



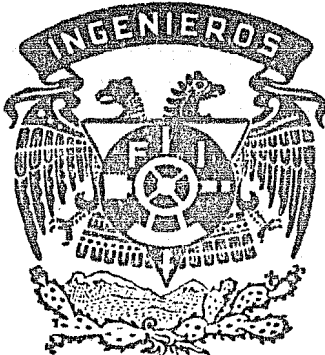
UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

28  
157

APLICACION DEL METODO DEL MARCO EQUIVALENTE  
A UNA ESTRUCTURA DE CONCRETO PARA EDIFICIO  
DE OFICINAS

T E S I S



QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL  
P R E S E N T A  
CECILIO PACHECO MUÑOZ  
MEXICO, D. F. 1983



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N D I C E

	Página
I EXPOSICION DEL METODO DEL MARCO EQUIVALENTE.	1
II VALUACION DE CARGAS DE DISEÑO.	21
III APLICACION DEL METODO A DOS MARCOS TIPICOS DE EDIFICIO.	34 y 118
IV DISEÑO DE LOSAS Y COLUMNAS	97 y 142
V CONCLUSIONES.	157
BIBLIOGRAFIA	158

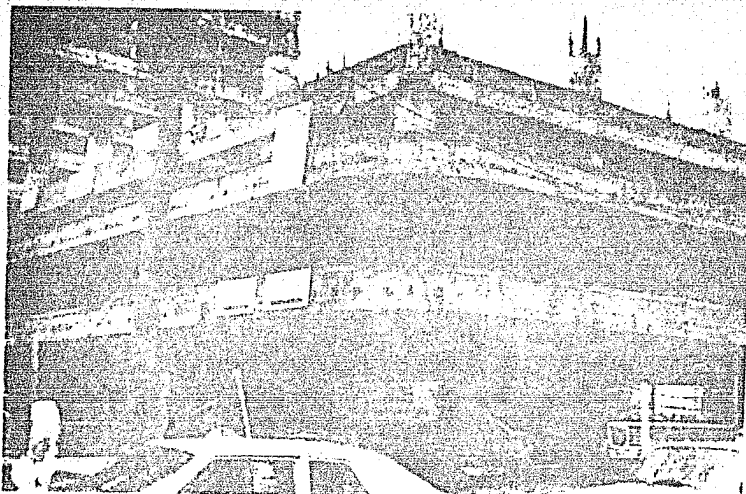


FOTO 1

ESTRUCTURA DE CONCRETO CON LOSA RETICULAR  
Y DISTRIBUCION DE COLUMNAS EN LOS DOS SEN-  
TIDOS.

## I.- EXPOSICION DEL METODO DEL MARCO EQUIVALENTE.

### I.1. INTRODUCCION.

EL OBJETO DE ESTA TESIS, CONSISTE EN ILUSTRAR PRACTICAMENTE LO QUE ES EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE, APLICADO A UNA ESTRUCTURA DE CONCRETO PARA UN EDIFICIO DE OFICINAS. DESARROLLA DETALLES DE CÁLCULO POR EL ANÁLISIS ELÁSTICO, (QUE SE BASA EN QUE LAS SECCIONES DE LOS MIEMBROS DE LA ESTRUCTURA SE DISEÑAN SUPONIENDO UNA VARIACION LINEAL PARA LA RELACION ESFUERZO-DEFORMACION, LO QUE ASEGURA QUE BAJO LAS CARGAS DE SERVICIO LOS ESFUERZOS DEL ACERO Y DEL CONCRETO NO EXCEDEN LOS ESFUERZOS PERMISIBLES DE TRABAJO), Y SE CONSIDERAN LOS MIEMBROS SOMETIDOS A FLEXION Y A CORTANTE.

SE ANALIZARÁN DOS MARCOS: UNO EN EL SENTIDO LARGO Y EL OTRO EN EL CORTO, Y SE OBTENDRÁN LOS MOMENTOS FLEXIONANTES Y FUERZAS CORTANTES POR MEDIO DE MÉTODOS RECONOCIDOS DE ANÁLISIS ELÁSTICOS. SE SUPONDRÁ QUE LA ESTRUCTURA SE DIVIDE EN MARCOS ORTAGONALES, CADA UNO DE ELLOS FORMADO POR UNA FILA DE COLUMNAS Y FRANJAS DE LOSA CON UN ANCHO IGUAL A LA DISTANCIA ENTRE LAS LINEAS MEDIAS DE LOS TABLEROS ADYACENTES AL EJE DE COLUMNAS CONSIDERADO. AL ANALIZAR LOS MARCOS EN CADA DIRECCION O SENTIDO, SE USARÁN LAS CARGAS TOTALES QUE ACTUARÁN EN LAS LOSAS.

EN EL CÁLCULO DE LAS RIGIDECES, SE TOMARÁN SECCIONES DE CON

EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE ES COMPARABLE AL ANÁLISIS ELÁSTICO PARA LOSAS PLANAS DE LOS ANTERIORES REGLAMENTOS DE CONSTRUCCIONES DEL ACI. EL MÉTODO HA SIDO PLANEADO PARA QUE PROPORCIONE UNA MEJOR REPRESENTACIÓN EN DOS DIMENSIONES DE UN SISTEMA TRIDIMENSIONAL, A TRAVÉS DEL ARTIFICIO DE DEFINIR LAS RIGIDECES A LA FLEXIÓN QUE REFLEJAN LOS POSIBLES GIROS TORSIONANTES EN EL SISTEMA TRIDIMENSIONAL.

AHORA BIEN, EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE COMPRENDE FACTORES, CONSTANTES Y LA FLEXIBILIDAD DEL ELEMENTO COMPUESTO (VIGA EQUIVALENTE); QUE INTERVIENEN EN LA DISTRIBUCIÓN DE LOS MOMENTOS EN EL SISTEMA DE PISO. A MEDIDA QUE SE VAYA ENUNCIANDO, SE IRÁN EXPLICANDO BREVEMENTE.

A CONTINUACIÓN SE MENCIONAN:

KEC (RIGIDEZ EQUIVALENTE). COMBINA LAS RIGIDECES A FLEXIÓN DE LOS TRAMOS DE COLUMNA ARRIBA Y ABAJO DE LA LOSA, O SEA, QUE ES IGUAL A LA SUMA DE LAS FLEXIBILIDADES A FLEXIÓN (KC), CON UNA ASIGNACIÓN DE LA FLEXIBILIDAD A TORSIÓN.

FLEXIBILIDADES = INVERSO A RIGIDECES.

AL CONJUNTO DE VIGA-LOSA SE LE LLAMA: VIGA EQUIVALENTE.

DE LAS SECCIONES ANTERIORES; SE USA EL MAYOR VALOR DE C., DE LA SIGUIENTE EXPRESIÓN:  $C = \sum (1 - 0.63 \frac{X}{Y}) \frac{X^3 Y}{3}$  (1)

DONDE LAS VARIABLES X E Y SON LOS VALORES MENOR Y MAYOR DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL RECTANGULAR. CON LA C OBTENIDA, SE SUBSTITUYE EN LA SIGUIENTE ECUACIÓN:

$$K_T = \frac{9 \text{ Esc } C}{L_2 \left( 1 - \frac{C_2}{L_2} \right)^3} \quad (2)$$

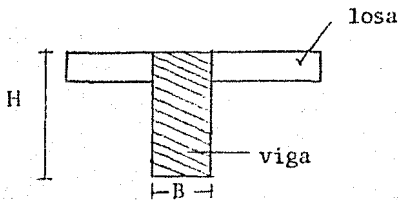
Esc = MÓDULO DE ELASTICIDAD DEL CONCRETO

$L_2$  = ANCHO DE UNA FRANJA DE LOSA

$C_2$  = DIMENSIÓN DE COLUMNA A LO ANCHO DE LA FRANJA  $L_2$

CUANDO EL TABLERO TIENE UNA VIGA PARALELA A LA DIRECCION EN QUE ACTÚA EL MOMENTO FLEXIONANTE HAY QUE MULTIPLICAR  $K_T$  POR LA RELACIÓN  $I_A / I_S$  (MOMENTOS DE INERCIA).

$I_A$  INCLUYE LA PARTE DE LA VIGA QUE SE PROYECTA ARRIBA Y ABAJO DE LA LOSA. (VER. DETALLE)



$$I_A = \frac{BH^3}{12}$$

detalle

## I N D I C E

	Página
I EXPOSICION DEL METODO DEL MARCO EQUIVALENTE.	1
II VALUACION DE CARGAS DE DISEÑO.	21
III APLICACION DEL METODO A DOS MARCOS TÍPICOS DE EDIFICIO.	34 y 118
IV DISEÑO DE LOSAS Y COLUMNAS	97 y 142
V CONCLUSIONES.	157
BIBLIOGRAFIA	158



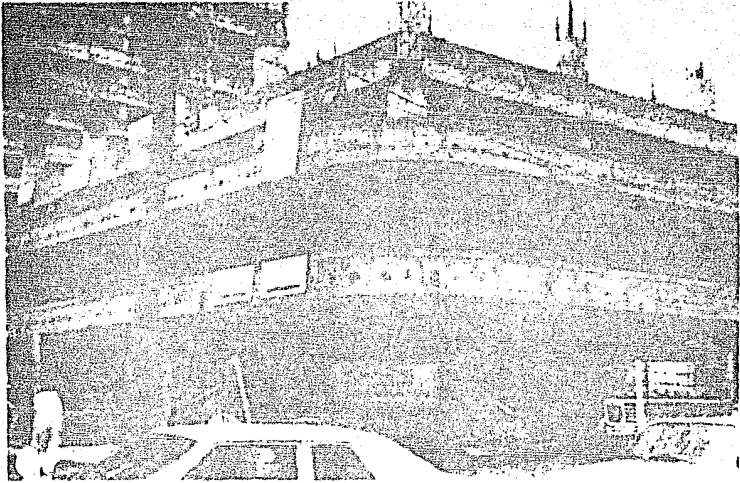


FOTO 1

ESTRUCTURA DE CONCRETO CON LOSA RETICULAR  
Y DISTRIBUCION DE COLUMNAS EN LOS DOS SEN-  
TIDOS.

## I.- EXPOSICION DEL METODO DEL MARCO EQUIVALENTE.

### I.1. INTRODUCCION.

EL OBJETO DE ESTA TESIS, CONSISTE EN ILUSTRAR PRACTICAMENTE LO QUE ES EL METODO DEL MARCO EQUIVALENTE, APLICADO A UNA ESTRUCTURA DE CONCRETO PARA UN EDIFICIO DE OFICINAS. DESARROLLA DETALLES DE CÁLCULO POR EL ANÁLISIS ELÁSTICO, (QUE SE BASA EN QUE LAS SECCIONES DE LOS MIEMBROS DE LA ESTRUCTURA SE DISEÑAN SUPONIENDO UNA VARIACION LINEAL PARA LA RELACION ESFUERZO-DEFORMACION, LO QUE ASEGURA QUE BAJO LAS CARGAS DE SERVICIO LOS ESFUERZOS DEL ACERO Y DEL CONCRETO NO EXCEDEN LOS ESFUERZOS PERMISIBLES DE TRABAJO), Y SE CONSIDERAN LOS MIEMBROS SOMETIDOS A FLEXION Y A CORTANTE.

SE ANALIZARÁN DOS MARCOS: UNO EN EL SENTIDO LARGO Y EL OTRO EN EL CORTO, Y SE OBTENDRÁN LOS MOMENTOS FLEXIONANTES Y FUERZAS CORTANTES POR MEDIO DE MÉTODOS RECONOCIDOS DE ANÁLISIS ELÁSTICOS. SE SUPONDRÁ QUE LA ESTRUCTURA SE DIVIDE EN MARCOS ORTAGONALES, CADA UNO DE ELLOS FORMADO POR UNA FILA DE COLUMNAS Y FRANJAS DE LOSA CON UN ANCHO IGUAL A LA DISTANCIA ENTRE LAS LINEAS MEDIAS DE LOS TABLEROS ADYACENTES AL EJE DE COLUMNAS CONSIDERADO. AL ANALIZAR LOS MARCOS EN CADA DIRECCION O SENTIDO, SE USARÁN LAS CARGAS TOTALES QUE ACTUARÁN EN LAS LOSAS.

EN EL CÁLCULO DE LAS RIGIDECES, SE TOMARÁN SECCIONES DE CON

CRETO NO AGRIETADO Y SIN CONSIDERAR EL REFUERZO.

PARA LA DISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS TOTALES, SE DIVIDIRÁ LA -  
FRANJA EN CADA DIRECCIÓN, EN FRANJAS DE COLUMNA Y FRANJA -  
CENTRAL, QUE MÁS ADELANTE SE DETALLARÁN.

EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE, PROPORCIONA UNA MEJOR VI-  
SIÓN Y PERSPECTIVA, AL SUBSTITUIR LOS SISTEMAS DE PISO -  
(EN SU FORMA TRIDIMENSIONAL), EN UNA SERIE DE MARCOS EN -  
DOS DIMENSIONES (BIDIMENSIONAL). ÉSTE MARCO BIDIMENSIO-  
NAL, ESTARÁ CONSTITUIDO POR COLUMNAS Y VIGAS, EL CUÁL SE  
ANALIZARÁ PARA LAS CARGAS QUE ACTUARÁN EN EL PLANO DE LOS  
MARCOS.

CON ÉSTE ANÁLISIS, SE OBTENDRÁN MOMENTOS Y CORTANTES DE DI-  
SEÑO QUE POSTERIORMENTE SERVIRÁN PARA HACER UNA REPARTI- -  
CIÓN EN LA FRANJA DE LOSA ; QUE A SU VEZ SE DIVIDIRÁ EN -  
UNA FRANJA DE COLUMNA Y UNA FRANJA CENTRAL.

EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE ES COMPARABLE AL ANÁLISIS ELÁSTICO PARA LOSAS PLANAS DE LOS ANTERIORES REGLAMENTOS DE CONSTRUCCIONES DEL ÁCI. EL MÉTODO HA SIDO PLANEADO PARA QUE PROPORCIONE UNA MEJOR REPRESENTACIÓN EN DOS DIMENSIONES DE UN SISTEMA TRIDIMENSIONAL, A TRAVÉS DEL ARTIFICIO DE DEFINIR LAS RIGIDECES A LA FLEXION QUE REFLEJAN LOS POSIBLES GIROS TORSIONANTES EN EL SISTEMA TRIDIMENSIONAL.

AHORA BIEN, EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE COMPRENDE FACTORES, CONSTANTES Y LA FLEXIBILIDAD DEL ELEMENTO COMPUESTO (VIGA EQUIVALENTE); QUE INTERVIENEN EN LA DISTRIBUCION DE LOS MOMENTOS EN EL SISTEMA DE PISO. A MEDIDA QUE SE VAYA ENUNCIANDO, SE IRÁN EXPLICANDO BREVEMENTE.

A CONTINUACIÓN SE MENCIONAN:

K<sub>EC</sub> (RIGIDÉZ EQUIVALENTE). COMBINA LAS RIGIDECES A FLEXIÓN DE LOS TRAMOS DE COLUMNA ARRIBA Y ABAJO DE LA LOSA, O SEA, QUE ES IGUAL A LA SUMA DE LAS FLEXIBILIDADES A FLEXIÓN (K<sub>C</sub>), CON UNA ASIGNACIÓN DE LA FLEXIBILIDAD A TORSIÓN.

FLEXIBILIDADES = INVERSO A RIGIDECES.

AL CONJUNTO DE VIGA-LOSA SE LE LLAMA: VIGA EQUIVALENTE.

K<sub>C</sub> (RIGIDÉZ DE COLUMNA). PARA DETERMINAR LA RIGIDÉZ A FLEXIÓN EN LA COLUMNA, COMPRENDIDO ENTRE EL NIVEL DE PISO CONSIDERADO Y LOS NIVELES SUPERIOR E INFERIOR, SE OBTIENE LA SUMA DE LAS RIGIDECEZ EN LOS TRAMOS DE COLUMNA ARRIBA Y ABAJO DE LA LOSA Y SE EXPRESA COMO:

$$K_C = \frac{4 EI}{L} \quad \delta \quad \frac{K_C}{10^7} = \frac{4 E_{cc}}{12 L_c \times 10^4}$$

K<sub>T</sub> (RIGIDÉZ A TORSIÓN). EN CUANTO A LA FLEXIBILIDAD A TORSIÓN PRIMERO SE OBTIENEN LOS VALORES DEL PARÁMETRO C (CONSTANTE -- TORSIONANTE) DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL; ESTO IMPLICA, HACER UNA DESCOMPOSICIÓN EN RECTÁNGULOS LA SECCIÓN TRANSVERSAL T O L DE LA VIGA. LAS SIGUIENTES SECCIONES DAN A CONOCER COMO SE HA CE LA DESCOMPOSICIÓN PARA DEFINIR LAS PROPIEDADES DEL MIEMBRO ADJUNTO SUJETO A TORSIÓN. (FIG. I-1)

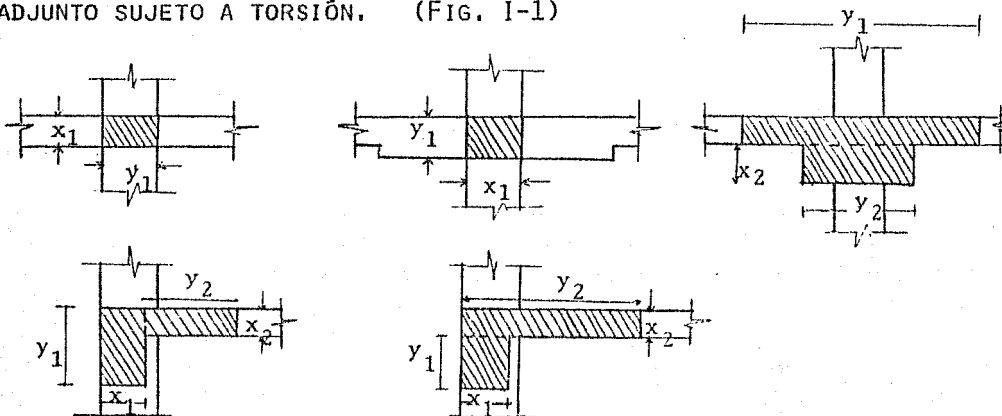


FIG. I-1 SECCIONES TRANSVERSALES PARA DETERMINAR EL PARÁMETRO C DE LA VIGA SUJETA A TORSIÓN.

DE LAS SECCIONES ANTERIORES; SE USA EL MAYOR VALOR DE C., DE LA SIGUIENTE EXPRESIÓN:  $C = \sum (1 - 0.63 \frac{X}{Y}) \frac{X^3 Y}{3}$  (1)

DONDE LAS VARIABLES X E Y SON LOS VALORES MENOR Y MAYOR DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL RECTANGULAR. CON LA C OBTENIDA, SE SUBSTITUYE EN LA SIGUIENTE ECUACIÓN:

$$K_T = \frac{9 \text{ Esc } C}{L_2 \left( 1 - \frac{C_2}{L_2} \right)^3} \quad (2)$$

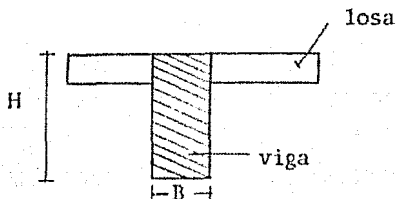
ESC = MÓDULO DE ELASTICIDAD DEL CONCRETO

$L_2$  = ANCHO DE UNA FRANJA DE LOSA

$C_2$  = DIMENSIÓN DE COLUMNA A LO ANCHO DE LA FRANJA  $L_2$

CUANDO EL TABLERO TIENE UNA VIGA PARALELA A LA DIRECCION EN QUE ACTÚA EL MOMENTO FLEXIONANTE HAY QUE MULTIPLICAR  $K_T$  POR LA RELACIÓN  $I_A / I_S$  (MOMENTOS DE INERCIA),

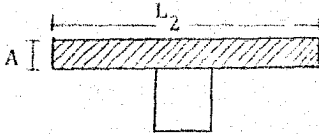
$I_A$  INCLUYE LA PARTE DE LA VIGA QUE SE PROYECTA ARRIBA Y ABAJO DE LA LOSA. (VER. DETALLE)



detalle

$$I_A = \frac{BH^3}{12}$$

$I_s$  NO SE INCLUYE LA PARTE DE LA VIGA QUE SE PROYECTA. VER DE TALLE.



$$I_s = \frac{L_2 A^3}{12}$$

EL PORCENTAJE DE LOS MOMENTOS TOTALES QUE SE APLICA A LA FRANJA DE LOSA (FRANJA COLUMNA Y FRANJA CENTRAL), ESTÁ REPRESENTADO POR LOS SIGUIENTES FACTORES.

$\alpha_1$ , FACTOR QUE INTERVIENE DIRECTAMENTE EN LA DISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS CON LA FRANJA DE LOSA. DEPENDERÁ DE LA RELACIÓN DE MOMENTOS DE INERCIA DE LA LOSA Y DE LA VIGA ( $\alpha_1 = \frac{E_c I_s}{E_c I_B}$ ); -

QUE MULTIPLICADOS POR LA RELACION DE CLAROS  $L_2 / L_1$ , OBTENDREMOS LA RELACIÓN DE RIGIDECES ( $\alpha_1 L_2 / L_1$ ). CON ÉSTOS DATOS SE PASARÁ DIRECTAMENTE A LA TABLA I.1

CON  $\alpha_1 \frac{L_2}{L_1} = 0$       0       $\alpha_1 \frac{L_2}{L_1} \geq 1.0$

$\alpha_1 \frac{L_2}{L_1}$ , SE APLICA A MOMENTOS NEGATIVOS EN APOYOS INTERIORES Y MOMENTOS POSITIVOS.

$\alpha_2$  TIENE EL MISMO SIGNIFICADO QUE  $\alpha_1$ , PERO EN LA DIRECCIÓN  $L_2$ . EXISTE UNA LIMITACIÓN QUE TIENE POR OBJETO ASEGURAR QUE LAS RIGIDECES NO DIFIERAN EXCESIVAMENTE EN LAS DOS DIRECCIONES PERPENDICULARES AL TABLERO, ESTA EXPRESIÓN ES:

$$0.2 < \frac{\alpha_1 L_2^2}{\alpha_2 L_1^2} < 5.0$$

LAS VIGAS DE LA ESTRUCTURA, ESPECIALMENTE LAS DE BORDE, ESTÁN BAJO LA ACCION DE MOMENTOS TORSIONANTES DEBIDOS A LA RESTRICCIÓN QUE PROPORCIONAN A LA LOSA. ESTOS MOMENTOS PUEDEN CALCULARSE, DISTRIBUYENDO LOS MOMENTOS DE LAS COLUMNAS EQUIVALENTES ENTRE LAS COLUMNAS Y VIGAS (FIG. I-2), PROPORCIONALMENTE A SUS RIGIDECES  $K_c$  Y  $K_t$ . OBSÉRVESE QUE EL MOMENTO EN LAS COLUMNAS ES EL MOMENTO TOTAL EN LAS COLUMNAS EQUIVALENTES, YA QUE LOS MOMENTOS TORSIONANTES EN LAS VIGAS SE TRANSMITEN A LAS COLUMNAS COMO MOMENTOS FLEXIONANTES.

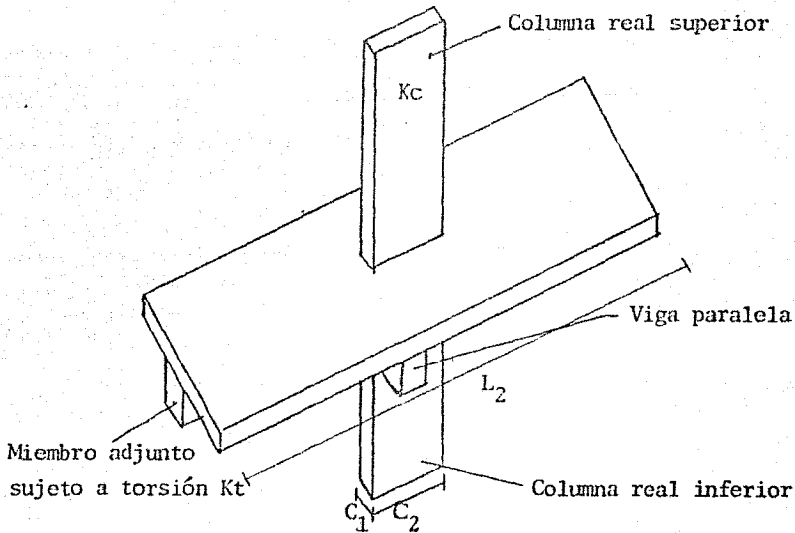


FIG. I-2. COLUMNA EQUIVALENTE.



$B_T$ , FACTOR QUE SE APLICA A VIGAS DE BORDE Y DEPENDE DE LA RELACION DE LA RIGIDÉZ A TORSIÓN DE LA SECCION TRANSVERSAL DE LA VIGA DE BORDE Y LA RIGIDÉZ A FLEXIÓN DE UN TRAMO DE LOSA CUYO ANCHO ES IGUAL AL CLARO CENTRO A CENTRO DE APOYOS DE LA VIGA - DE BORDE. SE EXPRESA COMO:

$$\frac{E_{CB} C}{2 E_C I_S} \quad (3)$$

$I_S$  = MOMENTO DE INERCIA DE UNA ANCHO DE LOSA  $L_2$

$E_C = E_{CB} = E_{CS}$  = MÓDULO DE ELASTICIDAD DEL CONCRETO'

$C$  = YA SE DEFINIÓ CON LA ECUACIÓN 1.

EN LA TABLA I-1 FACTOR  $B_T = 0$  ó  $B_T \cong 2.5$

$B_T$  SE APLICA A MOMENTOS NEGATIVOS EN APOYOS EXTERIORES.

## 1.2. DESCRIPCION DEL METODO

POR EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE, LA ESTRUCTURA ES DIVIDIDA, PARA ANALIZARLA EN MARCOS CONTÍNUOS CENTRADOS SOBRE LAS LÍNEAS DE COLUMNA Y EXTENDIDOS A AMBAS LONGITUDINALMENTE Y TRANSVERSALMENTE, COMO SE OBSERVA EN LA FIGURA I-3. CADA MARCO ES COMPUESTO DE UNA FILA DE COLUMNAS Y UN ANCHO DE VIGAS CONTÍNUAS.

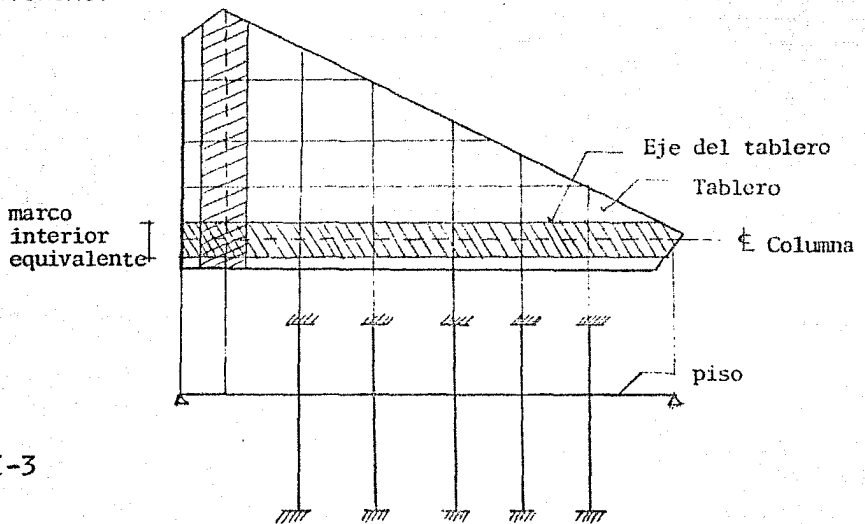


FIG. I-3

LAS VIGAS INCLUYEN LA PORCIÓN DE LA LOSA, LIMITADO POR LOS EJES CENTRALES DE LOS TABLEROS ADYACENTES. (FIG. I-3)

PARA LAS CARGAS VERTICALES, CADA PISO CON SUS COLUMNAS ES ANALIZADO SEPARADAMENTE.

EL MARCO EQUIVALENTE, ABARCA TRES PARTES:

- 1.- LA FRANJA DE LOSA HORIZONTAL, INCLUYENDO CUALQUIER VIGA QUE SE EXTIENDA EN DIRECCION DEL MARCO.
- 2.- LAS COLUMNAS O CUALQUIER OTRO MIEMBRO DE APOYO QUE SE EXTIENDE POR ARRIBA Y POR ABAJO DE LA LOSA.
- 3.- LOS ELEMENTOS DE LA ESTRUCTURA QUE PROPORCIONAN TRANSMISIÓN DE MOMENTOS ENTRE LOS MIEMBROS HORIZONTALES Y VERTICALES.

TOMAREMOS UNA DISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS FLEXIONANTES A LO ANCHO DE UNA FRANJA DE LOSA COMO SE OBSERVA EN LA FIGURA I-4.

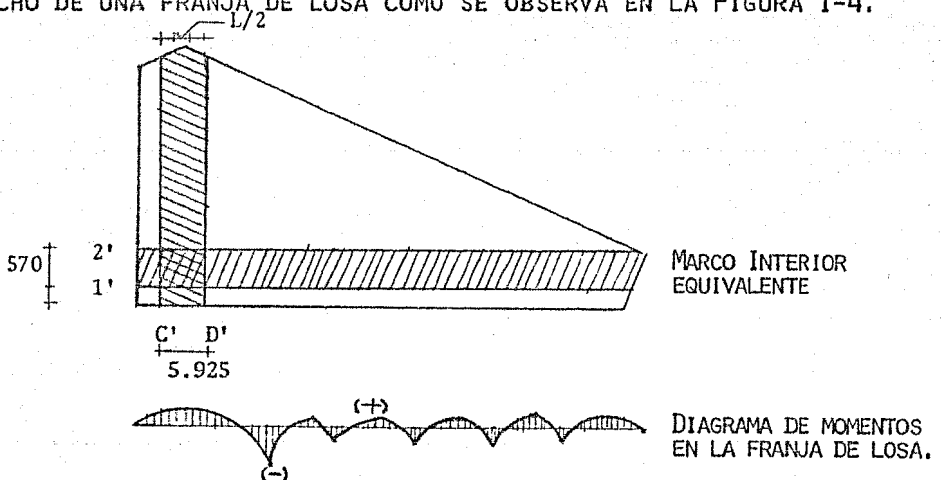


FIG. I-4

LA DISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS POSITIVOS Y NEGATIVOS SE HARÁ EN

UN ANCHO DE FRANJA DE LOSA LIMITADO POR LOS EJES CENTRALES DE LOS TABLEROS ADYACENTES; A SU VEZ, ESTA FRANJA SE DIVIDIRÁ EN FRANJAS DE COLUMNA Y FRANJAS CENTRALES.

POR DEFINICIÓN, UN TABLERO INCLUYE TODOS LOS ELEMENTOS SUJETOS A FLEXIÓN, COMPRENDIDOS ENTRE LOS EJES DE COLUMNAS. ASÍ, LA FRANJA DE COLUMNA INCLUYE VIGAS (SI LAS HAY).

ESTE MÉTODO DE MARCOS ELÁSTICOS (MARCO EQUIVALENTE), CONSISTE EN IDEALIZAR LA LOSA COMO UNA TRABE QUE FORME MARCOS CON LAS COLUMNAS Y ANALIZAR ESTE SISTEMA POR CUALQUIER MÉTODO RECONOCIDO (CROSS, KANI), ...). LA LOSA DEBE SER EQUIVALENTE A LA TRABE ESPECIALMENTE EN LO QUE SE REFIERE A RIGIDEZ. POR LO QUE SE REFIERE A CARGAS, SE DEBE CONSIDERAR TODAS AQUELLAS QUE OBRAN EN UNA FRANJA COMPRENDIDA ENTRE CENTRO Y CENTRO DE CRUJÍAS ADYACENTES AL MARCO POR ANALIZAR.

LA FIGURA I-4, MUESTRA COMO DISTRIBUYE EL MOMENTO TOTAL ESTÁTICO EN MOMENTOS DE DISEÑO NEGATIVOS Y POSITIVOS.

PARA EL ESTUDIO DE ÉSTE MÉTODO (MARCO EQUIVALENTE), CONSIDERAMOS LAS CARGAS GRAVITACIONALES (VERTICALES) EXCLUSIVAMENTE, SIN TOMAR EN CUENTA FENÓMENOS ACCIDENTALES (CARGAS HORIZONTALES DEBIDAS A VIENTO Y SISMO PRINCIPALMENTE).

PARA CARGAS VERTICALES, EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE CONSIDERA QUE LAS COLUMNAS SUPERIOR E INFERIORES EN LA LOSA ESTÁN EMPOTRADAS EN SUS EXTREMOS OPUESTOS.

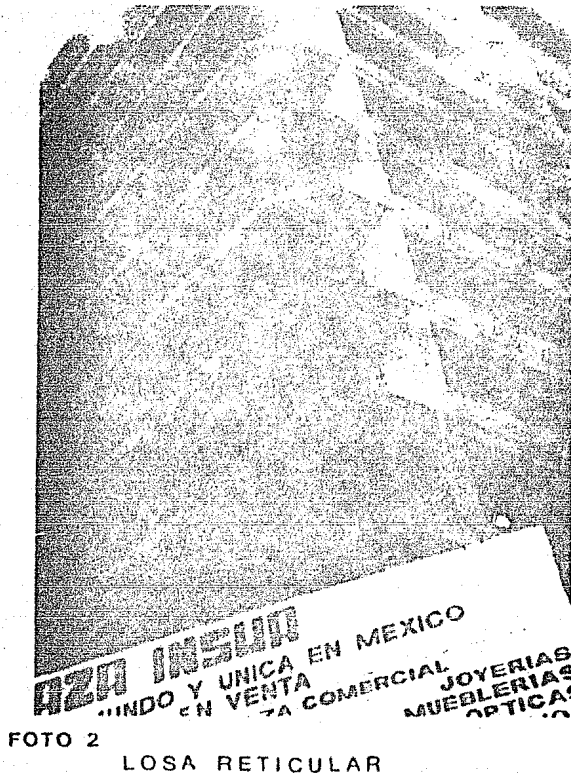
PARA LOS CASOS EN DONDE INTERVIENEN FENÓMENOS ACCIDENTALES - (CARGAS HORIZONTALES) SE ANALIZAN LOS MARCOS COMPLETOS.

