un esfuerzo de 10546 Kg/cm². Calcúlese la pérdida de presfuerzo debida a la contracción elástica del concreto.

SOLUCION:

Usando la ecuación I (solución aproximada) se tiene:

$$\Delta f_s = \frac{n F_s}{A_c} = \frac{6 (10546)(1.93) E}{40 \times 40} = 76.33 E$$

en donde E es el número de cables por tensar.

CABLE No.	CABLES POR TENSAR	F_s (Kg)	Δf_s (Kg)	Δf_s (%)
1	3	61066.16	229.00	2.17
2	2	40710.77	152.67	1.45
3	1	20355.39	76.33	0.72
4	0	0.00	0.00	0.00

Pérdida total = 458.00 Kg. = 4.34 %
 Pérdida promedio = 114.50 Kg. = 1.09 %

EJEMPLO 3.- Pérdida por acortamiento elástico del concreto considerando el efecto de la flexión (postensado).

Obtengamos primero la formula a emplear, para ello partamos de la ecuación:

$$f = \frac{F}{A} + \frac{F e_j \gamma}{A r^2}$$

en donde consideraremos:

- $f = f_{ci}$ pérdida de esfuerzo en el concreto al nivel del elemento de acero i .
- $F = f_{sj} A_{sj}$ fuerza provocada por el elemento de acero j de área A_{sj}
- $e = e_j$ excentricidad del elemento de acero j
- $\gamma = \gamma_i$ distancia del centroide de la sección al nivel del elemento de acero i (excentricidad de i)
- A, r área y radio de giro respectivamente de la sección.

sustituyendo se tiene:

$$f_{ci} = \frac{f_{sj} A_{sj}}{A} + \frac{f_{sj} A_{sj} e_j \gamma_i}{A r^2}$$

$$f_{ci} = \frac{f_{sj} A_{sj}}{A} \left(1 + \frac{e_j \gamma_i}{r^2} \right)$$

En un elemento de concreto con N cables sobre el elemento de acero / influirán todos los cables por tensar después de este por lo que la fórmula final a emplear en este caso es:

$$f_{si} = \frac{n f_{sj} A_{sj}}{A} \sum_{j=i+1}^N \left(1 + \frac{e_j \gamma_i}{r^2} \right) \quad 32$$

considerando que el esfuerzo de tensado f_{sj} sea el mismo para todos los cables; y donde $n = E_s / E_c$ se introduce para obtener el esfuerzo en el acero a partir del esfuerzo en el concreto.

Una viga de concreto postensado con una sección de 20 x 45 cm., es presforzada con un tendón sin adherencia alojado en su tercio inferior — con un presfuerzo inicial total de 65232 Kg. Calcular la pérdida del presfuerzo en el tendón debida al acortamiento elástico de la viga bajo la acción del presfuerzo, despreciando el peso propio de la viga. La viga es simplemente apoyada. $E_s = 2109300 \text{ Kg/cm}^2$. $E_c = 281240 \text{ Kg/cm}^2$.

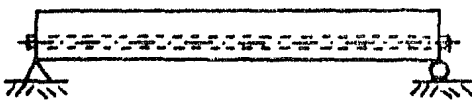
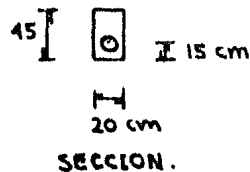


FIGURA 11.



SOLUCION:

$$n = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2109300}{281240} = 7.5$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{20(45)^3}{12} = 151875 \text{ cm}^4$$

$$A = bh = 20(45) = 900 \text{ cm}^2$$

$$r^2 = \frac{I}{A} = \frac{151875}{900} = 168.75 \text{ cm}^2$$

$$e = y = \frac{h}{2} - T = \frac{45}{2} - 15 = 7.5$$

$$f_{sj} A_{sj} = 65232 \text{ Kg (dato)}$$

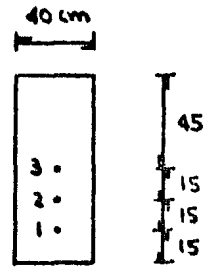
empleando la fórmula 32 se tiene:

$$\Delta f_s = \frac{7.5(65232)}{900} \left(1 + \frac{7.5(7.5)}{168.75} \right) = 724.80 \text{ Kg}$$

lo que representa una pérdida del 1.1 %.

EJEMPLO 4.- Pérdida por acortamiento elástico del concreto considerando el efecto de la flexión.

La sección mostrada en la figura se encuentra postensada mediante tres cables de 6.41 cm², cada uno de los cuales tiene un presfuerzo inicial de 10600 Kg/cm². Determinar las pérdidas que se presentan en cada cable originadas por el acortamiento elástico, para lo cual se supondrá que el presfuerzo se aplica mediante el procedimiento del — postensado sucesivo. Los cables se enumeran en el orden en que se han postensado. n=6.



SECCION
FIGURA 12.

SOLUCION:

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{40(90)^3}{12} = 2430000 \text{ cm}^4$$

$$A = bh = 40(90) = 3600 \text{ cm}^2$$

$$r^2 = \frac{I}{A} = \frac{2430000}{3600} = 675 \text{ cm}^2$$

para el cable número 1 se tiene:

$$e_1 = 30 \text{ cm} \quad e_2 = 15 \text{ cm} \quad e_3 = 0.00 \text{ cm}$$

$$\sum_{j=2}^3 \left(1 + \frac{e_j x_j}{r^2}\right) = \left(1 + \frac{15(30)}{675}\right) + \left(1 + \frac{0(30)}{675}\right) = 1.67 + 1.00 = 2.67$$

para los demás tendones se hace algo parecido. Resumiendo se tiene:

CABLE No.	CABLES POR TENSAR	$n f_{sj} A_{sj} / A$	$\sum (1 + e_j x_j / r^2)$	$\Delta f_s (Kg)$	$\Delta f_s (\%)$
1	2	113.30 Kg	2.67	302.12	0.44
2	1	113.30	1.00	113.30	0.17
3	0	113.30	0.00	0.00	0.00

EJEMPLO 5.- Pérdida de presfuerzo por fricción (postensado).

Sea una viga de concreto presfuerzo continuo sobre dos claros, se va a tensar su tendón curvo desde ambos extremos. Calcular el porcentaje de pérdida de presfuerzo debido a la fricción, desde un extremo hasta el centro de la viga (A a E). El coeficiente de fricción entre el cable y el ducto se toma como 0.4 y el efecto "oscilante" o de longitud representado por K vale 0.0026 por metro.

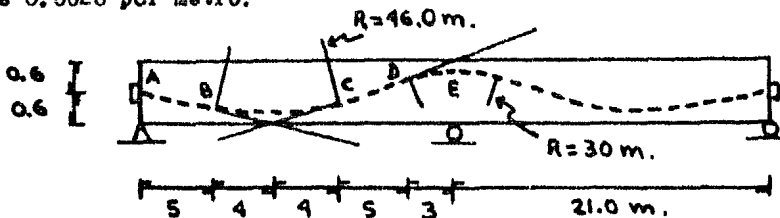


FIGURA 13.

- a) Solución aproximada. Empleando la formula II" se tiene: (se esta sup poniendo que $-\mu\alpha - Kx \geq -0.3$)

$$F_x = F_0 (1 - \mu\alpha - Kx)$$

$$\alpha_1 = \text{desviación sufrida del punto B al C} = \frac{0.6}{9.0} + \frac{1.2}{12} = 0.1667$$

$$\alpha_2 = \text{desviación sufrida del punto D al E} = \frac{1.2}{12} = 0.1000$$

$$\alpha = \alpha_1 + \alpha_2 = 0.2667$$

$$x = 21.0 \text{ m (distancia proyectada desde A hasta E)}$$

despejando de la formula se tiene:

$$F_x - F_0 = -\mu\alpha - Kx$$

$$\frac{F_x - F_0}{F_0} = -0.4 (0.2667) - 0.0026 (21)$$

$$\frac{F_x - F_0}{F_0} = -0.1613$$

esta solución no toma en cuenta la reducción gradual del presfuerzo.

- b) Considerando esta reducción y empleando la misma ecuación aproximada:

TRAMO	$-\mu\alpha$	$-Kx$	$-\mu\alpha - Kx$	$1 - \mu\alpha - Kx$	$F_x = F_0 (1 - \mu\alpha - Kx)$
A-B		-0.0130	-0.0130	0.9870	$0.9870 F_0$
B-C	-0.0667	-0.0208	-0.0875	0.9125	$0.9007 F_0$
C-D		-0.0130	-0.0130	0.9870	$0.8890 F_0$
D-E	-0.0400	-0.0078	-0.0478	0.9522	$0.8465 F_0$

en la tabla la F_0 considerada es la fuerza reducida del tramo anterior, - además se observa que la pérdida total desde A hasta E es:

$$1 - 0.8465 = 0.1535 = 15.35 \%$$

menor que la obtenida anteriormente.

- c) Empleando la formula II tendremos una solución más exacta, considerando también la reducción gradual del presfuerzo, esta es:

TRAMO	$-\mu\alpha$	$-Kx$	$-\mu\alpha - Kx$	$e^{-\mu\alpha - Kx}$	$F_x = F_0 e^{-\mu\alpha - Kx}$
A-B		-0.0130	-0.0130	0.9871	0.9871
B-C	-0.0667	-0.0208	-0.0875	0.9162	0.9044
C-D		-0.0130	-0.0130	0.9871	0.8927
D-E	-0.0400	-0.0078	-0.0478	0.9533	0.8511

la pérdida total es:

$$1 - 0.8511 = 0.1489 = 14.89\%$$

menor que las dos anteriores.

EJEMPLO 6.- Pérdida del presfuerzo por fricción (postensado).

Sea una viga de concreto presfuerzo continuo sobre dos claros como se muestra en la figura, su tendón va a ser tensado en un extremo solamente (el A) con una fuerza de 45400 Kg. Determinar la variación de la fuerza de presfuerzo a lo largo del cable si el coeficiente de fricción es $\mu = 0.3$ y el coeficiente de oscilación es $K = 0.00066$ por metro.

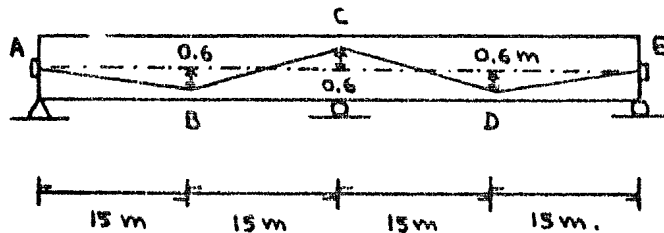


FIGURA 14.

SOLUCION:

Empleando la ecuación aproximada II" y considerando la reducción gradual del presfuerzo se tiene:

$$\text{desviación angular concentrada en B} = \frac{0.6}{15} + \frac{1.2}{15} = 0.1200$$

$$\text{desviación angular concentrada en C} = \frac{1.2}{15} + \frac{1.2}{15} = 0.1600$$

$$\text{desviación angular concentrada en D} = \frac{1.2}{15} + \frac{0.6}{15} = 0.1200$$

TRAMO	$-\mu\alpha$	$-Kx$	$-\mu\alpha - Kx$	$1 - \mu\alpha - Kx$	$F_n = F_0 (1 - \mu\alpha - Kx)$
A-B		-0.0099	-0.0099	0.9901	$0.9901 F_0$
B-C	-0.0360		-0.0360	0.9640	$0.9545 F_0$
		-0.0099	-0.0099	0.9901	$0.9450 F_0$
C-D	-0.0480		-0.0480	0.9520	$0.8996 F_0$
		-0.0099	-0.0099	0.9901	$0.8907 F_0$
D-E	-0.0360		-0.0360	0.9640	$0.8587 F_0$
		-0.0099	-0.0099	0.9901	$0.8502 F_0$

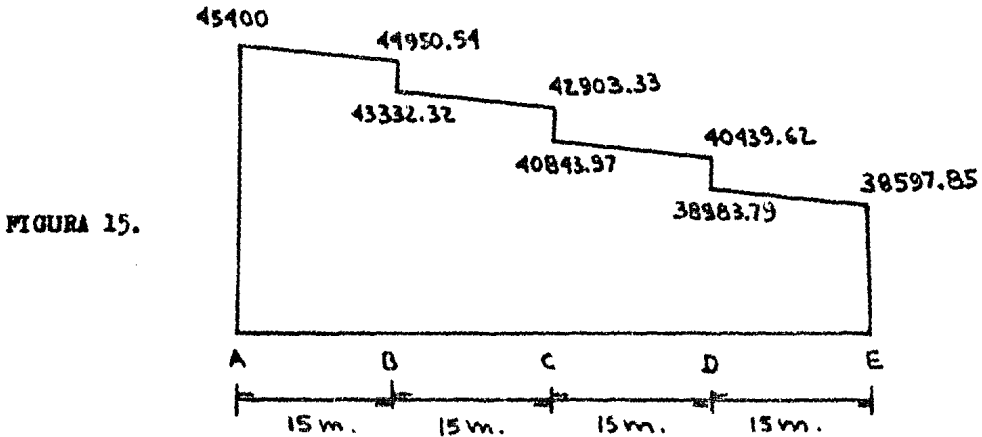
por lo que la pérdida total desde A hasta E será:

$$(1 - 0.8502) F_0 = 0.1498 (45400) = 6802.15 \text{ Kg.}$$

por lo tanto la fuerza del cable en el punto E es:

$$F_E = 45400 - 6802.15 = 38597.85 \text{ Kg.}$$

la distribución de la fuerza a lo largo del cable es:

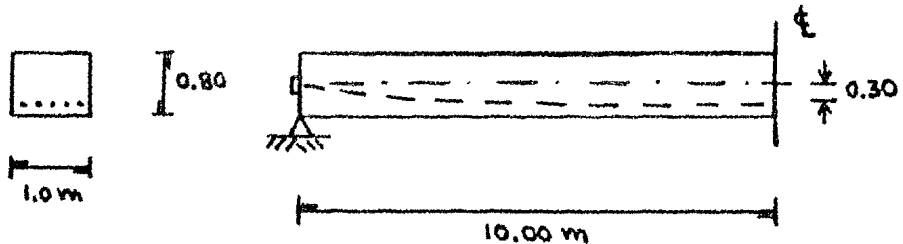


EJEMPLO 7.- Pérdida de presfuerzo debida al retroceso del anclaje (postensado).

Sea una viga de sección rectangular de 1.00 x 0.80 m., de 20.00 m. de luz, armada con 5 cables de 30 alambres de 7 mm. Las características del proceso de presfuerzo son:

- retroceso del anclaje : $\delta = 1 \text{ mm.}$
- coeficiente de rozamiento en curva : $\mu = 0.18$
- coeficiente de oscilación : $K = 0.0015 \text{ por metro.}$

los cables están tensados desde un solo extremo. Calcular la pérdida debida al retroceso del anclaje. $E_s = 2109300 \text{ Kg/cm}^2$. $f_0 = 10546 \text{ Kg/cm}^2$.



SOLUCION:

Para el trazo parabolico se tiene:

$$\frac{1}{R} = \frac{8e}{L^2}$$

asimilando este trazo al de una circunferencia:

$$\frac{\theta}{x} = \frac{1}{R} = \frac{8e}{L^2}$$

$$\frac{\theta}{x} = \frac{8(0.30)}{20^2} = 0.0060 \text{ rad/m.}$$

empleando la formula 23 se tiene:

$$x = \sqrt{\frac{g E_s}{f_0 \left(\frac{\mu x}{L} + k \right)}} = \sqrt{\frac{0.001(2109300)}{10546 [0.18(0.0060) + 0.0015]}} = 8.80 \text{ m.}$$

empleando la formula 20 la pérdida aproximada es:

$$\Delta f = 2f_0 \left(\frac{\mu x}{L} + k \right) x = 2(10546)(0.0026)(8.80) = 479,1295 \text{ Kg/cm}^2.$$

que representa el 4.54 %.

EJEMPLO 8. - Pérdida de presfuerzo debida a la contracción del concreto.

Un elemento de concreto presforzado es sometido a un presfuerzo inicial de 10546 Kg/cm². Si su deformación por contracción es igual a 0.0003 calcular la pérdida de presfuerzo correspondiente. $E_s = 2109300 \text{ Kg/cm}^2$.

SOLUCION:

Como la deformación del concreto es igual al acortamiento del acero la pérdida por contracción es:

$$\Delta f_s = 0.0003(2109300) = 632.7900 \text{ Kg/cm}^2.$$

que es el 6 % del presfuerzo inicial.

EJEMPLO 9. - Pérdida de presfuerzo debida a la deformación plástica del concreto.

Suponiendo un presfuerzo en el concreto de 80 Kg/cm². para $E_c = 351550 \text{ Kg/cm}^2$, $E_s = 2109300 \text{ Kg/cm}^2$. y una deformación plástica igual al doble de la deformación elástica. a) Calcular la pérdida de presfuerzo debida al flujo plástico del concreto. Si el presfuerzo inicial es de 10546 Kg/cm². b) ¿Qué porcentaje representa esta pérdida?

SOLUCION:

a) La deformación elástica del concreto es: $\delta = \frac{f_c}{E_c} = \frac{80}{351550} = 0.0002$

luego la deformación plástica será: $\delta_p = 0.0005$

y la pérdida de presfuerzo es por tanto:

$$\Delta f_s = 0.0005(2109300) = 960.0000 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\Delta f_s = \sigma E_s = \frac{\delta}{L} E_s = \frac{0.127}{915} (2109300) = 0.00014 (2109300) = 292.7662 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo que el esfuerzo al momento de anclar debe ser:

$$f_2 = f_0 + \Delta f_s = 8437 + 292.7662 = 8729.7662 \text{ Kg/cm}^2$$

Por lo anterior se tiene que el acero se debe tensar hasta $f_1 = 9470 \text{ kg/cm}^2$, para vencer la pérdida por fricción y bajar este esfuerzo al valor $f_2 = 8730 \text{ Kg/cm}^2$, para anclarlo y lograr así un presfuerzo inicial de 8437 Kg/cm^2 .

Para calcular el esfuerzo final de diseño primero obtendremos el valor de todas las pérdidas.

La pérdida por acortamiento elástico del primer par de alambres es:

$$\Delta f_s = \frac{11(8437)(7.66/12)(2109300)}{281240(45.72)(20.32)} = 478.2551 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo que la pérdida promedio de todos los alambres es: $\frac{478}{2} = 239.1275$

El esfuerzo total promedio en el acero es:

$$8437 - 239.1275 = 8197.8725 \text{ Kg/cm}^2$$

el cual produce un acortamiento elástico igual a:

$$\delta = \frac{8197.8725(7.66)}{281240(45.72)(20.32)} = 0.00024$$

por lo que la deformación plástica es:

$$\delta_p = (2.2 - 1.0)(0.00024) = 0.00029$$

esta produce una pérdida igual a:

$$\Delta f_s = \delta_p E_s = (0.00029)(2109300) = 608.3396 \text{ Kg/cm}^2$$

La deformación por flujo plástico del acero es igual a:

$$\delta = 0.03 \frac{8437}{2109300} = 0.03(0.00400) = 0.00012 \Rightarrow \Delta f_s = 253.11$$

La pérdida correspondiente a una contracción de 0.0002 es:

$$\Delta f_s = 0.0002 (2109300) = 421.8600 \text{ Kg/cm}^2$$

La pérdida total de presfuerzo se puede resumir como sigue:

	Pérdida de esfuerzo	Pérdida en porcentaje
Acortamiento elástico	239.13 Kg/cm ² .	3 %
Deformación plástica del concreto	608.33 Kg/cm ² .	7 %
Deformación plástica del acero	253.11 Kg/cm ² .	3 %
Contracción del concreto	421.86 Kg/cm ² .	5 %
Total	1522.43 Kg/cm ² .	18 %

Por lo anterior el esfuerzo final de diseño en el acero será:

$$f_e = f_c - \Sigma \Delta f_s = 8437 - 1522.43 = 6914.57 \text{ Kg/cm}^2$$

EJEMPLO 11.- Magnitud total de las pérdidas.

Una viga de concreto postensado con 3 cables 12 ϕ 7 (área total de un cable = 4.6 cm².) esta tensado con un cable a la vez. El esfuerzo de los gatos se mide con manómetro. Los cables se van a enforzar desde ambos extremos hasta lograr tener un presfuerzo inicial $f_p = 13000 \text{ Kg/cm}^2$. inmediatamente después del anclaje. Calcular el esfuerzo f_i que se deba tener antes de anclar para lograr el presfuerzo inicial deseado. Después, calcular el esfuerzo final de diseño en el acero después de que han aparecido todas las pérdidas. Supóngase lo siguiente:

- 1.- Coeficiente de fricción $\mu = 0.22$ entre acero y concreto, $K = 0.003$ para el efecto de longitud.
- 2.- Deformación del anclaje y deslizamiento de los alambres estimado en - 0.5 cm. por extremo. $E_s = 2109300 \text{ Kg/cm}^2$.
- 3.- Acortamiento elástico del concreto por calcularse para $n = 10$. Despreciar el acortamiento del acero debido a la flexión de la viga.
- 4.- Coeficiente de deformación plástica del concreto = 2.3
- 5.- Contracción del concreto = 0.00025
- 6.- Deformación plástica del acero = 5 % del esfuerzo inicial del acero.

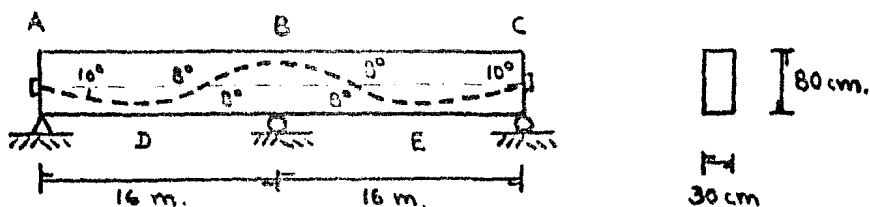


FIGURA 18.

SECCION

SOLUCION:

Debido a la simetría de la viga y de su armado, además de que será tensada por ambos extremos, solo se analizará el lado izquierdo de ella - es decir del punto A al punto B (lo mismo pasa desde C hasta B).

La pérdida por deformación y deslizamiento en el anclaje es:

$$\Delta f_s = \sigma E_s = \frac{\delta}{L} E_s = \frac{0.5}{1600} (2109300) = 0.00031 (2109300) = 659.1563 \text{ Kg/cm}^2.$$

por lo que el esfuerzo f_1 que se debe tener antes de anclar es:

$$f_1 = f_0 + \Delta f_s = 13000 + 659.1563 = 13659.1563 \text{ Kg/cm}^2.$$

La pérdida por acortamiento elástico del primer cable es:

$$\Delta f_s = \frac{10(3)(4.65)(13000)}{30(80)} = 755.6250 \text{ Kg/cm}^2.$$

por lo que la pérdida promedio por acortamiento elástico de los cables es

$$\frac{755.6250}{2} = 377.8125 \text{ Kg/cm}^2.$$

El esfuerzo total promedio en el acero será:

$$13000 - 377.8125 = 12622.1875 \text{ Kg/cm}^2.$$

el cual produce un acortamiento elástico igual a:

$$\delta = \frac{10(3)(4.65)(12622.1875)}{(2109300)(30)(80)} = 0.00035$$

por lo cual, la deformación plástica es:

$$\delta_p = (2.3 - 1.0)(0.00035) = 0.00045$$

esta produce una pérdida igual a:

$$\Delta f_s = \delta_p E_s = (0.00045)(2109300) = 953.7640 \text{ Kg/cm}^2.$$

La deformación por flujo plástico del acero es igual a:

$$\delta = 0.05 \frac{13000}{2109300} = 0.00031$$

la que produce una pérdida igual a:

$$\Delta f_s = 0.00031 (2109300) = 650 \text{ Kg/cm}^2.$$

Usando la formula II" la pérdida por fricción desde el apoyo A hasta el apoyo B es:

$$f_x = f_0 (1 - \mu \alpha - kx) = 13000 (1 - 0.22(0.4538) - 0.003(16)) = 11078.1732 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\Delta f_s = f_0 - f_x = 13000 - 11078.1732 = 1921.8268 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\alpha = 10^\circ + 8^\circ + 8^\circ = 26^\circ \Rightarrow \alpha = 26 \left(\frac{\pi}{180} \right) = 0.4538 \text{ rad.}$$

La pérdida debida a una contracción de 0.00025 es:

$$\Delta f_3 = 0.00025 (2109300) = 527.3250 \text{ Kg/cm}^2.$$

La pérdida total de presfuerzo se puede resumir como sigue:

	Pérdida de esfuerzo	Pérdida en porcentaje
Anclaje	0.00 Kg/cm ² .	0 %
Acortamiento elástico	377.81 Kg/cm ² .	3 %
Deformación plástica del concreto	953.76 Kg/cm ² .	7 %
Deformación plástica del acero	650.00 Kg/cm ² .	5 %
Fricción	1921.83 Kg/cm ² .	15 %
Contracción del concreto	527.32 Kg/cm ² .	4 %
Total	4430.72	34 %

Por lo anterior el esfuerzo final de diseño en el acero será:

$$f_e = f_o - \sum \Delta f_i = 13000 - 4430.72 = 8569.28 \text{ Kg/cm}^2.$$

I.9 COMPORTAMIENTO A LA FLEXION.

Se consideran las vigas simplemente apoyadas, horizontales o casi horizontales y sometidas a cargas verticales hacia abajo por ser las de más uso en la práctica. Como anteriormente se menciona la fuerza de presfuerzo se aplica por medio de elementos de acero tensados y anclados de modo apropiado en los extremos. Además de lo anterior, la descripción solo se refiere a cargas estáticas de duración breve.

Las vigas de concreto presfuerzado tienen la particularidad de estar sometidas a esfuerzos debidos a su peso propio y a la fuerza de presfuerzo, antes de someterse a los esfuerzos de las cargas externas para las cuales se diseñan, esto, ocasiona que en ellas se tengan dos condiciones críticas: Una en el momento de la transferencia y otra, la condición de servicio en la cual ya han ocurrido casi todas las pérdidas. De estas condiciones la segunda es más duradera y por lo tanto de mayor importancia que la primera que solo es un estado temporal.

Desde un punto de vista práctico es importante el conocer como se comporta una viga de concreto presfuerzado al ser sometida a las cargas descendentes crecientes, las cuales provocan su falla. Este comportamiento para el caso de la flexión es el motivo del presente apartado.

Empezaremos por establecer lo que se entenderá por comportamiento. El término comportamiento se refiere a la variación de las deformaciones en la viga a medida que se incrementa la carga hasta el nivel en que cierto punto de la viga falla de un modo particular. En este caso el modo de falla que se considera es el de la falla por flexión.

El comportamiento de las vigas de concreto presforzado varia con la carga, así se tiene que para cargas de baja magnitud, la relación existente entre ellas y la deformación considerada, es lineal, tanto en la aplicación como en la remoción de la carga, pudiendose predecir cualquier deformación en términos de la misma por medio de una correlación sencilla

Conforme la carga se incrementa a un valor superior a la carga de agrietamiento las propiedades de la sección de la viga se transforman en una función de la carga y la relación carga-deformación pierde su linealidad y sencillez.

Al igual que el concreto reforzado, si la viga presenta deformaciones importantes en la falla se dice que presenta o que tiene un comportamiento ductil, en caso contrario el comportamiento se dice que es frágil. No se ha establecido en el caso del concreto presforzado alguna deformación límite entre uno u otro tipo de comportamiento, sin embargo dicho límite se puede definir para un material dado y un propósito particular.

Como se menciona arriba, el comportamiento se entiende como la relación entre la carga y la deformación de la viga, la carga que generalmente se considera es el momento flexionante en una cierta sección, la cual es la sección crítica. La deformación más adecuada a considerar es la curvatura, de la cual pueden obtenerse las deflexiones. Para desarrollar racionalmente la relación momento-curvatura debe conocerse lo siguiente:

- 1.- Variación de la deformación en el concreto con respecto a la profundidad.
- 2.- Relación entre la deformación en el acero y la deformación en el concreto.
- 3.- Relación esfuerzo-deformación para todos los materiales.

Por último cabe mencionar que el comportamiento a la flexión de las vigas permite por si mismo un estudio racional y es relativamente simple, que dicho comportamiento constituye un caso especial de un problema más complicado que es el de los esfuerzos combinados.

I.10 COMPORTAMIENTO BAJO ESFUERZOS COMBINADOS.

En el apartado inmediato anterior se trato con el comportamiento a la flexión de las vigas de concreto presforzado, en el presente se tratará con el comportamiento de la viga bajo esfuerzos combinados de flexión y corte.

En la figura se muestra una viga horizontal, simplemente apoyada sobre la que se aplican dos cargas concentradas de igual magnitud en los tercios de su claro, su acción produce tres zonas de esfuerzos, la zona A en la que solo actúan esfuerzos de flexión y las zonas B en las que se tienen esfuerzos de flexión y de corte. Estas últimas zonas se llaman frecuentemente vano de corte, aquí se les llamará región de esfuerzos combinados. En estas regiones se introduce la existencia de una variable más -

que es la distribución del esfuerzo cortante en una sección. La presencia de estos esfuerzos cortantes además de los de flexión hace que existan en cada punto de la viga esfuerzos principales de tensión y compresión de diferente magnitud y dirección a lo largo del claro y a través de la profundidad de la viga, por lo que un análisis completo del elemento implica la determinación de los esfuerzos principales (magnitud y dirección) en cada punto de la región de los esfuerzos combinados. Las líneas que describen la dirección de los esfuerzos principales de tensión y compresión a lo largo del claro se denominan trayectorias de esfuerzos y sus ecuaciones diferenciales pueden obtenerse en el caso de que exista la posibilidad de calcular los esfuerzos de flexión y cortante en cada punto.

Antes del agrietamiento el cálculo de los esfuerzos de flexión y compresión es sencillo suponiendo distribuidos linealmente respecto a la profundidad de la viga a los esfuerzos de flexión. La precisión en los esfuerzos principales bajo esta suposición es razonable.

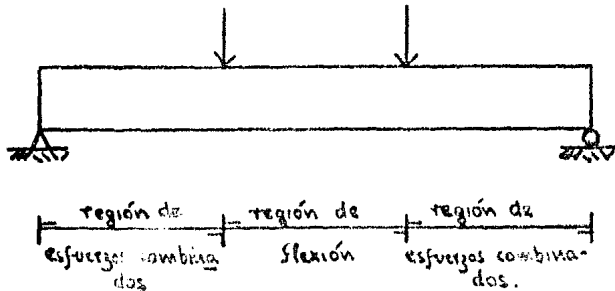


FIGURA 19.

El primer agrietamiento de la viga se presenta en la región de flexión, ya que es ahí donde se tiene el esfuerzo principal mayor de tensión, sin embargo a medida que la carga aumenta en magnitud se presentan grietas en la región de esfuerzos combinados que hacen que el cálculo de esfuerzos basado en una distribución lineal respecto a la profundidad de la viga ya no sea satisfactorio.

Las grietas en la región de esfuerzos combinados son inclinadas y se forman repentinamente. Esta formación progresa a una gran distancia sin que exista el aumento en la carga en una dirección inclinada antes de que se interrumpa. Estas grietas dan lugar a la falla de la viga en la región de esfuerzos combinados antes de que se haya desarrollado la capacidad flexionante de ella (la viga). Las fallas en la región de esfuerzos combinados son generalmente de tipo quebradizo y vilentas. Así mismo debido al gran número de variables involucradas no es posible determinar con una precisión razonable la carga de falla, como sucede en la región de flexión, por lo que se preferirá que la viga falle en esta última región.

La falla en la región de esfuerzos combinados se evita proporcionando refuerzo vertical que detenga la formación de grietas inclinadas. A este refuerzo se le denomina refuerzo del alma. En consecuencia, el problema se reduce a la determinación de la proporción del refuerzo del alma de modo que la viga falle en la región de flexión antes que en cualquier otro punto de la región de esfuerzos combinados.

II. DISEÑO.

II.1 FLEXION EN TRABES.

II.1.1 INTRODUCCION.

Prevalece la impresión de que el diseño de las secciones de concreto presforzado, es mucho más complicado que el de las secciones de concreto reforzado. En esta segunda parte del trabajo escrito que presento, trato de mostrar en forma simple diversos métodos de diseño de concreto presforzado con el fin de que el lector aparte de su mente esa idea. Los métodos presentados no dejan sin embargo, de ser iterativos al igual que en el concreto reforzado, pero su enfoque los hace converger rápidamente.

Como se sabe, todo diseño requiere una revisión, esto es un análisis por lo que también se presentan métodos de análisis para secciones de concreto presforzado. Por simplicidad y para favorecer el desarrollo del trabajo, estos métodos se presentan antes que los métodos de diseño.

Es necesario recordar que una estructura debe ser segura y tener un buen comportamiento en sus condiciones de servicio, y que para garantizar esto es necesario respetar las normas o reglamentos de construcción, esto lleva a su conocimiento por lo que su mención se hace necesaria también dentro de este trabajo escrito siendo el siguiente apartado el que se refiera a ellos.

II.1.2 REGLAMENTOS.

La existencia de los Reglamentos de Construcción sobre el concreto presforzado obedece a que este como material de construcción se emplea en obras de uso público, sean privadas o del Estado. Su objeto es dar las prescripciones de seguridad necesarias que permitan realizar las construcciones

ciones de modo estable y duradero. El nivel de tales prescripciones no debe ser demasiado alto ni demasiado bajo, ya que lo primero produce obras pesadas y de alto costo y lo segundo, obras con seguridad reducida.

La elaboración de un Reglamento se confía a una comisión de especialistas nombrada por la Administración Pública, dicha comisión considerará entre otras cosas como base de su trabajo lo siguiente:

- La experiencia adquirida durante la construcción de obras y
- Los resultados de ensayos de laboratorio.

El Reglamento que obtenga la Comisión debe ser flexible para permitir el aprovechamiento de los adelantos de la técnica, por ello también deben ser revisados con suficiente frecuencia evitando así que se conviertan en un freno.

La base de los Reglamentos la constituyen, el llamado criterio elástico o de esfuerzos permisibles y el criterio plástico o de resistencia última. El primero consiste en establecer ciertos límites a los esfuerzos en el concreto y en el acero para todas las etapas de carga. El segundo criterio usa los llamados factores de carga y factores de reducción de resistencia estableciendo que, las solicitaciones afectadas por el factor de carga sean menores que la resistencia del elemento afectada por el factor de reducción.

Existen en la actualidad varios Reglamentos de Construcción, pudiendo citar entre ellos: El Reglamento del Departamento del Distrito Federal (México), El Reglamento del Instituto Americano del Concreto (E.E.U.U.) y el Reglamento de la A.A.S.H.T.O. (E.E.U.U.), los cuales pueden ser consultados fácilmente por el lector. La adopción de cualquiera de los Reglamentos existentes implica la compensación del costo, la seguridad y la toma en cuenta de las consideraciones técnicas, económicas y políticas. En el caso del presente trabajo escrito, por facilidad y costumbre se adopta el Reglamento del Instituto Americano del Concreto (ACI-318-77), al cual se hará referencia en los siguientes puntos.

II.1.3 ESTADOS LÍMITES DE SERVICIO.

Como ya se dijo anteriormente, toda estructura deberá tener un buen comportamiento bajo condiciones de servicio, esto lleve entre otras cosas al empleo del Concreto Reforzado ya que, al introducir esfuerzos permanentes adecuados en una estructura se logra contrarrestar los esfuerzos provocados por las solicitaciones.

En un principio se buscó la anulación completa de los esfuerzos de tensión por la baja resistencia del concreto a este tipo de esfuerzos, sin embargo esto provocó entre otras cosas elementos muy caros y pesados; a medida que se desarrolló el estudio, la experimentación y aumento de la experiencia en la construcción reforzada se vio que era posible permitir

la existencia de esfuerzos de tensión y hasta la fisuración del concreto lo que dió origen a los siguientes estados limites:

1. Estado limite de Escompresión. Este es el más severo y se aplica a obras situadas en medios agresivos o que deben ser - absolutamente estancas.
2. Estado Limite de Formación de Grietas. Se aplica a los elementos de concreto que ordinariamente estan expuestos a la - intemperie. Permite la existencia de esfuerzos de tensión inferiores al módulo de ruptura del concreto.
3. Estado limite de Abertura de Grietas. Este admite la existencia de grietas bajo las condiciones de servicio, pero obliga al uso de elementos de acero no presforzados que absorban - los esfuerzos de tensión y que distribuyan las grietas.

Junto a los Estados Limite anteriores, pueden existir muchos otros, como lo son: el Estado Limite de Ruptura, el Estado Limite de Deflexión, el Estado Limite referente a los esfuerzos en el acero presforzado, etc., todos ellos deberán tomarse en cuenta en el diseño de un elemento de concreto presforzado.

II.1.4 METODOS DE ANALISIS.

Generalmente hasta la etapa de carga total de servicio la viga o trabe permanece sin agrietarse, así mismo los esfuerzos en el concreto y en el acero se encuentran dentro del rango elástico, por lo que, en el análisis de las secciones de concreto presforzado se emplean ecuaciones de la mecánica de materiales basadas en el comportamiento elástico. Lo anterior también se aplica un poco más allá del agrietamiento al emplear acero de refuerzo no presforzado que permita controlar las grietas y haga que el - concreto se comporte como si estas no existieran.

Existen tres métodos de análisis elástico para el concreto presforzado que se presentan a continuación, estos son: el método convencional, el método del par interno y el método de la carga balanceada. Para facilitar la comprensión de los conceptos fundamentales, se presentan aplicandolos a elementos rectos, de sección constante, simplemente apoyados y sometidos únicamente a cargas descendentes.

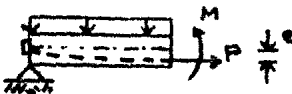
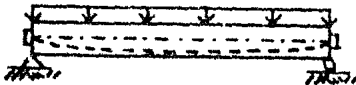


FIGURA 20.

METODO CONVENCIONAL. Considere el corte transversal de una viga como se muestra en la figura 20. Actúan en la sección del corte, la fuerza de - presfuerzo (P) a una excentricidad e del eje centroidal de la sección y un momento flexionante (M) debido a todas las sollicitaciones externas. - Los esfuerzos fibrarios máximos producidos se calculan con las formulas:

$$f = -\frac{P}{A} + \frac{Pe}{S} + \frac{M}{S} \quad 33$$

la cual, en el caso de las fibras extremas toma la forma:

$$\text{fibra superior:} \quad f_1 = -\frac{P}{A} + \frac{Pe}{S_1} - \frac{M}{S_1} \quad 33a.$$

$$\text{fibra inferior:} \quad f_2 = -\frac{P}{A} - \frac{Pe}{S_2} + \frac{M}{S_2} \quad 33b.$$

en estas ecuaciones,

f_1 = esfuerzo en la fibra extrema superior

f_2 = esfuerzo en la fibra extrema inferior

P = fuerza de presfuerzo

e = excentricidad de la fuerza de presfuerzo

M = momento debido al peso propio y a las cargas sobrepuestas

A = área de la sección

S_1 = módulo de sección superior

S_2 = módulo de sección inferior

Un ejemplo de aplicación de las ecuaciones anteriores se da al final de este apartado.

METODO DEL PAR INTERNO.— Este método considera que los esfuerzos de flexión son producidos por la fuerza de compresión que actúa sobre el — concreto, se basa en considerar a las vigas de concreto presforzado análogas a las de concreto reforzado en cuanto a que el acero absorbe la fuerza de tensión y el concreto la de compresión y ambas fuerzas forman un — par resistente al momento flexionante de las cargas externas sobrepuestas y al peso propio. La ecuación que se emplea para el cálculo de esfuerzos de flexión es:

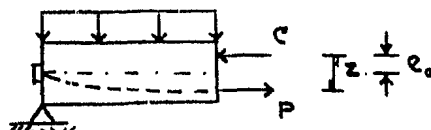
$$f = -\frac{P}{A} + \frac{Pe}{S} \quad 34$$

la cual en el caso de las fibras extremas toma la forma:

$$\text{fibra superior:} \quad f_1 = -\frac{P}{A} - \frac{Pe}{S_1} \quad 34a.$$

$$\text{fibra inferior:} \quad f_2 = -\frac{P}{A} + \frac{Pe}{S_2} \quad 34b.$$

En estas ecuaciones solo falta establecer el significado de e_a . Este símbolo representa la excentricidad de la fuerza de compresión que actúa sobre el concreto, para su cálculo se considera que la fuerza de presfuerzo no varía y que se conoce con suficiente exactitud, esto hace que el brazo del par resistente sea:



$$z = \frac{M}{P} \quad 35$$

por lo que:

$$e_a = z - e \quad 36$$

siendo e la excentricidad del acero de presfuerzo. En las ecuaciones para el cálculo de esfuerzos aparece P en lugar de C ya que para que se logre el equilibrio deben ser iguales. Falta mencionar que al punto de aplicación de la fuerza de compresión se le llama centro de presión y al conjunto de los centros de presión de todas las secciones se le llama línea de presión. Ver figura 21.

Al final del apartado también se da un ejemplo de la aplicación de este método.

METODO DE LA CARGA BALANCEADA.— Los cambios de dirección aislados o continuos en los tendones de un miembro presfuerzoado, producen fuerzas transversales que se ejercen sobre el concreto como se ilustra en la figura 22 para algunos casos.

El valor o magnitud de estas fuerzas puede ser determinado, una vez calculado, el tendón puede ser reemplazado por su efecto que será considerado como una carga exterior más.

Como se observa en la figura 22 las cargas transversales generadas por la curvatura del tendón son opuestas a las cargas que van a actuar sobre la viga, basándose en esto se obtiene la carga balanceada, la que junto con el efecto axial del presfuerzo es la que se considera actuando sola sobre el elemento.

El valor de la carga balanceada se puede obtener con la expresión:

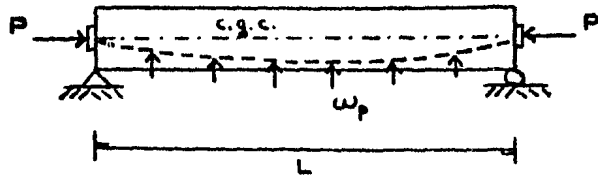
$$\omega' = \omega - \omega_p \quad 37$$

donde:

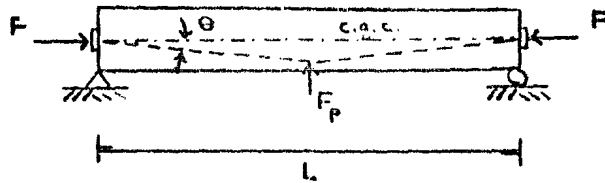
ω' carga balanceada

ω carga debida al peso propio y a las cargas sobrecargas

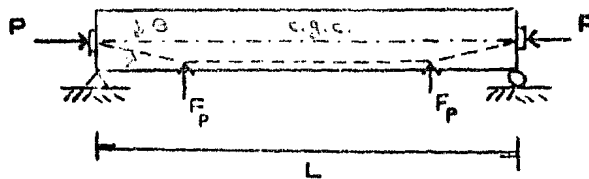
ω_p carga debida a los tendones de presfuerzo



a) Viga con tendón parabólico



b) Viga con tendón inclinado en un punto.



c) Viga con tendón inclinado en dos puntos.

FIGURA 22.

El valor de los esfuerzos de flexión se puede calcular con la fórmula:

$$f = -\frac{P}{A} + \frac{M'}{S} \quad 38$$

que para las fibras extremas toma la forma:

fibra superior: $f_1 = -\frac{P}{A} - \frac{M'}{S_1} \quad 38a.$

fibra inferior:

$$f_2 = -\frac{P}{A} + \frac{M'}{S_2}$$

38b.

en las tres ecuaciones anteriores M' representa el momento flexionante - debido a la carga balanceada.

En los tres métodos anteriores se puede observar que es necesario - calcular las propiedades de la sección por analizar, en la práctica al ha - cer esto se emplea la sección gruesa de concreto, pero si se requiere de precisión se debe considerar el estado en que se encuentre esta, es decir si la sección se encuentra sin o con agrietamiento, si la sección es pre-tensada o postensada, si los tendones están adheridos o no.

A continuación se resuelven ejemplos de análisis empleando cada uno de los tres métodos anteriores, en todos ellos para el cálculo de las pro - piedades de la sección se empleará la sección gruesa de concreto.

EJEMPLO 12.- Cálculo de esfuerzos usando el método convencional.

Cálculo para la viga que se muestra en la figura 23 los esfuerzos - en las fibras extremas superior e inferior de la sección a mitad del cla-ro.

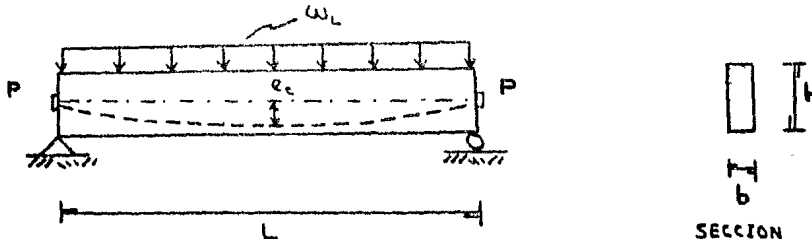


FIGURA 23.

$P = 150\ 000\ \text{Kg}$. $e_c = 45\ \text{cm}$. $b = 40\ \text{cm}$. $h = 110\ \text{cm}$. $L = 18\ \text{m}$. $\gamma_c = 2\ 400\ \text{Kg/m}^3$. $\omega_L = 1\ 200\ \text{Kg/m}$. Además calcular la carga viva máxima permisible para que los esfuerzos en las fibras extremas de la sección sean: - $150\ \text{Kg/cm}^2$. y $0\ \text{Kg/cm}^2$. arriba y abajo respectivamente.

SOLUCION:

Cálculo de las propiedades de la sección:

$$A = bh = 40(110) = 4400\ \text{cm}^2 = 0.44\ \text{m}^2$$

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{(40)(110)^3}{12} = 4436666.67\ \text{cm}^4$$

$$c_1 = c_2 = \frac{h}{2} = \frac{110}{2} = 55\ \text{cm}.$$

$$S_1 = S_2 = \frac{I}{c} = \frac{4436666.67}{55} = 80666.67 \text{ cm}^3$$

Cálculo de la carga por peso propio y de los momentos flexionantes:

$$\omega_0 = \text{peso propio} = \rho_c A = 2400(0.44) = 1056.00 \text{ Kg/m}$$

$$M_0 = \frac{\omega_0 L^2}{8} = \frac{1056(18)^2}{8} = 42768.00 \text{ Kg-m} = 4276800.00 \text{ Kg-cm.}$$

$$\omega_L = 1200.00 \text{ Kg/m}$$

$$M_L = \frac{\omega_L L^2}{8} = \frac{1200(18)^2}{8} = 48600.00 \text{ Kg-m} = 4860000.00 \text{ Kg-cm.}$$

$$M = M_0 + M_L = 9136800.00 \text{ Kg-cm}$$

Cálculo de esfuerzos:

para la fibra superior, utilizando la ecuación 33a., tenemos:

$$f_1 = -\frac{150000}{4400} + \frac{150000(45)}{80666.67} - \frac{9136800.00}{80666.67} =$$

$$f_1 = -34.0909 + 83.6777 - 113.2661$$

$$f_1 = -63.6793 \text{ Kg/cm}^2$$

para la fibra inferior, utilizando la ecuación 33b., tenemos:

$$f_2 = -\frac{150000}{4400} - \frac{150000(45)}{80666.67} + \frac{9136800.00}{80666.67}$$

$$f_2 = -34.0909 - 83.6777 + 113.2661$$

$$f_2 = -4.5025 \text{ Kg/cm}^2$$

Para calcular la carga viva máxima permisible despejamos en las ecuaciones 33a y 33b a M, obteniendo las expresiones:

$$M = P_e - S_1 \left(\frac{P}{A} + f_1 \right)$$

$$M = P_e + S_2 \left(\frac{P}{A} + f_2 \right)$$

sustituyendo en estas los valores conocidos y los de los esfuerzos permisibles dados, se obtienen los valores para el momento flexionante total:

$$M = 150000(45) - 80666.67 \left(\frac{150000}{4400} - 150 \right) = 16100000.00 \text{ Kg-cm}$$

$$M = 150000 (45) + 80666.67 \left(\frac{150000}{4400} + 0 \right) = 9\,500\,000.00 \text{ Kg-cm}$$

Observese que los esfuerzos permisibles se han sustituido con su signo, positivo para las tensiones, negativo para las compresiones. De los dos valores anteriores rige el menor, ya que no se modifica la sección. - Se continua el calculo del momento flexionante por carga viva y la determinación del valor de esta como sigue:

$$M_L = M - M_0 = 9\,500\,000.00 - 4\,276\,800.00 = 5\,223\,200.00 \text{ Kg-cm}$$

$$\omega_L = \frac{8M_L}{L^2} = \frac{8(5\,223\,200)}{(1800)^2} = 12.89 \text{ Kg/cm} = 1289.68 \text{ Kg/m.}$$

EJEMPLO 13.- Cálculo de esfuerzos usando el método del par interno.

Para la viga del ejemplo anterior determinense los esfuerzos fibrosos extremos mediante el método del par interno.

SOLUCION:

Cálculo de las propiedades de la sección: (Por tratarse de la misma sección son iguales.)

$$A = 4400 \text{ cm}^2 = 0.44 \text{ m}^2$$

$$I = 4436\,666.67 \text{ cm}^4$$

$$c_1 = c_2 = 55$$

$$S_1 = S_2 = 80666.67 \text{ cm}^3$$

Cálculo de la carga por peso propio y de los momentos flexionantes: (Se trata de la misma viga por lo tanto son iguales al ejemplo anterior)

$$\omega_0 = \text{peso propio} = 1056.00 \text{ Kg/m}$$

$$M_0 = 4\,276\,800.00 \text{ Kg-cm}$$

$$\omega_L = 1200.00 \text{ Kg/m}$$

$$M_L = 4\,860\,000.00 \text{ Kg-cm}$$

$$M = M_0 + M_L = 9\,136\,800.00 \text{ Kg-cm}$$

Cálculo del brazo del par interno: (Usamos la ecuación 35)

$$z = \frac{M}{P} = \frac{9\,136\,800}{150000} = 60.9120 \text{ cm}$$

Cálculo de la excentricidad de la fuerza de compresión: (Eo. 36)

$$e_a = E - e = 60.91 - 45 = 15.91 \text{ cm.}$$

Cálculo de los esfuerzos en las fibras extremas:

fibra superior: (Ecuación 34a.)

$$f_1 = -\frac{150000}{4400} - \frac{150000(15.91)}{80666.67}$$

$$f_1 = -34.0909 - 29.5847$$

$$f_1 = -63.6756 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior: (Ecuación 34b.)

$$f_2 = -\frac{150000}{4400} + \frac{150000(15.91)}{80666.67}$$

$$f_2 = -34.0909 + 29.5847$$

$$f_2 = -4.5062 \text{ Kg/cm}^2$$

EJEMPLO 14.- Cálculo de esfuerzos usando el método de la carga balanceada

Para la viga del ejemplo 12 calcular los esfuerzos en las fibras extremas de la sección al centro del claro usando el método de la carga balanceada.

SOLUCION:

Cálculo de las propiedades de la sección: (ver ejemplo 12)

$$A = 4400 \text{ cm}^2 = 0.44 \text{ m}^2$$

$$I = 4436666.67 \text{ cm}^4$$

$$c_1 = c_2 = 55 \text{ cm}$$

$$S_1 = S_2 = 80666.67 \text{ cm}^3$$

Cálculo de la carga por peso propio y sobrecarga:

$$w_0 = \text{peso propio} = 1056.00 \text{ Kg/m} \quad (\text{ver ejemplo 12})$$

$$w_L = 1200.00 \text{ Kg/m}$$

$$w = w_0 + w_L = 2256.00 \text{ Kg/m.}$$

Cálculo de la carga debida a los tendones de presfuerzo:

Ya que se trata de un tendón parabólico se tiene de la ecuación 41,

$$\omega_p = \frac{8Pc_s}{L^2} = \frac{8(150000)(0.30)}{16^2} = 1406.2500 \text{ Kg/m.}$$

Cálculo de la carga balanceada:

Usando la ecuación 44 se tiene

$$\omega' = \omega - \omega_p = 3138.9760 - 1406.2500 = 1732.7260 \text{ Kg/m.}$$

Cálculo del momento debido a la carga balanceada al centro del claro

$$M' = \frac{\omega' L^2}{8} = \frac{1732.7260 (16)^2}{8} = 55447.2320 \text{ Kg/m} = 5544723.2000 \text{ Kg-cm.}$$

Cálculo de los esfuerzos:

Para la fibra superior usando la ecuación 45 se tiene que

$$f_1 = -\frac{150000}{3200} - \frac{5544723.2000}{42666.6667}$$

$$f_1 = -46.8750 - 129.9545$$

$$f_1 = -176.8295 \text{ Kg/cm}^2$$

Para la fibra inferior usando la ecuación 46 se tiene que

$$f_2 = -\frac{150000}{3200} + \frac{5544723.2000}{42666.6667}$$

$$f_2 = -46.8750 + 129.9545$$

$$f_2 = +82.0795 \text{ Kg/cm}^2$$

II.1.4.1 MOMENTO DE AGRIETAMIENTO.

