

Señor VIRGILIO NORBERTO MANUEL,
P n e s e n t e .

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor Ing. Oscar de Buen y López de Heredia, para que lo desarrolle como tesis para su Examen Profesional de la carrera de Ingeniería CIVIL.

"DISEÑO DE COLUMNAS DE ACERO COMPRIMIDAS AXIALMENTE"

- I. Descripción del problema en los intervalos elástico e inelástico.
- II. Métodos del reglamento del D.F., AISC, CECM, diseño basado en factores de carga y resistencia, curvas múltiples.
- III. Comparación numérica de los cinco métodos del Cap. II.

Ruego a usted se sirva tomar debida nota de que en cumplimiento con lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Coordinación de la Administración Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

A t e n t a m e n t e
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, 11 de febrero de 1983
EL DIRECTOR

DR. OCTAVIO A. RASCON CHAVEZ



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

C A P I T U L O I

DESCRIPCION DEL PROBLEMA EN LOS INTERVALOS ELASTICO
E INELASTICO.

Descripción del problema en los intervalos elástico e inelástico.

El comportamiento de una pieza estructural teóricamente recta, sometida a la acción de fuerzas axiales de compresión, se caracteriza principalmente por las deformaciones de acortamiento longitudinal que presenta la pieza durante las primeras etapas de carga, conservándose recto el eje de la pieza. Al continuar incrementando la carga, aparece repentinamente una nueva deformación, esta nueva deformación es lateral y junto con ella aparece (a lo largo de la pieza) un momento externo, cuya magnitud puede seguir aumentando, dependiendo de la magnitud de los incrementos de carga, si los hay, y de la respuesta que ofrezca la columna en función de sus características geométricas y mecánicas.

Considerando un perfil estructural cuyas secciones transversales tengan dos ejes de simetría, y suponiendo que solo puede haber deformaciones en un plano, por estar impedidas en el otro, si llamamos v al desplazamiento lateral de un punto cualquiera de su eje y P a la carga axial, el momento exterior es Pv . Por otro lado, el momento interno en la pieza es función de la curvatura del eje deformado $1/R$, que puede tomarse en forma aproximada, igual a:

$$d^2v/dz^2 = v'' \quad (\text{para deformaciones pequeñas})$$

Por lo que el momento interno es:

$$EI/R = EIv''$$

Habiendo definido los momentos externo e interno que aparecen en la pieza, cualquiera de los tres estados de equilibrio (estable, inestable o indiferente) puede existir

en la pieza. Cada estado de equilibrio se presenta cuando:

La carga externa es pequeña $P_v < EI/R$ el equilibrio es estable.

La carga externa es grande $P_v > EI/R$ el equilibrio es inestable y para un valor particular de P intermedio $P_v = EI/R$ el equilibrio es indiferente.

Durante el proceso de carga, cuando el valor de la carga P es tal que los momentos externo P_v e interno EI/R son iguales, cualquier incremento de carga por pequeño que sea, es suficiente para que la pieza pase del estado de equilibrio indiferente, en el que en teoría la columna puede permanecer recta o con ligeras deformaciones laterales, al estado de equilibrio inestable, que se caracteriza por el rápido incremento de las deformaciones laterales para incrementos nulos o muy pequeños de la carga P . El paso del estado de equilibrio indiferente al inestable se presenta en forma repentina y se le conoce como fenómeno de pandeo.

El fenómeno de pandeo ocurre cuando las deformaciones se incrementan bruscamente, de tal forma que la pieza pierde en unos instantes su capacidad para soportar más carga.

El valor de la carga P que marca el límite entre los estados de equilibrio indiferente y el inestable, se define como carga crítica P_{cr} , puesto que para cualquier incremento de carga por pequeño que sea, hará que las deformaciones aumenten en forma repentina y que la columna ya no pueda soportar más carga.

En una columna formada por un perfil cuyas secciones transversales tengan dos ejes de simetría, el pandeo se puede presentar en alguna de las tres formas de pandeo indepen-

dientes entre si, dos por flexión pura alrededor de cualquiera de los dos ejes de simetría de la sección transversal y una por torsión pura alrededor del eje longitudinal. También existe la posibilidad de que se presente el pandeo local (en el que alguna parte de cualquiera de los elementos planos que componen el perfil se pandee aisladamente), aunque este tipo de pandeo se trata de evitar mediante especificaciones que toman en cuenta el espesor y el ancho de las placas que forman el perfil en estudio.

En columnas cuyo perfil contiene un sólo eje de simetría - en su sección transversal, también existen tres cargas de pandeo, una carga de pandeo por flexión pura, que corresponde al pandeo alrededor del eje normal al eje de simetría y las dos cargas de pandeo restantes son una combinación de flexión y torsión. La carga de pandeo para este tipo de secciones, es la menor de las tres cargas críticas.

En columnas que no contienen ningún eje de simetría en su sección transversal, las tres cargas de pandeo son por flexotorsión y también para este tipo de perfiles, la carga de pandeo es la menor de las tres.

Existen dos formas diferentes de pandeo; el pandeo durante el intervalo elástico o pandeo elástico y el pandeo durante el intervalo inelástico o pandeo inelástico.

En el intervalo elástico el material que forma la columna se comporta de acuerdo a la Ley de Hooke y el pandeo en la columna se presenta cuando el material aún no ha alcanzado su esfuerzo de fluencia, por lo que todavía rige la Ley de Hooke. Por el contrario durante el intervalo inelástico, - el pandeo se presenta cuando parte del material que forma

la columna sobrepasa el límite de proporcionalidad y por consiguiente las deformaciones ya no son linealmente proporcionales a los esfuerzos, por lo que ya no es aplicable la Ley de Hooke.

La relación de esbeltez de una columna se determina multiplicando la longitud nominal (L) que existe entre los apoyos por un factor de longitud efectiva (K) que depende de las condiciones de apoyo existentes en los extremos de la columna, para luego dividir el resultado obtenido entre el radio de giro de la sección transversal (r) de la columna. Esto es:

$$\text{Relación de esbeltez} = KL/r \quad (\text{sin dimensiones})$$

Para cualquier tipo de columna en estudio, si se tiene que el valor de:

$KL/r \geq (KL/r)_c$ el pandeo se inicia en el intervalo elástico.

$KL/r \leq (KL/r)_c$ el pandeo se inicia en el intervalo inelástico.

$(KL/r)_c$ -- Es la relación de esbeltez que separa los intervalos de pandeo elástico e inelástico.

Al igualar los momentos externo e interno en la columna de formada lateralmente se obtiene la ecuación de equilibrio, cuya solución nos permite conocer el valor de la carga crítica de pandeo elástico o inelástico (P_{cr}), dependiendo del tipo de columna que se estudie.

La ecuación de equilibrio en el intervalo elástico es:

$$EIv'' = Pv$$

realizando operaciones y sustituyendo los valores correspondientes a la condiciones de apoyo se llega a:

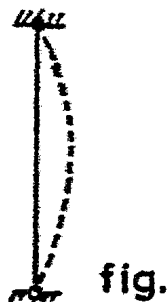
$$P_{cr} = \frac{n^2 \pi^2 EI}{L^2}$$

que es la expresión analítica que proporciona el valor de la carga crítica de pandeo elástico o de Euler para cualquier columna con extremos articulados.

Si los apoyos en los extremos de la columna están articulados y la columna está libre entre ellos, como se muestra en la figura, se tiene el valor de $n=1$ y la expresión anterior queda en la siguiente forma:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{L^2}$$

En donde:



E -- es el módulo de Young.

I -- es el momento de inercia mínimo de la sección transversal, a menos que existan restricciones que impidan el pandeo alrededor del eje con menor momento de inercia de la sección, y el pandeo se presente alrededor del otro eje de simetría.

L -- es la longitud nominal entre apoyos del elemento.

Si en lugar de la carga crítica, se requiere el esfuerzo crítico (F_{cr}), la expresión anterior se transforma en:

$$F_{cr} = \frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI}{L^2 A} \quad \text{como } r^2 = I/A$$

el esfuerzo crítico F_{cr} para una columna doblemente articulada es:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(L/r)^2}$$

En forma general, para cualquier condición de apoyo en los extremos de la columna en estudio, el esfuerzo crítico de pandeo durante el intervalo elástico es:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \quad \text{para } KL/r > (KL/r)_c$$

Las diferentes condiciones de apoyo en los extremos de las columnas originan diferentes restricciones en los mismos, restricciones que influyen en la respuesta que una columna dada ofrece ante las sollicitaciones exteriores. Las diferentes condiciones de apoyo se analizan tomando como base la carga crítica de pandeo obtenida para una columna cuyos extremos están articulados, así, las demás cargas críticas de pandeo se obtienen utilizando la longitud efectiva que depende de las condiciones de apoyo existentes en los extremos de la columna que se estudie.

La presente tabla proporciona los valores de la constante K para varias condiciones de apoyo.

	(a)	(b)	(c)	(d)	(e)	(f)
La línea punteada indica la forma de la columna pandeada						
Valores teóricos de K	0.50	0.70	1.0	1.0	2.0	2.0
Valores de K recomendados para diseño cuando las condiciones reales se aproximan a las ideales	0.65	0.80	1.2	1.0	2.10	2.0
Condiciones en los extremos						
		Rotación y traslación impedidas				
		Rotación libre y traslación impedida				
		Rotación impedida y traslación libre				
		Rotación y traslación libres				

Valores del coeficiente K para determinar la longitud efectiva de columnas aisladas.

El que existan ligeras deformaciones iniciales en el eje - de los perfiles sometidos a compresión axial y/o pequeñas excentricidades en la aplicación de la carga, son la causa por la que cuando la pieza se somete al proceso de carga, las deformaciones iniciales se incrementan gradualmente - hasta llegar a deformaciones que ocasionan la pérdida total de la resistencia del elemento para soportar más carga y por lo tanto la falla de la pieza. Por las causas anteriores, en una pieza real sometida a compresión pura no se presenta un fenómeno de pandeo propiamente dicho, pero si existe un fenómeno de inestabilidad.

Comportamiento inelástico.

El comportamiento de cualquier perfil estructural sometido a compresión axial durante el intervalo inelástico (en columnas cortas o de longitud media, la falla se inicia durante el intervalo inelástico), se basa en la teoría del módulo tangente.

La teoría del módulo tangente considera un módulo de elasticidad tangente E_t , que controla la deformación de la pieza durante el intervalo inelástico y para el cual existe una configuración deformada en equilibrio indiferente a la que se le asocia un esfuerzo $F_t = P_t/A$ mayor que el correspondiente al límite de proporcionalidad.

Aunque existen otras teorías que explican el comportamiento inelástico de las columnas, la teoría del módulo tangente es la que más se emplea en la actualidad para tratar este problema.

La obtención del módulo tangente E_t que controla las deformaciones del material durante el intervalo inelástico para diferentes tipos de secciones, implica cierto grado de di-

ficultad, por lo que para determinar la carga crítica de pandeo en el intervalo inelástico, se utilizan fórmulas semi-empíricas basadas en la teoría del módulo tangente y en el reconocimiento de la existencia de esfuerzos residuales en los perfiles.