PARA EL PRESENTE ESTUDIO, NOS LIMITAREMOS A ANALIZAR UN CLARO CORTO Y UN CLARO LARGO.

LA ESTRUCTURA POR ANALIZAR, ES UNA LOSA CONTÍNUA (HOMOGÉNEA) A BASE DE CASETONES O COMÚNMENTE LLAMADA LOSA RETICULAR.

EN LA ACTUALIDAD (EN LA CIUDAD DE MÉXICO), SE ESTÁN CONSTRUYENDO ESTE TIPO DE LOSA RETICULAR.

SE UTILIZARON PARA LOS CÁLCULOS, AYUDAS DE DISEÑO QUE CUMPLEN CON LAS DISPOSICIONES DEL REGLAMENTO DE LAS CONSTRUCCIONES -- DEL DEPARTAMENTO DEL DISTRITO FEDERAL, VERSIÓN 1977, Y EL ACI.



### 1.3 NOTACION HISTORICA

SE HICIERON ESTUDIOS E INVESTIGACIONES DE MÉTODOS PARA DETERMINAR MOMENTOS EN LOSAS DE CONCRETO REFORZADO PARA EL ANÁLISIS DE MARCOS ELÁSTICOS EQUIVALENTES EN DOS DIMENSIONES. EL ESTUDIO SE BASA EN UNA COMPARACIÓN EQUITATIVA DE MOMENTOS EN LOSAS Y LA DETERMINACION DE ANÁLISIS Y PRUEBAS.

SE HICIERON COMPARACIONES DE LOS MÉTODOS EMPÍRICOS. EN ESE -- TIEMPO, EL MÉTODO VÁLIDO PARA DETERMINAR LOS MOMENTOS EN ESTRUCTURAS DE CONCRETO FUÉ LA TEORÍA DE LOS PLANOS FLEXIBLES. -- PERO COMO SE ENCONTRÓ DIFICULTAD EN OBTENER SOLUCIONES PARA -- LOS PROBLEMAS EN LOSAS PLANAS, NO FUÉ PRÁCTICO SU USO COMO PROCEDIMIENTO DE DISEÑO.

DESPUÉS DE UN GRAN NÚMERO DE PRUEBAS DE CARGA EN ESTRUCTURAS DE LOSAS DE CONCRETO REFORZADO, FUÉ DESARROLLADO UN MÉTODO EMPÍRICO PARA LA DETERMINACIÓN DE MOMENTOS. EL USO DE ÉSTE MÉTODO ESTABA LIMITADO PARA ESTRUCTURAS CON DIMENSIONES SIMILARES (LOSA Y COLUMNA). ÉSTAS SE EMPEZARON A CONSTRUIR ANTES DE QUE SE CONOCIERAN MÉTODOS DE ANÁLISIS, SOBRE UNA BASE EMPÍRICA).

MÁS ADELANTE, SE ADMITIÓ QUE EL MÉTODO EMPÍRICO FUERA APLICADO A ESTRUCTURAS CON MAYOR DIFICULTAD DE DIMENSIONAMIENTO (LOSAS APOYADAS SOBRE TRABES Y COLUMNAS. AQUÍ YA SE DISPONÍA DE MÉTODOS MATEMÁTICOS DE ANÁLISIS).

### METODO DEL MARCO EQUIVALENTE

EN 1948, FUÉ PROPUESTA POR PEABODY, Y FUÉ INCORPORADO EN SUBSECUENTES EDICIONES DEL ACI COMO DISEÑO DEL ANÁLISIS ELÁSTICO. -- ÉSTE APARECE EN FORMA CORREGIDA, EN EL REGLAMENTO DE ACI-71, --

COMO EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE.

RECIENTEMENTE, CON EL DESCUBRIMIENTO DE COMPUTADORAS DIGITALES, HA SIDO POSIBLE MÁS SOLUCIONES BASADAS EN TEORÍAS FLEXIBLES - PLANAS. EN SUMA, CON LAS SOLUCIONES TEÓRICAS Y RESULTADOS DE PRUEBAS FUÉ POSIBLE REINVESTIGAR EL USO DE UN ANÁLISIS DEL MARCO EN DOS DIMENSIONES. ESTO NOS DÁ UNA MAYOR CONFIANZA PARA EL ANÁLISIS DE LOSAS DE CONCRETO REFORZADO.

EL OBJETO DE ESTA INVESTIGACIÓN ES HACER UNA COMPARACIÓN CUANTITATIVA DE MOMENTOS DETERMINADOS POR EL ANÁLISIS DE MARCOS - ELÁSTICOS EQUIVALENTES EN DOS DIMENSIONES CON AQUELLOS QUE SE DETERMINARON POR LA TEORÍA DE LOS PLATOS FLEXIBLES Y DE PRUEBAS ELÁSTICAS EN AMBOS, Y DE MODELOS DE CONCRETO REFORZADO.

EL ANÁLISIS DEL MARCO EQUIVALENTE, ESTÁ BASADO PARA OBTENER MOMENTOS EN EL DISEÑO DE SECCIONES PARA LOSAS DE CONCRETO REFORZADO.

EL ANÁLISIS DEL MARCO EQUIVALENTE FUÉ DESARROLLADO PARA DAR VALORES CON UNA APROXIMACIÓN VERSÁTIL.

EN LA ACTUALIDAD, EL REGLAMENTO ACI PROPONE DOS ALTERNATIVAS PARA LA OBTENCIÓN DE MOMENTOS EN LOSAS DE DOS DIRECCIONES:

- 1.- MÉTODO SEMIEMPÍRICO (MÉTODO DIRECTO).
- 2.- MÉTODO ANÁLISIS ELÁSTICO APROXIMADO, CONOCIDO COMO MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE.

#### 1.4. DIMENSIONAMIENTO DEL SISTEMA DE PISO

LOS PASOS A SEGUIR PARA ESTE MÉTODO (MARCO EQUIVALENTE). SE ENUNCIAN A CONTINUACIÓN:

EL MÉTODO IMPLICA UN CAMBIO DE SISTEMA TRIDIMENSIONAL A UN SISTEMA BIDIMENSIONAL FORMADO POR MARCOS EQUIVALENTES. LO PRIMERO QUE SE HARÁ ES:

1) UNA IDEALIZACIÓN DE LA ESTRUCTURA.- ESTO CONSISTE EN HACER UNA SERIE DE FRANJAS EN LA PLANTA, CENTRADOS A CADA LADO DE LAS DOS DIRECCIONES (FIG.1-4).

LAS COLUMNAS DE LOS MARCOS EQUIVALENTES SON IGUALES A LAS COLUMNAS DE LA ESTRUCTURA, MODIFICADAS DE TAL MANERA QUE, ADEMÁS DE LA COLUMNA PROPIAMENTE DICHA, INCLUYA LA VIGA PERPENDICULAR A LA DIRECCIÓN DEL MARCO EQUIVALENTE.

LA COLUMNA EQUIVALENTE CONSISTE EN LAS COLUMNAS REALES ARRIBA Y ABAJO DE LA LOSA, MÁS LOS MIEMBROS ADJUNTOS SUJETOS A TORSIÓN EN CADA LADO DE LAS COLUMNAS, QUE SE EXTIENDEN HASTA LA LÍNEA DE EJE DE LOS TABLEROS ADYACENTES. (VER FIG.1-5).

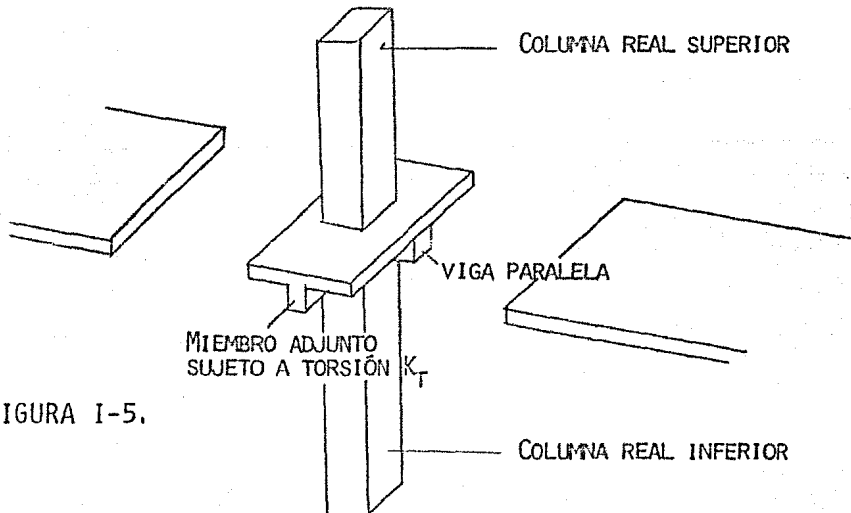


FIGURA I-5.



SE CONSIDERÓ UNA VIGA TRANSVERSAL QUE TRABAJE A TORSIÓN COMO LA SIGUIENTE: (FIG. I.6.).

$$C = \sum \left[ \left( 1 + 0.63 \frac{x_1}{y_1} \right) \frac{x_1^3 y_1}{3} \right] + \left[ \left( 1 + 0.63 \frac{x_2}{y_2} \right) \frac{x_2^3 y_2}{3} \right]$$

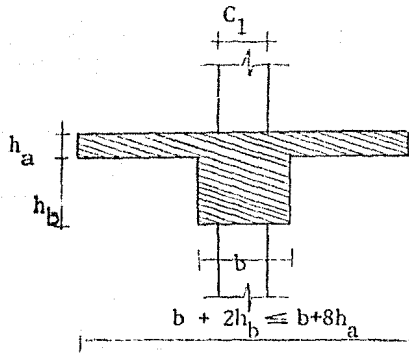


FIGURA I-6.

2) DETERMINACIÓN DE LAS RIGIDECES DE LOS ELEMENTOS QUE FORMAN LOS MARCOS.

AQUÍ SE CONSIDERAN SECCIONES GRUESAS DE CONCRETO SIN AGRIETAR - SIN TOMAR EL ACERO DE REFUERZO.

PARA EL CÁLCULO DE RIGIDECES DE VIGAS EQUIVALENTES EN SISTEMAS, SE SACARON SECCIONES TRANSVERSALES EN UNO DE LOS EJES CORRESPONDIENTES A UN CLARO Y DE AQUÍ SE OBTUVO EL DIAGRAMA DE VARIACIÓN  $1/EI$ . (VER. FIG. I-7).

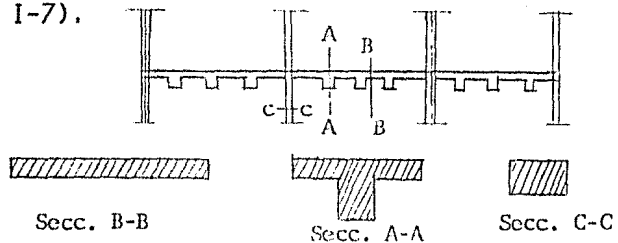


FIGURA I-7

POR OTRA PARTE SE OBTIENE LA  $K_{EC}$ , QUE REPRESENTA EL RECÍPROCO DE SU RIGIDÉZ Y ES IGUAL A LA SUMA DE LAS FLEXIBILIDADES A FLEXIÓN DE LOS TRAMOS DE COLUMNA ARRIBA Y ABAJO DEL NIVEL DE PISO Y DE LA FLEXIBILIDAD A TORSIÓN DE LA VIGA.

$$1/K_{EC} = 1/\sum K_C + 1/K_T$$

DONDE  $K_{EC}$  = RIGIDÉZ DE LA COLUMNA EQUIVALENTE EN MOMENTO POR UNIDAD DE ROTACIÓN.

$\sum K_C$  = SUMA DE LAS RIGIDECEZ A FLEXIÓN DE LOS TRAMOS DE COLUMNA, COMPRENDIDOS ENTRE EL NIVEL DE PISO CONSIDERADO Y LOS NIVELES SUPERIOR E INFERIOR.

$K_T$  = RIGIDÉZ A TORSIÓN DE LA TRABE.

PARA EL CÁLCULO DE LAS RIGIDECEZ SE CONSIDERA QUE LA ALTURA DE LAS COLUMNAS SE MIDE CENTRO A CENTRO DE LAS LOSAS.

PARA  $K_T$ , SE CALCULA A PARTIR DE LA FÓRMULA SIGUIENTE:

$$K_T = \frac{9 E_{cs} C}{L_2 \left( 1 - \frac{C_2}{L_2} \right)^3}$$

DONDE:

$E_{cs}$  = MÓDULO DE ELASTICIDAD DEL CONCRETO DE LA LOSA.

$C$  = SE OBTIENE A BASE DE  $X$  E  $Y$

[  $X$  = DIMENSIÓN TOTAL MENOR DE UNA SECCION TRANSVERSAL RECTANGULAR.

Y = DIMENSIÓN TOTAL MAYOR DE UNA SECCIÓN TRANSVERSAL -  
RECTANGULAR. ]

3) ANALISIS ESTRUCTURAL DE LOS MARCOS. YA CALCULADAS LAS RIGIDEZES DE VIGAS Y COLUMNAS, SE PROCEDE AL ANÁLISIS POR LOS PROCEDIMIENTOS USUALES PARA MARCOS BIDIMENSIONALES.

SE AISLAN CADA UNO DE LOS PISOS SUPONIENDO QUE LAS COLUMNAS SUPERIOR E INFERIOR ESTÁN EMPOTRADAS EN SUS EXTREMOS OPUESTOS. EN NUDOS INTERIORES, LA SECCIÓN CRÍTICA PARA MOMENTO NEGATIVO ESTÁ LOCALIZADA EN LAS CARAS DE LAS COLUMNAS, PERO A UNA DISTANCIA NO MAYOR DE  $0.175 l$  DEL CENTRO DE LA COLUMNA.

4) DISTRIBUCION DE MOMENTOS FLEXIONANTES Y FUERZAS CORTANTES.

PARA UNA DISTRIBUCIÓN, LAS FRANJAS DE PISO SE DIVIDEN EN FRANJAS DE COLUMNA Y UNA O DOS MEDIAS FRANJAS CENTRALES.

UNA VEZ HECHA LA DIVISIÓN, SE DISTRIBUYEN LOS MOMENTOS OBTENIDOS EN EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL ENTRE LAS FRANJAS DE COLUMNA Y LAS FRANJAS CENTRALES. SE CALCULAN LOS MOMENTOS EN LAS FRANJAS DE COLUMNAS, MULTIPLICANDO LOS MOMENTOS TOTALES POR LOS PORCENTAJES MOSTRADOS EN LA SIGUIENTE TABLA... [1-1

POR ÚLTIMO, SE CALCULAN LOS MOMENTOS DE LAS FRANJAS DE COLUMNAS DE LOS MOMENTOS TOTALES.

LA DISTRIBUCIÓN DE LOS MOMENTOS ESTÁ HECHA CON BASE EN LA RELACIÓN DE CLAROS  $l_2/l_1$  Y DE FACTORES QUE INVOLUCRAN LAS RIGIDEZES A FLEXIÓN DE TRABES Y LOSAS Y LA RIGIDÉZ A TORSIÓN DE LAS TRABES DE BORDE.

	RELACIÓN DE RIGIDECES	VALORES DE $L_2/L_1$			
		0,5	1,0	2,0	
MOMENTOS NEGATIVOS EN APOYOS INTERIORES	$a_1 L_2 / L_1 = 0$	75	75	75	
	$a_1 L_2 / L_2 \geq 1,0$	90	75	45	
MOMENTOS NEGATIVOS EN APOYOS EXTERIORES	$a_1 L_2 / L_1 = 0$	$\beta_T = 0$	100	100	100
		$\beta_T \geq 2,5$	75	75	75
	$a_1 L_2 / L_1 \geq 1,0$	$\beta_T = 0$	100	100	100
		$\beta_T \geq 2,5$	90	75	75
MOMENTOS POSITIVOS	$a_1 L_2 / L_1 = 0$	60	60	60	
	$a_1 L_2 / L_1 \geq 1,0$	90	75	45	

PUEDE USARSE INTERPOLACIÓN LINEAL ENTRE LOS VALORES MOSTRADOS

TABLA I - 1

$\alpha_1$  = RELACIÓN ENTRE LA RIGIDÉZ A FLEXIÓN DE LA SECCION DE LA VIGA Y LA RIGIDÉZ A FLEXIÓN DE LOS TRAMOS DE LOSA A CADA LADO DE LA VIGA.

$B_T$  = RELACIÓN ENTRE LA RIGIDÉZ A TORSIÓN DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE LA VIGA DE BORDE Y LA RIGIDÉZ A FLEXIÓN DE UN TRAMO DE LOSA CUYO ANCHO ES IGUAL AL CLARO CENTRO A CENTRO DE APOYOS DE LA VIGA DE BORDE.

### 5) DIMENSIONAMIENTO DE LOS ELEMENTOS DE LA ESTRUCTURA.

UNA VEZ CALCULADOS LOS ELEMENTOS MECÁNICOS (MOMENTOS FLEXIONANTES, FUERZAS CORTANTES) EN LOS MIEMBROS DE LA ESTRUCTURA, SE PROCEDE AL DIMENSIONAMIENTO.

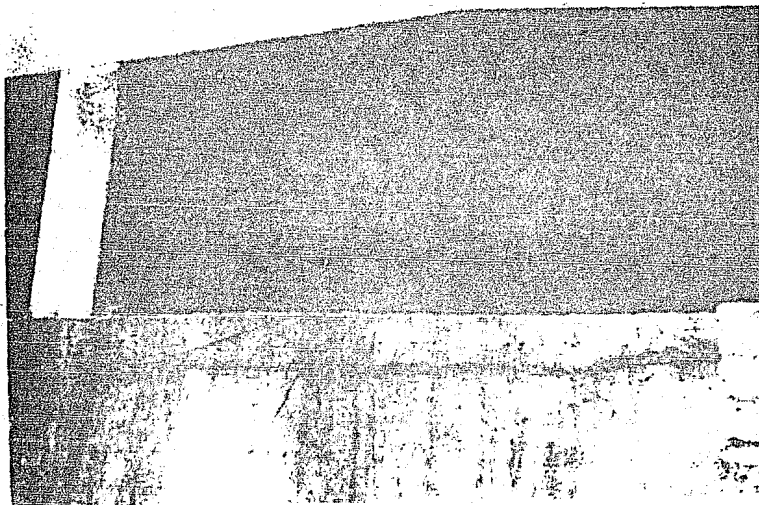


FOTO 3

## II. VALUACION DE CARGAS DE DISEÑO

### II.1. GENERALIDADES.

LA SIGUIENTE ESTRUCTURA, CUYO ANÁLISIS Y DISEÑO POR EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE CONSTITUYE EL TEMA DE ÉSTA TESIS, CORRESPONDE A UN EDIFICIO QUE CONSTA DE SIETE NIVELES, CON UNA PLANTA IRREGULAR Y CON LOSA RETICULAR. COMPRENDE, EN ORDEN ASCENDENTE: UN SÓTANO, PLANTA BAJA, DOS PLANTAS PARA ESTACIONAMIENTO, CUATRO PARA OFICINAS Y LA AZOTEA.

EL EDIFICIO, TAMBIÉN TENDRÁ UNA ÁREA PARA ELEVADORES, ZONA DE ESCALERAS Y UNA ZONA PARA BAÑOS EN CADA UNA DE LAS PLANTAS.

EN EL NIVEL DE AZOTEA EXISTE UNA PEQUEÑA CASETA QUE ALOJARÁ LA MAQUINARIA DE LOS ELEVADORES. EL SÓTANO ESTARÁ DESTINADO PARA ESTACIONAMIENTO CON SU DISTRIBUCIÓN DE CAJONES, SE ALOJARÁN 25 CAJONES GRANDES Y 19 CHICOS, PARA UN TOTAL DE 44 CAJONES.

LA PLANTA BAJA OCUPARÁ EL ÁREA PARA COMERCIO, LOS PISOS PRIMERO Y SEGUNDO SERÁN PARA ESTACIONAMIENTO Y TAMBIÉN CON SU DISTRIBUCIÓN DE CAJONES, 23 CAJONES GRANDES Y 18 CHICOS, PARA UN TOTAL DE 40 CAJONES.

LOS PISOS DEL TERCERO AL SEXTO, OCUPARÁN UN ÁREA PARA OFICINAS-ONCE OFICINAS CON DIFERENTES ÁREAS- Y UNA ZONA PARA LA CIRCULACIÓN (VER PLANO A-5).

LAS FACHADAS ESTÁN FORMADAS POR VENTANAS DE CRISTAL Y CANCELES DE ALUMINIO. UNA RAMPA PARA SUBIDA Y BAJADA DE AUTOS A LOS PISOS PRIMERO Y SEGUNDO (VER PLANO A-8).

PARA ESTE DISEÑO, SE OPTÓ POR COLUMNAS DE CONCRETO CON LOSA - PLANA ALIGERADA (POR LA FORMA, ALTURA Y CLAROS DEL EDIFICIO Y PORQUE FACILITA LAS INSTALACIONES ELÉCTRICAS O TAMBIÉN POR LAS EXIGENCIAS DEL PLANO ARQUITECTÓNICO).

EN LAS ZONAS DE BAÑO, SE DISEÑÓ LOSA PERIMETRAL, TRABES Y UN - RELLENO. LA ESCALERA SERÁ UNA RAMPA DE CONCRETO.

### II.1.1. ESTRUCTURACIÓN.

SE MUESTRA LA DISTRIBUCIÓN DE COLUMNAS, UBICACIÓN Y COLOCACIÓN DE LAS MISMAS. NO TODAS LAS COLUMNAS DEBERÁN TENER DIMENSIONES IGUALES, IRÁN DISMINUYENDO EN ORDEN ASCENDENTE. EN LAS FIGURAS II.1 Y II.2, SE MUESTRAN LAS DIMENSIONES DE LAS COLUMNAS POR NIVEL EN EL SENTIDO LARGO Y EN EL CORTO (EJES 2 Y B).

EN LA FIGURA II.3., SE HACE UN CROQUIS DE LA DISTRIBUCIÓN DE - COLUMNAS.

DESDE EL PUNTO DE VISTA ESTRUCTURAL, TODAS LAS PLANTAS SON - IGUALES, AUNQUE ESTARÁN SUJETAS A PEQUEÑAS DIFERENCIAS EN SOLI CITACIONES. A PRIMERA VISTA, PARECE QUE SE PUEDE ELEGIR UN - SISTEMA DE PISO QUE SE REPITE SIETE VECES; PERO HABRÁ QUE RE- VISAR QUE EL SISTEMA DE PISO SEA ADECUADO A LAS CONDICIONES - PARTICULARES A CADA NIVEL.

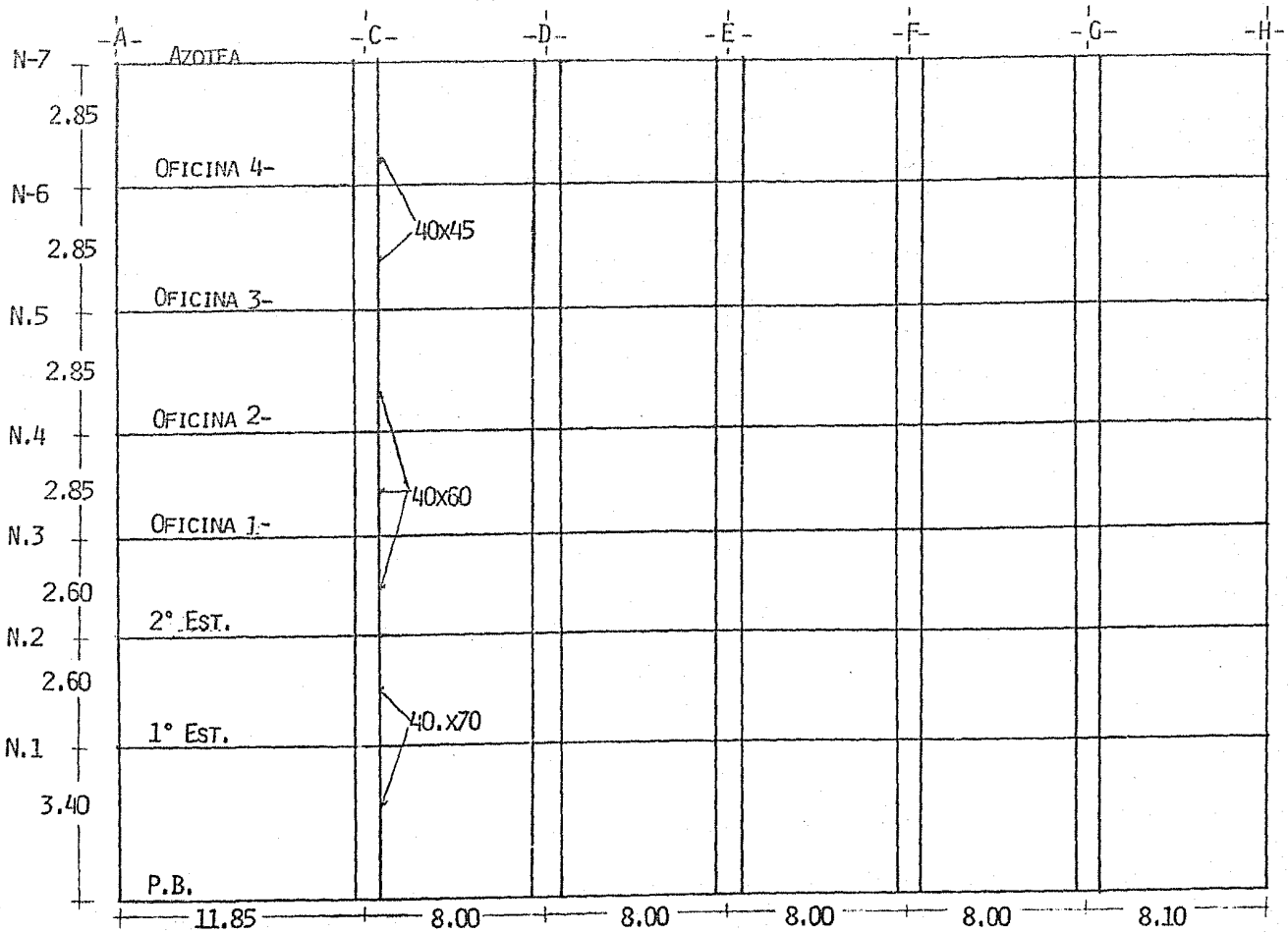
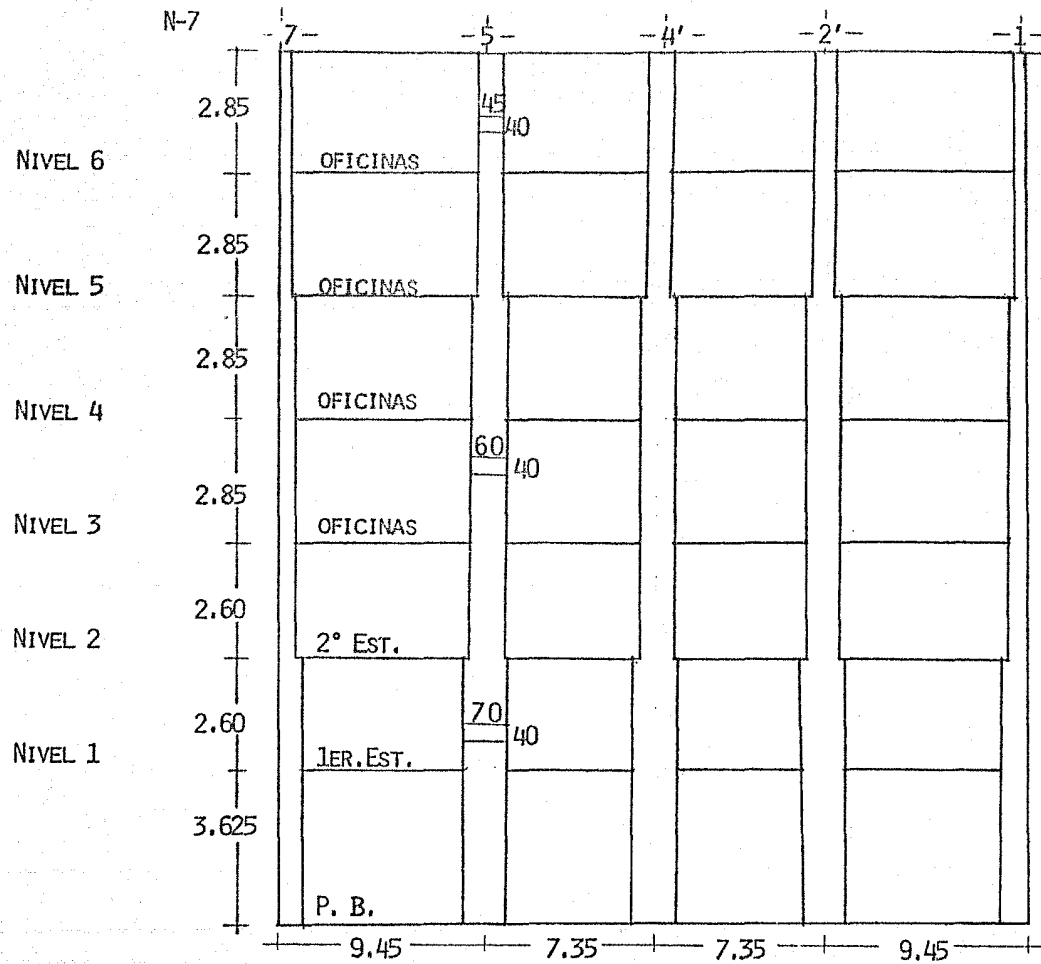


FIG.II.1 MARCO EJE 2-





LAS MEDIDAS  
FUERON TOMADAS  
CENTRO A CENTRO  
DE LOSA.

FIG. II-2  
MARCO EJE B

ESTRUCTURACION. -

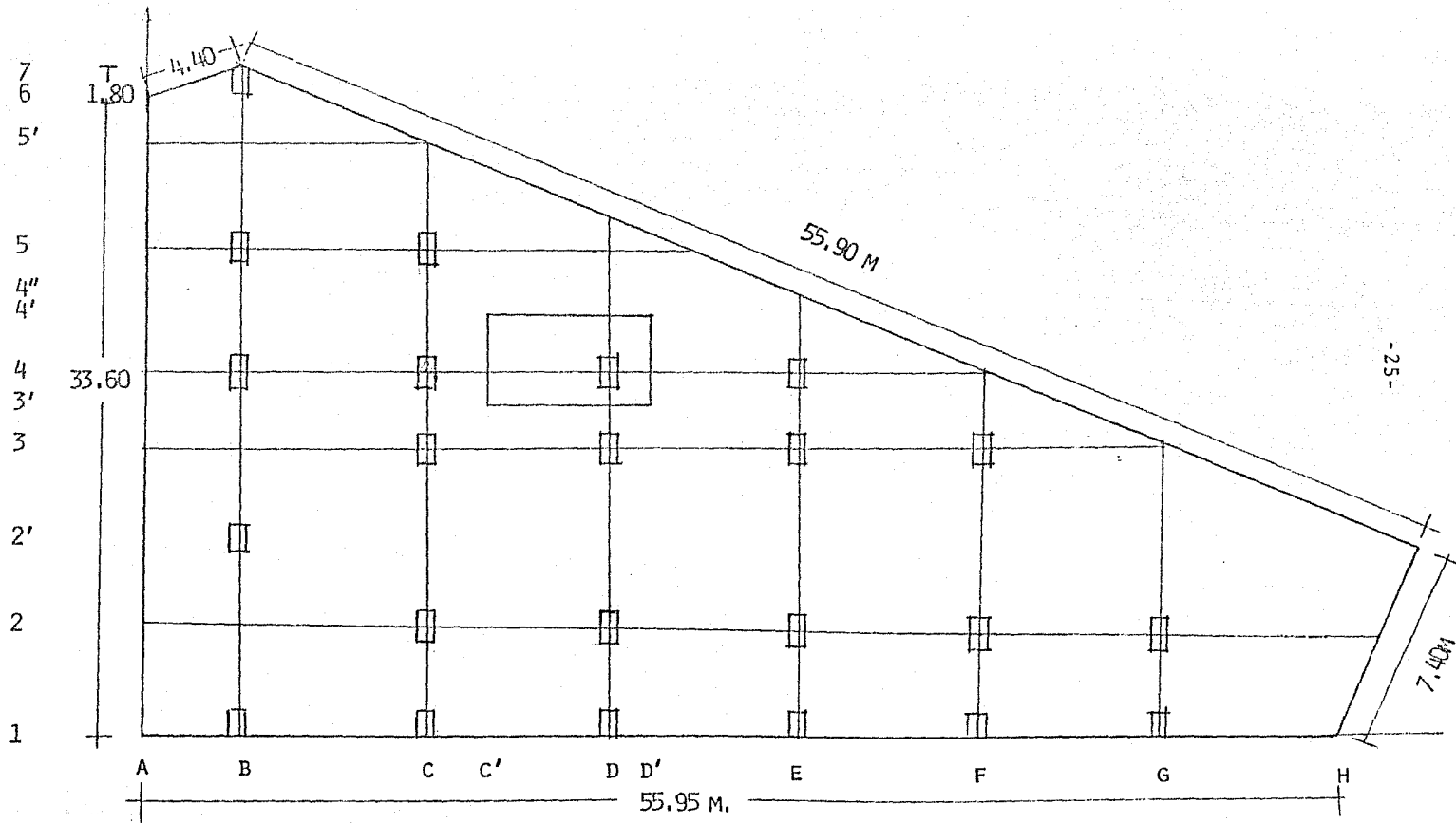


FIG. II-3 PLANTA (DISTRIBUCIÓN DE COLUMNAS)

## II. 1.2. MATERIALES

LAS CARACTERÍSTICAS DEL CONCRETO Y ACERO ESPECIFICADOS SON:

CONCRETO NORMAL CON  $f'c = 200 \text{ Kg/cm}^2$   
Y PESO VOLUMÉTRICO DE  $2400 \text{ Kg/cm}^3$   
EL ACERO SE ESPECIFICA CON  $F Y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$ .