Los tres métodos anteriores consideran una sección homogénea, es decir, que la sección de concreto permanece sin agrietarse, esto en algunas ocasiones no sucede ya que bajo condiciones de sobrecarga pueden existir esfuerzos de tensión demasiados altos, respecto al módulo de ruptura del concreto, que produzcan el agrietamiento. La etapa de carga correspondiente al agrietamiento del concreto establece el límite de aplicación de los métodos anteriores aún cuando estos son útiles para determinar los valores nominales de los esfuerzos para etapas posteriores a la del agrieta-

miento, es por ello que es importante el conocer como calcular el momento de agrietamiento.

Además de lo anterior, la predicción de la carga de agrietamiento - puede ser necesaria por cualquiera de las siguientes razones:

1. La deflexión se ve afectada por la reducción de la rigidez - a la flexión que produce el agrietamiento.
2. El acero de presfuerzo es más vulnerable a la corrosión después de la aparición de las grietas.
3. La resistencia a la ruptura por fatiga se reduce después después del agrietamiento ya que, los esfuerzos en el acero se ven incrementados en o cerca de las grietas.
4. Estéticamente, las grietas pueden ser objetables.
5. Las fugas de los fluidos contenidos en recipientes presforzados aumentan su probabilidad de ocurrencia después del agrietamiento.

Es fácil, la forma de hallar el momento de agrietamiento, lo único - que se debe hacer es igualar el esfuerzo en la fibra extrema inferior dado por alguna de las ecuaciones anteriores de análisis correspondiente al módulo de ruptura del concreto y despejar de la ecuación así obtenida su valor. Si se usará el método convencional el momento de agrietamiento se puede calcular con la formula:

$$M_{cr} = f_r S_x + \frac{P S_x}{A} + P e \quad 33c.$$

en la cual:

M_{cr} Momento de agrietamiento (incluye el momento debido al peso propio y al de las cargas muertas y vivas sobrepuestas)

f_r Módulo de ruptura.

En ocasiones es conveniente establecer el factor de seguridad contra el agrietamiento, el cual puede definirse de varias maneras, pero generalmente se establece con respecto al momento de flexión por carga viva, de tal manera que:

$$F_{cr} = \frac{M_{cr} - (M_o + M_d)}{M_L}$$

en donde:

M_o Momento debido al peso propio.

M_d Momento debido a la carga muerta sobrepuesta.

M_L Momento debido a la carga viva.

EJEMPLO 15.- Cálculo del momento de agrietamiento para una viga y carga dadas.

Calcular el momento de agrietamiento y hallar el factor de seguridad contra el agrietamiento para la viga rectangular considerada en el ejemplo 12 y mostrada en la figura 23. El módulo de ruptura del concreto es - $f_r = 24.6074 \text{ Kg/cm}^2$.

SOLUCION:

Sustituyendo en la ecuación 33c los datos de este enunciado y los del ejemplo 12, se tiene,

$$M_{cr} = 24.61 (80666.67) + \frac{150000 (80666.67)}{4400} + 150000 (45)$$

$$M_{cr} = 11484999.78 \text{ Kg-cm} = 114849.9978 \text{ Kg-m.}$$

suponiendo que el total de la carga sobrepuesta es viva, se tiene - que el factor de seguridad contra el agrietamiento es:

$$F_{cr} = \frac{11484999.78 - (4276800.00 + 0)}{4860000.00}$$

$$F_{cr} = 1.48$$

II.1.4.2 MOMENTO DE RUPTURA.

No se debe olvidar que la propiedad más importante de una estructura es su resistencia, debido a que esta propiedad está directamente relacionada con su seguridad. El factor de seguridad real solo se puede establecer calculando la resistencia del miembro considerando el efecto del agrietamiento y los esfuerzos dentro del rango inelástico de los materiales antes de la falla y comparando la carga que produciría la falla del miembro con aquella que se espera actúe.

El comportamiento de los elementos presforzados a medida que aumenta la carga hasta la de ruptura es muy parecido al de los elementos de concreto reforzado, es decir, cerca de la falla al incrementarse la carga lo hacen también los esfuerzos en el concreto y en el acero, alcanzándose la capacidad última cuando el acero se esfuerza hasta su resistencia última o cuando se alcanza la capacidad de deformación del concreto. Sin embargo prevalecen dos diferencias entre los elementos presforzados y los reforzados, estas son: 1. En concreto reforzado cuando las cargas se anulan, se anulan también los esfuerzos en el acero, mientras que, en concreto presforzado cuando las cargas se anulan los esfuerzos en el acero son los correspondientes al presfuerzo efectivo, 2. Las características esfuerzo-deformación del acero de presfuerzo son bastante diferentes del acero de refuerzo empleado en concreto reforzado.

Al igual que en las vigas de concreto reforzado, las vigas presforzadas se pueden dividir en dos tipos, basándose en su tipo de falla por flexión, así se tienen vigas subreforzadas y vigas sobrerreforzadas, sin embargo la distinción entre unas y otras depende además del porcentaje de acero y de las propiedades de los materiales, de la intensidad del presfuerzo en el acero. Salvo casos excepcionales, las vigas de concreto presforzado son subreforzadas.

El análisis exacto de la resistencia a la ruptura por flexión de una sección de concreto presforzado, es un problema teórico complicado, porque como ya se dijo los esfuerzos en los materiales están en el rango inelástico, sin embargo se han desarrollado métodos de suficiente exactitud práctica y relativamente simples, estos están basados en las consideraciones siguientes:

1. La falla es una falla por flexión, sin falla por esfuerzo cortante, adherencia o anclaje, que pudiera disminuir la resistencia de la sección.
2. Las vigas tienen adherencia. Las vigas sin adherencia tienen una resistencia a la ruptura diferente y se discutirán posteriormente.
3. Las vigas son estáticamente determinadas. Sin embargo el método puede ser aplicado igualmente a secciones individuales de vigas continuas.
4. La carga considerada es la carga última que produce la ruptura obtenida como el resultado de un cierto ensayo estático y producida por la fuerza de presfuerzo, el peso propio, la carga muerta sobrepuesta y la carga viva.
5. La distribución de la deformación en el concreto varía linealmente con la profundidad.
6. Debido a la adherencia las deformaciones en el acero son las mismas que las que sufre el concreto en el mismo nivel.
7. Los diagramas de esfuerzo-deformación para todos los materiales son conocidos.
8. La falla ocurre cuando la deformación en el concreto en la fibra extrema superior alcanza el valor de ϵ_u .
9. La deformación promedio en el acero no es notablemente diferente de su deformación máxima.

De los diagramas esfuerzo-deformación, el que presenta dificultades para su manejo es el del concreto debido a que este varía grandemente con su resistencia, sin embargo puede ser remplazado con una distribución rectangular equivalente de esfuerzos que tenga de acuerdo al Reglamento del ACI una intensidad de esfuerzo uniforme de $0.85f_c'$ hasta una profundidad a , tal como se muestra en la figura 24. La relación entre la profundidad del bloque equivalente de esfuerzos y el real es:

$$a = \beta_1 c$$

El valor de β_1 se ha establecido experimentalmente y esta dado - por la relación:

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 \left(\frac{f_c' - 2800}{70} \right) \geq 0.65$$

donde β_1 no debe exceder de 0.85 y no debe ser menor de 0.65. No se debe olvidar que el bloque rectangular de esfuerzos es un instrumento de cálculo para sustituir la distribución real de esfuerzos en el concreto.

Se presentan a continuación dos métodos para el cálculo de la resistencia a la ruptura, el primero que es el método de compatibilidad de deformaciones es de aplicación general y el segundo que es dado por el Reglamento del ACI tiene ciertas limitaciones en su aplicación. Al término de su exposición se presentan ejemplos para hacer más comprensible su aplicación.

a) RESISTENCIA A LA FLEXIÓN MEDIANTE EL ANÁLISIS DE COMPATIBILIDAD DE DEFORMACIONES.- Este método es un procedimiento iterativo para hallar la solución y se describe en las siguientes líneas:

1. Supóngase un valor razonable para el esfuerzo en el acero - f_{ps} (esfuerzo en el acero cuando la viga falla) en el momento de falla, y obténgase del diagrama correspondiente esfuerzo-deformación del acero el valor de la deformación a la falla ϵ_{ps} (deformación del acero cuando la viga falla).
2. Calcúlese la profundidad c real del eje neutro, basándose

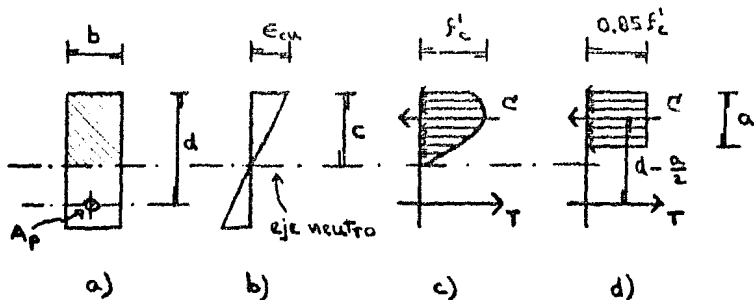


Figura 24. Distribuciones de deformaciones y esfuerzos bajo cargas de falla. a) Sección transversal. b) Deformaciones. c) Distribución real de esfuerzos. d) Distribución rectangular equivalente.

en la ecuación:

$$a = \frac{A_p f_{ps}}{0.85 f_c' b} = \beta_1 c \quad 39a$$

y la condición de equilibrio de fuerzas horizontales.

3. Calcúlese las deformaciones ϵ_1 y ϵ_2 debidas al presfuerzo efectivo y a la descompresión del concreto al nivel del centroide del acero respectivamente mediante las ecuaciones siguientes:

$$\epsilon_1 = \epsilon_{pe} = \frac{f_{pe}}{E_p} = \frac{P_e}{A_p E_p} \quad 39b.$$

$$\epsilon_2 = \frac{P_e}{A_c E_c} \left(1 + \frac{e^2}{r^2} \right) \quad 39c.$$

en ellas:

f_{pe} Esfuerzo en el acero debido a la fuerza efectiva - de presfuerzo.

E_p Módulo de elasticidad del acero de presfuerzo.

P_e Fuerza efectiva de presfuerzo.

A_p Area del acero de presfuerzo.

A_c Area de la sección sin agrietar de concreto.

E_c Módulo de elasticidad del concreto.

todos los demás términos han sido ya definidos.

4. Calcúlese el incremento en la deformación del acero de presfuerzo ϵ_3 con la ecuación:

$$\epsilon_3 = \epsilon_{cu} \left(\frac{d-c}{c} \right) \quad 39d.$$

en ella:

ϵ_{cu} Deformación última del concreto en la falla.

d Peralte efectivo de la sección.

c Distancia de la fibra extrema en compresión al eje neutro de la sección.

Añádase este valor a las deformaciones antes halladas, tal como se indica en la siguiente ecuación:

$$\epsilon_{ps} = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 \quad 39e.$$

5. Si la deformación de falla ϵ_{ps} , obtenida de esta manera, difiere grandemente de la supuesta en el paso 1, verifíquese tal suposición y repítanse los pasos 1, 2 y 4 (el paso 3 no se repite porque las deformaciones ϵ_1 y ϵ_2 son independientes del nuevo valor de f_{ps} y c) hasta que se obtenga una congruencia en los resultados.
6. Con los valores de $a = \beta_1 c$ y f_{ps} ahora conocidos, calcúlese el momento de flexión último mediante la ecuación:

$$M_n = A_p f_{ps} \left(d - \frac{a}{2} \right)$$

39f

El método que se acaba de describir, es aplicable a las vigas en que la zona de compresión en la falla tiene un ancho constante, sin embargo, en vigas que no ocurra esto se puede encontrar el valor de a basándose en el hecho del equilibrio de fuerzas horizontales. El momento último resistente se puede hallar tomando el brazo del par interno igual a la distancia desde el centroide del acero hasta el centroide de la zona de compresión de forma irregular.

En los miembros de concreto presforzado además del acero de presfuerzo puede existir acero no presforzado, la inclusión de este acero en el análisis por compatibilidad de deformaciones no involucra serias complicaciones, y las modificaciones que se deben hacer resultan obvias, tal como se ilustra en el ejemplo 19. En la mayoría de los casos resulta conveniente suponer que este acero actúa a su esfuerzo de fluencia.

El acero no presforzado entre otras cosas puede servir para dar resistencia al corte, a la tensión diagonal, para asegurar la integridad de los patines delgados, para ayudar a la fijación de otras varillas durante la construcción, para ayudar al control del agrietamiento o bien para aumentar la resistencia del elemento.

b) RESISTENCIA A LA FLEXION MEDIANTE LAS ECUACIONES DEL REGLAMENTO - ACI-318-77.- El Reglamento del ACI además de admitir el método de análisis por compatibilidad de deformaciones, permite dentro de ciertas limitaciones efectuar una determinación aproximada de la resistencia a la flexión. De acuerdo con este Reglamento, siempre que el presfuerzo efectivo del acero f_{pe} no sea menor que $0.50 f_{pu}$, el esfuerzo en el acero a la falla (Art. 18.7.2) se puede tomar igual a:

Para tendones adheridos:

$$f_{ps} = f_{pu} \left(1 - 0.5 \rho_p \frac{f_{pu}}{f'_c} \right) \quad 40a.$$

Para tendones no adheridos:

$$f_{ps} = f_{pe} + 700 + \frac{f'_c}{100 \rho_p} \quad 40b.$$

pero en ningún caso mayor que f_{py} ó $(f_{pe} + 4200)$. Todos los esfuerzos en estas ecuaciones están en Kg/cm^2 . A continuación se definen los términos empleados en las ecuaciones anteriores:

f_{ps} Esfuerzo en el acero cuando la viga falla.

f_{pu} Resistencia última del acero.

ρ_p Porcentaje de acero de presfuerzo dado como: $\rho_p = \frac{A_p}{bd}$
 b Ancho de la cara a compresión.

De acuerdo al artículo 18.7.3 del mencionado Reglamento puede suponerse que las varillas de refuerzo no presforzadas actúan a su esfuerzo de fluencia.

Con el valor de f_{ps} así obtenido se puede calcular la resistencia de una sección que tenga un ancho de la zona de compresión constante con las formulas:

$$M_n = A_p f_{ps} \left(d - \frac{a}{2} \right) \quad 40c.$$

$$a = \frac{A_p f_{ps}}{0.85 f'_c b} \quad 40d.$$

De acuerdo con el reglamento del ACI esta resistencia nominal para fines de diseño debe de afectarse del factor de resistencia ϕ para obtener la resistencia de diseño.

Cuando el ancho de la zona de compresión no sea constante como lo es en las vigas I y T en que la profundidad del bloque de esfuerzos es mayor que el espesor del patín, el área total de acero se divide en dos partes. La primera parte equilibra exactamente a la compresión en las porciones sobresalientes del patín y se obtiene mediante la formula:

$$A_{pf} = 0.85 \frac{f'_c}{f_{ps}} (b - b_w) h_f \quad 40e.$$

en ella:

A_{pf} Área de acero que equilibra la compresión en las partes sobresalientes del patín.

b_w Ancho del alma de la viga.

h_f Espesor del patín de compresión.

La segunda parte viene aparejada con la compresión en el alma y se obtiene con la formula:

$$A_{pw} = A_p - A_{pf} \quad 40f.$$

la profundidad del bloque de esfuerzos se obtiene como:

$$a = \frac{A_{pw} f_{ps}}{0.85 f'_c b_w} \quad 40g.$$

El momento total resistente de las dos partes de acero anteriores se

obtiene mediante la formula:

$$M_n = A_{pw} f_{ps} \left(d - \frac{a}{2} \right) + A_{ps} f_{ps} \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad 40h.$$

para fines de diseño, la resistencia a la flexión tambien se supone igual a ϕM_n .

El Reglamento del ACI contempla tambien el caso de las vigas sobrerreforzadas estableciendo en su artículos 18.8.1 y 18.8.2 que cuando:

$$\rho_p \frac{f_{ps}}{f'_c} > 0.30$$

se deben usar las siguientes ecuaciones:

Para vigas con una zona de compresión constante:

$$M_n = 0.25 f'_c b d^2 \quad 40i.$$

Para vigas con una zona de compresión de ancho variable:

$$M_n = 0.25 f'_c b_w d^2 + 0.85 f'_c (b - b_w) h_f \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \quad 40j.$$

en ambos casos la resistencia de diseño se obtiene afectando la resistencia dada por estas ecuaciones por el factor de reducción de resistencia.

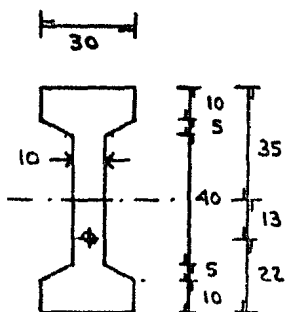
Así mismo el Reglamento prevé la falla abrupta resultante de la rotura del acero de presfuerzo inmediatamente después del agrietamiento por lo que, en su artículo 18.8.3 especifica que el momento resistente último debe ser por lo menos 1.2 veces el momento de agrietamiento.

En los comentarios del Reglamento se encuentra que cuando el espesor del patín de compresión es menor que $1.4 d \rho_p f_{ps} / f'_c$ la profundidad del bloque de esfuerzos es más grande que aquel.

A continuación se dan ejemplos de cálculo para una mayor comprensión de lo expuesto.

EJEMPLO 16..- Cálculo de la Resistencia última a la flexión usando el método de compatibilidad de deformaciones.

Usando el método de compatibilidad de deformaciones hallar la capacidad de momento última para la viga I mostrada en la figura 25. Se usará concreto de peso normal, con una resistencia a la compresión $f'_c = 280$ Kg/cm². y un módulo de elasticidad $E_c = 2.51 \times 10^5$ Kg/cm². La capacidad de deformación última del concreto es $\epsilon_{cu} = 0.0030$ y $\beta_1 = 0.85$. La viga es -



$$A_e = 1200 \text{ cm}^2 \quad I_c = 705625 \text{ cm}^4$$

$$c_1 = c_2 = 35 \text{ cm} \quad r^2 = 580.02 \text{ cm}^2$$

FIGURA 25.

pretensada con una fuerza de presfuerzo efectiva de 65500 Kg. y se emplea cable de 7 alambres con un diámetro de 1.27 cm y un área de 0.929 cm² cada uno, de grado 250, para el cual la curva esfuerzo-deformación se muestra en la fig 1 del apéndice A.

SOLUCION:

Con los datos proporcionados se pueden calcular las deformaciones ϵ_1 y ϵ_2 como sigue:

$$A_p = 7(0.929) = 6.5032 \text{ cm}^2$$

$$f_{pe} = \frac{65500}{6.5032} = 10071.9448 \text{ Kg/cm}^2$$

usando la ecuación 39b

$$\epsilon_1 = \epsilon_{pe} = \frac{10071.9448}{1.5 \times 10^6} = 0.0053$$

usando la ecuación 39c.

$$\epsilon_2 = \frac{65500}{1200 \times 2.01 \times 10^5} \left(1 + \frac{169}{580.02} \right) = 0.0003$$

ahora, suponiendo un $f_{ps} = 15115.9960$ Kg de la gráfica esfuerzo-deformación de la fig 1 del apéndice A se tiene que $\epsilon_{ps} = 0.0105$ por lo que:

$$T = A_p f_{ps} = 6.5032 (15115.9960) = 98302.3450 \text{ Kg.}$$

revisando la fuerza de compresión que proporciona el patín,

$$C_w = 0.85 (280) \left[\left(\frac{30+10}{2} \right) (5) + 30(10) \right] = 55200.00 \text{ Kg} < T$$

por lo que la profundidad del bloque de esfuerzos incluye el alma de la sección y la fuerza total de compresión se descompone en dos partes, la primera que es la que proporcionan las partes salientes del patín que es:

$$C_1 = 0.85 (280) (2) \left(\frac{15+10}{2} \right) (10) = 53500.00 \text{ Kg}$$

y la segunda proporcionada por el alma, con un valor:

$$C_2 = T - C_1 = 98302.3450 - 53500.0000 = 38802.3450 \text{ Kg.}$$

la profundidad del bloque de esfuerzos será:

$$a = \frac{38802.3450}{0.85(280)(10)} = 16.3035 \text{ cm}$$

con esto la profundidad del eje neutro es:

$$c = \frac{16.3035}{0.85} = 19.1806 \text{ cm.}$$

a partir de este valor se puede calcular el incremento en la deformación del acero ϵ_s con la ecuación 39d.

$$\epsilon_s = 0.0030 \left(\frac{48 - 19.1806}{19.1806} \right) = 0.0045$$

se puede ya calcular la deformación total del acero en la falla usando - la ecuación 39e. como sigue:

$$\epsilon_{ps} = 0.0053 + 0.0003 + 0.0045 = 0.0101$$

este valor se considerará suficientemente aproximado con el valor supuesto por lo que a continuación se procede a calcular el momento último. El centroide de la fuerza de compresión se obtiene considerando momentos estáticos de área respecto a la fibra superior, esto proporciona la distancia a dicha fibra que en este caso es igual a 7.0511 cm. con lo que el brazo - del par resistente es:

$$z = 48 - 7.0511 = 40.9489 \text{ cm}$$

y el valor del momento último resistente es:

$$M_u = 6.5032 (15115.9960) (40.9489) = 4025372.21 \text{ Kg-cm}$$

considerando que para flexión el Reglamento ACI-318-77 establece un factor de reducción de resistencia igual a 0.9, el momento de diseño es:

$$\phi M_u = 3622835.01 \text{ Kg-cm.}$$

EJEMPLO 17.- Cálculo de la resistencia última a la flexión usando las ecuaciones del Reglamento ACI-318-77.

Encontrar la capacidad de momento último de la viga del ejemplo anterior usando las ecuaciones aproximadas del Reglamento del ACI.

SOLUCION:

Se verifica primero la aplicación del método mediante:

por lo tanto si es aplicable. El porcentaje de refuerzo es:

$$\rho_p = \frac{A_p}{bd} = \frac{6.5032}{30(48)} = 0.0045$$

como se trata de una viga pretensada se usa la ecuación 40a para tendones adheridos obteniendose:

$$f_{ps} = 17576.7395 \left(1 - 0.5(0.0045) \frac{17576.7395}{280} \right) = 15085.2835 \text{ Kg/cm}^2$$

ahora se compara este valor con los valores limites que son:

$$f_{py} = 14764.4612 \text{ Kg/cm}^2$$

$$y \quad f_{ps} + 4200 = 10071.9498 + 4200 = 14271.9498 \text{ Kg/cm}^2$$

se observa que es mayor que estos por lo que rige el valor:

$$f_{ps} = 14271.9498 \text{ Kg/cm}^2$$

Se revisa ahora el indice de refuerzo que es:

$$\rho_p \frac{f_{ps}}{f'_c} = 0.0045 \frac{14271.9498}{280} = 0.2294 < 0.30$$

por lo tanto se trata de una sección subreforzada y se pueden emplear - las ecuaciones 40c. y 40h., para determinar cual usar se calcula:

$$1.4 d \rho_p \frac{f_{ps}}{f'_c} = 1.4(48)(0.2294) = 15.4137 > 15 \text{ cm}$$

este valor es superior al espesor del patín por lo que se usará la ecuación 40h.

Con la ecuación 40e. se calcula el área de acero que equilibra la - fuerza de compresión de las partes sobresalientes del patín, esta es:

$$A_{ps} = 0.85 \frac{280}{14271.9498} (30-10)(12.5) = 4.1690 \text{ cm}^2$$

por lo que de la ecuación 40f. el área de acero que trabaja con el alma es:

$$A_{pw} = 6.5032 - 4.1690 = 2.3342 \text{ cm}^2$$

y se puede obtener la profundidad del bloque equivalente de esfuerzos usando la ecuación 40g como sigue:

$$\alpha = \frac{2.3342 (14271.9448)}{0.85 (280)(10)} = 13.9973 \text{ cm}$$

ahora, usando la ecuación 40h. se tiene que el momento resistente es:

$$M_n = 2.3342 (14271.9448) \left(48 - \frac{13.9973}{2} \right) + 4.1690 (14271.9448) \left(48 - \frac{12.5}{2} \right)$$

$$M_n = 3850015.545 \text{ Kg-cm}$$

y el momento de diseño, aplicando el correspondiente factor de reducción de resistencia será:

$$\phi M_n = 3465013.991 \text{ Kg-cm}$$

Al igual que en el concreto reforzado, en ocasiones es necesario el cálculo de los esfuerzos en el concreto y en el acero después del agrietamiento, esto en el concreto presforzado es posible mediante el uso del método de la sección transformada que se usa en concreto reforzado después de hacer en él una pequeña modificación debido a la presencia de la fuerza de presfuerzo. El método se presenta en este trabajo mediante un ejemplo, si se desea mayor exposición se puede recurrir a la referencia 1. El ejemplo se refiere a una viga parcialmente presforzada, este tipo de vigas lo constituyen aquellas en las cuales se permiten esfuerzos de tensión en el concreto y tienen las siguientes ventajas: 1. Mejor control de las deflexiones. 2. Ahorro en la cantidad de acero de presfuerzo. 3. Ahorro del trabajo de tensado y anclajes en los extremos. 4. Una mayor elasticidad en la estructura. 5. Empleo económico del acero dulce. Sus posibles desventajas son: 1. Aparición prematura de las grietas. 2. Mayor deflexión en la sobrecarga. 3. Mayor esfuerzo principal de tensión bajo las cargas de trabajo. 4. Ligero descenso de la resistencia a la ruptura para la misma cantidad de acero.

EJEMPLO 18.- Cálculo de esfuerzos de flexión elásticos en vigas parcialmente presforzadas después del agrietamiento.

La viga T parcialmente presforzada que se muestra en la figura 26, - esta sujeta a momentos debidos a las cargas muerta y viva sobrepuestas de servicio con un valor de 526000 y 2650000 Kg-cm. en forma adicional al momento de 1150000 Kg-cm. debido a su peso propio. Se aplica una fuerza efectiva de presfuerzo de 56000 Kg. usando 6 cables grado 250 de 1.27 cm. - Dos varillas no presforzadas grado 60 y del número 8 se colocan cerca de la cara de tensión de la viga. Los módulos de elasticidad del concreto, - del acero de los cables y de las varillas de refuerzo son respectivamente 2.54×10^5 , 1.9×10^6 , 2×10^6 Kg/cm². El módulo de ruptura del concreto es 35.1535 Kg/cm². Hallar los esfuerzos en el concreto, en el acero de presfuerzo y en las varillas de refuerzo bajo la totalidad de las cargas de servicio.

SOLUCION:

Primero se verificará si la sección se agrieta, calculando el esfuerzo en la fibra extrema inferior de la sección usando la ecuación 33b del método convencional de análisis y comparando este valor con el del módulo de ruptura, en este calculo se emplea el área total de concreto.

$$f_2 = -\frac{56000}{1250} - \frac{56000(28.40)}{19912.0823} + \frac{4326500.00}{19912.0823}$$

$$f_2 = + 92.6090 \text{ Kg/cm}^2 > f_r = + 35.1535$$

por lo que la sección si se agrieta en condiciones de servicio.

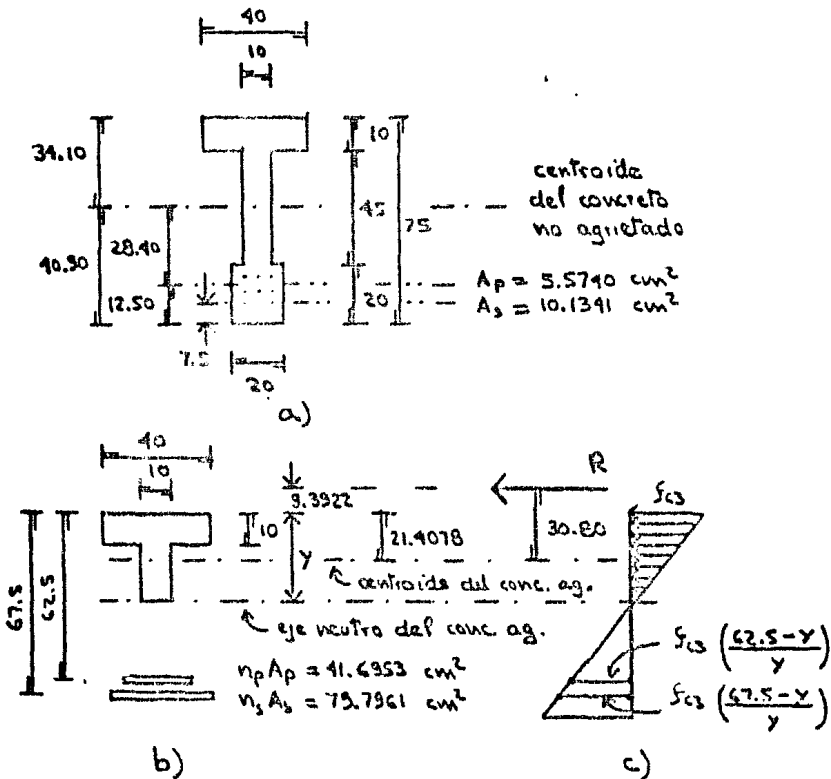


Figura 26. Análisis de la sección agrietada de una viga T. a) - Sección transversal del elemento. b) Sección transversal transformada agrietada. c) Esfuerzos en el concreto y en el acero.

Se calcula el esfuerzo en el acero de presfuerzo cuando solo actúa - la fuerza de presfuerzo efectiva como:

$$f_{p1} = f_{pe} = \frac{P_e}{A_p} = \frac{56000}{5.5740} = 10046.6451 \text{ Kg/cm}^2$$

a continuación se calcula la deformación que sufre el acero de presfuerzo debida a la descompresión del concreto en su nivel y el aumento de esfuerzo provocado por ella como sigue:

$$\epsilon_{p2} = \frac{P_e}{A_c E_c} \left(1 + \frac{e^2}{r^2} \right) = \frac{56000}{1250 (2.54 \times 10^8)} \left(1 + \frac{28.40^2}{651.5233} \right) = 0.0004$$

$$f_{p2} = \epsilon_{p2} E_p = 0.0004 (1.9 \times 10^6) = 749.9810 \text{ Kg/cm}^2$$

se calcula la fuerza ficticia de tensión F que se debe aplicar en el centroide del acero para producir la descompresión del concreto como:

$$F = A_p (f_{p1} + f_{p2}) = 5.5740 (10046.6451 + 749.9810) = 60180.3940 \text{ Kg.}$$

esta fuerza debe ser cancelada por otra igual y opuesta que actuando junto con el momento total de servicio es equivalente a una fuerza de compresión $R = F$ aplicada a una excentricidad hacia arriba desde el centroide del concreto no agrietado igual a:

$$\bar{e} = \frac{M_T - F e}{R} = \frac{4326500.00 - 60180.3940 (28.40)}{60180.3940} = 43.4922 \text{ cm}$$

o bien a 9.3922 cm. arriba de la fibra superior del miembro. A continuación se definirán las propiedades de la sección agrietada transformada. - Las áreas de acero transformadas son :

$$n_p = \frac{E_p}{E_c} = \frac{1.9 \times 10^6}{2.54 \times 10^5} = 7.4803 \quad \Rightarrow \quad n_p A_p = 41.6953 \text{ cm}^2$$

$$n_s = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2 \times 10^6}{2.54 \times 10^5} = 7.8740 \quad \Rightarrow \quad n_s A_s = 79.7961 \text{ cm}^2$$

para definir la dimensión y de la sección agrietada de concreto, fig - 26 b), se establece la ecuación de equilibrio de momentos respecto al punto de aplicación de R , quedando:

$$\begin{aligned} & 10(10) \frac{f_{c3}}{y} (y-5)(19.39) + 10(y-10) \frac{f_{c3}}{y} \left(\frac{y-10}{2} \right) \left(\frac{y-10}{2} + 19.39 \right) \\ & - 41.70 \frac{f_{c3}}{y} (62.5-y)(71.89) - 79.80 \frac{f_{c3}}{y} (62.5-y)(76.89) = 0 \end{aligned}$$

reduciendo términos se obtiene la expresión:

$$2.5 y^3 - 121.9610 y^2 + 16579.3645 y - 637488.0213 = 0$$

resolviendo esta expresión por aproximaciones sucesivas se tiene que:

$$y = 40.9997 \text{ cm.}$$

con este valor se pueden ya calcular las propiedades de la sección agrietada transformada. Primero se localiza el eje neutro tomando momentos estáticos de área respecto a la fibra superior, obteniéndose:

$$C_1^* = \frac{40(10)(5) + 10(30.9997)(25.2499) + 41.6953(62.5) + 79.7961(67.5)}{40(10) + 10(30.9997) + 41.6953 + 79.7961}$$

$$C_1^* = 21.4078 \text{ cm}$$

por lo que la sección agrietada transformada tiene las siguientes propiedades:

$$A_{ct} = 826.4884 \text{ cm}^2, \quad I_{ct} = 680351.1645 \text{ cm}^4, \quad e^* = 30.8000 \text{ cm.}$$

se pueden ya calcular los incrementos en los esfuerzos en el concreto y - en los aceros con las expresiones:

$$f_{c3} = -\frac{R}{A_{ct}} - \frac{R e^* C_1^*}{I_{ct}} = -\frac{60180.3940}{826.4884} - \frac{60180.3940(30.80)(21.4078)}{680351.1645}$$

$$f_{c3} = -131.1382 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ps} = n_p \left[-\frac{R}{A_{ct}} + \frac{R e^* (d_p - C_1^*)}{I_{ct}} \right] = 7.48 \left[-\frac{60180.39}{826.49} + \frac{60180.39(30.80)(62.5 - 21.41)}{680351.16} \right]$$

$$f_{ps} = +292.7600 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{s3} = n_s \left[-\frac{R}{A_{ct}} + \frac{R e^* (d_s - C_1^*)}{I_{ct}} \right] = 7.87 \left[-\frac{60180.39}{826.49} + \frac{60180.39(30.80)(67.5 - 21.41)}{680351.16} \right]$$

$$f_{s3} = +415.4285 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo tanto los esfuerzos finales son:

en el acero de presfuerzo:

$$f_{ps} = f_{p1} + f_{p2} + f_{p3} = 10046.64 + 749.98 + 292.76 = 11089.3861 \text{ Kg/cm}^2$$

en el acero de refuerzo:

$$f_s = f_{s3} = 415.4285 \text{ Kg/cm}^2$$

en el concreto:

$$f_c = f_{c3} = -131.1382 \text{ Kg/cm}^2$$

EJEMPLO 19.- Cálculo de la resistencia última de flexión de vigas con refuerzo presforzado y refuerzo ordinario.

Usando el método de compatibilidad de deformaciones, encontrar la capacidad de momento última de la viga T del ejemplo precedente. Se usará concreto de peso normal con una resistencia de $f'_c = 280 \text{ Kg/cm}^2$, su módulo de elasticidad es $2.51 \times 10^5 \text{ Kg/cm}^2$ y su límite de deformación $\epsilon_{cu} = 0.003$. Supóngase que la curva esfuerzo-deformación para los cables es tal como se muestra en la figura 1 del apéndice A y para las varillas ordinarias es tal como se muestra en la figura 2 del mismo apéndice.

SOLUCION:

La deformación bajo el presfuerzo efectivo solo, será:

$$f_{pe} = \frac{P_e}{A_p} = \frac{56000}{5.5740} = 10046.6451 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\epsilon_1 = \epsilon_p = \frac{f_{pe}}{E_p} = \frac{10046.6451}{1.9 \times 10^6} = 0.0053$$

el incremento de la deformación a medida que el concreto se descomprime:

$$\epsilon_2 = \frac{P_e}{A_c E_c} \left(1 + \frac{e^2}{r^2} \right) = \frac{56000}{1250 (2.51 \times 10^5)} \left(1 + \frac{38.46^2}{651.5233} \right) = 0.0004$$

suponiendo $f_{ps} = 14764.4612 \text{ Kg/cm}^2$, de la gráfica de la figura 1 del apéndice A se tiene que $\epsilon_{ps} = 0.0095$, se supone además que el acero no presforzado está sujeto a su esfuerzo de fluencia $f_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$ por lo tanto:

$$T = A_p f_{ps} + A_s f_y = 5.5740 (14764.4612) + 10.1341 (4200) = 124860.3267 \text{ Kg.}$$

la compresión proporcionada por el patín es:

$$C = 0.85 f'_c b h_f = 0.85 (280) (40) (10) = 95200.00 \text{ Kg} < T$$

por lo tanto el bloque de esfuerzos abarca el alma. Descomponiendo en dos la fuerza total de compresión se tiene: la parte proporcionada por las partes sobresalientes del patín es:

$$C_f = 0.85 f'_c (b - b_w) h_f = 0.85 (280) (40 - 10) (10) = 71400 \text{ Kg.}$$

la parte que proporciona el alma será entonces:

$$C_w = T - C_f = 124860.3267 - 71400 = 53460.3267 \text{ Kg.}$$

con lo que la profundidad del bloque de esfuerzos equivalente es:

$$a = \frac{53460.3267}{0.85(280)(10)} = 22.4623 \text{ cm}$$

la profundidad del eje neutro será:

$$c = \frac{22.4623}{0.85} = 26.4263 \text{ cm}$$

por lo tanto el incremento en la deformación del tendón es:

$$\epsilon_3 = \epsilon_{cu} \left(\frac{d-c}{c} \right) = 0.0030 \left(\frac{62.50 - 26.4263}{26.4263} \right) = 0.0041$$

y su deformación total es:

$$\epsilon_{ps} = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 = 0.0053 + 0.0009 + 0.0041 = 0.0098$$

que es muy proximo al valor supuesto por lo que se considera aceptable.

La deformación en la varilla no presforzada es:

$$\epsilon_{s3} = 0.0030 \left(\frac{67.5 - 26.4263}{26.4263} \right) = 0.0047 > \epsilon_y = \frac{4200}{2 \times 10^4} = 0.0021$$

lo que verifica la suposición de la fluencia del acero no presforzado. -- Tomando momentos de las fuerzas de tensión respecto al punto de aplicación de la fuerza de compresión se tiene que el momento último resistente es:

$$M_u = A_{ps} f_{ps} z_1 + A_s f_y z_2 = 5.5710(14764.46)(54.83) + 10.13(4200)(59.83)$$

$$M_u = 7059170.021 \text{ Kg-cm}$$

aplicando el factor de reducción de resistencia correspondiente, el momento de diseño será:

$$\phi M_u = 6353253.019 \text{ Kg-cm.}$$

II.1.5 DISEÑO POR ESFUERZOS PERMISIBLES PARA ELEMENTOS DE CONCRETO PRESFORZADO SIMPLEMENTE APOYADOS SOMETIDOS A FLEXION.

El criterio que sigue este diseño es que los esfuerzos que se presenten en cualquier sección de una viga debido a las sollicitaciones externas siempre se mantengan inferiores o iguales a ciertos valores preestablecidos permitidos por los Reglamentos de Construcción o la experiencia previa en el diseño. No existen procedimientos establecidos para la obtención de los llamados esfuerzos permisibles, sus valores se dan de modo que la estructura sea útil y segura bajo las condiciones de servicio al --

mismo tiempo que se emplea una cantidad razonablemente económica de material, generalmente se dan en términos de la resistencia del concreto. Los esfuerzos producidos por las sollicitaciones externas como ya se vió, se calculan usando métodos elásticos y despreciando los esfuerzos cortantes, es decir, en este método de diseño únicamente se consideran los esfuerzos de flexión.

Los métodos de diseño que se presentarán posteriormente toman como base vigas de sección constante, rectas, simplemente apoyadas, de un solo claro y sometidas a cargas verticales descendentes, considerando además que su prefuerzo se lleva a cabo en una sola operación y que el centro de del acero se encuentra considerablemente abajo del punto central de la sección.

Todo elemento estructural desde su concepción se encuentra sometido a una diversidad de sollicitaciones externas, esto es, a diferentes etapas de carga, sin embargo en el diseño son dos las que únicamente se toman en consideración, estas son: la etapa de transferencia y la etapa de condiciones de servicio. La primera de estas etapas tiene las siguientes características: la fuerza de prefuerzo es máxima, no se ha alcanzado la resistencia total del concreto y se tiene el valor mínimo de las sollicitaciones externas ya que, generalmente solo actúa el peso propio del elemento. La etapa o condición de servicio presenta la fuerza de prefuerzo mínima (después de todas las pérdidas), la resistencia del concreto máxima y el valor de las sollicitaciones también máximo.

Por otro lado, la distribución de los esfuerzos de flexión es lineal con los valores máximos en las fibras extremas superior e inferior y en cada una de las etapas de carga consideradas se tendrán dos valores máximos por lo que en total serán cuatro valores máximos de esfuerzos a comparar con los correspondientes esfuerzos permisibles, esto da origen a lo que se llama requisitos básicos del diseño por esfuerzos permisibles, los cuales son:

Requisito 1. Para la condición de transferencia, el esfuerzo de tensión en la fibra extrema superior debe ser igual o menor que el esfuerzo de tensión permisible en la transferencia.

Requisito 2. Para la condición de transferencia, el esfuerzo de compresión en la fibra extrema inferior debe ser igual o menor que el esfuerzo de compresión permisible en la transferencia.

Requisito 3. Para la condición final o de condiciones de servicio, el esfuerzo de compresión en la fibra extrema superior debe ser igual o menor que el esfuerzo de compresión final permisible.

Requisito 4. Para la condición final, el esfuerzo de tensión en la fibra extrema inferior debe ser igual o menor que el esfuerzo de tensión final permisible.

Estos cuatro requisitos deben ser respetados en todas las secciones

a lo largo de todo elemento estructural, sin embargo, los métodos de diseño prestan mayor atención a la sección a mitad del claro y a la sección en los apoyos, por ser estas las secciones sujetas a los esfuerzos mayores.

En el diseño de elementos de concreto presfuerzo sometidos a esfuerzos de flexión se presentan dos tipos de problemas, uno de ellos es cuando el diseño utiliza secciones prefabricadas en planta conocidas como secciones estandar y únicamente se debe determinar la magnitud de la fuerza de presfuerzo y la excentricidad del acero de presfuerzo, el otro tipo de problema es aquel en el que se debe determinar las dimensiones de la sección de concreto, la fuerza de presfuerzo y su excentricidad. El segundo tipo de diseño da opción a lo que se llama el diseño por peso mínimo que se basa en la consideración de lograr cierta economía empleando la cantidad mínima de materiales (concreto y acero).

El uso de secciones estandar es adecuado cuando la cantidad de elementos que se requiere es pequeña y estos son de claro corto, aún cuando no supone el diseño por peso mínimo se obtiene cierta economía al no requerir la fabricación de formas especiales para su fabricación. Cuando se tienen claros importantes puede ser necesario el empleo del diseño por peso mínimo, el cual aún cuando requiere la fabricación de moldes especiales resulta económico si el número de elementos fabricados es grande.

METODO 1. Este método (Ref. 1) se basa en el estudio de las distribuciones de esfuerzos de las secciones más solicitadas (centro y apoyos del claro), de él obtiene el rango de esfuerzos disponible para soportar las acciones externas. Comprende los casos de vigas con excentricidad variable del acero, de vigas con excentricidad constante, vigas con peralte limitado y vigas de sección estandar, todos ellos se presentan a continuación.

A. Vigas para las cuales la excentricidad del presfuerzo varía a lo largo del claro.

Para este caso las ecuaciones que se emplean son:

$$S_1 \geq \frac{(1-\eta) M_o + M_d + M_L}{\eta f_{ti} - f_{cs}} \quad 41a.$$

$$S_2 \geq \frac{(1-\eta) M_o + M_d + M_L}{f_{cs} - \eta f_{ci}} \quad 41b.$$

$$f_{cci} = f_{ti} - \frac{c_1}{h} (f_{ti} - f_{ci}) \quad 41c.$$

$$P_i = A_c f_{cci} \quad 41d.$$

$$e = (f_{ti} - f_{cci}) \frac{S_1}{P_c} + \frac{M_0}{P_c} \quad 41c.$$

en las ecuaciones anteriores:

- S_1 Módulo de sección superior.
- S_2 Módulo de sección inferior.
- η Relación de efectividad definida como $\eta = \frac{P_e}{P_c}$
- P_c Fuerza de presfuerzo en la transferencia.
- P_e Fuerza de presfuerzo efectiva (después de todas las pérdidas).
- M_0 Momento flexionante debido al peso propio del elemento.
- M_d Momento flexionante debido a la carga muerta sobrepuesta.
- M_L Momento flexionante debido a la carga viva.
- f_{cci} Esfuerzo en el centroide del concreto en las condiciones iniciales.
- f_{ti} Esfuerzo de tensión permisible en la transferencia.
- f_{ci} Esfuerzo de compresión permisible en la transferencia.
- f_{ts} Esfuerzo de tensión permisible en la condición de servicio.
- f_{cs} Esfuerzo de compresión permisible en la condición de servicio.
- C_1 Distancia del centroide de la sección a la fibra extrema superior.
- h Peralte total de la sección ($h = C_1 + C_2$)
- C_2 Distancia del centroide de la sección a la fibra extrema inferior.
- A_c Área de la sección transversal de concreto.
- e Excentricidad del centroide del acero respecto del centroide de la - sección de concreto.

El procedimiento de diseño planteado consiste en: 1. Hallar los módulos de sección requeridos mediante las ecuaciones 41a. y 41b. con el centroide de la sección ubicado mediante la ecuación:

$$\frac{C_1}{h} = \frac{S_1}{S_1 + S_2}$$

2. Escoger las dimensiones de la sección de concreto de manera que se satisfagan los anteriores requerimientos. 3. Calcular el esfuerzo en el centroide del concreto empleando la ecuación 41c. 4. Calcular la fuerza de presfuerzo y su excentricidad mediante las ecuaciones 41d. y 41e., en caso necesario repetir los pasos 1 a 4.

En la práctica los requerimientos de los módulos de sección no se satisfacen exactamente debido al redondeo hacia arriba en las dimensiones -

del concreto, al proporcionamiento de patines espaciosos por razones funcionales, o el uso de secciones transversales estandar, esto permite tener cierta libertad en la elección de la fuerza de presfuerzo y de la excentricidad como se verá en el artículo dedicado a secciones estandar. El ejemplo de lo expuesto se dará al final del último método de diseño.

B. Vigas con excentricidad constante.

Las ecuaciones que se emplean en este segundo caso son:

$$S_1 \geq \frac{M_o + M_d + M_L}{\eta f_{ti} - f_{cs}} \quad 42a.$$

$$S_2 \geq \frac{M_o + M_d + M_L}{f_{ts} - \eta f_{ci}} \quad 42b.$$

$$f_{cci} = f_{ti} - \frac{c_i}{h} (f_{ti} - f_{ci}) \quad 42c.$$

$$P_c = A_c f_{cci} \quad 42d.$$

$$e = (f_{ti} - f_{cci}) \frac{S_1}{P_c} \quad 42e.$$

Todos los términos de estas ecuaciones ya han sido definidos anteriormente. El procedimiento de diseño es semejante al del caso anterior. Comparando las ecuaciones 41a. y 41b., con sus correspondientes que son 42a. y 42b., se observa que en el primer caso el momento debido al peso propio del elemento influye poco en los valores de los módulos de sección y que en este caso es la totalidad de este momento el que se debe tomar en consideración para su cálculo. Un ejemplo de este método se da al final de la exposición de todos los métodos.

C. Vigas con paralte limitado.

En el diseño de una viga puede presentarse el caso en el cual, el paralte de ésta se encuentre limitado por ciertas restricciones como lo pueden ser la arquitectónica, cuando esto sucede las ecuaciones a emplear son las siguientes:

$$S_1 \geq \frac{(1 - \eta - \mu \eta) M_o + M_d + M_L}{\eta f_{ti} - f_{cs}} \quad 43a.$$

$$S_2 \geq \frac{(1 - \eta + \mu \eta) M_o + M_d + M_L}{f_{ts} - \eta f_{ci}} \quad 43b.$$

$$f_{cci} = f_{ti} - \frac{c_i}{h} (f_{ti} - f_{ci}) \quad 43c.$$

$$P_c = A_c f_{cc} \quad 43d.$$

$$e = (f_{ti} - f_{cci}) \frac{S_i}{P_c} + (1 - \mu) \frac{M_o}{P_c} \quad 43e.$$

Comparando este grupo de ecuaciones con las ecuaciones 40 (desde la 40a. hasta la 40e.) se ve que únicamente se diferencian en la inclusión de μ , que es la porción del peso propio que no se puede compensar mediante la excentricidad del acero y que por ello reduce el margen de esfuerzos disponible y afecta el valor de los módulos de sección. El método a seguir es casi el mismo, solo es necesario determinar al inicio el valor de μ , el cual se debe verificar mediante la resolución de la ecuación 43e. una vez hecha la elección de la sección y estimado el máximo valor permisible de la excentricidad (se sugiere un valor inicial de cero), esto se repite hasta que el valor supuesto y el calculado sean aproximadamente el mismo. Este es un procedimiento iterativo que por lo general converge rápidamente.

D. Vigas de sección estandar.

Véase diseño empleando secciones estandar del método 3.

METODO 2. Este método (Ref. 2) se basa en el concepto de que el momento flexionante externo es resistido por un momento flexionante interno producto de un par de fuerzas. Una de las fuerzas es de compresión y la otra es de tensión proporcionada por el acero de presfuerzo. En este caso del concreto presforzado el par de fuerzas se comporta de forma diferente a como lo hace en el concreto reforzado, ya que se puede considerar que el valor de las fuerzas permanece constante y el aumento en el valor del momento se debe a un aumento del brazo del par.

El método divide a los elementos por diseñar en dos casos: el primer caso se refiere a elementos de concreto presforzado en los cuales la relación del momento por peso propio al momento total sea pequeña (menor del 20 ó 30%), el segundo caso es para elementos cuyo relación del momento por peso propio al momento total sea grande. Para cada uno de los casos presenta cuatro tipos de diseño que son: diseño preliminar, diseño sin permitir esfuerzos de tensión, diseño permitiendo esfuerzos de tensión pero despreciandolos y diseño permitiendo y tomando en cuenta los esfuerzos de tensión. De los tres últimos tipos de diseño se elige el que convenga a las necesidades del diseñador. A continuación se exponen las ecuaciones que se emplean dejandose los ejemplos al final del método 3.

A. Diseño preliminar para relaciones pequeñas de M_o/M_T .

Las ecuaciones que se emplean son las siguientes:

$$P_e = \frac{M_d + M_c}{0.50h} \quad 44a.$$

$$A_p = \frac{P_e}{f_{pe}} \quad 44b.$$

$$A_c = \frac{P_e}{0.50 f_{cs}} \quad 44c.$$

en estas ecuaciones el único término que falta definir es f_{pe} , el cual - representa el esfuerzo efectivo en el acero.

Para la deducción de las ecuaciones anteriores se tomaron en cuenta las siguientes aproximaciones: la primera es que el brazo del par resistente es aproximadamente el 50% del peralte total de la sección, la segunda es que el esfuerzo en el centroide de la sección de concreto es igual a la mitad del esfuerzo máximo de compresión que se presenta en ella.

B. Diseño preliminar para relaciones grandes de M_o/M_T .

Para la deducción de las ecuaciones que se presentan a continuación se hicieron aproximaciones semejantes a las anteriores la única diferencia es que en estas el brazo del par se estima en un 65%. Una diferencia significativa entre este tipo de diseño y el anterior es que en este es - el momento total que actúa en la sección el que rige. Las ecuaciones son:

$$P_e = \frac{M_T}{0.65h} \quad 44d.$$

$$A_p = \frac{P_e}{f_{pe}} \quad 44e.$$

$$A_c = \frac{P_e}{0.50 f_{cs}} \quad 44f.$$

C. Diseño elástico sin tensión en el concreto para pequeñas relaciones de M_o/M_T .

Las ecuaciones que se utilizan son:

$$e - k_z = \frac{M_o}{P_i} \quad 45a.$$

$$P_e = \frac{M_T}{e + k_1} \quad 45b.$$

$$A_c = \frac{P_e h}{f_{ci} C_1} \quad 45c.$$

$$A_c = \frac{P_e h}{f_{cs} c_2} \quad 45d.$$

En estas ecuaciones los términos nuevos son K_1 y K_2 , los cuales - representan las distancias del centroide de la sección de concreto a los límites superior e inferior respectivamente del núcleo central. La primera de las cuatro ecuaciones presentadas, da el valor de la distancia que debe existir entre el límite inferior del núcleo central y el centroide - del acero para cumplir optimamente la condición de que no existan esfuerzos de tensión en la sección. La deducción de todas estas ecuaciones se - realizó para la condición de que la fuerza de compresión que actúa sobre el concreto lo haga en los límites del núcleo central de la sección lo - - - - - grando con esto, que las distribuciones de esfuerzos sean de tipo triángu - lar tanto en las condiciones de transferencia como en las de servicio, - con un máximo y un mínimo (cero) en las fibras extremas de la sección.