La fórmula semi-empírica que más se utiliza, es la que considera una parábola de grado dos con dos tangentes, una horizontal para $KL/r=0$, con $F_{cr}=F_y$, y otra común con la curva de esfuerzos elásticos en donde $KL/r=C_c$. Esta fórmula semi-empírica proporciona resultados con un grado de aproximación aceptable.

El utilizar la aproximación de la parábola de grado dos en la ecuación de esfuerzos, da como resultado la siguiente expresión:

$$F_{cr}=F_y \left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2} \right] ; \text{ para } 0 \leq KL/r \leq C_c$$

REFERENCIAS.

De Buen y López de H, Oscar

Estructuras de Acero, Capítulo 4, La columna aislada.

Editorial Limusa, S.A. Primera Edición, 1980.

Bresler, Lin, Scalzi

Diseño de Estructuras de Acero (versión en Español)

Capítulo 10, Diseño de miembros en compresión.

Editorial Limusa, S.A., 1970.

C A P I T U L O I I

MÉTODOS DEL REGLAMENTO DEL D.F., AISG, CECM, DISEÑO
BASADO EN FACTORES DE CARGA Y RESISTENCIA, CURVAS
MÚLTIPLES.

El reglamento del D.F. (1) y el método LRFD (Load and Resistance Factor Design (2)) sujetan el diseño de columnas comprimidas axialmente a las siguientes bases:

El reglamento del D.F. y el LRFD, consideran para el diseño o revisión de cualquier elemento estructural, los diferentes estados límite de utilidad estructural (de falla o de servicio) que pueden presentarse en el elemento o en la estructura de la que forma parte.

En el caso de columnas comprimidas axialmente, el estado límite de utilidad estructural es el de resistencia al colapso. El colapso se presenta en este caso al fallar la columna por pandeo.

La forma en que se pandea cualquier perfil estructural, depende de su longitud efectiva y de las características geométricas de su sección transversal. Si la sección transversal de la pieza contiene dos ejes de simetría, el pandeo se presenta por flexión pura alrededor de cualquiera de los dos ejes de simetría o por torsión pura alrededor del eje longitudinal del elemento.

El pandeo crítico en perfiles con dos ejes de simetría en su sección transversal, es generalmente por flexión pura alrededor del eje con menor momento de inercia (I). El pandeo por torsión, no es crítico en este tipo de perfiles, a excepción de los perfiles con rigidez al alabeo despreciable (perfiles cruciformes), en los que predomina la torsión sobre la flexión.

En perfiles cuya sección transversal sólo contenga un eje de simetría, el pandeo puede presentarse por flexión pura alrededor del eje normal al eje de simetría o por flexotorsión. En secciones sin ningún eje de simetría, el pandeo -

se presenta solamente por flexión y torsión combinadas.

Existe también la posibilidad de que se presente el pandeo local, aunque este tipo de pandeo se trata de evitar por medio de ciertos valores límite que se fijan para las relaciones ancho/grueso de los elementos planos que forman la sección.

Para el diseño de cualquier pieza estructural, tanto el reglamento del D.F., como el LRFD consideran:

a) Las cargas externas (vivas y muertas) aplicadas a la estructura, y la estructura en sí, definen el tipo de falla o los tipos de estados límite que pueden presentarse. Si las magnitudes de las cargas que obran sobre la estructura se incrementan progresivamente, se alcanzará eventualmente el estado límite de falla por considerar.

b) La existencia de una función S , que resulta de las acciones externas (cargas vivas, muertas y accidentales, etc.) correspondientes al estado límite considerado, y una función de resistencia R , que proviene de la reacción que opone la estructura ante las sollicitaciones mencionadas. Tanto la función de carga S , como la función de resistencia R , son afectadas por distintos factores de cálculo que tratan de tomar en cuenta las incertidumbres que provienen de la utilización de expresiones analíticas aproximadas, diferentes procesos de fabricación, el uso de distintos tipos de acero, las variaciones que sufren las acciones externas durante la vida útil de la estructura, etc.

c) La utilización de factores de carga y resistencia, que se determinan tomando como base un grado de seguridad definido contra la falla de la pieza, y que además toman en cuenta los resultados obtenidos en experiencias teóricas y

prácticas realizadas con ese fin, así como la información obtenida durante muchos años de estudio, diseño y construcción de estructuras reales.

d) Establecen la relación existente entre la función de carga S y la función de resistencia R , mediante la siguiente expresión analítica.

$$\phi R_n \geq \gamma_A \sum_{i=1}^n \gamma_i S_i$$

En la expresión anterior:

ϕ -- Se define como un factor de resistencia, al que se le asignan distintos valores, siempre menores que la unidad, de acuerdo al estado límite que se desea estudiar. El factor de resistencia trata de considerar las incertidumbres que implica la utilización de expresiones analíticas aproximadas, así como las variaciones en resistencia y geometría que presentan los elementos estructurales, como resultado de los distintos procesos de fabricación de cualquier perfil.

R_n -- Es la resistencia nominal del elemento especificada en códigos y reglamentos. Es función de las características geométricas de la pieza y de las propiedades mecánicas del material con que está hecha.

γ_a -- Se define como un factor de análisis, con él se trata de tomar en cuenta las incertidumbres resultantes de la aplicación de expresiones teóricas y analíticas aproximadas, así como las simplificaciones que se hacen durante el proceso de cálculo.

γ_i -- Es un factor de carga, en general mayor que la unidad; afecta por separado a cada una de las cargas actuantes en un elemento estructural. El valor que adopte γ_i depende del tipo de carga que se considere. Este factor de carga --

trata de minimizar las incertidumbres que se originan al establecer los valores teóricos de las cargas, así como tener en cuenta sus posibles variaciones.

S_i -- Es cada una de las sollicitaciones exteriores que actúan en la estructura. En su cálculo se consideran todas las posibles combinaciones de las acciones externas, y ante la posible aparición de un estado límite de falla o de servicio, la función resistencia debe de ser mayor o igual que el efecto producido por las acciones que correspondan a ese estado límite, multiplicadas por el factor de carga correspondiente.

e) En el caso de columnas comprimidas axialmente, ambos métodos de diseño (RDF y LRFD) determinan la resistencia nominal con expresiones analíticas que están en función de la relación que existe entre la longitud efectiva de la columna (KL) y el radio de giro más desfavorable de la sección transversal ($r = \sqrt{I/A}$) o sea la relación de esbeltez de la columna (KL/r).

El reglamento del D.F. recomienda las expresiones siguientes para el cálculo de las funciones de carga S y de resistencia R :

$$S_i = FC(CM + CV + CA)$$

donde:

FC -- Factor de carga variable, depende de la combinación de cargas que intervienen en el problema.

Los factores de carga propuestos por el reglamento del D.F. son:

FC=1.4 Para combinaciones de carga que incluyan exclusivamente acciones permanentes y variables.

FC=1.5 Para estructuras en las que pueda haber aglo

meración de personas (Centros de reunión, escuelas, hospitales, etc.) o construcciones - que contengan equipo sumamente valioso.

FC=1.1 Para combinaciones que incluyan una acción - accidental además de las acciones permanentes.

CM, CV y CA -- Son la carga muerta, carga viva y carga accidental que actúan en la pieza estructural.

I) La función de resistencia R se define para columnas cuyos elementos planos satisfacen las relaciones ancho/grueso indicadas en 2.3.1a o 2.3.2a, con las fórmulas:

Para el intervalo elástico, donde:

$$KL/r \geq (KL/r)_c ; R_c = \frac{\pi^2 EA}{(KL/r)^2} F_R = \frac{20134000}{(KL/r)^2} F_R$$

Para el intervalo inelástico, donde:

$$KL/r \leq (KL/r)_c ; R_c = A F_y \left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2(KL/r)_c^2} \right] F_R$$

II) Para columnas cuyos elementos planos tengan relaciones ancho/grueso mayores que las indicadas en 2.3.1a o 2.3.2a:

Para el intervalo elástico, donde:

$$KL/r \geq (KL/r)_c^* ; R_c = \frac{20134000}{(KL/r)^2} F_R$$

Para el intervalo inelástico, donde:

$$KL/r \leq (KL/r)_c^* ; R_c = 0.8 A F_y \left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2(KL/r)_c^2} \right] F_R$$

En las expresiones anteriores se tiene:

KL/r -- es la relación de esbeltez efectiva de la columna.

$(KL/r)_c = \sqrt{2\pi^2 EI / F_y}$ -- Es la relación de esbeltez que separa los intervalos de pandeo elástico e inelástico.

F_R -- Factor de resistencia que vale 0.85 para $KL/r = 0$ y que decrece linealmente hasta 0.75 cuando $KL/r = (KL/r)_c$, conservando este valor para relaciones de esbeltez mayores.

Si el área A se da en cm^2 y F_y en kg/cm^2 , R_c se obtiene en kg .

$$(KL/r)_c^* = \sqrt{2\pi^2 EI / (Q_s Q_a F_y)} = 6340 / \sqrt{Q_s Q_a F_y}$$

Q_s y Q_a -- Se definen como factores de esfuerzo y de forma para elementos planos (atiesados o no atiesados) con relaciones ancho/grueso mayores que las especificadas en 2.3.1a o 2.3.2a.

Con estos factores Q_s y Q_a el reglamento del D.F. trata de tomar en cuenta la resistencia posterior al pandeo que presentan las columnas de paredes delgadas.

El método de diseño de elementos estructurales basado en factores de carga y resistencia (LRFD), determina la resistencia nominal R_n para columnas cargadas axialmente con las siguientes expresiones:

$$R_n = A_t F_{cr}$$

A_t -- Es el área total de la sección transversal del perfil.

F_{cr} -- Es el esfuerzo crítico que se define en función de la relación de esbeltez de la pieza.

$$F_{cr} = F_y (1 - 0.25 \lambda^2) \text{ para } \lambda \leq \sqrt{2}; \left(F_{cr} = F_y \left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2(KL/r)_c^2} \right] \right) \text{ si}$$

$$KL/r \leq (KL/r)_c$$

$$F_{cr} = F_y / \lambda^2 \text{ para } \lambda \geq \sqrt{2} ; \left(F_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(KL/r)^2} \text{ para } KL/r \geq C_c \right)$$

En donde:

$$\lambda = \frac{KL}{r} \frac{1}{\pi} \sqrt{F_y / E}$$

Los valores del factor de resistencia ϕ_c , recomendados en la referencia (2), son:

$$\phi_c = 0.86 \text{ para } \lambda \leq 0.16 ; (KL/r \leq 0.11C_c)$$

$$\phi_c = 0.90 - 0.25\lambda \text{ para } 0.16 \leq \lambda \leq 1.0 ; (0.11C_c \leq KL/r \leq 0.71C_c)$$

$$\phi_c = 0.65 \text{ para } \lambda = 1.0 ; (KL/r \geq 0.71C_c)$$

KL/r -- Es la relación de esbeltez efectiva.

E -- Es el módulo de Young.

Quedando finalmente definida la función resistencia (R) con la expresión:

$$\phi_c R_n$$

En el cálculo de la función sollicitación S , en columnas comprimidas axialmente, se consideran las cargas muertas y vivas que actúan en la pieza multiplicadas por sus correspondientes factores de carga.