## II. 1.3. PESO DE LA LOSA RETICULAR.

PARA OBTENER EL PESO PROPIO DE LA LOSA, LO PRIMERO QUE HAREMOS, SERÁ OBTENER SU DISTRIBUCION DE CASETONES EN UN TABLERO Y CALCULAR SU ÁREA. COMO LA LOSA ES IRREGULAR, SE CONSIDERA TO DA LA PLANTA Y SE CALCULA EL ÁREA TOTAL, DESCANTANDO EL ÁREA DE ESCALERA, ELEVADOR Y ZONA DE BAÑOS. EN EL PLANO E-7 SE OBSERVA LA DISTRIBUCIÓN DE CASETONES\*, TAMBIÉN SE APRECIA QUE ALREDEDOR DE CADA COLUMNA SE TIENE UNA ÁREA DE CONCRETO; ÉSTO ES, PARA EVITAR ESFUERZOS CORTANTES MUY ALTOS.

EL ÁREA TOTAL QUE SE OBTUVO ES DE  $1671,50 \text{ m}^2$ . LAS DIMENSIONES DE LA PLANTA TIPO JUNTO CON EL DESARROLLO DE LOS CÁLCULOS SE DAN A CONTINUACIÓN:

EL PERALTE TOTAL DE LA LOSA ES DE  $45 \text{ cm}$ .

\* EL MATERIAL QUE SE DISEÑA PARA LOS CASETONES ES: BLOCK HUECO DE CEMENTO.

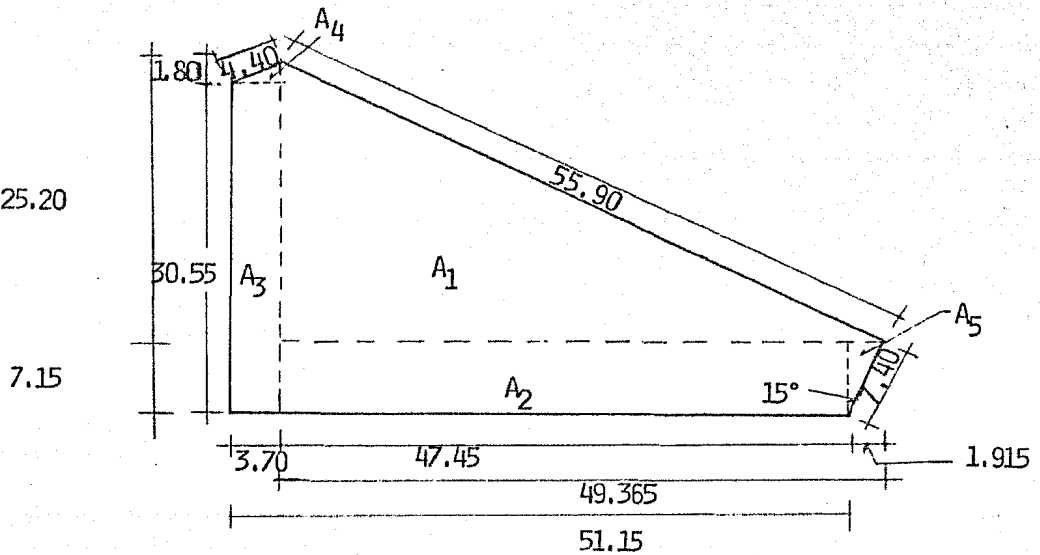
DETERMINACION DEL AREA TOTAL

(VER DESARROLLO DE CÁLCULO,  
HOJA SIGUIENTE).

AREA TOTAL LOSA POR PLANTA = 1,706.52 M2

MENOS ÁREA (ESCALERA, ELEV. SANIT.) = 35.02 M2

AREA TOTAL PLANTA TIPO:  $A_T$  = 1,671.50 M2



Esc. 1:500

DIMENSIONES DE LA PLANTA TIPO A ESCALA.

DESARROLLO DE CALCULO

AREA 1

$$A_1 = \frac{25,20 \times 49,365}{2} = 1,243,99 \approx 1,244,00 \text{ M}^2$$

AREA 2

$$A_2 = 47,45 \times 7,15 = 339,267 \approx 339,30 \text{ M}^2$$

AREA 3

$$A_3 = 30,55 \times 3,70 = 113,035 \approx 113,04 \text{ M}^2$$

AREA 4

$$A_4 = \frac{3,70 \times 1,80}{2} = 3,33 \approx 3,33 \text{ M}^2$$

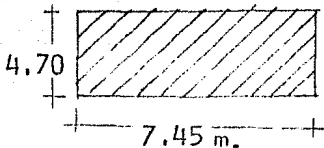
AREA 5

$$A_5 = \frac{1,915 \times 7,15}{2} = 6,846 \approx \underline{6,85 \text{ M}^2}$$

$$A_{TL} = 1,706,52 \text{ M}^2$$

MENOS EL ÁREA (ESCALERA, ELEVADORES, SANITARIO).

$$A = 4,70 \times 7,45 = 35,015 \approx \underline{35,02 \text{ M}^2}$$



$$\underline{\underline{1,671,50 \text{ M}^2}}$$

ESTIMACION DEL PESO PROPIO LOSA RETICULAR

PARA ENCONTRAR EL PESO PROPIO DE LA LOSA RETICULAR, SE CONSIDERÓ TODA LA PLANTA (VER PLANO E-7). A CONTINUACIÓN SE PRESENTA EL DESARROLLO DE LOS CÁLCULOS.

VOLUMEN CASETÓN	NO. CASETONES	PESO UNI- TARIO KG.	PESO TOTAL KG.	VOLUMEN UNITARIO	VOLUMEN TOTAL M <sup>3</sup>
60x60x40	1,381	35 KG	48,335	0.144	198.86
40x60x40	53	35 KG	1,855	0.096	5.09
20x40x60	202	35 KG	<u>7,070</u>	0.048	<u>9.70</u>
			57,260 Kg.		213.65 M <sup>3</sup>

VOLUMEN CONCRETO	=	1671.50 x 0.45	=	752.175 M <sup>3</sup>
VOLUMEN NETO CONCRETO	=	752.175 - 213.65	=	538.525 M <sup>3</sup>
PESO CONCRETO	=	538.525 x 2.4	=	1292.46 TON.
PESO CASETÓN				<u>57.26 TON:</u>
				1349.72 TON

$$\text{PESO / M}^2 = \frac{1349.72}{1671.50} = 0.807 \text{ TON/M}^2$$

$P_p = 807 \text{ KG/M}^2.$       PESO PROPIO LOSA RETICULAR.

## II. 1.4 ANALISIS DE PESOS

VARIANTE QUE SE CONSIDERA PARA EL DISEÑO:

"CARGAS GRAVITACIONALES ( C M + C V ), QUE SE DIFERENCIA PARA CADA NIVEL. POR EL DIVERSO USO QUE TENDRÁ CADA PLANTA".

AHORA PODEMOS YA OBTENER LAS CARGAS PARA EL ANÁLISIS:

### PLANTA TIPO

PESO PROPIO LOSA		807 Kg/M2
PESO ADICIONAL		20
FIRME DE MORTERO	0.02 x 2,200	44
PESO ADICIONAL		20
PISO (GRANITO TERRAZO 30x30)		55
APLANADO YESO	0.015x 1,500	23
PLAFÓN		30
		<hr/>
	CM =	999

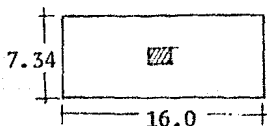
### CARGA VIVA

AREA TRIBUTARIA (COLUMNA EJE D-3) LA MÁS CRÍTICA DE LA LOSA.

$$16 \times 7.34 = 117.44 \text{ M}^2$$

REGLAMENTO D.F.

$$\begin{aligned}
 W_M = \text{CARGA VIVA MÁXIMA} &= 120 + \frac{402}{\sqrt{A}} \\
 &= 120 + \frac{420}{\sqrt{117.44}} = 159
 \end{aligned}$$



$$\frac{CV}{CM} < \frac{3}{4}$$

$$\begin{aligned}
 CV &= 159 \\
 WT &= 1158
 \end{aligned}$$

$$WT = 1,158 \times 1.4 =$$

$$1.62 \text{ TON/M}^2$$

PARA EL DISEÑO

AZOTEA

LOSA P.P.		807	Kg/M2	
PESO ADICIONAL		20		
TEZONTLE	0.12 x 1,500	180		
FIRME	0.02 x 2,200	44		
PESO ADICIONAL		20		
ENLADRILLADO	0.03 x 1,800	54		
IMPERMEABILIZANTE		<u>6</u>		
	CM	1,131	Kg/M2	
PENDIENTE < 5%	CV	<u>100</u>		
		1,231		$\frac{CV}{CM} < \frac{3}{4}$

CASETA

P.P. LOSA		240	Kg/M2	
PESO ADICIONAL (REGLAMENTO)		20		
FIRME	0.02 x 2,200	44		
PESO ADICIONAL		20		
TEZONTLE SATURADO	0.10 x 1,500	150		
IMPERMEABILIZANTE		6		
ENLADRILLADO	0.03 x 1,800	<u>54</u>		
	CM =	534	Kg/M2	
REGLAMENTO PENDIENTE < 5%	CV =	<u>100</u>		$\frac{CV}{CM} < \frac{3}{4}$
	W =	634	Kg/M2	



PLANTA BAJA

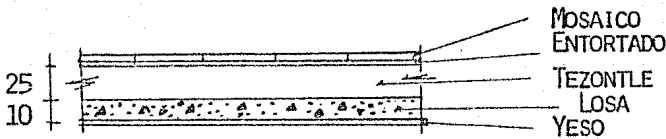
P.P. LOSA		807	Kg/M2
FIRME MORTERO	0.03 x 2,200	66	
PESO ADICIONAL		40	
APLANADO YESO	0.015x 1,500	23	
PLAFÓN		<u>30</u>	
	CM	966	Kg/cm2

COMERCIO (REGLAMENTO)

CON ÁREA TRIBUTARIA > 20 M2

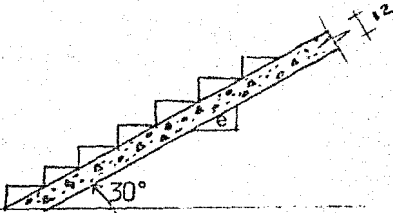
$$0.9 (159) = 144 \text{ CV} \quad \frac{144}{1,110} \text{ Kg/cm2}$$

ZONA DE BAÑOS



P.P. LOSA	0.1 x 2,400	240	Kg/M2
ENTORTADO	0.02 x 2,200	44	
RELLENO TEZONTLE	0.25 x 1,500	375	
PISO (AZULEJO)		15	
PESO ADICIONAL		40	
PLAFÓN		<u>30</u>	
	CM	744	Kg/M2
	CV	<u>200</u>	
		944	Kg/M2

ESCALERA



SUPUESTO

$$e = \frac{12}{\cos 30} = 14 \text{ CM}$$

RAMPA DE CONCRETO	2,400 x 0.14 =	340	KG/M2
ESCALONES DE GRANITO		250	
PLAFÓN		30	
	CM	620	KG/M2
	CV	250	
		870	KG/M2

PLANTA TIPO (ESTACIONAMIENTO)

P.P. LOSA		807	KG/M2
FIRME MORTERO	0.03 x 2,200	66	
PESO ADICIONAL		40	
APLANADO DE YESO	0.015x 1,500	23	
PLAFÓN		30	
	CM	966	
ESTACIONAMIENTO (REGLAMENTO)	CV	150	
		1,116	KG/M2

### III.- APLICACION DEL METODO A DOS MARCOS TIPICOS DEL EDIFICIO.

#### III.1. PRESENTACIÓN DE LOS CÁLCULOS.

EN EL CÁLCULO DE TODA ESTRUCTURA GRANDE SIEMPRE ES MUY LABORIOSO EL MANEJO Y PROCESAMIENTO DEL GRAN NÚMERO DE DATOS QUE EN ÉL INTERVIENEN. POR ELLO, GENERALMENTE SE ORDENAN LOS CÁLCULOS EN TABLAS QUE RESULTAN FÁCILES DE ELABORAR, MANEJAR Y ENTENDER. EN LAS TABLAS NORMALMENTE SE OMITEN LAS OPERACIONES NUMÉRICAS SENCILLAS QUE SE REPITEN EN FORMA RUTINARIA. ADEMÁS, PARA EL DISEÑO SE REQUIEREN LOS ELEMENTOS MECÁNICOS EN TODOS LOS MIEMBROS DE LA ESTRUCTURA, CUYA OBTENCIÓN TAMBIÉN SE VUELVE RUTINARIA. SE ANALIZA UNA PLANTA DE LOSA MEDIANTE UN CIERTO MÉTODO Y TODAS LAS DEMÁS SE ANALIZAN EN FORMA SEMEJANTE, SOLO CAMBIANDO LAS VARIABLES QUE LA HACEN DIFERENTE. LO MISMO SUCEDE CON LAS COLUMNAS, TRABES Y TODOS LOS ELEMENTOS QUE SE REPITEN VARIAS VECES. EL CÁLCULO COMPLETO RESULTA, PUES, MUY LABORIOSO, EXTENSO Y POR DECIRLO ASÍ, TEDIOSO.

TENIENDO EN CUENTA TODO LO ANTERIOR, EN LA PRESENTE TESIS SE TRATA DE EVITAR TODO TRABAJO RUTINARIO Y SOLAMENTE ANALIZAREMOS DOS MARCOS TÍPICOS Y UNA PLANTA TIPO EN EL 3ER. NIVEL EN LOS DOS SENTIDOS.

A CONTINUACIÓN SE PRESENTARÁ EL DESARROLLO DEL ANÁLISIS DEL MARCO EN EL SENTIDO LARGO Y POSTERIORMENTE SE CALCULARÁ EN EL SENTIDO CORTO.

COMO YA HEMOS DEFINIDO UNA ESTRUCTURACIÓN ADECUADA Y DE LA CUÁL YA TENEMOS DIMENSIONES, PARTIREMOS DIRECTAMENTE AL ANÁ-

LISIS FORMAL DE LA ESTRUCTURA CON LOS SIGUIENTES DATOS:

- 1.- SE USARÁ LOSA RETICULAR DE UN PERALTE TOTAL  $H=45$  CM. ALIGERADA CON CAJAS DE 40 CM. DE PERALTE.
- 2.- DIMENSIONES DE COLUMNAS DE 40X60 ARRIBA Y ABAJO DE LA LOSA EN EL TERCER NIVEL.
- 3.- CARGAS DE SERVICIO.

CARGA VIVA 159

$$\frac{CV}{CM} = \frac{159}{999} = 0.16 < \frac{3}{4}$$

CARGA MUERTA 999

1,158 TON/M<sup>2</sup>

EL ACI NOS INDICA QUE SI LA CARGA VIVA NO ES MAYOR DE TRES - CUARTA PARTES DE LA CARGA MUERTA, LA CONDICIÓN DE ANÁLISIS - SERÁ CON TODOS LOS TABLEROS CARGADOS CON TODA LA CARGA VIVA.

$$3/4 (999) = 749 > 159$$

CARGA ÚLTIMA:

FACTOR DE CARGA = F.C. = 1.4

$W_T = 1,158 \times 1.4 = 1.62 \text{ TON/M}^2$

FORMALIZANDO EL TEMA, PRINCIPIAMOS CON UNA IDEALIZACIÓN EN UNA DE LAS PLANTAS TIPO (3ER. NIVEL). EN EL CROQUIS, FIG.

III-1, SE HACE UNA SIMPLIFICACIÓN QUE CONSISTE EN IDEALIZAR LA ESTRUCTURA POR UNA SERIE DE MARCOS EN DOS DIRECCIONES - (ÁREA SOMBREADA), COMPRENDE LOS EJES 2 Y B DE LA ESTRUCTURA.

LAS ÁREAS SOMBREADAS REPRESENTAN LA EXTENSIÓN DE UN MARCO INTERIOR, CONSIDERADOS TRANSVERSALMENTE A TRAVÉS DEL EDIFICIO.

EL ANCHO DE LA FRANJA PARA EL TRAMO LARGO ES DE 5.70, Y PARA EL TRAMO CORTO ES DE 5.525 M. TAMBIÉN, SE DIBUJAN LAS ÁREAS TRIBUTARIAS EN LA PLANTA TIPO (CROQUIS), EN LOS DOS SENTIDOS.

POR EJEMPLO, PARA COLUMNAS INTERIORES, TENEMOS:

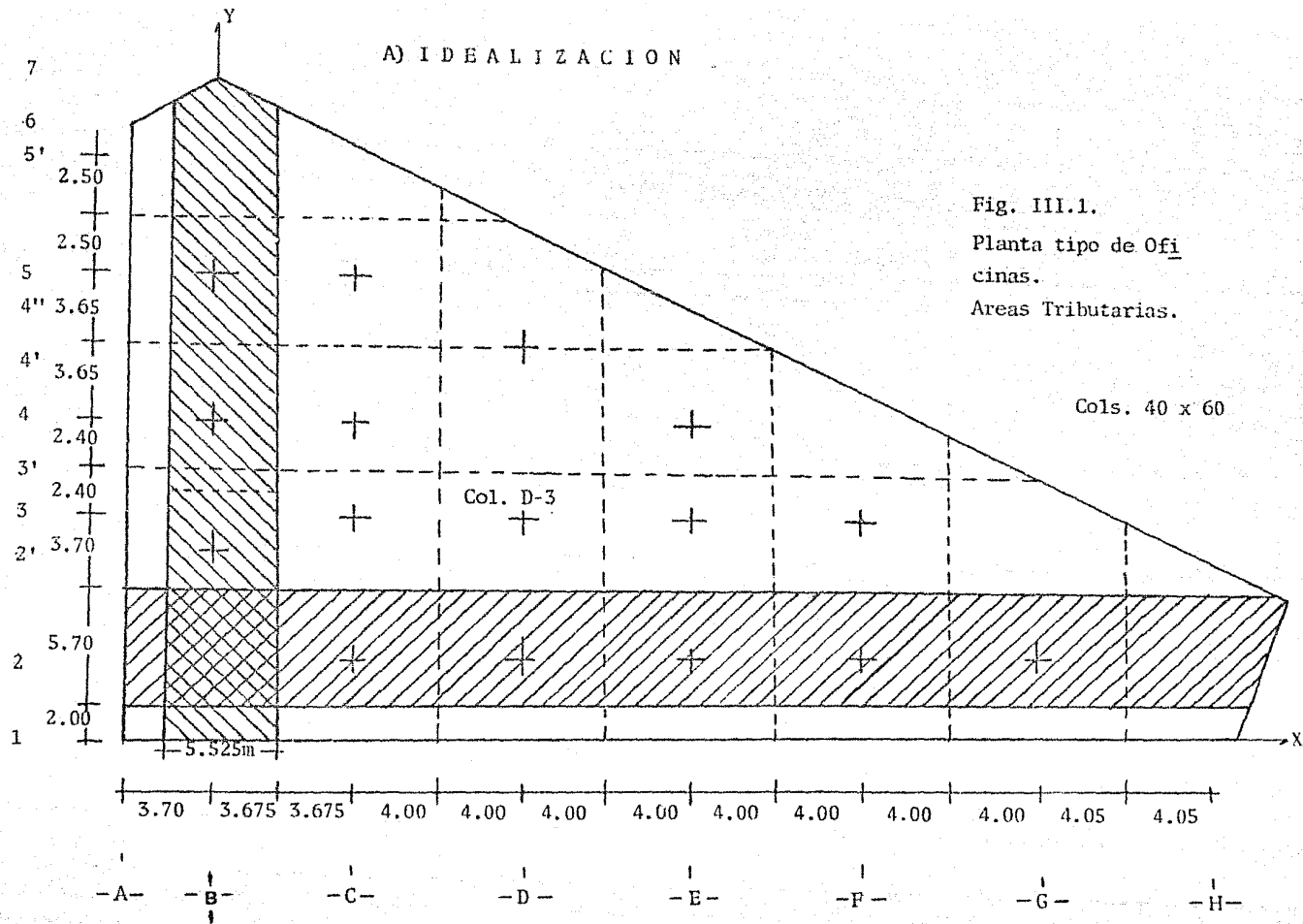
COLUMNA INT.	AREA TRIBUTARIA
D-2	$8.00 \times 5.70 = 45.60 \text{ M}^2$
4-B	$7.30 \times 5.525 = 40.33 \text{ M}^2$

A) IDEALIZACION

Fig. III.1.

Planta tipo de Ofi  
cinas.

Areas Tributarias.



III-1, SE HACE UNA SIMPLIFICACIÓN QUE CONSISTE EN IDEALIZAR LA ESTRUCTURA POR UNA SERIE DE MARCOS EN DOS DIRECCIONES - (ÁREA SOMBRADA), COMPRENDE LOS EJES 2 Y B DE LA ESTRUCTURA.

LAS ÁREAS SOMBRADAS REPRESENTAN LA EXTENSIÓN DE UN MARCO INTERIOR, CONSIDERADOS TRANSVERSALMENTE A TRAVÉS DEL EDIFICIO.

EL ANCHO DE LA FRANJA PARA EL TRAMO LARGO ES DE 5.70, Y PARA EL TRAMO CORTO ES DE 5.525 M. TAMBIÉN, SE DIBUJAN LAS ÁREAS TRIBUTARIAS EN LA PLANTA TIPO (CROQUIS), EN LOS DOS SENTIDOS.

POR EJEMPLO, PARA COLUMNAS INTERIORES, TENEMOS:

COLUMNA INT.	AREA TRIBUTARIA
D-2	$8.00 \times 5.70 = 45.60 \text{ M}^2$
4-B	$7.30 \times 5.525 = 40.33 \text{ M}^2$

III.1.1. COLUMNAS EQUIVALENTE.

COMPRENDE: LA VIGA QUE TRABAJA A TORSIÓN PERPENDICULAR AL MARCO QUE SE ANALIZA Y LAS COLUMNAS SUPERIOR E INFERIOR A LA LOSA. NO SE CONSIDERAN VIGAS PARALELAS. VER LA FIGURA III-2

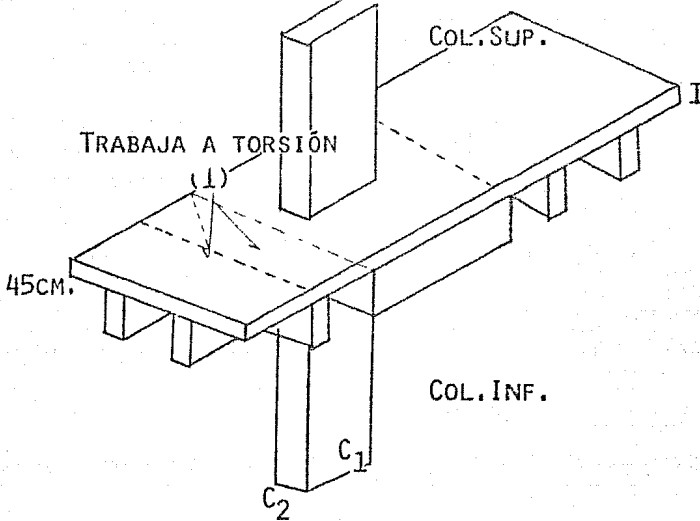
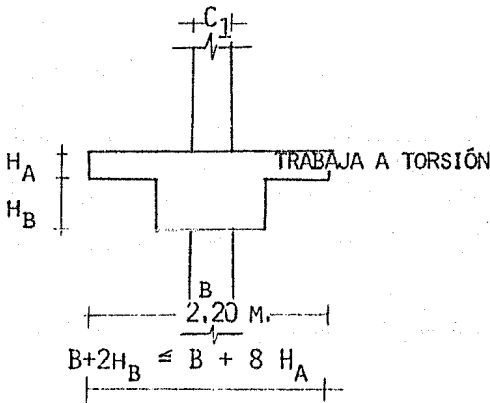


FIG. III-2

MIEMBRO ADJUNTO SUJETO A TORSIÓN. SE CONSIDERA UNA PORCIÓN DE LOSA COMO LA VIGA EFECTIVA DE LA FIGURA SIGUIENTE:



$$H_A = 5 \text{ cm.}$$

$$H_B = 40 \text{ cm.}$$

$$B = 1,80$$

$$1,80 + 2(0,60) \quad 1,80 + 8(0,05)$$

$$3,00 < 2,20$$

POR LO QUE, EL ANCHO DEL PATÍN SE TOMARÁ DE 2.20 M.

$$B + 2H_B \leq B + 8 H_A$$



### III.1.2. CALCULO DE LAS RIGIDECES DE LOS ELEMENTOS QUE COMPRENDEN LA ESTRUCTURA.

PARA EL CÁLCULO DE LAS RIGIDECES SE CONSIDERA:

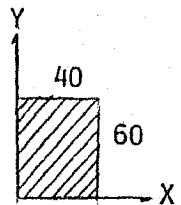
- A) SECCIONES GRUESAS DE CONCRETO.
- B) NO SE TOMA EN CUENTA EL ACERO DE REFUERZO.
- C) EL MÓDULO DE ELASTICIDAD DEL CONCRETO  $E_c$ , TOMARÁ EL VALOR SEGÚN ESPECIFIQUE EL REGLAMENTO (RDF).
- D) SE CONSIDERA QUE LA ALTURA DE LAS COLUMNAS SE MIDA CENTRO A CENTRO DE LA LOSA.

POR LO INDICADO ARRIBA, SE OBTIENEN LOS MOMENTOS DE INERCIA PARA LOSA Y COLUMNAS.

MOMENTO DE INERCIA EN COLUMNAS:

NIVEL 3.- COLUMNA SUPERIOR E INFERIOR

$$I_x = I_{C_S} = I_{C_L} = \frac{40 \times 60^3}{12} = 720,000 \text{ cm}^4$$



EL ACI, NOS PERMITE ANALIZAR EL NIVEL EN CUESTIÓN, CONSIDERANDO LAS COLUMNAS EMPOTRADAS, TANTO EN EL NIVEL SUPERIOR, COMO EN EL INFERIOR. DESDE LUEGO, ESTO ES SÓLO PARA LA CONDICIÓN ESTÁTICA.

### MOMENTOS DE INERCIA EN LA LOSA:

EN LA FIGURA III-3, (SECC. TRANSVERSALES DEL SISTEMA DE PISO), SE MUESTRAN SECCIONES TRANSVERSALES PARA DETERMINAR LA RIGIDEZ DE LOS MIEMBROS DEL SISTEMA DE VIGA-LOSA (KSB), ENTRE LOS EJES CENTRALES DE LOS APOYOS PARA CADA TIPO.

EL MOMENTO DE INERCIA DE VIGA-LOSA ENTRE LOS PAÑOS DE LOS APOYOS PUEDE BASARSE EN EL ÁREA BRUTA DE LA SECCIÓN TRANSVERSAL DE CONCRETO. SE TOMA EN CUENTA LA VARIACIÓN EN EL MOMENTO DE INERCIA A LO LARGO DEL EJE DE LA VIGA-LOSA ENTRE APOYOS.

PROCEDIMIENTO PARA EL CÁLCULO DE RIGIDECES EN VIGAS EQUIVALENTES, ES EL SIGUIENTE:

1.- EN UNO DE LOS CLAROS (SENTIDO LARGO), SE VAN CONSIDERANDO SECCIONES DE LOSA, EN DONDE VAN CAMBIANDO LOS MOMENTOS DE INERCIA, CON UN ANCHO DE FRANJA  $l_2$  FIG. III-3-A

EL MOMENTO DE INERCIA DE LA SECCIÓN A-A, ES EL DE UNA SECCIÓN RECTANGULAR (FIG. III.3-B).

EL DE LA SECCIÓN B-B, QUE CORRESPONDE A UNA SECCIÓN T MOSTRADA EN LA FIG. III.3-C.

EL DE LA SECCIÓN C-C, TAMBIÉN CORRESPONDE A OTRA SECCIÓN T -- MOSTRADA EN LA FIG. III.3-D

LA SECCIÓN D-D CORRESPONDE A UNA SECCIÓN RECTANGULAR. FIG. - III.3-E

2.- SE CALCULAN LOS MOMENTOS DE INERCIA PARA CADA SECCIÓN, SE

ÑALADO EN (1). VER DESARROLLO DE CÁLCULO (III.1.2.1.).

3.- CON EL  $I$  (MOMENTO DE INERCIA EN CADA SECCIÓN) CALCULADO, SE PROCEDE A DIBUJAR LOS DIAGRAMAS DE VARIACIÓN. EN ESTE CASO SE CONSIDERÓ UN TABLERO INTERIOR Y UNO EXTERIOR (SEN TIDO LARGO). VER FIG.III.4-A Y FIG.III.4-B.

DIAGRAMA DE VARIACIÓN. VIGAS CON EI VARIABLE.

PARA EL ANÁLISIS DE LOSAS, SE UTILIZARÁN MOMENTOS DE INERCIA RELATIVO EN VEZ DE LOS VALORES REALES; ESTOS SE EXPRESAN EN TÉRMINOS DEL MOMENTO DE INERCIA DEL DE MENOR VALOR, FIGS. -- III.4 A Y B.

A CONTINUACIÓN, MENCIONAREMOS ALGUNAS DEFINICIONES QUE SON DE SUMA IMPORTANCIA EN EL CÁLCULO ESTRUCTURAL. ESTOS SE IRÁN - APLICANDO CONFORME SE VAYAN NECESITANDO. (III.1.3).

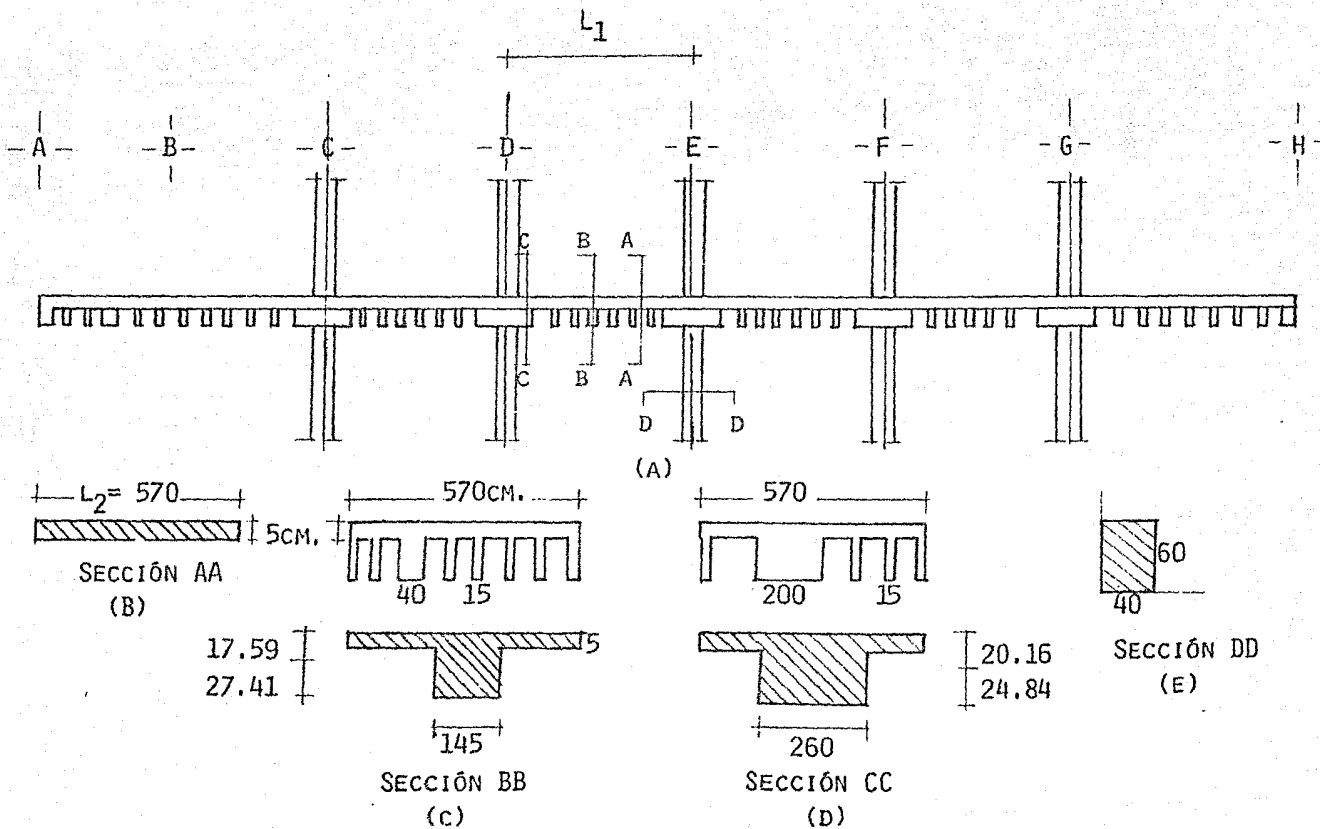


FIG. III.3 SECCIONES TRANSVERSALES DEL SISTEMA DE PISO. MARCO EJE 2 TERCER NIVEL.

DIAGRAMA DE VARIACION  $\frac{1}{EI}$

EL CLARO D-E ES DE 8.00 M.

