UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

" ANALISIS DE ESTABILIDAD DE TALUDES EN MACIZOS ROCOSOS."

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO CIVIL

PRESENTA:

MARCELINO DE JESUS RIVERA MARTINEZ

MEXICO, D. F. 1983

I N D I C E

5. EJEMPLOS NUMERICOS

6. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

1. INTRODUCCION

1.1 Antecedentes.

El uso de la roca como material de construcción, se remonta a tiempos antiquísimos. Son ampliamente conocidas las obras arquitectónicas que las grandes culturas realizaron con dicho material; al paso del tiempo la roca se siguío utilizando como material de construcción, mas no es sino hasta principio del siglo XX, que a la roca se le estudiaron a fondo sus propiedades mecánicas.

A partir de esa fecha, la mecánica de rocas ha evolucionado paulatinamente, hasta llegar a utilizar matemáticas avanzadas en el análisis y procedimientos de laboratorio muy elaborados Ref. (1).

En la actualidad, la gama de usos de la roca en construcción es muy amplia, podemos citar su utilización en las siguientes obras:

- Presas
- Túneles
- Plantas núcleo-eléctricas
- Almacenes de gas y petróleo
- Estacionamientos
- Cimentaciones
- Transporte
- Excavaciones subterraneas

En general, para cualquier obra que se construya sobre,- o con roca, es necesario

a) Investigar las condiciones geológicas generales y particulares de la zona.

b) Conocer las propiedades físicas y mecánicas de las rocas tanto en campo como en laboratorio.

c) Hacer un análisis de esfuerzo y deformación.

d) Hacer un análisis de estabilidad de taludes, en su -- caso.

e) Determinar el proceso constructivo idoneo para ese tipo de roca, esto incluye, control de voladuras y formas de estabilizar la roca.

El presente trabajo, se enfocará al estudio de los métodos de análisis de la estabilidad de taludes.

1.2 Objetivos.

Los objetivos de la presente tesis, son dos: el primero, presentar algunos métodos que permitan realizar el análisis de estabilidad de taludes; la parte medular del trabajo - la enfocaremos a los métodos vectorial y estereográfico, los- cuales expondremos detenidamente, comparando entre sí sus resultados.

El segundo va relacionado con el aspecto didáctico; dado el enfoque y la importancia ingenieril que tiene el tema, y -

la falta de bibliografía en español sobre el mismo, se pretende que la tesis sirva como guía a los alumnos de la Facultad de Ingeniería. Con este fín se han resuelto, paso a paso, varios problemas de estabilidad de taludes para que el alumno sea capaz de entender y aplicar los métodos.

A continuación señalaremos, en forma breve, el contenido de los siguientes capítulos.

En el capítulo 2, se explican las diferentes causas que pueden provocar la falla de talud de roca, y dependiendo de la forma y constitución de éste, el modo o manera en que ocurrirá dicha falla; asimismo, se expone el análisis que se debe de hacer cuando existe posibilidad de una falla por volteo o por rotación, y por último, se sientan las bases para entender la falla por translación.

En el capítulo 3, se expone el análisis vectorial para taludes cuya falla es translacional; el capítulo empieza con la definición de algunas operaciones vectoriales y de los términos geológicos más utilizados, y se concluye dando las herramientas necesarias para obtener el factor de seguridad contra deslizamiento y rotación.

El capítulo 4, trata de la aplicación de la estereografía en el análisis de estabilidad de taludes, al principio se explica la forma de obtener los diferentes estereogramas usados en el método, a continuación se describe la forma en que se representan planos, líneas y fuerzas, con estos elementos se proceden a determinar si el talud es estable o no. El método del estereograma es un método semigráfico.

En el quinto capítulo, se muestra la aplicación de los métodos anteriores por medio de ejercicios sobre problemas que serán resueltos por los dos métodos para comparar resultados.

Finalmente, en el capítulo 6, se presentan las conclusiones y recomendaciones.

2. CAUSAS Y MODOS DE FALLA DE TALUDES EN ROCA

2.1 Fuerzas actuantes y resistentes.

Un talud rocoso es estable, o inestable, dependiendo de la combinación de las fuerzas actuantes y resistentes, siendo las primeras:

- Peso propio del material rocoso
- Subpresión
- Vibraciones
- Fuerzas externas (excluyendo anclas)

Como fuerzas resistentes encontramos:

- Componente normal, a los planos de debilidad, del peso propio
- Anclas

Las fuerzas resistentes están regidas por dos fenómenos físicos, la cohesión y la fricción; el primer fenómeno está generado por la acción del material cementante entre dos capas de roca, y la segunda, se basa en la irregularidad existente en dichas capas, es decir, la trabazón de los granos entre sí.

La estabilidad se ve afectada por aumentar las fuerzas actuantes o por una disminución de las fuerzas resistentes, esto último ocasionado por una reducción en el ángulo de fricción (saturación de la roca) o una reducción de la cohesión -

(combinación química del cementante con el agua).

2.2 Parámetros de resistencia.

Los fenómenos antes mencionados, fricción y cohesión, depende de varios factores, ellos son:

a) Tipo de roca

b) Esfuerzos iniciales en las partículas minerales individuales.

c) Resistencia del cementante intergranular.

d) Resistencia de los granos formadores de la roca.

e) Orientación de granos y cristales respecto a la dirección de la carga.

f) Defectos de la roca.

g) Presión confinente.

h) Grado de saturación.

i) Metodología de la prueba para la evaluación de la resistencia.

j) Metodología del muestreo.

Por lo que la resistencia de la roca depende de la combinación de estos parámetros, por ejemplo: si se determina la resistencia de una mica en dirección normal a los planos de estratificación, ésta será mayor que la que se obtiene aplicando la carga en dirección paralela a dicha estratigrafía, por lo tanto, para realizar un buen diseño, debemos conocer las condiciones bajo las cuales se obtuvo la resistencia.

2.3. Determinación de la resistencia, propiedades elásticas y parámetros de resistencia.

Existen distintas pruebas para determinar la resistencia de las rocas, estas se pueden observar en las tablas 2-1 y 2-2.

Las pruebas se pueden consultar en las referencias, 2, 3 y 8.

2.4. Modos de fallas de un talud rocoso.

Las fuerzas antes mencionadas pueden provocar diferentes tipos de inestabilidad, dependiendo de su forma de aplicación, del tipo de material que se tenga, del grado de alteración de éste, del sistema de fallas, de la estratigrafía y en general, de la estructura geológica.

Así, en taludes inclinados, pueden existir modos de fallas translacionales y rotacionales, y en taludes verticales con estructura también vertical, fallas por volteo. El primer modo de falla, provoca que la roca movilice su resistencia al cortante y en algunos casos, a la tensión; en el segundo, solo se moviliza su resistencia al esfuerzo cortante, y por último, en el tercero, se moviliza la resistencia a la tensión y a la compresión al mismo tiempo.

T A B L A 2-1

- Pruebas de laboratorio
  - Estáticas
    - Compresión
      - Simple
        - en probeta
        - en cubos
      - Triaxial
        - con o sin medición de presión de poro
    - Tensión
      - Prueba directa
      - Prueba indirecta
        - Flexión
        - Prueba Brasileña
    - Cortante
      - Prueba directa
        - Con aplicación de fuerza normal al plano de corte
          - en caja
          - en cubos
        - Sin aplicación de una fuerza normal al plano de corte
          - Corte simple
          - Corte doble
          - Punzo cortante
      - Pruebas Indirectas
        - Torsión
        - Flexión
  - Dinámicas
    - Triaxial
    - Corte simple cíclico
    - Torsión cíclica
    - Columna resonante
    - Mesa vibradora
    - Propagación de ondas ultrasonicas

T A B L A 2-2

- Pruebas de campo
  - Estáticas
    - Deformabilidad
      - Tunel bajo presión hidrostática
      - Pruebas de placa
      - Gato plano
      - Dilatómetros
    - Esfuerzos internos
      - Roseta de deformación
      - Gato plano
      - Gato curvo
      - Sondas flexibles
      - Sondas rigidas
    - Cortante - Con aplicación de una fuerza normal al plano de corte
    - Permeabilidad
      - Prueba Lugeon
      - Trazadores radiactivos
      - Micromolinetes
  - Dinámicas - Deformabilidad - Método sísmico de refracción

Es difícil determinar los valores de resistencia exactos para los análisis; así como también, conocer con precisión -- las cargas que actuarán sobre la roca, por lo que es muy co-- mún efectuar análisis paramétricos previniendo los cambios en la resistencia y en las fuerzas actuantes sobre el macizo rocoso.

A continuación se darán algunos criterios para analizar- diferentes modos de inestabilidad.

2.5. Fallas por volteo y aplastamiento.

En estructuras geológicas en las que los planos de debilidad son verticales, o muy cercanos a ella, como en el caso- de basaltos columnares, se presenta un modo de falla característico. A continuación, figura 2-1, se muestra las fuerzas que actúan sobre un talud.

Los modos de falla mas comunes para este tipo de taludes se muestran en las figuras 2-2.

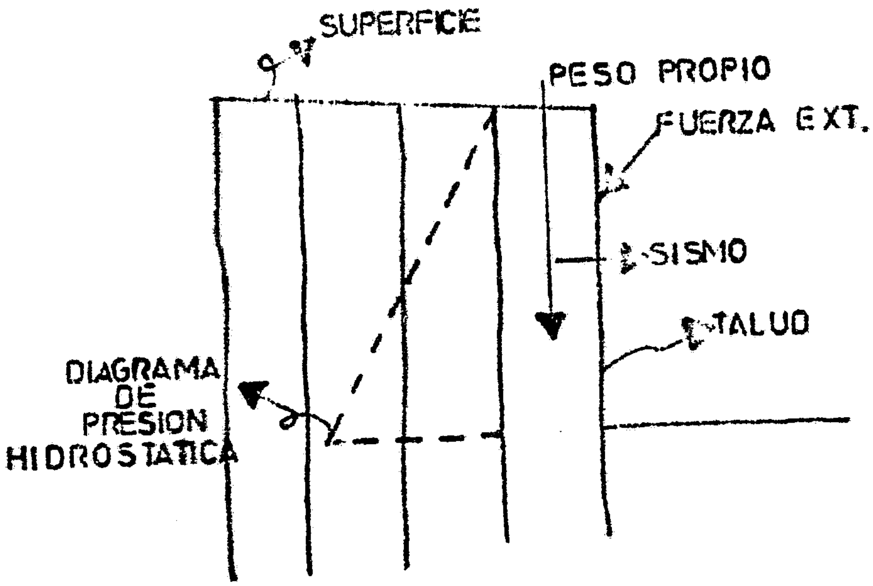
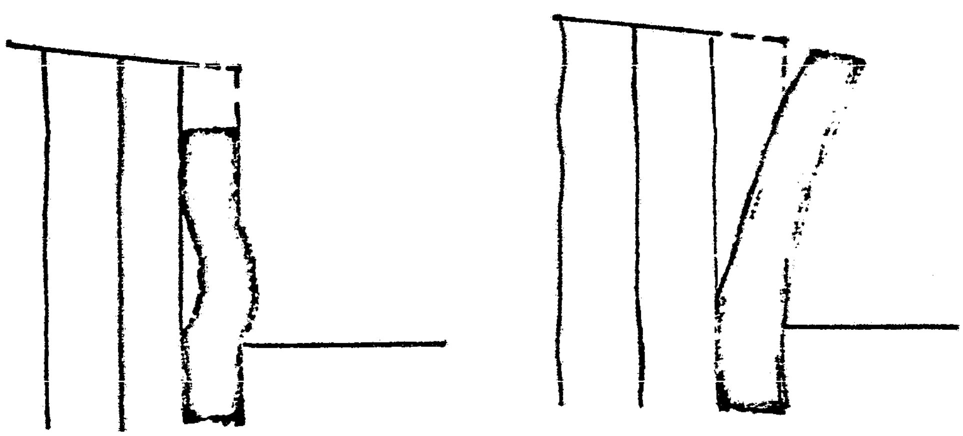


Figura 2-1 Fuerzas actuantes sobre un talud.



a) Falla por aplastamiento. b) Falla por flexión.
Figura 2-2 Fallas de un talud vertical.

La falla de la figura 2-2a, sucede cuando se ha modificado la sección transversal de la columna o bién, se ha eliminado el soporte lateral, provocando que una sección determinada no logre resistir el peso del material localizado sobre --ella; su análisis es tan simple como comparar los esfuerzos -que resiste una sección a la comprensión, con los esfuerzos -generados por el peso del material, el Factor de Seguridad, -(F.S), se obtiene de dividir el esfuerzo resistente entre el-esfuerzo actuante, con lo que el talud es estable si el F.S -es mayor a 1.

Si resultase menor, se deberán tomar providencias para -estabilizar el talud, tales como: reducir las fuerzas exter--nas, eliminar parte del material rocoso que se encuentra so--bre la sección o bién, aumentar las fuerzas confinantes por -medio de anclas.

En el caso de la figura 2-2b, la falla se presenta por -la entrada del agua en las fisuras o planos de debilidad, ésta se va acumulando atrás del talud, provocando un empuje hidrostático que hará que la columna exterior se separa de su -posición original, el mismo efecto puede ser provocado por un sísmo.

Haciendo una simplificación de este caso, asemejaremos -la columna a una viga en voladizo, cuyo estado de esfuerzos -es el representado en la figura 2-3.

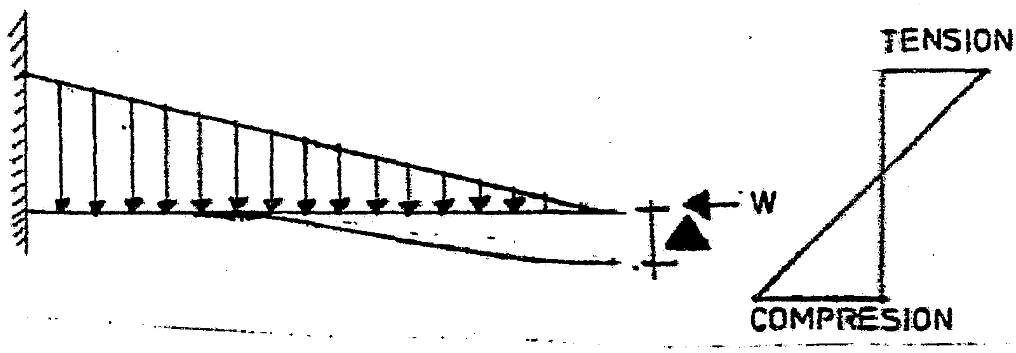


Figura 2-3 Esfuerzos sobre una viga en voladizo.

Para realizar el análisis de este tipo de estructuras ro cosas, se acepta como válido el análisis por flexocompresión de la teoría de la elasticidad.

El análisis por flexocompresión, nos señala que existen dos posibles relaciones entre las dimensiones de las columnas.

La primera, es la de tener una columna de longitud corta en relación con su altura, por lo que resulta relativamente rígida a la flexión, en este caso, las deformaciones por flexión serán pequeñas y sólo producirán un cambio insignificante en la línea de acción de las fuerzas axiales, siendo estas el peso W y las cargas que estén colocadas en la parte superior de la columna.

Las fuerzas hidrostáticas, producen una distribución triangular a lo largo de la viga induciéndole flexión, que sumada a la carga axial, de compresión, nos da la siguiente fórmula para calcular los esfuerzos de compresión y tensión.

$$f = \frac{W}{A} \pm \frac{M}{I} Y$$

donde $\frac{W}{A}$ = Esfuerzo de Compresión Axial.

$\frac{M}{I} Y$ = Esfuerzo por flexión.

W = Peso propio de la columna.

A= Área de la columna.

M = Momento flexionente en la sección considerada.

I = Momento centroidal de Inercia.

Y = Distancia que existe del centro del eje neutro a la fibra mas alejada.

El signo ($\pm$) significa que los esfuerzos que se generan por flexión son de tensión y compresión, figura 2-4, y que se suman o se restan al esfuerzo de compresión por carga axial.

La segunda posibilidad, es tener columnas relativamente delgadas en comparación con su largo, las deformaciones por flexión pueden ser suficientemente grandes para producir un cambio en la línea de acción de la carga axial, W. Esta fuerza producirá entonces, momentos flexionantes adicionales

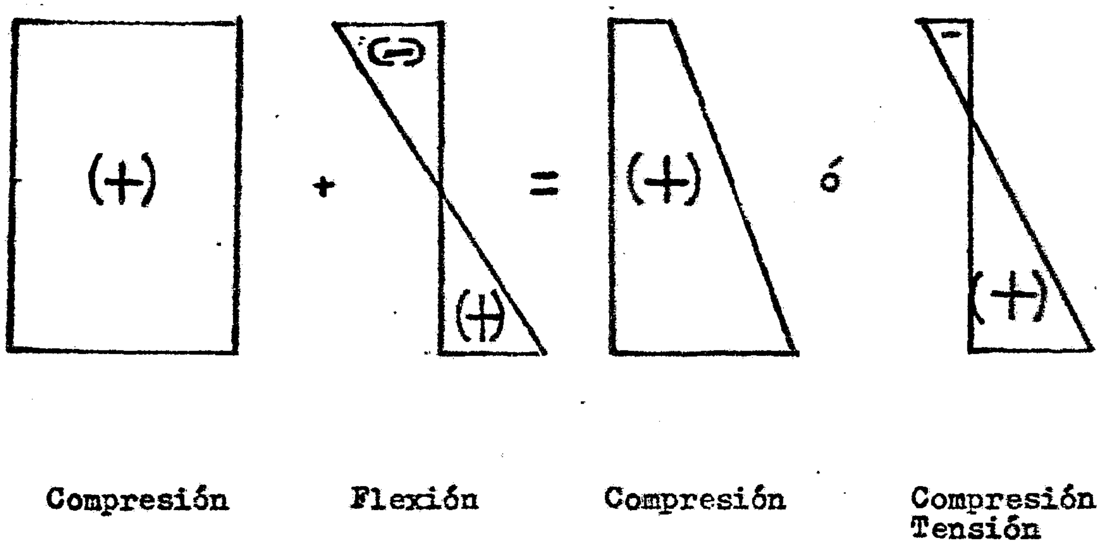


Figura 2-4 Esfuerzos por flexocompresión.

en la viga, que hacen que la superposición de los efectos de carga axial y de momento flexionante, calculados independientemente, no sean válidos (Teoría de Elasticidad).

Para explicar como se amplifican los momentos, observemos la figura 2-5.

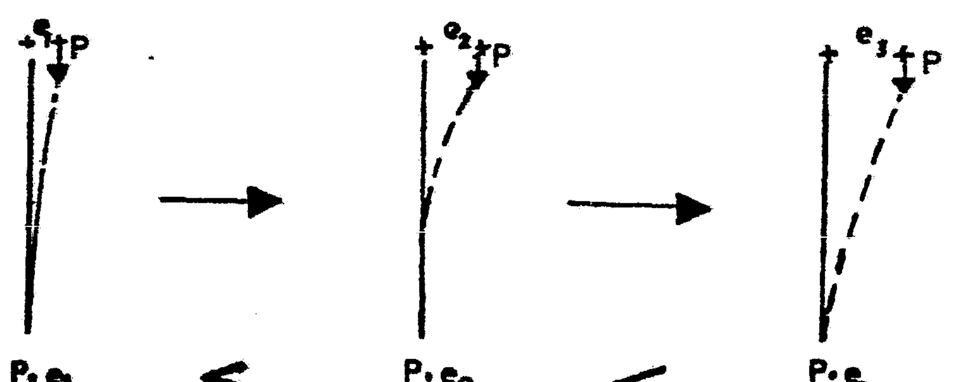


Figura 2-5 Amplificación del momento por la esbeltez - de la columna.

En ella se observa que si se aplica una fuerza normal a la base de la columna, y esto se hace con una pequeña excentricidad, e, los esfuerzos no serán únicamente los generados por la carga axial, si no que se presentan esfuerzos secundarios ocasionados por el momento (P x e). Debido a la flexión de la pieza, la excentricidad será mayor y los momentos secundarios serán aún mayores.

Para calcular los esfuerzos en este tipo de geometría, se tomará en cuenta el efecto de esbeltez de la misma forma que se hace para determinar los esfuerzos generados sobre una columna esbelta de concreto o de acero.

$$f = \frac{P}{A} \pm \frac{\text{Momento amplificado}}{I} Y$$

f = Esfuerzo

M. amplificado = (δ) X (Momento de flexión sin considerarla esbelta).

δ = Cte. de amplificación $>$ 1.0

En este caso, el Factor de Seguridad se obtiene dividiendo el esfuerzo resistente entre el esfuerzo actuante, si el FS resultase menor que 1, o un valor que no dé la seguridad deseada, deberá incrementarse. Esto puede lograrse introduciendo drenes que lleguen hasta la superficie potencial de separación o bién, colocando anclas para aumentar el confinamiento lateral.

2.6. Falla por deslizamiento.

1). Falla rotacional

Primeramente, analizaremos la forma de fallar las rocas muy alteradas. Los análisis requeridos son similares a los utilizados en mecánica de suelos: Fellenius, Sueco, Espiral logarítmica, Bishop y Bishop modificado, etc.

En una roca muy fracturada, o en un suelo, el talud fallará al exceder la resistencia al esfuerzo cortante, provocando un giro alrededor de algún eje, por lo que puede decirse que existe un deslizamiento rotacional.

Generalmente, la falla empieza en algún punto débil del talud, o en la superficie de terreno al pié del mismo.

Puede existir 3 tipos de fallas: la local, la de pié de talud y la de base; figura 2-6.

Las fuerzas que producen estas fallas son: el peso del material desplazado, la filtración, sísmo y cargas externas.

a) F·l

La fuerza resistente es, como ya se había dicho, la re--

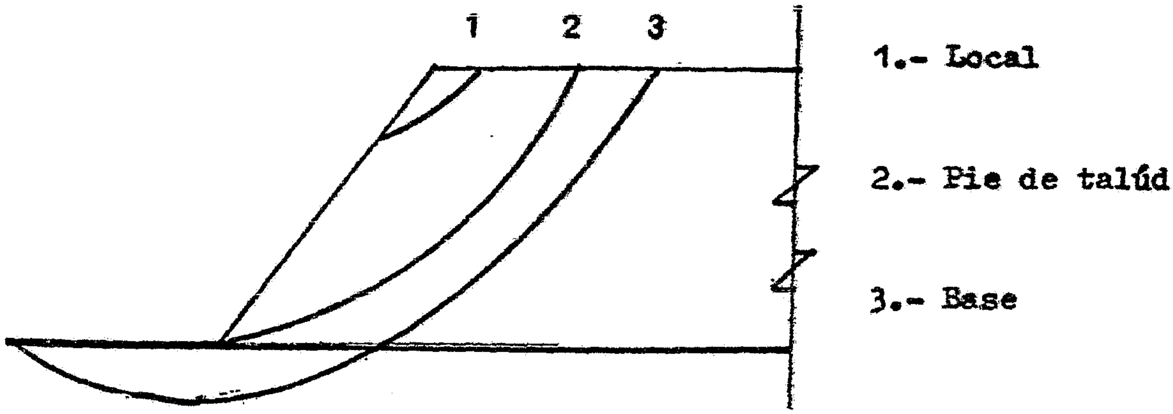


Figura 2-6 Tipos de fallas de un talud.

sistencia al esfuerzo cortante a lo largo de la superficie de falla.

Despúes de analizar el talud y determinar que su estabilidad es crítica, se deberán tomar algunas o varias de las siguientes medidas:

- Reducir las cargas que causan falla, removiendo la roca de la parte superior del área deslizante, o bién la eliminación de la subpresión por medio de drenes.

- Impermeabilización de la roca, ya sea por medio de una pantalla de concreto lanzado o con inyecciones en las fracturas.

- Colocación de contrafuertes al piê del talud, aumentando así las fuerzas resistentes.

Falla translacional.

El otro modo de deslizamiento es el translacional, y ocurre en rocas no alteradas, si la roca tiene planos de estratificación o está cruzado por una familia de fracturas con cierto ángulo respecto al rumbo del talud, los estratos superiores pueden deslizar con respecto a los estratos inferiores a lo largo de la línea de unión, que en este caso se convierte en la superficie potencial de deslizamiento.

Estos deslizamientos se denominan translacionales debido a que toda la masa rocosa se desplaza sin sufrir una pérdida de forma.

a) Deslizamiento sobre un plano.

Este tipo de deslizamiento ocurre cuando una roca se encuentra estratificada o cortada por una familia de fracturas con buzamiento hacia el talud.

En la figura 2-7, se observa que la losa A B C D está en equilibrio, y su posibilidad de deslizamiento es cero, bajo este estado se dice que la losa tiene un movimiento cinemática

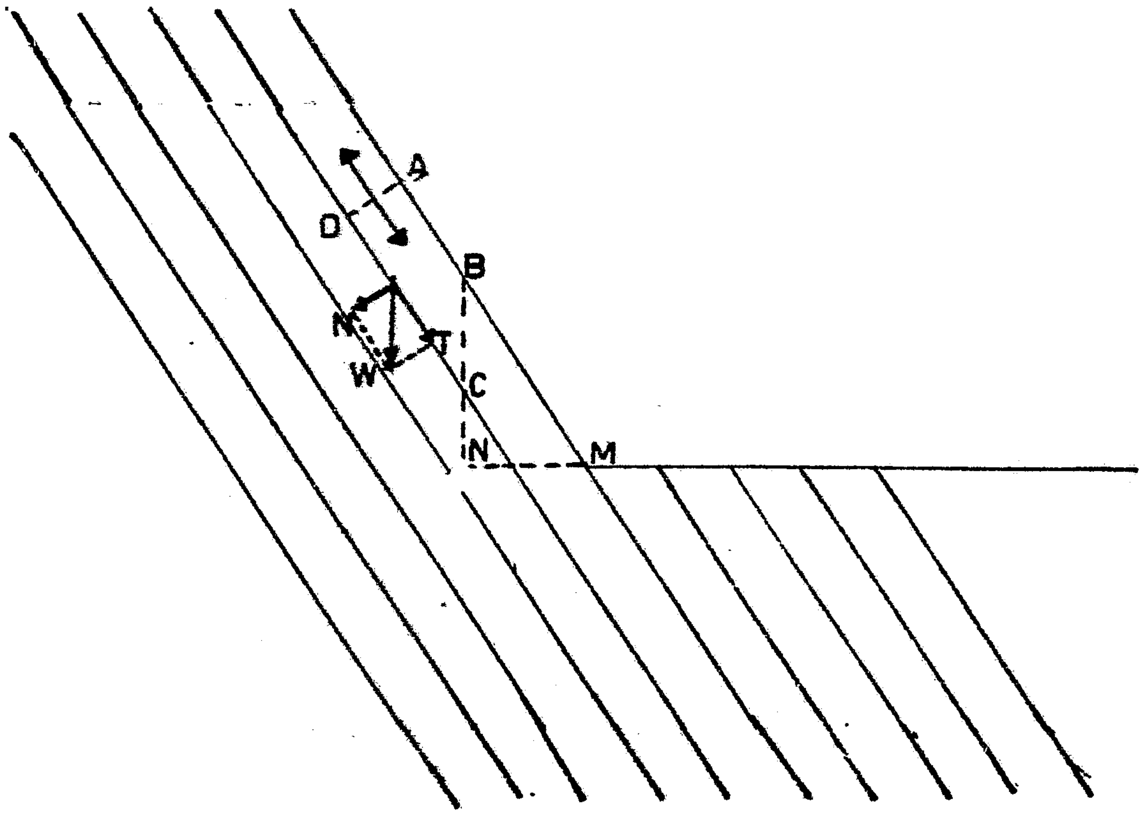


Figura 2-7 Superficie potencial de deslizamiento por un plano.

mente imposible, y que jamás deslizará si se mantiene la cuña B N M.

Si por necesidad de construcción se tiene que eliminar la cuña, se puede producir un deslizamiento por el plano C-D, más sin en cambio para que esto suceda, la componente tangencial del peso, T, tiene que ser mayor que la fuerza de fricción y de cohesión que existe en dicho plano, además de vencer el esfuerzo de tensión existente en la unión entre la losa y el plano A-D, la cohesión puede ser eliminada por la presencia del agua entre los planos de estratigrafía.

En general, se dice que un movimiento es cinemáticamente posible cuando $\alpha < \theta$, figura 2-8.

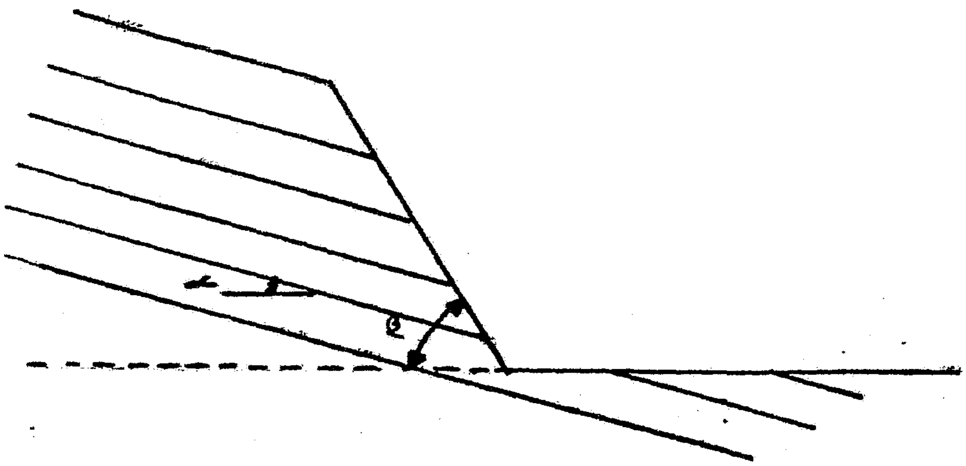


Figura 2-8 Definición de los ángulos α y θ.

b) Deslizamiento sobre 2 y 3 planos.

En la forma de desplazamiento anterior, se habló de una roca estratificada o bién, de una roca con un plano de fracturación que tiene cierto ángulo hacia el talud.

En esta parte, se señala la existencia de un deslizamiento sobre dos planos pre-establecidos, originados por figuras, fracturas o planos de estratificación.

La disposición de planos de fráctura, figura 2-9, es clásica, y es allí en donde se puede generar un deslizamiento sobre dos planos.

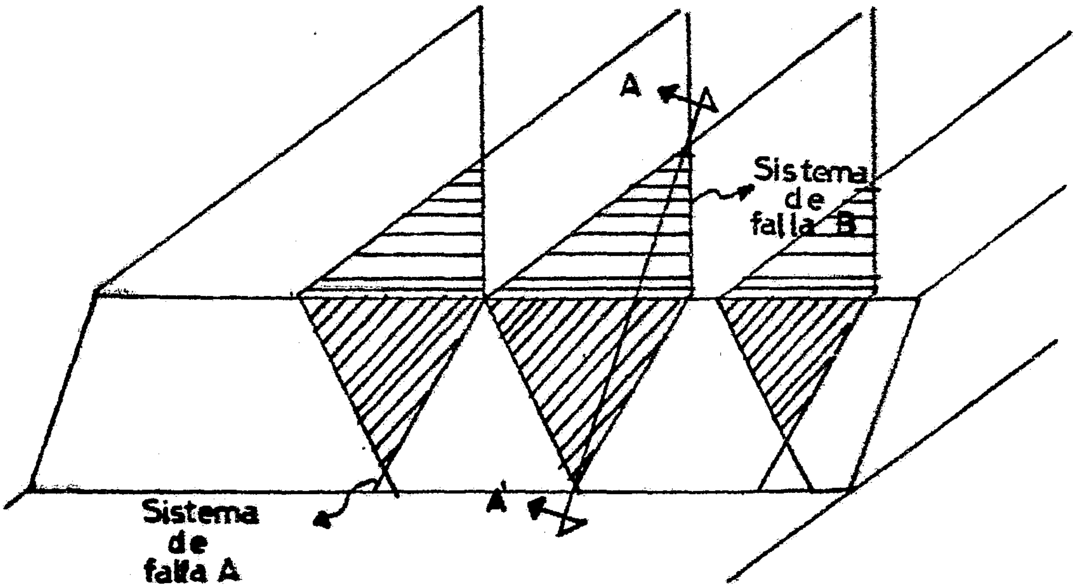


Figura 2-9 Cuñas formadas por 2 familias de fallas.

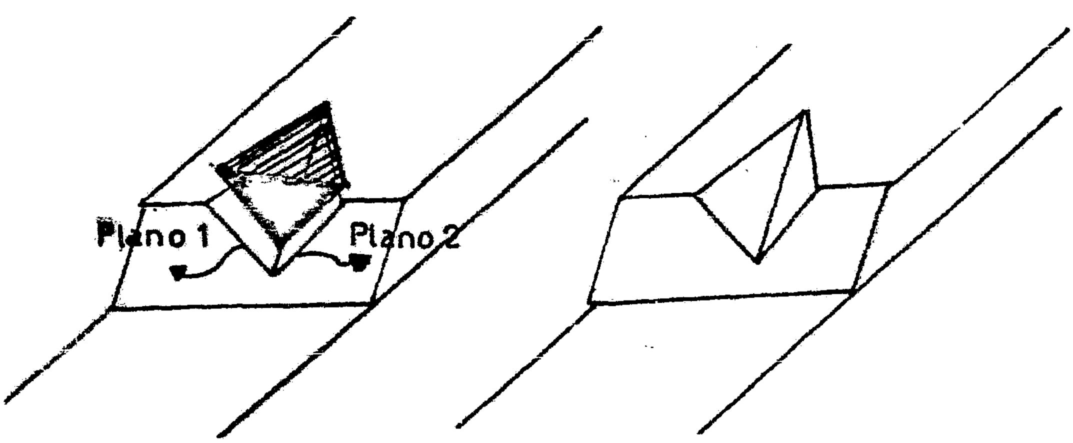


Figura 2-10 Planos de contacto con la cuña.

Esta cuña,figura 2-10, puede deslizar por el plano 1, por el plano 2 o por la línea de intersección de los dos planos; por lo tanto, la resistencia quedará dada por la cohesión y el ángulo de fricción que existe entre la cuña y cada una de los planos con los cuales tiene contacto.

En el caso de tener tres familias de fallas, estas pueden formar volúmenes de diferentes formas,figura 2-11, cuyo análisis es similar al que se hace para el deslizamiento sobre 2 planos.

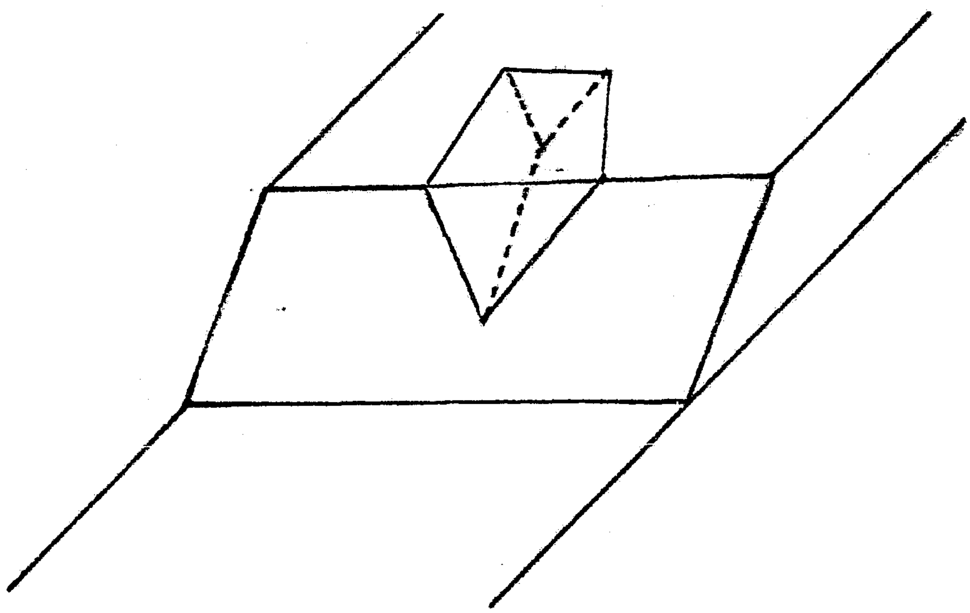


Figura 2-11 Tetraedro formado por 3 familias de fallas.

3. ESTABILIDAD DE MACIZOS ROCOSOS

ANALISIS VECTORIAL

3.1 Algebra Vectorial.

3.1.1 Definición de vector unitario.

Antes de entrar al análisis vectorial, haremos un recordatorio de algebra con vectores.

Para empezar, es necesario definir qué es un vector. — Llamaremos vector al segmento de recta que une dos puntos, - en la que se tiene que especificar magnitud, dirección y sentido.

Ahora bién, esa representación puede ser gráfica o matemática, esta última será de la siguiente manera.

$$\bar{M} = (Xn, Yn, Zn)$$

Siendo Xn la distancia desde el orígen hasta el extremo de la proyección del vector $\bar{M}$ sobre el eje X; Yn y Zn tienela misma interpretación, solo que con los ejes Y y Z respectivamente, quedando su representación gráfica como se muestra en la figura 3-1.

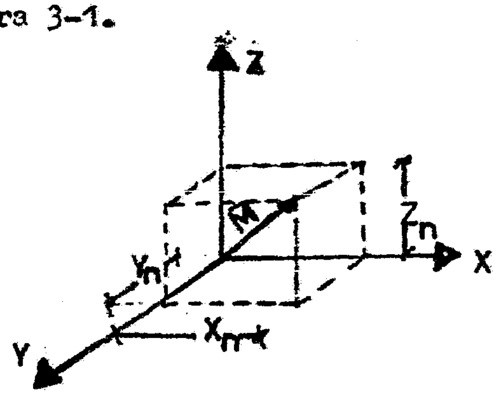


Figura 3.1 Representación gráfica de un vector.

Este vector tiene N veces contenido otro vector, que es el llamado " Vector Unitario " y se obtiene de la siguiente forma:

$$\bar{m} = \frac{\bar{M}}{|\bar{M}|}$$

$\bar{m}$ = vector unitario en la dirección de $\bar{M}$

$|\bar{M}|$ = módulo del vector $\bar{M}$

$|\bar{M}| = \sqrt{Xn^2 + Yn^2 + Zn^2}$

Así, se puede decir que $\bar{M} = N\,\bar{m}$

Existen otros vectores unitarios importantes, estos son los que estan sobre los ejes X, Y y Z, figura 3.2, que se representan por $\bar{I}$, $\bar{J}$ y $\bar{K}$ respectivamente.

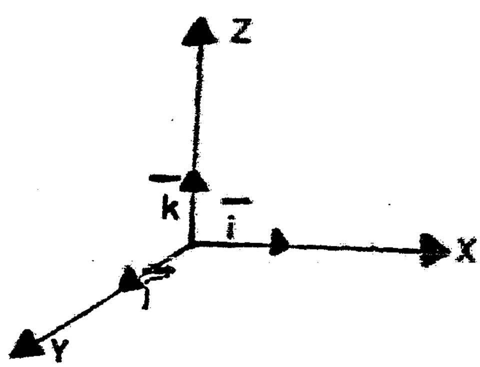
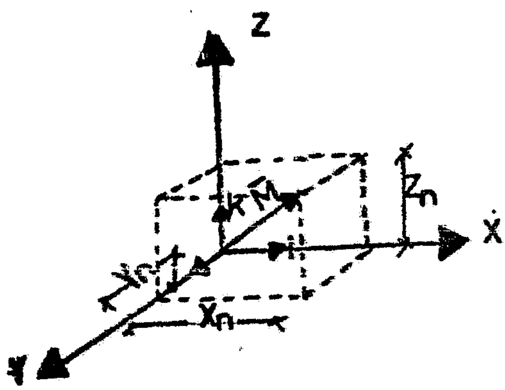


figura 3-2 Representación de los Vectores Unitarios $\bar{I}$, $\bar{J}$ y $\bar{K}$

Cualquier vector, puede quedar definido utilizando estos vectores multiplicados por la distancia que existe entre el orígen y el extremo de la proyección sobre cada eje, figura 3-3.



$\overline{M} = (Xn, Yn, Zn)$

Expresado en Vectores Unitarios

$M = (Xn)\ i,\ (Yn)\ j,\ (Zn)\ k$

figura 3-3 Vector $\overline{M}$ representado por vectores unitarios

3.1.2 Operaciones algebraicas con Vectores.

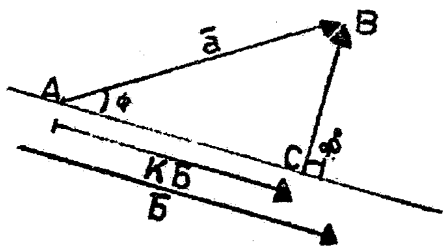
SUMA. La suma de los vectores $\overline{a} = (a_1, a_2, a_3)$ y —— $\overline{b} = (b_1, b_2, b_3)$ se define como el vector $\overline{c} = \overline{a} + \overline{b} = (a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3)$.

DIFERENCIA. Sea el vector $\overline{b} = (b_1, b_2, b_3)$ y el vec— tor $(-\overline{b}) = (-b_1, -b_2, -b_3)$, $(-\overline{b})$ es el inverso aditivo de $\overline{b}$. La diferencia entre los vectores $\overline{a}$ y $\overline{b}$ se define como- el vector que se obtiene al sumar a $\overline{a}$ el inverso aditivo de- $\overline{b}$; $\overline{c} = \overline{a} + (-\overline{b}) = (a_1 - b_1, a_2 - b_2, a_3 - b_3)$.

PRODUCTO. Existen dos tipos de productos vectoriales, - estos son: el producto escalar y el producto vectorial, el - producto escalar también conocido como " producto punto " — se define del siguiente modo: Sean $\overline{a} = (a_x, a_y, a_z)$ y $\overline{b} =$ — (b_x, b_y, b_z) entonces $\overline{a} \cdot \overline{b} = (a_x\, b_x) + (a_y\, b_y) + (a_z\, b_z)$

siendo $\bar{a} \cdot \bar{b} = \bar{b} \cdot \bar{a}$

Como se puede observar, el resultado de un producto punto no es un vector sino un escalar y tiene su representación gráfica como se explica a continuación; pasemos por el orígen del vector $\bar{a}$ una recta paralela a $\bar{b}$, tracemos una perpendicular a dicha recta desde el extremo final de $\bar{a}$ tal como se muestra en la figura 3-4.



$K\ \bar{b} = \overline{AC}$

Figura 3-4 Representación del producto punto.

$(K\ \bar{b}) = a \cdot b$

$\therefore$ $K\ \bar{b}$ es la proyección de $\bar{a}$ sobre $\bar{b}$

Es claro que sí $\emptyset = 90^{o}$ no existirá el vector $K\ \bar{b}$.

El otro tipo de producto es el " vectorial " o " cruz " su expresión matemática es:

$$\bar{a} \times \bar{b} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = (a_y\ b_z - a_z\ b_y)\ i + (a_z\ b_x - a_x\ b_z)\ j + (a_x\ b_y - a_y\ b_x)\ k$$

Mencionaremos algunas de sus propiedades:

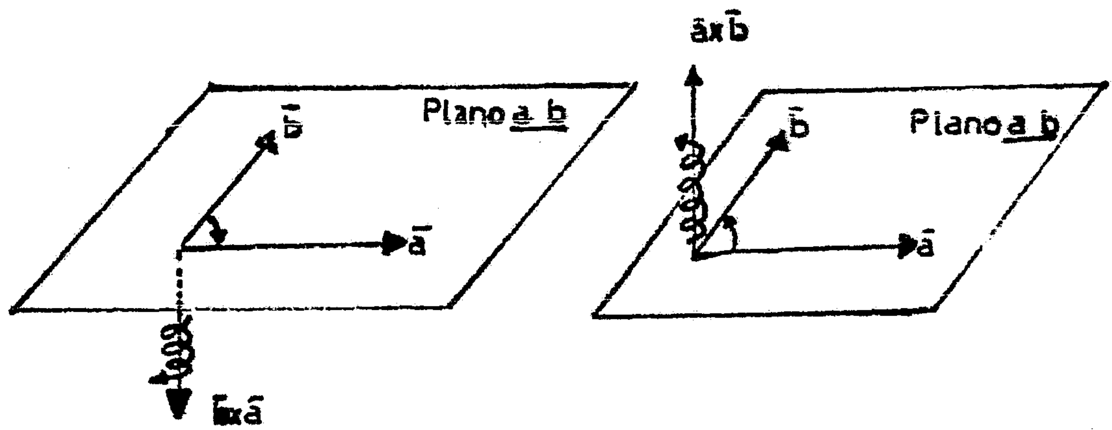
1. El producto vectorial entre $\bar{a}$ y $\bar{b}$ dara otro vector.
2. El producto vectorial a diferencia del producto escalar no es conmutativo. $\bar{a} \times \bar{b} \neq (\bar{b} \times \bar{a})$

3. El vector $\bar{c} = \bar{a} \times \bar{b}$ es perpendicular tanto a $\bar{a}$ como a $\bar{b}$ entonces $\bar{c} \cdot \bar{b} = 0$ y $\bar{c} \cdot \bar{a} = 0$

Sin hacer las demostraciones necesarias diremos:

$$|\bar{a} \times \bar{b}| = |\bar{a}||\bar{b}| \text{ SEN } \theta$$

Para definir totalmente $\bar{a} \times \bar{b}$ solo falta mencionar que su sentido es tal, que si llevamos el vector $\bar{b}$ hacia $\bar{a}$, el vector $\bar{b}$ girando el menor ángulo posible, figura 3-5 a, se producirá un giro en dirección de las manecillas del reloj, con lo que el vector resultante tendrá una dirección que entra en el papel; en tanto $\bar{a} \times \bar{b}$ saldría en dirección del lector figura 3-5.b.



