

28
65



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

**Facultad de Ingeniería
División de Ingeniería Civil, Topográfica
y Geodésica**

**DISEÑO DE UN SILO DE ESTRUCTURA
METALICA UTILIZANDO VARIOS
METODOS DE ANALISIS**

TESIS PROFESIONAL
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A
JOSE LUIS ESQUIVEL AVILA

México, D. F.

1984



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

	Pág.
CAPITULO 1. INTRODUCCION	1
CAPITULO 2. TEORIA GENERAL DE PLACAS CILINDRICAS DELGADAS	10
CAPITULO 3. METODOS DE ANALISIS PARA OBTENER LAS PRESIONES INTERNAS SOBRE LA PARED DEL SILO	36
CAPITULO 4. COMPARACION DE METODOS Y OBTENCION DE ELEMENTOS MECANICOS	99
CAPITULO 5. OBTENCION DE ELEMENTOS MECANICOS DEBIDOS A VIENTO Y A SISMO	130
CAPITULO 6. DISEÑO DE LA PARED CILINDRICA	147
CAPITULO 7. DISEÑO DE LA CUBIERTA	151
CAPITULO 8. CUANTIFICACION DEL MATERIAL Y COMPARACION CON SILOS COMERCIALES	181
CAPITULO 9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	183
REFERENCIAS	187
RECONOCIMIENTOS	190

1. INTRODUCCION

La irregularidad del rendimiento de las cosechas y de su distribución en el mundo ha provocado siempre un consumo desigual de cereales y como consecuencia, ciertas alteraciones de su precio. (1).

Por ello ha sido preciso construir estaciones de almacenaje que permitan asegurar un consumo más uniforme de los productos y mayor regularidad en su cotización. (26).

En la actualidad tiende a generalizarse este almacenaje, que se efectúa preferentemente en silos para el trigo, el maíz, el centeno, la avena, etc; suprimiendo el costoso empleo de sacos y reduciendo los gastos de mano de obra.

Los silos se construyen generalmente de acero, de concreto armado y/o de concreto presforzado, y se componen de celdas yuxtapuestas de secciones variables o constantes y de gran altura o comunmente de una sola celda, terminadas en su base con tolvas de vaciado y cerradas en su parte superior por una cubierta a veces hermética sobre la que se instalan los aparatos de llenado de las celdas.

Un esquema elemental de instalación de silos comprende:

De la figura No. 1.1 .

Una fosa de recepción, "F", en la que se vierten los cereales a su llegada; un elevador, "E" que toma los granos del foso y los eleva al piso situado por encima de las celdas; una cinta transportadora superior, "T", que conduce los granos desde el punto de vertido del elevador hasta el orificio de llenado de las celdas; las celdas de los silos, "C", propiamente dichas, una cinta transportadora inferior, "P", que recoge el grano procedente de las celdas y que continua el ciclo descrito.

El circuito antes mencionado puede ser "abierto", es decir, que el material al aire libre es almacenado en los silos por medio de los transportadores, ya sea helicoidales, cangilones o bandas, además se instalan otros aparatos destinados a la limpieza, pesado y remoción del grano, cuya descripción no se tratará aquí.

El estudio de la construcción de los silos y de los esfuerzos provocados por los materiales ensilados corresponde al Ingeniero, y es aquí en el diseño donde se fija nuestro interés y de lo cual tratará esta tesis, procurando hacer un análisis comparativo de varios métodos propuestos por autores con diferentes criterios.

El arreglo general de la planta en la cual se encuentra ubicada la estructura que nos ocupa, se muestra en la fig No. 1.2 .

Esta planta se localiza cerca de la ciudad Tampico, Tamaulipas y es propiedad de la empresa denominada "Terminales del Golfo, S.A.", la cual maneja y almacena cereales y granos para exportación e importación con transporte marítimo.

Como una generalidad daremos a continuación la explicación que nos da la Enciclopedia Salvat de la palabra, Silo... Construcción especial industrial generalmente construida con estructura de concreto armado, destinado al almacenamiento y conservación de aquellas mercancías fácilmente deteriorables si permanecen expuestas a la acción de los agentes atmosféricos.

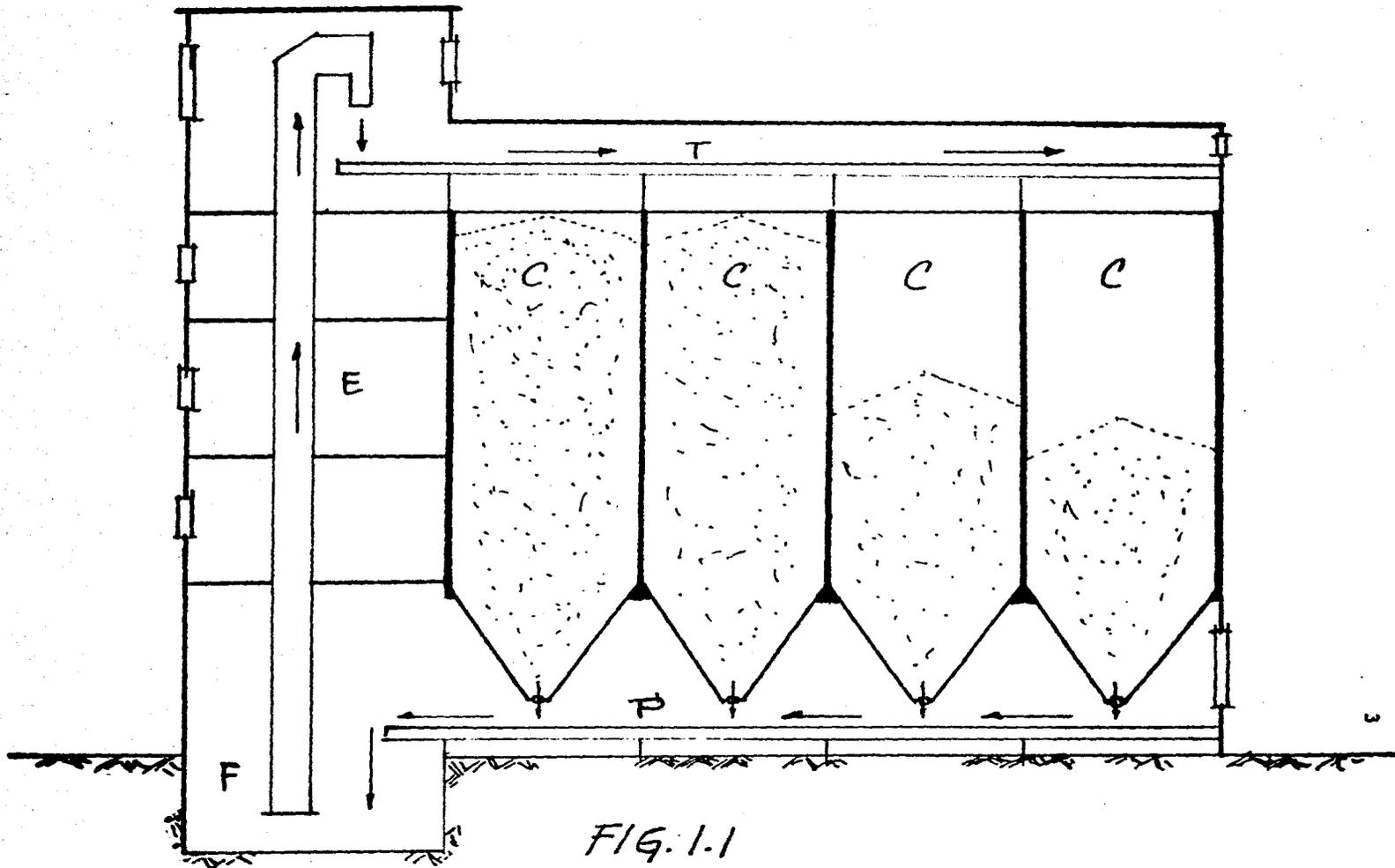
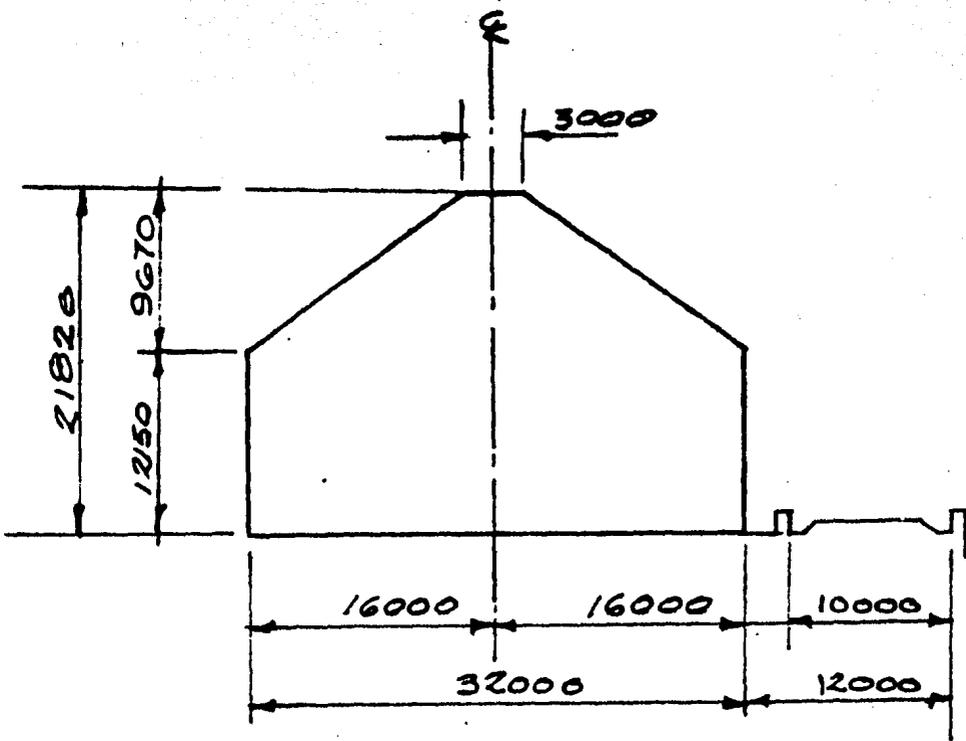


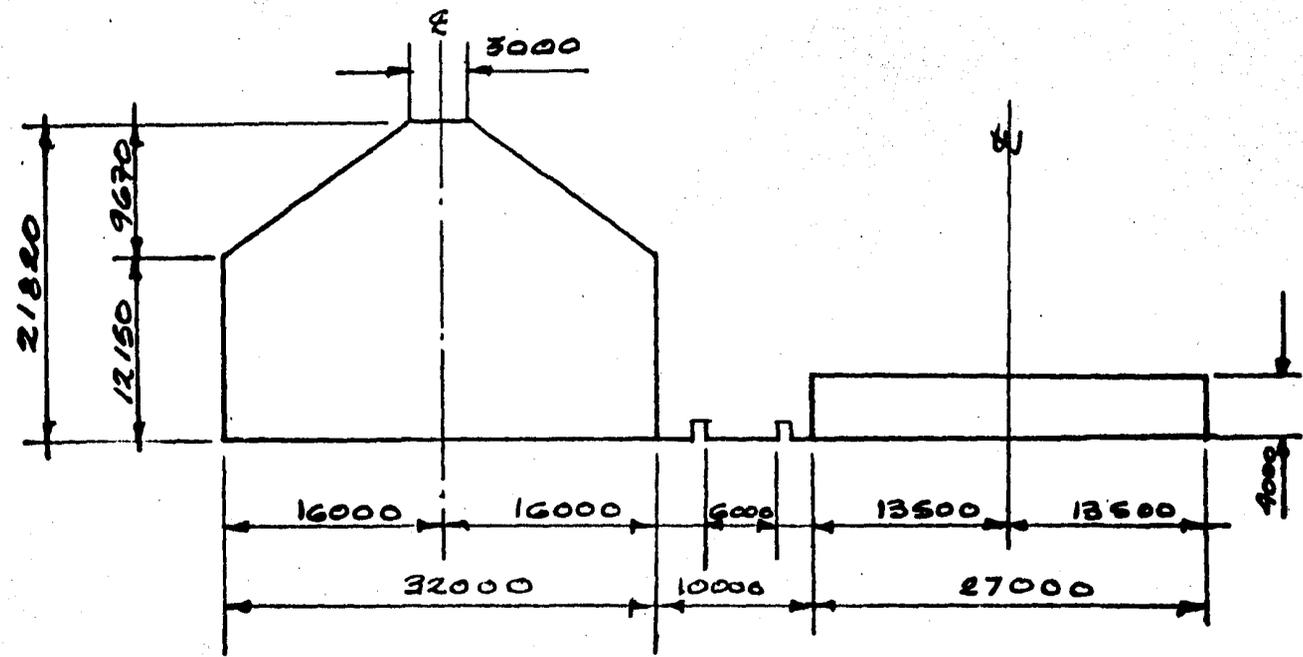
FIG. 1.1



SECCION A-A

FIG. 2.1

4.2



SECTION B-B

FIG. 12.2

En particular, tales mercancías son los cereales, y más concretamente el trigo y el arroz, los forrajes, algunos minerales, etc. Los silos usados particularmente para los cereales se clasifican en silos de conservación y silos de tránsito, los primeros situados en los centros agrícolas o en el interior de las grandes fincas, son idóneos para conservar partidas de cereales; los silos de tránsito se hallan enclavados en los grandes puertos de importación y exportación de grano; consisten en enormes edificios a los que van las grandes partidas desembarcadas y desde los cuales son distribuidas hacia los diversos destinos. Los silos están dotados de numerosas e importantes instalaciones mecánicas y dispositivos especiales para llevar a cabo el ensilaje de las mercancías y su recogida. Dichas instalaciones son los elevadores, los transportadores de cinta, las tolvas de descarga, las básculas automáticas, las máquinas para el ensacado, etc. Son característicos los elevadores neumáticos, que sirven especialmente para realizar con rapidez la descarga de gran cantidad de toneladas de trigo. Los silos para forraje, se construyen generalmente en forma circular, a fin de evitar que se puedan formar bolsas de fermentación y, por tanto, de putrefacción, cosa que ocurriría en los ángulos de una sección cuadrada o rectangular donde es mucho más difícil comprimir bien el forraje. El ensilado del forraje, es decir, su cuidadosa estiba, tiene por objeto excluir lo más posible el paso del aire, o más exactamente, el del oxígeno, bajo cuya acción la sustancia vegetal queda sometida a la fermentación butírica, a la putrefacción y, en consecuencia, al desarrollo de mohos y hongos. Por lo tanto, los silos deben poseer una perfecta cubierta de cierre, dotada de sistemas especiales de elevación y compresión; además, las aberturas necesarias para efectuar las operaciones de carga y descarga deben ser de cierre perfecto o hermético.

Los materiales más usados para la construcción de silos son el acero y el concreto armado (2). Y ésta puede ser una primera división o clasificación, además, podemos decir que los silos se subdividen según sus capacidades de almacenaje en pequeñas instalaciones individuales, llamadas de granja y en grandes instalaciones colectivas, de tipo cooperativo, industrial o portuario; y que la elección del material adoptado depende con la máxima frecuencia del costo de la construcción e incluso del destino

de los silos, según la mayor o menor duración prevista para el almacenaje de cereales, de la cual depende, así mismo, su modo de conservación más racional y más económico; obviamente el clima es un factor fundamental, pero el cliente guiado por el criterio del Ingeniero es el que finalmente decide.

Cuando se prevee un almacenaje de larga duración es conveniente la conservación de los cereales en atmósfera confinada, en silos herméticos de placa de acero, mientras que en las instalaciones con gran circulación de grano y, por consiguiente, con almacenaje de corta duración, la conservación de los cereales, después del secado previo, se hace en atmósfera ventilada. (1).

Los estudios sobre atmósfera confinada comenzaron en 1853 por Doyeres, después en 1878 por el físico Muntz, Blanc en 1936 y Cootaz en 1943 y Oxleg y Hyde en 1955, en los cuales coinciden que la conservación del grano se realiza con una atmósfera al 12% de bioxido de carbono y al 15% de humedad, aproximadamente, con lo cual se reduce la aceleración de la vida del grano y el desarrollo de microorganismos que son las principales causas de descomposición del grano.

Mientras, la conservación por ventilación de los granos fue estudiada por "Arles" buscando con la aereación el mismo objetivo de conservar el grano sin que pierda sus propiedades alimenticias originales.

Resumiendo, una clasificación aceptada de silos según su función puede ser la siguiente:

GRANDES CATEGORIAS DE SILOS

Los silos se clasifican en las dos grandes categorías siguientes:

- I. Silos agrícolas
Destinados al almacenaje de cereales:
 - A) Silos de granja
 - B) Silos cooperativos
 - C) Silos portuarios

II. Silos industriales

Destinados a almacenar materiales pulverulentos:

- A) Silos de cemento
- B) Silos de carbón
- C) Silos destinados a almacenar materias diversas: coque, fosfatos, azúcares, etc.

En estas dos categorías existen silos de tránsito y silos de almacenamiento dependiendo del tiempo de ensilado.

El silo que nos ocupa pertenece a un conjunto que puede clasificarse como silos agrícolas, portuarios y de tránsito, ya que el ensilado es temporal y rara vez funcionan como silos de almacenamiento; en los cuales se guarda el producto por largo tiempo en espera de mejores precios de venta.

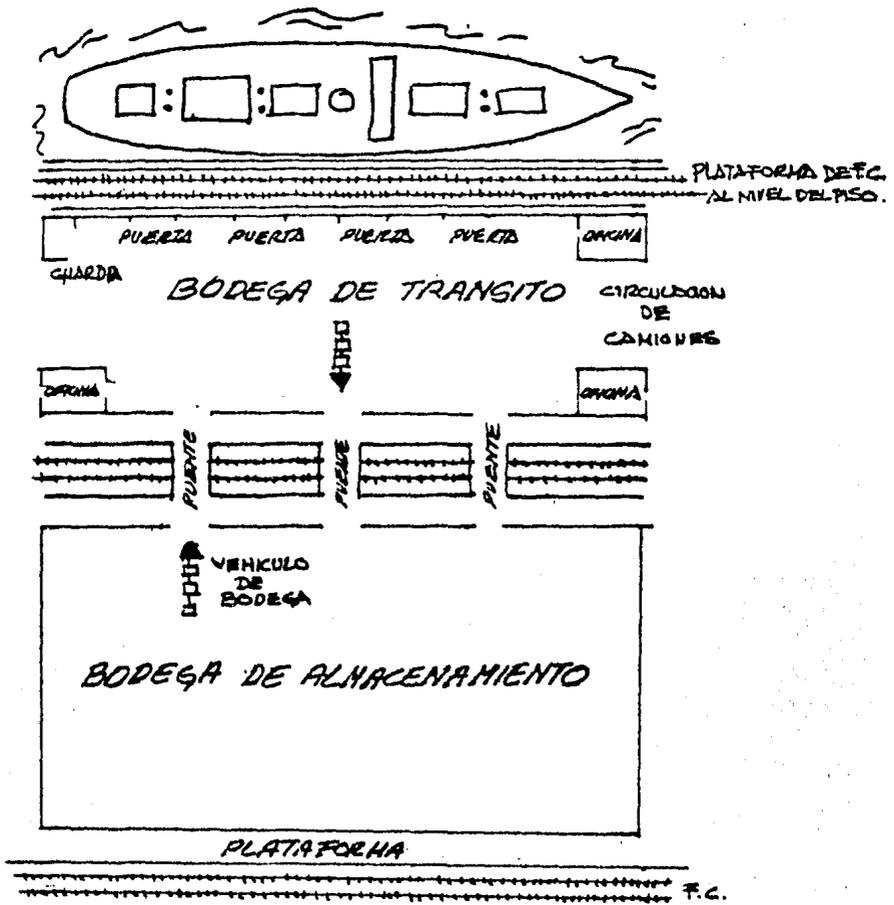
Los silos de almacenamiento sólo se justifican en puertos que exportan grandes cantidades de cereales; esta justificación se apoya principalmente en la necesidad de abastecer el mercado internacional con una gran rapidez para poder hacer frente a la competencia.

Así las baterías de silos en países exportadores tienen capacidades de 300,000 a 600,000 toneladas, mientras que las baterías de los países importadores son pequeñas con capacidades de 15,000 a 40,000 toneladas.

Estos dos casos presentan una gran similitud con los almacenes de depósito y las bodegas de tránsito, cuyo arreglo lo podemos ver en la fig No. 1.3.

El caso más común en los puertos, ya sean de importación o exportación es que los silos sean de tránsito, esto implica no sólo una buena organización de los transportes marítimos y terrestres sino también el establecimiento de un número suficiente de almacenes del producto dentro del hinterland, es decir, de la región terrestre de la cual y hacia la cual se orienta el flujo de los productos que se mueven en el puerto.

Una capacidad conveniente para los silos de tránsito, es aquella que



DISPOSICIÓN IDEAL DE LAS INSTALACIONES DE ALMACENAMIENTO.

FIG. 1.3

permite almacenar el doble de la carga total que transporta la embarcación que haga el servicio.

El método de la "curva de masas" aplicado a una bodega de tránsito puede emplearse para conocer y corregir en caso necesario la operación de los silos de tránsito.

En el siguiente capítulo trataremos la parte teórica y matemática del problema de cascarones y membranas, para la obtención de las fuerzas que obran en éstos.

2. TEORIA GENERAL DE PLACAS CILINDRICAS

2.1 *Placa circular cilindrica cargada simetricamente con respecto a sus ejes*

En aplicaciones prácticas nos encontramos frecuentemente con problemas en los cuales una placa circular cilindrica está sometida a la acción de fuerzas distribuidas simétricamente con respecto a los ejes del cilindro.

La distribución de esfuerzos en calderas cilindricas sometida a la acción de la presión de vapor, esfuerzos en recipientes cilindricos con el eje vertical o teniendo el eje vertical y sujetos a la presión interna de un líquido, y esfuerzos en tubos circulares bajo presión interna uniforme son ejemplos de dichos problemas. (2, 8 y 9).

Para establecer las ecuaciones requeridas para la solución de estos problemas consideramos un elemento como se muestra en las figs 2.1 y 2.2 y consideraremos las ecuaciones de equilibrio. (5, 6 y 7).

Se puede concluir por simetria que las fuerzas cortantes en la membrana $N_{x\phi} = N_{\phi x}$ desaparecen en este caso y las fuerzas N_{ϕ} son constantes a lo largo de la circunferencia. Con respecto a las fuerzas cortantes trans-

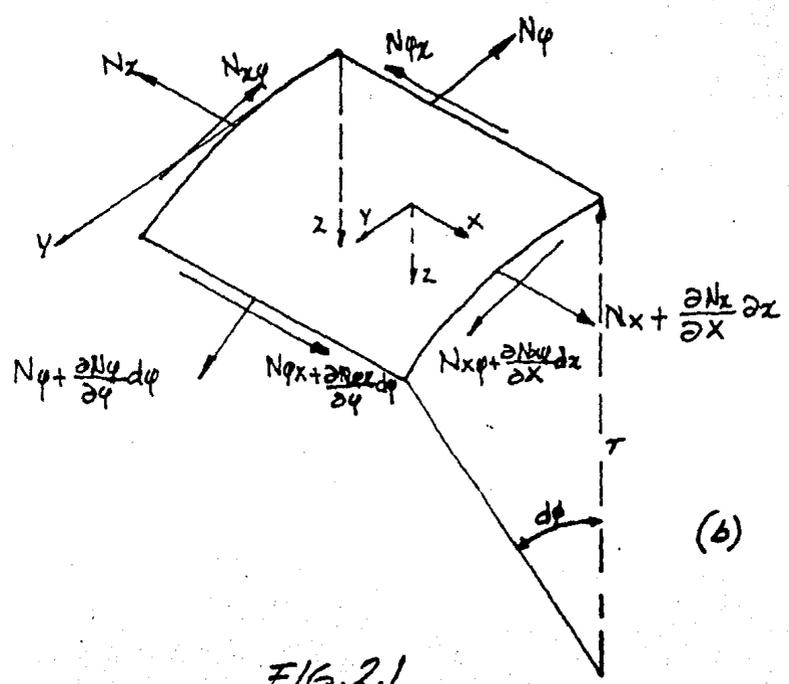
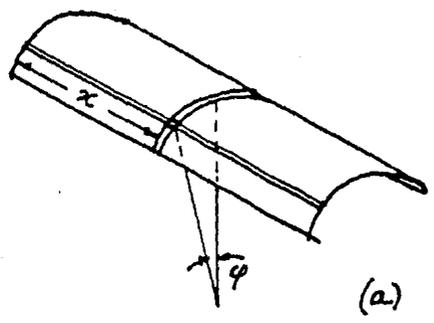


FIG. 2.1

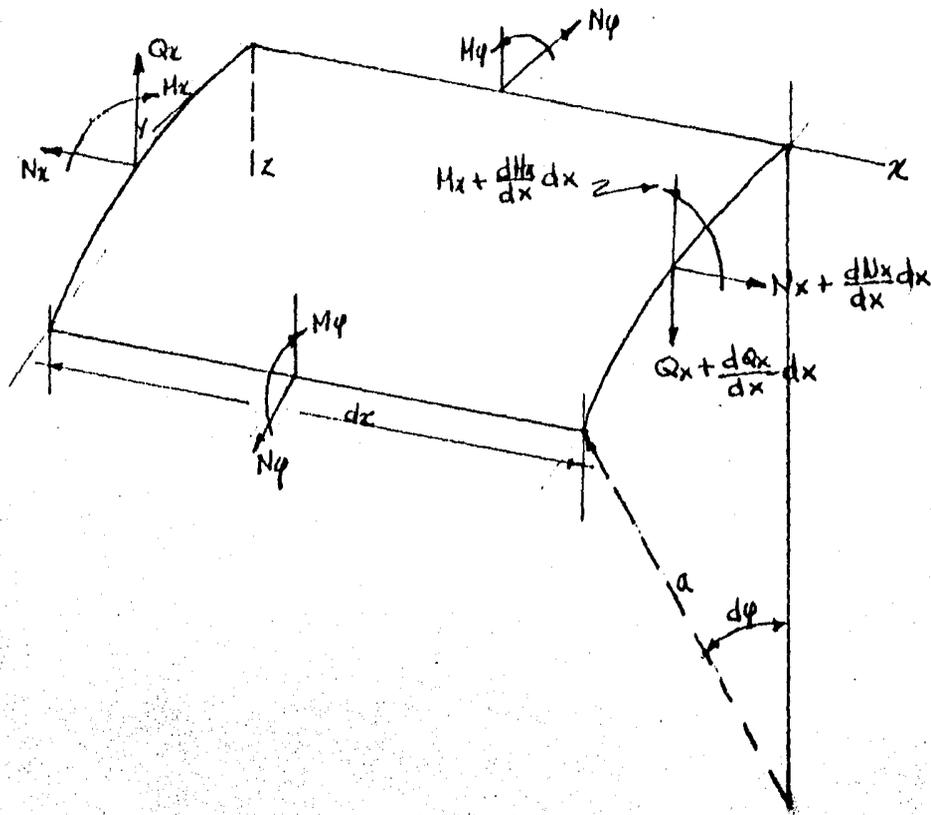


FIG. 2.2

versales, se puede también concluir por simetría que solamente las fuerzas Q_x no desaparecen. Considerando los momentos actuando sobre el elemento de la fig 2.2 podemos concluir por simetría que los momentos de giro $M_{x\phi} = M_{\phi x}$ desaparecen y que el momento flexionante M_ϕ es constante, a lo largo de la circunferencia. Bajo tales condiciones de simetría tres de las seis ecuaciones de equilibrio de el elemento son satisfechas idénticamente y tenemos que considerar solamente las tres ecuaciones restantes. Estas se obtienen de proyectar las fuerzas sobre los ejes "X" y "Z" y tomando momentos de las fuerzas alrededor del eje "Y". Suponiendo que las fuerzas externas consisten solamente de una presión normal a la superficie, estas tres ecuaciones de equilibrio son

$$\frac{d N_x}{dx} a dx d\phi = 0 \quad (1)$$

$$\frac{d Q_x}{dx} a dx d\phi + N_\phi dx d\phi + Za dx d\phi = 0$$

$$\frac{d M_x}{dx} a dx d\phi - Q_x a dx d\phi = 0$$

La primera de estas ecuaciones nos indica que las fuerzas N_x son constantes, (el efecto de estas fuerzas sobre la flexión no se tomará en cuenta en este desarrollo). Y que tomaremos igual a cero en nuestra discusión subsecuente.

Si hay diferencia de cero, la deformación y los esfuerzos correspondientes a tales fuerzas constantes pueden ser fácilmente calculadas y superpuestas sobre los esfuerzos y deformaciones producidas por la carga lateral. Las dos ecuaciones restantes pueden ser escritas de la siguiente forma simplificada:

$$\frac{d Q_x}{dx} a \frac{1}{a} N_\phi = - Z \quad (2)$$

$$\frac{d M_x}{dx} - Q_x = 0$$

Estas dos ecuaciones contienen tres incógnitas: N_x , Q_x y M_x para resolver el problema debemos considerar los desplazamientos de los puntos en la mitad de la superficie del cascarón.

Por simetría concluimos que la componente "v" del desplazamiento en la dirección de la circunferencia desaparece. Entonces consideraremos solamente las componentes "u" y "w" en las direcciones x y z, respectivamente.

Las expresiones de las componentes de la deformación son:

$$\epsilon_x = \frac{du}{dx} \quad ; \quad \epsilon_\phi = -\frac{w}{a} \quad (3)$$

Entonces aplicando la ley de Hooke, tenemos:

$$N_x = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\epsilon_x + \nu \epsilon_\phi) = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left(\frac{du}{dx} - \nu \frac{w}{a} \right) = 0 \quad (4)$$

$$N_\phi = \frac{Eh}{1-\nu^2} (\epsilon_\phi + \nu \epsilon_x) = \frac{Eh}{1-\nu^2} \left(-\frac{w}{a} + \nu \frac{du}{dx} \right) = 0$$

De la primera de estas ecuaciones tenemos que:

$$\frac{du}{dx} = \nu \frac{w}{a}$$

Y de la segunda ecuación:

$$N_\phi = -\frac{Eh w}{a} \quad (5)$$

Considerando los momentos flexionantes, concluimos por simetría que no hay cambio de curvatura en la dirección circunferencial. La curvatura en la dirección "x" es igual a $-d^2w/dx^2$.

Utilizando la misma ecuación que para placas obtenemos:

$$M_{\phi} = \nu M_x \quad (6)$$

$$M_x = -D \frac{d^2 \omega}{dx^2}$$

Donde: $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ es la rigidez a flexión del cascarón.

Regresando a las ecuaciones (2) y eliminando Q_x de estas ecuaciones, obtenemos:

$$\frac{d^2 M_x}{dx^2} + \frac{1}{a} N_{\phi} = -Z$$

Y usando las ecuaciones (5) y (6), obtenemos:

$$\frac{d^2}{dx^2} \left(D \frac{d^2 \omega}{dx^2} \right) + \frac{Eh}{a^2} \omega = Z \quad (2.1.1)$$

Todos los problemas de deformación de cascarones circulares cilindricos se reducen a la integración de la ec (2.1.1).

La aplicación simplista de esta ecuación cuando el espesor del cascarón es constante nos da bajo tales condiciones que la ec (2.1.1) es:

$$D \frac{d^4 \omega}{dx^4} + \frac{Eh}{a^2} \omega = Z \quad (2.1.2)$$

Usando la notación:

$$\beta^4 = \frac{Eh}{4a^2 D} = \frac{3(1-\nu^2)}{a^2 h^2} \quad (2.1.3)$$

La ec (2.1.2) puede ser representada en la siguiente forma simplificada.

$$\frac{d^4 \omega}{dx^4} + 4\beta^4 \omega = \frac{Z}{D} \quad (2.1.4)$$

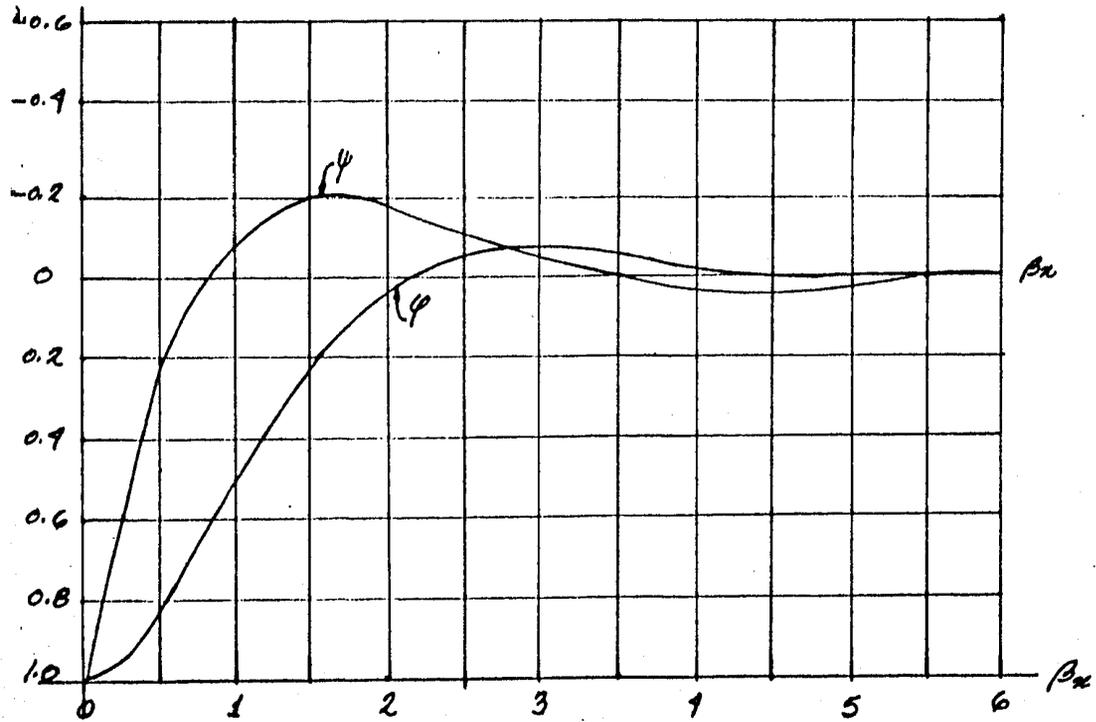


FIG. 2.2'

Esta es la misma ecuación que la que se obtiene para una barra prismática con una rigidez a la flexión D , soportada por una cimentación elástica⁽⁹⁾ continua y sometida a la acción de una carga de intensidad "Z". La solución general de esta ecuación es:

$$\omega = e^{\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) + f(x) \quad (2.1.5)$$

En la cual $f(x)$ es una solución particular de la ec (2.1.4), y C_1 , C_2 , C_3 y C_4 son las constantes de integración, las cuales deben determinarse en cada caso en particular dependiendo de las condiciones de apoyo en los extremos del cilindro.

Tomando, como ejemplo un tubo circular, sujeto a la acción de momentos flexionantes M_0 y fuerzas cortantes Q_0 , ambos uniformemente distribuidos alrededor del apoyo extremo cuando $x = 0$ (fig 2.3).

En este caso no hay presión Z distribuida sobre la superficie del cascarón, y $f(x) = 0$ en la solución general de la ec (2.1.5). Donde las fuerzas aplicadas en el extremo cuando $x = 0$, producen una flexión local la cual desaparece rápidamente a una distancia x del extremo cargado, concluimos que el primer término del lado derecho de la ec (2.1.5) desaparece.

Donde $C_1 = C_2 = 0$ y obtenemos

$$\omega = e^{-\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) \quad (7)$$

Las dos constantes C_3 y C_4 pueden determinarse de las condiciones de frontera en el extremo cargado las cuales pueden escribirse como sigue:

$$\begin{aligned} (M_x)_{x=0} &= -D \left(\frac{d^2 \omega}{dx^2} \right)_{x=0} = M_0 \\ (Q_x)_{x=0} &= \left(\frac{d M_x}{dx} \right)_{x=0} = -D \left(\frac{d^3 \omega}{dx^3} \right)_{x=0} = Q_0 \end{aligned} \quad (8)$$

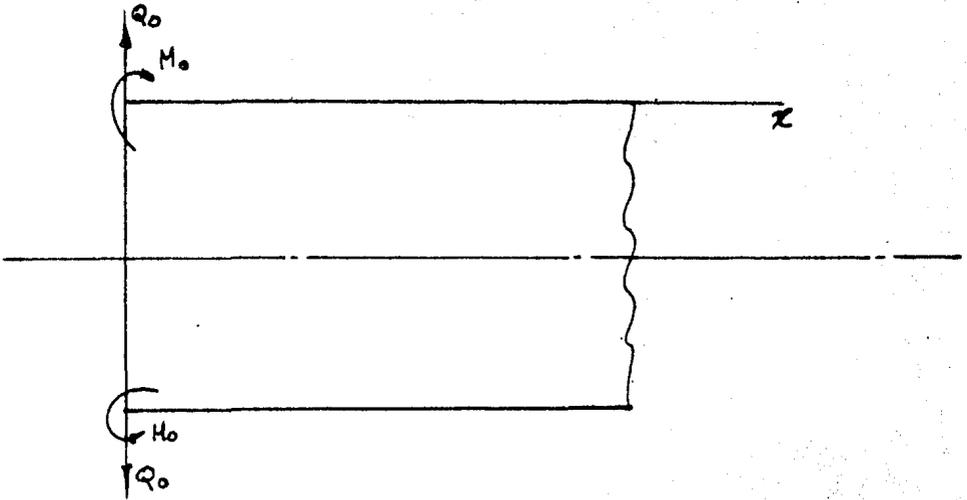


FIG. 2.3

Substituyendo la expresión (7) para ω , obtenemos:

$$C_3 = -\frac{1}{2\beta^3 D} (Q_0 + \beta M_0) ; C_4 = \frac{M_0}{2\beta^2 D} \quad (9)$$

Entonces la expresión final para ω es:

$$\omega = \frac{e^{-\beta x}}{2\beta^3 D} \left(\beta M_0 (\sen \beta x - \cos \beta x) - Q_0 \cos \beta x \right) \quad (2.1.6)$$

La deflexión máxima se obtiene en el extremo cargado, donde:

$$(\omega)_{x=0} = -\frac{1}{2\beta^3 D} (\beta M_0 + Q_0) \quad (2.1.7)$$

El signo negativo que da para la deflexión resulta del factor que es tomado como positivo en " ω " cuando se acerca hacia el eje del cilindro.

La pendiente en el extremo cargado se obtiene derivando la expresión (2.1.6) la cual nos da:

$$\begin{aligned} \left(\frac{d\omega}{dx} \right)_{x=0} &= \frac{e^{-\beta x}}{2\beta^2 D} \left(2\beta M_0 \cos \beta x + Q_0 (\cos \beta x + \sen \beta x) \right)_{x=0} = \\ &= \frac{1}{2\beta^2 D} (2\beta M_0 + Q_0) \end{aligned} \quad (2.1.8)$$

Introduciendo la notación:

$$\begin{aligned} \phi(\beta x) &= e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sen \beta x) \\ \psi(\beta x) &= e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sen \beta x) \\ \theta(\beta x) &= e^{-\beta x} \cos \beta x \\ \zeta(\beta x) &= e^{-\beta x} \sen \beta x \end{aligned} \quad (2.1.9)$$

Las expresiones para la deflexión y sus derivadas consecutivas pueden representarse de la siguiente forma simplificada

$$\omega = -\frac{1}{2\beta^3 D} \left[\beta M_0 \psi(\beta x) + Q_0 \theta(\beta x) \right]$$

$$\frac{d\omega}{dx} = \frac{1}{2\beta^2 D} \left[2\beta M_0 \theta(\beta x) + Q_0 \phi(\beta x) \right] \quad (2.1.10)$$

$$\frac{d^2\omega}{dx^2} = -\frac{1}{2\beta D} \left[2\beta M_0 \phi(\beta x) + 2Q_0 \zeta(\beta x) \right]$$

$$\frac{d^3\omega}{dx^3} = \frac{1}{D} \left[2\beta M_0 \zeta(\beta x) + Q_0 \psi(\beta x) \right]$$

Analizando las funciones $\phi(\beta x)$ y $\psi(\beta x)$ observamos que entre más grande es βx las funciones tienden a cero, lo que indica que la flexión producida en el cascarón es de carácter local. (Fig. 2.2')

Finalmente el momento M_x y la deflexión ω pueden obtenerse de las expresiones (2.1.10), el momento M_0 se obtiene de la primera de las ecuaciones (6) y el valor de la fuerza N_0 de la ec (5).

Así toda la información necesaria para el cálculo de esfuerzos en el cascarón puede ser determinada.

SOLUCION PARTICULAR PARA TANQUES CILINDRICOS CON ESPESOR DE PARED UNIFORME

Si un tanque es sometido a la acción de la presión de un líquido, como se muestra en la fig 2.4, los esfuerzos en la pared pueden ser analizados usando la ec (2.1.4). Substituyendo en esta ecuación

$$Z = -\gamma (d - x) \quad (a)$$

Donde γ es el peso por unidad de volumen del líquido, obtenemos:

$$\frac{d^4\omega}{dx^4} + 4\beta^4\omega = -\frac{\gamma(d-x)}{D} \quad (b)$$

La solución particular de esta ecuación es:

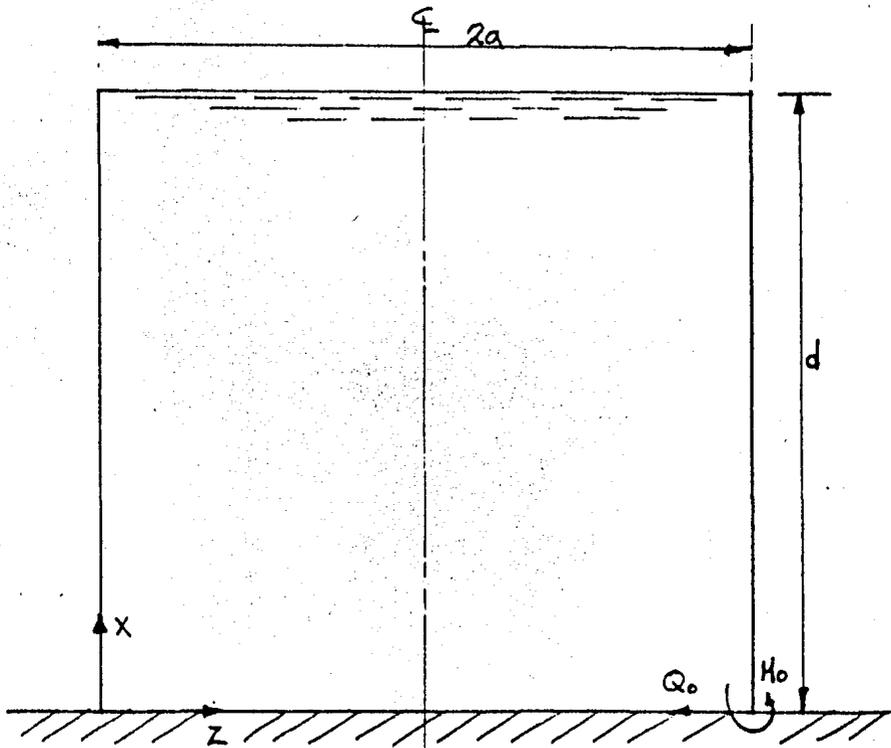


FIG 2.4

$$\omega_1 = -\frac{\gamma(d-x)}{4\beta^4 D} = -\frac{\gamma(d-x)a^2}{Eh} \quad (c)$$

Esta expresión representa la expansión radial de un cascarón cilíndrico con extremos libres bajo la acción de esfuerzos de anillo.

Substituyendo la ec (c) en lugar de $f(x)$ en la ec (2.1.5) obtenemos la solución completa de la ec (b)

$$\omega = e^{\beta x} (C_1 \cos \beta x + C_2 \sin \beta x) + e^{-\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) - \frac{\gamma(d-x)a^2}{Eh}$$

En casos más prácticos el espesor de la pared "h" es pequeño en comparación con el radio "a" y la altura "d" del tanque, por lo que consideraremos al cascarón como infinitamente largo. Las constantes C_1 y C_2 son entonces igual a cero y entonces obtenemos:

$$\omega = e^{-\beta x} (C_3 \cos \beta x + C_4 \sin \beta x) - \frac{\gamma(d-x)a^2}{Eh} \quad (d)$$

Las constantes C_3 y C_4 pueden obtenerse de las condiciones de frontera en el fondo del tanque. Suponiendo que el extremo más bajo en el extremo de la pared está construido con una cimentación absolutamente rígida, las condiciones de frontera son:

$$(\omega)_{x=0} = C_3 - \frac{\gamma a^2 d}{Eh} = 0$$

$$\left(\frac{d\omega}{dx} \right)_{x=0} = \left(-\beta C_3 e^{-\beta x} (\cos \beta x + \sin \beta x) + \beta C_4 e^{-\beta x} (\cos \beta x - \sin \beta x) + \frac{\gamma a^2}{Eh} \right)_{x=0} = \beta (C_4 - C_3) + \frac{\gamma a^2}{Eh} = 0$$

Y de estas ecuaciones obtenemos:

$$C_3 = \frac{\gamma a^2 d}{Eh} \quad ; \quad C_4 = \frac{\gamma a^2}{Eh} \left(d - \frac{1}{\beta} \right)$$

Substituyendo en la expresión (d) tenemos lo siguiente:

$$\omega = -\frac{\gamma a^2}{Eh} d - x - e^{-\beta x} \left(d \cos \beta x + \left(d - \frac{1}{\beta} \right) \operatorname{sen} \beta x \right)$$

Y si usamos la notación de las ecs (2.1.9) tenemos:

$$\omega = -\frac{\gamma a^2 d}{Eh} \left(1 - \frac{x}{d} - \theta(\beta x) - \left(1 - \frac{1}{\beta d} \right) \zeta(\beta x) \right) \quad (e)$$

La expresión anterior nos da la deflexión en cualquier punto de la pared a lo largo del cilindro.