La expresión con que define la función sollicitación el método del LRFD es:

$$S_i = \gamma_0 \left(\sum_{i=1}^n \gamma_i Q_i \right) = 1.1(1.1CM + 1.4CV)$$

El reglamento del D.F. y el LRFD recomiendan las mismas expresiones analíticas para el cálculo de la resistencia máxima, aunque hacen intervenir la seguridad de manera diferente.

Diferencias que existen entre los métodos de diseño expuestos.

El LRFD considera un factor de carga para la carga muerta y otro factor para la carga viva, el factor de carga mayor es el de la carga viva, como consecuencia de que las variaciones de este tipo de carga son más significativas a lo largo de la vida útil de la estructura o elemento, en cambio el valor de la carga muerta es aproximadamente constante, por lo que el factor correspondiente es más pequeño.

El reglamento del D.F. propone en lugar de varios factores un solo factor de carga para la suma de la carga muerta - más la carga viva, factor que varía de acuerdo al tipo de servicio que vaya a desempeñar la estructura durante su vida útil.

Referencias.

- (1) Reglamento de Construcciones para el Distrito Federal.
- (2) PROPOSED CRITERIA FOR LOAD AND RESISTANCE FACTOR DESIGN OF STEEL BUILDING STRUCTURES, T.V. GALAMBOS, Director del Proyecto, AISI, BOLETIN No. 27, ENERO 1978.

Diseño de columnas comprimidas axialmente basado en las especificaciones del AISC (American Institute of Steel Construction).

Las normas del AISC basan el diseño de columnas sujetas a compresión axial pura en una sola curva. La curva de diseño consta de dos partes: una parte para columnas que se pandean durante el intervalo elástico, dependiendo de su relación de esbeltez y otra parte para columnas cuya relación de esbeltez, es tal que se pandean durante el intervalo inelástico.

A diferencia del reglamento del D.F. y del criterio del LRFD, que utilizan factores de carga y resistencia para obtener elementos estructurales seguros y eficientes, las especificaciones del AISC, sólo emplean un coeficiente de seguridad C_s .

El coeficiente de seguridad depende de la relación de esbeltez de la columna. Para columnas que se pandean en el intervalo inelástico, utiliza un coeficiente de seguridad variable, y un coeficiente de seguridad constante para piezas que se pandean elásticamente.

Las normas del AISC, tratan de tomar en cuenta, en forma cuantitativa, las incertidumbres que provienen de la utilización de expresiones matemáticas para el cálculo de la resistencia, los esfuerzos residuales existentes en la mayoría de los perfiles estructurales, las variaciones geométricas y mecánicas que presentan los perfiles, así como otras características que no intervienen en forma directa en el cálculo de la resistencia del elemento y que por lo tanto son difíciles de cuantificar.

El método del AISC proporciona las siguientes expresiones

analíticas, para el cálculo del coeficiente de seguridad - CS y del esfuerzo permisible de columnas comprimidas axialmente.

Para el intervalo inelástico, en donde:

$$(KL/r) \leq C_c = \sqrt{2\pi^2 E / F_y}$$

El coeficiente de seguridad es variable.

$$CS = \frac{5}{3} + \frac{3(KL/r)^2}{8C_c^2} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c^3}$$

El esfuerzo permisible se define con:

$$F_a = F_y \left(1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2}\right) \frac{1}{CS}$$

Para el intervalo elástico:

$$(KL/r) \geq C_c ; \quad CS = \frac{23}{12} = 1.92 \quad \text{coeficiente de seguridad constante.}$$

$$F_a = \frac{12\pi^2 E}{23(KL/r)^2} = \frac{\pi^2 E}{1.92(KL/r)^2}$$

Referencia.

Specification for the Design, Fabrication and Erection of Structural Steel for Buildings, AISC, Febrero(1969).

Método de diseño de columnas comprimidas axialmente basado en el empleo de CURVAS MÚLTIPLES.

Los diferentes procesos de fabricación de los perfiles estructurales dan origen a la dispersión que presentan las propiedades geométricas y mecánicas de los mismos, la diversidad de perfiles fabricados, los distintos grados de resistencia de los aceros empleados en la fabricación de los perfiles, las ligeras deformaciones laterales del eje longitudinal de la pieza, la presencia de esfuerzos residuales, con variación y distribución diferente, de acuerdo al tipo de sección que se trate, son entre otras, las causas por las que en diferentes experiencias realizadas con columnas sujetas a compresión axial, de distintas características y tamaños, exista una dispersión considerable en los resultados obtenidos para valores iguales de la relación de esbeltez.

Suponiendo una deformación lateral inicial en el eje de la columna de $\delta_0 = 0.001L$ en su sección media para tener en consideración las imperfecciones existentes en perfiles reales y puesto que los esfuerzos residuales medidos en columnas de diversos tipos, varían con las dimensiones de la sección transversal del perfil, así como con los distintos procesos de fabricación, se realizaron una serie de análisis por computadora y se graficaron los resultados, obteniéndose una serie de curvas $F_{cr} - KL/r$ que mostraron una gran dispersión.

La observación del grupo de curvas que se obtuvo en la serie de análisis mostró la conveniencia de utilizar en lugar de una sola, representativa de todo el conjunto de curvas, varias curvas medias, cada una de las cuales representa un subgrupo de curvas correspondientes a columnas con -

características similares en su comportamiento.

Cada una de las curvas medias con que se representa un sub grupo de curvas con características similares, está defini da analíticamente por varias ecuaciones que proporcionan valores muy aproximados a la curva propuesta.

Se ha propuesto utilizar tres curvas medias para represen- tar todo el grupo de curvas obtenidas en el análisis, mis- mas que forman el grupo de CURVAS MULTIPLES que se utili- zan para diseñar columnas sujetas a compresión axial pura.

Cada curva media, como ya se mencionó, representa el com- portamiento de un grupo de columnas con características me cánicas y geométricas semejantes, que dependen del tipo de acero empleado, del proceso de fabricación (laminado, solda- do, cortado y soldado, etc.), tipo de sección transversal, etc., cuya respuesta durante el proceso de carga es simi- lar.

Las expresiones analíticas que se utilizan para definir ca- da curva media son las siguientes:

$$\text{Curva No. 1: } \begin{cases} 1 \text{ (fpp)} & (0 \leq \lambda \leq 0.15) \\ 0.990 + 0.122\lambda - 0.367\lambda^2 & (0.15 \leq \lambda \leq 1.2) \\ 0.051 + 0.801\lambda^{-2} & (1.2 \leq \lambda \leq 1.8) \\ 0.008 + 0.942\lambda^{-2} & (1.8 \leq \lambda \leq 2.8) \\ \lambda^{-2} \text{ (pandeo de Euler)} & (2.8 \leq \lambda) \end{cases}$$

$$\text{Curva No. 2: } \begin{cases} 1 \text{ (fpp)} & (0 \leq \lambda \leq 0.15) \\ 1.035 - 0.202\lambda - 0.222\lambda^2 & (0.15 \leq \lambda \leq 1.0) \\ -0.111 + 0.636\lambda^{-1} + 0.087\lambda^{-2} & (1.0 \leq \lambda \leq 2.0) \\ 0.009 + 0.877\lambda^{-2} & (2.0 \leq \lambda \leq 3.6) \\ \lambda^{-2} \text{ (pandeo de Euler)} & (3.6 \leq \lambda) \end{cases}$$

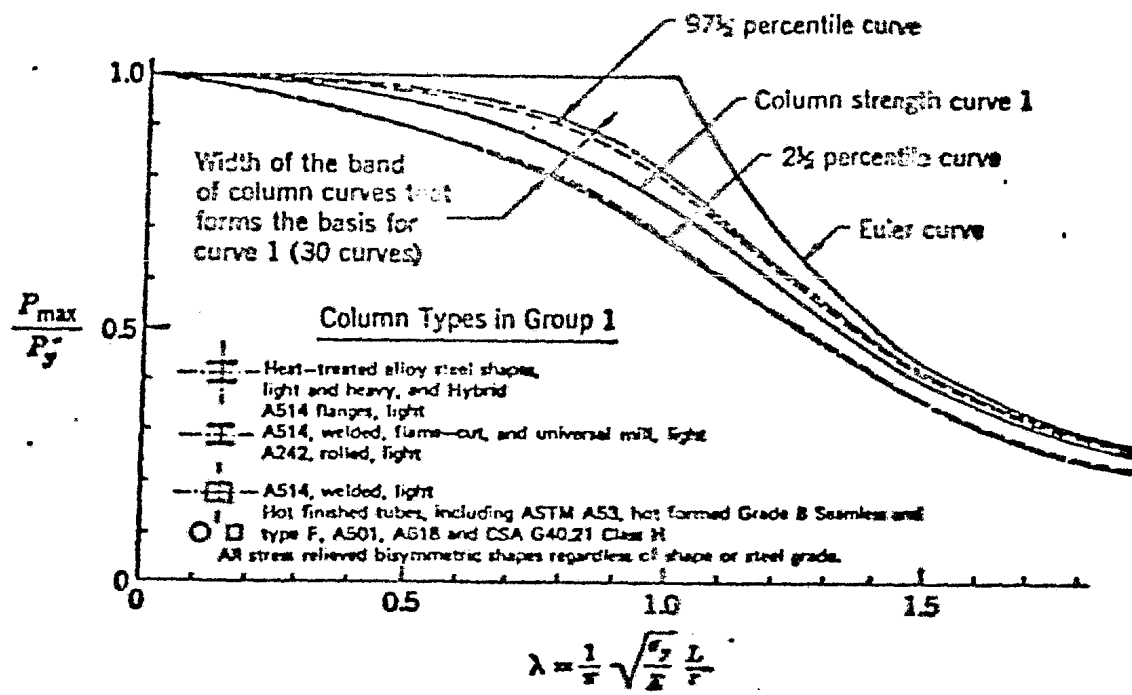
$$\text{Curva No. 3: } \begin{cases} 1 \text{ (fpp)} & (0 \leq \lambda \leq 0.15) \\ 1.093 - 0.622\lambda & (0.15 \leq \lambda \leq 0.8) \\ -0.128 + 0.707\lambda^{-1} - 0.102\lambda^{-2} & (0.8 \leq \lambda \leq 2.2) \\ 0.008 + 0.792\lambda^{-2} & (2.2 \leq \lambda \leq 5.0) \\ \lambda^{-2} \text{ (modo de Euler)} & (5.0 \leq \lambda) \end{cases}$$

fpp -- falla por plastificación.