(a) (b)

Figura 3-5 Representación del producto cruz.

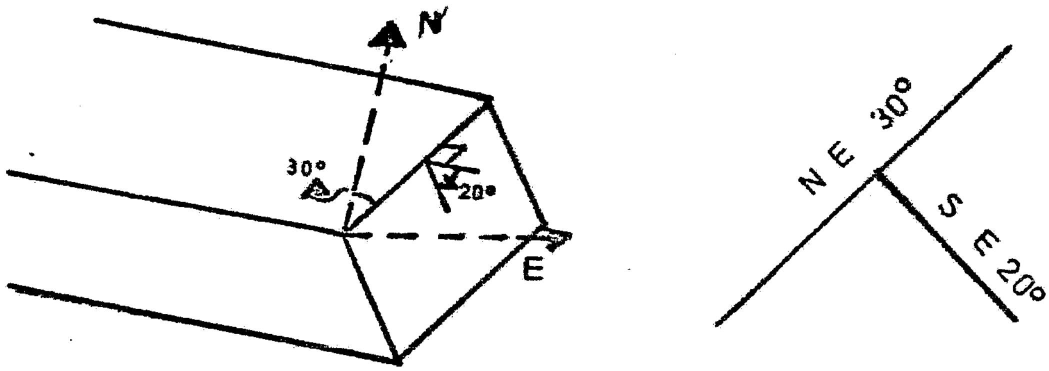
3.2 Definición de algunos términos usados en el método. *

Rumbo de un plano. Dirección, con respecto al Norte, de la línea que se forma por la intersección de un plano de falla, estrato o junta, con un plano horizontal.

Echado de un plano. Es el ángulo agudo máximo que se forma entre el plano y un plano horizontal; se mide en dirección perpendicular a su rumbo.

Representación del echado y rumbo. El símbolo que representa al echado y al rumbo tiene la forma de una "T" cuya barra superior, que se traza con línea más gruesa, representa la dirección del rumbo de la capa. La línea perpendicular a la anterior, marca la dirección del echado de la capa, algunas veces, lleva una flecha que indica la dirección del echado y con mucha frecuencia, el ángulo del echado se marca a un lado del símbolo para su mejor comprensión.

En la figura 3-6(b), se representa la falla de la figura 3-6(a), que tiene un rumbo NE 30° y un echado de 20° hacia el SE.



(a) Falla geológica.

(b) Representación de la falla.

Figura 3-6 Falla geológica y su representación en planos.

Si se tienen 4 fallas

FALLA	RUMBO	ECHADO
1	NE 30°	SE 20°
2	SE 75°	SW 10°
3	SW 65°	NW 60°
4	NW 40°	NE 60°

Sus representaciones en los planos geológicos, será la mostrada en la figura 3-7.

Contacto.- Se llama contacto, al plano que separa dos unidades de roca, se le marca en el plano geológico con una línea, que es la intersección del plano entre las unidades de roca y la superficie del terreno.

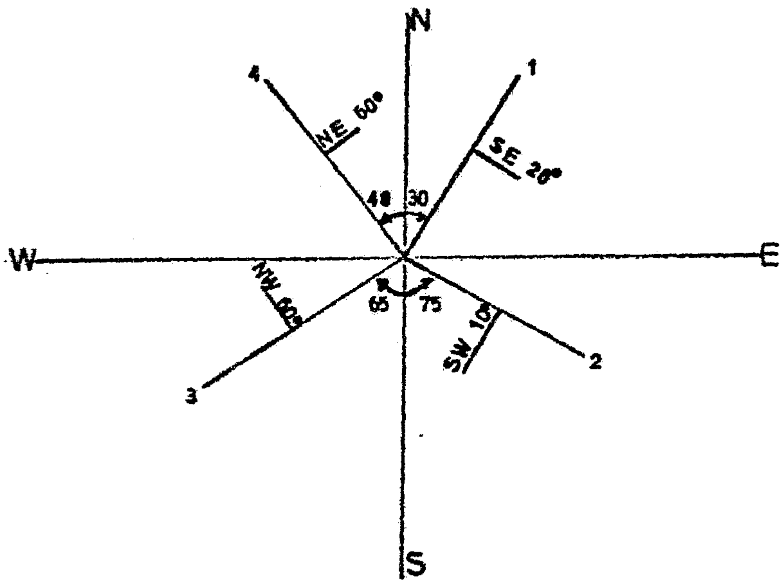


Figura 3-7 Representación de las fallas del ejemplo.

Falla.- Superficie de ruptura de una roca a lo largo de la cual ha habido movimiento diferencial.

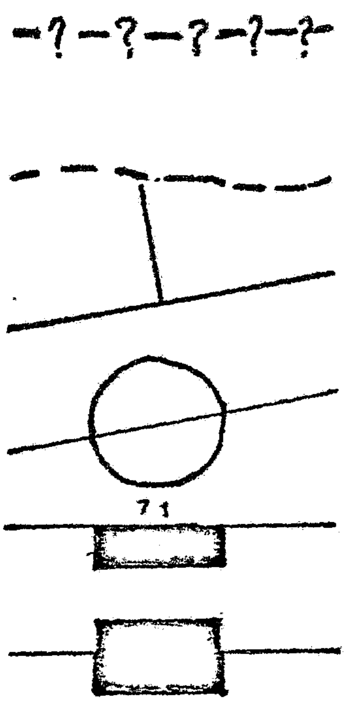
A continuación, se dibujan algunos símbolos geológicos.

Contacto mostrado el echado.

Contacto, localización incierta.

Falla mostrando rumbo e intensidad

Contacto oculto.



Falla: existencia incierta o inferida.

Falla oculta.

Rumbo y echado de un plano.

Rumbo con echado vertical.

Rumbo y echado de juntas.

Rumbo de juntas verticales.

Angulo de fricción. Para poder entender este concepto, es necesario enunciar las leyes que sigue la fricción entre dos cuerpos, según la Mecánica elemental.

Es sabido que si un cuerpo sobre el que actúa una fuerza normal P, ha de deslizar sobre una superficie rugosa, la fuerza F necesaria para desplazar dicho cuerpo, es proporcional a P, figura 3-8(a).

$$F = \mu P$$

donde μ recibe el nombre de coeficiente de fricción.

Si dividimos las fuerzas F y P, entre el área de contacto, figura 3-8(b), encontraremos el esfuerzo cortante y normal,- actuando en esa área.

$$\frac{F}{A} = \tau_{max} \quad \text{Esfuerzo cortante.}$$

$$\frac{P}{A} = \sigma \quad \text{Esfuerzo normal.}$$

En el caso de los suelos y roca, el coeficiente de proporcionalidad será:

$$\mu = Tg\, \phi$$

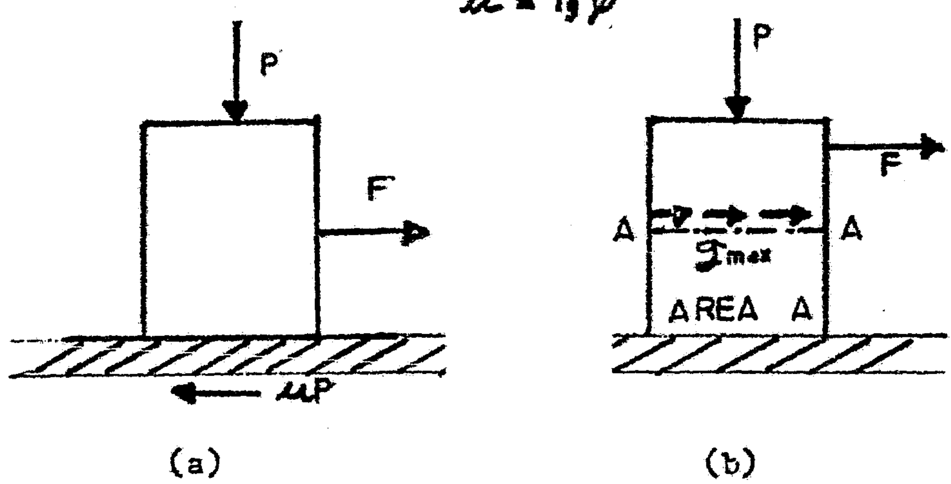


Figura 3-8 Mecanismos del fenómeno de fricción.

donde ϕ es el ángulo de fricción interna, dicho ángulo es el que se forma entre el eje de esfuerzos normales y la envolvente de falla, suponiendola recta, cuando- se utiliza el círculo de Morh.

Fuerza Normal. Fuerza que actúa en dirección perpendicular a un plano.

Fuerza Tangencial. Fuerza que actúa en dirección paralela al plano.

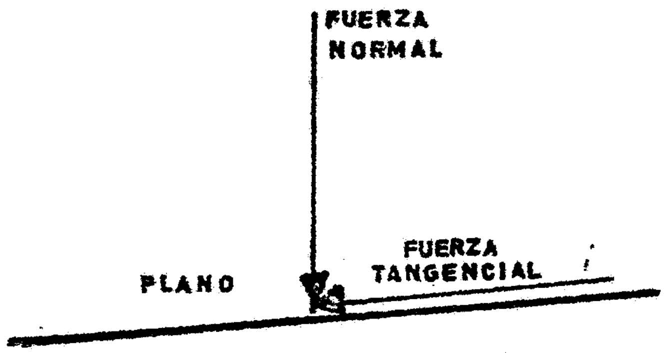


Figura 3-8(c) Fuerza tangencial y normal.

3.3 Definición de planos de debilidad mediante vectores unitarios.

El sistema de orientación ideado por Wittke (1964) describe las fallas o juntas en relación al talud analizado, — utilizando las representaciones geológicas del rumbo y el echado de la falla y del talud.

Para esto es necesario tomar unos ejes de referencia — figura 3-9.

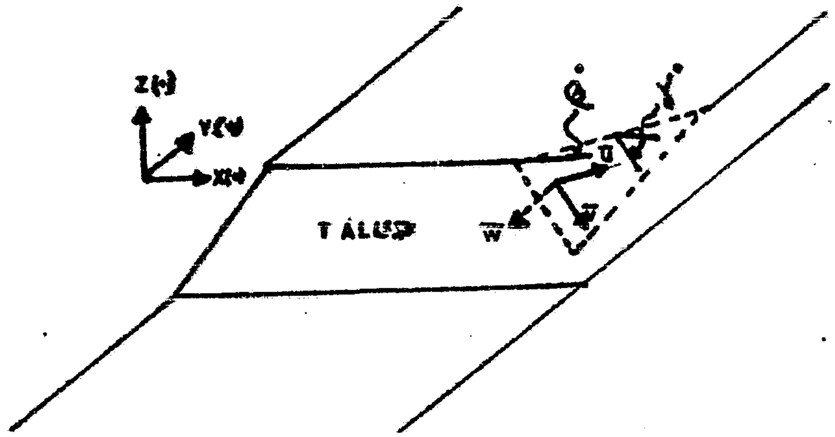


Figura 3-9 Ejes de referencia utilizados en el método vectorial.

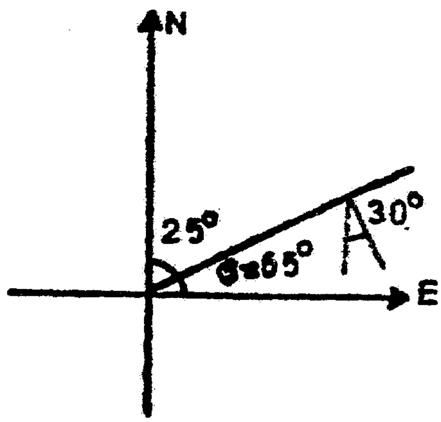
Eje X es paralelo al rumbo del talud y es positivo en esa dirección; el eje Y es positivo cuando está dirigido hacia adentro del talud y Z es también positivo cuando está dirigido hacia arriba del plano X-Y.

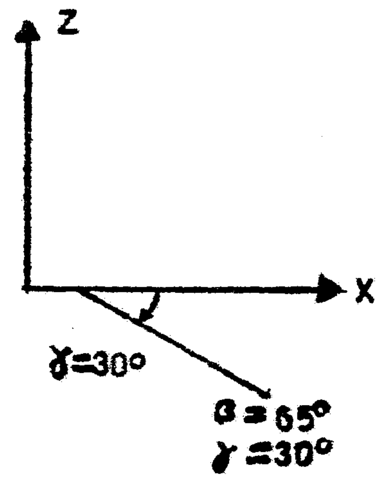
El rumbo del plano de debilidad estará representado por el ángulo "β" y el echado por el ángulo "γ", figura 3-9, el primero estará formado por la línea que representa al eje X(+) y la línea que representa al rumbo del plano de debilidad, medido en dirección antihoraria, sus valores van de 0° a 180°. El ángulo γ se mide en dirección ortogonal al rumbo en el sentido de las manecillas del reloj, tiene valores de 0° a 180°.

Ejemplos:

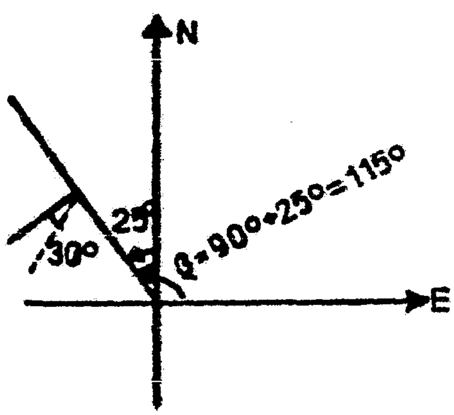
1. Si el rumbo del talud coincide con la línea E-W, cuánto-vale β y γ de una fractura si se tiene:

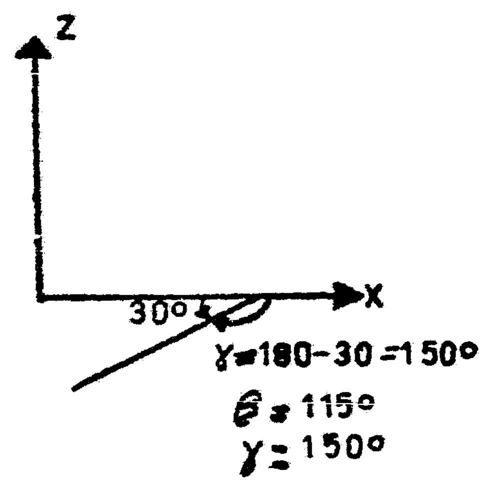
a). Un rumbo de N 25° E y un echado de 30° SE





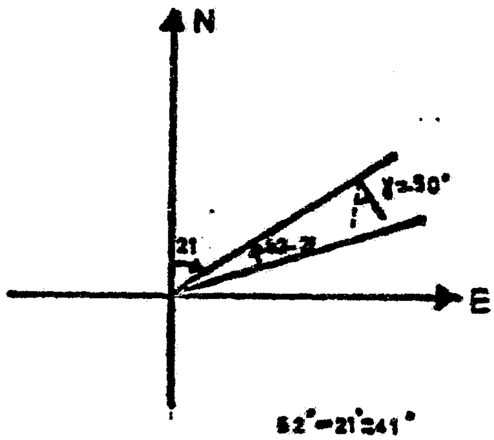
b). Un rumbo de N 25° W y un echado de 30° NW.

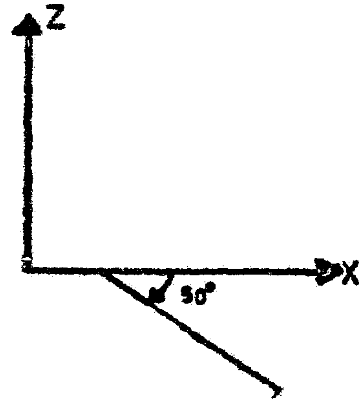




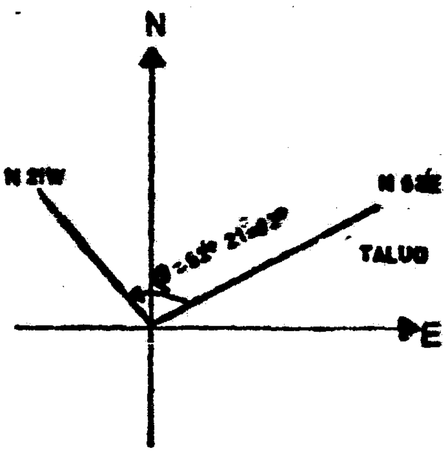
2. Ahora tenemos el talud con un rumbo N 62 E y un buzamiento de 45° hacia el SE, encontrar β y γ para cada caso:

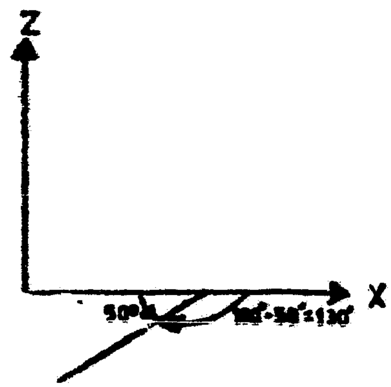
a). Si el rumbo es N 21 E y buza 50° SE.





b). Si el rumbo es N 21° W y buza 50° SW.





$\theta = 83°$; $\gamma = 130°$

Con los ángulos θ y γ, encontraremos los vectores unitarios U y V, figura 3-9a, que son la representación vectorial del rumbo y del echado respectivamente, y están contenidos en el plano de discontinuidad.

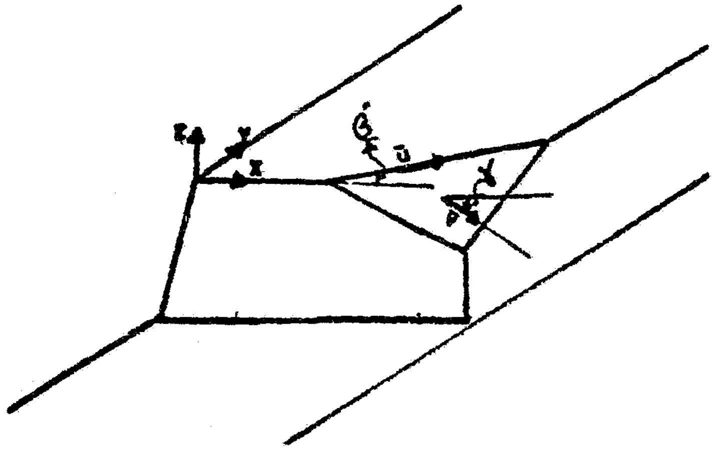


Figura 3-9a: Determinación de los vectores $\bar{u}$ y $\bar{v}$.

La proyección del vector unitario $\bar{u}$ sobre el eje X es:

$$\bar{u}_x = |\bar{u}| \operatorname{Cos} \theta$$

sobre y

$$\bar{u}_y = |\bar{u}| \operatorname{Sen} \theta$$

sobre z

$$\bar{u}_z = 0 \; ; \; |\bar{u}| = 1$$

por ser vector unitario.

Con lo que $\bar{u}$ se puede representar como: $\bar{u} = (\operatorname{Cos} \theta, \; \operatorname{Sen} \theta, \; 0)$

La proyección de $\bar{v}$ sobre el plano de X-Y será:

$$\bar{v}_{xy} = |\bar{v}| \operatorname{Cos} \gamma$$

sobre el eje X

$$\bar{v}_x = |\bar{v}| \operatorname{Cos} \gamma \operatorname{Sen} \theta$$

sobre el eje Y

$$\bar{v}_y = |\bar{v}| \operatorname{Cos} \gamma \; (-\operatorname{Cos} \theta)$$

$(-\operatorname{Cos} \theta)$ debido que la proyección tiene el sentido contrario al eje Y.

sobre el eje Z

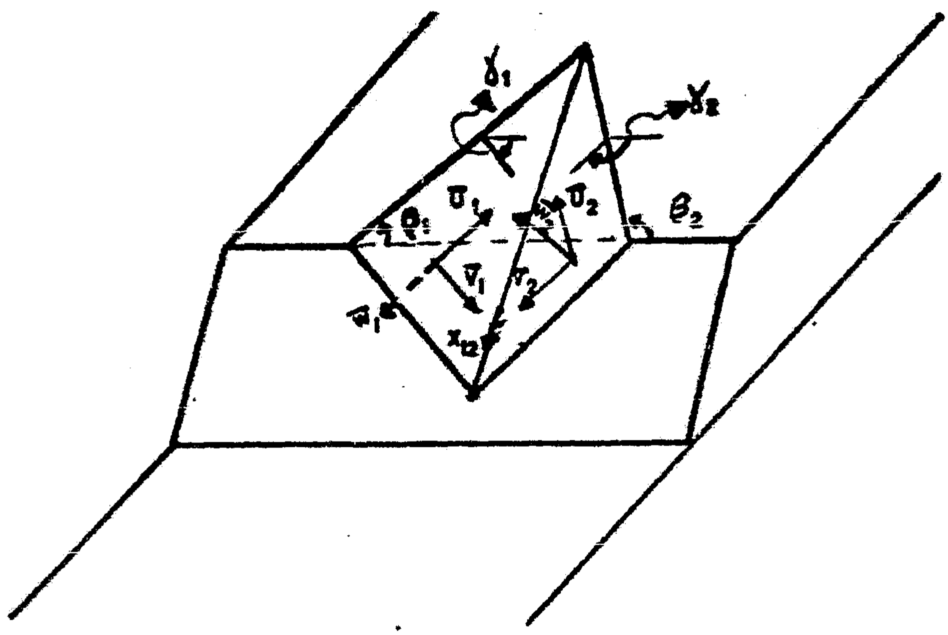
$$\bar{v}_z = |-\bar{v}| \operatorname{Sen} \gamma \; ;$$

con sentido contrario al eje positivo (+Z); por ser $\bar{v}$ un vector unitario, el módulo es igual a la unidad, con lo que el vector $\bar{v}$ queda de la siguiente forma:

$\bar{v} = (\mathrm{Cos}\ \gamma\ \mathrm{Sen}\ \theta\ ,\ -\mathrm{Cos}\ \gamma\ \mathrm{Cos}\ \theta\ ,\ -\mathrm{Sen}\ \gamma\ ).$

Como el rumbo y el echado están a 90°, entonces $\bar{u}\ .\ \bar{v}=0$; el vector unitario $\bar{w}$, mostrado en la figura 3-9, se define - como: $\bar{w} = (\bar{u} \times \bar{v})$ y es, por lo tanto, perpendicular a $\bar{u}$ y $\bar{v}$.

Supongamos que un talud de roca contiene dos fallas tales que estas forman una cuña, conociéndose θ y γ de cada - una de ellas, se deberá colocar los subíndices 1 y 2 de la - siguiente manera. Se le llamará θ_1 a la θ menor de las — dos y θ_2 a la mayor, γ_1 a la γ de θ_1 y γ_2 a la γ de θ_2 en caso que las θ sean iguales se deberá llamar θ_1 a la que tenga el γ menor figura 3-10.



$$\theta_1 < \theta_2\ ;\ \gamma_1 < \gamma_2$$

Figura 3-10 Determinación de γ_1, γ_2, θ_1 y θ_2

Obsérvese, en la figura 3-10, que el vector $\overline{w}_1$ tiene una dirección hacia adentro del macizo, en tanto $\overline{w}_2$ tiene la dirección hacia afuera, esto será muy importante cuando se analicen modos de deslizamiento para dos planos.

El vector $\overline{X}_{12}$, es el vector que nos indica la dirección de la línea de intersección y se obtiene como:

$$\overline{X}_{12} = \overline{w}_2 \times \overline{w}_1$$

3.4 Componente de la resultante en dirección de los vectores unitarios.

Cualquier fuerza puede ser descompuesta en sus componentes normal y tangencial al plano de acción de dicha fuerza; en el análisis de estabilidad, las fuerzas se deberán descomponer con el fín de encontrar cuales contribuyen a la estabilidad (Fuerzas Normales) y cuales tienen a desestabilizar (Fuerzas Tangenciales).

El vector $\overline{R}$, es el resultado de sumar todas las fuerzas que actúan sobre el talud rocoso.

La componente normal al plano, será la componente de $\overline{R}$ sobre $\overline{W}$:

$Rn = (\overline{R} \cdot \overline{w}) = (Rx\ w_x + R_y\ w_y + Rz\ w_z)$ cuyo resultado -

es un escalar. Para convertirlo a vector será necesario multiplicarlo por el vector unitario en dirección de $\overline{w}$.

$\overline{Fn} = Rn\ (\ \overline{w}\ )$

En tanto que la componente tangencial será:

$$Rt = |R \times \overline{w}| = \sqrt{(R_y w_z - R_z w_y)^2 + (R_z\ w_x - R_x\ w_z)^2 + (R_x\ w_y - R_y\ w_x)^2}$$

que es un escalar. El vector Rt será también, como puede -- verse en la figura 3-11, la diferencia entre $\overline{R}$ y $R_n\overline{w}$ así:

$$Rt = \left[(R_x - Rn\ w_x),\ (R_y - Rn\ w_y),\ (R_z - Rn\ w_z) \right]$$

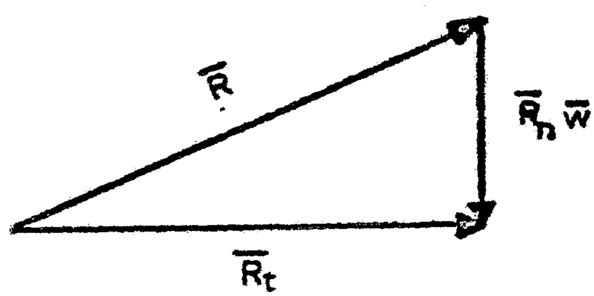


Figura 3-11 Descomposición del vector $\overline{R}$.

Sabiendo que la fuerza de rozamiento es proporcional a la fuerza normal, y que el factor de proporcionalidad es la tangente del ángulo que se forma entre la normal y la vertical, haremos las siguientes observaciones.

Para condiciones de equilibrio crítico

Ft $\rightarrow$ Fn ; Ft = Tg Ø (Fn) + Ft= Fuerza Tangencial.

+ Fn= Fuerza Normal.

Para condiciones estables:

$$Ft = Tg\ \phi' \quad (Fn)$$

donde ϕ' es el ángulo movilizado para mantener el equilibrio

$$\phi' < \phi$$

$$Tg\ \phi' = \frac{Ft}{Fn} = \frac{\left[(Rx-Rn\ Wx)^2 + (Ry-Rn\ Wy)^2 + (Rz-Rn\ Wz)^2\right]^{1/2}}{\left[Rx\ Wx + Ry\ Wy + Rz\ Wz\right]}$$

Observese que el decir que ϕ' es el ángulo de fricción movilizado, se está diciendo que para mantener el equilibrio fué necesario movilizar una parte de la resistencia de la roca, esto es, todavía puede actúar sobre la roca fuerza de mayor magnitud.

Otra forma de descomponer la resultante, es sobre el vector X_{12} y se efectúa de la siguiente manera:

$$\bar{R} \cdot \left(\frac{\bar{X}_{12}}{|\bar{X}_{12}|} \right) = T_{12} \qquad : \text{ Escalar}$$

$$\bar{R}_{x_{12}} = T_{12} \frac{\bar{X}_{12}}{|\bar{X}_{12}|} \qquad ; \text{ Vector}$$

3.5 Análisis de estabilidad para deslizamiento sobre un plano.

El análisis sobre un plano, es bastante simple como se verá a continuación, pero es de mucha importancia porque permite familiarizarse con los ejes y los vectores unitarios.

Analizaremos primero una cuña en la que el rumbo de la falla es paralelo al rumbo del talud.

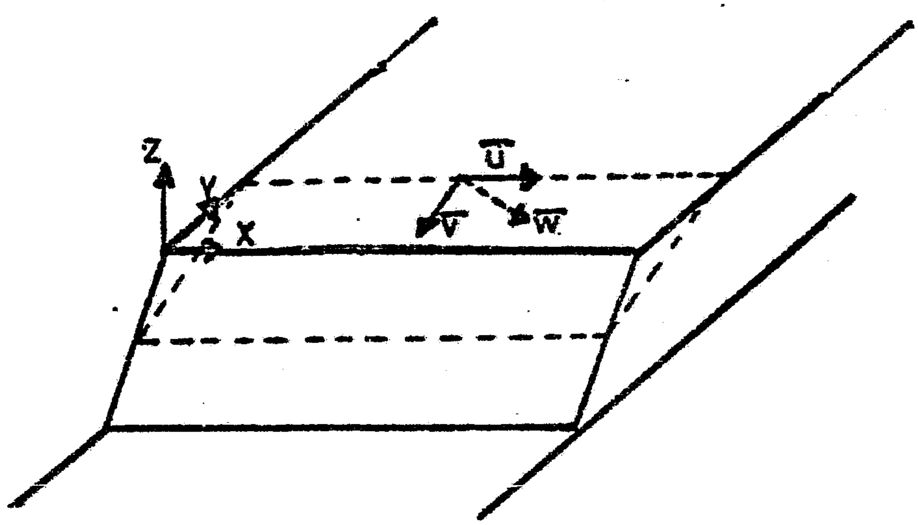


Figura 3-12 Cuña apoyada sobre un plano.

$\overline{u} = (1, 0, 0)$ solo tiene componente en X

$\overline{v} = (0, v_y, v_z)$ no tiene proyección en X

Antes de iniciar el análisis de estabilidad, debemos tomar en cuenta que existen condiciones geométricas que harán que el movimiento de la cuña sea cinemáticamente imposible.-

estas condiciones son:

$$\varepsilon_v \geqslant \alpha \qquad \text{sí} \qquad 0 \leq \alpha \leq \pi \qquad (1)$$

$$\varepsilon_v \geqslant \int \qquad \text{sí} \qquad \alpha = \pi \qquad (2)$$

α y $\int$ se especifican en la figura 3-13

$$\varepsilon_v = \mathrm{Tg}\ \frac{v_z}{v_y} = \text{ang. Tg}\ \frac{\text{Comp. en } \bar{z} \text{ del Vector } \bar{v}}{\text{Comp. en } \bar{y} \text{ del Vector } \bar{v}} = \gamma$$

La primera condición señala que si la falla tiene un — echado hacia adentro, o bién, es paralela al talud, la base - de este último impide que la roca deslice, figura 3-13.

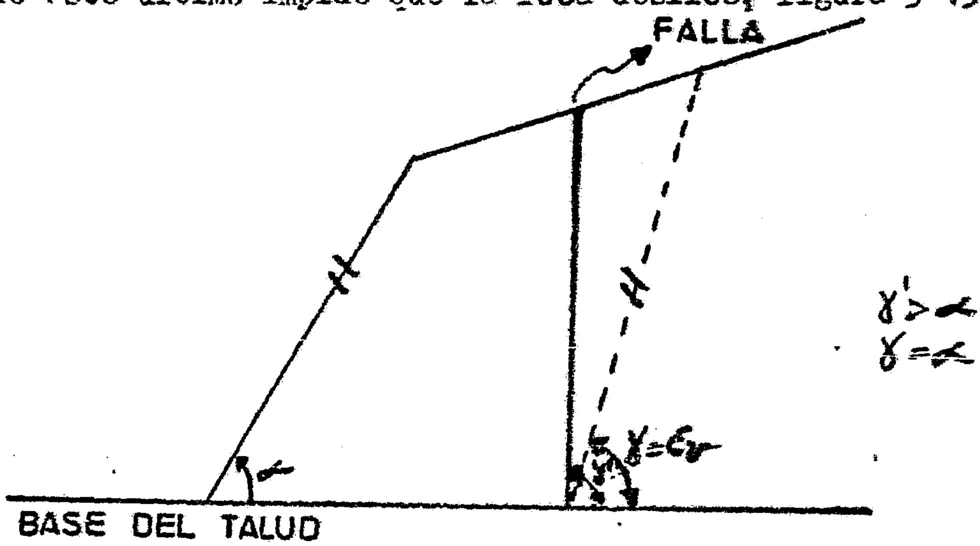


Figura 3-13 Interpretación de la condición (1), - movimiento cinemáticamente imposible.

La segunda condición nos indica que el primer talud -- es horizontal ya que $\alpha = \pi$ y que si $Ev \geqslant \delta$ el deslizamiento queda impedido por la base.

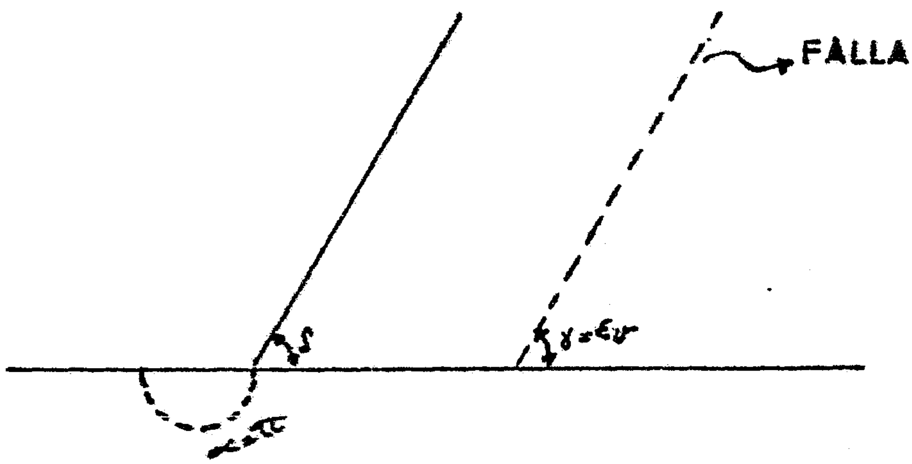


Figura 3-14 Interpretación de la condición (2), - movimiento cinemáticamente imposible.

3.5.1 Análisis por peso propio.

Para este análisis será necesario convertir el peso propio (W) en vector, quedando (0, 0, -W), el signo (-) es debido que la dirección del peso va en sentido contrario al — Z (+).

La componente de $\overline{W}$ sobre $\overline{v}$ será:

$T = \overline{W} \cdot \overline{v} = - \overline{W}\, v_z$ Escalar

$T = (-W\, v_z)\, (\overline{v})$ Vector

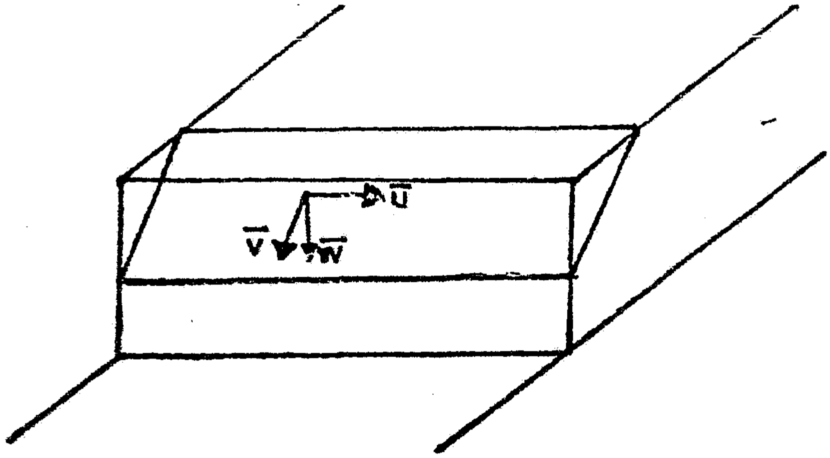


Figura 3-15 Vectores Unitarios.

La magnitud de $\overline{W}$ sobre la normal es

$$N = \overline{W} \cdot \overline{w}$$

Ahora bién, Ntg Ø es la resistencia disponible para evitar el deslizamiento, en tanto T, es la fuerza que actúa para provocarlo; el factor de seguridad es la relación que existe entre la fuerza que evita el deslizemiento y la fuerza que tiende a provocarlo.

$$FS = \frac{Ntg\ Ø}{T} = \frac{(\overline{W} \cdot \overline{w})\ Tg\ Ø}{(\overline{W} \cdot \overline{v})}$$

Si FS = 1 entonces significa que la cuña se encuentra en equilibrio crítico.

En este caso el deslizamiento tiende a ocurrir en dirección de V.

De la figura 3-15 se obtiene

$\overline{w} = \overline{u} \times \overline{v} = (0, -v_z, v_y)$

substituyendo $N = \overline{W} \cdot \overline{w} = -W\, v_y$

$$FS = \frac{-W\, v_y}{-W\, v_z} Tg\, \phi = \frac{v_y}{v_z} Tg\, \phi \quad ; \quad \frac{v_y}{v_z} = \frac{1}{\epsilon_x} = \frac{1}{Tg\, \gamma}$$

$$FS = \frac{Tg\, \phi}{Tg\, \gamma}$$

Cuando se analiza sólo por peso propio, se observa que en el cálculo del FS, no interviene W y que sólo es función de γ y de ϕ.

3.5.2 Análisis con peso propio y una presión hidrostática.

Cuando en las juntas, o fallas, se acumula una cierta cantidad de agua, ésta produce un empuje normal al plano de debilidad. El empuje "U" en forma escalar, deberá ser multiplicado por $\overline{w}$, observando que el vector resultante salga del macizo, así, para el plano 1 se deberá multiplicar por $(-\overline{w}_1)$ y para el plano 2 por $(+ \overline{w}_2)$.

Este empuje es una fuerza desestabilizadora figura ---- 3-16, debido a que actúa en sentido contrario a la componente normal de peso " W ".

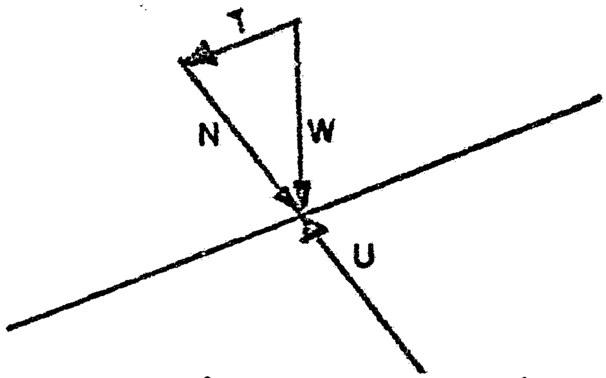


Figura 3-16 Dirección en la aplicación de la subpre sión (U).

Con lo que el factor de seguridad será:

$$FS = \frac{(N - U)}{T} \, Tg\, \phi$$

Sí " U " se diera como una fracción de W, U = K W el F . S, queda:

$$FS = \left(\frac{-Wv_y - KW}{-W\, v_z} \right) Tg\, \phi \quad = \left[\frac{v_y}{v_z} - \frac{K}{v_z} \right] Tg\, \phi$$

$$FS = \frac{Tg\, \phi}{Tg\, \delta} - K \frac{Tg\, \phi}{Sen\, \delta} \qquad v_z = - Sen\, \delta$$

3.5.3 Análisis por peso propio, presión hidrostática y otras fuerzas.

En el caso más general, considerese que sobre el plano- de falla, actúa además del peso propio y la subpresión, una- fuerza $\overline{Q}$ externa, debida al empuje de una presa o a la ac---

ción del anclaje, por ejemplo.

Estas fuerzas deberán sumarse vectorialmente para obtener la resultante $\overline{R}$; $\overline{R} = \overline{W} + \overline{U} + \overline{Q}$

En este caso la dirección del deslizamiento, será la dirección de la proyección de $\overline{R}$ sobre el plano (a, b, c), figura 3-17.

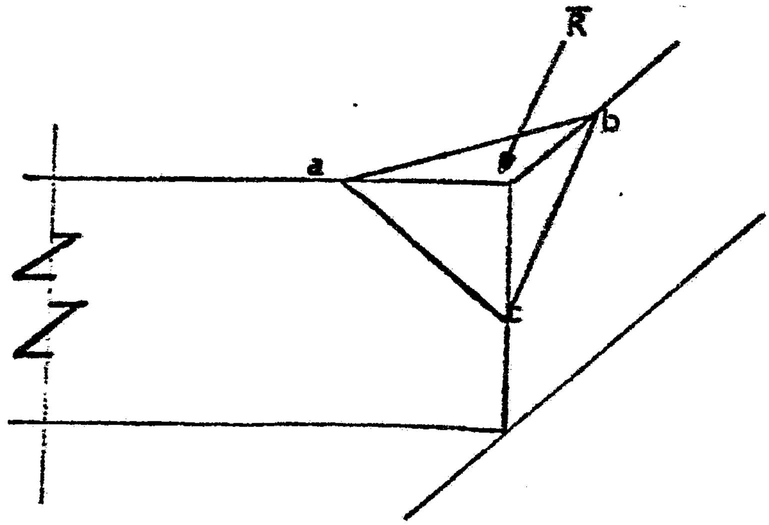


Figura 3-17 Punto de aplicación de la resultante sobre la cuña.

La relación que existe entre la proyección normal (Rn) y tangencial (Rt) de la resultante es:

$$Tg\ \phi' = \frac{Rt}{Rn}$$

donde Tg ϕ', es la Tg del ángulo que se ha movilizado, y volviendo a mencionar que Tg ϕ es la Tg del ángulo máximo para el cual la cuña es estable, entonces el FS está dado por la relación:

$$FS = \frac{Tg\ \phi}{Tg\ \phi'}$$

3.5.4 Análisis para cargas dinámicas.

La forma que el autor del método propuso para que se tomara en cuenta las cargas que se producen por sismo, es considerando una fuerza horizontal (H), paralela a la proyección horizontal del vector unitario del echado $\bar{V}$, quedando una resultante $\bar{R} = \bar{W} + \bar{Q} + \bar{U} + H$

$$\text{siendo } H = \left[\frac{v_x}{(v_x^2 + v_y^2)^{1/2}} KW; \quad \frac{v_y}{(v_x^2 + v_y^2)^{1/2}} KW; \quad 0 \right]$$

donde K es el coeficiente sísmico que, generalmente, toma valores entre 0.1 a 0.3 de la gravedad.

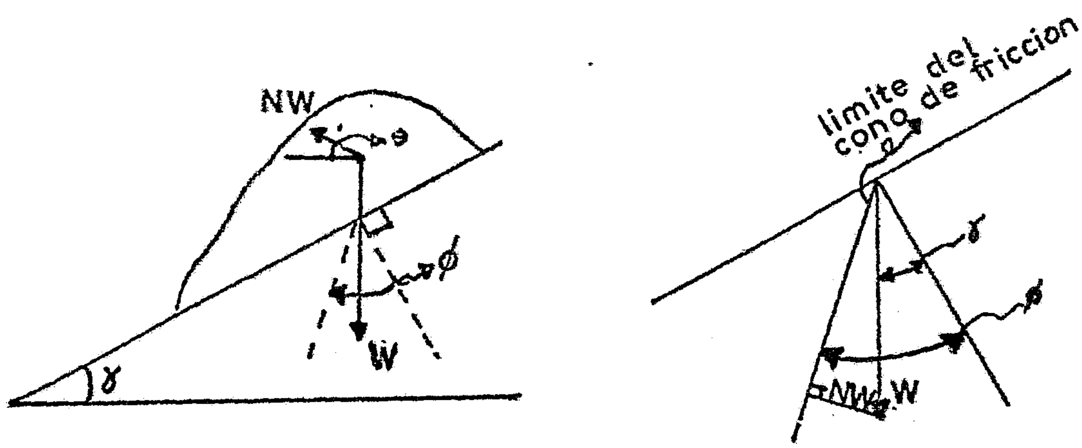
El factor de seguridad se vuelve a obtener como:

$$FS = \frac{Tg\ \phi}{Tg\ \phi'}$$

Hendron, Cordin y Aiyer Ref.16, no recomiendan esta aproximación debido a que resulta excesivamente conservadora, ya que toma en cuenta el máximo coeficiente sísmico actuando en la dirección más desfavorable.

El método propuesto por estos autores, consiste en encontrar una fuerza NW tal, que para unas condiciones estáticas dadas, la acción de dicha fuerza produzca el deslizamiento, esto es, reducir el Factor de Seguridad a 1.