	<u>I REAL</u>	<u>I RELATIVO</u>	<u>INVERSO</u>
$I_{AA} =$	$5.937.40 \text{ cm}^4$	1	1
$I_{BB} =$	$1'746,635.70 \text{ cm}^4$	294.17	0.0034
$I_{CC} =$	$2'525,001.50 \text{ cm}^4$	425.27	0.00235

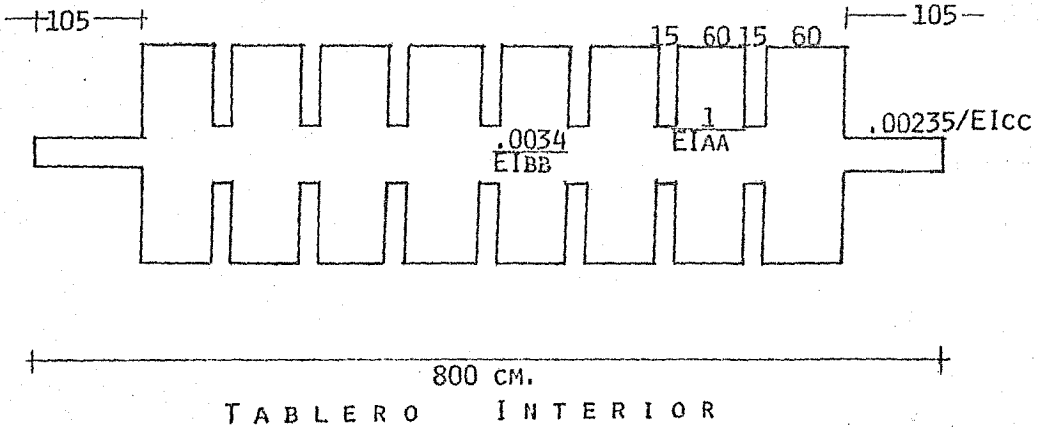


FIG. III.4-A

LA FIGURA DE ARRIBA, MUESTRA SECCIONES TRANSVERSALES, DANDO - LAS DIMENSIONES DE LA ESTRUCTURA EN EL LUGAR NECESARIO PARA - LA DETERMINACIÓN DE RIGIDECES DEL MARCO EQUIVALENTE EN DOS DI - MENSIONES.

(PARA MAYOR INFORMACIÓN VER: CORLEY; THE EQUIVALENT FRAME, ANALYSIS FOR REINFORCED CONCRETS SLABS.).

III.1.2.1. DESARROLLO DE CALCULO.

CALCULO DE RIGIDECES DE VIGAS EQUIVALENTES

TABLERO INTERIOR.-

CLARO D-E

MOMENTOS DE INERCIA DE LAS SECCIONES OBTENIDAS

SECCIÓN A-A

$$I_{AA} = \frac{BH^3}{12} = \frac{570(5)^3}{12} = 5,937.50 \text{ cm}^4$$

SECCION B-B

PARTE	AREA	Y	AY	D	D <sup>2</sup>	AD <sup>2</sup>	I
A <sub>1</sub>	6525	22.5	146812.5	4.91	24.10	157252.5	1101093.70
A <sub>2</sub>	2125	42.5	90312.5	15.09	227.70	483862.5	4427.08
	8650		237125.0			641115.0	1105520.70

$$\bar{Y} = \frac{237125}{8650} = 27.41 \text{ cm.}$$

$$I_{BB} = 641\ 115 + 1\ 105\ 520.70 = 1\ 746\ 635.70 \text{ cm}^4$$

SECCION C-C

PARTE	AREA	Y	AY	D	D <sup>2</sup>	AD <sup>2</sup>	I
A <sub>1</sub>	11700	22.5	263250	2.34	5.47	63999	1974374.90
A <sub>2</sub>	1550	42.5	65875	17.66	311.87	483398.5	3229.17
	13250		329125		317.34	547397.5	1977604.00

$$\bar{Y} = \frac{329125}{13250} = 24.84$$

$$I_{CC} = 547\ 397.50 + 1\ 977\ 604 = 2\ 525\ 001.50 \text{ cm}^4$$

SECCION D-D

$$I_{DD} = \frac{40 \times 60^3}{12} = 720,000 \text{ cm}^4 \longrightarrow \text{COLS. SUP. E INF.}$$

### III.1.3.

#### DEFINICIONES:

RIGIDÉZ ABSOLUTA. ES EL VALOR DEL MOMENTO, APLICADO EN UN EXTREMO SIMPLEMENTE APOYADO DE UN MIEMBRO, NECESARIO PARA PRODUCIR LA ROTACIÓN DE 1 RADIAN DE ESTE EXTREMO SIMPLEMENTE APOYADO, NO PERMITIÉNDOSE TRASLACIÓN DE NINGUNO DE LOS EXTREMOS, SIENDO EL EXTREMO MÁS ALEJADO SIMPLEMENTE APOYADO, RESTRINGIDO O FIJO.

RIGIDÉZ RELATIVA. YA QUE LOS VALORES DE RIGIDÉZ ABSOLUTA SON MUY INCÓMODOS PARA TRABAJAR, OBVIAMENTE, RESULTAN MÁS FÁCILES DE USAR EN LOS CÁLCULOS, SI SE REDUCEN A TÉRMINOS MÁS PEQUEÑOS; POR UN DIVISOR COMÚN.

CUANDO SE EFECTÚA ESTA DIVISIÓN, LOS VALORES RESULTANTES - ESTARÁN DE TODAS MANERAS RELACIONADOS EN PROPORCIÓN A SUS CORRESPONDIENTES VALORES DE RIGIDÉZ ABSOLUTA, Y SE LLAMAN EN CONSECUENCIA, RIGIDÉZ RELATIVA.

MOMENTO DE EMPOTRAMIENTO.- EXTREMO EN UN MIEMBRO CARGADO: SON LOS MOMENTOS QUE SE DESARROLLAN EN LOS EXTREMOS CUANDO SE LES IMPIDE LA ROTACIÓN,

ESTO MOMENTOS SE PUEDEN DETERMINAR POR CUALQUIER MÉTODO ESTANDAR DE ANÁLISIS INDETERMINADO.

FACTOR DE RIGIDÉZ ANGULAR.-

LA RELACIÓN FUERZA-DESPLAZAMIENTO ENTRE EL MOMENTO Y LA ROTACIÓN EN EL EXTREMO DE UN MIEMBRO, SE USA CONSTANTEMENTE - EN LA DISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS.

ESTA RELACIÓN SE PUEDE ESCRIBIR COMO  $M = K\theta$  EN LA QUE  $K$  SE LLAMA FACTOR DE RIGIDÉZ ANGULAR, (PARA UN MIEMBRO PRISMÁTICO  $K = 4EI/L$ ).

FACTOR DE DISTRIBUCIÓN.-

UNIÓN DE VARIOS MIEMBROS. SUJETA DE MANERA QUE NO PUEDE GIRAR Y TIENE APLICADO UN MOMENTO EXTERNO  $M$ .

CUANDO SE SUELTA LA JUNTA ÉSTA GIRA UN ÁNGULO  $\theta_i$  Y CADA UNO DE LOS MOMENTOS EN LOS EXTREMOS CAMBIA SEGÚN LAS CANTIDADES  $M_{IJ} = K_{IJ}\theta_i$ .

EL CAMBIO DEL MOMENTO PARA UN MIEMBRO EN PARTICULAR SE DETERMINA CON LA PROPORCIÓN:

$$M_{IJ} / \sum M_{IJ} = K_{IJ} \theta_i / \sum K_{IJ} \theta_i$$

ELIMINANDO  $\theta$  EN LA EXPRESIÓN, Y DEFINIENDO  $R_{IJ} = K_{IJ} / \sum K_{IJ}$ , SE TIENE:  $M_{IJ} / \sum M_{IJ} = R_{IJ}$

PARA CUMPLIR CON EL EQUILIBRIO SE REQUIERE  $M_{IJ} + M = 0$ ; POR LO TANTO  $\sum M_{IJ} = -M$ , Y  $M_{IJ} = -M R_{IJ}$

\*IJ, INDICAN EXTREMO CERCANO Y LEJANO DEL MIEMBRO.



NÓTESE QUE EN UN MIEMBRO EL FACTOR DE DISTRIBUCIÓN  $R$  DEPENDE SÓLO DE LOS FACTORES DE RIGIDÉZ EN CUALQUIER NUDO, EN PARTICULAR, Y NO DE LA CARGA.

FACTOR DE TRANSPORTE. -

CUANDO SE INTRODUCE UN MOMENTO  $M_{IJ}$  EN EL EXTREMO CERCANO - DE UN MIEMBRO, SE DESARROLLA UN MOMENTO  $M_{JI}$  EN EL EXTREMO LEJANO SI ÉSTE NO PUEDE GIRAR LIBREMENTE. EL FACTOR DE TRANSPORTE  $c$  SE DEFINE SIMPLEMENTE COMO LA RELACIÓN  $M_{JI} / M_{IJ}$ . EL VALOR DE  $c$  ES  $1/2$  EN EL CASO DE UN MIEMBRO PRISMÁTICO CON EL EXTREMO LEJANO EMPOTRADO. PARA OTROS DIFIERE, COMO SE PODRÁ OBSERVAR MÁS DELANTE (MIEMBROS CON EI VARIABLE).

REFERENCIA. - ESTRUCTURAS ESTÁTICAMENTE INDETERMINADAS, AUTOR: WHITE GERGELY Y SEXMITH VOL.2.

### III.1.2.J MÉTODO DE NEWMARK.

POR MEDIO DE ÉSTE MÉTODO, VAMOS A CALCULAR LAS RIGIDECES, FACTOR DE DISTRIBUCIÓN, FACTOR DE TRANSPORTE Y MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO.

EL MÉTODO DE NEWMARK, PERMITE CALCULAR LOS VALORES CARACTERÍSTICOS DE LOS DIAGRAMAS DE MOMENTOS FLEXIONANTES Y FUERZAS CORTANTES, ADEMÁS, LA OBTENCIÓN DE LA CURVATURA, PENDIENTES Y DEFLEXIONES. SE BASA, PARA ELLO, EN LOS INCREMENTOS O DECREMENTOS DEL MOMENTO FLEXIONANTE Y LA FUERZA CORTANTE, PRODUCIDO POR LOS INCREMENTOS O DECREMENTOS DE LAS CONDICIONES DE CARGA A LA QUE SE ENCUENTRA SOMETIDA LA VIGA ANALIZADA.

EL MÉTODO ES APLICABLE PARA CUALQUIER TIPO DE CARGA (CONCENTRADAS, UNIFORMEMENTE REPARTIDAS, COMBINADAS, Y AÚN PARA LAS NO UNIFORMEMENTE REPARTIDAS). PARA CADA TIPO DE CONDICIÓN DE CARGA EN PARTICULAR, EL MÉTODO PRESENTA PEQUEÑAS VARIANTES EN LA FORMA DE TOMAR EN CUENTA LAS CARGAS QUE ACTÚAN SOBRE LA VIGA, PERO FUNDAMENTALMENTE EL ANÁLISIS SE REALIZA BAJO LAS MISMAS NORMAS.

A CONTINUACIÓN, SE PRESENTA EL DESARROLLO DEL MÉTODO PARA CUANDO LA CONDICIÓN DE CARGA ESTÁ FORMADA EXCLUSIVAMENTE POR CARGA UNIFORMEMENTE REPARTIDA.

PLANTA TIPO (OFICINAS).

EN LA FIG. III-5, REPRESENTAMOS UN MARCO EN EL SENTIDO LARGO (EJE 2), CON DIMENSIONES EN LOS CLAROS. LA LOSA SOPORTA UNA CARGA UNIFORMEMENTE DE 9.23 TON/M. ADEMÁS SE MUESTRAN LOS MOMENTOS EXTREMOS PARA CADA CLARO.

COMO LOS TRAMOS CD, DE Y EF TIENEN SUS TABLEROS DE IGUAL MAGNITUD; CON SÓLO ANALIZAR UNO, ES SUFICIENTE. LOS TRAMOS AC Y GH SE DESARROLLARÁN, APARTE. (VER TABLAS DE CÁLCULO DE LOS TRAMOS DE, AC Y GH).

DE LA SECCIÓN (II.1.4) CARGA ÚLTIMA = 1.62 TON/M<sup>2</sup> CON UNA ÁREA TRIBUTARIA DE 45.60 M<sup>2</sup> (8.00 x 5.70).

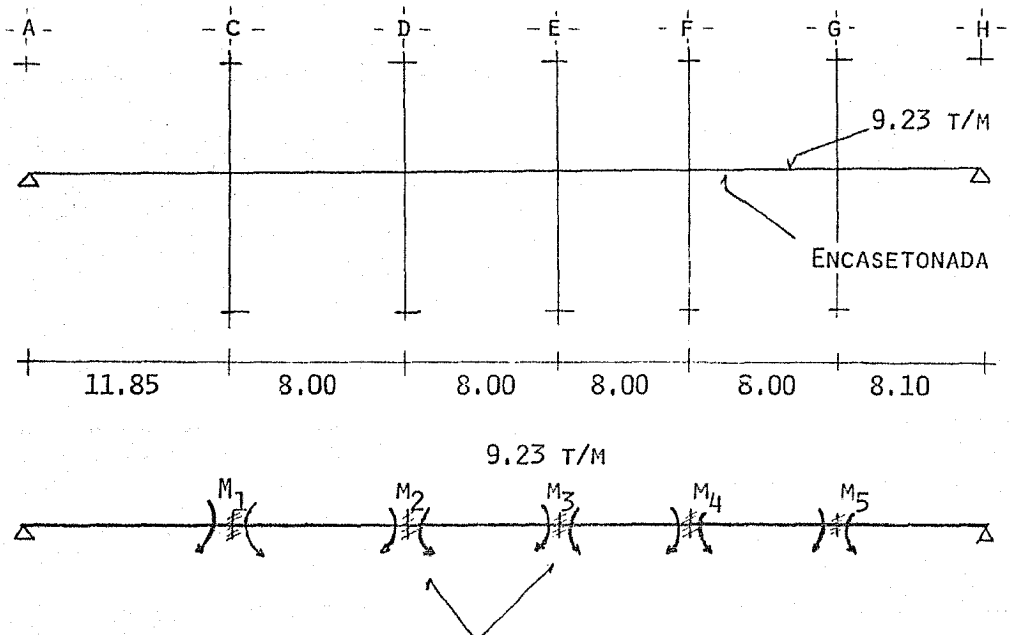


FIG. III-5 (MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO)

TOMANDO EL TRAMO DE DE LA FIG. III-5., Y LO DESCOMONEMOS, TAL Y COMO SE OBSERVA EN LA FIG. III-6., (UNA VIGA ISOSTÁTICA CON CARGA UNIF. REPARTIDA MÁS UNA VIGA CON UN MOMENTO APLICADO EN EL EXTREMO DERECHO MÁS OTRO MOMENTO EN EL EXTREMO IZQUIERDO),

DE LA TABLA III-2 , A LA VIGA SE LE HICIERON 53 DIVISIONES DE 15CMS., DANDO UN TOTAL DE 8.00 M. APROXIMADAMENTE.

ESTA TABLA III-2, INVOLUCRA LA OBTENCIÓN DE LOS MOMENTOS FLEXIONANTES PARA UNA CARGA UNIF. REPARTIDA DE 9.23 TON/M Y PARA MOMENTO FLEXIONANTE  $M=1$ , EN CADA EXTREMO DEL CLARO DE LA VIGA.

SE OBTIENEN MOMENTOS A CADA 15CM. DE UN CLARO DE 8.00M.

PARA LOS TRAMOS AC Y GH EL CÁLCULO ES SEMEJANTE, VER TABLAS III-3 Y III-4.

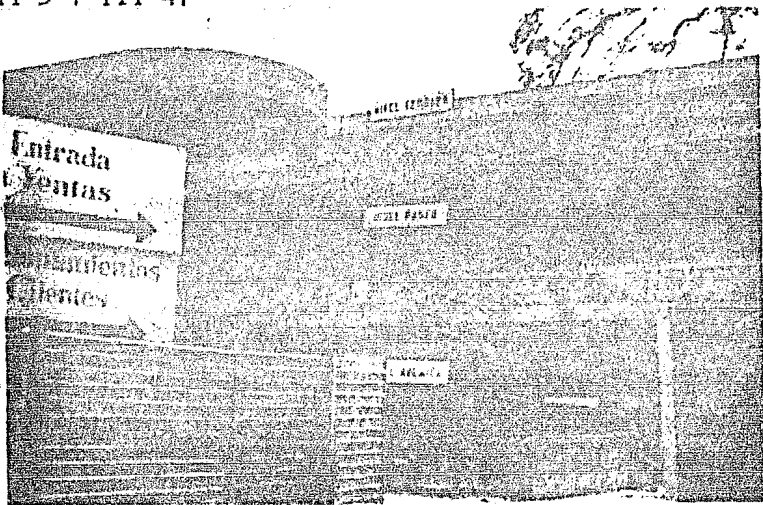


FOTO 4

\* SE TOMARON I RELATIVAS.

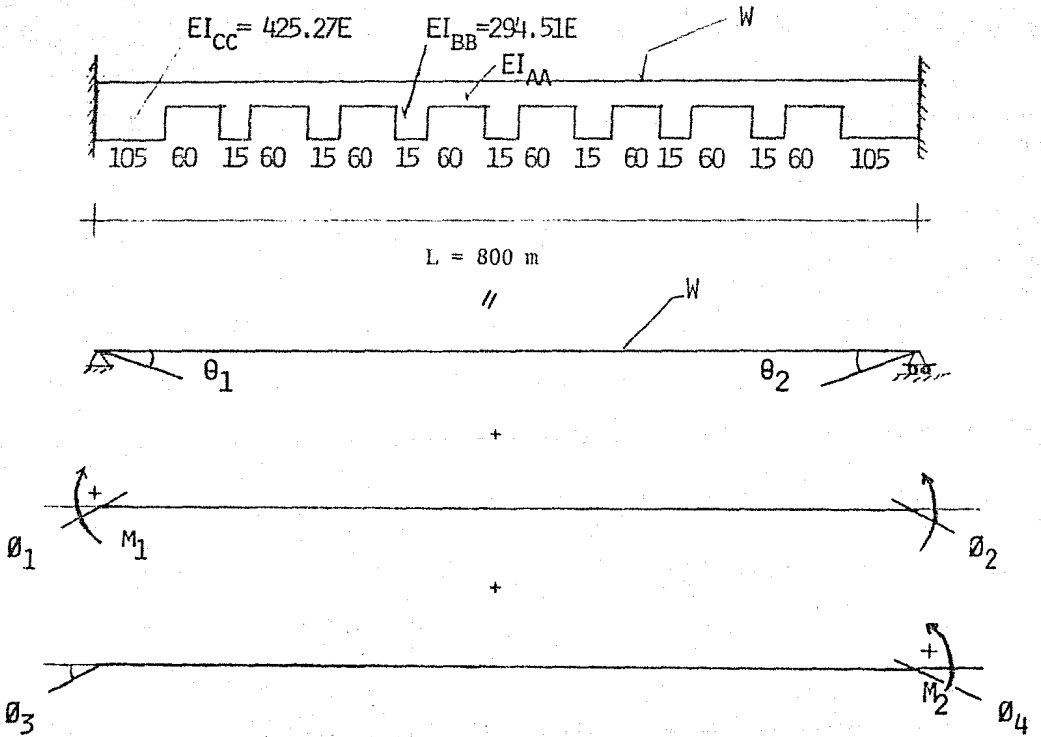


FIG. III-6

DE LOS DATOS SIGUIENTES (SE CALCULARON EN LA SECCIÓN III.1.2. 1).

$E = 1,000 F'c$  ——— CONSTANTE

MOMENTO I REAL	MOMENTO I RELATIVO
$I_{AA} = 5,937.40$	$EI_{AA} = 1$
$I_{BB} = 1'746,635.70$	$EI_{BB} = 294. E$
$I_{CC} = 2'525,001.50$	$EI_{CC} = 425. E$

Y CON LOS MOMENTOS OBTENIDOS A CADA 15CM. (TABLA 2), SE PROCEDE A CALCULAR LA CURVATURA  $M/EI$ , DIAGRAMAS,  $\alpha$  L.V., PTE. Y DE FLEXIONES Y POR ÚLTIMO LA PENDIENTE CORREGIDA EN LOS EXTREMOS (ÉSTA ES LA QUE NOS INTERESA, DESPUÉS DE TODO). (TABLA 2.1. Y 2.2.).

PARA OBTENER LOS DATOS DE ARRIBA, SE APLICARON LAS SIGUIENTES EXPRESIONES:

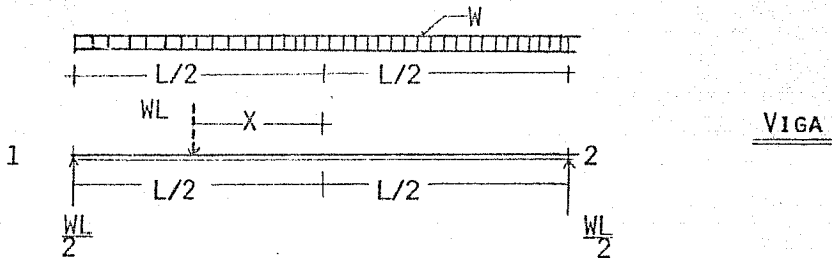
$$\left. \begin{aligned} \alpha_{AB} &= \frac{H}{24} ( 7\alpha_A + 6\alpha_B - \alpha_C ) \\ \alpha_B &= \frac{H}{12} ( \alpha_A + 10\alpha_B + \alpha_C ) \end{aligned} \right\} \begin{array}{c} \alpha_A \quad \alpha_B \quad \alpha_C \\ \text{---} \quad \text{---} \quad \text{---} \\ H=15\text{CM.} \quad H=15\text{CM.} \end{array}$$
  

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{AB} &= \frac{H}{6} ( 2\alpha_A + \alpha_B ) \\ \alpha_{BA} &= \frac{H}{6} ( 2\alpha_B + \alpha_A ) \end{aligned} \right\} \begin{array}{cc} \begin{array}{c} A \quad B \\ \text{---} \\ H=15 \end{array} & \begin{array}{c} A \quad B \quad C \\ \text{---} \quad \text{---} \\ H \quad H \end{array} \end{array}$$

DE LAS TABLAS (2.1. Y 2.2.) SE ENCONTRARON LOS SIGUIENTES DATOS:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= + \frac{556 H \times 10^4}{6 \times 10^5 EI} M_1 & \theta_2 &= - \frac{388 M_1 H}{6 \times 10^5 EI} \times 10^4 \\ \theta_3 &= - \frac{388 M_2 H}{6 \times 10^5 EI} \times 10^4 & \theta_4 &= + \frac{556 M_2 H}{6 \times 10^5 EI} \times 10^4 \end{aligned}$$

III.1.4 CALCULO DE MOMENTOS



SI DETERMINAMOS EL MOMENTO MÁXIMO DE LA VIGA CON CARGA UNIFORMEMENTE REPARTIDA.

TOMANDO  $\Sigma$  MOMENTOS EN 1 NOS DAN REACCIONES DE  $\frac{WL}{2}$

Si  $0 < X < \frac{L}{2}$   $M = \frac{WL}{2} (X) - \frac{W}{2} L \left( \frac{X}{2} \right)$

SI  $X = 0$   $M = 0$

SI  $X = L/2$ ,  $M = \frac{W}{2} (L) \left( \frac{L}{2} \right) - \frac{W}{2} L \left( \frac{L}{4} \right)$   
 $= \frac{WL^2}{4} - \frac{WL^2}{8} =$   
 $= \frac{WL^2}{8} \rightarrow$  MOMENTO MÁXIMO

TOMAREMOS:

$M = \frac{WL}{2} (X) - \frac{W}{2} L \left( \frac{X}{2} \right)$

VAMOS A DETERMINAR PARA LAS SIGUIENTES DISTANCIAS A CADA 15CM.

$0 < X < 4.00 = \frac{L}{2}$  ,  $M = \frac{9.23}{2} (8) (4) - \frac{9.23}{2} (8) \frac{4}{2} = 147.68 - 73.84 = 73.84$  <sup>Ton-m</sup>

$0 < X < 3.63$  :  $M = \frac{9.23}{2} (8) 3.63 - \frac{9.23}{2} (8) \frac{3.63}{2} = 134.02 - 67.00 = 67.00$

$< X <$

EN LA TABLA III-2. SE CALCULAN DIRECTAMENTE.

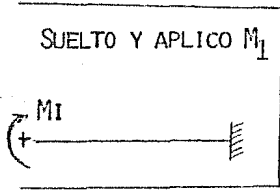
LOS SIGUIENTES DATOS, FUERON OBTENIDOS DE LA TABLA III.2

$\theta_1$	$\theta_2$
$\theta_1 = + \frac{556 \text{ MIH}}{6 \times 10^5 \text{ EI}} \times 10^4$	$\theta_2 = - \frac{388 \text{ MIH}}{6 \times 10^5 \text{ EI}} \times 10^4$
$\theta_3 = - \frac{388 \text{ M2H}}{6 \times 10^5 \text{ EI}} \times 10^4$	$\theta_4 = + \frac{556 \text{ M2H}}{6 \times 10^5 \text{ EI}} \times 10^4$

---


$$\theta_2 = \theta_2 + \theta_4 = - \frac{388 \text{ MIH}}{6 \times 10^5 \text{ EI}} \times 10^4 + \frac{556 \text{ M2H}}{6 \times 10^5 \text{ EI}} \times 10^4 = 0$$

$$- 388 \text{ MI} = - 556 \text{ M2}$$



$$M_{2JI} = - \frac{388}{- 556} M_1 = + 0.70 M_1 \text{ IJ}$$

$$\frac{M_2}{M_1} = 0.70 = \frac{M_{JI}}{M_{IJ}}$$

$$\theta_1 = \theta_1 + \theta_3$$

$$\theta_1 = + \frac{556 \text{ MIH} \times 10^4}{6 \times 10^5 \text{ EI}} - \frac{388 (0.70 \text{ MI}) \text{H}}{6 \times 10^5 \text{ EI}} \times 10^4 =$$

$$= + \frac{556 \text{ MIH}}{6 \times 10^5 \text{ EI}} \times 10^4 - \frac{271.6 \text{ MIH}}{6 \times 10^5 \text{ EI}} \times 10^4 = \frac{\text{MIH}}{60 \text{ EI}} (+556 - 271.6) =$$

$$\theta_1 = \frac{284.4 \text{ MIH}}{60 \text{ EI}} = \frac{4.74 \text{ MIH}}{\text{EI}} ; \quad \text{PERO } H = \frac{L}{53}$$

$$EI\theta_1 = \frac{4.74 \text{ MI}L}{53} ; \quad M_1 = \frac{53 \text{ EI}\theta_1}{4.74 \text{ L}} = \frac{11.20 \text{ EI}\theta_1}{\text{L}}$$

RIGIDEZES:  $K_{12} = \frac{M_1}{\theta_1} = + 11.20 \frac{\text{EI}}{\text{L}}$

FACTOR TRANSP.  $R_{12} = - \frac{M_2}{M_1} = \frac{0.70 \text{ L}}{11.20 \frac{\text{EI}\theta_1}{\text{L}}} = - \underline{\underline{0.70}}$



ENTONCES.- AL APLICAR EN EL OTRO EXTREMO EL MOMENTO  $M_2$ . QUIERE DECIR QUE VAMOS A SOLTAR EL OTRO EXTREMO Y LE APLICAMOS UN MOMENTO, QUE NOS DARÁN LOS RESULTADOS SIGUIENTES:

$$\theta_1 = \theta_1 + \theta_3 =$$

$$+ 556 M_1 - 388 M_2 = 0$$

$$M_1 = \frac{388}{556} M_2 = 0.70 M_2 \therefore \frac{M_1}{M_2} = 0.70 = \frac{M_{1J}}{M_{2J}}$$

$$\theta_2 = \theta_2 + \theta_4$$

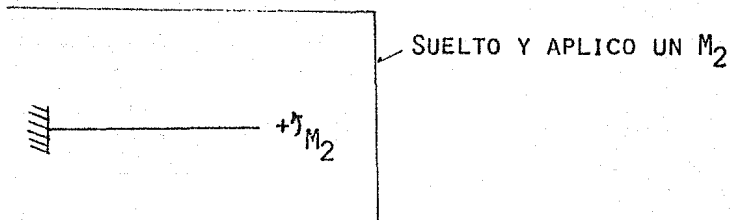
$$= - \frac{388(0.70)M_{2H}}{60 EI} + \frac{556 M_{2H}}{60 EI} = \frac{M_{2H}}{60EI} (-271.6 + 556) =$$

$$\theta_2 = + \frac{284.40 M_{2H}}{60 EI} = + 4.74 \frac{M_{2H}}{EI} \quad ; \quad H = \frac{L}{53}$$

$$M_2 = = \frac{EI \theta_2}{4.74 H} = \frac{EI \theta_2 (53)}{4.74 L} = + \frac{11.20 EI \theta_2}{L}$$

$$\text{RIGIDÉZ} = K_{21} = \frac{M_2}{\theta_2} = 11.20 \frac{EI}{L}$$

$$\text{FACT. TRANSP.} \quad R_{21} = \frac{M_1}{M_2} = \frac{0.70 \left( \frac{11.20 EI \theta_2}{L} \right)}{11.20 \frac{EI \theta_2}{L}} = 0.70$$



AHORA, CALCULAMOS LOS MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO:

ECUACIONES.

$$\theta_1 = + \theta_1 - \theta_3$$

$$H = \frac{L}{53}$$

$$\theta_2 = - \theta_2 + \theta_4$$

$$\theta_1 = + \frac{556 M_1}{6 \times 10^5 EI} \times \frac{800}{53} \times 10^4 - \frac{388 M_2}{6 \times 10^5 EI} \times \frac{800}{53} \times 10^4 \quad \text{--- 1}$$

$$\theta_2 = - \frac{388 M_1}{6 \times 10^5 EI} \times \frac{800}{53} \times 10^4 + \frac{556 M_2}{6 \times 10^5 EI} \times \frac{800}{53} \times 10^4 \quad \text{--- 2}$$

PARA ESTE CASO

$$\theta_1 = - \theta_2 = \frac{88 \times H}{12 EI} \times 10^4 = \frac{88 \times 15}{12 EI} \times 10^4 = 110 \times 10^4$$

$$\theta_1 = - \theta_2 = \frac{11 \times 10^5}{EI}$$

SUBSTITUYENDO LOS VALORES DE  $\theta$  EN 1 Y 2 Y RESOLVIENDO, EL SISTEMA POR REDUCCIÓN O IGUALACIÓN. A CONTINUACIÓN SE DAN LOS SIGUIENTES DESARROLLOS:

POR IGUALACION:

$$\theta_1 = + \frac{556 M_1}{6 \times 10^5 EI} \times \frac{800}{53} \times 10^4 - \frac{388 M_2}{6 \times 10^5 EI} \times \frac{800}{53} \times 10^4 \quad \text{--- 1}$$

$$\theta_2 = - \frac{388 M_1}{6 \times 10^5 EI} \times \frac{800}{53} \times 10^4 + \frac{556 M_2}{6 \times 10^5 EI} \times \frac{800}{53} \times 10^4 \quad \text{--- 2}$$

PERO:  $\theta_1 = -\theta_2 = \frac{11 \times 10^5}{EI}$  Y SUST. EN 1 Y 2

$$+ 11 \times 10^5 = + 139.87 M_1 - 97.61 M_2 \quad \text{-----} \quad 3$$

$$- 11 \times 10^5 = - 97.61 M_1 + 139.87 M_2 \quad \text{-----} \quad 4$$

RESOLVIENDO POR IGUALACION.

$$M_1 = \frac{11 \times 10^5 + 97.61 M_2}{139.87} \quad \text{-----} \quad 5$$

$$M_1 = \frac{-11 \times 10^5 - 139.87 M_2}{- 97.61} \quad \text{-----} \quad 6$$

IGUALANDO 5 Y 6

$$\frac{11 \times 10^5 + 97.61 M_2}{139.87} = \frac{- 11 \times 10^5 - 139.87 M_2}{- 97.61}$$

RESOLVIENDO:

$$\begin{aligned} - 107\,371\,000 - 9\,527.71 M_2 &= - 153\,857\,000 - 19\,563.62 M_2 \\ + 10\,035.91 M_2 &= - 46\,486\,000 \end{aligned}$$

$$M_2 = \frac{-46\,486\,000}{+ 10\,035.91} = -4\,631.96 \text{ TON.CM.}$$

$$M_2 = - 46.32 \text{ TON-M.}$$

SUBSTITUYENDO EN 5

$$M_1 = \frac{11 \times 10^5 + 97.61(-46.32)}{139.87} = + \underline{\underline{46.32}} \text{ TON-M}$$

$$\therefore M_1 = M_2$$

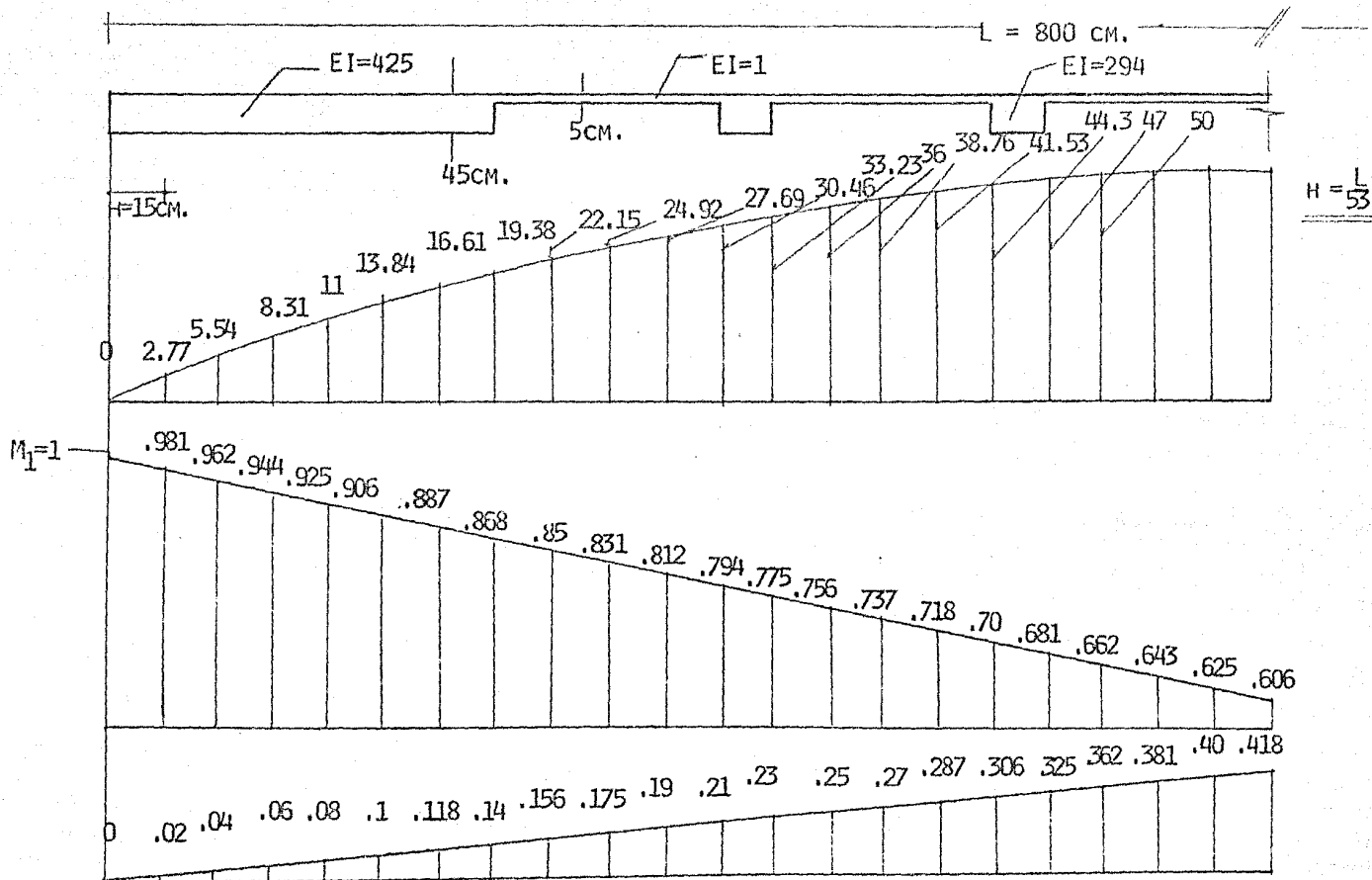


TABLA III.2

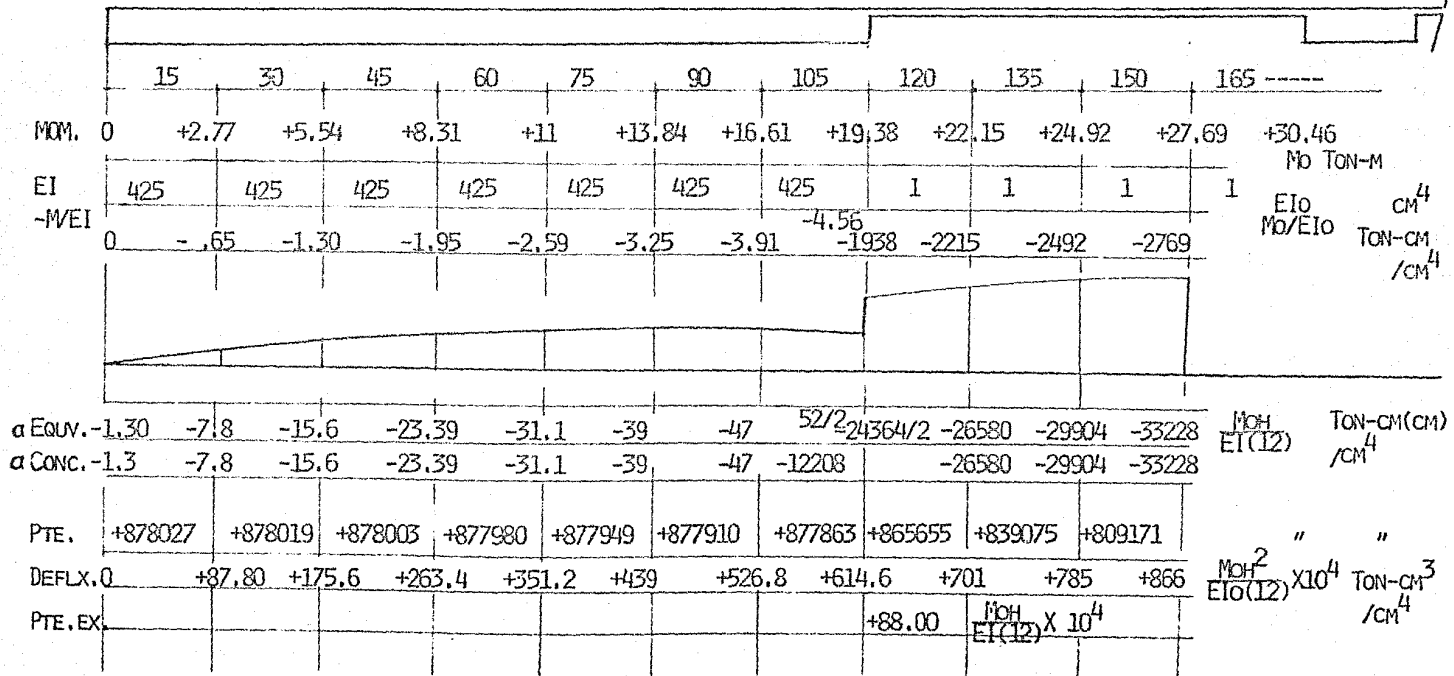
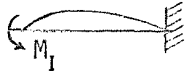


TABLA III.2.1.