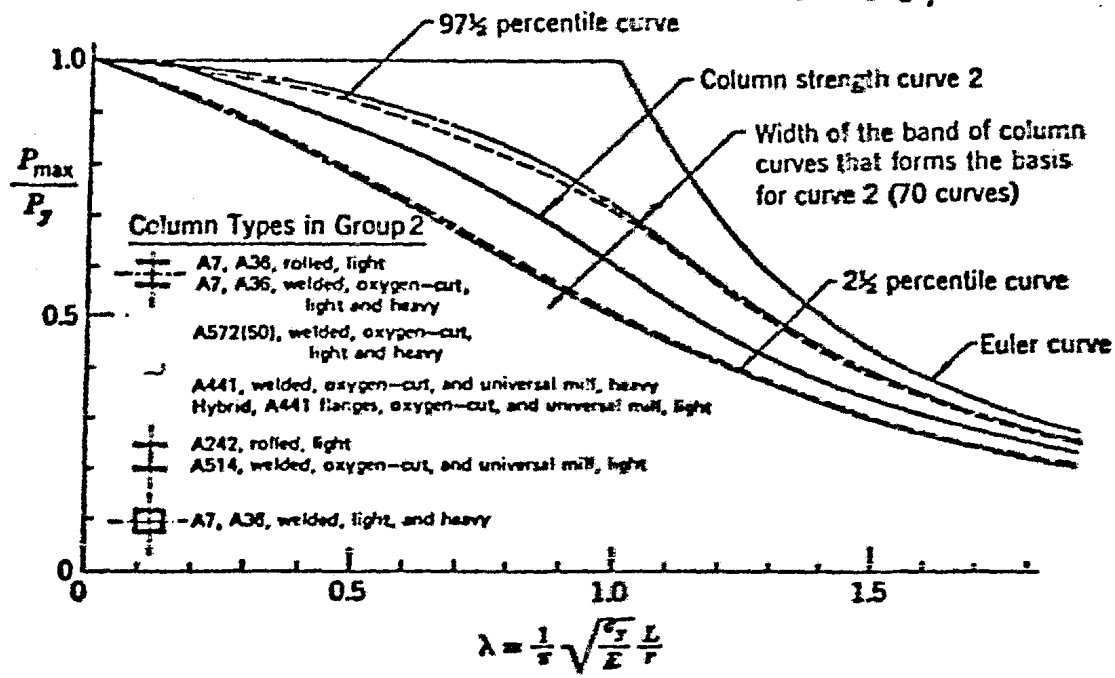
Las curvas medias correspondientes a cada sub-grupo se encuentran en la figura anexa.

Referencia.

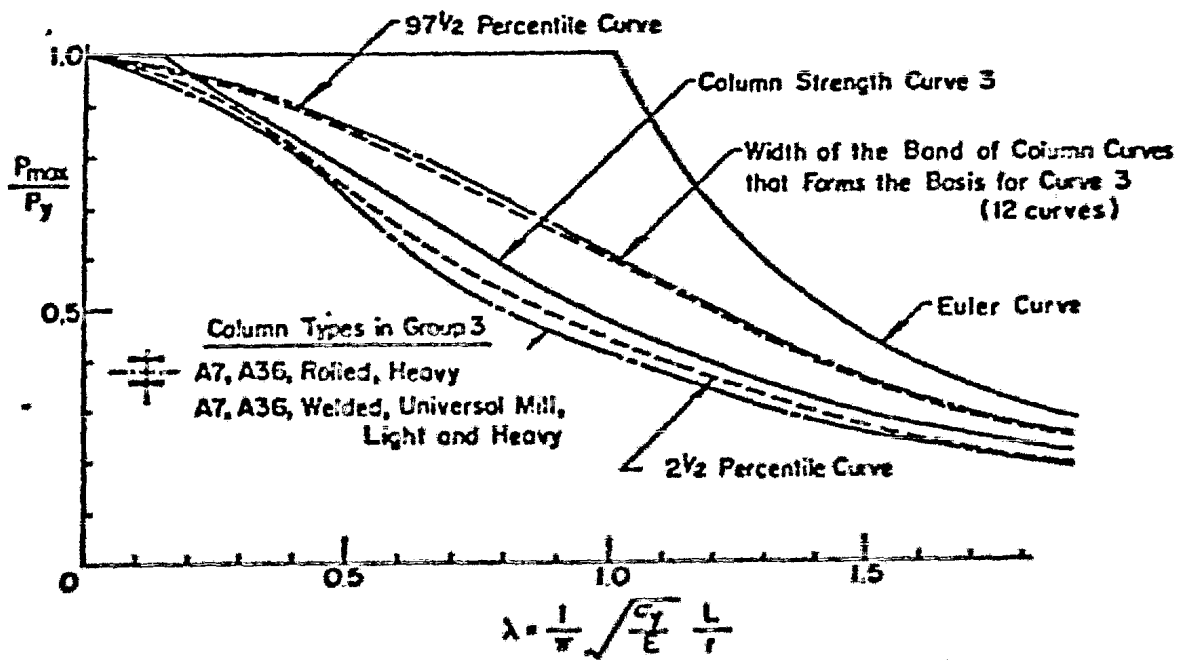
Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures.
Structural Stability Research Council.
John Wiley and Sons, Nueva York(1976).



Column-strength curve No. 1 for structural steel. (Based on maximum strength and initial out-of-straightness of $\delta_0 = 0.001L$)



Column-strength curve 2 for structural steel. (Based on maximum strength and initial out-of-straightness of $\delta_0 = 0.001L$)



Column-strength curve 3 for structural steel. (Based on maximum strength and initial out-of-straightness of $\delta_0 = 0.001L$)

Método de diseño de columnas cargadas axialmente conside-
rando el criterio propuesto por la CECM (Convención Euro-
pea de la Construcción Metálica)

La Convención Europea de la Construcción Metálica (CECM) -
realizó una gran cantidad de pruebas experimentales con co-
lumnas reales, de diferentes tamaños y tipos de perfil.

Las experiencias se llevaron a cabo con perfiles fabrica-
dos en diferentes países y se probaron en diferentes labo-
ratorios.

La CECM considera también (como en el caso de las curvas -
múltiples) que hay una gran dispersión en las propiedades
del material, así como la existencia de esfuerzos residua-
les en los perfiles (que varían con el tipo y la forma de -
la sección transversal del perfil) y por otro lado la pre-
sencia de imperfecciones, por lo que la curva inicial se -
formó con resultados de pruebas efectuadas en columnas rea-
les, y a las columnas utilizadas en pruebas posteriores se
les supuso una deformación lateral inicial en su sección -
media de $\delta_0 = 0.001L$, para tomar en cuenta las imperfeccio-
nes mencionadas.

Los resultados obtenidos determinaron la necesidad de uti-
lizar tres curvas de diseño, ya que en una sola curva no -
se puede incluir toda la variedad de perfiles existentes -
con sus correspondientes características de fabricación, -
ni los tipos de acero empleados en su elaboración.

Para facilitar el diseño de columnas, la CECM elaboró una
serie de tablas que indican que curva utilizar de acuerdo
al perfil en estudio, considerando el espesor de la parte
más gruesa del perfil (dependiendo de que sea laminado o -

soldado) y el tipo de acero empleado en su fabricación.

Al definir el esfuerzo máximo que puede desarrollar el perfil, en función de la placa más gruesa del perfil, la CECK admite que desde el punto de vista del pandeo de piezas comprimidas, éste depende del límite de elasticidad de la parte más gruesa del perfil considerado, mismo que disminuye al aumentar el espesor de las placas.

Referencia.

Recommandations pour l'étude et l'exécution des Constructions Métalliques, Convention Européenne de la Construction Métallique (Enero 1977).

C A P I T U L O I I I

COMPARACION NUMERICA DE LOS CINCO METODOS DEL CAPI-
TULO II.

Diseñar una columna de 5.0m de longitud, empotrada en un extremo, articulada en el otro y sin ningún soporte intermedio, para que resista una carga axial de 40 ton., utilizando perfiles IPR de acero A-36 y empleando los métodos siguientes: AISC, RDF, LRFD, CURVAS MULTIPLES, y las curvas de la CECM.

Diseño basado en las normas del AISC.

Para empotramiento en un extremo y articulación en el otro extremo, se recomienda un factor de longitud efectiva de $K=0.8$

Proponiendo un perfil IPR de $10 \times 5 \frac{3}{4} \times 43.2 \text{kg/m}$.

El perfil propuesto no es muy eficiente para ser utilizado como columna debido a que $r_x \gg r_y$, por lo que su resistencia al pandeo alrededor del eje Y es mucho menor que alrededor del eje X.

$$A=55.03 \text{cm}^2 ; r_x=10.89 \text{cm} ; r_y=3.40 \text{cm}.$$

Para $L=500 \text{cm}$.

$$(KL/r)_x = \frac{0.8(500)}{10.89} = 37 ; (KL/r)_y = \frac{0.8(500)}{3.40} = 117$$

Como $(KL/r)_x < (KL/r)_y$ el pandeo se presenta alrededor del eje centroidal Y de la pieza, y como $(KL/r)_y < (KL/r)_c = 126$, el pandeo se inicia durante el intervalo inelástico.

$$F_a = \frac{F_y}{CS} \left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2} \right] ; CS = 5/3 + \frac{3(KL/r)}{8C_c} - \frac{(KL/r)^3}{8C_c^3}$$

Cálculo del coeficiente de seguridad CS.

$$CS = 5/3 + \frac{3(117)}{8(126)} - \frac{(117)^3}{8(126)^3} = 1.91$$

Cálculo del esfuerzo permisible F_a

$$F_a = \frac{2,530}{1.91} \left[1 - \frac{(117)^2}{2(126)^2} \right] = 753 \text{kg/cm}^2$$

De donde el valor de la carga P es:

$$P = AF_c = 55.03(753) = 41,437 \text{kg} \approx 41 \text{tons.}$$

Como $P = 41 \text{tons} > P_t = 40 \text{tons}$, el perfil propuesto es suficiente y por lo tanto se acepta.

El cálculo del esfuerzo permisible F_a se simplifica considerablemente al utilizar las tablas que proporcionan el valor del esfuerzo permisible en función de la relación de esbeltez de la columna (KL/r).

Revisión del perfil propuesto, según las normas del reglamento del D.F.

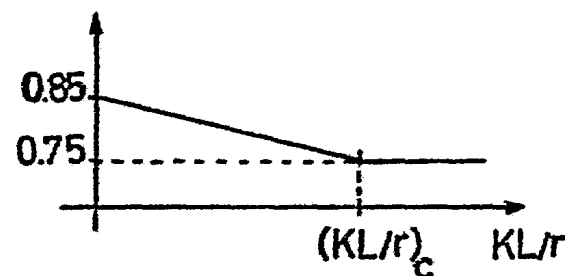
La carga factorizada o de diseño es:

$$P_d = FC(P) = 1.4(40) = 56 \text{tons.}$$

Para $(KL/r)_y = 117$ se obtiene un F_R de:

$$F_R = 0.85 - \frac{0.1}{126}(117) = 0.757$$

Durante el intervalo inelástico.



$$R_c = AF_y \left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2} \right] F_R = 55.03(2,530) \left[1 - \frac{(117)^2}{2(126)^2} \right]$$

$$0.757 = 59,956 \text{kg} \approx 60 \text{tons.}$$

Comparando la resistencia con la carga de diseño:

$(60/56 = 1.07)$, el perfil propuesto se acepta, aunque está ligeramente sobrado.

Revisión del perfil empleando el método del LRFD.

De la expresión básica.

$$\phi_c R_n \geq \sum S_i \quad ; \quad S_i = \sum_{i=1}^n (\gamma_i Q_i)$$

Para el perfil propuesto se tiene:

$$(KL/r)_y = 117 \quad \text{y} \quad \lambda = \frac{1}{3.14} \sqrt{\frac{2530}{2030000}}(117) = 1.313$$

Como $\lambda=1.313 > 1.0$; $\rho_c=0.65$ y
 $\lambda=1.313 < \sqrt{2}$; $F_{cr}=F_y (1 - 0.25\lambda^2)$

$$F_{cr}=2,530(1-0.25(1.313)^2)=1,439\text{kg/cm}^2$$

Cálculo de R_n .

$$R_n=A_t F_{cr}=55.03(1,439)=79,188\text{kg}=79\text{tons.}$$

Por lo que la función resistencia $\phi_c R_n$ vale:

$$\phi_c R_n=0.65(79)=51\text{tons.}$$

Cálculo de la función sollicitación.