Se sabe que la aceleración de un sismo multiplicada por el peso de la cuña, nos dará la fuerza producida por dicho sismo; la fuerza NW apropiada para el análisis de taludes, es la magnitud NW aplicada en cierta dirección, tal que NW sea mínima, siendo N la aceleración del sismo; veamos la figura 3-18.



(a) (b)

Figura 3-18 Determinación de la mínima fuerza NW.

Se observa que la fuerza NW mínima, es perpendicular a la pared del cono de fricción, en este caso: $\mathrm{Sen}(\phi - \gamma) = \frac{NW}{W}$

$$N = \mathrm{Sen}\ (\phi - \gamma)$$

Sin embargo, este valor solo es válido cuando la única fuerza que esta actuando es el peso propio. En el caso general el valor de la fuerza sísmica, NW, que causará la inestabilidad se obtiene como se muestra en la figura 3-19.

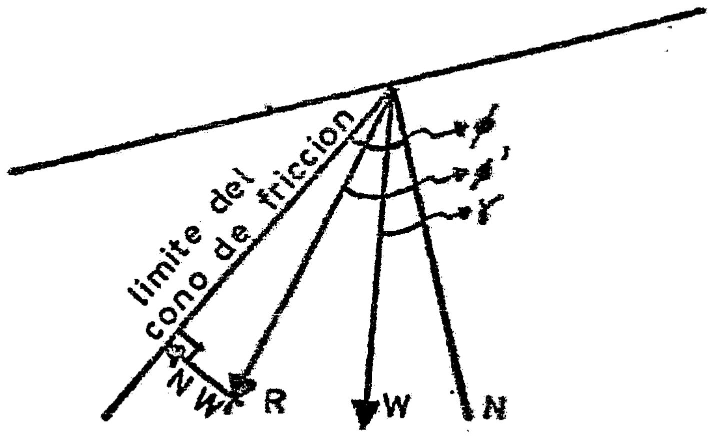


Figura 3-19 Determinación de la mínima fuerza NW --
(Caso general)

$$N\overline{W} = \overline{R} \text{ Sen } (\emptyset - \emptyset')$$

$$N = \frac{|\overline{R}| \text{ Sen } (\emptyset - \emptyset')}{\overline{W}}$$

Obsérvese que cuando R=W, $\emptyset' = \gamma$ y la ecuación se convierte en la que ya habíamos visto.

Al final ya que se obtuvo N, se compara con el valor del coeficiente sísmico representativo de la zona, y si este es menor que " N ", entonces la cuña es estable ante los sismos que se presentan en la zona de estudio.

3.6 Análisis de estabilidad para deslizamiento sobre 2 planos

3.6.1 Determinación de los modos de deslizamiento.

Para analizar la estabilidad de una cuña de roca apoyada sobre dos planos, debemos de determinar cual es el posible modo de deslizamiento, ver figura 3-21.

Los posibles modos de deslizamiento son:

a). Deslizamiento solo por un plano.

b). Deslizamiento por la línea de intersección.

c). Deslizamiento debido a que la cuña se separa de ambos planos.

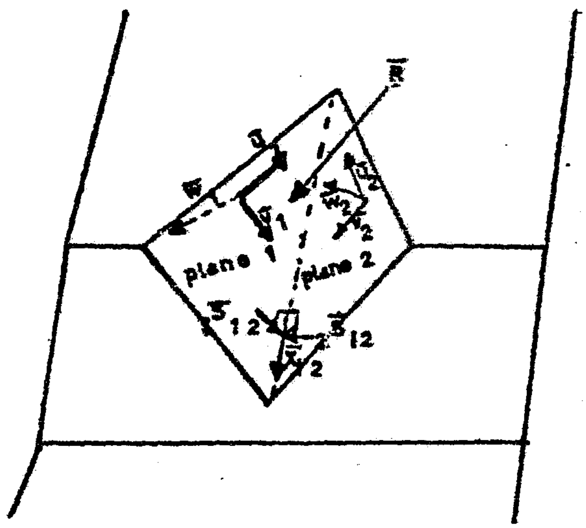


Figura 3-20 Vectores Unitarios sobre los planos 1 y 2.

En la figura 3-20, se observa que el vector resultante $\bar{R}'$ puede proyectarse sobre los vectores $\bar{W}_1$, $\bar{W}_2$, $\bar{X}_{12}$, ${}_1\bar{S}_{12}$ y ${}_2\bar{S}_{12}$

Haremos el análisis de las siguientes proyecciones.

Si $\bar{R} \cdot \bar{w}_1 > 0$; quiere decir que existe una componente de $\bar{R}$ sobre $\bar{w}_1$ en la dirección de este último, con lo que se puede afirmar que hay tendencia a deslizar sobre el plano 1.

Si $\bar{R} \cdot \bar{w}_1 < 0$; no existe contacto con el plano 1, debido a que la componente de $\overline{R}$ tiende a separar la cuña del plano.

Si $\overline{R} \cdot \overline{w}_2 < 0$; existe contacto con el plano 2, ya que la componente de $\overline{R}$ sobre $\overline{w}_2$ tiene sentido contrario a este último, esto es, entra al plano 2, por lo cuál existe tendencia a deslizar sobre dicho plano.

Si $\overline{R} \cdot \overline{w}_2 > 0$; no existe contacto ya que la componente también sale del plano 2.

Si volvemos a la figura 3-20, observaremos que existen 2 vectores, ${}_1\overline{S}_{12}$ y ${}_2\overline{S}_{12}$, que no hemos definido, por lo cuál diremos:

$$ {}_1\overline{S}_{12} = \overline{X}_{12} \times \overline{w}_1 $$

$$ \text{y} \quad {}_2\overline{S}_{12} = \overline{X}_{12} \times \overline{w}_2 $$

El primero, es un vector que está en el plano 1 y es perpendicular a la línea de intersección $\overline{X}_{12}$, el segundo, está en el plano 2 y también es perpendicular a la línea de intersección, teniendo ambos direcciones que van hacia dicha línea.

Si $\overline{R} \cdot {}_1\overline{S}_{12} > 0$; quiere decir que existe una componente de $\overline{R}$ que va hacia la línea de intersección, partiendo del plano 1.

Si $\overline{R} \cdot {}_2\overline{S}_{12} > 0$; existe una componente de $\overline{R}$ que va hacia la línea de intersección partiendo del plano 2.

Si $\overline{R} \cdot {}_1\overline{S}_{12} < 0$ ó $\overline{R} \cdot {}_2\overline{S}_{12} < 0$. significa que la componente de $\overline{R}$ sobre 1 y 2 va encontra de la línea de intersección.

También es importante la proyección de $\overline{R}$ sobre $\overline{I}_{12}$

Si $\overline{R} \cdot \overline{I}_{12} > 0$ la cuña tiende a deslizar hacia abajo de la línea de intersección.

Si $\overline{R} \cdot \overline{I}_{12} < 0$ la cuña tiende a deslizar hacia arriba de la línea de intersección.

Las posibles combinaciones de ~~estas~~ proyecciones, nos señalaran cuales son los planos que intervienen para evitar el deslizamiento o hacia donde tiende a ocurrir.

COMBINACION 1 (No existe contacto con nigún plano)

$\overline{R} \cdot \overline{w}_1 < 0$ No hay tendecia a deslizar por el plano 1.

$\overline{R} \cdot \overline{w}_2 > 0$ No hay tendecia a deslizar por el plano 2.

por lo tanto, la cuña se despega de los dos planos.

COMBINACION 2 (la cuña tiende a deslizar por uno de los planos).

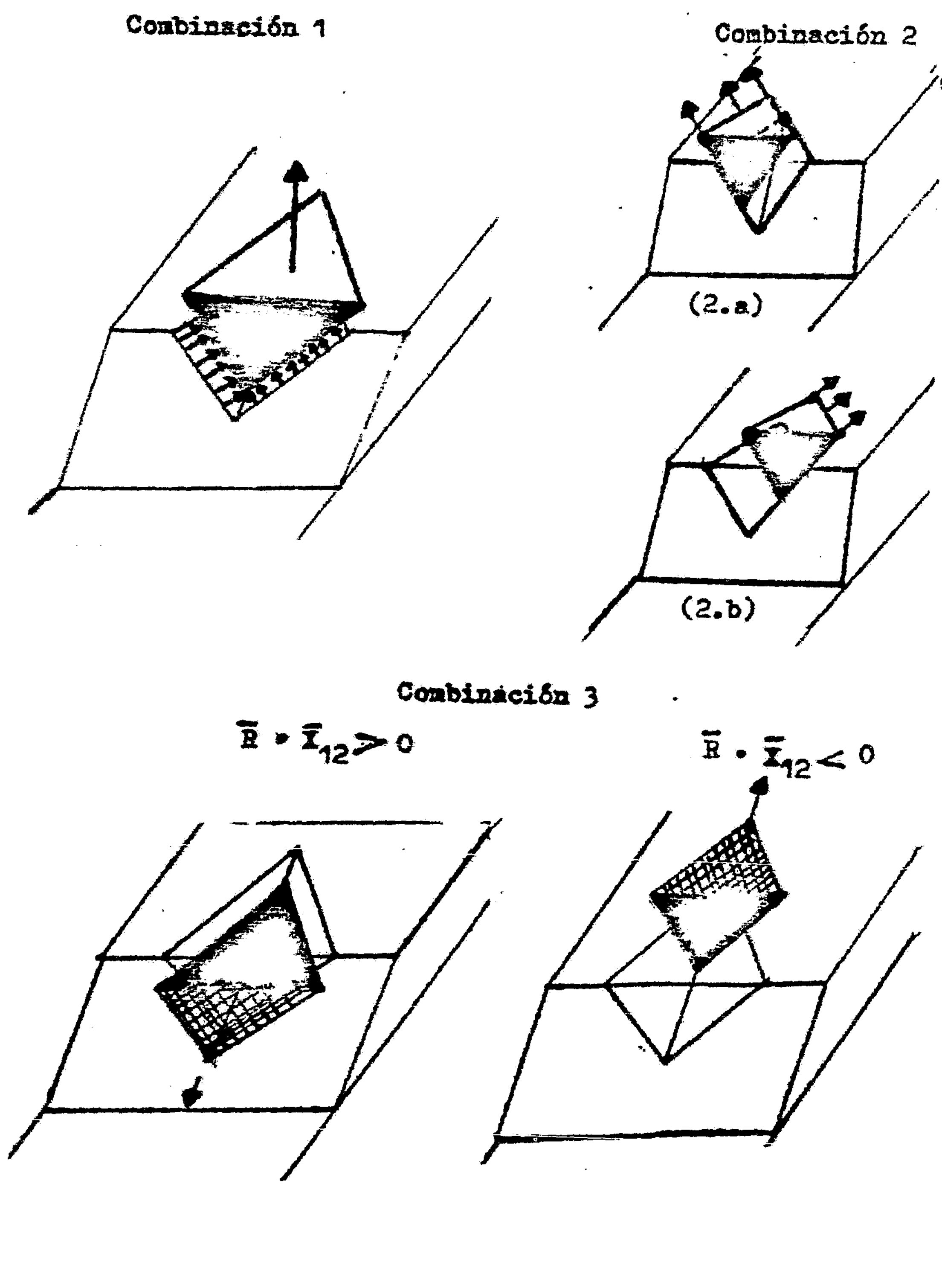


Figura 3-21. Posibles modos de deslizamiento.

Caso 2a. (La cuña solo tiende a deslizar por el plano 1) ---

$\bar{R} \cdot \bar{w}_1 > 0$ Esta condición señala que existe tendencia al - deslizamiento por el plano 1.

$\bar{R} \cdot {}_1\bar{S}_{12} < 0$ Con esto observamos que $\bar{R}$ tiende a separarla cu ña de la línea de intersección en dirección de- $(- {}_1\bar{S}_{12})$.

$\bar{R} \cdot \bar{w}_2$ Cualquier Valor Esta condición no rige, ya que la segunda- es la que nos señala hacia donde tiende a- deslizar la cuña.

Caso 2b. (La cuña solo tiende a deslizar por el plano 2) ---

$\bar{R} \cdot \bar{w}_2 < 0$ Nos señala que existe tendencia al deslizamien- to por el plano 2.

$\bar{R} \cdot {}_1\bar{S}_{12} < 0$ Con esto observamos que R tiende a separar la - cuña de la línea de intersección en dirección - de $(- {}_2\bar{S}_{12})$.

$\bar{R} \cdot \bar{w}_1$ Cualquier Valor Su valor no importa, debido a que rige la- segunda condición.

COMBINACION 3. (El deslizamiento puede ocurrir por la --- línea de intersección.

$\bar{R} \cdot \bar{w}_1 > 0$ Estas condiciones indican la tendencia al deslizamiento por cualquiera de los dos planos.

$\bar{R} \cdot \bar{w}_2 < 0$

$\bar{R} \cdot {}_1\bar{S}_{12} > 0$ Con estas otras se esta garantizando la tendencia de deslizamiento por la línea de intersección.

$\bar{R} \cdot {}_2\bar{S}_{12} > 0$

3.6.2 Cálculo del F.S para cada modo de deslizamiento.

Si el deslizamiento tiende a ocurrir solo sobre el plano 1, o solo sobre el plano 2, el FS se calcula del siguiente modo:

En el plano 1

$$FS = \frac{N_1 \; Tg \; \phi_1}{T_1} = \frac{(\bar{R} \cdot \bar{w}_1) Tg \; \phi_1}{T_1} \; ; \; \bar{T}_1 = |\bar{T}_1|$$

$$\bar{T}_1 = \bar{R} - (\bar{R} \cdot \bar{w}_1)\, \bar{w}_1$$

En el plano 2

$$FS = \frac{N_2 \, Tg\, \phi_2}{T_2} = (-)\frac{(\overline{R} \cdot \overline{w}_2)\, Tg\, \phi_2}{T_2}$$

el signo (-) se debe a la dirección del vector unitario ($\overline{w}_2$).

$$\overline{T}_2 = \overline{R} - \left[(\overline{R} \cdot \overline{w}_2)\, \overline{w}_2\right]$$

Se observa que son las mismas fórmulas que las encontradas para el deslizamiento sobre un solo plano, con la modificación, en el caso de deslizamiento sobre el plano 2, del signo menos.

Si la cuña tiende a deslizar por la línea de intersección, se deberá tomar en cuenta el ϕ_1 del plano 1 y ϕ_2 del plano 2; el primer paso consiste en calcular la magnitud de la componente de la resultante que tiende a desestabilizar la cuña, la llamaremos fuerza motora y se representará por T_{12}.

$$T_{12} = \overline{R} \cdot \frac{\overline{X}_{12}}{|\overline{X}_{12}|} \qquad \text{Escalar}$$

$$\overline{T}_{12} = T_{12}\, \frac{\overline{X}_{12}}{|\overline{X}_{12}|} \qquad \text{Vector}$$

La otra componente de la resultante es el vector $\overline{N}_{12}$, normal a la línea de intersección, y se puede calcular de la siguiente forma: $\overline{N}_{12} = \overline{R} - \overline{T}_{12}$

Para evaluar la resistencia por fricción sobre los planos 1 y 2, es necesario determinar las componentes $\overline{N}_1$ y $\overline{N}_2$ actuantes sobre los planos 1 y 2 normalmente.

$$N_1 \overline{w}_1 + N_2 (-\overline{w}_2) = \overline{N}_{12}$$

N_1 y N_2 son las magnitudes de $\overline{N}_1$ y $\overline{N}_2$ respectivamente.

$$N_1 w_{1x} - N_2 w_{2x} = N_{12x}$$

$$N_1 w_{1y} - N_2 w_{2y} = N_{12y}$$

$$N_1 w_{1z} - N_2 w_{2z} = N_{12z}$$

Para determinar N_1 y N_2 basta resolver 2 de las 3 ecuaciones anteriores.

$$FS = \frac{N_1 \, Tg\, \emptyset_1 + N_2 \, Tg\, \emptyset_2}{T_{12}}$$

3.6.3 Análisis por carga dinámica.

Para el cálculo de la resistencia dinámica de la cuña en dos planos es necesario encontrar, al igual que para un plano, el valor de N. Con este fín se definirá 2 vectores unitarios, el $\overline{F}_1$ y el $\overline{F}_2$, que son vectores que tienen la dirección de la reacción de la resultante sobre el plano 1 y 2 respectivamente, figura 3-22.

$$\bar{r}_1 = -\bar{w}_1 \cos \phi_1 - \frac{\bar{X}_{12}}{|\bar{X}_{12}|} \operatorname{Sen} \phi_1$$

$$\bar{r}_2 = -\bar{w}_2 \cos \phi_2 - \frac{\bar{X}_{12}}{|\bar{X}_{12}|} \operatorname{Sen} \phi_2$$

$\bar{w}_n \cos \phi_n$ es la proyección de $\bar{w}_n$ sobre el plano

$\frac{\bar{X}_{12}}{|\bar{X}_{12}|} \operatorname{Sen} \phi_n$ Proyección de $\bar{X}_{12}$ sobre la proyección $\bar{W}_n \cos \phi_n$

La magnitud del vector de resistencia dinámica $N \bar{W}$, será la mínima, cuando $N \bar{W}$ sea normal al plano que contiene $\bar{r}_1$ y $\bar{r}_2$.

Así, $\bar{n}$ es un vector unitario en dirección de $N \bar{W}$, cuya expresión es:

$$\bar{n} = \frac{\bar{r}_1 \times \bar{r}_2}{|\bar{r}_1 \times \bar{r}_2|}$$

La magnitud de la resistencia mínima $N \bar{W}$ puede obtenerse con la ecuación:

$$N \bar{W} = R \cdot \bar{n}$$

La aceleración (N) del sismo que puede provocar la falla será:

$$N = \frac{\bar{R} \cdot \bar{n}}{\bar{W}}$$

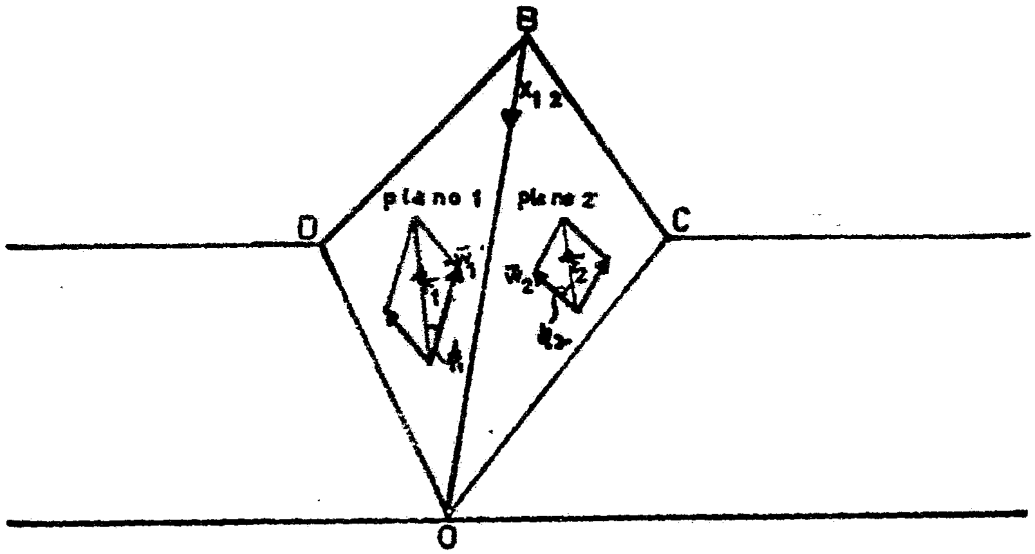


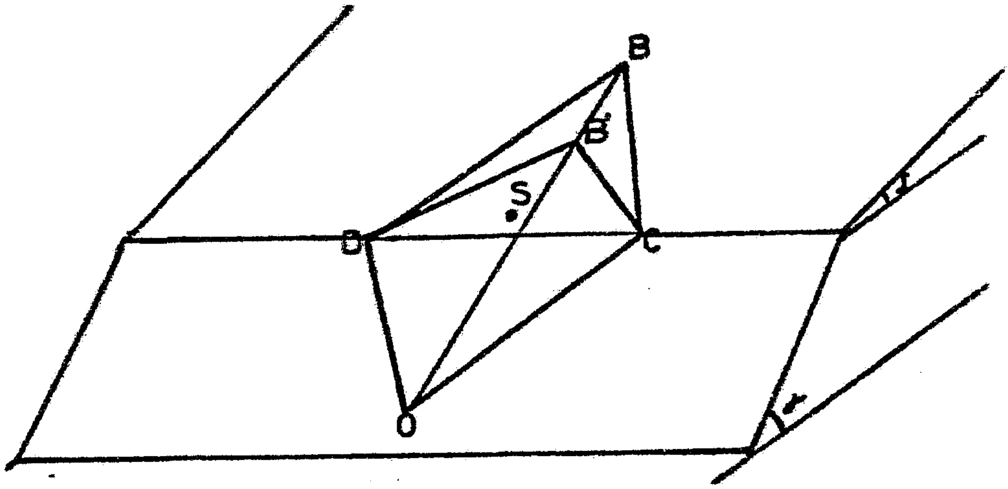
Figura 3-22 Vectores $\bar{r}_1$ y $\bar{r}_2$

3.6.4 Análisis de estabilidad contra rotación.

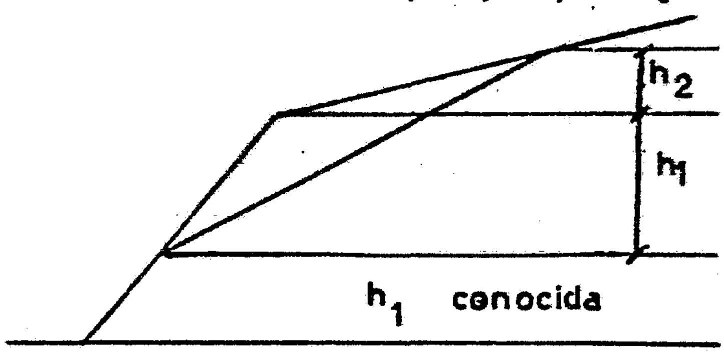
Para poder efectuar este análisis será necesario definir algunos vectores, y una vez obtenidos aprovecharemos para mencionar una forma rápida de determinar el peso de una cuña.

Se definen los siguientes vectores, figura 3-23 (a) y (b)

$$\overline{OD} = \left[\frac{h_1}{\text{Tg } \alpha \;\; \text{Tg } \theta_1} - \frac{h_1}{\text{Tg } \gamma_1 \text{ Sen } \theta_1} , \;\; \frac{h_1}{\text{Tg } \alpha}, \; h_1 \right]$$



(a) Vectores $\overline{OD}$, $\overline{OC}$, $\overline{OB}$, $\overline{OB'}$ y $\overline{OS}$



(b) Definición de h_2 y h_1

Figura 3-23 Vectores y magnitudes utilizadas en el análisis contra rotación.

$$OC = \left[\frac{h_1}{Tg\,\alpha\ Tg\,\beta_2} - \frac{h_1}{Tg\,\gamma_2\ Sen\,\beta_2}\ ,\ \frac{h_1}{Tg\,\alpha}\ ,\ h_1 \right]$$

$$\overline{OB} = (h_1 + h_2)\frac{\overline{X}_{12}}{\overline{X}_{12z}} X_{12} \; ; \; \overline{X}_{12z} = \text{La componente en Z de } X_{12}$$

$$h_2 = \frac{\text{Tg}\,\alpha - \text{Tg}\,\varepsilon_x}{\text{Tg}\,\varepsilon_x - \text{Tg}\,\delta} \cdot \frac{\text{Tg}\,\delta}{\text{Tg}\,\alpha}\, h_1 \qquad \text{Sí} \quad \alpha \neq 90^\circ$$

$$h_2 = \frac{(\text{Tg}\,\delta)\; h_1}{\text{Tg}\,\varepsilon_x - \text{Tg}\,\delta} \qquad \text{Sí} \quad \alpha = 90^\circ$$

$$\overline{DC} = \overline{OC} - \overline{OD}$$

$$\overline{DB'} = \overline{OB'} - \overline{OD}$$

$$\overline{OB'} = \frac{\overline{X}_{12}}{|\overline{X}_{12}|}\, h_1$$

Así el peso puede ser obtenido por la siguiente ecuación:

$$W = \frac{1}{6}\; \overline{DB'} \times \overline{DC}\; |(h_1 + h_2)|\; \gamma \; ; \quad \gamma = \text{Peso volumétrico de roca.}$$

El punto en donde actúa el peso, es el centroide (S); el vector que une al punto "O" con el centroide se puede encontrar con la siguiente expresión:

$$\overline{OS} = \frac{1}{4}\; (\overline{OD} + \overline{OC} + \overline{OB})$$

Definidos estos vectores, ya es posible realizar el análisis de rotación, este puede ocurrir alrededor de los ejes -

$\overline{OC}$, $\overline{OB}$, $\overline{d_{1B}}$, $\overline{d_{2B}}$, $\overline{d_{10}}$ y $\overline{d_{20}}$; en esta tésis analizaremos la rotación sobre los ejes d_{10} y d_{20}, el análisis para los otros ejes es similar.

Los ejes de rotación $\overline{d_{10}}$ y $\overline{d_{20}}$, son vectores que pasan por el punto " O " y son perpendiculares a los planos 1 y 2, respectivamente.

Estan definidos como:

$$\overline{d}_{10} = -\overline{w}_1$$

$$\overline{d}_{20} = -\overline{w}_2$$

Las condiciones geométricas que hacen imposible la rotación de la cuña alrededor del eje d_{10}, están determinadas por las siguientes combinaciones:

$0 < \Omega < \pi$; $K_{10} > \pi/2$; $K_{20} > \pi/2$ Combinación 1

$0 < \Omega < \pi$; $K_{10} < \pi/2$; $K_{20} > \pi/2$ Combinación 2

$\Omega < \pi/2$; $K_{10} > \pi/2$; $K_{20} < \pi/2$

y $\dfrac{Tg\ K_{20}}{Tg(\pi - K_{10})} > Sec(\pi - \Omega)$ Combinación 3

Siendo K_{10}, K_{20} y Ω

$$K_{10} = \sphericalangle DOB = Cos^{-1} \frac{\overline{OD} \cdot \overline{OB}}{|\overline{OD}|\ |\overline{OB}|} \quad ; \quad 0 < K_{10} < \pi$$

$$K_{20} = \sphericalangle\, COB = \cos^{-1} \frac{\overline{OC} \cdot \overline{OB}}{|\overline{OC}|\ |\overline{OB}|}\ ; \quad 0 < K_{20} < \pi$$

Ω = ángulo que existe entre plano 1 y 2

$$\Omega = \cos^{-1} (\bar{w}_1 \cdot \bar{w}_2)\ ; \quad 0 < \Omega < \pi$$

Si obtenemos cualquier otra combinación, entonces si es posible el giro alrededor del eje d_{10} por condiciones geométricas.

Para el eje d_{20}, las combinaciones son:

$0 < \Omega < \pi$; $K_{10} > \pi/2$; $K_{20} > \pi/2$ Combinación 1

$0 < \Omega < \pi$; $K_{10} > \pi/2$; $K_{20} < \pi/2$ Combinación 2

$\Omega < \pi/2$; $K_{10} < \pi/2$; $K_{20} > \pi/2$;

Combinación 3

y $$\frac{\mathrm{Tg}\ K10}{\mathrm{Tg}(\pi - K_{20})} > \mathrm{Sec}(\pi - \Omega)$$

La existencia de cualquier otra combinación hace posible el giro sobre el eje d_{20}.

Además de las condiciones geométricas, existen otras condiciones que pueden no permitir el giro, y estas dependen de la forma de aplicación de las cargas.

Para que pueda existir giro alrededor de $\bar{d}_{10}$ es necesario que :

$$Mx = \text{Momento de } \bar{R} \text{ sobre } \bar{X}_{12} = \bar{X}_{12} \cdot (\overline{OS} \times \bar{R}) > 0$$

$$Md_{10} = \text{Momento de } \bar{R} \text{ sobre } \bar{d}_{10} = \bar{d}_{10} \cdot (\overline{OS} \times \bar{R}) > 0$$

Para que exista alrededor de $\bar{d}_{20}$ se necesita:

$$\bar{M}x = \bar{X}_{12} \cdot (\overline{OS} \times \bar{R}) < 0$$

$$\overline{Md}_{20} = \bar{d}_{20} \cdot (\overline{OS} \times \bar{R}) > 0$$

Para que exista giro alrededor de algún eje, se deberá satisfacer que las combinaciones de $\mathcal{R}$, K_{10} y K_{20} no sean las especificadas anteriormente, y además que se cumplan las condiciones de posibilidad de giro para ese eje, de otro modo, si cualquiera de estas condiciones no se cumple, el giro no tiene posibilidad de presentarse.

Existe un punto denominado " Q " que está alojado sobre uno de los planos, es en ese lugar por donde cruza la resultante; este punto es muy importante ya que unido a " O ", generan el vector " $\overline{OQ}$ ", que será el brazo de palanca que puede provocar el giro.

Para encontrar el factor de seguridad contra rotación -

alrededor del eje $\bar{d}'_{10}$, es necesario determinar las componentes de $\bar{R}$ sobre el plano 1.

$$\bar{N}_1 = (\bar{R} \cdot \bar{w}_1) \bar{w}_1 \qquad (a)$$

$$\bar{T}_1 = \bar{R} - \bar{N}_1 \qquad (b)$$

El vector $\bar{T}_1$ puede descomponerse en otros dos vectores; el vector $\bar{T}r$ que tiene la dirección del vector $\overline{QO}$ y el vector $\overline{Tt}$, que tiene una dirección perpendicular a $\overline{QO}$, esta última componente es la única que puede provocar giro alrededor del eje $\bar{d}_{10}$.

Para encontrar Tt y Tr, es necesario resolver la siguiente ecuación.

$$\bar{T}_1 = \bar{T}t + \bar{T}r = C_1 \ (-\overline{OQ}) + C_2 \ (\overline{OQ} \times \bar{w}_1) \qquad (c)$$

Los vectores $(-\overline{OQ})$ y $(\overline{OQ} \times \bar{w}_1)$ son los que definen la dirección de Tr y Tt respectivamente.

La ecuación (c) se resuelve igualandola con (b), quedando un sistema de tres ecuaciones y dos incognitas.

Obtenidas las constantes C_1 y C_2 se determina $\bar{T}r$ y $\bar{T}t$

$$\bar{T}t = - \bar{C}_1 \ \overline{OQ}$$

$$\bar{T}t = C_2 \ (\overline{OQ} \times \bar{w}_1)$$

La magnitud del momento de volteo sobre el eje $\overline{d}_{10}$ se - obtiene como:

$$Md_{10} = Tt\ \overline{OQ}$$

La magnitud del momento resistente es

$$Mr\ \overline{d}_{10} = N_1\ Tg\ \emptyset_1 \left|\ \overline{OQ}\ \right|$$

Así el factor de seguridad contra rotación sobre el eje $\overline{d}_{10}$ se obtiene como:

$$FS = \frac{N_1\ Tg\ \emptyset_1\ \overline{OQ}}{Tg\ \overline{OQ}} = \frac{N_1\ Tg\ \emptyset_1}{Tt}$$

De manera similar se analiza la rotación alrededor de - $\overline{d}_{20}$.

3.7 Análisis de estabilidad contra deslizamiento en tres -- planos.

El análisis de estabilidad para 3 planos, es muy parecido al que se hace para dos planos, en este caso la resultante tendrá componentes sobre los vectores $\overline{W}_1$, $\overline{W}_2$ y $\overline{W}_3$ sobre- los vectores $\overline{X}$ y $\overline{S}$.

Los planos se definen siempre como están representados- en la figura 3-24. La resultante se obtiene como la suma de todas las fuerzas actuantes:

$$\overline{R} = \overline{Q} + \overline{W} + \overline{U}_1 + \overline{U}_2 + \overline{U}_3.$$

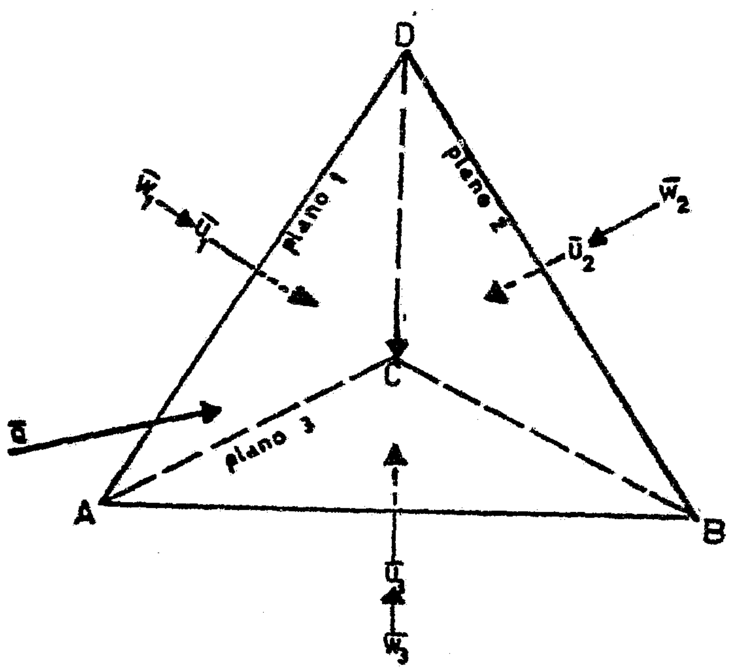


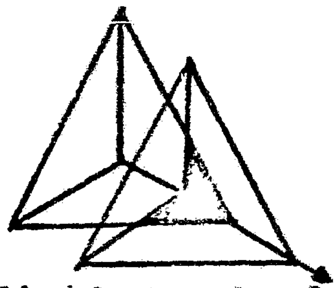
Figura 3-24 Fuerzas que actúan sobre un tetraedro de roca.

Siendo Q y U las fuerzas externas aplicadas y la subpresión, respectivamente, sobre cada plano.

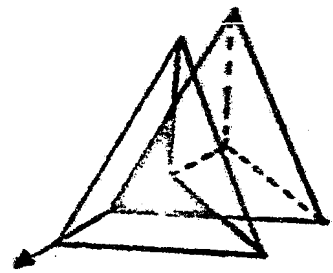
Obsérvese que $\overline{w}_1$, $\overline{w}_2$ y $\overline{w}_3$ son los vectores normales a los planos 1, 2 y 3, respectivamente, y están dirigidas hacia el tetraedro.

3.7.1 Modos de deslizamiento.

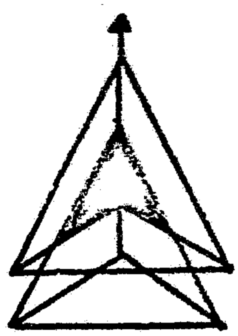
Existen 6 posibles modos de deslizamiento y ellos estan representados en la figura 3-25.



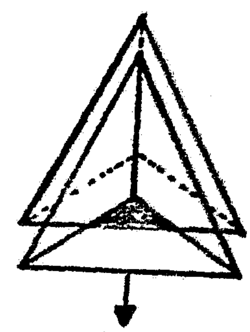
Deslizamiento sobre los planos 2 y 3, a través de la línea C-B, separándose del plano 1.



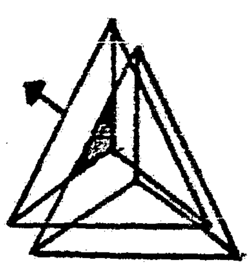
Deslizamiento sobre los planos 3 y 1, a través de la línea A-C, separándose del plano 2.



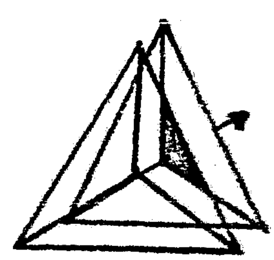
Deslizamiento sobre los planos 1 y 2 a través de la línea C-D, separándose del plano 3.



Deslizamiento sobre el plano 3 separándose de los planos 2 y 1.



Deslizamiento sobre el plano 1 separándose de los planos 2 y 3.



Deslizamiento sobre el plano 2 separándose de los planos 1 y 3.

Figura 3-25 Posibles modos de deslizamiento para un tetraedro en roca.

En la figura 3-2c se observa que el deslizamiento puede ocurrir por uno, o dos, de los tres planos de fallas, este -- deslizamiento depende de la geometría del tetraedro y de la - magnitud y dirección de la resultante.

Determinación de los modos de deslizamiento.

a). Cuando no existe contacto con ningún plano

$$\bar{R} \cdot \bar{w}_1 > 0$$

$$\bar{R} \cdot \bar{w}_2 > 0$$

$$\bar{R} \cdot \bar{w}_3 > 0$$

Esta condición es totalmente inestable ya que no existe contacto con ningún plano. Las juntas no pueden resistir las fuerzas que tienden a separar el tetraedro de los planos, debido a que no resisten tensión, por lo que la falla es inminente.

Los vectores $\bar{I}_{12}$, $\bar{I}_{23}$ y $\bar{I}_{31}$ a lo largo de la intersección CD, CB y CA se determinan del siguiente modo:

$$\bar{I}_{12} = \bar{w}_2 \times \bar{w}_1$$

$$\overline{X}_{23} = \overline{w}_3 \times \overline{w}_2$$

$$\overline{X}_{31} = \overline{w}_1 \times \overline{w}_3$$

Además, para el caso de 3 posibles planos de desliza--- miento, hay que señalar la existéncia de los vectores ${}_1\overline{S}_{12}$ y ${}_2\overline{S}_{12}$ normales a $\overline{X}_{12}$, y que estan sobre los planos 1 y 2 res pectivamente.

$${}_1\overline{S}_{12} = \overline{X}_{12} \times \overline{w}_1$$

$${}_2\overline{S}_{12} = \overline{w}_2 \times \overline{X}_{12}$$

En forma similar se definen los vectores normales a $\overline{X}_{23}$ y estan contenidos en los planos 2 y 3.

$${}_2\overline{S}_{23} = \overline{X}_{23} \times \overline{w}_2$$

$${}_3\overline{S}_{23} = \overline{w}_3 \times \overline{X}_{23}$$

y los que están sobre los planos 1 y 3 se definen

$${}_3\overline{S}_{31} = \overline{X}_{31} \times \overline{w}_3$$

$${}_1\overline{S}_{31} = \overline{w}_1 \times \overline{X}_{31}$$

quedando la orientación de los vectores del modo representado en la figura 3-26.

Si el deslizamiento tiende a ocurrir a lo largo de la -

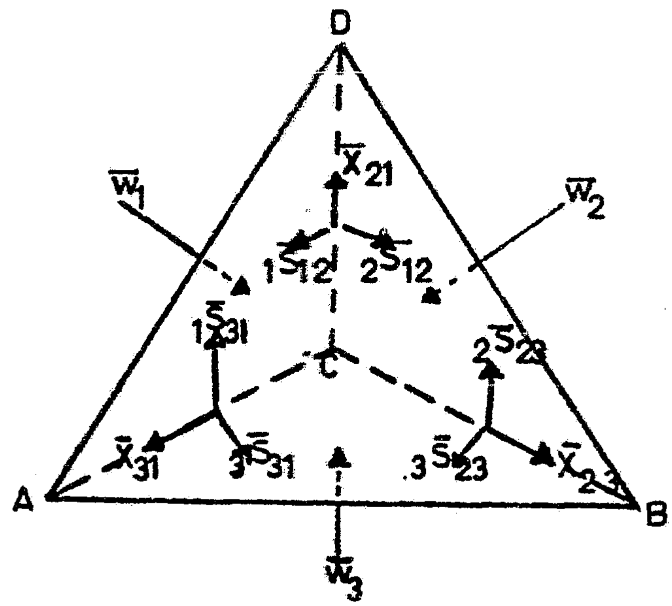


Figura 3-26 Vectores unitarios en tres planos.

línea de intersección $\bar{X}_{12}$, la proyección de la resultante — sobre $\bar{X}_{12}$ deberá cumplir con

$$\bar{R} \cdot \bar{X}_{12} \geqslant 0$$

además, las componentes de $\bar{R}$ sobre los vectores $_1\bar{S}_{12}$ y $_2\bar{S}_{12}$ deberán estar dirigidas hacia la intersección $\bar{X}_{12}$

$$\bar{R} \cdot {}_1\bar{S}_{12} > 0$$

$$\bar{R} \cdot {}_2\bar{S}_{12} > 0$$

Estas ecuaciones deben ser satisfechas simultaneamente- para que exista deslizamiento por la línea de intersección - de los planos 1 y 2, y por lo tanto, sin tener contacto con- el plano 3.

Las condiciones que deben de satisfacerse para que ocurra deslizamiento a lo largo de $\overline{X}_{23}$ y $\overline{X}_{31}$, se obtienen de forma similar.

DESLIZAMIENTO POR $\overline{X}_{23}$

$$\overline{R} \cdot \overline{X}_{23} \geqslant 0$$

$$\overline{R} \cdot {}_{2}\overline{S}_{23} \geqslant 0$$

$$\overline{R} \cdot {}_{3}\overline{S}_{23} \geqslant 0$$

DESLIZAMIENTO POR $\overline{X}_{31}$

$$\overline{R} \cdot \overline{X}_{31} \geqslant 0$$

$$\overline{R} \cdot {}_{1}\overline{S}_{31} \geqslant 0$$

$$\overline{R} \cdot {}_{3}\overline{S}_{31} \geqslant 0$$

Si el deslizamiento tiende a ocurrir solo por un plano, la componente de $\overline{R}$ sobre el plano 1 deberá tener una dirección que garantice el contacto de la cuña con el plano 1.

$$\overline{R} \cdot \overline{w}_{1} \leqslant 0$$

Así mismo, se deberá cumplir que las direcciones de los vectores ${}_{1}\overline{S}_{12}$ y ${}_{2}\overline{S}_{31}$ se alejen de $\overline{X}_{12}$ y $\overline{X}_{31}$.

$$\overline{R} \cdot {}_{1}\overline{S}_{12} \leqslant 0$$

$$\overline{R} \cdot {}_{1}\overline{S}_{31} \leqslant 0$$

Para el caso de deslizamiento sobre 2 y 3 sucede lo siguiente:

Solo por el plano 2 $\bar{R} \cdot \bar{w}_2 \leq 0$

$\bar{R} \cdot {}_2\bar{S}_{12} \leq 0$

$\bar{R} \cdot {}_2\bar{S}_{23} \leq 0$

Solo por el plano 3 $\bar{R} \cdot \bar{w}_3 \leq 0$

$\bar{R} \cdot {}_3\bar{S}_{23} \leq 0$

$\bar{R} \cdot {}_3\bar{S}_{31} \leq 0$

3.7.2 Cálculo del factor de seguridad.

Después de conocer el modo de falla y su condición cinemática de movimiento, para lo cual es válido el criterio aplicado para dos planos, se procede a calcular el factor de seguridad.

Dicho factor está regido por el posible modo de deslizamiento, si el tetraedro tiende a deslizar por $\bar{X}_{31}$, las fuerzas estabilizadoras se encuentran en los planos 3 y 1, sin que contribuya a la estabilidad el plano 2, y lo mismo sucede si el deslizamiento tiende a ocurrir por las otras líneas de intersección.

En caso de que el deslizamiento tienda a ocurrir sólo - por un plano, él es el único que contribuye a evitar el deslizamiento.

Para el cálculo F.S, se deben de aplicar las fórmulas - obtenidas cuando existe la posibilidad de deslizamiento por- uno ó dos planos, explicadas anteriormente.

4. ESTABILIDAD DE MACIZOS ROCOSOS
ANALISIS ESTEREOGRAFICO

4.1. Principios.

Un estereograma es la representación de una superficie - esférica en un plano, esa representación puede ser polar ó -- ecuatorial y a la vez de igual área ó de igual ángulo.

En esta tésis se explicará la forma de usar los estereogramas de igual área y de igual ángulo en proyección ecuato-- rial; se utilizará el estereograma de igual ángulo para el -- análisis de estabilidad y el de igual área para hacer repre-- sentaciones estadísticas de las fallas.