D. Diseño elástico sin tensión en el concreto para grandes relaciones de M_o/M_T .

En este caso, al calcular la distancia que debe existir desde el cen - troide del acero al límite inferior del núcleo central de la sección pue - de resultar un valor muy grande que exija la colocación del acero con po - co recubrimiento e incluso fuera de la sección, ya que, esto no es posi - ble, el acero se debe de colocar de acuerdo a los requerimientos del recu - brimiento lo que produce que los esfuerzos en las fibras extremas en la - condición de transferencia no sea crítico. Las ecuaciones que se usan son

$$e - K_2 = \frac{M_o}{P_i} \quad 45e.$$

$$P_e = \frac{M_T}{e + K_1} \quad 45f.$$

$$A_c = \frac{P_e h}{f_{cs} c_2} \quad 45g.$$

$$A_c = \frac{P_i}{f_{ci}} \left(1 + \frac{e - (M_o/P_i)}{K_1} \right) \quad 45h.$$

E. Diseño elástico permitiendo tensiones en el concreto pero despre - ciandolas, para pequeñas relaciones de M_o/M_T .

En este caso a partir de los valores de los esfuerzos permisibles de tensión y compresión se determina sobre la sección de ensayo, obtenida en un diseño preliminar o en un diseño sin tensiones, el área que solo se en - cuentra sometida a esfuerzos de compresión, para esta área se determinan sus propiedades las que se emplean en las ecuaciones respectivas. Lo ante - rior se hace en la condición de transferencia como en la de servicio.

Las ecuaciones que se emplean son:

$$Z = h - C_{2i} + K_{2i} + \frac{M_o}{P_c} - C_{1s} + K_{1s} \quad 46a.$$

$$P_c = \frac{M_T}{Z} \quad 46b.$$

$$A_{ci} = \frac{P_c h_i}{f_{ci} C_{1i}} \quad 46c.$$

$$A_{cs} = \frac{P_c h_s}{f_{cs} C_{2s}} \quad 46d.$$

en estas ecuaciones:

- C_{2i} Distancia del centroide del área sometida a compresión en la transferencia a la fibra extrema inferior de la misma.
- C_{1s} Distancia del centroide del área sometida a compresión en la etapa de servicio a la fibra extrema superior de la misma.
- K_{2i} Distancia del centroide del área sometida a compresión en la transferencia al límite inferior de su núcleo central.
- K_{1s} Distancia del centroide del área sometida a compresión en la etapa de servicio al límite superior de su núcleo central.
- A_{ci} Área de la sección sometida a compresión en la transferencia.
- A_{cs} Área de la sección sometida a compresión en la etapa de servicio.
- h_i Peralte del área sometida a compresión en la transferencia.
- h_s Peralte del área sometida a compresión en la etapa de servicio.

todos los demás términos han sido ya definidos anteriormente.

F. Diseño elástico permitiendo tensiones en el concreto pero despreciandola, para relaciones grandes de M_o/M_T .

La diferencia de este caso con el anterior es que la fuerza de presfuerzo no se puede colocar más abajo de lo que permite el recubrimiento - lo que hace que la sección completa en la transferencia se encuentre sometida a esfuerzos de compresión y que estos no sean críticos. Las ecuaciones que se emplean son:

$$Z = h - g - C_{1s} + K_{1s} \quad 46e.$$

$$P_c = \frac{M_T}{Z} \quad 46f.$$

$$A_{ci} = \frac{P_i}{f_{ci}} \left(1 + \frac{e - (M_o/P_i)}{K_i} \right) \quad 46g.$$

$$A_{cs} = \frac{P_e h_s}{f_{cs} C_{2s}} \quad 46h.$$

en las ecuaciones anteriores solo falta definir a g , esta letra representa el recubrimiento del acero de presfuerzo y es la distancia que existe desde el centroide del acero hasta la fibra extrema inferior de la sección de concreto.

G. Diseño elástico admitiendo y considerando tensiones en el concreto para relaciones pequeñas de M_o/M_T .

Para este caso y para el siguiente, se considera que el esfuerzo de tensión que absorbe el concreto en la etapa de servicio proporciona cierta resistencia al momento flexionante externo lo que hace que se reduzca el momento soportado por la fuerza de presfuerzo, esto se hace patente en las ecuaciones 47c. y 47g. en las cuales el momento total se reduce en la cantidad $f_{ts} A_c K_i$, que no es más que el momento soportado por los esfuerzos de tensión en el concreto.

Se emplean las siguientes ecuaciones:

$$e_1 + e_2 = \frac{M_o + f_{ti} A_c K_2}{P_i} \quad 47a.$$

$$Z = e + K_i \quad 47b.$$

$$P_e = \frac{M_T - f_{ts} A_c K_i}{Z} \quad 47c.$$

$$A_c = \frac{P_e h}{f_{ci} C_1 - f_{ti} C_2} \quad 47d.$$

$$A_c = \frac{P_e h}{f_{cs} C_2 - f_{ts} C_1} \quad 47e.$$

la cantidad $e_1 + e_2$ que se obtiene mediante la ecuación 47a. es la distancia a partir del punto inferior del nucleo central hasta el punto donde se debe localizar el centroide del acero para que, la fuerza de compresión que actúa sobre el concreto en la etapa de transferencia se localice abajo del nucleo central (a una distancia e_1 de el) y produzca en la fibra extrema superior de la sección un esfuerzo de tensión igual a .

H. Diseño elástico admitiendo y considerando tensiones en el concreto para relaciones grandes de M_o/M_T .

En este caso las ecuaciones que se emplean son:

$$Z = h - g - c_1 + k_1 \quad 47f.$$

$$P_c = \frac{M_r - f_{ts} AK_1}{Z} \quad 47g.$$

$$A_c = \frac{P_c}{f_{ci}} \left(1 + \frac{e - (M_o / P_c)}{K_1} \right) \quad 47h.$$

$$A_c = \frac{P_c h}{f_{cs} C_2 - f_{ts} C_1} \quad 47i.$$

obsérvese que se considera que el centroide del acero se localiza en base al recubrimiento y se elimina la ecuación correspondiente a la ecuación - 47a., esto es, en la transferencia toda la sección se encuentra sometida a esfuerzos de compresión.

De este último caso de diseño no se da ejemplo porque se supone que en base a los de los casos anteriores se entiende su aplicación.

METODO 3. Este método al igual que los dos anteriores se basa en los cuatro requisitos básicos establecidos ya anteriormente, trata dos casos: el primero que es el diseño empleando secciones estándar y el segundo que es un diseño económico basado en lograr la cantidad mínima de concreto y de acero. (Ref 3.)

A. Diseño que utilice secciones estándar:

Para este caso los cuatro requisitos básicos se expresan de la siguiente forma:

$$\frac{P_c}{A_c} \left(\frac{e c_1}{r^2} - 1 \right) - \frac{M_o c_1}{I_c} = a_i f'_c \leq a'_i f'_c \quad 48$$

$$\frac{P_c}{A_c} \left(\frac{e c_2}{r^2} + 1 \right) - M_o \frac{c_2}{I_c} = c_i f'_c \leq c'_i f'_c \quad 49$$

$$-\eta \frac{P_c}{A_c} \left(\frac{e c_1}{r^2} - 1 \right) + M_r \frac{c_1}{I_c} = c_s f'_c \leq c'_s f'_c \quad 50$$

$$-\eta \frac{P_c}{A_c} \left(\frac{e c_2}{r^2} + 1 \right) + M_r \frac{c_2}{I_c} = a_s f'_c \leq a'_s f'_c \quad 51$$

en ellas falta definir:

- a_i Coeficiente de esfuerzo de tensión en la transferencia.
- a'_i Coeficiente de esfuerzo permisible de tensión en la transferencia.
- c_i Coeficiente de esfuerzo de compresión en la transferencia.

- C'_i Coeficiente de esfuerzo permisible de compresión en la transferencia.
- C_s Coeficiente de esfuerzo de compresión en condiciones de servicio.
- C'_s Coeficiente de esfuerzo permisible de compresión en condiciones de servicio.
- Q_s Coeficiente de esfuerzo de tensión en condiciones de servicio.
- Q'_i Coeficiente de esfuerzo permisible de tensión en condiciones de servicio.

estos coeficientes no son más que la razón del esfuerzo correspondiente a la resistencia del concreto a los 28 días, por ejemplo: supóngase que se trabaja con un concreto de una resistencia $f'_c = 450 \text{ Kg/cm}^2$, que en el momento de la transferencia habrá alcanzado el 70% de ella, de acuerdo al artículo 18.4 del Reglamento ACI-318-77 el esfuerzo permisible a la compresión es:

$$f_{ci} = 0.60 f'_c = 0.60 (0.70 \times 450) = 189.00 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo tanto el coeficiente de esfuerzo permisible de compresión en la transferencia será:

$$C'_i = \frac{f_{ci}}{f'_c} = \frac{189.00}{450.00} = 0.42$$

de igual forma se pueden hallar todos los coeficientes de esfuerzos.

En el diseño utilizando secciones estándar las ecuaciones anteriores son las que se utilizan, en ellas las únicas incógnitas son la excentricidad (e) del acero y la fuerza de presfuerzo (P_i) ya que, las propiedades de la sección las proporcionan los fabricantes o se pueden calcular y la efectividad (η) se puede deducir a partir de las pérdidas que se pueden calcular con lo visto en el primer capítulo. Se toma como partida el hecho de que un diseño económico será aquel que emplee la menor fuerza de presfuerzo lo que se logra empleando la máxima excentricidad, esto nos lleva a fijar primero la excentricidad máxima considerando el recubrimiento necesario en las ecuaciones y obtener de ellas el valor de la fuerza de presfuerzo. Cada ecuación proporciona un valor diferente de la fuerza de presfuerzo, estos valores limitan un intervalo para el cual el límite superior está dado por el valor menor de los que se obtienen con las ecuaciones 48 y 49 mientras que, el límite inferior del intervalo lo es el valor mayor de los proporcionados por las ecuaciones 50 y 51. Este caso del diseño proporciona un gran intervalo de combinación de valores de la fuerza de presfuerzo y de la excentricidad, la región de valores admisibles de estas dos variables se obtiene a partir de los cuatro requisitos básicos tomados como ecuaciones al igualarlos a los valores límites de esfuerzos y es en un caso típico de la forma mostrada en la figura 27.

Obsérvese que las ecuaciones 48 a 51 se modificaron para obtener una relación lineal entre el valor $\sqrt{P_c}$ y el valor de la excentricidad e .

B. Diseño de peso mínimo.

En este tipo de diseño se tratan los dos casos: el del pretensado y el del postensado. En ambos casos se introducen en este tercer método can

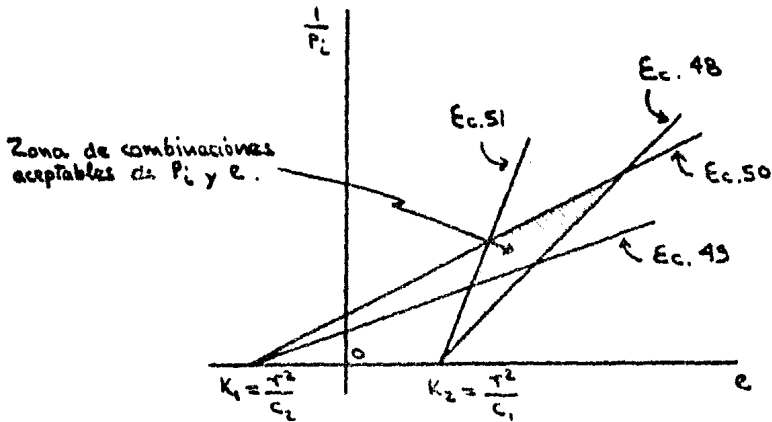


FIGURA 27. Variación de la fuerza de presfuerzo con la excentricidad.

tidades adimensionales y se emplean los coeficientes de esfuerzos definidos anteriormente. Se presentan cuatro criterios de diseño y se dan ecuaciones que relacionan las propiedades importantes de secciones idealizadas. Lo anterior se puede ver más ampliamente en la referencia 3.

B.1 Diseño de secciones pretensadas.

En este caso las cantidades adimensionales introducidas en los cuatro requisitos básicos son:

$m = \frac{P_c}{A_c f'_c}$ Relación de reforzado. Es la relación del esfuerzo en el centroide de la sección a la resistencia del concreto. Su intervalo práctico es de 0.15 a 0.40.

$e = \frac{e}{h}$ Relación de excentricidad. Es una medida de la utilización efectiva de la fuerza de presfuerzo. Generalmente varía entre 0.25 y 0.55.

$\Delta = \frac{c_2}{c_1}$ Factor de forma. Es una medida de la posición del eje centroidal de la sección. En vigas T e I asimétricas su intervalo es de 1.2 a 1.6, en vigas simétricas en que el centroide está en la mitad del peralte su valor es 1.0 y en vigas con patín infe-

rior más pesado que el superior varía de 0.6 a 0.9.

$\rho = \frac{r^2}{h^2}$ Eficiencia. Es una medida de la distribución eficiente del área de la sección. En vigas rectangulares su valor es 0.0833, en vigas I entre 0.10 y 0.14 y en vigas T varía de 0.08 hasta 0.10.

$R = \frac{M_d + M_i}{M_o}$ Relación de momentos. Es la relación entre el momento originado por las cargas aplicadas y el momento debido al peso propio. - Prácticamente varía desde cero hasta 10.0.

$w = \frac{h^3 c}{8 I^2}$ Factor de profundidad. En la práctica varía entre la unidad para claros grandes y cerca de 10.0 para claros cortos.

De la introducción de las cantidades anteriores en los requisitos básicos se obtienen las siguientes ecuaciones:

$$m \left[\frac{E}{\rho(1+\Delta)} - 1 \right] - \frac{1}{8\rho w(1+\Delta)} = a_i \quad 48a.$$

$$m \left[\frac{E\Delta}{\rho(1+\Delta)} + 1 \right] - \frac{\Delta}{8\rho w(1+\Delta)} = c_i \quad 49a.$$

$$-\eta m \left[\frac{E}{\rho(1+\Delta)} - 1 \right] + \frac{1+R}{8\rho w(1+\Delta)} = c_s \quad 50a.$$

$$-\eta m \left[\frac{E\Delta}{\rho(1+\Delta)} + 1 \right] + \frac{\Delta(1+R)}{8\rho w(1+\Delta)} = a_s \quad 51a.$$

en ellas el valor de w y el valor de ρ pueden determinarse. El primero por requisitos arquitectónicos o por las relaciones claro a peralte, y el segundo porque su intervalo de variación es pequeño. Esto lleva a que en las cuatro ecuaciones anteriores solo sean cuatro las cantidades desconocidas y que se pueda resolver el sistema de ecuaciones así formado obteniéndose las siguientes expresiones:

$$\Delta = \frac{\eta c_i + a_s}{\eta a_i + c_s} \quad 52$$

$$R = 8\rho w [(a_s + c_s) + \eta(a_i + c_i)] - (1 - \eta) \quad 53$$

$$m = \frac{c_i c_s - a_i a_s}{(a_s + c_s) + \eta(a_i + c_i)} \quad 54$$

$$E = \left[\rho(a_i + c_i) + \frac{1}{8w} \right] \frac{(a_s + c_s) + \eta(a_i + c_i)}{c_i c_s - a_i a_s} \quad 55$$

son estas ecuaciones las que se emplean en el diseño. Combinando estas últimas expresiones entre sí se obtienen las siguientes que también pueden ser empleadas en el proceso de diseño.

$$R = 8 \rho w (a_s + \eta c_s) \left(\frac{1}{\Delta} + 1 \right) - (1 - \eta) \quad 53a.$$

$$R = 8 \rho w (\eta a_i + c_s) (\Delta + 1) - (1 - \eta) \quad 53b.$$

$$R = \frac{8 w \epsilon (c_i c_s - a_i a_s) - [(a_s + c_s) + \eta (a_i + c_i)]}{a_i + c_i} - (1 - \eta) \quad 53c.$$

$$m = \frac{c_i - \Delta a_i}{1 + \Delta} \quad 54a.$$

$$m = \frac{\Delta c_s - a_s}{\eta (1 + \Delta)} \quad 54b.$$

$$\epsilon = \frac{1}{m} \left[\eta (1 + \Delta) a_i + \frac{\rho}{R} (\Delta c_s - a_s) + \frac{1}{8w} \right] \quad 55a.$$

$$\epsilon = \frac{1}{m} \left[2 \rho c_i - \frac{\rho}{R} (\Delta c_s - a_s) + \frac{1}{8w} \right] \quad 55b.$$

Del estudio de las expresiones anteriores se obtiene que el diseño - que se puede llamar óptimo es cuando, el valor dado por la ecuación 52 es

$$\Delta_c = \frac{\eta c_i' + a_s'}{\eta a_i' + c_s'}$$

esto es, cuando se cumplen exactamente los cuatro requisitos básicos, sin embargo en la práctica es necesario que el valor de Δ sea diferente, - lo que conduce a los siguientes criterios de diseño por peso mínimo.

Criterio 1. Cuando $\Delta > \Delta_c$, el criterio 1 corresponde a un diseño que produce el área mínima de concreto y el área más baja de acero - correspondiente. En este caso, es necesario satisfacer los requisitos 1, 2 y 4 en forma exacta mientras que el requisito 3 debe satisfacerse con cierto margen.

Criterio 2. Cuando $\Delta > \Delta_c$, el criterio 2 corresponde a un diseño que produce el área mínima de concreto y el área más alta de acero - correspondiente. En este caso, es necesario satisfacer los requisitos 2 a 4 exactamente, mientras que el requisito 1 debe satisfacerse con cierto margen.

Criterio 3. Cuando $\Delta < \Delta_c$, el criterio 3 corresponde a un diseño que produce el área mínima de concreto y el área más baja de acero - correspondiente. En este caso, es necesario satisfacer los requisitos 1, 3 y 4 exactamente mientras que el requisito 2 debe satisfacerse con cierto margen.

Criterio 4. Cuando $\Delta < \Delta_c$, el criterio 4 corresponde a un diseño

que produce el área mínima de concreto y el área más alta de acero correspondiente. En este caso, es necesario satisfacer exactamente los requisitos 1 a 3 mientras que el requisito 4 debe satisfacerse con cierto margen.

En la práctica un diseño puede quedar comprendido entre dos de los diseños expuestos en cuanto al área de acero. Se debe tener presente que un aumento o disminución de Δ a partir del valor Δ_c resulta en un incremento del área de concreto requerida y que el aumento de ρ tiende a limitar el recubrimiento del acero presforzado.

Las secciones empleadas en el concreto presforzado son las secciones en I asimétricas, secciones en T, secciones en I simétricas y secciones rectangulares, para las cuales en su forma idealizada se tienen las siguientes relaciones entre sus propiedades y las cantidades Δ y ρ .

Secciones en I asimétricas idealizadas.

$$\rho = \frac{(1+K-2\frac{b_w}{b})\left(\frac{h_f}{h}\right)^3 + \frac{b_w}{b} + 3\frac{h_f}{h}\left(1-\frac{h_f}{h}\right)\left(1-\frac{b_w}{b}\right)}{3\left[\left(1+K-2\frac{b_w}{b}\right)\frac{h_f}{h} + \frac{b_w}{b}\right]} - \left(\frac{\Delta}{1+\Delta}\right)^2 \quad 56.$$

$$\Delta = \frac{\frac{b_w}{b}\left(1-2\frac{h_f}{h}\right) + 2\frac{h_f}{h} - \frac{h_f^2}{h^2}(1-K)}{\frac{b_w}{b}\left(1-2\frac{h_f}{h}\right) + 2K\frac{h_f}{h} + \frac{h_f^2}{h^2}(1-K)}. \quad 57.$$

Secciones en T idealizadas.

$$\rho = \frac{\left(1-\frac{b_w}{b}\right)\left[3\frac{h_f}{h}\left(1-\frac{h_f}{h}\right) + \left(\frac{h_f}{h}\right)^3\right] + \frac{b_w}{b}}{3\left[\left(1-\frac{b_w}{b}\right)\frac{h_f}{h} + \frac{b_w}{b}\right]} - \left(\frac{\Delta}{1+\Delta}\right)^2 \quad 56a.$$

$$\Delta = \frac{\frac{b_w}{b}\left(1-\frac{h_f}{h}\right)^2 + 2\frac{h_f}{h}\left(1-\frac{h_f}{2h}\right)}{\frac{b_w}{b}\left(1-\frac{h_f^2}{h^2}\right) + \frac{h_f^2}{h^2}} \quad 57a.$$

Secciones simétricas idealizadas.

$$\rho = \frac{1 - \left(1-\frac{b_w}{b}\right)\left(1-2\frac{h_f}{h}\right)^3}{12\left[1 - \left(1-\frac{b_w}{b}\right)\left(1-2\frac{h_f}{h}\right)\right]} \quad 56b.$$

en estas ecuaciones:

K Relación que existe entre el patín superior y el patín inferior.

b_w Ancho del alma.

b Ancho del patín superior.

h_f Espesor del patín superior y del patín inferior.

todos los demás términos ya han sido definidos, sin embargo para una mayor comprensión se vuelven a definir en las siguientes figuras.

A continuación se hacen algunas observaciones respecto a la selec-

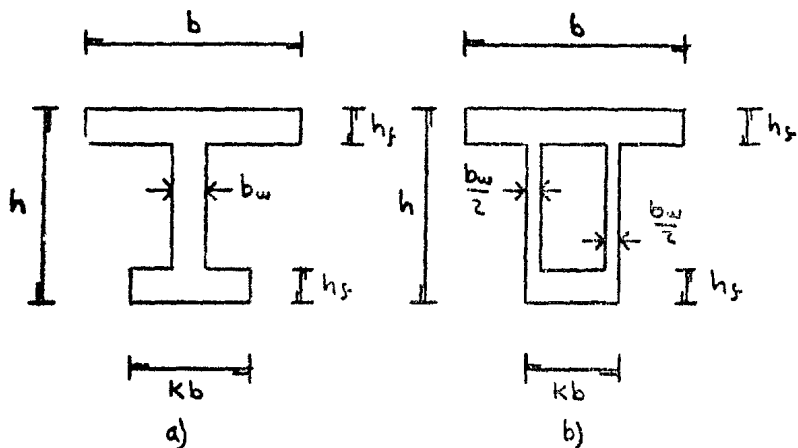


FIGURA 28. Vigas I asimétricas idealizadas. $\Delta > 1.0$

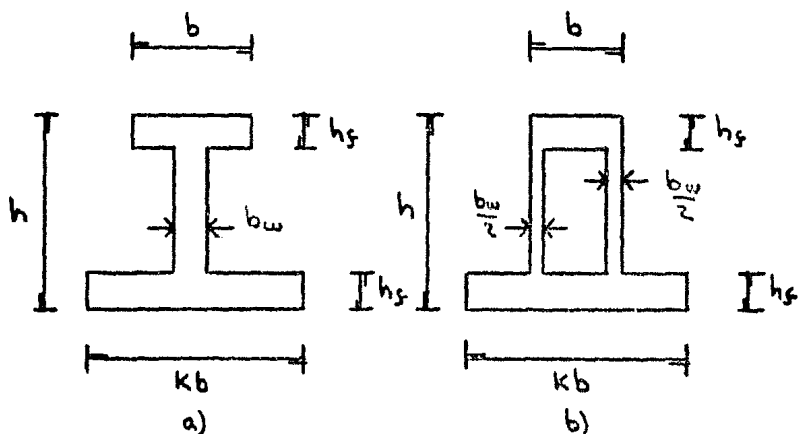


FIGURA 29. Vigas I asimétricas idealizadas. $\Delta < 1.0$

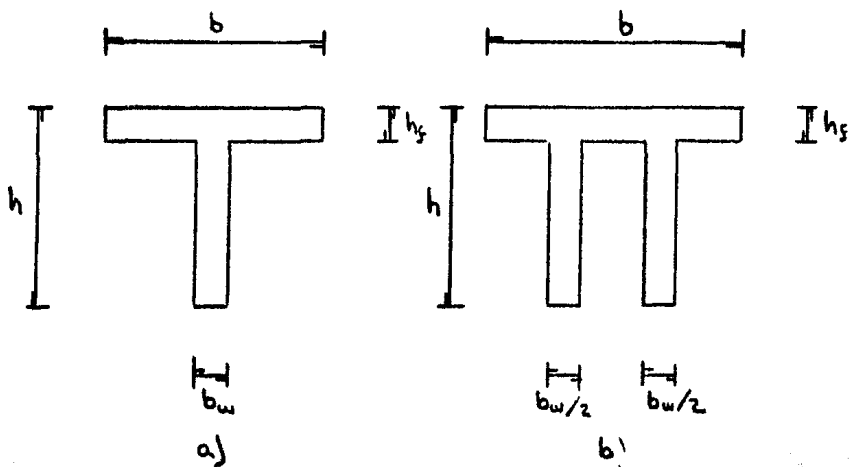


FIGURA 30. Secciones en T idealizadas.

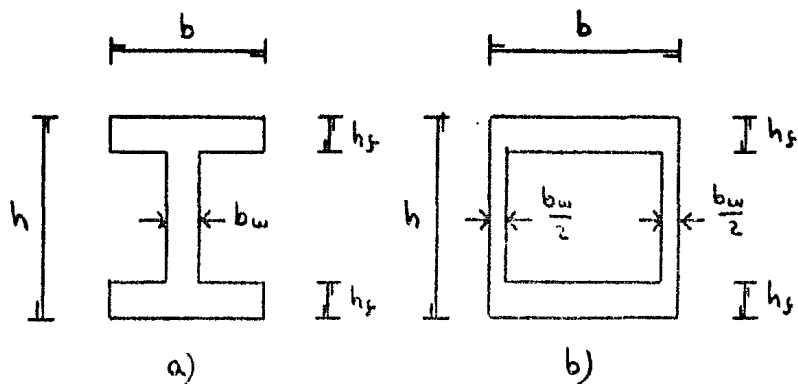


FIGURA 31. Secciones en I simétricas idealizadas.

ción de los valores de W , Δ y ρ .

Respecto a W , para claros cortos conviene tener un valor superior a 1.5, para claros largos se debe tener un valor inferior a este. Se debe recordar que para valores superiores a cerca de 7 el concreto presforzado no se emplea con todas sus ventajas.

Cuando $W > 3.0$ conviene que el valor de Δ sea próximo o igual a Δ_e y cuando $W < 3.0$ el valor de Δ debe aumentarse con objeto de po-

der colocar el acero de presfuerzo.

En el momento de seleccionar el valor de ρ debe recordarse que es conveniente contar con un valor alto, esto se logra cuando h_f/h se encuentra dentro del intervalo de 0.10 a 0.15 y el valor de b_w/b es bajo, sin embargo debe tenerse cuidado de que $b_w/b > 0.25$ pues de lo contrario resultan secciones con alma muy delgada.

B.2 Diseño de secciones postensadas.

En este caso los cuatro requisitos básicos se establecen matemáticamente de la siguiente forma:

$$\frac{P_i}{A_c} \left(\frac{e c_1}{r^2} - 1 \right) - \frac{(M_o + M_d) c_1}{I_c} = a_i f_c' \leq a_i' f_c' \quad 48b.$$

$$\frac{P_i}{A_c} \left(\frac{e c_2}{r^2} + 1 \right) - \frac{(M_o + M_d) c_2}{I_c} = c_i f_c' \leq c_i' f_c' \quad 49b.$$

$$-\eta \frac{P_i}{A_c} \left(\frac{e c_1}{r^2} - 1 \right) + \frac{(M_o + M_d + M_L) c_1}{I_c} = c_s f_c' \leq c_s' f_c' \quad 50b.$$

$$-\eta \frac{P_i}{A_c} \left(\frac{e c_2}{r^2} + 1 \right) + \frac{(M_o + M_d + M_L) c_2}{I_c} = a_s f_c' \leq a_s' f_c' \quad 51b.$$

se introducen en ellos las cantidades adimensionales: $\Delta = \frac{c_1}{c_2}$, $w = \frac{h f_c'}{8 L^2}$

$$\rho = \frac{r^2}{h^2}, \quad \epsilon = \frac{e}{h} \quad \text{y} \quad m = \frac{P_i}{A_c f_c'}$$

dando como resultado las ecuaciones:

$$m \left[\frac{\epsilon}{\rho(1+\Delta)} - 1 \right] - \frac{1+w_d/w_o}{8 \rho w (1+\Delta)} = a_i \quad 48c.$$

$$m \left[\frac{\epsilon \Delta}{\rho(1+\Delta)} + 1 \right] - \frac{\Delta(1+w_d/w_o)}{8 \rho w (1+\Delta)} = c_i \quad 49c.$$

$$-\eta m \left[\frac{\epsilon}{\rho(1+\Delta)} - 1 \right] + \frac{(1+w_d/w_o) [1 + M_L / (M_d + M_o)]}{8 \rho w (1+\Delta)} = c_s \quad 50c.$$

$$-\eta m \left[\frac{\epsilon \Delta}{\rho(1+\Delta)} + 1 \right] + \frac{\Delta(1+w_d/w_o) [1 + M_L / (M_d + M_o)]}{8 \rho w (1+\Delta)} = a_s \quad 51c.$$

la resolución de este sistema de ecuaciones da como resultado las siguientes ecuaciones que se emplean en el diseño:

$$\Delta = \frac{\eta c_i + a_s}{\eta a_i + c_s} \quad 52$$

$$\frac{M_L}{M_o + M_d} = \frac{8Pw}{1 + \omega_d/\omega_o} \left[(a_s + c_s) + \eta(a_i + c_i) \right] - (1 - \eta) \quad 53d.$$

$$m = \frac{c_i - \Delta a_i}{1 + \Delta} \quad 54a.$$

$$\epsilon = \frac{1}{m} \left[P(c_i + a_i) + \frac{1 + \omega_d/\omega_o}{8W} \right] \quad 55c.$$

la ecuación 53d. puede reescribirse en las siguientes formas:

$$\left[\frac{8M_L}{8L^2} + (1 - \eta) \frac{\omega_d}{8} \right] \frac{1}{A_c} = 8Pw(\eta c_i + a_s) \left(\frac{1}{\Delta} + 1 \right) - (1 - \eta) \quad 53e.$$

$$\left[\frac{8M_L}{8L^2} + (1 - \eta) \frac{\omega_d}{8} \right] \frac{1}{A_c} = 8Pw(\eta a_i + c_s)(\Delta + 1) - (1 - \eta) \quad 53f.$$

En este caso de elementos de concreto postensado son también aplicables los cuatro criterios de diseño dados para el concreto pretensado.

A continuación se darán ejemplos de todos los casos de diseño presentados incluyendo los tres métodos.

EJEMPLO 20.- Diseño de una viga con tendones de excentricidad variable. - (Método 1).

Una viga de concreto preforzado postensada debe soportar una carga viva de 1500 Kg/m y una carga muerta adicional a su peso propio de 500 - Kg/m con un claro de 12 metros. Se usará concreto de peso normal con una resistencia de diseño de $f'_c = 450 \text{ Kg/cm}^2$. Se estima que al momento de la transferencia el concreto habrá alcanzado el 70% de su resistencia, o sea 315 Kg/cm². Las pérdidas dependientes del tiempo se pueden suponer como el 15% del presfuerzo inicial, resultando una relación de efectividad de 0.85. Determinése las dimensiones requeridas del concreto, la magnitud de la fuerza pretensora y la excentricidad del centroide del acero basándose en las limitaciones de esfuerzos del ACI.

SOLUCION:

Del artículo 18.4 del Reglamento del ACI se tiene que los esfuerzos permisibles limite en el concreto son:

$$f_{ci} = 0.60 f'_c = 0.60 (315) = 189.00 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ti} = 0.80 \sqrt{f'_{ci}} = 0.80 \sqrt{315} = 14.20 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{cs} = 0.45 f'_c = 0.45 (450) = 202.50 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{cs} = 1.60 \sqrt{f'_c} = 1.60 \sqrt{450} = 33.94 \text{ Kg/cm}^2$$

en las expresiones anteriores f'_{cc} es la resistencia del concreto en la -
transferencia.

Suponiendo un peso propio igual a 375 Kg/m, los momentos flexionantes
externos son:

$$M_o = \frac{375 (12.)^2}{8} = 6750.00 \text{ Kg-m} = 675000.00 \text{ Kg-cm}$$

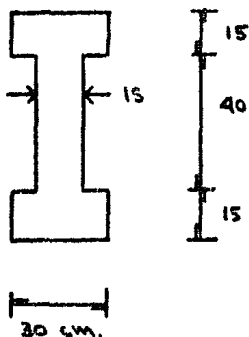
$$M_d + M_L = \frac{(800 + 1500) (12.)^2}{8} = 36000.00 \text{ Kg-m} = 3600000.00 \text{ Kg-cm}$$

con estos valores y empleando las ecuaciones 41a y 41b se obtienen los m \acute{o} -
dulos de secci \acute{o} n requeridos que son:

$$S_1 \geq \frac{(1-0.85) 675000.00 + 3600000.00}{0.85 (14.20) + 202.50} = 17249.62 \text{ cm}^3$$

$$S_2 \geq \frac{(1-0.85) 675000.00 + 3600000.00}{33.94 + 0.85 (139.00)} = 19020.76 \text{ cm}^3$$

Calculando la relaci \acute{o} n c_1/h , se obtiene que esta es igual a 0.48 -
por lo que se adopta una secci \acute{o} n sim \acute{e} trica como la que se indica en la fi-
gura 32, cuyas propiedades son:



$$I_c = 777500.00 \text{ cm}^4$$

$$S_1 = S_2 = 22214.29 \text{ cm}^3$$

$$A_c = 1500 \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 518.33 \text{ cm}^2$$

$$\omega_o = 2400 (0.15) = 360 \text{ Kg/m} < 375$$

en los calculos siguientes se emplea el -
nuevo valor del peso propio.

Empleando ahora la ecuaci3n 41c se -
calcula el esfuerzo en el centroide del -
concreto:

FIGURA 32.

$$f_{cci} = 14.20 - \frac{35}{70} (14.20 + 189.00) = -87.40 \text{ Kg/cm}^2$$

la fuerza de presfuerzo es empleando la ecuación 4ld:

$$P_i = 87.40 (1500) = 131100.00 \text{ Kg} = 131.10 \text{ Ton.}$$

con lo que la excentricidad necesaria será (ecuación 4le):

$$e = (14.20 + 87.40) \frac{22214.29}{131100.00} + \frac{648000.00}{131100.00} = 22.16 \text{ cm.}$$

para terminar el diseño por flexión se determina el área de acero a usar. La fuerza de presfuerzo se proporcionará utilizando tendones formados por alambres de acero relevados de esfuerzo de 0.74 cis de diámetro y una resistencia a la tensión de 17600 Kg/cm². De acuerdo al artículo 18.5.1 el esfuerzo permisible inicial en el acero es:

$$0.70 f_{pu} = 0.70 (17600.00) = 12320.00 \text{ Kg/cm}^2.$$

por lo que el área de acero requerida es:

$$A_p = \frac{P_i}{0.70 f_{pu}} = \frac{131100.00}{12320.00} = 10.64 \text{ cm}^2$$

ya que el área de un alambre es de 0.32 cm² se tiene que el:

$$\text{N}^\circ \text{ de alambres} = \frac{10.64}{0.32} = 33.60$$

por ello se usarán dos tendones de 17 alambres cada uno. A continuación se hará la revisión de esfuerzos para verificar el diseño, esto se hace empleando el método convencional de esfuerzos elásticos.

Etapa de transferencia:

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{131100.00}{1500.00} + \frac{131100.00 (22.16)}{22214.29} - \frac{648000.00}{22214.29}$$

$$f_1 = +14.21 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{131100.00}{1500.00} - \frac{131100.00 (22.16)}{22214.29} + \frac{648000.00}{22214.29}$$

$$f_2 = -189.01 \text{ Kg/cm}^2$$

Etapas de servicio:

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{0.85(131100.00)}{1500.00} + \frac{0.85(131100)(22.16)}{22214.29} - \frac{(3600000.00 + 648000.00)}{22214.29}$$

$$f_1 = - 154.36 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{0.85(131100.00)}{1500.00} - \frac{0.85(131100.00)(22.16)}{22214.29} + \frac{4248000.00}{22214.29}$$

$$f_2 = + 5.79 \text{ Kg/cm}^2$$

El análisis hecho muestra que algunos de los valores de los esfuerzos exceden el valor de los permisibles, esto se debe al redondeo de cifras, mientras que otros permanecen por debajo del valor permitido.

La sección que se emplea es idealizada, en la práctica las caras inferiores de los patines son inclinadas con el fin de facilitar el colado del concreto y con ello la fabricación de la sección.

EJEMPLO 21.- Diseño de una viga con tendones de excentricidad constante. (Método 1).

La viga del ejemplo 20 debe rediseñarse usando tendones rectos con excentricidad constante. Todos los criterios de diseño son los mismos de antes, excepto en los apoyos, en los que se permiten esfuerzos temporales de tensión en el concreto de $1.6\sqrt{f_{cu}} = 28.40 \text{ Kg/cm}^2$.

SOLUCION:

Ya que los criterios de diseño son iguales al ejemplo anterior se evita el cálculo de los esfuerzos permisibles. En este caso se aumenta el valor supuesto del peso propio a 400.00 Kg/m por ser menor la eficiencia de la sección. Se tienen los siguientes momentos externos:

$$M_a = \frac{400(12)^2}{8} = 7200.00 \text{ Kg-m} = 720000.00 \text{ Kg-cm}$$

$$M_d + M_L = \frac{(500 + 1500)(12)^2}{8} = 36000.00 \text{ Kg-m} = 3600000.00 \text{ Kg-cm}$$

substituyendo en las ecuaciones 42a y 42b se tienen los módulos requeridos

$$S_1 \geq \frac{720000.00 + 3600000.00}{0.85(28.40) + 202.50} = 19061.07 \text{ cm}^3$$

$$S_x \geq \frac{720000 + 3600000.00}{32.94 + 0.85(189)} = 22200.52 \text{ cm}^3$$

el valor de $\frac{C_1}{h}$ es:

$$\frac{C_1}{h} = \frac{19061.07}{19061.07 + 22200.52} = 0.46$$

por lo que se vuelve a elegir una sección simétrica. Esta se muestra en la figura 33 y sus propiedades son:

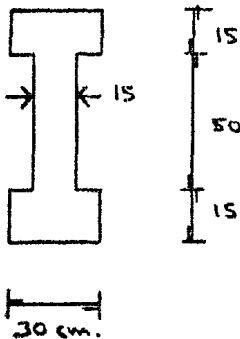


FIGURA 33.

$$I_c = 1123750.00 \text{ cm}^4$$

$$S_x = S_y = 28093.75 \text{ cm}^3$$

$$A_c = 1650.00 \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 681.06 \text{ cm}^2$$

$$\omega_o = 396 \text{ Kg/m} < 400 \text{ Kg/m}$$

estos valores son los que se emplean en lo sucesivo.

Se calcula el esfuerzo en el centroide del concreto empleando la ecuación 42c:

$$f_{cci} = 28.40 - \frac{40}{80} (28.40 + 189.00) = -80.30 \text{ Kg/cm}^2$$

sustituyendo este valor en la ecuación 42d se tiene que:

$$P_c = 1650.00 (80.30) = 132495.00 \text{ Kg} = 132.50 \text{ Ton.}$$

sustituyendo ahora en la ecuación 42e :

$$e = \frac{(28.40 + 80.30) 28093.75}{132495.00} = 23.05 \text{ cm}$$

Para completar el diseño se calcula ahora el área de acero. La fuerza de presfuerzo se proporcionará empleando alambres de acero liberados de esfuerzo de un diámetro igual a 0.64 cm cuya resistencia es de 17600 Kg/cm². Del artículo 18.5 del Reglamento ACI-318-77, el esfuerzo permisible en el acero es:

$$0.70 f_{pu} = 0.70 (17600.00) = 12320.00 \text{ Kg/cm}^2$$

con lo cual el área de acero requerida es:

$$A_p = \frac{132495.00}{12320.00} = 10.75 \text{ cm}^2$$

como el área de cada alambre es 0.32 cm² se requiere el siguiente:

$$N^{\circ} \text{ de alambres} = \frac{10.75}{0.32} = 33.61$$

por lo que se usarán dos tendones de 17 alambres cada uno. A continuación se hace el análisis de esfuerzos para verificar el diseño.

Etapas de transferencia.

Esfuerzos en los apoyos.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{132495.00}{1650.00} + \frac{132495.00 (23.05)}{28093.75}$$

$$f_1 = + 28.41 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{132495.00}{1650.00} - \frac{132495.00 (23.05)}{28093.75}$$

$$f_2 = - 189.01 \text{ Kg/cm}^2$$

Esfuerzos en el centro del claro.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{132495.00}{1650.00} + \frac{132495.00 (23.05)}{28093.75} - \frac{712800.00}{28093.75}$$

$$f_1 = + 3.04 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{132495.00}{1650.00} - \frac{132495.00 (23.05)}{28093.75} + \frac{712800.00}{28093.75}$$

$$f_2 = - 163.64 \text{ Kg/cm}^2$$

Etapas de servicio.

Esfuerzos en los apoyos.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{0.85(132495.00)}{1650.00} + \frac{0.85(132495.00)(23.05)}{28093.75}$$

$$f_1 = + 24.14 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{0.85(132495.00)}{1650.00} - \frac{0.85(132495.00)(23.05)}{28093.75}$$

$$f_2 = - 160.66 \text{ Kg/cm}^2$$

Esfuerzos en el centro del claro.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{0.85(132495.00)}{1650.00} + \frac{0.85(132495.00)(23.05)}{28093.75} - \frac{(712800.00 + 3600000.00)}{28093.75}$$

$$f_1 = - 129.37 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{0.85(132495.00)}{1650.00} - \frac{0.85(132495.00)(23.05)}{28093.75} + \frac{4312800.00}{28093.75}$$

$$f_2 = - 7.15 \text{ Kg/cm}^2$$

Conviene recordar que: 1. En este caso la sección en los apoyos es - la que gobierna el diseño, por ello en los calculos se empleo el valor $1.6/\sqrt{f_{c1}}$. 2. El valor del esfuerzo $1.6/\sqrt{f_{c1}}$ es superior al módulo de ruptura del concreto por lo que se debe revisar la deflexión del elemento o - bien proveer el acero necesario para la correcta distribución de las grietas y el buen comportamiento del elemento.

Como se observa en los resultados del análisis, los esfuerzos permisibles fueron rebasados en su valor, esto se debe al redondeo de cifras. Tambien se observa que en el centro del claro durante la etapa de servicio los esfuerzos son de compresión, basandose en esta sección del elemento se podría afirmar que se trata de un elemento completamente presforzado. Se podría lograr un mejor diseño si se permitiera variar la excentricidad del acero a lo largo del claro.

EJEMPLO 22.- Diseño preliminar de una sección de concreto presforzado con una relación M_o/M_T pequeña. (Método 2).

Hacer el diseño preliminar para una sección de una viga cuyo peralte

debe ser 70 cm y que deba soportar una carga viva de 1500 Kg/m y una carga muerta adicional a su peso propio de 500 Kg/m en un claro de 12 metros. Se va a emplear un concreto con una resistencia $f'_c = 450 \text{ Kg/cm}^2$ que en el momento de la transferencia habrá alcanzado el 70% de su total. Las pérdidas se estiman en un 15% de la fuerza de presfuerzo inicial. Uséese el Reglamento ACI-318-77.

SOLUCION:

El momento debido a la carga viva y a la carga muerta adicional es:

$$M_d + M_L = \frac{(1500.00 + 500.00)(12)^2}{8} = 36000.00 \text{ Kg-m} = 3600000.00 \text{ Kg-cm.}$$

suponiendo que $M_i / M_T < 20\%$ y usando la ecuación 44a se tiene:

$$P_d = \frac{3600000.00}{0.50 (70)} = 102857.14 \text{ Kg.}$$

el Reglamento del ACI establece que en la transferencia el esfuerzo permisible en el acero sea $0.70 f_{pu}$ y como se tiene el 15% de pérdidas el área de acero necesaria de acuerdo con la ecuación 44b es:

$$f_{pe} = 0.85 (0.70 f_{pu}) = 0.85 (0.70 \times 17600.00) = 10472.00 \text{ Kg/cm}^2$$

$$A_p = \frac{102857.14}{10472.00} = 9.82 \text{ cm}^2$$

tomando del mismo Reglamento el valor permisible de compresión para la etapa de servicio y sustituyendolo en la ecuación 44c se tiene que el área de concreto debe ser:

$$f_{cs} = 0.45 f'_c = 0.45 (950) = 202.50 \text{ Kg/cm}^2$$

$$A_c = \frac{102857.14}{0.50 (202.50)} = 1015.87 \text{ cm}^2$$

Se puede observar que una sección rectangular de 15 cm de ancho presforzada con dos tendones de 16 alambres cada uno (diámetro = 0.64 cm cada alambre y una resistencia de 17600 Kg/cm²) satisface los dos requerimientos anteriores sin embargo se propone la sección I mostrada en la figura 32 por ser este tipo de sección el apropiado para estos casos.

EJEMPLO 23.- Diseño preliminar de una sección de concreto presforzado con una relación M_o/M_T grande. (Método 2).

Hacer el diseño preliminar de una sección de una viga cuyo peralte - debe ser de 90 cm y cuyo ancho en la parte superior debe ser de 45 cm. De

be soportar una carga viva más carga muerta adicional de 500 Kg/m en un claro de 12 metros. El concreto que se usará tendrá una resistencia $f'_c = 450 \text{ Kg/cm}^2$ de la que se alcanzará el 70% en la transferencia. Las pérdidas se estiman en un 15% del presfuerzo inicial. Usé el Reglamento ACI-318-77.

SOLUCION:

El momento debido a las cargas aplicadas es:

$$M_d + M_L = \frac{500(12)^2}{8} = 9000.00 \text{ Kg-m} = 900000 \text{ Kg-cm.}$$

suponiendo que $M_o/\gamma_T \approx 40\%$ se obtiene que:

$$M_T = \frac{M_d + M_L}{0.60} = \frac{900000.00}{0.60} = 1500000.00 \text{ Kg-cm}$$

sustituyendo en la ecuación 44d,

$$P_e = \frac{1500000.00}{0.65(90)} = 25641.02 \text{ Kg.}$$

tomando en cuenta el artículo 18.5 y las pérdidas de presfuerzo:

$$f_{pe} = 0.85(0.70 f_{pu}) = 0.85(0.70 \times 17600) = 10472.00 \text{ Kg/cm}^2$$

sustituyendo en la ecuación 44e

$$A_p = \frac{25641.02}{10472.00} = 2.45 \text{ cm}^2$$

considerando el valor permisible para el concreto del artículo 18.4 se tiene que:

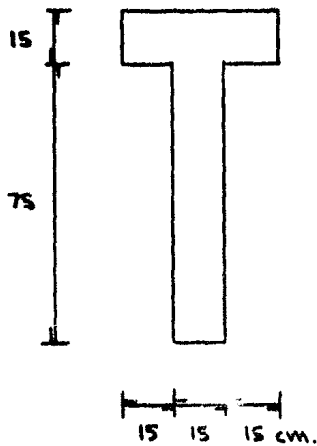
$$f_{cs} = 0.45 f'_c = 0.45(450) = 202.50 \text{ Kg/cm}^2$$

usando la ecuación 44f,

$$A_c = \frac{25641.02}{0.50(202.50)} = 253.24 \text{ Kg/cm}^2$$

para cumplir con los resultados obtenidos y las condiciones dadas en el enunciado del problema se propone la sección T mostrada en la figura 34, ya que en estos casos este tipo de sección es el indicado.

En los ejemplos subsecuentes se realizará el rediseño de las dos secciones obtenidas en los dos últimos ejemplos.



Propiedades de la sección:

$$I_c = 1394296.92 \text{ cm}^4$$

$$C_1 = 35.62 \text{ cm} \quad C_2 = 54.38 \text{ cm}$$

$$S_1 = 39193.65 \text{ cm}^3$$

$$S_2 = 25639.88 \text{ cm}^3$$

$$A_c = 1800.00 \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 774.61 \text{ cm}^2$$

$$K_1 = 14.24 \text{ cm} \quad K_2 = 21.75 \text{ cm}$$

$$w_0 = 432 \text{ Kg/m.}$$

FIGURA 34. Sección T y sus propiedades.

EJEMPLO 24.- Diseño de una sección de concreto presforzado sin esfuerzos de tensión en el concreto. (Método 2).

Rediseñar la sección del ejemplo 22 admitiendo como esfuerzos máximos de compresión los establecidos en el Reglamento ACI-318-77 y sin permitir esfuerzos de tensión en el concreto de la sección.

SOLUCION:

La sección propuesta y sus propiedades se pueden ver en el ejemplo - 22, a partir de ellas iniciamos el diseño definitivo de la misma sin permitir tensiones en el concreto.

El momento flexionante debido al peso propio es:

$$M_0 = \frac{w_0 L^2}{8} = \frac{360 (12)^2}{8} = 6480 \text{ Kg-m} = 648000.00 \text{ Kg-cm.}$$

a partir de la fuerza efectiva de presfuerzo calcula en el ejemplo 22 y - tomando en cuenta el 15% de pérdidas de presfuerzo se tiene que:

$$P_i = \frac{P_e}{\eta} = \frac{102857.14}{0.85} = 121008.40 \text{ Kg.}$$

sustituyendo en la ecuación 45a,

$$e - k_2 = \frac{648000.00}{121008.40} = 5.36 \text{ cm.}$$

despejando el valor de la excentricidad se tiene:

$$e = 5.36 + K_2 = 5.36 + 14.81 = 20.17 \text{ cm}$$

y $e + K_1 = 20.17 + 14.81 = 34.98 \text{ cm.}$

por otro lado el momento total es:

$$M_T = 648000.00 + 3600000.00 = 4248000.00 \text{ Kg-cm}$$

sustituyendo en la ecuación 45b se obtiene el nuevo valor de P_e que es:

$$P_e = \frac{4248000.00}{34.98} = 121440.82 \text{ Kg.}$$

y $P_c = \frac{121440.82}{0.85} = 142871.55 \text{ Kg.}$

sustituyendo en las ecuaciones 45c y 45d se obtienen los siguientes valores requeridos del área de la sección de concreto:

$$A_c = \frac{142871.55 (70)}{189.00 (35)} = 1511.87 \text{ cm}^2 > 1500$$

$$A_c = \frac{121440.82 (70)}{202.50 (35)} = 1199.42 \text{ cm}^2$$

se observa que el valor del área requerido en la transferencia es superior al de la sección propuesta por lo que se hace un nuevo ensayo pe ro con la sección mostrada en la siguiente figura (Fig. 35).

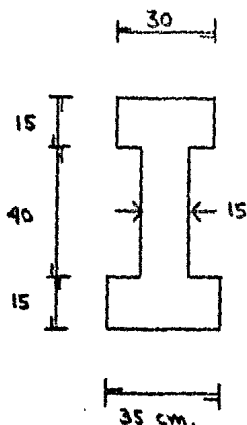


FIGURA 35.

Sus propiedades son:

$$I_c = 832099.60 \text{ cm}^4$$

$$C_1 = 36.31 \text{ cm} \quad C_2 = 33.69 \text{ cm}$$

$$S_1 = 22916.54 \text{ cm}^3$$

$$S_2 = 24698.71 \text{ cm}^3$$

$$A_c = 1575 \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 528.32 \text{ cm}^2$$

$$K_1 = 15.68 \text{ cm} \quad K_2 = 14.55 \text{ cm}$$

$$w_o = 378 \text{ Kg/m.}$$

usando los nuevos valores se tiene:

$$M_o = \frac{378.00(12)^2}{8} = 6804.00 \text{ Kg-m} = 680400.00 \text{ Kg-cm}$$

$$e - K_2 = \frac{680400.00}{121008.40} = 5.62 \text{ cm}$$

$$e = 5.62 + K_2 = 5.62 + 14.55 = 20.17 \text{ cm}$$

para lograr suficiente recubrimiento de los tendones y reducir los posibles esfuerzos de tensión en la fibra superior de la sección durante la transferencia la excentricidad se reduce al valor: $e = 19.19 \text{ cm}$, con lo que:

$$e + K_1 = 19.19 + 15.68 = 34.87 \text{ cm}$$

$$M_T = 680400.00 + 3600000.00 = 4280400.00 \text{ Kg-cm}$$

$$P_c = \frac{4280400.00}{34.87} = 122753.08 \text{ Kg.}$$

$$P_c = \frac{122753.08}{0.85} = 144415.39 \text{ Kg.}$$

$$A_c = \frac{144415.39 (70)}{189.00 (26.21)} = 1473.07 \text{ cm}^2$$

$$A_c = \frac{122753.08 (70)}{202.50 (22.68)} = 1259.52 \text{ cm}^2$$

se observa que los dos valores requeridos del área de concreto son satisfechos. A continuación se realiza el análisis de esfuerzos para verificar el diseño.