Para diferentes combinaciones en los porcentajes de carga muerta y carga viva.

a) Para un porcentaje de CM=20% (40)=8tons y CV=80% (40)=32T

$$\gamma_0 S_i=1.1 [1.1(8) + 1.4(32)] =59\text{tons.}$$

b) Para un porcentaje de CM=CV=50% (40)=20tons.

$$\gamma_0 S_i=1.1(1.1 + 1.4)20=55\text{tons.}$$

c) Para un porcentaje de CM=80%P y CV=20%P.

$$\gamma_0 S_i=1.1 [1.1(32) + 1.4(8)] =51\text{tons.}$$

Comparando los diferentes resultados obtenidos de la función sollicitación con el valor de la función resistencia, se tiene que para los dos primeros casos a y b, la función resistencia es menor, por lo que el perfil, para estos dos casos, resulta insuficiente. Para el tercer caso, en el que la carga viva influye en menor proporción que la carga muerta, la función resistencia es igual a la función sollicitación, en cuyo caso se acepta el perfil propuesto.

Variando los porcentajes de CM y CV, los valores de la función sollicitación que se obtienen, permiten considerar las distintas posibilidades que se pueden presentar en la práctica, ya que cualquiera de las dos cargas ejerce mayor o menor influencia en un elemento dado. Este aspecto no se toma en cuenta en el reglamento del D.F., ni en las normas del AISI.

Revisión del perfil propuesto empleando CURVAS MÚLTIPLES.

a) Si el perfil propuesto es laminado y ligero, le corresponde la curva No. 2.

$$\text{Como } 1.0 < \lambda = 1.313 < 2.0$$

$$\frac{P_{\text{máx}}}{P_y} = -0.111 + 0.636\lambda^{-1} + 0.087\lambda^{-2}$$

$$\frac{P_{\text{máx}}}{P_y} = -0.111 + \frac{0.636}{1.313} + \frac{0.087}{(1.313)^2} = 0.424$$

$$P_{\text{máx}} = 0.424(55.03)(2,530) = 59,011\text{kg} = 59\text{tons.}$$

El valor obtenido comparado con la carga factorizada de acuerdo con el reglamento del D.F. es:

$$\frac{P_{\text{máx}}}{P_d} = \frac{59}{56} = 1.05, \text{ el perfil propuesto se acepta.}$$

Comparando el valor de $P_{\text{máx}}$ obtenido, con la carga máxima de diseño obtenida considerando el método del LRFD.

$\frac{P_{\text{máx}}}{P_d} = \frac{59}{59} = 1.0$; por lo que el perfil propuesto resulta suficiente.

Para los dos casos restantes, en los que las combinaciones para diferentes porcentajes de CM y CV, dan valores más pequeños que el primero, el perfil resulta sobrado.

b) Considerando el mismo perfil propuesto, pero formado con placas laminadas y soldadas, se emplea la curva No. 3.

$$\text{Como } 0.8 < \lambda = 1.313 < 2.2$$

$$\frac{P_{\text{máx}}}{P_y} = -0.128 + 0.707\lambda^{-1} - 0.102\lambda^{-2} = -0.128 + \frac{0.707}{1.313} - \frac{0.102}{1.313^2}$$

$$P_{\text{máx}} = 0.351A F_y$$

$$P_{\text{máx}} = 0.351(55.03)(2530) = 48,868\text{kg} = 49\text{tons.}$$

La carga máxima obtenida en este caso es menor en un 20% -

(veinte por ciento $59/49=1.2$), de lo que se obtiene para el mismo perfil laminado, y no resulta suficiente para ninguna de las cargas factorizadas del LRFD o del reglamento del D.F.

La disminución de la resistencia que presenta el segundo perfil, proviene del incremento de los esfuerzos residuales. Los esfuerzos residuales se incrementan en forma significativa como resultado del proceso de soldado.

Revisión del perfil propuesto de acuerdo a las curvas de la CECM.

a) Considerando que el perfil propuesto es laminado y que su parte más gruesa es el patín, donde $t_f=12.7\text{mm} < 20\text{mm}$. Para flexión alrededor de Y, y con $h/b=259/147=1.76 > 1.2$, se utiliza la tabla B1-36.

Como $\lambda=117$; de la tabla se obtiene:

$$F_k=109.6\text{N/mm}^2=1,117.6\text{kg/cm}^2$$

F_k -- Es el esfuerzo que produce la falla de la columna.

Considerando los factores de carga y los diferentes porcentajes para CM y CV obtenidos para el LRFD.

El valor máximo de la carga de acuerdo a la CECM es:

$$P_{\text{máx}}=AF_k=55.03(1,117.6)=61,502\text{kg}=61.5\text{tons.}$$

Con $CM=20\%(40)$ y $CV=80\%(40)$; $P_d=59\text{tons.} < P_{\text{máx}}=61.5\text{T}$

$(61.5/59=1.04)$; el perfil propuesto se acepta, aunque está ligeramente sobrado.

Para los otros casos, incluyendo la carga factorizada del reglamento del D.F., el perfil está sobrado.

b) Para el mismo perfil, pero formado de placas laminadas

y soldadas. Si $t_f < 20\text{mm}$. y $\lambda=117$, de la tabla C2-36.

$$F_k = 99\text{N/mm}^2 = 1,009.5\text{kg/cm}^2 \text{ esfuerzo máximo.}$$

Y la carga máxima vale:

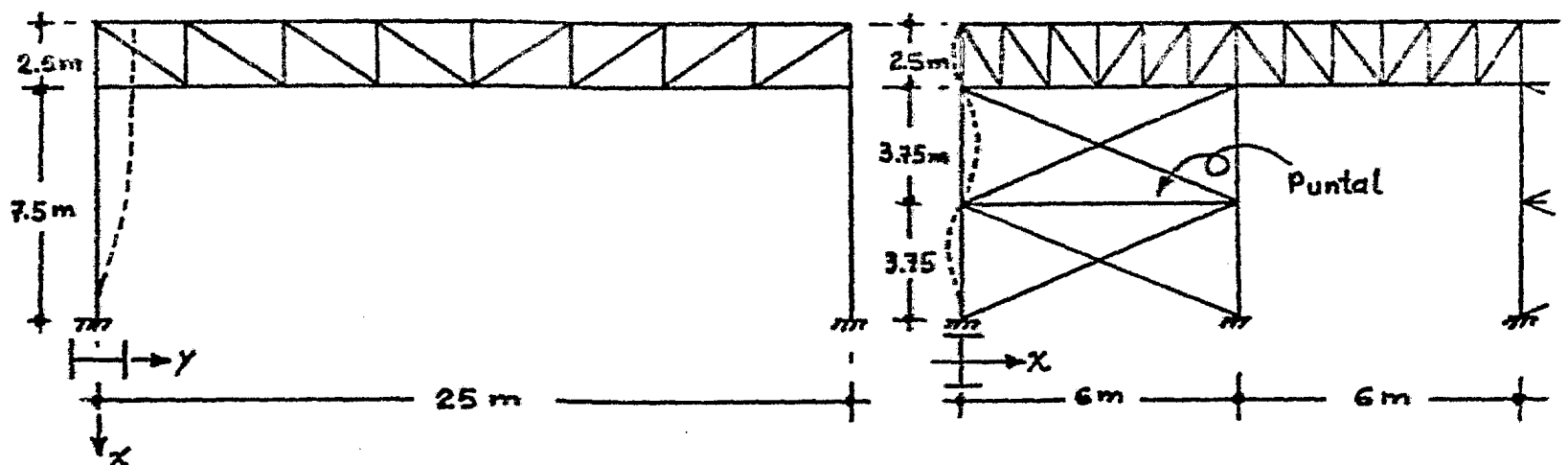
$$P_{\text{máx}} = 55.03(1,009.5) = 55,553\text{kg} = 55.5\text{tons.}$$

De acuerdo al LRFD y tomando en cuenta los porcentajes designados a la CM y CV, la carga máxima obtenida para la primera combinación propuesta, es mayor que la resistencia obtenida de acuerdo a la CECM, por lo que en este caso, no se acepta el perfil propuesto.

En los otros dos casos, las cargas son menores que la resistencia, por lo que se acepta el perfil propuesto. Por otro lado, la carga máxima obtenida según la CECM, es ligeramente menor que la carga obtenida de acuerdo al reglamento del D.F., por lo tanto el perfil propuesto se acepta.

También las curvas propuestas por la CECM reflejan la reducción de la resistencia que experimentan los perfiles soldados, debido al incremento de sus esfuerzos residuales. En este caso la resistencia del perfil laminado es mayor en un 10% que la resistencia del perfil soldado, o sea que $61.5/55.5=1.108$.

Diseñar una columna de la nave industrial que se muestra en la figura, suponiendo que sólo soporta cargas de compresión axial. La carga que actúa en ella es de 45 tons. Emplear en el diseño acero A36 y escoger un perfil IPR. Utilizar en el diseño el reglamento del D.F. y revisar el perfil propuesto con los métodos siguientes: AISC, LRFD, CURVAS MULTIPLES y las curvas propuestas por la CECM.



De acuerdo con el reglamento del D.F.

Dadas las condiciones de apoyo, de empotramiento en un extremo y libertad de desplazamiento horizontal en el extremo superior, el factor de longitud efectiva recomendado para el sentido X (considerando los ejes centroidales del perfil) es:

$$K=1.2 \text{ y como } L=750\text{cm.}, \text{ entonces } (KL/r)_x=1.2(750)$$

$$(KL/r)_x=900\text{cm.}$$

Para análisis respecto al eje centroidal Y del perfil, en el tramo inferior se tiene un empotramiento en la base y en el otro extremo, condiciones que pueden aproximarse conservadoramente a una articulación, por lo que el valor recomendado es:

$$K=0.8 \text{ y } L=375\text{cm.}$$

Para el tramo superior en ambos extremos, las condiciones de apoyo se pueden aproximar, en forma conservadora, a una

articulación, por lo que se le asigna un factor de longitud efectiva de:

$$K=1.0 \text{ y } L=375\text{cm.}$$

Como la longitud efectiva del tramo superior es mayor, este tramo es más desfavorable, por lo tanto:

$$(KL)_y = 1.0(375) = 375\text{cm.}$$

Escogiendo un perfil IPR de $10 \times 5 \frac{3}{4} \times 43.2\text{kg/m.}$

$$A = 55.03\text{cm}^2 ; r_x = 10.89\text{cm. y } r_y = 3.40\text{cm.}$$

Las relaciones de esbeltez son las siguientes:

$$(KL/r)_x = 900/10.89 = 82.64 ; (KL/r)_y = 375/3.4 = 110$$

Como $(KL/r)_y > (KL/r)_x$, el pandeo es crítico alrededor del eje centroidal Y; como $(KL/r)_y < (KL/r)_c = 126$, se inicia durante el intervalo inelástico.