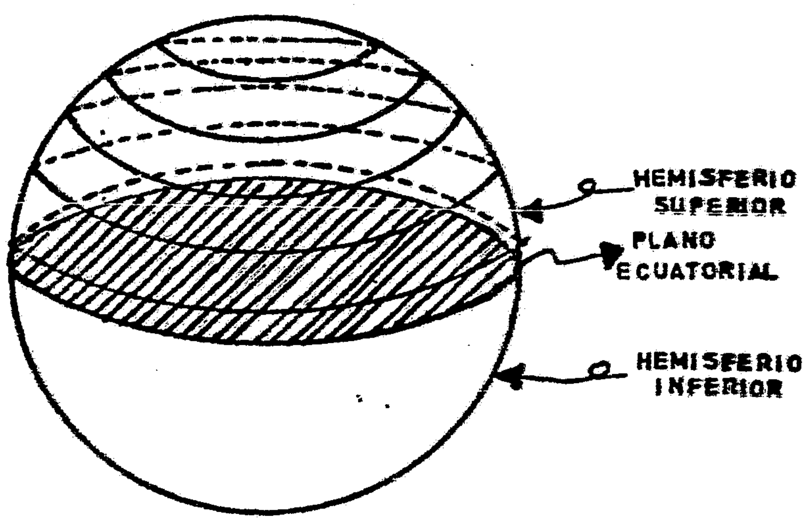


Figura 4-1 Hemisferios Norte Sur y Plano ecuatorial.

A continuación se describirá como se llega el estereogra ma de igual ángulo; en una esfera se tienen los hemisferios -

el Norte y el Sur, divididos por el plano de ecuador, figura 4-1.

Hagamos pasar a través del centro de la esfera una línea recta como se muestra en la figura 4-2, que tenga contacto con los dos hemisferios en P y en (-) P, perpendicular al plano del ecuador pasemos otra línea que contenga el centro de la esfera, dicha línea haçe contacto con la superficie en dos puntos a estos los denominaremos polos.

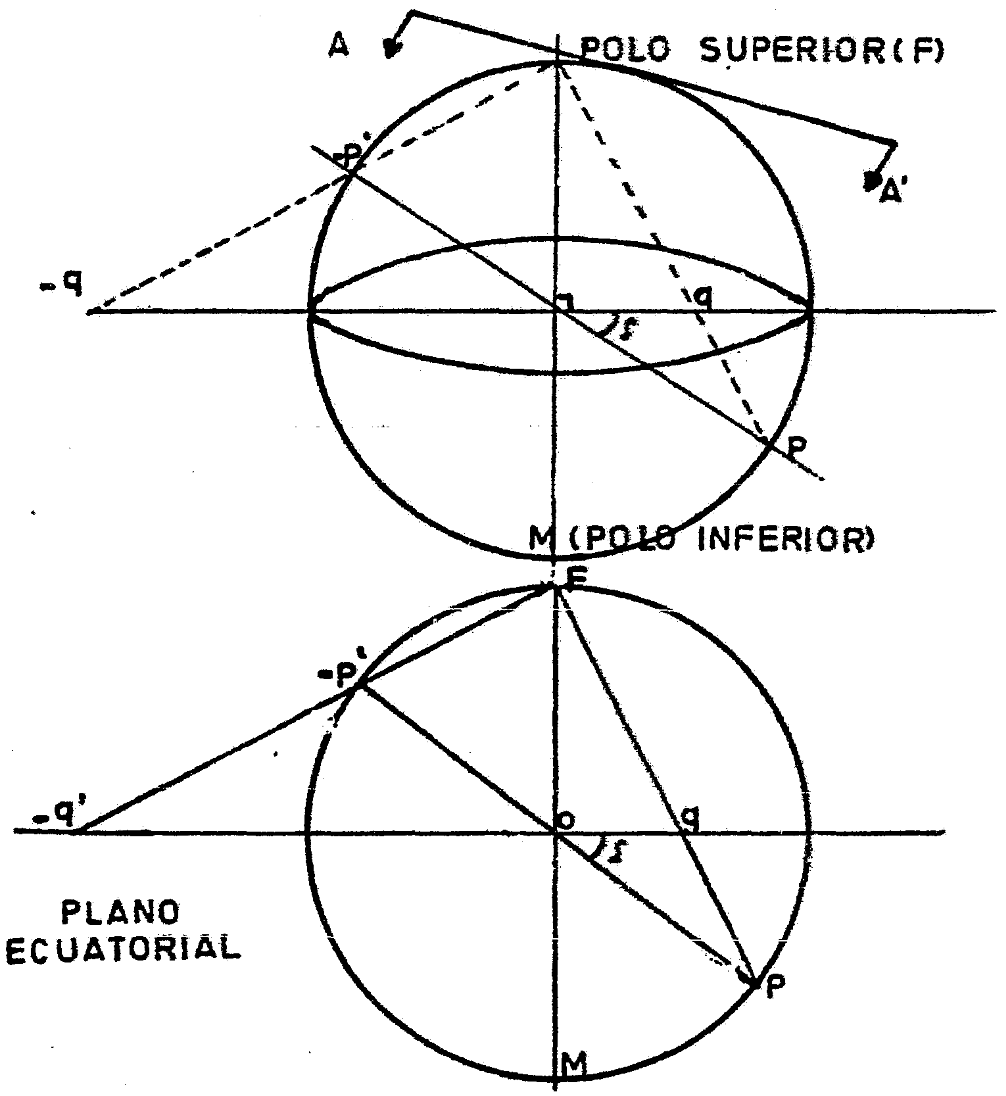


Figura 4-2 Proyección de los puntos P y (-) P.

Usando el Polo superior (F) como un foco de proyección, tracemos una línea desde el polo hasta el punto P, esta línea cruza el plano del ecuador en el punto (q), a este lo denominaremos como la proyección de P sobre el plano ecuatorial. Hagamos lo mismo con (-P), su proyección (-q) quedará fuera del plano ecuatorial, con lo que se deduce que cualquier punto colocado en el hemisferio inferior tendrá su proyección dentro del plano ecuatorial, en tanto un punto en el hemisferio superior será proyectado fuera de dicho plano. Pasemos ahora un plano que cruce el centro de la esfera, figura 4-3, se observa que la línea de corte del plano con la esfera es una parábola, que al proyectarla sobre el plano ecuatorial usando el polo Norte como foco, queda un arco de círculo, esta teoría no es válida para proyecciones de igual área.

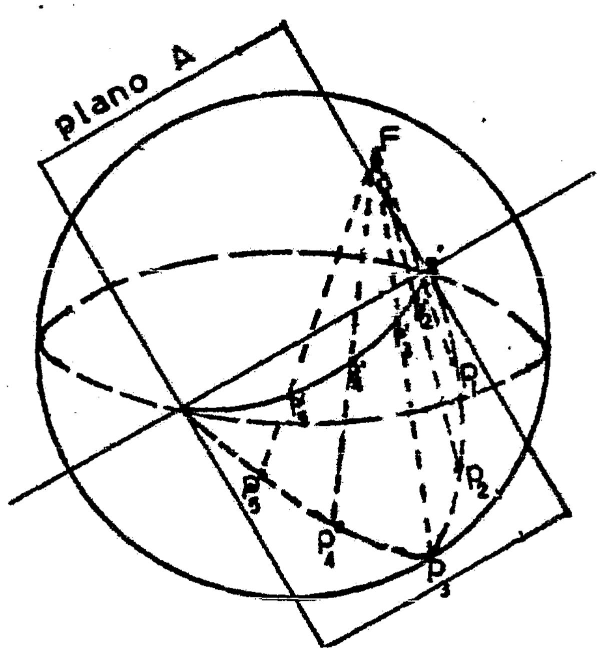


Figura 4-3 Proyección de la línea de contacto del plano A con la esfera (Estereograma de igual ángulo).

Al final si proyectamos varios planos con diferentes inclinaciones pero siempre pasando por el centro de la esfera - obtenemos la figura 4-4.

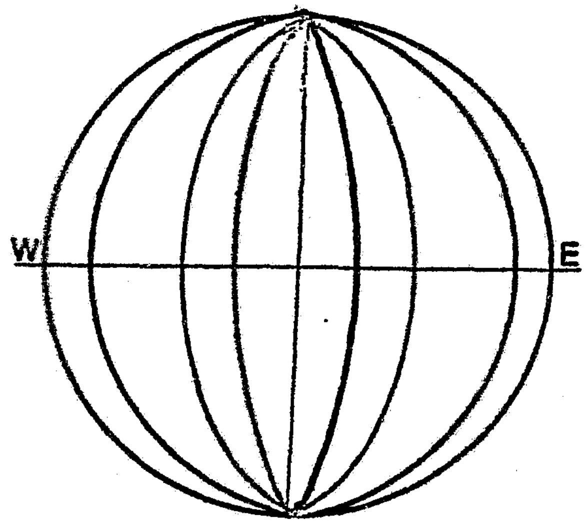


Figura 4-4 Proyección ecuatorial de los planos de corte que contienen el centro de la esfera.

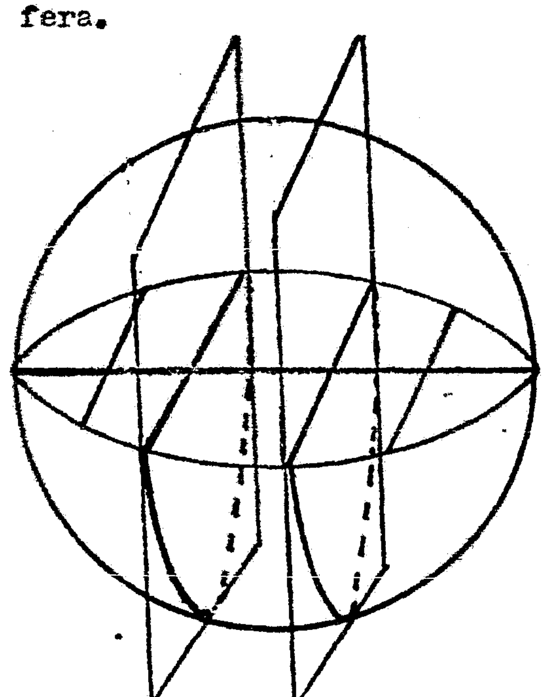


Figura 4-5 Planos de corte perpendiculares al eje E-W.

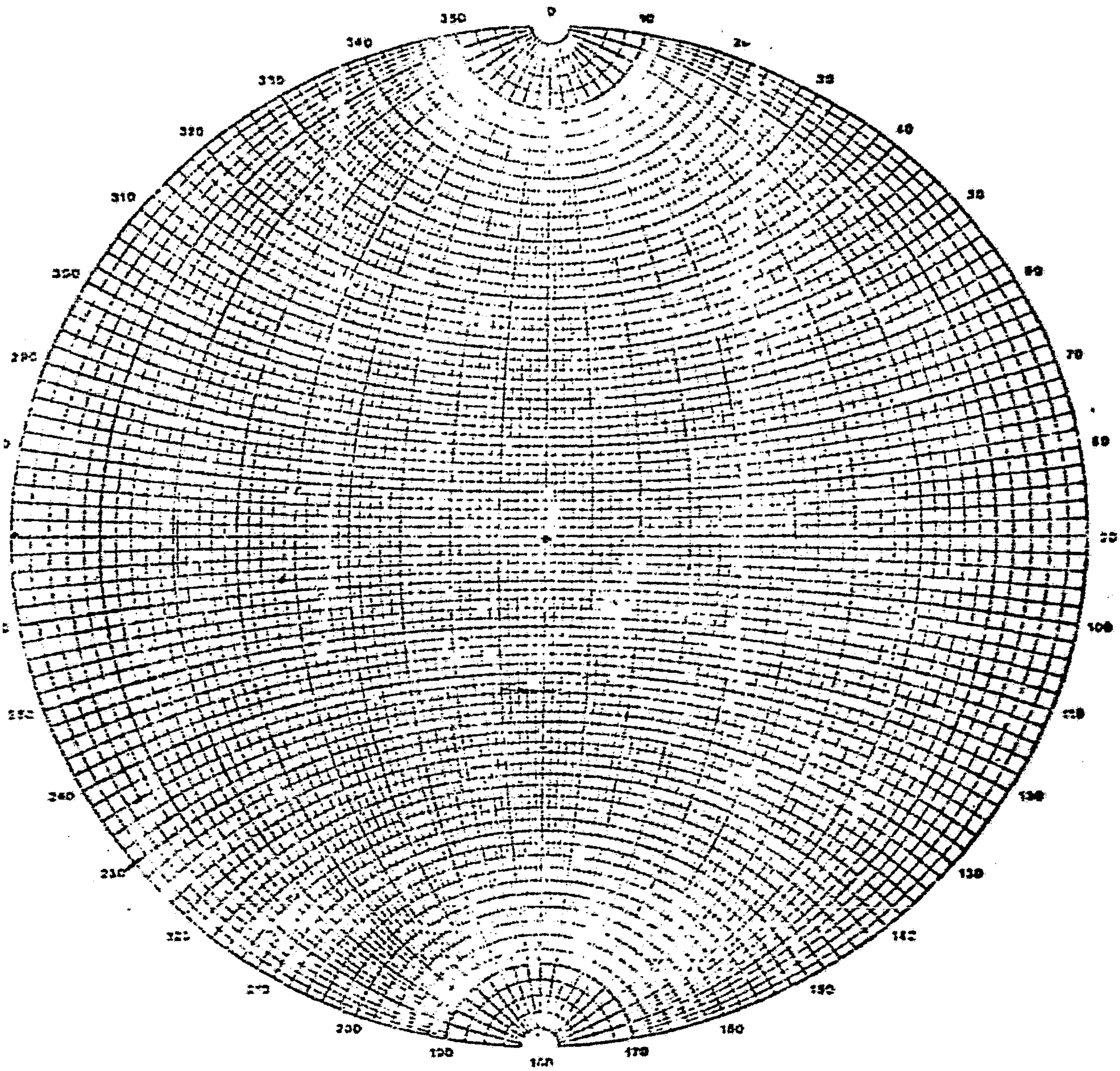
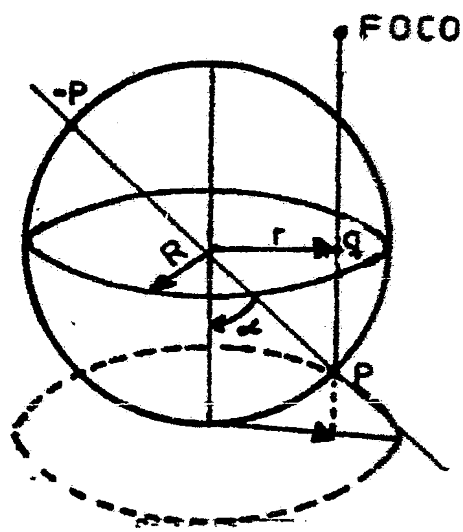


Figura 4-6 Estereograma de igúal ángulo.

En la figura 4-4 tenemos la representación de planos de-corte paralelos la línea N-S, si dividimos la esfera con planos perpendiculares al plano ecuatorial y a la vez perpendiculares al eje E-W, como lo representa la figura 4-5, se obtiene el estereograma de igual ángulo, figura 4-6.

El procedimiento para obtener el estereograma de igual -área es muy parecido, a excepción de la localización del foco de proyección, ya que para este caso el foco se localiza perpendicularmente al plano ecuatorial y sobre el punto de con--tacto de la línea con la esfera, figura 4-7.



$$r = \sqrt{2} \cdot R \sin \frac{\alpha}{2}$$

Figura 4-7 Proyección del punto P, (Estereograma de igual área).

Si hacemos el procedimiento ya descrito, obtendremos el-estereograma de igual área, figura 4-8.

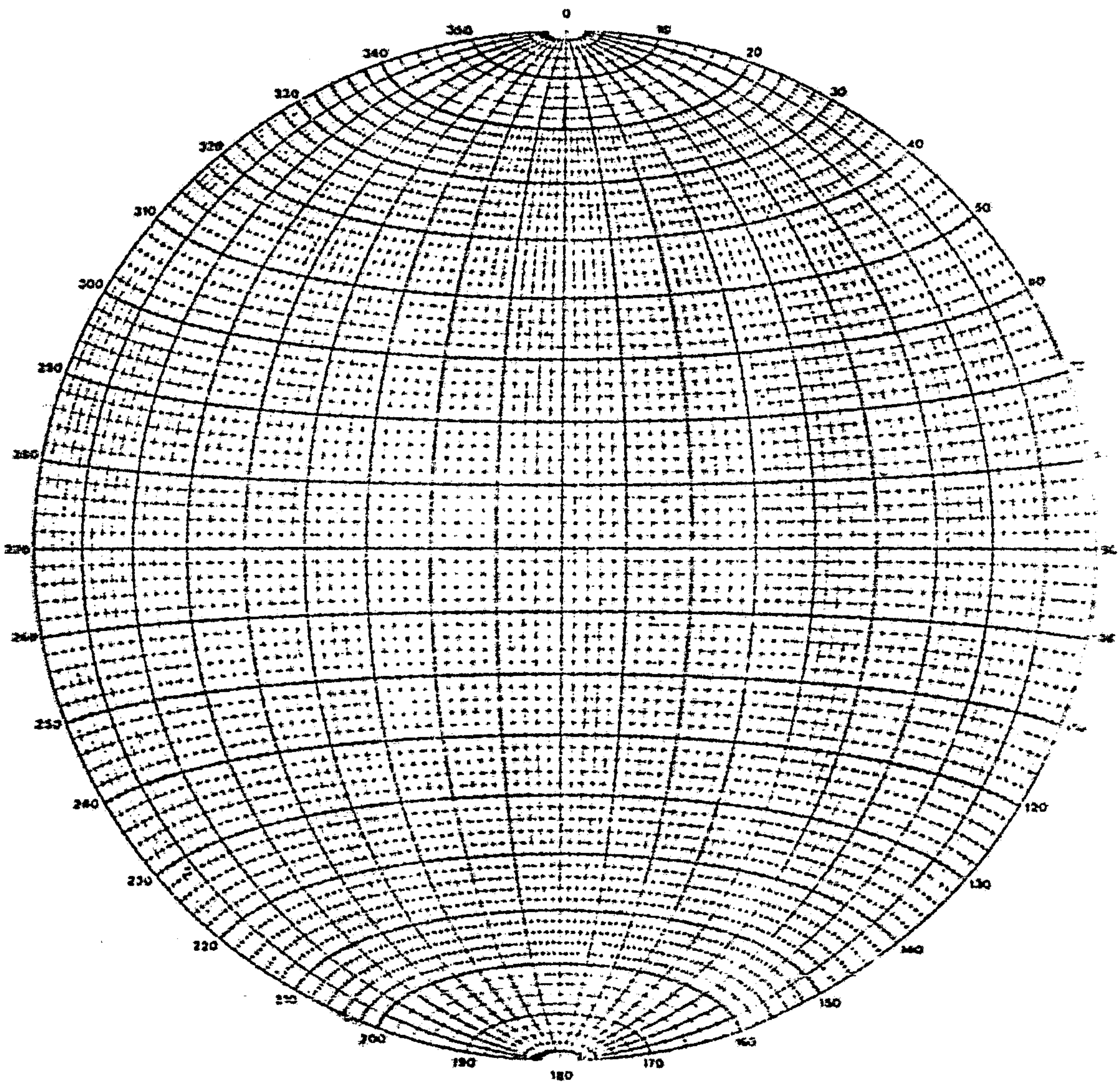


Figura 4-8 Estereograma de igúal área.

4.2. REPRESENTACION ESTEREOGRAFICA DE LA GEOLOGIA Y DE LAS FUERZAS ACTUANTES

4.2.1. Modo de utilizar el estereograma.

Para poder hacer uso correcto del estereograma, será necesario fijar éste sobre una superficie plana y lisa, en el centro del estereograma se coloca un alfiler en forma vertical, una vez hecho lo anterior se superpone una hoja transparente sobre el estereograma, la cual estará clavada con el alfiler. Esta hoja transparente servirá para realizar los trazos que a continuación se explicarán.

4.2.2. Representación de las fallas de un talud.

Para representar las fallas en un talud, el uso del estereograma es muy útil debido a su sencillez, en él se puede representar el rumbo y el talud con un solo trazo como a continuación se expone.

Sea la falla A con los siguientes datos.

Rumbo - N S

Echado 40° W

Para representar esta falla figura 4-9, se traza una línea sobre el meridiano N-S, que es la representación del rumbo, dicha línea deberá estar separada del extremo Oeste (W) -

exactamente 40°, con este procedimiento se está dibujando el-
echado.

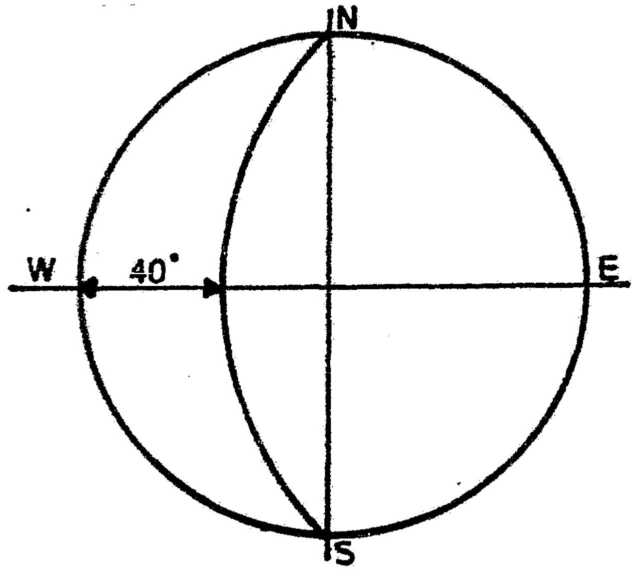


Figura 4-9 Representación de la falla A.

Representación de una falla B con: Rumbo N42° E

Echado 70° SE

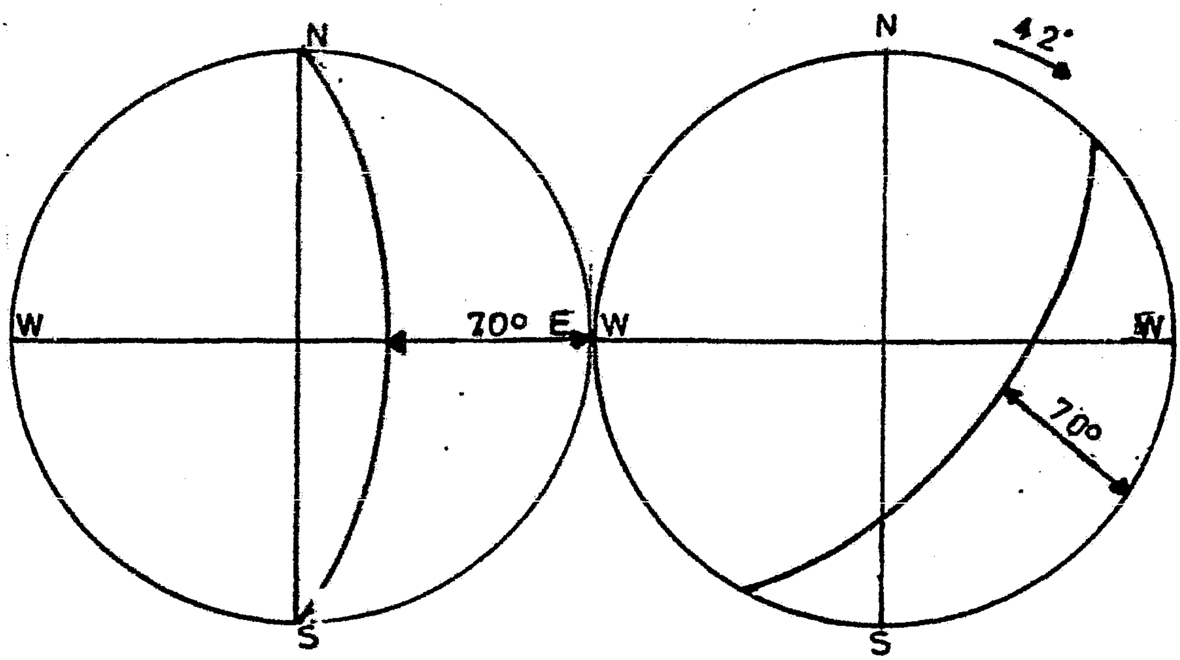


Figura 4-10 Representación de la falla B.

El procedimiento para trazar el plano B es el siguiente, se traza una línea sobre el meridiano N-S separado 70° del Este como se muestra en la figura 4-10, de este modo se representa el echado, posteriormente se gira el Norte 42° en dirección del cuadrante NE, quedando así representado el rumbo.

4.2.3. REPRESENTACION DE LA LINEA DE INTERSECCION DE 2 PLANOS

Supongamos que las fallas representadas en los dos ejemplos anteriores forman una cuña, el rumbo y el echado de la línea de intersección se obtiene como se muestra a continuación.

Se superponen los planos A y B del mismo modo representado en la figura 4-11, a partir del punto de intersección se traza una línea que cruce el centro del círculo y se prolonga en ambos sentidos hasta tocar los extremos, en el extremo más cercano al punto de intersección se determina el número de grados, que en este caso es 32, de este modo hemos determinado el rumbo de la línea de intersección SW 32°, después se hace el giro de esta línea con el menor ángulo posible hasta alinearla con la dirección E-W, midiendo los grados obtenemos que la línea de intersección tiene un echado de 24°.

4.2.4. Representación de una falla por medio de su polo.

Cada falla puede ser representada por un punto, este es-

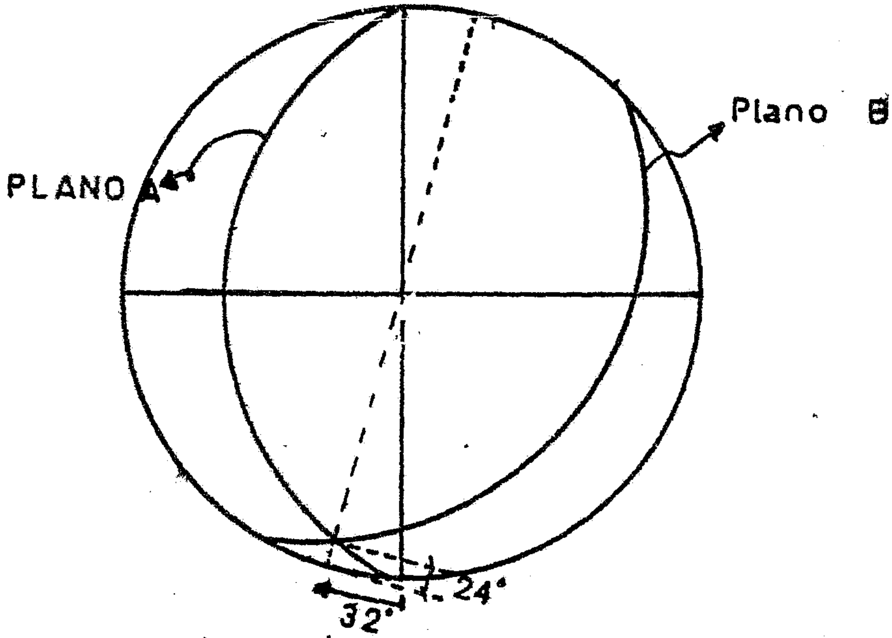
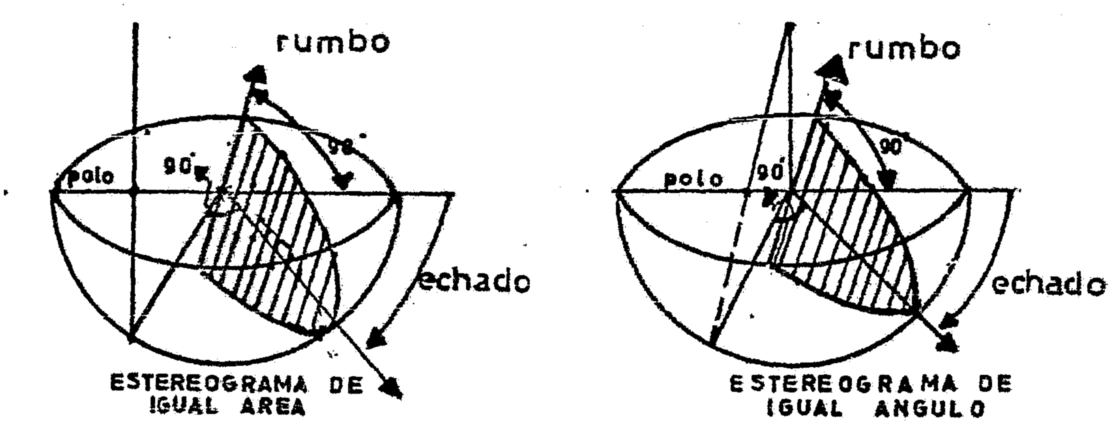


Figura 4-11 Representación de la línea de Intersección.

el llamado "polo de la falla" o simplemente polo. Para poder lo entender físicamente basta observar la figura 4-12.



a). Estereograma de igual área.

b). Estereograma de igual ángulo.

Figura 4-12 Polo de una falla.

Como se puede ver, ese polo será único para esa falla, - y cualquier otra tendra diferente polo, a excepción de las fa llas paralelas.

Para hacer la representación estereográfica basta sumar- 90^{o} al echado y marcar ese punto sobre el eje E-W, figura --- 4-13 a, después de representado el polo, este puede quedar -- en cualquier posición de acuerdo al giro que se haga para re- presentar el rumbo figura 4-13 b.

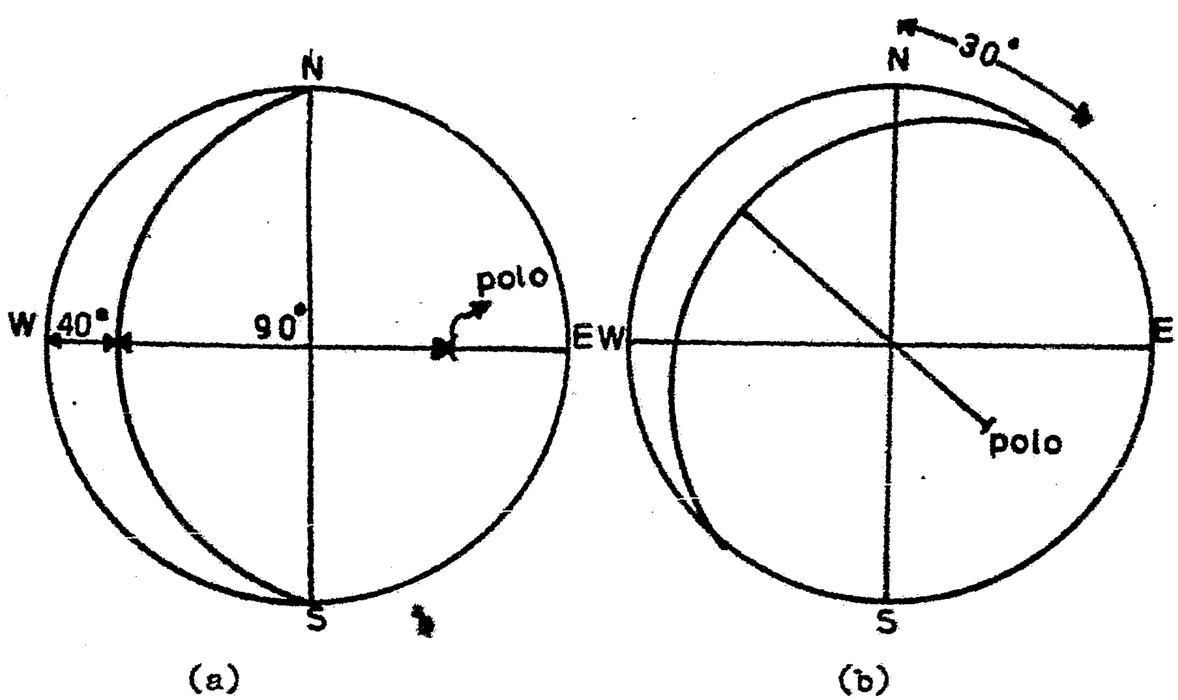
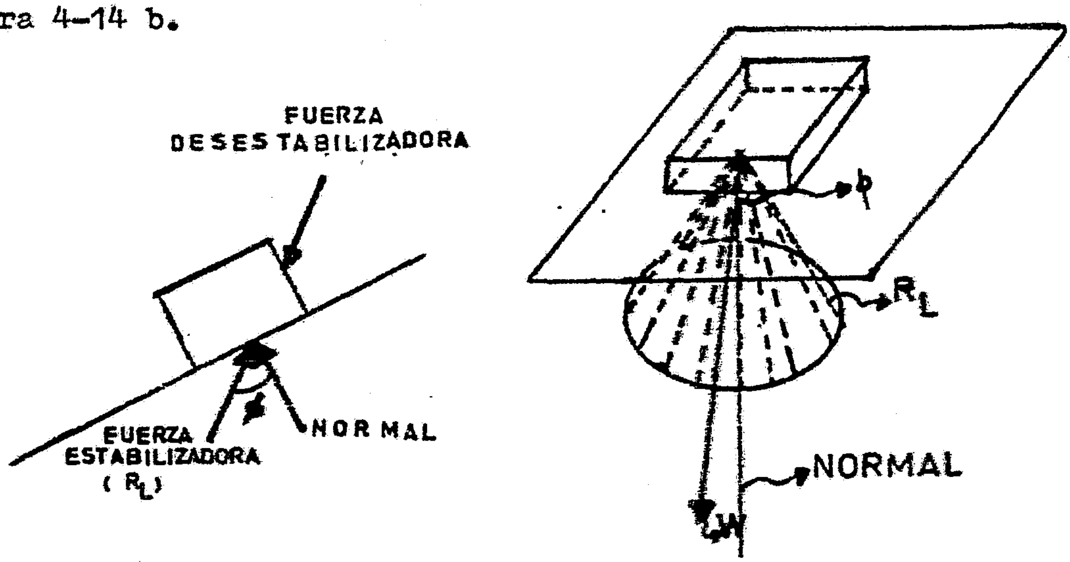


Figura 4-13 Polo de la falla con Rumbo NE 30^{o} y Echado 40^{o} NW.

4.2.5. Representación del cono de fricción.

Supongamos que se tiene un talud en el cual existe una -

fuerza que está a punto de hacer deslizar el bloque figura -- 4-14 a, en este caso existe otra fuerza R_L de igual magnitud- y de sentido contrario inclinada Ø grados respecto a la nor-- mal, que impedirá el deslizamiento, si variamos la posición - de la primera fuerza, la segunda fuerza también variará gene- rándose con todas las posibles combinaciones de las fuerzas - equilibrantes un cono que es el llamado "cono de fricción", - figura 4-14 b.



a). Fuerzas desestabiliza dora y reacción.

b). Cono de fricción.

Figura 4-14 Generación del cono de fricción.

Ese cono de fricción quedará representado en el hemisfe- rio inferior como se muestra en la figura 4-15.

Se puede observar en la figura 4-15, que la proyección - de la base del cono sobre el plano ecuatorial, es una superfí cie cerrada que contiene el polo.

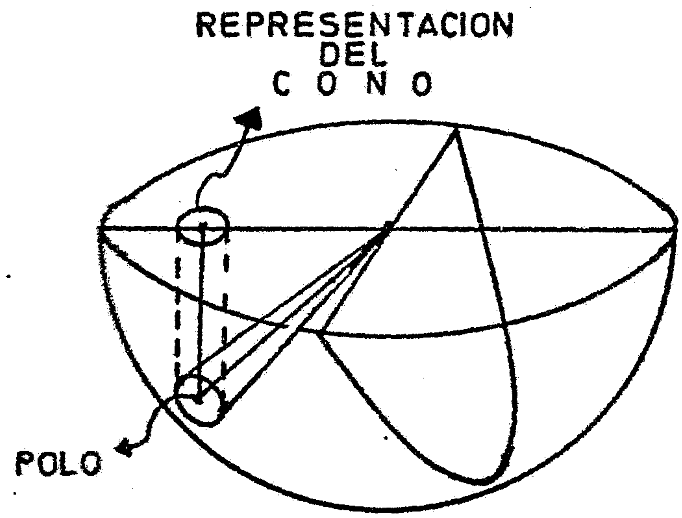


Figura 4-15 Proyección ecuatorial del cono de fricción.

Dicha superfície será un círculo perfecto en un estereograma de igual ángulo y tendrá su centro desplazado con respecto al polo; y en el caso de un estereograma de igual área será una superfície elíptica.

Los pasos para trazar la superfície cerrada en cualquiera de los dos estereogramas, serán los siguientes.

Primero se ubica el polo de la falla sobre la línea E-W, a partir de él, se marca $\emptyset^{o}$ hacia la izquierda y $\emptyset^{o}$ hacia la derecha, después de girar el polo, se volverá a marcar $\emptyset^{o}$ hacia arriba y $\emptyset^{o}$ hacia abajo sobre el meridiano en el cual esta colocado el polo, se vuelve a girar y se repite los pasos anteriores hasta tener el número suficiente de puntos para dibujar la superficie.

4.2.6. REPRESENTACION DE FUERZAS EN EL ESTEREOGRAMA.

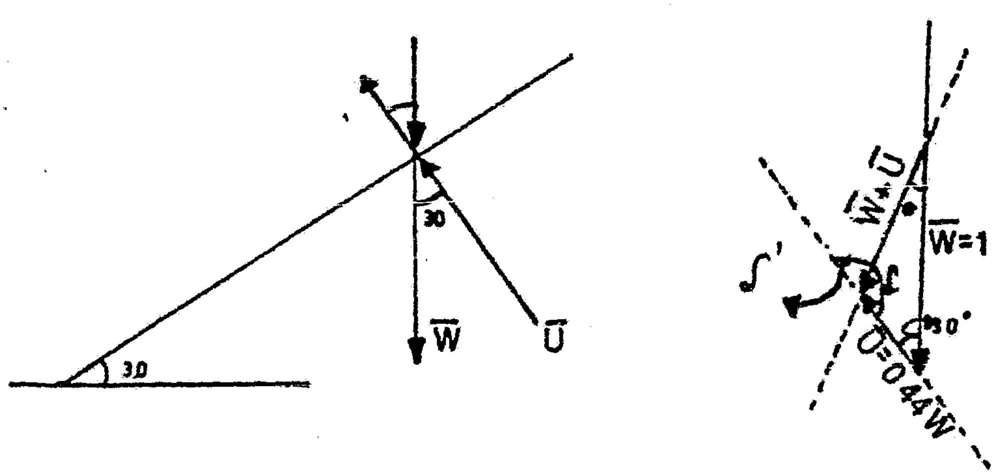
Para analizar la estabilidad de un macizo rocoso, tenemos que determinar si las fuerzas actuantes pueden provocar la falla de la cuña, para esto deberemos de auxiliarnos del polígono de fuerzas ya que en el estereograma solo se representan direcciones y no magnitudes.

Sabemos que el polígono de fuerzas solo es útil cuando las fuerzas son coplanares, para lograr esto debemos de analizarlas de dos en dos, el procedimiento es bastante sencillo, solo basta con tomar dos fuerzas hacerlas coplanares y sumarlas, esta resultante se suma a una tercera y así sucesivamente.

Para explicar como se representan las fuerzas y la resultante de la suma de ellas, haremos el siguiente ejemplo.

Sean los vectores $\overline{W}$, $\overline{U}$ y $\overline{Q}$ en donde están representados el peso, la subpresión y una fuerza externa respectivamente, la representación estereográfica de estas fuerzas figura 4-17 será para $\overline{W}$, un punto colocado en el centro del estereograma, debido a que esta fuerza actúa verticalmente, U esta colocado sobre el polo de la falla ya que es una fuerza que actúa normalmente al plano y por último, Q tendrá la dirección S 45° W con un echado de 10°, las magnitudes de W, U y Q serán: --- 1.0 W, 0.44 W y 0.63 W (respectivamente), estas fuerzas están actuado sobre un plano con rumbo N-W 90° con 30° de echado. - Debe tenerse en cuenta que solo se representa la inclinación del plano de acción de la fuerza más no la dirección, esto - es, si una fuerza actúa hacia el hemisferio inferior, tendrá la misma representación que si actuara en sentido contrario, - es por esto que para hacer uso correcto del estereograma debemos de tener conocimiento exacto de que fuerzas son las que - están actuando y conocer su sentido.

Analizaremos W + U, observese en la figura 4-17 que los puntos representativos de W y U, en este caso, estan sobre el mismo meridiano N-S, con lo cual se cumple la condición de estar en el mismo plano y por lo tanto podemos sumarlas.



a). Posición de W y U　　　　b). Polígono de fuerzas

Figura 4-16 Suma de las fuerzas W y U.

El vector $\overline{W}$ tiene una inclinación de 30° con respecto a-

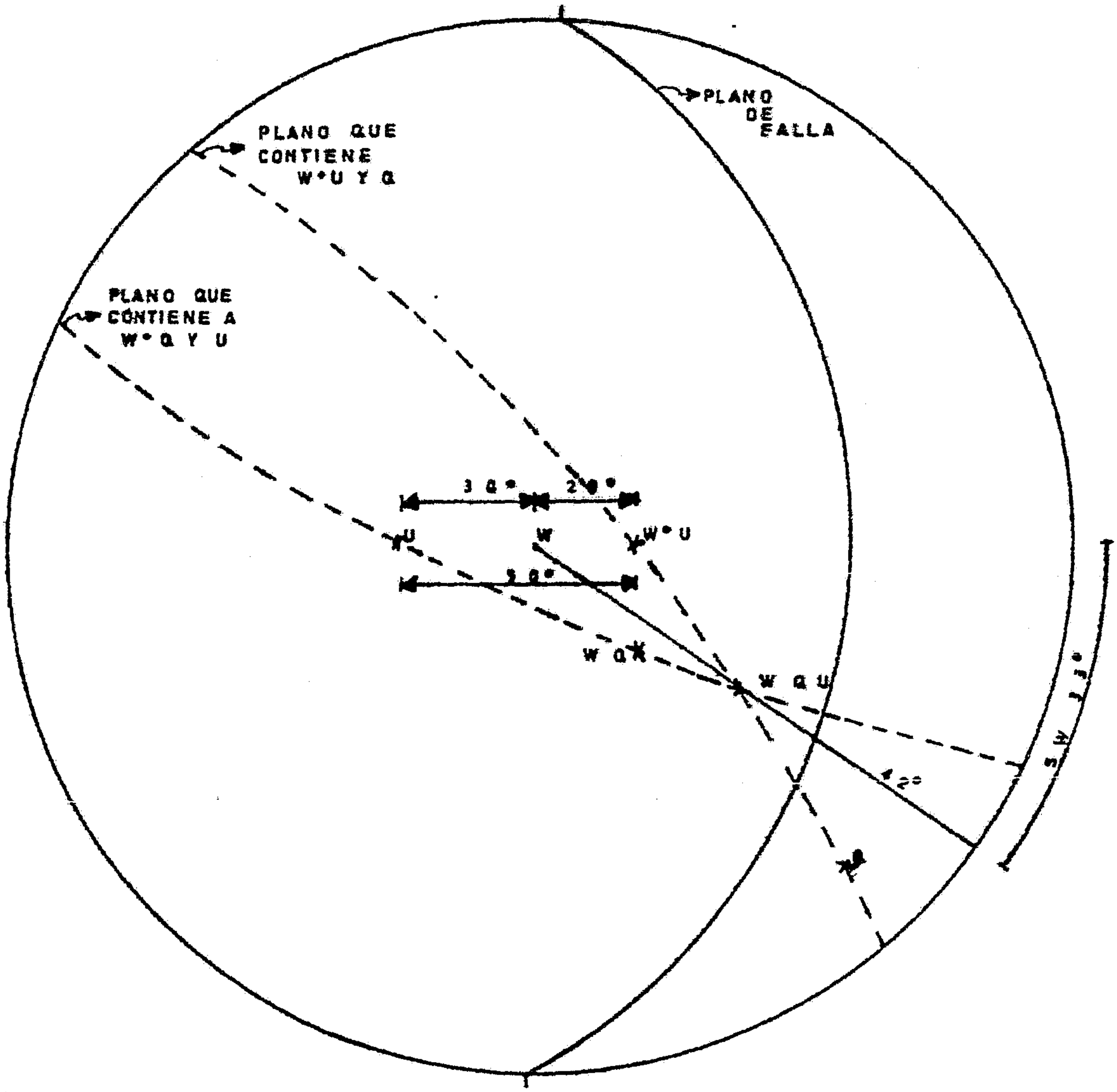


Figura 4-17 Suma de fuerzas.

la Normal figura 4-16 a, la fuerza $\overline{U}$ actúa sobre la normal -- con una dirección tal que sale del macizo; con ayuda del polígono de fuerzas y las leyes de los Cosenos y Senos se determinará el valor de la resultante y su punto de aplicación.

$$|\overline{W} + \overline{U}| = \sqrt{1^2 + 0.44^2 - 2(1)(0.44)\ \mathrm{Cos}\ 30^\circ}$$

$$|\overline{W} + \overline{U}| = 0.657\ W$$

$$\frac{0.657}{\mathrm{Sen}\ 30^\circ} = \frac{1}{\mathrm{Sen}\ \int} = \frac{0.44}{\mathrm{Sen}\ \theta} = 1.314$$

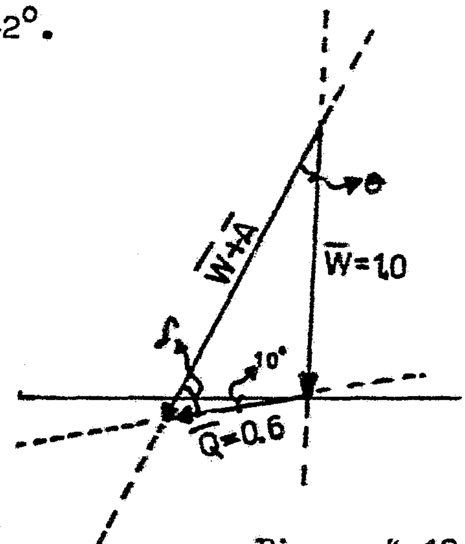
$$\theta = 20^\circ\ ; \quad \int = 130^\circ\ , \quad \int' = 50^\circ$$

Observese que el ángulo existente entre $\overline{W}$ y $\overline{W} + \overline{U}$ es de- 20°, y entre $\overline{U}$ y $\overline{W} + \overline{U}$ es de 50°, con lo que la representa--- ción estereográfica de la resultante queda como se muestra en la figura 4-17.