	15	30	45	60	75	90	105	120	135	150	165	190	CM
$M_1$	-1	-0.981	-0.962	-0.944	-0.925	-0.906	-0.887	-0.868	-0.85	-0.831	-0.812	-0.794	
EI	425	425	425	425	425	425	425	1	1	1	1	E.I.	CM <sup>4</sup>
-MVEI	+235.30	+230.82		+226.35	+222.12	+217.64	+213.17	+208.7	204.25 +86800	+85000	+83100		MVEI(100000)
$\alpha$ EQU.	+701.42	697 688	683 675	671 662	657 648	644 635	631 622	617 258600	256800 253100	251200 247400	245500 241800		MH EI(600000)
$\alpha$ CONC.	+701.42	+1385	+1358	+1333	+1305	+1279	+1253	+259217	+509900	+498600	+487300		"
PTE. PR.	-4539885	-4539184	-4537826	-4536493	-4535160	-4533881	-4532628	-4273411	-3763511	-3264911	-2777611		"
DEFLX. 0	0	-454	-907.9	-1361.7	-1815.3	-2268.8	-2722	-3175.5	-3602.8	-3979	-4305.6		MH EI(600000) X10 <sup>4</sup>
CORREC. 0	0	-103	-206	-308	-411	-514	-617	-719.4	-822	-925	-1028		"
DEFLX. 0	0	-557	-1113	-1669.7	-2226.3	-2783	-3339	-3895	-4425	-4904	-5333.6		"
PTE.	-557	-556	-556.7	-556.6	-556.7	-556	-556	-529.8	-479.2	-429.6			MH EI(600000) X10 <sup>4</sup>
PTE. EXT.								-556	MH EI(600000) X10 <sup>4</sup>				
EL MOMENTO $M_2$ , NOS DA:													
									+ 388	"			

-56-

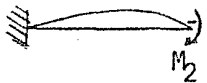


TABLA III.2.2.

EN LOS TRAMOS AC Y GH, SE HARÁ EL MISMO PROCEDIMIENTO -  
QUE EN EL DESARROLLO ANTERIOR (TRAMOS CD=DE=EF), NO SE -  
DAN LAS TABLAS III-3, 3.1. Y 3.2., Y III-4, 4.1. Y 4.2.,  
YA QUE SERÍA UNA FORMA REPETITIVA DE VALORES CON IGUALES -  
CARACTERÍSTICAS DE DESARROLLO; ADEMÁS DE QUE, INVOLUCRA -  
UN TRABAJO DEMASIADO LABORIOSO, POR ESO ES QUE, DIRECTAMEN -  
TE DAREMOS LOS VALORES DE LOS MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO --  
CÁLCULADOS POR EL MÉTODO DE NEWMARK.

VER CÁLCULO DE DESARROLLO SIMILAR, TABLAS III-2, 2.1. Y --  
2.2., (SE CONSIDERÓ UNA PARTE DEL CLARO CD),

A CONTINUACIÓN SE INDICA PARTE DEL DESARROLLO DE LOS TRA--  
MOS AC Y GH.

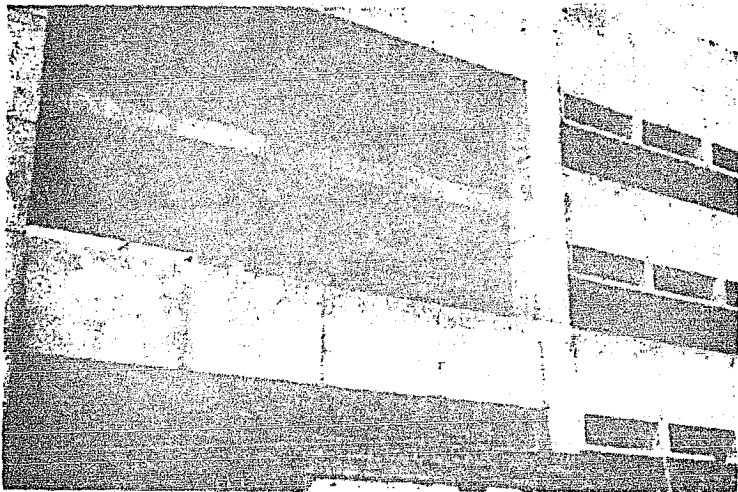
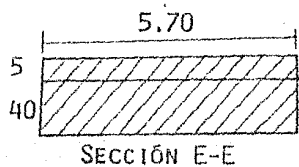


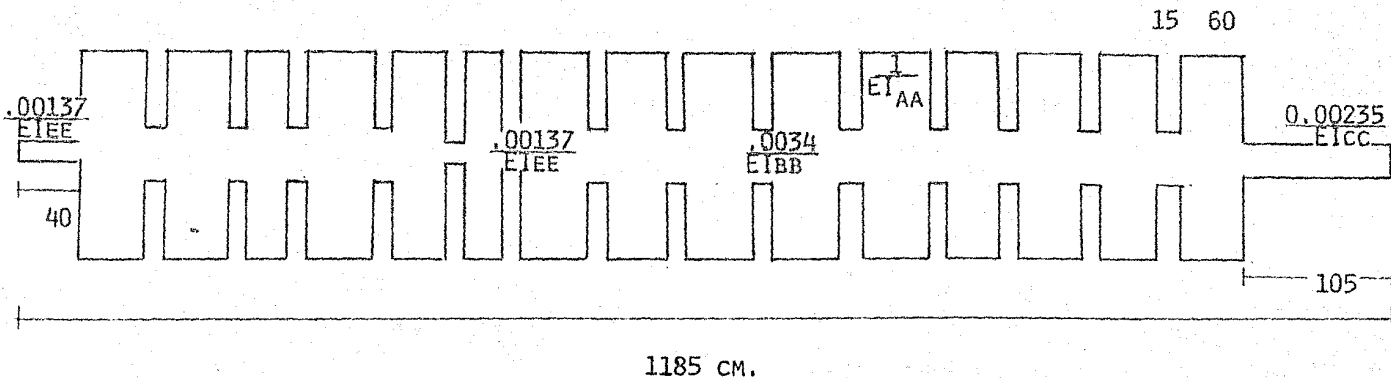
FOTO 5



$$I_{EE} = \frac{5.70 \times 45^3}{12} = 4\,328\,437.40 \text{ cm}^4$$

I REAL                      I RELATIVO                      INVERSO

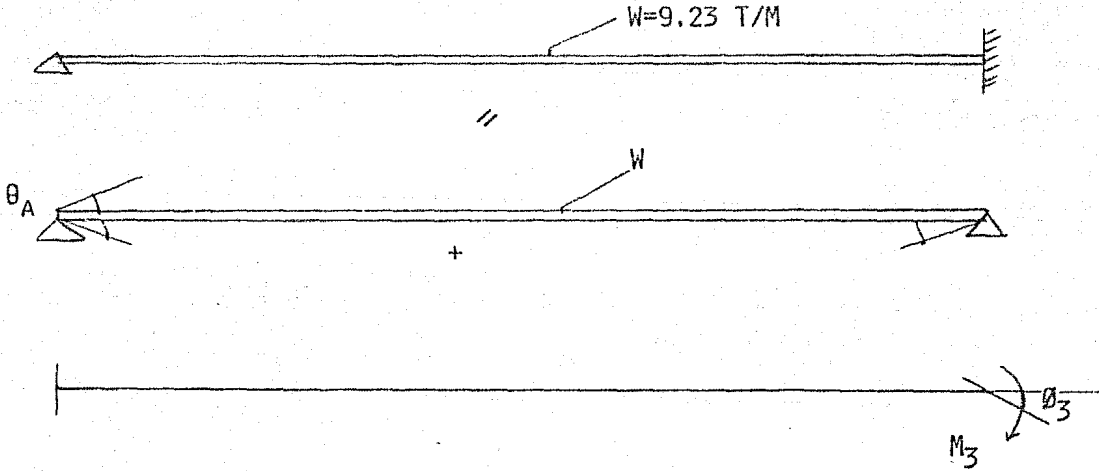
$$I_{EE} = 4\,328\,437.40 - 729 = 0.00137$$



TABLERO EXTERIOR  
FIG. III.4-B



III.1.4.1.CALCULO DE LOS MOMENTOS PARA EL TABLERO EXTERIOR



CALCULAMOS LOS MOMENTOS FLEXIONANTES CON LA FÓRMULA SIGUIENTE:

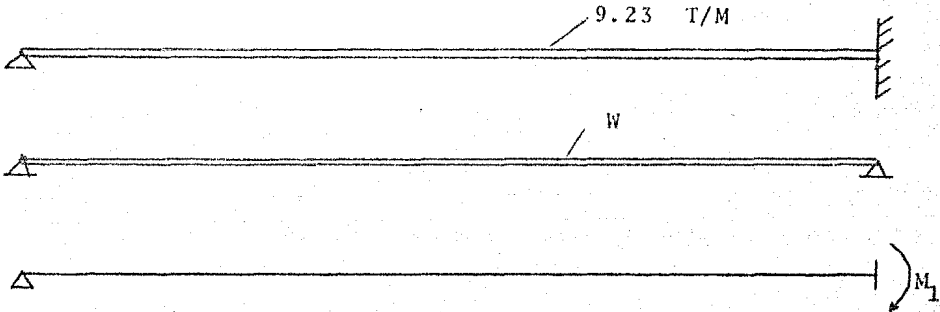
$$M = \frac{WL}{2} (X) - \frac{W}{2} (L) \left(\frac{X}{2}\right)$$

LOS VANOS A OBTENER PARA CADA 15CMS., PARA UN TOTAL DE 11.85 MTS. (TAMAÑO DEL CLARO).

$$0 < X < 15 \quad M = 9.23 \times \frac{11.85}{2} (.15) - \frac{9.23}{2} (11.85) \left(\frac{.15}{2}\right) = 8.20 - 4.10 = 4.10 \text{ T-M}$$

Nota: La continuación del desarrollo, no se dá, simplemente, nos limitaremos a dar resultados del Método de Newmark.

TRAMO AC (APOYADO Y EMPOTRADO).



$$\theta = \frac{+ 960 \text{ MoH}}{EI (600\ 000)} \times 10^4$$

DONDE  $H = \frac{L}{79}$

$$M_0 = \frac{+ EI (600\ 000) \cdot \theta (79)}{960 L \times 10^4} = 4.93 = \frac{+ 5 EI \theta}{L}$$

$$K = \frac{M_0}{\theta} = + 5 \frac{EI}{L} = \text{RIGIDÉZ}$$

MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO

F.T. = 0 DE C - A

$$\theta = \theta_A$$

$$M_0 = 1$$

$$\theta = \frac{-291 \text{ MAH}}{EI (6 \times 10^5)} \times 10^4 \quad (1)$$

; DONDE

$$H = \frac{L}{79}$$

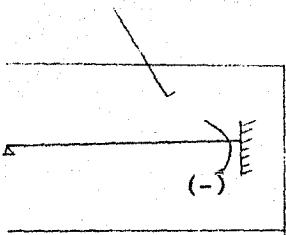
$$\theta_4 = \frac{+ 960 \text{ MAH}}{EI (6 \times 10^5)} \times 10^4 \quad (2)$$

IGUALANDO: 1 Y 2

$$\frac{-291 H}{12 EI_0} \times 10^4 = \frac{+960 MAH}{EI (6 \times 10^5)} \times 10^4$$

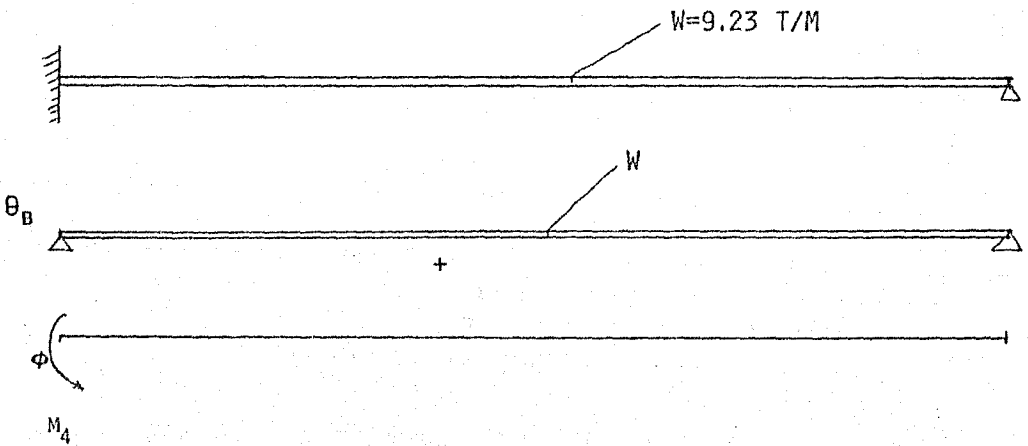
$$MA = EI_0 (6 \times 10^5) \times \frac{(-291) H \times 10^4}{12 EI_0} = \frac{1.455 \times 10^{11} H}{+960 H \times 10^4} = 151.56 \text{ T-CM}$$

$$MA = -151 \text{ TON-M}$$



CALCULO DE LOS MOMENTOS PARA EL TABLERO EXTERIOR

TRAMO G-H



TRAMO GH, (APOYADO Y EMPOTRADO).

CALCULAMOS LOS MOMENTOS FLEXIONANTES CON LA FÓRMULA SIGUIENTE:

$$M = \frac{WL}{2} (X) - \frac{WL}{2} \left(\frac{X}{2}\right)$$

TAMBIÉN LO OBTENEMOS PARA CADA 15CMS., PARA UN TOTAL DE -- 8.00 MTS.

$$0 \quad X \quad 15 \quad M = 9.23 \times \frac{8.00}{2} (0.15) - \frac{9.23}{2} (8.00) \left(\frac{15}{2}\right) = 5.538 - 2.769 = 2.769$$

LA RIGIDÉZ PARA EL TRAMO GH ES:

$$\theta_B = + \frac{559 MBH}{EI_0 (6 \times 10^5)} \times 10^4$$

DONDE :

$$H = \frac{L}{53}$$

$$M_B = \frac{EI_0 (6 \times 10^4) \theta_B (53)}{559 L \times 10^4} = \underline{\underline{5.7 \frac{EI}{L} \theta_B}}$$

$$K_{20} = \frac{M_B}{\theta_B} = + 5.7 \frac{EI}{L}$$

F.T. = 0 de G-H

MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO.

$$\theta_B = \theta_B$$

$$\theta_B = \frac{88 M_0 H}{EI (12)} \times 10^4$$

;  $M_0 = 1$

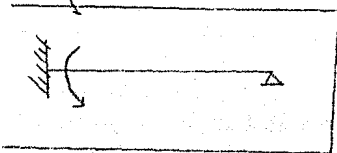
$$\theta_B = + \frac{559 M_{BH}}{EI (6 \times 10^5)} \times 10^4$$

$$- \frac{88 H}{EI_0 (12)} \times 10^4 = + \frac{559 M_{BH}}{EI (6 \times 10^5)} \times 10^4$$

$$M_B = \frac{-EI (6 \times 10^5) 88 H \times 10^4}{+EI_0 (12) 559 H \times 10^4}$$

$$M_B = -7871 \text{ TON-CM} = -78.71 \text{ TON-M.} \quad \dot{=} -79.00 \text{ TON-M.}$$

$$M_B = -79.00 \text{ TON-M.}$$



III.1.5.

CALCULO DE (KT) RIGIDEZ TORSIONANTE

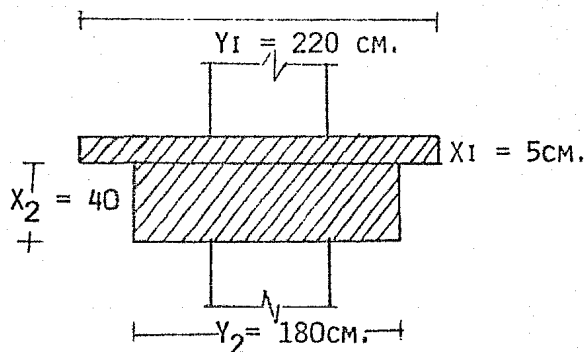
$$K_T = \frac{9 E_c}{L_2 \left(1 - \frac{C_2}{L_2}\right)^3}$$

$$C = \left(1 - 0.63 \frac{X}{Y}\right) \frac{X^3 Y}{3}$$

X = DIMENSIÓN TOTAL MENOR DE UNA SECCIÓN TRANSVERSAL RECTANGULAR.

Y = DIMENSIÓN TOTAL MAYOR DE UNA SECCION TRANSVERSAL RECTANGULAR.

DE LA FIGURA I-6, TRATADA EN LA SECCION III.1.1. TENEMOS:



$$C = \left(1 - 0.63 \frac{5}{220}\right) \frac{5^3 (220)}{3} + \left(1 - 0.63 \frac{40}{180}\right) \frac{40^3 \times 180}{3}$$

$$C = 9035 + 3\,302\,400 = 3\,311\,435$$

$$K_T = \frac{9 E_c \times (3311435)}{570 \left(1 - \frac{60}{570}\right)^3} = 72\,995.80 = \underline{\underline{7.30 \times 10^4}}$$

RIGIDEZ, COLUMNA EQUIVALENTE.

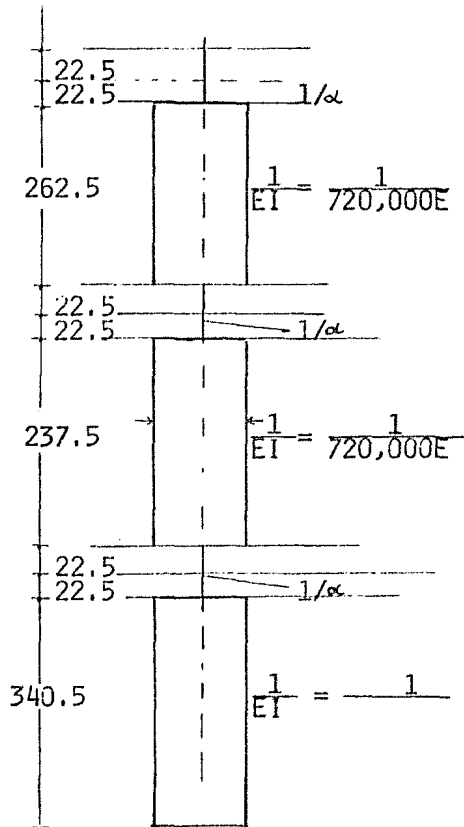
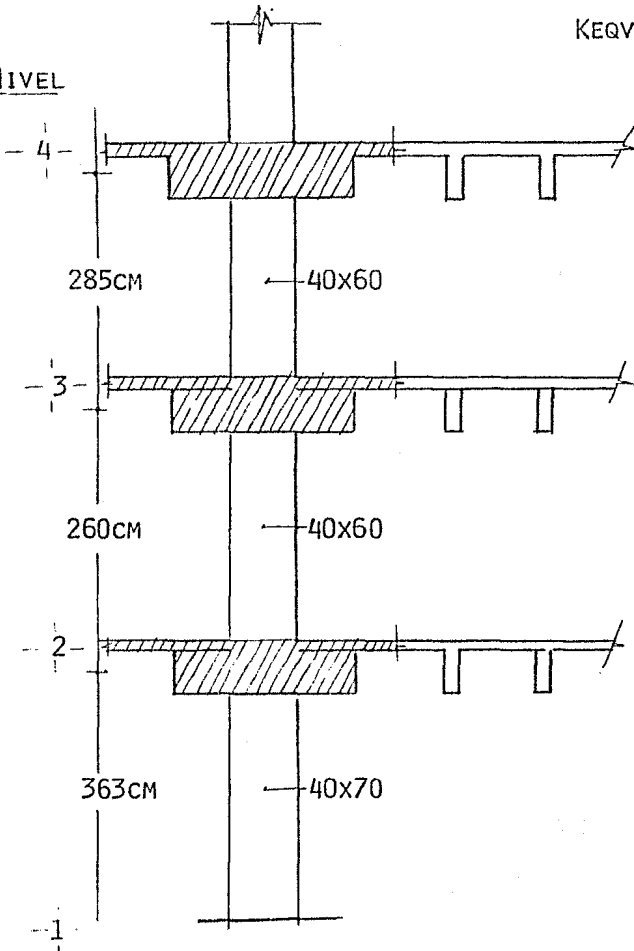
$$\frac{1}{K_{EQ}} = \frac{1}{\sum K_C} + \frac{1}{K_E} = \frac{1}{2.1182 \times 10^4 E} + \frac{1}{7.30 \times 10^4}$$

$$\frac{1}{K_{EQ}} = \frac{1}{10^4 E} \left( \frac{1}{2.1182} + \frac{1}{7.30} \right) = \frac{1}{10^4 E} (0.6091)$$

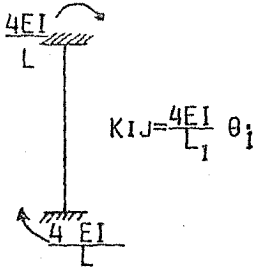
$$\frac{10^4 E}{K_{EQ}} = 0.6091 = K_{EQ} = \frac{10^4 E}{0.6091} = 1.641 \times 10^4 E$$

$$K_{EQV} = 1.6418 \times 10^4 E$$

NIVEL



CALCULO DE LA RIGIDÉZ A FLEXIÓN DE LAS COLUMNAS EQUIVALENTES EN SISTEMAS SIN VIGAS. (NIVEL 3).



MOMENTO DE INERCIA:

$$I_{CI} = I_{CS} = \frac{BH^3}{12} = \frac{40 \times 60^3}{12} = 720,000 \text{ cm}^4$$

$$\text{RIGIDÉZ: } K_{CI} = \frac{4EI}{L} = \frac{4 \times 720,000 E}{260} = 11077 E$$

$$K_{CS} = \frac{4EI}{L} = \frac{4 \times 720,000}{285} = 10105 E$$

$$\Sigma K_C = K_{CI} + K_{CS} = 11\,077 + 10\,105 = \underline{\underline{21\,182 E}}$$

$$\Sigma K_C = 2.1182 \times 10^4 E$$

RIGIDEZ: PARA EL MARCO (LADO LARGO).

E = CONSTANTE.

$$I = 2\,525\,001 \text{ cm}^4$$

BARRA	RIGIDÉZ (K)	$\frac{K}{10^4 E}$	F.D. (K/ K)	F.T.
NUDO C				
CA	$5 \times \frac{I}{L} = \frac{5 \times 2525001}{1185}$	1.0654	0.1707	0
CD	$11.20 \frac{I}{L} = \frac{11.20 \times 2525001}{800}$	3.5350	0.5663	0.7
$K_{EQV C}$	$K_C + K_T = 1.6418 \times 10^4 E = \frac{2.6418}{\Sigma K = 6.2422}$	$\frac{0.2630}{1.0000}$		0.5



NUDO D

DC	$11.20 \times \frac{I}{L} = \frac{11.20 \times 2525001}{800} =$	3.5350	0.4058	0.7
DE	$11.20 \times \frac{I}{L} = \frac{11.20 \times 2525001}{800} =$	3.5350	0.4858	0.7
KEQV <sub>D</sub> = K <sub>C</sub> + K <sub>T</sub> = 1.6418 × 10 <sup>4</sup> E =		<u>1.6418</u>	<u>0.1884</u>	0.5
		Σ K = 8.7118	1.0000	

NUDO E

ED	$11.20 \times \frac{I}{L} = \frac{11.20 \times 2525001}{800} =$	3.5350	0.4058	0.7
EF	$11.20 \times \frac{I}{L} = \frac{11.20 \times 2525001}{800} =$	3.5350	0.4058	0.7
KEQV <sub>E</sub> = K <sub>C</sub> + K <sub>T</sub> = 1.6418 × 10 <sup>4</sup> E =		<u>1.6418</u>	<u>0.1884</u>	0.5
		Σ K = 8.7118	1.0000	

NUDO F

FE	$11.20 \times \frac{I}{L} = \frac{11.20 \times 2525001}{800} =$	3.5350	0.4058	0.7
FG	$11.20 \times \frac{I}{L} = \frac{11.20 \times 2525001}{800} =$	3.5350	0.4058	0.7
KEQV <sub>F</sub> = K <sub>C</sub> + K <sub>T</sub> = 1.6418 × 10 <sup>4</sup> E =		<u>1.6418</u>	<u>0.1884</u>	0.5
		Σ K = 8.7118	1.0000	

NUDO G

GF	$11.20 \times \frac{I}{L} = \frac{11.20 \times 2525001}{800} =$	3.5350	0.5067	0.7
GH	$5.7 \times \frac{I}{L} = \frac{5.7 \times 2525001}{800} =$	1.7991	0.2579	0
KEQV <sub>G</sub>	$K_C + K_T = 1.6418 \times 10^4 E =$	$\frac{1.6418}{\Sigma K = 6.9759}$	$\frac{0.2354}{1.0000}$	0.5

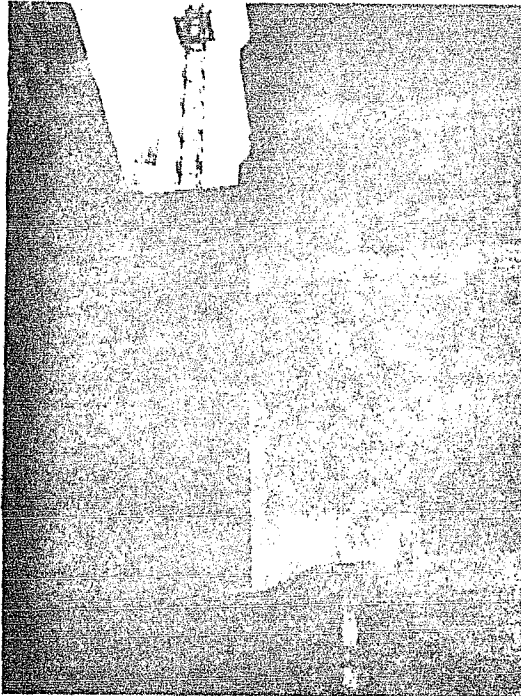


FOTO 6

### III.1.6. ANALISIS ESTRUCTURAL.

AL ANALIZAR LOS MARCOS EN CADA DIRECCIÓN, DEBEN TOMARSE LAS CARGAS TOTALES QUE ACTÚEN EN LA LOSA. ADEMÁS, EL ANÁLISIS ESTRUCTURAL SE HIZO SUPONIENDO QUE TODOS LOS CLAROS DEL MARCO ESTÁN CARGADOS CON UNA CARGA VIVA QUE VARÍA SIGNIFICATIVAMENTE DE UNO A OTRO TABLERO; Y CON LA CONDICION DE QUE LA CARGA VIVA NO EXCEDE DE LAS TRES CUARTAS PARTES DE LA CARGA MUERTA.

$$CV < \frac{3}{4} \text{ CM} : \frac{CV}{CM} < 3/4$$

LA CARGA TOTAL O ÚLTIMA: ES LA CARGA DE SERVICIO AFECTADA POR UN FACTOR, F.C. = 1.4, ESTO ES:

$$1.158 \times 1.4 = 1.62 \text{ Ton/M}^2$$

ANALIZANDO UN MARCO EN EL SENTIDO LARGO, III.4.c, Y EMPOTRANDO (SEGÚN ACI), LAS COLUMNAS, TANTO EN EL NIVEL INFERIOR - COMO EN EL SUPERIOR, CON UNA CARGA  $W = 1.62 \text{ Ton/M}^2$  (CARGA ÚLTIMA), Y UN ÁREA TRIBUTARIA DE COLUMNA DE  $8.00 \times 5.70 = 45.60 \text{ M}^2$ ,

LA CARGA POR METRO ES DE:  $9.23 \text{ Ton/M}$ .

$$(1.62 \text{ Ton/M}^2 \times 45.60 \text{ M}^2 = 73.87 \text{ Ton. } 73.87 \text{ Ton}/8.00 \text{ M} = 9.23 \text{ Ton/M})$$

EN EL MARCO III.4.c., SE MUESTRAN: EL PESO QUE SOPORTA CADA CLARO Y LOS VALORES DE LAS RIGIDECES I/L: QUE CORRESPONDEN A COLUMNAS Y LOSA (VALORES YA CALCULADOS ANTERIORMENTE), - SUS MEDIDAS DE ALTURAS Y CLAROS. SE ANALIZA EL MARCO EJE 2, NIVEL 3.

LA CARGA POR METRO = 9.23 TON/M.