Cálculo de R_c .

$$R_c = A F_y \left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2} \right] F_R ; F_R = 0.75 + \frac{0.1(15.71)}{126} = 0.762$$

$$R_c = 55.03(2,530) \left[1 - \frac{110^2}{2(126)^2} \right] 0.762 = 65,661\text{kg} = 65.6\text{T.}$$

La carga factorizada o de diseño es:

$$P_d = 1.4(45) = 63\text{tons.}$$

Como:

$$R_c/P_d = 65.6/63 = 1.04 ; \text{ se acepta el perfil propuesto.}$$

Revisión del perfil propuesto de acuerdo con el AISC.

De la tabla que proporciona los esfuerzos permisibles, para la relación de esbeltez más desfavorable $(KL/r)_y = 110$:

$$F_a = 819\text{kg/cm}^2 ; P_a = A F_a ; A = 55.03\text{cm}^2$$

$$P_a = 55.03(819) = 45,059\text{kg} = 45\text{tons.}$$

Como:

$P_a = P = 45 \text{ tons.}$, el perfil escogido se acepta.

Revisión del perfil propuesto de acuerdo con el LRFD.
De la expresión básica.

$$\phi_c R_n \geq \gamma_o S_i \quad ; \quad S_i = \sum_{i=1}^n (\gamma_i Q_i)$$

Cálculo de λ .

$$\lambda = \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{P_y}{E}} (KL/r) = \frac{1}{3.14} \sqrt{\frac{2530^4}{2039000}} (110) = 1.234$$

Como:

$$1.0 \quad \lambda = 1.234 \quad ; \quad \phi = 0.65 \quad \text{y}$$

$$\lambda = 1.234 < \sqrt{2} \quad ; \quad R_n = A_t F_{cr} \quad \text{y} \quad F_{cr} = F_y (1 - 0.25 \lambda^2)$$

Cálculo de R_n .

$$R_n = 55.03 (2530) [1 - 0.25 (1.234)^2] = 86,224 \text{ kg.}$$

$$R_n \doteq 86 \text{ tons.}$$

De donde la función resistencia vale:

$$\phi_c R_n = 0.65 (86) = 56 \text{ tons.}$$

Para las distintas combinaciones de carga, el valor de la función de carga es:

a) Para una combinación de CM=20%(45)=9tons. y CV=80%(45)
CV=36tons

$$\gamma_o S_i = 1.1 (1.1(9) + 1.4(36)) = 66.3 \text{ tons.}$$

Comparando las funciones de carga y resistencia $56/66.3 = 0.844$; el perfil está muy escaso.

b) Para una combinación de CM=CV=50%(45)=22.5tons.

$$\gamma_o S_i = 1.1 (1.1 + 1.4) 22.5 = 61.88 \text{ tons.}$$

Comparando resultados $56/61.88 = 0.90$; el perfil esta escaso en un 10%.

c) Para CM=80%(45)=36tons. y CV=20%(45)=9tons.

$$\gamma_o S_i = 1.1 (1.1(36) + 1.4(9)) = 57.4 \text{ tons.}$$

Dividiendo la resistencia entre la carga ($56/57.4=0.97$), - el perfil está ligeramente escaso, pero es aceptable.

Para las dos combinaciones de carga anteriores (a y b), el perfil es insuficiente, debido a que el factor de reducción ϕ_c propuesto por el LRFD, es más pequeño que el propuesto por el reglamento del D.F., además de que también - el factor de carga del LRFD es mayor en el caso a, que el factor de carga del RDF.

Por otro lado, este método (LRFD) permite considerar distintas combinaciones de carga muerta y carga viva, lo que no sucede con los métodos del AISC y del reglamento del D.F.

Revisión del perfil propuesto empleando CURVAS MULTIPLES.

a) Si el perfil escogido es laminado y ligero le corresponde la curva No. 2

Para $(KL/r)_y=110$; $\lambda=1.234$ y además como:

$1.0 < \lambda=1.234 < 2.0$; entonces:

$$\frac{P_{\text{máx}}}{P_y} = -0.111 + 0.636\lambda^{-1} + 0.087\lambda^{-2} = -0.111 + \frac{0.636}{1.234} + \frac{0.087}{1.234^2}$$

$$P_{\text{máx}} = 0.46P_y = 0.46(55.03)2530 = 64,044 \text{ kg} = 64 \text{ tons.}$$

Considerando que la carga obtenida es la máxima que soporta la columna, la compararemos con las cargas de diseño obtenidas con los reglamentos del D.F. y del LRFD.

Para la carga de diseño del RDF.

$P_{\text{máx}}/P_d = 64/63 = 1.01$, por lo que el perfil escogido - es suficiente.

Para la primera combinación del LRFD.

$$P_{\text{máx}}/P_d = 64/66.3 = 0.96$$

Para la segunda combinación.

$$P_{\text{máx}}/P_d = 64/61.88 = 1.03$$

Para el inciso c del LRFD.

$$\frac{P_{\text{máx}}}{P_d} = 64/57.4 = 1.11$$

En el primer inciso la carga máxima es ligeramente menor - que la carga de diseño y en el segundo caso la carga máxima es ligeramente mayor, por lo que en ambos casos, el perfil escogido se acepta. En el tercer inciso, el perfil propuesto se acepta, aunque esta ligeramente sobrado, ya que la carga máxima es mayor en un 11% que la carga de diseño.

b) Suponiendo que el perfil esté fabricado con placas laminadas y soldadas, le corresponde la curva No. 3

Para $0.8 < \lambda = 1.234 < 2.2$

$$\frac{P_{\text{máx}}}{P_y} = -0.128 + 0.707\lambda^{-1} - 0.102\lambda^{-2} = -0.128 + \frac{0.707}{1.234} - \frac{0.102}{1.234^2}$$

$$P_{\text{máx}} = 0.378 A F_y = 0.378 (55.03) 2530 = 52,627 \text{ kg} = 52.6 \text{ tons.}$$

Comparando la carga máxima que resiste el perfil laminado y soldado, con la menor carga de diseño que se obtiene de acuerdo al LRFD, carga que también es menor que la carga de diseño calculada con el RDF.

$$\frac{P_{\text{máx}}}{P_d} = 52.6/57.4 = 0.92 ; \text{ el valor indica que el perfil}$$

soldado es insuficiente.

Dividiendo el valor de la carga máxima del perfil laminado entre el valor de la carga máxima del perfil soldado.

$$\frac{P_{\text{máx-lam.}}}{P_{\text{máx-sol.}}} = \frac{64.0}{52.6} = 1.216 ; \text{ el resultado muestra que la}$$

resistencia del perfil laminado es superior en más del 20% que la resistencia proporcionada por el perfil formado con placas laminadas y soldadas.

Es notoria la disminución de la resistencia en el perfil -

soldado, disminución resultante de la influencia que ejercen los esfuerzos residuales en las secciones formadas con placas laminadas y soldadas, ya que la soldadura hace que los esfuerzos de compresión crezcan en los patines y además que se agrande la región en la que actúan los esfuerzos residuales de compresión, causando así la disminución de la resistencia de la columna hecha con placas soldadas.

Revisión del perfil propuesto empleando las curvas propuestas por la CECM.

a) Si la sección es laminada y el espesor máximo de la placa más gruesa es menor que 20mm., para flexión alrededor del eje centroidal Y, y con $h/b=259/146=1.76$, o sea:

$$h/b=1.76 > 1.2$$

el esfuerzo máximo de la placa más gruesa se obtiene de la tabla B1-36, con $\lambda=110$.

$$F_k = 119.8 \text{ N/mm}^2 (10.197) = 1,221.6 \text{ kg/cm}^2$$

De donde:

$$P_{\text{máx}} = 1,221.6 (55.03) = 67,224 \text{ kg} = 67 \text{ tons.}$$

Comparando el valor obtenido de $P_{\text{máx}}$ con la carga de diseño del RFD, y con el valor máximo de la carga de diseño dada por el LRFD.

Con la carga de diseño del reglamento del D.F.

$$\frac{P_{\text{máx}}}{P_d} = 67/63 = 1.06; \text{ el perfil se acepta, aunque está ligeramente sobrado.}$$

Con la máxima combinación de CM y CV del LRFD.

$$\frac{P_{\text{máx}}}{P_d} = 67/66.3 = 1.01; \text{ el perfil propuesto se acepta.}$$

Para los dos casos restantes del LRFD, el perfil es suficiente, aunque ligeramente sobrado.

b) Si la columna está hecha con placas (laminadas) soldadas

el esfuerzo máximo se obtiene de la tabla C2-36 para $t < 20$ mm. y $\lambda = 110$;

$$F_k = 1.07 \text{ N/mm}^2 (10.197) = 1,091 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo de la carga máxima.

$$P_{\text{máx}} = 1,091 (55.03) = 60,042 \text{ kg} \approx 60 \text{ tons.}$$

En este caso, la columna resulta suficiente sólo para la tercera combinación de cargas del LRFD.

$$\frac{P_{\text{máx}}}{P_d} = 60/57.4 = 1.04$$

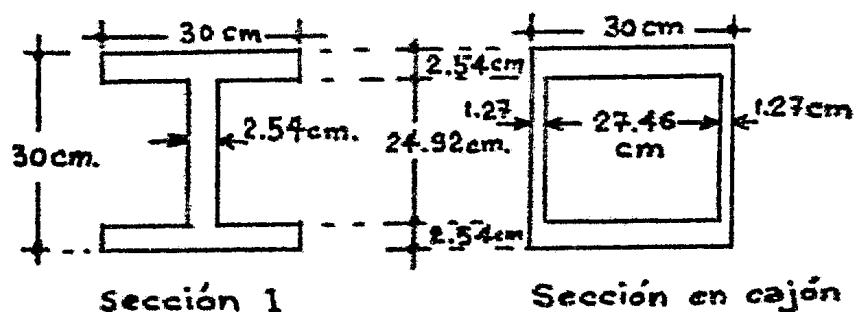
Con la combinación de cargas del inciso b del LRFD, el perfil se acepta, ya que la carga máxima es menor que la carga de diseño en un 4% ($60/61.88 = 0.97$)

Comparando la carga máxima del perfil laminado con la carga máxima del perfil soldado, se tiene:

$$\frac{P_{\text{máx-lam.}}}{P_{\text{máx-sol.}}} = 67/60 = 1.11$$

Esto es, que la resistencia del perfil laminado es mayor que la resistencia del perfil soldado en un 11%, hecho que resulta de una mayor existencia de esfuerzos residuales en el segundo perfil.

Determinar la capacidad de trabajo de la columna formada - por los perfiles propuestos, utilizando $K=1.0$ y una longitud de 9.5m. El acero es A36. Resolver el problema por los siguientes métodos: AISC, RFP, LRFD, CURVAS MULTIPLES y las curvas propuestas por la CECM.



Para el perfil I.

La carga de trabajo de acuerdo a las normas del AISC.

Para la relación de esbeltez de la sección.

$$\left(\frac{KL}{r}\right)_y = \frac{950}{7.28} = 130$$

El pandeo se presenta alrededor del eje centroidal Y de la pieza y como $(KL/r)_y = 130 > (KL/r)_c = 126$, el pandeo se inicia durante el intervalo elástico.