Procediendo de la misma manera sumemos $\overline{W}$ y $\overline{Q}$, el vector- $\overline{Q}$ se supondra actuando hacia el hemisferio inferior, figura - 4-18.

Se obtiene que $\overline{W} + \overline{Q}$ es 1.252 W y tiene 29.7° de separación con respecto a $\overline{W}$ y 50.3° con respecto a $\overline{Q}$, esto lo representamos en el estereograma sobre el Eje E-W, que es el -- que los hace coplanares.

El siguiente paso será la determinación de $\overline{W} + \overline{Q} + \overline{U}$, en el estereograma figura 4-17 se deberá trazar el meridiano que hace coplanares a $\overline{U}$ con $\overline{W} + \overline{Q}$ y asimismo el que hace a $\overline{W} + \overline{U}$ con $\overline{Q}$; es en la intersección, donde se encuentra ubicada la resultante, su plano de acción es SW 33° y tiene un echado de 42°.



$$|\overline{W}+\overline{Q}| = \sqrt{1^2+0.6^2-2(1)(0.6)\cos 100}$$

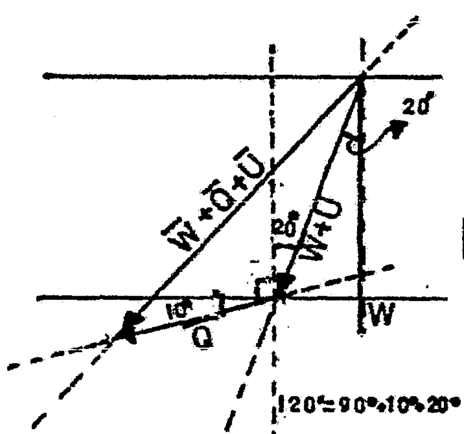
$$|\overline{W}+\overline{Q}| = \underline{1.252}\ W$$

$$\frac{0.6}{\operatorname{Sen}\theta} = \frac{1.252}{\operatorname{Sen}100} = 1.252$$

$$\theta = 29.7^\circ; \quad \delta = 50.3^\circ$$

Figura 4-18 Suma de $\overline{W}$ y $\overline{Q}$

Para determinar su magnitud, se deberá sumar el vector $\overline{Q}$ a la resultante de $\overline{W} + \overline{U}$ de la forma representada en la figura 4-19.



$$\overline{W} + \overline{U} = 0.657$$

$$\overline{Q} = 0.63$$

$$|\overline{W}+\overline{U}+\overline{Q}| = \sqrt{(W+U)^2+Q^2-2(W+U)(Q)\cos 120}$$

$$|\overline{W} + \overline{Q} + \overline{U}| = R = \underline{1.115\ W}$$

Figura 4-19 Suma de $\overline{W} + \overline{Q} + \overline{U}$

4.3. ANALISIS ESTEREOGRAFICO PARA UN PLANO.

4.3.1. Determinación del factor de seguridad.

Para la determinación del factor de seguridad contra deslizamiento, es necesario trazar en el estereograma el círculo de fricción, que para el caso precedente tendrá un radio de - $\phi = 40^{o}$.

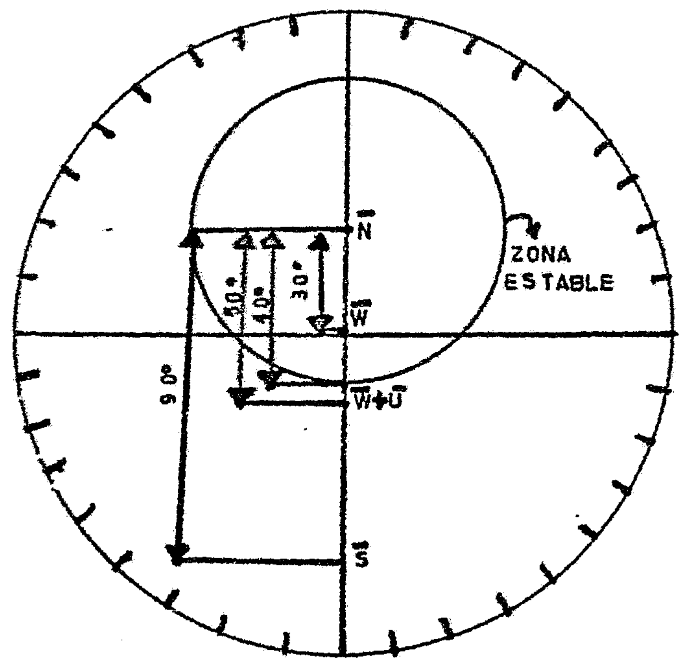
Al trazar el cono de fricción figura 4-20 a, se observa- que el punto que representa el peso propio $\overline{W}$, esta dentro de- el círculo, y ubicado a 30^{o} del polo, con lo que el FS que se obtiene es:

$$FS = \frac{Tg\ \phi}{Tg\ \phi'} = \frac{Tg\ 40^{o}}{Tg\ 30^{o}} = 1.45$$

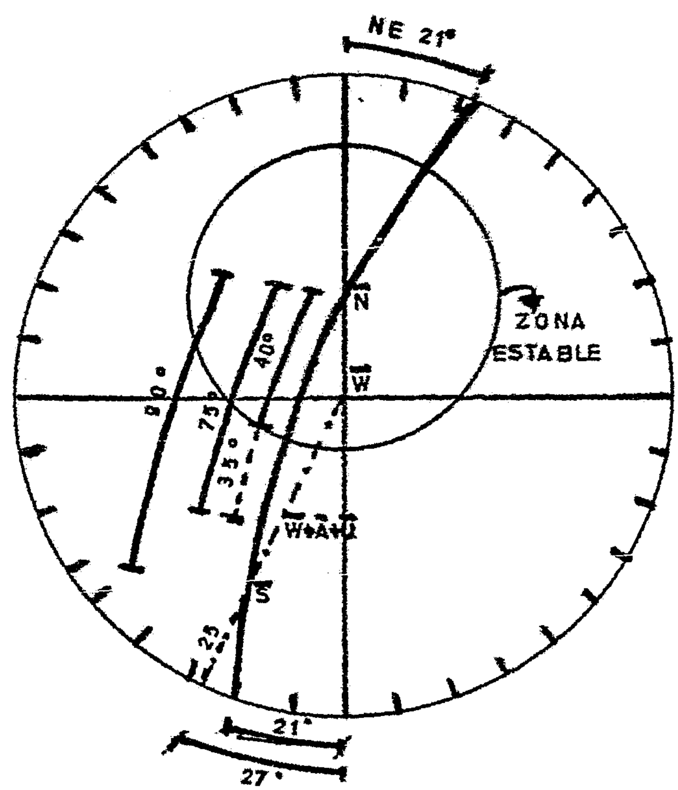
Si le sumamos la subpresión de o.44 W, la resultante de- la suma queda representada por un punto que está fuera del — círculo, separado 50^{o} del polo, con lo que se deduce que sí - existirá deslizamiento; siendo FS igual a:

$$FS = \frac{Tg\ 40^{o}}{Tg\ 50^{o}} = 0.70$$

Para determinar la dirección del deslizamiento, se ten— drá que hacer coplanar la resultante con el polo, a partir de él, sobre el meridiano que los hace coplanares, se mide 90^{o} - hacia donde queda representada la resultante, es aquí donde -



a).-



b).-

Figura 4-20 Análisis de Estabilidad para un plano.

marceremos el punto S. Uniendo $\bar{S}$ y $\bar{W}$ con una línea recta prolongada hasta cortar la circunferencia, estamos señalando el rumbo del deslizamiento, y la separación entre S y la circunferencia, es el echado.

En la figura 4-20 a, se observa que el deslizamiento, en el caso de W + U, tiene el mismo rumbo y echado de la falla.

Para el caso de tener otra fuerza $\bar{Q}$ añadida a las dos anteriores, el punto que representa la suma queda separada del polo 75° sobre el meridiano que los hace coplanares, por lo que el deslizamiento es posible, y su FS es:

$$FS = \frac{Tg\ 40^\circ}{Tg\ 75^\circ} = 0.22$$

El plano de deslizamiento figura 4-20 b, tendrá un rumbo de SW 27° y un echado de 25°

4.3.2. DIRECCION DE LA MINIMA FUERZA QUE OCASIONARA LA FALLA.

La orientación de la mínima fuerza NW que se requiera para causar la falla, es fácil de determinar usando el estereograma y el polígono de fuerzas.

Se observa en la figura 4-20 a, que existen diferentes formas de llevar a $\bar{W}$ al limite del círculo de fricción, o lo que es lo mismo, hacer el factor de seguridad igual a 1.

Sin embargo, sólo existe una dirección que hará que el desplazamiento de W sea el mínimo posible, en el estereograma figura 4-20 a, se observa que la mínima separación es de 10^{o}, con lo que el polígono de fuerzas queda como lo muestra la figura 4-21.

$$N\ W = W \text{ Sen } 10^{o}$$

$$N\ \cancel{W} = 0.17\ \cancel{W}$$

$$N = 0.17$$ Aceleración del sismo que hará FS = 1.

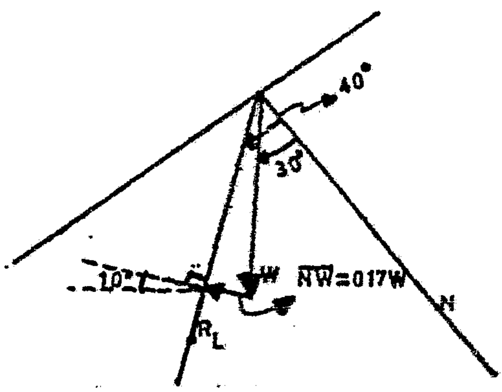


Figura 4-21 Mínima fuerza del sismo que hará FS = 1.

4.3.3. DIRECCION Y MAGNITUD DEL ANCLAJE OPTIMO

La dirección en que se colocará el anclaje necesario para aumentar el FS a 1, será la dirección del meridiano que haga coplanar a la resultante con el polo, y la magnitud se obtiene utilizando el ángulo existente entre el círculo de fricción y la resultante.

Para el caso precedente, la dirección del anclaje resultó ser NE 21^{o} y la separación entre la resultante y el círculo de fricción de 35^{o}, figura 4-20 b.

La magnitud y echado del anclaje se obtiene, como se --- muestra en la figura 4-22.

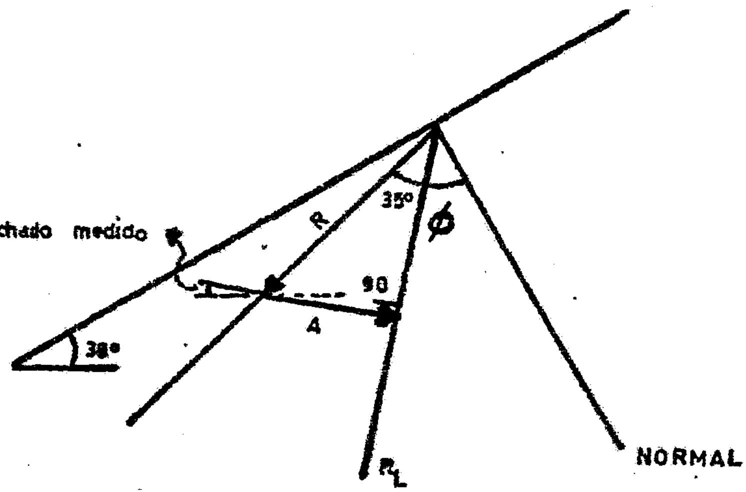


Figura 4-22 Anclaje óptimo FS = 1.

En el caso que se quiera un factor de seguridad mayor se procede como a continuación se explica.

Por ejemplo, si se quiere FS = 2.5 ; $FS = \frac{Tg\ \emptyset}{Tg\ \emptyset'} = 2.5 = \frac{Tg\ 40^{o}}{Tg\ \emptyset'}$

$$\emptyset' = \text{Ángulo Tg}\ \frac{Tg\ 40^{o}}{2.5} = 18.55^{o}$$

Con este valor se traza un nuevo cono de fricción alrede dor de N, y se vuelve a proceder igual que cuando se requería FS = 1.

4.4. ANALISIS ESTEREOGRAFICO PARA DOS PLANOS.

4.4.1. Determinación de los posibles modos de deslizamiento.

En el análisis vectorial, se mencionó que podían existir, en el caso de 2 planos, 3 modos de deslizamiento, que son; deslizamiento solo por un plano, deslizamiento por la línea de intersección de los 2 planos, y un deslizamiento debido a que la cuña se separa de los planos de contacto.

Con ayuda del estereograma, podemos determinar de un modo mas fácil y rápido, la posible forma de deslizamiento de una cuña de roca.

En la figura 4-23 se observa que el estereograma está dividido por 4 grandes zonas, y estas a la vez por 2 zonas denominadas estable e inestable, cada grande zona esta representado un posible modo de falla como a continuación se explicará.

La zona I nos representa la posibilidad de deslizamiento solo por el plano 1, la zona II solo por el plano 2, en tanto que III nos define si el deslizamiento puede ocurrir por la línea de intersección, y por último, la zona IV señala la posibilidad de que la cuña se bote del contacto con los dos planos.

Para definir cúal es el posible modo de falla, debemos representar la suma de todas las fuerzas actúantes sobre el este reograma, y dependiendo de su ubicación podremos definir 2 situaciones; primero, si la cuña va a fallar, y segundo, en caso de que falle, de que modo lo hará.

Para ejemplificar lo anterior, digamos que nuestro resultante esta representada por un punto dentro de la zona I, esto nos indica que el deslizamiento, en caso de ocurrir, será solo por el plano 1. Para definir si va existir deslizamiento, nuestro punto deberá quedar fuera de la zona achurada que representa la zona estable, lo mismo se puede decir para las demás zonas, exceptuando en la zona IV que no existe zona estable.

La zona III, está dividida por un plano que contiene a N_1 y a N_2, la parte superior nos define la posibilidad de deslizamiento hacia arriba de la línea de intersección y la parte inferior el deslizamiento hacia abajo de dicha línea.

Cuando se explicó el concepto de cono de fricción inciso 4-25, se mencionó que éste se origína al girar un vector R_{Ln}, alrededor de la normal, cada posición de este vector lo descompondremos en dos partes, una normal y otra tangencial al plano de acción de dicho vector para el uso de este método, es necesario definir un plano que sea normal al plano "n" y a la vez contenga la componente tangencial a R_{Ln} que cumpla la condición de ser paralela a la línea de intersección.

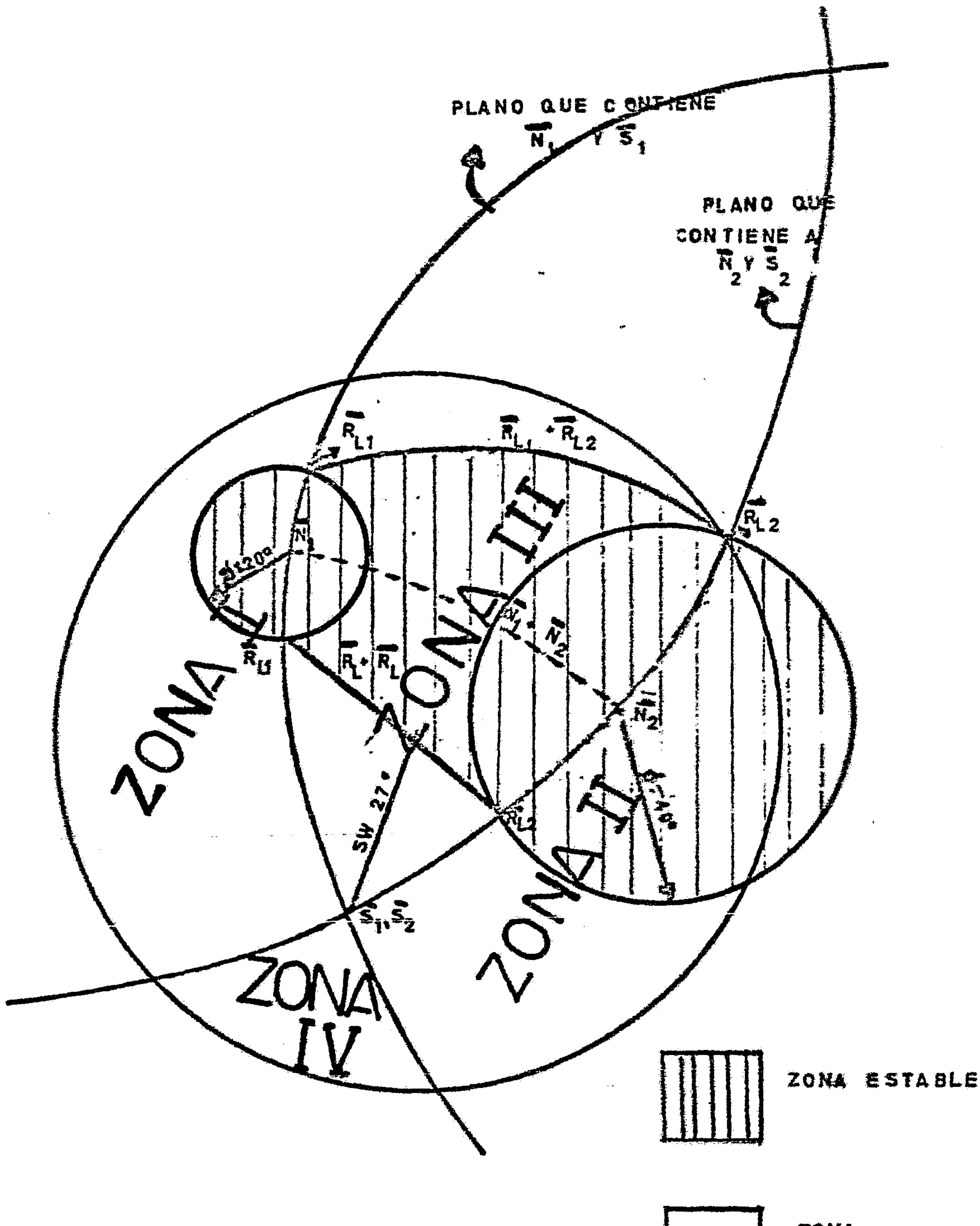
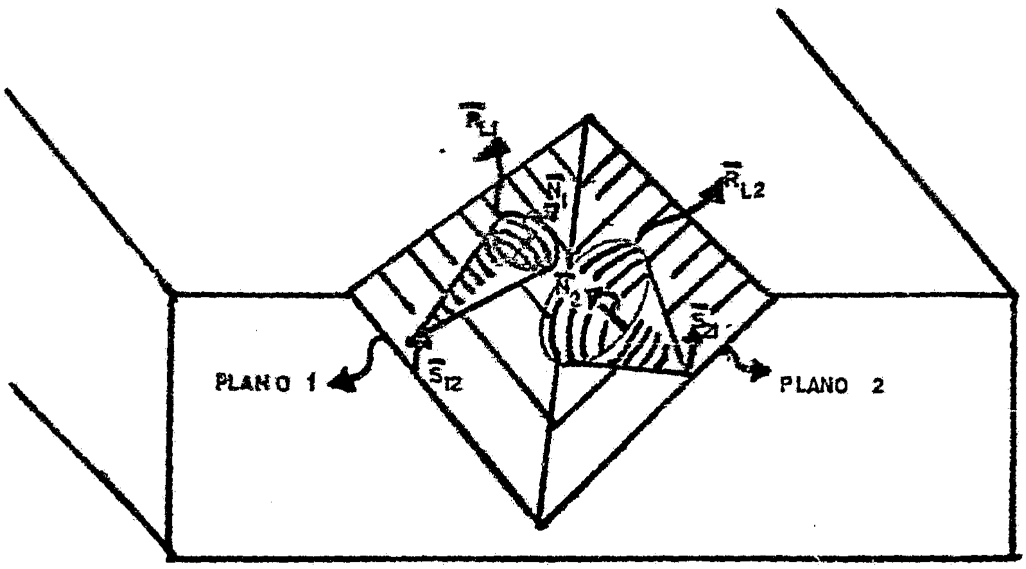
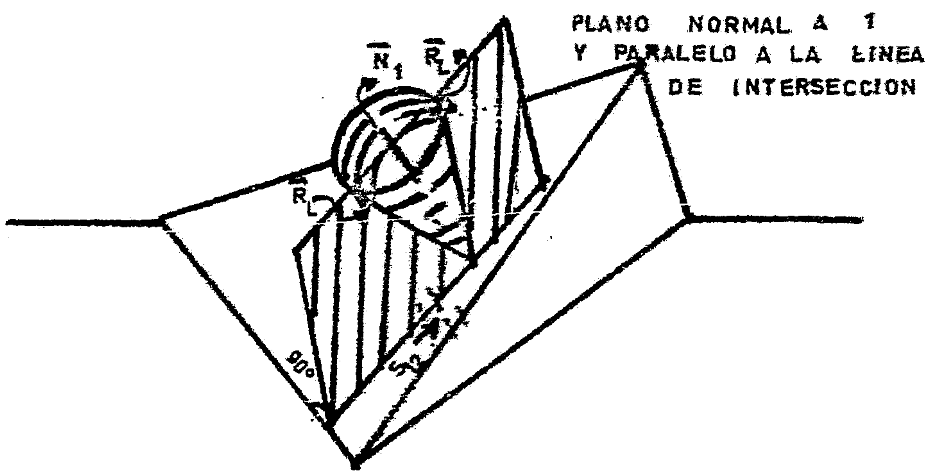


Figura 4-23 Fosibles modos de deslizamiento.

En la figura 4-24 a, se observan los conos de fricción - de los planos 1 y 2, en la figura 4-24 b, el plano que es necesario definir para establecer los límites de las zonas estable e inestable.



a). Conos de fricción.



b). Plano normal a 1 y paralelo a la línea de intersección.

Figura 4-24 Conos de fricción en dos planos.

Si fijamos la atención en la figura 4-24 b, observaremos que éste plano contiene 2 vectores R_L diametralmente opuestos, (esto es importante cuando se le representa en el estereograma), lo mismo sucede en el caso del plano 2.

Al hacer la representación del polo del plano "n" en el estereograma, ya tenemos la normal a dicho plano, con lo que unicamente nos hace falta definir $\overline{S}_{12}$ para localizar el plano que cumpla con las condiciones ya establecidas.

Nosotros sabemos que $\overline{S}_{12}$ es paralelo a la línea de intersección, y que ésta queda marcada en el estereograma por el cruce de los meridianos que representan los planos 1 y 2; al ser paralelos $\overline{S}_{12}$, $\overline{S}_{21}$ y la línea de intersección estos puntos están contenidos en un mismo plano, con lo que la ubicación del otro punto necesario para trazar el plano está en el punto de cruce de los meridianos de los planos 1 y 2.

El meridiano que contiene N_1 y S_{12} cruza al círculo de fricción en dos puntos, estos son los que representan a los dos R_{L1} ya mencionados, lo mismo sucede en el caso del plano 2.

Si sumamos R_{L1} con R_{L2}, el vector resultante quedará en algún lugar del meridiano que los une, entonces este meridiano representa todas las posibles combinaciones de $(R_{L1}+R_{L2})$, la zona que queda dentro de estos dos meridianos y la circunferencia de los círculos de fricción será la zona estable.

4.4.2. DETERMINACION DEL FACTOR DE SEGURIDAD.

En el cálculo del F.S. para una cuña de roca, debemos definir por donde puede deslizar, si lo va hacer solo por un — plano o por la línea de intersección.

Si el deslizamiento ocurre sólo por un plano, el factor de seguridad se determina haciendo coplanar la resultante con el polo del plano por donde puede existir el deslizamiento, — midiendo sobre el meridiano el ángulo ϕ' que existe entre — ellos. Aplicando la fórmula ya conocida se obtiene $FS = \frac{Tg\phi}{Tg\phi'}$ veamos el siguiente ejemplo.

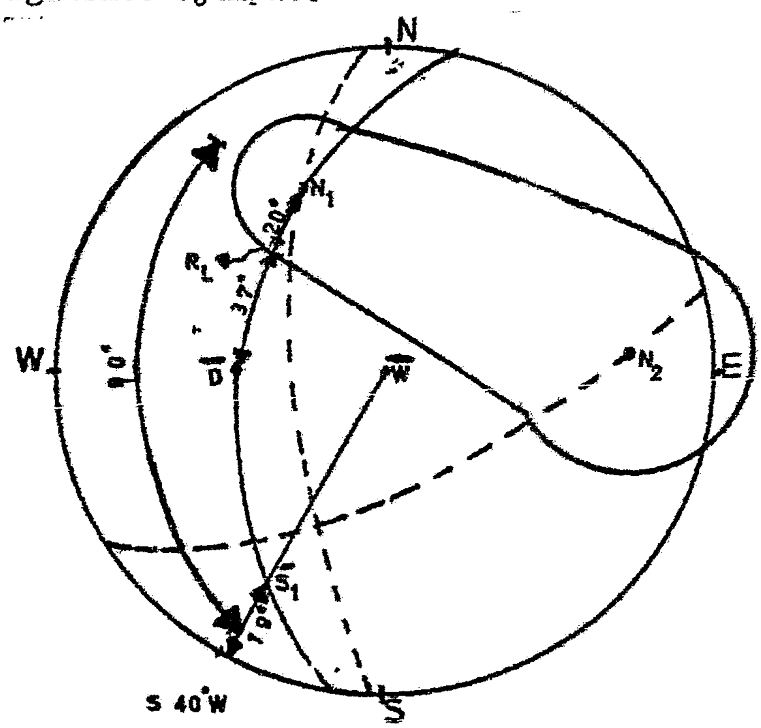
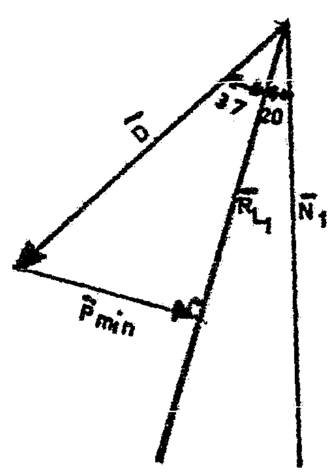


Figura 4-25 Deslizamiento solo por un plano.

Supongamos que la resultante de todas las fuerzas $\bar{D}$, pre voca un deslizamiento solo por el plano 1 figura 4-25, para - determinar el FS, primero hay que hacer $\bar{D}$ coplanar con $\bar{N}_1$, ya coplanar se mide el ángulo que existe entre $\bar{N}_1$ y $\bar{D}$, que en este caso es $37^\circ + 20^\circ = 57^\circ$, sabiendo que el ángulo $\emptyset_1 = 20^\circ$,- el FS que se obtiene es:

$$FS = \frac{Tg\ 20^\circ}{Tg\ 57^\circ} = 0.24$$

Para determinar cúal va ser la dirección del deslizamiento, es necesario marcar el punto S, a 90° de N_1 sobre el meridiano ya mencionado, posteriormente se traza una línea recta de W a S, prolongándose hasta el extremo de la circunferencia, en el punto de contacto está señalada la dirección del deslizamiento, y la separación que existe entre S_1 y el punto de - contacto, será el echado de plano de deslizamiento, que en este caso son S 40° W y 19° respectivamente.



P min = D Sen 37°

. Figura 4-26 Anclaje mínimo FS = 1

Si queremos colocar anclaje para estabilizar la cuña con el mínimo F.S, esto es FS = 1, deberemos colocarlo en la dirección del meridiano que hace coplanar a N_1 con D, y debe tener un valor P min = D Sen 37° figura 4-26, su echado se mide directamente del dibujo.

En caso de tener un deslizamiento por la línea de intersección, el procedimiento es el siguiente: se deberá hacer coplanar el punto que representa la línea de intersección de las fallas con la resultante $\overline{B}$, a partir de ésta y sobre el meridiano, se medirá el ángulo que existe con respecto a la intersección de este con$(R_{L_1} + R_{L_2})$ y con $(N_1 + N_2)$, una vez echo esto se calcula el FS como:

$$FS = \frac{Tg\ (\measuredangle \text{ entre } (\overline{N}1 + \overline{N}2) \text{ y } (\overline{R}_{L_1} + \overline{R}_{L_2}))}{Tg\ (\measuredangle \text{ entre } (\overline{N}_1 + \overline{N}_2) \text{ y } (\overline{B}))}$$

En la figura 4-27 se han hecho coplanares B y $(\overline{S}_1, \overline{S}_2)$ por lo que se puede proceder a medir el ángulo que existe entre $(\overline{R}_{L_1} + \overline{R}_{L_2})$ y $(\overline{N}_1 + \overline{N}_2)$ que en este caso es 33°, y el ángulo entre $(\overline{N}_1 + \overline{N}_2)$ y $\overline{B}$ es de 33 + 18 = 51° con lo que el FS es:

$$FS = \frac{Tg\ 33^\circ}{Tg\ 51^\circ} = 0.24$$

El deslizamiento ocurrirá por la línea de intersección y esta tiene una dirección de S 27° W con un echado 40° hacia abajo.

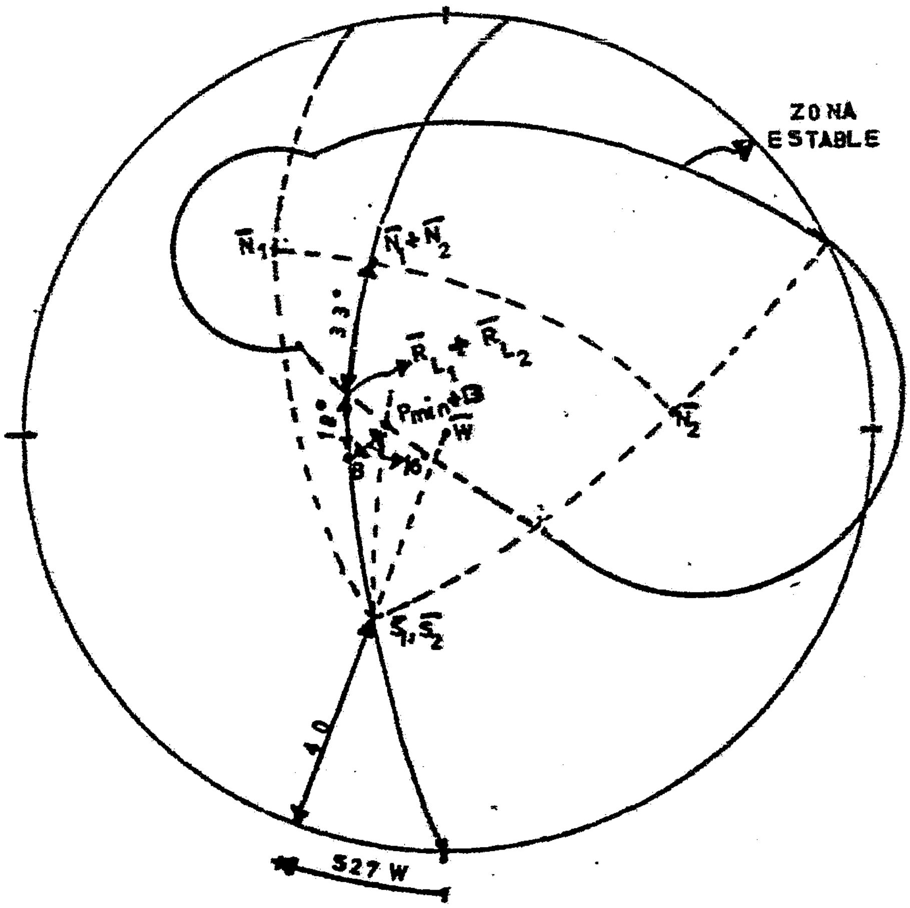


Figura 4-27 Deslizamiento por la línea de intersección.

Para localizar cuál es la magnitud del anclaje que llevará el FS a 1, debemos de girar el estereograma y localizar — cuál es el menor ángulo que existe entre B y el meridiano que une R_L con R_L , que resulta ser de 16^{0} para este ejemplo, figura 4-28.

4.5. ANALISIS PARA TRES PLANOS.

En el caso de deslizamiento de una cuña por tres planos, o más, el análisis se complica solo ligeramente.

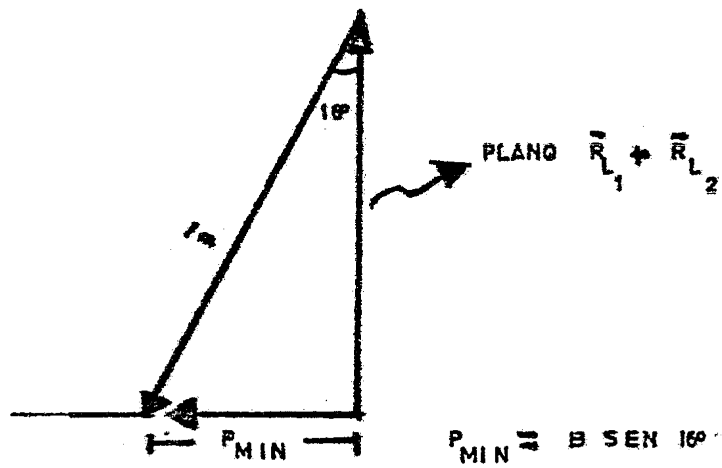


Figura 4-28 Anclaje óptimo para el caso del deslizamiento por la línea de intersección.

La diferencia entre 3 y 2 planos, radica que en el estereograma existe otro cono de fricción; dependiendo de la ---- orientación de las fuerzas actuantes, el deslizamiento puede-ocurrir por uno o dos de los tres planos, o también puede suceder que se bote la cuña. Los métodos para determinar la mínima fuerza que puede causar el deslizamiento, la determinación del factor de seguridad, etc., son idénticos a lo descrito para dos planos.

En la figura 4-29, se pueden observar los conos de fricción sobre cada uno de los planos, los vectores S_{21} y S_{23}, S_{23} y S_{32}, S_{13} y S_{31} son paralelos a las líneas de intersección 12, 23 y 31 respectivamente.

El trazo de las líneas o círculos de fricción, se hace -

exactamente como se expresó para 2 planos, en la figura 4-30, están marcados los posibles modos de deslizamiento dependiendo en donde se ubique la resultante.

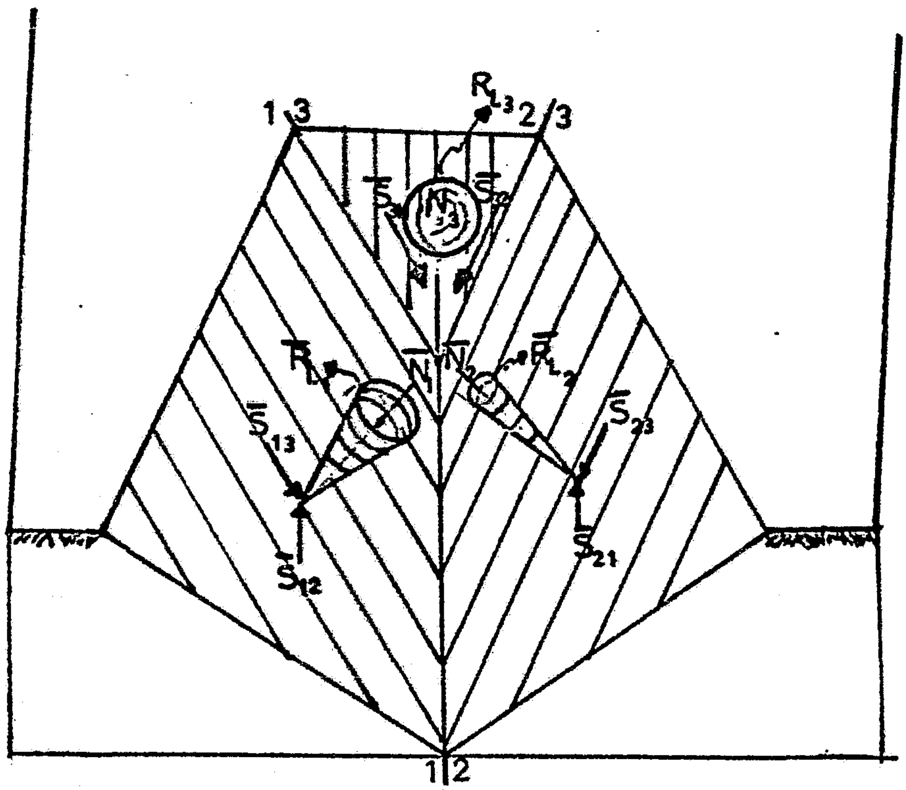
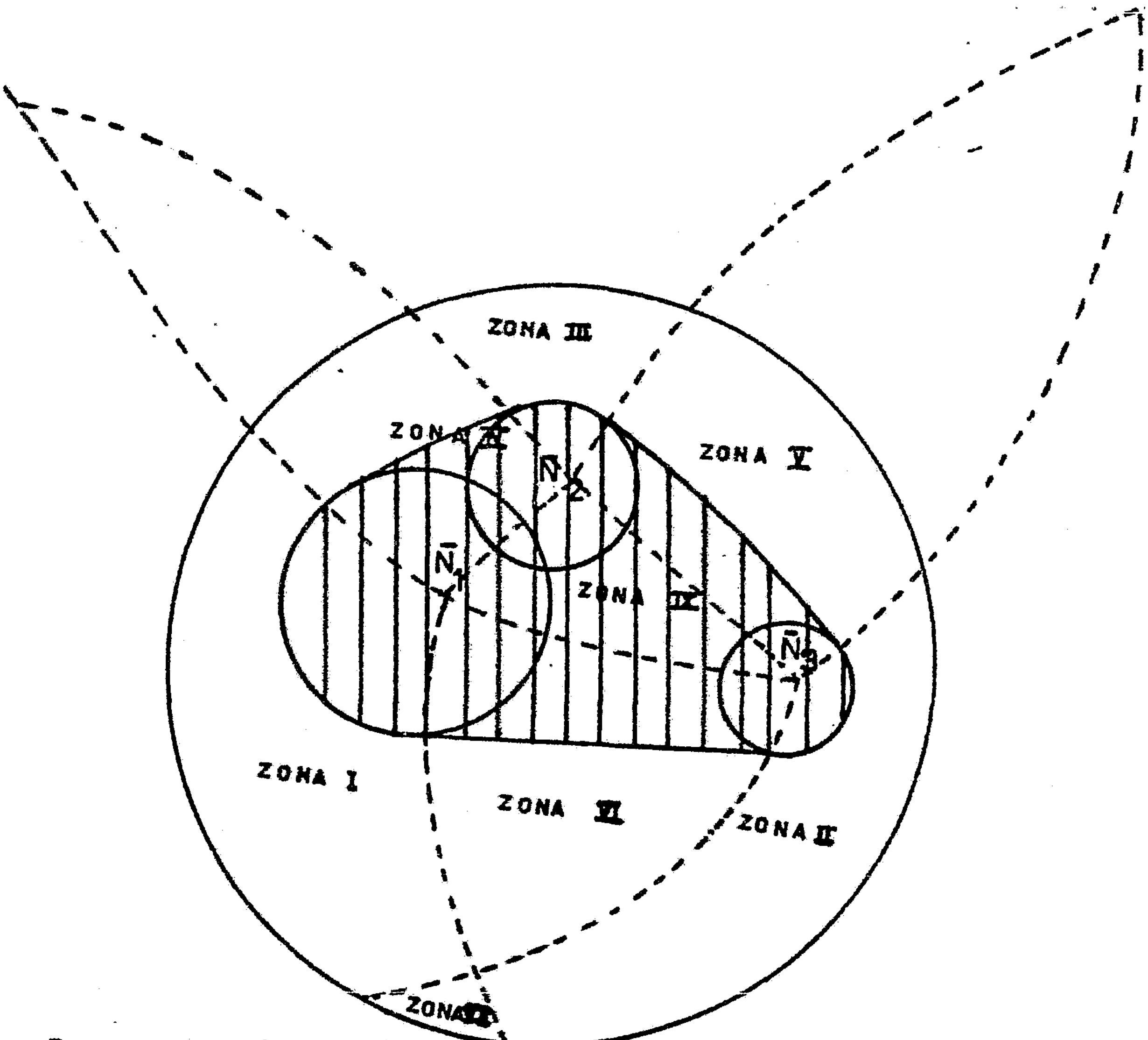


Figura 4-29 Conos de fricción.



Zona	Deslizamiento por
I	Solo plano I
II	" " II
III	" " III
IV	por la línea de intersección entre 1 y 3
V	por la " " " 2 y 3
VI	" " " " " " 1 y 2
VII	la cuña se despega
IX	Zona estable

Zona estable

Zona inestable

Figura 4-30 Posibles modos de deslizamiento (tres planos).

4.6. Determinación estadística de los posibles planos de falla.

4.6.1. Uso del estereograma de igual aréa.

En los casos anteriores hemos considerado una falla perfectamente definida, situación difícil que se presenta en la realidad, esta parte obtendremos una falla teórica a partir de los polos de las fallas que se determinan en el campo, — usando el método de Turner and Weiss.

Para usar este método es necesario trazar los polos de las fallas sobre un estereograma ecuatorial de igual ángulo, además una regla que se construye como lo muestra la figura 4-30, dicha regla se fabrica tomando en cuenta el diámetro "D" del estereograma y se hace con un material transparente.

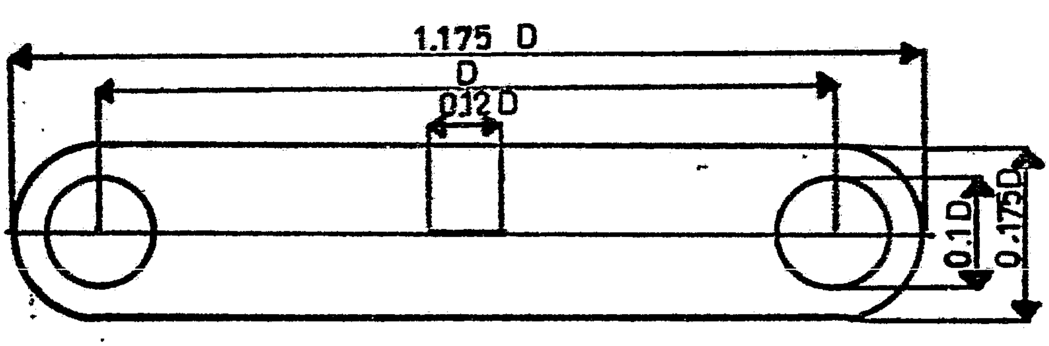


Figura 4-30 Regla utilizada en el método de Turner and Weiss.

La forma de utilizar la regla es la siguiente, figura -- 4-31, primeramente se trazan sobre el estereograma una malla que estará formada por cuadros cuyos lados serán iguales a - D/20, después se representarán sobre el estereograma únicamente los polos de las fallas que se obtuvieron en campo, -- una vez hecho lo anterior, se coloca el centro de uno de los círculos de la regla en cada una de las aristas de los cuadros, contando los polos que se encuentran dentro del círculo y anotando en cada arista el número obtenido; en caso de que algún polo se encuentre en la circunferencia, se deberá tomar en cuenta para esta arista, así como también para cualquier otra que lo incluya.