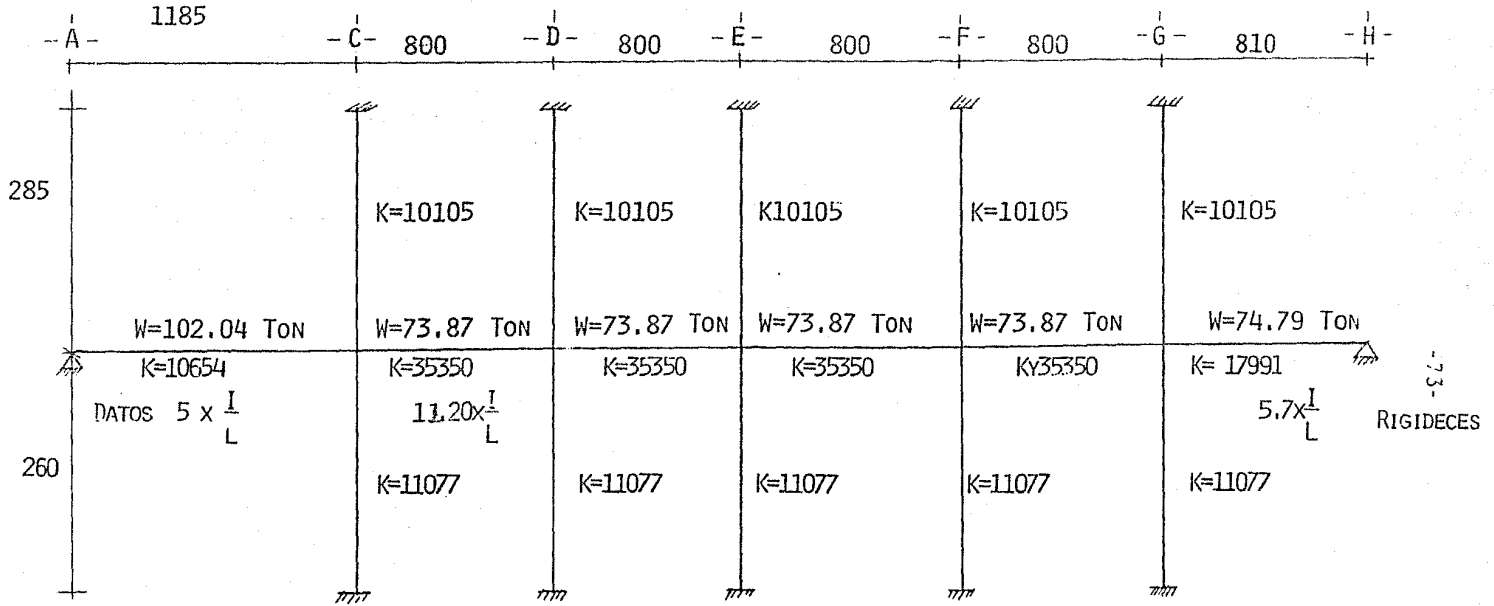


FIGURA: III-4-C

MARCO EJE 2

NIVEL 3

(LA ALTURA SE TOMÓ CENTRO A CENTRO DE LOSA).

RIGIDECES

PARA EL CÁLCULO DE LOS MOMENTOS, SE UTILIZÓ EL MÉTODO DE CROSS. ESTE MÉTODO, PERMITE RESOLVER MEDIANTE APROXIMACIONES SUCCESIVAS (LAS CUALES SE REALIZAN AUTOMÁTICAMENTE DURANTE EL CÁLCULO Y NO RESULTAN DE UNA SERIE DE TANTEOS), QUE DAN LUGAR A CÁLCULOS SENCILLOS, EL PROBLEMA CONSIDERADO, ES DECIR, LA DETERMINACION DE LOS MOMENTOS FLECTORES EN LAS EXTREMIDADES DE LAS BARRAS (SE OBTIENE EL MOMENTO TRANSMITIDO POR EL NUDO A LA BARRA).

PARA LA APLICACIÓN DE ESTE MÉTODO, SE NECESITARON LOS SIGUIENTES DATOS (YA CALCULADOS POR MÉTODO DE NEWMARK):

A) MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO:

$$M_{AC} = 0 \quad , \quad M_{CA} = -151.00 \quad , \quad M_{GH} = +79.00, \quad M_{HG} = 0$$

$$M_{CD} = +46.32 \quad = \quad M_{DE} = M_{EF} \quad = \quad M_{FG}$$

$$M_{DC} = -46.32 \quad = \quad M_{ED} = M_{FE} \quad = \quad M_{GF}$$

B) RIGIDECES RELATIVOS DE TODOS LOS MIEMBROS. SE OBTUVIERON LOS FACTORES DE DISTRIBUCIÓN (F.D.), PARA CADA UNO DE LOS MIEMBROS Y EL FACTOR DE TRANSPORTE (F.T.).

TODO LO REFERENTE A ESTOS DATOS, LOS DESARROLLO EN EL SIGUIENTE MARCO POR ANALIZAR (EJE 2, 3ER. NIVEL). ADEMÁS, SE MUESTRAN LOS DIAGRAMAS DE MOMENTO FLEXIONANTE Y CORTANTE, JUNTO CON SUS CORRECCIONES; Y TAMBIÉN LA OBTENCIÓN DE LOS MOMENTOS POSITIVOS Y LA DISTANCIA A LA CUÁL SE LOCALIZAN. FIG. III.5.A Y III.5.1.

MÁS ADELANTE, SE CALCULAN LOS MOMENTOS NEGATIVOS EN LOS PANOS DE LAS COLUMNAS, TAL Y COMO SE MUESTRA EN LA FIG. III.5.2.

\*LA CONVENCION DE SIGNOS: DIREMOS QUE EL MOMENTO TRANSMITIDO POR UN NUDO A UNA BARRA ES POSITIVO SI TIENDE A HACER GIRAR LA FIBRA MEDIA DE LA BARRA EN EL SENTIDO POSITIVO (VER REFERENCIA CHARON, MÉTODO DE CROSS).

MARCO EJE 2 3ER. NIVEL.

M (+)	+103.23		+ 19.71		+ 31.94		+ 27.54		+ 27.74		+ 44.78
X											
V	45.65 - 65.71	+ 46.97	+ 27.03	+ 33.66	- 40.34	+ 38.80	- 35.20	+ 34.00	- 40.00	+ 46.00	- 28.75
A.V.	- 11.03 + 11.03	- 9.97	+ 9.97	- 3.34	- 3.34	+ 1.80	+ 1.80	- 3.00	- 3.00	+ 8.63	- 28.75
R.L.	54.68 - 54.68	+ 37.00	- 37.00	+ 37.00	- 37.00	+ 37.00	- 37.00	+ 37.00	- 37.00	+ 37.38	- 37.38
M.F.	-130.68	+ 99.39	- 19.64	+ 29.153	- 55.83	+ 53.68	- 39.20	- 37.53	- 61.64	+ 69.91	
	<u>- 130.68</u>	<u>+99.387</u>	<u>-19.635</u>	<u>+29.153</u>	<u>-55.83</u>	<u>+53.68</u>	<u>-39.26</u>	<u>+37.534</u>	<u>-61.64</u>	<u>+69.91</u>	
				- 0.032	- 0.022	- 0.012	0				
				- 0.01	- 0.012	+ 0.032	+ 0.046	+ 0.046	- 0.032		
		- 0.032	+ 0.09	+ 0.1319				- 0.114	- 0.163	- 0.083	0
	+ 0.111	+ 0.078	- 0.251	- 0.175	+ 0.1319	+ 0.09					
	- 0.022	- 0.032	- 0.215	- 0.15	- 0.130	- 0.09					
	- 0.175	+ 0.251	- 0.09	- 0.130	+ 0.321	+ 0.459	+ 0.459	+ 0.321			
	+ 0.885	+ 0.619	+ 0.62	+ 0.886	+ 0.886	+ 0.62	- 1.132	- 1.618	- 0.824		0
	+ 0.034	- 0.15	- 0.215	- 1.414	- 0.91	- 0.687	- 4.565	- 11.25	- 16.07	- 8.18	0
	+ 0.266	- 1.414	- 2.02	- 1.10	- 0.77	+ 3.195	+ 4.565	- 11.25	- 16.07		
0	+ 2.143	+ 7.112	+ 4.978	- 0.637	- 0.91	- 0.912	- 1.36	- 1.36	- 0.952		
	- 0.77	- 1.10	+ 3.35	+ 4.784	+ 4.784	+ 3.35					
	-11.79	-16.84	-16.84	-11.79							
	+ 17.87	+59.28	+41.50								
F.T.	← 0	← 0.7 →	← 0.7 →	← 0.7 →	← 0.7 →	← 0.7 →	← 0.7 →	← 0.7 →	← 0.7 →	← 0.7 →	0 →
M.E.	-151.00	+ 46.32	- 46.32	+ 46.32	- 46.32	+ 46.32	- 46.32	+ 46.32	- 46.32	+ 79.00	
F.D.	0.1707	0.5663	0.4058	0.4058	0.4058	0.4058	0.4058	0.4058	0.5067	0.2579	

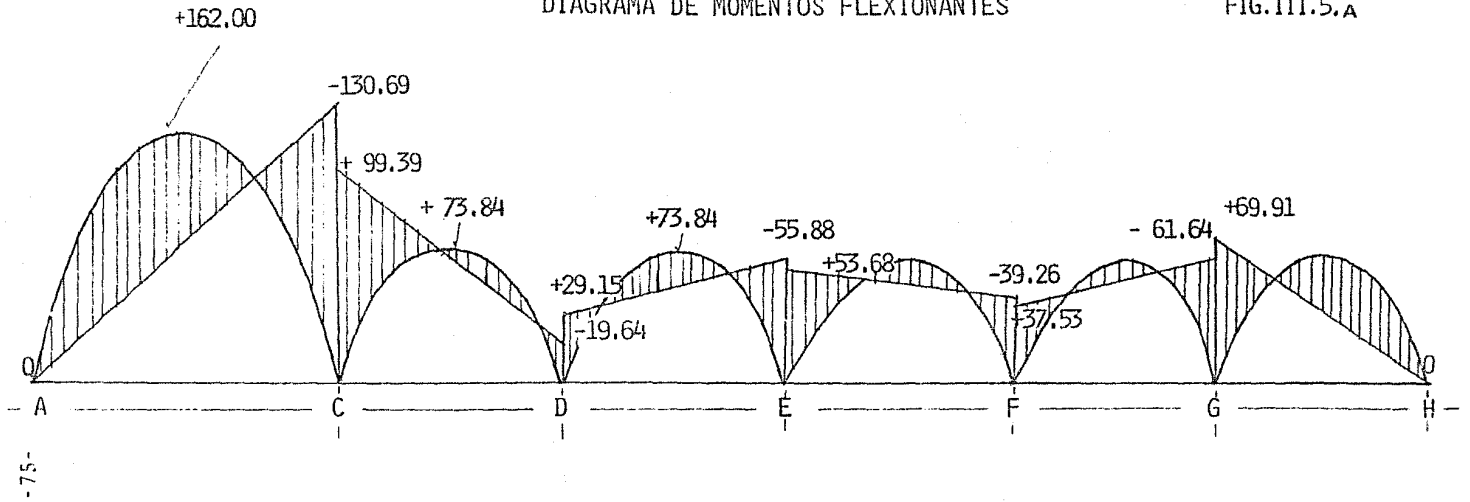
METODO DE CROSS

F.T.=0.5

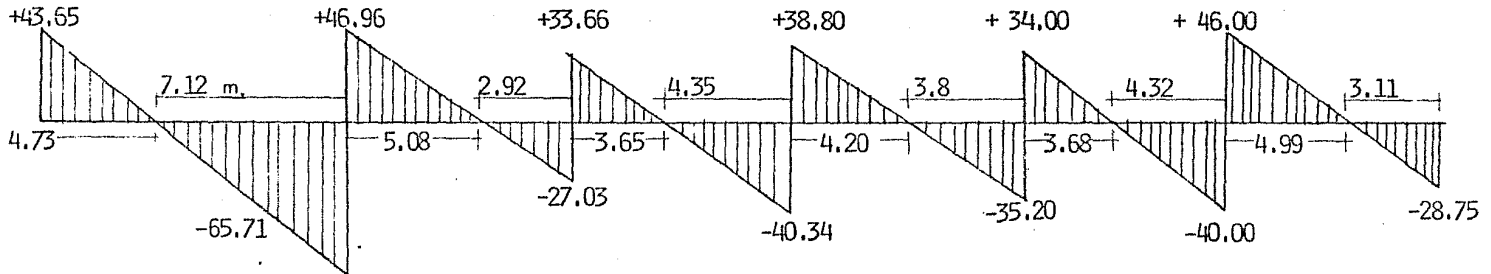
	A		C		D		E		F		G	
			0.2630		0.1884		0.1884		0.1884		0.2354	
			+ 27.53		- 7.82		+ 2.22		- 0.63		- 7.47	
			+ 3.30		- 0.511		- 0.422		+ 2.12		- 0.752	
			+ 0.411		- 0.937		+ 0.411		0		- 0.076	
			+ <u>0.052</u>		- 0.097		- 0.06		+ 0.213		- 8.298	
					- 0.116		+ 0.06		0			
			+ 31.293		- 0.015		0.01		+ <u>0.021</u>			
					- <u>0.0146</u>		- <u>0.01</u>					
					- 9.51		+ 2.209		+ 1.724			
			+ <u>15.62</u>		- <u>4.2715</u>		+ <u>0.694</u>		+ <u>0.851</u>		- <u>4.149</u>	
			+ 13.765		- 3.91		+ 1.11		- 0.315		- 3.735	
			+ 1.65		- 0.255		- 0.211		+ 1.06		- 0.376	
					0.468							
			+ 0.205		- 0.0485		- 0.205		0		- 0.038	
					- 0.058		- 0.03		+ 0.106			
							0.03					

DIAGRAMA DE MOMENTOS FLEXIONANTES

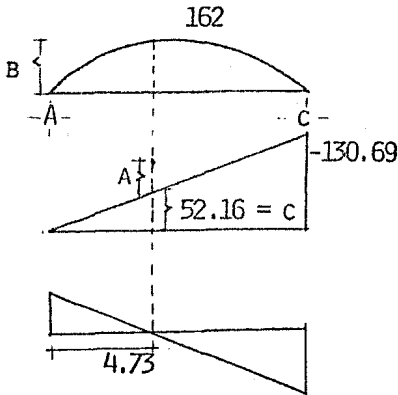
FIG. III.5.A



D. CORTANTES CORREGIDOS:



OBTENCION DE LOS MOMENTOS POSITIVOS



$$M_{MAX}^{(+)} = A = B - C$$

$$B = \frac{WL}{2} \times c - \frac{Wc^2}{2}$$

$$B = \frac{9.23 \times 11.85}{2} \times 4.73 - \frac{9.23 \times 4.73^2}{2}$$

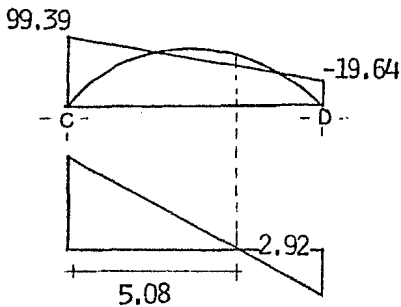
$$B = 54.68 \times 4.73 - 103.25$$

$$B = 258.64 - 103.25 = 155.39$$

$$\frac{130.69}{11.85} = \frac{c}{4.73}; c = \frac{130.69 \times 4.73}{11.85} = \underline{\underline{52.16}}$$

$$A = 155.39 - 52.16 = + 103.23$$

$$M_{AC}^{(+)} = + 103.23$$



$$B = \frac{WL}{2} \times c - \frac{Wc^2}{2}$$

$$B = \frac{9.23 \times 8}{2} \times 5.08 - \frac{9.23 \times 5.08^2}{2}$$

$$B = 187.55 - 119.09 = 68.46$$

$$\frac{79.75}{8} = \frac{c}{2.92}; c = \frac{79.75 \times 2.92}{8} = 29.11$$

$$C = 29.11 + 19.64 = 48.75$$

$$A = 68.46 - 48.75 = 19.71$$

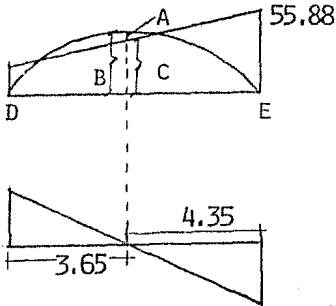
$$M_{CD}^{(+)} = + 19.71$$



FIGURA III.5.1.



29.15



$$A = B - C$$

$$B = \frac{WL}{2} x - \frac{Wx^2}{2}$$

$$B = \frac{9.23 \times 8}{2} \times 3.65 - \frac{0.23 \times 3.65^2}{2}$$

$$B = 134.76 - 61.48 = 73.28$$

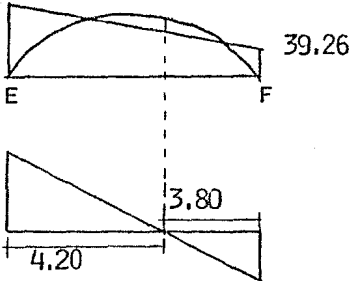
$$\frac{26.73}{8} = \frac{x}{3.65} ; x = \frac{26.73 \times 3.65}{8} = 12.19$$

$$C = 12.19 + 29.15 = 41.34$$

$$A = 73.28 - 41.34 = 31.94$$

$$M_{(+)}_{DE} = +31.94$$

53.68



$$B = \frac{9.11 \times 8}{2} \times 4.20 - \frac{9.23 \times 4.20^2}{2}$$

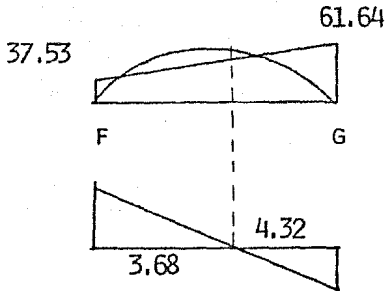
$$B = 155.06 - 81.41 = 73.65$$

$$\frac{14.42}{8} = \frac{x}{3.80} ; x = \frac{14.42 \times 3.80}{8} = 6.85$$

$$C = 6.85 + 39.26 = 46.11$$

$$A = 73.65 - 46.11 = 27.54$$

$$M_{(+)}_{EF} = +27.54$$



$$A = B - C$$

$$B = \frac{9.23 \times 8}{2} \times 3.68 - \frac{9.23 \times 3.68^2}{2}$$

$$B = 135.86 - 62.50 = 73.36$$

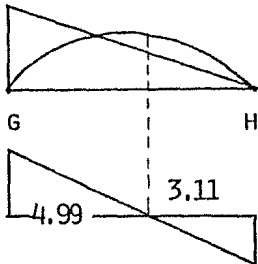
$$\frac{24.11}{8} = \frac{x}{3.68}; x = \frac{24.11 \times 3.68}{8} = 11.09$$

$$C = 11.09 + 37.53 = 48.62$$

$$A = 73.36 - 48.62 = 24.74$$

$$M_{(+)}_{FG} = + 27.74$$

69.91



$$B = \frac{9.23 \times 8.10}{2} \times 4.99 - \frac{9.23 \times 4.99^2}{2}$$

$$B = 186.53 - 114.51 = 71.62$$

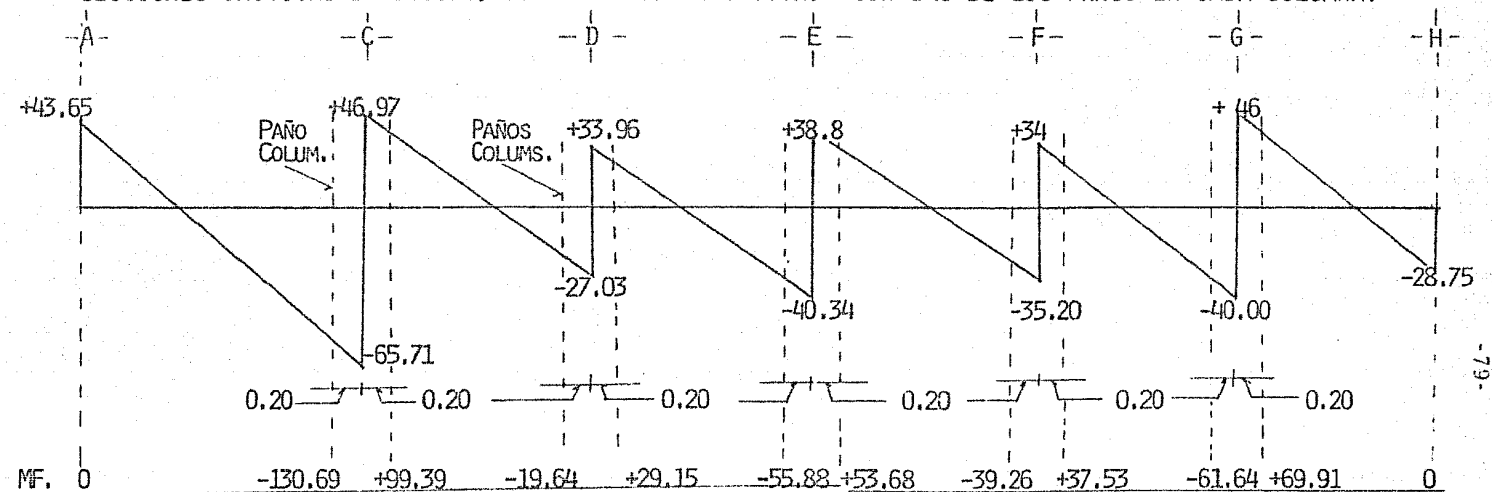
$$\frac{69.91}{8.10} = \frac{C}{3.11}; C = \frac{69.91 \times 3.11}{8.10}$$

$$A = 71.62 - 26.84 = 44.78$$

$$M_{(+)}_{GH} = + 44.78$$

MOMENTOS NEGATIVOS EN LOS PAÑOS DE LAS COLUMNAS.

SECCIONES CRÍTICAS DE DISEÑO, PARA FLEXIÓN NEGATIVA: SON LAS DE LOS PAÑOS EN CADA COLUMNA.



MIEMBRO CA, COL. C

$$M_{\text{PAÑO}} = 65.71 \times 0.20 - 130.69 - \frac{9.23 \times 0.20^2}{2} = \underline{\underline{-117.73 \text{ TON-M}}}$$

MIEMBRO CD; COL. C

$$M_{\text{PAÑO}} = 46.97 \times 0.20 - 99.39 - 0.185 = \underline{\underline{-90.18 \text{ TON-M}}}$$

FIG. III.5.2

MIEMBRO DC, COL. D

$$\text{MPAÑO} = + 27.03 \times 0.20 - 19.64 - 0.185 = - \underline{\underline{14.42 \text{ TON-M.}}}$$

MIEMBRO DE, COL. D

$$\text{MPAÑO} = 33.96 \times 0.20 - 29.15 - 0.185 = - \underline{\underline{22.54 \text{ TON-M.}}}$$

MIEMBRO ED, COL. E

$$\text{MPAÑO} = 40.34 \times 0.20 - 55.88 - 0.185 = - \underline{\underline{48.00 \text{ TON-M.}}}$$

MIEMBRO EF, COL. E

$$\text{MPAÑO} = 38.80 \times 0.20 - 53.68 - 0.185 = - \underline{\underline{46.11 \text{ TON-M.}}}$$

MIEMBRO FE, COL. F

$$\text{MPAÑO} = 35.20 \times 0.20 - 39.26 - 0.185 = - \underline{\underline{32.41 \text{ TON-M.}}}$$

MIEMBRO FG, COL. F

$$\text{MPAÑO} = 34.00 \times 0.20 - 37.53 - 0.185 = - \underline{\underline{30.92 \text{ TON-M.}}}$$

MIEMBRO GF, COL. G

$$\text{MPAÑO} = 40.00 \times 0.20 - 61.64 - 0.185 = - \underline{\underline{53.83 \text{ TON-M.}}}$$

MIEMBRO GH, COL. G

$$\text{MPAÑO} = 46.00 \times 0.20 - 69.91 - 0.185 = - \underline{\underline{60.90 \text{ TON-M.}}}$$

### III.1.7. DISTRIBUCION DE MOMENTOS FLEXIONANTES Y FUERZA CORTANTE.

CON EL ANÁLISIS ANTERIOR, SE CALCULARON LOS MOMENTOS FLEXIONANTES Y FUERZAS CORTANTES; ASÍ QUE, ES NECESARIO DISTRIBUIRLOS ENTRE - LOS ELEMENTOS DEL SISTEMA DE PISO.

EN LA IDEALIZACIÓN (COMENTADA ANTERIORMENTE), SE MARCÓ UNA FRANJA DE LOSA EN LOS DOS SENTIDOS (EJES 2 Y B). ESTAS FRANJAS A SU VEZ, HAY QUE DIVIDIRLAS EN UNA FRANJA DE COLUMNA Y FRANJA CENTRALES.

UN CORTE DE LOSA SE OBSERVA EN LA FIG. III.5.4., QUE MUESTRA LA - DIVISION DE LAS FRANJAS.

UNA VEZ HECHA LA DIVISIÓN DE FRANJAS, SE PROCEDE A DISTRIBUIR LOS MOMENTOS OBTENIDOS DEL ANÁLISIS ESTRUCTURAL EN LAS FRANJAS DE COLUMNAS Y FRANJAS CENTRALES, EN LA FORMA SIGUIENTE:

SE MULTIPLICAN LOS MOMENTOS TOTALES POR EL PORCENTAJE OBTENIDO -- 82% (DE LA TABLA I-1, SE HIZO UNA INTERPOLACION ENTRE 0.5Y1.00 Y CON LA RELACION:

$L_2/L_1 = \frac{5.70}{8.00} = 0.7125$  NOS DA EL 82%), PARA TABLEROS INTERIO-- RES.

EN ESTE CASO: LOS MOMENTOS NEGATIVOS Y LOS MOMENTOS POSITIVOS -- (TABLEROS INTERIORES), VAN A TENER EL MISMO PORCENTAJE 82%. PORCENTAJE QUE SALIÓ POR INTERPOLACIÓN DE LA FIGURA III.5.3.

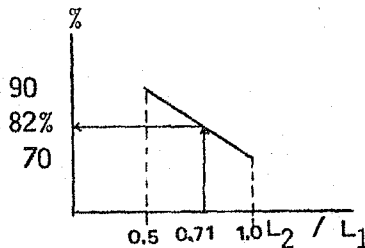


FIGURA III.5.3.

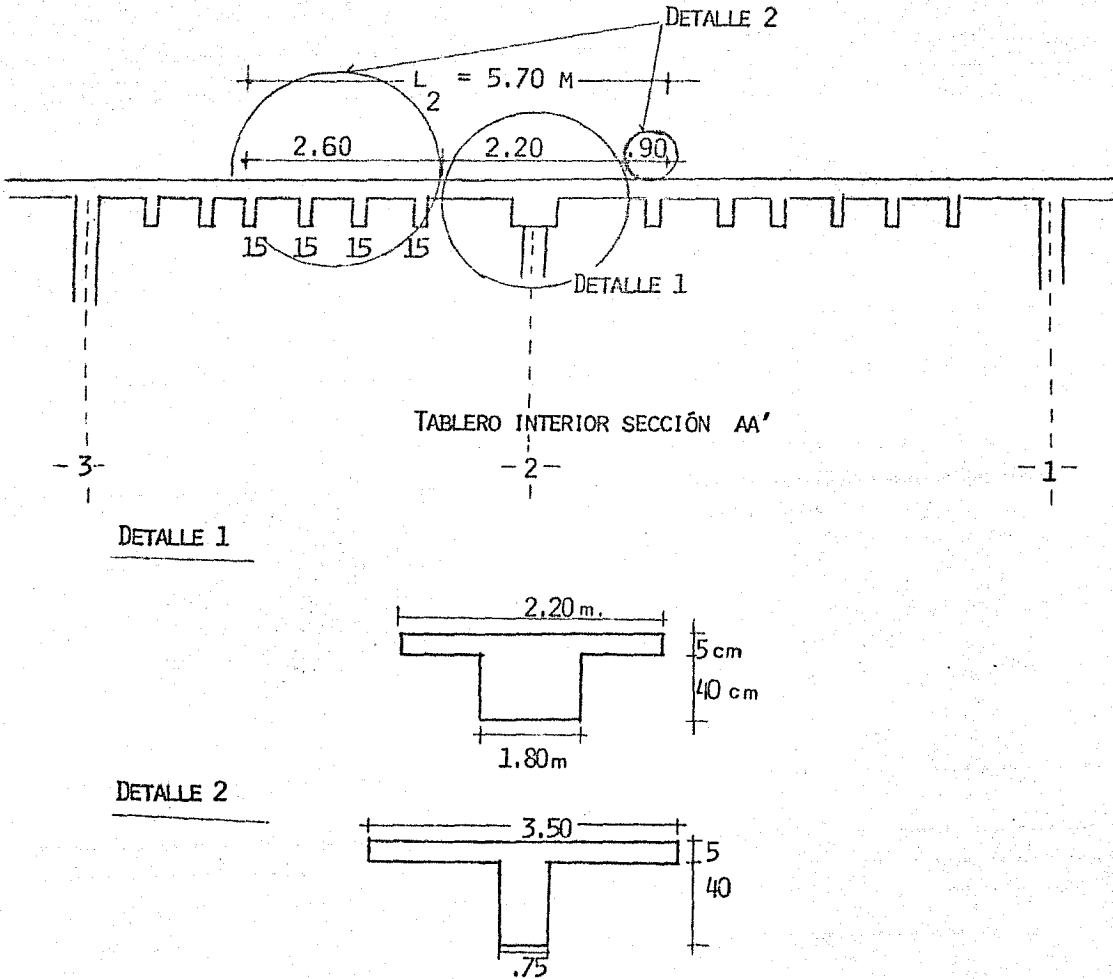


FIGURA III.5.4.

SECCIONES PARA ENCONTRAR LA  $\alpha_1$

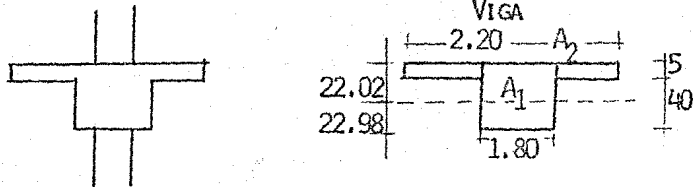
LOS PARÁMETROS O FACTORES QUE SE INVOLUCRAN; Y QUE YA FUERON DEFINIDOS ANTERIORMENTE, SE CALCULAN AQUÍ EN LA FORMA SIGUIENTE:

CÁLCULO DE  $\alpha_1$

$$\alpha_1 = IB/IS \text{ ----- } IB = \text{MOMENTO DE INERCIA DE LA VIGA (SECCIÓN T),}$$

CONSIDERAMOS LA SECCIÓN T, QUE SE OBTUVO COMO VIGA TRANSVERSAL QUE TRABAJA A TORSIÓN. CALCULAMOS EL MOMENTO DE INERCIA DE LA SECCIÓN:

DETALLE 1:

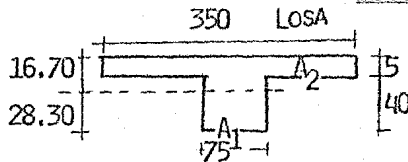


PARTE	A	Y	AY	D	D <sup>2</sup>	AD <sup>2</sup>	I
A <sub>1</sub>	8100	22.5	182250	0.48	0.23	1863	1366874.9
A <sub>2</sub>	<u>200</u> 8300	42.5	<u>8500</u> 190750	19.52	381.00	<u>76200</u> 78063	<u>416.17</u> 1367291.00

$$Y = 190750/8300 = 22.98 \text{ CM.}$$

$$IB = I + A D^2 = 1367291 + 78063 = 1445354 \text{ CM}^4.$$

DETALLE 2 :



PARTE	A	Y	AY	D	D <sup>2</sup>	AD <sup>2</sup>	I
A <sub>1</sub>	3375	22.5	75937.5	5.8	33.64	113535	569531.24
A <sub>2</sub>	<u>1375</u> 4750	42.5	<u>58437.5</u> 134375.	14.2	201.64	<u>277253</u> 390790	<u>2864.58</u> 572395.82

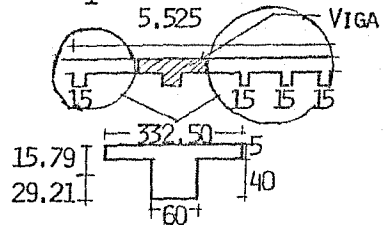
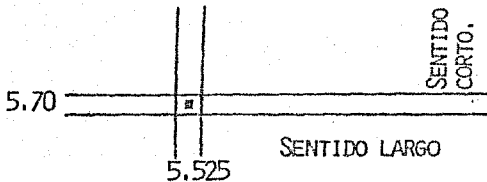
$$y = 134\,375 / 4\,750 = 28.30 \text{ cm.}$$

$$I_s = 572\,396 + 390\,790 = \underline{963\,186 \text{ cm}^4}$$

$$\text{ENTONCES: } \alpha_1 = I_B / I_s = \frac{1445354}{963186} = 1.50$$

$$\alpha_1 L_2 / L_1 = 1.50 \times 570/800 = 1.07 > 1$$

PARA OBTENER  $\alpha_2$ , SE HACE LOS MISMO QUE  $\alpha_1$ , PERO EN EL OTRO SENTIDO.



$$I_s = 820581 \text{ cm}^4 \text{ (ESTE VALOR SALE CON LA SECC.)}$$

$$\alpha_2 = I_B / I_s = \frac{1445354}{820581} = 1.76$$

REVISANDO EL REQUISITO, CUANDO  $0.2 < \frac{\alpha_1 L_2}{\alpha_2 L_1} < 5$

$$0.2 < \frac{1.50 \times 570^2}{1.29 \times 5.525^2} = 1.24 < 5$$

### III.1.7.A. MOMENTOS EN EL TABLERO (FRANJA DE COLUMNA Y - FRANJA CENTRAL).

EN LA TABLA 3, SE DA EL PORCENTAJE QUE LE CORRESPONDE A LA FRANJA COLUMNA Y FRANJA CENTRAL, TANTO PARA EL MOMENTO POSITIVO COMO EL MOMENTO NEGATIVO. Y EN LA FIG III.5.5 SE MUESTRA EL MARCO EN EL SENTIDO LARGO SEÑALÁNDOSE EL PORCENTAJE QUE LE CORRESPONDE A LA FRANJA DE COLUMNA (82%) Y A LAS FRANJAS CENTRALES EL 18%.