La carga crítica de la columna es:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EA}{(KL/r)^2} = \frac{(3.14)^2 2039000 (212.5)}{(130)^2} = 252,783.5 \text{ kg.}$$

La carga de trabajo es $P_t = P_{cr} / CS$, en el intervalo elástico

$$CS = 1.92$$

$$P_t = \frac{252,783.5}{1.92} = 131,658 \text{ kg} = 131.6 \text{ tons.}$$

La carga de trabajo de acuerdo con el reglamento del D.F.

Si $(KL/r)_y = 130 > (KL/r)_c = 126$, entonces:

$$R_c = \frac{20,134,000}{(KL/r)^2} F_R ; \text{ para pandeo elástico } F_R = 0.75$$

Cálculo de R_c .

$$R_c = \frac{20,134,000 (212.5)}{(130)^2} 0.75 = 189,873 \text{ kg.}$$

Por lo que la carga de trabajo es:

$$P_t = \frac{R_c}{FC} = \frac{189,273}{1.4} = 135,624 \text{kg} = 135.6 \text{tons.}$$

Empleando el método del LRFD.

De la expresión básica.

$$\phi_c R_n \geq \gamma_o S_i \quad ; \quad S_i = \sum_{i=1}^n (\gamma_i Q_i)$$

$$= \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{F_y}{E} (\pi L/r)} = \frac{1}{3.14} \sqrt{\frac{2,530}{2039000}} (130) = 1.458$$

Como $1.0 < \lambda = 1.458$; $\phi_c = 0.65$ y como $\lambda > \sqrt{2.0}$; $F_{cr} = F_y / \lambda^2$

$$F_{cr} = 2530 / (1.458)^2 = 1,190.16 \text{kg/cm}^2$$

De donde el valor de R_n es:

$$R_n = A_t F_{cr} = 212.5 (1,190.16) = 252,909 \text{kg.}$$

Finalmente la función resistencia vale:

$$\phi_c R_n = 0.65 (252,909) = 164,391 \text{kg.}$$

Suponiendo distintos porcentajes de carga muerta y carga viva, los correspondientes factores de carga que se obtienen son diferentes, mayores cuando el porcentaje de la carga viva respecto a la carga total es grande, debido a que el factor de carga aumenta al aumentar la carga viva.

a) Para una combinación de $CM=20\%CT$ y $CV=80\%CT$

CT =Carga total que actúa sobre la columna en estudio.

$$FC = 1.1 [1.1(0.2) + 1.4(0.8)] = 1.474$$

$$P_t = \frac{\phi_c R_n}{FC} = \frac{164,391}{1.474} = 111,527 \text{kg} = 111.5 \text{tons.}$$

b) Para una combinación de $CM=CV=50\%CT$

$$FC = 1.1 (1.1 + 1.4) 0.5 = 1.375$$

$$P_t = 164,391 / 1.375 = 119,557 \text{kg} = 119.5 \text{tons.}$$

c) Para una combinación de $CM=80\%CT$ y $CV=20\%CT$

$$FC=1.1[1.1(0.8)+1.4(0.2)]=1.276$$

$$P_t = \frac{164,391}{1.276} = 129,833 \text{kg} = 128.8 \text{tons.}$$

Del análisis efectuado con las combinaciones de carga muertas y carga viva, en donde se han variado también los porcentajes con que interviene cada tipo de carga, resultaron tres factores de carga distintos, los que a su vez produjeron tres cargas de trabajo diferentes, que son menores que las que se obtuvieron con los métodos anteriores. Lo anterior se debe en parte a que el factor de reducción ϕ_c es más pequeño y por otra, como es el caso de la primera combinación, que los porcentajes de carga utilizados dan origen a un factor de carga mayor que el correspondiente a otros métodos de diseño.

Obtención de la carga de trabajo tomando en cuenta las CURVAS MULTIPLES.

a) En este caso se considera que el perfil propuesto es laminado. Como la placa más gruesa es de 1", el perfil es pesado y por lo tanto le corresponde la curva No. 3.

Cálculo de la carga máxima.

Como $0.8 < \lambda = 1.458 < 2.2$

$$\frac{P_{\text{máx}}}{P_y} = -0.128 + 0.707\lambda^{-1} - 0.102\lambda^{-2} = -0.128 + \frac{0.707}{1.458} - \frac{0.102}{1.458^2}$$

$$P_{\text{máx}} = 0.309 A F_y = 0.309 (212.5) 2530 = 166,126 \text{kg.}$$

Suponiendo que el valor del factor de carga sea $FC=1.4$, como recomienda el RDP, la carga de trabajo es:

$$P_t = \frac{166,126}{1.4} = 118,661 \text{kg} = 118.6 \text{tons.}$$

Si la columna que se analiza estuviera formada por placas laminadas y soldadas, el resultado sería el mismo, puesto

que los perfiles pesados, por el grueso de las placas que los forman, contienen esfuerzos residuales en mayor cuantía que los ligeros. Durante el proceso de soldado de las placas gruesas que forman el perfil, los esfuerzos residuales existentes en éstas no son alterados en forma significativa, por lo que ambos tipos de perfil (laminado y soldado) son incluidos en la misma curva de diseño.

Obtención de la carga de trabajo empleando las curvas propuestas por la CECM.

a) Si se considera que el perfil que forma la columna es laminado, como la placa más gruesa de la sección tiene un espesor mayor de 20mm., entonces:

$$20\text{mm} < t = 25.4\text{mm} < 30\text{mm}, \text{ y } h/b = 1.0 < 1.2,$$

la resistencia de la sección se obtiene de la tabla C2-36, para $\lambda = 130$

$$F_k = 85.7\text{N/mm}^2 (10.197) = 873.88\text{kg/cm}^2$$

La carga máxima vale:

$$P_{\text{máx}} = F_k A = 873.88 (212.5) = 185,700\text{kg.}$$

Considerando el mismo factor de carga de 1.4,

$$P_t = \frac{185,700}{1.4} = 132,643\text{kg} \approx 132.6\text{tons.}$$

b) Si la sección estuviera formada por tres placas laminadas y soldadas, con $\lambda = 130$ y la tabla C3-36.

$$F_k = 84.1\text{N/mm}^2 (10.197) = 857.57\text{kg/cm}^2$$

De donde:

$$P_{\text{máx}} = A F_k = 212.5 (857.57) = 182,233\text{kg.}$$

Para el mismo factor de carga de 1.4,

$$P_t = \frac{182,233}{1.4} = 130,166.5\text{kg} \approx 130\text{tons.}$$

En los dos casos anteriores, el valor de la carga de trabajo de la sección laminada es ligeramente mayor que el de la sección soldada ($132.6/130=1.02$), hecho que también se manifiesta cuando el perfil se analiza en sus dos casos con las curvas múltiples, lo cual proviene del incremento casi nulo que experimentan los esfuerzos residuales existentes en las placas después de ser soldadas.

Para la sección en cajón.

De acuerdo con el AISC.

Datos: $A=212.5\text{cm}^2$; $r_y=10.74\text{cm}$ y $(KL/r)_y=89$

Como $(KL/r)_y=89 < (KL/r)_c=126$, el pandeo se presenta en el intervalo inelástico.

Cálculo del esfuerzo crítico.

$$F_{cr} = \left[1 - \frac{(KL/r)^2}{2C_c^2} \right] F_y = \left[1 - \frac{(89)^2}{2(126)^2} \right] 2530 = 1,898.8 \text{kg/cm}^2$$

Por lo tanto la carga crítica es:

$$P_{cr} = AF_{cr} = 212.5(1,898.8) = 403,506.6 \text{kg.}$$

La carga de trabajo se determina con:

$$P_t = \frac{P_{cr}}{CS}; \quad CS = 5/3 + \frac{3(89)}{8(126)} - \frac{(89)^2}{8(126)^2} = 1.89$$

$$P_t = \frac{403,506.6}{1.89} = 213,495.5 \text{kg} = 213.5 \text{tons.}$$

Segun el reglamento del D.F., la carga de trabajo es:

Para pandeo inelástico.

$$F_R = 0.85 - \frac{0.1(89)}{126} = 0.779$$

$$R_c = 212.5(2530) \left[1 - \frac{(89)^2}{2(126)^2} \right] 0.779 = 314,331.67 \text{kg.}$$

Teniendo que la carga de trabajo que soporta la columna va
le:

$$P_t = \frac{314,331.67}{1.4} = 224,522.6\text{kg} \approx 224.5\text{tons.}$$

Obtención de la carga de trabajo de acuerdo con el LRFD.
Cálculo de la función resistencia.

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{F_y/E}}(KL/r) = \frac{1}{3.14} \sqrt{\frac{2530}{2039000}}(89) = 0.998 \approx 1.0$$

Como $\lambda = 1.0$; $\phi_c = 0.65$ y como $\lambda < \sqrt{2}$; $F_{cr} = F_y(1 - 0.25\lambda^2)$

$$F_{cr} = 2530(1 - 0.25(1)^2) = 1,898\text{kg/cm}^2$$

$$R_n = A F_{cr} = 212.5(1,898) = 403,219\text{kg.}$$

$$\phi_c R_n = 0.65(403,219) = 262,092\text{kg} \approx 262\text{tons.}$$

Considerando los factores de carga que se obtuvieron utilizando diferentes porcentajes de carga muerta y carga viva, las cargas de trabajo que resultan son las siguientes:
Para un factor de carga $FC = 1.474$, correspondiente a una combinación de $CM = 20\%CT$ y $CV = 80\%CT$:

$$P_t = \frac{\phi_c R_n}{FC} = \frac{262,092}{1.474} = 177,810\text{kg} \approx 177.8\text{tons.}$$

Para un factor de carga $FC = 1.375$, obtenido con una combinación de $CM = CV = 50\%CT$.

$$P_t = \frac{262,092}{1.375} = 190,612.4\text{kg} \approx 190.6\text{tons.}$$

Para un factor de carga $FC = 1.276$, resultante de una combinación de $CM = 80\%CT$ y $CV = 20\%CT$.

$$P_t = \frac{262,092}{1.276} = 205,401\text{kg} \approx 205.4\text{tons.}$$

Obtención de la carga de trabajo empleando las CURVAS MULTIPLES.

Para secciones en cajón, ligeras o pesadas, se utiliza la

curva No. 2.

Como $0.15 < \lambda = 1.0$

$$\frac{P_{\text{máx}}}{F_y} = 1.035 - 0.709\lambda - 0.222\lambda^2 = 1.035 - 0.709(1) - 0.222(1)^2$$

$$P_{\text{máx}} = 0.611P_y = 0.611AF_y = 0.611(212.5)2530 = 328,489\text{kg.}$$

Empleando el factor de carga $FC=1.4$, recomendado por el reglamento del D.F.

$$P_t = \frac{328,489}{1.4} = 234,635\text{kg} = 234.6\text{tons.}$$

De las curvas propuestas por la CECM.

Para $t=12.7\text{mm} < 20\text{mm}$ y flexión alrededor del eje centroidal Y, se utiliza la tabla B2-36

Con $\lambda=89$, la resistencia máxima vale:

$$F_k = 150.1\text{N/mm}^2 (10.197) = 1,530.6\text{kg/cm}^2$$

Por lo que la carga máxima vale:

$$P_{\text{máx}} = AF_k = 212.5(1,530.6) = 325,246\text{kg.}$$

Tomando el factor de carga $FC=1.4$;

$$P_t = \frac{325,246}{1.4} = 232,318.6\text{kg} = 232.3\text{tons.}$$

Resolver el problema anterior para una columna de 3.3m de longitud.

$$\text{Area: } A=212.5\text{cm}^2$$

$$(KL/r)_y=330/7.28=45 ; \text{ para el perfil I}$$

$$(KL/r)_y=330/10.67=31; \text{ para la sección en cajón.}$$

Para el perfil I

La carga de trabajo de acuerdo con el AISC.