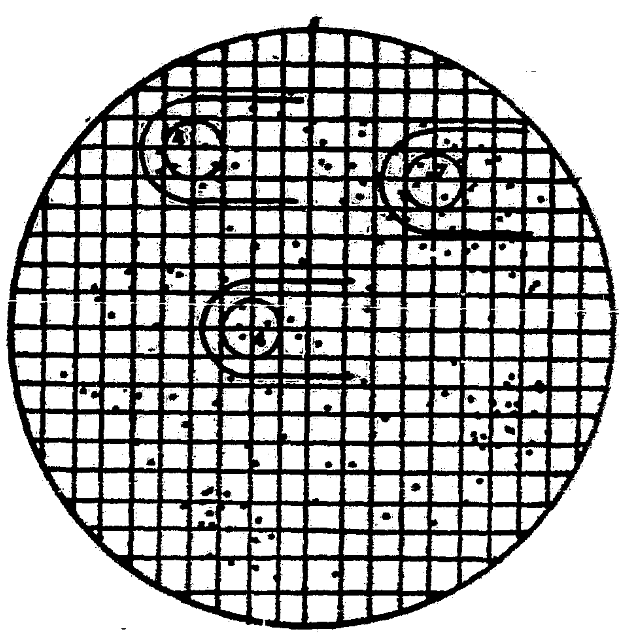


Figura 4-31 Uso de la regla.

Posteriormente se obtiene y se marca el porcentaje representado en cada arista. Por último, se deberán unir los -

puntos de igual porcentaje de la misma forma en que se trazan las curvas de nivel, figura 4-32.

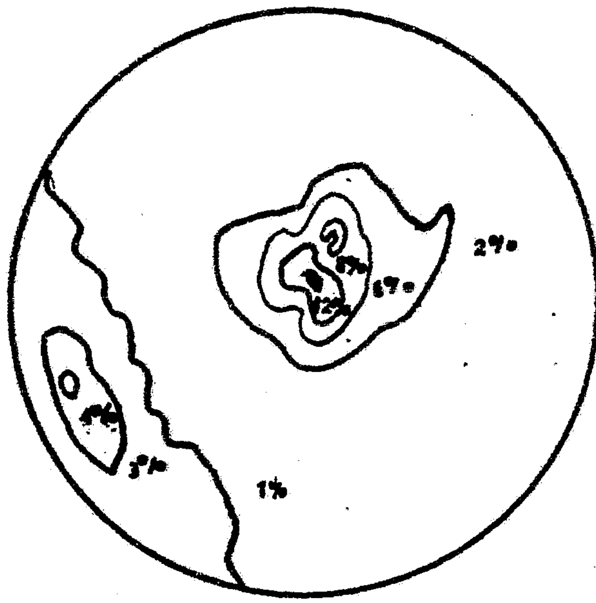


Figura 4-32 Curvas de igual concentración de polos.

4.6.2. Evaluación de los posibles modos de falla.

Después de obtener la representación de los polos, estos pueden quedar distribuidos como se muestra en la figura-4-33, la línea continua representa el talud y la discontinua el plano de falla.

En dichas figuras se observan las diferentes formas en-

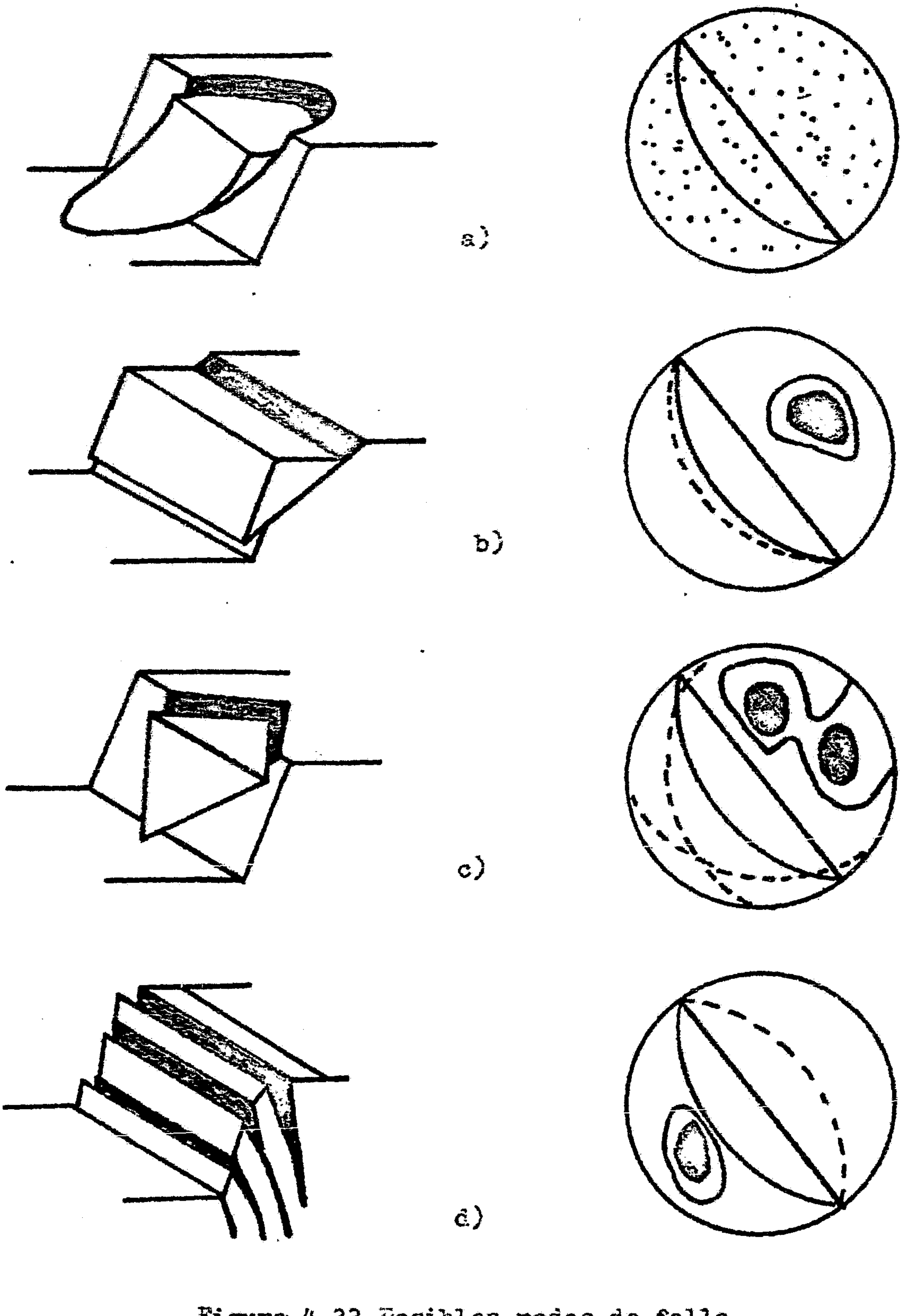


Figura 4-33 Posibles modos de falla.

que se pueden concentrar los polos y su posible modo de falla. En la figura 4-33.a, los polos no tienen un punto preferencial de concentración, si no que están dispersos en todo el estereograma, por lo que existe la posibilidad de que se presente una falla rotacional, tal como sucede en un suelo.

En la figura 4-33.b, existe una concentración de polos del lado contrario del talud, dichos polos generan una falla teórica del mismo lado en que se encuentra el talud, obteniendose así un posible deslizamiento translacional sobre un plano.

En la figura 4-33.c, se presentan 2 concentraciones importantes de polos que obligan a tener 2 planos de falla, generando la posibilidad de un deslizamiento translacional en dos planos.

Por último, en 4-33.d, la concentración de los polos se encuentra del mismo lado del talud, provocando así una posible falla por volteo.

Una vez obtenido el posible modo de falla, se procede a realizar los análisis de estabilidad de la misma forma como se han explicado anteriormente.

5. EJEMPLOS NUMERICOS

5.1. Análisis de una cuña de roca apoyada sobre un plano.

Calcule para cada caso, el FS de una cuña de roca apoyada sobre un plano cuyo rumbo es NE 70° teniendo un buzamiento SE 30°, el ángulo de fricción es de $\phi = 34°$ y el talud es paralelo a la falla:

a) Solo actúa peso propio.

b) Actúa peso propio y además una subpresión igual a --- 0.4 W.

c) Además de las dos fuerzas anteriores, existe una ---- Q = 0.7 W en dirección E con 30° de echado, que es el resultado de una fuerza de tensión.

d) Cual sería la aceleración del sismo que provocaría la falla?.

e) Diga cual sería la fuerza de anclaje óptimo y la di-- rección de este (solo en el caso del estereograma), - para $\bar{R} = \bar{W} + \bar{U} + \bar{Q}$.

f) Determinar si el anclaje óptimo obtenido en el caso - anterior, hace FS = 1 en el vectorial.

5.1.1. Solución estereográfica.

El primer paso será trazar los puntos cardinales en la hoja transparente que está sobre el estereograma, después marcar un punto sobre la circunferencia a 70^{o} del Norte y en dirección Este, se hace girar dicho punto de modo que coincida con el N del estereograma, se traza un meridiano a 30^{o} con respecto al Este, de éste modo dibujamos la falla, a continuación se marcará el polo de la falla y se traza el círculo de fricción, figura (5.1.a), por último, volvemos a girar la hoja a su posición original.

a). El F.S. si solo actúa W es:

$$FS = \frac{Tg\ 34^{o}}{Tg\ 30^{o}} = \frac{0.675}{0.577} = 1.168$$

Los 30^{o} son medidos del centro hacia el polo sobre el E-W, figura 5.1.b.

b). Se determinará el punto en donde actúa la resultante por medio del polígono de fuerzas, figura (5.2), (5.3) y (5.4).

En la figura 5.2 se observa la posición que guardan los vectores W y U entre sí. La suma vectorial queda representada en la figura 5-3; suponiendo que W = 1 y U = 0.4 W se obtiene:

$$\overline{W} + \overline{U} = \sqrt{\overline{W}^2 + \overline{U}^2 - 2\ (\overline{W})(\overline{U})\ \mathrm{Cos}\ 30^{o}}$$

$$\overline{W} + \overline{U} = \sqrt{1^2 + 0.4^2 - 2\ (1)\ (0.4)\ \mathrm{Cos}\ 30^{o}}$$

$$\overline{W} + \overline{U} = 0.648$$

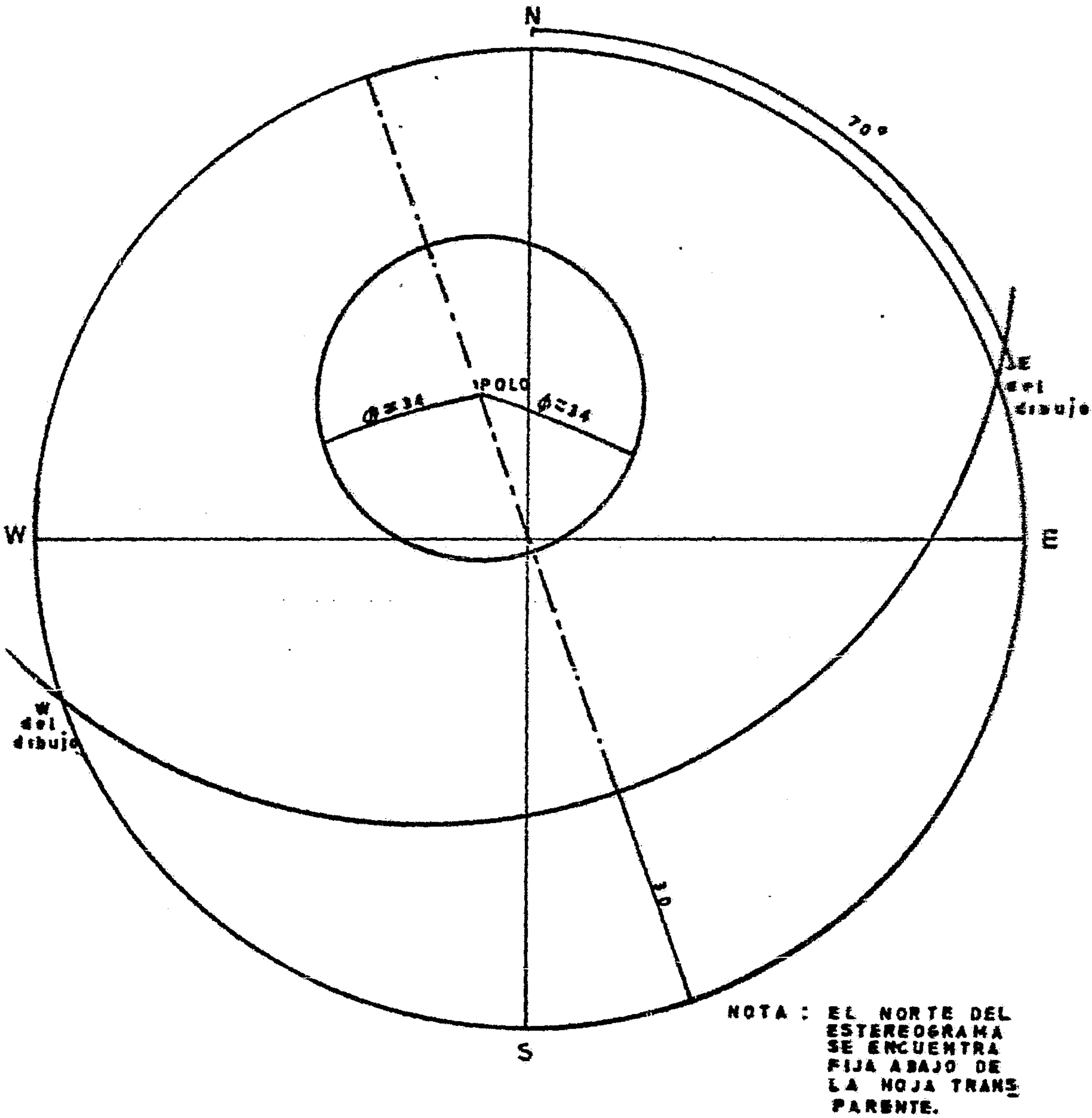


Figura 5.1.a Plano de falla y círculo de fricción.

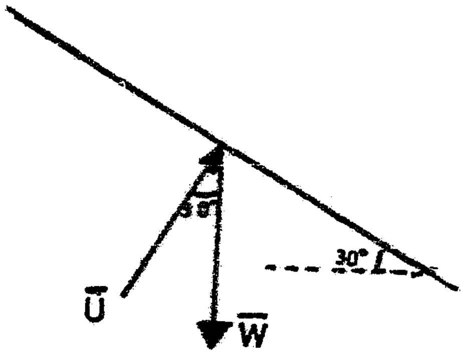


Figura 5-2 Dirección de los vectores $\overline{W}$ y $\overline{U}$.

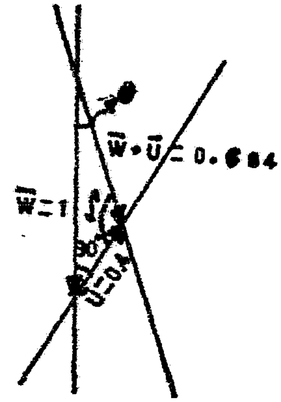


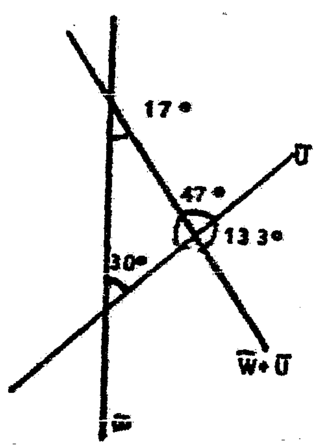
Figura 5-3 Suma de los vectores $\overline{W}$ y $\overline{U}$

Aplicando la ley de los senos se deducen δ y θ .

$$\frac{0.4}{\text{Sen } \theta} = \frac{1}{\text{Sen } \delta} = \frac{0.548}{\text{Sen } 30} = 1.368$$

$\delta = 46.97 = 47.00$; $180^\circ - 47^\circ = 133^\circ$

$\theta = 17.00$



17° entre $\overline{W}$ y $\overline{W} + \overline{U}$

47° entre $\overline{W} + \overline{U}$ y $\overline{U}$

Figura 5-4 Angulos entre $\overline{W}$, $\overline{U}$ y $\overline{W} + \overline{U}$

En el estereograma figura 5-1.b, la suma $\overline{W} + \overline{U}$ queda re

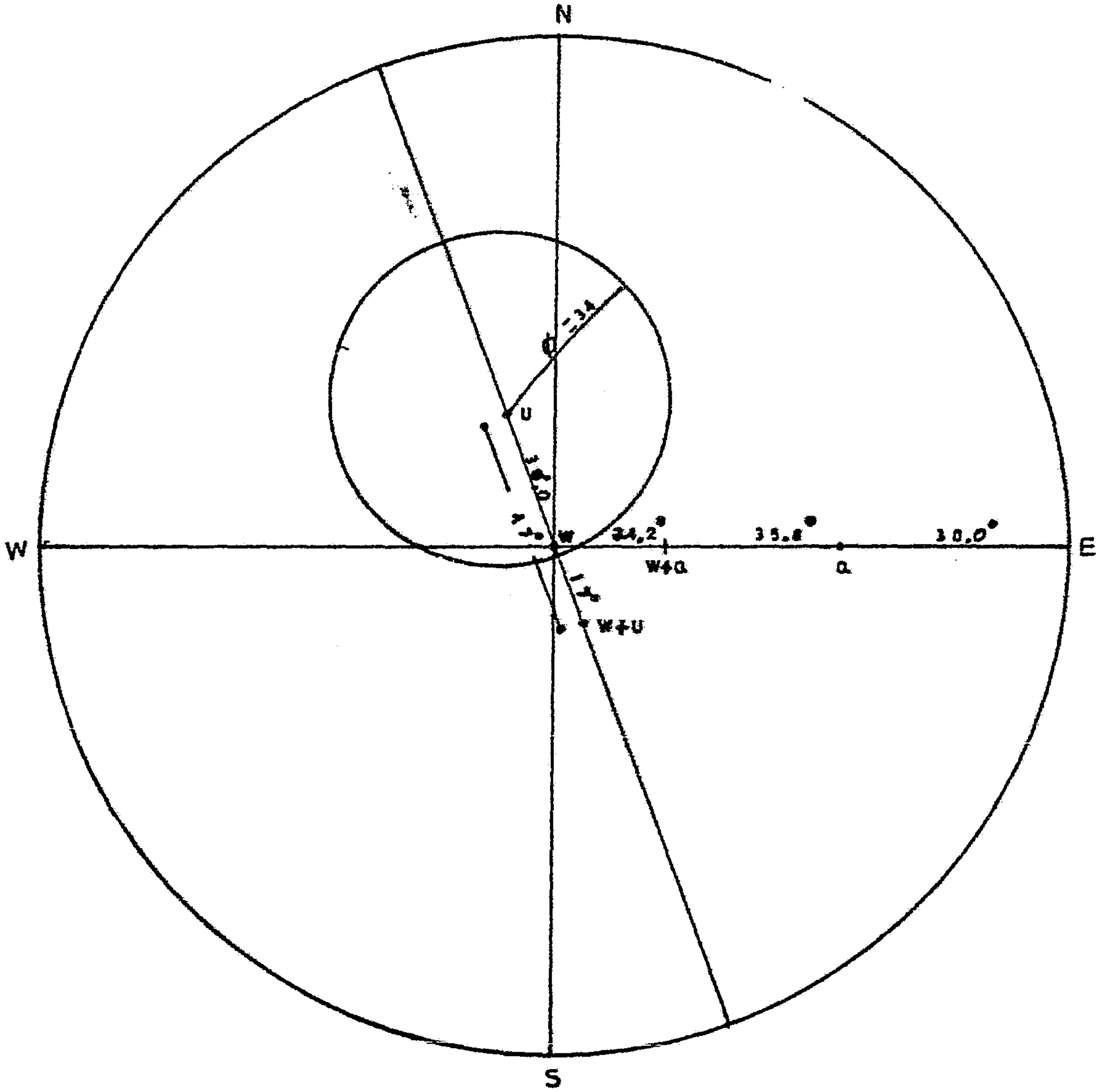


Figura 5.1.b Representación de las sumas
W + U y W + Q.

presenta por un punto a 17° de W y a 47° de U sobre el eje — N-S, figura (5.1).

Con lo que FS es igual a:

$$FS = \frac{Tg\ 34^{\circ}}{Tg\ 47^{\circ}} = \frac{0.675}{1.072} = \underline{0.629}$$

c). Observese la figura 5-5, con ayuda de ella determinaremos los ángulos existentes entre los vectores —— $\overline{W} + \overline{U}$ y $\overline{Q}$ y a la vez obtendremos la resultante.

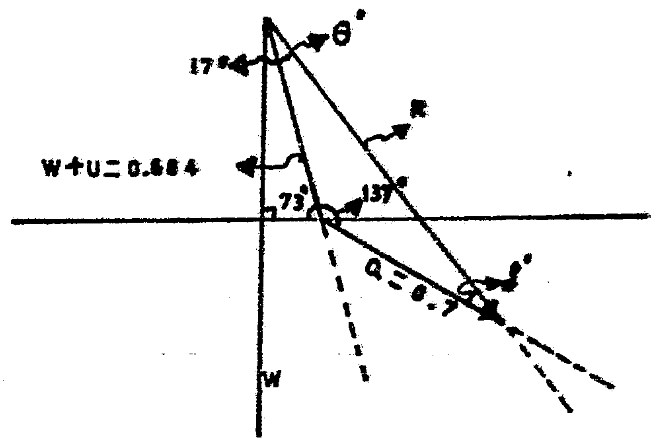


Figura 5-5 Suma de los vectores $\overline{W} + \overline{U}$ y $\overline{Q}$

Se observa en la figura 5-5, que el ángulo existente entre W + U y Q es $107^{\circ} + 30^{\circ} = 137^{\circ}$, con esto, y aplicando la ley de los cosenos, obtendremos el valor de la resultante.

$$R = \sqrt{\overline{Q}^2 + (\overline{W}+\overline{U})^2 - 2\ (\overline{Q})\ (\overline{W}+\overline{U})\ \text{Cos}\ 137^{\circ}}$$

$$R = \sqrt{0.7^2 + 0.684^2 - 2\ (0.7)\ (0.684)\ \text{Cos}\ 137^{\circ}}$$

$$R = 1.288 = \overline{W} + \overline{Q} + \overline{U}$$

El siguiente paso será determinar la suma de W y Q, solo con el fín de representar la resultante en el estereograma. - De la figura 5-6 obtendremos los ángulos existentes entre --- W y Q.

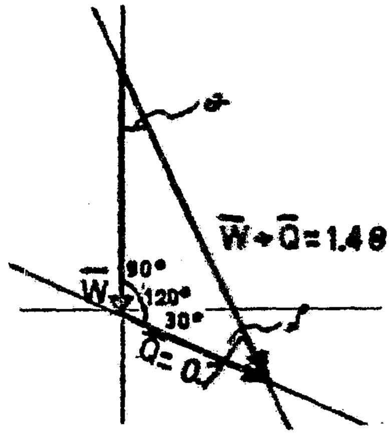


Figura 5-6 Resultante de la suma de los vectores $\overline{W}$ y $\overline{Q}$.

Aplicando la Ley de los cosenos encontraremos la magni-- tud de $\overline{W}+\overline{Q}$.

$$\overline{W}+\overline{Q}=\sqrt{\overline{W}^2+\overline{Q}^2-2\,(\overline{Q})\,(\overline{W})\,\mathrm{Cos}\ 120}$$

$$\overline{W}+\overline{Q}=\sqrt{1^2+0.7^2-2\,(1)\,(0.7)\,\mathrm{Cos}\ 120}$$

$$\overline{W}+\overline{Q}=1.48$$

Con la Ley de los senos determinaremos los ángulos que - existen entre $\overline{W}+\overline{Q}$ y $\overline{W}$, así como también entre $\overline{W}+\overline{Q}$ y $\overline{Q}$.

$$\frac{1.480}{\mathrm{Sen}\ 120}=\frac{1}{\mathrm{Sen}\ \delta}=\frac{0.7}{\mathrm{Sen}\ \theta}$$

Resolviendo: $\delta = 35.8$ ∡ entre $\overline{Q}$ y $\overline{W}+\overline{Q}$

$\theta = 24.2$ ∡ entre $\overline{W}$ y $\overline{W}+\overline{Q}$

Para la representación estereográfica de $\overline{Q}$ se deberá ha-

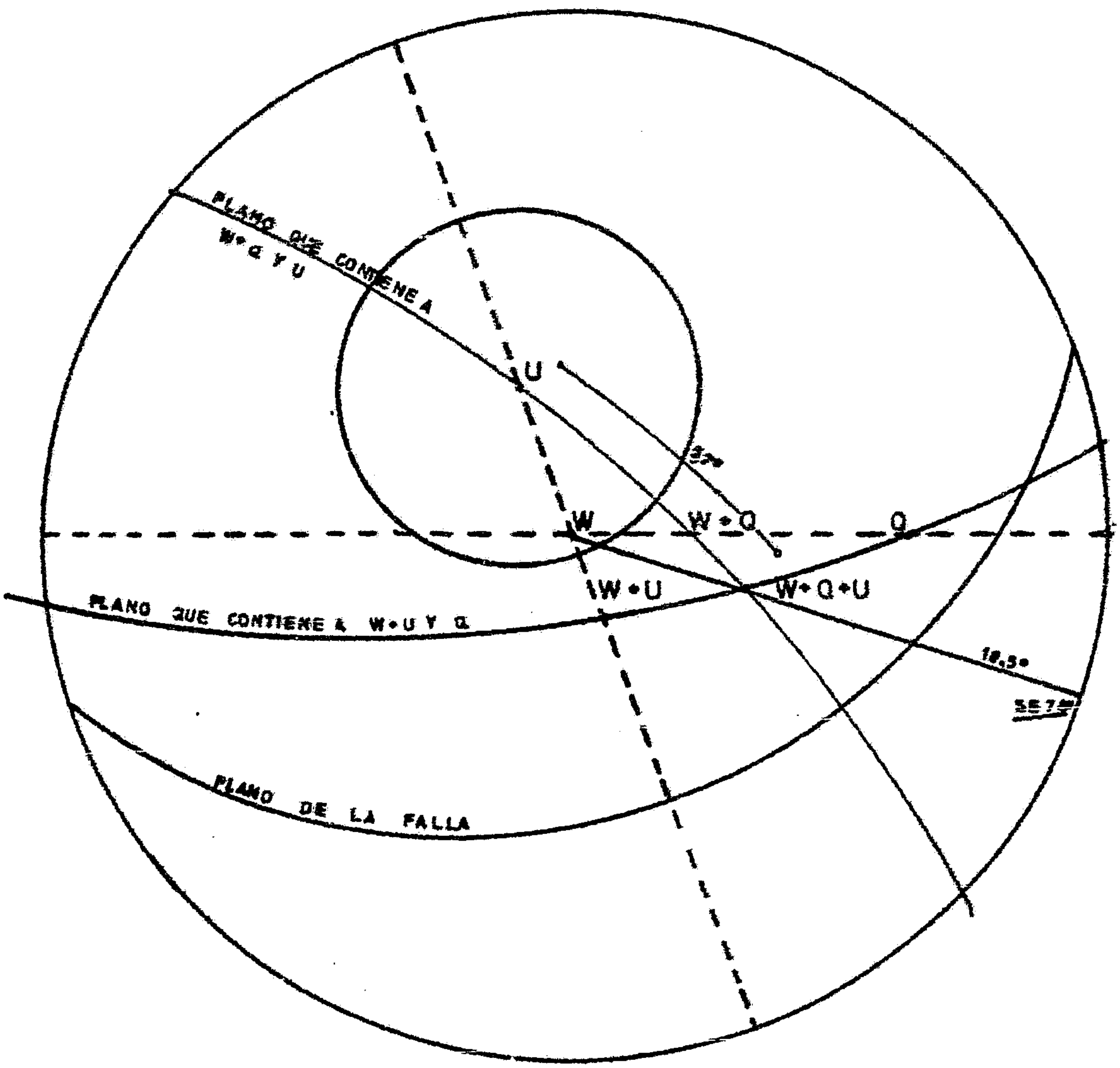


Figura 5-7 Representación de $\overline{W} + \overline{Q} + \overline{U}$

cer coincidir los puntos cardinales del estereograma con los del dibujo, marcando un punto sobre la línea E-W, separado 30° del Este, como se observa en la figura 5.1.b. En esa misma figura se tiene que el punto que representa W + Q, se encuentra 24.2° de W (centro del estereograma), y a 35.8° con respecto a Q sobre el eje E-W.

Por último, en la figura 5-7, se representa la suma de $\overline{W} + \overline{Q} + \overline{U}$, el procedimiento es el siguiente, se hace coplanar $\overline{W} + \overline{U}$ con $\overline{Q}$, y se traza el meridiano que los hace coplanares, después se debe hacer lo mismo para $\overline{U}$ y $\overline{W} + \overline{Q}$, en el punto de cruce entre estos meridianos se encuentra $\overline{W} + \overline{Q} + \overline{U}$.

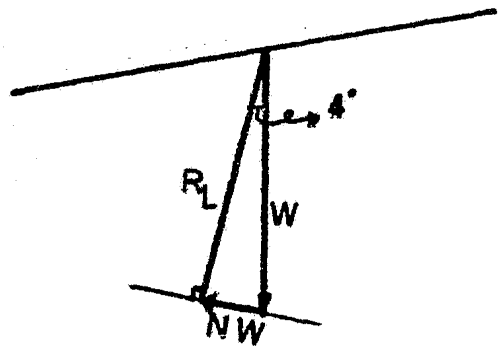
Uniendo $\overline{W}$ y $\overline{W} + \overline{Q} + \overline{U}$ con una línea recta, cruzamos la circunferencia del estereograma en un punto, dicho punto representa el plano de acción de la fuerza y es: SE 74° con un echado de 18.5°.

Ahora bién, se puede determinar en la misma figura 5-7, que el ángulo que existe entre $\overline{W} + \overline{Q} + \overline{U}$ y el polo, es de 57° medidos sobre el meridiano que los hace coplanares, con lo que el Factor de Seguridad es:

$$FS = \frac{Tg\ 34^{\circ}}{Tg\ 57^{\circ}} = 0.438$$

Procediendo como lo especificamos en el capítulo anterior determinaremos que el deslizamiento tendrá un rumbo SE 58° con un echado de 24°, figura 5-10.

d). De la figura 5-1, se observa que la separación entre W y el círculo de fricción es de 4^o con lo que:



$\cancel{W}$ Sen 4^o = N $\cancel{W}$

N = 0.07

N = 0.07g aceleración del sismo que hará fallar a la cuña.

Figura 5-8 Determinación del vector $\overline{NW}$.

e). La dirección del anclaje óptimo, será la del meridiano que hace coplanar a $\overline{W} + \overline{Q} + \overline{U}$ con el Polo, que en éste caso, figura 5-10, es N W 49°. En esa misma figura se observa que la dirección puede ser también SE 49°, aunque si la comparamos con el echado del talud, se determina que esta dirección tiende a botar la cuña.

En la figura 5-10, se tiene que el punto que representa $\overline{W} + \overline{Q} + \overline{U}$ esta separado ϕ°+ 23° del polo sobre el meridiano que los hace coplanares. Para determinar la magnitud del anclaje que hara el FS = 1, debemos de dibujar, figura 5-9, el echado de la falla con una inclinación de 30° con respecto a la horizontal, el polo a 90° con respecto a la anterior, y 2 líneas mas, una a 34° y la otra a 57° con respecto al polo, -

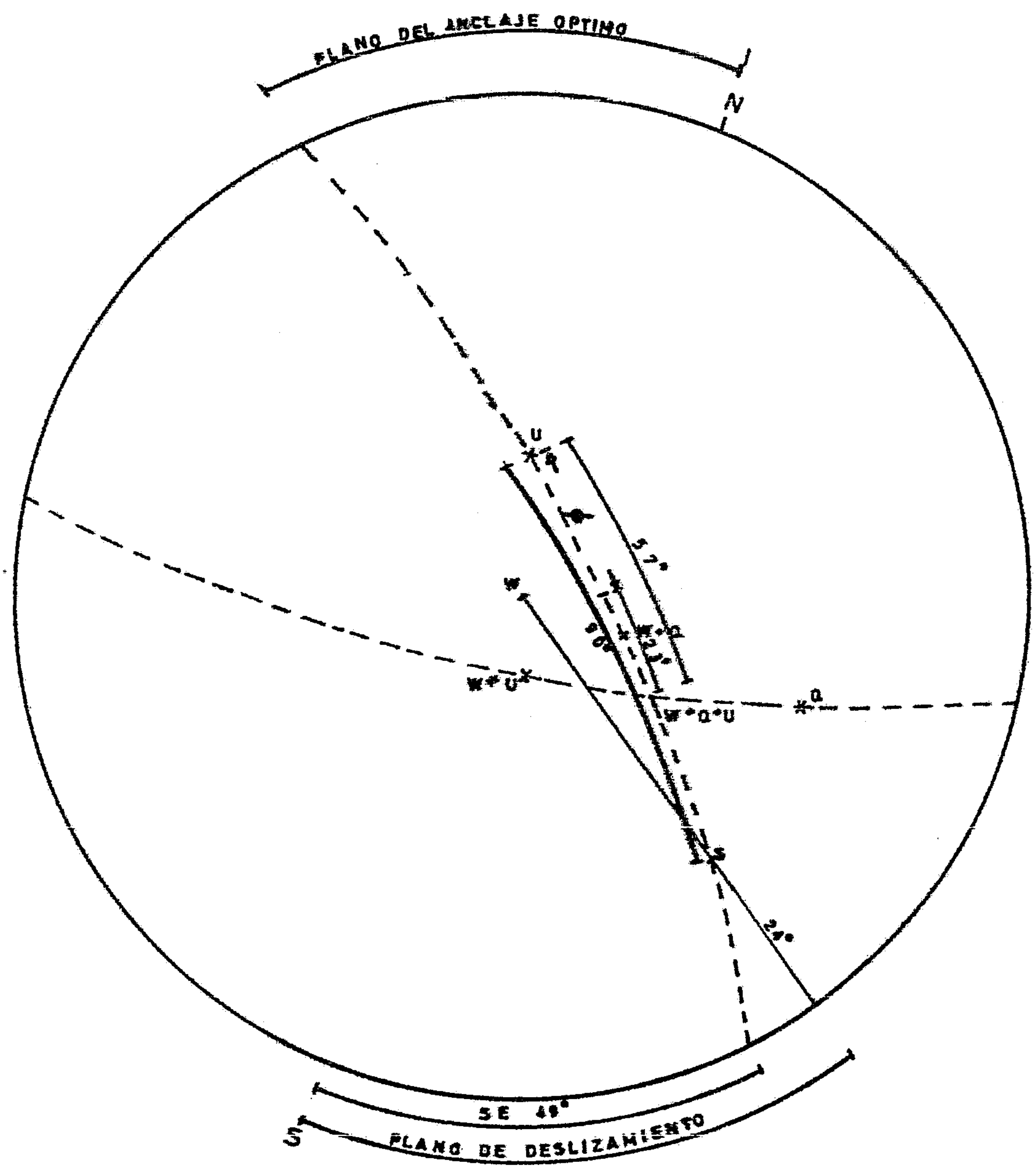


Figura 5-10 Determinación del anclaje óptimo.

la primera representa el limite del cono de fricción para FS = 1, y la segunda el plano de acción de $\bar{W} + \bar{Q} + \bar{U}$, sobre esta línea se dibujará la magnitud de la resultante, 1.288 W.

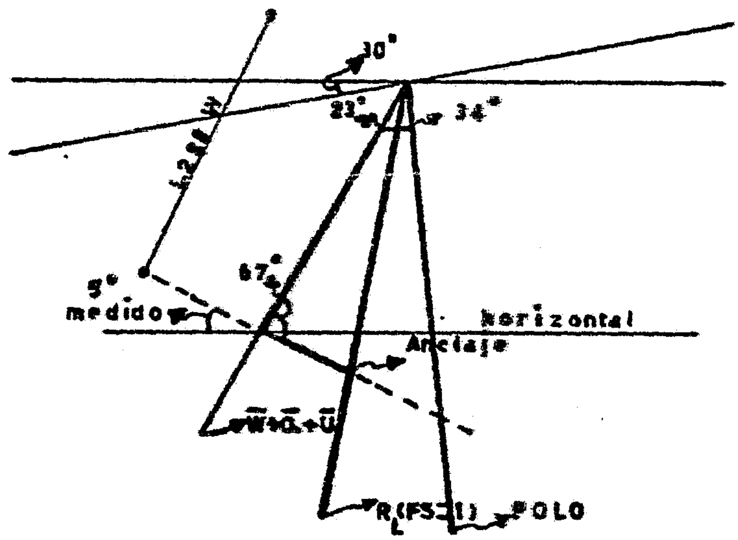


Figura 5-9 Anclaje óptimo FS = 1.

A partir de la línea que representa el limite del cono de fricción (R_L), se traza una perpendicular que pase por el extremo inferior de $\bar{W} + \bar{Q} + \bar{U}$, su magnitud es el valor del anclaje para FS = 1, y la inclinación es su echado, este último se medirá directamente del dibujo.

Magnitud del anclaje óptimo (FS = 1)

$$A = (W + Q + U) (\operatorname{Sen} 23^\circ)$$

$$A = 1.288 W (\operatorname{Sen} 23^\circ)$$

$$A = 0.503 W$$

Siendo el echado aproximadamente 5°.

Si queremos un FS = 2, se procede de la misma manera solo que el nuevo valor de $\emptyset$ será:

$$FS = 2 = \frac{Tg\ \emptyset}{Tg\ \emptyset'} = \frac{Tg\ 34^{\circ}}{Tg\ \emptyset'}$$

$$\emptyset' = 18.6$$

En la figura 5-11 se determina el valor de anclaje para FS = 2.

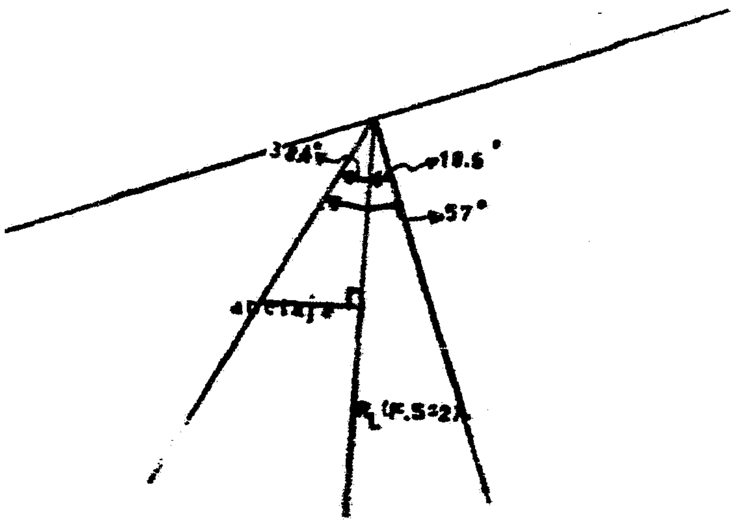


Figura 5-11 Anclaje óptimo FS = 2.

5.1.2. Solución Vectorial.

En la figura 5-12 determinaremos β y γ con ellos definiremos los vectores unitarios $\overline{u}$, $\overline{v}$ y $\overline{w}$

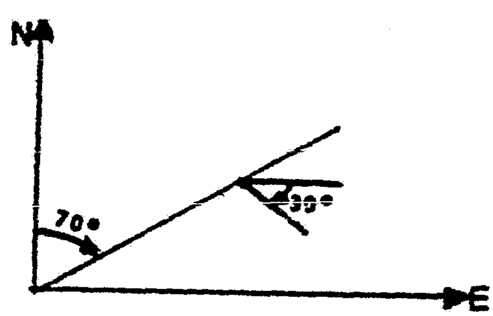


Figura 5-12 Determinación de β y γ_T.

$\overline{u}$ = (Cos β, Sen β, 0) = (1, 0, 0)

$\overline{v}$ = (Cos γ Sen β, -Cos γ Cos β, -Sen γ) = (0,-0.866,-0.500)

$\overline{w}$ = (0, 0.500. -0.866) = $\overline{u}$ X $\overline{v}$

a). Si sólo actúa W, $\overline{R_1}$ = (0, 0, -W) su componente Normal es:

$$\overline{W} \cdot \overline{w} = (0,\ 0,-W)(-0.171,\ 0.470,\ -0.866)$$

$$\overline{W} \cdot \overline{w} = 0.866\ W$$

y la componente tangencial

$$\overline{W} \cdot \overline{v} = (0,\ 0,\ -W) \cdot (0.296,\ -0.814,\ -0.5) = 0.5\ W$$

Con lo que el Factor de Seguridad se obtiene del siguiente modo:

$$FS = \frac{N \ Tg\ \emptyset}{T} = \frac{(\overline{W} \cdot \overline{w})}{(\overline{W} \cdot \overline{v})} Tg\ \emptyset = \frac{(0.866\ W)}{0.5\ W}\ Tg\ 34^{o}$$

$$FS = 1.168 > 1.0$$

b). Para determinar cual es la dirección en que actúa la subpresión, obsérvese la figura 5-13.

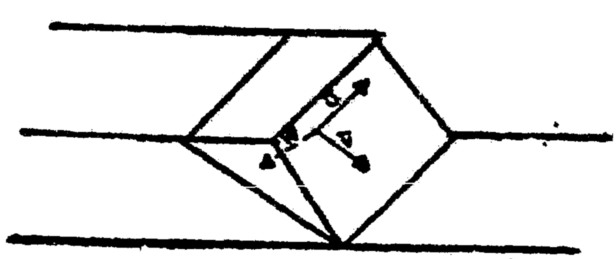


Figura 5-13 Vectores unitarios.

El vector $(\bar{w})$ va hacia adentro del macizo, con lo que la subpresión - al ser normal al plano - debe multiplicarse por- $(-\bar{w})$ para que se tenga un vector hacia fuera del talud, que es la dirección en que actúa la subpresión.

$$\bar{R}_2 = \bar{R}_1 + (0.4\ W)\ (\ -\bar{w}\ )$$

$$\bar{R}_2 = (\ 0,\ 0,\ -W\ ) + (\ 0,4\ W\ )\ (-\bar{w})$$

$$= (\ 0,\ 0,\ -W\ ) + (\ 0.4\ W\ )\ (0,\ -0.5,\ 0.866)$$

$$\bar{R}_2 = (\ 0,\ -0.2,\ -0.654\ )\ W$$

La componente Normal será:

$$\bar{N} = N\ (\bar{w}) \quad \text{Siendo } N = \bar{R}\ .\ \bar{w} = 0.466\ W$$

$$\bar{N} = (\ 0,\ 0.233,\ -0.404\ )\ W$$

$$\bar{T} = \bar{R} - \bar{N} = (\ 0,\ -0.433,\ -0.250\ )\ W$$

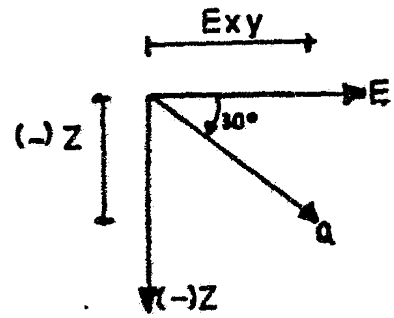
$$T = (\ 0.5\ )\ W$$

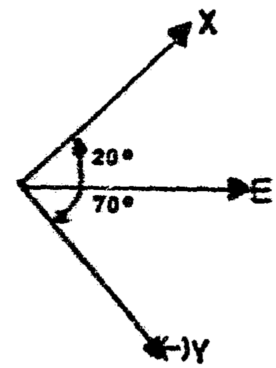
Así

$$FS = \frac{0.466}{0.5}\ Tg\ 34^{o} = 0.629 < 1.0$$

En estos dos incisos, el deslizamiento ocurre por la línea de intersección.

c). En este caso, la fuerza Q = 0.7 W con dirección Este- y un echado de 30^{o}, se descompone de la forma representada en la figura 5-14.





a)Sobre los ejes(z)y Ex-y. b)Sobre los ejes (x) y (y).

Figura 5-14 Descomposición de la fuerza Q.

Proyección de Q:

En el eje E

E_{xy} = 0.7 W (Cos 30°) = 0.606 W

En el eje z

Z = 0.7 W (Sen 30°) = -0.35 W

Proyección de E_{xy}:

En el eje x

X = 0.606 W (Cos 20°) = 0.569 W

En el eje y

Y = 0.606 W (Sen 20°) = -0.207 W

Quedando el vector $\overline{Q}$ = (0.569, -0.207, -0.350) W

Así: $\overline{R}_3 = \overline{R}_2 + \overline{Q}$ = (0.569, -0.407, -1.004) W

Si descomponemos $\overline{R}_3$

$N = \overline{R}_3 \cdot \overline{w} = 0.666$

$\overline{N} = N\ (\overline{w})$

$\bar{N} = (0.0,\ 0.333,\ -0.577)$ Componente Normal

$\bar{T} = \bar{R} - \bar{N} = (0.569,\ -0.740,-0.427)$ Componente Tangencial

$$|\bar{T}| = 1.026$$

Determinando el Factor de Seguridad.