La fuerza N_ϕ en la dirección circunferencial es entonces:

$$N_\phi = -\frac{Eh\omega}{a} = \gamma a d \left(1 - \frac{x}{d} - \theta(\beta x) - \left(1 - \frac{1}{\beta d} \right) \zeta(\beta x) \right) \quad (f)$$

Derivando la ec (e) dos veces obtenemos la expresión del momento flexionante:

$$\begin{aligned} M_x &= -D \frac{d^2 \omega}{dx^2} = \frac{2\beta^2 \gamma a^2 D d}{Eh} \left(-\zeta(\beta) + \left(1 - \frac{1}{\beta d} \right) \theta(\beta x) \right) \\ &= \frac{\gamma a d h}{\sqrt{12} (1 - \gamma^2)} \left(-\zeta(\beta x) + \left(1 - \frac{1}{\beta d} \right) \theta(\beta x) \right) \quad (g) \end{aligned}$$

Con las expresiones (f) y (g) los esfuerzos máximos en cualquier punto pueden ser calculados rápidamente para cada caso en particular. El momento flexionante tiene un valor máximo en el fondo del tanque, donde es igual a:

$$\left[M_x \right]_{x=0} = M_0 = \left(1 - \frac{1}{\beta d} \right) \frac{\gamma a d h}{\sqrt{12} (1 - \gamma^2)} \quad (h)$$

El mismo resultado puede ser obtenido usando las ecs (2.1.7) y (2.1.8).

Ahora si suponemos que el extremo inferior del cilindro está libre, de la expresión (c) obtenemos que:

$$(\omega_1)_{x=0} = -\frac{\gamma a^2 d}{Eh} ; \left(\frac{d\omega_1}{dx} \right)_{x=0} = \frac{\gamma a^2}{Eh} \quad (i)$$

Para eliminar el desplazamiento y rotación del extremo es entonces necesario satisfacer las condiciones de frontera en el fondo del tanque.

Una fuerza cortante Q_o y un momento flexionante M_o deben aplicarse como se indica en la fig 2.4 .

La magnitud de cada uno de estos elementos mecánicos pueden obtenerse usando las ecs (2.1.7) y (2.1.8) y la expresión (i) pero con signo contrario.

Esto nos da:

$$-\frac{1}{2\beta^3 D} (\beta M_o + Q_o) = +\frac{\gamma a^2 d}{Eh}$$

$$\frac{1}{2\beta^2 D} (2\beta M_o + Q_o) = -\frac{\gamma a^2}{Eh}$$

De estas ecuaciones obtenemos otra vez la expresión (h) para M_o , mientras que para la fuerza cortante encontramos lo siguiente:

$$Q_o = -\frac{\gamma a d h}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} \left(2\beta - \frac{1}{d} \right) \quad (j)$$

El signo negativo indica que Q_o tiene la dirección que se muestra en la fig 2.4 la cual es opuesta a la dirección usada en la fig 2.3 cuando se dedujeron las ecs (2.1.7) y (2.1.8).

2.2 Deformación de cascarones sin flexión

Teoría de la membrana para cascarones cilindricos

Observando la fig 2.1a y suponiendo que las generatrices del cascarón son horizontales y paralelas al eje "X". Cortamos un elemento infinitesimal del cascarón por medio de dos planos paralelos a las generatrices y de

dos secciones transversales perpendiculares al eje "X", y su posición la definimos por la coordenada "x" y el ángulo "φ".

Aislando el elemento y mostrando las fuerzas que obran sobre él se obtiene la fig 2.f/b .

Tomando los ejes como se muestran en la figura y teniendo en cuenta una carga uniformemente distribuida sobre la superficie del elemento en cuestión, podemos obtener las ecuaciones de equilibrio sumando las fuerzas hacia arriba y en la dirección del eje "X"; así tenemos que:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} r d\phi dx + \frac{\partial N_x}{\partial \phi} d\phi dx + X r d\phi dx = 0 \quad (a)$$

Similarmente, las fuerzas en la dirección de la tangente a la sección transversal normal, es decir, en la dirección "y", nos da la siguiente ecuación de equilibrio:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} r d\phi dx + \frac{\partial N}{\partial \phi} d\phi dx + Y r d\phi dx = 0 \quad (b)$$

Las fuerzas actuando en la dirección normal al cascarón en la dirección "Z" dan la siguiente ecuación:

$$N_\phi d\phi dx + Zr d\phi dx = 0 \quad (c)$$

Después de hacer algunas simplificaciones, podemos representar las tres ecuaciones de equilibrio como sigue:

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial N_x}{\partial \phi} = - X \quad (2.2.1)$$

$$\frac{\partial N_x}{\partial x} + \frac{1}{r} \frac{\partial N}{\partial \phi} = - Y$$

$$N_\phi = - Zr$$

En cada caso particular podemos encontrar rápidamente el valor de N_ϕ .
 Substituyendo este valor en la segunda de las ecuaciones e integrando obtenemos entonces $N_{x\phi}$. Usando el valor de $N_{x\phi}$ en la primera ecuación e integrando obtenemos finalmente el valor de N_x .

Como un ejemplo de aplicación de las ecs (2.2.1) consideraremos un tubo circular horizontal relleno con líquido y soportado en los extremos. Midiendo el ángulo " ϕ " como se muestra en la fig 2.6b y llamando P_0 a la presión interna al eje del tubo, la presión en cualquier punto es $P_0 - \gamma a \cos \phi$ siendo " a " el radio interior del tubo.

Entonces podemos obtener:

$$X = Y = 0 \quad ; \quad Z = -P_0 + \gamma a \cos \phi \quad (d)$$

Substituyendo esta expresión en las ecs (2.2.1) encontramos que:

$$N_\phi = P_0 a - \gamma a^2 \cos \phi \quad (e)$$

$$N_{x\phi} = - \int \gamma a \sin \phi \, dx + C_1(\phi) = - \gamma a x \sin \phi + C_1(\phi) \quad (f)$$

$$N_x = \int r \cos \phi x \, dx - \frac{1}{a} \int \frac{dC_1(\phi)}{d\phi} \, dx + C_2(\phi)$$

$$N_x = \gamma \frac{x^2}{2} \cos \phi - \frac{x}{a} \frac{dC_1(\phi)}{d\phi} + C_2(\phi)$$

Las funciones $C_1(\phi)$ y $C_2(\phi)$ podrán ser determinadas por las condiciones de frontera.

Entonces, primero supondremos que no hay fuerzas N_x en los extremos del tubo.

Entonces:

$$\left[N_x \right]_{x=0} = 0 \quad ; \quad \left[N_x \right]_{x=L} = 0$$

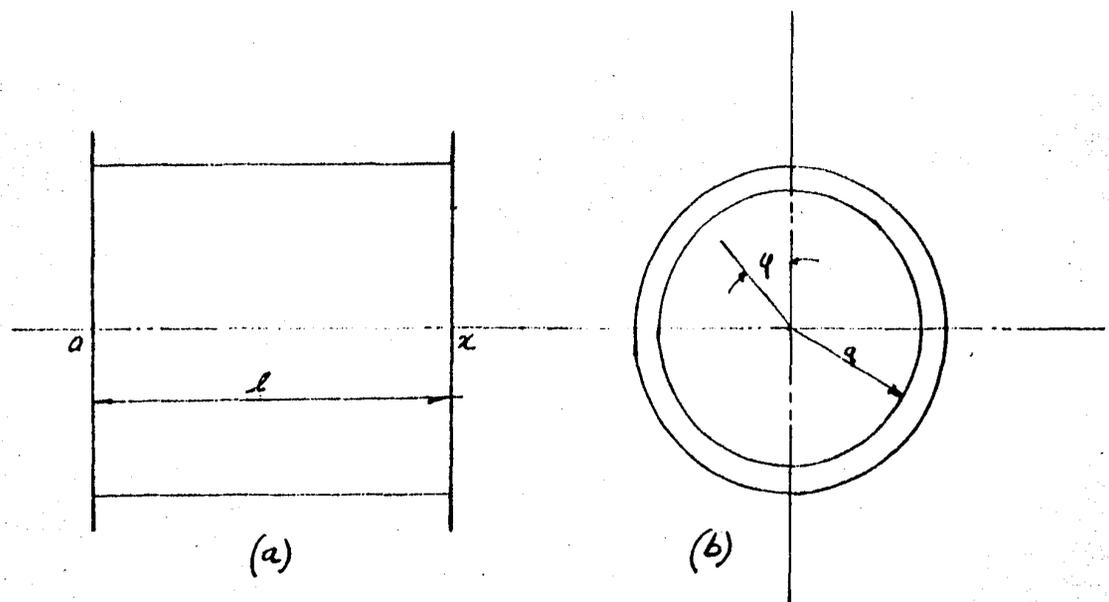


FIG. 2.6

Satisfaremos estas condiciones tomando:

$$C_2(\phi) = 0 \quad C_1(\phi) = \frac{\gamma a \ell}{2} \operatorname{sen} \phi + C$$

Se ve que de la expresión (f) la constante "C" representa fuerzas $N_{x\phi}$ distribuidas uniformemente alrededor de los extremos del tubo como en el caso cuando el tubo está sujeto a un par de torsión.

Si no hay par de torsión aplicado entonces tomaremos a $C = 0$. Y por consiguiente la solución de las ecs (2.2.1) en nuestro caso particular es:

$$\begin{aligned} N_{\phi} &= P_0 a - \gamma a^2 \cos \phi \\ N_{x\phi} &= \gamma a \left(\frac{\ell}{2} - x \right) \operatorname{sen} \phi \\ N_x &= -\frac{\gamma}{2} x (\ell - x) \cos \phi \end{aligned} \quad (2.2.2)$$

Se puede ver que $N_{x\phi}$ y N_x son proporcionales respectivamente, a la fuerza cortante y al momento flexionante de una viga cargada uniformemente de claro " ℓ "; y que se llega a estos resultados aplicando a la viga tubular una carga de magnitud " $\pi a^2 \gamma$ " por unidad de longitud del tubo.

A propósito de una selección correcta de la función $C_2(\phi)$ podemos obtener también una solución del problema para un cascarón cilíndrico con extremos atiesados o fijos. En este caso la longitud de las generatrices permanece sin cambio y tenemos la condición:

$$\int_0^{\ell} (N_x - \nu N_{\phi}) dx = 0$$

Substituyendo:

$$N_x = -\frac{\gamma}{2} x (\ell - x) \cos \phi + C_2(\phi)$$

$$N_{\phi} = P_0 a - \gamma a^2 \cos \phi$$

Obtenemos:

$$C_2(\phi) = vP_0 a + \left(\frac{\ell^2}{12} - va^2 \right) \gamma \cos \phi$$

$$y \quad N_x = -\frac{\gamma x}{2} (\ell - x) \cos \phi + vP_0 a + \left(\frac{\ell}{12} - va^2 \right) \gamma \cos \phi$$

Debido a la acción de las fuerzas N_ϕ y N_x existirá un cierto aumento de deformaciones en la dirección circunferencial en los extremos del tubo, en contradicción con nuestras suposiciones de extremos fijos. Esto indica que habrá en los extremos del tubo flexión local, la cual no es tomada en cuenta, en la teoría de la membrana.

Enseguida veremos las fórmulas que la "ASME" recomienda tomando como base la teoría de la membrana.

2.3 Cálculo de cascarones

A continuación se hará un análisis general del criterio que se utilizó para llegar a las fórmulas establecidas por el A.S.M.E. (13).

Analogías de la resistencia de materiales; el análisis y diseño estructural para el diseño de tanques sometidos a presiones externas e internas, (no sometidos al fuego).

1. Cilindros de pared delgada sujetos a presión interna o externa.

a) Naturaleza de los esfuerzos:

Si el cilindro representado en la fig 2.7 está sometido a presión interior uniforme, en las paredes se producen esfuerzos normales en dos direcciones principales. Los que actúan en la dirección del eje geométrico, se llaman axiales o longitudinales y los que se presentan en la dirección perpendicular se llaman circunferenciales o tangenciales.

Se supone que estos esfuerzos actúan en un elemento como el repre-

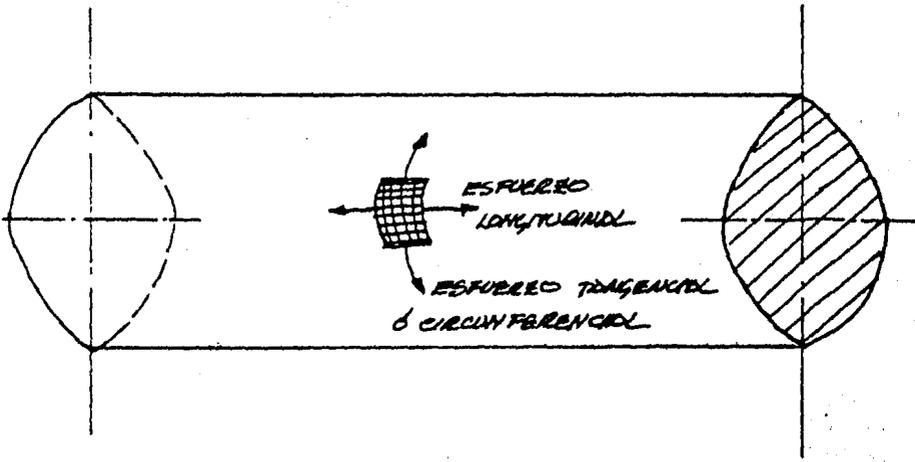


FIG. 27

sentado y lo hacen en el plano de la pared del cilindro.

b) Hipótesis fundamentales

1. Se supone que los esfuerzos de tensión y compresión que se generan en la pared del cilindro, son uniformemente distribuidos. (8).
2. Se supone que las cargas, esfuerzos y deformaciones en las membranas cilíndricas son simétricas con respecto al eje del cilindro.
3. La relación del espesor de la pared al radio de curvatura del cilindro no debe exceder de 0.10 aproximadamente.
4. No se permitirán anillos de refuerzo en el cilindro (porque se tendría que sumar al efecto de membrana el efecto de flexión).
5. No es cierta la teoría de la membrana en las proximidades de las placas, tapa del cilindro por la misma razón que se indica en la hipótesis anterior. (2).
6. Las fórmulas que se obtengan por la teoría de la membrana seguirán siendo válidas si se invierte el sentido de la presión (cuando actúa una presión exterior). (8).
7. No se toma en cuenta el pandeo local de la membrana debido al esfuerzo de compresión. (6).

c) Deducción de las fórmulas para evaluar los esfuerzos circunferencial y tangencial.

1. Consideremos un cilindro de paredes delgadas cerrado con placas en sus extremos y sometido a una presión interior uniforme (P). El espesor de la pared es (t) y el radio interior (R).

Para determinar el esfuerzo circunferencial σ_T consideremos el diagrama de cuerpo libre de medio cilindro con una longitud L (obsérvese que el esfuerzo interno (σ_T) aparece en este diagrama como una fuerza exterior) fig 2.8a; además en la fig 2.8b se muestran las fuerzas que actúan en

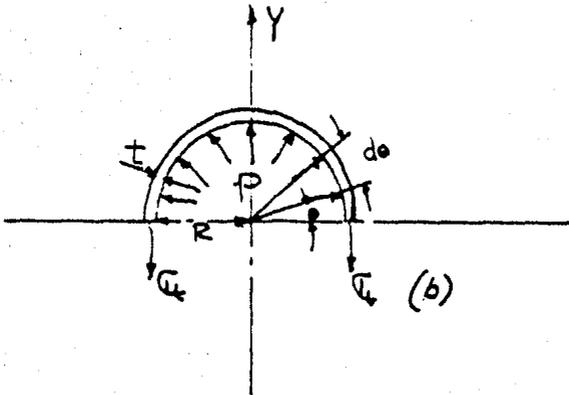
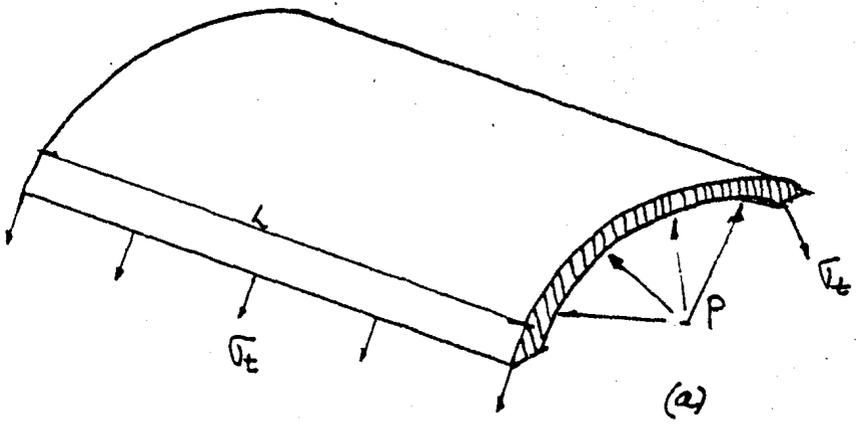


FIG. 2.8

una sección.

Las componentes horizontales de las presiones radiales se anulan entre sí en virtud de la simetría que existe con respecto al eje vertical. Por lo que en la dirección vertical podemos plantear la siguiente ecuación de equilibrio

$$\Sigma F_y = 0$$

$$- 2 \sigma_T t_L + \int_0^\pi PR(d\theta)(\text{sen } \theta) L = 0$$

tomando la integral

$$\int_0^\pi PR(d\theta)(\text{sen}\theta)L = PRL \int_0^\pi \text{sen}\theta d\theta = PRL \left(\cos\theta \right)_0^\pi = PRL(-1-1) = 2 PRL$$

Sustituyendo este valor en la ecuación de equilibrio, tenemos:

$$- 2 \sigma_T t_L + 2 PRL = 0$$

$$\sigma_T = \frac{2 PRL}{2t_L} = \frac{PR}{t} \quad \therefore \quad \sigma_T = \frac{PR}{t} \quad (2.3.1)$$

esfuerzo tangencial o
circunferencial para
fricción interna

Para determinar el esfuerzo tangencial L consideremos una sección dada al cilindro normal a su eje geométrico (fig 2.9).

Planteando la ecuación de equilibrio tenemos:

$$\Sigma F_x = 0$$

$$- P \pi R^2 + 2\pi R t \sigma_L = 0$$

$$\sigma_L = \frac{P \pi R^2}{2\pi R t} = \frac{PR}{2t} \quad \therefore \quad \sigma_L = \frac{PR}{2t} \quad (2.3.2)$$

esfuerzo longitudinal

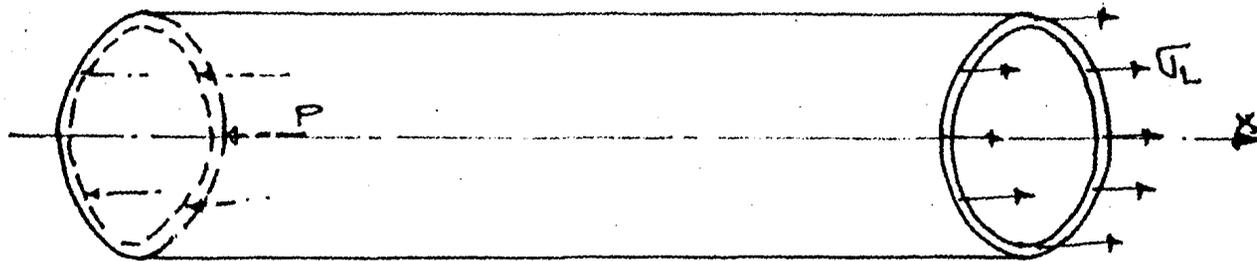


FIG. 2.9

De estas ecuaciones podemos observar que el esfuerzo circunferencial, es el doble del longitudinal por lo que en el cálculo por presión interna del espesor de un cilindro, este esfuerzo (circunferencial) es el que gobierna.

El rango de aplicación de la ecuación de la membrana fué ampliado por el A.S.M.E. mediante una modificación empírica agregando a la ecuación una constante igual a 0.6 . La nueva ecuación resultante se le conoce como ECUACION DE LA MEMBRANA MODIFICADA POR EL A.S.M.E.

Resultado de dicha ecuación como sigue:

$$\frac{S}{P} = \frac{1}{K-1} + 0.6$$

donde:

- S esfuerzo máximo de trabajo permisible en kg/cm² (o en PSI)
- P presión interna, en kg/cm² (o en PSI)
- K Ro/R
- R radio interior sin considerar la corrosión (mm) o (pulg)
- Ro radio exterior del cascarón en mm (o en pulg)
- t espesor mínimo requerido en el cascarón sin agregar la corrosión, en mm (o en pulg).

Si a la ecuación anterior le agregamos la eficiencia de las juntas (E) y el sobreespesor por corrosión (C) la ecuación finalmente queda:

$$t = \frac{PR}{SE - 0.6 P} + C \quad (2.3.3)$$

Fórmula que nos dá el espesor necesario de un cilindro (cascarón) sujeto a presión interna.

Una vez analizado lo anterior, se indicarán las fórmulas especificadas por el A.S.M.E.

1. Esfuerzo circunferencial (juntas longitudinales). Cuando el espesor no exceda de la mitad del radio interior, o P no exceda de 0.385 SE, la siguiente fórmula será aplicada:

$$t = \frac{PR}{SE - 0.6 P} \quad (2.3.4a)$$

6

$$t = \frac{PR_c}{SE + 0.4 P} \quad (2.3.4b)$$

(2.3.4a) Fórmula referida a dimensiones interiores.

(2.3.4b) Fórmula referida a dimensiones exteriores.

- 2) Esfuerzo longitudinal (juntas circunferenciales). Cuando el espesor no exceda de la mitad del radio interior o P no exceda de 1.25 SE la siguiente fórmula será aplicada:

$$t = \frac{PR}{2 SE + 0.4 P} \quad (2.3.5)$$

3. METODOS DE ANALISIS PARA OBTENER LAS PRESIONES INTERNAS SOBRE LA PARED DEL SILO

A continuación veremos los siguientes métodos de análisis:

- 3.1 Método de Janssen
- 3.2 Método de Airy
- 3.3 Método de Zeevaert
- 3.4 Método de Reimbert

CONSIDERACIONES PARA DISEÑO DE SILOS

Cuando las dimensiones de un recipiente, que contiene materiales secos y que está lleno, son tales que el plano de estabilidad del material intersecta la pared opuesta del recipiente y/o que la altura es mayor que una vez y media la dimensión mínima en planta, se dice que se trata de un silo.

Antes de diseñar un silo, o cualquier recipiente habrá que tomar en cuenta, las formas o métodos de llenado y vaciado y en particular la localización de los huecos de salida. La posibilidad de que eventualmente el recipiente se use para contener algún tipo diferente de material no deberá pasarse por alto.

Algunos materiales, tales como la antracita pulverizada o el cemento son capaces de soportarse estables, con una cara casi vertical, una altura de 5 a 7 m; por consiguiente un leve choque en esta cara causará el colapso repentino generando una onda de movimiento del material capaz de golpear la pared del contenedor con gran fuerza. Estas condiciones se producirán en recipientes altos o silos cuando el contenido es decantado o vaciado por una salida excentrica, entonces el impacto de la onda resultante producirá esfuerzos altos y la posible falla de las paredes.

Para recipientes que exceden de 12 m de ancho y que tengan salidas excentricas, el valor que da el cálculo de las fuertes presiones bien podría ser doblado.

Algunos métodos para calcular las presiones sobre muros de silos han

sido deducidos por H. Janssen y por W. Airy y sus procedimientos han sido y son usados extensivamente para silos de concreto reforzado.

Los coeficientes en la fórmula de Janssen se supone que tienen diferentes valores en distintos países o regiones, mientras que los de la fórmula de Airy tienen valores definidos obtenidos experimentalmente. Por esta y otras razones el método de Airy puede ser preferido por varios diseñadores.

Teniendo establecidas las presiones probables sobre las paredes y fondo del silo se procederá a diseñar dichas partes del recipiente para resistir las fuerzas y momentos inducidos por las presiones antes mencionadas.

3.1 Método de Janssen

La deducción y aplicación de la fórmula (4) de Janssen se verá a continuación, basándose en la fig 3.1 .

Donde:

- ω = densidad del material almacenado en el recipiente (kg/m)
- h = profundidad abajo del tope del recipiente del punto para el cual se calculan las presiones (m)
- A = área transversal del recipiente (m)
- U = perímetro de la sección transversal del recipiente (m)
- $R = \frac{A}{U}$ = "radio o peralte hidráulico" de la sección (m)
- ϕ = ángulo de reposo del material contenido (grados)
- ϕ' = ángulo de fricción del material sobre las paredes del recipiente (grados)
- $\mu' = \tan \phi'$
- P_h = intensidad de la presión horizontal sobre las paredes (kg/m²)
- P_v = intensidad de la presión vertical (kg/m²)
- $k = \frac{P_h}{P_v} = \frac{1 - \text{sen } \phi}{1 + \text{sen } \phi}$

Deducción:

Refiriéndonos a la fig 3.1 deduciremos la fórmula de Janssen como sigue:

Por equilibrio de una lamina delgada de espesor dh , tenemos:

$$P_v A + \omega A dh = \left(P_v + \frac{dP_v}{dh} dh \right) A + \mu' P_h U dh$$

ó ;

$$\omega A dh = A \frac{dP_v}{dh} dh - \mu' P_h U dh = 0$$

y substituyendo kP_v por P_h tenemos:

$$\omega A dh - A \frac{dP_v}{dh} dh - \mu' k P_v U dh = 0$$

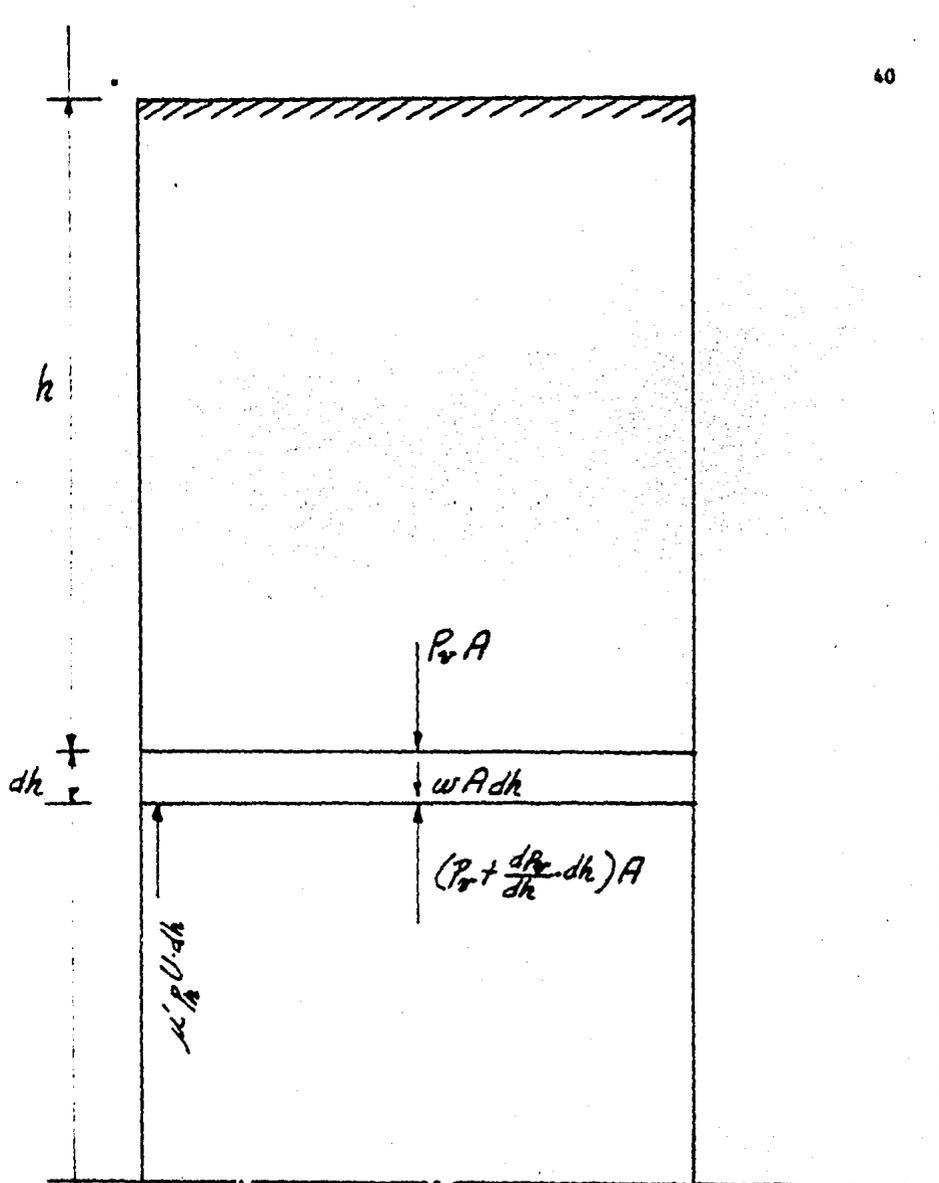


FIG. 3.1

por consiguiente:

$$\omega - \frac{dP_v}{dh} - \mu' k P_v \frac{U}{A} = 0$$

o de otra forma:

$$\omega - \frac{dP_v}{dh} - \frac{\mu' k P_v}{R} = 0$$

Para resolver esta ecuación, las variables deberán ser separadas.

Entonces

$$dP_v = \left(\omega - \frac{\mu' k P_v}{R} \right) dh$$

ó;

$$\frac{dP_v}{\omega - \frac{\mu' k P_v}{R}} = dh$$

y por integración

$$\log_e \left(\omega - \frac{\mu' k P_v}{R} \right) = - \frac{\mu' k}{R} h + C$$

Para valuar la constante de integración recurramos a las condiciones iniciales.

Si $h = 0$, $P_v = 0$ y por consiguiente:

$$C = \log_e \omega$$

Entonces:

$$\log_e \left(\frac{\omega - \frac{\mu' k P_v}{R}}{\omega} \right) = - \frac{\mu' k}{R} h$$

ó;

$$\frac{\omega - \frac{\mu' k P_v}{R}}{\omega} = e^{-\frac{\mu' k}{R} h}$$

$$y; \quad P_v = \frac{\omega R}{\mu' k} \left[1 - e^{-\frac{\mu' k}{R} h} \right] \quad (3.1.1)$$

Y por consecuencia:

$$P_h = k P_v = \frac{\omega R}{\mu'} \left[1 - e^{-\frac{\mu' k}{R} h} \right] \quad (3.1.2)$$

Se ha visto que las presiones son proporcionales a $\frac{A}{U}$, que es una cantidad conocida por los ingenieros hidráulicos como "El Radio Hidráulico" o "El Peralte Hidráulico", el cual es $\ell^2/4\ell = \ell/4$, para un silo cuadrado donde ℓ = longitud del lado del cuadrado. Para un silo circular $\frac{A}{U} = \frac{\pi d^2}{4\pi d} = \frac{d}{4}$. Entonces las magnitudes de las presiones son las mismas para un silo cuadrado como para uno circular en el cual el diámetro es igual al lado del cuadrado.

RESULTADOS EXPERIMENTALES

Es probable que la presión lateral se presente en una forma no constante en silos rectangulares, y posiblemente se reduzca al acercarse hacia las esquinas. De acuerdo con Janssen la presión en las esquinas de un recipiente cuadrado es 0.8 veces la presión promedio, mientras que la presión máxima es 1.15 veces la promedio.

Los experimentos de Pleizner muestran las siguientes relaciones de la presión, en la parte más baja, de las esquinas a la presión en la mitad de la pared.

La siguiente tabla nos dá una idea de ésto.

Presión en la parte más baja de las esquinas	Presión a la mitad de la pared	Para un silo de:	De sección transversal
0.63	1.0	Concreto reforzado	Rectangular de 2.80m x 3.15m
0.60	1.0	Madera	Rectangular 2.50m x 2.90m
0.75	1.0	Madera	Cuadrada de 1.50m de lado

Los resultados de los experimentos, los cuales se han llevado a cabo, para determinar los valores de $\frac{P_h}{P_v}$ para varios materiales almacenados en silos de concreto reforzado no son muy satisfactorios. Por ejemplo para trigo, Pleizner da el valor P_h/P_v de 0.30 a 0.35 y $\mu' = 0.71$ mientras que Jamieson, cuyos experimentos fueron hechos en Canada, da valores para μ' de 0.4 a 0.425, este valor depende del terminado que tenga la superficie de concreto; el cual concuerda justamente con el obtenido por W. Airy de $\mu' = 0.444$.

Ha sido demostrado por varios experimentos con trigo en silos de madera que el valor de P_h/P_v no necesariamente es igual a: $\frac{1-\text{sen } \phi}{1+\text{sen } \phi}$, como es el caso de un muro de retención bajo presión activa.

Si éste fuera el caso implicaría que

$$\frac{P_h}{P_v} = \frac{1-\text{sen } 28^\circ}{1+\text{sen } 28^\circ} = 0.36$$

Mientras que los experimentos de Janssen con recipientes pequeños de madera, arriba de 0.61 m² y menores de 1.83 m de altura dan $\frac{P_h}{P_v} = 0.6$

Por otro lado Pleizner obtuvo con trigo, valores de 0.4 a 0.5 para silos de madera traslapada y 0.30 a 0.46 para silos entablados, valores que están de acuerdo con la teoría de presión de tierra para empuje activo, sobre 100 pruebas que fueron hechas y en un caso el silo fue construido de concreto reforzado.

Una gran cantidad de experimentos sobre silos de concreto se requieren para poder decir que la fórmula de Janssen tiene una aplicación general sobre una base teórica.

Es difícil explicar la inconsistencia de los resultados, es posible que los diferentes métodos de experimentar sean la causa o que el grano haya estado en un proceso entre el empuje activo y el pasivo.

De acuerdo a la teoría de Rankine para la presión de materiales no cohesivos la relación de los esfuerzos principales P_1/P_2 puede variar de:

$\omega h \left(\frac{1 - \text{sen } \phi}{1 + \text{sen } \phi} \right)$ a $\omega h \left(\frac{1 + \text{sen } \phi}{1 - \text{sen } \phi} \right)$ de acuerdo la presión sea considerada, activa o pasiva respectivamente.

Los resultados de Pleizner muestran que:

1. La relación de presión lateral a presión vertical fue más grande para alturas pequeñas de grano.
2. Que esta relación varía de acuerdo a los diferentes terminados de la superficie de las paredes.
3. Que la presión lateral fue doblada en algunos casos cuando el grano fue vaciado del silo.
4. Que si la salida está situada en la pared y/o excéntrica en el fondo habrá un exceso de presión sobre la pared más lejana de la salida.

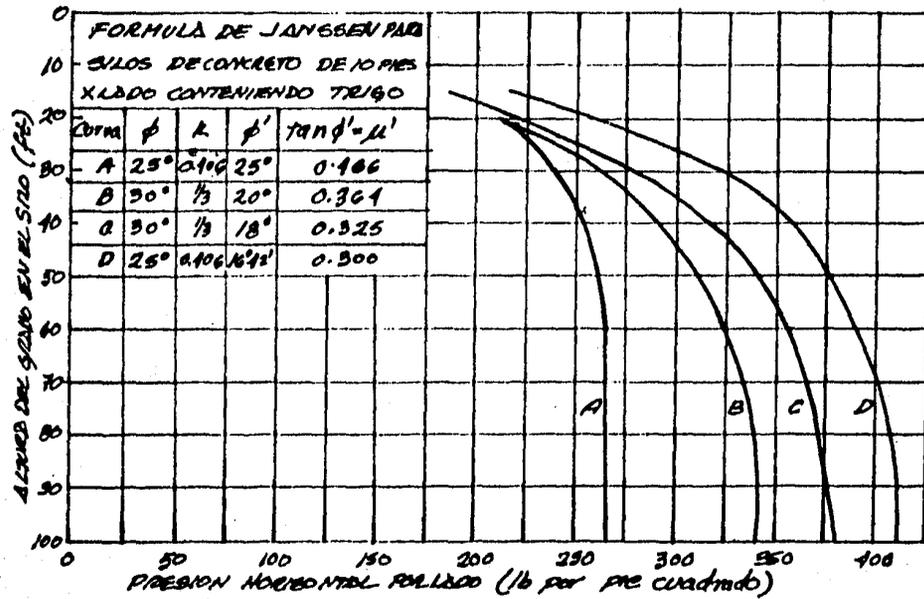
Valores promedio de los coeficientes de fricción para diferentes materiales, recopilados de varias fuentes se dan en la siguiente tabla.

MATERIAL	PESO VOLUMETRICO		COEFICIENTES DE FRICCIÓN	
	lb/ft ³	kg/m ³	GRANO CON GRANO	GRANO CON CONCRETO
Cemento	90	1442	0.316	0.700
Carbón	50	801	0.700	0.700
Antracita	52	833	0.510	0.510
Coke	28	449	0.839	0.839
Arena	100	1602	0.674	0.577
Trigo	53	849	0.466	0.444

MATERIAL	PESO VOLUMETRICO		ϕ (grados)	$k = \frac{1-\text{sen } \phi}{1+\text{sen } \phi}$
	lb/ft ³	kg/m ³		
Cemento	84 - 90	1346-1442	10	0.70
Carbón	45 - 58	721-929	40-45	0.22-0.17
Antracita	45 - 56	721-897	25-45	0.41-0.17
Coke	30 - 35	481-561	40-45	0.22-0.17
Tierra	100	1602	35	0.27
Arena	100 - 120	1602-1922	35	0.27
Trigo	45 - 50	721-801	25	0.41
Cebada	40	641	27	0.38

VER TAMBIEN TABLA T-0

Este método es muy aceptado en Europa, más adelante veremos un criterio Americano y luego se hará su comparación.



3.2 Método de Airy

Para usar la teoría del deslizamiento de la cuña de W. Airy (Folleto No. 3049 de las Minutas de Procedimientos de la Institución de Ingenieros Civiles) deduzcamos la fórmula por la cual pueden calcularse la presión (P) por metro alrededor de la periferia horizontal del silo - y por consiguiente la presión estará en kg/m^2 - y el peso del relleno tomado por fricción por los lados del silo. Esta fórmula ha sido usada extensivamente por ingenieros Británicos para diseñar silos de madera; acero y concreto reforzado, y con materiales para los cuales Airy determinó los dos coeficientes necesarios μ y μ' por medio de experimentos sencillos capaz de repetirse fácilmente. En esta fórmula no hay factores dudosos, tales como:

$$k = \frac{1 - \text{sen } \phi}{1 + \text{sen } \phi} \quad (3.2.1)$$

Deducción de la fórmula (4).

Para el caso donde hay solamente un peralte pequeño del grano en el recipiente, la fórmula es deducida de la siguiente manera.

El objetivo es encontrar la masa del perfil de la cuña del grano "ACE" de la fig 3.2 la cual ejerce la presión máxima sobre el lado del recipiente.

Tres fuerzas actúan sobre la cuña ACE, las cuales se suponen para un espesor de 1 m y como las trayectorias de estas fuerzas no son paralelas, entonces coincidirán en un punto. Las fuerzas son el peso "W" de la cuña "ACE" y las reacciones sobre el lado "AC" y el lado "AE" que coincide con el plano de separación entre granos.

Las componentes de estas fuerzas mostradas en la figura son: la presión normal "P" sobre el lado "AC"; la fricción " μP " entre "AC" y el grano, la presión normal "R" sobre "AE" (el plano de separación); y la fricción " μR " a lo largo de "AE" entre el grano y el otro lado del plano de separación.

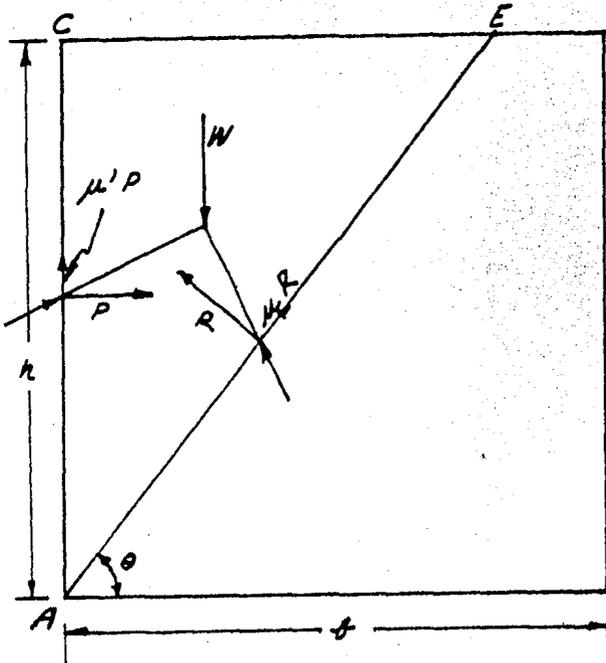


FIG. 3.2

Para obtener las fuerzas en dirección paralela y perpendicular a "AE", hay que resolver dos ecuaciones. Las cuales son:

$$\mu R + P \cos \theta = (W - \mu'P) \operatorname{sen} \theta$$

$$R - P \operatorname{sen} \theta = (W - \mu'P) \operatorname{cos} \theta$$

En las cuales, θ es el ángulo entre "AE" y la horizontal, de aquí se obtiene:

$$P = W \frac{\operatorname{tan} \theta - \mu}{(1 - \mu\mu') + (\mu + \mu') \operatorname{tan} \theta}$$

Y entonces substituyendo $\frac{\omega h^2}{2 \operatorname{tan} \theta}$ (en la cual " ω " es el peso de un metro cúbico de grano) por "P" y derivando e igualando a cero $\frac{dP}{d\theta}$, tenemos que:

$$\operatorname{tan} \theta = \mu + \sqrt{\mu \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'}}$$

Que es la relación para obtener el valor del ángulo θ el cual hace a "P" máxima.

Substituyendo este valor de θ en la expresión ya deducida para "P" obtenemos la presión ejercida en el lado por la cuña "ACE" de un metro de espesor, y multiplicando este valor por el perímetro del recipiente obtenemos la presión total sobre los lados. Multiplicando ésta por μ' nos dá el peso tomado por los lados debido a la fricción, grano-pared, y la presión sobre el fondo es entonces igual al peso del grano almacenado menos la carga que toman los muros por fricción.

Cuando el peralte del grano es más grande y el plano de separación "AE" intersecta el lado opuesto del recipiente antes de emerger a la superficie del grano, el ángulo θ y la presión "P" son obtenidas de una forma similar a la anterior, pero en este caso:

$$W = \frac{\omega b}{2} (2h - b \operatorname{tan} \theta)$$

Donde b es el ancho del depósito y h el peralte del grano.

Este método es aplicable a recipientes circulares, octagonales, cuadrados, etc.

Las siguientes son las fórmulas de Airy que se explican en su primer artículo:

Caso General I.- El plano de separación pasa fuera del recipiente antes de intersectar el lado opuesto.

$$\tan \theta = \mu + \sqrt{\mu \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'}} \quad (3.2.2)$$

Para depósitos bajos

$$P = \frac{\omega h^2}{2 \tan \theta} \cdot \frac{\tan \theta - \mu}{1 - \mu\mu' + (\mu + \mu') \tan \theta} \quad (3.2.3)$$

Caso General II.- El plano de separación intersecta el lado opuesto sin salir del recipiente.

$$\tan \theta = \sqrt{\frac{2h}{b} \cdot \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'} + \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'} \cdot \frac{1 - \mu\mu'}{\mu + \mu'} - \frac{1 - \mu\mu'}{\mu + \mu'}} \quad (3.2.4)$$

Recipientes profundos

$$P = \frac{\omega b}{2} (2h - b \tan \theta) \frac{\tan \theta - \mu}{1 - \mu\mu' + (\mu + \mu') \tan \theta} \quad (3.2.5)$$

En donde:

- ω = peso volumétrico del grano por m^3 (kg)
- h = peralte del grano en el recipiente (m)
- b = ancho del recipiente (m)
- μ = coeficiente de fricción de grano sobre grano
- μ' = coeficiente de fricción de grano sobre la pared del silo
- θ = ángulo entre el plano de separación del perfil de la cuña, causando la máxima presión y la horizontal (grados)
- P = presión horizontal contraria al lado o pared del recipiente, por metro lineal alrededor de la circunferencia (kg/m)

COEFICIENTES USADOS EN LA FORMULA DE AIRY

En la fórmula la presión "P" es una función de μ y μ' , las cuales pueden obtenerse rápidamente por medio de experimentos sencillos. En este método no se requiere usar el factor "k" sobre el cual existen muchas dudas y no es fácilmente cuantificable.

Los valores de estos coeficientes de fricción fueron obtenidos por Airy para un buen número de clases de granos y para grano sobre superficies rugosas, lisas, acero y concreto.

Los siguientes valores son usados en el diseño de silos de concreto reforzado.

GRANO	PESO VOLUMETRICO		μ (grano sobre grano)	μ' (grano sobre concreto)
	(relleno flojo) lb/ft ³	kg/m ³		
Trigo	49	785	0.466	0.444
Cebada	39	625	0.507	0.452
Avena	28	449	0.532	0.466
Maiz	44	705	0.521	0.423
Frijoles	46	737	0.616	0.442
Garbanzo	50	801	0.472	0.296
Chicharo	49	785	0.554	0.394
Linaza	41	657	0.456	0.414

Fórmula alternativa para la presión "P".

Deducida por Airy.