Etapa de transferencia.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{144415.39}{1575.00} + \frac{144415.39 (19.19)}{22916.54} - \frac{680400.00}{22916.54}$$

$$f_1 = - 0.45 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{144415.39}{1575.00} - \frac{144415.39 (19.19)}{24698.71} + \frac{680400.00}{24698.71}$$

$$f_2 = -176.35 \text{ Kg/cm}^2$$

Etapa de servicio.

fibra superior:

$$f_1 = -\frac{122753.08}{1575.00} + \frac{122753.08(19.19)}{22916.54} - \frac{4280400.00}{22916.54}$$

$$f_1 = -161.93 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = -\frac{122753.08}{1575.00} - \frac{122753.08(19.19)}{24698.71} + \frac{4280400.00}{24698.71}$$

$$f_2 = -0.01 \text{ Kg/cm}^2$$

se observa que todos los valores cumplen con los requisitos establecidos. A continuación para terminar el diseño se calcula la cantidad de acero, suponiendo que este tiene una resistencia de 17600 Kg/cm². De acuerdo al Reglamento del ACI el esfuerzo permisible en la transferencia es:

$$0.70 f_{pu} = 0.70 (17600.00) = 12320.00 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo tanto el área de acero necesaria será:

$$A_p = \frac{P_i}{0.70 f_{pu}} = \frac{144415.29}{12320.00} = 11.72 \text{ cm}^2$$

usando tendones formados por cables trenzados de 0.64 cm de diámetro cada cable y un área de 0.32 cm² se obtiene que:

$$\text{N}^\circ \text{ de cables} = \frac{11.72}{0.32} = 37.01$$

por lo que se emplearán dos tendones de 19 cables cada uno.

EJEMPLO 25.-- Diseño de una sección de concreto presforzado sin esfuerzos de tensión en el concreto. (Método 2).

Rediseñar la sección del ejemplo 23 admitiendo como esfuerzos permisibles de compresión los establecidos en el Reglamento ACI-318-77 y sin permitir esfuerzos de tensión en la sección.

SOLUCION:

La sección propuesta y sus propiedades se dan en la figura 34, a par

tir de ellas se inicia el rediseño. El momento debido al peso propio es:

$$M_0 = \frac{432.00 (12)^2}{8} = 7776.00 \text{ Kg-m} = 777600.00 \text{ Kg-cm}$$

a partir del valor de P_c calculado en el ejemplo 23 y tomando en cuenta que se estiman en 15% las pérdidas se tiene el nuevo valor:

$$P_i = \frac{P_c}{0.85} = \frac{25641.02}{0.85} = 30165.90 \text{ Kg}$$

sustituyendo en la ecuación 45e,

$$e - K_2 = \frac{777600.00}{30165.90} = 25.78 \text{ cm.}$$

despejando a la excentricidad:

$$e = 25.78 + K_2 = 25.78 + 21.75 = 47.53 \text{ cm}$$

se revisa el recubrimiento calculando su valor que es:

$$g = c_2 - e = 54.38 - 47.53 = 6.85 \text{ cm.}$$

este valor es pequeño ya que la relación M_0/M_T es grande. Haciendo un parentesis se estima el valor de la relación entre momentos.

$$M_T = 777600.00 + 900000.00 = 1677600.00 \text{ Kg-cm}$$

$$\frac{M_0}{M_T} = \frac{777000.00}{1677600.00} = 0.4635 = 46.35\%$$

este valor incluso es superior al que se supuso en el ejemplo 23. En el diseño de una viga el recubrimiento por lo general es del 10% del peralte total, en este caso la colocación del acero se hace en función de dicho recubrimiento considerando un valor de 10 cm como sigue.

$$e = c_2 - g = 54.38 - 10.00 = 44.38 \text{ cm}$$

$$y \quad e + K_1 = 44.38 + 14.24 = 58.62 \text{ cm}$$

sustituyendo en la ecuación 45f se obtiene el nuevo valor:

$$P_c = \frac{1677600.00}{58.62} = 28618.22 \text{ Kg.}$$

$$y \quad P_i = \frac{28618.22}{0.85} = 33668.49 \text{ Kg.}$$

Sustituyendo en las ecuaciones 45g y 45h se obtienen los valores requeridos para el área de concreto, esto es:

$$A_c = \frac{28618.22 (90)}{202.50 (54.38)} = 233.90 \text{ cm}^2$$

$$A_c = \frac{33668.49}{189.00} \left(1 + \frac{44.38 - (777600.00 / 33668.49)}{14.24} \right) = 444.40 \text{ cm}^2$$

se puede ver que los dos valores anteriores son muy inferiores al de la sección propuesta y se podría reducir esta, sin embargo esto no se hace debido a que en el enunciado del problema se pide que la sección tenga un peralte de 90 cm y que el ancho de su patín superior sea de 45 cm. A continuación se hace el análisis de esfuerzos para verificar el diseño.

Etapa de transferencia.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{33668.49}{1800.00} + \frac{33668.49 (44.38)}{39143.65} - \frac{777600.00}{39143.65}$$

$$f_1 = -0.40 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{33668.49}{1800.00} - \frac{33668.49 (44.38)}{25639.88} + \frac{777600.00}{25639.88}$$

$$f_2 = -46.65 \text{ Kg/cm}^2$$

Etapa de servicio.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{28618.22}{1800.00} + \frac{28618.22 (44.38)}{39143.65} - \frac{1677600.00}{39143.65}$$

$$f_1 = -26.31 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{28618.22}{1800.00} - \frac{28618.22 (44.38)}{25639.88} + \frac{1677600.00}{25639.88}$$

$$f_2 = -0.01 \text{ Kg/cm}^2$$

Para terminar se calcula el área de acero suponiendo el uso de tendón

nes trenzados con cables de 0.64 cm de diámetro y 0.32 cm² de área cada cable, con una resistencia de 17600 kg/cm². El Reglamento del ACI establece un esfuerzo permisible de:

$$0.70 f_{pu} = 0.70 (17600.00) = 12320.00 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo que el área de acero necesaria es:

$$A_p = \frac{33668.49}{12320.00} = 2.73 \text{ cm}^2$$

y N° de cables = $2.73 / 0.32 = 8.54$

por lo tanto se usará un tendón de 9 cables.

EJEMPLO 26.— Diseño de una sección de concreto presforzado permitiendo y despreciando los esfuerzos de tensión. (Ejemplo 2).

Rediseñar la sección obtenida en el ejemplo 22, permitiendo ahora esfuerzos de tensión, despreciando la resistencia del concreto a este tipo de esfuerzos. Para los valores permisibles de esfuerzos aceptéense los especificados en el Reglamento ACI-318-77.

SOLUCION:

El artículo 18.5 del reglamento ACI-318-77 establece los siguientes valores para los esfuerzos permisibles en el concreto:

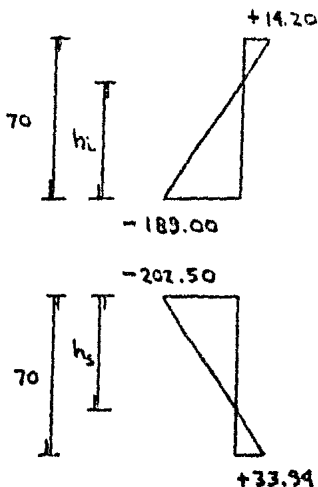


FIGURA 36.

$$f_{ci} = 0.60 f'_{ci} = 0.60 (315) = 189.00$$

$$f_{ti} = 0.80 \sqrt{f'_{ci}} = 0.80 \sqrt{315} = 14.20$$

$$f_{cs} = 0.45 f'_c = 0.45 (450) = 202.50$$

$$f_{ts} = 1.60 \sqrt{f'_c} = 1.60 \sqrt{450} = 33.94$$

a partir de ellos y por triángulos semejantes se obtiene la altura de las porciones del área de la sección sujetas a esfuerzos de compresión, estas son:

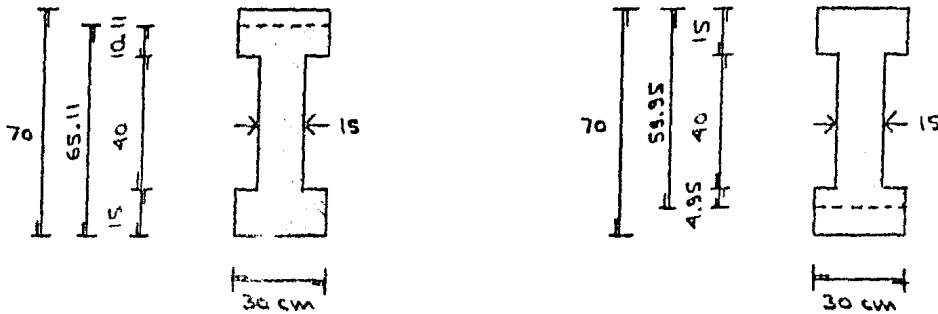
$$\frac{h_i}{70} = \frac{189.00}{189.00 + 14.20}$$

$$h_i = 65.11 \text{ cm}$$

$$\frac{h_s}{70} = \frac{202.50}{202.50 + 33.94}$$

$$h_s = 59.95 \text{ cm}$$

con lo cual las áreas comprimidas son las mostradas en la siguiente figura. Obsérvese que en el cálculo de los esfuerzos permisibles se empleó un $f'_c = 450 \text{ kg/cm}^2$ y el 70% de este valor en la transferencia.



a) En la transferencia.

b) En servicio.

FIGURA 37.

Las propiedades de estas áreas comprimidas son:

$$I_{ci} = 604876.96 \text{ cm}^4$$

$$I_{cs} = 435916.08 \text{ cm}^4$$

$$C_{ci} = 33.64 \text{ cm}$$

$$C_{cs} = 27.46 \text{ cm}$$

$$C_{zi} = 31.47 \text{ cm}$$

$$C_{zs} = 32.49 \text{ cm}$$

$$A_{ci} = 1353.30 \text{ cm}^2$$

$$A_{cs} = 1198.50 \text{ cm}^2$$

$$r_{ci}^2 = 446.96 \text{ cm}^2$$

$$r_{cs}^2 = 363.72 \text{ cm}^2$$

$$K_{ii} = 14.20 \text{ cm}$$

$$K_{is} = 11.15 \text{ cm}$$

$$K_{zi} = 13.29 \text{ cm.}$$

$$K_{zs} = 13.29 \text{ cm}$$

Los momentos flexionantes externos son:

$$M_o = \frac{(0.15)(2400)(12)^2}{8} = 6480.00 \text{ Kg-m} = 648000.00 \text{ Kg-cm}$$

$$M_T = 648000.00 + 3600000.00 = 4248000.00 \text{ Kg-cm}$$

sustituyendo valores en la ecuación 46a se tiene:

$$Z = 70.00 - 31.47 + 13.29 + \frac{648000.00}{121008.90} - 27.46 + 11.19 = 40.90 \text{ cm}$$

usando la ecuación 46b se obtiene:

$$P_e = \frac{4248000.00}{40.90} = 103850.38 \text{ Kg}$$

y a partir de este valor y considerando el 15% de pérdidas:

$$P_i = \frac{103850.38}{0.85} = 122176.92 \text{ Kg.}$$

sustituyendo en las ecuaciones 46c y 46d:

$$A_{ci} = \frac{122176.92 (65.11)}{189.00 (33.64)} = 1251.18 \text{ cm}^2$$

$$A_{cs} = \frac{103850.38 (59.95)}{202.50 (32.49)} = 946.29 \text{ cm}^2$$

se observa que la sección propuesta es satisfactoria, esto era evidente - porque en el ejemplo 22 se vio que una sección rectangular satisfacía - lo requerido. A continuación se realiza el análisis de esfuerzos, para ello se calcula primero el valor de la excentricidad del acero que es:

$$e = c_2 - c_{2i} + \frac{M_o}{P_i} + K_{2i}$$

$$e = 35 - 31.47 + \frac{648000.00}{122176.92} + 13.29 = 22.12 \text{ cm}$$

por lo tanto los esfuerzos serán:

Etapa de transferencia.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{122176.92}{1500.00} + \frac{122176.92(22.12)}{22214.28} - \frac{648000.00}{22214.28}$$

$$f_1 = + 11.04 \text{ Kg/cm}^2.$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{122176.92}{1500.00} - \frac{122176.92(22.12)}{22214.28} + \frac{648000.00}{22214.28}$$

$$f_2 = - 173.94 \text{ Kg/cm}^2.$$

Etapas de servicio.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{103850.38}{1500.00} + \frac{103850.38(22.12)}{22214.28} - \frac{4248000.00}{22214.28}$$

$$f_1 = -157.05 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{103850.38}{1500.00} - \frac{103850.38(22.12)}{22214.28} + \frac{4248000.00}{22214.28}$$

$$f_2 = +18.58 \text{ Kg/cm}^2$$

todos los valores estan dentro de lo permitido. Solo falta determinar el área de acero, esto se hace suponiendo el empleo de cables de acero de 0.64 cm de diámetro y 0.32 cm² de área cada uno con una resistencia de 17600 Kg/cm². El esfuerzo permisible según el ACI-318-77 es:

$$0.70 f_{pu} = 0.70 (17600) = 12320.00 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo tanto el área requerida y el numero de cables serán:

$$A_p = \frac{122176.92}{12320.00} = 9.92 \text{ cm}^2$$

$$N^{\circ} \text{ de cables} = \frac{9.92}{0.32} = 30.99$$

se usarán dos tendones de 16 cables cada uno.

EJEMPLO 27.- Diseño de una sección de concreto presforzado permitiendo y despreciando los esfuerzos de tensión. (Método 2).

Rediseñar la sección obtenida en el ejemplo 23, permitiendo ahora esfuerzos de tensión y despreciando la resistencia producto de los mismos.- Para los valores permisibles de esfuerzos véase el Reglamento ACI-318-77.

SOLUCION:

La sección propuesta es la de la figura 34. Como punto de partida se consideran los valores dados y los obtenidos en el ejemplo 23.

Considerando que en este caso por ser la relación M_o/M_r grande la excentricidad del acero se fija en función del recubrimiento, el cual se toma igual a 10.00 cm (aprox. el 10% del peralte total)

Debido a lo anterior en la transferencia toda la sección estará sometida a esfuerzos de compresión por lo que solo se obtendrá a partir de los valores permisibles de los esfuerzos el peralte de la sección comprimida en la etapa de servicio.

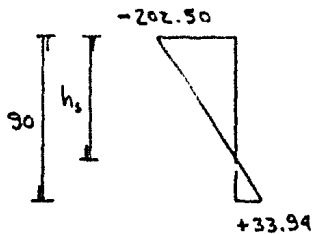


FIGURA 38.

Sus propiedades son:

$$I_{cs} = 892981.07 \text{ cm}^4$$

$$C_{15} = 29.84 \text{ cm.}$$

$$C_{25} = 47.24 \text{ cm.}$$

$$A_{cs} = 1606.20 \text{ cm}^2$$

$$r_s^2 = 555.96 \text{ cm}^2$$

$$K_{15} = 11.77 \text{ cm}$$

$$K_{25} = 18.63 \text{ cm.}$$

El valor de los momentos flexionantes externos son:

$$M_o = \frac{432(12)^2}{8} = 7776.00 \text{ Kg-m} = 777600.00 \text{ Kg-cm.}$$

$$M_d + M_L = 900000.00 \text{ Kg-cm}$$

$$M_T = 777600.00 + 900000.00 = 1677600.00 \text{ Kg-cm.}$$

sustituyendo valores en la ecuación 46e se tiene que:

$$2^{\circ} = 90.00 - 10.00 - 29.84 + 11.77 = 61.93 \text{ cm}$$

por lo tanto de la ecuación 46f,

Estableciendo una regla de tres:

$$\frac{h_s}{90} = \frac{202.50}{202.50 + 33.94}$$

$$h_s = 77.08 \text{ cm}$$

por lo tanto el área comprimida es la mostrada en la figura 39.

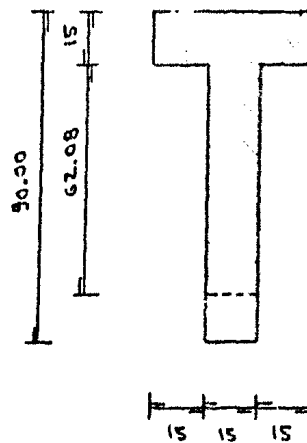


FIGURA 39.

$$P_e = \frac{1677600.00}{61.93} = 27088.65 \text{ Kg.}$$

considerando el 15% de pérdidas:

$$P_i = \frac{27088.65}{0.85} = 31869.00 \text{ Kg.}$$

sustituyendo en las ecuaciones 46g y 46h se tiene:

$$A_{ci} = \frac{31869.00}{189.00} \left(1 + \frac{44.38 - (777600.00/31869.00)}{14.24} \right) = 405.21 \text{ cm}^2$$

$$A_{cs} = \frac{27088.65 (77.08)}{262.80 (47.24)} = 218.27 \text{ cm}^2$$

de acuerdo a estos resultados la sección podría reducirse, esto no se hace debido a las condiciones del enunciado inicial. Se verifica el diseño mediante el análisis de esfuerzos que es:

Etapa de Transferencia.

fibra superior:

$$f_1 = -\frac{31869.00}{1800.00} + \frac{31869.00 (44.38)}{39143.65} - \frac{777600.00}{39143.65}$$

$$f_1 = -1.43 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = -\frac{31869.00}{1800.00} - \frac{31869.00 (44.38)}{25639.88} + \frac{777600.00}{25639.88}$$

$$f_2 = -42.53 \text{ Kg/cm}^2$$

Etapa de servicio.

fibra superior:

$$f_1 = -\frac{27088.65}{1800.00} + \frac{27088.65 (44.38)}{39143.65} - \frac{1677600.00}{39143.65}$$

$$f_1 = -27.20 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = -\frac{31869.00}{1800.00} - \frac{27088.65 (44.38)}{25639.88} + \frac{1677600.00}{25639.88}$$

$$f_c = +3.49 \text{ Kg/cm}^2$$

los resultados verifican la suposición de que en la transferencia toda la sección esta sujeta a esfuerzos de compresión. El calculo del área de acero se hace suponiendo el uso de cables de 0.64 cm de diametro y 0.32 cm² de área cada uno con una resistencia de 17600 Kg/cm². El esfuerzo permisible de acuerdo al Reglamento del ACI es:

$$0.70 f_{pu} = 0.70 (17600.00) = 12320.00 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo tanto el área requerida es:

$$A_p = \frac{P_i}{0.70 f_{pu}} = \frac{31869.00}{12320.00} = 2.59 \text{ cm}^2$$

y el:
$$N^{\circ} \text{ de cables} = \frac{2.59}{0.32} = 8.08$$

por lo tanto se usará un tendón de 9 cables.

EJEMPLO 28. - Diseño de una sección de concreto presforzado permitiendo y admitiendo esfuerzos de tensión para relaciones pequeñas de M_o/M_T . (Método 2)

Rediseñar la sección de la viga del ejemplo 22 admitiendo y considerando esfuerzos de tensión en el concreto. Los valores permisibles de los esfuerzos son los establecidos por el Reglamento ACI-318-77.

SOLUCION:

Para la sección obtenida en el ejemplo 22 se tiene:

$$M_T = 4248000.00 \text{ Kg-cm}$$

$$M_o = 648000.00 \text{ Kg-cm}$$

$$P_e = 102857.14 \text{ Kg}$$

$$P_i = 121008.40 \text{ Kg.}$$

$$I_c = 777500.00 \text{ cm}^4$$

$$S_1 = S_2 = 22214.28 \text{ cm}^3$$

$$A_c = 1500 \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 518.33 \text{ cm}^2$$

$$k_1 = k_2 = 14.81 \text{ cm}$$

$$\omega_o = 360 \text{ Kg/m.}$$

por otro lado el artículo 18.4 del Reglamento ACI establece los siguientes esfuerzos permisibles en el concreto:

$$f_{ci} = 0.60 f'_c = 0.60 (315) = 189.00 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ti} = 0.80 \sqrt{f'_c} = 0.80 \sqrt{315} = 14.20 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{cs} = 0.45 f'_c = 0.45 (450) = 202.50 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{c2} = 1.60 \sqrt{f_c'} = 1.60 \sqrt{450} = 33.94 \text{ Kg/cm}^2$$

estos últimos valores fueron obtenidos suponiendo un $f_c' = 450 \text{ Kg/cm}^2$ y - el 70% de este valor en la transferencia.

Sustituyendo valores en la ecuación 47a se tiene:

$$e_1 + e_2 = \frac{648000.00 + 14.20(1500)(14.81)}{142871.55} = 7.96 \text{ cm}$$

como este valor se mide hacia abajo a partir del limite inferior del nucleo central la excentricidad del acero es:

$$e = e_1 + e_2 + k_2 = 7.96 + 14.81 = 22.77 \text{ cm}$$

sustituyendo en la ecuación 47b:

$$z = 22.77 + 14.81 = 37.58 \text{ cm}$$

usando ahora la ecuación 47c, la fuerza de presfuerzo será:

$$P_e = \frac{1248000.00 - 33.94(1500)(14.81)}{37.58} = 92970.97 \text{ Kg.}$$

considerando el 15% de pérdidas:

$$P_L = \frac{92970.97}{0.85} = 109377.62 \text{ Kg.}$$

sustituyendo en las ecuaciones 47d y 47e se tiene que:

$$A_c = \frac{109377.62 (70)}{189.00 (35) - 14.20 (35)} = 1251.46 \text{ cm}^2$$

$$A_c = \frac{92970.97 (70)}{202.50 (35) - 33.94 (35)} = 1103.12 \text{ cm}^2$$

se observa que la sección propuesta cumple con estos valores. A continuación se verifica el diseño mediante el análisis de esfuerzos que es:

Etapas de transferencia.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{109377.62}{1500.00} + \frac{109377.62 (22.77)}{22214.28} - \frac{648000.00}{22214.28}$$

$$f_1 = +10.02 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{109377.62}{1500.00} - \frac{109377.62(22.77)}{22214.28} + \frac{648000.00}{22214.28}$$

$$f_2 = -155.86 \text{ Kg/cm}^2$$

Etapa de servicio.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{92970.97}{1500.00} + \frac{92970.97(22.77)}{22214.28} - \frac{4248000.00}{22214.28}$$

$$f_1 = -157.91 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{92970.97}{1500.00} - \frac{92970.97(22.77)}{22214.28} + \frac{4248000.00}{22214.28}$$

$$f_2 = +33.98 \text{ Kg/cm}^2$$

se observa que el esfuerzo en la fibra inferior bajo condiciones de servicio excede el valor permisible, esto se debe a las aproximaciones o redondeo de cifras. El calculo del área de acero se hace suponiendo el uso de cables de 0.64 cm de diametro y 0.32 cm² de área cada uno con una resistencia de 17600 Kg/cm². El esfuerzo permisible en la transferencia de acuerdo al Reglamento del ACI es:

$$0.70 f_{pu} = 0.70 (17600.00) = 12320.00 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo tanto el área de acero requerida será:

$$A_p = \frac{109377.62}{12320.00} = 8.88 \text{ cm}^2$$

y el: $N^{\circ} \text{ de cables} = \frac{8.88}{0.32} = 27.74$

por lo tanto se usarán dos tendones de 14 cables cada uno.

EJEMPLO 29.- Diseño de una sección de concreto presforzado utilizando secciones estándar. (Método 3).

Se pretende que la sección estándar mostrada en la figura 40 sea utilizada en una viga simplemente apoyada con un claro de 20 metros estando sometida a una carga viva y carga muerta adicional a su peso propio de - 1500 Kg/m. Se usará un concreto de peso normal con una resistencia - -

$f'_c = 450 \text{ Kg/cm}^2$ que al momento de la transferencia será del 70%. El acero tendrá una resistencia de 17600 Kg/cm^2 .

SOLUCION:

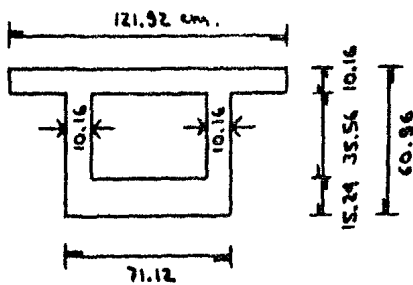
Del artículo 18.4 del Reglamento ACI-318-77, los esfuerzos permisibles en el concreto son:

$$f_{ci} = 0.60 f'_{ci} = 0.60 (315) = 189.00 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ci} = 0.80 \sqrt{f'_{ci}} = 0.80 \sqrt{315} = 14.20 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{cs} = 0.45 f'_c = 0.45 (450) = 202.50 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ts} = 1.60 \sqrt{f'_c} = 1.60 \sqrt{450} = 33.94 \text{ Kg/cm}^2$$



Propiedades de la sección:

$$I_c = 1454161.92 \text{ cm}^4$$

$$C_1 = 27.68 \text{ cm.} \quad C_2 = 33.28 \text{ cm.}$$

$$A_c = 3095.16 \text{ cm}^2 \quad \omega_o = 730.81 \text{ Kg/m}$$

$$r^2 = 477.53 \text{ cm}^2$$

$$C_1/I_c = 1.9036 \times 10^{-5}$$

$$C_2/I_c = 2.2885 \times 10^{-5}$$

FIGURA 40. Sección estándar y sus propiedades.

Los momentos debidos a las cargas externas son:

$$M_o = \frac{730.81 (20)^2}{8} = 36541.86 \text{ Kg-m} = 3654186.00 \text{ Kg-cm.}$$

$$M_d + M_L = \frac{1500.60 (20)^2}{8} = 75000.00 \text{ Kg-m} = 7500000.00 \text{ Kg-cm.}$$

Se supone que el centroide del acero se localiza en la mitad del peralte del patín inferior, con lo que:

$$e = C_2 - g = 33.28 - 7.62 = 25.66 \text{ cm.}$$

Sustituyendo valores en las ecuaciones 48 a 51 se tiene:

$$\frac{P_i}{3045.16} \left(\frac{25.66 \times 27.68}{477.53} - 1 \right) - 3654186.00 (1.9036 \times 10^{-5}) \leq 14.20$$

de donde: $P_i \leq 523310.81 \text{ Kg.}$

$$\frac{P_i}{3045.16} \left(\frac{25.66 \times 33.28}{477.53} + 1 \right) - 3654186.00 (2.2885 \times 10^{-5}) \leq 189.00$$

de donde: $P_i \leq 297764.90 \text{ Kg.}$

$$\frac{-0.85 P_i}{3045.16} \left(\frac{25.66 \times 27.68}{477.53} - 1 \right) + 11154186 (1.9036 \times 10^{-5}) \leq 202.50$$

de donde: $P_i \geq 72267.28 \text{ Kg.}$

$$\frac{-0.85 P_i}{3045.16} \left(\frac{25.66 \times 33.28}{477.53} + 1 \right) + 11154186 (2.2885 \times 10^{-5}) \leq 33.94$$

de donde: $P_i \geq 284388.90 \text{ Kg.}$

puesto que, en este tipo de diseño se busca emplear la menor fuerza de -
presfuerzo se emplea:

$$P_i = 284388.90 \text{ Kg.}$$

que es el valor que cumple con los cuatro requisitos. A continuación se -
realiza el análisis de esfuerzos para verificar el diseño.

Etapas de transferencia.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{284388.90}{3045.16} + \frac{284388.90 (25.66)}{52531.64} - \frac{3654186.00}{52531.64}$$

$$f_1 = -24.05 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{284388.90}{3045.16} - \frac{284388.90 (25.66)}{43697.08} + \frac{3654186.00}{43697.08}$$

$$f_2 = -176.76 \text{ Kg/cm}^2$$

Etapas de servicio.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{0.85 (284388.90)}{3045.16} + \frac{0.85 (284388.90) (25.66)}{52531.64} - \frac{11154186.00}{52531.64}$$

$$f_1 = -173.64 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = -\frac{0.85(289388.90)}{3045.16} - \frac{0.85(289388.90)(25.66)}{43697.08} + \frac{11154186.00}{43697.08}$$

$$f_2 = +33.94 \text{ Kg/cm}^2$$

se observa que todos los valores estan dentro de lo permitido. Ahora se -
determinará el área de acero considerando que el ACI establece como es -
fuerzo permisible en el acero:

$$0.70 f_{pu} = 0.70 (17600.00) = 12320.00 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo tanto el área necesaria es:

$$A_p = \frac{289388.90}{12320.00} = 23.08 \text{ cm}^2$$

suponiendo el uso de cables de acero de 0.64 cm de diámetro y 0.32 cm² de
área cada uno se tiene que el:

$$\text{N}^\circ \text{ de cables} = \frac{23.08}{0.32} = 72.89$$

con esto queda completo el diseño por flexión.

EJEMPLO 30.- Diseño de una sección de concreto presforzado pretensado uti-
lizando el diseño por peso mínimo. (Método 3).

Diseñar una viga simplemente apoyada con un claro de 12 metros sometida a una carga viva de 1500 Kg/m y a una carga muerta adicional a su peso propio de 500 Kg/m. Se pretende utilizar la viga en un edificio y se va a pretensar sin refuerzo no presforzado. El concreto que se empleará tendrá una resistencia de 450 Kg/cm² y la transferencia se realizará cuando se haya alcanzado el 70% de ella. Considérese el 15% de pérdidas y el valor permisible de los esfuerzos dado por el Reglamento ACI-318-77.

SOLUCION:

El artículo 18.4 del Reglamento ACI-318-77 establece los siguientes valores para los esfuerzos permisibles:

$$f_{ci} = 0.60 f'_{ci} = 0.60 (315) = 189.00 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{cs} = 0.45 f'_c = 0.45 (450) = 202.50 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ti} = 0.80 \sqrt{f'_{ci}} = 0.80 \sqrt{315} = 14.20 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{cs} = 1.60 \sqrt{f'_c} = 1.60 \sqrt{415} = 33.94 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo tanto los coeficientes de esfuerzos permisibles son:

$$c'_1 = \frac{18900}{450.00} = 0.42$$

$$a'_1 = \frac{14.20}{450.00} = 0.03$$

$$c'_3 = \frac{202.50}{450.00} = 0.45$$

$$a'_3 = \frac{33.94}{450.00} = 0.08$$

a partir de estos valores se obtiene el valor:

$$\Delta_e = \frac{0.85(0.42) + 0.08}{0.85(0.03) + 0.45} = 0.91$$

suponiendo que por requisitos arquitectónicos se debe tomar $h = 0.70 \text{ m}$ se tiene la siguiente relación de profundidad:

$$W = \frac{0.70(450.00)(10^4)}{2400(12)^2} = 9.11$$

este es un valor alto por lo que posiblemente el recubrimiento es suficiente si se toma $\Delta = \Delta_e$. Se realiza el diseño suponiendo una viga I idealizada y considerando $t_f/h = 0.15$ y $b_w/b = 0.30$. Sustituyendo valores en la ecuación 57 se tiene:

$$0.91 = \frac{0.30(1-2 \times 0.15) + 2(0.15) - 0.15^2(1-K)}{0.30(1-2 \times 0.15) + 2K(0.15) + 0.15^2(1-K)}$$

de donde $K = 1.21$. Sustituyendo ahora valores en la ecuación 56:

$$R = \frac{(1+1.21-2 \times 0.30)(0.15)^2 + 0.30 + 3(0.15)(1-0.15)(1-0.30)}{3[(1+1.21-2 \times 0.30)(0.15) + 0.30]} - \left(\frac{0.91}{1+0.91} \right)^2$$

de donde $R = 0.14$. Usando la ecuación 53b se tiene que:

$$R = 8(0.14)(9.11)(0.85 \times 0.03 + 0.45)(0.91 + 1) - (1 - 0.85) = 9.52$$

por otro lado se tiene:

$$M_o = \frac{8 A_c L^2}{B} = \frac{2400 A_c (12)^2}{8} = 43200.00 A_c \text{ Kg-m}$$

$$M_d + M_L = \frac{(500.00 + 1500.00)(12)^2}{8} = 36000.00 \text{ Kg-m}$$

de donde:

$$R = \frac{M_d + M_L}{M_o} = \frac{36000.00}{43200.00 A_c}$$

igualando los dos valores de R se tiene:

$$9.52 = \frac{36000.00}{43200 A_c}$$

$$A_c = \frac{36000.00}{43200.00 (9.52)} = 0.0875 \text{ m}^2$$

se sabe que el área de una sección I esta dada por la formula:

$$A_c = bh \left[\frac{h_f}{h} (1+k) + \frac{bw}{b} \left(1 - 2 \frac{h_f}{h} \right) \right]$$

sustituyendo en ella valores:

$$875.33 = b(70.00) \left[0.15(1+1.21) + 0.30(1-2 \times 0.15) \right]$$

$$b = 23.11 \text{ cm.}$$

$$bw = 0.30(23.11) = 6.93 \text{ cm}$$

$$kb = 1.21(23.11) = 27.90 \text{ cm.}$$

en base a estos resultados se propone una sección I simétrica como la mostrada en la figura 33, para la cual:

$$I_c = 777500.00 \text{ cm}^4$$

$$c_1 = c_2 = 35.00 \text{ cm}$$

$$A_c = 1500.00 \text{ cm}^2$$

$$k_1 = k_2 = 14.81 \text{ cm}$$

$$r^2 = 518.33 \text{ cm}^2$$

$$S_1 = S_2 = 22214.28 \text{ cm}^3$$

$$\Delta = 1.0$$

$$R = 0.10$$

como $\Delta > \Delta_c$ se usarán para la determinación de la fuerza de presfuerzo los criterios 1 y 2.

Criterio 1. Se debe cumplir que $c_L = c'_L$, $a_L = a'_L$ y $q_s = q'_s$. Usando la ecuación 54a:

$$m = \frac{0.42 - 1.00(0.03)}{1 + 1.00} = 0.19$$

por lo tanto la fuerza de presfuerzo es:

$$P_i = m A_c f'_c = 0.19(1500.00)(450.00) = 131085.00 \text{ Kg.}$$

empleando la ecuación 55:

$$\epsilon = \frac{1}{0.19} \left[0.10 (0.03 + 0.42) + \frac{1}{8(9.11)} \right] = 0.31$$

por lo tanto: $e = 0.31 (70.00) = 22.16 \text{ cm}$

y $g = c_2 - e = 35 - 22.16 = 12.83 \text{ cm.}$

El valor del recubrimiento se considera suficiente por lo que ya no se investiga el criterio 2. Se verifica el diseño mediante el siguiente análisis de esfuerzos:

Etapa de Transferencia.

fibra superior :

$$f_1 = - \frac{131085.00}{1500.00} + \frac{131085.00 (22.16)}{22214.28} - \frac{648000.00}{22214.28}$$

$$f_1 = +14.20 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{131085.00}{1500.00} - \frac{131085.00 (22.16)}{22214.28} + \frac{648000.00}{22214.28}$$

$$f_2 = -188.98 \text{ Kg/cm}^2$$

Etapa de servicio.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{0.85 (131085.00)}{1500.00} + \frac{0.85 (131085.00) (22.16)}{22214.28} - \frac{4248000.00}{22214.28}$$

$$f_1 = -154.36 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{0.85 (131085.00)}{1500.00} - \frac{0.85 (131085.00) (22.16)}{22214.28} + \frac{4248000.00}{22214.28}$$

$$f_2 = +5.80 \text{ Kg/cm}^2$$

se observa que algunos de los esfuerzos se encuentran muy por debajo de los permisibles, esto se debe a que se esta empleando una sección mayor a la requerida.

El área del acero se calcula suponiendo el uso de tendones a base de

cables de acero de 0.64 cm de diámetro y 0.32 cm² cada cable con una resistencia de 17600 Kg/cm². El esfuerzo permisible establecido en el Reglamento ACI-318-77 es:

$$0.70 f_{pu} = 0.70 (17600.00) = 12320.00 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo tanto:

$$A_p = \frac{131085.00}{12320.00} = 10.64 \text{ cm}^2$$

$$\text{N}^\circ \text{ de cables} = \frac{10.64}{0.32} = 33.25$$

Por lo tanto se usarán dos tendones de 17 cables cada uno.

EJEMPLO 31.- Diseño de una sección de concreto presforzado postensado utilizando el diseño por peso mínimo. (Método 3).

Diseñar una vigueta para puente de carretera con un claro de 30.0 m que va a ser postensada en su lugar. La carga muerta adicional a su peso propio consiste de una losa prefraguada que pesa 900 Kg/m, la cual va a ser colocada antes del presforzado de la vigueta. La carga viva incluyendo el impacto es de 2500 Kg/m. El peralte total de la vigueta no puede ser mayor de 160 cm. Se va a usar un concreto con una resistencia de 450 Kg/cm² y un acero con una resistencia de 17600 Kg/cm². Los esfuerzos permisibles a usar en este caso son:

$$f_{ci} = 0.60 f'_{ci} , f_{ti} = 3\sqrt{0.07 f'_{ci}} , f_{cs} = 0.40 f'_c \text{ y } f_{ts} = 0$$

la resistencia del concreto en la transferencia se estima en un 80% de su total.

SOLUCION:

Sustituyendo los valores correspondientes se obtienen los siguientes valores para los esfuerzos permisibles:

$$f_{ci} = 0.60 (0.80 \times 450) = 216.00 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ti} = 3\sqrt{0.07 (0.80 \times 450)} = 15.06 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{cs} = 0.40 (450) = 180.00 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ts} = 0.00 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo tanto los coeficientes de esfuerzos permisibles son:

$$c'_1 = \frac{216.00}{450.00} = 0.48$$

$$a'_1 = \frac{15.06}{450.00} = 0.03$$

$$c'_2 = \frac{180.00}{450.00} = 0.40$$

$$a'_2 = 0.00$$

suponiendo el 15% de pérdidas y considerando los valores anteriores:

$$\Delta_c = \frac{0.85(0.48) + 0.00}{0.85(0.03) + 0.40} = 0.95$$

considerando el peralte máximo, la relación de profundidad es:

$$W = \frac{1.60(450.00)(10^4)}{2400(30)^2} = 3.33$$

este es un valor bajo y tomando en cuenta que para el postensado el valor de ϵ es mayor que para el pretensado se considera $\Delta = 1.20$, además se supone $h_f/h = 0.15$, $b_w/b = 0.30$ y el uso de una viga I asimétrica. - Sustituyendo valores en la ecuación 57 se tiene:

$$1.20 = \frac{0.30(1-2 \times 0.15) + 2 \times 0.15 - 0.15^2(1-K)}{0.30(1-2 \times 0.15) + 2K(0.15) + 0.15^2(1-K)}$$

de donde: $K = 0.67$. Sustituyendo en la ecuación 56:

$$q = \frac{(1+0.67-2 \times 0.30)(0.15)^3 + 0.30 + 3(0.15)(1-0.15)(1-0.30)}{3[(1+0.67-2 \times 0.30)(0.15) + 0.30]} - \left(\frac{1.20}{1+1.20}\right)^2$$

de donde: $q = 0.12$. Empleando la ecuación 53e se tiene:

$$\frac{8M_L}{8L^2} = \frac{8}{8L^2} \cdot \frac{\omega_L L^2}{8} = \frac{\omega_L}{8} = \frac{2500.00}{2400.00} = 1.0417$$

$$(1-\eta) \frac{\omega_s}{8} = (1-0.85) \frac{900.00}{2400.00} = 0.0563$$

$$\frac{10979.17}{A_c} = 8(0.12)(3.33)(0.85 \times 0.48 + 0.00) \left(\frac{1}{1.20} + 1\right) - (1-0.85)$$

$$\frac{10979.17}{A_c} = 2.1611$$

$$A_c = 5080.47 \text{ cm}^2$$

por otro lado se sabe que el área de una sección I esta dada por:

$$A_c = bh \left[\frac{h_f}{h} (1+K) + \frac{b_w}{b} (1-2h_f/h) \right]$$

sustituyendo valores en esta formula:

$$5080.47 = b(100.00) [0.15(1+0.67) + 0.30(1-2 \times 0.15)]$$

$$b = 68.92 \text{ cm}$$

$$b_w = 0.30(68.92) = 20.68 \text{ cm}$$

$$k_b = 0.67(68.92) = 46.28 \text{ cm}$$

en base a estas cantidades se propone la sección mostrada en la figura 41 para la cual:

$$I_c = 16285143.05 \text{ cm}^4$$

$$S_1 = 225939.45 \text{ cm}^3$$

$$A_c = 5325.00 \text{ cm}^2$$

$$S_2 = 185221.49 \text{ cm}^3$$

$$C_1 = 72.08 \text{ cm}$$

$$K_1 = 34.78 \text{ cm}$$

$$C_2 = 87.92 \text{ cm}$$

$$K_2 = 42.43 \text{ cm}$$

$$r^2 = 3058.24 \text{ cm}^2$$

$$\Delta = 1.22$$

$$\omega_o = 1278.00 \text{ Kg/m}$$

$$q = 0.12$$

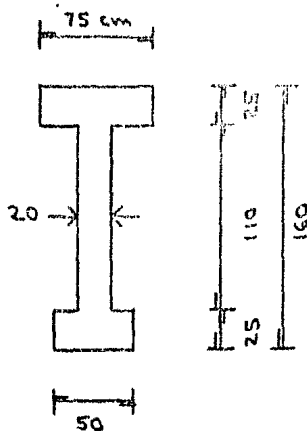


FIGURA 41.

puesto que $\Delta > \Delta_c$, se emplearán los - criterios 1 y 2 para la determinación del área de acero correspondiente.

Criterio 1. Se debe cumplir que:

$$a_t = a'_t, a_c = c'_c \text{ y } a_s = a'_s$$

sustituyendo en la ecuación 54a:

$$m = \frac{0.48 - 1.22(0.03)}{1 + 1.22} = 0.1978$$

por lo tanto la fuerza de presfuerzo - es:

$$P_i = 0.20(5325.00)(450.00)$$

$$P_i = 474043.30 \text{ Kg.}$$

sustituyendo valores en la ecuación 55c:

$$e = \frac{1}{0.20} \left[0.12(0.48 + 0.03) + \frac{1 + (900.00/1278.00)}{8(3.33)} \right] = 0.63$$

por lo tanto: $e = 0.63 (160.00) = 101.33 \text{ cm}$

y $g = c_2 - e = 87.92 - 101.33 = -13.41 \text{ cm}$

este valor del recubrimiento no es posible lograrlo, por lo tanto, se empleará el criterio 2.

Criterio 2. Se debe cumplir que: $c_1 = c_1'$, $c_3 = c_3'$ y $a_3 = a_3'$. Sustituyendo y despejando en la ecuación 52:

$$a_1 = \frac{1}{0.85} \left[\frac{0.85 \times 0.48 + 0.00}{1.22} - 0.40 \right] = -0.08$$

sustituyendo ahora en la ecuación 54a:

$$m = \frac{0.48 - 1.22(-0.08)}{1 + 1.22} = 0.26$$

por lo tanto la fuerza de presfuerzo es:

$$P_i = 0.26 (5325.00)(450.00) = 619677.05 \text{ Kg.}$$

sustituyendo en la ecuación 55c se tiene que:

$$e = \frac{1}{0.26} \left[0.12 (0.48 - 0.08) + \frac{1 + (900.00/1278.00)}{8 (3.33)} \right] = 0.43$$

por lo tanto: $e = 0.43 (160.00) = 69.33$

y $g = c_2 - e = 87.92 - 69.33 = 18.59$

este valor se considera adecuado. A continuación se realiza el análisis de esfuerzos para verificar el diseño.

Etapas de transferencia.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{619677.05}{5325.00} + \frac{619677.05 (69.33)}{225939.45} - \frac{24502500.00}{225939.45}$$

$$f_1 = -34.67 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{619677.05}{5325.00} - \frac{619677.05 (69.33)}{185221.49} + \frac{24502500.00}{185221.49}$$

$$f_2 = -216.03 \text{ Kg/cm}^2$$

Etapa de servicio.

fibra superior:

$$f_1 = -\frac{0.85(619677.05)}{5325.00} + \frac{0.85(619677.05)(69.33)}{225939.45} - \frac{52627500.00}{225939.45}$$

$$f_1 = -170.22 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = -\frac{0.85(619677.05)}{5325.00} - \frac{0.85(619677.05)(69.33)}{185221.49} + \frac{52627500.00}{185221.49}$$

$$f_2 = -11.95 \text{ Kg/cm}^2$$

se observa que el esfuerzo en la fibra inferior en condiciones de servicio es de compresión esto se debe a que, se está empleando el valor mínimo de la excentricidad y el valor máximo de la fuerza de presfuerzo obtenidos con el criterio 2. Esto resulta el hecho de que el diseño puede estar entre el obtenido por el criterio 1 y el obtenido por el criterio 2 - variando el valor de la excentricidad y calculando el valor correspondiente de la fuerza de presfuerzo, lo cual, se puede hacer como si se tratara de un diseño empleando secciones estándar.

A continuación se calcula el área de acero suponiendo el uso de tendones de acero formados por cables de 0.64 cm de diámetro y 0.32 cm² de área cada cable.

El esfuerzo permisible establecido en el artículo 18.5 del Reglamento ACI-318-77 es:

$$0.70 f_{pu} = 0.70 (17600.00) = 12320.00 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo tanto el área de acero necesaria será:

$$A_p = \frac{619677.05}{12320} = 50.30 \text{ cm}^2$$

$$\text{y el: } N^{\circ} \text{ de cables} = \frac{50.30}{0.32} = 159.82$$

basados en estos resultados se pueden usar cinco tendones de 37 cables - cada uno o bien, cuatro de 37 cables más uno de 19 cables haciendo esta última posibilidad un total de 167 cables.

II.1.5.1 HUSO LIMITE. HUSO DE PASO.

El segundo método de diseño por esfuerzos permisibles presentado en el artículo anterior, considera que el momento flexionante externo, es resistido por un par interno formado por, una fuerza de tensión proporcionada por el acero y una fuerza de compresión que actúa sobre el concreto. - Al punto de aplicación de la fuerza de compresión se le llama centro de presión y al conjunto de los centros de presión de todas las secciones se le denomina línea de presión. Para un sistema isostático y considerando únicamente el efecto del presfuerzo, la línea de presión coincide con el centroide del acero de presfuerzo.

Además, por otro lado, los tres métodos de diseño figan su atención en la sección o en las secciones de máximo momento, sin embargo debido al criterio de diseño de que en ninguna de las secciones los esfuerzos deben exceder los valores permisibles y tomando en cuenta que, los momentos externos a través del claro varían su valor, se debe variar también el valor de la excentricidad del acero. La variación de dicho valor se hace dentro de un intervalo tal que, para la excentricidad mínima los esfuerzos en el concreto no se sobrepasen cuando la viga se encuentre en su estado de carga total y que para la excentricidad máxima, el valor límite de los esfuerzos no se sobrepase en el estado descargado de la viga.

Los límites para la ubicación del centroide del acero de presfuerzo en cualquier punto a lo largo del claro se pueden establecer usando las siguientes ecuaciones:

$$e(x) \leq \frac{f_{ci} S_1}{P_i} + \frac{S_1}{A_c} + \frac{M_o(x)}{P_i} \quad 58.$$

$$e(x) \leq -\frac{f_{ci} S_2}{P_i} - \frac{S_2}{A_c} + \frac{M_o(x)}{P_i} \quad 59.$$

$$e(x) \geq \frac{f_{cs} S_1}{P_e} + \frac{S_1}{A_c} + \frac{M_T(x)}{P_e} \quad 60.$$

$$e(x) \geq -\frac{f_{cs} S_2}{P_e} - \frac{S_2}{A_c} + \frac{M_T(x)}{P_e} \quad 61.$$

en ellas se han usado los símbolos $e(x)$, $M_o(x)$ y $M_T(x)$ para indicar que tanto la excentricidad como los momentos, son funciones de la distancia x desde el apoyo. El valor máximo de la excentricidad se establece con las ecuaciones 58 y 59 mientras que, el valor mínimo de ella mediante las ecuaciones 60 y 61. Este último valor puede ser negativo lo cual indicaría que, el centroide del acero se localiza por encima del centroide del concreto.

A la zona definida por la envolvente de los perfiles de los tendones

aceptables dada por las ecuaciones anteriores se le llama Huso de paso, a menudo conviene su graficación, sin embargo, en los casos prácticos frecuentemente no es necesario hacer un diagrama para la zona del centroide. Debe recalcarse que solamente es el centroide del acero el que debe caer dentro del huso de paso, los cables individuales están a menudo fuera.

El huso límite es la región donde debe de situarse la línea de presión para que solo existan esfuerzos de compresión. Si se recuerda el concepto de núcleo central de una sección se verá que este huso límite estará definido por las coordenadas de los extremos superior e inferior de dicho núcleo.

Cuando la excentricidad del acero no puede variarse para cumplir los requisitos de esfuerzos permisibles, es la fuerza de presfuerzo la que debe variar su valor, esto puede hacerse mediante, la eliminación de la adherencia en algunos de los cables entubandolos en aditamentos ajustados de plástico o envolviendolos con papel grueso o cinta de género en una longitud adecuada. Cuando se hace esto se debe prestar atención a la longitud de transferencia requerida para los tendones recubiertos.

II.1.6 DISEÑO A LA FLEXION BASADO EN EL BALANCEO DE LA CARGA.

Este es un método alternativo para la determinación de la fuerza de presfuerzo y la excentricidad requerida, es esencialmente un método de aproximaciones sucesivas, y no constituye un método de diseño completo en sí mismo, sin embargo, proporciona al ingeniero una herramienta útil suplementaria. Sus mayores ventajas están en el diseño de elementos continuos como se verá en el apartado correspondiente. Fue introducido por el profesor de ingeniería civil T. Y. Lin en los primeros años de la década de los sesenta.

El principal fundamento de este método lo constituye el hecho de que, la desviación de los tendones en un elemento produce cargas transversales en el, las cuales pueden servir para contrarrestar el efecto de las cargas exteriores. La cantidad de carga exterior a contrarrestar o a balancear se deja al juicio del diseñador, generalmente, la carga balanceada que se escoge es la suma del peso propio y la carga muerta sobrepuesta, aunque puede incluir una fracción de la carga viva prevista.

El método se inicia mediante la selección de una sección transversal tentativa, basándose en la experiencia o tal vez en una adecuada relación de claro a peralte. Se determina la carga a balancear y se escoge el perfil del tendón adecuado y con el la fuerza de presfuerzo necesaria. Para el estado de carga balanceada solo existen esfuerzos de compresión en el concreto y únicamente se requiere que la sección sea lo suficientemente grande para resistir tales esfuerzos y para proporcionar espacio para los elementos de acero. Debido a la variación de las cargas externas sobrepuestas se deben revisar los esfuerzos para los estados de remoción o a-

plicación de cargas adicionales. En el siguiente ejemplo se pretende mostrar más claramente en que consiste este método, se realiza en el además, la revisión por resistencia última considerando lo expuesto en el artículo 1.9 de este mismo trabajo respecto de que un diseño se debe revisar para otros criterios. Para mayores detalles sobre el método de diseño por carga balanceada, el lector puede recurrir a la referencia 2.

EJEMPLO 32.- Diseño de una viga usando el método de la carga balanceada.

Una viga postensada debe diseñarse para soportar una carga uniformemente distribuida con un claro de 9 metros, tal como se ilustra en la figura 42. Adicionalmente a su peso propio, debe soportar una carga muerta de 250 Kg/m y una carga viva de servicio de 800 Kg/m. La resistencia del concreto será de 280 Kg/cm² a los veintiocho días y de 210 Kg/cm² al momento de la transferencia. Las pérdidas de presfuerzo pueden suponerse como el 20% de la fuerza de presfuerzo inicial. Bajo la suposición de que la cuarta parte de la carga viva será sostenida durante un período de tiempo substancial, se usará el 25% de ella en la determinación de la carga balanceada.

SOLUCION:

Se propone una sección rectangular de 0.25 m de ancho y 0.50 m de peralte total con un peso propio de 300 Kg/m, por lo que, la carga que se balanceará es:

$$w_{bal} = 300 + 250 + 0.25(800) = 750 \text{ Kg/m.}$$

Como se trata de una carga uniformemente distribuida, se propone el uso de un tendón parabólico con una flecha máxima de 15 cm en el centro del claro considerando un recubrimiento de 10 cm, para este tendón la fuerza efectiva de presfuerzo necesaria será:

$$P_e = \frac{w_{bal} l^2}{8e} = \frac{750.00 (9.00)^2}{8(0.15)} = 50625.00 \text{ Kg}$$

y la fuerza de presfuerzo inicial correspondiente vale:

$$P_i = \frac{50625.00}{0.80} = 63281.25 \text{ Kg.}$$

A continuación se revisarán los esfuerzos para verificar el diseño.

Etapa de transferencia. En esta solo actúa además del presfuerzo el peso propio del elemento.

$$M_o = \frac{w_o l^2}{8} = \frac{300.00 (9.00)^2}{8} = 3037.50 \text{ Kg-m} = 303750.00 \text{ Kg-cm}$$

fibra superior:

$$f_1 = -\frac{63281.25}{1250.00} + \frac{63281.25(15)}{10416.67} = -\frac{303750.00}{10416.67}$$

$$f_1 = +11.34 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = -\frac{63281.25}{1250.00} - \frac{63281.25(15)}{10416.67} + \frac{303750.00}{10416.67}$$

$$f_2 = -112.59 \text{ Kg/cm}^2$$

Etapa de servicio. En esta etapa se tienen tres casos: el de carga balanceada, el de remoción de la carga viva balanceada y el de carga viva total.