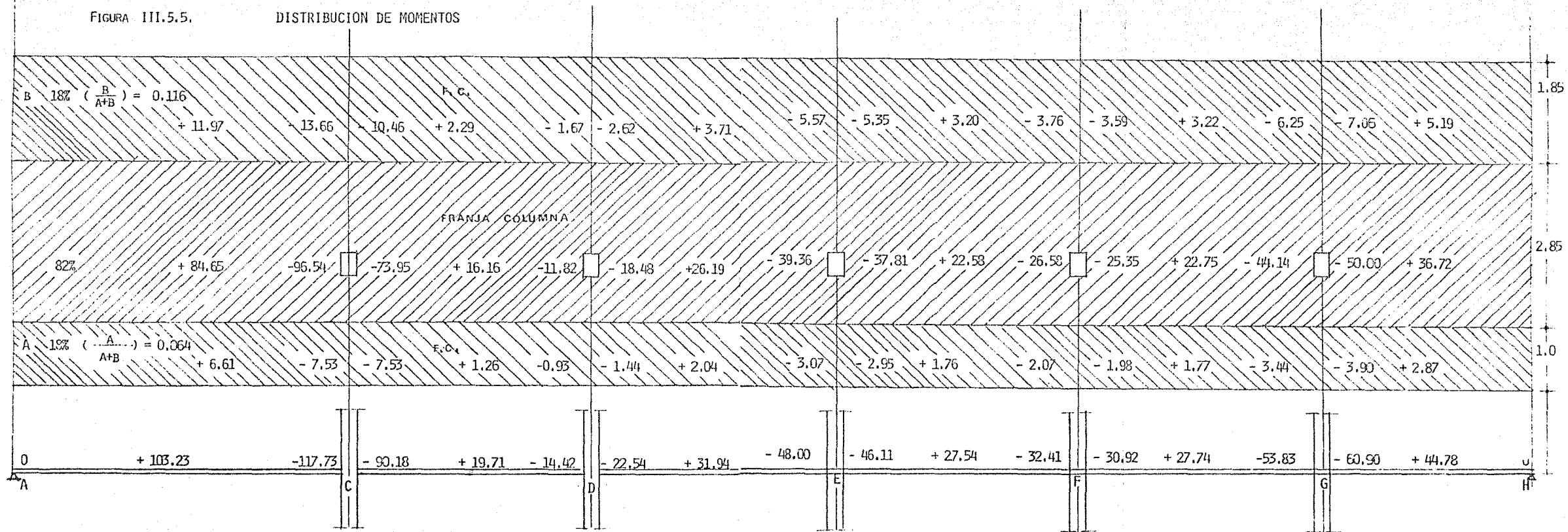
MOMENTOS EN TABLERO INTERIOR

MOMENTOS TOTALES	% FRANJA COLUMNA		% FRANJA CENTRAL
	COEFICIENTE	MOMENTO	
$M_{CA} = - 117.73$	0.82	- 96.54	- 21.19
$M_{(+)} = +103.23$	0.82	+ 84.65	+ 18.58
$M_{CD} = - 90.18$	0.82	- 73.95	- 16.23
$M_{(+)} = + 19.71$	0.82	+ 16.16	+ 3.55
$M_{DC} = - 14.42$	0.82	- 11.82	- 2.60
$M_{DE} = - 22.54$	0.82	- 18.48	- 4.06
$M_{(+)} = + 31.94$	0.82	+ 26.19	+ 5.75
$M_{ED} = - 48.00$	0.82	- 39.36	- 8.64
$M_{EF} = - 46.11$	0.82	- 37.81	- 8.30
$M_{(+)} = + 27.54$	0.82	+ 22.58	+ 4.96
$M_{FE} = - 32.41$	0.82	- 26.58	- 5.83
$M_{FG} = - 30.92$	0.82	- 25.35	- 5.57
$M_{(+)} = + 27.74$	0.82	+ 22.75	+ 4.99
$M_{GF} = - 53.83$	0.82	- 44.14	- 9.69
$M_{GH} = - 60.90$	0.82	- 49.94	- 10.96
$M_{(+)} = + 44.78$	0.82	+ 36.72	+ 8.06

TABLA 3-

FIGURA III.5.5.

DISTRIBUCION DE MOMENTOS



CORTANTE

DEL REGLAMENTO DEL D.D.F. 77. TENEMOS:

MATERIALES

$$F'c = 200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F_y = 4200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F^*c = 0.8 \quad F'c = 0.8 \quad (200) = 160 \text{ KGR/cm}^2$$

$$F''c = 0.85 \quad F^*c = 0.85 \times 160 = 136 \text{ KGR/cm}^2$$

$$\text{POR SER } F^*c < 250 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F^*c = \sqrt{160} = 12.65 \text{ Kg/cm}^2 \text{ POR LO QUE EL PORCENTAJE MÍNIMO ES:}$$

$$P_{\text{MÍN}} = \frac{0.7 \sqrt{F'c}}{F_y} = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4,200} = 0.0024$$

FUERZA CORTANTE DE DISEÑO,

DE LAS ÁREAS TRIBUTARIAS, SE OBTUVO EL CORTANTE EN CADA COLUMNA.

PARA LAS COLUMNAS CON IGUAL CORTANTE (D, E, F Y G).

EL CORTANTE OBTENIDO FUÉ DE:  $V = 52.80 \text{ TON.}$

POR LO QUE EL CORTANTE DE DISEÑO ES EL SIGUIENTE:

$$V_u = V \times 1.4 = 52.80 \times 1.4 = 74 \text{ TON.}$$

DE LAS FÓRMULAS QUE NOS DA EL REGLAMENTO DEL D.D.F.(77), SECCIÓN 2.1.5.J.

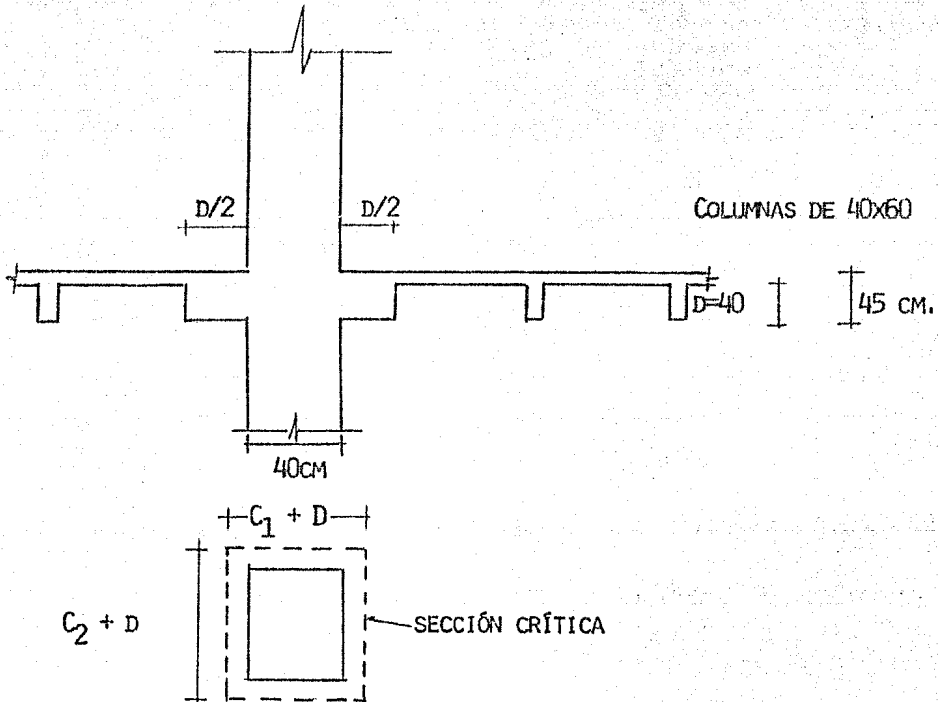
ESFUERZO CORTANTE

$$\text{MÁXIMO DE DISEÑO} = V_{u_{\text{MÁX}}} = \frac{V_u}{BO}$$

DONDE  $V_u$  = FUERZA CORTANTE DE DISEÑO EN DICHA SECCIÓN.

BO = PERÍMETRO DE LA SECCIÓN CRÍTICA.

PARA COLUMNA INTERIOR



$$C_1 + D = 40 + 40 = 80 \text{ cm.}$$

$$C_2 + D = 60 + 40 = 100 \text{ cm.}$$

$$\text{AREA} = (80 \times 2 + 100 \times 2) \times 40 = 1.44 \times 10^4 \text{ cm}^2$$

$$v = \frac{74,000}{1.44 \times 10^4} = 5.14 \text{ Kg/cm}^2$$

CORTANTE

DEL REGLAMENTO DEL D.D.F. 77, TENEMOS:

MATERIALES

$$F'c = 200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$Fy = 4200 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F^*c = 0.8 \quad F'c = 0.8 \quad (200) = 160 \text{ KGR/cm}^2$$

$$F''c = 0.85 \quad F^*c = 0.85 \times 160 = 136 \text{ KGR/cm}^2$$

$$\text{POR SER } F^*c < 250 \text{ Kg/cm}^2$$

$$F^*c = \sqrt{160} = 12.65 \text{ Kg/cm}^2 \text{ POR LO QUE EL PORCENTAJE}$$

MÍNIMO ES:

$$PMIN = \frac{0.7 \sqrt{F'c}}{Fy} = \frac{0.7 \sqrt{200}}{4,200} = 0.0024$$

FUERZA CORTANTE DE DISEÑO,

DE LAS ÁREAS TRIBUTARIAS, SE OBTUVO EL CORTANTE EN CADA COLUMNA.

PARA LAS COLUMNAS CON IGUAL CORTANTE (D, E, F Y G).

EL CORTANTE OBTENIDO FUÉ DE:  $V = 52.80 \text{ TON.}$

POR LO QUE EL CORTANTE DE DISEÑO ES EL SIGUIENTE:

$$Vu = V \times 1.4 = 52.80 \times 1.4 = 74 \text{ TON.}$$

DE LAS FÓRMULAS QUE NOS DA EL REGLAMENTO DEL D.D.F.(77), SECCIÓN 2.1.5.J.

ESFUERZO CORTANTE

$$\text{MÁXIMO DE DISEÑO} = V_{UMAX} = \frac{Vu}{BO}$$

DONDE  $Vu$  = FUERZA CORTANTE DE DISEÑO EN DICHA SECCIÓN.

$BO$  = PERÍMETRO DE LA SECCIÓN CRÍTICA.

SUBSTITUYENDO VALORES.

$$\text{ESFUERZO M\u00c1XIMO DE DISE\u00d1O} = V_{U\text{M\u00c1X.}} = \frac{7400 \text{ KGR.}}{360 \text{ CM} \times 40 \text{ CM}} = 5.14 \text{ KGR./CM}^2$$

$$B_0 = (80 \times 2 + 100 \times 2) = 360 \text{ CM}^2$$

EL ESFUERZO M\u00c1XIMO DE DISE\u00d1O NO DEBE EXCEDER DE:

$$V^* = F_R \sqrt{F^*C} =$$

$$F_R = 0.8 \text{ PARA CORTANTE}$$

$$V^* = 0.8 \times 12.65 = 10.12$$

ENTONCES VEMOS QUE:

$$V_{U\text{M\u00c1X.}} \leq 10.12$$

EN ESTE CASO, NO SE NECESITA REFUERZO POR RESISTENCIA.

SE CONSIDERAR\u00c1 REFUERZO M\u00cdNIMO (REFUERZO TRANSVERSAL).

DE TABLA PARA VARILLA # 2 (1/4), DE CUATRO RAMAS ESPACIADOS A D/2, HASTA 1/4 DEL CLARO (REGL. D.D.F. 77).

PARA LA COLUMNA C, EL CORTANTE DE DISE\u00d1O ES:

$$V_U = 92.0 \text{ TON.}$$

ESFUERZO CORTANTE

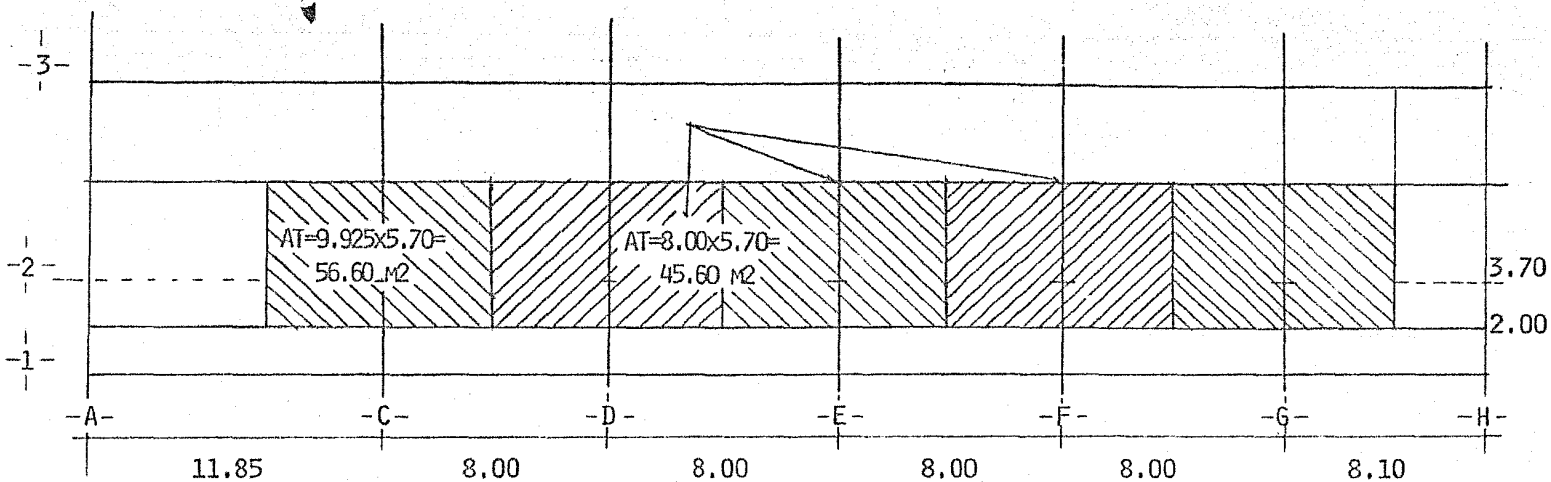
$$\text{M\u00c1XIMO DE DISE\u00d1O} = V_U \text{ M\u00c1X.} = \frac{V_U}{B_0 D}$$

$$= V_U \text{ M\u00c1X.} = \frac{92 \ 000 \ \text{KGS.}}{360 \ \text{CM} \times 40 \ \text{CM}} = 6.40 \text{ KGR./CM}^2$$

$$V^* = F_R \sqrt{F^*C} = 10.12$$

LUEGO ENTONCES,  $V_{U\text{M\u00c1X.}} < 10.12 \therefore$  SE DEDUCE LO ANTERIOR.

AREAS TRIBUTARIAS PARA EL CALCULO DEL CORTANTE (AREA SOMBRADA) EN VIGAS INTERIORES  
 SE CONSIDERA ÚNICAMENTE EL TRAMO LARGO PARA NUESTRO ESTUDIO.



NOTA: SE HA CONSIDERADO CONFORME AL CÓDIGO ACI, QUE LAS VIGAS CON  $\alpha_1 \frac{L_2}{L_1} \geq 1$  DEBERÁN SER PROPORCIONADOS PARA RESISTIR EL CORTANTE, CAUSADO POR CARGAS SOBRE UNA ÁREA TRIBUTARIA DEFINIDO COMO SE MUESTRA ARRIBA.

FIG. III-6

<u>EJE 2</u>					
NIVEL/CoL.	C-2	D-2	E-2	F-2	G-2
7	54.89	57.17	57.17	57.17	57.53
6	106.60	110.01	110.01	110.01	111.71
5	158.64	164.20	164.20	164.20	166.23
4	210.68	218.38	218.38	218.38	220.35
3	262.58	272.42	272.42	272.42	274.73
2	312.85	324.75	324.75	324.75	327.38
1	363.96	377.92	377.92	377.92	380.88
0					

TABLA 4- BAJADA DE CARGAS (TONELADAS)



NIVEL Z

COLUMNA C-2

AREA TRIBUTARIA DE LOSA:  $7.675 \times 5.70 = 43.75 \text{ M}^2$

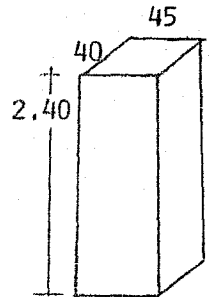
PESO COLUMNA:

$$W_{\text{COL}} = 0.40 \times 0.45 \times 2.40 \times 2.4 = 1.0368$$

PESO LOSA

$$W_{\text{LOSA}} = 43.75 \times \frac{1.231}{\text{PP}} = 53.856$$

$$W_T = 54.892 \text{ TON}$$



COLUMNAS D-2, E-2, F-2

AREA TRIBUTARIA DE LOSA =  $8.00 \times 5.70 = 45.60 \text{ M}^2$

$$W_{\text{COL}} = 0.40 \times 0.45 \times 2.40 \times 2.4 = 1.0368$$

$$W_{\text{LOSA}} = 45.60 \times 1.231 = 56.134$$

$$W_T = 57.17 \text{ TON}$$

COLUMNA G-2

AREA TRIBUTARIA DE LOSA =  $8.05 \times 5.70 = 45.89 \text{ M}^2$

$$W_{\text{COL}} = 0.40 \times 0.45 \times 2.40 \times 2.40 = 1.0368$$

$$W_{\text{LOSA}} = 45.89 \times 1.231 = 56.490$$

$$W_T = 57.53 \text{ TON}$$

NIVEL 6

COLUMNA C-2

AREA TRIBUTARIA DE LOSA = 43.75 CM2

$W_{COL} = 1.0368$

$W_{LOSA} = 43.75 \times 1.158 = \underline{50.66}$

$W_T = 51.70 \text{ TON}$

$W_T = W_I + W_T = 51.70 + 54.892 = \underline{106.60 \text{ TON.}}$

COLUMNA D-2, E-2, F-2

AREA TRIBUTARIA LOSA = 45.60

$W_{COL} = 1.0368$

$W_{LOSA} = 45.60 \times 1.158 = \underline{52.80}$

53.84 TON

+  $\frac{53.84}{57.17}$

110.01

COLUMNA G-2

AREA TRIBUTARIA = 45.89

$W_{COL} = 1.0368$

$W_{LOSA} = 45.89 \times 1.158 = \underline{53.141}$

54.177 TON

+ 57.53

54.18

111.71

NIVEL 5

COLUMNA C-2

$$\text{AREA TRIBUTARIA} = 43,75 \text{ M}^2$$

$$W_{\text{COL}} = .40 \times 60 \times 2.40 \times 2.40 = 1.382$$

$$W_{\text{LOSA}} = 43.75 \times 1.158 = \underline{50.66}$$

$$\underline{52.04 \text{ TON}}$$

$$W_T = 52.04 + 106.60 = 158.64 \text{ TON.}$$

COLUMNAS D-2, E-2, F-2.

$$\text{AREA TRIBUTARIA} = 45,60 \text{ M}^2$$

$$W_{\text{COL}} = 1.382$$

$$W_{\text{LOSA}} = 45.60 \times 1.158 = \underline{52.80}$$

$$\underline{54.186 \text{ TON}}$$

$$W_T = 54.186 + 110.01 = 164.20 \text{ TON}$$

COLUMNA G-2

$$\text{AREA TRIBUTARIA} = 45,89$$

$$W_{\text{COL}} = 1.382$$

$$W_{\text{LOSA}} = 45.89 \times 1.158 = \underline{53.141}$$

$$\underline{54.52 \text{ TON}}$$

$$W_T = 54.52 + 111.71 = 166.23 \text{ TON}$$

NIVEL 4

COLUMNA C-2

AREA TRIBUTARIA = 43.75 M2

$W_{COL} = 1.382$

$W_{LOSA} = 43.75 \times 1.158 = \underline{50.66}$

52.04

$W_T = 52.04 + 158.64 = 210.68 \text{ TON.}$

COLUMNAS D-2, E-2, F-2

AREA TRIBUTARIA: 45.60 M2

$W_{COL.} = 1.382$

$W_{LOSA} = 45.60 \times 1.158 = \underline{52.80}$

54.186

$W_T = 54.186 + 164.20 = 218.38 \text{ TON.}$

COLUMNA G-2

AREA TRIBUTARIA = 45.89

$W_{COL.} = 1.382$

$W_{LOSA} = 45.85 \times 1.158 = \underline{53.141}$

54.52 TON.

$W_T = 54.12 + 166.23 = 220.35 \text{ TON.}$

NIVEL 3

COLUMNA C-2

AREA TRIBUTARIA = 43.75 M2

$W_{COL.} = 40 \times 60 \times 2.15 \times 2.4 = 1.238$

$W_{LOSA} = 43.75 \times 1.158 = \underline{50.66}$

51.90

$W_T = 51.90 + 210.68 = \underline{262.58 \text{ TON.}}$

COLUMNAS D-2, E-2, F-2

AREA TRIBUTARIA = 45.60 M2

$W_{COL.} = 1.238$

$W_{LOSA} = 45.60 \times 1.158 = \underline{52.80}$

54.038

$W_T = 54.038 + 218.38 = \underline{272.42 \text{ TON}}$

COLUMNA G-2

AREA TRIBUTARIA = 45.89 M2

$W_{COL.} = 1.238$

$W_{LOSA} = \underline{53.141}$

54.38

$W_T = 54.38 + 220.35 = \underline{274.73 \text{ TON}}$

NIVEL 2

COLUMNA C-2

AREA TRIBUTARIA: = 43.75 M2

$W_{COL.} = .40 \times .70 \times 2.15 \times 2.4 = 1.44$

$W_{LOSA} = 43.75 \times 1.116 = \underline{48.83}$

50.27

$W_T = 50.27 + 262.58 = \underline{312.85 \text{ TON.}}$

COLUMNAS D-2, E-2, F-2

AREA TRIBUTARIA = 45.60 M2

$$W_{COL.} = = 1.44$$

$$W_{LOSA} = 45.60 \times 1.116 = \frac{50.89}{52.33}$$

$$W_T = 52.33 + 272.42 = 324.75 \text{ TON}$$

COLUMNA G-2

AREA TRIBUTARIA = 45.89 M2

$$W_{COL.} = = 1.44$$

$$W_{LOSA} = 45.89 \times 1.116 = \frac{51.21}{52.65}$$

$$W_T = 52.65 + 274.73 = 327.28 \text{ TON}$$

NIVEL 1 COL. C-2;

AREA TRIBUTARIA = 43.75 M2

$$W_{COL.} = .40 \times .70 \times 3.40 \times 2.4 = 2.285$$

$$W_{LOSA} = 43.75 \times 1.116 = \frac{48.83}{51.11}$$

$$W_T = 51.11 + 312.85 = 363.96 \text{ TON.}$$

COLUMNAS D-2, E-2, F-2

AREA TRIBUTARIA = 45.60 M2

$$W_{COL.} = = 2.285$$

$$W_{LOSA} = 45.60 \times 1.116 = \frac{50.89}{53.18}$$

$$W_T = 53.18 + 324.75 = 377.92 \text{ TON}$$

COLUMNA G-2

AREA TRIBUTARIA = 45.89 M2

$$W_{COL.} = = 2.285$$

$$W_{LOSA} = 45.89 \times 1.116 = \frac{51.21}{53.50}$$

$$W_T = 53.50 + 327.38 = 380.88 \text{ TON}$$

#### IV. DISEÑO DE LOSAS Y COLUMNAS.

##### IV.1. DISEÑO DE LOSAS.

EL DISEÑO LO HAREMOS APLICANDO LAS DISPOSICIONES DEL REGLAMENTO DEL D.D.F.77 (RESISTENCIA DE DISEÑO).

DISEÑAREMOS LAS NERVADURAS PARA MOMENTO POSITIVO, FIGURA IV.A., Y PARA MOMENTO NEGATIVO EN EL PAÑO DE LA COLUMNA (SECCIÓN CRÍTICA) PARA FLEXIÓN NEGATIVA), FIG. IV.B.

EN LA FIGURA III.5.5., SE OBSERVA LA DISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS - EN LA FRANJA DE LOSA, DE LA CUÁL TOMAREMOS EXCLUSIVAMENTE ALGUNOS DE ELLOS. LO QUE SE PRETENDE, ES ILUSTRAR EL MÉTODO DEL - MARCO EQUIVALENTE A DOS MARCOS (EJES 2 Y B), Y ES NECESARIO (PE- RO NO SUFICIENTE), DISEÑAR ALGUNOS EN EL MARCO. DAREMOS ÚNICAMENTE RESULTADOS DE LOS DEMÁS.

PARA MOMENTO POSITIVO (FRANJA COLUMNA) TENEMOS UN MOMENTO DE: + 84.65 TON-M. (TRAMO A-C).

PARA MOMENTO POSITIVO (FRANJA CENTRAL) TENEMOS UN MOMENTO DE: + 11.97 TON-M Y OTRO DE + 6.61 TON-M. (VER FIGURA III.5.5. Y IV.A.).

PARA MOMENTO NEGATIVO (FRANJA COLUMNA) TENEMOS UN MOMENTO DE: - 73.95 TON-M (TRABAJA COMO DOBLEMENTE ARMADA, COLUMNA C).

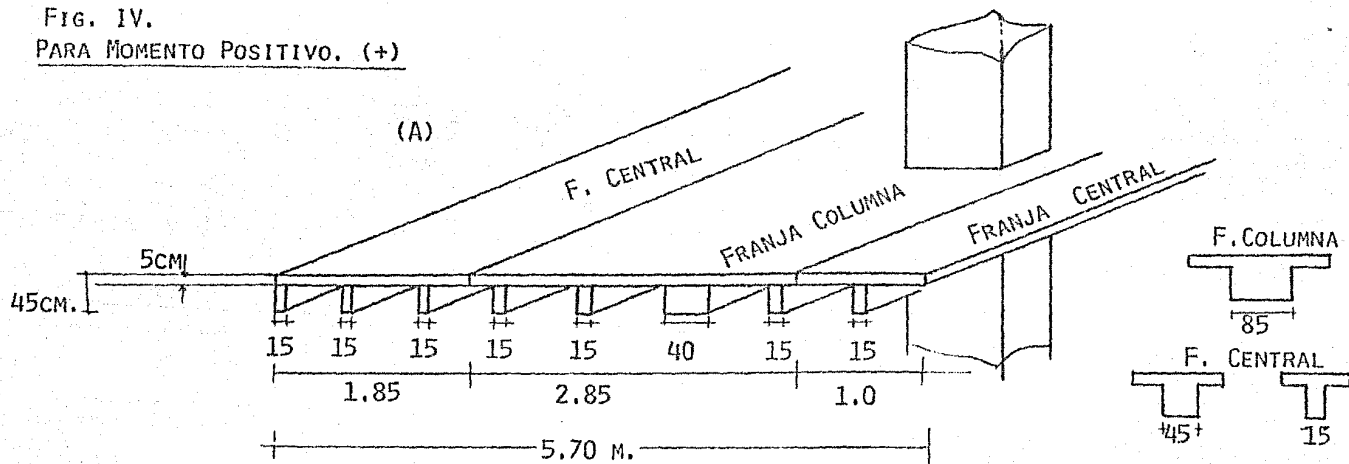
PARA MOMENTO NEGATIVO (FRANJA CENTRAL) TENEMOS UN MOMENTO DE: - 13.66 TON-M Y OTRO DE -753 TON-M (VER FIG. III.5.5. Y IV. .B) (SECCIONES SIMPLEMENTE ARMADAS).

PARA DETERMINAR LA CUANTÍA DE ACERO, SE UTILIZÓ LA GRÁFICA DE - LA FIGURA 2 (REGLAMENTO D.F. 77), PARA UN  $f'c = 200 \text{ Kg/cm}^2$  Y - UN  $f_y = 4,200 \text{ Kg/cm}^2$ .

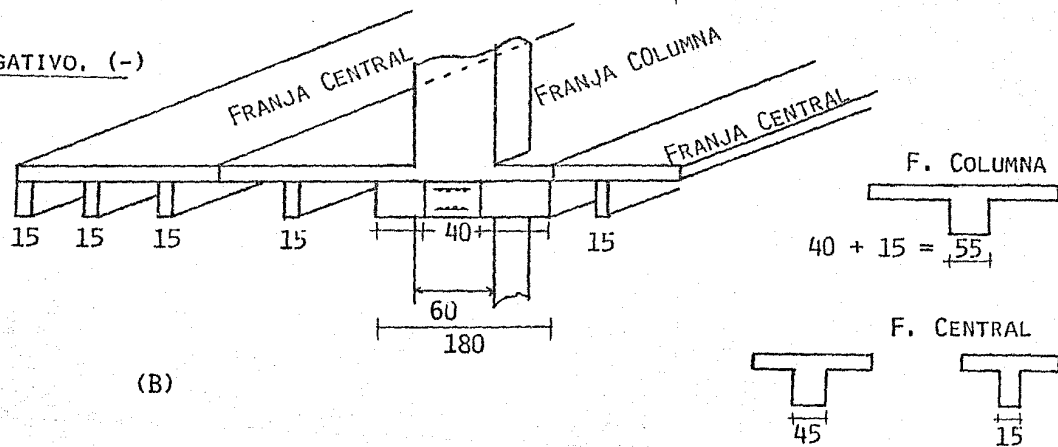
CUANDO EL PORCENTAJE CALCULADO PASA EL PORCENTAJE MÁXIMO, SE - UTILIZÓ EL CRITERIO PARA SECCIONES DOBLEMENTE ARMADAS (SECCIÓN IV.1.2.)

A CONTINUACIÓN SE DA UN RESUMEN PARA SECCIONES DOBLEMENTE ARMADAS:

FIG. IV.  
PARA MOMENTO POSITIVO. (+)



PARA MOMENTO NEGATIVO. (-)  
EN EL PAÑO.





IV.1.2.

RESUMEN DE SECCIONES DOBLEMENTE ARMADAS.

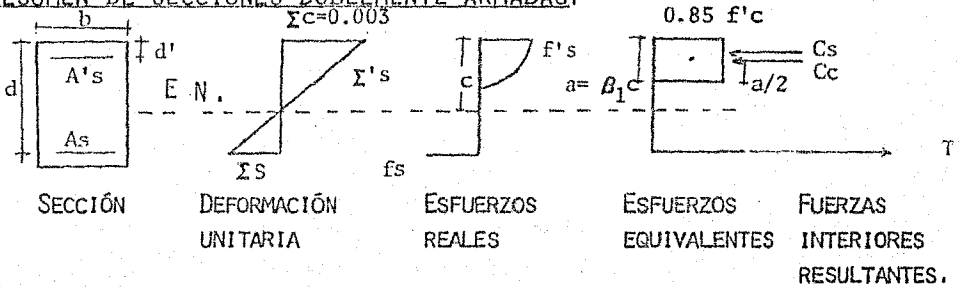


FIGURA IV.1.1.

SECCIÓN DE CONCRETO, DOBLEMENTE REFORZADA CUANDO SE ALCANZA LA RESISTENCIA A FLEXIÓN.

LA FIG.

IV.1.1 MUESTRA UNA SECCIÓN DOBLEMENTE REFORZADA, CUANDO SE ALCANZA LA RESISTENCIA A FLEXIÓN. DEPENDIENDO DE LAS ÁREAS Y POSICIONES DEL ACERO, EL ACERO A TENSIÓN Y A COMPRESIÓN PUEDE ESTAR O NO EN LA RESISTENCIA DE CEDENCIA CUANDO SE ALCANZA EL MOMENTO MÁXIMO. SIN EMBARGO, LA MEJOR FORMA DE DESARROLLAR EL ANÁLISIS DE ESA SECCIÓN ES SUPONIENDO PRIMERO QUE TODO EL ACERO ESTÁ CEDIENDO, MODIFICANDO LUEGO LOS CÁLCULOS SI SE ENCUENTRA QUE PARTE O TODO EL ACERO NO ESTÁ EN TAL CONDICIÓN.

SI TODO EL ACERO ESTÁ EN CEDENCIA,  $F_s = F'_s = F_y$ , EN QUE  $F_s$  ES EL ESFUERZO EN EL ACERO TENSIÓN,  $F'_s$  ES EL ESFUERZO EN EL ACERO A COMPRESIÓN, Y  $F_y$  ES LA RESISTENCIA DE CEDENCIA DEL ACERO. ÉNTONCES LAS FUERZAS INTERNAS RESULTANTES SON:

COMPRESIÓN EN EL CONCRETO  $C_c = 0.85 F'_c A_b = A_b F'_c$

COMPRESIÓN EN EL ACERO  $C_s = A'_s F_y$

EN QUE  $A'S$  = EL ÁREA DEL ACERO A COMPRESIÓN TENSIÓN EN EL ACERO.

$$T = A_s F_y$$

EN QUE  $A_s$  = ÁREA DEL ACERO A TENSIÓN.

POR EQUILIBRIO, ESCRIBIMOS:

$$C = C_c + C_s = T$$

$$\therefore 0.85 F'_c A_B + A'_s F_y = A_s F_y$$

$$\therefore A = \frac{(A_s - A'_s) F_y}{0.85 F'_c B} \quad \text{--- 1}$$

AHORA SE PUEDE UTILIZAR EL DIAGRAMA DE DEFORMACIONES PARA VERIFICAR SI EL ACERO ESTÁ CEDIENDO. EL ESFUERZO DE CEDENCIA, SI SU DEFORMACIÓN EXCEDE  $F_y/\Sigma_s$ . DE LOS TRIÁNGULOS SEMEJANTES EN EL DIAGRAMA DE DEFORMACIONES TENEMOS:

$$\Sigma'_s = 0.003 \frac{C - D'}{C} = 0.003 \frac{A - \beta_1 D'}{A}$$

$$\Sigma_s = 0.003 \frac{D - C}{C} = 0.003 \frac{\beta_1 D - A}{A}$$

$$\therefore F'_s = F_y \quad \text{SI} \quad 0.003 \frac{A - \beta_1 D'}{A} \geq \frac{F_y}{E_s} \quad \text{--- 2}$$

$$\text{Y } F_s = F_y \quad \text{SI} \quad 0.003 \frac{\beta_1 D - A}{A} \geq \frac{F_y}{E_s} \quad \text{--- 3}$$

SI SE MANTIENEN ÉSTAS CONDICIONES, ES CORRECTA LA SUPOSICIÓN DE QUE TODO EL ACERO ESTÁ CEDIENDO Y TOMANDO MOMENTOS ALREDEDOR DEL ACERO A TENSIÓN, LA RESISTENCIA A FLEXIÓN ESTÁ DADA POR:

$$M_u = 0.85 F'_c A_B \left( D - \frac{A}{2} \right) + A'_s F_y (D - D') \quad \text{--- 4}$$

NOTA: CUANDO LAS COMPROBACIONES MEDIANTE LAS ECUACIONES 2 Y 3 REVELAN QUE EL ACERO NO ESTÁ CEDIENDO, EL VALOR  $\underline{A}$  CALCULADO DE LA ECUACIÓN 1 ES INCORRECTO, Y SE DEBE CALCULAR EL ESFUERZO REAL DEL ACERO Y A PARTIR DE LA ECUACIÓN DE EQUILIBRIO Y DEL DIAGRAMA DE DEFORMACIÓN:

$$A = \frac{A_s F_s - A's F's}{0.85 F'c B} \quad (\text{LO QUE CAMBIA ES: } F_y \text{ A } F_s).$$

$$F's = \Sigma's \quad E_s$$

$$F_s = \Sigma_s \quad E_s$$

$$M_u = 0.85 F'c A B \left( D - \frac{A}{2} \right) + A's F's (D-D')$$

A MAYOR VALOR DE  $\underline{A}$ , Y A MENORES VALORES DE  $D'$  Y  $F_y$ , ES MÁS PROBABLE QUE EL ACERO A COMPRESIÓN ESTÉ CEDIENDO.