En un segundo artículo se demuestra que la fórmula de $\tan \theta$ y P pueden ser reducidas a:

$$P = \frac{\omega h^2}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{\mu(\mu+\mu')} + \sqrt{1+\mu^2}} \right)^2 \quad (3.2.6)$$

Para el
Caso I

$$P = \frac{\omega b^2}{2} \left(\frac{\sqrt{\frac{2h}{b} (\mu + \mu') + (1 - \mu\mu')} - \sqrt{1 + \mu^2}}{\mu + \mu'} \right)^2 \quad (3.2.7)$$

Para el
Caso II

Como antes, la presión sobre el fondo de un recipiente cuadrado (para el caso II) es:

$$P = \omega h b^2 - 4b P_{\mu'} = \omega h b^2 - 2\mu' \omega b^3 \left(\frac{\sqrt{\frac{2h}{b} (\mu + \mu') + (1 - \mu\mu')} - \sqrt{1 + \mu^2}}{\mu + \mu'} \right)^2 \quad (3.2.8)$$

Y el valor máximo de esta presión ocurre a la profundidad:

$$k = \frac{b}{2} \left[\left(\frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'} \right) \left(\frac{4\mu'}{3\mu' - \mu} \right)^2 - \frac{1 - \mu\mu'}{\mu + \mu'} \right] \quad (3.2.9)$$

La principal crítica del análisis hecho por Airy es que es aplicable solamente a la parte central de un recipiente muy largo. En un contenedor de longitud limitada habrá fuerzas friccionantes en las colindancias del perfil de la cuña-masa que tiende a deslizar, es decir, el problema es en tres dimensiones y no en dos, como es tratado. Una fórmula que no quite exactitud teórica puede elaborarse para trabajar en la práctica, ajustando varios coeficientes para hacer el cálculo de las presiones concordantes con los resultados obtenidos o con las prácticas comunes.

Esto se verá más adelante cuando se traten los criterios para obtener los elementos mecánicos.

3.3 Método del Dr. Leonardo Zeevaert

PARA CALCULAR LAS PRESIONES SOBRE LAS PAREDES DE UN SILO

Este método plantea ecuaciones de equilibrio estático y plástico con las cuales se obtendrán las variaciones de los esfuerzos horizontales y verticales, y así poder determinar las fórmulas de las presiones horizontales y verticales sobre las paredes del silo. (28).

De la figura 3.3 podemos definir los siguientes parámetros.

- σ_{zr} = esfuerzo vertical resultante a la distancia radial r
- σ_{ro} = esfuerzo radial, normal al muro y actuando contra éste
- S_o = fricción tangencial sobre el muro, tal que:

$$S_o = \sigma_{ro} \tan \phi_{cg}, \text{ en donde: } \phi' = \phi_{cg}$$

- ϕ_{cg} = ángulo de fricción, grano-concreto
- σ_{zo} = esfuerzo vertical junto al muro en estado plástico

Si designamos a $K\phi$ como:

$$\frac{\sigma_{ro}}{\sigma_{zo}} = K\phi$$

y

$$K\phi = \frac{1 - \text{sen}^2 \phi}{1 + \text{sen}^2 \phi}$$

- γ = peso del grano
- ϕ = ángulo de fricción interna del material en estudio
- A = área transversal interna
- r_o = radio interior del silo

De acuerdo con las definiciones anteriores, la condición de equilibrio plástico queda:

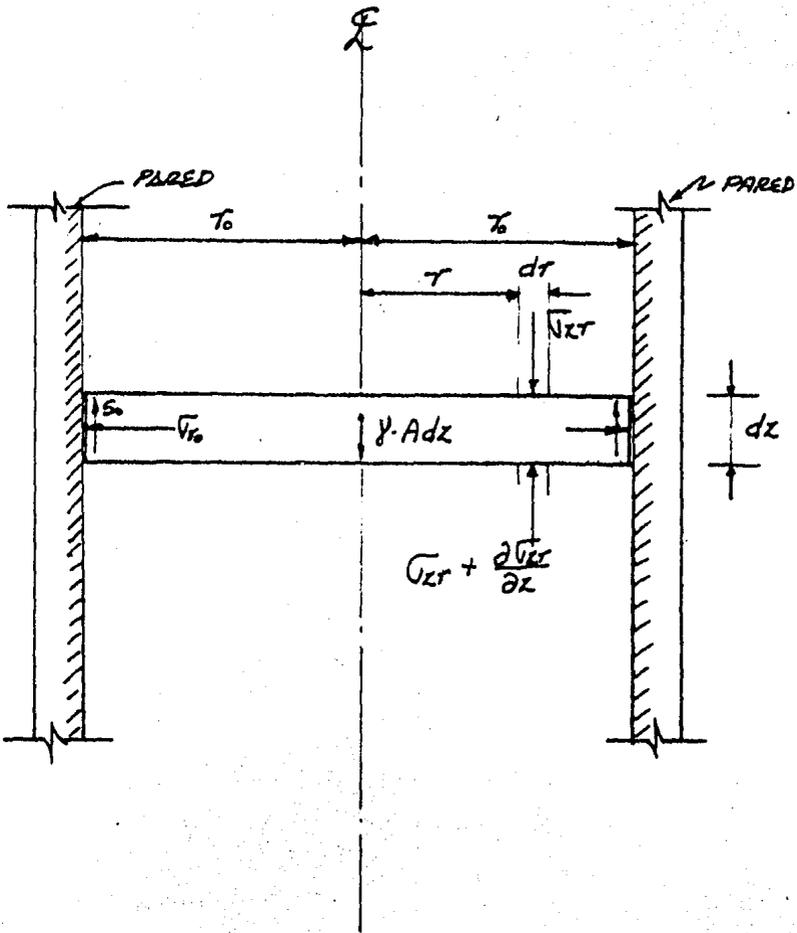


FIG. 3.3

$$- \int_0^{r_0} \left(\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} dz \right) \cdot 2\pi r dr = 2\pi r_0 \cdot S_0 dz - \gamma A dz \quad (3.3.1)$$

- + Fuerza de fricción - peso $2\pi r_0$ = perímetro (L^{+1}) (m)
 Del grano = - S una (integral) dz = altura del volumen (L^{+1}) (m)
 De esfuerzos verticales S_0 = $\sigma_{r_0} \tan \phi_{cg}$ = fricción
 De: $r = 0$ a $r = r_0$ tangencial sobre el muro
 dz (F^{+1} , L^{-2}) (kg/cm^2)
 γ = peso volumétrico del grano
 (T/m) (F^{+1} , L^{-3})
 A = área interior transversal del
 silo (L^{-2}) (m^2)
 dz = altura del volumen de grano
 (L^{+1}) (m)

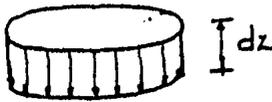


FIG. 3.4

pero $S_0 = \sigma_{r_0} \tan \phi' = K_\phi \tan \phi' \cdot \sigma_{z_0}$

y llamando $K_\phi \tan \phi' = H_\phi$, se puede escribir:

$$- 2\pi \int_0^{r_0} \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} dz r dr = 2\pi r_0 H_\phi \sigma_{z_0} dz - \gamma A dz$$

o bien:

$$- 2\pi \int_0^{r_0} \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} r dr = (2\pi r_0 H_\phi) \sigma_{z_0} - \gamma A \quad (3.3.2)$$

la que se escribe como sigue:

$$2\pi \int_0^{r_0} \frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} r dr + (2\pi r_0 H_\phi) \sigma_{z_0} = \gamma A \quad (3.3.3)$$

Para poder integrar la ec (3.3.3) hace falta conocer

$$\frac{\partial \sigma_{zr}}{\partial z} \quad \text{esto es:} \quad \frac{\partial \sigma_r}{\partial z}$$

Variación del esfuerzo radial:

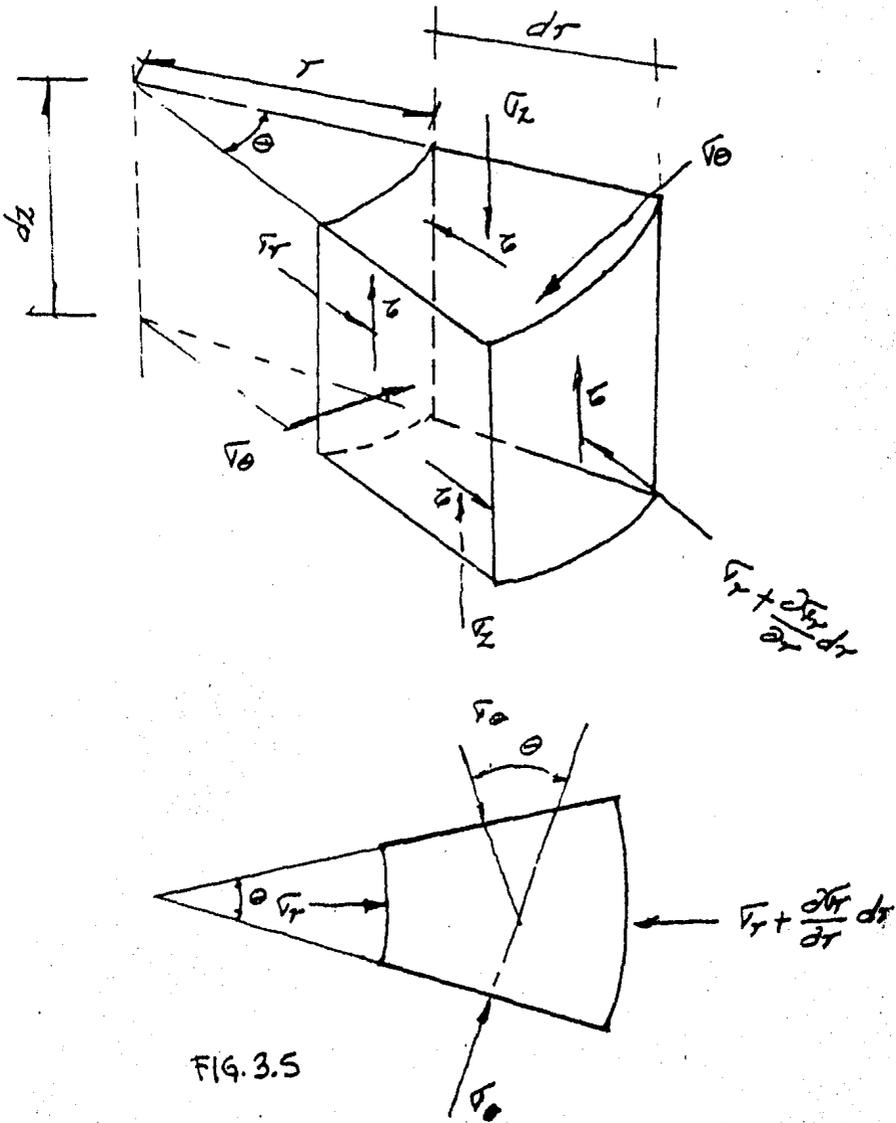


FIG. 3.5

VARIACION DEL ESFUERZO RADIAL.

Las ecuaciones de equilibrio estático con eje de simetría son:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} + \frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = 0 \quad (3.3.4)$$

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial r} + \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\tau_{rz}}{r} = 0 \quad (3.3.5)$$

De las expresiones anteriores se observa que la variación de los esfuerzos horizontales σ_r y σ_θ es exclusivamente función de la coordenada polar "r", por consiguiente podrá investigarse su variación independientemente de los esfuerzos σ_z y τ_{rz} , por medio de la expresión:

$$\frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + \frac{\sigma_r - \sigma_\theta}{r} = 0 \quad (3.3.6)$$

lo cual implicaría que para que esto se cumpliera:

$$\frac{\partial \tau_{rz}}{\partial z} = 0 \quad \text{ó sea}$$

$\tau_r =$ constante para la dovela considerada

$\Delta_z = J$; por ejemplo = 1 mm u otra unidad más pequeña

Puesto que el material entra en estado plástico, hagamos el siguiente análisis. Definamos la siguiente ecuación

$$\sigma_\theta = N_\phi \cdot \sigma_r \quad (3.3.6')$$

La cual establece la condición de arqueado que proporciona el efecto de esfuerzos de compresión de anillo a manera de una bóveda, pero en el momento de entrar el material en condiciones de plasticidad, tenemos que:

Substituyendo (3.3.6') en (3.3.6) se tendrá que la ecuación diferencial que resuelve el problema, éste es:

$$r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + (1 - N_\phi) \sigma_r = 0 \quad (3.3.7)$$

Multiplicando por $r^{-N_\phi} \cdot dr$, se obtiene:

$$r^{(1-N_\phi)} \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} dr + (1-N_\phi) r^{-N_\phi} \sigma_r dr = 0 \quad (3.3.8)$$

La ec (3.3.8) se puede integrar:

$$r^{(1-N_\phi)} \cdot \sigma_r = \text{constante}$$

δ

$$\sigma_r = C_1 \cdot r^{(N_\phi - 1)} \quad (3.3.9)$$

y

$$\sigma_\theta = C_1 N_\phi r^{(N_\phi - 1)} \quad (3.3.10)$$

La constante de integración se obtiene de la condición siguiente:

$$r = r_0, \quad \sigma_r = \sigma_{r0} \quad \therefore C_1 = \sigma_{r0} \cdot r_0^{(1-N_\phi)}$$

luego:

$$\sigma_r = \sigma_{r0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{N_\phi - 1} \quad (3.3.11)$$

$$\sigma_\theta = N_\phi \sigma_{r0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{N_\phi - 1}$$

Conociendo la variación de σ_r con el radio se puede proceder a la integración de la ec (3.3.3), ya que σ_z es variable con el radio.

Se puede establecer en las condiciones de plasticidad que a una distancia "r" del centro, la siguiente relación se conserva.

$$\frac{\sigma_r}{\sigma_{zr}} = K_\phi \quad (3.3.11')$$

Así pues:

$$\sigma_{zr} = \frac{1}{K_\phi} \sigma_r = \frac{\sigma_{r_0}}{K_\phi} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{N_\phi - 1}$$

$$\sigma_{zr} = \sigma_{z_0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{(N_\phi - 1)} \quad (3.3.11'')$$

De donde, de la ec (3.3.11'') en la (3.3.3) tenemos:

$$2\pi \frac{\partial \sigma_{z_0}}{\partial z} \int_0^{r_0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{(N_\phi - 1)} r dr + (2\pi r_0 H_\phi) \sigma_{z_0} = \gamma A \quad (3.3.12)$$

Integrando:

$$\int_0^{r_0} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{(N_\phi - 1)} r dr = \int_0^{r_0} \frac{r^{N_\phi} dr}{r_0^{N_\phi - 1}} = \frac{1}{(1+N_\phi)} \cdot \frac{r^{(N_\phi + 1)}}{r_0^{(N_\phi - 1)}} \Big|_0^{r_0}$$

$$= \frac{1}{1+N_\phi} \cdot \frac{r_0^{(N_\phi + 1)}}{r_0^{(N_\phi - 1)}} = \frac{r_0^2}{1+N_\phi}$$

Substituyendo en (3.3.12)

$$\frac{2\pi r_0^2}{1+N_\phi} \cdot \frac{\partial \sigma_{z_0}}{\partial z} + (2\pi r_0 H_\phi) \sigma_{z_0} = \gamma A$$

llamando U al perímetro = $2\pi r_0$

y A al área = πr_0^2

y multiplicando todo por $(1+N_\phi)/2\Delta$ nos queda:

$$\frac{\partial \sigma_{z_0}}{\partial z} + \frac{U H_\phi (1+N_\phi)}{2 \Delta} \cdot \sigma_{z_0} = \gamma \frac{(1+N_\phi)}{2}$$

llamaremos:

$$a = \frac{H_\phi (1+N_\phi)}{2} \quad \frac{U}{A}$$

y

$$b = \frac{1}{2} (1+N_\phi)$$

$$\frac{b}{a} = \frac{A}{H_\phi U} = \frac{r_o}{2 H_\phi}$$

entonces:

$$\frac{\partial \sigma_{zo}}{\partial z} + a \sigma_{zo} = b \gamma \quad (3.3.13)$$

Para integrar la expresión anterior se multiplica por:

$$e^{az} dz$$

$$e^{az} \frac{\partial \sigma_{zo}}{\partial z} dz + a e^{az} \sigma_{zo} dz = b e^{az} \gamma dz \quad (3.3.14)$$

E integrando:

$$e^{az} \sigma_{zo} = b \gamma \frac{e^{az}}{a} + C_1 \quad (3.3.15)$$

Y con la condición inicial para $z = 0 \rightarrow \sigma_{zo} = 0$, tenemos que la constante de integración vale:

$$C_1 = - \frac{b}{a} \gamma$$

$$e^{az} \sigma_{zo} = \frac{b}{a} \gamma \left(e^{az} - 1 \right)$$

Finalmente el esfuerzo vertical es:

$$\sigma_{zo} = \frac{b}{a} \gamma \left(1 - e^{-az} \right) \quad (3.3.16)$$

y el esfuerzo horizontal:

$$\sigma_{ro} = K_{\phi} \cdot \frac{b}{a} \gamma \left(1 - e^{-az} \right) \quad (3.3.17)$$

Al comparar estas fórmulas con las de Janssen, vemos que son muy semejantes.

Ahora obtendremos la carga total que cargan las paredes.

$$\text{Fricción sobre el muro o pared, } S_{zo} = \sigma_{ro} \tan \phi_{cg} \quad (3.3.18)$$

$$\text{pero } \sigma_{ro} = K_{\phi} \sigma_{zo} \quad \therefore \quad S_{zo} = \sigma_{zo} (K_{\phi} \tan \phi_{cg})$$

$$\text{y } S_{zo} = \sigma_{zo} (H_{\phi}) = H_{\phi} \sigma_{zo} \quad (3.3.19)$$

La carga que toman los muros por fricción es:

$$\begin{aligned} W_m &= \int_0^z (2\pi r_o dz) S_{zo} = \int_0^z 2\pi r_o dz H_{\phi} \sigma_{zo} \\ &= 2\pi H_{\phi} r_o \int_0^z \sigma_{zo} dz \end{aligned} \quad (3.3.20)$$

De la ec (3.3.16)

$$\sigma_{zo} = \frac{b}{a} \gamma \left(1 - e^{-az} \right)$$

y substituyendo esta expresión en la (3.3.20) tenemos que:

$$W_m = 2\pi H_{\phi} \cdot \frac{b}{a} \cdot \gamma r_o \int_0^z (1 - e^{-az}) dz$$

$$\frac{b}{a} = \frac{A}{H_\phi U} = \frac{\pi r_o^2}{H_\phi (2\pi r_o)} = \frac{r_o}{2 H_\phi}$$

Substituyendo e integrando:

$$W_m = 2\pi H_\phi \gamma r_o \cdot \frac{r_o}{2 H_\phi} \left(Z + \frac{1}{a} e^{-az} \right)_0^z$$

$$W_m = \pi r_o^2 \gamma Z + \frac{\pi r_o^2 \gamma}{a} \left(e^{-az} - 1 \right)$$

$$a = H_\phi \frac{(1+N_\phi)}{2} \cdot \frac{U}{A} ; \quad \pi r_o^2 = A$$

Por consiguiente se puede escribir

$$W_m = A \gamma Z - \frac{A}{a} \gamma \left(1 - e^{-az} \right) \quad (3.3.21)$$

Carga sobre el fondo:

Cuando $Z = h$

W_f = peso total del grano - W_m (peso sobre el muro)

$$= A h \gamma - \left[A \gamma h - \frac{A}{a} \gamma (1 - e^{-ah}) \right]$$

(3.3.22)

$$W_f = \frac{A}{a} \gamma \left(1 - e^{-ah} \right)$$

Cuando se trata de un fluido $H_\phi = 0$. . . $a = 0$

$$W_f = A \gamma \frac{0}{0}$$

. . según la regla de L'Hospital

$$\lim_{a \rightarrow 0} W_f = A \gamma \frac{h \cdot e^{-ah}}{1}$$

$$\lim_{a \rightarrow 0} W_f = Ah \gamma$$

$$\text{Así también } W_m \rightarrow 0$$

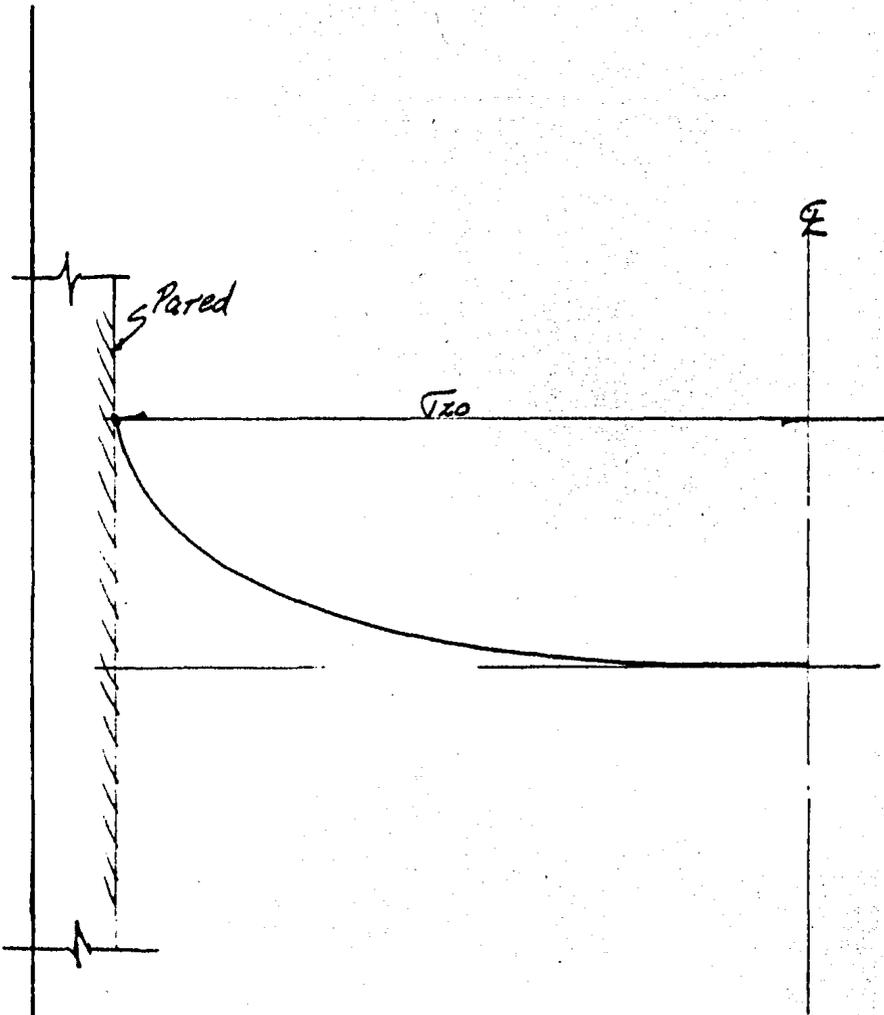
Analizando la fórmula:

$$\sigma_{zr} = \sigma_{zo} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{N_\phi - 1}$$

$$\text{Cuando } r = r_0 \rightarrow \sigma_{zr} = \sigma_{zo}$$

$$\text{y cuando } r = 0 \rightarrow \sigma_{zr} = 0$$

Por lo cual al centro se facilita la salida del grano sin presión.



Variación de v_{xo} desde la pared
hacia el centro del tubo.

FIG. 3.6

3.4 Método de Reimbert

SOBREPRESIONES PRODUCIDAS EN LOS SILOS DURANTE SU VACIADO SEGUN REIMBERT

El llenado de un silo determina sobre las paredes un empuje sensiblemente igual al empuje activo, mientras que el vaciado produce un empuje pasivo.

La considerable diferencia entre estos dos equilibrios límites es la causa de numerosos incidentes, a veces muy graves.

Reimbert planteó un sistema para obtener el vaciado de silos sin sobrepresión, por medio de columnas de depresión.

Para silos provistos de columnas de depresión, se han de calcular las presiones sobre las paredes producidas por el llenado, según la teoría expuesta.

Mientras que para los silos no provistos de aparatos que regulen el flujo del grano durante el vaciado de las celdas hay que aplicar a las presiones debidas al llenado coeficientes de aumento bastante grandes, teniendo en cuenta los resultados de las experiencias en silos reales.

METODO DE ANALISIS SEGUN REIMBERT

GENERALIDADES

Cuando se vierte una materia pulverulenta sobre un plano horizontal, se amontona en un volumen de forma cónica cuyas generatrices forman con el plano un ángulo determinado, llamado ángulo de talud natural de la materia. Este ángulo característico de cada materia, varía más o menos con el tiempo bajo el efecto del asiento de los granos; y sólo debe medirse después de la estabilización de la masa. (1).

Se admite generalmente que su valor es igual al del ángulo de rozamiento interno de la materia.

Si esta materia se vierte en un espacio cerrado, como un silo, ejerce un empuje sobre las paredes.

A consecuencia del rozamiento de la materia con las paredes (empleamos el término rozamiento en el sentido que se le da habitualmente, sin discutir su propiedad), el empuje sobre éstas admite dos componentes: una, tangencial a la pared, y otra, llamada generalmente empuje lateral, normal a ella.

Si el ángulo de rozamiento de la materia con las paredes es ϕ' , el coeficiente de rozamiento correspondiente es $\text{tg } \phi'$.

La diferencia entre el peso de materia ensilada y la carga equilibrada por el rozamiento de los granos con las paredes representa la carga sobre el fondo del silo o presión vertical total.

Los ensayos demuestran que la presión vertical crece con la altura de grano contenido en el interior del silo; pero, a consecuencia del rozamiento de la materia con las paredes, sólo es una fracción del peso de materia ensilada. Cuando la altura de grano en el silo se hace muy grande, la fuerza equilibrada por el rozamiento es tal que la presión vertical no sufre variación sensible.

Esta presión tiende hacia un máximo, y la curva representativa de las presiones, obtenida llevando en abscisas las profundidades en el interior de un silo y en ordenadas las presiones correspondientes, se muestra en la fig N° 3.7 la cual representa una asíntota paralela al eje de abscisas y cuya ordenada corresponde a la presión vertical máxima.

Lo mismo se observa en la curva que representa el empuje lateral (fig N° 3.8).

Esta curva tiene una asíntota paralela al eje de abscisas cuya ordenada corresponde al empuje máximo.

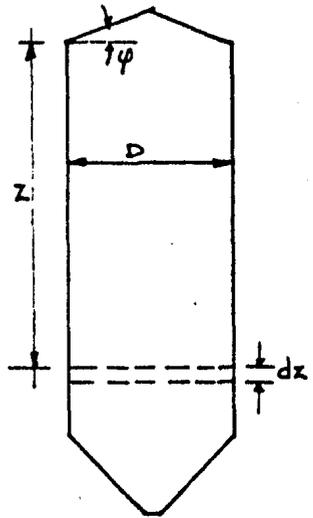
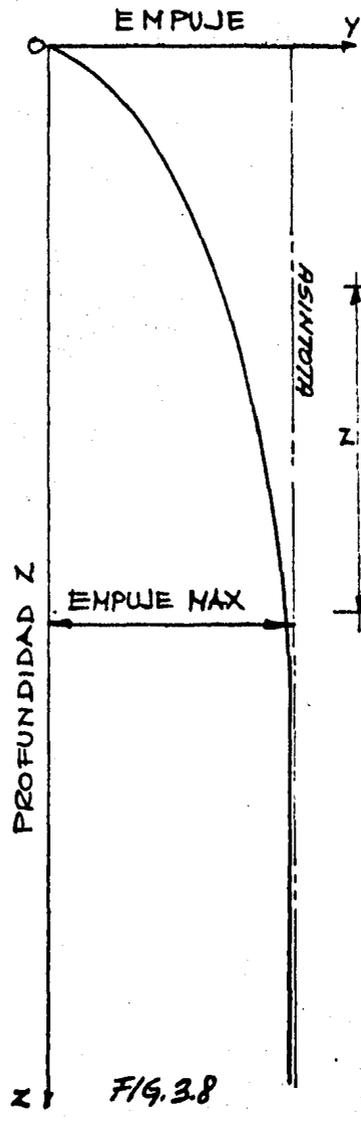
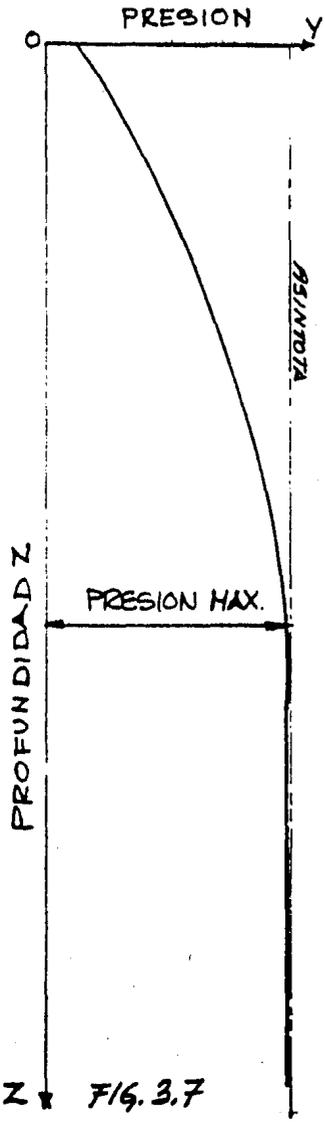


FIG. 3.8'

METODO DE REIMBERT PARA SILOS CILINDRICOS

NOMENCLATURA:

- δ = peso por metro cúbico de materia ensilada
 ϕ = ángulo de rozamiento interno de la materia
 ϕ' = ángulo de rozamiento de la materia con las paredes del silo
 S = superficie interior de la sección recta de la celda del silo
 L = perímetro interior de la celda en esta sección
 D = diámetro interior de la celda
 r = radio hidráulico medio de la sección, $r = \frac{S}{L}$
 z = profundidad de una sección horizontal en el interior del silo a partir de la parte más alta de las paredes verticales
 p = empuje lateral ejercido sobre las paredes por la materia ensilada
 q = presión vertical media ejercida por la materia ensilada sobre una sección horizontal
 p_z = empuje lateral a la profundidad "z"
 q_z = presión vertical media a la profundidad "z"
 $p_{m\acute{a}x}$ = empuje lateral máximo
 $q_{m\acute{a}x}$ = presión vertical unitaria media máxima
 $Q_{m\acute{a}x}$ = presión vertical total máxima

DONDE: $Q_{m\acute{a}x} = S \cdot q_{m\acute{a}x}$

Deducción de las presiones máximas

El valor del empuje lateral máximo se establece por el siguiente método clásico:

Consideremos una rebanada horizontal de la materia contenida en el interior de un silo cilíndrico; si llamamos al espesor " d_z ", su peso será igual a: (1, 2 y 3).

$$S \cdot d_z \cdot \delta$$

Esta rebanada ejerce sobre las paredes del silo una presión lateral, en todo el perímetro de la celda de diámetro " D " igual a:

$$p_z \cdot L \cdot d_z$$

Esta presión crece con la profundidad hasta un máximo $p_{m\acute{a}x}$ tal que el rozamiento equilibra el peso de la rebanada considerada; por consiguiente, en este momento se tiene:

$$p_{m\acute{a}x} \cdot L \cdot d_z \cdot \text{tg } \phi' = S \cdot d_z \cdot \delta$$

de donde se deduce el valor del empuje máximo

$$p_{m\acute{a}x} = \frac{\delta \cdot S}{L \cdot \text{tg } \phi'} = \frac{\delta \cdot \pi D^2}{4\pi D \text{tg } \phi'}$$

o sea

$$p_{m\acute{a}x} = \frac{\delta D}{4 \text{tg } \phi'} \quad (3.4.1)$$

Ahora bien: CAQUOT ha demostrado que en un macizo pulverulento en equilibrio límite, la relación de las tensiones extremas, es decir, la relación entre la presión vertical y el empuje lateral es igual a:

$$\frac{q}{p} = \frac{1 + \text{sen } \phi}{1 - \text{sen } \phi} = \frac{1}{\text{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} + \frac{\phi}{2} \right)}$$

Por tanto, se tiene el valor de la presión vertical máxima:

$$q_{\text{máx}} = \frac{P_{\text{máx}}}{\text{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)}$$

o bien:

$$q_{\text{máx}} = \frac{\delta \cdot D}{4 \text{tg} \phi' \text{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)} \quad (3.4.2)$$

Conociendo el empuje lateral máximo que actúa sobre las paredes de un silo indefinido y la presión vertical máxima correspondiente, pueden buscarse los valores del empuje y de la presión en el interior del silo a una profundidad determinada.

Estos se obtendrán, como veremos, cuando se conozca la función de la curva representativa de las cargas equilibradas por el rozamiento de las paredes.

Deducción de la ecuación de la curva representativa de las cargas equilibradas por el rozamiento con las paredes de los silos.

Se obtiene la curva representativa de las cargas equilibradas por el rozamiento, de la forma siguiente:

Si la materia estuviera ensilada sin rozamiento con las paredes, la carga sobre el fondo a la profundidad "z" sería

$$Q_z = \delta \cdot S \cdot z + \delta \cdot S \cdot \frac{h}{3}$$

Siendo "h" la altura del cono superior de materia ensilada por encima del plano horizontal que pasa por el origen ($z = 0$).

$$h = \frac{D}{2} \text{tg} \phi ;$$

D es el diámetro del círculo inscrito en la sección recta poligonal de la celda (si la celda es cilíndrica, D es el diámetro del círculo interior).

La curva representativa de la carga Q sería la recta (I) de coeficiente angular " $\delta \cdot S$ " y de ordenada en el origen:

$$Q_0 = \delta \cdot S \cdot \frac{h}{3} \quad (\text{ver fig N}^\circ 3.9)$$

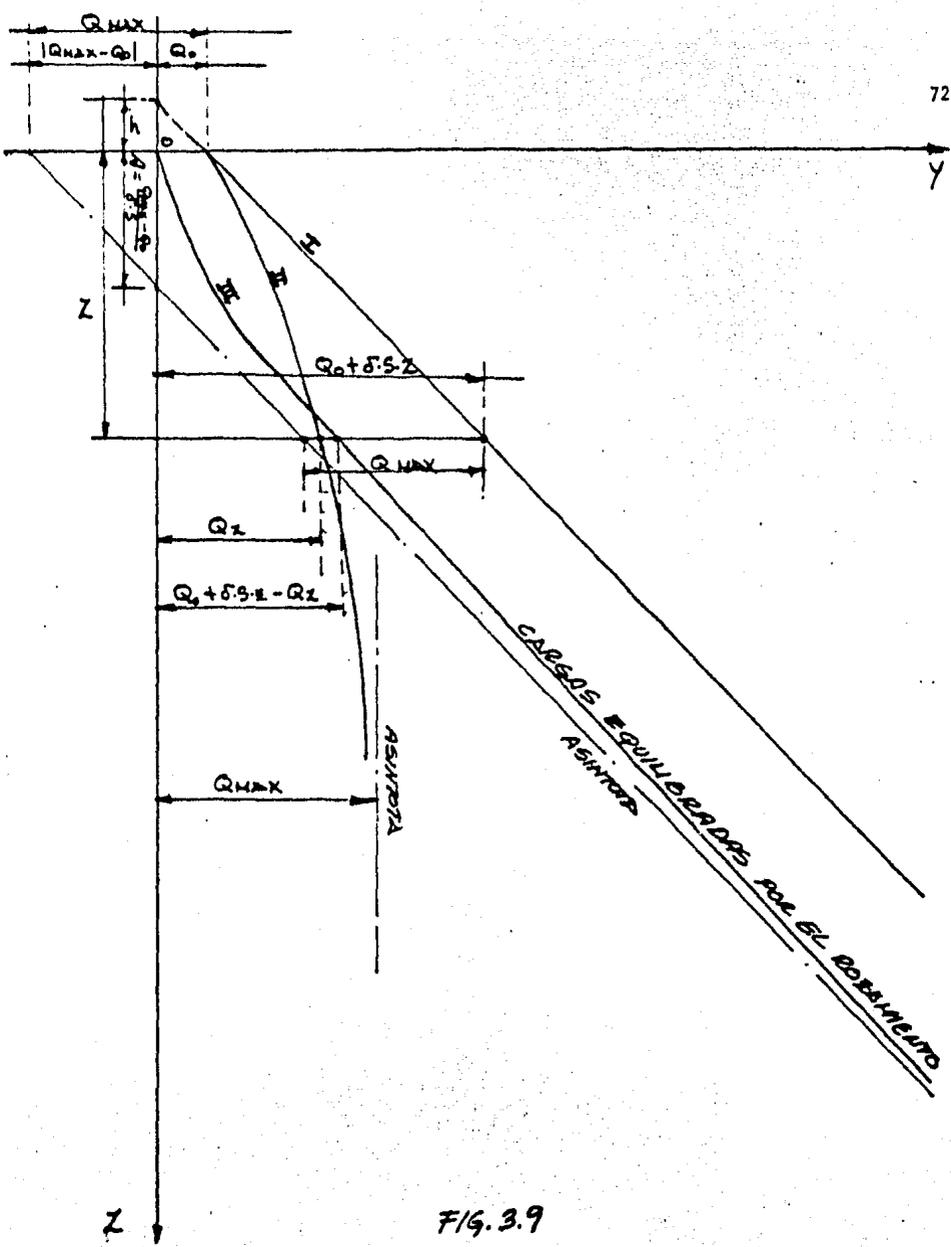


FIG. 3.9

Trazando la curva (II), que representa la carga sobre el fondo, según los ensayos efectuados, y llevando en ordenadas las diferencias de las ordenadas de la curva (I) (cargas sobre el fondo del silo en el caso de rozamiento nulo) y de las ordenadas de la curva (II) (cargas reales sobre el fondo), para los diversos valores de "z", se obtiene una curva (III) que es la de las cargas equilibradas por el rozamiento.

Ahora bien: la curva (II) es tangente a la recta (I) para $z = 0$, y se sabe que tiene una asíntota paralela al eje de las "z", de ordenada igual al valor de la presión máxima sobre el fondo, que es igual a:

$$Q_{\text{máx}} = S \cdot q_{\text{máx}}$$

es decir,

$$Q_{\text{máx}} = \frac{\delta \cdot S \cdot D}{4 \text{tg } \phi \cdot \text{tg}^2(\pi/4 - \phi/2)} \quad (3.4.3)$$

Por consiguiente, la curva (III) es tangente al eje de las "z" para $z=0$, y tiene una asíntota paralela a la recta (I); luego las ordenadas son inferiores a las de la recta (I) en el valor de $Q_{\text{máx}}$. Así, pues, la asíntota de la curva (III) tiene por coeficiente angular " $\delta \cdot S$ " y por ordenada en el origen:

$$- (Q_{\text{máx}} - Q_0)$$

Estas propiedades sirven de base para buscar la función de la curva (III), que representa las cargas equilibradas por el rozamiento de la materia ensilada con las paredes de los silos.

Los ensayos realizados, tanto sobre modelos reducidos de silos, como sobre silos industriales de grandes dimensiones, demuestran que esta curva puede representarse con precisión suficiente por una rama de hipérbola de la forma:

$$y = \frac{az^2 + b \cdot z + c}{d \cdot z + e}$$

La ecuación de la asíntota de esta rama de hipérbola es:

$$y = \delta \cdot S \cdot z - (Q_{\text{máx}} - Q_0)$$

y el coeficiente angular de la asíntota, $\delta \cdot S$, corresponde al límite de $\frac{y}{z}$ cuando $z \rightarrow \infty$, de donde:

$$\frac{y}{z} = \frac{az^2 + bz + c}{z(dz + e)}$$

Cuando $z \rightarrow \infty$, la relación $\frac{y}{z}$ tiende hacia la relación de los coeficientes de los términos de grado más elevado $\frac{a}{d}$; por consiguiente, se tiene:

$$\text{límite de } \frac{y}{z} = \frac{a}{d} = \delta \cdot S$$

$$\text{o sea } a = d \cdot \delta \cdot S$$

Además, para $z = 0$ el empuje es nulo; por tanto, la carga equilibrada por el rozamiento es nula y el numerador de la función debe ser nulo, de donde:

$$c = 0$$

y la función se convierte en:

$$y = \frac{d \cdot \delta \cdot S \cdot z^2 + b \cdot z}{d \cdot z + e}$$

Siendo la curva tangente al eje z para $z = 0$; la derivada en este punto debe ser cero:

$$y' = \frac{(d \cdot z + e)(2d \cdot \delta \cdot S \cdot z + b) - (d \cdot \delta \cdot S \cdot z^2 + b \cdot z)d}{(d \cdot z + e)^2}$$

y para $z = 0$ el numerador debe ser nulo, o sea

$$b \cdot e = 0$$

Ahora bien: "e" no puede ser nulo, pues la función se haría lineal; por consiguiente, es necesario que $b = 0$, y la función general se convierte en:

$$y = \frac{d \cdot \delta \cdot S \cdot z^2}{z \cdot z + e}$$

La ordenada en el origen de la asíntota, $-(Q_{\text{máx}} - Q_0)$, corresponde al límite de:

$$y = \delta \cdot S \cdot z \text{ cuando } z \rightarrow \infty$$

Se tiene así:

$$y - \delta \cdot S \cdot z = \frac{d \cdot \delta \cdot S \cdot z^2}{d \cdot z + e} - \delta \cdot S \cdot z = \frac{-e \cdot \delta \cdot S \cdot z}{d \cdot z + e}$$

cuando $y \rightarrow \infty$,

$y - \delta \cdot S \cdot z \rightarrow \frac{\infty}{\infty}$, luego el límite es el mismo que el de la relación de las derivadas, de donde,

cuando $y \rightarrow \infty$,

$$y - \delta \cdot S \cdot z = \frac{-e \cdot \delta \cdot S}{d} = -(Q_{\text{máx}} - Q_0)$$

o bien

$$e = \frac{d(Q_{\text{máx}} - Q_0)}{\delta \cdot S}$$

y la función buscada es:

$$y = \frac{d \cdot \delta \cdot S \cdot z^2}{dz + \frac{(Q_{\text{máx}} - Q_0)}{\delta \cdot S} d}$$

o finalmente,

$$y = \frac{\delta \cdot S \cdot z^2}{z + \frac{Q_{\text{máx}} - Q_0}{\delta \cdot S}}$$

Esta es la fórmula fundamental de cálculo que emplearemos en lo sucesivo de la forma:

$$y = \frac{\delta \cdot S \cdot z^2}{z + A} \quad (3.4.4)$$

Con:

$$A = \frac{Q_{\text{máx}} - Q_0}{\delta \cdot S}$$

Esta magnitud A tiene las dimensiones de una longitud y define la abscisa en el origen de la asíntota de la curva de cargas equilibradas por el rozamiento; la llamaremos abscisa característica para fijar la importancia del papel que desempeña en el cálculo de silos.

Por otra parte, hemos visto que:

$$Q_0 = \delta \cdot S \cdot \frac{h}{3}$$

y

$$Q_{\text{máx}} = \frac{\delta \cdot S \cdot D}{4 \operatorname{tg} \phi' \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)} \quad (3.4.3)$$

Por consiguiente la fórmula de la abscisa característica se convierte en:

$$A = \frac{D}{4 \operatorname{tg} \phi' \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)} - \frac{h}{3} \quad (3.4.5)$$

forma que adaptaremos más adelante.

Ahora es posible determinar las ecuaciones que dan el empuje lateral sobre las paredes y la presión vertical sobre el fondo de un silo.

EMPUJE LATERAL SOBRE LAS PAREDES

El conocimiento de la carga equilibrada por el rozamiento con las paredes a un nivel dado, por aplicación de la fórmula fundamental (3.4.4), permite determinar a este mismo nivel la presión lateral o empuje horizontal unitario sobre las paredes del material ensilado.