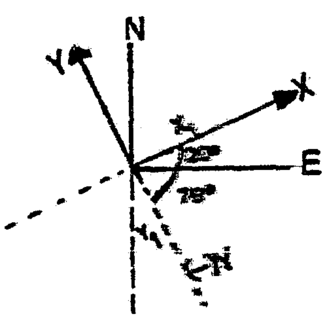
$$FS = \frac{0.666}{1.026}\ Tg\ 34^{o} = 0.438$$

$$FS = 0.438 < 1$$

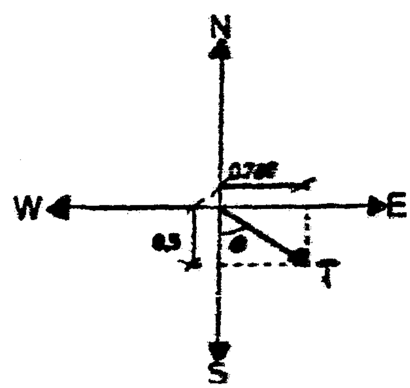
En este caso, el plano de deslizamiento es por el vector $\bar{T}$.

$$\bar{T} = (\ 0.569,\ -0.740,\ -0.427\ )$$

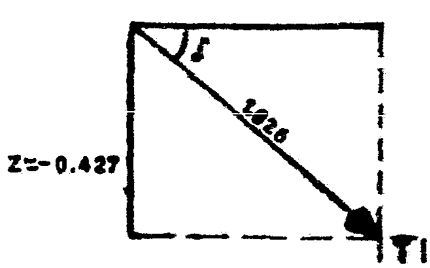
$$|\bar{T}| = 1.026$$



a). Proyección de los ejes x y y sobre N y S.



b). Rumbo del deslizamiento.



c). Echado del deslizamiento.

Figura 5-15 Determinación de la dirección del deslizamiento

Para determinar su rumbo es necesario proyectar los ejes X y Y sobre los ejes N y S, figura 5-15.a.

$$N = T_x \text{ Sen } 20^\circ + T_y \text{ Sen } 70^\circ$$

$$E = T_x \text{ Cos } 20^\circ + T_y \text{ Cos } 70^\circ$$

$$N = (0.569) \text{ Sen } 20^\circ + (-0.740) \text{ Sen } 70^\circ = -0.500$$

$$E = (0.569) \text{ Cos } 20 + (-0.740) \text{ Cos } 70^\circ = 0.788$$

Su rumbo, figura 5-15.b, se obtiene de la siguiente forma:

$$\text{Tg } \theta = \frac{E}{N}$$

$$\text{Tg } \theta = \frac{0.788}{0.500} = 57.6^\circ$$

Por último para obtener el echado, utilizaremos el módulo del vector T y el eje Z, figura 5-15.c.

$$\text{Sen}^{-1} \delta = \frac{0.427}{1.026} = 24.58^\circ$$

Con lo que el plano de deslizamiento es:

SE 57° 33' con un echado de 24.58°

d). Sabemos que:

$$NW = W \text{ Sen } (\phi - \gamma)$$

$$\phi = 34^\circ \; ; \; \gamma = 30^\circ$$

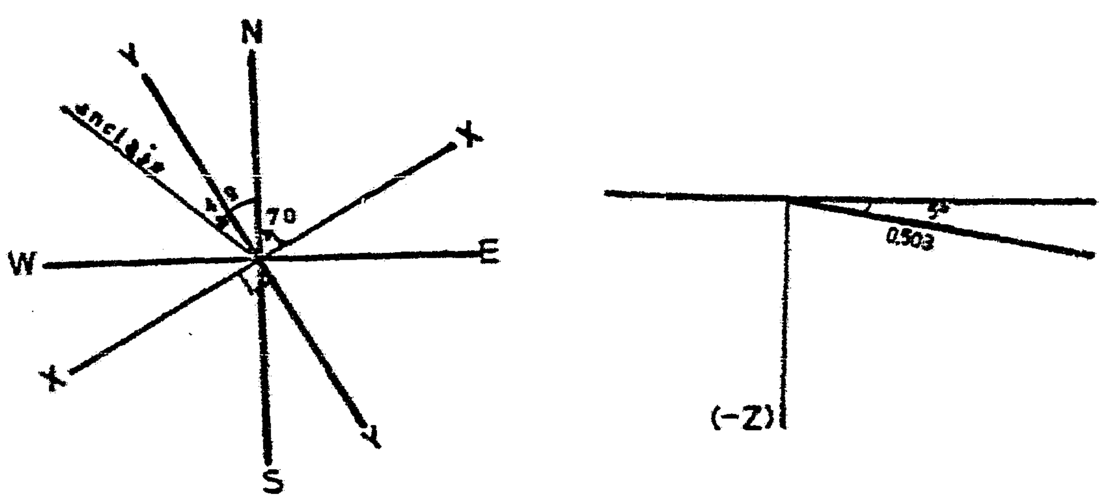
Sustituyendo:

$$NW = W \text{ Sen } (34^\circ - 30^\circ)$$

$NW = W \ (0.070)$ Esta será la mínima aceleración del sismo que provoca la falla.

e). Solo tiene solución estereográfica.

f). Para resolver esta parte, será necesario ver el inciso "e" de la solución estereográfica, en el cual se determinó que la dirección óptima para FS = 1, es N W 49° con un echado de 5°.



a). Sobre x y y   b). Sobre z

Figura 5-16 Proyección del anclaje sobre los ejes x, y y z.

Proyección del echado (fig. 5-16 b)

sobre NW 49°

$$0.503\ (\cos 5^{\circ}) = 0.501$$

sobre el eje z

$$0.503\ (\operatorname{Sen} 5^{\circ}) = -0.044$$

Proyección del rumbo (fig. 5-16 a)

sobre el eje x

$$X = -0.501\ (\operatorname{Sen} 19^{\circ}) = -0.163$$

sobre el eje y

$$Y = 0.501\ (\cos 19^{\circ}) = 0.474$$

El vector representativo del anclaje es:

$$\overline{A} = (-0.163,\ 0.474,\ -0.444)$$

Así:

$$\overline{R}_3 + \overline{A} = (0.406,\ 0.067,\ -1.048)$$

$$N = \overline{R} \cdot \overline{W} = 0.941$$

$$\overline{N} = N\overline{W} = (\ 0,\ 0.471,\ -0.815\ )$$

$$\overline{T} = \overline{R} - \overline{N} = (\ 0.406,\ -0.404,\ -0.233\ )$$

$$\overline{T} = 0.618$$

$$FS = \frac{N}{T}\ Tg\ 34^{\circ} = \frac{0.941}{0.618}\ Tg\ 34^{\circ} = 1.027 = 1.00$$

Se comprueba que la magnitud, el rumbo y el echado del anclaje obtenido en el inciso "e" , si hace el FS = 1.

5.2. Cuña apoyada sobre dos planos.

Determinar el Factor de Seguridad y el posible modo de falla de una cuña apoyada sobre 2 fracturas, una con rumbo NE 60° y un echado de 20°, y otra con rumbo NW 30° y un echado de 45°, el ángulo de fricción del 1º plano es 25° y el del 2º es de 20°: El talud esta orientado E-W con un buzamiento de 70° y un δ = 15°.

a). Solo actúa peso propio.

b). Existe una subpresión de 0.3 W en el plano 1.

c). Existe una subpresión de 0.2 W en el plano 2 y 0.3 W en el plano 1.

d). En los casos que el FS >1.0 decir cual seria la aceleración de la gravedad que reduciria FS a 1.

e). Usando el método vectorial determine FS contra rotación en los casos que FS >1.0.

f). En los casos que el FS <1.0 decir cual seria el anclaje que hace el FS = 1 (en el estereograma), e investigar si dicho anclaje hace el FS = 1 en el método vectorial.

5.2.1. Solución Vectorial.

En la figura 5-17 se observa la forma en que se determinan los planos 1 y 2, a partir de ellos definiremos los siguientes vectores.

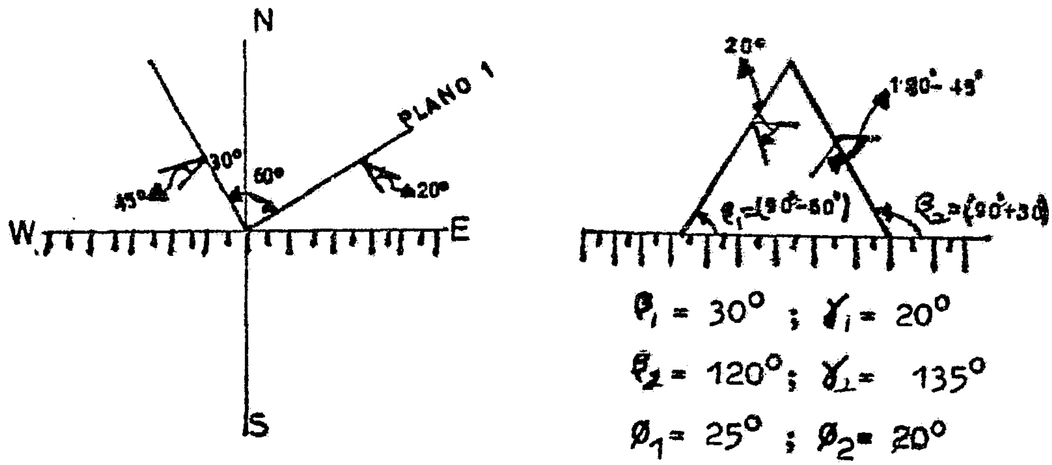


Figura 5-17 Determinación de los planos 1 y 2.

<u>Definición de vectores</u>

$\bar{u}_1$ = (0.866, 0.500, 0.000)

$\bar{v}_1$ = (0.470, -0.814, -0.342)

$\bar{w}_1$ = (-0.171, 0.296, -0.940)

$\bar{u}_2$ = (-0.500, 0.866, 0.000)

$\bar{v}_2$ = (-0.612, -0.354, -0.707)

$\bar{w}_2$ = (-0.612, -0.354, 0.707)

$\bar{X}_{12} = \bar{w}_2 \times \bar{w}_1$

X_{12} = (+0.123, -0.696, -0.242) ; $\epsilon x = 19.152 < \alpha$

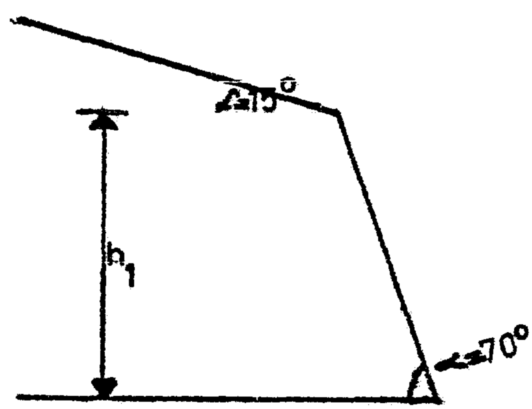


Figura 5-18 Angulos α y δ

El movimiento es cinematicamente posible.

a). Si solo actúa peso propio

$\overline{R}_W = (0, 0, -W)$

$\overline{R} \cdot \overline{w}_1 = 0.940\ W > 0.0$

$\overline{R} \cdot \overline{w}_2 = -0.707\ W < 0.0$

Existe posibilidad de deslizamiento sobre los dos planos.

${}_1\overline{S}_{12} = (0.726, 0.157, -0.083)$

${}_2\overline{S}_{12} = (-0.578, 0.061, -0.470)$

$\overline{R} \cdot {}_1\overline{S}_{12} = 0.083\ W$

$\overline{R} \cdot {}_2\overline{S}_{12} = 0.470\ W$

El deslizamiento tiende a ocurrir sobre los dos planos.

$T_{12} = R \cdot \dfrac{\overline{X}_{12}}{|X_{12}|} = 0.324\ W$

$$\frac{\overline{X}_{12}}{|\overline{X}_{12}|} = (0.165, -0.932, -0.324)$$

$\overline{T}_{12} = (0.053, -0.302, -0.105)\ W$

$\overline{N}_{12} = (0, 0, -1) - (0.053, -0.302, -0.105)$

$\overline{N}_{12} = (-0.053, 0.302, -0.895)\ W$

$N_1\ \overline{w}_1 - N_2\ \overline{w}_2 = \overline{N}_{12}$

$N_1\ \overline{w}_{1x} - N_2\ \overline{w}_{2x} = N_{12x}$

$N_1\ \overline{w}_{1y} - N_2\ \overline{w}_{2y} = N_{12y}$

$N_1\ \overline{w}_{1z} - N_2\ \overline{w}_{2z} = N_{12z}$

$N_1\ (-0.171) - N_2\ (-0.612) = -0.053$

$N_1\ (0.296) - N_2\ (-0.354) = 0.302$

$N_1\ (-0.940) - N_2\ (0.707) = -0.895$

Resolviendo el sistema

$$N_1 = 0.842\ W$$

$$N_2 = 0.149\ W$$

Quedando el Factor de Seguridad:

$$FS = \frac{(N_1\ Tg\ \phi_1 + N_2\ Tg\ \phi_2)W}{T_{12}} = \frac{(0.842\ Tg\ 25^o + 0.149 Tg 20^o)\cancel{W}}{0.324\ \cancel{W}}$$

$$FS = 1.38$$

b). $\bar{U}_1 = 0.3\ (-\bar{w}_1)\ W$

$\bar{U}_1 = (0.051,\ -0.089,\ 0.282)\ W$

$\bar{R}_b = \bar{U}_1 + \bar{R}_w = (0.051,\ -0.089,\ -0.718)\ W$

$\bar{R} \cdot \bar{w}_1 = 0.640\ W > 0.0$

$\bar{R} \cdot \bar{w}_2 = -0.507\ W < 0.0$

Existe posibilidad de deslizamiento sobre los dos planos.

${}_1\bar{S}_{12} = (0.726,\ 0.157,\ -0.083)$

${}_2\bar{S}_{12} = (-0.578,\ 0.061,\ -0.470)$

$\bar{R} \cdot {}_1\bar{S}_{12} = 0.082\ W$

$\bar{R} \cdot {}_2\bar{S}_{12} = 0.302\ W$

El deslizamiento tiende a ocurrir por la línea de intersección.

$\bar{T}_{12} = \bar{R} \cdot \dfrac{\bar{I}12}{\bar{I}_{12}} = 0.324\ W$

$\bar{T}_{12} = (0.053,\ -0.302,\ -0.105)\ W$

$\overline{N}_{12} = (0.051, -0.089, -0.718) - (0.053, -0.302, -0.105)$

$\overline{N}_{12} = (-0.002,\ 0.213,\ -0.613)$

$$N_1\ \overline{w}_1 - \overline{N}_2\ \overline{w}_2 = \overline{N}_{12}$$

$N_1\ (-0.171) - N_2\ (-0.612) = -0.002$

$N_1\ (0.296) - N_2\ (-0.354) = 0.213$

$N_1\ (-0.940) - N_2\ (0.707) = -0.613$

Resolviendo:

$$N_1 = 0.542\ W;\ N_2 = 0.148\ W$$

Así:

$$FS = \frac{0.542\ (Tg\ 25^{o}) + 0.148\ (Tg\ 20^{o})\ W}{0.324} = 0.946$$

c). $\overline{U}_2 = 0.20\ W\ (\overline{W}_2)$

$\overline{U}_2 = (-0.122,\ -0.071,\ 0.141)$

$\overline{R}_c = \overline{W} + \overline{U}_1 + \overline{U}_2 = (-0.071,\ -0.160,\ -0.577)$

$\overline{R}\ .\ \overline{w}_1 = -0.507 > 0$

$\overline{R}\ .\ \overline{w}_2 = -0.308 < 0$

Puede deslizar por cualquier plano.

${}_1\overline{S}_{12} = (0.726,\ 0.157,\ -0.083)$

${}_2\overline{S}_{12} = (-0.578,\ 0.061,\ -0.470)$

$\overline{R} \cdot {}_1\overline{S}_{12} = -0.029 < 0$

$\overline{R} \cdot {}_2\overline{S}_{12} = 0.302 > 0$ $\quad \therefore$ desliza solo por el plano 1

$\overline{N}_1 = (\overline{R} \cdot \overline{w_1}) = 0.507$

$\overline{N}_1 = (-0.087,\ 0.150,\ -0.477)$

$\overline{T} = \overline{R} - \overline{N}_1 = (0.016,\ -0.310,\ -0.100)$

$|\overline{T}| = 0.326$

Teniendo un F.S de :

$$FS = \frac{0.507}{0.326}\ (Tg\ 25^\circ) = 0.725$$

d). Primero debemos determinar los vectores

$$\overline{r}_1 = -\overline{w}_1 \operatorname{Cos} \phi_1 - \frac{\overline{X}_{12}}{|\overline{X}_{12}|} \operatorname{Sin} \phi_1$$

y $$\overline{r}_2 = \overline{w}_2 \operatorname{Cos} \phi_2 - \frac{\overline{X}_{12}}{|\overline{X}_{12}|} \operatorname{Sin} \phi_2$$

$\overline{r}_1 = -(-0.171, 0.296, -0.940) \operatorname{Cos} 25^\circ - (0.165, -0.932, -0.324) \operatorname{Sin} 25^\circ$

$\overline{r}_2 = (-0.612, -0.354, 0.707) \operatorname{Cos} 20^\circ - (0.165, -0.932, -0.324) \operatorname{Sin} 20^\circ$

$\overline{r}_1 = (0.155, -0.268, 0.852) - (0.070, -0.394, -0.137)$

$$\overline{r}_1 = (0.085,\ 0.126,\ 0.989)$$

$\overline{r}_2 = (-0.575, -0.333, 0.664) - (0.056, -0.319, -0.111)$

$$\bar{r}_2 = (-0.631, -0.014, 0.775)$$

Obtendremos el valor de $\bar{n}$

$$\bar{n} = \frac{\bar{r}_1 \times \bar{r}_2}{|\bar{r}_1 \times \bar{r}_2|} = (0.158, -0.981, 0.111)$$

$$\bar{r}_1 \times \bar{r}_2 = (0.111, -0.690, 0.078)$$

Resolviendo para el caso (a):

$$R = (0, 0, -W) \; ; \qquad N = \frac{R \cdot \bar{n}}{W}$$

$$N = \frac{(0, 0, -W) \cdot (0.111, -0.690, 0.078)}{-W}$$

$N = \frac{-0.078\,W}{W}$; $N = 0.078g$ Aceleración de sismo que provocará el deslizamiento.

e). Supongamos la geometría especificada en la fig. 5-19.

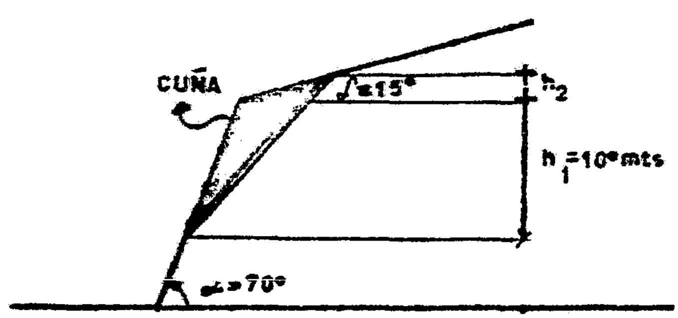


Figura 5-19 Geometría del talud.

Determinación de los vectores usados en el método.

$$\overline{OD} = \left(h_1 \left(\frac{1}{Tg\ \alpha\ \ Tg\ \theta_1} - \frac{1}{Tg\ \gamma\ \ Sin\ \theta} \right), \quad \frac{h_1}{Tg\ \alpha}\ ,\ h_1 \right)$$

$$\overline{OD} = \left(10 \left(\frac{1}{Tg\ 70^\circ\ Tg\ 30^\circ} - \frac{1}{Tg\ 20^\circ\ Sin\ 30^\circ} \right), \ \frac{10}{Tg\ 70^\circ}\ ,\ 10 \right)$$

$$\overline{OD} = (\ -48.645,\ 3.640, 10.00); \quad |\overline{OD}| = 49.795$$

$$\overline{OC} = \left(h_1 \left(\frac{1}{Tg\ \alpha\ \ Tg\theta_2} - \frac{1}{Tg\ \gamma_2\ Sin\theta_2} \right), \ \frac{h_1}{Tg\alpha}\ ,\ h_1 \right)$$

$$\overline{OC} = \left(10 \left(\frac{1}{Tg\ 70^\circ\ \ Tg\ 120^\circ} - \frac{1}{Tg\ 135^\circ Sin\ 120^\circ} \right), \frac{10}{Tg\ 70^\circ}\ ,\ 10 \right)$$

$$\overline{OC} = (\ 9.446,\ 3.640,\ 10\ )\ ; \quad |\overline{OC}| = 14.23$$

$$h_2 = \frac{Tg\ \alpha\ - Tg\ \epsilon x}{Tg\ \epsilon\ x - Tg\ \delta} \bullet \frac{Tg\ \delta}{Tg\ \alpha}\ h_1$$

$$h_2 = \frac{Tg\ 70\ -\ Tg\ 19.15^\circ}{Tg 19.15^\circ\ -\ Tg\ 15^\circ} \bullet \frac{Tg\ 15^\circ}{Tg\ 70^\circ}\ 10$$

$$h_2 = 29.52\ \text{mts.}$$

$$\overline{OB} = \frac{\overline{X}_{12}}{X_{12z}}\ (h_1 + h_2) = \left(\frac{0.123,\ -0.696,\ -0.242}{-0.242} \right)\ (39.52)$$

$\overline{OB} = (-0.508,\ 2.876,\ 1.00)\ (39{,}52)$

$\overline{OB} = (-20.076,\ 113.66,\ 39.52)\ ;\quad OB = 121.99$

$\overline{OI} = \frac{1}{4}\ \{\overline{OD} + \overline{OC} + \overline{OB}\}$

$\overline{OI} = \frac{1}{4}\ (-59.275,\ 120.94,\ 59.52)$

$\overline{OI} = (-14.819,\ 30.235,\ 14.880)$

Revisando las condiciones cinemáticas de movimiento.

$$\eta = \mathrm{Cos}^{-1}\ (\overline{w}_1 \cdot \overline{w}_2) = \mathrm{Cos}^{-1}\ (-0.665) = 131.7^{\circ} > \pi/2$$

$$K_{10} = CBO = \mathrm{Cos}^{-1}\ \frac{\overline{OC} \cdot \overline{OB}}{|\overline{OD}|\ |\overline{OB}|} = \mathrm{Cos}^{-1} \frac{(1{,}785.52)}{(49{,}795)(121.99)} = 72.906^{\circ} < \pi/2$$

$$K_{20} = CBO = \mathrm{Cos}^{-1}\ \frac{\overline{OC} \cdot \overline{OB}}{|\overline{OC}|\ |\overline{OB}|} = \mathrm{Cos}^{-1} \frac{619.285}{(14.23)(121.99)} = 69^{\circ} < \pi/2$$

Estas condiciones nos señalan que sí puede haber giro al rededor de $\overline{d}_{10}$ y $\overline{d}_{20}$, ya que no se satisface ninguna de las conbinaciones que se especificaron en el capítulo 3.6.4.

Revisaremos el caso (a) cuando solo actúa peso propio

$$Mx = \overline{X}_{12} \cdot (\ \overline{OI} \times \overline{R}\ )$$

$\overline{OI} \times \overline{R} = (-30.235, -14.819, 0.000)\ W$

$Mx = (0.123, -0.696, -0.242)\ (-30.235, -14.819, 0.000)\ W$

$Mx = 6.595\ W > 0$ $\therefore$ No existe giro alrededor de d_{20}

Revisando giro alrededor de $\overline{d}_{10} = -\overline{w}_1$

$Md_{10} = d_{10} \cdot (\overline{OI} \times \overline{R}) = -0.784 < 0$

$\therefore$ No existe giro alrededor de d_{10}

f). Será resuelto cuando se haga la solución por medio - del estereograma.

5.2.2. Solución estereográfica.

Para empezar el análisis se deberán trazar los planos 1 y 2, y los círculos de fricción de cada uno, como se observa- en la figura 5-19.

En el lugar que se crucen los planos 1 y 2, se marcará - el punto $(S_{1,2})$ y se trazan los meridianos que hacen coplanar a $(S_{1,2})$ con (N_1) y con (N_2), estos meridianos cortan a cada- círculo de fricción en 2 puntos, R'_{Ln} y R_{Ln}, posteriormente se hacen coplanares R_{L1} con R_{L2}, y R'_{L1} con R'_{L2}, debiendo hacer - lo mismo con N_1 y N_2, de éste modo se están definiendo los po

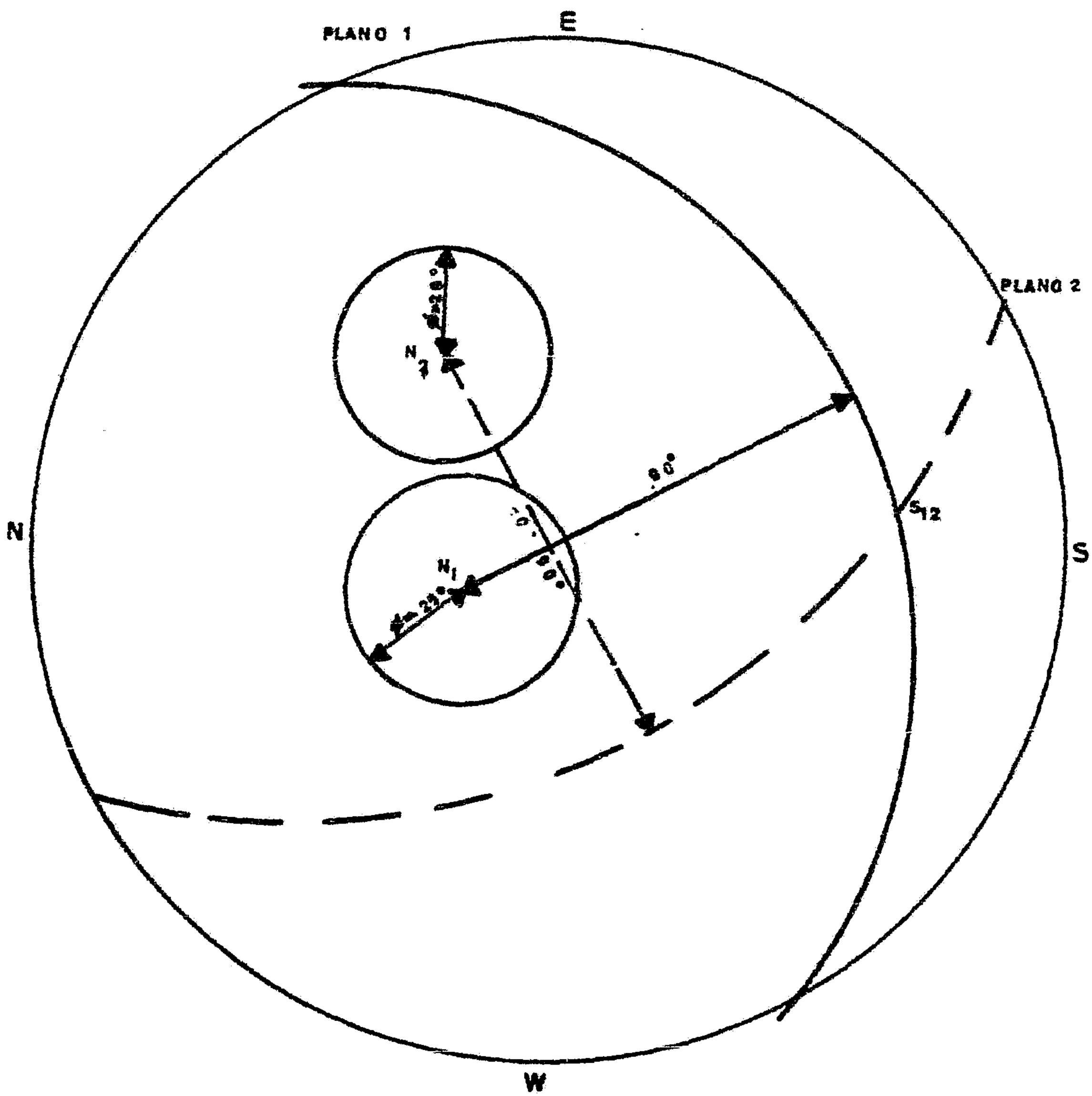


Figura 5-19 Plano de las fallas y círculos de fricción.

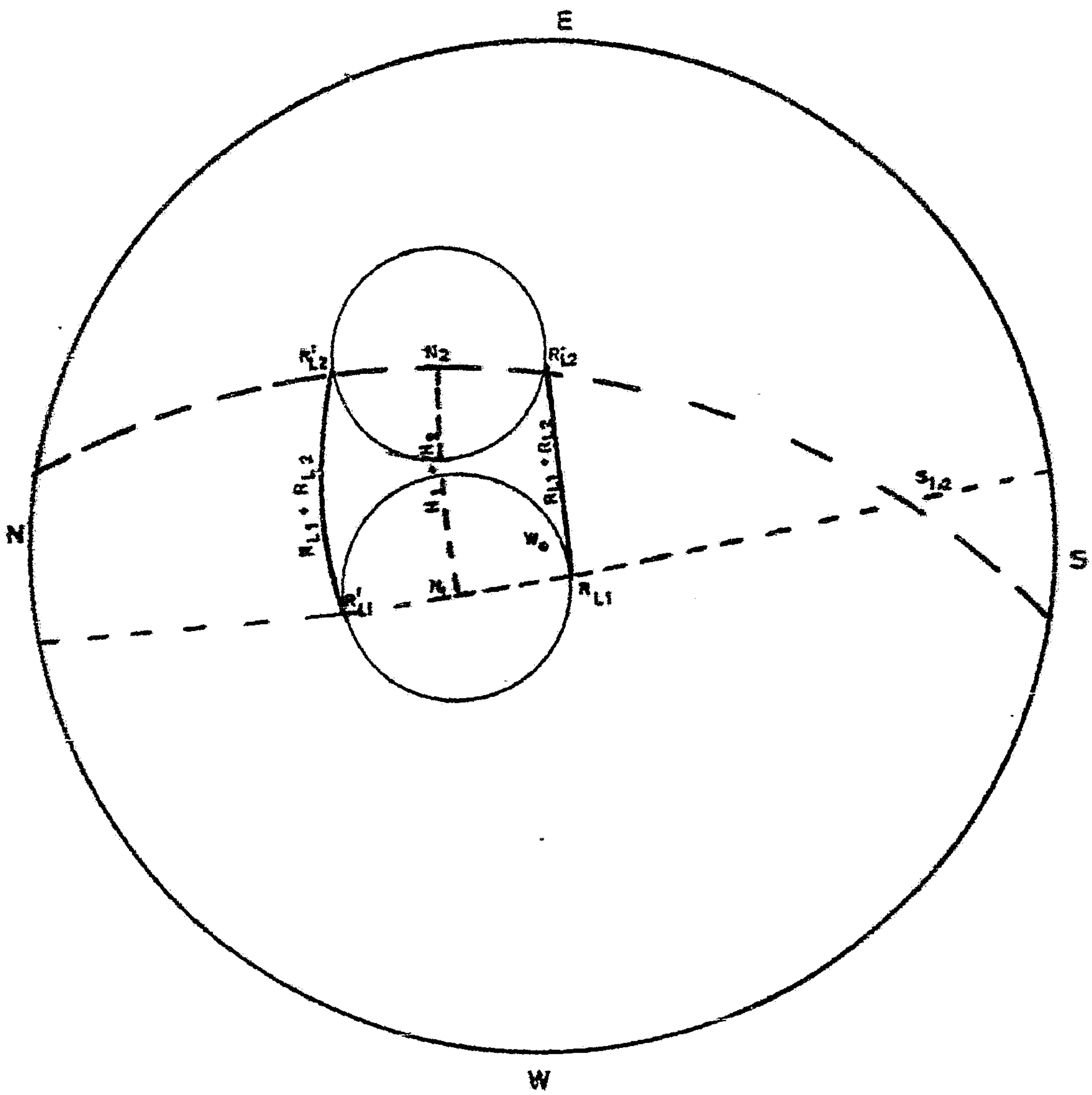


Figura 5-19.a Determinación de los meridianos $R_{L1} + R_{L2}$ y $N_1 + N_2$.

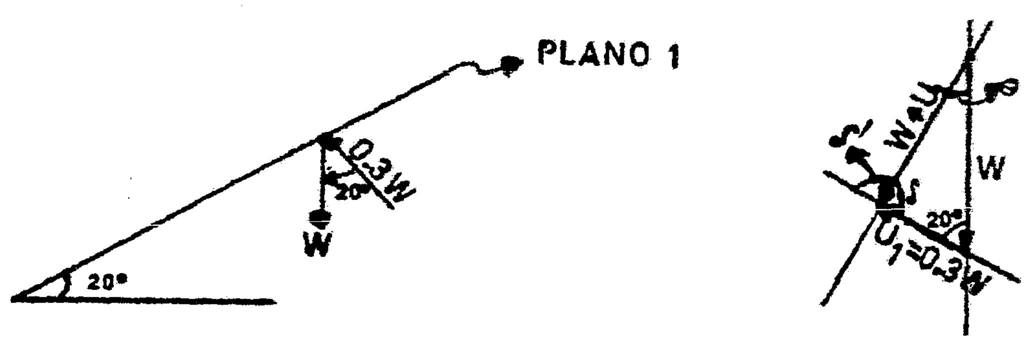
sibles modos de falla, figura (5-19.a).

a). Solo actúa peso propio.

Se observa en la figura (5-20), que W está representado en la zona que nos señala el deslizamiento hacia abajo de la línea de intersección. Sobre el meridiano N-S que hace coplanar a W con el punto que representa la línea de intersección ($S_{1,2}$), se mide la separación en grados que existe entre la línea ($N_1 + N_2$) y W, asimismo la separación de ($N_1 + N_2$) con la línea ($R_{L1} + R_{L2}$) obteniendose de 20^o la primera y de 26^o la segunda.

Así: $$FS = \frac{Tg\ 26^o}{Tg\ 20^o} = 1.34$$

b). En la figura 5-21 se determina la suma de W y U_1.



a). Dirección de los vectores W y U_1.

b). Suma de los vectores W y U_1.

Figura 5-21 Determinación de la resultante de W y U_1.

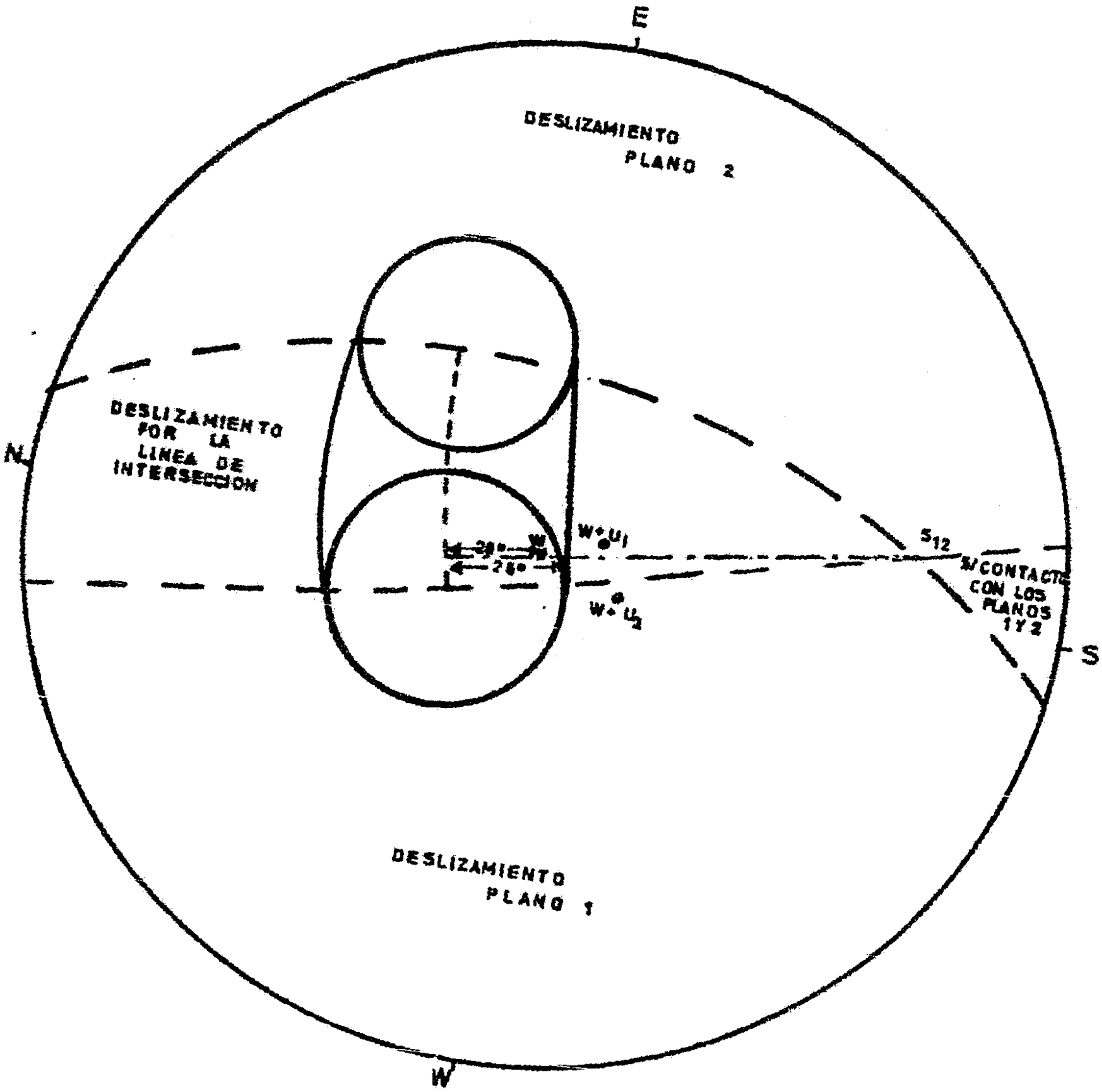


Figura 5-20 Posibles modos de deslizamiento.

Aplicando la ley de los cosenos:

$$\bar{W} + \bar{U}_1 = \sqrt{1+0.3^2-2(0.3)(1)\ \text{Cos}\ 20^\circ}$$

$$\bar{W} + \bar{U}_1 = 0.725\ W$$

Aplicando la ley de los senos:

$$\frac{1}{\text{Sen}\ \delta} = \frac{0.3}{\text{Sen}\ \theta} = \frac{0.725}{\text{Sen}\ 20} = 2.121$$

$$\delta = 151.87^\circ \ ; \quad \delta' = 28.13^\circ \ ; \quad \theta = 8.131^\circ$$

En el estereograma, figura 5-22, se observa que $(W + U_1)$ queda representado sobre el eje N-S, que es el que hace coplanares a W y U_1, por un punto colocado a 8.13° de W y a 28.13° de U_1, este punto queda en la zona que representa el deslizamiento por la línea de intersección. Haciendo coplanar ----- $(W + U_1)$ con $S_{1,2}$, se mide la separación que existe entre --- $(N_1 + N_2)$ y $(R_{L1}$ y $R_{L2})$ que en este caso es de 26° y la separación entre $(N_1 + N_2)$ y $(W + U_1)$ resultó ser 28°; con lo que el FS es igual a:

$$FS = \frac{\text{Tg}\ 26^\circ}{\text{Tg}\ 28^\circ} = 0.917$$

c) Para resolver este inciso sumemos U_2 a W, figura 5-23.

Volviendo a la ley de los cosenos:

$$W + U_2 = \sqrt{(1) + 0.2^2 - 2(0.2)(\text{Cos}\ 45)} = 0.870$$

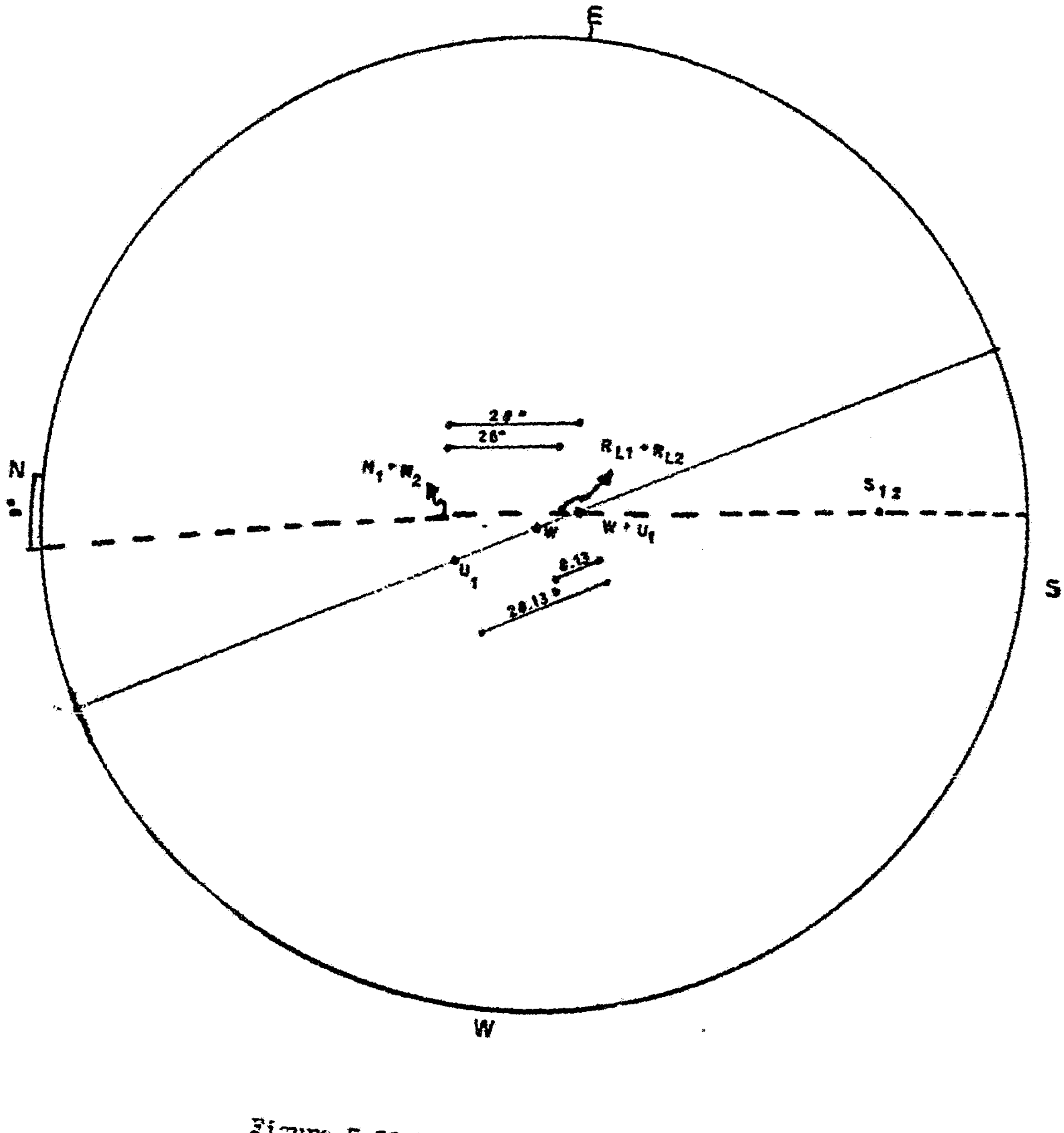
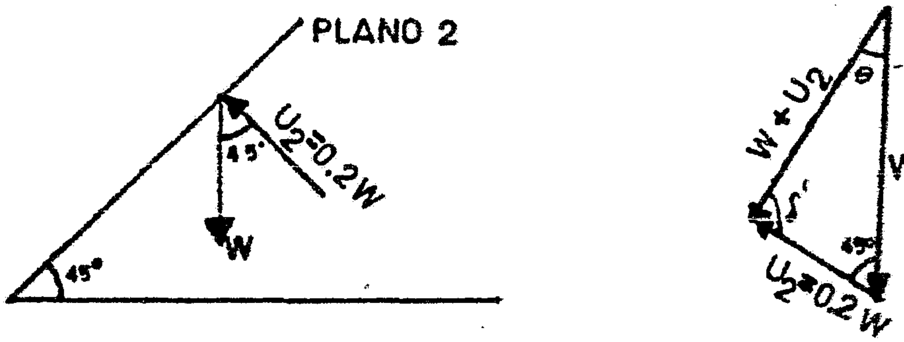


Figura 5-22 Cálculo del Factor de Seguridad para $W + U_1$.



a). Dirección de los vectores W y U_2.

b). Suma de los vectores $W + U_2$.