Como $(KL/r)_y=45 < (KL/r)_c=126$, el pandeo se inicia durante el intervalo inelástico.

$$CS=5/3+\frac{3(45)}{8(126)}-\frac{(45)^3}{8(126)^3}=1.8$$

$$F_{cr}=2530\left[1-\frac{(45)^2}{2(126)^2}\right]=2,366.6\text{kg/cm}^2$$

$$F_a=\frac{F_{cr}}{CS}=\frac{2,366.6}{1.8}=1,314.8\text{kg/cm}^2$$

$$P_t=AF_a=212.5(1,314.8)=279,390\text{kg}=279.4\text{tons.}$$

Con las normas del reglamento del D.F.

Como el pandeo se inicia en el intervalo inelástico.

$$R_R=0.85-\frac{0.1(45)}{126}=0.814$$

$$R_c=212.5(2530)\left[1-\frac{(45)^2}{2(126)^2}\right]0.814=409,343\text{kg}$$

$$P_t=\frac{R_c}{\phi_c}=\frac{409,343}{1.4}=292,387.85\text{kg}=292.4\text{tons.}$$

Utilizando el método del LRFD.

$$\lambda=\frac{1}{3.14}\sqrt{\frac{2530}{2039000}}(45)=0.508$$

Como $0.16 < \lambda=0.508 < 1.0$; $\phi_c=0.90-0.25\lambda$

$$\phi_c=0.90-0.25(0.508)=0.773$$

Como $\lambda = 0.508 < \sqrt{2}$

$$F_{cr} = 2530(1 - 0.25(0.508)^2) = 2,366.6 \text{ kg/cm}^2$$

$$R_n = A F_{cr} = 212.5(2,366.6) = 502,939.6 \text{ kg}$$

Por lo que la función resistencia vale:

$$\phi_c R_n = 0.773(502,939.6) = 388,772 \text{ kg} \approx 388.7 \text{ tons}$$

Para las tres combinaciones de carga propuestas y cuyos factores de carga son: 1.474, 1.375 y 1.276, las cargas de trabajo son las siguientes:

$$P_t = \frac{388,772}{1.474} = 263,753 \text{ kg} \approx 263.7 \text{ tons}$$

$$P_t = \frac{388,772}{1.375} = 282,743 \text{ kg} \approx 282.7 \text{ tons}$$

$$P_t = \frac{388,772}{1.276} = 304,680 \text{ kg} \approx 304.7 \text{ tons}$$

Empleando las CURVAS MULTIPLES.

Como el perfil es pesado, le corresponde la curva No. 3

Para el valor $0.15 < \lambda = 0.508 < 0.8$

$$\frac{P_{\text{máx}}}{P_y} = 1.093 - 0.622 \lambda = 1.093 - 0.622(0.508) = 0.777$$

$$P_{\text{máx}} = 0.777 P_y = 0.777(212.5)2530 = 417,747.5 \text{ kg}$$

Utilizando el factor de carga recomendado por el reglamento del D.F.

$$P_t = \frac{417,747.5}{1.4} = 298,391 \text{ kg} \approx 298.4 \text{ tons}$$

Puesto que la sección se considera como pesada, el que esta sea laminada o soldada, no influye para que sea revisada con curvas de diseño diferentes, ya que ambos perfiles se incluyen en la misma curva.

Empleando las curvas propuestas por la CECM.

Si $\lambda = 45$; $t = 25.4 \text{ mm} > 20 \text{ mm}$, y $h/b = 1.0 < 1.2$

El esfuerzo máximo se obtiene con la tabla C3-36.

$$F_k = 204.7 \text{ N/mm}^2 (10.197) = 2,077.3 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_{\text{máx}} = AF_k = 212.5 (2,077.3) = 443,257 \text{ kg}$$

Con el factor de carga $\gamma = 1.4$, la carga de trabajo es:

$$P_t = \frac{443,257}{1.4} = 316,826 \text{ kg} \approx 316.8 \text{ tons}$$

Si la sección es soldada.

Como $t = 25.4 \text{ mm} > 20 \text{ mm}$ y $\lambda = 45$, de la tabla C3-36.

$$F_k = 193.9 \text{ N/mm}^2 (10.197) = 1,977 \text{ kg/cm}^2$$

$$P_{\text{máx}} = AF_k = 212.5 (1,977) = 420,154.6 \text{ kg}$$

Utilizando el factor $\gamma = 1.4$, la carga de trabajo vale:

$$P_t = \frac{420,154.6}{1.4} = 300,110 \text{ kg} \approx 300 \text{ tons}$$

Dividiendo la carga de trabajo del perfil laminado entre la carga del perfil soldado ($316.8/300 = 1.056$), se observa que la carga del perfil laminado es mayor en un 5.6% que la carga del perfil soldado. El resultado anterior muestra que la resistencia de los perfiles pesados, ya sean laminados o soldados, no varía en forma substancial.

Cálculo de la carga de trabajo para la sección en cajón.

De acuerdo con las normas del AISI.

Teniendo que $(KL/r) = 31 < C_c = 126$, el pandeo se inicia durante el intervalo inelástico

Cálculo del esfuerzo crítico.

$$F_{\text{cr}} = 2530 \left[1 - \frac{(31)^2}{2(126)^2} \right] = 2,453.6 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo del coeficiente de seguridad CS.

$$CS = 5/3 + \frac{(31)^2}{8(126)} - \frac{(31)^3}{8(126)^3} = 1.76$$

Obtención de la carga crítica P_{cr} .

$$P_{cr} = A F_{cr} = 212.5 (2,453.6) = 521,390 \text{kg.}$$

De donde:

$$P_t = \frac{521,390}{1.75} = 296,224 \text{kg} \approx 296 \text{tons.}$$

Siguiendo las normas del reglamento del D.F.

Como el pandeo es inelástico el factor de resistencia es:

$$F_R = 0.85 - \frac{0.1(31)}{126} = 0.825$$

Cálculo de R_c

$$R_c = 212.5 (2530) \left[1 - \frac{(31)^2}{2(126)^2} \right] 0.825 = 430,151 \text{kg.}$$

Siendo $FC=1.4$, la carga de trabajo es:

$$P_t = \frac{430,151}{1.4} = 307,251 \text{kg} \approx 307.3 \text{tons.}$$

Empleando el criterio del LRFD.

$$\lambda = \frac{1}{3.14} \sqrt{\frac{2530}{2039000}} (31) = 0.347$$

Como $0.16 < \lambda = 0.347 < 1.0$; $\phi_c = 0.90 - 0.25\lambda$; $\lambda = 0.347 < \sqrt{2}$

$$F_{cr} = F_y (1 - 0.25\lambda^2).$$

$$\phi_c = 0.90 - 0.25(0.347) = 0.813$$

$$F_{cr} = 2530 (1 - 0.25(0.347)^2) = 2454 \text{kg/cm}^2$$

$$R_n = A F_{cr} = 212.5 (2,454) = 521,475 \text{kg.}$$

$$\phi_c R_n = 0.813 (521,475) = 424,090 \text{kg} \approx 424 \text{tons.}$$

Para los diferentes factores de carga que se obtienen con las combinaciones de carga propuestas, las cargas de trabajo son las siguientes.

a) Con $CV=20\%$ y $GV=80\%$; $FC=1.474$

$$P_t = \frac{481,090}{1.375} = 349,713 \text{ kg} \approx 349.7 \text{ tons.}$$

b) Para $CM=CV=50\%CF$; $FC=1.375$

$$P_t = \frac{451,095}{1.375} = 328,429 \text{ kg} \approx 328.4 \text{ tons.}$$

c) Si $CM=30\%CF$ y $CV=20\%CF$, entonces $FC=1.276$, de donde:

$$P_t = \frac{424,090}{1.276} = 332,359 \text{ kg} \approx 332.4 \text{ tons.}$$

Tomando de referencia las curvas MULTIFILES para obtener la carga de trabajo.

Si $0.15 < \lambda = 0.347 < 1.0$

$$\frac{P_{\text{máx}}}{P_y} = 1.035 - 0.202\lambda - 0.222\lambda^2$$

$$\frac{P_{\text{máx}}}{P_y} = 1.035 - 0.202(0.347) - 0.222(0.347)^2 = 0.938$$

$$P_{\text{máx}} = 0.938 A F_y = 0.938 (212.5) 2530 = 504,386 \text{ kg.}$$

Con el factor de carga recomendado por el reglamento del L.F., $FC=1.4$.

$$P_t = \frac{504,386}{1.4} = 360,276 \text{ kg} \approx 360.3 \text{ tons.}$$

Empleando las curvas propuestas por la CECM.

Para $t=12.7 \text{ mm} < 20 \text{ mm}$ y con $\lambda=31$, de la tabla B2-36, el esfuerzo máximo es:

$$F_k = 222.4 \text{ N/mm}^2 (10.197) = 2,267.8 \text{ kg/cm}^2$$

$$F_{\text{máx}} = A F_k = 212.5 (2,267.8) = 481,910 \text{ kg}$$

Utilizando $FC=1.4$, se llega a:

$$P_t = \frac{481,910}{1.4} = 344,222 \text{ kg} \approx 344 \text{ tons.}$$

T A B L A C O M P A R A T I V A

CRITERIO de ANÁLISIS	CARGA DE TRABAJO (tons)								
	sección tipo I				sección en curva				
	ML/r=45	%	ML/r=130	%	ML/r=31	%	ML/r=19	%	
A D 3	282.4	10.9	135.6	11.8	307.3	6.8	282.2	20.1	
A I S C	279.4	6.0	131.6	18.0	296.0	3.0	213.5	20.0	
LRFD	a	263.7	---	111.5	---	287.7	---	177.8	---
	b	282.7	7.2	119.5	7.2	308.4	7.2	190.6	7.2
	c	304.7	15.5	128.8	15.5	332.4	15.5	205.4	15.5
CURVAS MULT.	L	298.4	13.2	118.6	6.4	360.3	25.2	234.6	32.0
	S	"	13.2	"	6.4	"	25.2	"	32.0
C E C M	L	316.8	19.8	132.6	18.9	344.0	19.6	232.3	30.6
	S	300.0	13.8	130.0	16.6	"	19.6	"	30.6

a -- corresponde a una combinación de $CM=20\%CT$ y $CV=80\%CT$ y el factor de carga vale $FC=1.474$

b -- corresponde a $CM=CV=50\%CT$; entonces $FC=1.375$

c -- proviene de $CM=80\%CT$ y $CV=20\%CT$; de donde $FC=1.276$

Los diferentes valores de la carga de trabajo obtenidos, resultan de la forma en que cada criterio de diseño estima la influencia de las variaciones de las cargas y de la respuesta que los elementos estructurales pueden ofrecer en función de sus características geométricas y mecánicas.

Ambos perfiles tienen la misma área pero de diferente geometría.