La expresión de la carga total equilibrada por el rozamiento con las paredes al nivel "z" es:

$$y = \frac{\delta \cdot S \cdot z^2}{Z + A}$$

y en diferencial,

$$dy = y' dz = \frac{2\delta \cdot S \cdot z(Z+A) - \delta \cdot S \cdot z^2}{(Z+A)^2} \cdot \delta z = \delta \cdot S \cdot \frac{z^2 + 2AZ}{(Z+A)^2} \cdot dz$$

Si p_z es el empuje horizontal al nivel "z" y "tgφ'" el coeficiente de rozamiento del material con las paredes, la carga equilibrada por el rozamiento con las paredes, en la rebanada de espesor dz , es:

$$p_z \cdot L \cdot dz \cdot \operatorname{tg} \phi'$$

Siendo L el perímetro del silo; de donde:

$$p_z \cdot L \cdot dz \cdot \operatorname{tg} \phi' = \delta \cdot S \cdot \frac{z + 2AZ}{(Z+A)} dz$$

o bien:

$$\begin{aligned} p_z &= \frac{\delta \cdot S}{L \cdot \operatorname{tg} \phi'} \times \frac{z^2 + 2AZ}{(Z+A)^2} = \\ &= \frac{\delta \cdot S}{L \cdot \operatorname{tg} \phi'} \times \left(1 - \frac{A^2}{(Z+A)^2} \right) \\ &= \frac{\delta \cdot S}{L \cdot \operatorname{tg} \phi'} \times \left(1 - \frac{1}{\left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^2} \right) \end{aligned}$$

Ahora bien: $\frac{\delta \cdot S}{L \cdot \operatorname{tg} \phi'}$ es la expresión del empuje máximo sobre las paredes, de forma que, finalmente, la expresión del empuje horizontal unitario sobre las paredes es:

$$p_z = p_{\max} \times \left(1 - \left[\frac{Z}{A} + 1 \right]^{-2} \right) \quad (3.4.6)$$

EMPUJE TOTAL SOBRE LAS PAREDES

El empuje total por unidad de longitud de pared a la profundidad z es:

$$p_z = \frac{\delta \cdot r}{\operatorname{tg} \phi'} \int_0^z \left(1 - \left[\frac{Z}{A} + 1 \right]^{-2} \right) dz$$

Si hacemos:

$$I_1 = \int dz \quad ; \quad I_2 = \int \left[\frac{Z}{A} + 1 \right]^{-2} dz$$

Se tiene:

$$I = \int \left[1 - \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] dz = \int dz - \int \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} dz = I_1 - I_2$$

$$I_1 = Z + C$$

$$I_2 = \int \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} dz = \int \frac{dz}{\left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^2}$$

Hagamos:

$$u = \frac{Z}{A} + 1$$

$$du = \frac{1}{A} dz \quad ; \quad dz = A du$$

$$I_2 = \int \frac{A du}{u^2} = -\frac{A}{u} + C = -\frac{A}{\frac{Z}{A} + 1} + C$$

donde:

$$I = I_1 - I_2 = Z + \frac{A}{\frac{Z}{A} + 1} + C$$

Para $z = 0$ el empuje es nulo, de donde se deduce que el valor de la constante es:

$$C = -A$$

esto es:

$$I = \int_0^z \left[1 - \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] dz = Z + \frac{A^2}{Z + A} - A - (A - A = Z + \frac{A^2}{Z + A} - A$$

Finalmente el empuje total por unidad de longitud de pared en la altura total Z es:

$$P_z = \frac{\delta r}{\operatorname{tg} \phi'} \left(Z + \frac{A^2}{Z + A} - A \right) = \frac{\delta r}{\operatorname{tg} \phi'} \left(\frac{Z(Z+A) + A^2 - A(Z+A)}{Z + A} \right)$$

$$P_z = \frac{\delta r}{\operatorname{tg} \phi'} \cdot \frac{Z^2}{Z + A}$$

(3.4.7)

El punto de aplicación de la resultante del empuje sobre una pared puede ser de gran interés si se quieren determinar las reacciones de apoyo en los extremos superior e inferior de la pared. La distancia de la resultante a la parte superior de la pared (nacimiento del cono superior de ensilado) viene dada por:

$$Z_g = \frac{\int_0^z Z p_z dz}{\int_0^z p_z dz} = \frac{\frac{\delta r}{\text{tg}\phi'} \int_0^z Z \left[1 - \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] dz}{\frac{\delta r}{\text{tg}\phi'} \int_0^z \left[1 - \left(\frac{Z}{A} + 1 \right)^{-2} \right] dz}$$

Integrando, valuando la constante de integración para $z = 0$ y reduciendo términos tenemos que:

la distancia Z_g buscada es:

$$Z_g = \frac{\frac{Z^2}{2} - A^2 L \left[\frac{Z}{A} + 1 \right] - \frac{A^2}{Z/A + 1} + A^2}{Z + \frac{A^2}{Z + A} - A} \quad (3.4.8)$$

PRESION VERTICAL SOBRE EL FONDO

El peso total de material ensilado hasta un nivel determinado "Z" es:

$$p_z = \delta \cdot S \cdot Z + \delta \cdot S \cdot \frac{h}{3} = \delta \cdot S \left(Z + \frac{h}{3} \right)$$

La carga equilibrada a este mismo nivel por el rozamiento del material ensilado es:

$$p'_z = \frac{\delta \cdot S \cdot z^2}{Z + A}$$

Por consiguiente, la presión vertical total o carga sobre el plano horizontal al nivel "Z" es:

$$Q_z = p_z - p'_z = \delta \cdot S \left(Z + \frac{h}{3} - \frac{\delta \cdot S \cdot z^2}{Z + A} \right)$$

o bien:

$$Q_z = \delta \cdot S \left(z + \frac{h}{3} - \frac{z^2}{z + A} \right)$$

y finalmente:

$$Q_z = \delta \cdot S \left(z \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right) \quad (3.4.9)$$

Haciendo un resumen de fórmulas para silos cilíndricos, por el método de Reimbert, tenemos:

Empuje lateral máximo:

$$p_{\text{máx}} = \frac{\delta \cdot D}{4 \operatorname{tg} \phi'} \quad (3.4.1)$$

Abscisa característica:

$$A = \frac{D}{4 \operatorname{tg} \phi' \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\phi}{2} \right)} - \frac{h}{3} \quad (3.4.5)$$

Empuje lateral unitario sobre las paredes a una profundidad "Z":

$$p_z = p_{\text{máx}} \left(1 - \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-2} \right) \quad (3.4.6)$$

Presión vertical unitaria media sobre el fondo, a una profundidad "Z":

$$q_z = \delta \left(z \left(\frac{z}{A} + 1 \right)^{-1} + \frac{h}{3} \right) \quad (3.4.10)$$

Después adelante veremos otras recomendaciones sobre este mismo método.

3.5 Recomendaciones de la Comisión Federal de Electricidad

En el Manual de Diseño de Obras Civiles de la Comisión Federal de Electricidad correspondiente al capítulo de Tanques de Depósitos de la Sección de Estructuras, encontramos que existe un subcapítulo denominado "Depósito para Materiales Granulares" en el cual se tratan las acciones que obran en los silos, y bunkers así como el método de Reimbert para calcular las presiones horizontal y vertical sobre la pared del silo. Estas recomendaciones están basadas esencialmente en el Informe del Comité ACI-313. La clasificación de un depósito como silo o bunker interesa sólo para decidir que procedimiento aplicar para valuar las presiones ejercidas por el material almacenado.

En ese subcapítulo se presentan recomendaciones para diseñar silos y depósitos anchos (bunkers), destinados a almacenar materiales granulares. Puede adaptarse el criterio siguiente para clasificar un depósito como silo o bunker:

$$\begin{array}{ll} \text{SILO} & H > 1.5 \sqrt{A} \\ \text{BUNKER} & H \leq 1.5 \sqrt{A} \end{array}$$

Donde:

- A = área de la sección transversal del depósito
- H = altura del material almacenado

METODO DE REIMBERT

Este procedimiento puede aplicarse tanto a silos como a bunkers (depósitos anchos). Para bunkers se incluye el procedimiento de Rankine como método optativo.

Pueden aplicarse otros procedimientos que suministren un grado de seguridad no menor que el obtenido con los métodos citados. El método de Rankine no es aplicable a silos.

Ahora de la fig 3.10, obtengamos las presiones interiores.

- a) Presión estática vertical a una profundidad "Y" debajo del arranque de la superficie del material

$$q = \gamma \left(Y \left[\frac{Y}{C} + 1 \right]^{-1} + \frac{h_s}{3} \right) \quad (3.4.10)$$

- b) Presión estática horizontal a la profundidad "Y"

$$P = P_{\text{Máx}} \left(1 - \left[\frac{Y}{C} + 1 \right]^{-2} \right) \quad (3.4.6)$$

En las expresiones anteriores:

Para silos circulares:

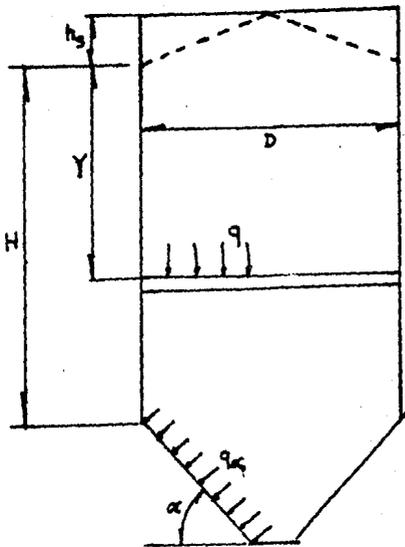
$$P_{\text{Máx}} = \frac{\gamma D}{4\mu} \quad (3.4.1)$$

$$C = \frac{D}{4\mu k} - \frac{h_s}{3} \quad (3.4.5)$$

$$k = \frac{1 - \text{sen } \rho}{1 + \text{sen } \rho}$$

En donde:

- D = diámetro interior, a menos que se indique otra cosa
- H = altura del material almacenado
- R = radio hidráulico de la sección transversal del espacio de almacenamiento
- h_s = dimensión vertical del montículo extremo del material
- α = ángulo de inclinación de una pared
- q_α = presión normal a una superficie inclinada un ángulo " α " con respecto a la horizontal
- q = presión estática vertical debida al material almacenado
- P = presión estática horizontal debida al material almacenado



CANTIDADES QUE INTERVIENEN
EN LAS FORMULAS DE REIMBERT

FIG. 3.10

- γ = peso volumétrico del material almacenado
 ρ = ángulo de fricción interna, o, aproximadamente ángulo de reposo
 μ = coeficiente de fricción entre el material almacenado y la pared
 ν = módulo de Poisson
 Y = profundidad del punto en cuestión, medida desde el arranque de la superficie del material

- c) Fuerza de fricción vertical total por unidad de ancho de pared, hasta la profundidad "Y":

$$V = (\gamma Y - q) R$$

Donde:

Para silos circulares: $R = D/4$

- d) Presión normal a una superficie inclinada un ángulo "α" con la horizontal, a una profundidad "Y":

$$q_{\alpha} = P \sin^2 \alpha + q \cos^2 \alpha$$

INCREMENTOS DE PRESIONES

Después de determinar las presiones interiores en la pared del silo debidas al material almacenado por medio del método de Reimbert o cualquier otro equivalente como el de Janssen por ejemplo, procederemos a tomar en cuenta el incremento de presión debido al llenado, con el factor de impacto " C_i ", este incremento predomina en depósitos pequeños que reciben descargas casi instantáneas de camiones o de carros de ferrocarril. El incremento de presión debido a la descarga se considera con el factor " C_d ". Debe hacerse hincapié en que los valores de C_d que se incluyen más adelante son aplicables cuando, durante la descarga, el material se mueve según el llamado "flujo de embudo". Esta condición de descarga es la normal y consiste en que el material fluye

hacia la salida por un ducto más o menos cónico, el cual se forma en el resto del material que permanece en reposo. Para que se tenga el "flujo de embudo", la abertura de salida debe ser suficientemente amplia de modo que asegure sin obstrucción el paso del material por gravedad; la descarga debe ser al centro del depósito; la relación entre altura y el diámetro de éste no debe exceder de aproximadamente 2.5, y la velocidad de descarga debe ser suficientemente baja. (3).

Si las paredes de la tolva de descarga son lisas y con mucho declive, se forma el "flujo masivo" en el que al salir parte del material se pone en movimiento todo el contenido del depósito; esta condición causa incrementos excesivos de la presión interior que no están tomados en cuenta por los factores C_d . Puede presentarse una condición intermedia entre el "flujo de embudo" y el "masivo"; en ésta el material pasa intermitentemente de un flujo a otro lo que produce sacudidas intensas que pueden ser destructivas. Esta situación se presenta cuando la rugosidad y la inclinación de las paredes de la tolva de descarga se aproximan a las que causan el flujo masivo.

Debe tomarse en cuenta la posible formación de bóvedas en el material, pues cuando una bóveda falla se produce un fuerte impacto que puede dañar la estructura. Las bóvedas se forman ya sea cuando la abertura de salida no es suficientemente grande para asegurar el flujo libre por gravedad, o cuando el depósito se descarga a la máxima velocidad que permite el sistema. El problema requiere un análisis adicional que no veremos.

El fenómeno de aeración, consiste en la disminución del peso volumétrico y de los ángulos de fricción, a causa del aire que queda atrapado en la masa del material. Durante el llenado, un material fino atrapa un exceso de aire; si la velocidad de llenado es baja, el aire escapa y los coeficientes de fricción y el peso volumétrico finales se alcanzan rápidamente, si la velocidad de llenado es alta, el material tiende a comportarse como un fluido con ángulos de fricción casi nulos. Cuando el llenado es por medios neumáticos, un material fino atrapa más aire

que cuando el llenado es mecánico, con lo que se acentúa el fenómeno de fluidización. Así mismo, cuando al descargar se inyecta aire dentro del depósito, aumenta la fluidez del material.

La descarga por aberturas excéntricas causa cambios en la presión lateral.

Probablemente la presión aumenta en un lado y disminuye en el otro, aunque en los ensayos no se ha encontrado un comportamiento consistente.

Las paredes de los silos, incluyendo los circulares, deben tener resistencia y rigidez horizontales adecuadas para resistir la presión desbalanceada que ocurre durante la descarga excéntrica.

Para estimar este incremento de presión se puede seguir el siguiente procedimiento:

Supóngase que el incremento de la presión lateral de diseño en la parte interior de una pared en cuya proximidad se halla la abertura, es por lo menos 25 por ciento de la presión estática calculada en esa zona. Si la abertura está entre el centro y la pared con una excentricidad "e", considérese que el incremento de presión en cuestión es e/r veces 25 por ciento. Supóngase que este incremento es constante hasta una altura igual al diámetro o al ancho del lado considerado, medida desde la parte superior de la tolva de descarga, y que de ahí disminuye linealmente hasta cero en el borde superior del silo. No será necesario multiplicar el incremento por C_d . En cuanto a la distribución del incremento en la periferia, en silos circulares puede suponerse constante en ella o puede suponerse el incremento en una zona y una disminución igual en la zona opuesta; en depósitos rectangulares, puede considerarse el incremento en las dos caras opuestas en la dirección de la excentricidad, y la presión de diseño sin incrementar en las otras dos caras.

Aunque la descarga sea concéntrica, pueden generarse presiones desiguales alrededor del perímetro del depósito si la superficie del material almacenado es asimétrica. Esto puede ocurrir, por ejemplo, si el material que entra no cae verticalmente, o si existen obstrucciones internas.

que favorezcan un flujo más rápido en un lado que en el otro.

Los factores C_i y C_d los podemos obtener de la tabla T-1 y de la gráfica T-2 respectivamente.

Enseguida veremos algunas otras consideraciones de diseño.

Un fenómeno que hay que tomar en cuenta para el llenado de los silos, aún con la misma materia pulverulenta o en granos, es la velocidad de ensilado o llenado. Así, si el llenado es muy rápido se producirán tensiones máximas para los empujes laterales, es decir, la densidad aparente y el ángulo de rozamiento interno del medio son mínimos. (1).

Por el contrario si el llenado es muy lento se producirán las fuerzas máximas para las presiones verticales, o sea, la densidad aparente y el ángulo de rozamiento interno del medio son máximos.

Por consiguiente convendrá adoptar en los cálculos factores de carga que tomen en cuenta los valores de las características principales de las materias pulverulentas que den las mayores tensiones correspondientes.

Por otro lado las paredes de los silos se clasificarán en lisas o rugosas, según que el ángulo de rozamiento del grano con las mismas, ϕ' , sea inferior o superior (y como máximo igual) al máximo ángulo de rozamiento interno del medio pulverulento.

Por consiguiente, se tomarán las siguientes recomendaciones, según la naturaleza de las paredes de los silos.

1. Silos de paredes lisas. Las tensiones máximas - empujes y presiones se calcularán con la densidad máxima producida por ensilado lento y asentamiento, el correspondiente ángulo de rozamiento interno máximo y el ángulo mínimo de rozamiento del grano con las paredes.
2. Silos de paredes rugosas
 - a) Se calcularán los empujes laterales con la densidad mínima debida a ensilado rápido, el correspondiente ángulo de rozamiento interno mí-

nimo y el ángulo mínimo de rozamiento del grano con las paredes.

- b) Se calcularán las presiones verticales con la densidad máxima debida a llenado muy lento de los silos y al asentamiento, el ángulo de rozamiento interno máximo correspondiente y el ángulo mínimo de rozamiento del grano con las paredes.

A continuación veremos las recomendaciones del Comité ACI-313-77 sobre diseño de silos.

3.6 Recipientes y silos para materiales granulares

El ACI-313-77 nos recomienda:

DISÑO

Los silos deben diseñarse para resistir todas las cargas aplicadas, incluyendo:

- a) Carga muerta: peso de la estructura y aditamentos de soporte para la estructura.
- b) Carga viva: fuerzas del material almacenado incluyendo factores de impacto y sobrepresión, cargas vivas sobre piso y techo, nieve, viento o cargas sísmicas (la que sea más desfavorable) y fuerzas debidas a empujes de tierra o material almacenado contra el lado de afuera del silo.
- c) Esfuerzos térmicos debidos a la diferencia de temperaturas entre el material almacenado y el aire exterior.

Los esfuerzos permisibles serán los especificados por las normas AISC vigentes.

Los espesores mínimos deben considerar el espesor adicional por corrosión.

CARGAS

Presiones debidas al material almacenado

La presión del material contra las paredes y fondo del silo deberán ser determinadas por uno de los métodos aquí presentados. Las presiones así calculadas deberán considerar no sólo la presión estática, sino también todos los posibles incrementos causados por el rápido llenado o vaciado, arqueado (formación de bóvedas). Colapso del material arqueado, aireación y descarga excéntrica. Para grupos de silos, la posibilidad de que algunas celdas estén llenas y las otras vacías también deben ser consideradas.

Cualquier otro método usado para calcular las presiones sobre el silo que nos de la fuerzas de diseño por fricción la presión vertical y horizontal puede ser usado, con tal de que las presiones resultantes sean mayores o al menos iguales a las obtenidas por los métodos de Janssen o Reimbert con los factores de sobrepresión como se especificó anteriormente.

Presión del material en silos

Los métodos contemplados por este reglamento son el de Janssen y el de Reimbert.

A) Método de Janssen

1. La presión vertical unitaria estática a una profundidad "Y" bajo la superficie del material almacenado es:

$$q = \frac{YR}{u'k} \left(1 - e^{-u'kY/R} \right) \quad (3.1.1')$$

donde:

- peso por unidad de volumen del material almacenado
- R radio hidráulico de la sección transversal horizontal
- u' coeficiente de fricción entre material almacenado y muro
- k relación entre p y q
- P presión horizontal estática debida al material almacenado

Para silos circulares

$$R = D/4$$

2. La presión lateral unitaria estática a una profundidad "Y" es:

$$P = qk \quad (3.1.2')$$

donde:

$$k = \frac{1 - \text{sen } \rho}{1 + \text{sen } \rho}$$

donde:

ρ ángulo de fricción interna o aproximadamente igual al ángulo de reposo

3. Fuerza de fricción vertical por unidad de ancho a un peralte "Y"

$$V = (\gamma Y - 0.89)R$$

B) Método de Reimbert

1. Presión vertical unitaria estática a una profundidad "Y" bajo la superficie del material almacenado

$$q = \gamma \left[Y \left(\frac{Y}{C} + 1 \right)^{-1} + \frac{ks}{3} \right] \quad (3.4.10')$$

2. Presión lateral unitaria estática a una profundidad "Y"

$$P = P_{\text{máx}} \left[1 - \left(\frac{Y}{C} + 1 \right)^{-2} \right] \quad (3.4.6')$$

Para silos circulares

$$P_{\text{máx}} = \frac{\gamma D}{4 u' k} \quad (3.4.1')$$

$$C = \frac{D}{4 u' k} - \frac{h_s}{3} \quad (3.4.5')$$

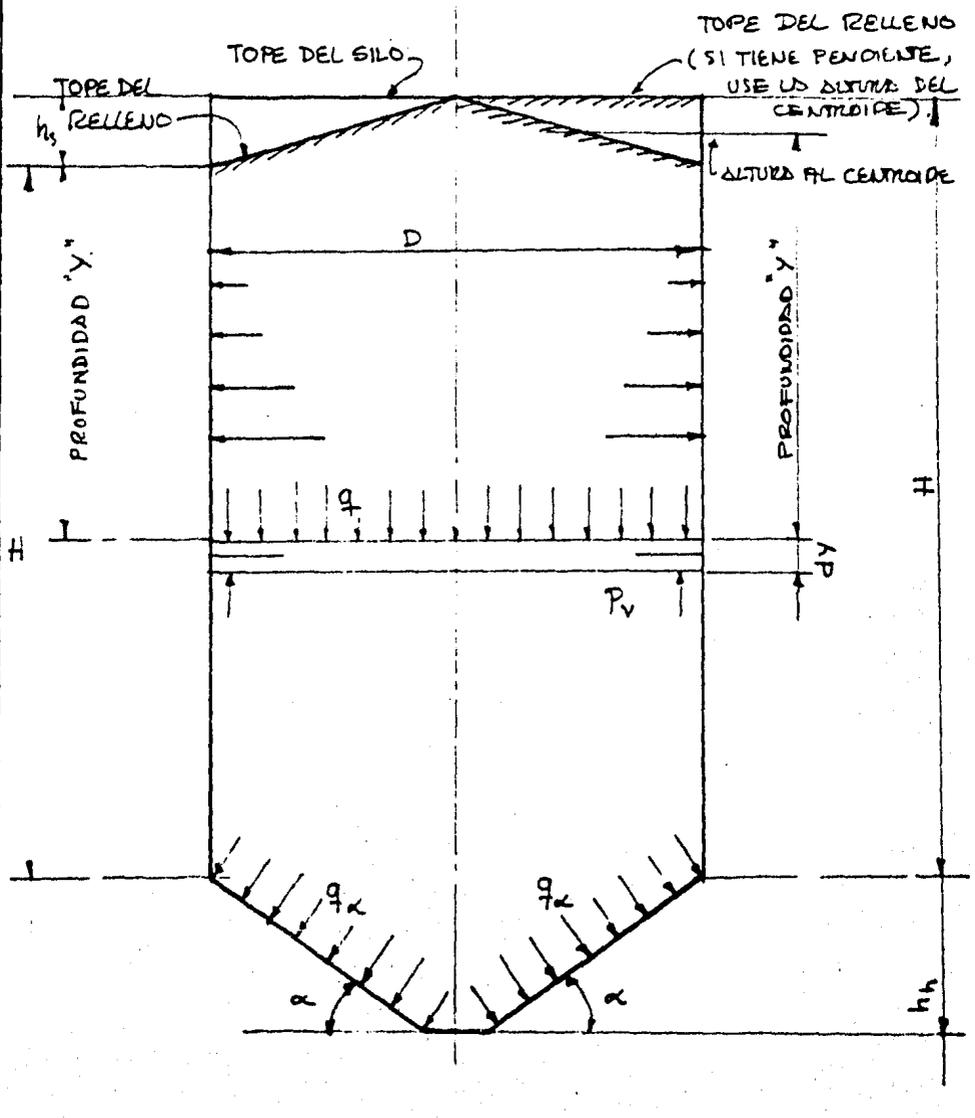
donde:

D diámetro interno

h_s altura donde hay pendiente del material almacenado

3. Fuerza de fricción vertical por unidad de ancho del muro a un peralte "Y"

$$V = (\gamma Y - q)R$$



Presiones de diseño y fuerzas para material almacenado.

Las presiones y fuerzas de diseño

$$P_{dis}$$

$$q_{dis}$$

$$q_{adis}$$

$$V_{dis}$$

Se obtienen de multiplicar directamente las presiones estáticas por los correspondientes factores de sobrepresión " C_d " o de impacto " C_i ", con lo cual se obtiene la presión y fuerza total.

Los factores C_d y C_i se encuentran en las tablas T-2 y T-1.

Presión en silos homogenizadores

Los silos homogenizadores son aquellos en los cuales se usa la presión de aire, para revolver el material y hacer una mezcla de características semejantes o uniformes.

Siendo mezclado el material puede comportarse como un fluido, entonces, la posibilidad de que existan presiones hidráulicas deberán ser consideradas como un fenómeno muy importante.

La presión de diseño será la mayor de: la calculada por el criterio de aplicar los factores de sobrepresión antes mencionado sin tomar en cuenta la presión de aire y sus fenómenos internos que se producen en el material o utilizando la siguiente fórmula:

$$P_{dis} = q_{dis} = q_{adis} = 0.6 \gamma Y$$

La fuerza de fricción vertical no sufre modificación alguna.

Presión incrementada debido a descarga excéntrica.

El efecto que causan estas aberturas de descarga excéntricas es el de incrementar la presión del grano en la pared opuesta a la abertura.

Otras presiones y fuerzas

Hasta ahora hemos visto sólo fuerzas debidas al material almacenado, y debe considerarse también la combinación más desfavorable de estas fuerzas y las debidas a sismo, viento u otras acciones accidentales multiplicadas por el factor de carga correspondiente para obtener las fuerzas últimas de diseño.

TABLA T-0 Guía de propiedades físicas de materiales granulares

	Peso volúme trico en kg/m ³	Angulo de re- poso*, en gra- dos	Coeficiente de fricción	
			contra concreto	contra acero
Arena	1600-2000	25-40	0.40-0.70	0.35-0.50
Arcilla	1810-2210	15-40	0.2 -0.5	0.36-0.7
Azúcar granular	1000	35	0.43	
Cal en terrones	800-960	35-55	0.50-0.60	0.30
Cal en partículas finas	910	35	0.5	0.3
Cal en partículas gruesas	1200	35	0.5	0.3
Cal en polvo	700	35	0.50	0.30
Carbón bituminoso	800-1040	32-44	0.50-0.60	0.30
Carbón (antracita)	960-1120	24-30	0.45-0.50	0.30
Cemento portland	1340-1600	24-30	0.36-0.45	0.3
Clinker	1410	33	0.6	0.3
Coque	600	40	0.80	0.50
Frijol soya y chícharo	800-960	23	0.25	0.20
Granos pequeños (trigo, maíz, cebada, frijol, avena, arroz, centeno)	740-990	23-37	0.29-0.47	0.26-0.42
Grava	1600-2000	25-35	0.40-0.45	
Marina	600	40	0.30	0.30
Mineral de hierro	2640	40	0.50	0.36
Mineral de manganeso	2000	40		
Yeso en terrones y piedra caliza	1600	40	0.5	0.3

* Es aproximadamente igual al de fricción interna

Appendix C—Tables

T-2
TABLE T-2—RECOMMENDED MINIMUM VALUES OF OVERPRESSURE FACTOR C_0 FOR SILOS*

SEE ALSO COMMENTARY FOR SECTION 4.4.2.2 FOR MASS FLOW DISCUSSION

TOP OF MATERIAL AND SILO

OVERPRESSURE FACTOR C_0		OVERPRESSURE FACTOR C_0									
		VI 1:2 3:10		1:1 1:10		1:1 1:10		1:1 1:10		FOR POWDERY-CONHESIVE LIKE CEMENT OR FLOUR, WHEN EMPTYING IS DONE PNEUMATICALLY	
		JANSSEN	REIMBERT	JANSSEN	REIMBERT	JANSSEN	REIMBERT	JANSSEN	REIMBERT	JANSSEN	REIMBERT
HOPPER DEPTH, H, IN METERS (DEPTH OF FILL SUPPORTING SILO BOTTOM SLAB)	1.50	1.35	1.45	1.55	1.65	1.75	1.85	1.90	1.60	1.30	1.35
	1.75	1.50	1.20	1.45	1.65	1.85	1.90	1.70	1.40	1.30	1.35
	2.00	1.35	1.55	1.65	1.75	1.85	1.90	1.80	1.75	1.65	1.35
	2.25	1.50	1.30	1.55	1.75	1.85	1.90	1.90	1.90	1.85	1.35
	2.50	1.35	1.60	1.75	1.85	1.90	1.90	2.00	2.00	2.00	1.35
OVERPRESSURE FACTOR C_0 FOR USE IN CALCULATING DESIGN BOTTOM PRESSURES IN SILOS (SEE NOTE 6)		CONCRETE BOTTOM	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50	1.55	1.60	1.65	1.70
	STEEL BOTTOM	1.75	1.50	1.30	1.35	1.40	1.45	1.50	1.55	1.60	1.65

USE SAME PRESSURE WITHIN HOPPER HEIGHT OR, IF DESIRED, REDUCE PRESSURES IN ACCORDANCE WITH HYDRAULIC RADIUS CHANGE.

IF DESIRED, PRESSURES MAY BE REDUCED FROM TOP OF FILL TO TOP OF FLAT SLAB AS SHOWN

* C_0 values given in the table are adequate for the higher loads associated with mass flow.

NOTES

1. Values for the static pressure curve are for the bottom of each height interval.
2. The design mass curve is based on the general static pressure curve. The C_0 values above are for the static curve.
3. In bottom pressures need not be considered greater than the pressure found in 30 percent of weight of silo content.
4. If $H_1 < H$ or $2H_1$ use the second C_0 value from the top for the entire silo height H .
5. Values of factor C_0 for H/D between those given in Table T-2 should be determined by linear interpolation.
6. Values of C_0 factor given in Table T-2 for nonpressure material stored in hoppers and silos is based on a C_0 factor of 0.75 for pneumatic material stored in hoppers and silos.
7. The C_0 values given in Table T-2 are for silos with a conical bottom. However, lower C_0 factors may be used, but only for silos that are designed by the designer can demonstrate that such lower C_0 factors are of a safety factor.

T-1
TABLE T-1—RECOMMENDED MINIMUM VALUES OF IMPACT FACTOR C

Ratio of volume dumped in one load to total silo capacity	Impact factor C				
	1:2	1:3	1:4	1:5	1:6 and less
Concrete bottom	1.4	1.3	1.2	1.1	1.0
Steel bottom	1.75	1.60	1.5	1.35	1.25

Lipnitski, M. E., and Abramovitch, S.H. P. "Reinforced Concrete Bunkers and Silos (Zhelenobetonnye Bunkery i Silosy)." Izdatel'stvo Literatury Po Stroitel'stvu, Leningrad, 1967.

TABLA T-2 Valores mínimos recomendados del factor de sobrepresión, C_d^*

		$H \leq 2$	$H = 3$	$H \geq 4$	**	
		$\frac{H}{(D \frac{1}{2})}$	$\frac{H}{(D \frac{1}{2})}$	$\frac{H}{(D \frac{1}{2})}$	$\frac{H}{(D \frac{1}{2})} = 4$	$\frac{H}{(D \frac{1}{2})} \geq 5$
$H_1 = D \tan \phi$ $H_1 = a \tan \alpha$		1.10	1.20	1.25	1.30	1.35
	$(H-H')/4$	1.20	1.30	1.35	1.40	1.50
	$(H-H')/4$	1.45	1.55	1.60	1.70	1.75
	$(H-H')/4$	1.65	1.75	1.85	1.90	2.00
	$(H-H')/4$	1.65	1.75	1.85	1.90	2.00
		Use la misma presión en la altura de la tolva o, si se desea, redúzcase la presión según la variación del radio hidráulico. Si se desea, las presiones pueden reducirse linealmente como se indica				
Factor de sobrepresión C_d , para calcular presiones de diseño en el fondo (véase nota 6)	Fondo de concreto	1.50	1.50	1.50	1.50	1.50
	Fondo de acero	1.75	1.75	1.75	1.75	1.75

* Los valores de C_d de la tabla no cubren los incrementos de presión debidos a flujo masivo.

** Las dos últimas columnas se aplican cuando el material es en polvo y cohesivo, como el cemento y la harina, y el vaciado es neumático.

*** h_h representa la profundidad de la tolva, o la del relleno que forma la tolva, o la del relleno que soporta a la losa de fondo.

NOTAS

1. El factor C_d corresponde a la base de cada zona indicada.

TABLA T-3 Espesor de la placa de la pared para tamaños típicos de tanques de acero formados con hiladas de 243.8 cm de altura, soldadas a tope

Diámetro del tanque (m)	Altura del tanque (m)								Altura máxima permitida para los diámetros listados (m)
	2.44	4.98	7.31	9.75	12.19	14.63	17.07	19.51	
	Número de hiladas en la altura del tanque								
	1	2	3	4	5	6	7	8	
	Espesor de la placa de la pared (mm)								
3.0	4.8	4.8	4.8	4.8	-	-	-	-	-
4.6	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	-	-	-	-
6.1	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	-	-	-
7.6	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	5.1	5.8	-
9.1	4.8	4.8	4.8	4.8	4.8	5.3	6.1	7.1	-
10.7	4.8	4.8	4.8	4.8	5.1	6.1	7.1	8.4	-
12.2	4.8	4.8	4.8	4.8	5.8	7.1	8.1	9.4	-
13.7	4.8	4.8	4.8	5.3	6.6	7.9	9.1	10.7	-
15.2	6.3	6.3	6.3	6.3	7.4	8.9	10.2	11.7	-
18.3	6.3	6.3	6.3	6.9	8.6	10.4	12.2	-	17.7
21.3	6.3	6.3	6.3	8.1	10.2	12.2	-	-	15.2
24.4	6.3	6.3	6.9	9.4	11.7	-	-	-	13.4
27.4	6.3	6.3	7.9	10.4	-	-	-	-	11.9
30.5	6.3	6.3	8.6	11.7	-	-	-	-	10.8
36.6	7.9	7.9	10.4	-	-	-	-	-	9.0
42.7	7.9	7.9	11.9	-	-	-	-	-	7.8
48.8	7.9	8.9	-	-	-	-	-	-	6.9
54.9	7.9	10.2	-	-	-	-	-	-	6.1
61.0	7.9	11.2	-	-	-	-	-	-	5.5
67.0	9.5	12.2	-	-	-	-	-	-	5.1

TABLA T-1 Coeficientes de impacto, C_i

Relación entre el volumen de una descarga sobre el depósito y la capacidad de éste		1:2	1:3	1:4	1:5	1:6 y menos
C_i	Fondo de concreto	1.4	1.3	1.2	1.1	1.0
	Fondo de acero	1.75	1.60	1.5	1.35	1.25

4. COMPARACION DE METODOS Y OBTENCION DE ELEMENTOS MECANICOS

En este capítulo procederemos a realizar los cálculos de las presiones sobre las paredes del silo, tanto horizontales como verticales tomando en cuenta los cuatro métodos de análisis descritos en el capítulo anterior y enseguida compararemos los resultados para poder escoger el más desfavorable, dentro de un promedio razonable de variación.

Tomando en cuenta la capacidad y dimensiones de los silos propuestas por "Terminales del Golfo, S.A.", aplicaremos los criterios de análisis descritos en el capítulo anterior.

DIMENSIONES Y CARACTERISTICAS GENERALES DEL SILO

Cálculo de las presiones sobre las paredes.

Capacidad = 10,000 ton

y grano = de 800 a 850 kg/m³

$V = (16\sqrt{7}) \times 12.15 = 9,771.61 \text{ m}^3$

+ 3,650.92 m³

$V_T = 13,422.53 \text{ m}^3$; x 0.750 t/m³
= 10,067 ton

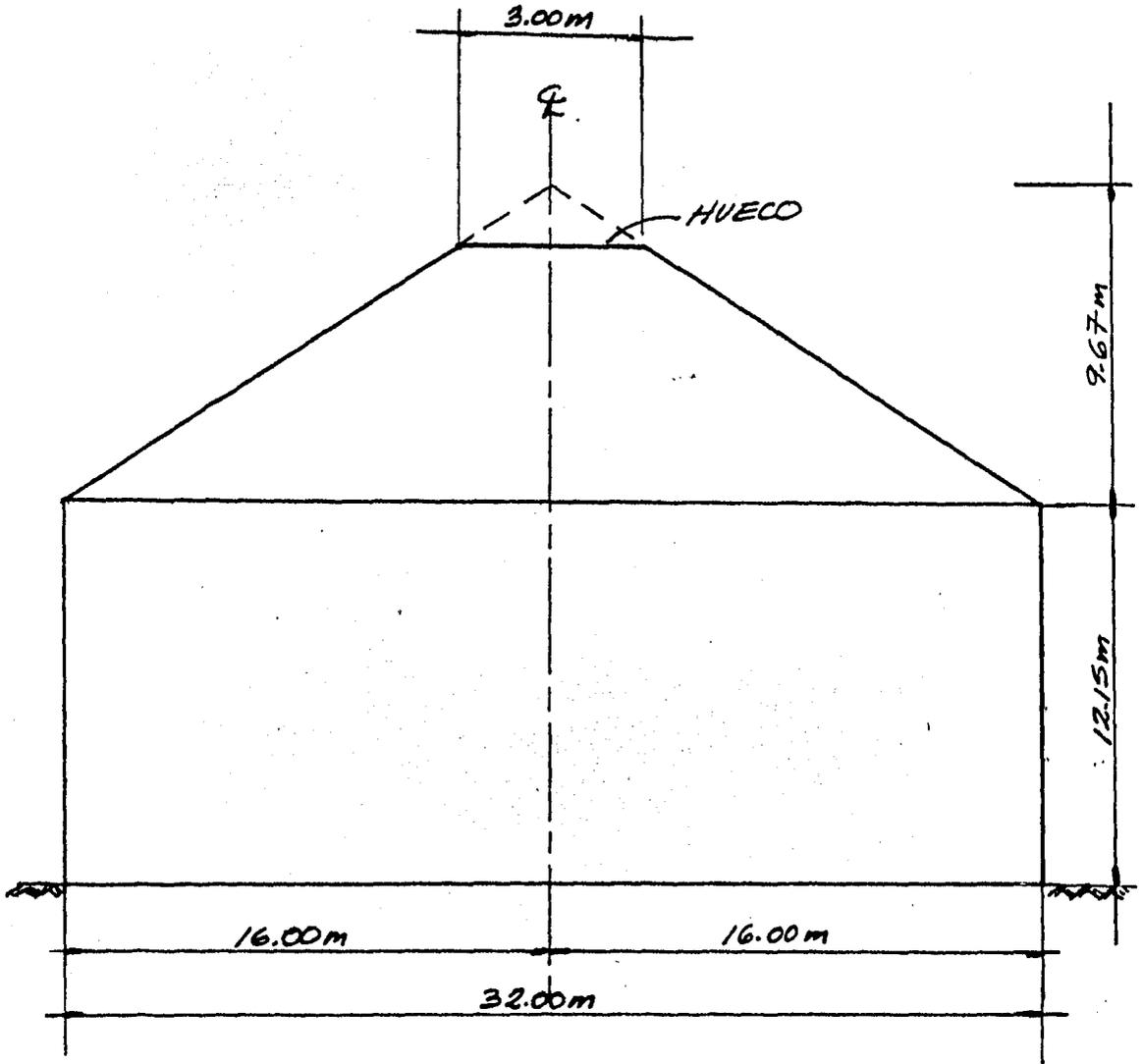


FIG. 4.1

La estructuración del silo será a base de

P_L o lámina de acero, atiesando las paredes con columnas y anillos circulares.

La cubierta estará soportada con armaduras, apoyadas en un anillo periférico sobre la pared del tanque y en un anillo circular central que servirá de hueco de acceso del grano.

CRITERIOS DE ANALISIS

Los criterios de análisis que usaremos para obtener las presiones del grano sobre las paredes del silo son los siguientes:

1. Criterio para determinar las presiones en silos por la fórmula de Janssen.
2. Criterio de Airy.
3. Criterio de Reimbert.
4. Criterio de Dr. L. Zeevaert similar al criterio de Janssen.

DETERMINACION DE LAS PRESIONES

4.1 CRITERIO DE JANSSEN

Presión vertical

$$P_v = \frac{\omega R}{\mu' h} \left(1 - e^{-\frac{\mu' k}{R} h} \right)$$

Presión horizontal

$$P_h = k P_v = \frac{\omega R}{\mu'} \left(1 - e^{-\frac{\mu' k}{R} h} \right)$$

donde:

- ω = densidad del material almacenado en el silo
- h = altura abajo del tope de la pared del silo, en el punto para el cual se calculan las presiones
- A = área encerrada por las paredes del silo
- U = perímetro de la misma sección
- $R = \frac{A}{U}$ = "radio hidráulico" de la sección

- ϕ = ángulo de reposo del material
 ϕ' = ángulo de fricción del material sobre las paredes del con-
 tenedor ; $k = \frac{P_h}{P_v} = \frac{1 - \text{sen } \phi}{1 + \text{sen } \phi}$
 μ' = $\tan \phi'$
 P_h = intensidad de la presión horizontal sobre los muros
 P_v = intensidad de la presión vertical

UNIDADES:

- ω : (lb/ft³) ó (kg/m³)
 h : (ft) " (m)
 A : (ft²) " (m²)
 U : (ft) " (m)
 $R = \Delta/U$: (ft) " (m)
 ϕ : (deg) = (grados)
 ϕ' : (deg) = (grados)
 μ'
 P_h : (lb/ft²) ó (kg/m²)
 P_v : (lb/ft²) " (kg/m²)
 h :

DATOS:

Granos pequeños: trigo, maíz, cebada, frijol, avena, arroz, centeno.

(Dato del manual de la C.F.E.)

- ω = de 740 a 990 kg/m³ ; **VERTABLA T-0**
 h = de 0 a 12.15 m (la presión está en función de la altura)
 $A = \frac{\pi d^2}{4} = \pi r^2 = \pi (16.00 \text{ m})^2 = 804.25 \text{ m}^2$
 $U = 2\pi r = \pi d = \pi(32) = 100.53 \text{ m}$
 $R = A/U = 804.25/100.53 = 8.00 \text{ m}$
 ϕ = de 23° a 37° (ángulo de reposo)
 ϕ' = de 14.6° a 22.8° (ángulo de fricción del relleno con los muros)
 μ' = de 0.26 a 0.42 (coeficiente de fricción contra acero)
 μ' = de 0.29 a 0.47 (" " " " concreto)

$$P_v = \frac{\omega R}{\mu' k} \left(1 - e^{-\frac{\mu' k h}{R}} \right)$$

$$k = \frac{P_h}{P_v} = \frac{1 - \text{sen } \phi}{1 + \text{sen } \phi}$$

$$\text{con } \phi = 23^\circ \rightarrow k = \frac{1 - \text{sen } 23^\circ}{1 + \text{sen } 23^\circ} = 0.438$$

$$\text{con } \phi = 25^\circ \rightarrow k = 0.406$$

$$\text{con } \phi = 37^\circ \rightarrow k = 0.249$$

$$\text{con } \phi = 23^\circ$$

y $\mu' = 0.26$ y $k = 0.438$ tenemos

$$P_v = \frac{(909)(8.00)}{(0.26)(0.438)} \left(1 - e^{-\frac{(0.26)(0.438)}{(8.00)} h} \right)$$

$$= 63,856.69 \left(1 - e^{-0.0142 h} \right)$$

$$P_{v \text{ máx}} = 63,856.69 \text{ kg/m}^2 = 6.385669 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_{h \text{ máx}} = h P_v = 2.7969 \text{ kg/cm}^2$$

$$\delta \quad P_h = 27969.23 \left(1 - e^{-0.0142 h} \right)$$

	ϕ	k	μ'	$\mu' = \tan \phi'$ R	Con h muy grande kg/cm ² $P_{v \text{ máx}}$	Con H=12.15 m kg/cm ² $P_{h \text{ máx}}$	P_v	P_H
TRIGO	23°	0.438	0.26	8.00 m	6.386	2.7969	2.094	0.917
	25°	0.406	0.26	8.00 m	6.889	2.7969	2.259	0.917
	37°	0.249	0.26	8.00	11.2326	2.7969	3.683	0.917
	23°	0.438	0.30	8.00	5.534	2.424	1.814	0.795
	25°	0.406	0.30	8.00	5.970	2.424	1.957	0.795
	37°	0.249	0.30	8.00	9.735	2.424	3.192	0.795
CONTRA ACERO								
	23°	0.438	0.42	8.00	3.953	1.731	1.296	0.567
	25°	0.406	0.42	8.00	4.265	1.731	1.398	0.567
	37°	0.249	0.42	8.00	6.954	1.731	2.280	0.567

Análisis de resultados: la variación es como sigue:

cuando ϕ aumenta P_v aumenta y $P_h = \text{cte}$

ϕ' aumenta

cuando $\phi = \text{cte}$ y μ' aumenta P_v disminuye y P_h disminuye.

$\phi = \text{ángulo de reposo}$

$\phi' = \text{ángulo de fricción}$

TRIGO $\phi = 25^\circ$ $h = 0.41 \mu'$ (concreto) $\dot{=} 0.444$

$\omega = 45 - 50 \text{ lb/ft}^3$

DE

$\omega = 721 \Delta 800 \text{ kg/m}^3$

DETERMINACION DE PRESIONES

4.2 CRITERIO DE L. ZEEVAERT

Presión vertical

$$\sigma_{zr} = \sigma_{zo} \left[\frac{r}{r_0} \right]^{N\phi-1}$$

$$\sigma_{zo} = \frac{b}{a} \gamma \left(1 - e^{-az} \right)$$

$$b = 1/2 (1+N\phi) \quad ; \quad a = H\phi \frac{(1+N\phi)}{2} \cdot \frac{U}{A} \quad ; \quad R = \frac{A}{U} = \frac{r_0}{2}$$

$$\frac{b}{a} = \frac{r_0}{2H\phi} = \frac{P}{H\phi} \quad ; \quad N\phi = \frac{1 + \text{sen } \phi}{1 - \text{sen } \phi}$$

coef. de fric.

$$H\phi = \frac{1 - \text{sen}^2 \phi}{1 + \text{sen}^2 \phi} \tan \phi_{cg} \quad ; \quad K\phi = \frac{1 - \text{sen}^2 \phi}{1 + \text{sen}^2 \phi}$$

(acero-grano)
 ϕ_{ag}

$$H\phi = K\phi \tan \phi' \quad ; \quad \phi' = \phi_{cg}$$

Presión horizontal contra el muro

$$\sigma_{ro} = K\phi \sigma_{zo} \quad ; \quad K\phi = \frac{\sigma_{ro}}{\sigma_{zo}} = \frac{1 - \text{sen}^2 \phi}{1 + \text{sen}^2 \phi}$$

$$\sigma_{ro} = K\phi \frac{b}{a} \gamma \left(1 - e^{-az} \right)$$

Carga total en los muros

$$W_m = \Delta \gamma z - \frac{A}{a} \gamma \left(- e^{-az} \right)$$

Carga sobre el fondo

$$W_f = \frac{A}{a} \gamma \left(1 - e^{-ah} \right)$$

$z = h$

De la fórmula:

$$\sigma_{zr} = \sigma_{zo} \left(\frac{r}{r_0} \right)^{N\phi-1}$$

Cuando $r = r_0 \rightarrow \sigma_{zr} = \sigma_{zo}$

" $r = 0 \rightarrow \sigma_{zr} = 0$, por lo cual al centro del silo se facilita la salida del grano sin presión.