Figura 5-23 Determinación de la resultante de $\overline{W}$ y $\overline{U}_2$.

Obteniendo δ, θ, y δ'.

$$\frac{1}{\text{Sen}\ \delta} = \frac{0.2}{\text{Sen}\ \theta} = \frac{0.870}{\text{Sen}\ 45} = 1.23$$

$$\theta = 9.4^\circ;\ \delta = 54.39^\circ;\ \delta' = 125.61^\circ$$

La representación estereográfica de $\overline{W} + \overline{U}_2$ queda a 9.4° de $\overline{W}$ y a 54.39° de U_2 sobre el eje N-S, figura 5-22.a.

Para determinar $\overline{W} + \overline{U}_1 + \overline{U}_2$ deberemos hacer coplanar --- $\overline{W} + \overline{U}_1$ con $\overline{U}_2$ y trazar el meridiano, lo mismo para $\overline{W} + \overline{U}_2$ con $\overline{U}_1$, el punto de cruce de estos dos meridianos nos marca la representación $\overline{W} + \overline{U}_1 + \overline{U}_2$.

Se observa en la figura 5-20, que este punto está en la -- zona que representa el deslizamiento por el plano 1. Para ob

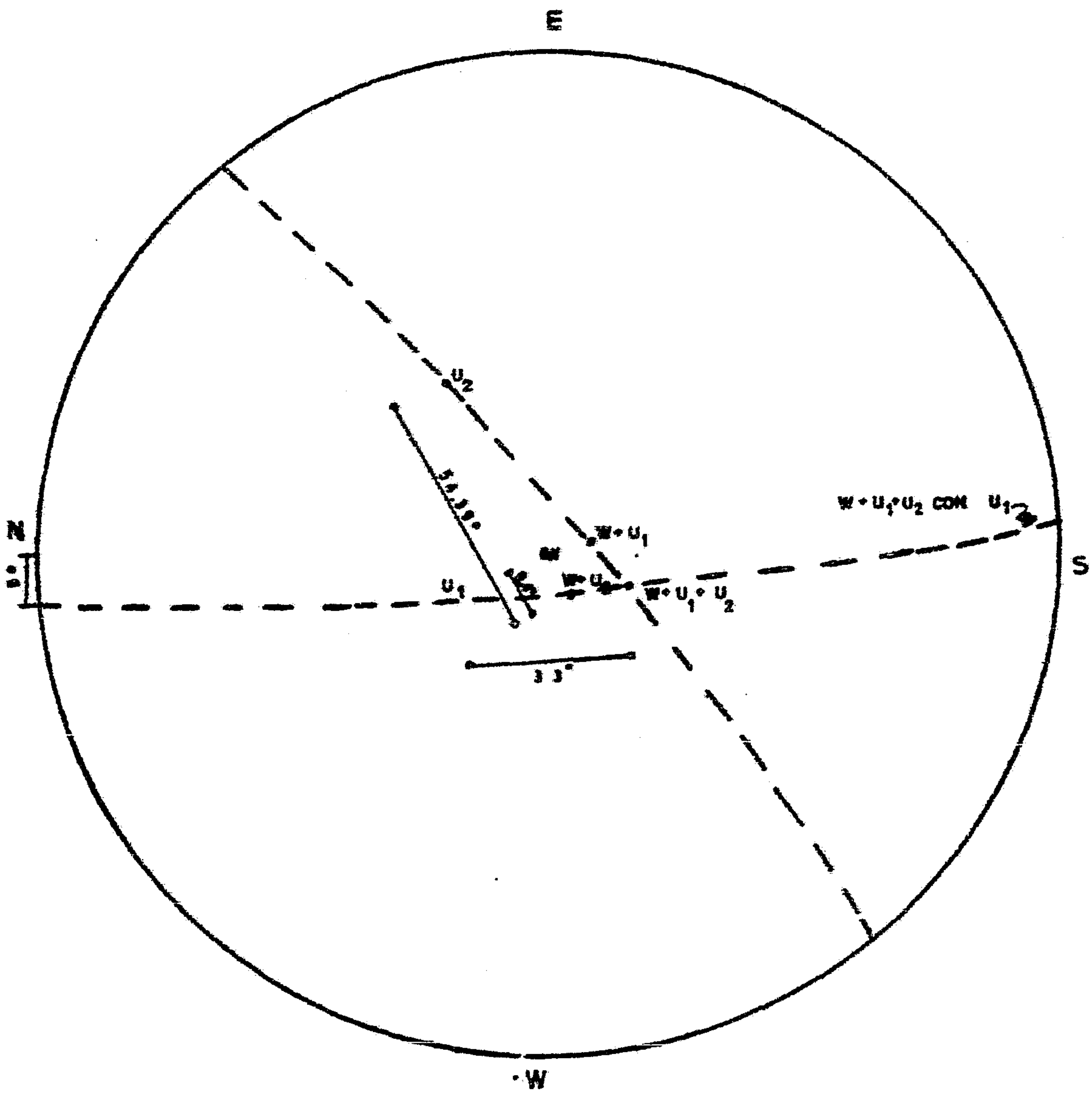


Figura 5-22.a Representación Estereográfica de W + U_1 + U_2

tener el FS, debemos hacer coplanar $\overline{W} + \overline{U}_1 + \overline{U}_2$ con el polo -del plano 1, y medir los grados que existen entre ellos, en -este caso es 33°.

Con lo que: $$FS = \frac{Tg\ \emptyset 1}{Tg\ 33^{\circ}} = \frac{Tg\ 25^{\circ}}{Tg\ 33^{\circ}} = 0.718$$

d). Se observa en la figura 5-20, que la separación en--tre W y R_L son 6°.

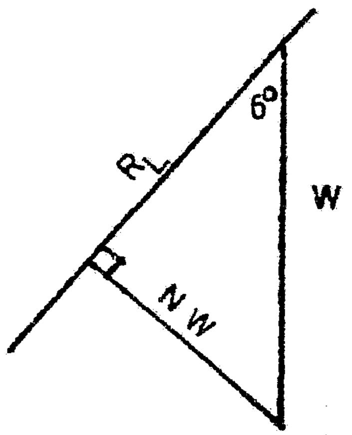


Figura 5-24 Determinación del vector NW.

De la figura 5-24, se ob--tiene que la magnitud del -vector NW se deduce de la-siguiente forma:

$$N\ \cancel{W} = \cancel{W}\ Sen\ 6^{\circ}$$

$$N = 0.105$$

Aceleración del sismo que-hará fallar la cuña.

En este ejemplo existe una variación con respecto al análisis vectorial, esto se debe, principalmente, a que los 6° -obtenidos son muy difíciles de precisar en el dibujo, si nosotros decimos que en lugar de 6° son 5°, entonces N = 0.087, -que es un valor mas parecido a 0.078 obtenido con el método -vectorial.

f). Solución estereográfica (inciso b).

Se tiene que el anclaje óptimo está localizado en el plano NW 9°, figura 5-22, $\overline{W} + \overline{U}_1$ está a 2° aproximadamente de -- $R_{L1} + R_{L2}$ sobre dicho plano.

La magnitud del anclaje óptimo se obtiene de la figura - 5-25, y es de 0.025 W.

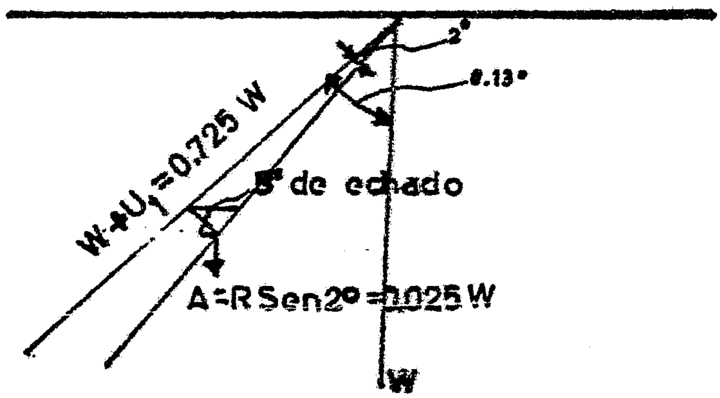


Figura 5-25 Determinación del anclaje óptimo

Solución vectorial (inciso b).

En la Figura 5-26, convertiremos el anclaje anterior en-ector.

Sumando $\overline{A}$ y $\overline{R}_b$

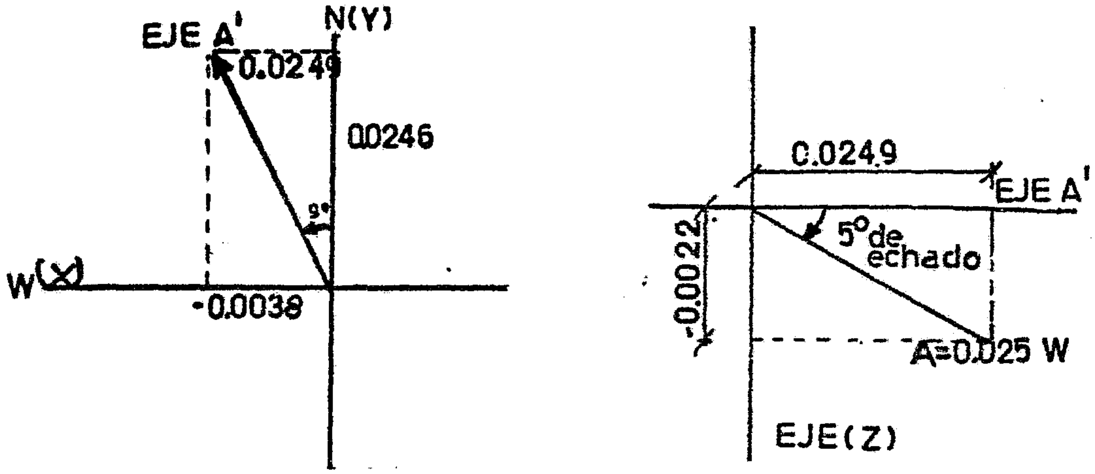
$\overline{A}$ = (-0.0038, 0.0246, -0.0022) W ; figura 5-26

$\overline{R}_b$ = (0.051, -0.089, -0.718) W = $\overline{W} + \overline{U}_1 + \overline{A}$

R = A + R_b = (0.047, -0.064, -0.720) W

Así:

$\overline{R} \cdot \overline{w}_1 > 0; \overline{R} \cdot \overline{w}_2 < 0 ; \overline{R} \cdot {}_1\overline{S}_{12} > 0 ; \overline{R} \cdot {}_2\overline{S}_{12} > 0$



A = (-0.0038,0.0246,-0.0022)

Figura 5-26 Anclaje óptimo en forma de vector.

Posible deslizamiento por línea de intersección.

$$\overline{T}_{12} = R \frac{\overline{X}_{12}}{\overline{X}_{12}} = 0.301 \; ; \; \overline{T}_{12} = (0.050, -0.281, -0.098)$$

$$\overline{N}_{12} = \overline{R} - \overline{T}_{12}$$

$$N_{12} = (-0.003, 0.217, -0.622)$$

$$\overline{N}_1 \cdot \overline{w}_1 - N_2 \overline{w}_2 = \overline{N}_{12}$$

Resolviendo $N_1 = 0.553$ $\quad FS = \dfrac{0.553 \text{ Tg } 25^\circ + 0.150 \text{ Tg } 20^\circ}{0.301}$

$N_2 = 0.150$

$\underline{FS = 1.038}$

Con esto comprobamos que el anclaje de 0.025 W con una - dirección NW 9^{o} y un echado de 5^{o}, es el anclaje mínimo para- mantener la cuña estable.

Solución estereográfica (inciso c).

En la figura 5-22.a, se observa que la dirección óptima- es NW 5^{o}, y que la separación entre la resultante y el cono - de fricción del plano 1, es de 8^{o} aproximadamente.

En el (inciso b), de la solución estereográfica, se de-- terminó por medio del polígono de fuerzas, que la resultante- $(W + U_1)$ tenía una magnitud de 0.725 W con una separación de- 8.13^{o} con respecto al vertical, a esta resultante le sumare-- mos figura 5-27, U_2 = 0.2 W que actúa en el plano 2 y tiene - 45^{o} de echado, para obtener la magnitud de $(W + U_1 + U_2)$.

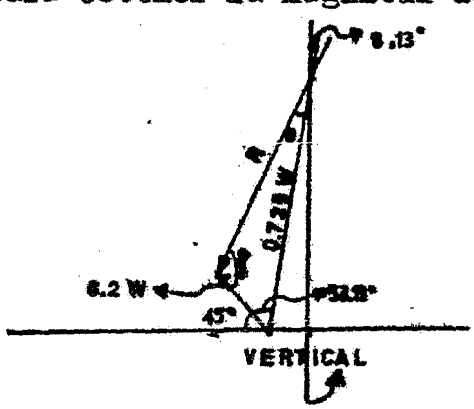


Figura 5-27 Determinación del valor y punto de aplicación de $(W + U_1 + U_2)$

$$R = \sqrt{(W)\ 0.725^2 + 0.2^2 - 2(0.725)(0.2)\ \mathrm{Cos}\ 53.13^{o}}$$

$$R = 0.626\ W$$

$$\frac{0.2}{\text{Sen } \theta} = \frac{0.725}{\text{Sen } \int} = \frac{0.626}{\text{Sen } 53.13}$$

$$\int = 67.94^{\circ} ; \theta = 14.81^{\circ}$$

La resultante está ubicada a 8° del cono de fricción del plano 2, figura 5-28, con lo que la magnitud del anclaje es:

$$A = 0.626 \text{ W Sen } 8^{\circ} = 0.087 \text{ W}$$

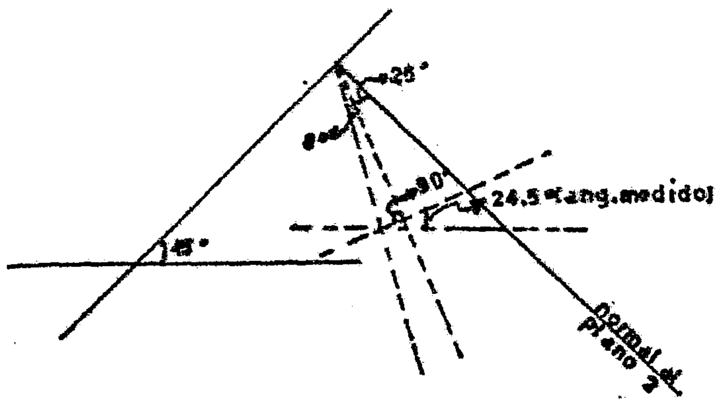


Figura 5-28 Determinación del echado del anclaje.

Solución vectorial (inciso c).

En la figura 5-28, se obtuvo que el anclaje tiene una inclinación del 23.5° hacia el eje z(+).

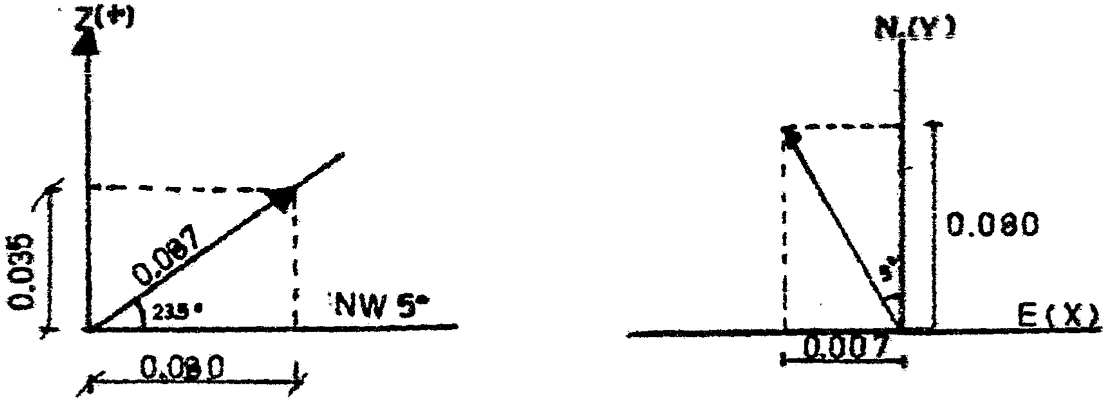
$\bar{A} = (-0.007, 0.080, 0.035)$; figura 5-29.

$\bar{R}_c = (-0.071, -0.160, -0.577) = \bar{W} + \bar{U}_1 + \bar{U}_2$

Sumando $\bar{A}$ y $\bar{R}_c$

$\bar{R} = (-0.078, -0.080, -0.542)$; $(\bar{W} + \bar{U}_1 + \bar{U}_2 + \bar{A})$

$\bar{R} \cdot \bar{W}_1 > 0$; $\bar{R} \cdot {}_1\bar{S}_{12} < 0$; el posible deslizamiento será por el plano 1.



$\bar{A} = (-0.007,\ 0.080,\ 0.035)$

Figura 5-29 Anclaje óptimo en forma de vector.

$$|\bar{N}| = \bar{R} \cdot \bar{W}_1 \ ; \quad |\bar{N}| = 0.499$$

$$\bar{N} = (-0.085,\ 0.148,\ -0.469)$$

$$\bar{T} = \bar{R} - \bar{N}$$

$$\bar{T} = (0.007,\ -0.228,\ -0.073)$$

$$|\bar{T}| = 0.24$$

$$FS = \frac{0.499}{0.24}\ Tg\ 25^{\circ} = 0.972 \doteq 1.0$$

5.3. Calculo del Factor de Seguridad contra rotación.

Determine el F.S. contra rotación para una cuña de roca sometida a una fuerza de 10 ton en dirección del eje (Y) positivo, actúando además el peso propio de 27.13 ton., la 1a. falla tiene rumbo NE 73° con echado de 60°, y la 2a. tiene rumbo NE 27° con echado de 80°, los ángulos de fricción son 30°-

en ambos casos; el talud tiene $\alpha = 90^{\circ}$ y $\delta = 0^{\circ}$ con rumbo E - W, figura 5-30.

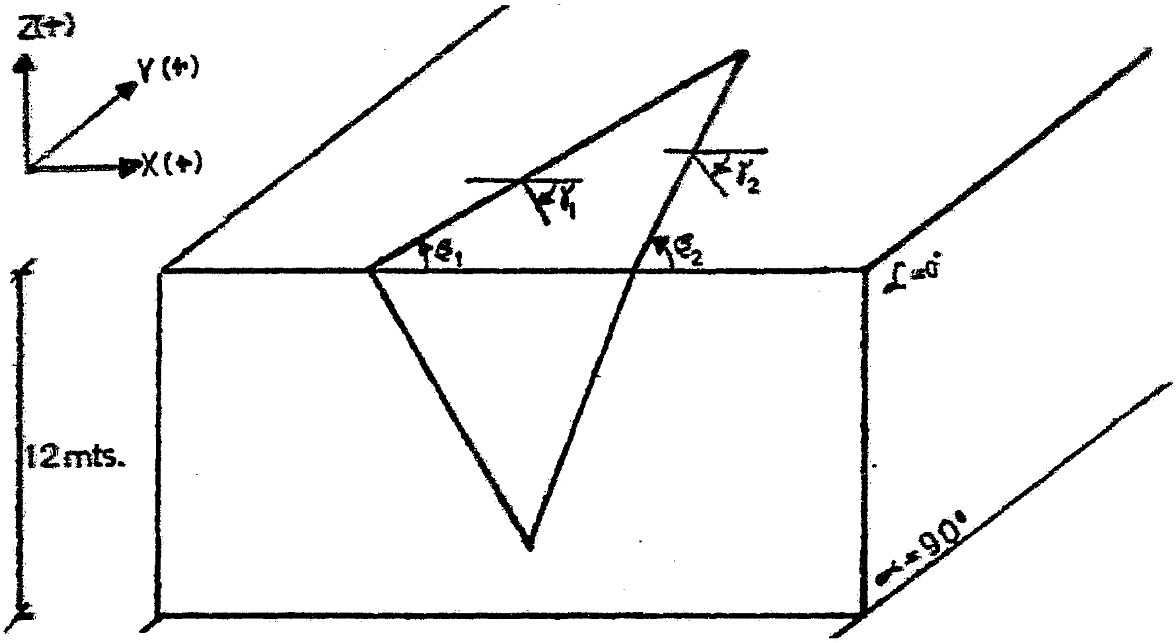
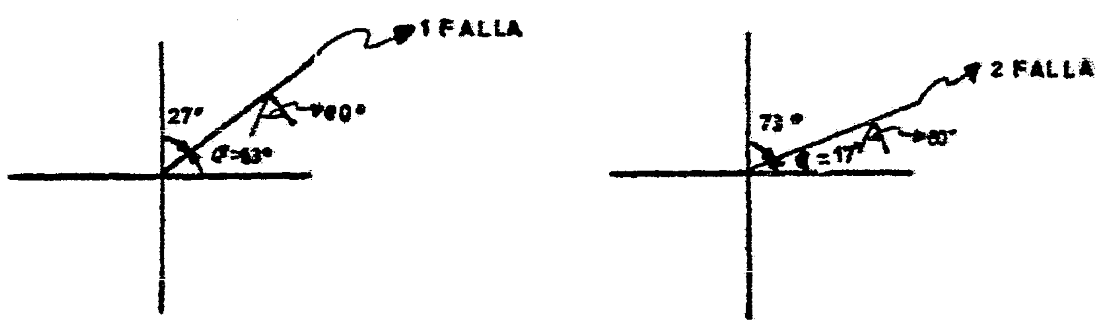


Figura 5-30 Bloque por analizar contra rotación.

Determinaremos los ángulos θ y γ , figura 5-31.



$\theta_1 = 17^{\circ}$ $\qquad$ $\theta_2 = 63^{\circ}$ $\qquad$ $\phi_{1,2} = 30^{\circ}$

$\gamma_1 = 60^{\circ}$ $\qquad$ $\gamma_2 = 80^{\circ}$

Figura 5-31 Determinación de θ y γ .

VECTORES UNITARIOS

$\overline{u}_1 = (0.955,\ 0.292,\ 0.000)$

$\overline{v}_1 = (0.146,\ -0.478,\ -0.866)$

$\overline{w}_1 = (-0.253,\ 0.827,\ -0.499)$

$\overline{u}_2 = (0.454,\ 0.890,\ 0.000)$

$\overline{v}_2 = (0.155,\ -0.079,\ -0.985)$

$\overline{w}_2 = (-0.877,\ 0.447,\ -0.174)$

$\overline{X}_{12} = (-0.086,\ -0.395,\ -0.614) \quad ; \quad |\overline{X}_{12}| = 0.734$

$\mathcal{E}_z = 57.240^o$

$\overline{OD} = (-23.70,\ 0.000,\ 12.000) \quad ; \quad |\overline{OD}| = 26.56$

$\overline{OC} = (-2.40,\ 0.00,\ 12.000) \quad ; \quad |\overline{OC}| = 12.24$

$$\overline{OB} = \frac{\overline{X}_{12}}{\overline{X}_{12z}} (h_1 + h_2) \quad ; \quad h_2 = 0$$

$$\overline{OB} = \frac{(-0.080,\ -0.395,\ -0.614)}{(-0.614)} \cdot (12.0) = (1.564,\ 7.72,\ 12.0)$$

$|\overline{OB}| = 14.35$

$\overline{OI} = (-6.134,\ 1.930,\ 9.000)$

$$K_{10} = \cos^{-1} \frac{\overline{OD} \cdot \overline{OB}}{|\overline{OD}|\ |\overline{OB}|} = 73.7^o < \pi/2$$

$$K_{20} = \cos^{-1} \frac{\overline{OC} \cdot \overline{OB}}{|\overline{OC}|\ |\overline{OB}|} = 37.0^o < \pi/2$$

$$\eta = \cos^{-1} (\overline{w}_1 \cdot \overline{w}_2) = 47.3 < \pi/2$$

Esta combinación de valores entre K_{10}, K_{20} y η no se encuentra estipulada en el inciso 3-6-4 , por lo que revisaremos el valor de M_x.

$$M_x = \bar{I}_{12} \cdot (\overline{OI} \times \bar{R}) \quad ; \quad R = (0,\ 10.0,\ -27.13)$$

$$\overline{OI} \times \bar{R} = (142.361,\ -166.415,\ -61.340)$$

$Mx = 92.008 > 0$ Por lo tanto solo puede existir posibilidad de giro alrededor de d_{10}

$$\bar{d}_{10} = -\bar{w}_1 = (0.253,\ -0.827,\ 0.499)$$

$$Md_{10} = \bar{d}_{10} \cdot (\overline{OI} \times \bar{R}) = 143.287 > 0$$

$\therefore$ si puede haber giro alrededor de $\bar{d}_{10}$

Cálculo de F.S. en contra de la rotación

$$\bar{N}_1 = \bar{R} \cdot \bar{w}_1 = 21.81$$

$$\bar{N}_1 = (-5.517,\ 18.035,\ -10.882)$$

$$\bar{T}_1 = \bar{R} - \bar{N}_1 = (5.517,\ -8.035,\ -16.248)$$

Pero T_1 también es igual

$$\bar{T}_1 = C_1\ (-\overline{OQ}) + C_2\ (\overline{OQ} \times \bar{w}_1)$$

Recuérdese

$$\overline{OQ} = \overline{OS} + \psi\ \bar{E}$$

$\overline{OQ} = -6.134,\ (1.930 + 10\psi),\ (9.0-27.13\psi)$

$\overline{OQ}$ y $\overline{w}_1$ son mutuámente perpendicular

$$\overline{OQ} \cdot \overline{w}_1 = 0$$

$$\overline{OQ}\cdot\overline{w}_1 = (-6.134)(-0.253)+(1.930+10\psi)(0.827)+(9.0-27.13\psi)(-0.499)$$

$$0 = 1.552 + 1.596 + 8.27\,\psi - 4.491 + 13.538\psi$$

$$0 = -1.343 + 21.808\ \psi\ ;\quad \psi = 0.0616$$

$$\overline{OQ} = [-6.134,\ 2.546,\ 7.33]$$

$$\overline{OQ} \times \overline{w}_1 = (-7.332,\ -4.915,\ -4.429)$$

$$\overline{T}_1 = (5.517,\ -8.035,\ -16.248)$$

$$\overline{T}_1 = C_1\ (6.134,\ -2.546,\ -7.33)$$

$$\overline{T}_1 = C_2\ (-7.332,\ -4.915,\ -4.429)$$

$$C_1 = 1.762 \qquad ; \quad C_2 = 0.722$$

$$\overline{T}_t = C_2\ (\overline{OQ} \times \overline{w}_1) = (-5.294,\ -3.549,\ -3.198)$$

$\overline{T}_t = 7.131$ **Tons.**

Determinación del Factor de Seguridad.

$FS = \frac{N1}{Tt}\ Tg\ \phi_1 = \frac{21.[illegible]}{7.131}\ Tg\ 30^\circ = \underline{1.76}$ FS. contra rotación

5.4. CUÑA APOYADA SOBRE 3 PLANOS.

Determinar el F.S y el posible modo de falla de una cuña cruzada por 3 fracturas, como se muestra en la figura 5-32, - la primera tiene un rumbo NE 30° y un echado de 30°, la segunda con rumbo NW 30° y un echado de 25° y por último, la falla que las cruza tiene un rumbo NW 50° y un echado de 23°, el - rumbo del talud es E-W con echado de 70°, los ángulos de fricción son 26°, 37° y 45° respectivamente, cuando :

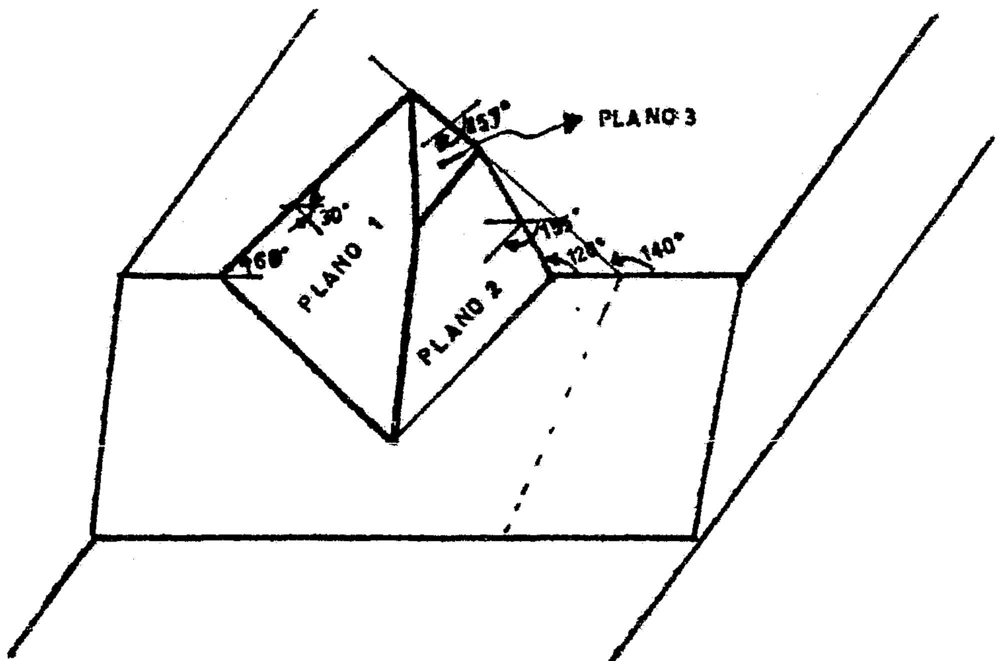


Figura 5-32 Cuña en 3 planos

a). Solo actúa peso propio.

b). Actúa además del peso de la cuña (4300 ton), una --- subpresión sobre el plano 1 de 2000 ton., y otra sobre el plano 2 de 1500 ton.

c). Se coloca un anclaje, para la condición b, de -----

320 ton., con una dirección NW 20°, hacia el talud con un --- echado de θ°.

En la figura 5-32 se observa que:

$\theta_1 = 60^\circ$, $\theta_2 = 120^\circ$, $\theta_3 = 140^\circ$

$\gamma_1 = 30^\circ$, $\gamma_2 = 155^\circ$, $\gamma_3 = 157^\circ$

Con lo que:

$\bar{u}_1 = (0.500,\ 0.866,\ 0.000)$

$\bar{v}_1 = (0.750,\ -0.433,\ -0.500)$

$\bar{w}_1 = (0.433,\ -0.250,\ 0.866)$

$\bar{u}_2 = (-0.500,\ 0.866,\ 0.000)$

$\bar{v}_2 = (-0.785,\ -0.453,\ -0.423)$

$\bar{w}_2 = (-0.366,\ -0.211,\ 0.906)$

$\bar{u}_3 = (-0.766,\ 0.643,\ 0.000)$

$\bar{v}_3 = (-0.592,\ -0.705,\ -0.391)$

$\bar{w}_3 = (-0.251,\ -0.299,\ 0.921)$

$\bar{I}_{12} = (0.044,\ 0.709,\ 0.183)$ $\quad |\bar{I}_{12}| = 0.734$

$\bar{I}_{23} = (-0.076,\ -0.109,\ -0.056)$ $\quad |\bar{I}_{23}| = 0.145$

$\bar{I}_{31} = (0.029,\ -0.616,\ -0.192)$ $\quad |\bar{I}_{31}| = 0.646$

a). Si solo actuase W

$$\bar{R} = (0,\ 0,\ -W)$$

$${}_1\bar{S}_{12} = (0.660,\ 0.042,\ -0.318)$$

$${}_2\bar{S}_{12} = (-0.682,\ 0.106,\ -0.250)$$

$${}_2\bar{S}_{23} = (-0.111,\ 0.090,\ -0.024)$$

$${}_3\bar{S}_{23} = (0.117,\ -0.084,\ 0.004)$$

$${}_3\bar{S}_{31} = (-0.625,\ 0.022,\ -0.163)$$

$${}_1\bar{S}_{31} = (0.582,\ 0.109,\ -0.260)$$

1. $\bar{R} \cdot \bar{I}_{12} = -0.183 < 0$; 2. $\bar{R} \cdot \bar{I}_{23} = 0.0565 > 0$

3. $\bar{R} \cdot \bar{I}_{31} = 0.1920 > 0$; 4. $\bar{R} \cdot \bar{w}_1 = -0.866 < 0$

5. $\bar{R} \cdot \bar{w}_2 = -0.906 < 0$; 6. $\bar{R} \cdot \bar{w}_3 = -0.920 < 0$

7. $\bar{R} \cdot {}_1\bar{S}_{12} = 0.318 > 0$; 8. $\bar{R} \cdot {}_2\bar{S}_{12} = 0.250 > 0$

9. $\bar{R} \cdot {}_2\bar{S}_{23} = 0.023 > 0$; 10. $\bar{R} \cdot {}_3\bar{S}_{23} = -0.005 < 0$

11. $\bar{R} \cdot {}_1\bar{S}_{31} = 0.1634 > 0$; 12. $\bar{R} \cdot {}_3\bar{S}_{31} = 0.2595 > 0$

Inspeccionando las condiciones para el deslizamiento por las líneas de intersección, observamos que la condición 1 nos garantiza que el deslizamiento no ocurre por la línea de intersección entre los planos 1 y 2, la condición 10 nos garantiza lo mismo para el plano 2 y 3, las condiciones 3, 11 y 12 nos dice que el deslizamiento puede ocurrir por la línea de -

intersección entre 3 y 1.

Calculando el F.S.

$$\overline{T}_{31} = R \cdot \frac{\overline{X}31}{|\overline{X}31|} = 0.297$$

$$\frac{\overline{X}31}{|\overline{X}31|} = (0.045, -0.954, -0.297)$$

$$\overline{T}_{31} = (0.013, -0.283, -0.088)$$

$$\overline{N} = (-0.013, -0.283, -1.088)$$

$$N_1 (-\overline{W}_1) + N_2 (-\overline{W}_3) = \overline{N}_{31}$$

El signo (-) en los dos casos se debe a que la dirección de $\overline{W}_1$ y $\overline{W}_3$ es hacia la cuña.

$$N_1 (-0.433) + N_3 (0.251) = -0.013$$

$$N_1 (0.250) + N_3 (0.299) = 0.283$$

$$N_1 (-0.866) + N_3 (-0.921) = -1.088$$

$$N_1 = 0.390$$

$$N_3 = 0.621$$

$$FS = \frac{N1 \ Tg \ \emptyset 1 + N3 \ Tg \ \emptyset 3}{T_{31}} = \frac{0.390 \ Tg \ (26^{o}) + 0.621 \ Tg \ (45)}{0.297}$$

$$FS = 2.73$$

b). $\bar{R}_w = (0, 0, -4300)$

$\bar{R}_{u1} = \bar{U}_1 (\bar{w}_1) = (866.0, -500.0, 1732.0)$

$\bar{R}_{u2} = \bar{U}_2 (w_2) = (-549.0, -316.5, 1359.0)$

$\bar{R}_b = (317.0, -816.960, -1208.488)$

1. $\bar{R} \cdot \bar{I}_{12} = -786.9 < 0$; 2. $\bar{R} \cdot \bar{I}_{23} = 133.19 > 0$

3. $\bar{R} \cdot \bar{I}_{31} = 745.0 > 0$; 4. $\bar{R} \cdot \bar{w}_1 = -705.06 < 0$

5. $\bar{R} \cdot \bar{w}_2 = -1038.6 < 0$; 6. $\bar{R} \cdot \bar{w}_3 = -947.5 < 0$

7. $\bar{R} \cdot {}_1\bar{S}_{12} = 559.7 > 0$; 8. $\bar{R} \cdot {}_2\bar{S}_{12} = -0.428 < 0$

9. $\bar{R} \cdot {}_2\bar{S}_{23} = -80.17 < 0$; 10. $\bar{R} \cdot {}_3\bar{S}_{23} = 101.16 > 0$

11. $\bar{R} \cdot {}_1\bar{S}_{31} = -18.13 < 0$; 12. $\bar{R} \cdot {}_3\bar{S}_{31} = 409.3 > 0$

El deslizamiento no puede ocurrir por las líneas de intersección de los planos 1 y 2, 2 y 3, 3 y 1 debido a las condiciones 1, 9 y 11 respectivamente.

El deslizamiento por el plano 1, no es posible debido a la condición 7, el deslizamiento por el plano 3, tampoco es posible debido a la condición 10.

. Con lo que se cumple todas las condiciones para que el deslizamiento ocurra solo por el plano 2.

$N_2 = |\bar{R} \cdot \bar{w}_2| = 1038.66$

$\bar{N}_2 = N_2\ (-\bar{w}_2) = (+\ 380.15,\ +\ 219.157,\ -941.03)$

$\bar{T} = \bar{T} - \bar{N}_2 = (-63.150,\ -1036.117,\ -267.458)$

$|\bar{T}| = 1072.0$

$$FS = \frac{1038.66\ Tg\ 37^{\circ}}{1072.0} = 0.73$$

c). Si descomponemos el anclaje, figura 5-33, de 320 Ton con rumbo NW 20° resulta:

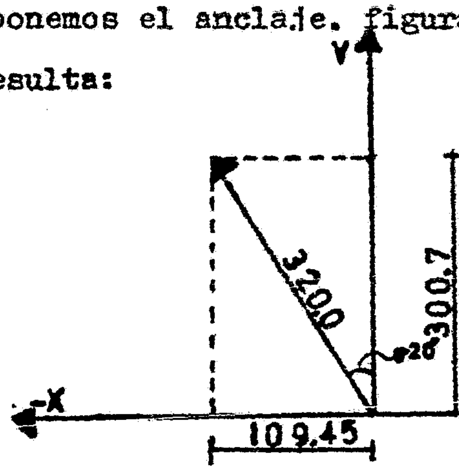


Figura 5-33 Descomposición del anclaje

Rancl = (-109.45, 300.700, 0.000)

R_b = (317.00, -816.960, -1208.488)

Sumando R_b y Rancl.

R_c = (207.55, -516.26, -1208.481)

Revisando los posibles planos de deslizamiento.

1. $\overline{R} \cdot \overline{X}_{12} = -578.35 < 0$; 2. $\overline{R} \cdot \overline{X}_{23} = 108.73 > 0$

3. $\overline{R} \cdot \overline{X}_{31} = 566.61 > 0$; 4. $\overline{R} \cdot \overline{W}_1 = -827.63 < 0$

5. $\overline{R} \cdot \overline{W}_2 = -1062.1 < 0$; 6. $\overline{R} \cdot \overline{W}_3 = -1010.027 < 0$

7. $\overline{R} \cdot {}_1\overline{S}_{12} = 499.99 > 0$; 8. $\overline{R} \cdot {}_2\overline{S}_{12} = 106.19 > 0$

9. $\overline{R} \cdot {}_2\overline{S}_{23} = -40.89 < 0$; 10. $\overline{R} \cdot {}_3\overline{S}_{23} = 62.79 > 0$

11. $\overline{R} \cdot {}_1\overline{S}_{31} = 56.72 > 0$; 12. $\overline{R} \cdot {}_3\overline{S}_{31} = 378.33 > 0$

Las condiciones 3, 11 y 12 garantizan la posibilidad de deslizamiento por la línea de intersección entre 3 y 1.

$$|\overline{T}_{31}| = 860.77$$

$$\overline{T}_{31} = (38.735, -821.175, -255.65)$$

$$\overline{N} = \overline{R} - \overline{T}_{31} = (168.815, 304.915, -952.830)$$

$$N_1 (-0.433) + N_3 (0.251) = 168.815$$

$$N_1 (0.250) + N_3 (0.299) = 304.915$$

$$N_1 (-0.866) + N_3 (-0.921) = -952.830$$

Resolviendo el sistema

$$N_1 = 135.565$$

$$N_3 = 906.434$$

$$FS = \frac{135.565 \ (Tg \ 26^{\circ}) + 906.434 \ (Tg \ 45^{\circ})}{860.77} = 1.13 > 1.0$$

Con lo que, bajo estas condiciones, el deslizamiento — no es posible.

6. Conclusiones y Recomendaciones.

6.1. Conclusiones.

a). Los resultados obtenidos con el método vectorial y el estereográfico son muy parecidos, por lo que el uso de uno u otro se deberá hacer de acuerdo a lo siguiente:

- El análisis vectorial es un poco más exacto, porque no depende de la precisión en el trazo, como en el estereográfico.

- El análisis vectorial, nos permite hacer uso de las mini computadoras o calculadoras programables, debiendo usarlas cuando se necesita rapidez en el análisis de varias cuñas.

- El análisis estereográfico nos permite visualizar mas rápido el posible modo de deslizamiento, pudiendo determinar con más exactitud la dirección del anclaje, aspecto que tardaría más si usamos el método vectorial, debido a que se tendría que hacer por medio de tanteos.

- El método vectorial es recomendable para cuando se tiene 3 planos de falla, dado que si usamos el método estereográfico el cálculo del F.S. se complica.

b). Como se vió en los ejemplos, la presencia del agua en las fracturas es muy nociva, porque reduce directamente la componente normal, motivo por el cual deberemos de tratar de evitarla siempre, colocando un buen sistema de drenaje.

c). El cálculo del peso de la cuña, deberá ser hecho en base a los planos topográficos, debido ha que la exactitud de los métodos dependen del peso (W).

d). Consideramos que los objetivos de la tésis han sido satisfechos, dado que se han expuesto los métodos de análisis de estabilidad en una forma objetiva y por lo tanto fácil de entender, además de que la bibliografía consultada para los temas 3 y 4 ha abarcado a los mejores autores que tratan dichos temas.

6.2. Recomendaciones.

a). El Factor de Seguridad deberá estar de acuerdo a la importancia de la obra y a los daños que se pueden ocasionar si dicha obra falla, más sin embargo, es común considerar los siguientes valores para el F.S.:

- si solo actúa peso propio de 3 a 4
- si actúa además la subpresión de 2.5 a 3
- si se han considerado fuerzas externas de 2.0 a 2.5.

b). Cuando se ha hecho el análisis con todas las fuerzas actuantes, la aceleración del sísmo que puede provocar la falla, no deberá ser menor que la aceleración qúe se presenta en la zona.

c). Cuando se use el mëtodo estereográfico, se deberá trabajar con un estereograma original o cuando más, con copias de dicho estereograma, dado que si usamos copias de copias, las distorsiones del estereograma nos originará fallas en el trazo.

d). Para mantener o aumentar el F.S., deberemos tratar el macizo rocoso, ya sea con drenes, anclas, inyecciones, pantallas de concreto o modificacion de la geometría, aspectos que me parecen interesantes para que algún compañero los desarrolle como tema de tèsis.

BIBLIOGRAFIA
DEL [illegible]

CAPITULO I

1.-Introducción a la mecánica de suelos y cimentaciones, Sowers y Sowers, capítulo I, LIMUSA 1980.

CAPITULO II

2. Manual de Diseño de Obras Civiles, Geotécnia B-3-4 Pruebas de campo y laboratorio, Comisión Federal - de Electricidad 1980.

3. Mecánica de suelos, Tomo I, apéndice Juárez Badi-- llo y Rico Rodríguez, LIMUSA 1980.

4. Mecánica de suelos, Tomo II, capítulo V, Juárez y Rico, LIMUSA 1980.

5. Geología Física, para Ingenieros Krinini.

6. Fundamentos de Geológía Física, Leet y Hudson, -- LIMUSA 1979.

7. Aspectos Fundamentales de concreto reforzado, capítulo XIII, González Cuevas, LIMUSA 1980.

8. Apuntes de Geotécnia IV, capítulo 3, Carlos Díaz-Mora.

9. Apuntes de la Facultad de Ingeniería Materiales I, II y III, Análisis y Diseño Estructural, efectos - de esbeltez, miembros sujetos a flexión y carga -- axial, UNAM.

CAPITULO III

10. Mecánica de suelos, Tomo I, capítulo XI, Juárez y

Rico, LIMUSA 1980.

11. Manual de Diseño de Obras Civiles, Geotécnia B-1-5, Presentación de datos geológicos, Comisión Federal-de Electricidad 1980.

12. Introducción a la mecánica de sólidos, Egor Popov., LIMUSA 1980.

13. NCG., TECHNICAL REPORT No. 36, ANALYTICAL AND GRAPHICAL METHODS FOR THE ANALYSIS OF SLOPES IN ROCK --MESSES HENDRON CORDING-AIYER-US, Army Engineer Nu--clear, Gratering Grop, Livermore California 1971.

14. Apuntes de Geotécnia IV, capítulo V, Ing., Díaz ---Mora.

CAPITULO IV

15. Goodman Richard E., Introductión to Rock Mechanics, Edit. Wiley 1980.

16. Alfreds R., Jumikis, Rock Mechanics, TRANS-TECH-PUBLICATIONS, First Editión 1979.

17. NCG., TECHNICAL REPORT No. 36, HENDRON-CORDING AI--YER.