Carga balanceada. Se tiene un esfuerzo de compresión uniforme igual a:

$$f = -\frac{50625.00}{1250.00} = -40.50 \text{ Kg/cm}^2$$

Remoción de la carga viva. En este caso se tiene una fuerza neta de 200 - Kg/m actuando hacia arriba que produce un momento igual a:

$$M = \frac{200.00(3.00)^2}{8} = 2025.00 \text{ Kg-m} = 202500.00 \text{ Kg-cm}$$

los esfuerzos correspondientes se superponen a los producidos por la carga balanceada obteniéndose los valores:

fibra superior:

$$f_1 = -40.50 + \frac{202500.00}{10416.67} = -21.06 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = -40.50 - \frac{202500.00}{10416.67} = -59.94 \text{ Kg/cm}^2$$

Carga viva total. Aquí se tiene una fuerza neta de 600 Kg/m actuando hacia abajo, su momento y los esfuerzos correspondientes se calculan como - en el caso anterior.

$$M = \frac{600.00(3.00)^2}{8} = 6075.00 \text{ Kg-m} = 607500.00 \text{ Kg-cm.}$$

fibra superior:

$$f_1 = -40.50 - \frac{607500.00}{10416.67} = -98.82 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = -40.50 + \frac{607500.00}{10416.67} = +17.82 \text{ Kg/cm}^2$$

comparando estos valores con los permisibles que de acuerdo al artículo - 18.4 del Reglamento ACI-318-77 son:

$$f_{ci} = 0.60 f'_{ci} = 0.60 (210.00) = 126.00 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ti} = 0.80 \sqrt{f'_{ci}} = 0.80 \sqrt{210.00} = 11.59 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{cs} = 0.45 f'_c = 0.45 (450.00) = 202.50 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ts} = 1.60 \sqrt{f'_c} = 1.60 \sqrt{280.00} = 26.77 \text{ Kg/cm}^2$$

se observa que todos están dentro de lo permisible por lo tanto, la sección se acepta por esfuerzos permisibles.

Se calcula ahora el área de acero necesaria considerando el empleo de cables de 1.11 cm de diámetro y 0.70 cm² de área cada uno, con una resistencia de 17600 Kg/cm². De acuerdo al artículo 18.5 del mencionado reglamento, el esfuerzo permisible en el acero en la transferencia es:

$$0.70 f_{pu} = 0.70 (17600.00) = 12320.00 \text{ Kg/cm}^2$$

por lo tanto:

$$A_p = \frac{P_i}{0.70 f_{pu}} = \frac{63281.25}{12320.00} = 5.14 \text{ cm}^2$$

y el $N^\circ \text{ de cables} = \frac{5.14}{0.70} = 7.37$

se usarán 8 cables con un área total de 5.57 cm².

Para terminar se realizará la revisión de la resistencia última para verificar la existencia de un adecuado factor de seguridad. Esto se hace siguiendo el criterio ACI expuesto en el apartado II.1.4.2 inciso b).

Considerando el área real de acero, los esfuerzos en el son:

transferencia: $f_{pi} = \frac{63281.25}{5.57} = 11352.12 \text{ Kg/cm}^2$

servicio: $f_{ps} = \frac{50625.00}{5.57} = 9081.69 \text{ Kg}$.

$$\frac{f_{ps}}{f_{pu}} = \frac{9081.69}{17600.00} = 0.52 > 0.50$$

$$\rho_p = \frac{5.57}{1000.00} = 0.0056$$

$$f_{ps} = 17600.00 \left(1 - 0.50(0.0056) \frac{17600.00}{280.00} \right) = 14516.56 \text{ Kg/cm}^2$$

revisando los valores máximos:

$$f_{py} = 14900.00 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ps} + 1200.00 = 13281.69 \text{ Kg/cm}^2$$

este último valor es el que rige, por eso se toma:

$$f_{ps} = 13281.69 \text{ Kg/cm}^2$$

$$a = \frac{5.57 (13281.69)}{0.85(280)(25)} = 12.44 \text{ cm}$$

$$M_n = 5.57 (13281.69) \left(40 - \frac{12.44}{2} \right) = 2500869.88 \text{ Kg-cm}$$

$$\phi M_n = 0.90 (2500869.88) = 2250778.39 \text{ Kg-cm}$$

El factor de seguridad se calcula respecto a la carga viva y considerando el artículo 9.2.1 del Reglamento ACI-318-77.

$$M_d = \frac{250.00 (9.00)^2}{8} = 2531.25 \text{ Kg-m} = 253125.00 \text{ Kg-cm}$$

$$M_L = \frac{800.00 (9.00)^2}{8} = 8100.00 \text{ Kg-m} = 810000.00 \text{ Kg-cm}$$

$$M_o + M_d = 303750.00 + 253125.00 = 556875.00 \text{ Kg-cm}$$

sustituyendo valores en la siguiente igualdad:

$$\phi M_n = 1.4 (M_o + M_d) + FS_L (M_L)$$

$$2250778.39 = 1.4 (556875.00) + FS_L (810000.00)$$

$$\therefore FS_L = 1.82 > 1.7$$

por lo que también por resistencia última el diseño es aceptable.

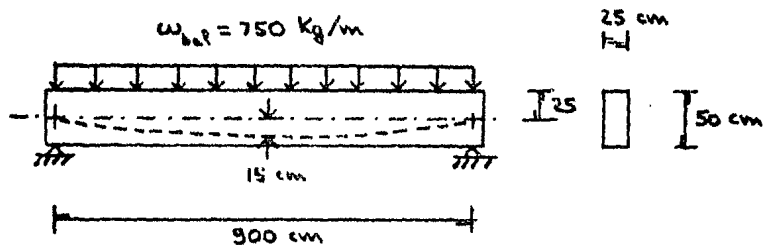


FIGURA 42.

II.1.7 ESTADO LIMITE DE FALLA.

Se ha mencionado ya que, la propiedad más importante de una estructura es su resistencia, debido a que ella está relacionada directamente con su seguridad, es por ello que no se debe pasar por alto las consideraciones que al respecto están incluidas en los diferentes Reglamentos de Construcción. Dichas prescripciones se refieren a lo que se conoce como el Estado Límite de Falla el cual establece que la seguridad de una estructura respecto a la ruptura, provocada por el crecimiento de las acciones externas o bien por la disminución de la resistencia de los materiales, debe ser suficiente.

Se debe tener presente que la predicción correcta de las cargas sobre la estructura y la obtención de la resistencia especificada para los materiales de construcción no son posibles, es por ello que los Reglamentos de Construcción reflejan una concepción probabilística.

El enfoque respectivo que se encuentra en el Reglamento del ACI es el siguiente:

Se trata por separado a las cargas y a la resistencia. A las primeras, es decir, a las cargas muertas calculadas y a las cargas vivas estimadas, se les aplica un factor de carga mayor que la unidad para obtener las cargas factorizadas o cargas últimas que un miembro debe ser capaz de soportar en el momento de falla incipiente. Los factores de carga varían dependiendo del grado de incertidumbre asociado con las cargas de los diversos tipos y con la probabilidad de ocurrencia simultánea de las diferentes cargas. Se pueden encontrar en el artículo 9.2 del Reglamento - - ACI-318-77.

A la resistencia calculada de acuerdo con el mejor conocimiento corriente del comportamiento estructural y con el valor especificado de la resistencia de los materiales se le llama Resistencia Nominal. Esta resis

tencia debe reducirse aplicandole un factor de reducción de resistencia, el cual varía con la forma particular de falla, la precisión con la cual pueda predecirse, la naturaleza de la falla si esta ocurriera, la importancia de las inexactitudes dimensionales para el tipo particular de miembro, las consecuencias de la falla y la variación probable de las resistencias de los materiales. El valor de los factores de reducción de resistencia se puede encontrar en el artículo 9.3 del mencionado Reglamento. - Esta resistencia reducida se denomina Resistencia de Diseño.

Para terminar, el mencionado Reglamento establece que, la Resistencia Requerida (obtenida empleando las cargas factorizadas) no debe exceder a la Resistencia de Diseño de la estructura.

Conviene comentar más sobre el término falla incipiente que fué utilizado en los párrafos anteriores. Su empleo se debe a que cuando una de las secciones de un elemento alcanza su resistencia última puede o no sobrepasar el colapso de la estructura. En el caso de los elementos isostáticos generalmente la falla se presenta una vez alcanzado el valor de la resistencia última pero en el caso de los elementos hiperestáticos se puede presentar el fenómeno de las articulaciones plásticas por lo que la estructura fallará o se colapsará hasta haberse formado un mecanismo de falla, el cual aparecerá una vez que varias de sus secciones hallan alcanzado su resistencia última. Esto último se tratará con un poco de más detalle en el apartado relativo a elementos continuos, por el momento únicamente se hablará de la falla de una sección.

11.1.8 DISEÑO POR RESISTENCIA ULTIMA PARA ELEMENTOS DE CONCRETO PRESFORZADO SIMPLEMENTE APOYADOS SOMETIDOS A FLEXIÓN.

La práctica del diseño de elementos presforzados en el pasado era basandose en el criterio de esfuerzos permisibles y las prescripciones del estado límite de falla se empleaban únicamente para comprobar la resistencia de una sección previamente diseñada y verificar un adecuado factor de seguridad, sin embargo el estudio y la experiencia han demostrado que tales disposiciones permiten el diseño de secciones con un control mayor de la resistencia y la ductilidad.

Las matemáticas involucradas en este tipo de diseño son menores que las empleadas en el diseño por esfuerzos permisibles como se podrá apreciar más adelante y es por esto un poco más sencillo.

Se presentarán dos métodos de diseño por resistencia última, ambos consideran elementos de concreto presforzado con adherencia, simplemente apoyados y desprecian los esfuerzos cortantes, se basan en el dimensionamiento de una sección cuya resistencia última sea mayor que la resistencia requerida y la obtención de un comportamiento adecuado en la etapa de servicio.

No se puede olvidar que, aún cuando un elemento se diseñe por resistencia última se debe verificar su comportamiento para otras etapas de carga como lo son la de transferencia y la de servicio. También se debe tener en cuenta la tendencia actual al empleo de elementos de concreto parcialmente presforzados, sin embargo, el presfuerzo parcial solo se emplea para mejorar el comportamiento de los elementos y aún no existe suficiente información que permita un adecuado diseño de ellos.

METODO 1.- Este método supone que el esfuerzo en el acero de presfuerzo en la falla es del 90% de su resistencia última, que en los elementos con patines es en la mitad del peralte de estos donde se localiza el centro de presión, para los elementos rectangulares supone que el brazo del par resistente es igual al 80% de su peralte total.

El método consiste en: 1. Suponer las dimensiones de la sección basándose para ello en los requerimientos de funcionalidad, arquitectónicos, en las relaciones claro a peralte o en la experiencia. 2. Calcular la resistencia requerida y con ella la resistencia nominal del elemento. 3. Determinar y/o revisar las áreas de acero y concreto requeridas con las siguientes ecuaciones:

$$A_p = \frac{M_n}{0.90 f_{pu} z} \quad 62.$$

$$A'_c = \frac{M_n}{0.85 f'_c z} \quad (\text{área en compresión}) \quad 63.$$

4. Revisar el ancho del alma supuesto en base a los requerimientos de resistencia al corte o en las necesidades de recubrimiento del acero. 5. Determinar la magnitud de la fuerza pretensora en forma tal de producir las condiciones de deflexión deseadas, esto se puede hacer ayudándose del método de la carga balanceada.

Al terminar la exposición del segundo método se presenta un ejemplo de aplicación de este con la finalidad de que, se comprenda mejor.

METODO 2.- Este método supone que se conoce la cantidad requerida de deformación del elemento y los diagramas esfuerzo-deformación de los materiales, emplea cantidades adimensionales y busca obtener el área mínima de concreto. Para lograr esto último, es decir, el área mínima de concreto se debe emplear valores pequeños de las cantidades adimensionales usadas excepto la relación del peralte efectivo al peralte total que se debe buscar maximizar.

Este método consiste en:

1. Suponer valores para las cantidades adimensionales h_f/h , b_w/b , d/h y K , las cuales fueron ya definidas en este trabajo.

2. Calcular el factor de forma de la sección con la ecuación:

$$\psi = \frac{h_s}{h} (1 + K) + \frac{b_w}{b} \left(1 - 2 \frac{h_s}{h}\right) \quad 64.$$

en ella ψ es el factor de forma, todos los demás términos fueron -
definidos en el apartado II.1.5, método 3.

3. Calcular la relación c/d mediante la ecuación:

$$\frac{c}{d} = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{ps} - \epsilon_{pe} - \epsilon_{pe} + \epsilon_{cu}} \quad 65.$$

los términos de esta ecuación también ya han sido definidos en el a-
partado II.1.4.2 inciso a).

4. Determinar las cantidades $\rho_p f_{pu}/f'_c$ y $Q = M_u/bd^2 f'_c$ a partir de -
las condiciones de equilibrio.

5. Determinar el área total de la sección mediante la ecuación:

$$A = \frac{M_u + (N_u/N_d) M_L}{(Q d^2 f'_c) / (N_d h \psi) - (N_u) / B} \quad 66.$$

y a partir de ella las dimensiones de la misma. Para ello recuerdese
que $A = bh\psi$ y que N_d , N_u son los factores de carga muerta y vi-
va respectivamente.

6. Determinese el área de acero a partir del valor de $\rho_p f_{pu}/f'_c$

A continuación se presentará un ejemplo de cada uno de los métodos -
anteriores buscando su mejor comprensión.

EJEMPLO 33.- Diseño basado en los requisitos de resistencia y presfuerzo
parcial.

Debe diseñarse una viga que tenga una sección transversal T para que
soporte una carga viva de servicio de 1800 Kg/m y una carga muerta sobre-
puesta de 600 Kg/m adicionalmente a su peso propio con un claro simple de
24 m. El miembro será postensado empleando tendones compuestos de cables
trenzados de 17600 Kg/cm² de resistencia. La resistencia del concreto a -
los 28 días debe ser de 350 Kg/cm². Se adoptará un diseño basado en la re-
sistencia, con el requisito adicional de que la deflexión debe ser nula -
bajo la totalidad de la carga muerta de servicio.

SOLUCION:

Considerando los requisitos de funcionalidad, los previstos para duc

tos y anclajes y una relación claro a peralte igual a 20 se propone la - sección mostrada en la figura 43.

Los momentos debidos a las cargas muertas y vivas son:

$$M_a = \frac{1530.00 (24)^2}{8} = 110160.00 \text{ Kg-m} = 11016000.00 \text{ Kg-cm}$$

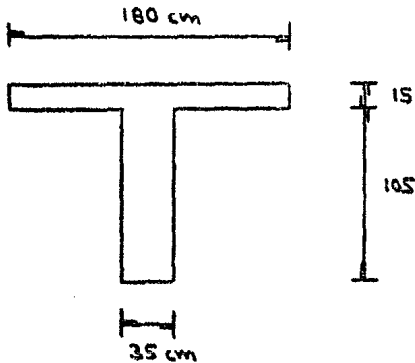
$$M_d = \frac{600.00 (24)^2}{8} = 43200.00 \text{ Kg-m} = 4320000.00 \text{ Kg-cm}$$

$$M_L = \frac{1800.00 (24)^2}{8} = 129600.00 \text{ Kg-m} = 12960000.00 \text{ Kg-cm}$$

aplicando los factores de carga establecidos en el artículo 9.2.1 del Reglamento ACL-318-77, la resistencia requerida es:

$$M_u = 1.4 (11016000.00 + 4320000.00) + 1.7 (12960000.00)$$

$$M_u = 43502400.00 \text{ Kg-cm.}$$



Sus propiedades son:

$$I_c = 9030325.37 \text{ cm}^4$$

$$S_1 = 214557.00 \text{ cm}^3$$

$$S_2 = 115909.52 \text{ cm}^3$$

$$C_1 = 42.09 \text{ cm} \quad C_2 = 77.91 \text{ cm}$$

$$A_c = 6375.00 \text{ cm}^2$$

$$w_c = 1530.00 \text{ Kg/m.}$$

FIGURA 43. Sección T y sus propiedades.

Empleando el correspondiente factor de reducción del artículo 9.3.2 la resistencia nominal de la sección debe ser:

$$M_n = \frac{43502400.00}{0.9} = 48336000.00 \text{ Kg-cm.}$$

suponiendo un recubrimiento de 20.00 cm y el centro de presión a mitad - del peralte del patín:

$$z = 120.00 - 20.00 - \frac{13.00}{2} = 92.50 \text{ cm}$$

suponiendo un $f_{ps} = 0.90 f_{pu}$ el área tentativa de acero será de acuerdo a la ecuación 62 :

$$A_p = \frac{48336000.00}{0.9(17600.00)(92.50)} = 32.98 \text{ cm}^2$$

se usarán dos tendones de 1.52 cm de diámetro y de doce torones cada uno con un área total de acero de 33.55 cm² siguiendo un perfil parabólico - con excentricidad nula en los extremos.

Usando la ecuación 63 el área tentativa de concreto que se requiere es:

$$A'_c = \frac{48336000.00}{0.85(350.00)(92.50)} = 1756.48 \text{ cm}^2$$

considerando efectivo todo el ancho del patín:

$$a = \frac{1756.48}{180.00} = 9.76 \text{ cm.}$$

y el brazo del par interno en esta revisión vale:

$$z = 120.00 - 20.00 - \frac{9.76}{2} = 95.12 \text{ cm}$$

revisando las áreas de acero y de concreto con las ecuaciones 62 y 63 respectivamente se tiene:

$$A_p = \frac{48336000.00}{0.9(17600.00)(95.12)} = 32.08 \text{ cm}^2$$

(que es aproximadamente igual a la proporcionada de 33.55 cm².)

$$A'_c = \frac{48336000.00}{0.85(350.00)(95.12)} = 1708.08 \text{ cm}^2$$

considerando efectivo todo el ancho del patín:

$$a = \frac{1708.08}{180.00} = 9.49 \text{ cm}$$

el brazo del par resistente en esta segunda revisión vale:

$$z = 120.00 - 20.00 - \frac{9.49}{2} = 95.25 \hat{=} 95.12 \text{ cm.}$$

como los valores obtenidos son aproximadamente iguales se procede a realizar la revisión del esfuerzo del acero supuesto; se usarán para ello las prescripciones del artículo 18.7 del Reglamento ACI-318-77.

$$P_p = \frac{33.55}{180.00 (100.00)} = 0.0019$$

$$f_{ps} = 17600.00 \left(1 - 0.50 (0.0019) \frac{17600.00}{350.00} \right) = 0.9531 (17600.00)$$

$$f_{ps} = 16775.24 \text{ Kg/cm}^2$$

como este valor es un 5.31% diferente al supuesto no se hace una revisión del diseño.

Se procederá ahora a realizar el cálculo de la fuerza de presfuerzo siguiendo el método de la carga balanceada.

La flecha que se empleará en el tendón parabólico es:

$$y = e = 120.00 - 20.00 - 42.09 = 57.91 \text{ cm}$$

la carga a balancear es la totalidad de la carga muerta de servicio, es decir:

$$w_{bal} = 1530.00 + 600.00 = 2130.00 \text{ Kg/m}$$

por lo que la fuerza de presfuerzo debe ser:

$$P_e = \frac{2130.00 (29)^2}{8 (0.58)} = 264816.66 \text{ Kg.}$$

suponiendo el 15% de pérdidas:

$$P_i = \frac{264816.66}{0.85} = 311549.01 \text{ Kg.}$$

y el esfuerzo inicial en los tendones vale:

$$f_{pi} = \frac{311549.01}{33.55} = 9286.58 \text{ Kg/cm}^2$$

de acuerdo al Reglamento ACI-318-77 el esfuerzo permisible en la transferencia es:

$$0.70 f_{pu} = 0.70 (17600.00) = 12320.00 > 9286.58 \text{ Kg/cm}^2$$

A continuación se revisarán los esfuerzos en las fibras extremas de

la sección de concreto.

Etapa de transferencia,

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{311549.01}{6375.00} + \frac{311549.01 (57.91)}{214557.00} - \frac{11016000.00}{214557.00}$$

$$f_1 = - 16.12 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{311549.01}{6375.00} - \frac{311549.01 (57.91)}{115904.52} + \frac{11016000.00}{115904.52}$$

$$f_2 = - 109.73 \text{ Kg/cm}^2$$

Etapa de servicio.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{264816.66}{6375.00} + \frac{264816.66 (57.91)}{115904.52} - \frac{28296000.00}{214557.00}$$

$$f_1 = - 101.94 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{264816.66}{6375.00} - \frac{264816.66 (57.91)}{115904.52} + \frac{28296000.00}{115904.52}$$

$$f_2 = + 70.28 \text{ Kg/cm}^2$$

suponiendo $f'_{ci} = 0.70 f'_c$, los esfuerzos permisibles de acuerdo al artículo 10.4 del Reglamento ACI-318-77 son:

$$f_{ci} = 0.60 f'_{ci} = 0.60 (0.70 \times 350) = 147.00 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ti} = 0.80 \sqrt{f'_{ci}} = 0.80 \sqrt{0.70 \times 350} = 12.52 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{cs} = 0.45 f'_c = 0.45 (350) = 157.50 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ts} = 1.60 \sqrt{f'_c} = 1.60 \sqrt{350} = 29.93 \text{ Kg/cm}^2$$

de la comparación de los esfuerzos se observa que, el esfuerzo en la fibra inferior en la etapa de servicio rebasa el valor permisible por lo que, de acuerdo a la cláusula de escape del mencionado artículo se debe -

proporcionar acero no presforzado en el patín inferior para que soporte los esfuerzos de tensión y con ello mejore el comportamiento de la sección.

EJEMPLO 34.- Diseño basado en los requisitos de resistencia última y ductilidad.

Se debe diseñar una viga simplemente apoyada con un claro de 12.00 m sometida a una carga viva de 1500 Kg/m y una carga muerta adicional a su peso propio de 500 Kg/m. La sección deberá tener un peralte máximo de 70 cm. La resistencia del concreto y del acero será de 450 y 17600 Kg/cm² respectivamente, sus módulos de elasticidad son 3.2×10^5 Kg/cm² para el concreto y 2×10^6 Kg/cm² para el acero. Las características carga-deformación del acero están representadas en la figura 1 del apéndice A. Deberá adoptarse un diseño basado en la resistencia con el requisito adicional de que tenga una ductilidad mínima de $\epsilon_{ps} = 0.01$.

SOLUCION:

$$M_d = \frac{500.00 (12)^2}{8} = 9000.00 \text{ Kg-m} = 900000.00 \text{ Kg-cm}$$

$$M_L = \frac{1500.00 (12)^2}{8} = 27000.00 \text{ Kg-m} = 2700000.00 \text{ Kg-cm}$$

se supone: $\frac{h_f}{h} = 0.21 \Rightarrow h_f = 15 \text{ cm}$, $\frac{d}{h} = 0.80 \Rightarrow d = 56 \text{ cm}$

$$b_w/b = 0.40, \quad K = 1.0$$

sustituyendo en la ecuación 64

$$\psi = 0.21 (1+1) + 0.40 (1-2 \times 0.21) = 0.66$$

se supone un prefuerzo efectivo de 9500 Kg/cm², por lo que, de la figura 1 del apéndice A se tiene:

$$\epsilon_{pe} = 0.0049$$

suponiendo $\epsilon_{ps} = 0.0004$ (este valor se debe verificar una vez hecho el diseño) y considerando $\epsilon_{cu} = 0.003$ se tiene de la ecuación 65 que:

$$\frac{c}{d} = \frac{0.0030}{0.0100 - 0.0049 - 0.0004 + 0.0030} = 0.39$$

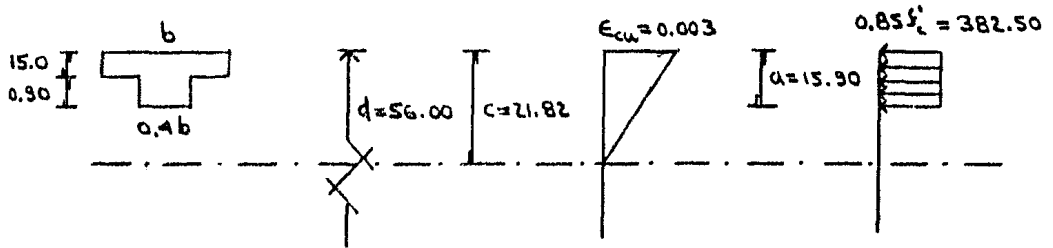
$$c = 0.39 d = 0.39 (56.00) = 21.82$$

suponiendo una distribución rectangular del esfuerzo de compresión en el

concreto de acuerdo al ACI-318-77:

$$a = \beta_1 c = 0.73 (21.82) = 15.90 \text{ cm.}$$

por lo que el cálculo de las fuerzas y momentos resistentes se hace en base a la siguiente figura.



Fuerza de compresión:

$$\begin{aligned} 15.00 b (382.50) &= 5737.50 b \\ 0.90(0.40 b)(382.50) &= \underline{137.20 b} \\ C &= 5874.70 b \end{aligned}$$

Fuerza de tensión:

$$T = \rho_p b d f_{ps} = 56.00 b \rho_p f_{ps}$$

del equilibrio de fuerzas:

$$\begin{aligned} T &= C \\ 56.00 b \rho_p f_{ps} &= 5874.70 b \\ \rho_p \frac{f_{ps}}{f'_c} &= \frac{5874.70}{56.00(450.00)} = 0.23 \end{aligned}$$

Momento de la fuerza de compresión respecto al eje neutro:

$$\begin{aligned} 5737.50 b (21.82 - 7.50) &= 82150.67 b \\ 137.20 b (21.82 - 15.95) &= \underline{873.91 b} \\ &= 83024.58 b \end{aligned}$$

Momento de la fuerza de tensión respecto al eje neutro:

$$56.00 b \rho_p f_{ps} (56.00 - 21.82) = 1914.18 b \rho_p f_{ps}$$

sustituyendo valores:

$$Q = \frac{M_w}{bd^2 f'_c} = \frac{83024.58 b + 1914.18 b \rho_p f_{ps}}{bd^2 f'_c}$$

$$= \frac{83024.58}{(56)^2 (450)} + \frac{1914.18 (0.23)}{(56)^2} = 0.20$$

sustituyendo valores en la ecuación 66 :

$$A = \frac{900000.00 + (1.7/1.4) 2700000.00}{\frac{0.20 (56)^2 (450)}{1.40 (70) (0.66)} - \frac{0.0029 (1200)^2}{8}} = 1051.31 \text{ cm}^2$$

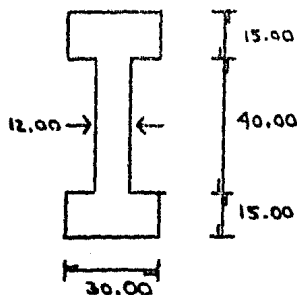
de donde:

$$b = \frac{A}{h \psi} = \frac{1051.31}{70 (0.66)} = 22.85 \text{ cm}$$

$$b_w = 0.40 b = 0.40 (22.85) = 9.14 \text{ cm}$$

$$k b = 1.00 b = 1.00 (22.85) = 22.85 \text{ cm}$$

por lo tanto se propone la sección mostrada en la figura 44.



Sus propiedades son:

$$I_c = 761500.00 \text{ cm}^4$$

$$S = 21757.14 \text{ cm}^3$$

$$C = 35.00 \text{ cm}$$

$$A_c = 1380.00 \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 551.81 \text{ cm}^2$$

$$w_o = 321.20 \text{ Kg/cm}$$

FIGURA 44. Sección I y sus propiedades.

de la figura 1 del apéndice A se tiene que para $\epsilon_{ps} = 0.01$, $f_{ps} = 15116.00 \text{ Kg/cm}^2$ por lo que:

$$\rho_p = 0.23 \frac{f'_c}{f_{ps}} = 0.23 \frac{(450)}{(15116)} = 0.0069$$

$$y \quad A_p = \rho_p b d = 0.0069 (30.00) (56.00) = 11.6581 \text{ cm}^2$$

y la fuerza de presfuerzo efectiva será:

$$P_e = f_{pe} A_p = 9500.00 (11.66) = 110751.95 \text{ Kg.}$$

considerando el 15% de pérdidas la fuerza de presfuerzo inicial es:

$$P_i = \frac{P_e}{0.85} = \frac{110751.95}{0.85} = 130296.41 \text{ Kg.}$$

el área de acero se proporcionará usando dos tendones de seis torones cada uno con un área total de 11.87 cm².

A continuación se revisarán los esfuerzos en las fibras extremas de la sección de concreto.

$$M_o = \frac{32.20 (12)^2}{8} = 5961.60 \text{ Kg-m} = 596160.00 \text{ Kg-cm}$$

Etapa de transferencia.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{130296.41}{1380.00} + \frac{130296.41 (21.00)}{21757.14} - \frac{596160.00}{21757.14}$$

$$f_1 = +3.94 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{130296.41}{1380.00} - \frac{130296.41 (21.00)}{21757.14} + \frac{596160.00}{21757.14}$$

$$f_2 = -192.78 \text{ Kg/cm}^2$$

Etapa de servicio.

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{110751.95}{1380.00} + \frac{110751.95 (21.00)}{21757.14} - \frac{4196160.00}{21757.14}$$

$$f_1 = -166.22 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{110751.95}{1380.00} - \frac{110751.95 (21.00)}{21757.14} + \frac{4196160.00}{21757.14}$$

$$f_2 = +5.71 \text{ Kg/cm}^2$$

suponiendo $f'_{ci} = 0.80 f'_c$, los esfuerzos permisibles de acuerdo al artículo 18.4 del Reglamento ACI-318-77 son:

$$f_{ci} = 0.60 f'_{ci} = 0.60 (0.80 \times 450.00) = 216.00 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{ci} = 0.80 \sqrt{f'_{ci}} = 0.60 \sqrt{0.80 \times 450.00} = 15.18 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{cs} = 0.45 f'_c = 0.45 (450.00) = 202.50 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{cs} = 1.60 \sqrt{f'_c} = 0.60 \sqrt{450.00} = 33.94 \text{ Kg/cm}^2$$

se observa que estos valores no son sobrepasados en ninguna de las fibras de la sección en las dos etapas de carga por lo que, el diseño se considera satisfactorio.

II.1.9 VIGAS CONTINUAS. VENTAJAS Y DESVENTAJAS.

En el pasado la construcción con elementos de concreto presforzado se limitaba a los elementos simplemente apoyados, sin embargo, en el presente incluye el uso de elementos continuos debido a las ventajas que estos presentan, esto último hace necesario la inclusión en este trabajo de los métodos de análisis y diseño para las vigas continuas.

Las principales ventajas de los elementos continuos son:

1. El empleo de secciones menores para la misma carga y claro.
2. Economía en los anclajes de los extremos del cable.
3. Mayor rigidez y por lo tanto deflexiones menores.
4. Rigidez en los nudos de los pteicos continuos, esto proporciona un importante mecanismo para resistir las fuerzas horizontales tales como las inducidas por el viento, las explosiones o las fuerzas sísmicas.
5. Economía en la cimbra al permitir el uso de elementos precolados.

Las vigas continuas presentan también desventajas que en ocasiones pueden compensar sus ventajas, entre las principales están:

1. Pérdidas por fricción en los tendones continuos.
2. Acortamiento de las vigas continuas largas bajo el presfuerzo.
3. Esfuerzos secundarios.
4. Concurrencia del momento máximo y esfuerzo cortante en los apoyos.
5. Inversión de momentos.
6. Máximos de los momentos.
7. Dificultad para obtener la continuidad en elementos precolados.
8. Dificultad para el diseño.

Las desventajas que presentan los elementos continuos de concreto presforzado pueden ser disminuidas y en algunos casos aprovechadas mediante un diseño adecuado.

Existen en la práctica diversos métodos para proporcionar la continuidad, lo que permite adoptar diversos diseños, los mas comunes pueden verse en la bibliografía que existe sobre el tema. Dependiendo de como se proporcione la continuidad, las vigas continuas pueden dividirse en dos clases: vigas completamente continuas y vigas parcialmente continuas.

Las vigas continuas completamente, son aquellas en las que todos los tendones son presforzados en el lugar y son continuos, generalmente, desde un extremo hasta el otro, aunque algunos pueden anclarse en puntos intermedios si se encuentra descabido. El concreto puede ser colado en sitio o precolado y enladrado sobre la cimbra. Los tendones pueden estar encerrados en el concreto durante el colado, atornillados a través de perforaciones preformadas, o colocados afuera del alma. Pueden ser adheridos o no adheridos dependiendo de los requisitos de la estructura.

Las vigas parcialmente continuas, son aquellas en las que cada claro es precolado como una viga simple con acero suficiente para su manejo y erección, después de que estos elementos se han colocado en su lugar se insertan elementos adicionales para proporcionar la continuidad sobre los apoyos, estos elementos adicionales pueden ser o no presforzados.

A continuación se presentan los métodos de análisis y diseño de las vigas continuas.

II.1.10 ANALISIS DE VIGAS CONTINUAS.

El análisis de las vigas continuas de concreto presforzado se realiza en forma parecida a las de concreto reforzado, la diferencia se presenta al considerar el efecto del presfuerzo, ya que este introduce en la mayoría de los casos reacciones redundantes que a su vez producen momentos llamados momentos secundarios. La existencia de tales momentos se puede comprender estudiando la figura 45. La viga de la figura 45a se encuentra sujeta a una fuerza de presfuerzo P con excentricidad constante e , el momento flexionante producido P_e , que se llama momento primario, causará el levantamiento de la viga de su apoyo central, como se muestra en la figura 45b, sin embargo, este levantamiento esta restringido al desarrollarse una reacción redundante hacia abajo R en el apoyo central segun se muestra en la figura 45c, esta reacción se equilibra mediante otras reacciones redundantes en los apoyos extremos como se indica en la misma figura 45c, las cuales producen momentos flexionantes llamados momentos secundarios y la forma real deflexionada de la viga continua será la que se representa en la figura 45d. El momento resultante debidamente al presfuerzo será la suma de los momentos primarios más los momentos secundarios. En forma cualitativa los diagramas de momentos se presen

se presentan en la figura 46, en donde (a) es el diagrama de momentos primario, (b) el diagrama de momento secundario y (c) el diagrama de momento resultante.

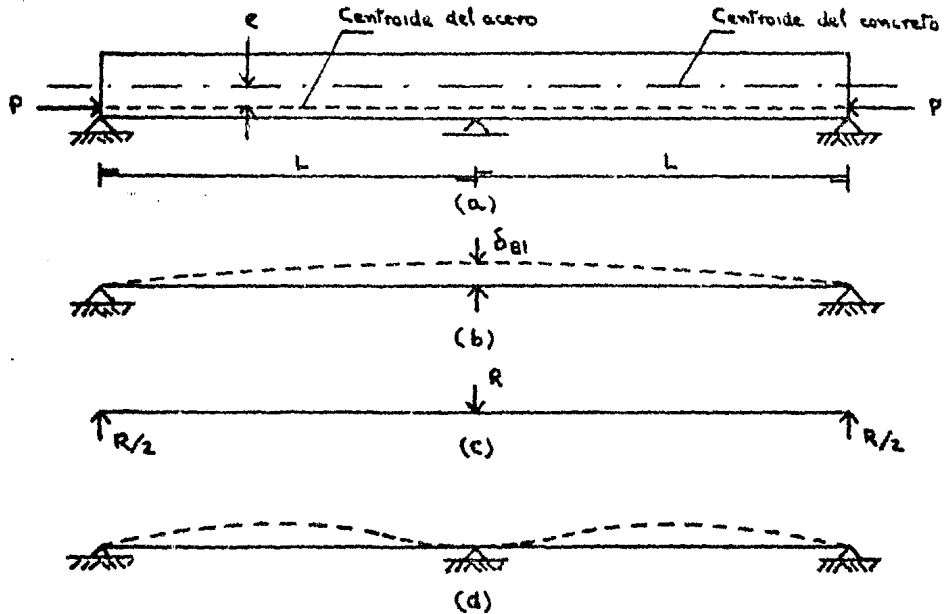


FIGURA 45. Fuerzas y deflexiones para una viga estáticamente indeterminada.

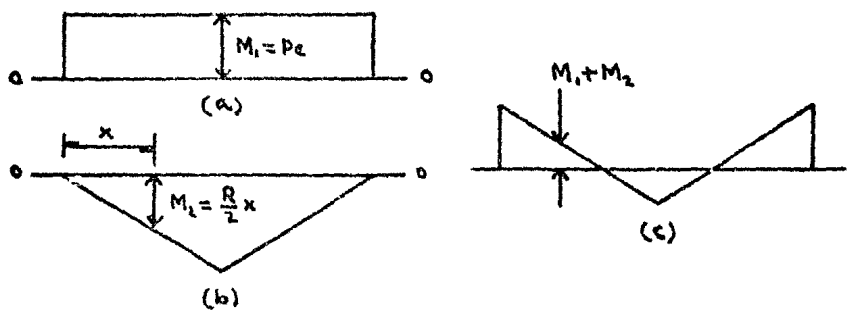


FIGURA 46. Momentos para una viga estáticamente indeterminada.

La determinación de las reacciones redundantes, de los momentos secundarios y de los momentos resultantes se puede hacer mediante los méto-

dos de cargas equivalentes y de superposición de deflexiones. El método de las cargas equivalentes consiste en: 1. Determinar los momentos primarios (P_e). 2. A partir del diagrama de momentos primarios determinar el diagrama de cortante y el diagrama de cargas equivalentes. 3. Realizar la distribución de momentos de las cargas equivalentes y por lo tanto obtener el diagrama de momentos resultantes. Una vez hecho lo anterior y en caso de ser necesario se pueden determinar los momentos secundarios (Momento resultante = Momento primario + Momento secundario) y la línea de presión (Momento Resultante = Fuerza de presfuerzo x Excentricidad de la línea de presión).

El método de la superposición de deflexiones consiste en seleccionar las reacciones redundantes adecuadas de tal manera que su eliminación conduzca a una estructura primaria estáticamente determinada y estable, después las reacciones seleccionadas se reemplazan por fuerzas desconocidas y su valor se ajusta en forma tal de que la superposición de deflexiones de valores nulos en los apoyos.

No se debe perder de vista que los dos métodos hasta el momento solo se han empleado para el análisis de los efectos del presfuerzo y falta - aún considerar las cargas externas.

Para la consideración de las cargas externas existen también dos métodos. El primero consiste en hacer la distribución de momentos debidos a ellas y superponer sus valores a los causados por el presfuerzo. Este método generalmente se prefiere cuando existe más de una condición de carga. El segundo método consiste en considerar el efecto de las cargas externas conjuntamente con las cargas equivalentes del presfuerzo y hacer una sola distribución de momentos. Este método se prefiere cuando sólo existe una condición de carga por investigar.

La línea de presión siempre podrá localizarse dividiendo el valor de los momentos entre el valor del presfuerzo. A continuación se dan algunos ejemplos.

EJEMPLO 35.- Cálculo de los momentos resultantes debidos al presfuerzo y de la línea de presión mediante el método de las cargas equivalentes.

Una viga continua de concreto presforzado con tendones adheridos se muestra en la figura 47a. El c.g.s. tiene una excentricidad en A, está doblado pronunciadamente en D y en B, y afecta una forma parabólica en el claro BC. Determinar el diagrama de momento resultante y la línea de presión (línea C) en el concreto debida al presfuerzo solo, sin considerar la carga muerta de la viga. Supóngase un presfuerzo de 113500.00 Kg. Usese el método de las cargas equivalentes.

SOLUCION:

En la figura 47b se muestra el diagrama de momentos primarios (P_e) a partir de ellos se obtiene el diagrama de cortante que se muestra en la figura 47c. A manera de ejemplo se presenta el cálculo del cortante en el tramo AD.

La variación del diagrama de momentos en este tramo es lineal por lo que el cortante debe ser constante, además, se sabe que la diferencia de momentos en el tramo debe ser igual al área del diagrama de cortante por lo que se puede establecer la siguiente igualdad:

$$(-27243.42) - (-6940.96) = 9.14 V$$

$$V = -2222.71 \text{ Kg.}$$

A partir del diagrama de cortante se puede obtener el diagrama de las cargas equivalentes, a manera de ejemplo se calcula la carga equiva-

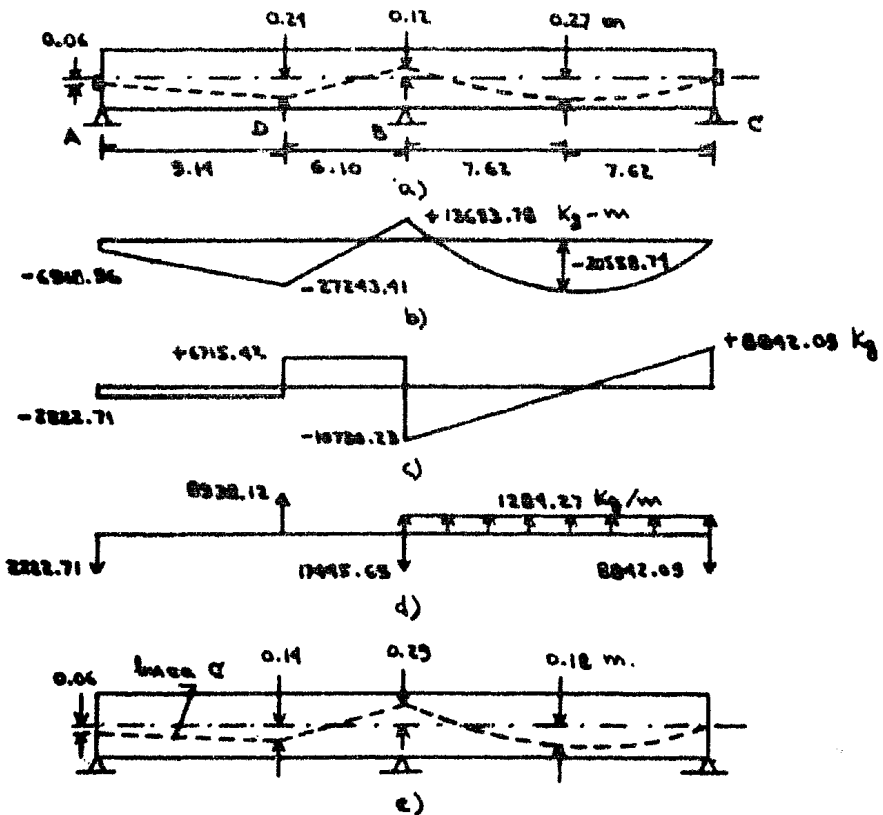


FIGURA 47.

lente en el tramo BC.

La variación del diagrama de cortante en este tramo es lineal por lo que la carga debe ser uniformemente distribuida, además se sabe que la diferencia de cortante en el tramo debe ser igual al área del diagrama de carga por lo que:

$$(-10730.2298) - (8842.09) = 15.24 \omega$$

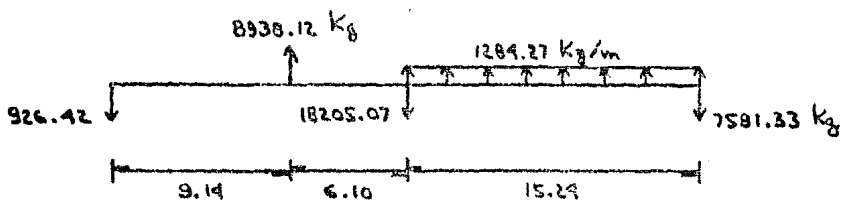
$$\omega = -1284.27 \text{ Kg/m}$$

el diagrama de cargas equivalentes se representa en la figura 47d.

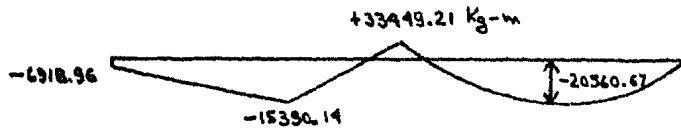
Establecidas las cargas equivalentes se procede a realizar la distribución de momentos (Método de Cross) y el cálculo de las reacciones reducidas, esto se puede ver en la siguiente tabla:

C. D.	1.00	0.50	0.50	1.00
M. E.	+13076.83	-19615.25	+24856.85	-24856.85
D.	-13076.83			+24856.85
M. S.	- 6918.96			
T.		- 9997.90	+12428.42	
D.		- 3836.06	- 3836.06	
M. R.	- 6918.96	-33449.21	+33449.21	0.00
V. I.	- 3575.25	- 3575.25	- 9786.16	- 9786.16
V. H.	+ 2648.83	- 2648.83	- 2194.83	+ 2194.83
V. T.	- 926.42	- 18205.07		- 7591.33

De acuerdo a los resultados anteriores el diagrama de carga es:



y el diagrama de momentos resultantes es por lo tanto como se muestra en la siguiente figura.



dividiendo el valor de los momentos entre el valor de la fuerza de presfuerzo se obtiene la línea de presión que es, la mostrada en la fig. 47e.

EJEMPLO 36.— Análisis de una viga estáticamente indeterminada considerando únicamente el efecto del presfuerzo.

La viga rectangular de dos claros de la figura 48 tiene un ancho $b = 30.0 \text{ cm}$ y un peralte total de 55 cm . Se presfuerza mediante un tendón continuo teniendo un perfil parabólico en cada claro, con las excentricidades según se indica. La viga llevará una fuerza pretensora efectiva de 14100.00 Kg . Pueden despreciarse las diferencias de tensión a lo largo del claro debidas a la fricción. Hállense los momentos primario, secundario y total resultantes del presfuerzo, así como las reacciones de apoyo y la ubicación de la línea de presión: 1. Empleando el método de la superposición de deflexiones y 2. Usando el método de las cargas equivalentes. Hállense los esfuerzos en el concreto en el apoyo B debidos al presfuerzo

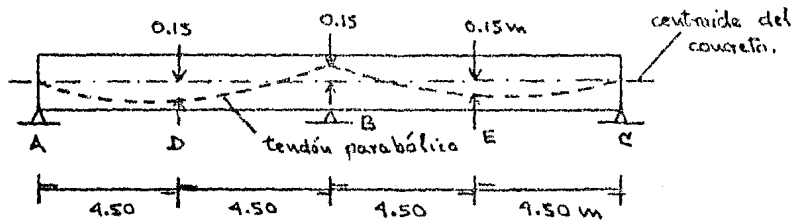


FIGURA 48.

SOLUCION:

1. Método de la superposición de deflexiones.

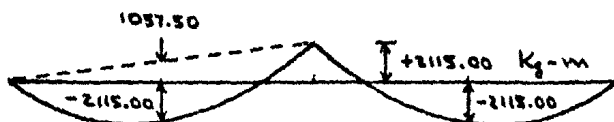
Se suprime la reacción del apoyo B para obtener una estructura primaria estáticamente determinada, en ella, puesto que, el presfuerzo es la única fuerza que actúa, el diagrama de momentos tendrá la misma forma del perfil del tendón, los valores característicos de este diagrama de momentos primarios son:

$$M_A = M_C = 0$$

$$M_D = M_E = -0.15(14100.00) = -2115.00 \text{ Kg-m}$$

$$M_B = +0.15(14100.00) = +2115.00 \text{ Kg-m.}$$

y se muestra en la siguiente figura:

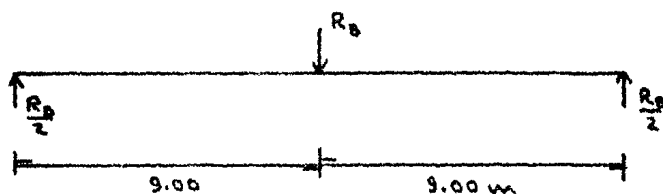


aplicando el segundo principio del área de momentos, la deflexión del -- punto B es:

$$\delta_{B1} = \frac{4.5}{EI} [9.00 (2115.00) (2/3)] - \frac{2}{3} \left(\frac{9.00}{EI} \right) [9.00 (2115.00) (1/2)]$$

$$\delta_{B1} = \frac{28552.50}{EI} \text{ m}$$

La reacción en B suprimida, se sustituye por una carga concentrada a plicada que produce el siguiente diagrama de carga:



y el siguiente diagrama de momentos:



aplicando nuevamente el segundo principio del área de momentos la de -- flexión causada por esta carga en el punto B es:

$$\delta_{B2} = \frac{9.0}{EI} \left(\frac{2}{3} \right) [9.00 (4.50 R_B) (1/2)] = \frac{121.50 R_B}{EI} \text{ m.}$$

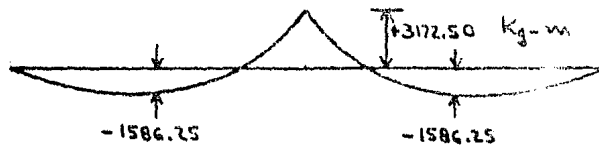
como la deflexión en el apoyo debe ser nula se procede a igualar los dos valores anteriores de ella para encontrar el valor de la reacción redundante, esto se hace a continuación.

$$\frac{28552.50}{EI} = \frac{121.50 R_B}{EI}$$

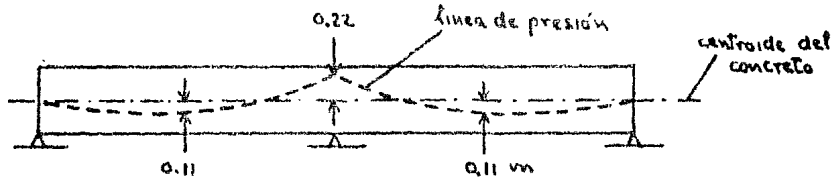
$$R_B = 235.00 \text{ Kg.}$$

con la determinación de este valor queda también determinado el diagrama de momento secundario, el cual varía linealmente desde cero hasta un valor máximo de 1057.50 Kg-m como se puede observar en la figura inmediata anterior.

Para obtener el valor de los momentos resultantes solo es necesario realizar la superposición del diagrama de momentos primarios y del diagrama de los momentos secundarios, es decir, la suma de los momentos primarios más los momentos secundarios. El diagrama de los momentos resultantes se muestra a continuación.



Se puede ahora obtener la línea de presión dividiendo el valor de los momentos resultantes entre el valor del presfuerzo. En la siguiente figura se muestra la forma de la línea de presión.



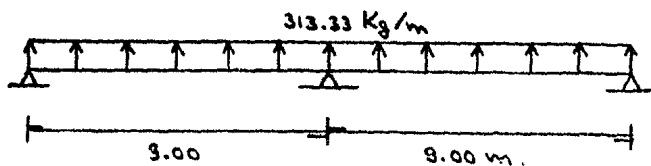
2. Método de la carga equivalente.

En el ejemplo anterior (35) se determinaron las cargas equivalentes a partir del diagrama de los momentos primarios, en este, la carga equivalente se obtendrá aplicando los conceptos de la carga balanceada.

Como se trata de un tendón parabólico la carga equivalente que introduce en cada claro el presfuerzo es:

$$\omega_p = \frac{8Py}{l^2} = \frac{8(14100.00)(0.22)}{(3.0)^2} = 313.33 \text{ Kg/m}$$

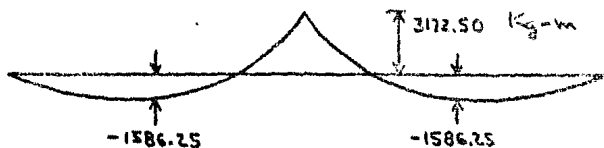
el diagrama de carga respectivo es:



La distribución de momentos debidos a estas cargas equivalentes se realiza a continuación en la siguiente tabla:

C.D.	1.00	0.50	0.50	1.00
M.E.	+ 2115.00	- 2115.00	+ 2115.00	- 2115.00
D.	- 2115.00			+ 2115.00
T.		- 1057.50	+ 1057.50	
D.		0.00	0.00	
M.R.	0.00	- 3172.50	+ 3172.50	0.00
V.I.	- 1410.00	- 1410.00	- 1410.00	- 1410.00
V.H.	+ 352.50	- 352.50	- 352.50	+ 352.50
V.T.	- 1057.50	- 3525.00		- 1057.50

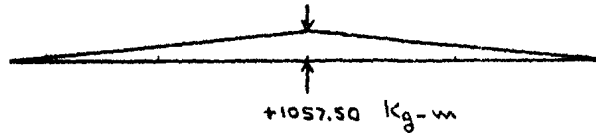
De acuerdo a los resultados anteriores el diagrama de momentos resultantes es:



el valor de los momentos primarios (P_e) se ilustra en el siguiente diagrama:



los momentos secundarios se pueden obtener ahora restando simplemente el momento resultante menos el momento primario en cada punto de la viga - - obteniendose el siguiente diagrama:



Se puede observar que los diagramas de momentos obtenidos por este método son los mismos que los obtenidos por el método de la superposición de deflexiones por lo que la línea de presión deberá ser la misma y por lo tanto se omite su cálculo.