DATOS:

$$\gamma = 990 \text{ kg/m}^3$$

$$h = 12.15 \text{ m}$$

$$A = \pi r^2 = 804.25 \text{ m}^2$$

$$U = 2\pi r = 100.53 \text{ m}$$

$$R = r/2 = 8.00 \text{ m}$$

$$\phi = \text{de } 23^\circ \text{ a } 37^\circ \text{ (ángulo de reposo)}$$

$$\phi' = \text{de } 14.6^\circ \text{ a } 22.8^\circ \text{ (ángulo de fricción del grano con los muros)}$$

$$\mu' = \text{de } 0.26 \text{ a } 0.42 \text{ (coef. de fricción del grano con acero)}$$

Con

$$\phi = 23^\circ \rightarrow K\phi = \frac{1 - \text{sen}^2 23^\circ}{1 + \text{sen}^2 23^\circ} = 0.735 \quad ; \quad N\phi = 2.283$$

$$\phi = 25^\circ \rightarrow K\phi = 0.697 \quad N\phi = 2.464$$

$$\phi = 37^\circ \rightarrow K\phi = 0.468 \quad N\phi = 4.023$$

$$\text{con } \phi = 23^\circ$$

$$\tan\phi' = \mu' = 0.26$$

$$\gamma = 0.990 \text{ t/m}^3$$

$$r_0 = 16.00 \text{ m}$$

$$U = 2\pi r_0; \frac{U}{A} = \frac{2\pi r_0}{\pi r_0^2} = \frac{2}{r_0} = \frac{2}{16} = 0.125$$

$$A = \pi r_0^2$$

$$N\phi = \frac{1 + \text{sen } \phi}{1 - \text{sen } \phi} = \frac{1 + \text{sen } 23^\circ}{1 - \text{sen } 23^\circ} = 2.283$$

$$K\phi = \frac{1 - \text{sen}^2 \phi}{1 + \text{sen}^2 \phi} = 0.735 \quad ; \quad H\phi = K\phi \tan\phi' = 0.191$$

$$a = \frac{0.191(1 + 2.283)}{2} \times 0.125 = 0.039$$

$$b = 1/2 (1 + N\phi) = 1.642$$

$$\sigma_{zo} = \frac{1.642}{0.039} \times 0.990 \left(1 - e^{-0.039(z)} \right)^{z=12.15 \text{ m}} = 15.731 \text{ t/m}^2 = 1.5731 \text{ kg/cm}^2$$

$$\sigma_{ro} = 15.731 \times 0.735 = 11.562 \text{ t/m}^2 = 1.1562 \text{ kg/cm}^2$$

ϕ	$K\phi$	$N\phi$	$\mu' = \tan\phi'$	$H\phi$	a	b	Para H=12.15 m kg/cm ²	
							σ_{zo}	σ_{ro}
23°	0.735	2.283	0.26	0.191	0.039	1.642	1.573	1.156
25°	0.697	2.464	0.26	0.181	0.039	1.732	1.659	1.157
37°	0.468	4.023	0.26	0.122	0.038	2.512	2.420	1.133
23°	0.735	2.283	0.30	0.221	0.045	1.642	1.521	1.118
25°	0.697	2.464	0.30	0.209	0.045	1.732	1.605	1.119
37°	0.468	4.023	0.30	0.140	0.044	2.512	2.340	1.095
23°	0.735	2.283	0.42	0.309	0.063	1.642	1.380	1.014
25°	0.697	2.464	0.42	0.293	0.063	1.732	1.456	1.015
37°	0.468	4.023	0.42	0.197	0.062	2.512	2.123	0.993

La variación de las presiones es semejante al método de Janssen.

cuando ϕ aumenta σ_{zo} aumenta y $\sigma_{ro} = \text{cte}$

cuando $\phi = \text{cte}$ y ϕ' aumenta o sea μ' aumenta σ_{zo} y σ_{ro} disminuyen

DETERMINACION DE PRESIONES

4.3 CRITERIO DE REIMBERT

Presión vertical estática a una profundidad y debajo del arranque de la superficie del material

$$q = \gamma \left[y(y/c + 1)^{-1} + hs/3 \right]$$

Presión estática horizontal a la profundidad y

$$P = P_{\text{máx}} \left[1 - (y/c + 1)^{-2} \right]$$

Para silos circulares

$$P_{\text{máx}} = \frac{\gamma D}{4\mu}$$

$$C = \frac{D}{4\mu h} - \frac{h_s}{3}$$

$$h = \frac{1 - \sin \rho}{1 + \sin \rho}$$

Donde:

μ = coeficiente de fricción entre el material almacenado y la pared

ρ = ángulo de fricción interna, o aproximadamente, ángulo de reposo

k = ver fórmula.

Donde:

- γ = peso volumétrico del material almacenado
- Y = profundidad del punto en cuestión, medida desde el arranque de la superficie del material
- C = ver fórmula
- D = diámetro interior
- h_s = dimensión vertical del montículo extremo de material

Fuerza de fricción vertical total por unidad de ancho de pared, hasta la profundidad "Y"

$$V = (\gamma Y - q)R$$

Para silos circulares

Donde:

$$R = D/4$$

Presión normal a una superficie inclinada un ángulo α con la horizontal, a una profundidad Y

$$q_\alpha = P \sin^2 \alpha + q \cos^2 \alpha.$$

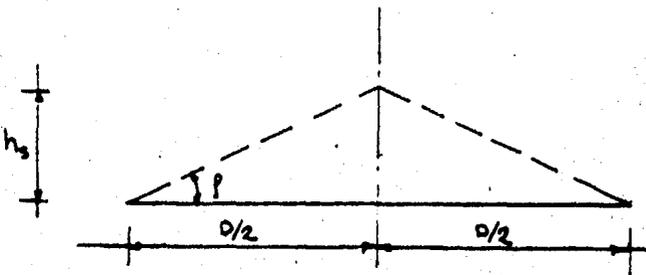
cuando el material se mueve.

Factor de sobrepresión C_d (incremento de presión debido a la descarga).

Factor de impacto C_i (sólo para depósito pequeño).

Estimación de presiones

$$q = \gamma \left[Y(Y/c + 1)^{-1} + h_s/3 \right]$$



$$\tan \phi = \frac{h_s}{D/2}$$

$$\rho \dot{=} \text{de } 23^\circ \text{ a } 37^\circ \quad \text{con } h_S > q >$$

$$\text{con } \rho \dot{=} 37^\circ \quad h_S = 16 \tan 37^\circ \dot{=} 12.06 \text{ m} > 9.67 \text{ m} \text{ con } \rho_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}} \dot{=} 31^\circ$$

$$\text{con } \rho = 25^\circ$$

$$h_S = 16 \tan 25^\circ = 7.46 \text{ m}$$

$$k = \frac{1 - \text{sen } 25^\circ}{1 + \text{sen } 25^\circ} = 0.406$$

$$\mu \dot{=} 0.268 \quad \text{con } \phi' \dot{=} 15^\circ$$

$$C = \frac{D}{4\mu h} - \frac{h_S}{3} = \frac{32}{4(0.268)(0.406)} - \frac{7.46}{3} = 71.037 \text{ m}$$

$$q = 909 \left[12.15 \left(\frac{12.15}{71.037} + 1 \right)^{-1} + \frac{7.46}{3} \right] = 11691.64 \text{ kg/m}^2$$

$$q = 11.692 \text{ ton/m}^2 = 1.1692 \text{ kg/cm}^2 \quad (\text{presi3n vertical})$$

$$P_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}} = \frac{\gamma D}{4\mu} = \frac{909(32)}{4(0.268)} = 27134.33 \text{ kg/m}^2 = 27.13433 \text{ t/m}^2$$

$$P_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}} = 2.7134 \text{ kg/cm}^2$$

$$P = P_{\text{m}\acute{\text{a}}\text{x}} \left[1 - (y/c + 1)^{-2} \right]$$

$$= 27134.33 \left[1 - \left(\frac{12.15}{71.037} + 1 \right)^{-2} \right] = 27134.33 \times 0.2708$$

$$= 7347.4463 \text{ kg/m}^2 = 7.347 \text{ t/m}^2 = 0.735 \text{ kg/cm}^2$$

(presi3n horizontal)

$$V = (\gamma y - q)R \quad ; \quad R = D/4 = 32/4 = 8 \text{ m}$$

(fricci3n vertical)

$$V = (0.909(12.15) - 11.692) 8.00 = -5.1812 \text{ t/m} = -51.81 \text{ kg/cm}$$

(kg/cm²) Para $\gamma=12.15$ m

ρ	h_g	k	$\mu = \tan \phi'$	C	$P_{\text{máx}}$	q	P
23°	6.79	0.438	0.26	67.99	2.7969	1.1427	0.7838
25°	7.46	0.406	0.26	73.30	2.7969	1.1734	0.7388
31°	9.61	0.320	0.26	92.95	2.7969	1.2679	0.6093
37°	12.06	0.249	0.26	119.55	2.7969	1.3680	0.4923
23°	6.79	0.438	0.30	58.62	2.4240	1.1206	0.7609
25°	7.46	0.406	0.30	63.19	2.4240	1.1524	0.7188
31°	9.61	0.320	0.30	80.13	2.4240	1.2502	0.5963
37°	12.06	0.249	0.30	103.08	2.4240	1.3534	0.4842
23°	6.79	0.438	0.42	41.22	1.7314	1.0587	0.6986
25°	7.46	0.406	0.42	44.43	1.7314	1.0933	0.6638
31°	9.61	0.320	0.42	56.32	1.7314	1.1996	0.5600
37°	12.06	0.249	0.42	72.48	1.7314	1.3113	0.4615

análisis del comportamiento:

la variación de las presiones es semejante al método de Janssen cuando ϕ aumenta q aumenta ρ disminuye poco $\dot{=} \text{cte.}$

cuando $\phi \dot{=} \text{cte}$ y ϕ' aumenta ($\mu = \tan \phi'$) q y ρ disminuyen.
aumenta

4.4 CRITERIO DE AIRY

Caso general I

$$\left. \begin{array}{l} \text{Depósitos bajos} \\ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \tan \theta = \mu + \sqrt{\mu \cdot \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'}} \\ P = \frac{\omega h^2}{2 \tan \theta} \cdot \frac{\tan \theta - \mu}{1 - \mu \mu' + (\mu + \mu') \tan \theta} \end{array}$$

Caso general II

$$\left. \begin{array}{l} \text{Depósitos} \\ \text{profundos} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \tan \theta = \sqrt{\frac{2h}{b} \cdot \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'} + \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'} \cdot \frac{1 - \mu \mu'}{\mu + \mu'} - \frac{1 - \mu \mu'}{\mu + \mu'}} \\ P = \frac{\omega b}{2} (2h - b \tan \theta) \cdot \frac{\tan \theta - \mu}{1 - \mu \mu' + (\mu + \mu') \tan \theta} \end{array}$$

Donde:

ω = peso por ft³ del grano (lb) o (kg)

h = peralte del grano en el depósito (ft) o (m)

b = ancho del depósito (ft) o (m)

- μ = coeficiente de fricción de grano sobre grano
 μ' = coeficiente de fricción de grano sobre el muro del depósito
 θ = el ángulo entre el plano de separación, y la horizontal, de la masa de la cuña que causa la máxima presión
 P = la presión horizontal contra el lado del depósito por ft lineal medido sobre la circunferencia

Fórmula alternativa para la presión P

CASO I.

Depósitos bajos $P = \frac{\omega h^2}{2} \left(\frac{1}{\sqrt{\mu(\mu+\mu')} + \sqrt{1+\mu^2}} \right)^2$

CASO II.

Depósitos profundos $P = \frac{\omega b^2}{2} \left(\frac{\sqrt{\frac{2h}{b}(\mu+\mu')} + (1-\mu\mu') - \sqrt{1+\mu^2}}{\mu + \mu'} \right)^2$

Los coeficientes de fricción para diferentes granos son:

GRANO	ω	μ (grano-grano)	μ' (grano-concreto) ϕ
TRIGO	49	0.466 25°	0.444 24°
MAIZ	44	0.521 28°	0.423 23°
FRIJOLES	46	0.616 32°	0.442 24°
GARBANZO	50	0.472 25°	0.296 16°
LINO	41	0.456 25°	0.414 22°

variación de:

ϕ de 16 a 25°

μ' de 0.286 a 0.466

Con $\rho = 25^\circ$ $\mu = 0.4663$

$\mu' = 0.26$

Con el caso I (depósitos bajos)

$$\tan \theta = \mu + \sqrt{\mu \cdot \frac{1 + \mu^2}{\mu + \mu'}} = 1.3504 \rightarrow \theta = 53.5^\circ$$

$$P = \frac{(909)(12.15)^2}{2(1.3504)} \cdot \frac{1.3504 - 0.4663}{1 - (0.4663)(0.26) + (0.4663 + 0.26)(1.3504)} = 23621.95 \text{ kg/m}^2$$

$$P = 2.362 \text{ kg/cm}^2 \text{ (presión horizontal)}$$

CASO II. (Depósitos profundos)

$$\tan \theta = \frac{\sqrt{\frac{2(12.15)}{32.00} \cdot \frac{1 + (0.4663)^2}{(0.4663 + 0.26)} + \frac{1 + (0.4663)^2}{(0.4663 + 0.26)} \cdot \frac{1 - (0.4663)(0.26)}{(0.4663 + 0.26)}}{1 - \frac{(0.4663)(0.26)}{(0.4663 + 0.26)}} = 0.6069 \rightarrow \theta \approx 31.26^\circ$$

$$P = \frac{(909)(32.00)}{2} \left[2(12.15) - (32.00)(0.6069) \right] \cdot \frac{0.6069 - 0.4663}{1 - (0.4663)(0.26) + (0.4663 + 0.26)(0.6069)^2}$$

$$P = 7561.2015 \text{ kg/m}^2 = 0.7561 \text{ kg/cm}^2 \text{ (presión horizontal)}$$

Con la fórmula alternativa condensada

$$p \approx 25^\circ \quad \mu = 0.4663 \quad ; \quad \mu' = 0.26$$

CASO I.

$$P = \frac{(909)(12.15)^2}{2} \left[\frac{1}{\sqrt{(0.4663)(0.4663 + 0.26)} + \sqrt{1 + (0.4663)^2}} \right]^2$$

$$P = 23621.95 \text{ kg/m}^2 = 2.3622 \text{ kg/cm}^2 \text{ (presión horizontal)}$$

CASO II.

$$P = \frac{(909)(32.00)^2}{2} \left[\frac{\sqrt{\frac{2(12.15)}{32} (0.4663 + 0.26)} + [1 - (0.4663)(0.26)] - \sqrt{1 + (0.4663)^2}}{(0.4663 + 0.26)} \right]^2$$

$$P = 0.75612 \text{ kg/cm}^2 \text{ (presión horizontal)}$$

∴ **Obtenemos resultados idénticos.**

ϕ = ángulo de reposo	$\mu = \tan \rho$	$\mu' = \tan \phi'$	kg/cm ²	
			P _{horizontal} CASO I	(h=12.15 m) (b=32.00 m) CASO II
23°	0.424	0.26	2.5418	1.0130
25°	0.466	0.26	2.3634	0.7578
31°	0.601	0.26	1.8862	0.2043
37°	0.754	0.26	1.4833	0.0002
23°	0.424	0.30	2.4939	1.0080
25°	0.466	0.30	2.3197	0.7546
31°	0.601	0.30	1.8535	0.2038
37°	0.754	0.30	1.4598	0.0002
23°	0.424	0.42	2.3648	0.9933
25°	0.466	0.42	2.2014	0.7451
31°	0.601	0.42	1.7644	0.2025
37°	0.754	0.42	1.3948	0.0002

P_{horizontal}
Depósitos
bajos

P_{horizontal}
Depósitos
profundos

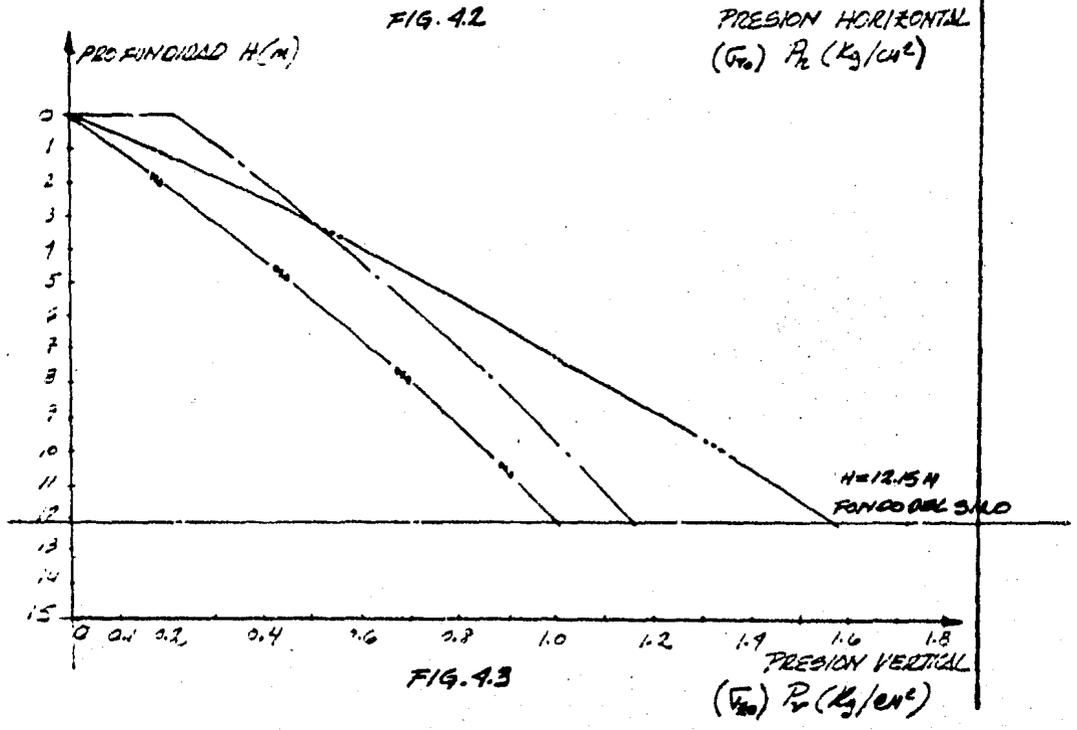
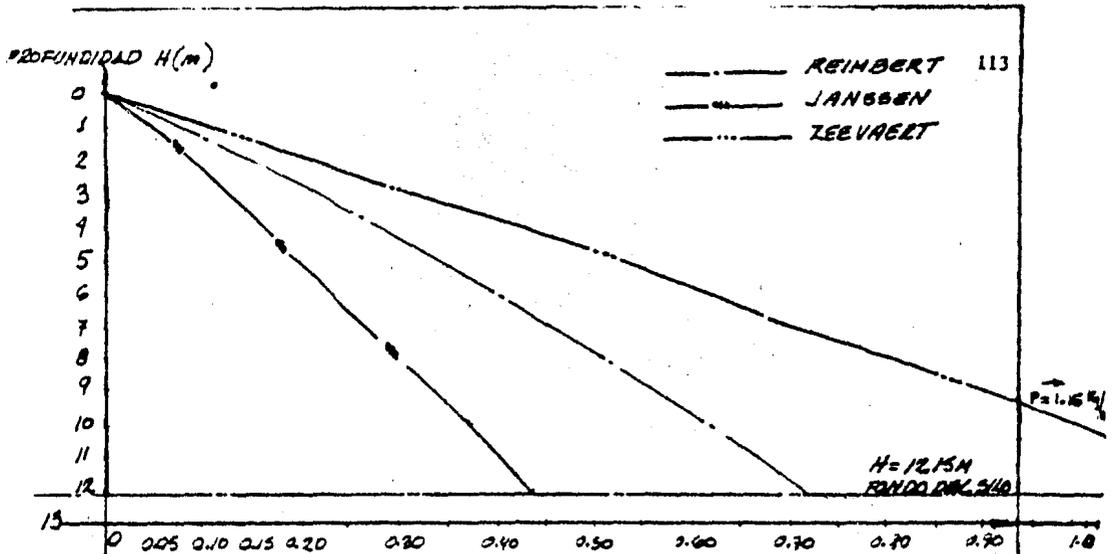
análisis del comportamiento

la variación de las presiones es semejante a los demás métodos

cuando ϕ aumenta P_{HOR} disminuye (varía con los demás métodos)

cuando ϕ' aumenta (μ') P_{HOR} disminuye

Ahora compararemos los resultados obtenidos por los métodos de análisis anteriormente descritos y éstos pueden representarse en gráficas como las mostradas en las figs 4.2 a 4.4 .



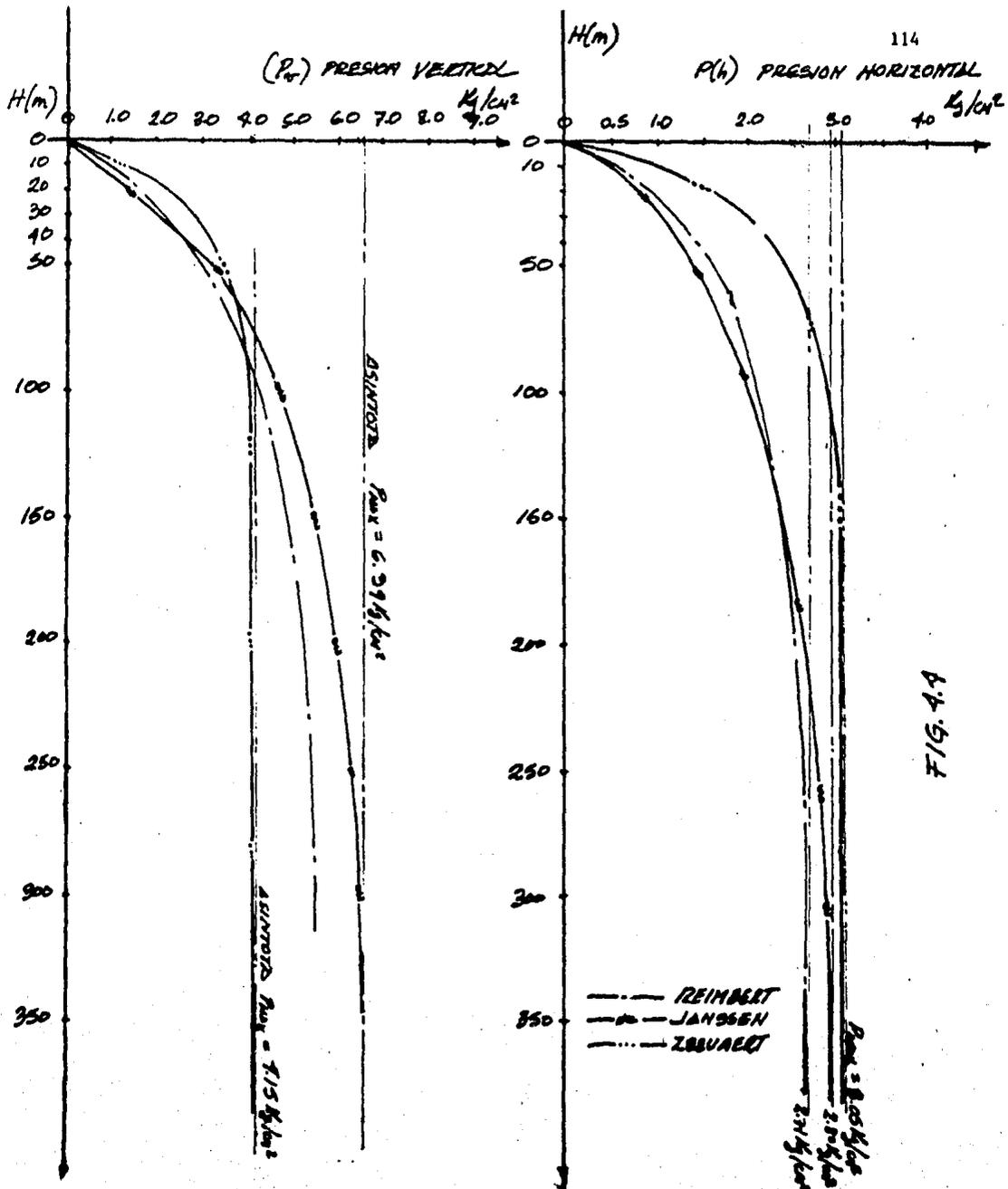


FIG. 4.4

Comparación de métodos.

Ejemplo	ϕ	μ'	Para H = 12.15 m				Presiones (kg/cm)			
			Criterios		Zeevaert		Reimbert		Airy	
			Janssen P_v	P_H	σ_{zo}	σ_{ro}	q	p	$P_H(I)$	$P_H(II)$
25°	0.26	2.259	0.917	1.659	1.157	1.1734	0.7388	2.3634	0.7578	
25°	0.30	1.957	0.795	1.605	1.119	1.1524	0.7188	2.3197	0.7546	
37°	0.26	3.683	0.917	2.420	1.133	1.3680	0.4923	1.4833	0.0002	
37°	0.30	3.192	0.795	2.340	1.095	1.3534	0.4842	1.4598	0.0002	

El análisis de los resultados, se puede interpretar como sigue:

cuando ϕ aumenta y $\mu' = \text{cte}$ P_v aumenta y $P_H = \text{disminuye poco} = \text{cte}$

cuando $\phi = \text{cte}$ y μ' aumenta P_v disminuye y P_H disminuye

cuando ϕ aumenta y μ' aumenta P_v aumenta y P_H disminuye

Esto quiere decir que: cuando el ángulo de reposo que es aproximadamente el ángulo de fricción interna aumenta la presión vertical aumenta y que cuando la fuerza de fricción aumenta la presión vertical disminuye.

Variación de presiones.

Utilizando el método de Zeevaert que es el que nos da la presión radial horizontal más grande.

Tenemos:

$$\sigma_{ro} = K\phi \frac{b}{a} \gamma \left(1 - e^{-az} \right)$$

$$\text{con } \phi = 25^\circ \quad K\phi = 0.697 \quad N\phi = 2.464 \quad \mu' = \tan\phi' = 0.26 \quad H\phi = 0.181$$

$$a = 0.039 \quad b = 1.732 \quad \gamma = 0.909 \text{ t/m}^3$$

$$\sigma_{ro} = 0.697 \times \frac{1.732}{0.039} \times 0.909 \times \left(1 - e^{-0.039 z} \right)$$

$$\sigma_{ro} = 30.644409 \left(1 - e^{-0.039 z} \right) \times 1/10 = K \text{ (kg/cm}^2\text{)}$$

z (m)	σ_{ro} (kg/cm ²)
0	0.000
1	0.1172
2	0.2299
3	0.3384
4	0.4426
5	0.5429
6	0.6394
7	0.7321
8	0.8213
9	0.9071
10	0.9896
11	1.0690
12	1.1453
12.15	1.1565

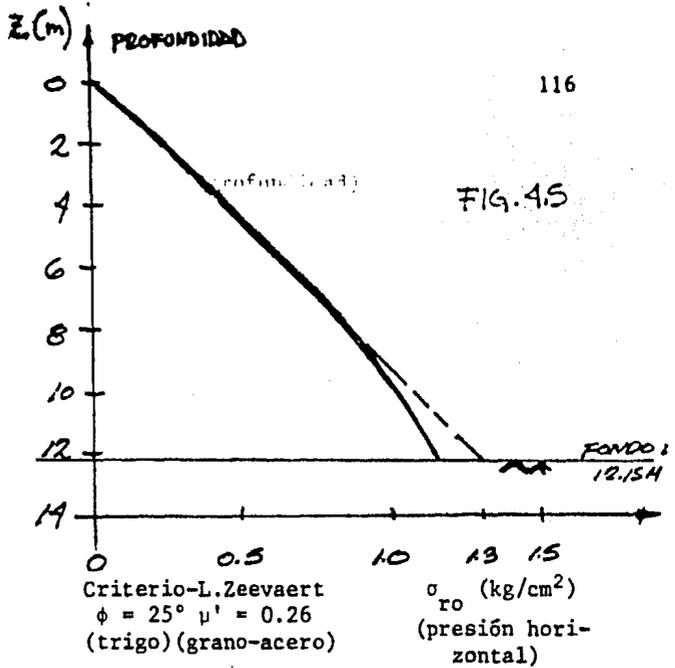


FIG. 4.5

Con $\phi = 25^\circ$ $a = 0.063$

$K\phi = 0.697$ $b = 1.732$

$N\phi = 2.464$ $\sigma_{zo}/H = 1.456 \text{ kg/cm}^2$; $\sigma_{ro}/H = 1.015 \text{ kg/cm}^2$
 $\sigma_{zo}/H = 12.15$

$\mu' = \tan\phi' = 0.42$

con $\gamma = 990 \text{ kg/m}^3$

$H\phi = 0.293$

$$\sigma_{ro} = K\phi \frac{b}{a} \gamma \left(1 - e^{-az} \right) = \frac{0.697 \times 1.732}{0.063} \times \frac{0.990}{10} \left(1 - e^{-0.063 z} \right)$$

$$\sigma_{ro} = 1.89703 \left(1 - e^{-0.063 z} \right)$$

z (m)	σ_{ro} (kg/cm ²)
0	0.000
1	0.116
2	0.225
3	0.327
4	0.423
5	0.513
6	0.597
7	0.676
8	0.751
9	0.821
10	0.887
11	0.948
12	1.006
12.15	1.015

VER FIG. 4.6

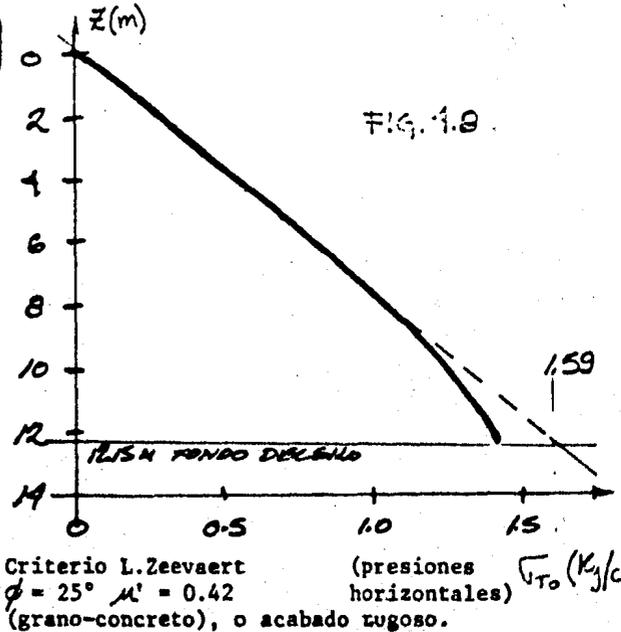


FIG. 4.6

Determinación de acciones.

1. Peso propio del tanque y sus accesorios, incluyendo la tapa y la estructura de soporte, en su caso.
2. Presión interior del relleno almacenado con incrementos por carga, descarga y descarga excéntrica.

Formación de bovedas y su colapso.

3. Carga ~~VIVA~~ ^{VIVA} sobre la tapa

$$w_{cv} \geq 120 \text{ kg/m}^2$$

- b) Sobre escaleras, plataformas y pasillos

$$P_{\text{CONCENTRICA}} = 500 \text{ kg}$$

- c) ~~CONCENTRICA~~ ^{CONCENTRICA} $w_{\text{CON}} = 100 \text{ kg}$
~~CONCENTRICA~~

4. Efectos por cambios de temperatura;
 - 4.1 Hundimientos diferenciales, de los apoyos.
5. Efectos del viento.

Presiones y succiones estáticas (reglamento de Tampico).

La estabilidad general y la resistencia de la estructura de soporte y de las paredes, se revisarán para la condición de tanque lleno y para la condición de tanque vacío (la más desfavorable).

Verificar el anclaje de la cubierta sujeto a succión.

Al revisar los esfuerzos verticales en la pared, en la estructura de soporte y en la cimentación, se supondrá lleno el depósito cuando actúa el viento.

Para revisar la estabilidad general y las posibles tensiones en la cimentación, se supondrá que el viento actúa sobre el depósito vacío; así mismo al revisar las flexiones horizontales de las paredes.

6. Efectos del sismo

Para calcular la fuerza sísmica horizontal se usará como carga viva efectiva el 80% del peso del material almacenado, pero actuando en el centro de gravedad del volumen total del material.

Presiones interiores.

Presión interior del relleno almacenado.

Afectados por C_d (coeficiente de descarga).

Y F.S. (descarga excéntrica).

$$\frac{H}{D} = \frac{12.15}{32.00} = 0.38 < 2$$

$H_1 = D \tan \rho$	ρ°	H_1 (m)
	23°	5.16
	25°	5.67
	37°	9.16

Con $\rho \leq 25^\circ$ no se cumple que $H_1 \leq H \leq 2H_1$

Con $\rho = 37^\circ$ Si " " "

→ Utilizaremos:

	C_d	(m)	$H = 12.15 \text{ m}$; $H_1 = 5.70 \text{ m}$
$H_1 = 5.70 \text{ m}$	1.10	5.70	$(H-H_1)/4 = 6.45/4 = 1.6125 \text{ m}$
$(H-H_1)/4 = 1.6125$	1.20	1.65	
$(H-H_1)/4 = 1.6125$	1.45	1.60	
$(H-H_1)/4 = 1.6125$	1.65	1.60	
$(H-H_1)/4 = 1.6125$	1.65	<u>1.60</u>	
		12.15 m	

Factor de sobrepresión C_d , para calcular presiones de diseño en el fondo.

Fondo de Concreto

$$C_d = 1.50 \times 0.75 = 1.125 \text{ (material no cohesivo).}$$

Presiones Interiores.

Z(m)	σ_{ro} (kg/cm ²)	C_d	$\sigma_{ro d}$ (kg/cm ²)
0	0.0000	1.10	0.0000
1	0.1172	1.10	0.1289
2	0.2299	1.10	0.2529
3	0.3384	1.10	0.3722
4	0.4426	1.10	0.4869
5	0.5429	1.10	0.5972
5.70	0.6108	1.10	0.6719
6	0.6394	1.20	0.7672
7	0.7321	1.20	0.8785
7.35	0.7637	1.20	0.9165
8	0.8213	1.45	1.1909
8.95	0.9029	1.45	1.3092
9	0.9071	1.65	1.4968
10	0.9896	1.65	1.6329
10.55	1.0337	1.65	1.7056
11	1.0690	1.65	1.7638
12	1.1453	1.65	1.8898
12.15	1.1565	1.65	1.9083

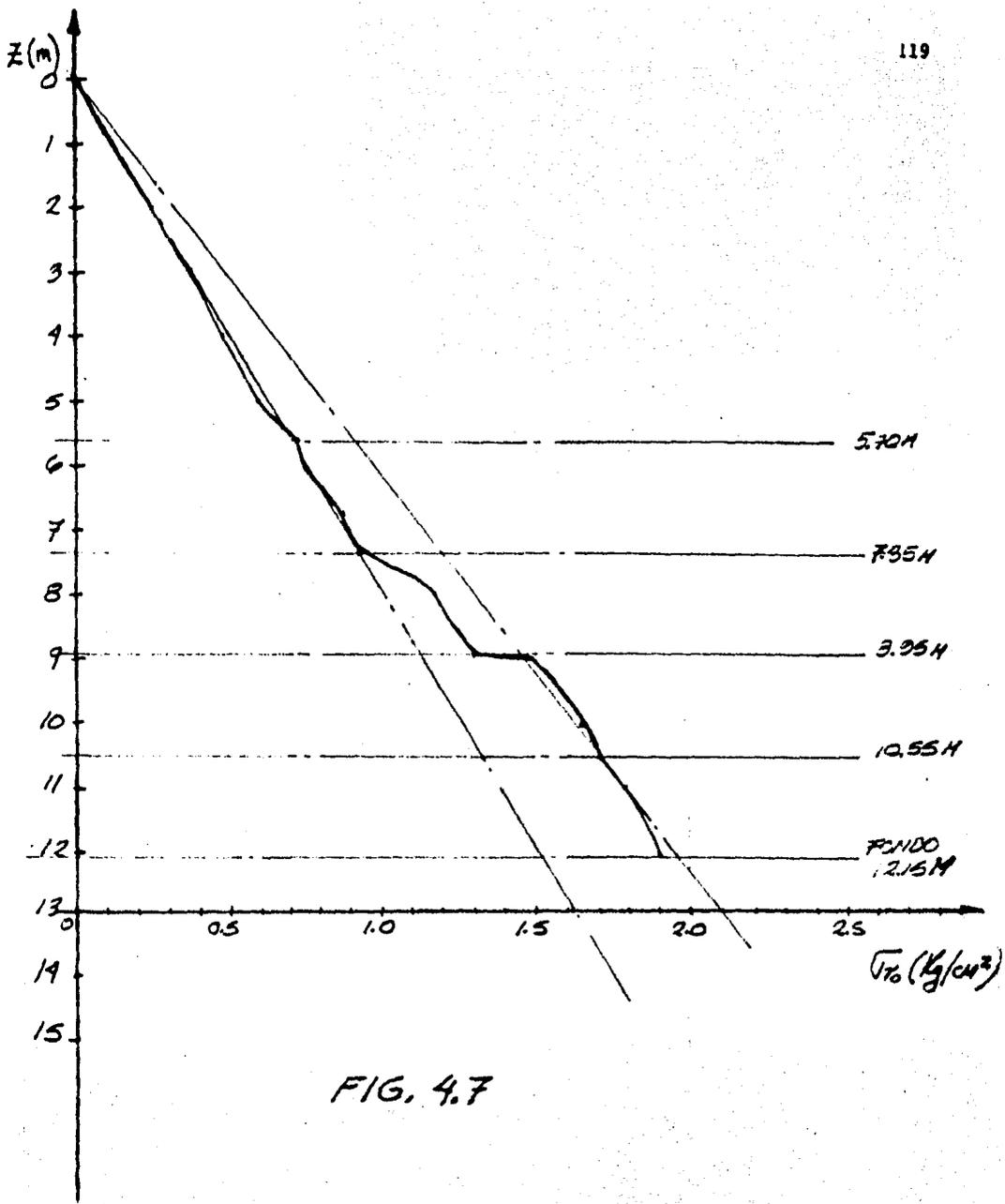


FIG. 4.7

Incremento de presión (salida excéntrica)

Excentricidad de la salida extrema

$$e = 3(3.835) + 3.531 = 15.036 \text{ m}$$

$$\frac{e}{v} = \frac{15.036}{16.000} = 0.93975$$

$$e/v \times 25\% = 0.93975 \times 25\% = 23.49 \approx 23.5 \%$$

→ El incremento es cte. hasta una altura igual al diámetro.

Como $H < D \rightarrow$ incremento = cte en toda la altura.

Z(m)	$F_{\Delta} = 1.235$	$\sigma_{ro} F_{\Delta}$
0	0.000	
1	0.1447	
2	0.2839	
3	0.4179	
4	0.5466	
5	0.6705	
6	0.7897	
7	0.9041	
8	1.0143	
9	1.1203	
10	1.2222	
11	1.3202	
12	1.4144	
12.15	1.4283	

VER FIG. 4.6

Presión equivalente

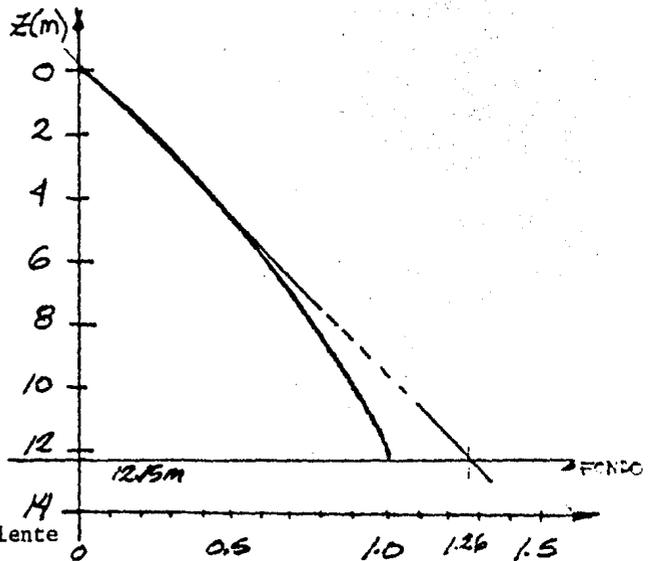


FIG. 4.6

 $\sqrt{\sigma_{ro}} (kg/cm^2)$

Envolvente triangular

$$w = 2.0 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{DE } 0 \text{ a } 12.15 \text{ m}^2$$

$$\gamma H = 2.0 \text{ kg/cm}^2 = 20 \text{ ton/m}^2$$

$$\gamma_{eq} = 20/12.15 = 1.656 \text{ ton/m}^3 \text{ (peso volumétrico equivalente).}$$

Tensión horizontal por unidad de altura

$$T = \gamma R \left[H - x - e^{-\beta x} \left(H \cos \beta x + \frac{\beta H - 1}{\beta} \text{sen } \beta x \right) \right]$$

Momentos por unidad de ancho

$$M = - \frac{\gamma R t}{\sqrt{12(1 - \nu^2)}} e^{-\beta x} \left[H \text{sen } \beta x - \frac{\beta H - 1}{\beta} \cos \beta x \right]$$

Fuerzas cortantes radiales por unidad de ancho

$$V = \frac{\gamma R t \beta}{\sqrt{12(1-\nu^2)}} e^{-\beta x} \left[H(\operatorname{sen}\beta x - \operatorname{cos}\beta x) - \frac{\beta H - 1}{\beta} (\operatorname{sen}\beta x + \operatorname{cos}\beta x) \right]$$

donde:

- H = altura $E = 2.1 \times 10^7 \text{ T/M}^2$
 γ = peso volumétrico
 t = espesor de la pared
 R = radio medio del depósito
 ν = módulo de Poisson
 x = altura sobre el fondo a la cual se valúan T, M y V

Tenemos que:

- Para γ = 1.646 t/m³
 H = 12.15 m
 ν = de 0.25 a 0.3 (acero)
 t = 3/8" = 0.009525 m = 0.01 m
 R = 16.00 m
 Con ν = 0.25

X (m)	T	M	V	W
0	0	0.8861	-5.9539	0
1	281.4114	0.0302	-0.2153	-0.0225
2	266.8453	0.0010	-0.0078	-0.0213
3	240.9568	0	-0.0003	-0.0193
5	188.3024	0	0.0000	-0.0151
10	56.6224	0	0	-0.0045
12	3.9504	0	0	-0.0003
12.15	0.0000	0	0	0

Con ν = 0.30 (acero)

X (m)	T	M	V	W
0	0	0.8993	-5.9979	0
1	281.1115	0.0314	-0.2223	-0.0225
2	266.8222	0.0011	-0.0082	-0.0213
3	240.9555	0	-0.0003	-0.0193
5	188.3024	0	0	-0.0151
10	56.6224	0	0	-0.0045
12	3.9504	0	0	-0.0003
12.15	0	0	0	0

ALTURA X(m)	FUERZA NORMAL Nφ (ton/m)	MOMENTO FLEXIONANTE M _x (ton-m/m)	FUERZA CORTANTE Q _x (ton/m)	DESPLAZA- MIENTO W(m)
0	0	0.8993	-5.9979	0
0.25	170.96	0.3890	-2.6325	-0.0137
0.50	243.43	0.1682	-1.1552	-0.0195
0.75	272.04	0.0727	-0.5068	-0.0218
1.00	281.11	0.0314	-0.2223	-0.0225
1.50	278.00	0.0058	-0.0427	-0.0222
2.00	266.82	0.0011	-0.0082	-0.0213
2.50	254.05	0.0002	-0.0016	-0.0203
3.00	240.96	0	-0.0003	-0.0193
3.50	227.80	0	-0.0001	-0.0182
4.00	214.64	0	0	-0.0172
4.50	201.47	0	0	-0.0161
5.00	188.30	0	0	-0.0151
5.50	175.13	0	0	-0.0140
6.00	161.97	0	0	-0.0130
6.50	148.80	0	0	-0.0119
7.00	135.63	0	0	-0.0108
7.50	122.46	0	0	-0.0098
8.00	109.29	0	0	-0.0087
8.50	96.13	0	0	-0.0077
9.00	82.96	0	0	-0.0066
9.50	69.79	0	0	-0.0056
10.00	56.62	0	0	-0.0045
10.50	43.45	0	0	-0.0035
11.00	30.29	0	0	-0.0024
11.50	17.12	0	0	-0.0014
12.00	3.95	0	0	-0.0003
12.15	0	0	0	0

con R e = 3/8"

ALTURA X(m)	FUERZA NORMAL Nφ (ton/m)	MOMENTO FLEXIONANTE M _x (ton-m/m)	FUERZA CORTANTE Q _x (ton/m)	DESPLAZA- MIENTO W
0	0	0.8993	-5.9979	0
0.25	170.96	0.3890	-2.6325	-0.0137
0.50	243.43	0.1682	-1.1552	-0.0195
0.75	272.04	0.0727	-0.5068	-0.0218
1.00	281.11	0.0314	-0.2223	-0.0225
1.50	278.00	0.0058	-0.0427	-0.0222
2.00	266.82	0.0011	-0.0082	-0.0213
2.50	254.05	0.0002	-0.0016	-0.0203
3.00	240.96	0	-0.0003	-0.0193
3.50	227.81	0	0	-0.0219
4.00	214.64	0	0	-0.0206
4.50	201.47	0	0	-0.0193
5.00	188.30	0	0	-0.0181
5.50	175.13	0	0	-0.0168
6.00	161.97	0	0	-0.0155
6.50	148.80	0	0	-0.0179
7.00	135.63	0	0	-0.0163
7.50	122.46	0	0	-0.0147
8.00	109.29	0	0	-0.0131
8.50	96.13	0	0	-0.0115
9.00	82.96	0	0	-0.0100
9.50	69.79	0	0	-0.0112
10.00	56.62	0	0	-0.0091
10.50	43.54	0	0	-0.0070
11.00	30.29	0	0	-0.0048
11.50	17.12	0	0	-0.0027
12.00	3.95	0	0	-0.0006
12.15	0	0	0	0

 $t = 3/8''$
 $t = 5/16''$
 $t = 1/4''$
 $t = 3/16''$

Para $\gamma = 1.646 \text{ t/m}^3$ PLe = 1/8" = 0.003175 m

X(m)	T	M	V	W
0	0	0.3030	-3.4814	-0.0000
0.5	287.45	0.0166	-0.2007	-0.0690
1.0	292.48	0.0009	-0.0115	-0.0702
1.5	280.41	0	-0.0007	-0.0673
2.0	267.31	0	0	-0.0641
5.0	188.30	0	0	-0.0452
10.0	56.6	0	0	-0.0136
12.0	3.9504	0	0	-0.0009
12.15	0	0	0	0

Para $\gamma = 1.646 \text{ t/m}^3$ PLe = 1/4" = 0.00635 m

X(m)	T	M	V	W
0	0	0.6023	-4.9086	0
0.5	262.77	0.0773	-0.6529	-0.0315
1.0	287.6	0.0099	-0.0867	-0.0345
5.0	188.3	0	0	-0.0226
12.0	3.95	0	0	-0.0005
12.15				

Para $\gamma = 1.646 \text{ t/m}^3$ PLe = 3/8" = 0.009525

X(m)	T	M	V	W
0.25	170.96	0.3890	-2.6325	-0.0137
0.50	243.43	0.1682	-1.1552	-0.0195
0.75	272.04	0.0727	-0.5068	-0.0218

Para $\gamma = 1.646 \text{ t/m}^3$ PLe = 1/2" = 0.0127 m

X(m)	T	M	V	W
0	0	1.1943	-6.9122	0
0.5	228.08	0.2796	-1.6600	-0.0137
1.0	274.3	0.0654	-0.3984	-0.0165
5.0	188.3	0	0	-0.0113
12.0	3.95	0	0	-0.0002
12.15	0	0	0	0

En silos homogenizadores al aplicar aire a presión al material ensilado la materia se comporta como un fluido, entonces podemos aplicar la teoría de tanques sujetos a una presión hidrostática, pero debemos reducir en un 40% la densidad equivalente según recomendación del Comité del ACI-313-77 (ref 3), es decir, multiplicar " $\gamma_{\text{EQUIV.}}$ " por un factor igual a 0.6 y así poder aplicar las fórmulas de la primera parte del capítulo 2 (Teoría General de Placas Delgadas Cilíndricas para Tanques de Espesor Constante o con cambios constantes).

Entonces tenemos que:

Considerando una envolvente triangular

$$\omega = 2.0 \text{ kg/cm}^2 = 20 \text{ t/m}^2$$

DE 0 m a 12.15 m

$$\gamma_{\text{EQUIVALENTE}} = \frac{20}{12.15} = 1.646 \text{ ton/m}^3$$

Por tanto

$$\gamma_{\text{EQUIVALENTE}} = 1.646 \text{ t/m}^3$$

$$\gamma_{\text{EQUIVALENTE REDUCIDA}} = 1.646 \times 0.6 = 0.9876 \text{ t/m} = 0.99 \text{ t/m}^3$$

Y aplicando las ecuaciones siguientes:

Tensión horizontal por unidad de altura

$$T = \gamma R \left[H - x - e^{-\beta x} \left(H \cos \beta x + \frac{\beta H - 1}{\beta} \operatorname{sen} \beta x \right) \right]$$

Momento por unidad de ancho

$$M = - \frac{\gamma R t}{\sqrt{12(1 - \nu^2)}} e^{-\beta x} \left(H \operatorname{sen} \beta x - \frac{\beta H - 1}{\beta} \cos \beta x \right)$$

Fuerza cortante radial por unidad de ancho

$$V = \frac{\gamma R t \beta}{\sqrt{12(1 - \nu^2)}} e^{-\beta x} \left[H(\operatorname{sen} \beta x - \cos \beta x) - \frac{\beta H - 1}{\beta} (\operatorname{sen} \beta x + \cos \beta x) \right]$$

Donde:

$$\beta = \sqrt{\frac{3(1 - \nu^2)}{R^2 t^2}}$$

H = altura total

γ = peso volumétrico

t = espesor de la pared

R = radio medio del depósito

ν = módulo de Poisson

X = altura sobre el fondo a la cual se valúan T, M y V

Tenemos que:

Para $\gamma = 0.99 \text{ t/m}^3$

$FL_e = 1/8" = 0.003175 \text{ m}$

X(m)	T	M	V	W
0	0	0.1822	-2.0939	0
0.25	141.12	0.0427	-0.5030	-0.0339
0.50	172.89	0.0100	-0.1207	-0.0415
0.75	177.72	0.0023	-0.0290	-0.0426
1.0	175.91	0.0005	-0.0069	-0.0422
1.5	168.65	0	-0.0004	-0.0405
2.0	160.77	0	0	-0.0386
5.0	113.256	0	0	-0.0272
10.0	34.06	0	0	-0.0082
12.0	2.38	0	0	-0.0006
12.15	0	0	0	0

Para $\gamma = 0.99 \text{ t/m}^3$

$FL_e = 3/16" = 0.0047625 \text{ m}$

X(m)	T	M	V	W
0	0	0.2725	-2.5603	0
0.25	127.23	0.0833	-0.7990	-0.0204
0.50	165.05	0.0254	-0.2492	-0.0264
0.75	174.38	0.0078	-0.0777	-0.0279
1.0	174.65	0.0024	-0.0242	-0.0279
1.5	168.50	0.0002	-0.0024	-0.0270
2.0	160.76	0	-0.0002	-0.0257
5.0	113.26	0	0	-0.0181
10.0	34.06	0	0	-0.0054
12.0	2.3760	0	0	-0.0004
12.15	0	0	0	0

Para $\gamma = 0.99 \text{ t/m}^3$

$FL_e = 1/4" = 0.00635 \text{ m}$

X(m)	T	M	V	W
0	0	0.3623	-2.9523	0
0.25	117.07	0.1298	-1.0769	-0.0140
0.50	158.04	0.0465	-0.3927	-0.0190
0.75	170.76	0.0166	-0.1432	-0.0205
1.0	172.98	0.0059	-0.0522	-0.0208
1.5	168.20	0.0008	-0.0069	-0.0202
2.0	160.71	0.0001	-0.0009	-0.0193
5.0	113.26	0	0	-0.0136
10.0	34.06	0	0	-0.0041
12.0	2.38	0	0	-0.0003
12.15	0	0	0	0

Para $\gamma = 0.99 \text{ t/m}^3$ FLe = $1/2'' = 0.0127 \text{ m}$

X(m)	T	M	V	W
0	0	0.7183	-4.1574	0
0.25	93.02	0.3476	-2.0375	-0.0056
0.50	137.18	0.1681	-0.9984	-0.0082
0.75	157.10	0.0813	-0.4892	-0.0094
1.0	164.98	0.0393	-0.2396	-0.0099
1.5	165.84	0.0092	-0.0575	-0.0099
2.0	160.08	0.0021	-0.0138	-0.0096
5.0	113.26	0	0	-0.0068
10.0	34.06	0	0	-0.0020
12.0	2.376	0	0	-0.0001
12.15	0	0	0	0

Para $\gamma = 0.99 \text{ t/m}^3$ FLe = $5/16'' = 0.0079375 \text{ m}$

X(m)	T	M	V	W
0	0	0.4517	-3.2968	0
0.25	109.19	0.1804	-1.3376	-0.0105
0.50	151.87	0.0720	-0.5426	-0.0146
0.75	167.13	0.0287	-0.2200	-0.0160
1.0	171.08	0.0114	-0.0892	-0.0164
1.5	167.76	0.0018	-0.0147	-0.0161
2.0	160.62	0.0003	-0.0024	-0.0154
5.0	113.26	0	0	-0.0109
10.0	34.06	0	0	-0.0033
12.0	2.38	0	0	-0.0002
12.15	0	0	0	0

Para $\gamma = 0.99 \text{ t/m}^3$ FLe = $3/8'' = 0.009525 \text{ m}$

X(m)	T	M	V	W
0	0	0.5409	-3.6075	0
0.25	102.83	0.2339	-1.5834	-0.0082
0.50	146.42	0.1011	-0.6948	-0.0117
0.75	163.62	0.0437	-0.3048	-0.0131
1.00	169.08	0.0189	-0.1337	-0.0135
1.50	167.21	0.0035	-0.0257	-0.0134
2.00	160.48	0.0007	-0.0049	-0.0128
5.00	113.26	0	0	-0.0091
10.00	34.26	0	0	-0.0027
12.00	2.38	0	0	-0.0002
12.15	0	0	0	0

Ahora compararemos casos extremos:

I) Para $\gamma = 0.75 \text{ t/m}$

$$\nu = 0.3$$

$$H = 30.00 \text{ m}$$

$$R = 3.00 \text{ m}$$

$$t = 1/8'' = 0.003175 \text{ m}$$

$$E = 2.1 \times 10^7 \text{ ton/m}^2$$

X	T	M	V	W
0	0	0.0647	-1.7062	0
0.25	64.3	0.0023	-0.0633	-0.0029
0.50	66.8	0.0001	-0.0023	-0.0030
0.75	65.8	0	-0.0001	-0.0030
1.00	65.2	0	0	-0.0029
5.00	56.25	0	0	-0.0025
10.00	45.00	0	0	-0.0020
20.00	22.50	0	0	-0.0010
30.00	0	0	0	0

II) Para $\gamma = 0.75 \text{ t/m}^3$

$$\nu = 0.3$$

$$H = 10.00 \text{ m}$$

$$R = 15.00 \text{ m}$$

$$t = 1/8'' = 0.003175 \text{ m}$$

$$E = 2.1 \times 10^7 \text{ ton/m}^2$$

X	T	M	V	W
0	0	0.1063	-1.2625	0
0.25	83.2	0.0237	-0.289	-0.0187
0.50	100.67	0.0053	-0.0663	-0.0226
0.75	102.61	0.0012	-0.0152	-0.0231
1.00	100.91	0.0003	-0.0035	-0.0227
5.00	56.25	0	0	-0.0127
10.00	0	0	0	0

III) Para $\gamma = 0.75 \text{ t/m}^3$

$$\nu = 0.3$$

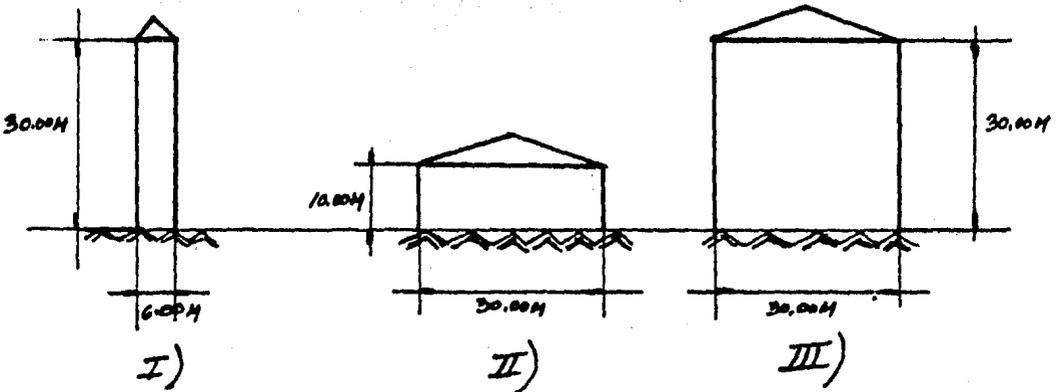
$$H = 30.00$$

$$R = 30.00$$

$$t = 1/8'' \text{ } 0.003175 \text{ m}$$

$$E = 2.1 \times 10^7 \text{ ton/m}^2$$

X	T	M	V	W
0	0	0.6433	-5.3806	0
0.25	426.8	0.2229	-1.899	-0.1920
0.56	576.7	0.0772	-0.6700	-0.2595
0.75	626.9	0.0267	-0.2363	-0.2821
1.00	641.3	0.0092	-0.0833	-0.2885
5.00	562.5	0	0	-0.2531
10.00	450.0	0	0	-0.2025
20.00	225.0	0	0	-0.1012
30.00	0	0	0	0



5. OBTENCION DE ELEMENTOS MECANICOS DEBIDOS A VIENTO Y A SISMO

Conforme a las investigaciones realizadas se encontró que la ref 2 y la ref 3 nos plantean una serie de recomendaciones y consideraciones sobre estas acciones aleatorias.

Así podemos clasificar y obtener las presiones y distribuciones (ref 27) de estas presiones para una estructura cilindrica vertical que corresponde al caso de un silo, pero hacen falta estudios sobre revisiones locales, como sucede con el fenómeno del pandeo local.

El Manual de Diseño Sísmico de la CFE nos dice:

Para tipos particulares de estructuras, como tanques y depósitos, chimeneas, torres, tuberías, etc, deberán consultarse las recomendaciones dadas en los capítulos correspondientes del tema 2, Métodos de Análisis y Diseño, de esta misma sección del manual.

En la clasificación de las construcciones según su destino, podemos ubicar esta estructura en el grupo "B", es decir, construcciones cuya falla ocasionaría pérdidas de magnitud intermedia, tales como:

Plantas industriales, bodegas ordinarias, etc. Y en la clasificación de las construcciones según su estructuración, la ubicaremos en el tipo 3. Otras estructuras y deberán seguirse los criterios específicos presentados en otros capítulos del manual.

Tomando en cuenta la regionalización sísmica de la República Mexicana, en donde se localiza la estructura, está dentro de la zona "A" que es la de menor intensidad sísmica.

Y como las propiedades del terreno son poco conocidas, entonces se supondrá ubicado en el tipo III (arcillas blandas, compresibles) ~~deformables~~ ~~viento~~).

Con las clasificaciones anteriores, obtenemos los siguientes coeficientes:

Zona sísmica de la República = "A"

Tipo de suelo = III

$c = 0.16$ $T_2 = 3.3$

$a_0 = 0.06$ $r = 1.0$

$T_1 = 0.75$

Donde:

c = coeficiente sísmico

a_0 = ordenada espectral para $T = 0$

r = exponente adimensional

T_1, T_2 = períodos naturales que definen la forma del espectro, en segundos

Y $Q = 1.0$ Caso 5.- Construcciones con estructuración que no sea del Tipo I.

El Manual de Diseño por Viento de la CFE (2) nos dice:

En la clasificación de las estructuras según su destino podemos considerar su ubicación en el Grupo B.

Y en la clasificación de las estructuras por las características de sus respuestas ante viento, la consideraremos estructuras de Tipo 3.

Estructuras aproximadamente cilíndricas o prismáticas

La velocidad regional de estructuras del Grupo B es:

V_R con período de recurrencia de

$T_R \approx 50$ años, tomando la

Zona 4 $\rightarrow V_R = 160$ km/h

Y la velocidad básica es:

$$V_B = K V_R$$

Con topografía: Campo Abierto
 Terreno Plano

$$\rightarrow K = 1.00 \quad \therefore V_B = 1.0 V_R = V_R$$

La velocidad del viento a una altura "Z"

V_Z , está dada por las expresiones

$$V_Z = V_B \left(\frac{Z}{10} \right)^\alpha \quad \text{para } 10 \text{ m} < Z < \delta$$

$$V_Z = V_B \quad \text{para } Z \leq 10 \text{ m}$$

$$V_Z = V_\delta \quad \text{para } Z \geq \delta$$

V_Z en (km/h), Z y δ en (m)

V_δ = velocidad que se obtiene al hacer $Z = \delta$.

Los valores α y δ son función de la topografía del lugar.

El tipo de terreno es:

a) Litoral $\rightarrow \alpha = 0.14$

y altura gradiente, $\delta = 200$ m

Finalmente para obtener la velocidad de diseño, V_D , se tomará en cuenta el efecto de ráfagas en la estructura. (F_R) = Factor de Ráfaga.

$$V_D = F_R V_Z$$

El factor de ráfaga será 1.3 (estructuras tipo 2 y 3).

Para el caso de estructuras Tipo 3, el factor de ráfaga se aplicará en el cálculo de la velocidad de diseño para el análisis estático; para el análisis de los efectos dinámicos no será necesario aplicar dicho factor.

El coeficiente de empuje actuando en la proyección del área vertical es:
 $C = 0.7$.

Las excentricidades accidentales son:

En dirección horizontal:

$$\begin{aligned} e &= \pm (0.3 L^2 / 8 h) + 0.05 L && \text{para } \frac{L}{H} < 2 \\ \text{ó} & && \\ e &= \pm L/8 && \text{para } \frac{L}{H} \geq 2 \end{aligned}$$

Donde:

- e = excentricidad accidental en (m)
- L = base del área expuesta en (m)
- H = altura del área expuesta en (m)

En dirección vertical:

$$e = \pm 0.05 h$$

Debiendo considerar simultáneamente las dos excentricidades en el caso más desfavorable.

A continuación veremos las recomendaciones del ACI-313-77 .

FUERZAS DE VIENTO (3)

Las fuerzas de viento serán consideradas actuando sobre silos como presiones positivas y negativas (presión y succión) actuando al mismo tiempo.

Estas presiones no deberán ser menores que las requeridas por el Código de Construcciones Local.

En la distribución de las presiones deben tomarse en cuenta estructuras o silos adyacentes, y la flexión circular debida a viento sobre el silo vacío también deberá ser considerada.

FUERZAS SISMICAS (3)

Deberán calcularse con un método adecuado y dentro de las disposiciones del reglamento sísmico vigente.

Suposiciones:

Las fuerzas sísmicas pueden actuar en cualquier dirección.

Para el cálculo de las fuerzas sísmicas sobre silos, el porcentaje del peso del material almacenado que deba usarse como carga viva efectiva no será menor del 80% .

FUERZAS SISMICAS MINIMAS

La fuerza sísmica lateral total, es decir, el cortante en la base, será calculado por la fórmula:

$$H_e = Z C_p \left(W_g + W_{eff} \right)$$

En donde:

W_g = peso de la estructura

W_{eff} = carga viva efectiva

Z = factor de la zona sísmica en cuestión

Para silos cuyo fondo descansa directamente sobre el terreno $C_p = 0.10$
y para silos con fondo soportado por alguna estructura, $C_p = 0.2$.

DISEÑO DE LAS PAREDES

Las paredes del silo deberán diseñarse para las fuerzas de tensión y compresión y para otras cargas a las cuales estén sujetas.

Para silos circulares, las paredes deberán ser consideradas en tensión

directa, debido a la presión radial ocasionada por el material almacenado.

DISEÑO DE LA CIMENTACION

En el diseño de la cimentación del silo no deberá tomarse en cuenta el efecto de sobrepresión debido al material almacenado. Sin embargo cualquier coeficiente de impacto deberá tomarse en cuenta, además de la fuerza lateral sísmica.

Los espesores de las paredes de silos formado por fajas deberán ser calculados considerando flexión circular, compresión, tensión y pandeo. Estas cargas son debidas al viento, presión interior asimétrica, pandeo por carga vertical.

COMENTARIOS AL ACI-313-77

El término "silo" que aquí se usa, incluye tanto recipientes bajos como altos o peraltados. Existen pequeñas diferencias en las presiones entre silos bajos y altos, que también son llamados "Bunkers" y "silos", respectivamente.

El ACI recomienda el método de Rankine para obtener las presiones sobre las paredes en los "Bunkers".

Podemos clasificar a los Bunkers y silos por sus proporciones como sigue, para silos circulares: si la altura es menor que una vez y media el diámetro se llamará bunker y silo en caso contrario.

Otro criterio que se puede seguir es el del plano de ruptura, el diseñador debe considerar varias posibilidades para fijar el plano de ruptura como se muestra en la fig.1. Si el plano de ruptura intersecta el tope de la superficie del material almacenado, el recipiente podrá ser considerado como un bunker. De otra manera deberá considerarse como silo.

Para bunker, las diferencias entre las presiones calculadas por el método de Rankine y entre los métodos dados para silos son pequeñas y no tomadas en cuenta en el diseño actual.

El Comité ACI-313-77 recomienda que los métodos presentados para silos pue

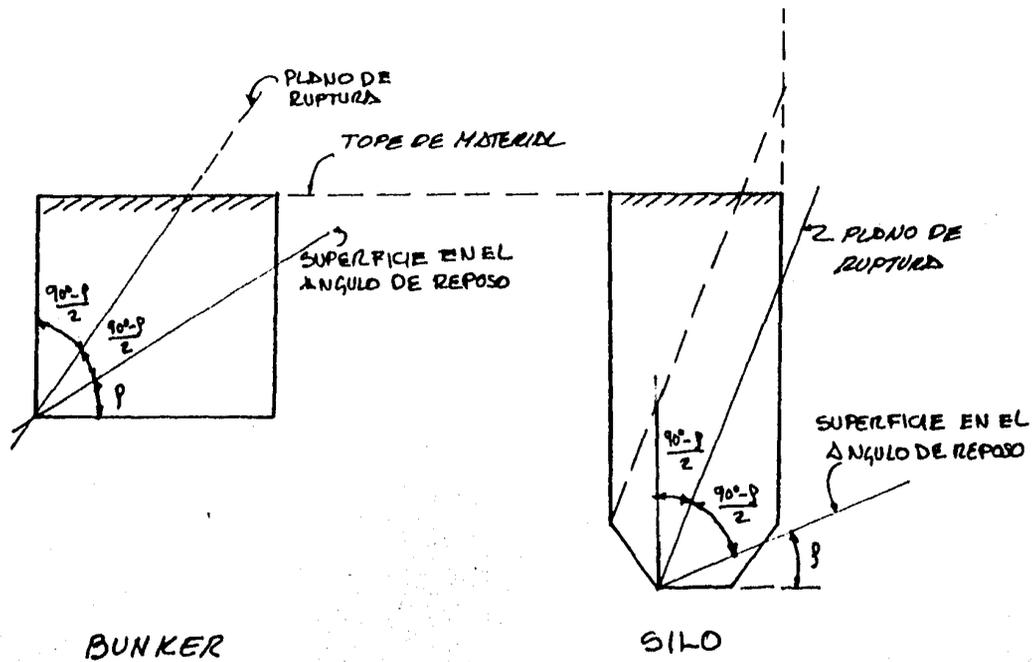


FIG. 5.1

den ser usados también para bunkers.

Para los cálculos, especificaciones y dibujos, el Comité recomienda.

Los silos y bunkers son estructuras poco usuales y muchos ingenieros no están familiarizados con su cálculo, diseño y requisitos especiales de detalle. Por ésto es importante que el diseño, preparación de planos y especificaciones para silos y bunkers estén bajo la supervisión de un ingeniero con conocimientos especializados y experiencia en el diseño de ta las estructuras.

Comparación de métodos (Comentarios).

El método de Janssen generalmente da presiones verticales más altas que el método de Reimbert y por consiguiente fuerzas friccionantes bajas. Por consiguiente se aplica un factor de reducción de 0.8 para la ecuación del método de Janssen, y así hacer comparables los dos métodos.

Presiones en silos homogenizadores

El factor de 0.6 usado en la fórmula recomendado por el Comité, refleja el comportamiento de las partículas suspendidas que no están en contacto, y que la densidad promedio es menor que la del resto del material.

Descarga excéntrica

Al ocurrir la descarga excéntrica la presión probablemente incrementa sobre un lado y decrece sobre el otro, y se considera un incremento del 25% aplicado a la presión estática para incluir este fenómeno si la abertura es en la pared del silo o en el fondo muy próxima a ella.

Con este incremento no es necesario multiplicarlo por C_d .

Paredes circulares

"Aún cuando las paredes circulares son analizadas como si estuvieran sujetas solamente a tensión directa, pueden existir momentos flexionantes debidos a diferencias de presiones radiales por descarga excéntrica que deben tomarse en cuenta".

Ahora procederemos a calcular los esfuerzos en las paredes debidos a los momentos de volteo ocasionados por las fuerzas de sismo y de viento.

Obtención del momento de inercia de un anillo de pared delgada.

$$\bar{I} = \frac{\pi (d_E^4 - d_I^4)}{64} = \text{Momento de inercia centroidal sin tomar en cuenta la contribución de las columnas}$$

Considerando un espesor de la lámina de pared de $3/8" = 1 \text{ cm}$ tenemos que:

$$\bar{I} = \frac{\pi (3200^4 - 3198^4)}{64} = 12,855,904,000 \text{ cm}^4$$

$$\bar{I} = 128.6 \text{ M}^4$$

Contribución de las columnas

		$A_y^2 \text{ (M}^4\text{)}$
$y_1 = 3.00 \text{ m}$	4 col.	0.082566
$y_2 = 6.00 \text{ m}$	4 col.	0.330264
$y_3 = 8.75 \text{ m}$	4 col.	0.702384
$y_4 = 11.25 \text{ m}$	4 col.	1.161084
$y_5 = 13.25 \text{ m}$	4 col.	1.610610
$y_6 = 14.75 \text{ m}$	4 col.	1.995918
$y_7 = 15.50 \text{ m}$	4 col.	2.204054
$y_8 = 16.00 \text{ m}$	4 col.	2.348544
		$\Sigma A_y^2 = 10.435428 \text{ cm}^4$

$$I_{col} = A_y^2$$

$$A_{col} = 91.74 \text{ cm}^2 = 0.009174 \text{ m}^2$$

$$I_{TOTAL} = \bar{I} + A_y^2$$

$$= 128.6 + 10.4 = 139 \text{ M}^4$$

Esfuerzos debidos a sismo.

Zona sísmica de la República "A"

Tipo de suelo "III"

$$C = 0.16$$

$$Q = 1.0$$

$$C' = \frac{C}{Q} = 0.16 > a_0 = 0.06$$

$$W_{C.VIVA REDUCIDA} = 0.8 W_{TOTAL}$$

$$W_T = 10,000 \text{ TON} + P_O P_O \leq 120 \text{ TON}$$

$$W_T = 10,120 \text{ TON}$$

$$W_{C.V.R.} = 0.8 (10,120) = 8096 \text{ TON}$$

$$\text{Fuerza sísmica} = C' W_{C.V.R.} = (0.16)(8096) = 1295.36 \text{ TON}$$

$$\text{Momento de volteo} = 1295 \times 6.075 = 7,867 \text{ T-m}$$

$$f_{MAX \text{ SISMO}} = \frac{M}{I} \text{ y } = \frac{7867}{139} (16.00) = 906 \text{ T/m}^2$$

$f_{MAX} = 90.6 \text{ kg/cm}^2$, que comparado con un esfuerzo del acero de 1520 kg/cm^2 resulta muy pequeño.

Y tomando el reglamento de construcciones del Estado de Tamaulipas (1978) se obtiene un $f_{MAX \text{ SISMO}} = 39 \text{ kg/cm}^2$ aún menor que el anterior.

Esfuerzos debidos a viento.

$$\text{Velocidad regional} = 160 \text{ km/h} = V_R$$

$$\text{Velocidad básica} = V_B = K V_R$$

Donde $K = 1.0$ (terreno plano)

$$\therefore V_B = V_R = 160 \text{ km/h}$$

Velocidad a una altura "Z"

$$V_Z = V_B \left(\frac{Z}{10} \right)^{\alpha} \text{ para } 10 \text{ m} < Z < \delta = 200 \text{ m}$$

Con $\alpha = 0.14$ por ser litoral

$$\rightarrow \text{para } Z = 12.15 \text{ M} \rightarrow V_Z = 160 \left(\frac{12.15}{10} \right)^{0.14} = 164 \text{ km/hr}$$

$$\text{para } Z = 12.15 + 9.67 = 21.82 \text{ M} \rightarrow V_Z = 160 \left(\frac{21.82}{10} \right)^{0.14} = 178 \text{ km/hr}$$

Finalmente:

$$\text{Velocidad de diseño} = V_D = F_R V_Z$$

Donde $F.R. = \text{FACTOR DE RAFAGA} = 1.3$

$$\therefore v_D = 1.3 (164) = 213.2 \text{ km/hr}$$

$$v_D = 1.3 (178) = 231.4 \text{ km/hr}$$

La presión es:

$$P = 0.0048 G C v_D^2$$

Donde $G = \frac{8 + h}{8 + 2h}$, (h en km sobre el nivel del mar)

$$h = 0 \rightarrow G = 1$$

Y $C =$ coeficiente de empuje (ref ²⁷ ■)

Presión en la cubierta

$$P = 0.0048 (1.0) C (231.4)^2$$

$$P = 257 \text{ kg/m}^2 \times C$$

Presión en la pared cilíndrica

$$P = 0.0048 (1.0) C (213.2)^2$$

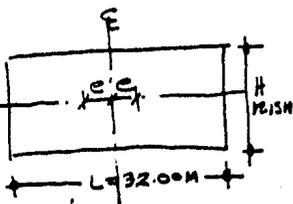
$$P = 218.18 \times C \text{ kg/m}^2$$

Y tomando las excentricidades accidentales como:

para $L/h > 2$; $\frac{32}{12.15} = 2.6$

$$C_{\text{HORIZONTAL}} = \pm L/8 = 32/8 = \pm 4.00 \text{ m}$$

$$C_{\text{VERTICAL}} = \pm 0.05 h = \pm 0.05 (12.15) = \pm 0.61 \text{ m}$$



La excentricidad más desfavorable es la vertical

$$C_V = + 0.16 \text{ m}$$

∴ El momento de volteo es:

$$\text{con } C = 1.0$$

$$F_{\text{TOTAL}} = 218.18 \times 1.0 \times 32 \times 12.15 = 84,828 \text{ kg} = 85 \text{ ton}$$

$$\text{con } C = - 2.5$$

$$F_{\text{TOTAL}} = - 212,071 \text{ kg} = - 212 \text{ ton}$$

La distancia promedio es: $\frac{88.5}{8} = 11.0625 \text{ m}$

$$\rightarrow 32 F_i = 11.0625 = 7867 \text{ t-m}$$

$$\therefore F_i = \frac{7867}{32 \times 11.0625} = 22.22 \text{ ton}$$

$$\text{FZA C/ANCLA} = 22/4 = 5.5 \text{ ton} = 5,500 \text{ kg}$$

Con un $F_p = 1520 \text{ kg/cm}^2$

$$A_{\text{NECESARIA}} = \frac{5,500}{1,520} = 3.62 \text{ cm}^2 ; \text{ como es efecto accidental}$$

$$A_N/1.33 = 2.72 \text{ cm}^2 \rightarrow 4 \text{ anclas } \phi \text{ 3/4"} \text{ para cada columna.}$$

Análisis de cargas.

Obtención de cargas de viento según el reglamento de construcciones del Estado de Tamaulipas - 1978.

Tipo de estructura según su respuesta a la acción del viento.

Tipo 3

Velocidad de diseño básica

$$V = K_1 K_2 V_0$$

$$K_1 = 1.0 \text{ terreno plano}$$

$$K_2 = 1.0 \text{ grupo "B"}$$

$$V_0 = V_H = 200 \text{ km/h}$$

$$V = 200 \text{ km/h}$$

$$V_Z = (0.1 Z)^\alpha V$$

$$\alpha = 0.085 \text{ terreno plano}$$

$$V_{Z=12.15\text{m}} = 60.1 \times (12.15)^{0.085} \times 200 = 203.34 \text{ km/h}$$

$$V_Z = 21.82 \text{ m} = (0.1 \times 21.82)^{0.085} \times 200 = 213.71 \text{ km/h}$$

Empujes estáticos

$$P = NC V^2$$

Viento

$$P = NC V^2$$

$$\rightarrow a = 1.0$$

$$N = 0.005 \frac{8 + a}{8 + 2a} = 0.005$$

$$P = 0.005 C v^2 = 0.005 C (213.71)^2 = 228.36 \cdot C \text{ kg/m}^2$$

Para estructuras cilíndricas

$$\text{Con } H/d = 12.15/32.00 = 0.38 \times 1.0$$

$$\rightarrow C = 1.0$$

Superficie lisa de metal

$$C_1 = 0.45$$

Excentricidad vertical = $\pm 0.05 H$

Área expuesta (proyección vertical de la sección transversal).

$$e_{\text{ACCID}} = 0.61 \text{ m}$$

$$A_{\text{EXP}} = 12.15 \times 32.00 = 388.8 \text{ m}^2$$

$$C = 0.45$$

$$p = 228.36 \times 0.45 = 102.76 \text{ kg/m}^2 \quad P_T = 39,954 \text{ kg}$$

$$p = 228.36 \times 1.00 = 228 \text{ kg/m}^2 \quad P_T = 88,786 \text{ kg}$$

Momento de volteo

$$M_1 = p \times h = 88,786 \times 12.76 = 1,132,909.36 \text{ kg/m}$$

$$M_V = 1133 \text{ ton/m}$$

Esfuerzo máximo por $M_{\text{VOLTEO (VIENTO)}}$

$$f = \frac{M}{I} y = \frac{1133 \text{ t/m}}{139} (16.00) = 130.4 \text{ t/m}^2$$

$$f_{\text{MAX}} = 13.04 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{\text{MAX(SISMO)}} = \frac{3402}{139} (16) = 391.6 \text{ t/m}^2$$

$$f_{\text{MAX(SISMO)}} = 39.16 \text{ kg/cm}^2$$

Obtención de las tensiones en la pared del silo debidas a viento.

Considerando la distribución de presiones que se sugiere en la referencia 27 y tomando en cuenta un coeficiente de succión de 2.5 tenemos que la presión es:

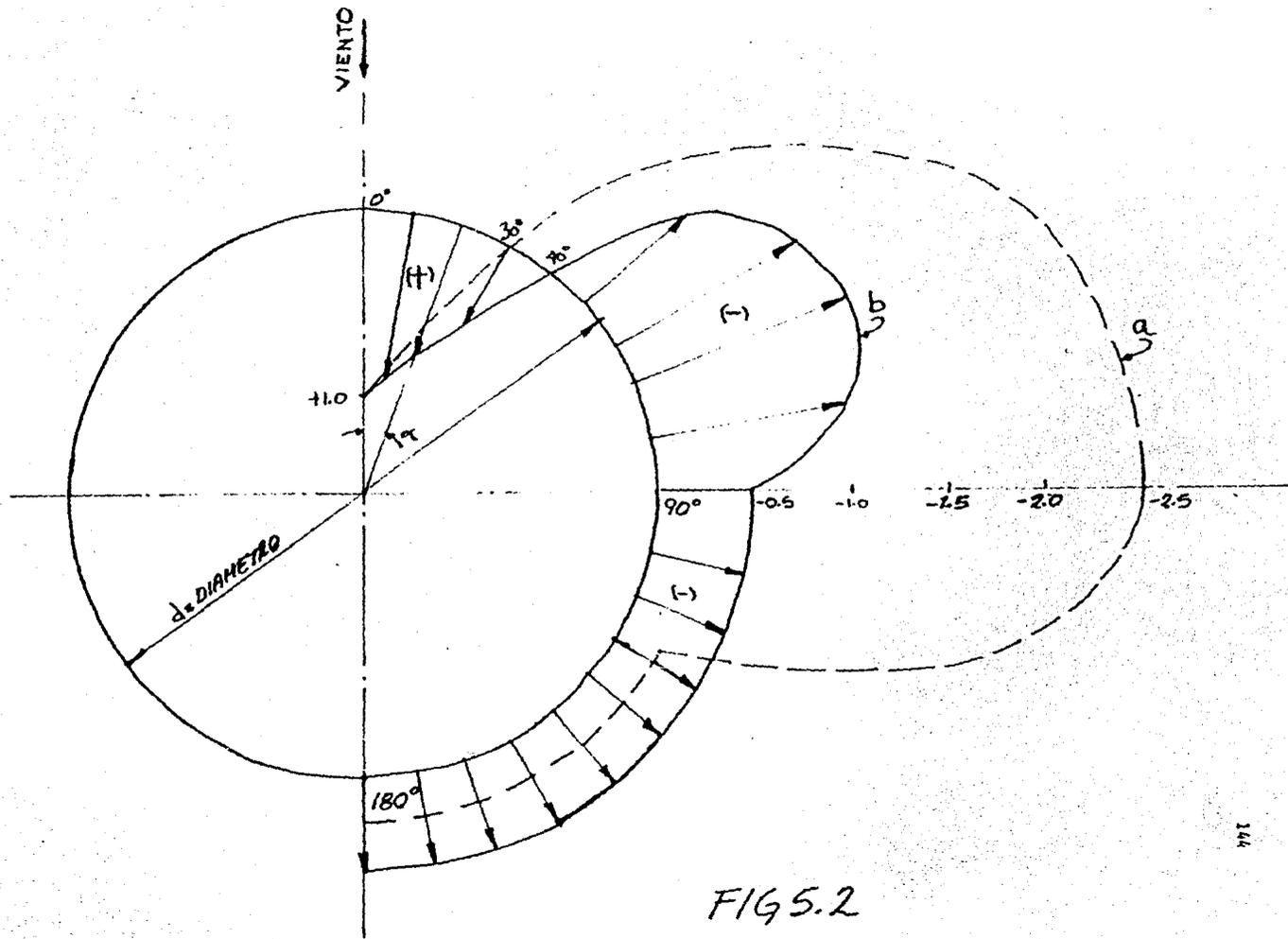
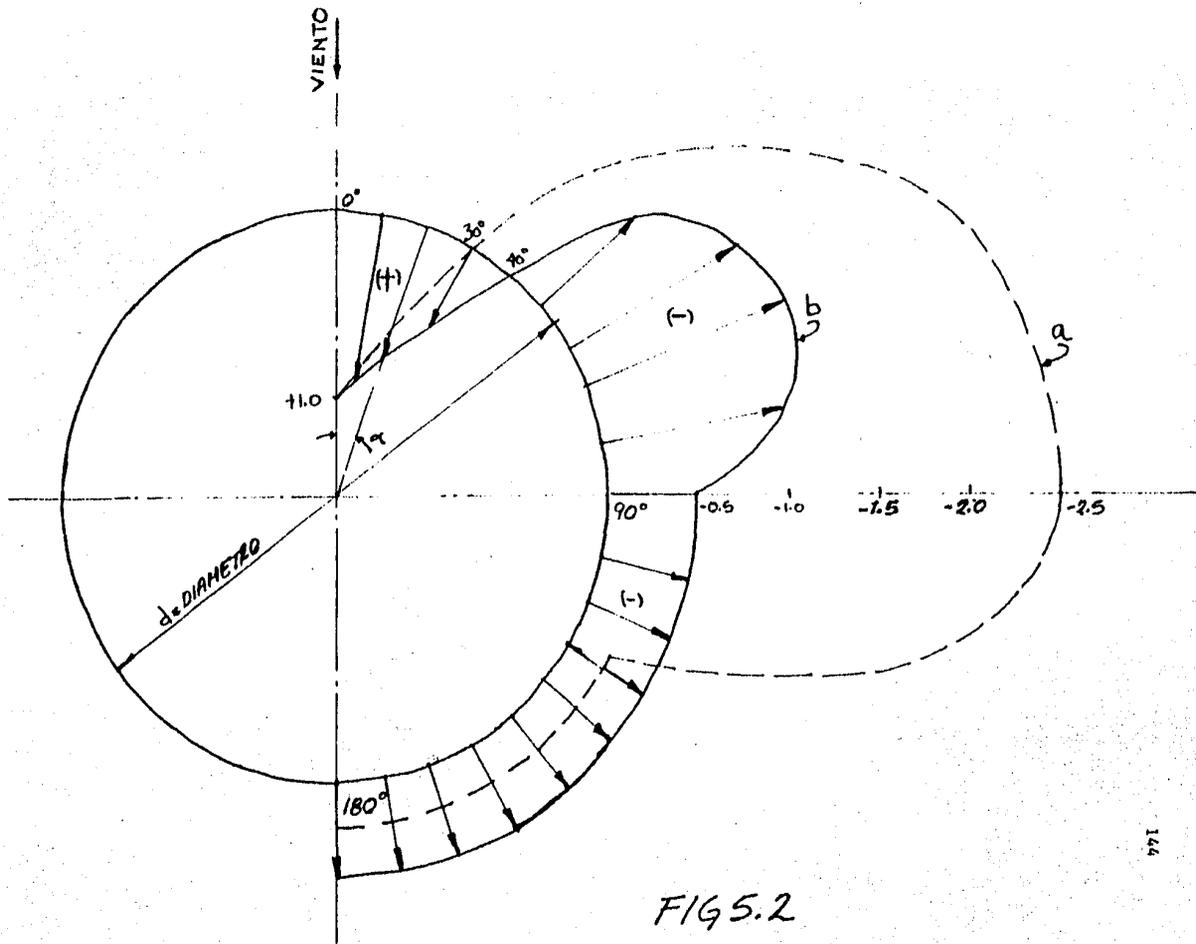


FIG 5.2



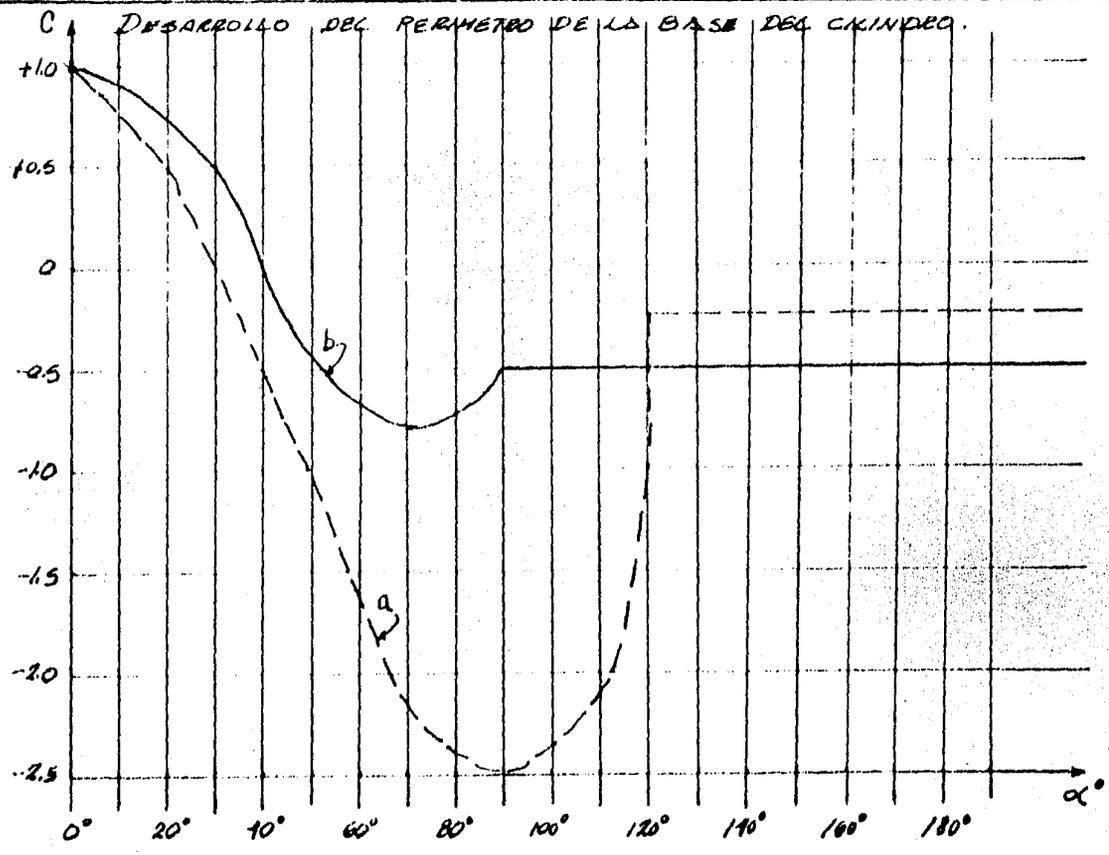


FIG. 5.3

$$P = 218.18 \times C = 218.18(-2.5) = -545.45 \text{ kg/m}^2$$

(SUCCION)

Y en el caso más desfavorable de tener esta presión alrededor de la pared podemos aplicar la siguiente fórmula (8) demostrada en el capítulo 2.

$$\text{Esfuerzo radial} = S_2 = \frac{PR}{t}$$

$$\text{Esfuerzo longitudinal} = S_1 = \frac{PR}{2t}$$

Entonces la fuerza de tensión en la pared es:

$$F = PR$$

$$+ \quad F = (545.45)(16.00) = 8727.2 \text{ kg/m}$$

∴ $F = 8.7 \text{ ton/m}$ esta fuerza es demasiado pequeña como para tomarse en cuenta en el diseño general, pero, revisaremos el diseño localmente.

Revisión local de la pared sujeta a fuerzas de viento.

La presión con $C = 1.0$ es:

$$P = 218.18 \text{ kg/m}^2$$

Y tomando en cuenta la fórmula para recipientes a presión (8) tenemos:

$$\text{Fuerza de compresión} = PR = 218.18(16) = 3491 \text{ kg/m}$$

Y que con el silo vacío nos daría un esfuerzo de compresión igual a:

$$\text{con } R = 1/8''$$

$$f = \frac{PR}{t} = \frac{3491}{(0.003175)} = 1102 \text{ t/m} = 110.2 \text{ kg/cm}^2$$

Y como la separación entre columnas medida sobre la circunferencia es:

$$\frac{\pi D}{32}$$

$$l = \frac{\pi(32)}{32} = \pi = 3.14 \text{ m}$$

Entonces la relación de esbeltez resultaría muy grande, para las cercanías con las fronteras, pero como aceptamos la teoría de la membrana, entonces el esfuerzo es aceptable, menor del permisible. Aunque existen fallas locales (29) que necesitan un estudio más amplio que queda fuera de esta Tesis.

6. DISEÑO DE LA PARED CILINDRICA

Este capítulo tratará de la determinación de las secciones de las paredes, conocidas las presiones y elementos mecánicos obtenidos con los diferentes métodos de análisis, expuestos en capítulos anteriores.

Según Reimbert: El cálculo de las paredes verticales de los silos cilíndricos no presentan dificultades muy grandes. (1).

Además de su peso propio y de las cargas que pueden tener que sufrir durante la construcción, las paredes están solicitadas por dos esfuerzos principales: El empuje horizontal debido a la materia ensilada que tiende a "abrir" el cuerpo cilíndrico del silo según sus generatrices, y la fuerza de rozamiento vertical debido al rozamiento de la materia con las paredes, que da lugar a esfuerzos verticales de compresión.

Sea " P_z " el empuje lateral y " R " el radio interior del silo; la pared debe calcularse para resistir a un esfuerzo de tensión igual a:

$$T = R \times P_z$$

En el sentido vertical, el espesor de la pared, determinado en función del

esfuerzo de tensión, suele ser más que suficiente para resistir a los esfuerzos de compresión antes definidos, pero en el caso particular de silos de gran altura debe hacerse una revisión.

En primer lugar haremos una revisión del espesor de la pared del silo, considerando la teoría de placas cilíndricas delgadas y posteriormente lo haremos con la teoría de la membrana. En ambos casos el esfuerzo horizontal será el que gobierne el espesor de la pared y la revisión del espesor para esfuerzos verticales quedará para silos muy altos.