Para determinar el valor de los esfuerzos en las fibras extremas de la sección de concreto en el apoyo B se pueden usar las ecuaciones 33a y 33b teniendo cuidado de sustituir el valor de la excentricidad de la línea de presión. Esto se hace a continuación:

fibra superior:

$$f_1 = -\frac{14100.00}{1650.00} - \frac{19100.00(22.50)}{15125.00} = -29.5207 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = -\frac{14100.00}{1650.00} + \frac{19100.00(22.50)}{15125.00} = +12.4238 \text{ Kg/cm}^2$$

obsérvese que al sustituir el valor de la excentricidad, este se considera como negativo por estar localizado arriba del eje centroidal de la sección de concreto.

EJEMPLO 37.- Análisis de una viga de concreto presforzado estáticamente indeterminada.

A la viga presforzada del ejemplo 35 se le aplica una carga uniforme de 1800.00 Kg/m incluyendo el peso propio de la viga, en toda la longitud de los claros. Localizar la línea de presión en el concreto debida a la acción combinada del presfuerzo y de las cargas externas. Calcular los esfuerzos en el concreto en la sección B, suponiendo que la sección de concreto es la ilustrada en la figura 49 con $I = 1552500.00 \text{ cm}^4$, $A_c = 1800.00 \text{ cm}^2$ y $c_1 = c_2 = 45.00 \text{ cm}$.

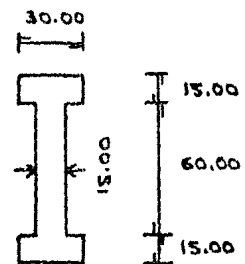


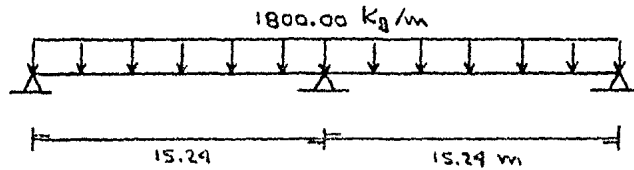
FIGURA 49.

SOLUCION:

Son factibles como ya se dijo dos métodos, uno que consiste en la superposición de los efectos de las cargas externas y del presfuerzo, y el otro que consiste en la superposición de las cargas externas y las cargas equivalentes debidas al presfuerzo. A continuación se aplican los dos.

1. Método de la superposición de efectos.

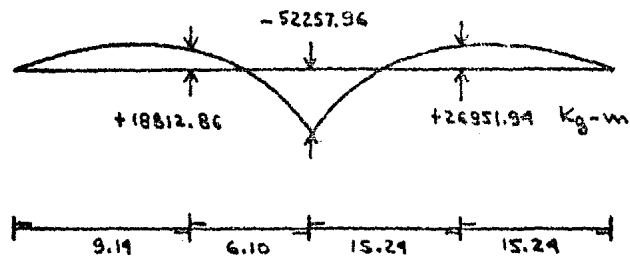
El diagrama de la carga uniformemente aplicada es:



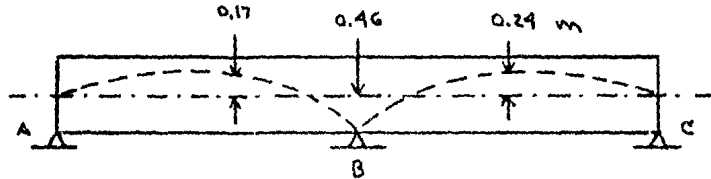
la distribución de momentos debidos a esta condición de carga es:

C.D.	1.00	0.50	0.50	1.00
M.D.	+34838.64	-34838.64	+34838.64	-34838.64
E.	-34838.64			+34838.64
T.		-17419.32	+17419.32	
D.		0.00	0.00	
M.R.	0.00	-52257.96	+52257.96	0.00
V.I.	+13716.00	+13716.00	+13716.00	+13716.00
V.H.	-3429.00	+3429.00	+3429.00	-3429.00
V.T.	+10287.00	+3429.00	+3429.00	+10287.00

el diagrama de momentos debidos a la carga externa será:



la línea de presión debida a las cargas externas se puede obtener ahora, dividiendo el diagrama de momentos entre la fuerza de presfuerzo, esto da la figura siguiente:



sumando los valores de este diagrama con los de la figura 47e, que es el diagrama de la línea de presión causada por el presfuerzo, se obtiene la línea de presión debida a las cargas externas más el presfuerzo ilustrada en la siguiente figura:

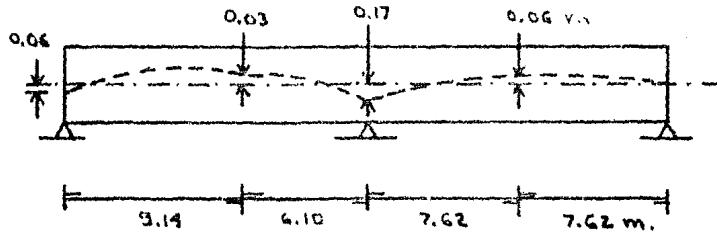
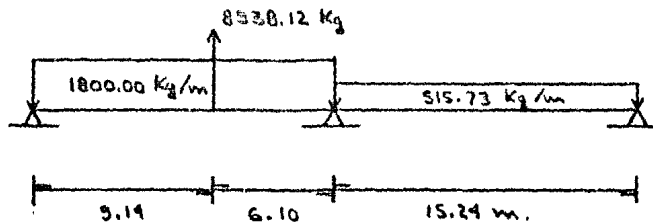


FIGURA 50.

2. Método de la superposición de cargas.

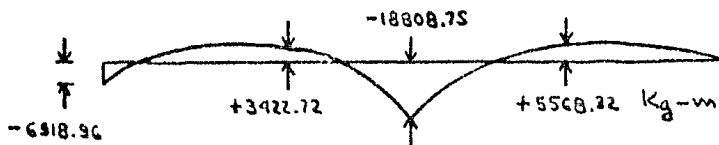
Superponiendo la carga equivalente debida al presfuerzo (Fig 47d.) - y la carga externa aplicada, se obtiene el siguiente diagrama de cargas:



en la siguiente tabla se realiza la distribución de momentos debidos a - las cargas representadas siguiendo para ello el método de Hardy Cross:

C. D.	1.00	0.50	0.50	1.00
M. E.	+21761.80	-15223.39	+ 9981.79	- 9981.79
D.	-21761.80			+ 9981.79
M. S.	+ 6918.96			
T.		- 7421.42	+ 4990.90	
D.		+ 3836.06	+ 3836.06	
M. R.	+ 6918.96	-18808.75	+18808.75	0.00
V. I.	+10140.75	+ 8353.12	+ 3929.84	+ 3929.84
V. H.	- 780.17	+ 780.17	+ 1234.17	- 1234.17
V. T.	+ 9360.58	+ 14297.30		+ 2695.67

De acuerdo a los resultados anteriores el diagrama de momentos es:



la línea de presión se puede obtener ahora dividiendo el diagrama de momentos anterior entre la fuerza de presfuerzo, el diagrama de la línea de presión puede verse en la figura 50.

Solo falta calcular el valor de los esfuerzos en el concreto en la sección B, esto puede hacerse empleando las ecuaciones 33a y 33b teniendo cuidado de sustituir por la excentricidad la de la línea de presión, haciendo esto se obtiene:

fibra superior:

$$f_1 = - \frac{113500.00}{1800.00} + \frac{113500 (16.57) (45.00)}{1552500.00} = -8.5427 \text{ Kg/cm}^2$$

fibra inferior:

$$f_2 = - \frac{113500.00}{1800.00} - \frac{113500.00 (16.57) (45.00)}{1552500.00} = -117.5685 \text{ Kg/cm}^2$$

II.1.10.1 TRANSFORMACION LINEAL Y CONCORDANCIA DE LOS CABLES.

No se pueden pasar por alto los conceptos de Transformación Lineal y Concordancia de Cables, por lo que, a continuación se da su definición, - algunos comentarios sobre ellos y algunos ejemplos que los aclaren.

Por Transformación Lineal se debe entender el procedimiento mediante el cual se rota una línea con características de forma dadas alrededor de un extremo u otro, cambiando con ello la posición de la línea del centro de del acero sobre los apoyos interiores, pero sin cambiar su forma dentro del claro.

Al realizar una transformación lineal se debe tener en cuenta:

1. que la línea del centroide del acero intersecte el centroide del concreto en la sección de extremo de la viga.
2. que la forma de la línea del centroide del acero se conserve dentro de cada claro.
3. que la línea de los centros de presión se conserva, independientemente de que el valor de los momentos primario y secundario varía.

Este concepto de transformación lineal es de gran uso entre los diseñadores porque permite la reubicación del centroide del acero tanto como sea necesario para obtener el recubrimiento del tendón adecuado.

Se define ahora el segundo concepto: Un cable concordante en una viga continua es aquel que produce una línea de presión coincidente con el mismo.

La principal característica de un cable concordante es la de que no produce reacciones ni momentos secundarios, por lo que, su análisis es - más sencillo, sin embargo no existen mayores ventajas que hagan preferible su elección respecto a otros cables que no sean concordantes, estos - últimos se llaman cables no concordantes.

Un cable concordante se puede obtener a partir de un no concordante haciendo coincidir el centroide del acero con la línea de presión producida por el cable no concordante, sin embargo, generalmente se obtiene empleando el siguiente teorema: Cada diagrama de momento para una viga continua producido por cualquier combinación de cargas externas, ya sean cargas transversales o momentos, dibujado a cualquier escala, es una localización para un cable concordante. Este teorema se aplica solamente cuando el presfuerzo en la viga se mantiene constante a lo largo del claro. Del teorema anterior se deducen los siguientes corolarios:

1. La excentricidad de cualquier cable concordante, medida desde el centroide del concreto, es un diagrama de momento para algún sistema de carga sobre la viga consitnua, dibujada a - cierta escala.

2. Cualquier línea de presión es un cable concordante.
3. La superposición de dos cables concordantes produce otro cable concordante.
4. La superposición de un cable concordante con otro no concordante produce un cable no concordante.
5. Para obtener un cable concordante de otro por transformación lineal se debe aplicar un momento sobre la viga continua, - calcular su diagrama de momento y realizar la transformación proporcionalmente a este diagrama.
6. Si cada cable individual de un grupo de cables es concordante, entonces, actuando juntos también forman un cable concordante.

El teorema y los corolarios anteriores como ya se dijo permiten al diseñador realizar la localización de los cables concordantes.

A continuación se dan ejemplos con los cuales se pretende aclarar un poco más los dos conceptos.

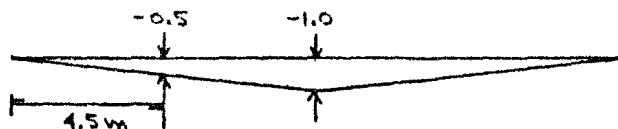
EJEMPLO 38.- Obtención de un nuevo perfil del cable empleando la transformación lineal.

Para la viga de dos claros del ejemplo 36 obtener un nuevo perfil - del cable el cual, pase por el centroide del concreto en la sección del apoyo intermedio. Usese la transformación lineal.

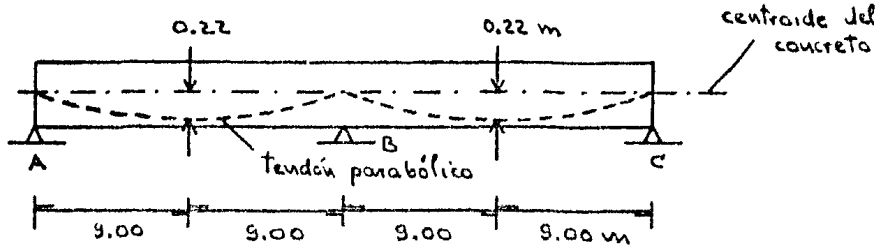
SOLUCION:

Como la posición del cable se desea cambiar en el apoyo central se aplica en el un momento, de valor tal que al distribuirlo, resulte un momento unitario, dibujando también su diagrama de momento, esto es:

C.D.	1.00	0.5	0.50	1.00
M.E.	+0.00	-0.00	+2.00	-0.00
D.		-1.00	-1.00	
M.R.	+0.00	-1.00	+1.00	-0.00
V.I.	+0.00	+0.00	+0.00	+0.00
V.H.	-0.11	+0.11	+0.11	-0.11
V.T.	-0.11	+ 0.22		-0.11



El desplazamiento en el apoyo central para cumplir con lo pedido debe ser de 0.15 m y al centro del claro deberá ser proporcional al diagrama de momento obtenido, esto es: $-0.5(0.15) = -0.07$, por lo que la nueva excentricidad en este punto es: $e = -0.15 - 0.07 = -0.22$ m y el perfil del cable transformado linealmente será:

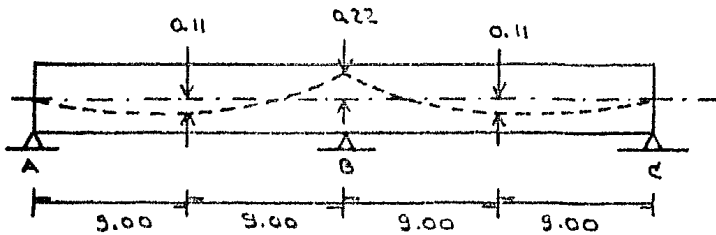


EJEMPLO 39.- Obtención de un cable concordante a partir de uno no concordante.

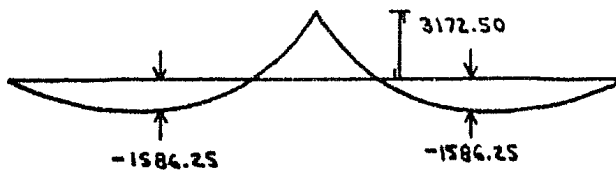
Para la viga continua del ejemplo 36 obtener un cable concordante, - es decir un cable que no produzca reacciones ni momentos secundarios.

SOLUCION:

Para la viga del ejemplo 36 se obtuvo la siguiente línea de presión:



un cable concordante es aquel que coincide con dicha línea, por lo que, a su perfil es el mismo que se muestra en la figura anterior restando únicamente verificar sino produce reacciones y momentos secundarios. Los momentos primarios (P_e) correspondiente a este perfil son:



aplicando el segundo teorema del principio área-momento se tiene que la deflexión en el centro del claro al suprimirse el apoyo B es:

$$\delta_B = 4.5 \left(\frac{2}{3} \right) (3172.50)(9.00) \left(\frac{1}{EI} \right) - \frac{2}{3} (9)(3172.50)(9.0) \left(\frac{1}{2} \right) \left(\frac{1}{EI} \right)$$

$$\delta_B = 0.00$$

al ser nulo el valor de la deflexión lo son también los valores de las reacciones y momentos secundarios por lo que, el cable si es concordante.

II.1.10.2 MOMENTO DE AGRIETAMIENTO.

En ocasiones las vigas continuas de concreto presforzado son sometidas a cargas que provocan su agrietamiento o bien se diseñan en base a este por lo que, el cálculo del momento o carga de agrietamiento se hace necesario. Este cálculo se efectúa mediante el análisis elástico de la viga y la comparación de los esfuerzos inducidos por la carga externa con el valor del módulo de ruptura como se hace en las vigas estáticamente determinadas. De acuerdo a los estudios realizados sobre la materia y al reglamento ACI-318-77 es necesario considerar en el análisis el valor de los momentos secundarios inducidos por el presfuerzo.

En realidad el cálculo de la carga de agrietamiento no reviste gran dificultad por lo que, se omite el ejemplo respectivo.

II.1.10.3 MOMENTO DE RUPTURA.

Al diseñar una estructura continua mediante el criterio de las cargas de servicio no se garantiza al igual que en las estructuras estáticamente determinadas un factor de seguridad adecuado por lo que, es necesario calcular su resistencia a la ruptura para poder verificar aquel.

La capacidad a la ruptura de las secciones de una viga continua se puede calcular mediante los procedimientos establecidos en la sección II.1.4.2 de este mismo trabajo; este valor se debe comparar con la resistencia requerida obtenida del análisis de la estructura empleando en ellas las cargas factorizadas de acuerdo al Reglamento ACI-318-77 o a cualquier otro que se emplee.

El análisis de las vigas continuas se puede realizar mediante la teoría elástica o mediante la plástica. La costumbre general es usar la primera, en ella se debe considerar la influencia de los momentos secundarios inducidos por el presfuerzo afectado de su factor de carga correspondiente. La segunda teoría es de uso menos frecuente y constituye lo que se conoce como análisis al límite, en ella se despreciará el efecto de los momentos secundarios. Mayor información sobre el análisis al límite -

se puede encontrar en el libro Diseño de Estructuras de Concreto de George Winter y Arthur H. Nilson.

En el ejemplo que se presenta a continuación se calcula el factor de seguridad de una estructura continua empleando la teoría elástica y el análisis al límite. El procedimiento que se siguió fué calcular primero la resistencia de las secciones críticas y en términos de ellas obtener la carga máxima que puede soportar la estructura, por último se compara este valor con el de la carga de servicio para obtener el factor de seguridad correspondiente.

EJEMPLO 40.- Cálculo de la capacidad a la ruptura y del factor de seguridad de una viga continua.

Calcular la capacidad de carga a la ruptura y el factor de seguridad bajo carga uniforme en todos los claros, de la losa continua preforzada mostrada en la figura 50. Considere un $f_{pc} = 10546.04 \text{ Kg/cm}^2$, $f_c' = 350.00$, $f_{pu} = 17576.74 \text{ Kg/cm}^2$, $A_p = 18.96 \text{ cm}^2$, $\omega_s = 1.09 \text{ T/m}$.

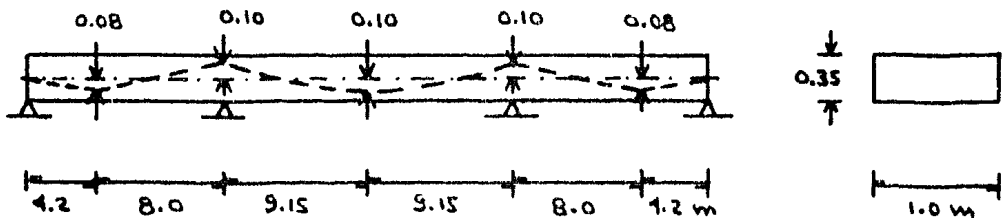


FIGURA 50.

SOLUCION:

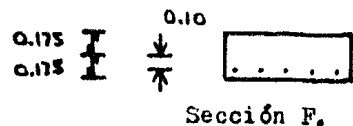
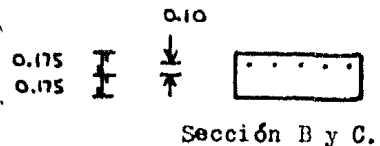
En la viga las secciones que determinarían en cierto momento la resistencia son las B, C, E, F y G, por lo tanto, a continuación se calculará su resistencia.

a) Secciones B, C y F

Se tiene que:

$$\frac{f_{pc}}{f_{pu}} = \frac{10546.04}{17576.74} = 0.60 > 0.50$$

por lo cual la resistencia se calculará empleando el método del Reglamento ACI-318-77.



Se calcula ahora el factor de seguridad realizando el análisis de la viga en términos de la carga última.

a) Análisis elástico.

C.D.	1.00	0.53	0.47
M.L.	+12.40	-12.40	+27.91
D.	-12.40		
T.		- 6.20	
D.	0.00	- 4.92	+ 4.38
M.R.	0.00	-23.53	+23.53
V.I.	+ 6.10	+ 6.10	+ 9.15
V.H.	- 1.93	+ 1.93	+ 0.00
V.T.	+ 4.17	+ 17.18	

NOTA.- En esta tabla todos los valores están afectados de la carga última como factor común y solo se muestra la mitad en virtud de la simetría de la losa.

La ecuación de momentos en el claro AB considerando también el efecto de los momentos secundarios con un factor de carga unitario es:

$$M = 4.17\omega x - \frac{\omega x^2}{2} + 0.11x$$

el valor máximo del momento se presenta en los apoyos interiores, esto es cuando $x = 12.2m$, sustituyendo este valor en la ecuación se obtiene:

$$M = 4.17\omega (12.2) - \frac{\omega (12.2)^2}{2} + 0.11(12.2)$$

$$M = -23.53\omega + 1.35$$

este valor se iguala con el de la resistencia de la sección respectiva - para obtener el de la carga última, esto es:

$$-56.72 = -23.53\omega + 1.35$$

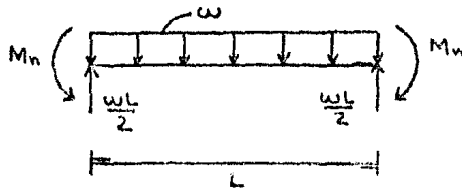
$$\omega = 2.47 \text{ T/m} = 2468.31 \text{ Kg/m}$$

por lo tanto el factor de seguridad respecto a las cargas muerta y viva - de servicio juntas será:

$$F.S. = \frac{2.47}{1.09} = 2.26$$

b) Análisis plástico.

Al aumentar la carga sobre la viga, el mecanismo de colapso se formaría primero en el claro central, por lo que, es este el que se analiza. El diagrama de cuerpo libre siguiente sirve para realizar el análisis.



la ecuación de momentos para la condición dada es:

$$M = -M_n + \frac{\omega L}{2} x - \frac{\omega x^2}{2}$$

es el centro del claro el punto donde se presentará la tercera articulación plástica, el momento flexionante en este punto es:

$$M = -M_n + \frac{\omega L}{2} \left(\frac{L}{2}\right) - \frac{\omega}{2} \left(\frac{L}{2}\right)^2$$

$$M = -M_n + \frac{\omega L^2}{8}$$

recordando que el momento resistente en el centro y en los apoyos interiores tiene el mismo valor, se iguala el momento anterior con el de la resistencia obteniéndose:

$$M_n = -M_n + \frac{\omega L^2}{8}$$

$$\omega = \frac{16 M_n}{L^2} = \frac{16 (56.72)}{(18.30)^2} = 2.71 \text{ T/m} = 2710.10 \text{ kg/m}$$

por lo tanto el factor de seguridad respecto a las cargas muerta y viva de servicio juntas es:

$$F.S. = \frac{2.71}{1.09} = 2.49$$

Comparando los dos valores de la carga última obtenidos por los dos tipos de análisis se observa que la segunda es un 9.8% mayor.

II.1.11 DISEÑO DE VIGAS DE CONCRETO PRESFORZADO CONTINUAS.

El diseño de las vigas de concreto presforzado continuas, puede realizarse tomando como base cualquiera de los criterios: esfuerzos permisibles, resistencia última y diseño al límite, basados, el primero en que los esfuerzos máximos de todas las secciones de la viga no sobrepasen - - ciertos valores llamados esfuerzos permisibles, el segundo en la falla a la flexión de alguna de las secciones de la estructura y el tercero en la formación de un mecanismo de falla que produce el colapso de la estructura. Generalmente es el primero el de más uso, es decir, la mayoría de las estructuras continuas se diseñan con base en el criterio de los esfuerzos permisibles, por lo que, los métodos presentados en este trabajo se basan en el.

El tipo de estructura que se puede diseñar con los métodos que se presentan a continuación, es el mismo que ha sido considerado en las secciones anteriores, es decir, se supone que se trata de vigas postensadas prismáticas en las que el perfil del acero de presfuerzo es continuo a través de toda la longitud, que durante la operación de presforzado no hay movimiento vertical de los apoyos, que el perfil del acero es casi plano y por lo tanto la componente horizontal de la fuerza de presfuerzo es igual a su valor, que el presfuerzo se mantiene constante a través de toda la longitud y que la reducción de la sección de concreto debida a los elementos de acero es despreciable.

METODO 1.- Este método (Ref. 2) es básicamente un procedimiento de tanteos como todos los métodos de diseño y fundamentalmente consiste en determinar el perfil del acero localizándolo dentro de una zona limitada por los diagramas de momentos máximo, mínimo y peso propio dibujados a escala. Propone las siguientes operaciones para el cálculo de las vigas continuas de concreto presforzado:

- PASO 1. Suponer la sección de los miembros y calcular el valor de los momentos máximo y mínimo en los puntos críticos para las diferentes combinaciones de carga.
- PASO 2. Calcular la magnitud del presfuerzo y verificar las secciones propuestas, en caso necesario repetir este y el paso anterior.
- PASO 3. Dibujar el límite superior y el inferior del núcleo central. A partir del límite superior dibujar:

$$a_{máx} = \frac{M_{máx}}{P_e} \quad 67$$

$$y \quad a_o = \frac{M_o}{P_e} \quad 68$$

siendo $M_{máx}$ el momento algebraicamente más grande. -
Las distancias dadas por las ecuaciones anteriores de-

ben dibujarse hacia arriba si el valor del momento es negativo y hacia abajo si es positivo. A partir del límite inferior dibujar:

$$a_{mín} = \frac{M_{mín}}{P_c} \quad 67a.$$

y

$$a_o = \frac{M_o}{P_i} \quad 68a.$$

siendo $M_{mín}$ el momento algebraicamente más pequeño. Las distancias anteriores se deben dibujar hacia arriba para los momentos negativos y hacia abajo para los positivos. El área hachurada limitada por las cuatro líneas anteriores es la zona en la cual debe quedar la línea de presión si no se desea tener esfuerzos de tensión.

PASO 4. Determinar y verificar la localización del perfil de acero dentro de la zona límite. Esto puede realizarse mediante los conceptos de concordancia de cables y transformación lineal expuestos anteriormente.

Este método se ilustra en el ejemplo 41 donde se aplica en el diseño de una losa de puente continua de tres claros simétricos.

METODO 2.- Este método (Ref. 3) esencialmente es el mismo que el número tres presentado para el caso de las vigas estáticamente determinadas pero las ecuaciones son modificadas para considerar el efecto secundario del presfuerzo.

Los cuatro requisitos básicos se expresan como:

$$\frac{P_c}{A_c} \left(\frac{M_p}{P_c} \frac{c_1}{r^2} - 1 \right) - \frac{M_o c_1}{I_c} = a_i f_c' \leq a_i' f_c' \quad 69$$

$$\frac{P_c}{A_c} \left(\frac{M_p}{P_c} \frac{c_2}{r^2} + 1 \right) - \frac{M_o c_2}{I_c} = c_i f_c' \leq c_i' f_c' \quad 70$$

$$- \eta \frac{P_c}{A_c} \left(\frac{M_p}{P_c} \frac{c_1}{r^2} - 1 \right) + \frac{M_r c_1}{I_c} = c_s f_c' \leq c_s' f_c' \quad 71$$

$$- \eta \frac{P_c}{A_c} \left(\frac{M_p}{P_c} \frac{c_2}{r^2} + 1 \right) + \frac{M_r c_2}{I_c} = a_s f_c' \leq a_s' f_c' \quad 72$$

en estas expresiones falta definir M_p , que es el momento debido a la fuerza de presfuerzo. La cantidad M_p/P_c no es más que la excentricidad de la línea de presión como se recordará del análisis visto anteriormente

Se considerará:

$$M_0 = c A_c s_c' L^2$$

J

$$M_T = M_0 + M_d + M_L$$

donde la cantidad c es un coeficiente que depende de la condición de continuidad de la viga.

Se introducen las siguientes cantidades adimensionales:

$$w = \frac{h f_c'}{s_c' L^2} \quad , \text{ factor de profundidad}$$

$$\rho = \frac{r^2}{h^2} \quad , \text{ eficiencia}$$

$$\Delta = \frac{c_2}{c_1} \quad , \text{ factor de forma}$$

$$R = \frac{M_d + M_L}{M_0} \quad , \text{ relación de momentos}$$

$$m = \frac{P_i}{A_c s_c'} \quad , \text{ relación de presforzado}$$

$$e_i = \frac{M_p}{P_i h} \quad , \text{ relación de excentricidad}$$

en los cuatro requisitos básicos obteniéndose las siguientes expresiones:

$$m \left[\frac{e_i}{\rho(1+\Delta)} - 1 \right] - \frac{c}{\rho w(1+\Delta)} = a_i \quad 69a.$$

$$m \left[\frac{e_i \Delta}{\rho(1+\Delta)} + 1 \right] - \frac{c \Delta}{\rho w(1+\Delta)} = c_i \quad 70a.$$

$$-\eta m \left[\frac{e_i}{\rho(1+\Delta)} - 1 \right] + \frac{c(1+R)}{\rho w(1+\Delta)} = c_s \quad 71a.$$

$$-\eta m \left[\frac{e_i \Delta}{\rho(1+\Delta)} + 1 \right] + \frac{c \Delta(1+R)}{\rho w(1+\Delta)} = a_s \quad 72a.$$

se suponen los valores de w y ρ y se resuelven las ecuaciones anteriores obteniéndose para el diseño las siguientes:

$$\Delta = \frac{\eta c_i + a_s}{\eta a_i + c_s} \quad 73$$

$$R = \frac{8w}{c} [(a_s + c_s) + \eta(a_i + c_i)] - (1 - \eta) \quad 74$$

$$m = \frac{c_i c_s - a_i a_s}{(a_s + c_s) + \eta(a_i + c_i)} \quad 75$$

$$e_i = \left[\rho(a_i + c_i) + \frac{c}{w} \right] \frac{1}{m} \quad 76$$

las siguientes ecuaciones son alternativas y pueden ser usadas tambien:

$$R = \frac{8w}{c} (a_s + \eta c_i) \left(\frac{1}{\Delta} + 1 \right) - (1 - \eta) \quad 74a.$$

$$R = \frac{8w}{c} (\eta a_i + c_s) (\Delta + 1) - (1 - \eta) \quad 74b.$$

$$m = \frac{c_i - \Delta a_i}{1 + \Delta} \quad 75a.$$

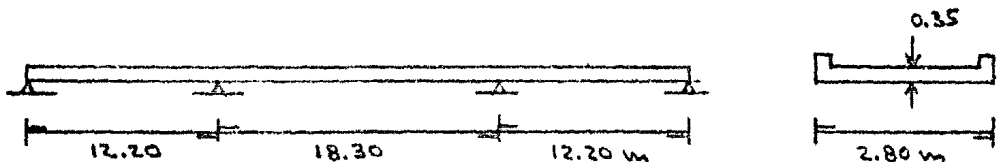
$$m = \frac{\Delta c_s - a_s}{\eta (1 + \Delta)} \quad 75b.$$

El criterio de peso mínimo desarrollado en el método 3 del apartado II.1.5 se aplica tambien al diseño de vigas continuas como se puede observar en el ejemplo 42.

Como se dijo al principio de este método esencialmente es el mismo que el desarrollado para las vigas estáticamente determinadas por lo que, en muchas ocasiones se hará referencia a ecuaciones o expresiones dadas en aquel.

EJEMPLO 41.- Determinación de la localización del cable de presfuerzo en una losa continua.

Se desea elegir una localización adecuada para el cable de presfuerzo de un puente para peatones de tres claros continuos simétricos, de ancho 2.80 m y con un espesor uniforme de 0.35 m excluyendo las garniciones. El presfuerzo efectivo total es de 560000.00 Kg, las pérdidas se estiman en un 15% y la carga viva para el cálculo es de 250.00 K/m². Considere $f'_c = 350.00$ Kg/cm², $\gamma_c = 2.4$ T/m³.

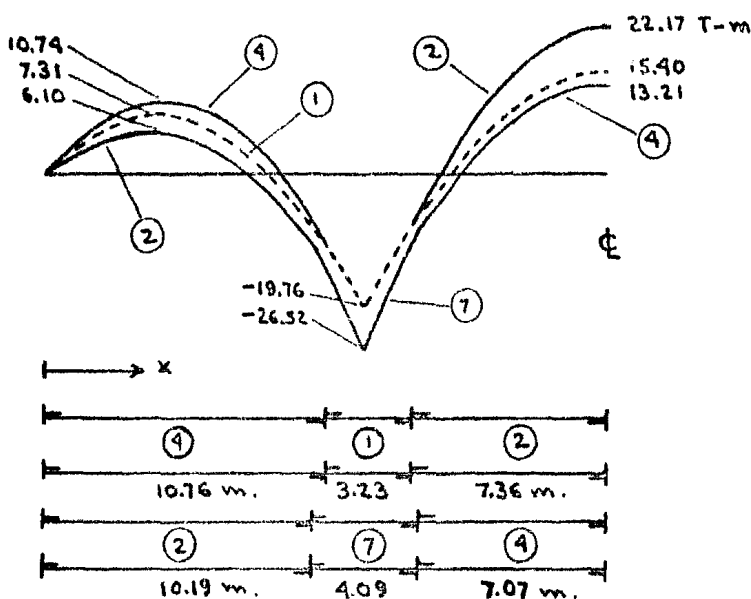


SOLUCION:

Se considera una franja de losa de ancho unitario para el diseño, en ella las cargas son:

carga muerta:	$2400.00(0.35)(1.00)$	=	840.00 Kg/m
carga viva :	$250.00(1.00)$	=	250.00
carga total de servicio:		=	<u>1090.00 Kg/m</u>

Una vez realizado el análisis de las diferentes condiciones de carga que se pueden presentar sobre la losa se obtuvieron las siguientes envolventes de momentos:



Condiciones de carga:

- ① Peso propio.
- ② Peso propio y carga viva solo en el claro central.
- ④ Peso propio y carga viva en los claros extremos.
- ⑦ Peso propio y carga viva en dos claros continuos.

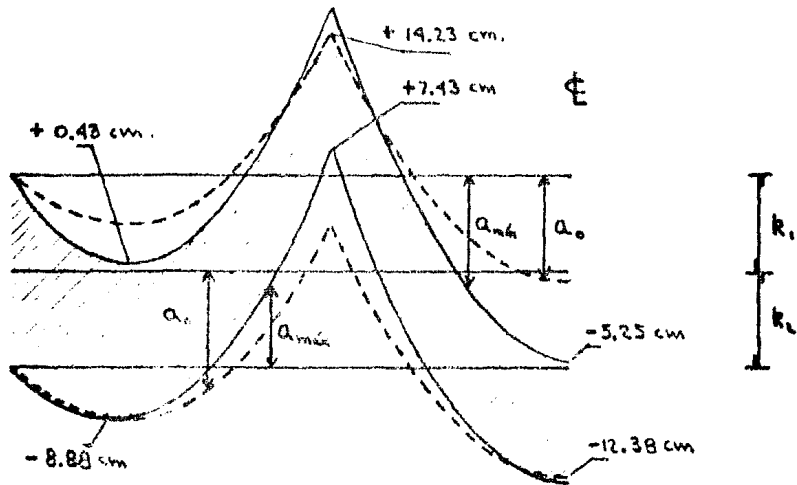
El presfuerzo efectivo por metro de ancho de losa es:

$$\frac{560000.00}{2.80} = 200000.00 \text{ Kg}$$

con lo que el presfuerzo inicial es:

$$\frac{200000.00}{0.85} = 235294.18 \text{ Kg.}$$

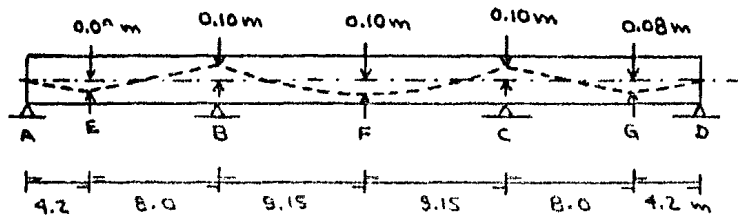
Con los valores anteriores se procede a determinar la zona permisible de la línea de presión. El núcleo central de la sección se localiza en el tercio medio del peralte total, a partir de sus límites se dibujan los de la zona en la cual debe quedar alojada la línea de presión usando los valores obtenidos con las ecuaciones 67, 67a., 68, 68a., esta zona se representa hachurada en la siguiente figura.



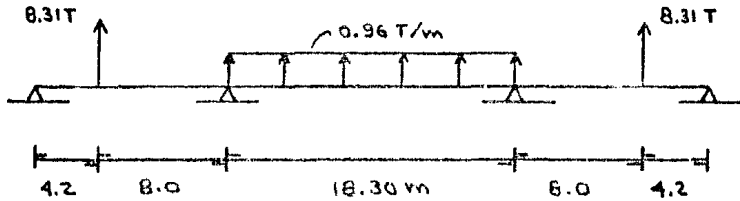
En base al resultado anterior se propone el siguiente perfil para el centroide del acero (línea c.g.s.):

1. Deflexión pronunciada en cada claro extremo a 4.20 m del apoyo exterior con una excentricidad de 8.00 cm.
2. Deflexión pronunciada en cada apoyo intermedio con una excentricidad de 10.00 cm.
3. Variación parabólica en el claro central con una excentricidad en el centro de 10.00 cm.

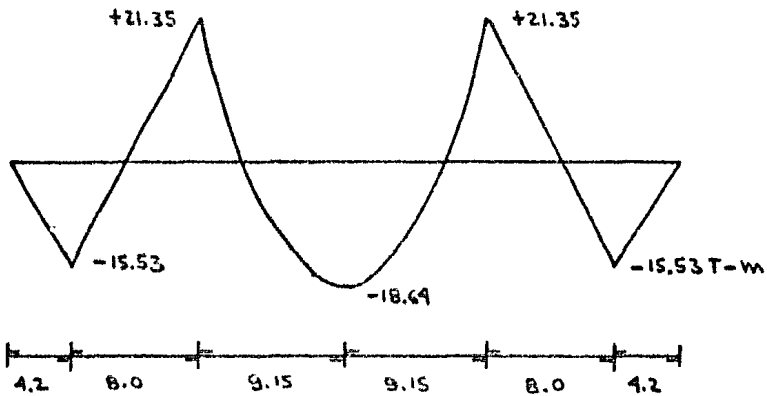
esto se ilustra en la siguiente figura:



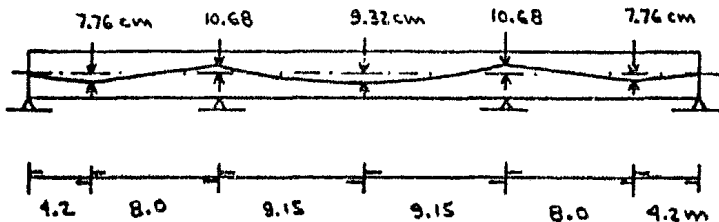
A continuación se verifica la localización propuesta mediante el cálculo de la línea de presión. El diagrama de cargas equivalentes es:



el diagrama de momento resultante debido al presfuerzo es:



y la correspondiente línea de presión es:



la cual, en su totalidad queda dentro de la zona permitida, por lo que, es de aceptarse la localización propuesta, además se observa que el cable es casi concordante.

EJEMPLO 42.- Diseño de una viga continua de concreto presforzado mediante el criterio de peso mínimo.

Diseñar una viga continua de doble claro con claros iguales de 36.00 m., cada uno. La carga móvil es de 2.00 T/m y la carga muerta sobrepuesta es de 1.50 T/m. Utilícese el reglamento ACI-318-77 y supongase: - - -

$\eta = 0.85$, $f'_c = 350.00 \text{ Kg/cm}^2$, $\gamma_c = 2.4 \text{ T/m}^3$, $f_{pu} = 17600.00 \text{ Kg/cm}^2$, y $f_{py} = 14784.00 \text{ Kg/cm}^2$.

SOLUCION:

Realizando el análisis de la viga para las diferentes condiciones de carga que se puedan presentar se tiene que, los valores máximo y mínimo son:

+ 382.58 T-m a 14.78 m., del apoyo exterior,
- 567.00 T-m en el apoyo intermedio.

el diseño se realizará tomando como base estos valores y posteriormente se revisarán los esfuerzos para todas las secciones de la viga.

Suponiendo que por funcionalidad la profundidad total de la viga no puede ser mayor de 195.00 cm., se considera $h = 190.00 \text{ cm.}$, con lo cual:

$$w = \frac{hf'_c}{\gamma_c L^2} = \frac{190.00 (350.00)}{2.4 \times 10^{-3} (36 \times 10^2)^2} = 2.14$$

De acuerdo al artículo 18.4 del ACI-318-77 los esfuerzos permisibles y por lo tanto los coeficientes de esfuerzos son:

$$f_{ci} = 0.60 f'_c = 0.60 (0.70 \times 350.00) = 147.00 \quad \Rightarrow \quad c'_i = 0.42$$

$$f_{ti} = 0.80 \sqrt{f'_{ci}} = 0.80 \sqrt{0.70 \times 350.00} = 12.52 \quad \Rightarrow \quad a'_i = 0.04$$

$$f_{cs} = 0.45 f'_c = 0.45 (350.00) = 157.50 \quad \Rightarrow \quad c'_s = 0.45$$

$$f_{ts} = 1.60 \sqrt{f'_c} = 1.60 \sqrt{350.00} = 29.93 \quad \Rightarrow \quad a'_s = 0.08$$

usando estos valores y el de la efectividad de la ecuación 73 se tiene:

$$\Delta_e = \frac{\eta c'_i + a'_s}{\eta a'_i + c'_s} = \frac{0.85 (0.42) + 0.08}{0.85 (0.04) + 0.45} = 0.92$$

se supondrá $\Delta = 1.00$ y se considerará una sección en I simétrica e idealizada.

Ya que $\Delta > \Delta_e$, para lograr el diseño por peso mínimo de acuerdo a lo expuesto en el artículo II.1.5, metodo 3, se debe cumplir que $c_i = c'_i$ y $a_s = a'_s$.

Suponiendo $h_f/h = 0.20$ y $b_w/b = 0.45$, de la ecuación 56b, se obtiene el valor:

$$\rho = \frac{1 - (1 - b_w/b)(1 - 2h_f/h)^3}{12[1 - (1 - b_w/b)(1 - 2h_f/h)]} = \frac{1 - (1 - 0.45)(1 - 2 \times 0.20)^3}{12[1 - (1 - 0.45)(1 - 2 \times 0.20)]} = 0.11$$

usando ahora la ecuación 74b.:

$$R = \frac{\rho w}{c} (a_s + \eta c_i) \left(\frac{1}{\Delta} + 1 \right) - (1 - \eta)$$

$$R = \frac{0.11(2.14)}{0.12} (0.08 + 0.85 \times 0.42) \left(\frac{1}{1} + 1 \right) - (1 - 0.85) = 1.51$$

por otro lado se tiene que:

$$R = \frac{M_s + M_L}{M_o}$$

de donde:

$$M_o = \frac{M_s + M_L}{R}$$

considerando $M_s + M_L = 56700000.00$ Kg-cm (momento máximo)

$$M_o = \frac{56700000.00}{1.51} = 37574065.04 \text{ Kg-cm}$$

como

$$M_o = \frac{\omega_o l^2}{8}$$

$$\omega_o = \frac{8M_o}{l^2} = \frac{8(375.74)}{36^2} = 2.32 \text{ T/m} = 23.19 \text{ Kg/cm} = 2319.39 \text{ Kg/m}$$

$$y \quad A = \frac{\omega_o}{\gamma'_c} = \frac{2.32}{2.40} = 0.97 \text{ m}^2 = 9664.11 \text{ cm}^2$$

sustituyendo valores en la ecuación:

$$A = bh \left[1 - \left(1 - \frac{b_w}{b} \right) \left(1 - 2 \frac{h_f}{h} \right) \right]$$

$$9664.11 = b(190.00) \left[1 - (1 - 0.45)(1 - 2 \times 0.20) \right]$$

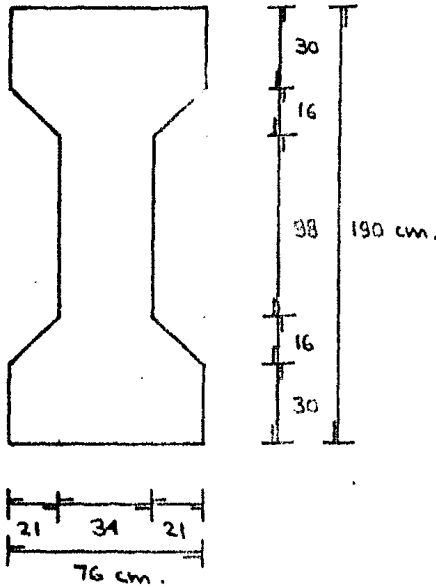
$$b = 75.92 \text{ cm}$$

$$b_w = 0.45b = 0.45 (75.92) = 34.16 \text{ cm}$$

$$h = 190.00 \text{ cm}$$

$$h_f = 0.20h = 0.20 (190.00) = 38.00 \text{ cm}$$

tomando como base los valores anteriores se propone la siguiente sección:



Sus propiedades son:

$$I_c = 38\,254\,929.34 \text{ cm}^4$$

$$C_1 = C_2 = 95.00 \text{ cm}$$

$$A_c = 9652.00 \text{ cm}^2$$

$$r^2 = 3963.42 \text{ cm}^2$$

$$\omega_b = 2316.48 \text{ kg/m} = 2.32 \text{ T/m}$$

$$S_1 = S_2 = 402683.47 \text{ cm}^3$$

Se calcula a continuación la fuerza de presfuerzo y su excentricidad siguiendo los criterios 1 y 2 del método 3 del artículo - II.1.5.

Criterio 1. Se debe cumplir que:

$$a_i = a_i', \quad c_i = c_i' \quad \text{y} \quad a_s = a_s'$$

usando la ecuación 75a, se tiene:

$$m = \frac{c_i - \Delta a_i}{1 + \Delta} = \frac{0.42 - 1.00(0.04)}{1 + 1.00} = 0.19$$

$$P_i = m A_c f_c' = 0.19 (9652.00) (350.00) = 648952.22 \text{ Kg.}$$

sustituyendo en la ecuación 76,

$$e_1 = \frac{1}{m} \left[\rho (a_i + c_i) + \frac{C}{W} \right] = \frac{1}{0.19} \left[0.11 (0.04 + 0.42) + \frac{0.12}{2.19} \right] = 0.56$$

por lo tanto la excentricidad de la línea de presión es:

$$e^* = \epsilon_1 h = 0.56 (190.00) = 107.24 \text{ cm}$$

Criterio 2. En este caso se debe cumplir: $c_1 = c_1'$, $c_2 = c_2'$ y $a_2 = a_2'$

sustituyendo en la ecuación 75b. se obtiene:

$$m = \frac{\Delta c_2 - a_2}{\eta (1 + \Delta)} = \frac{1.00(0.45) - 0.08}{0.85 (1 + 1.00)} = 0.21$$

$$P_i = m A_c f_c' = 0.21 (9652.00) (350.00) = 724325.82 \text{ Kg.}$$

de la ecuación 73 se tiene:

$$a_1 = \frac{\eta c_1 + a_2 - \Delta a_2}{\eta \Delta} = \frac{0.85 (0.42) + 0.0855 - 1.00(0.45)}{0.85 (1.00)} = -0.01$$

sustituyendo en la ecuación 76 se obtiene:

$$\epsilon_1 = \frac{1}{m} \left[\rho (a_1 + c_1) + \frac{c}{w} \right] = \frac{1}{0.21} \left[0.11 (0.04 + 0.42) + \frac{0.12}{2.19} \right] = 0.51$$

la excentricidad de la línea de presión es:

$$e^* = 0.51 (190.00) = 96.08 \text{ cm}$$

Para obtener la excentricidad del centroide del acero se supone que su perfil esta dado por una parabola desde el extremo hasta la mitad del claro y como una curva de cuarto grado desde la mitad del claro hasta el soporte interior. (Vease el artículo 10-6 de la referencia 3)

El momento debido a la fuerza de presfuerzo en el soporte interior puede obtenerse de la siguiente ecuación suponiendo $\alpha = 0.5$, $\beta_1 = -1.00$ y $\beta = 0.00$, esto es:

$$M_R = \frac{P_i e_1}{20} \left[-5\beta\alpha^2 - \beta_1 (3\alpha^2 + 12\alpha + 10) + 4\alpha (2\alpha + 3) \right]$$

$$M_R = \frac{P_i e_1}{20} \left[-5(0.0)(0.5)^2 - (-1.0)(3(0.5)^2 + 12(0.5) + 10) + 4(0.5)(2(0.5) + 3) \right] = 1.24 P_i e_1$$

por otro lado, de nuestro conocimiento del análisis de vigas continuas - sabemos que:

$$M_R = P_i e^*$$

igualando estos dos valores se obtiene:

$$e_1 = \frac{e^*}{1.24}$$

empleando esta ecuación se tiene para el criterio 1:

$$e_1 = \frac{107.24}{1.24} = 86.66 \text{ cm}$$

$$g = c_1 - e_1 = 95.00 - 86.66 = 8.34 \text{ cm}$$

y para el criterio 2:

$$e_1 = \frac{96.08}{1.24} = 77.64 \text{ cm}$$

$$g = c_1 - e_1 = 95.00 - 77.64 = 17.36 \text{ cm}$$

tomando como base los valores anteriores se considera $e_1 = 78.00 \text{ cm}$, - por lo que la excentricidad de la línea de presión es:

$$e^* = 1.24 (78.00) = 96.53 \text{ cm.}$$

sustituyendo valores en la ecuación 72a. se obtiene el siguiente valor para la relación de presfuerzo:

$$- \eta m \left[\frac{e_1 \Delta}{\rho (1 + \Delta)} + 1 \right] + \frac{c \Delta (1 + R)}{\rho W (1 + \Delta)} = a'_s$$

$$- 0.85 m \left[\frac{(96.53/190.00)(1.00)}{0.11 (1 + 1.00)} + 1 \right] + \frac{0.12 (1.00)(1 + 1.51)}{0.11 (2.14)(1 + 1.00)} = 0.08$$

$$m = 0.21$$

y la fuerza de presfuerzo debe ser:

$$P_c = m A_c f'_c = 0.21 (9652.00)(250.00) = 699293.05 \text{ Kg.}$$

De acuerdo al artículo 18.5 del Reglamento ACI-318-77 el esfuerzo permisible en el acero es:

$$0.70 f_{pu} = 0.70 (17600.00) = 12320.00 \text{ kg/cm}^2$$

suponiendo el 10% de pérdidas por fricción desde el extremo del gato hasta el extremo interior, en este último el esfuerzo será:

$$0.90 (12320.00) = 11088.00 \text{ kg/cm}^2$$

y el área de acero necesaria será:

$$A_p = \frac{699293.05}{11088.00} = 63.07 \text{ cm}^2$$

suponiendo el uso de cables de 12 torones de 1.52 cm de diámetro cada uno, el número total de cables será:

$$\text{Nº de cables} = \frac{63.07}{11.87} = 5.31$$

por lo tanto se usarán 6 cables.

A continuación se revisarán los esfuerzos a lo largo del claro, considerándolo para ello dividido en diez partes iguales.