Compararemos los dos diseños para ver su efectividad en una aplicación práctica.

Considerando la teoría de placas cilíndricas delgadas y tomando a:

$$\begin{aligned} \gamma &= 0.99 \text{ t/m}^3 && \text{(peso volumétrico equivalente reducido} \\ R_e &= 3/8" && \text{por el coeficiente del proceso de homo-} \\ &&& \text{genización)} \end{aligned}$$

Para $x = 1.00 \text{ m}$ (medido desde el fondo del silo)

La fuerza de tensión es:

$$\begin{aligned} T &= 169.08 \text{ ton/m} \\ \therefore f_{\text{PERM}} &= \frac{PR}{t} = \frac{T}{t} \\ \rightarrow t &= \frac{T}{f_{\text{PERM}}} \\ \therefore t_{x=1.00 \text{ m}} &= \frac{169,080}{100 \times 1520} = 1.112 \text{ cm} \end{aligned}$$

Si consideramos un incremento en el esfuerzo permisible del acero a tensión de 33% por ser ~~condición~~ no permanente y algunas veces accidental tenemos:
CONDICIÓN

$$t_{x=1.00} = \frac{1.112}{1.33} = 0.836 \text{ cm} < 3/8" = 0.9525 \text{ cm}$$

Con un desplazamiento igual a 1.35 cm . . . O.K.

$$R_e = 3/8" \text{ de } x=0.00 \text{ m}$$

$$A_x = 3.00 \text{ m}$$

Ahora con:

$$\gamma = 0.99 \text{ t/m}^3 \quad \text{y} \quad R_e = 5/16" = 0.0079375 \text{ m}$$

Tenemos:

$$\text{Para } x = 5.00 \text{ m} \rightarrow T = 113.26 \text{ ton/m}$$

Con un desplazamiento $w = 1.1 \text{ cm}$

$$\therefore t = \frac{113,260}{100 \times 1520} = 0.7451 \text{ cm} < 0.794 \text{ cm}$$

De $x = 3.00 \text{ m}$

$$A \quad x = 6.00 \text{ m} \quad R_e = 5/16" = 0.794 \text{ cm}$$

$$\text{Con: } \gamma = 0.99 \text{ t/m}^3 \quad \text{y} \quad R_e = 1/4" = 0.00635 \text{ m}$$

Tenemos:

$$\text{Para } x = 10.00 \text{ m} \rightarrow T = 34.06 \text{ ton/m}$$

$$\text{con } w = 0.41 \text{ cm}$$

$$\therefore t = \frac{311,060}{100 \times 1520} = 0.224 \text{ cm}$$

$$\rightarrow \text{Usar } R_e = 3/16" = 0.476 \text{ cm}$$

$$\text{Para } x = 10.00 \text{ m}, \quad T = 34.06 \text{ ton/m} \quad \text{y} \quad w = 0.54 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{De } x = 6.00 \text{ m} \text{ a } x = 9.00 \text{ m} \quad R_e = 3/16" = 0.476 \text{ cm}$$

$$\text{Con: } \gamma = 0.99 \text{ t/m}^3 \quad \text{y} \quad R_e = 1/8" = 0.003175 \text{ m}$$

Tenemos:

$$\text{Para } x = 10.00 \text{ m} \quad T = 34.06 \text{ t/m} \quad \text{y} \quad w = 0.82 \text{ cm}$$

$$\therefore t = \frac{34060}{100 \times 1520} = 0.224 \text{ cm} < 0.3175 \text{ cm}$$

$$\therefore \text{De } x = 9.00 \text{ m} \text{ a } x = 12.15 \text{ m} \quad R_e = 1/8" = 0.3175 \text{ cm}$$

Ahora considerando la teoría de la membrana y las presiones originales afectadas por C_d

$$P_{\text{MAX}} = 1.9 \text{ kg/cm}^2$$

ó afectadas por C salida excéntrica

$$P_{\text{MAX}} = 1.59 \text{ kg/cm}^2$$

Por el tamaño del silo consideraremos que sí hay efectos por salida excéntrica pero que la velocidad de vaciado es muy lenta y considerando lo que

recomienda Reimbert (1) para el caso de vaciado lento las presiones verticales son las máximas con la densidad aparente y el ángulo de rozamiento interno del medio máximo.

$$\therefore P_{MAX} = 1.59 \text{ kg/cm}^2$$

O en el caso real

$$P_{MAX} = 1.253 \text{ kg/cm}^2$$

En el peor de los casos

$$t = \frac{PR}{f_{PERM} \times 100}$$

$$\therefore t = \frac{15900 \times 16.00}{100 \times 1520} = 1.67 \text{ cm}$$

Afectando por 1.33

$$t = 1.26 \text{ cm} + R.e = 1/2''$$

Ahora con

$$p = 1.253 \text{ kg/cm}^2 = 12530 \text{ kg/m}^2$$

$$\therefore t = \frac{12530 \times 16}{100 \times 1520} = 1.32 \text{ cm}$$

Afectando por 1.33

$$t = 0.99 \text{ cm} + R.e = 3/8''$$

Consideraremos el último caso.

Como las presiones son casi proporcionales y el primer caso fué revisado con más detalle consideraremos las expresiones siguientes:

DE x(m)	A x(m)	R.e = ()cm
0	3	3/8" = 0.95 cm
3	6	5/16" = 0.79 cm
6	9	1/4" = 0.64 cm
9	12.15	3/16" = 0.48 cm

Los detalles y soldadura se muestran en los planos de diseño generales.

E-1 y E-2.

7. DISEÑO DE LA CUBIERTA

En este capítulo trataremos el diseño de la cubierta, estructurando a base de armaduras apoyadas en dos anillos, uno central conectado rigidamente a las armaduras y otro periferico en el cual el apoyo va articulado. También se obtendrán fuerzas tratando la cubierta como un cascarón, pero el análisis complejo de este problema queda fuera del objetivo de este trabajo.

7.1 *Diseño de la cubierta*

Descripción y estructuración.

La cubierta de este silo en particular es de tipo cónico con un orificio central para la entrada del grano por medio de bandas transportadoras. En general las acciones a las que estará sujeta son el peso propio de la misma y las presiones y succiones debidas al viento; por lo que habrá que valuar la magnitud y dirección de estas fuerzas.

La estructuración que se propone para la cubierta es a base de armaduras radiales apoyadas en dos anillos, uno central al que se conectarán rigidamente y otro periferico en donde el apoyo será articulado.

Estas armaduras estarán contraventeadas para evitar el pandeo lateral y toda la estructura de la cubierta irá forrada por lámina, ya sea, lisa o corrugada y galvanizada, fijada a las armaduras por conectores mecánicos.

La razón de esta estructuración es para que el comportamiento de la misma sea estable y transmita sus reacciones al cilindro por medio de un anillo de borde sin momentos flexionantes, que puedan ocasionar pandeo en la pared del silo.

Aunque existen otras formas de solucionar el problema de la cubierta, como lo es, utilizando un cascarón (5,6,7,10,12), sólo daremos una pequeña explicación del mismo, ya que el problema es complejo y queda fuera del objetivo de esta Tesis.

Obtención de cargas debidas a viento.

Según el reglamento de construcciones del estado de Tamaulipas - 1978.

a) Tipo de estructura:

El tipo de estructura según su respuesta a la acción del viento es: tipo 3 y clasificada en el grupo B.

b) Velocidad de diseño básica

$$V_1 = K_1 K_2 V_0$$

donde: $V_0 = V_A = 200 \text{ km/h}$

$K_1 = 1.0$ por estar ubicado en terreno plano

$K_2 = 1.0$ grupo B

$$\therefore V = (1.0)(200) = 200 \text{ km/h}$$

c) Velocidad de diseño a una altura "Z" del piso.

$$V_Z = (0.1 Z)^{\alpha} V$$

Con $\alpha = 0.085$ terreno plano

$$V_Z = 12.15 \text{ m} = (0.1 \times 12.15)^{0.085} \times 200 = 203.34 \text{ km/h}$$

$$V_Z = 21.82 \text{ m} = (0.1 \times 21.82)^{0.085} \times 200 = 213.71 \text{ km/h}$$

Cálculo de empujes estáticos.

La presión estática es igual a:

$$P = N_C V^2$$

donde:

P = presión estática

N = factor de altura sobre el nivel del mar

C = coeficiente que depende la geometría

V = velocidad de diseño

$$N = 0.005 \frac{8 + a}{8 + 2a} \quad \text{con } a = 1.0$$

$$N = 0.005$$

$$P = 0.005 C V^2 = 0.005 C (213.71)^2 = 228.36 \times C \text{ kg/m}^2$$

Para estructuras cilíndricas

$$\text{Con } H/d = 12.15/32.00 = 0.38 < 1.0$$

$$\rightarrow C = 1.0$$

$$\therefore P_{\text{viento}} \begin{matrix} \text{(succión)} \\ \text{(o presión)} \end{matrix} = 228.36 \text{ kg/m}^2$$

Considerando 16 armaduras radiales tenemos que el área para cada armadura es:

$$A = \frac{\pi(R)^2}{16} = \frac{\pi(16)^2}{16} = \pi(16) = 50.27 \text{ m}^2$$

y la carga es:

$$\omega^1 = 228.36 \times 50.27 = 11,479 \text{ kg} = 11.5 \text{ ton}$$

$$\omega = \frac{11,500}{16.94} = 678.9 \text{ kg/m}$$

o analizando con área máxima tenemos:

$$\text{Ancho tributario} = \frac{\text{Perímetro exterior}}{16}$$

$$A.T. = \frac{2 \pi R}{16} = \frac{2\pi(16)}{16} = 6.283 \text{ m}$$

$$\therefore \omega = 228.36 \times 6.283 = 1435 \text{ kg/m}$$

De donde el momento isostático es:

$$M = \frac{\omega l^2}{8} = \frac{(1.435)(16.88)^2}{8} = 51.11 \text{ ton-m}$$

Considerando un peralte de 50 cm tenemos:

La fuerza de compresión en la cuerda superior es:

$$F = \frac{51.11}{0.50} = 102.22 \text{ ton}$$

Tomando un ancho tributario promedio tenemos:

$$\text{Ancho máx.} = 6.283 \text{ m}$$

$$\text{Ancho mín.} = \frac{0.589}{6.872}$$

$$\frac{6.872}{2} = 3.44 \text{ m} = \text{ancho promedio}$$

$$\therefore \omega = 3.44 \times 228.36 = 785.56 \text{ t/m}$$

$$\text{y } M = (0.786)(16.88)^2/8 = 27.98 \text{ ton-m}$$

$$\therefore F_{\text{c.s.}} = \frac{27.98}{0.50} = 55.96 \text{ ton-m}$$

Por ser acción accidental, se multiplica por 0.75

La fuerza de compresión en la cuerda superior es:

$$F_{\text{c.s.}} = 55.96 \times 0.75 = 41.92 \text{ ton}$$

La fuerza de tensión en la cuerda inferior es:

$$F_{\text{c.i.}} = 53 \times 0.75 = 40 \text{ ton}$$

Y la fuerza de tensión y compresión en la diagonal es:

$$F_D = \frac{6.634}{0.7071} = 9.382 \text{ ton} ; F_D = 9.382 \times 0.75 = 7.04 \text{ ton}$$

La estructuración de la armadura es como sigue:

VER FIG. 7.1

Ahora procederemos a analizar la armadura tipo de la cubierta.

La carga uniformemente distribuida sobre la armadura es, $\omega = 785.56 \text{ kg/m}$ y convirtiéndola a carga puntual sobre cada nudo tenemos:

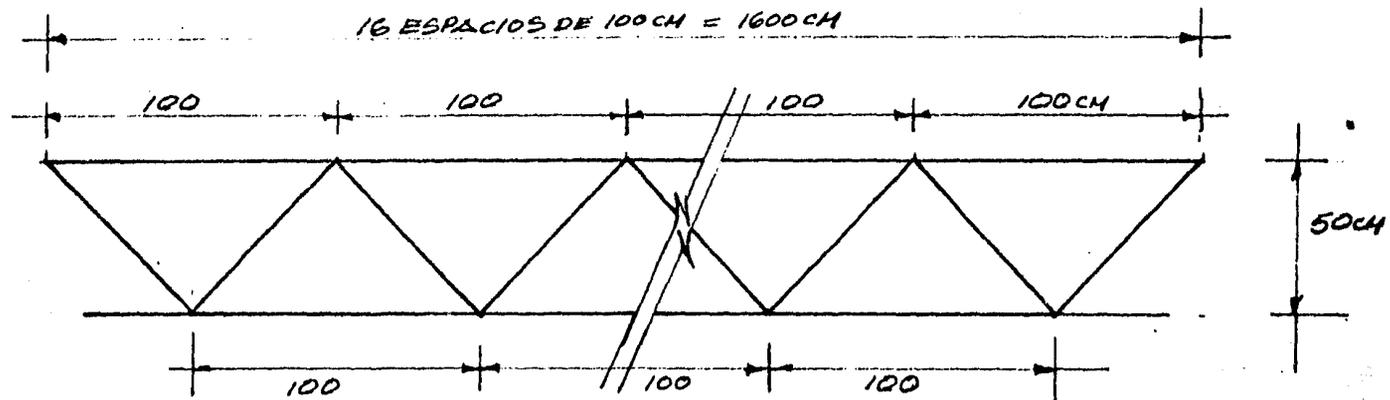


FIG. 7.1 GEOMETRIA DE LA ARMADURA

Longitud de la armadura = 16.88 m

Descontando los 88 cm de cada lado para conexiones, entonces, la distribución de carga es:

N°. total de nudos = 17; para diseño N°. de nudos = 16

donde:
$$P = \frac{0.786 \times 16.88}{16} = 0.8292 \text{ ton}$$

y

$$P/2 = 0.4146 \text{ ton}$$

Así tenemos que las fuerzas en las barras son: VER FIG. 7.2

$$F_{\text{C.S. compresión}} = 52.644 \times 0.75 = 39.5 \text{ ton}$$

$$F_{\text{C.i. tensión}} = 53.056 \times 0.75 = 39.8 \text{ ton}$$

$$F_{\text{D. tensión y compresión}} = 8.795 \times 0.75 = 6.6 \text{ ton}$$

Diseño de la Armadura Tipo.

$$F_{\text{c.s.}} = + 39.5 \text{ ton} \quad (\text{compresión})$$

$$F_{\text{c.i.}} = - 39.8 \text{ ton} \quad (\text{tensión})$$

$$F_{\text{d.}} = \pm 6.6 \text{ ton} \quad (\text{compresión y tensión})$$

Con 2 APS $\left[_ \right]$ 4 x 3 x 3/8" como cuerdas tenemos:

$$I_{xx} = \frac{(7.62)(10.16)^3 - (5.715)(8.255)^3}{12}$$

$$\therefore I_{xx} = 398.062 \text{ cm}^4$$

$$I_{yy} = \frac{(10.16)(7.62)^3 - (8.255)(5.715)^3}{12}$$

$$\therefore I_{yy} = 246.203 \text{ cm}^4$$

$$A = 2 (16.00) = 32.00 \text{ cm}^2$$

$$r_{xx} = \sqrt{I_{xx}/A} = 3.527 \text{ cm}$$

$$r_{yy} = \sqrt{I_{yy}/A} = 2.774 \text{ cm}$$

$$P = 0.8292 \text{ Ton} \quad P/2 = 0.4146$$

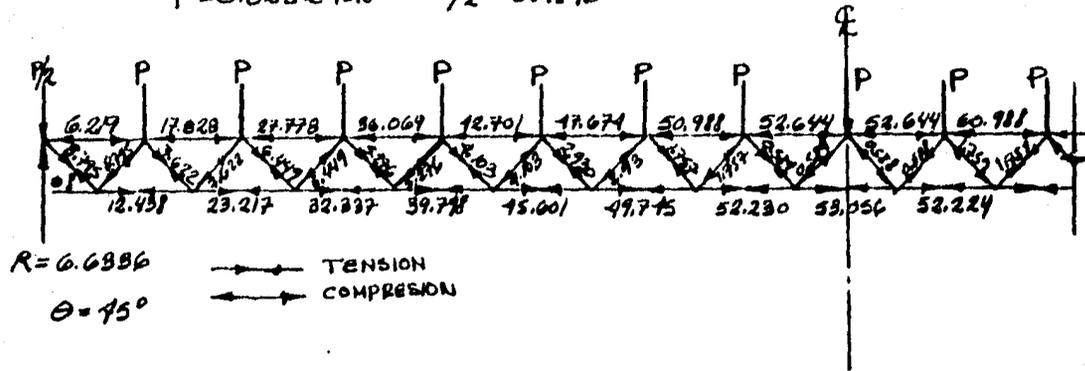


FIG. 72. FUERZAS EN LA ARMADURA

$$L_{xx} = 1.00 \text{ m}$$

$$L_{yy} = 4.00 \text{ m} \quad (\text{aunque la lámina de la cubierta está arriostrando la cuerda superior})$$

$$\frac{L_{xx}}{r_{xx}} = \frac{100}{3.527} = 28.35 \rightarrow F_a = 1412 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{L_{yy}}{r_{yy}} = \frac{400}{2.774} = 144.2 \rightarrow F_a = 506 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore P_{R_{\text{comp. xx}}} = 1412 \times 32 = 45,184 \text{ kg} > 39.5 \text{ ton} \quad \therefore \text{O.K.}$$

$$P_{R_{\text{comp. yy}}} = 506 \times 32 = 16,192 \text{ kg} < 39.5 \text{ ton} \quad *$$

$$P_{R_{\text{tensión}}} = 1520 \times 32 = 48,640 \text{ kg} > 39.8 \text{ ton} \quad \therefore \text{O.K.}$$

* Pero el pandeo lateral de la cuerda superior no se presentará por estar arriostrada con la placa de cubierta.

\therefore Para cuerda superior e inferior usaremos 2 APS $\boxed{\quad}$ 4 x 3 x 3/8"

Ahora veremos la diagonal.

Propondremos IPTR 3 x 3 x 0.125"

Longitud = 0.7071 m ; Area = 9.01 cm² Peso (7.12 kg/m)

$$r_{xx} = r_{yy} = 2.95 \text{ cm}$$

$$\frac{KL}{r} = \frac{70.71}{2.95} = 24 \rightarrow F_a = 1809 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore P_{R_{\text{compresión}}} = 1809 \times 9.01 = 16,300 \text{ kg} > 6.6 \text{ ton} \quad \therefore \text{O.K.}$$

7.2 Diseño de la cubierta como cascarón

Antes que nada debemos ubicarnos en el comportamiento físico de la estructura, ya que de esta forma podemos analizar los casos extremos y más desfavorables cualitativamente, para poder diseñar en forma aproximada a la realidad.

Así, tenemos que:

Cuando la cubierta está sujeta a presión externa, ya sea por peso propio o por cargas debidas a viento, el anillo periferico estará sujeto a fuerza de tensión, y el anillo central estará a compresión, mientras que por el contrario, cuando la cubierta se encuentre sujeta a succión externa, en este caso será por cargas de viento, entonces el anillo periferico estará a compresión, y el anillo central estará sujeto a tensión. Obviamente los efectos de compresión son más desfavorables que los de tensión, debido a las relaciones de esbeltez.

Cálculo de las cargas de pandeo de la cubierta debidas a peso propio y a viento, tratada como cascarón.

Considerando el pandeo de placas cónicas (6) tenemos que un problema resuelto para un caso particular es cuando:

VER FIG. 7.3

El espesor "h" del cono es proporcional al radio de curvatura, donde:

$$h = \frac{h_1}{r_1} r$$

Donde:

h_1 = espesor de la pared en el fondo del cono

Ahora veremos el caso con carga vertical uniformemente distribuida.

Tenemos que las fuerzas de membrana tienen los siguientes valores:

$$N_x = - \frac{qr}{2 \cos \alpha} ; \quad N_\theta = - qr \cos \alpha$$

Y los desplazamientos durante el pandeo son:

$$u = A \left(\frac{r}{r_1} \right)^m \cos n\theta \quad \text{desplazamiento en dirección de un generador.}$$

$$v = B \left(\frac{r}{r_1} \right)^m \sen n\theta \quad \text{desplazamiento en dirección circunferencial.}$$

$$w = C \left(\frac{r}{r_1} \right)^m \cos n\theta \quad \text{desplazamiento normal a la superficie.}$$

donde "m" y "n" son parámetros tal que hagan la carga de pandeo mínima.

La ecuación para calcular la carga de pandeo es:

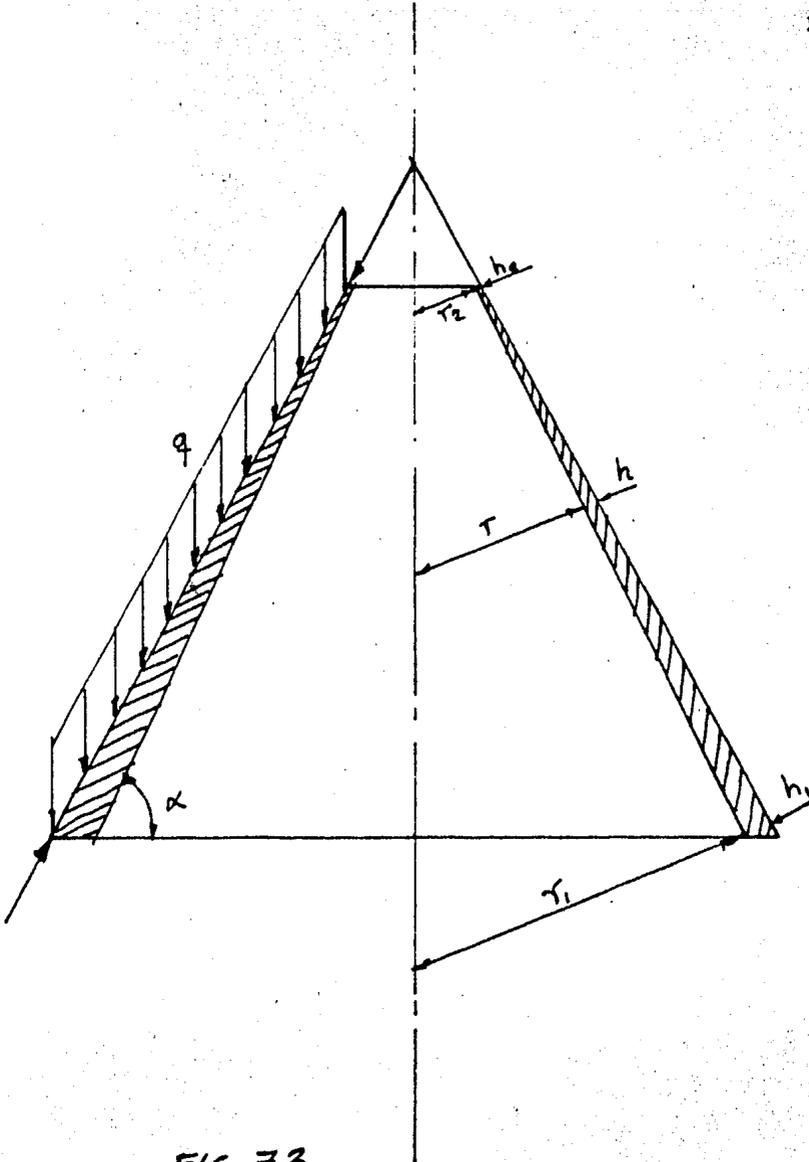


FIG. 7.3

$$a q_1 = b + c k_1$$

en la cual:

$$q_1 = q \frac{1 - \gamma^2}{E} \frac{r_1}{h_1} ; \quad k_1 = \frac{h_1^2}{12 \times r_1^2}$$

donde: a, b y c son constantes conociendo las dimensiones geométricas, constantes elásticas y m y n son supuestas.

Preliminarmente: con $m = 2$

Y usando la gráfica N°. 11.30 (de la ref 6) podemos obtener dando "h" y "a" la carga de pandeo "q".

Así con $k = 16.00 \text{ m}$ y $h_1 = 3/8" = 0.009525 \text{ m}$

$$\alpha = \text{ang tg } \frac{9.67}{16.00} = 31.150 \text{ } \therefore \tan \alpha = 0.6044$$

$$r_1 = 18.70 \text{ m} \quad \text{y} \quad k_1 = \frac{h_1^2}{12 r_1^2} = \frac{(0.009525)^2}{12(18.70)^2} = 2.1 \times 10^{-8}$$

$$\rightarrow q_1 = 3 \times 10^{-5} \quad \text{y} \quad q = q_1 \frac{h_1 E}{r_1 (1 - \gamma^2)}$$

$$q = 3 \times 10^{-5} \frac{(0.9525)}{(18.70)} \frac{(2.1 \times 10^6)}{(1 - (0.3)^2)} = 0.0326 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore q = 0.3526 \text{ t/m}^2 = 353 \text{ kg/m}^2$$

que es la carga de pandeo por peso propio o carga vertical.

Ahora consideraremos la carga normal a la superficie uniformemente distribuida, que sería el caso de viento ya sea presión o succión.

Los valores correspondientes de la presión crítica pueden obtenerse de las curvas fig. 11.31 (de la ref 6).

Para $\alpha = 90^\circ \rightarrow n = 2$ y para $q_{\text{crítica}}$ la misma magnitud es obtenida en forma análoga para cilindros muy largos.

Con:

$$k_1 = 2.1 \times 10^{-8} \quad \text{y} \quad q_1 = 1.5 \times 10^{-5}$$

$$q = 1.5 \times 10^{-5} \frac{(0.9525)}{(18.70)} \frac{(2.1 \times 10^6)}{(1 - (0.3)^2)} = 0.01763 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore q = 0.1763 \text{ t/m}^2 = 176.3 \text{ kg/m}^2$$

Carga de pandeo debida a viento, siendo que la actuante es aproximadamente $p = 218.2 \text{ kg/m}^2$, mayor que la resistente.

CASCARONES ESFERICOS SUJETOS A CARGA UNIFORME POR UNIDAD DE SUPERFICIE.

La figura 7.4a representa el corte de un cascarón esférico sujeto a una carga ω constante por unidad de superficie. Si S_ϕ es el área de la superficie que se encuentra sobre B - B.

$$dS_\phi = R d\phi (2\pi r), \text{ pero } r = R \text{ sen } \theta$$

$$\therefore dS_\phi = 2\pi R^2 \text{sen} \phi \, d\phi$$

$$S_\phi = 2\pi R^2 \int_0^\phi \text{sen} \phi \, d\phi \quad ; \quad S_\phi = 2\pi R^2 (1 - \cos \phi)$$

El peso total que se encuentra arriba de B - B, W es entonces:

$$W_\phi = S_\phi \omega = 2\pi R^2 \omega (1 - \cos \phi) \quad (1)$$

En la figura 7.4b la parte del cascarón que se encuentra arriba de B - B puede considerarse como cuerpo libre. De acuerdo con la teoría de la membrana, y por simetría, a lo largo del paralelo B-B sólo actúa la fuerza tangencial N_ϕ (por unidad de longitud).

Por el equilibrio de las fuerzas verticales:

$$2\pi r (N_\phi \text{sen} \phi) + W_\phi = 0$$

Sustituyendo $r = R \text{sen} \phi$ en la ec (1)

$$(N_\phi) 2\pi R \text{sen}^2 \phi = - 2\pi R^2 \omega (1 - \cos \phi)$$

$$N_\phi = - \frac{\omega R}{1 + \cos \phi} \quad (2)$$

Para calcular los esfuerzos de anillo (esfuerzos a lo largo de paralelos) N_θ , aíslese como cuerpo libre la parte del cascarón comprendida entre los planos 1-1 y 2-2 (figura 7.5a) y establézcanse las ecuaciones de equilibrio de fuerzas horizontales. En el plano 1-1 actúa una fuerza radial $N_\phi \cos \phi$; en el plano 2-2 la fuerza radial es

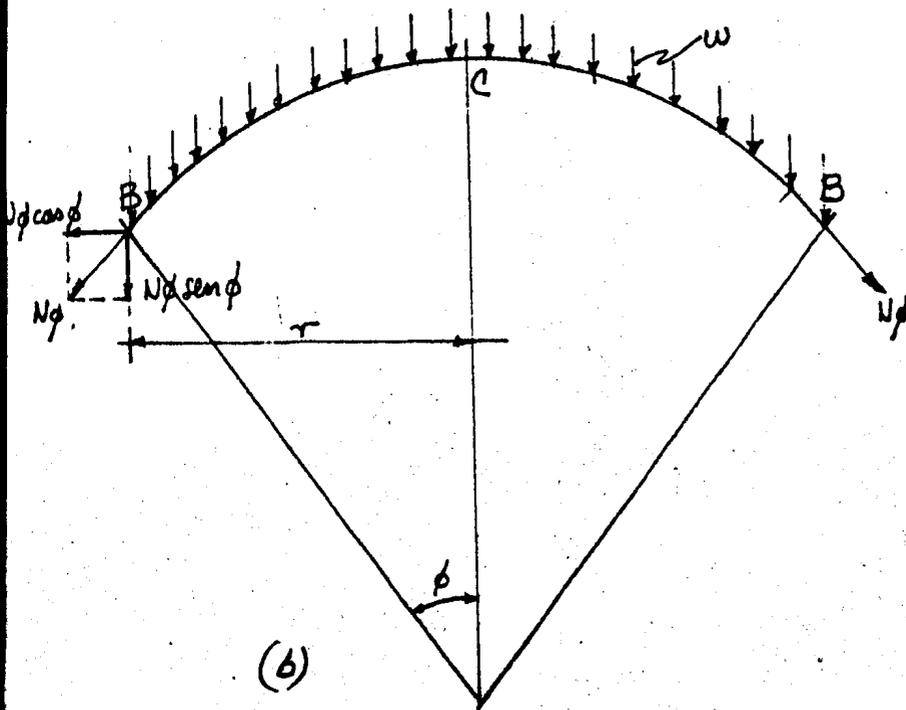
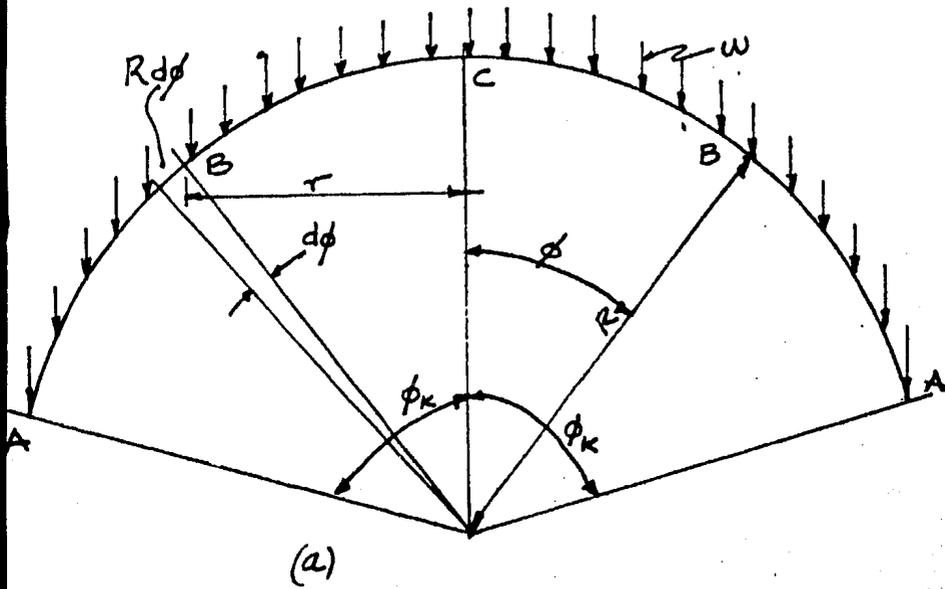
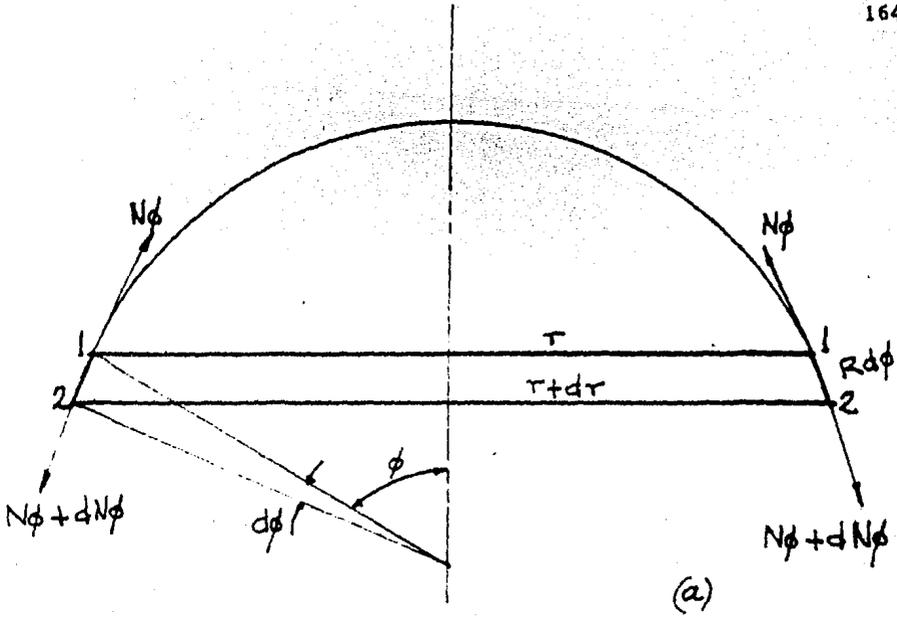
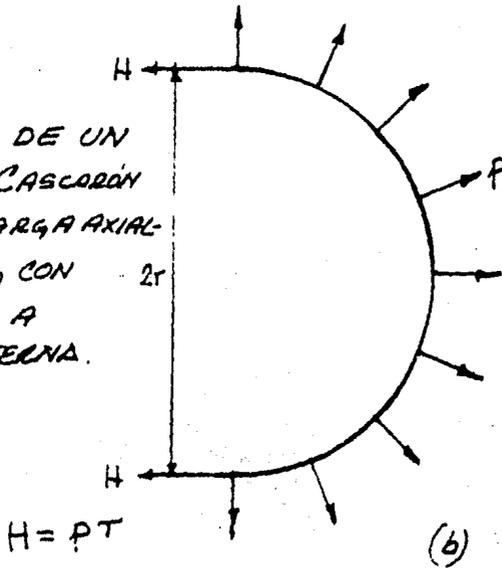


FIG. 7.9 CORTE DE UN CASCARON ESFERICO



(a)

COMPARACION DE UN ANILLO DE UN CASCO DE UN ESFERICO, CON CARGA AXIALMENTE SIMETRICA, CON UN TUBO SUJETO A PRESION INTERNA.



(b)

FIG. 7.5

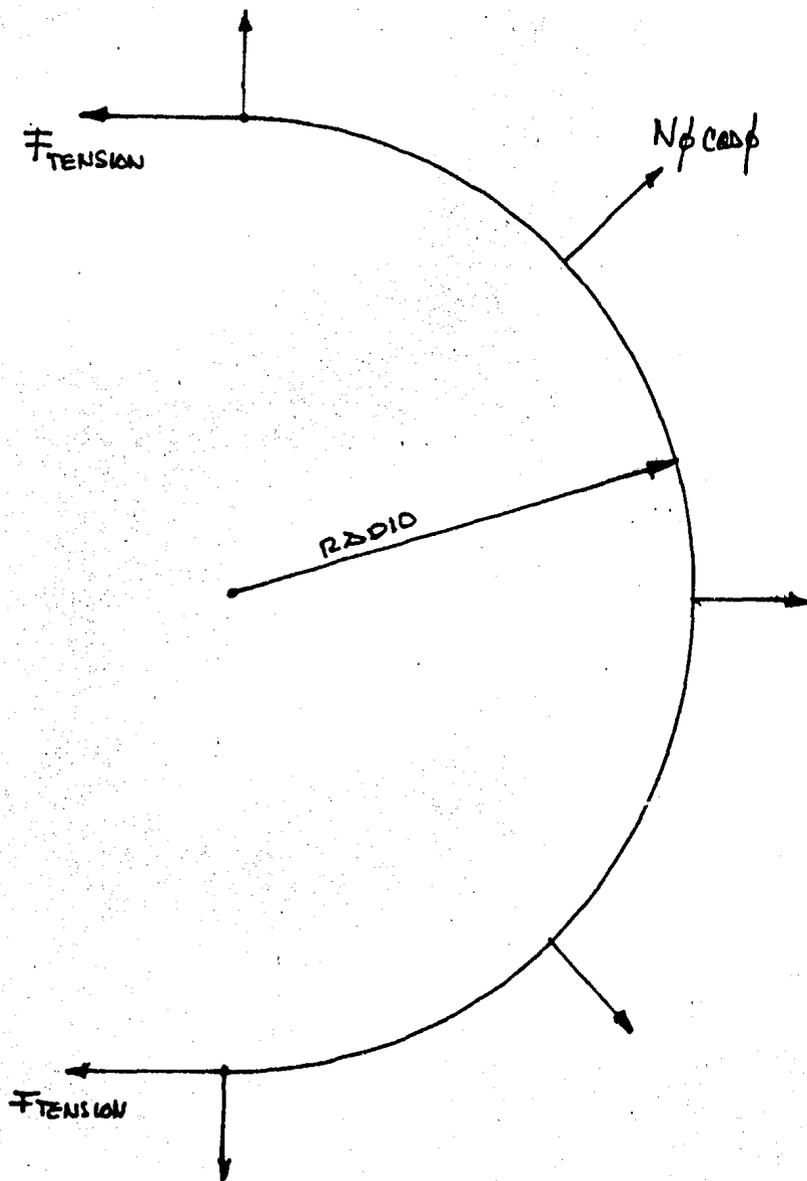


DIAGRAMA DE EQUILIBRIO
FIG. 7.5" DEL ANILLO DE BORDE

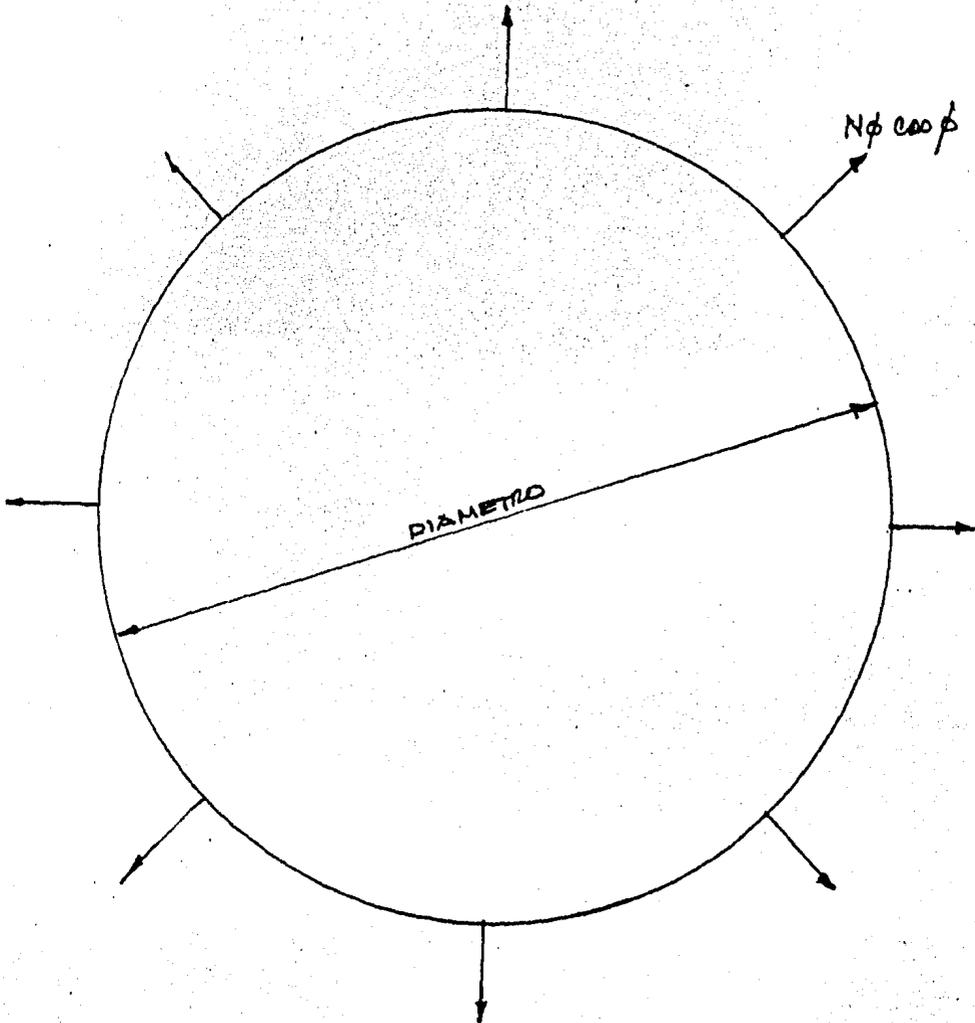


FIG. 75' ANILLO DE BORDE

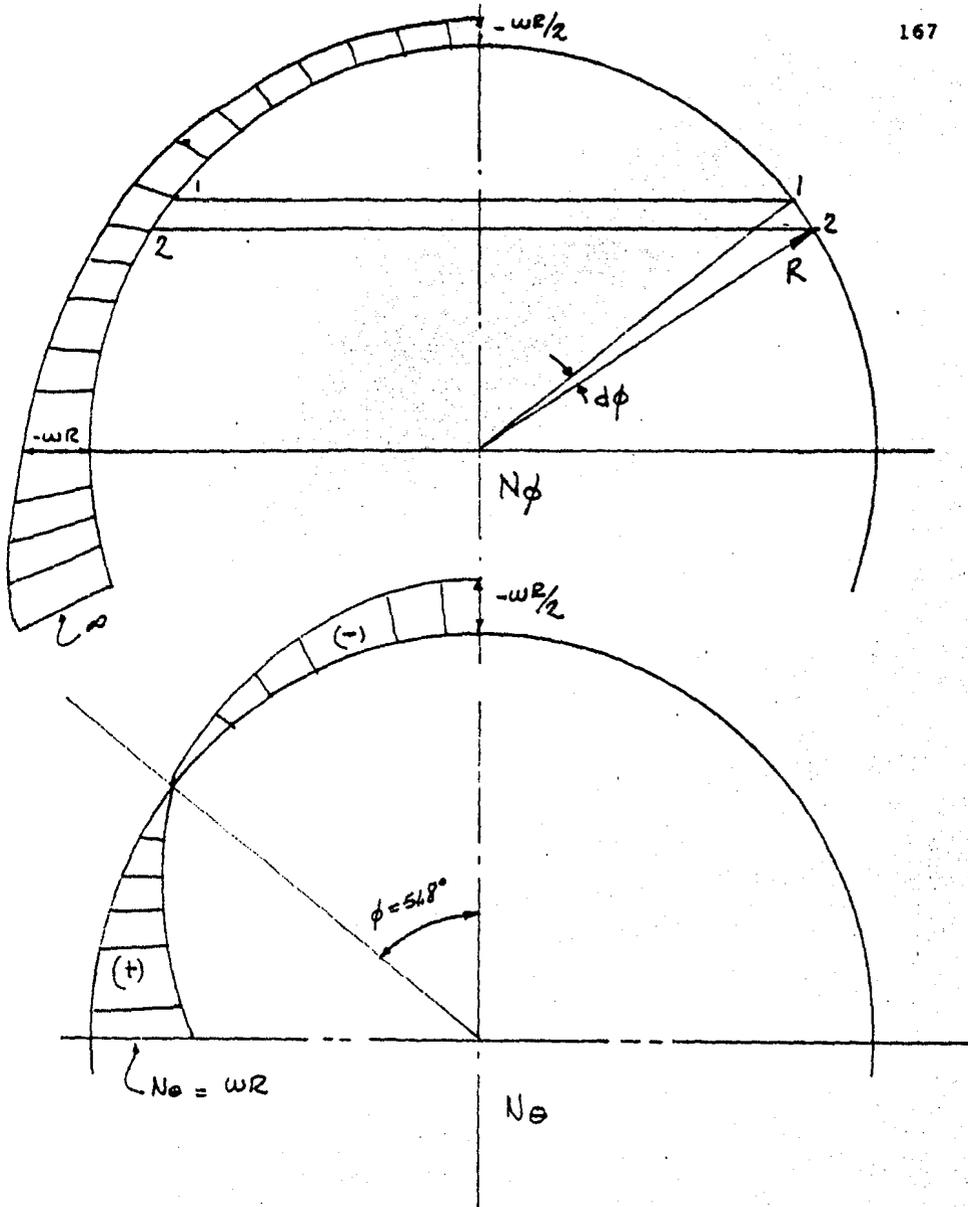


FIG.7.6 DIAGRAMA DE ESFUERZOS DE MEMBRANA.

$(N_\phi + dN_\phi) \cos(\phi + d\phi)$ en la dirección opuesta, es decir hacia afuera. El esfuerzo a lo largo de este paralelo es $N_\theta R d\phi$, donde N_θ es la fuerza de anillo por unidad de longitud de meridiano. Este problema es muy semejante al de un tubo sujeto a presión interna (fig 7.5b), de donde se puede escribir:

$$N_\theta R d\phi = d(N_\phi \cos\phi \times r) = d(N_\phi R \operatorname{sen}\phi \cos\phi)$$

$$N_\theta = \frac{d}{d\phi} (N_\phi \operatorname{sen}\phi \cos\phi)$$

Sustituyendo de la ec (2)

$$N_\theta = -\omega R \frac{d}{d\phi} \left(\frac{\operatorname{sen}\phi \cos\phi}{1 + \cos\phi} \right)$$

$$\therefore N_\theta = \omega R \left(\frac{1}{1 + \cos\phi} - \cos\phi \right) \quad (3)$$

La variación de N_ϕ y N_θ con respecto a ϕ se muestra en la fig 7.6

CASCARON ESFERICO TRUNCADO CON CARGA UNIFORME POR UNIDAD DE SUPERFICIE.
SOLUCION DE MEMBRANA.

W_ϕ = carga arriba del plano B-B

W_N = diferencia entre el peso de la linternilla,
 W_L y la carga suprimida.

De la ec (1)

$$W_N = W_L - 2\pi R^2 \omega (1 - \cos\phi_L) \quad (4)$$

VER FIG. 7.7

Considerando el equilibrio de las fuerzas verticales, como antes,

$$2\pi r (N_\phi \operatorname{sen}\phi) + W_\phi = 0$$

$$N_\phi (2\pi R \operatorname{sen}^2\phi) = - (2\pi R^2 \omega (1 - \cos\phi) + W_N)$$

$$N_\phi = - \frac{\omega R}{1 + \cos\phi} - \frac{W_N}{2\pi R \operatorname{sen}^2\phi} \quad (5)$$

En la misma forma se tiene para N_θ

$$N_\theta d\phi = d(N_\phi \operatorname{sen}\phi \cos\phi)$$

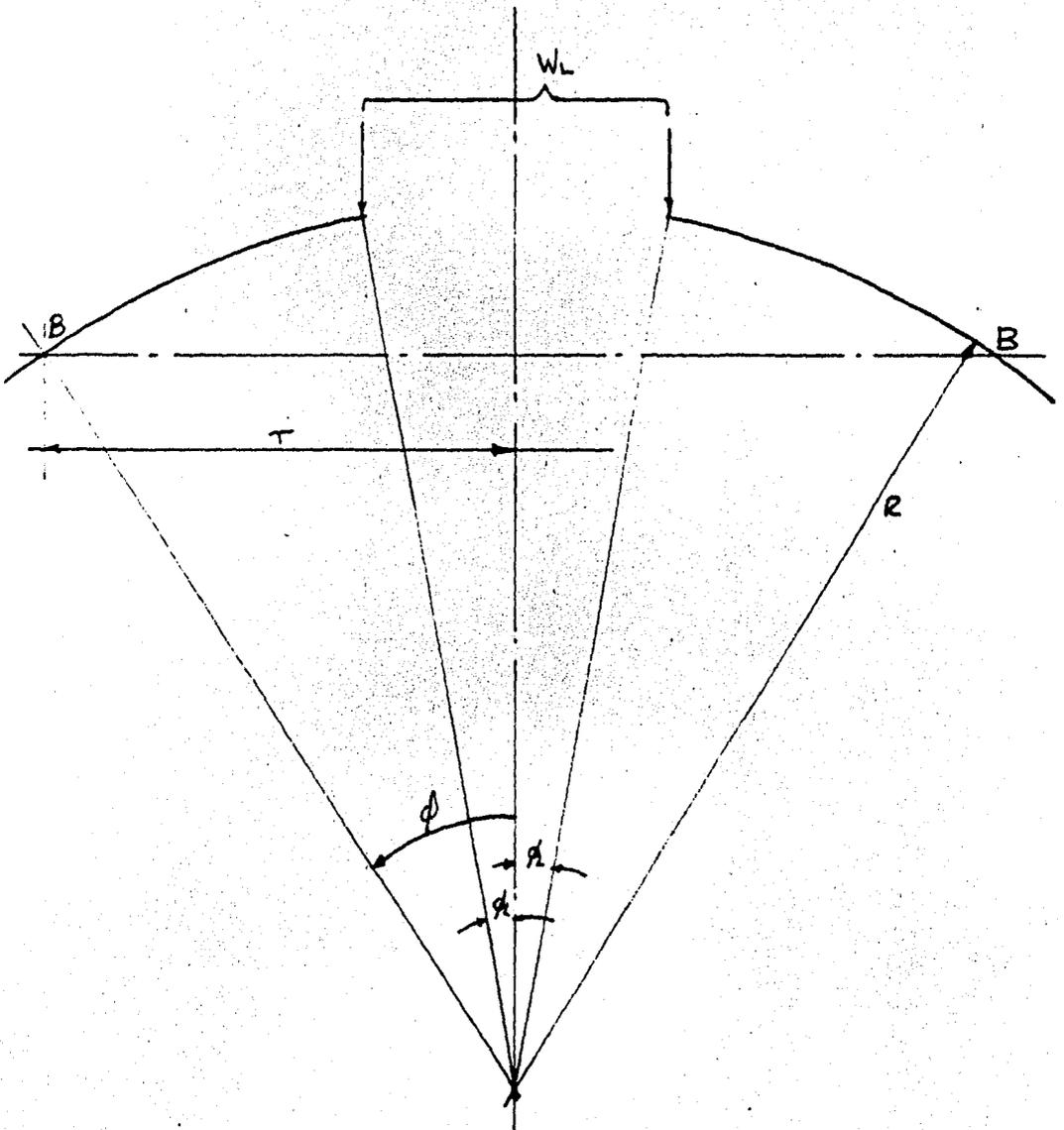


FIG. 77 CUPOLA CON LINTERNILLA

$$N_{\theta} = \frac{d}{d\phi} (N_{\phi} \operatorname{sen}\phi \cos\phi)$$

Sustituyendo (5) y derivando

$$N_{\theta} = \omega R \left(\frac{1}{1 + \cos\phi} - \cos\phi \right) + \frac{W_N}{2\pi R \operatorname{sen}^2\phi} \quad (6)$$

Membranas simétricas con respecto a un eje.

De acuerdo con la fig 7.8a introduciremos los siguientes parámetros:

ϕ = ángulo medido en el plano x-y

v = ángulo de inclinación de la superficie normal al eje de simetría de la membrana.

CARGA DE VIENTO

La carga de viento puede ser descompuesta en dos cargas, una simétrica con respecto al eje vertical y otra asimétrica de un sólo lado.

Suponiendo que la presión del viento actúa a lo largo de la superficie normal y representándola por , tal que:

$$P_v = P_{\sigma} = 0 \quad ; \quad P_r = -\omega$$

Y considerando que el viento sopla en dirección negativa al eje-x, una primera aproximación de la presión del viento está dada por:

$$\omega = \omega_0 + \omega_1 \operatorname{sen} v \cos \phi$$

donde ω_0 y ω_1 son constantes.

La parte constante ω_0 constituye una carga simétrica con respecto a su eje vertical.

Y la parte $P_r = -\omega_1 \operatorname{sen} v \cos \phi$ es ansimétrica con respecto al plano y, z y simétrica con respecto al plano x, z.

A continuación trataremos las membranas cónicas.

Membranas cónicas

De la fig 7.8a obtenemos:

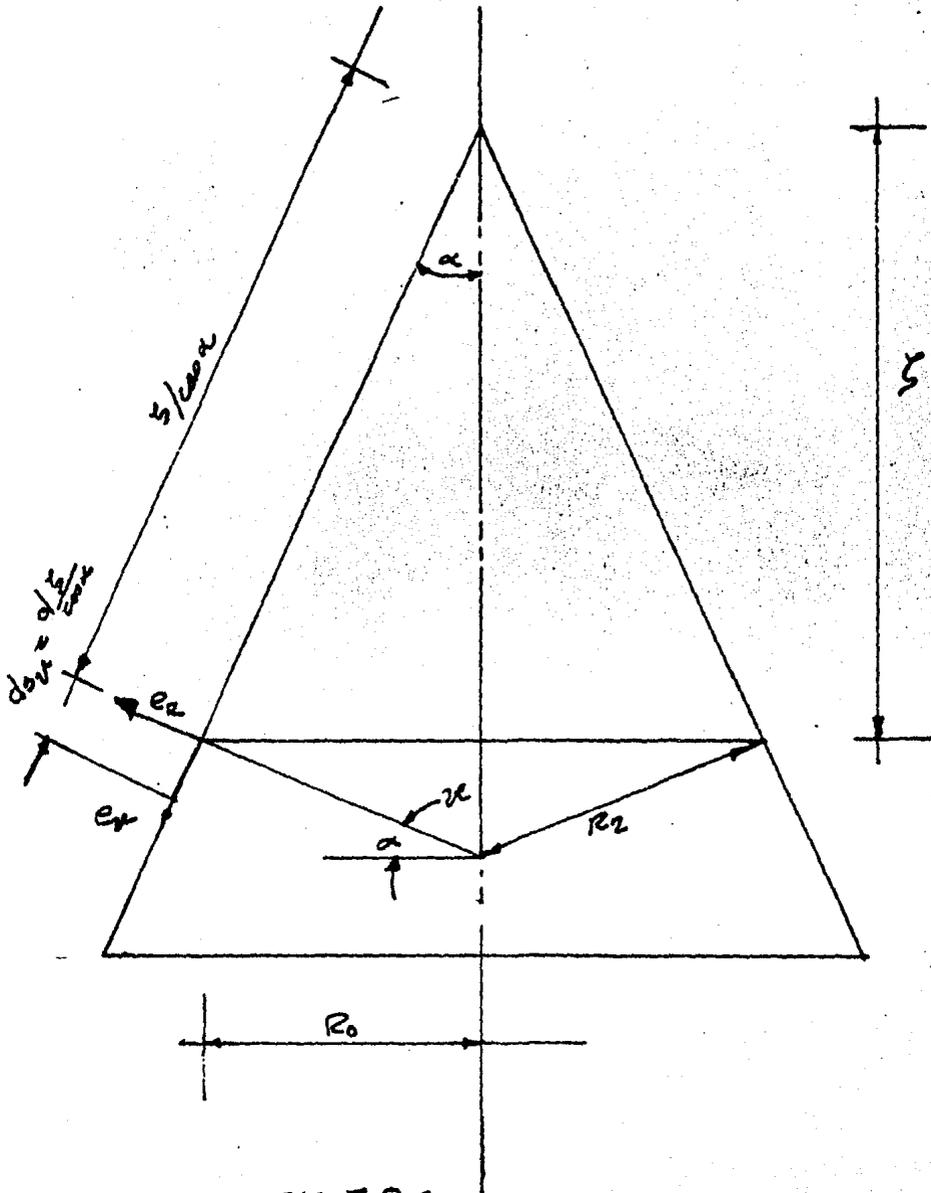


FIG. 7.B.a

$$v = \text{constante} = \frac{\pi}{2} - \alpha, \quad R_0 = \zeta \tan \alpha$$

$$R_2 = R_0 / \cos \alpha = \zeta \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$R_1 = \infty \text{ y } ds_v = R_1(v) d_v = \frac{d\zeta}{\cos \alpha}$$

Suponiendo carga de viento

$$P_{v\omega} = 0; \quad P_{\phi\omega} = 0; \quad P_{R\omega} = -\omega_0 - \omega_1 \operatorname{sen} v \cos \phi$$

$$P_{R\omega} = -\omega_0 - \omega_1 \cos \sigma \cos \phi$$

Y resolviendo las ecuaciones de equilibrio tenemos:

La solución de la parte simétrica (ω_0)

$$N_{\phi\omega_0} = -\omega_0 \zeta \frac{\operatorname{sen} \alpha}{2 \cos^2 \alpha}$$

$$N_{\phi\omega_0} = -\omega_0 \zeta \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos^2 \alpha}$$

$$N_{v\phi\omega_0} = 0$$

Y la solución de la parte asimétrica (ω_1)

$$N_{v\omega_1} = \omega_1 \zeta \frac{1}{6} (\operatorname{ctg} \alpha - 2 \operatorname{tg} \alpha) \cos \phi$$

$$N_{\phi\omega_1} = -\omega_1 \zeta \operatorname{tg} \cos$$

$$N_{v\phi\omega_1} = -\omega_1 \zeta \frac{\operatorname{sen} \phi}{3 \cos \alpha}$$

Donde la solución completa es:

$$N_{v\omega} = \zeta \left(-\omega_0 \frac{\operatorname{sen} \alpha}{2 \cos^2 \alpha} + \frac{\omega_1}{6} (\operatorname{ctg} \alpha - 2 \operatorname{tg} \alpha) \cos \phi \right)$$

$$N_{v\phi\omega} = -\omega_1 \zeta \frac{\operatorname{sen} \phi}{3 \cos \alpha}$$

$$N_{\phi\omega} = -\zeta \left(\omega_0 \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos^2 \alpha} + \omega_1 \operatorname{tg} \alpha \cos \phi \right)$$

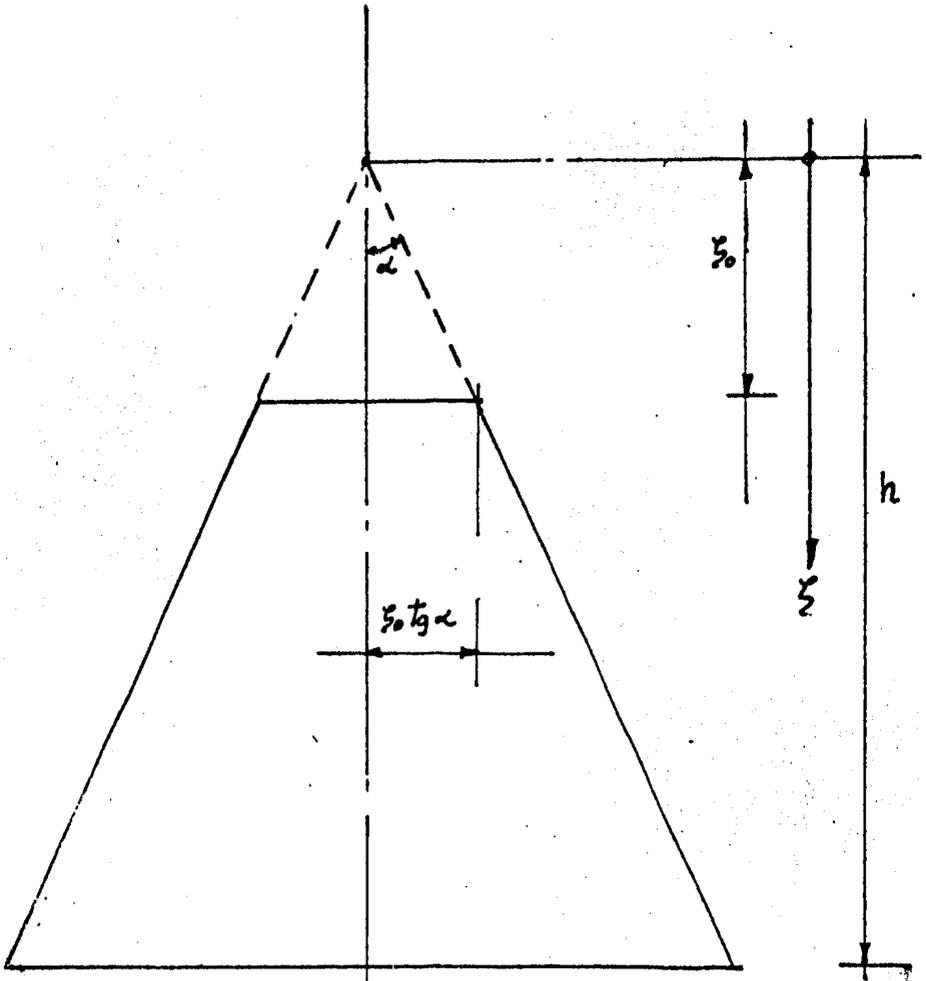


FIG. 7.8.6

Donde:

$N_{v\omega}$ = fuerza longitudinal

$N_{v\phi\omega}$ = fuerza cortante

$N_{\phi\omega}$ = fuerza circunferencial

Ahora tomando el caso del cono truncado en su parte superior fig 7.8.b y libre de fuerzas en el tope, y si le aplicamos carga de viento tenemos que:

$$P_v = P_\phi = 0 ; P_R = \omega_0 - \omega_1 \cos \alpha \cos \phi$$

Y la solución es:

$$N_{v\omega} = - \frac{\omega_0 \operatorname{sen} \alpha}{2 \cos^2 \alpha} \left(\zeta - \frac{\zeta_0^2}{\zeta} \right) + \frac{\omega_1 \cos \phi}{6} \left(\zeta \left(1 - \frac{\zeta_0^2}{\zeta^2} \right) (\operatorname{ctga} - 2\operatorname{tga}) - \frac{2 \zeta_0}{\operatorname{sen} \alpha \cos \alpha} \frac{\zeta_0}{\zeta} \left(1 - \frac{\zeta_0}{\zeta} \right) \right)$$

$$N_{\phi\omega} = - \omega_0 \zeta \frac{\operatorname{sen} \alpha}{\cos^2 \alpha} - \omega_1 \operatorname{tga} \zeta \cos \phi$$

7.3 Obtención de las fuerzas de borde

Para un cascarón esférico sujeto a carga uniforme por unidad de superficie.

Presión por peso propio $\omega = 50 \text{ kg/m}^2$

Más presión por viento $\omega = 220 \text{ kg/m}^2$

→ $\omega_{\text{TOTAL PRESION}} = 270 \text{ kg/m}^2$

Fuerza del meridiano en el apoyo (anillo periférico)

$$N_\phi = - \frac{\omega R}{1 + \cos \phi}$$

Con $\phi = 31.15^\circ$

Y $R = 18.6952 \text{ m}$

Tenemos:

$$N_\phi = - \frac{(270)(18.7)}{1 + \cos 31.15^\circ} = 2720.64 \text{ kg/m}$$

$$\rightarrow \text{Reacción sobre el anillo} = N_{\phi} \cos \alpha = F_H$$

$$F_H = 2720.64 \cos 31.15^\circ = 2328 \text{ kg/m} \approx 2.3 \text{ t/m}$$

$$\text{Tensión en el anillo} = 2328 \text{ kg/m} \times 16.00 \text{ m} = 37.3 \text{ ton}$$

$$\therefore F_{\text{TENSION}} = 37.3 \text{ ton}$$

Necesitamos un área

$$A = \frac{36\,800}{1520} \approx 24.21 \text{ cm}^2$$

Ahora con succión sobre la cubierta

$$P_o P_o \approx + 50 \text{ kg/m}^2$$

$$F_{\text{ZA.SUCCION}} \approx - 220 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{SUCCION NETA} = 170 \text{ kg/m}^2$$

$$\rightarrow N_{\phi} = \frac{(170)(18.7)}{1 + \cos 31.15^\circ} = 1713 \text{ kg/m} \approx 1.71 \text{ t/m}$$

Entonces:

La fuerza de compresión sobre el anillo periférico es:

$$F_c = N_{\phi} \cos \phi \times R = 1.71 \cos 31.15^\circ \times 16.00 = 23.46 \text{ ton}$$

$$\therefore F_c = 23.46 \text{ ton} = 23,460 \text{ kg} ; \quad \therefore F_{\text{COMPRESION}} = 23.46 \text{ ton}$$

Con $L = 3.1416 \text{ m}$ tenemos que

$$L/r \leq 120 \rightarrow r \geq \frac{L}{120} = \frac{314}{120} = 2.62 \text{ cm}$$

$$\text{Con } \frac{L}{r} \leq 200 \rightarrow r \geq \frac{L}{200} = \frac{314}{200} = 1.57 \text{ cm}$$

\rightarrow Con un canal CPS 8" (20.46 kg/m), Tenemos:

$$A = 25.94 \text{ cm}$$

$$y \quad r_y = 1.57 \text{ cm} , \quad r_n = 7.59 \text{ cm}$$

$$\frac{L}{r_y} = \frac{314}{200} = 200 \rightarrow F_A \approx 437 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_R = 437 \times 25.94 \approx 11,336 \text{ kg} < P_{\text{ACT}} = 23,460 \text{ kg}$$

Ahora con un CPS de 10" (22.76 kg/m)

$$r_y = 1.61 \text{ cm}$$

$$\frac{L}{r_y} = 195 \rightarrow F_a = 442 \text{ kg/cm}^2 \quad \therefore P_R = 28.97 \times 442 = 12,805 \text{ kg}$$

Necesitamos un CPS de 12" (44.64 kg/m)

$$\text{Con } \frac{L}{r_y} = \frac{314}{1.71} = 183.6 \approx 184 \rightarrow F_a = 456 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore P_R = 456 \text{ kg/cm}^2 \times 56.90 \text{ cm}^2 = 25,946 \text{ kg} > P_{ACT} = 23,460 \text{ kg}$$

Obtención de las fuerzas de borde para un cascarón esférico truncado con carga uniforme por unidad de superficie.

Solución de membrana.

$$N_\phi = - \frac{\omega R}{1 + \cos \phi} - \frac{W_N}{2\pi R \sin^2 \phi}$$

Donde:

$$W_N = W_L - 2\pi R \omega (1 - \cos \phi)$$

Primero con presión $\omega = 270 \text{ kg/m}^2$

$$R = 18.7 \text{ m}$$

$$\phi = 31.15^\circ$$

$$\phi_L = 3.409^\circ$$

$$W_L = 0$$

$$\therefore W_N = - 2\pi (18.7)^2 (270) (1 - \cos 3.409^\circ) = - 1050 \text{ kg/m}$$

$$\rightarrow N_\phi = - \frac{(270)(18.7)}{1 + \cos 31.15^\circ} + \frac{1050}{2 (18.7) \sin^2 31.15^\circ} = - 2720.6 + 33.4 = 2687 \text{ kg/m}$$

$$\therefore F_{TENSION} = - 2687 \cos 31.15^\circ \times 16.00 = - 36,796 \text{ kg}$$

$$F_{TENSION} = 36.8 \text{ ton}$$

Ahora con

$$\omega = 170 \text{ kg/m}^2 \text{ (succión)}$$

$$N_{\phi} = + 1 + \frac{(170)(18.7)}{\cos 31.15^{\circ}} + \frac{-2\pi(18.7)^2(170)(1-\cos 3.409^{\circ})}{2\pi(18.7) \sin^2(31.15^{\circ})}$$

$$N_{\phi} = + 1713 - 21.02 = 1692 \text{ kg/m}$$

$$F_{\text{COMPRESION}} = 1692 \times 16 \cos 31.15^{\circ} = 22,135 \text{ kg}$$

$$\therefore F_{\text{COMPRESION}} = 22.1 \text{ ton}$$

Considerando la cubierta como una membrana cónica tenemos:

Carga debida a peso propio

$$g = 50 \text{ kg/m}^2, \quad \zeta = 9.67 \text{ m}, \quad R_0 = 16.00 = 9.67 \text{ tg } \alpha$$

$$\rightarrow \alpha = \text{ang tg } \frac{16}{9.67} = 58.85^{\circ}$$

Entonces:

$$N_{\phi} = -g \zeta \frac{1}{2 \cos^2 \alpha}$$

$$\rightarrow N_{\phi} = -50 (9.67) \frac{1}{2 \cos^2 20^{\circ}} = -241.75 \text{ kg/m}$$

Carga de viento

$$\omega_0 = 220 \text{ kg/m}^2 \text{ (PRESION)}$$

$$N_{\phi\omega_0} = - (100)(9.67) \frac{\sin 58.85^{\circ}}{2 \cos^2 58.85^{\circ}} = -1546 \text{ kg/m (parte simétrica)}$$

$$N_{\phi\omega_1} = (120)(9.67) \frac{1}{6} (\text{ctg } 58.85^{\circ} - 2 \text{ tg } 58.85^{\circ}) \cos 0^{\circ} = -523 \text{ kg/m (parte asimétrica)}$$

$$\therefore N_{\phi\text{TOTAL}} = 242 + 1546 + 523 = 2311 \text{ kg/m}$$

$$F_{\text{TENSION}} = 2311 \times 16 \times \cos 31.15^{\circ} = 31,645 \text{ kg}$$

$$\therefore F_T = 31.6 \text{ ton}$$

Ahora con

$$\omega_0 = 100 \text{ kg/m}^2 \text{ (succión)}$$

$$\omega_1 = 70 \text{ kg/m}^2 \text{ (succión)}$$

$$\rightarrow N_{\phi\omega_0} = - (100)(9.67) \frac{\sin 58.85^{\circ}}{2 \cos^2 58.85^{\circ}} = -1546 \text{ kg/m}$$

$$N_{\phi\omega_1} = (70)(9.67) \frac{1}{6} (\text{ctg } 58.85^{\circ} - 2 \text{ tg } 58.85^{\circ}) \cos 0^{\circ} = -305 \text{ kg/m}$$

$$N_{\phi \text{TOTAL}} = 1851 \text{ kg/m}$$

$$\rightarrow F_{\text{COMPRESION}} = 1851 \times 16 \times \cos 31.15^\circ = 25,346 \text{ kg}$$

$$\therefore F_C = 25.3 \text{ ton}$$

Aún considerando el cono truncado las fuerzas andarán del orden.

\(\therefore\) Necesitaremos un CPS 12" (44.46 kg/m) Pesado.

Como anillo periférico.

Ahora tomando las reacciones de las armaduras como

$$R = 6.6336 \text{ ton}$$

Con 32 columnas en total tenemos que

$$F_H = 6.6336 \times 8 \text{ columnas} = 53.07 \text{ ton}$$

$$F_{\text{TENSION}} = 53.07 \cos 31.15^\circ = 45.4 \text{ ton}$$

$$\omega = (220-50) \times 6.283 \text{ m} = 170 \times 6.283 = 1068 \text{ kg/m}$$

$$\text{Con } L = 16.00 \text{ m} \rightarrow W_T = 17088 \text{ kg}$$

$$\text{Con 16 nudos} \rightarrow P = 1068 \text{ kg y } P/2 = 534 \text{ kg}$$

Ahora con un ancho promedio; $a = 3.44 \text{ m}$ tenemos:

$$\omega = 3.44 \times 170 = 584.8 \text{ kg/m}$$

$$W_T = 584.8 \times 16 = 9357 \text{ kg}$$

$$\text{Con 16 nudos } P = 585 \text{ kg y } r/2 = 293 \text{ kg}$$

$$\therefore \text{REACCION} = 4679 \text{ kg} = 4.7 \text{ ton}$$

$$\therefore F_{\text{COMP}} = 4.7 \times 8 \times \cos 31.15^\circ = 32.18 \text{ ton}$$

La cual es demasiado grande y tomaremos los resultados anteriores como cascarón.

Revisión de la lámina localmente

$$L = 3.14 \text{ m}$$

$$\text{Con } P = 270 \text{ kg/m}^2 \text{ (presión)}$$

$$\rightarrow M_{\text{LAMINA}} = \frac{\omega l^2}{10} = \frac{270(3.14)}{10} = 84.78 \text{ kg-m} = 8.478 \text{ kg-m}$$

$$\text{Con } S = \frac{b h^2}{6} = \frac{(314)(h)^2}{6}$$

$$f_{\text{PERMISIBLE}} = 1520 \text{ kg/cm}^2$$

$$+ f = \frac{M}{S} = \frac{6 M}{b h^2} \rightarrow h = \sqrt{\frac{6 M}{b f}}$$

$$\therefore h_{\text{NECESARIO}} = \sqrt{\frac{6 \times 8478}{314 \times 1520}} = 0.326 \text{ cm} = 0.3175 \text{ cm} = 1/8''$$

Como son acciones accidentales podemos aumentar los esfuerzos en un 33% de donde:

$$h_{\text{NECESARIO}} = \sqrt{\frac{6 \times 8478}{314 \times 1520 \times 1.33}} = 0.283 \text{ cm} < 0.3175 \text{ cm} = 1/8''$$

\therefore usaremos placa de 1/8'' ó lámina del N°. 10

Revisión de las columnas interiores de la pared.

Con una reacción de la armadura de 6.63 ton.

Tenemos que:

Como las columnas están atiesadas por la pared el esfuerzo permisible a compresión será

$$F_C = 0.6 \text{ kg} = 1520 \text{ kg/cm}^2$$

$$\therefore A_{\text{NECESARIO}} = \frac{6630}{1520} = 4.36 \text{ cm}^2$$

$$\text{y cumpliendo } \frac{L}{r} \leq 120 \rightarrow r_{\text{MIN}} \geq \frac{L}{120}$$

"L" La consideraremos la longitud entre anillos atiesadores como

$$L = 280 \text{ cm}$$

$$\therefore r_{\text{MIN}} > \frac{280}{120} = 2.33 \text{ cm}$$

Finalmente pondre-

mos 2 ángulos en cajón de 3" x 3" x 1/4" (14.58 kg/m).

7.4 Estimación del peso propio de la cubierta.

Utilizando $F_L = 1/8'' = 3.175 \text{ mm}$

o lámina calibre N°. 10 con $e = 3.42 \text{ mm}$

\rightarrow peso propio lámina = 27.5 kg/m^2

$$\text{Area del cono} = 16.94 \times 0.5 \times 100.53 = 851.5 \text{ m}^2$$

$$\rightarrow W_{\text{LAMINA}} = 27.5 \times 851.5 = 23416.25 \text{ kg} \dot{=} 23.4 \text{ ton}$$

P O P O ARMADURA:

PERFIL

$$32 \text{ diagonales } L = 0.70 \text{ m c/u } \text{IPTR } 3 \times 3 \times 1/8'' \text{ (7.12 kg/m)}$$

$$2 \text{ cuerdas } L = 16.00 \text{ m c/u } 2 \text{ APS } \left| \begin{array}{|c|} \hline \square \\ \hline \end{array} \right| 4 \times 3 \times 3/8'' \text{ (25.3)}$$

$$W_{\text{DIAGONALES}} = 32 \times 0.70 \times 7.12 = 159.5 \text{ kg}$$

+

$$W_{\text{CUERDAS}} = 2 \times 16.00 \times 25.3 = \frac{809.6 \text{ kg}}{969.1 \text{ kg}} \text{ C/ARMADURA}$$

$$W_{\text{ARMADURAS}} = 32 \times 0.97 \dot{=} 31.04 \text{ ton}$$

$$\text{ANILLO CENTRAL IPC } 30 \times 12'' \text{ (92.1 kg/m)}$$

$$W_{\text{ANILLO CENTRAL}} = 9.42 \times 92.1 = 868 \text{ kg} = 0.87 \text{ ton}$$

$$\text{ANILLO PERIFERICO 1CPS } 12'' \text{ (44.64 kg/m)}$$

$$W_{\text{ANILLO PERIFERICO}} = 100.53 \times 44.64 \dot{=} 4488 \text{ kg} \dot{=} 4.5 \text{ ton}$$

Peso total de la cubierta:

$$23.4 + 31.04 + 0.87 + 4.5 = 59.81 \text{ ton}$$

Peso por m²

$$59.81 \text{ ton} / 851.5 \text{ m} = 0.0702 \text{ t/m}^2 \dot{=} 70.2 \text{ kg/m}^2$$

$$W_{\text{CUBIERTA}} \dot{=} 70 \text{ kg/m}^2$$

8. CUANTIFICACION DEL MATERIAL Y COMPARACION CON SILOS COMERCIALES

En este capítulo estimaremos a grandes rasgos el peso del silo calculado sin aditamentos ni equipo especial y lo compararemos con un silo de la Compañía Butler cuyos ingenieros me proporcionaron la información del peso de un silo de características similares y hecho con lámina más resistente que la que se fabrica en el país.

CUANTIFICACION DEL MATERIAL

PLACA

De 0 a 3 m	El _e = 3/8" (74.7 kg/m ²)
De 3 a 6 m	El _e = 5/16" (62.2 kg/m ²)
De 6 a 9 m	El _e = 1/4" (49.8 kg/m ²)
De 9 a 12.15 m	El _e = 3/16" (37.4 kg/m ²)

$$\text{Circunferencia} = \pi(32) = 100.53 \text{ m}$$

$$\rightarrow \text{Peso de la pared} = 3 \times 100.53 \times$$

$$\times (74.7 + 62.2 + 49.8 + 37.4) = 67\,586 \text{ kg}$$

$$W_{\text{PARED}} = 67.59 \text{ ton}$$

Peso de columnas

$$32 \times 14.58 \times 12.15 = 5,669 \text{ kg}$$

$$W_{\text{COLS}} = 5.67 \text{ ton}$$

Peso de lámina y armaduras

$$W = 70 \text{ kg/m}^2$$

$$\text{Superficie} = 16.94 \times 0.5 \times 100.53 = 851.49 \text{ m}^2$$

$$\therefore W_{\text{CUBIERTA}} = 852 \times 70 = 59,640 \text{ kg}$$

$$W_{\text{CUB}} = 59.6 \text{ ton}$$

Peso de los anillos atiesadores

$$100.53 \times 5 \times 22.17 = 11,144 \text{ kg}$$

$$W_{\text{ANILLOS}} = 11.1 \text{ ton}$$

Por tanto el peso total aproximado del silo es:

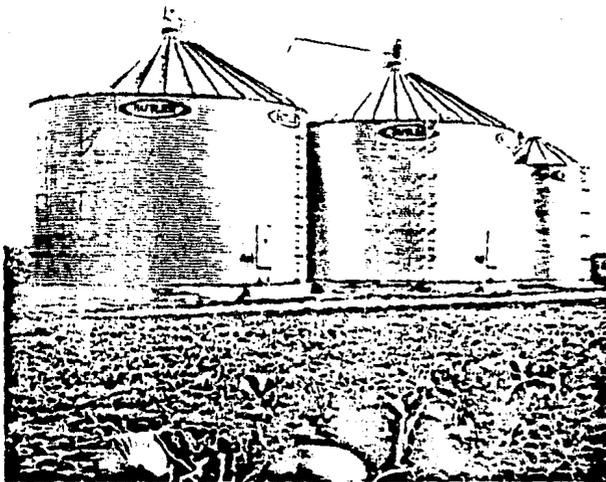
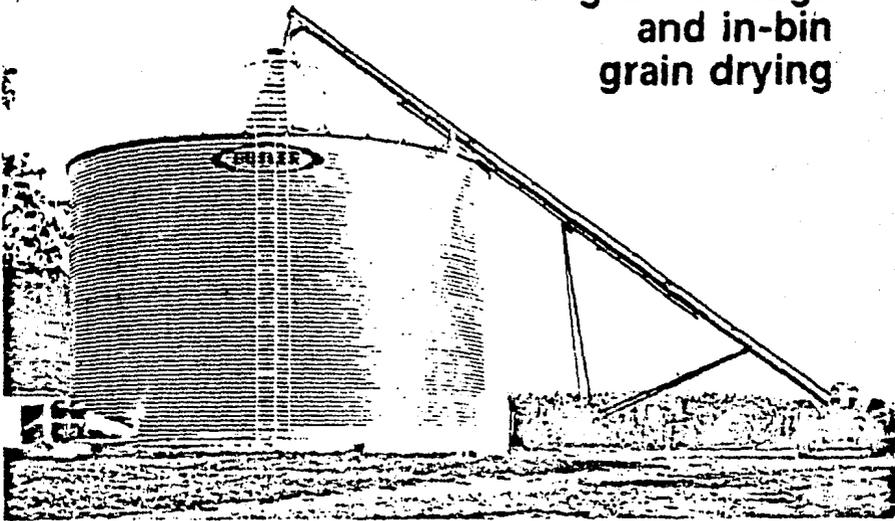
$$W_T = 67.6 + 5.7 + 59.6 + 11.1 = 144 \text{ ton}$$

Y consultado a la Compañía Butler un silo de similares características construido en Estados Unidos con materiales más resistentes pero más ligeros pesaría aproximadamente 105 ton para un grano de $\gamma = 0.79 \text{ t/m}^3$ y una capacidad de 11,500 ton.

\therefore Vemos que andamos un 40% arriba del peso del silo comercial.

BUTLER grain bins

for grain storage
and in-bin
grain drying



BUTLER

Safe,
Efficient
And
Economical
Grain Storage
Since 1908

9. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

9.1 Conclusiones

La determinación de los esfuerzos relativamente elevados que solicitan a las paredes del silo bajo el efecto del empuje y del rozamiento ejercido por los materiales ensilados ha sido objeto de numerosas hipótesis a partir del estudio de los primeros silos calculados empíricamente, y se han tenido en cuenta también los sucesivos ensayos efectuados con medios perfeccionados y la experiencia de las compañías constructoras y consultoras. De esta forma los primeros constructores de silos calcularon las paredes de las celdas como si fueran solicitadas por la acción de un líquido de la misma densidad que la materia ensilada. Después, otros constructores intentaron extender a los silos la teoría y el cálculo del empuje de tierras sobre muros de contención.

Más tarde experimentadores como Prante, Ingeniero de Hamburgo, y Airy, en Francia (4), demostraron, por una parte, que estos métodos de cálculo eran erróneos, y por otra, que el empuje del grano y la presión sobre el fondo de un silo no aumentan indefinidamente, sino que tienden hacia límites determinados.

Finalmente, autores como Janssen (4), Könen, Mörsch y Reimbert (1,2,3), propusieron teorías basadas en la hipótesis de la constancia de la relación (p/q) entre el empuje horizontal debido al grano y la presión vertical ejercida por éste.

En estas teorías se ve facilitada su interpretación matemática por el hecho de que esta hipótesis permite sacar la relación constante p/q fuera de la integral de la función de equilibrio de la materia ensilada sobre un elemento infinitamente pequeño de la pared de los silos, y obtener así una expresión exponencial relativamente sencilla para el cálculo de los empujes de una masa pulverulenta sobre las paredes de un silo.

Hoy en día existen gran variedad de silos, y se siguen haciendo estudios de materiales con metales y aleaciones para su construcción, pero aún quedan muchos aspectos teóricos no resueltos y que causan algunos problemas en silos sujetos a acciones determinadas. Como lo son las fallas ocasionadas por fuerzas de viento.

Referente a los resultados obtenidos se ve claramente que los silos comerciales son mucho más ligeros con placas muy delgadas y esto se debe a varias causas de entre las cuales podemos enumerar:

1. El uso de material de más alta resistencia que el acero A-36. (22,32,30,31).
2. El uso de láminas corrugadas que dan más área efectiva y mayor momento de inercia. (32).
3. El proceso de galvanización que reduce la corrosión. (32).
4. La estructuración con atiesadores internos muy cercanos entre sí. (32).
5. La cubierta autosoportada como cascarón cónico truncado, y con el espesor determinado a base de ondulaciones y sobreplacas, que implicaría otro estudio más completo. (32).
6. En general la experiencia propia de años de los fabricantes construyendo silos para diferentes usos y necesidades.

9.2 Recomendaciones

En el diseño de las paredes de los silos, es decir, la obtención del espesor; por lo general se considera como un tubo con presión interna horizontal uniforme escalonada y además una presión vertical, debida a la fricción del grano con las paredes.

Existen también flexiones en las paredes debidas a los efectos de salida excéntrica del grano, del impacto de llenado o descarga y/o de los efectos de sismo o viento. Por estas razones se considera o es conveniente considerar la continuidad del cascarón y tratar de obtener los elementos mecánicos, (momento, cortante y fuerza axial) (M, V, N), (II) de todo el conjunto en sí, tomando en cuenta las condiciones de frontera y la compatibilidad de deformaciones, en los cambios de presión.

Algunos diseñadores y constructores no toman en cuenta estas condiciones y los espesores de las placas que se obtienen son muy pequeños en comparación con los obtenidos considerando los efectos anteriormente mencionados.

En zonas muy húmedas y aún en zonas semisecas, existe un factor muy importante que no hay que olvidar, que es el espesor adicional por corrosión, ya que esto reduce en gran medida el mantenimiento, que resulta costoso y difícil de realizar, puesto que pararía las actividades de la planta y obviamente repercutiría en el costo y abastecimiento del grano; y de no hacerse este mantenimiento con espesores que no consideren la corrosión, se vería afectada seriamente la estabilidad general de la estructura, a menos que se usaran materiales no sutiles a la corrosión como el aluminio, el acero inoxidable u otras aleaciones.

Por todo lo dicho anteriormente es conveniente diseñar con un criterio que nos lleve a un resultado funcional y rentable y no a considerar una economía mal entendida.

REFERENCIAS

1. *Construcción de Silos, Teoría y Práctica*, Reimbert André y Marcel Ings., traducido del francés por el Ing. Manuel Velázquez Velázquez, Edit. Aguilar, Madrid, España, 1962.
2. *Manual de Diseño de Obras Civiles, Sección "C": Estructuras*, Tema "1": Criterios de Diseño, Capítulos: C.1.3 Diseño por Sismo, C.1.4 Diseño por Viento; Tema "2": Métodos de Análisis y Diseño; C.2.5 Tanques y Depósitos, Edit. Comisión Federal de Electricidad, Instituto de Investigadores Eléctricos, México, D.F., 1981.
3. *Recommended Practice for Design and Construction of Concrete Bins, Silos, and Bunkers for Storing Granular Materials*, Comité ACI-313, ACI Standard 313-77, American Concrete Institute, Detroit, Mich. U.S.A.
4. *Concrete Water Towers, Bunkers, Silos and other Elevated Structures*, Gray, W.S. y Manning G.P., 4a. Edition, Concrete Publications Limited, Londres, 1964.
5. *Theory of Plates and Shells*, Stephen P. Timoshenko, S. Woinowsky-Krieger, Second Edition, Mc Graw Hill, Kogakusha, Ltd. New York, U.S.A., 1959.

6. *Theory of Elastic Stability*, Stephen P. Timoshenko, James M. Gere, Second Edition, Mc Graw Hill, Kogakusha, Ltd., New York, U.S.A., 1961.
7. *A Treatise on the Mathematical Theory of Elasticity*, A.E.H. Love, Fourth Edition, Dover Publications, New York, U.S.A., 1926.
8. *Formulas for Stress and Strain*, Raymond J. Roark, Fourth Edition, Mc Graw Hill, Kogakusha, Ltd., Wisconsin, U.S.A., 1965.
9. *Modern Formulas for Statics and Dynamics, A Stress-and-Strain Approach*, Walter D. Pilkey, Pin Yu Chang, Mc Graw Hill Book Company, New York, 1978.
10. *Análisis y Diseño de Cascarones de Revolución*, Dr. Howard Simpson, Conferencias dictadas en la División del doctorado de la Facultad de Ingeniería, Revista de Ingeniería, Enero 1961, México, D.F., Volumen XXXI No. 1.
11. *Análisis Matricial de Cascarones Cilindricos*, Ing. Javier Salazar Resines, Revista de Ingeniería, Vol. XL No. 2, Abril-Junio, 1970, México, D.F.
12. *Tensile Structures Design, Structure, and Calculation of Buildings of Cables, Nets, and Membranes*, Edited by Frei Otto, The Mit Pres, Cambridge, Massachusetts, and London, England, U.S.A., 1979.
13. *ASME, Boiler and Pressure Vessel Code*, The American Society of Mechanical Engineers, Section (VIII), New York, N.Y., U.S.A., 1977.
14. *Circular Concrete Tanks without Prestressing*, PCA, Portland Cement Association Skokie, Illinois, U.S.A.
15. *Rectangular Concrete Tanks* PCA, Portland Cement Association, Skokie, Illinois, U.S.A.
16. *Ayudas de Diseño*, Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural A.C., 1a. Reimpresión, México, 1983.

17. *Tanques Cilindricos de Espesores Variables Parcialmente Presforzados*, Ing. Marcial Soto Miranda, Ing. Federico Portillo P., III Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, SMIE, Morelia, Michoacán, 1982.
18. *Silos para Fertilizantes Construidos con Elementos de Concreto Pre-tensado*, Ing. José Ma. Riobóo Martín, Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, A.C., III Congreso Nacional de Ingeniería Estructural, Morelia, Michoacán, 1982.
19. *Cimentación de Tanques Verticales de Fondo Plano*, Procedimientos de Cálculo, Normas Bufete Industrial, PRC-2127, *Cimentación de Tanques de Acero de Fondo Plano sobre Anillos de Concreto*, PRC-2128, México, 1971.
20. *Silos y Tolvas*, Procedimientos de Cálculo, Empresas Técnicas Asociadas, Pullman, S.A. de C.V., División: Kellogg-Swindell Dressler (Pullman Swindell Mexicana, S.A. de C.V.).
21. *Design of Welded Structures*, Dmer W. Blodgett, The James F. Lincoln Arc Welding Foundation, Cleveland, Ohio, U.S.A., 1976.
22. *Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings* AISC, American Institute of Steel Construction, New York, U.S.A., 1969.
23. *Structural Design Guide to AISC Specifications for Buildings*, Paul F. Rice, Edward S. Hoffman, Van Nostrand Reinhold Company, New York, U.S.A., 1976.
24. *Evolución de las Especificaciones del Instituto Americano de la Construcción en Acero (AISC) para Diseño de Estructuras*, Ing. Oscar de Buen y López de Heredia, Revista de Ingeniería Vol. XLIX No. 2, Nueva Epoca, México, 1979.
25. *3er. Simposio Nacional de Estructuras Metálicas (Memorias)*, Guadalajara, Jalisco, 1982, Sociedad Mexicana de Ingeniería Estructural, A.C.

26. Enciclopedia Salvat, Monitor, México, 1968.
27. *Ingeniería Marítima*, Bustamante Ahumada Roberto, et al, Ediciones Temas Marítimos, S. de R.L. 2a. Edición, México, 1976.
28. *Silos*, Apuntes Originales Inéditos del Dr. Leonardo Zeevaert Wiechers, México, D.F.
29. *Silos*, Teoría, Investigación, Construcción, Dr. Ing. Juan Ravenet Catalan, Tomo I, y Deformaciones, Fallas, Explosiones, Prevención de Accidentes, Tomo II, Editores Técnicos Asociados, S.A., Barcelona, España.
30. Design Manual for High Strength Steels United States Steel Corporation Fifth Printing, Pittsburgh, Pennsylvania, U.S.A., 1957.
31. Catálogo de "Aceros Inoxidables, S.A.", Poniente 116 No. 434, México 15, D.F.
32. Catálogo de la Compañía "Butler", Butler Grain Bins for Grain Storage and In-Bin Grain Drying, Agri-Products Division, Missouri, U.S.A.

RECONOCIMIENTOS

Se agradece: Al Ing. Mario E. Zermeño de León su valiosa ayuda y continua orientación en la elaboración de este trabajo.

A M.R.E., Ingenieros Civiles, S.C. por las facilidades para obtener la información del Proyecto, que dió pie a esta Tesis.

A los Ings. Juan Felipe Colex y Ricardo Davila de la Compañía "Butler" por la información proporcionada.

Y a mi madre la Sra. Luz María Avila de Esquivel por pasar una y otra vez este manuscrito a máquina.