Las ecuaciones que localizan el perfil del centroide del acero son: (Véase el artículo 10-6 de la referencia 3)

para $0 \leq x \leq 18.00$ $e_1 = 0.000024074 x^2 - 0.086666667 x$

para $18.00 \leq x \leq 36.00$ $e_1 = -1.49 \cdot 10^{-11} x^4 + 0.00000107 x^3 - 0.000192593 x^2 + 78.00$

empleandolas se tiene:

x	e_1	e_2	e^m
0.00	0.00	0.00	0.00
3.60	- 28.08	+ 1.85	- 26.23
7.20	- 49.92	+ 3.70	- 46.22
10.80	- 65.52	+ 5.56	- 59.96
14.40	- 74.88	+ 7.41	- 67.47
18.00	- 78.00	+ 9.26	- 68.74
21.60	- 65.77	+ 11.12	- 54.65
25.20	- 32.07	+ 12.97	- 19.11
28.80	+ 14.10	+ 14.82	+ 28.92
32.40	+ 57.78	+ 16.67	+ 74.45
36.00	+ 78.00	+ 18.53	+ 96.52

En la siguiente tabla se presentan los esfuerzos en la etapa de -- transferencia.

x	$-\frac{P_1}{A} \left(\frac{e^{\mu c_1}}{\tau^2} + 1 \right)$	$\frac{P_1}{A} \left(\frac{e^{\mu c_1}}{\tau^2} - 1 \right)$	$M_0 \frac{c}{I}$	$-\frac{P_1}{A} \left(\frac{e^{\mu c_1}}{\tau^2} + 1 \right) + M_0 \frac{c}{I}$	$\frac{P_1}{A} \left(\frac{e^{\mu c_1}}{\tau^2} - 1 \right) + M_0 \frac{c}{I}$
0.00	- 72.45	- 72.45	0.00	- 72.45	- 72.45
3.60	- 26.90	- 118.00	+ 24.23	- 51.13	- 93.77
7.20	+ 7.81	- 152.71	+ 41.00	- 33.20	- 111.70
10.80	+ 31.68	- 176.58	+ 50.32	- 18.64	- 126.26
14.40	+ 44.72	- 189.62	+ 52.19	- 7.47	- 137.43
18.00	+ 46.92	- 191.82	+ 46.60	+ 0.32	- 145.22
21.60	+ 22.46	- 167.36	+ 33.55	- 11.09	- 133.81
25.20	- 39.27	- 105.63	+ 13.05	- 52.32	- 92.58
28.80	- 122.68	- 22.22	+ 14.91	- 107.77	- 37.14
32.40	- 201.75	+ 56.85	+ 50.32	- 151.42	+ 6.52
36.00	- 240.07	+ 95.17	+ 93.19	- 146.88	+ 1.98

La siguiente tabla presenta el valor de los esfuerzos en condiciones de servicio con carga móvil únicamente en un claro.

x	$-\eta \frac{P_1}{A} \left(\frac{e^{\mu c_1}}{\tau^2} + 1 \right)$	$\eta \frac{P_1}{A} \left(\frac{e^{\mu c_1}}{\tau^2} - 1 \right)$	$M_T \frac{c}{I}$	$-\eta \frac{P_1}{A} \left(\frac{e^{\mu c_1}}{\tau^2} + 1 \right) + M_T \frac{c}{I}$	$\eta \frac{P_1}{A} \left(\frac{e^{\mu c_1}}{\tau^2} - 1 \right) + M_T \frac{c}{I}$
0.00	- 61.58	- 61.58	+ 0.00	- 61.58	- 61.58
3.60	- 22.87	- 100.30	+ 60.84	- 83.71	- 39.46
7.20	+ 6.63	- 129.80	+ 102.96	- 96.32	- 26.84
10.80	+ 26.93	- 150.09	+ 126.36	- 99.43	- 23.73
14.40	+ 38.01	- 161.18	+ 131.04	- 93.03	- 30.14
18.00	+ 39.88	- 163.05	+ 117.00	- 77.12	- 46.05
21.60	+ 19.09	- 142.26	+ 84.24	- 65.15	- 58.02
25.20	- 33.38	- 89.79	+ 32.76	- 66.14	- 57.03
28.80	- 104.28	- 18.89	+ 37.44	- 66.84	- 56.33
32.40	- 171.49	+ 48.32	+ 126.36	- 45.13	- 78.04
36.00	- 204.06	+ 80.90	+ 234.00	+ 29.93	- 153.10

Carga viva en los dos claros. (Condiciones de servicio.)

x	$-\eta \frac{P_1}{A} \left(\frac{e_1^* c_1}{r_1} + 1 \right) \eta$	$\eta \frac{P_2}{A} \left(\frac{e_2^* c_2}{r_2} - 1 \right)$	$M_r \frac{C}{I}$	$-\eta \frac{P_1}{A} \left(\frac{e_1^* c_1}{r_1} + 1 \right) + M_r \frac{C}{I}$	$\eta \frac{P_2}{A} \left(\frac{e_2^* c_2}{r_2} - 1 \right) + M_r \frac{C}{I}$
0.00	- 61.58	- 61.58	$\bar{+}$ 0.00	- 61.58	- 61.58
3.60	- 22.87	- 100.30	$\bar{+}$ 64.86	- 87.73	- 35.44
7.20	+ 6.63	- 129.80	$\bar{+}$ 111.00	- 104.37	- 18.80
10.80	+ 26.93	- 150.09	$\bar{+}$ 138.43	- 111.50	- 11.66
14.40	+ 38.01	- 161.18	$\bar{+}$ 147.13	- 109.12	- 14.04
18.00	+ 39.88	- 163.05	$\bar{+}$ 137.11	- 97.20	- 25.93
21.60	+ 19.09	- 142.26	$\bar{+}$ 108.38	- 89.28	- 33.88
25.20	- 33.38	- 89.79	$\bar{+}$ 60.92	- 94.30	- 28.87
28.80	- 104.28	- 18.89	$\bar{+}$ 5.26	- 99.02	- 24.15
32.40	- 171.49	+ 48.32	$\bar{+}$ 90.15	- 81.33	- 41.83
36.00	- 204.06	+ 80.90	$\bar{+}$ 193.77	- 10.30	- 112.87

Carga muerta unicamente. (Condiciones de servicio.)

x	$-\eta \frac{P_1}{A} \left(\frac{e_1^* c_1}{r_1} + 1 \right)$	$\eta \frac{P_2}{A} \left(\frac{e_2^* c_2}{r_2} - 1 \right)$	$M_0 \frac{C}{I}$	$-\eta \frac{P_1}{A} \left(\frac{e_1^* c_1}{r_1} + 1 \right) + M_0 \frac{C}{I}$	$\eta \frac{P_2}{A} \left(\frac{e_2^* c_2}{r_2} - 1 \right) + M_0 \frac{C}{I}$
0.00	- 61.58	- 61.58	$\bar{+}$ 0.00	- 61.58	- 61.58
3.60	- 22.87	- 100.30	$\bar{+}$ 24.23	- 47.10	- 76.07
7.20	+ 6.63	- 129.80	$\bar{+}$ 41.00	- 34.37	- 88.80
10.80	+ 26.93	- 150.09	$\bar{+}$ 50.32	- 23.39	- 99.77
14.40	+ 38.01	- 161.18	$\bar{+}$ 52.19	- 14.18	- 108.99
18.00	+ 39.88	- 163.05	$\bar{+}$ 46.60	- 6.72	- 116.45
21.60	+ 19.09	- 142.26	$\bar{+}$ 33.55	- 14.46	- 108.71
25.20	- 33.38	- 89.79	$\bar{+}$ 13.05	- 46.43	- 76.74
28.80	- 104.28	- 18.89	$\bar{+}$ 14.91	- 89.37	- 33.80
32.40	- 171.49	+ 48.32	$\bar{+}$ 50.32	- 121.17	- 2.00
36.00	- 204.06	+ 80.90	$\bar{+}$ 93.19	- 110.87	- 12.29

Se observa que en ningún punto y para las condiciones de carga analizadas los esfuerzos no sobrepasaron los valores permisibles, por lo que, es adecuado el diseño.

II.2 CORTANTE EN TRABES.

II.2.1 INTRODUCCION.

En las secciones anteriores se describio el análisis y diseño de las vigas de concreto presforzado solamente para el caso de los esfuerzos de flexión, sin embargo, es necesario que, dichos elementos tengan tambien seguridad en contra de fallas prematuras de otros tipos, las cuales pueden llegar a ser súbitas y sin previo aviso, como lo es el caso de la falla por cortante, de la cual se tratan las siguientes secciones.

Al igual que en el concreto reforzado este tipo de falla se presenta en la región de la viga en la cual se hallan presentes tanto el momento flexionante como la fuerza cortante, esta zona se conoce como la región de corte o región de esfuerzos combinados. Es de recordarse que la falla no se debe al esfuerzo cortante en sí, sino que es causada por la tensión generada por aquellos.

La información que en la actualidad se tiene respecto al comportamiento de las vigas en la región de los esfuerzos combinados no permite que su resistencia sea predecible satisfactoriamente como en el caso de su resistencia a la flexión, por lo que, los criterios de diseño empleados consisten en determinar el refuerzo suficiente para que la falla de las vigas se presente primero en la zona de flexión.

La falta de información hace que los métodos de diseño sean empíricos, sin embargo son confiables si se hace notar que su empleo ha permitido el diseño y construcción de muchos elementos, de los cuales muy pocos han fallado por cortante. En lo que sigue se hablará más a cerca de ellos

II.2.2 ESTADO LIMITE DE SERVICIO.

En el caso de las vigas de concreto presforzado, el criterio elástico no debe ser usado para el diseño por cortante, debido a que produciria diferentes grados de seguridad en los elementos ya que, la variación del esfuerzo de tensión principal, que es el que produce la falla, no sigue una relación lineal con la variación de los esfuerzos cortantes y normales que lo producen, esto puede verse en el ejemplo 43, sin embargo puede permitir la determinación de la carga que produce el agrietamiento, la localización y dirección de las grietas.

Los ensayos realizados permiten saber que, la falla por cortante puede ser en cualquiera de las siguientes formas: flexión-cortante y agrietamiento del alma.

Para el primer tipo de falla, la grieta principia en la fibra inferior en forma vertical hasta cierta altura, después de la cual se convierte en inclinada hasta que la zona sujeta a compresión llega a reducirse -

lo suficiente para que el concreto falle por compresión, en este caso la carga que produce la falla puede obtenerse con la ecuación:

$$V_{ci} = 0.16 \sqrt{f'_c} b_w d + V_o + \frac{V_i M_{cr}}{M_{max}} \quad 77$$

que es la 11-11 del Reglamento ACI-318-77 y en la cual:

- f'_c resistencia del concreto a los 28 días a compresión
- b_w ancho del alma
- d peralte efectivo, el cual de acuerdo al artículo 11.4.2.3 del mencionado reglamento no necesita ser menor de $0.8h$
- V_o fuerza cortante debida al peso propio
- V_i fuerza cortante debida a las cargas sobrepuestas muerta y viva que actúan en forma adicional al peso propio y al presfuerzo
- M_{max} momento flexionante debido a las cargas sobrepuestas muerta y viva que actúan en forma adicional al peso propio y presfuerzo
- M_{cr} momento flexionante que produce el agrietamiento en la fibra inferior de la sección debido a las cargas sobrepuestas muerta y viva que actúan en forma adicional al peso propio y al presfuerzo, su valor puede obtenerse con la ecuación:

$$M_{cr} = \left(\frac{I_c}{c_t} \right) (1.6 \sqrt{f'_c} + f_{pe} - f_o) \quad 78$$

que es la ecuación 11-12 del mismo Reglamento y en la cual:

- I_c momento de inercia de la sección
- c_t distancia del centroide de la sección a la fibra extrema en tensión
- f_{pe} esfuerzo debido a la fuerza efectiva de presfuerzo en la fibra extrema en tensión
- f_o esfuerzo debido al peso propio en la fibra extrema de tensión

En el segundo tipo de falla la grieta se presenta en el alma y puede ser con cualquiera de los siguientes mecanismos de falla: 1. Fracturación del alma debido a los altos esfuerzos de compresión, originados por la acción del arco desarrollada posteriormente a la destrucción de la ligadura. 2. Separación de la saliente de tensión con respecto al alma, en que las grietas inclinadas cercanas a los puntos de carga se extienden horizontalmente hacia los apoyos, destruyendo el enlace o ligazón. 3. Agrietamiento de tensión inclinada secundario que se forma cerca de los apoyos y que se para la saliente superior del alma. Este tipo de falla es más violento que el anterior.

La magnitud de la fuerza de corte que produce este tipo de falla puede ser calculado con la ecuación:

$$V_{cw} = (0.93\sqrt{f'_c} + 0.3 f_{ce}) b_w d + V_p \quad 79$$

que corresponde a la ecuación 11-13 del Reglamento ACI-318-77 y en la que

f_{ce} esfuerzo de compresión en el centroide del concreto debido a la fuerza efectiva de presfuerzo

V_p componente vertical de la fuerza de presfuerzo

los demás términos ya han sido definidos.

En la determinación de las ecuaciones anteriores se empleo la teoría elástica y en el diseño por cortante se considera el menor de los valores dados por aquellas ya que la falla puede ser cualquiera de los dos tipos.

II.2.3 ESTADO LIMITE DE FALLA.

Debido a que una pequeña variación de las cargas produce o puede producir un aumento grande del esfuerzo de tensión principal el diseño de las vigas de concreto presfuerzoado por cortante se hace siguiendo el criterio de resistencia. Este criterio considera que la resistencia de una sección debe ser igual o superior a la fuerza cortante factorizada que actúa sobre el elemento, esto en forma de una inecuación es:

$$V_u \leq \phi V_n \quad 80$$

que es la inecuación 11-1 del Reglamento ACI-318-77 y en la cual:

V_u fuerza cortante afectada por el factor de carga en la sección

V_n resistencia nominal al cortante.

La resistencia nominal de la sección se considera proporcionada por la resistencia del concreto y la resistencia del acero, la primera se puede valorar con las ecuaciones 77, 78 y 79 afectadas del factor de reducción correspondiente, la segunda con la expresión:

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{s} \quad 81$$

que corresponde a la ecuación 11-17 del mismo Reglamento y en la que:

A_v área del refuerzo por cortante

f_y resistencia especificada a la fluencia del refuerzo no presfuerzoado

S separación del refuerzo por cortante en dirección paralela al - refuerzo longitudinal

En los casos prácticos el diseño por cortante consiste en la determinación de la separación del refuerzo por cortante ya que, la resistencia del concreto puede determinarse en virtud de que el área de la sección ha sido determinada por los requisitos de flexión y el área de acero de refuerzo se supone, también las resistencias del concreto y acero son conocidas. Manipulando las expresiones anteriores se llega a la ecuación:

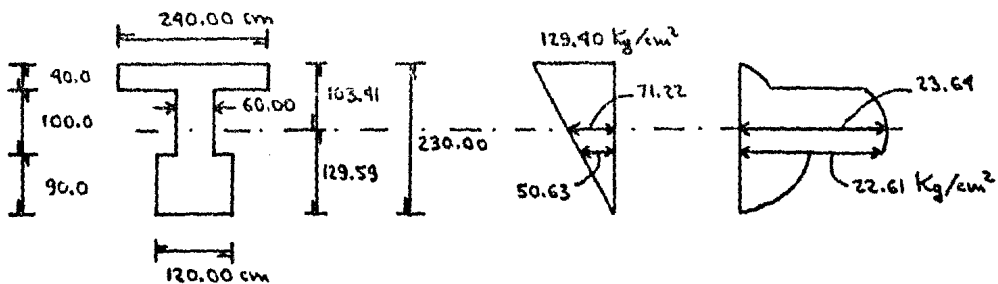
$$s = \frac{\phi A_v f_y d}{V_u - \phi V_c} \quad 82$$

mediante la cual se puede obtener la separación del refuerzo por cortante. Es necesario al igual que para otras solicitaciones cumplir con requisitos mínimos, los cuales, son fijados en el Reglamento de Construcción.

A continuación se presentan algunos ejemplos de lo expuesto, buscando con ellos la mejor comprensión del diseño por esfuerzo cortante.

EJEMPLO 43.- Variación del esfuerzo principal de tensión respecto a la de las cargas.

Una sección de una viga de concreto presforzado bajo la acción de un momento dado tiene una distribución de esfuerzos fibrarios como la que se muestra en la figura. la fuerza cortante vertical total en el concreto en la sección es de 236080.00 Kg. Calcular y comparar los esfuerzos principales de tensión en la junta del alma o nervadura con el patín inferior bajo los esfuerzos dados y aquellos producidos por un incremento del 25% en la carga.



SOLUCION:

Tomando como base la teoría elástica, el esfuerzo de tensión principal esta dado por la formula:

$$S_t = \sqrt{v^2 + \left(\frac{f_c}{2}\right)^2} - \frac{f_c}{2}$$

sustituyendo valores:

$$S_t = \sqrt{(22.61)^2 + \left(\frac{50.63}{2}\right)^2} - \frac{50.63}{2} = 8.63 \text{ Kg/cm}^2$$

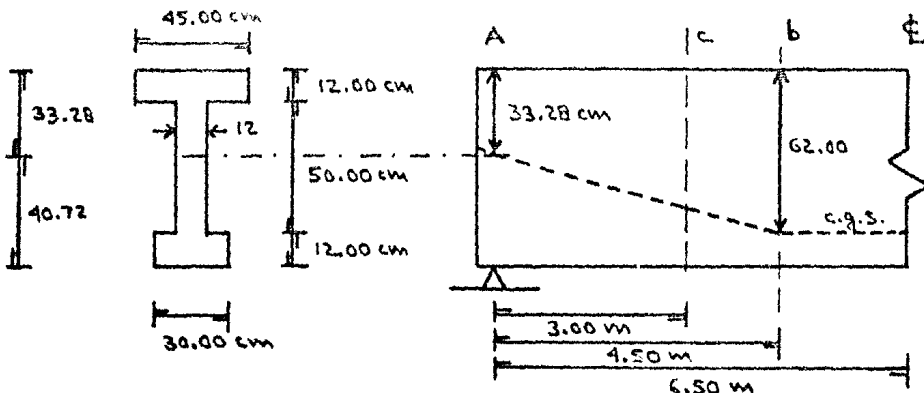
cuando la carga se incrementa un 25% el esfuerzo normal se reduce a 39.19 Kg/cm² mientras que el esfuerzo cortante se incrementa hasta 28.26 Kg/cm² y el esfuerzo de tensión principal adquiere el valor:

$$S_t = \sqrt{(28.26)^2 + \left(\frac{39.19}{2}\right)^2} - \frac{39.19}{2} = 14.80 \text{ Kg/cm}^2$$

Comparando los valores calculados se observa que, el esfuerzo de tensión principal se incremento en un 72% cuando el incremento en la carga fue de solo el 25%.

EJEMPLO 44.- Diseño del refuerzo del alma por cortante.

La trabe I asimétrica de la siguiente figura debe soportar una carga muerta sobrepuesta de 500.00 Kg/m y una carga viva de servicio de 1800.00 Kg/m en forma adicional a su peso propio de 360.00 Kg/m. Debe fabricarse con concreto de $f'_c = 350.00 \text{ Kg/cm}^2$ y se presfuerza usando tendones de alambres multiples con $A_p = 11.29 \text{ cm}^2$ y $f_{pu} = 19334.41 \text{ Kg/cm}^2$ con una fuerza efectiva $P_e = 130634.60 \text{ Kg}$. Hállese el espaciamiento requerido para los estribos verticales en U en un punto a 3.00 m del apoyo izquierdo si f_y para el estribo de acero es 2800.00 Kg/cm².



SOLUCION:

Las propiedades de la sección de concreto sin agrietar son:

$$\begin{aligned} I_c &= 979\,942.40 \text{ cm}^4 & A_c &= 1500.00 \text{ cm}^2 \\ r^2 &= 653.29 \text{ cm}^2 & C_1 &= 33.28 \text{ cm} \\ C_2 &= 40.72 \text{ cm} & S_1 &= 29445.38 \text{ cm}^3 \\ S_2 &= 24065.38 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

de la figura se puede observar que:

$$\text{excentricidad en } b = 62.00 - 33.28 = 28.72 \text{ cm}$$

$$\text{excentricidad en } A = 00.00 \text{ cm}$$

por lo tanto la excentricidad en la sección a es:

$$\left(\frac{3.00}{4.50}\right)(28.72) = 19.15 \text{ cm}$$

y el peralte efectivo será:

$$d = 19.15 + 33.28 = 52.43 \text{ cm}$$

de acuerdo al artículo 11.4.2.3 del Reglamento ACI-318-77 la profundidad efectiva se puede considerar con un valor mínimo de:

$$d = 0.8h = 0.8(74.00) = 59.20 \text{ cm}$$

La fuerza cortante resistente proporcionada por el concreto de acuerdo al artículo 11.4.2 del Reglamento ACI-318-77 se debe considerar como el menor de los siguientes valores:

a) Agrietamiento por flexión-cortante (art. 11.4.2.1)

Antes de calcular la fuerza cortante soportada por el concreto se obtendrán los valores de los factores involucrados.

Por tratarse de cargas uniformemente distribuidas los momentos flexionantes se pueden calcular mediante la ecuación:

$$M = \frac{w x}{2} (L - x)$$

para el peso propio:

$$M_o = \frac{360.00(3.0)}{2}(13.0 - 3.0) = 5400.00 \text{ Kg-m} = 540\,000.00 \text{ Kg-cm}$$

para las cargas sobrepuestas muerta y viva de servicio:

$$M_{\max} = \frac{2300.00(3.0)}{2}(13.0 - 3.0) = 34500.00 \text{ Kg-m} = 3450000.00 \text{ Kg-cm}$$

Las fuerzas cortantes pueden calcularse con la ecuación:

$$V = \omega \left(\frac{L}{2} - x \right)$$

para el peso propio:

$$V_0 = 360.00 \left(\frac{13.0}{2} - 3.0 \right) = 1260.00 \text{ Kg.}$$

para las cargas sobrepuestas muerta y viva de servicio:

$$V_L = 2300.00 \left(\frac{13.0}{2} - 3.0 \right) = 8050.00 \text{ Kg.}$$

Los esfuerzos en la fibra a tensión de la sección son:

para el peso propio:

$$f_0 = \frac{M_0 C_z}{I_c} = \frac{540000.0(40.72)}{979942.40} = 22.44 \text{ Kg/cm}^2$$

para el presfuerzo efectivo:

$$f_{pz} = -\frac{P_e}{A_c} \left(1 + \frac{e c_z}{r^2} \right) = -\frac{130634.60}{1500.00} \left(1 + \frac{19.15(40.72)}{653.29} \right) = -191.02 \text{ Kg/cm}^2$$

Sustituyendo valores en la ecuación 78 se tiene:

$$M_{cr} = \frac{979942.40}{40.72} \left(1.6 \sqrt{350.00} + 191.02 - 22.44 \right) = 4773335.76 \text{ Kg-cm}$$

y de la ecuación 77:

$$V_{ci} = 0.16 \sqrt{350.00} (12.0)(59.20) + 1260.00 + \frac{8050.0(4773335.76)}{3450000.00} = 14512.18 \text{ Kg}$$

revisando el limite inferior dado en el artículo 11.4.2.1 como:

$$0.45 \sqrt{f'_c} b_w d = 0.45 \sqrt{350.00} (12.0)(59.20) = 5990.80 \text{ Kg}$$

se ve que no rige en este caso este último valor.

b) Agrietamiento en el alma.

(11.4.2.2)

Al igual que en el caso anterior se calcularan primero los términos que se emplean.

La componente vertical de la fuerza de presfuerzo es:

$$V_p = (130634.60) \text{Sen } 3.65^\circ = 8320.46 \text{ Kg}$$

el esfuerzo en el centroide del concreto debido al presfuerzo es:

$$f_{cc} = \frac{130634.60}{1500.00} = 87.09 \text{ Kg/cm}^2$$

Sustituyendo valores en la ecuación 79 se tiene:

$$V_{cw} = (0.93\sqrt{350.00} + 0.3(87.09))(12.0)(59.20) + 8320.46 = 39215.03 \text{ Kg.}$$

Comparando los valores de V_{ci} y V_{cw} se observa que es el primero el que rige el diseño por lo que se considera:

$$V_c = V_{ci} = 14512.18 \text{ Kg.}$$

De acuerdo al artículo 9.2.1 del Reglamento ACI-318-77 la carga sobre la viga factorizada es:

$$\omega_u = 1.4(500.00 + 360.00) + 1.7(1800.00) = 4264.00 \text{ Kg.}$$

la fuerza cortante en la sección será:

$$V_u = \omega_u \left(\frac{L}{2} - x \right) = 4264.00 \left(\frac{13.0}{2} - 3.0 \right) = 14924.00 \text{ Kg}$$

por lo tanto la fuerza cortante que debe ser resistida por el refuerzo en el alma será:

$$\phi V_s = V_u - \phi V_c = 14924.00 - (0.85)(14512.18) = 2588.64 \text{ Kg.}$$

revisando los límites dados en los artículos 11.5.4.3 y 11.5.6.8 del Reglamento ACI-318-77 se tiene que:

$$1.1 \phi \sqrt{f'_c} b_w d = 1.1(0.85)\sqrt{350.00}(12.0)(59.20) = 11981.61 > \phi V_s$$

$$2.1 \phi \sqrt{f'_c} b_w d = 2.1(0.85)\sqrt{350.00}(12.0)(59.20) = 23963.21 > \phi V_s$$

Se propone para el refuerzo del alma por cortante el uso de estribos en U del No. 3 proporcionando un área por estribo de $A_v = 1.42 \text{ cm}^2$, su separación puede obtenerse ahora sustituyendo valores en la ecuación 82, esto es:

$$S = \frac{\phi A_v f_y d}{V_u - \phi V_c} = \frac{0.85(1.42)(2800.00)(59.20)}{2588.69} = 77.57 \text{ cm.}$$

De acuerdo a los artículos 11.5.5.3 y 11.5.5.4 del Reglamento ACI-318-77 las áreas mínimas del refuerzo por cortante es el menor de los siguientes valores:

$$A_v = 3.5 \frac{b_w S}{f_y} = \frac{3.5(12)S}{2800.00} = 0.0150 S$$

$$A_v = \frac{A_{ps}}{80} \cdot \frac{f_{pu}}{f_y} \cdot \frac{S}{d} \cdot \sqrt{\frac{d}{b_w}} = \frac{11.29}{80} \cdot \frac{19334.41}{2800.00} \cdot \frac{S}{59.20} \cdot \sqrt{\frac{59.20}{12.00}} = 0.0570 S$$

de acuerdo a estos valores la separación máxima de los estribos propuestos es:

$$S_{\max} = \frac{1.42}{0.0150} = 95.01 \text{ cm}$$

adicionalmente de acuerdo al artículo 11.5.4.1 la separación máxima es la menor de los siguientes valores:

$$\frac{3}{4} h = \frac{3}{4} (74) = 55.50 \text{ cm}$$

$$60.00 \text{ cm}$$

en este caso rige el valor $S = 60.00 \text{ cm}$

II.2.4 TORSION EN ESTRUCTURAS DE CONCRETO PREFORZADO.

Además de los momentos flexionantes y fuerzas cortantes, en una estructura de concreto preforsado pueden estar presentes momentos torsionantes, los cuales provocan la rotación del miembro sobre el cual actúan alrededor de su eje longitudinal. El momento torsionante puede en algunas ocasiones actuar solo, sin embargo es más frecuente que actúe conjuntamente con otras sollicitaciones.

En algunas estructuras la torsión es una condición primaria de diseño, en otras puede no serlo sin embargo, conviene hacer la revisión para este tipo de sollicitación de los elementos estructurales, es por ello que se incluye en este trabajo. Al igual que para la fuerza cortante no se tiene en la actualidad datos suficientes que permitan formular un método de diseño racional, las recomendaciones actuales se encuentran basadas en gran medida en observaciones empíricas, esto sin embargo, no es obstáculo para lograr diseñar por torsión los elementos de concreto preforsado.

Las recomendaciones siguientes permiten el diseño a torsión de elementos de concreto presforzado, son tentativas y sujetas a modificación a medida que aumente la información sobre el tema, en ocasiones se hará referencia al Reglamento ACI-318-77 específicamente a su sección correspondiente al concreto reforzado, esto se debe a que no se incluyen en él disposiciones para el concreto presforzado pero el método de diseño se apega bastante al usado en el concreto reforzado.

Se presentan a continuación las recomendaciones a usar, en el siguiente orden: elementos sujetos únicamente a torsión, elementos sujetos a cargas combinadas, refuerzo máximo y mínimo. Se da además un ejemplo con el fin de aclarar el tema.

II.2.4.1 DISEÑO POR TORSION DEL CONCRETO PRESFORZADO.

Siguiendo el criterio de resistencia última la resistencia requerida del elemento debe ser menor o igual que su resistencia nominal, esto es:

$$T_u \leq T_n \quad 83.$$

donde:

T_u momento torsional afectado por el factor de carga de la sección
 T_n momento torsional resistente nominal.

El momento torsional resistente se considera formado por el proporcionado por el concreto y el proporcionado por el acero, es decir:

$$T_n = T_c' + T_s \quad 84.$$

donde:

T_c' momento torsional resistente nominal proporcionado por el concreto.
 T_s momento torsional resistente nominal proporcionado por el refuerzo de torsión.

El momento torsional resistente nominal proporcionado por el concreto puede obtenerse para las secciones rectangulares con la ecuación:

$$T_c' = 1.59 \sqrt{f_c'} \left(\sqrt{1 + 10 f_c' / s_c'} - K \right) (\eta x^2 \gamma) \quad 85.$$

en la cual:

f_c' resistencia especificada a la compresión del concreto.

f_{cc} esfuerzo longitudinal promedio debido al presfuerzo
K término adimensional que se puede obtener con la ecuación:

$$K = 1 - 0.133/\eta \quad 86.$$

η factor de forma dado por la expresión:

$$\eta = 0.35 / (0.75 + (x/y)) \quad 87.$$

x dimensión menor de la sección de concreto.

y dimensión mayor de la sección de concreto.

en el caso de secciones con patines o secciones en cajón las ecuaciones - se modificarán de acuerdo a los artículos 11.6.1.1 y 11.6.1.2 del Reglamento ACI-318-77.

El momento torsional resistente nominal proporcionado por el refuerzo de torsión está dado por la ecuación:

$$T_s = \alpha_t \frac{x_1 y_1}{S} A_t f_y \quad 88.$$

en la cual:

S separación de los estribos a lo largo del eje longitudinal del elemento.

A_t área de la sección transversal de una rama de estribo.

f_y resistencia a la fluencia del acero del estribo.

α_t factor adimensional establecido como:

$$\alpha_t = 0.66 + 0.33 y_1/x_1 \quad 89.$$

x₁ dimensión menor del estribo.

y₁ dimensión mayor del estribo.

Para que el momento torsional resistente nominal (T_n) pueda desarrollarse por completo deberá proporcionarse acero longitudinal distribuido en la sección de concreto cuya área total está dada por la ecuación

$$A_t = 2 A_t \frac{x_1 + y_1}{S} \quad 90.$$

en la cual:

A_t área total del refuerzo longitudinal para resistir la torsión, todos los demás términos han sido definidos con anterioridad.

II.2.4.2 TORSION MAS CORTANTE.

En el caso de cargas combinadas el momento torsional resistente nominal se considera:

$$T_n = T_c^* + T_s \quad 84a.$$

donde:

T_c^* momento torsional resistente nominal proporcionado por el concreto bajo cargas combinadas.

T_s momento torsional resistente nominal proporcionado por el refuerzo del alma.

La resistencia nominal del concreto para la acción combinada del momento torsionante y fuerza cortante en vigas rectangulares con refuerzo en el alma esta dada por las ecuaciones de interacción:

$$V_c^* = \frac{V_c}{\sqrt{1 + (\beta T_u / V_u)^2}} \quad 91.$$

$$T_c^* = \frac{T_c'}{\sqrt{1 + (V_u / \beta T_u)^2}} \quad 92.$$

donde:

V_c^* fuerza cortante soportada por el concreto bajo cargas combinadas.

T_c^* momento torsionante soportado por el concreto bajo cargas combinadas.

β factor adimensional dado como:

$$\beta = \frac{1}{2} \left(\frac{V_c}{T_c'} \right) \quad 93.$$

V_c el menor de los valores dados por las ecuaciones 77 y 79.

T_c' momento torsionante dado por la ecuación 85.

T_u momento torsional afectado por el factor de carga en la sección

V_u fuerza cortante afectada por el factor de carga en la sección.

en el caso de secciones con patines o secciones en cajón, se modifican las ecuaciones de acuerdo a los artículos 11.6.1.1 y 11.6.1.2 del Reglamento ACI-318-77.

El momento torsional resistente nominal proporcionado por el refuerzo del alma se considera el mismo que para el caso de torsión pura, es decir, su valor se puede obtener con la ecuación 88.

Para fines de diseño el momento torsional resistente nominal de la sección se iguala a su momento torsional factorizado, esto es:

$$T_n = T_u$$

además, es costumbre suponer un área para el refuerzo del alma y calcular la separación de los estribos, esto último se puede hacer con la ecuación

$$S = \frac{T_u - T_c}{\alpha_t A_t f_y x_1 y_1}$$

que se obtuvo manipulando las ecuaciones 88 y 84a.

Para ser consistente con los criterios de diseño establecidos en los códigos es necesario introducir un factor de reducción de las resistencias nominales, con lo cual se obtiene la ecuación:

$$S = \frac{T_u - \phi T_c}{\alpha_t A_t \phi f_y x_1 y_1} \quad 94.$$

que es la empleada en el diseño. El valor del factor de reducción es 0.85

La influencia de la torsión en el diseño de elementos de concreto reforzado puede despreciarse si el momento torsionante factorizado es menor que:

$$T_{u, \text{mín}} = 0.4 \sqrt{f_c'} \sqrt{1 + 10 f_{ct} / f_c'} (\sum v_k^2 y) \quad 95.$$

II.2.4.3 REFUERZO EN EL ALMA MÁXIMO Y MÍNIMO.

La función del refuerzo mínimo por torsión es evitar una falla frágil después del agrietamiento, se recomienda por ello que el elemento estructural se refuerce para soportar un par no menor que el de agrietamiento.

El refuerzo en el alma debe también limitarse a un valor máximo con el fin de evitar una falla súbita por compresión en el concreto antes de que se produzca la fluencia del acero en los estribos, basándose en los resultados de pruebas obtenidos, se propone lograr esto limitando el valor máximo del par torsionante a los siguientes:

- a) Para miembros sujetos únicamente a torsión:

$$T_{u,max} = C \sqrt{0.07 f'_c} \sqrt{1 + 10 f_{cc} / f'_c} (\sum \eta x^2 y) \quad 96.$$

donde:

$$C = 14 - 13.33 \left(\frac{f_{cc}}{f'_c} \right) \quad 97.$$

b) Para miembros sujetos a cargas combinadas:

$$T_{u,max}^* = \frac{C' \sqrt{0.07 f'_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{C'}{8}\right)^2 \left(\frac{V_u}{T_u}\right)^2 \left(\frac{\sum \eta x^2 y}{b_w d}\right)^2}} (\sum \eta x^2 y) \quad 98.$$

$$V_{u,max}^* = \frac{10 \sqrt{0.07 f'_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{8}{C'}\right)^2 \left(\frac{T_u}{V_u}\right)^2 \left(\frac{b_w d}{\sum \eta x^2 y}\right)^2}} (b_w d) \quad 99.$$

donde:

$$C' = C \sqrt{1 + 10 f_{cc} / f'_c} \quad 100.$$

Los requisitos para el refuerzo de torsión y sus límites de separación pueden encontrarse en los apartados 11.6.7 y 11.6.8 del Reglamento de Construcciones ACI-318-77.

EJEMPLO 45.- Diseño de vigas preforzadas para cargas combinadas.

Una viga rectangular con una sección de 2.30 m de base por 0.75 m de altura y 9.00 m de claro debe soportar una carga muerta sobrepuesta de 2750.00 Kg/m y una carga viva de servicio de 1800.00 Kg/m, ambas con una excentricidad de 0.25 m, adicionalmente a su peso propio de 540.00 Kg/m. La viga se prefuerza con una fuerza que después de todas las pérdidas es $P_e = 136000.00$ Kg, con el centroide del acero a una profundidad efectiva de 0.60 m. La resistencia especificada para el concreto es $f'_c = 350.00$ Kg/cm². Diseñar el refuerzo requerido por cortante y torsión, para una sección que diste h/2 de la cara del apoyo, empleando acero con una resistencia $f_y = 2800.00$ Kg/cm².

SOLUCION:

Del análisis de la viga se obtienen los siguientes valores:

Cargas:

a) Carga que produce flexión y cortante. Esta es la resultante de todas las fuerzas, su valor se obtiene usando los factores de carga de a-

cuerto al artículo 9.2.1, es decir:

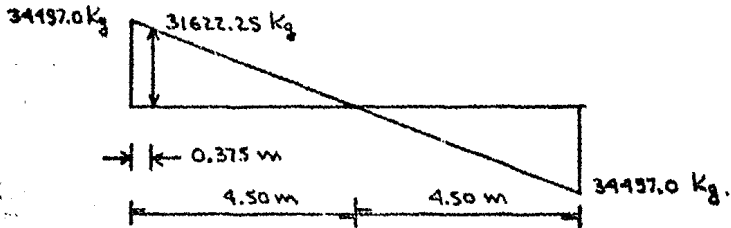
$$w_1 = 1.4(2750.00 + 540.00) + 1.7(1800.00) = 7666.00 \text{ Kg/m}$$

b) Carga que produce torsión. Esta esta formada por las cargas sobre puestas, su valor de acuerdo al artículo 9.2.1 del ACI-318-77 es:

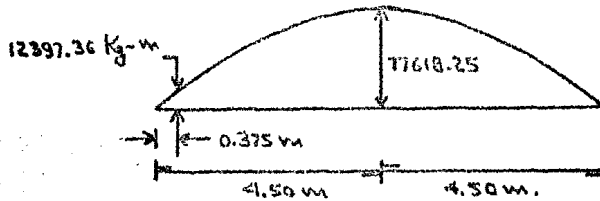
$$w_2 = 1.4(2750.00) + 1.7(1800.00) = 6910.00 \text{ Kg/m.}$$

Elementos Mecánicos:

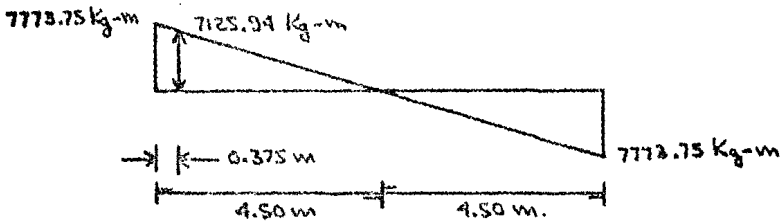
a) Fuerza cortante factorizada.



b) Momento flexionante factorizado.



c) Momento torsionante factorizado.



A continuación se procede a realizar el análisis del refuerzo por torsión.

Sustituyendo las dimensiones de la sección en la ecuación 87 se tiene:

$$\eta = \frac{0.35}{0.75 + (30.00/75.00)} = 0.3043$$

el esfuerzo en el centroide de la sección de concreto es:

$$f_{ca} = \frac{136000.00}{30.00(75.00)} = 60.44 \text{ Kg/cm}^2$$

sustituyendo valores en la ecuación 95 se obtiene:

$$T_{u,min} = 0.4 \sqrt{350.00} \sqrt{1 + 10 \frac{60.44}{350.00}} (0.3043 \times 30.0^2 \times 75.0)$$

$$T_{u,min} = 252429.27 \text{ Kg-cm} < T_u = 712593.75 \text{ Kg-cm}$$

por lo que el elemento se debe diseñar por torsión.

Se revisarán ahora los límites superiores del par torsionante, utilizando para ello las ecuaciones 97 a 100:

$$c = 14.0 - 13.33 \left(\frac{60.44}{350.00} \right) = 11.70$$

$$c' = 11.70 \sqrt{1 + 10 \frac{60.44}{350.00}} = 19.32$$

$$T_{u,max}^* = \frac{19.32 \sqrt{0.07 \times 350.00}}{\sqrt{1 + \left(\frac{19.32}{8} \right)^2 \left(\frac{31622.25}{712593.75} \right)^2 \left(\frac{20543.48}{30.0 \times 60.0} \right)^2}} (20543.48)$$

$$T_{u,max}^* = 1246116.15 \text{ Kg-cm} > 712593.75 \text{ Kg-cm}$$

$$V_{u,max}^* = \frac{8 \sqrt{0.07 \times 350.00}}{\sqrt{1 + \left(\frac{8}{19.32} \right)^2 \left(\frac{712593.75}{31622.25} \right)^2 \left(\frac{30.0 \times 60.0}{20543.48} \right)^2}} (30.0 \times 60.0)$$

$$V_{u,max}^* = 55297.58 \text{ Kg} > V_u = 31622.25 \text{ Kg}$$

A continuación se realiza el diseño del refuerzo por torsión:

de la ecuación 86 se obtiene:

$$k = 1 - \frac{0.1333}{0.3043} = 0.56$$

sustituyendo en la ecuación 85:

$$T_c' = 1.59 \sqrt{350.00} \left(\sqrt{1 + 10 \frac{60.44}{350.00}} - 0.56 \right) (20543.48)$$

$$T_c' = 666142.44 \text{ Kg-cm}$$

para calcular el valor de V_c , se usará la ecuación aproximada 11-10 del Reglamento ACI-318-77, esto es:

$$V_c = \left(0.16 \sqrt{350.00} + 49 \frac{31622.25 (60.0)}{1239735.94} \right) (30.00)(60.00)$$

$$V_c = 140341.78 \text{ Kg.}$$

cuyo valor máximo no debe ser mayor que: (art. 11.4.1)

$$1.3 \sqrt{f_c'} b_w d = 1.3 \sqrt{350.00} (30.0)(60.0) = 44645.29 \text{ Kg}$$

este último valor es el que rige en este caso. Sustituyendo en la ecuación 93:

$$\beta = \frac{1}{2} \frac{V_c}{T_c'} = \frac{1}{2} \frac{44645.29}{666142.44} = 0.034$$

de las ecuaciones 91 y 92, se obtiene:

$$T_c^* = \frac{666142.44}{\sqrt{1 + \left(\frac{31622.25}{0.033 \times 712593.75} \right)^2}} = 401432.27 \text{ Kg-cm}$$

$$V_c^* = \frac{44645.29}{\sqrt{1 + \left(\frac{0.033 \times 712593.75}{31622.25} \right)^2}} = 35628.13 \text{ Kg-cm}$$

se propone usar estribos cerrados del número 4, colocados con un recubrimiento de 3.50 cm medido hasta el centro del acero, por lo que:

$$x_1 = 30.0 - 2(3.5) = 23.0 \quad \gamma_1 = 75 - 2(3.5) = 68.0$$

sustituyendo en la ecuación 89 :

$$\alpha_t = 0.66 + 0.33 \left(\frac{68.0}{23.0} \right) = 1.65 > 1.50$$

en este caso rige el valor máximo de 1.5. Sustituyendo en la ecuación 94 se obtiene:

$$S = \frac{1.27 (1.5) (0.85) (2800.00) (23.0) (68.0)}{(712593.75 - 0.85 \times 401432.27)} = 19.04 \text{ cm}$$

de acuerdo al artículo 11.6.8.1 la separación de los estribos cerrados no debe exceder de: 30.00 cm ó

$$S_{\max} = \frac{23.0 + 68.0}{4} = 22.75 \text{ cm}$$

en este caso rige 19.00 cm.

Para determinar el refuerzo por cortante por flexión se observa que:

$$V_u = 31622.25 < V_c^* = 35628.13$$

$$V_u = 31622.25 > \frac{1}{2} V_c^* = 17814.06$$

por lo que, de acuerdo a los artículos 11.5.5.1 y 11.5.5.3 del Reglamento ACI-318-77 el área mínima de refuerzo es:

$$A_v = 3.5 \frac{b_w S}{f_y} = 3.5 \frac{(30.0)(19.0)}{2800.0} = 0.71 \text{ cm}^2$$

el área de una rama del estribo será:

$$\frac{0.71}{2} = 0.36 \text{ cm}^2$$

este se puede tomar con el mismo refuerzo para torsión.

Para el acero longitudinal distribuido alrededor del perímetro de los estribos cerrados, se usa la ecuación 90, esto es:

$$A_x = 2 (1.27) \left(\frac{23.0 + 68.0}{19.0} \right) = 12.16 \text{ cm}^2$$

este valor se logra empleando seis varillas del número 5.

II.2.5 LONGITUD DE TRANSFERENCIA Y LONGITUD DE DESARROLLO.

Respecto a la longitud de transferencia y a la longitud de desarrollo al igual que para la fuerza cortante y el momento torsionante todos los metodos de determinación tienen una base empírica, debido a la dificultad del análisis de esfuerzos por el comportamiento plástico del concreto entre otras causas.

Longitud de transferencia es la distancia a través de la cual se - - transfiere la fuerza de presfuerzo del acero al concreto mediante la adherencia entre estos dos materiales, su valor puede calcularse mediante diversas ecuaciones obtenidas experimentalmente, de entre todas ellas puede emplearse la siguiente:

$$l_t = \left(\frac{f_{pe}}{0.211} \right) d_b \quad 101.$$

Se debe prevenir la falla de los elementos por adherencia en la zona de transferencia causada por el aumento del esfuerzo debido a la flexión, este tipo de falla se evita si la distancia entre el extremo del elemento y la sección más próxima donde se presenta el agrietamiento por flexión es suficiente para desarrollar por adherencia la resistencia del acero, - esta distancia se conoce con el nombre de longitud de desarrollo, su valor puede calcularse con la ecuación:

$$l_d = 0.014 \left(f_{ps} - \frac{2}{3} f_{pe} \right) d_b \quad 102.$$

Debe tenerse presente que la longitud de transferencia queda incluida dentro de la longitud de desarrollo, en el apartado 12-10 del Reglamento ACI-318-77 pueden encontrarse las recomendaciones correspondientes a - la longitud de desarrollo, en el caso de cables recubiertos se recomienda que sea duplicada la longitud de desarrollo debido a la no existencia de esfuerzos verticales de compresión causados por las relaciones.

Los esfuerzos de adherencia en la zona de flexión pueden provocar - fallas, sin embargo, los experimentos han demostrado que son locales y no repercuten necesariamente en la seguridad de los elementos. En el Reglamento del ACI no se requiere su revisión ni para los elementos pretensados ni para los elementos postensados.

II.2.6 DISEÑO DE ZONAS DE ANCLAJES.

En los elementos de concreto presfuerzo, la fuerza de presfuerzo se introduce como una carga concentrada, que actúa o menado sobre una relativamente pequeña parte del peralte total de la sección, esto, provoca que en las zonas extremas de los elementos los esfuerzos sobre el concreto no se distribuyen linealmente a través del peralte de la sección hasta una - cierta distancia de la cara extrema que, de acuerdo a los resultados obtenidos en diversos experimentos, es igual al peralte de la sección del elemento. La distribución de esfuerzos en estas zonas extremas llamadas zonas de anclajes se han obtenido por métodos elásticos, la principal conclusión de los estudios realizados es que, se producen esfuerzos de tensión transversales (verticales) que producen grietas longitudinales en - los extremos de los elementos, lo que hace necesario el diseño de refuer-

zo en el alma que permita sino restringir la aparición de las grietas si restringir su longitud y anchura.

Una alternativa para limitar el tamaño de las grietas, es decir, de los esfuerzos de tensión es proporcionar bloques extremos sólidos, sin embargo los estudios realizados han demostrado que estos pueden provocar un aumento en la magnitud de los esfuerzos y pueden resultar antieconómicos por lo que es mejor sustituirlos por elementos de acero bien diseñados.

Para el diseño del refuerzo en el alma de las zonas de anclaje de los elementos de concreto presforzado pretensados se propone la siguiente ecuación:

$$A_t = 0.021 \frac{P_i h}{f_s l_t} \quad 103.$$

donde:

- A_t área transversal total necesaria de estribos.
- P_i fuerza inicial de presfuerzo.
- h peralte total de la sección.
- f_s esfuerzo permisible en el acero de los estribos.
- l_t longitud de transferencia.

Un valor recomendable para el esfuerzo permisible en el acero es el de 1400.00 kg/cm² porque produce grietas con espesores pequeños. La longitud de transferencia puede ser calculada con la ecuación 101 o bien suponerse igual a 50 veces el diámetro nominal del cable.

El acero obtenido con la ecuación anterior debe distribuirse en una distancia igual a la quinta parte del peralte a partir de la sección extrema del elemento y el primer estribo debe localizarse lo más próximo posible a la cara extrema.

Para los elementos postensados, el método que se sigue está basado en los elementos mecánicos producidos por las fuerzas que actúan sobre un elemento de concreto limitado por las superficies exteriores del elemento, por la grieta longitudinal y por la sección en la cual los esfuerzos sobre el concreto tienen ya una distribución lineal. El método consiste en los siguientes pasos:

1. El peralte de la sección se supone dividido en "n" partes iguales; el nivel de cada una de las partes representa la posible posición de una grieta longitudinal con respecto a la superficie inferior del elemento.

2. Calcular el valor del momento flexionante resultante respecto al nivel de la posible grieta longitudinal del concreto - de todas las fuerzas que actúan sobre el cuerpo limitado por : las superficies exteriores del elemento que se diseña, la sección a partir de la cual los esfuerzos en el concreto tienen una distribución lineal y la grieta longitudinal. Esto - debe hacerse para cada nivel obtenido en el paso 1, es decir , para cada una de las posibles grietas longitudinales.
3. Para el momento máximo calculado anteriormente en el paso 2 obtener el valor de la fuerza de tensión que debe ser resistida por el acero de refuerzo. Esto se hace suponiendo que la fuerza de compresión actúa a una distancia igual al peralte de la sección a partir de la sección extrema del elemento y que, el centroide del acero de refuerzo se localiza a una distancia "x" medida también a partir del extremo, es decir, la fuerza de tensión puede calcularse con la ecuación:

$$T = \frac{M_{\max}}{h - x} \quad 104.$$

donde:

- M_{\max} máximo momento flexionante obtenido en el paso 2.
- T fuerza de tensión que debe ser soportada por los estribos.
- h peralte total de la sección.
- x distancia del extremo del elemento que se diseña - al centroide de los estribos.

4. El área total de acero de los estribos se calcula con la - expresión:

$$A_t = \frac{T}{f_s} \quad 105.$$

donde:

- A_t área transversal total necesaria de estribos.
- T fuerza de tensión calculada con la ecuación 104.
- f_s esfuerzo permisible del acero de refuerzo.

El área de acero debe ser distribuida en una distancia igual a la mitad del peralte total del elemento. Un valor - recomendable para el esfuerzo permisible es 1400.00 Kg/cm^2 .

Este método está también basado en las condiciones iniciales de - -

presfuerzo y en los esfuerzos permisibles del acero del refuerzo en lugar de la resistencia.

Además de los esfuerzos transversales de tensión, existe el peligro en las vigas postensadas, de una falla causada por la alta concentración de esfuerzos longitudinales de compresión bajo las placas de apoyo en los extremos; para evitarla, el valor del esfuerzo de apoyo bajo las placas no debe ser mayor que: f_{cp} .

$$f_{cp} = 0.6 f_{ck} \sqrt{A_2/A_1}$$

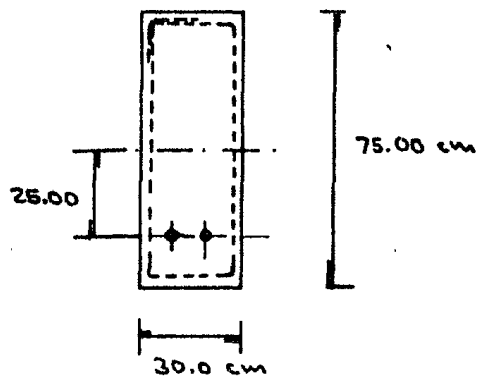
106.

Donde:

- f_{cp} esfuerzo permisible de compresión bajo la placa de apoyo.
- f_{ck} resistencia del concreto en el momento de la transferencia.
- A_1 área de apoyo de la placa de anclaje.
- A_2 máxima área de la porción de la superficie de anclaje, que es, geoméricamente similar y concéntrica a el área de la placa de anclaje.

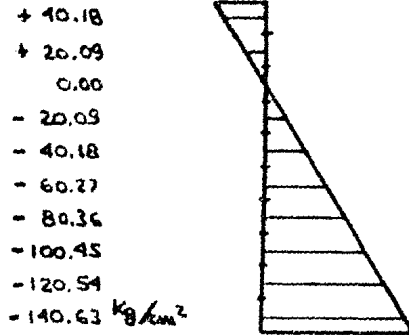
EJEMPLO 46.- Diseño del refuerzo para las zonas extremas de una viga postensada.

Debe diseñarse el refuerzo a base de estribos verticales cerrados, de las zonas extremas de una viga postensada rectangular, tal como se muestra en la figura. Se aplica una fuerza pretensora inicial de 113000.0 Kg, mediante dos tendones que tienen una excentricidad de 25.00 cm, los cuales producen esfuerzos longitudinales en el concreto que varían linealmente desde una compresión de 150.67 Kg/cm² en la parte inferior hasta una tensión de 50.22 Kg/cm² en la parte superior. El esfuerzo permisible en el acero de refuerzo es de 1400.00 Kg/cm².

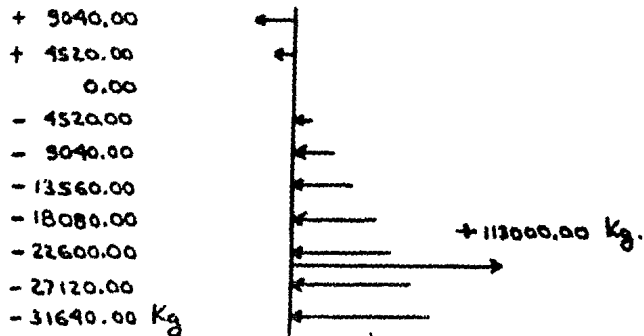


SOLUCION:

Se divide la sección en diez partes iguales con una altura de 7.50 cm y un área de 225.00 cm² cada una; la distribución de esfuerzos considerando los puntos medios de cada división es:



suponiendo que en cada una de las divisiones actúa un esfuerzo uniforme igual al esfuerzo en su altura media, se tiene que, las fuerzas sobre el concreto son:



se considera que en cada uno de los límites superiores de las divisiones se puede presentar una grieta longitudinal, por lo que, se calculan los momentos de todas las fuerzas que actúan abajo de cada nivel respecto a este, a continuación a manera de ejemplo se calcula el momento para el nivel 22,5 cm arriba de la fibra inferior:

$$M = (-18.75)(-31640.00) + (-11.25)(-27120.00) + (-3.75)(-22600.00) + (-10.00)(+113000.00) = -146900.00 \text{ Kg-cm.}$$

Los valores para los demás niveles se dan en la siguiente tabla:

Nivel sobre la fibra inferior de la sección	Esfuerzo promedio sobre el concreto	Momentos de los esfuerzos sobre el concreto.	Momento de la fuerza de presión.	Momento neto de flexión.
0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
7.50	- 140.62	+ 118650.00	0.00	+ 118650.00
12.50	- 123.88	+ 323305.56	0.00	+ 323305.56
15.00	- 120.53	+ 457650.00	- 282500.00	+ 175150.00
22.50	- 100.44	+ 983100.00	- 1130000.00	- 146900.00
30.00	- 80.36	+ 1661100.00	- 1977500.00	- 316400.00
37.50	- 60.27	+ 2457750.00	- 2825000.00	- 367250.00
45.00	- 40.18	+ 3339150.00	- 3672500.00	- 333350.00
52.50	- 20.09	+ 4271400.00	- 4520000.00	- 248600.00
60.00	0.00	+ 5220600.00	- 5367500.00	- 146900.00
67.50	+ 20.09	+ 6152850.00	- 6215000.00	- 62150.00
75.00	+ 40.18	+ 7034250.00	- 7062500.00	- 28250.00

se observa que el máximo momento se localiza a 37.50 cm arriba de la fibra inferior.

Se supone que el centroide de las fuerzas de los estribos dentro de la distancia $h/2$ de la cara extrema se encuentra a $x = 20.00$ cm, por lo que, la máxima tensión a resistirse de acuerdo a la ecuación 104 es:

$$T = \frac{367250.00}{75.00 - 20.0} = 6677.27 \text{ Kg.}$$

por lo tanto sustituyendo valores en la ecuación 105 se tiene:

$$A_t = \frac{6677.27}{1400.00} = 4.77 \text{ cm}^2$$

suponiendo el uso de estribos del número 3 con un área por rama de 0.71 cm², se tiene que el número de ellos es:

$$\text{Nº de estribos} = \frac{4.77}{2 \times 0.71} = 3.35$$

por lo tanto se colocarán 4 estribos, el primero de ellos a 5.00 cm del -

extremo y los otros tres a continuación con una separación de 10.00 cm, - esto ubica el centroide del acero a 20.00 cm de la cara extrema tal como se supuso.

El otro momento máximo que debe ser resistido es el que se localiza a 12.50 cm arriba de la fibra inferior (nivel de los cables de prefuerzo) con sentido contrario al anterior. La fuerza de tensión es de acuerdo a la ecuación 104 :

$$T = \frac{323305.00}{75.00 - 20.00} = 5878.27 \text{ Kg.}$$

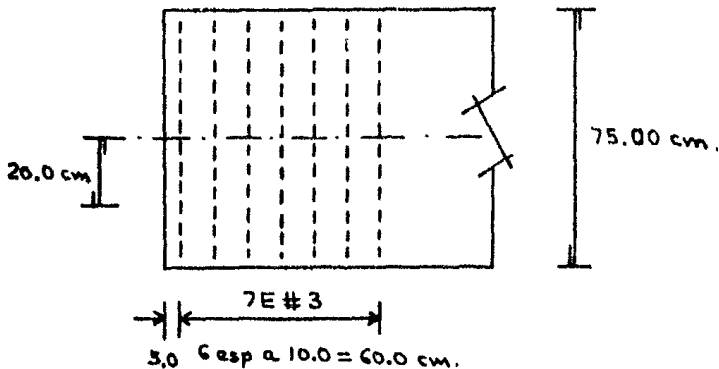
por lo tanto de la ecuación 105 :

$$A_t = \frac{5878.27}{1400.00} = 4.20 \text{ cm}^2$$

suponiendo estribos número tres:

$$\text{N}^\circ \text{ de estribos} = \frac{4.20}{2 \times 0.71} = 2.95$$

por lo tanto se usarán tres estribos. La colocación final del acero del alma es:



III. APLICACION A ESTRUCTURAS.

III.1 INTRODUCCION.

El concreto presforzado es un material que en la actualidad es ampliamente usado en la construcción de diversas obras de Ingeniería, sean terrestres o marítimas, en este capítulo se pretende hablar de algunas de esas aplicaciones del concreto presforzado.

El tema será abordado de una manera superficial, ya que, hablar detalladamente de cada aplicación requiere de bastante tiempo y espacio, pero si el lector desea conocer con más detalle alguna de las obras realizadas con concreto presforzado puede acudir a la bibliografía citada al final de esta obra.

Por lo antes mencionado, en este capítulo, no se da ningún ejemplo de aplicación, sino que, únicamente se dan algunos de los criterios que se siguen en el diseño, así mismo se habla de los tipos de elementos estructurales empleados y de las tendencias de los sistemas empleados, pretendiendo conseguir con ello dar conocimientos básicos sobre las diversas aplicaciones del concreto presforzado y crear un interés mayor sobre el tema en el lector.

III.2 EDIFICIOS DE CONCRETO PRESFORZADO.

El concreto presforzado se ha aplicado ampliamente y con éxito en la construcción de edificios de todos tipos, tanto con elementos precolados pretensados como con elementos colados en sitio y postensados. El preten-

sado y el postensado son modalidades del presfuerzo que, en ocasiones com-
piten entre sí para ser usadas, sin embargo la experiencia enseña que --
cuando son combinadas se obtienen mejores resultados.

En general la industria del concreto presforzado para edificios, se
encuentra en una encrucijada para decidir el rumbo de su crecimiento po-
tencial e ilimitado, al existir las siguientes alternativas:

1. Crear elementos estandar estructurales modulares que puedan adaptarse a los distintos sistemas,
2. Crear un sistema alrededor de una estructura totalmente pre-fabricada,

posiblemente sea la primera la más conveniente debido a que, en todo edi-
ficio se busca satisfacer primeramente, las necesidades del hombre, crean-
do el sistema adecuado, el cual posteriormente se debe conjuntar con los
materiales y productos que se adapten mejor.

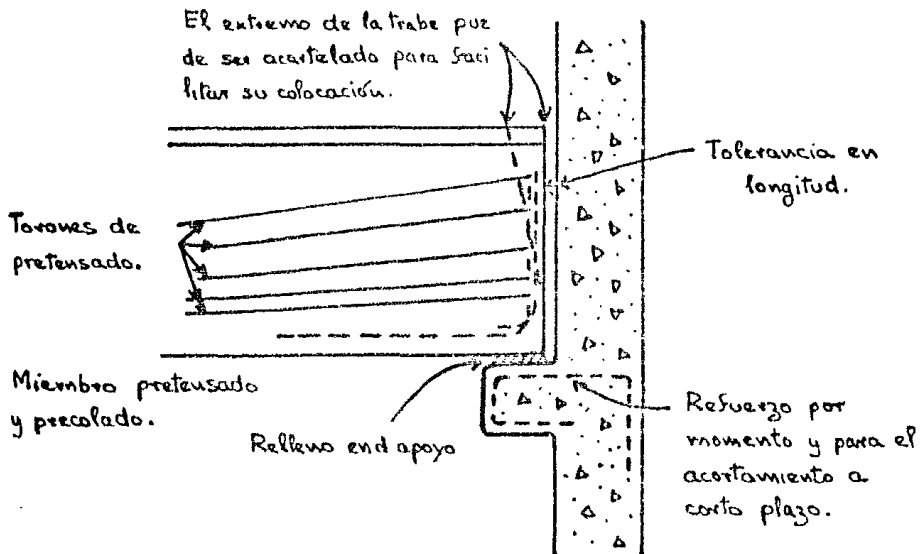


FIGURA 31. Detalle típico de apoyo; losa o trabe sobre un
muro.

Las ventajas que ofrece el concreto presforzado en la construcción
de edificios son:

1. Resistencia y rigidez estructural.
2. Durabilidad.
3. Moldeabilidad a las formas y perfiles deseados.
4. Resistencia al fuego.
5. Tratamiento arquitectónico de las superficies.

6. Aislamiento acústico y térmico.
7. Economía.
8. Disponibilidad.

estas ventajas también se tienen en el concreto reforzado, sin embargo, - en el concreto presforzado se hace más efectivo el sistema estructural, - facilitando la eliminación de las fuentes de dificultades técnicas como son las grietas, así mismo resaltan la eficiencia estructural y la economía permitiendo claros más grandes y elementos más esbeltos. Además el concreto presforzado da mayor libertad para lograr variaciones y poder controlar el comportamiento estructural bajo condiciones de servicio.

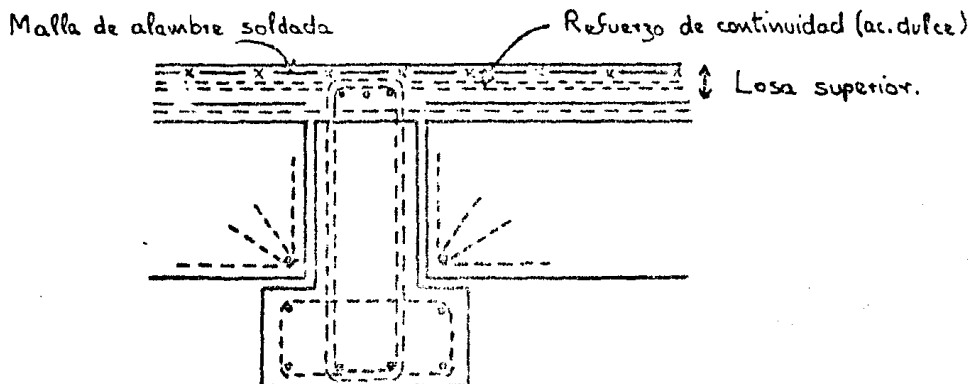


FIGURA 52. Conexión de una doble "T" a una "T" invertida.

La utilización del concreto presforzado en edificios industriales es especialmente a base de columnas dobles, armaduras presforzadas para techo, losas de muro y techo, traveses carril presforzados, cascarones, vigas de borde presforzadas, vigas T sencillas y dobles, marcos A a base vigas T, traveses en cajón.

Sobre estos elementos se puede comentar que: a) en las armaduras presforzadas para techo generalmente solo se presforza la cuerda inferior; b) en las losas de muro y techo se emplean tres tipos que son, paneles en "sandwich", paneles de concreto ligero y paneles compuestos; c) en el área de los cascarones se ha desarrollado un cascarón parabólico hiperbólico que permite el uso de tendones rectos de pretensado para producir un elemento de techo doblado en claros medianos; d) las vigas T sencillas y dobles se usan tanto como elementos de apoyo como elementos de cubierta (vease fig. 52); e) las vigas en cajón pueden emplearse combinando sus funciones estructurales con sus funciones de ducto resistente al fuego y al sonido en edificios en los cuales se requieren grandes volúmenes

de circulación de aire.

Es importante en el diseño de los elementos de concreto presforzado de edificios industriales tener presente, los cambios de volumen ocasionados por los movimientos térmicos, la contracción, el flujo plástico y los asentamientos diferenciales de los apoyos, ya que, ocasionan cambios de esfuerzos que pueden ser perjudiciales a la estructura más que benéficos.

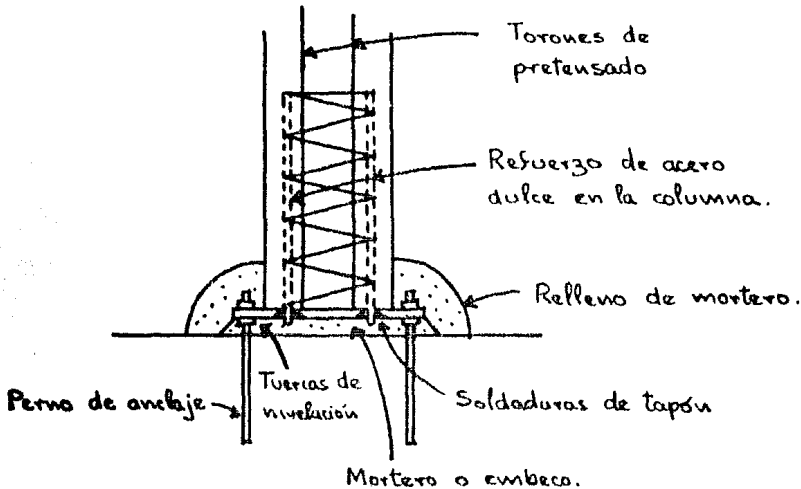


FIGURA 53. Detalle típico de la base de una columna.

El empleo del concreto presforzado en edificios comerciales ha tenido mayor incremento porque, permite la combinación económica de sus funciones estructurales y arquitectónicas.

El sistema estructural predominante está compuesto por columnas, -- traveses "T" invertidas, losas de piso precoladas y aligeradas, o a base de vigas T dobles y losa de techo a base de vigas T dobles o sencillas.

En el diseño y construcción de los edificios comerciales se debe tener presente también, los cambios de volumen ocasionados por los movimientos térmicos, la contracción, el flujo plástico y los asentamientos diferenciales; además se deben considerar propiedades como la impermeabilidad

En los edificios habitacionales, el concreto presforzado se ha empleado limitadamente debido a la existencia de alternativas de bajo costo

Los principales elementos utilizados son las losas pretensadas aligeradas, pretensadas macizas y losas aligeradas a base de largueros precolados pretensados.

En edificios para escuelas el concreto presforzado se emplea debido a que, permite grandes claros libres necesarios en auditorios, gimnasios y cafeterías, además, por ser resistente al fuego y tener excelentes propiedades acústicas.

En el diseño de los elementos de techo para grandes claros se debe tener presente su buen drenaje para evitar encharcamientos.

En edificios para oficinas, el concreto presforzado permite una máxima flexibilidad en la disposición de los muros divisorios, además su diseño adecuado permite soportar cargas altas como las que implican las máquinas de oficina y las computadoras.

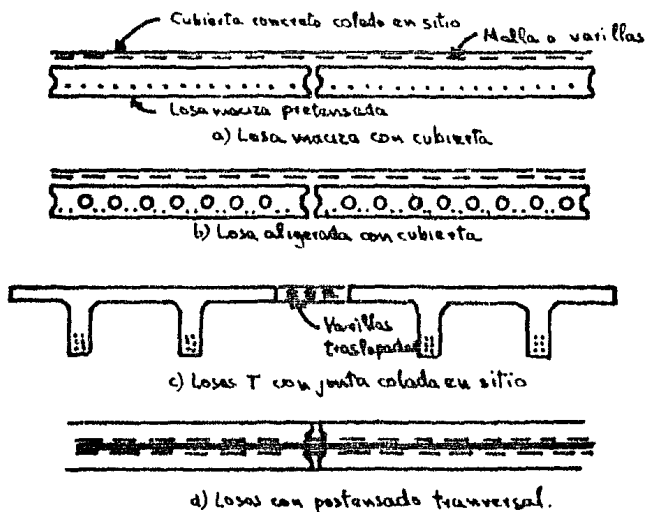


FIGURA 54. Métodos para conectar losas de piso precoladas y presforzadas.

Las Iglesias y estructuras públicas deben ser: permanentes, durables y de un acabado limpio y atractivo; el concreto presforzado debido a su moldeabilidad para obtener cualquier forma y requisito estructural es adecuado para estos usos.

En resumen, los edificios representan quizá la mayor área de aplicación del concreto presforzado, su desarrollo depende en gran medida de que los conocimientos de ingeniería se integren a los principios de distribución de plantas, manejo de materiales e ingeniería de producción.

III.3 PILOTES DE CONCRETO PRESFORZADO.

Los pilotes de concreto presforzado se emplean mucho en la cimentación de estructuras marinas y edificios, se ha extendido además a faldones, tablestacas y pilotes alineados; esta expansión se debe a las ventajas que este material ofrece, como lo son:

1. Durabilidad, incluso en ambientes adversos.
2. Resistencia al manejo, al hincado fuerte, a los tirones, a la flexión, a los efectos de carga combinada y como columnas sin soporte.
3. Facilidad de manejo, transporte e hincado.
4. Economía.
5. Facilidad para su empalme y conexión.

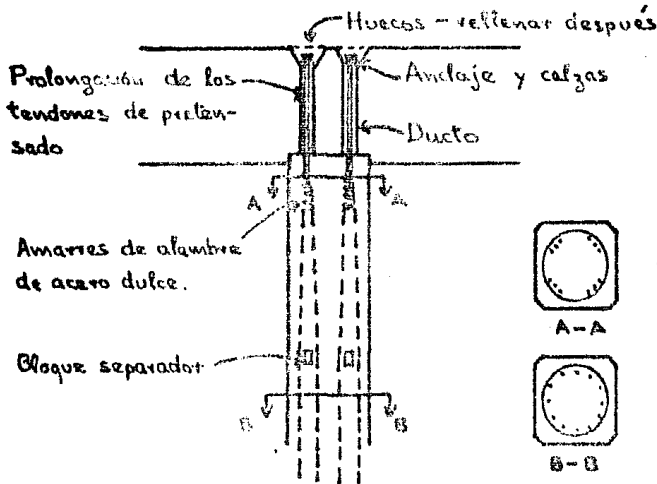


FIGURA 55. Detalle de la cabeza; los tendones de presforzado se prolongan y se presforzan al cabezal del pilote.

El diseño de los pilotes de concreto presforzado ha evolucionado a través del tiempo desde un diseño empírico hasta un diseño más racional que emplea factores de seguridad, los cuales sin embargo, aún no consideran la diferencia del comportamiento entre el concreto localizado dentro de la espiral y el localizado fuera de esta.

No se debe perder de vista que el sistema estructural no está únicamente formado por el pilote, sino que, lo constituyen el pilote y el suelo que lo rodea; en las pruebas realizadas casi siempre es en el suelo donde se presenta la falla. Cuando se emplean pilotes con una longitud sin soporte, estos deben revisarse como columnas para evitar sus posibles fallas por pandeo.

Cuando los pilotes están sometidos a momento flexionante y carga axial, debe revisarse el mecanismo de interacción. En este caso cuando la carga axial es superior al 30% de la carga última como columna corta, disminuye su resistencia a la flexión del pilote. En la cabeza del pilote debe tenerse en cuenta el efecto favorable de la longitud de transferencia, así mismo, la presencia del acero dulce utilizado en esta zona (véase la fig.55).

El responsable de que el pilote se fabrique, entregue e instale según su condición de diseño es el ingeniero constructor.

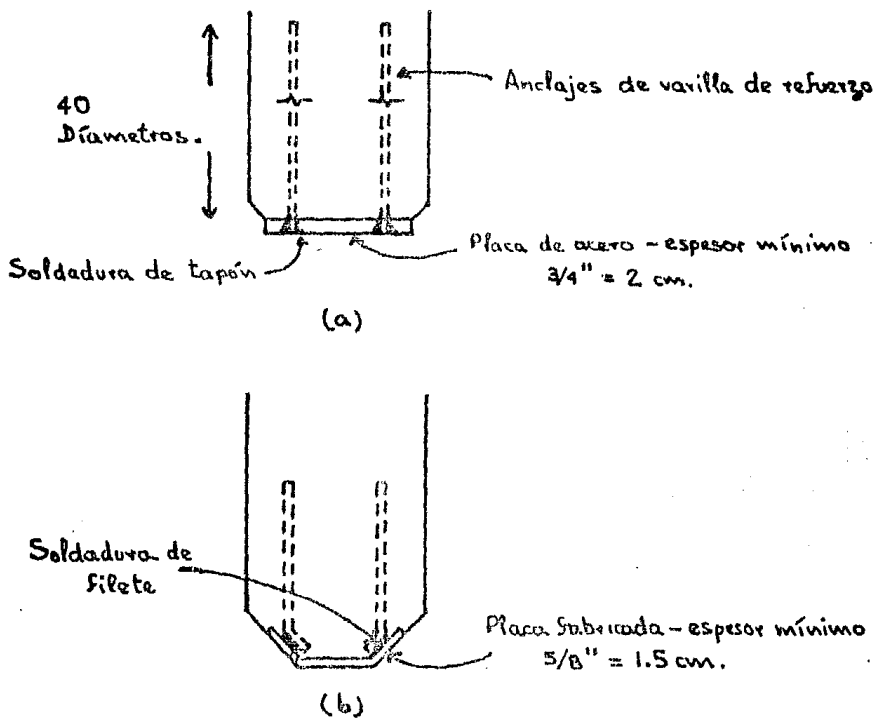


FIGURA 56. (a) Punta metálica para pilote
(b) Punta metálica roma para pilote.

Se debe considerar el efecto del impacto que en algunos casos llega a ser superior al 50% de los esfuerzos estáticos.

Las tablestacas de concreto presforzado son durables, presentan rigidez contra las deformaciones locales y una apariencia excelente; deben tomar inversiones en el momento flexionante por lo que, su presfuerzo debe

ser altamente uniforme, sin embargo puede ser necesario en algunos casos diseñarlas con cierta excentricidad de la fuerza de presfuerzo. Esta excentricidad necesaria puede lograrse con la adición de acero dulce.

En el diseño de las tablestacas puede permitirse que exista algo de tensión siempre y cuando se satisfagan los requisitos de resistencia última o bien de protección contra la agresividad de ciertos elementos como es el agua salada.

El detallamiento del refuerzo lateral de acero dulce es muy importante en este tipo de elementos.

Las tablestacas de concreto presforzado se usan en mamparas marinas, en muros de contención, en rompeolas, para contener el terreno durante las excavaciones realizadas para las cimentaciones y como parte integral de algunas cimentaciones.

Los pilotes presforzados, ofrecen ventajas para usarlos como pilotes para faldones, pilotes para boyas de anclaje y otros tipos de pilotes en los cuales las fuerzas laterales sean importantes, ya que son durables, económicos y pueden diseñarse para obtener el máximo de absorción de la deformación y de la energía.

Uno de los usos de los pilotes para faldones, es en los muelles y embarcaderos, donde atracan constantemente los barcos. En el diseño de estos pilotes es importante suministrarles resistencia adicional mediante elementos de acero no presforzados para evitar, fallas prematuras por su baja resistencia a las sobrecargas. Generalmente se diseñan para esfuerzos de tensión iguales o menores a la mitad del módulo de ruptura del concreto.

Otro uso de los pilotes para faldones se tiene en los puentes sobre ríos y en puentes en las costas.

III.4 ESTRUCTURAS MARINAS DE CONCRETO PRESFORZADO.

Debido a sus propiedades de durabilidad, resistencia y economía, el concreto presforzado es ampliamente utilizado en la construcción de estructuras marinas.

Entre los diversos tipos de estructuras marinas que se construyen con concreto presforzado se encuentran:

1. Muelles para carga y petróleo.
2. Muros de contención.
3. Pistas de aterrizaje construidas sobre el agua.
4. Plataformas marinas.
5. Puentes de caballetes, para caminos y tuberías.

6. Pilas para puentes.
7. Estructuras para la navegación.
8. Boyas de anclaje.
9. Faldones de protección.
10. Espolones costeros.
11. Muelles para botes pequeños.
12. Bóvedas.

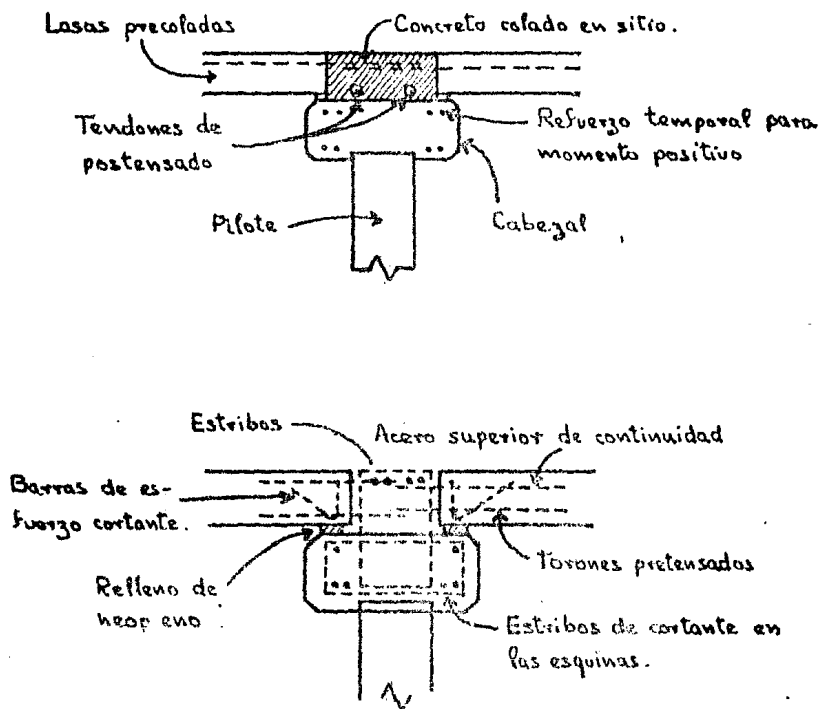


FIGURA 57. Refuerzo y otros detalles en los apoyos de losas o traveses precoladas, para resistir los esfuerzos de corte y tensión debidos al flujo plástico, la contracción y la temperatura.

La estructura para cada una de estas aplicaciones puede constar de los siguientes elementos de concreto presforzado:

I. Pilotes

Pilotes de apoyo
 Pilotes inclinados
 Pilotes cilíndricos

- Pilotes para faldones de protección.
 - Tablestacas.
 - Pilotes alineados.
 - Losas de cubierta de peralte total.
 - Losas de cubierta de medio peralte.
 - Trabes de cabezal para pilotes.
 - Vigas exteriores.
 - Vigas y trabes de cubierta.
 - Muros contra incendio.
 - Trabes carril.
 - Vigas para tuberías.
 - Trabes para puentes de tubo.
 - Trabes para puentes de caballetes.
 - Andadores.
 - Fundac.
 - Tirantes y contraventeos.
 - Losas de faldón.
 - Losas y trabes de distribución.
 - Columnas.
 - Tablestacas.
 - Losas curvas.
 - Losas planas.
 - Tirantes.
 - Puntales.
- II. Unidades de cubierta.
- III. Trabes de muelles.
- IV. Subestructuras.
- V. Malecones.

Debido a las dificultades inherentes a una estructura marítima, se hace necesario que sus elementos sean prefabricados y por lo tanto se debe combinar el pretensado con el postensado.

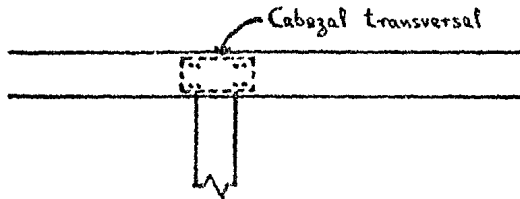
Un muelle típico de carga está compuesto por pilotes (verticales e inclinados), trabes cabezales, losas de cubierta y vigas perimetrales, adicionalmente a estos elementos pueden existir, vigas para tuberías, muros contra incendio, andadores, trabes carril, etc. Los faldones se usan para absorber los impactos de los barcos al atracar, reduciendo al mínimo los daños al buque y al muelle, así mismo, evitan que las embarcaciones de bajo calado y los desperdicios entren debajo de la cubierta del muelle

Para obtener un funcionamiento estructural eficiente, todo el muelle debe actuar como una unidad para resistir las cargas verticales y laterales, por lo que, es importante que cada componente de la estructura se diseñe para funcionar como parte de un sistema estructural completo.

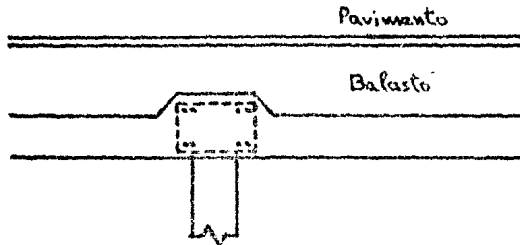
Los muelles con muros de contención se utilizan mucho en las vías navegables interiores y sirven para formar una pared vertical entre el área terrestre de trabajo por un lado, conservando una profundidad navegable en el otro. Por lo general los muros se construyen con tablestacas o con una combinación de pilotes alineados y paneles, se ligan al terreno por

medio de tirantes o macizos de anclaje.

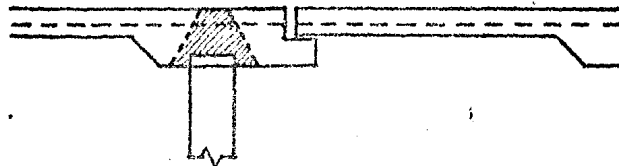
Las boyas de anclaje están sujetas solamente a cargas horizontales, deben poseer suficiente resistencia última y mantenerse dentro de los diseños por carga balanceada, deben ser capaces de absorber el máximo de energía por impacto, ya que, son usadas a menudo para atracar pequeños botes, buques ó barcasas.



(a) Losa en dos direcciones, colada en sitio.



(b) Cabezal acastelado en una losa colada en sitio para una estructura con cubierta de balasto



(c) Losa acastelada precolada sobre un cabezal.

FIGURA 58. Losas de cubierta de estructuras marinas de concreto.

Los aeropuertos construidos sobre el agua, pueden ser flotantes o bien estructuras fijas apoyadas sobre pilotes, ejemplo de esto último es la extensión construida sobre el agua para las pistas del aeropuerto La Guardia en Nueva York. Se ha visto que en este tipo de estructuras la -

combinación de precolado presforzado (pretensado y postensado) y construcción compuesta es muy satisfactoria y de gran valor para cubrir áreas grandes sujetas a cargas de impacto elevadas.

Las plataformas marinas están relacionadas principalmente con el suministro de servicios para la industria del petróleo y el gas, aunque se utilizan también en la industria del azufre y pueden tener una aplicación en una gran variedad de industrias. La mayoría de las plataformas marinas constan de pilotes u otro tipo de estructuración por debajo del agua, losas de cubierta y editamentos.

Debido a la existencia de maquinas, en el diseño de las plataformas marinas, debe tenerse presente la existencia de cargas dinámicas y vibratorias, además también deben considerarse las fuertes cargas horizontales producidas por el oleaje, el viento y las corrientes marinas.

III.5 PUENTES DE CONCRETO PRESFORZADO.

Las ventajas por las cuales el concreto presforzado ha sido utilizado en la construcción de puentes son su bajo costo inicial, poco mantenimiento, gran durabilidad y estética. Los puentes son sin duda las estructuras en las cuales el concreto presforzado ha logrado los más notables éxitos, se ha empleado en puentes con claros cortos y en puentes con claros grandes, en todos los tipos de climas, en ciudades y en el campo.

Los puentes de concreto presforzado pueden ser precolados o colados en sitio, pretensados, postensados, pretensados y postensados, con secciones compuestas o secciones no compuestas.

En puentes de claro corto se ha estandarizado el empleo de trabes I, trabes T, losas, losas macizas, aligeradas unidades en cajón y canales; por lo general son simplemente apoyadas y diseñadas para actuar en sección compuesta con una losa de cubierta colada en sitio.

En puentes de claro mediano pueden emplearse las mismas unidades, usando el arreglo en voladizo, puntales inclinados, etc. El Instituto del Concreto Presforzado publicó un estudio con el nombre de "Concreto Presforzado para Puentes de Grandes Claros", en el cual, se dan recomendaciones para obtener puentes de claros entre 30.00 a 50.00 m usando segmentos precolados estándar.

Los puentes de claros mayores, han sido, construidos colados en sitio o usando elementos precolados colocados en voladizo, sección por sección y presforzando cada una de ellas contra la extensión situada al otro lado de la pila.

También en este tipo de obras se discute sobre los meritos del colado en sitio y el precolado.

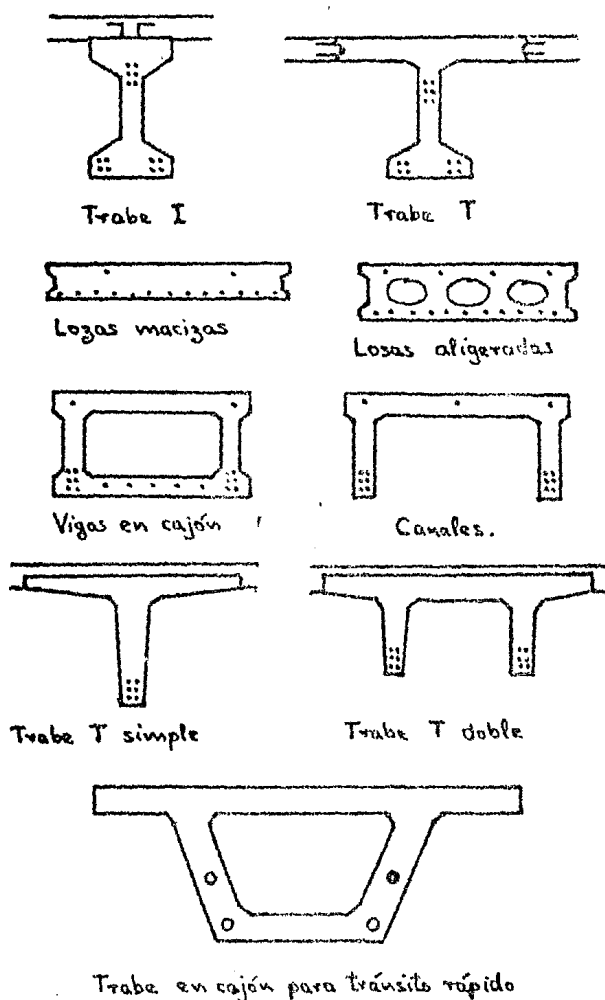


FIGURA 59. Secciones transversales para traves de puentes.

El colado en sitio ofrece las siguientes ventajas:

1. Menor cantidad de juntas.
2. Facilita la construcción de curvas horizontales, verticales y de transiciones.
3. Es facil obtener secciones grandes y complejas y claros variables.

Las ventajas del concreto precolado son:

1. Control durante la fabricación e inspección antes del montaje; esto permite lograr mayor resistencia, tolerancias más estrechas y secciones más esbeltas.
2. Gran parte de la contracción tiene lugar antes del montaje.
3. Menor flujo plástico.
4. Reducir al mínimo la obra falsa.

La elección entre un tipo de concreto y otro, dependerá de la economía que se logre a largo plazo, sin embargo, no se debe perder de vista - que conjuntando los dos métodos de construcción, se obtienen mejores resultados.

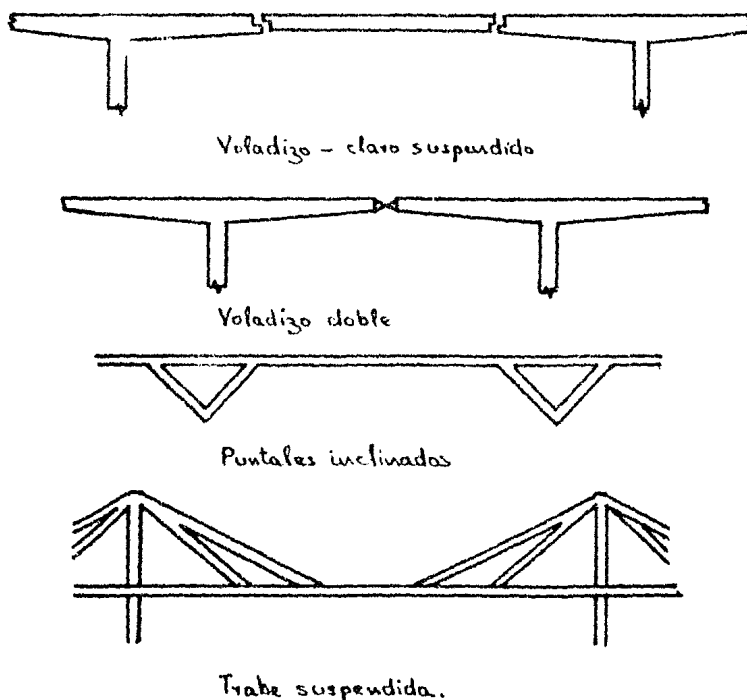


FIGURA 60. Métodos para extender el rango del claro, en concreto presforzado.

En puentes para peatones la carga de diseño en realidad es pequeña. - Una solución económica en estos casos, es usar secciones en canal con los patines hacia arriba aprovechandolos como barandales.

Se pueden tener también puentes de concreto presforzado para transportadores; en el diseño de estos debe prestarse especial atención a los

movimientos longitudinales causados por la contracción, el flujo plástico y los cambios de temperatura.

Se construyen también acueductos de concreto presforzado, los cuales, se prestan para la producción en serie debido a sus grandes longitudes. Por lo general se construyen a base de claros simples.

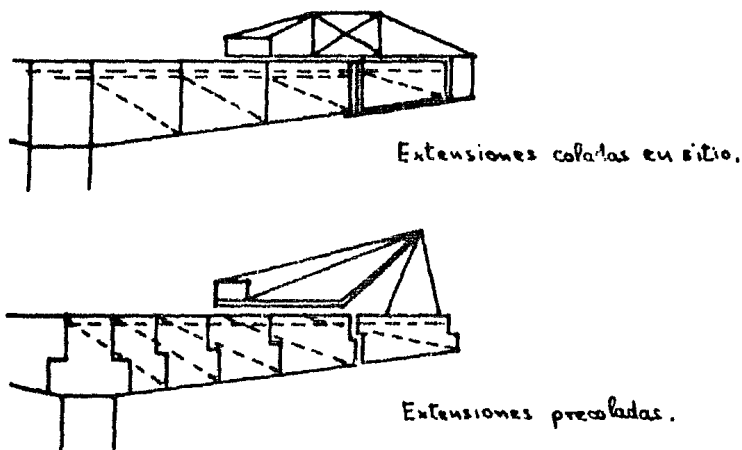


FIGURA 61. Métodos de los voladizos sucesivos.

Los puentes para ferrocarril y para vías rápidas deben ser diseñados para resistir cortantes sumamente grandes y movimientos laterales; se escogen para ellos secciones rectangulares (losas solidas o de nucleo hueco) o unidades en cajón. Debidos a los altos valores del cortante las almas de las secciones son gruesas y fuertemente reforzadas con estribos de acero dulce.

Las ventajas logradas en este tipo de puentes con el concreto presforzado son: claros grandes, estética, economía, reducción en el ruido, - en la vibración y en el tiempo de construcción.

III.6 TANQUES DE CONCRETO PRESFORZADO.

El concreto presforzado en tanques fue empleado primeramente en aquellos destinados a contener agua, en la actualidad se usa en tanques para agua, aceite, gas, drenaje, productos granulares, productos en polvo, líquidos y materiales químicos para procesos, pastas, tanques de presión - para reactores nucleares o gas licuado.

Normalmente el objetivo del presforzado en los tanques, es evitar -

que se originen grietas en el concreto bajo los esfuerzos normales de trabajo, con un margen de seguridad calculado sobre la base de las probabilidades de sobrecarga y de las consecuencias del agrietamiento, en algunas áreas de aplicación son el contenido y la carga sísmica del tanque, lo que controla el diseño.

La sección circular es la empleada en la mayoría de los tanques, con un presforzado circular que elimina los esfuerzos de tensión en cada anillo. Los tendones empleados pueden ser continuos, traslapados entre nervaduras, helicoidales con cruces a 45 grados y verticales.

Se pueden construir también tanques con sección cuadrada, hexagonal, etc., en todos los casos para el diseño deben tenerse en cuenta las deformaciones por asentamientos.

El concreto empleado puede ser colado en sitio o precolado. Cuando se usen techos de domo, estos deben diseñarse, proporcionando acero en dos capas cerca del borde, en la dirección de los meridianos para resistir los movimientos ocasionados por la flexión; además debe colocarse acero dulce para evitar las grietas por contracción y por temperatura antes de ser aplicado el presfuerzo.

Los pisos deben diseñarse para resistir la subpresión hidrostática cuando el tanque se encuentre vacío, una alternativa es anclarlo al subsuelo por medio de varillas con o sin presfuerzo.

III.7 POSTES DE CONCRETO PRESFORZADO.

Las propiedades que el concreto presforzado ofrece a la construcción de postes son durabilidad contra la corrosión y la erosión en zonas desérticas, ductilidad y durabilidad contra la congelación y el deshielo en temperaturas frías y regiones montañosas, apariencia limpia y pulcra en el transcurso del tiempo, resistencia al fuego.

Los postes de concreto presforzado se han usado para:

1. Líneas de energía para ferrocarril y para señales.
2. Alumbrado.
3. Mástiles para antenas.
4. Apoyos para tuberías aéreas.
5. Líneas telefónicas.
6. Líneas de transmisión de energía eléctrica de bajo voltaje.
7. Líneas de transmisión de energía eléctrica de alto voltaje.

En el diseño de los postes de concreto se siguen diferentes criterios, entre estos se encuentran por ejemplo, dotar de una conexión a tierra a los postes que llevan corriente eléctrica, considerar los efectos

de la ruptura de los alambres a tensión, incluyendo la torsión y el impacto; la carga de viento y sísmica son en ocasiones factores importantes, - también se debe considerar el efecto de colisiones y el comportamiento - posterior a estas.

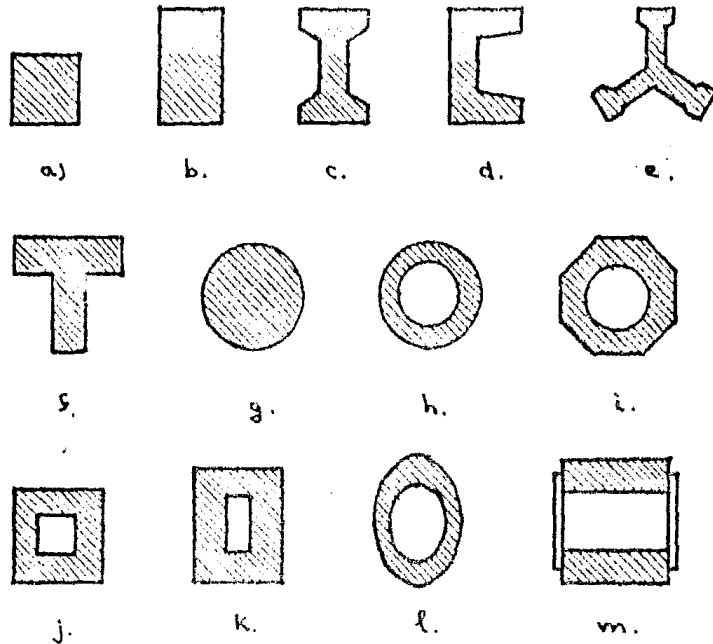


FIGURA 62. Secciones de postes hechos de concreto presforzado.

El máximo momento resistente se debe localizar en la base del poste, en donde se requiere además una cierta resistencia elástica y una "dureza" plástica satisfactoria, esto se puede obtener incluyendo refuerzo de acero de alta resistencia o torones adicionales sin presfuerzo.

El diseño de un poste generalmente está regido por la torsión y la flexión en la línea de ruptura, esto hace que las secciones adecuadas sean las cuadradas, rectangulares y las secciones H, por ello son estas - las que se emplean con mayor frecuencia.

Se debe considerar en el diseño, la disminución de la resistencia a la flexión, causada por el acartelamiento (sección variable) en el poste, ya que, al ser menores las secciones aumenta el presfuerzo efectivo (compresión). Se evita el efecto del acartelamiento por ejemplo, evitando la

adherencia, cortando o doblando algunos de los tendones a la mitad de la altura, etc. El cambio de las secciones de concreto o de acero debe ser gradual.

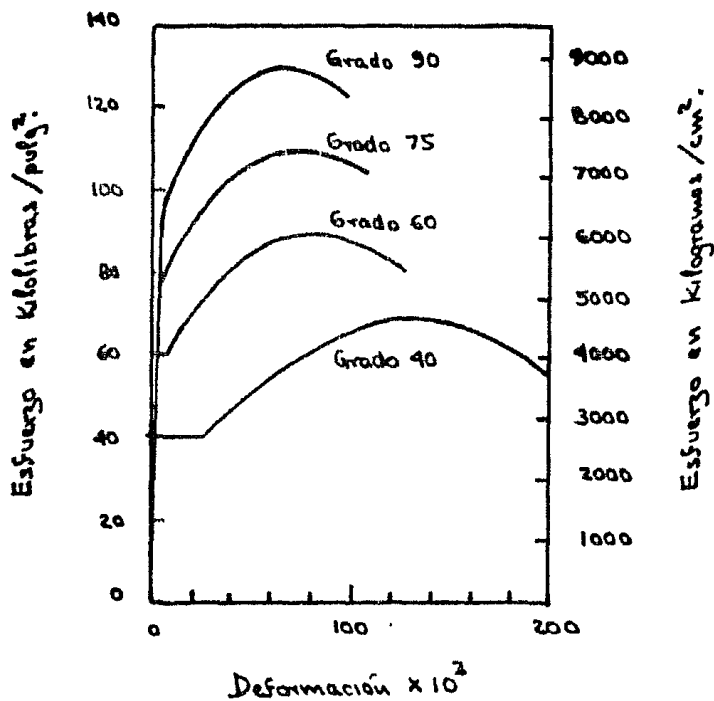
III.8 DURMIENTES PARA FERROCARRIL DE CONCRETO PRESFORZADO.

Las ventajas que el concreto presforzado ofrece en la construcción de durmientes para ferrocarril son, anclaje y estabilidad para los rieles soldados, una vida estimada de aproximadamente el doble de los de madera, eliminación de los cortes bajo los rieles por la acción de cargas pesadas y un mantenimiento muy reducido para las vías y el balasto. El uso de este tipo de durmientes se ha visto favorecido por el deseo de tener cargas más pesadas por eje y velocidades mayores, sin embargo, se ha retardado por su alto costo inicial y en algunos casos por el fácil acceso a la madera.

Los durmientes de concreto presforzado son uno de los elementos individuales más pequeños que se fabrican, sin embargo, se usan en grandes cantidades y bajo condiciones extremadamente severas, por lo que, merecen una atención muy especial en su desarrollo, diseño y fabricación.

APENDICE A.

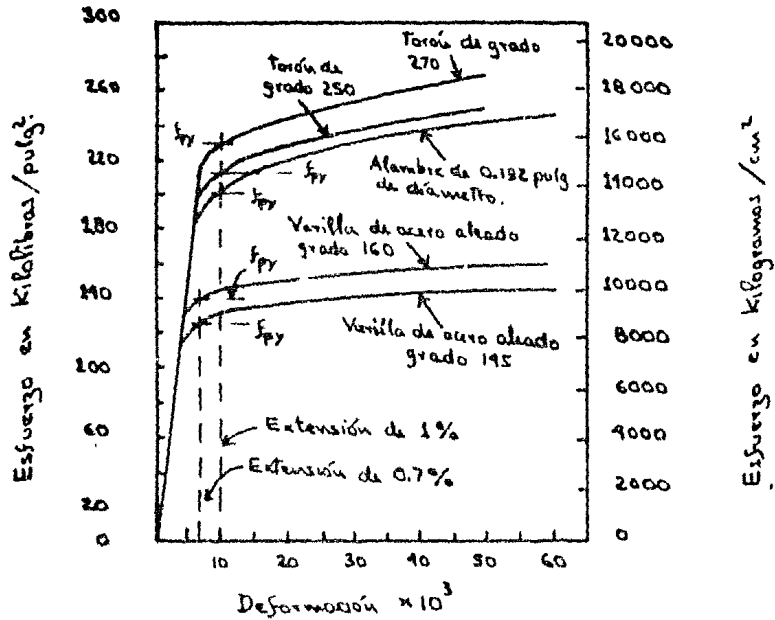
APENDICE A.



$$E_s = 29000.00 \text{ Klb/pulg}^2 = 2.09 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

Curvas de esfuerzo-deformación típicas para varillas de refuerzo corrientes.

APENDICE A.

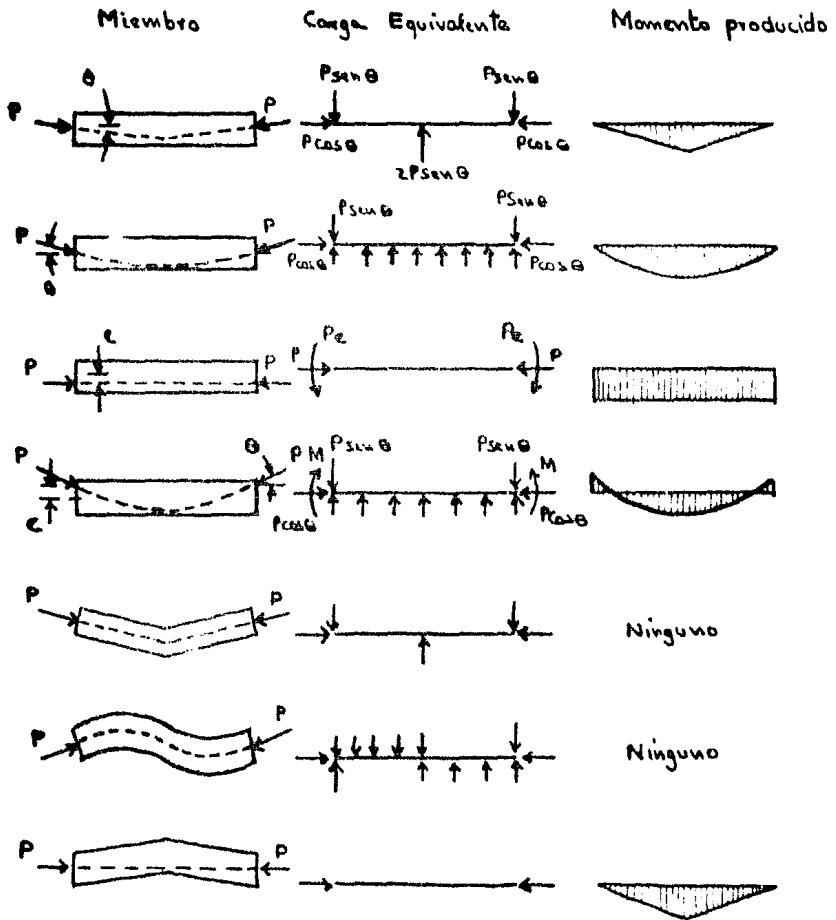


para alambres $E_p \approx 29000 \text{ Klb/pulg}^2 = 2.09 \text{ Kg/cm}^2 \times 10^6$
 para torones $E_p \approx 27000 \text{ Klb/pulg}^2 = 1.90 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$
 para varillas $E_p \approx 27000 \text{ Klb/pulg}^2 = 1.90 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$

Curvas de esfuerzo-deformación típicas para aceros de presfuerzo.

APPENDICE B.

APENDICE B.



Cargas y Momentos Equivalentes producidos por tendones presforzados.

BIBLIOGRAFIA.

1. Arthur H. Nilssón. DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRESFORZADO. (Tr. Luis Consiglieri Echave). México. Limusa. 1982. 604 paginas.
2. T.Y.Lin. DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRESFORZADO. (Tr. Roberto - Martínez Guerra). 6a. Edición corr. y aum. México. Editorial C.E.C.S.A 1980. 703 paginas.
3. Narbey Eluchaturien y German Garfinkel. PRESTRESSED CONCRETE. Mc. Graw Hill. U.S.A. 1969. 460 paginas.
4. Roger Lacroix y Albert Fuentes. HORMIGÓN PRETENSADO. (Tr. Amalio Jaime Rivas Zaragüeta). España. Editores Técnicos Asociados S.A. 1978. 383 paginas.
5. ACI-318-77. REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES DE CONCRETO REFORZADO. (Tr. - I.M.C.Y.C.). México. I.M.C.Y.C. 1980. 608 paginas.
6. Dan E. Branson. DISEÑO DE VIGAS DE CONCRETO PRESFORZADO. (Tr. Carlos - A. García Ferrer). México. I.M.C.Y.C. 1981. 112 paginas.
7. I.M.C.Y.C. DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO COMPRES AL REGLAMENTO / ACI-318-77. México. I.M.C.Y.C. 1983. 3 Vols.
8. Ben C. Gerwick, Jr. CONSTRUCCION DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRESFORZA- DO. (Tr. José Luis Flores Peregrino). México. 1978. 456 paginas.
9. William L. Gamble y Red H. Burns. LOSAS DE CONCRETO REFORZADAS Y PRES- FORZADAS. Revista IMCYC. Núm 141. Dir. M. en C. Cutberto Díaz Gómez. - Mensual. (México, D.F.; Lunes 31 de Enero de 1983). Vol. 20. Paginas - 51-59.
10. W. Durr Bennett Jr. EL PRESFUERZO HACE MAS ECONOMICO EL CONCRETO. Re- vista IMCYC. Núm. 131. Dir. M. en C. Cutberto Díaz Gómez. Mensual. (- México, D.F.; Jueves 31 de Marzo de 1982). Vol. 20. Paginas 35-39.
11. K. Mc. Sweeney. ALMACENAMIENTO DE LIQUIDOS A MUY BAJAS TEMPERATURAS EN TANQUES DE CONCRETO PRESFORZADO. Revista IMCYC. Núm. 137. Dir. M. en C Cutberto Díaz Gómez. Mensual. (México, D.F.; Jueves 30 de Septiembre - de 1982). Vol. 20. Paginas 23-37.
12. Norman L. Scott. CONCRETO PREFABRICADO Y PRESFORZADO; PERSPECTIVA PARA LOS '80 EN ESTADOS UNIDOS Y CANADA. Revista IMCYC. Núm 144. Dir. M. en C. Cutberto Díaz Gómez. Mensual. (México, D.F.; Sábado 30 de Abril de 1983). Vol 21. Paginas 27-31.

ERRATAS:

1. Las acotaciones de las figuras que ilustran las vigas, en la pagina - 167 deben ser de acuerdo a claros de 9.00 m., es decir, en lugar de - 9.00 debe decir 4.50 m.
2. En la figura de la pagina 178 los nombres $Q_{mín}$ y $Q_{máx}$ deben estar intercambiados.
3. La segunda tabla de la pagina 186 es para las condiciones de servicio con carga movil en los dos claros.
4. El encabezado de la primera tabla de la pagina 187 debe decir: Carga - viva en un solo claro.
5. El encabezado de la segunda columna de la primera tabla de la pagina - 187 debe ser:

$$-\eta \frac{P_L}{A} \left(\frac{e_c}{r^2} + 1 \right).$$