LA ECUACIÓN 4, DA EL MOMENTO RESISTENTE DE DISEÑO DE UNA VIGA DOBLEMENTE REFORZADA. SUPONIENDO QUE TODO EL ACERO ESTÁ CEDIENDO.

$$M_u = \phi [10.85 F'c A B \left( D - \frac{A}{2} \right) + A's F_y (D-D')] \quad \text{----- 5}$$

$$A = \frac{(A_s - A's) F_y}{0.85 F'c B}$$

YA QUE PARA EL EQUILIBRIO,  $0.85 F'c A B = (A_s - A's) F_y$ , SE PUEDE ESCRIBIR LA ECUACIÓN 5, COMO:

$$M_u = \phi [(A_s - A's) \left( D - \frac{A}{2} \right) + A's F_y (D-D')] ]$$

PARA QUE EL ACERO DE COMPRESIÓN FLUYA, SE NECESITA QUE:

$$\Sigma's = 0.003 \frac{c - D'}{c} \geq \frac{F_y}{E_s}$$

$F_y = 4,200 \text{ Kg/cm}^2$ PARA NUESTRO CASO
--

$$P - P' \geq \frac{4,800}{6,000 - F_y} \frac{D'}{D} \frac{F'c}{F_y}$$

SI NO ESTÁ CEDIENDO A COMPRESIÓN, HAY QUE UTILIZAR EL ESFUERZO REAL  $F_s$ , EN VEZ DE  $F_y$  PARA EL ACERO A COMPRESIÓN;

$$F's = \Sigma's \quad E_s$$

$$F_s = \Sigma_s \quad E_s$$

$E_s = 2 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$
---------------------------------------

$\Sigma's$  Y  $\Sigma_s$  SE OBTIENE DE TRIÁNGULOS SEMEJANTES.

IV.1.3. DIMENSIONAMIENTO PARA EL MOMENTO POSITIVO EN EL CLARO  
A-C (M + = 103.23 TON-M.),

FRANJA COLUMNA

Mu = (+ 84.65 ton-m).

$$\rho_{Min} = \frac{0.7 \sqrt{f'c}}{f_y} = 0.00236$$

Acero máximo

Determinar acero condición balanceada:

$$\rho_{pb} = \frac{136}{4200} \times \frac{4800}{10200} = 0.01524$$

P<sub>máx</sub> = 0.75 (0.01524) = 0.01143 momento máximo que puede resistir la sección si P<sub>máx</sub> = 0.75 P<sub>b</sub> como simplemente armada.

$$q_b = \rho_b \frac{f_y}{f'c} = 0.01524 \frac{4200}{136} = 0.4706$$

Valor máximo admisible de q como simplemente armada.

$$q_{máx} = 0.75 q_b = 0.75 (0.4706) = 0.3529$$

Momento máximo que resiste la sección como simplemente armada.

supongo d=h-5 = 45-5 = 40cm.

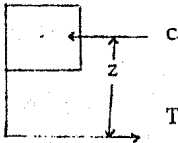
$$M_1 = \rho_b b d^2 f'c q (1-0.5 q)$$

M<sub>1</sub> = 0.9x85x40<sup>2</sup>x136x0.3529(1-0.5x0.3529) = 48.379 ton-m (como simplemente armada). Por lo tanto M<sub>1</sub> < M<sub>u</sub>

∴ se requiere acero de compresión.

CALCULO DEL ACERO

Supongo- z = 0.85 d = 0.85x40 = 34cm.



$$M_u = A_s f_y z$$

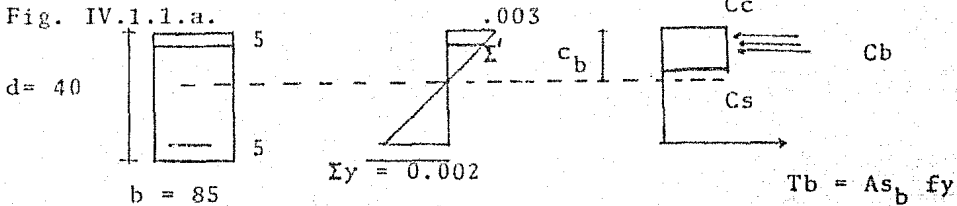
$$A_s = \frac{M_u}{f_y z} = \frac{84.65 \times 10^5}{4200 \times 34} = 59.28 \text{ cm}^2$$

Acero de Compresión.-

Acero máximo que admite la sección:

$$A_s = 0.75 A_{s_b} = ; A_{s_b} = \frac{59.28}{0.75} = 79.04 \text{ cm}^2 \text{ (sección balanceada)}$$

Fig. IV.1.1.a.



Para calcular el -area del acero se investiga que:

$$\frac{C_b}{0.003} = \frac{40}{0.005} ; C_b = \frac{0.003 \times 40}{0.005} = 24$$

$$a_b = 0.85 c_b = 0.85 \times 24 = 20.40$$

$$\frac{\Sigma's}{24-5} = \frac{0.003}{24} ; \Sigma's = \frac{0.003 \times 19}{24} = 0.002375 < \Sigma y \Rightarrow f_s = f_y$$

∴ el acero de compresión fluye.

$$C_b = C_s + C_c \quad (I)$$

$$C_b = A_{s_b} f_y = 79.04 \times 42.00 = 331968$$

$$C_c = a_b b f''c = 20.40 \times 85 \times 136 = 235824$$

de (I) despejamos  $C_s$

$$C_s = C_b - C_c = 331968 - 235824$$

$$C_s = 96144 \text{ Kg-cm.}$$

$$C_s = A's f_y ; A's = \frac{C_s}{f_y} = \frac{96144}{4200} = 22.89 \text{ cm}^2$$

Comprobación para acero de tensión:

$$A_s \leq A_{s_b} + A_s$$

$$59.28 \leq 0.01524 \times 85 \times 40 + 22.89$$

$$59.28 < 74.71$$

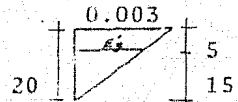
REVISIÓN.- Para  $M_{\max (+)} = 84.65 \text{ ton-m}$

1er. tanteo  $c = 20$

$$a = 0.85 \times 20 = 17$$

$$\frac{\Sigma' s}{20-5} = \frac{0.003}{20}$$

$$\Sigma' s = \frac{0.003 \times 15}{20} = 0.00225 > \Sigma_y$$



$$\therefore f' s = f_y$$

$$C_s = 22.89 \times 4200 = 96138$$

$$C_c = \frac{17 \times 85 \times 136}{292658.00} = 196520$$

$$T = A_s f_y = 59.28 \times 4200 = 248976$$

$\therefore c \neq t$

2° Tanteo  $C = 15.50$



$$\Sigma' s = \frac{0.003 \times 10.5}{15.5} = 0.0022 > \Sigma_y$$

$$a = 0.85 (15.5) = 13.175$$

$$C_s = 96138$$

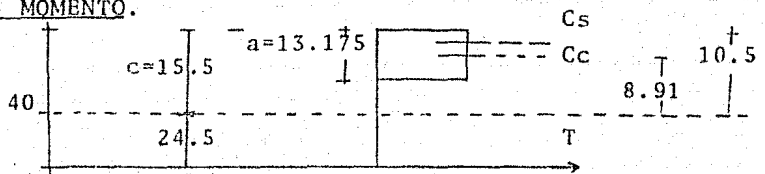
$$C_c = 13.175 \times 85 \times 136 = 152303$$

$$T = A_s f_y = 59.28 \times 4200 = 248976$$

$$C = C_s + C_c = 248441$$

$$\therefore T \approx c$$

CALCULO DEL MOMENTO.



	Fza. Ton.	Brazo m	Mom. ton-m
Cs	96.138	0.105	10.09
Cc	152.303	0.0891	13.57
T	248.976	0.245	60.99

Mu = 84.65 = 84.65 Ton-m

FRANJA CENTRAL

Claro A-C

Para Mu = + 11.97 ton-m. se incluyen 3 (tres) nervaduras de 15cm.

$$\frac{Mr}{bd^2} = \frac{11.97 \times 10^5}{3(15)(40^2)} = 16.62 \text{ Kg/cm}^2 ; p = 0.0047$$

En una nervadura de 15cm;  $A_s = 0.0047 \times 15 \times 40 = 2.82 \text{ cm}^2$

Para Mu = + 6.61 ton-m.

se incluye una nervadura de 15cm.

$$\frac{Mr}{bd^2} = \frac{6.61 \times 10^5}{15 \times 40^2} = 27.54 \text{ Kg/cm}^2 ; A_s = 0.0084 \times 15 \times 40 = 5.04 \text{ cm}^2$$

Para el momento positivo:  $A_s = 59.28 \text{ cm}^2$ ,  $A's = 22.89 \text{ cm}^2$  que le corresponde a una nervadura de 40cm.

$$\frac{59.28}{85} = \frac{A_s}{40}$$

$$A_s = \frac{40 \times 59.28}{85} = 27.89$$

y a una de 15cm.

$$A_s = \frac{15 \times 59.28}{85} = 10.46 \text{ cm}^2$$

$$\frac{22.89}{85} = \frac{A's}{40}$$

$$A's = \frac{40 \times 22.89}{85} = 10.77$$

$$A's = \frac{15 \times 22.89}{85} = 4.04 \text{ cm}^2$$

R E S U M E N

FRANJA COLUMNA.

	<u>A<sub>s</sub></u>	<u># V<sub>s</sub></u>	<u>A's</u>	<u># V's</u>
Nervadura de 40cm.	27.89	10#6	10.77	4#6
Nervadura de 15cm.	10.46	4#6	4.04	3#4

FRANJA CENTRAL.

Para Mu = + 11.97 ton-m

Nervadura de 15cm. 2.82 4#3

Para Mu = 6.61 ton-m.

Nervadura de 15cm. 5.04 7#3

MOMENTO NEGATIVO COLUMNA 2C

Considerando el menor momento ( $M_u = -90.18 \text{ ton-m}$ ).

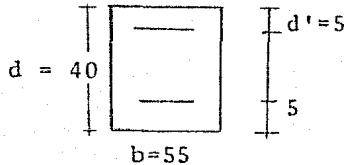
FRANJA COLUMNA

$M_u = 73.95 \text{ ton-m}$ .

La calcularemos como doblemente armada; de los datos anteriores tenemos:

$$P_b = 0.01524, A_{sb} = 33.528, P_{\max} = 0.01143, q_b = 0.4706.$$

$$q_{\max} = 0.3529$$



Momento máximo que resiste la sección como simplemente armada, consideramos,  $d=40\text{cm}$ .

$$M_1 = F_r b d^2 f'' c q (1 - 0.5q)$$

$$= 0.9 \times 55 \times 40^2 \times 136 \times 0.3529 (1 - 0.5 \times 0.3529) = 3130442 \text{ kg-cm}.$$

$$M_1 < M_u = 7395000 \text{ kg-cm}.$$

∴ se requiere acero de compresión.

CALCULO DEL ACERO.

Supongo.-  $z = 0.85 d = 34\text{cm}$ .

$$M_u = A_s f_y z ; A_s = \frac{M_u}{f_y z} = \frac{7395000}{4200 \times 34} = 51.78 \text{ cm}^2$$

Acero de compresión:

$$A_s = 0.75 A_{s_b} \quad A_{s_b} = \frac{A_s}{0.75} = \frac{51.78}{0.75} = 69.04 \text{ cm}^2$$

Del Diagrama de Deformaciones.-

$$C_b = 24\text{cm} ; \quad a_b = 20.40 \text{ cm},$$

$$\Sigma' s = 0.002375 > f_y \quad \therefore \text{el acero de compresión fluye.}$$

$$C_b = C_s + C_c$$

$$C_b = A_{s_b} f_y = 69.04 \times 4200 = 289968$$

$$C_c = a_b b f'' c = 20.40 \times 55 \times 136 = 152592$$

de (I) despejamos  $C_s$

$$C_s = C_b - C_c = 289968 - 152592 = 137376$$

$$C_s = A' s f_y ; A' s = \frac{C_s}{f_y} = \frac{137376}{4200} = 32.708 \text{ cm}^2$$



Para comprobar que el acero de compresión fluya, se debe cumplir que:

$$p - p' \geq \frac{4800}{6000 - f_y} \frac{d'}{d} \times \frac{f'_c}{f_y} = \frac{4800}{6000 - 4200} \frac{5}{40} \times \frac{136}{4200} = 0.0107$$
$$p - p' = \frac{A_s - A's}{bd} = \frac{51.78 - 32.708}{55 \times 40} = 0.001 \pm 0.0107$$
$$p = \frac{A_s}{bd} = \frac{51.78}{40 \times 55} = 0.023 > 0.01524$$

FRANJA CENTRAL (MOMENTO NEGATIVO) COLUMNA 2.C.

$$M_u = - 13.66 \text{ ton-m.}$$

Incluye tres (3) nervaduras de 15cm.

$$\frac{M_r}{bd^2} = \frac{13.66 \times 10^5}{3 (15) 40^2} = 18.97 \quad \therefore \quad p = 0.0055$$

$$\text{Nervadura de 15cm.} \quad \implies \quad A_s = 0.005 \times 15 \times 40 = 3.30 \text{ cm}^2$$

$$M_u = - 7.53 \text{ ton-m}$$

Incluye una nervadura de 15cm,

$$\frac{M_r}{bd^2} = \frac{7.53 \times 10^5}{15 \times 40^2} = 31.37 \quad p = 0.0098$$

$$\text{Nervadura de 15cm.} \quad \longrightarrow \quad A_s = 0.0098 \times 15 \times 40 = 5.88 \text{ cm}^2$$

PARA MOMENTO NEGATIVO

$$A_s = 51.78 \text{ cm}^2 \quad , \quad A's = 32.71 \text{ cm}^2$$

Para nervadura de 40cm. tenemos:

$$\frac{51.78}{55} = \frac{A_s}{40} \quad ; \quad A_s = \frac{40 \times 51.78}{55} = 37.65 \text{ cm}^2$$

$$\frac{32.71}{55} = \frac{A's}{40} \quad ; \quad A's = \frac{40 \times 32.71}{55} = 23.78 \text{ cm}^2$$

Para nervadura de 15, tenemos:

$$\frac{51.78}{55} = \frac{A_s}{15} \quad ; \quad A_s = \frac{15 \times 51.78}{55} = 14.12 \text{ cm}^2$$

$$\frac{32.71}{55} = \frac{A's}{15} \quad ; \quad A's = \frac{15 \times 32.71}{55} = 8.92 \text{ cm}^2$$

<u>FRANJA COLUMNA</u>	<u>As</u>	<u># Vs</u>	<u>A's</u>	<u># Vs</u>
Nervadura de 40cm.	37.65	6#9	25.78	5#8
Nervadura de 15cm.	14.12	5#6	8.92	5#5

<u>FRANJA CENTRAL</u>		
Para Mu = -13.66 t-m	3.30	5#3
Nervadura de 15cm.		
Para Mu = - 7.53 t-m		
Nervadura de 15cm.	5.88	8#3

MOMENTO POSITIVO CLARO C-D (Mu = 19.71 ton-m)

<u>R E S U M E N</u>	<u>A r e a</u>	<u># Vs</u>
<u>FRANJA COLUMNA</u>		
Nervadura de 40cm.	4.80	7#3
Nervadura de 15cm.	2.04	7#2
<u>FRANJA CENTRAL</u>		
Mu = + 4.73 ton-m		
Nervadura de 15cm.	1.42	2#3
Mu = + 2.56 ton-m		
Nervadura de 15cm.	1.42	4#2.5

PARA COLUMNA 2-D. MOMENTO NEGATIVO (Mu = -22.54 ton-m)

<u>FRANJA COLUMNA</u>	<u>AREA</u>	<u># Vs</u>
Nervadura de 40cm.	9.76	8#4
Nervadura de 15cm.	3.66	5#3
<u>FRANJA CENTRAL</u>		
Mu = -5.60 ton-m		
Nervadura de 15cm.	1.42	2#3
Mu = -3.04 ton-m		
Nervadura de 15cm.	1.42	2#3

PARA MOMENTO POSITIVO CLARO D-E

(Mu = + 31.94 ton-m)

<u>FRANJA COLUMNA</u>	<u>Area</u>	<u># Vs.</u>
Nervadura de 40cm.	8.80	7#4
Nervadura de 15cm.	3.30	5#3
<u>FRANJA CENTRAL</u>		
Mu = 7.76 ton-m		
Nervadura de 15cm.	1.42	2#3
Mu = 4.15 ton-m.		
Nervadura de 15cm.	1.42	2#3

PARA COLUMNAS 2 E MOMENTO NEGATIVO

(Mu = -48.00 ton-m)

<u>FRANJA COLUMNA</u>	<u>Area</u>	<u>#Vs.</u>	<u>Area</u>	<u>#Vs.</u>
N-40; $\frac{As}{55} = \frac{As}{40}$ ; $As = \frac{40 \times 27.56}{55}$	20.04	7#6	3.78	3#4
Nervadura de 15cm.	7.52	6#4	1.42	2#3
<u>FRANJA CENTRAL</u>				
Mu = 5.57 ton-m.				
Nervadura de 15cm.	1.42	2#3		
Mu = 3.07 ton-m.				
Nervadura de 15cm.	2.16	3#3		

PARA MOMENTO POSITIVO CLARO E-F

(Mu = + 27.54 ton-m)

<u>FRANJA COLUMNA</u>	<u>Area</u>	<u># Vs</u>
Nervadura de 40cm.	7.68	6#4
Nervadura de 15cm.	2.88	4#3
<u>FRANJA CENTRAL</u>		
Para Mu = + 3.20 ton-m		
Nervadura de 15cm.	1.42	2#3
Para Mu = + 1.76 ton-m		
Nervadura de 15cm.	1.42	2#3

PARA MOMENTO NEGATIVO COLMNA 2F

(Mu = -32.41 ton-m)

<u>FRANJA COLUMNA</u>	<u>Area</u>	<u># Vs</u>
Nervadura de 40cm.	14.88	5#6
Nervadura de 15cm.	5.58	3#5
<u>FRANJA CENTRAL</u>		
Para Mu = 3.76 ton-m		
Nervadura de 15cm.	1.42	2#3
Para Mu = -2.07 ton-m		
Nervadura de 15cm.	1.42	2#3

MOMENTO POSITIVO CLARO F-G

(Mu = + 27.74 ton-m)

FRANJA COLUMNA

Nervadura de 40cm.

<u>Area</u>	<u># Vs</u>
7.52	6#4

Nervadura de 15cm.

2.82	4#3
------	-----

FRANJA CENTRAL

Mu = + 3.22 ton-m

Nervadura de 15cm,

1.42	2#3
------	-----

Mu = +1.77 ton-m

Nervadura de 15cm.

1.42	2#3
------	-----

MOMENTO NEGATIVO PARA COLUMNA 2G

(Mu = -60.90 ton-m)

FRANJA COLUMNA

$$A_s = \frac{40 \times 35}{55} = 25.45$$

<u>Area</u>	<u>#Vs</u>	<u>Area</u>	<u>#Vs</u>
24.45	12#5	7.52	6#4

$$A_s = \frac{15 \times 35}{55} =$$

9.545	5#5	2.82	4#3
-------	-----	------	-----

FRANJA CENTRAL

Mu = - 7.06 ton-m.

<u>Area</u>	<u># Vs</u>
1.62	4#2.5

Nervadura de 15cm.

Mu = -3.90 ton-m

Nervadura de 15cm.

2.70	4#3
------	-----

MOMENTO POSITIVO PARA COLUMNA G-H

(Mu = 44.78 ton-m)

FRANJA COLUMNA

Nervadura de 40cm.

<u>Area</u>	<u># Vs</u>
13.12	7#5

Nervadura de 15cm.

4.92	7#3
------	-----

FRANJA CENTRAL

Mu = 5.19 ton-m.

1.42	2#3
------	-----

Mu = 2.87 ton-m

1.42	2#3
------	-----

#### IV.- 2. DISEÑO DE COLUMNAS

El diseño para éste tipo de columnas, involucra la utilización de las gráficas de interacción. Gráficas que permiten determinar la resistencia de miembros de concreto sujetos a diferentes combinaciones de carga axial y momento flexionante.

Los diagramas se han calculado con base en la hipótesis de diseño plástico cap.VI del reglamento de construcciones para el Distrito Federal 77. Se hicieron las hipótesis adicionales de que el acero tiene un comportamiento perfectamente elastoplástico, y se tomó un solo valor para la relación entre la deformación de aplastamiento del concreto y la de fluencia del acero; ésta relación, en realidad, varía apreciablemente según las características de los materiales, pero su influencia en los resultados es poco importante y por ello no se tomó en cuenta.

Las condiciones que vamos a considerar son las siguientes:

- 1) Fuerza axial y momento estático únicamente, suponiendo la falla a tensión.
- 2) Fuerza axial y momento estático únicamente, suponiendo la falla a compresión.

No hay que olvidar que una de las condiciones de un buen diseño es lograr que la construcción resulte lo más económico posible. Con frecuencia y muy especialmente en las columnas, se logra una economía al uniformizarlas, ya que se requiere menos cimbra y menos trabajo de carpintería.

Es entonces necesario precisar ¿qué resulta más caro?, si el exceso en materiales o la fabricación de cimbras diferentes.

Para este edificio, se realizó un breve estudio de costos y con la información de las secciones mínimas requeridas por rigidez, se llegó a las siguientes conclusiones:

- a) Hacer sólo tres tipos de columnas en cada nivel
- b) Cambiar de sección cada dos niveles.

EFFECTOS DE ESBELTEZ

Se desprecian si  $\frac{H'}{r} < 22$

H = 215cm.

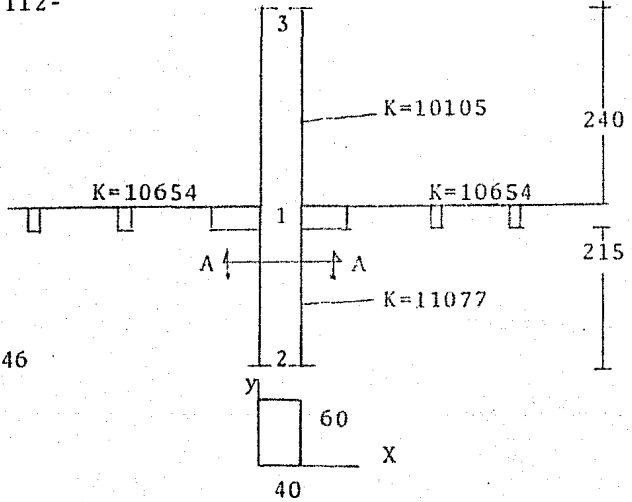
NUDO (1)

$$\psi = \frac{\sum \frac{EI}{Lc}}{\sum \frac{EI}{Lb}}$$

$$\psi = \frac{10105 + 11077}{10654 + 35350} = \frac{21182}{46004} = 0.46$$

NUDO (2)

$$\psi = 0$$



Corte A-A

Fig. IV.2.1.

DEL MONOGRAMA DE JACKSON Y MORLAN PARA LOS FACTORES DE LONG. EFECTIVA DE COLUMNAS. PARA MARCOS SIN ARRIOSTRAR.

$$K = 1.09$$

$$H' = KH = 1.09 \times 215 = 234.35 \text{ cm.}$$

Comprobación de columna esbelta

Del Reglamento D.F.: Para secciones rectangulares, el radio de giro (r), puede tomarse igual a 0.30 por la dimensión de la sección en la dirección considerada.

En la dirección X-X

$$r = 0.3h = 0.3(40) = 12 \text{ cm.}$$

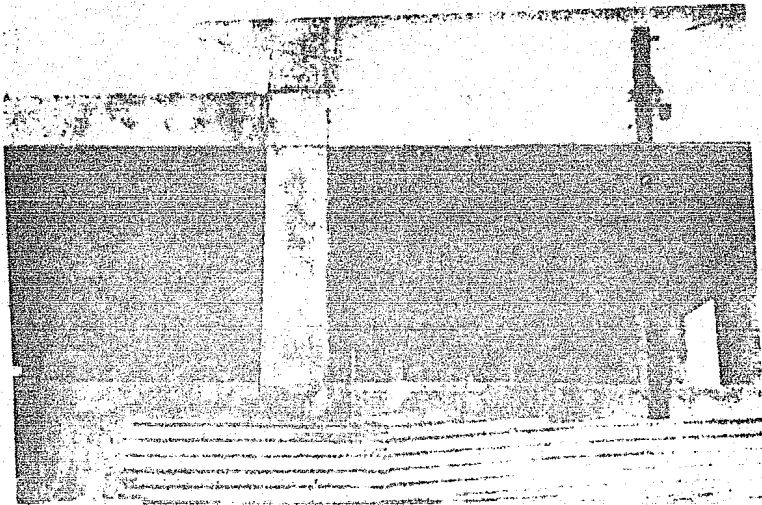
$$\frac{H'}{r} = \frac{234.35}{12} = 19.53 \text{ cm} < 22$$

∴ No se deben considerar efectos de esbeltez

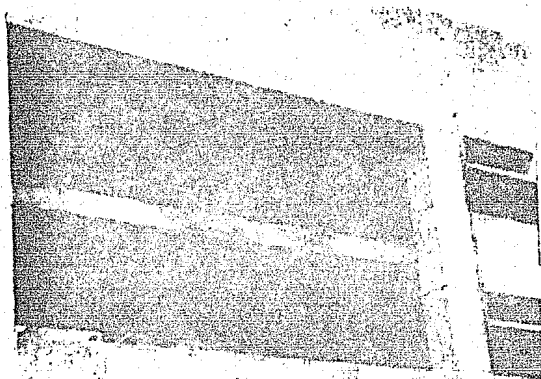
Refuerzo mínimo (Reglamento Distrito Federal 77).

$$\frac{20}{fy} \leq \frac{\text{área refuerzo vertical}}{\text{área total de la secc.}} \leq 0.08$$

$$0.00476 \leq \frac{A_v}{A_c} \leq 0.008$$

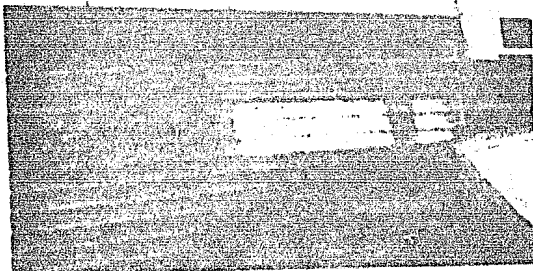


7

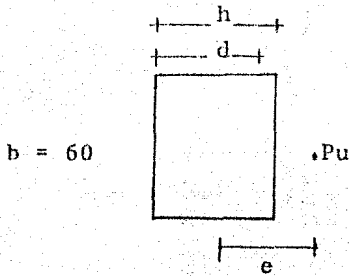


8

FOTOS.- SE OBSERVAN  
COLUMNAS RECTANGULARES  
EN LA ESTRUCTURA.



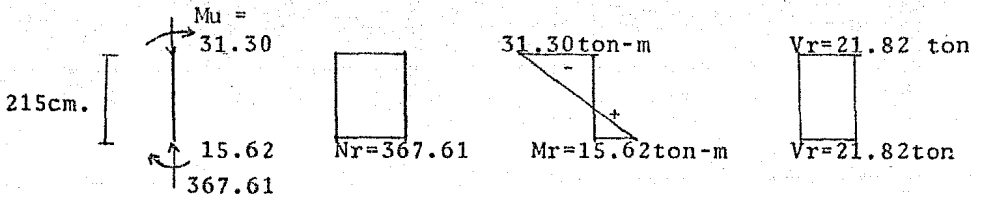
Flexión Columna C-2 3er. nivel



Donde:  $h = 40\text{cm}$ .  $d = 36\text{cm}$ .  $b = 60\text{cm}$ .

$$\frac{d}{h} = \frac{36}{40} = 0.9$$

$$P_u = 367.61$$



$$\frac{31.30 + 15.62}{2.15 \text{ cm.}} = 21.82 \text{ ton.}$$

Fig. 5 Reglamento.

$$K = \frac{P_u}{F_r b h f''c} = \frac{367.61 \times 10^3}{0.9 \times 60 \times 40 \times 136} = 1.25$$

$$R = \frac{M_u}{F_r b h^2 f''c} = \frac{31.30 \times 10^5}{0.9 \times 60 \times 40^2 \times 136} = 0.266 \approx 0.27$$

$$q = 0.94$$

$$\rho = q \frac{f''c}{f_y} = 0.94 \frac{136}{4200} = 0.0304 \quad \therefore \text{la sección es correcta.}$$

$$A_{s_v} = b h = 0.0304 \times 60 \times 40 = 72.96 \text{ cm}^2$$

$$\frac{A_v}{A_t} = \frac{72.96}{40 \times 60} = 0.0304; \rho_{\min} < \rho < \rho_{\max}.$$



CORTANTE

$$V_u = V_x = \frac{31.30 + 15.62}{215} = 21.82 \text{ ton. Fuerza cortante de diseño.}$$

como  $\rho \cong 0.01$  ;  $\frac{l}{h} = \frac{215}{40} = 5.375 > 5$  (Reglamento).

Utilizaremos con seguridad lo anterior.

$$V_{CR} = 0.5 F_{rbd} \sqrt{f^*c} = 0.5 \times 0.8 \times 60 \times 34 \sqrt{160} = 10.32 \text{ ton.}$$

$$V_u - V_{CR} = 21.82 - 10.32 = 11.50 \text{ ton.}$$

$$V_u > V_{CR} \text{ pero } V_u \leq 1.5 F_R \text{ bd } \sqrt{f^*c}$$

$$1.5 F_R \text{ BD } \sqrt{f^*c} = 1.5 \times 0.8 \times 60 \times 34 \sqrt{160} = 30.965$$

$$\therefore V_{CR} < V_u < 1.5 F_R \text{ bd } \sqrt{f^*c}$$

De aquí la separación de estribos, no deberá ser mayor que 0.5d.

$$A_v = \left( \frac{V_u - V_{CR}}{f_y d} \right) S ; S\#3 = \frac{A_v f_y d}{(V_u - V_{CR})} = \frac{2 \times 0.71 \times 4200 \times 34}{11.50} =$$

$$S\#3 = 17.63 > \frac{d}{2} = \frac{34}{2} = 17 \therefore \text{Se colocarán estribos a cada 17cm.}$$

Revisión del acero mínimo por cortante según ACI-71

$$A_v = 3.5 \frac{b_5}{f_y} = 3.5 \frac{60 \times 17}{4200} = 0.85 < 1.42 \therefore \text{pasa.}$$

CORTANTE (Pag.28 Reglamento D.F. secc.2.1.5.b).

Como acabamos de observar, el momento flexionante es pequeño en comparación con la carga axial. Aquí, también se presentará otro semejante.

COLUMNA 2-D 3er. NIVEL

Efectos de Esbeltez

$$H = 215 \text{ cm. } \frac{H'}{r} < 22$$

NUDO (1)

$$\phi_1 = \frac{10105 + 11077}{35350 + 35350} = \frac{21182}{70700} = 0.30$$

NUDO (2)

$$\phi_2 = 0$$

DEL MONOGRAMA:  $K = 1.05$

$$H' = KH = 1.05 \times 215 = 225.75$$

COMPROBACION DE COLUMNA ESBELTA

Del Reglamento D.F.77:  $r = 0.30h = 0.3 (40) = 12\text{cm.}$

$$\frac{H'}{r} = \frac{225.75}{12} = 18.81 < 22 \quad \therefore \text{se desprecia el efecto de esbeltez.}$$

Refuerzo Mínimo (Reglamento D.F.77).

$$\frac{20}{f_y} = 0.00476 < \frac{A_v}{A_{s_t}} < 0.08$$

Supongamos la falla en compresión:

$$P_u = 272.42 \times 1.4 = 381.388 \text{ ton.}$$

$$M_u = 9.51 \text{ ton-m}$$

Proponemos:

$$d = 36, \quad b = 60, \quad h = 40$$

$$\frac{d}{h} = \frac{36}{40} = 0.9$$

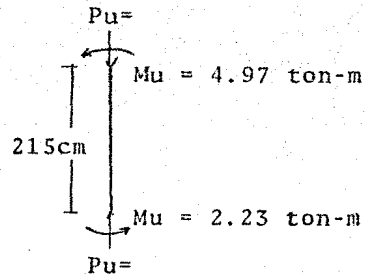
Del Reglamento Fig.1.1.

$$k = \frac{P_u}{F_R b h f''c} = \frac{381388}{0.9 \times 40 \times 60 \times 136} = 1.30 \quad \Rightarrow \quad q = 0.42$$

$$K = \frac{M_u}{F_R b h^2 f''c} = \frac{9.51 \times 10^5}{0.9 \times 40 \times 60^2 \times 136} = 0.054$$

$$\rho = q \frac{f''c}{f_y} = 0.42 \frac{136}{4200} = 0.0136 \quad \rho_{\min} < \rho < \rho_{\max}$$

$$\therefore A_s = \rho b h = 0.0136 \times 40 \times 60 = 32.64 \text{ cm}^2$$



CORTANTE.-

$$V_u = \frac{9.51 + 4.27}{2.15} = 6.41 \text{ ton}$$

como  $\rho > 0.01 \quad V_{CR} = 0.5 \times 0.8 \times 40 \times 54 \sqrt{160} = 10.928 \text{ ton}$

$V_u < V_{CR} \quad \therefore$  Se colocará el acero por especificación.

FLEXION.-

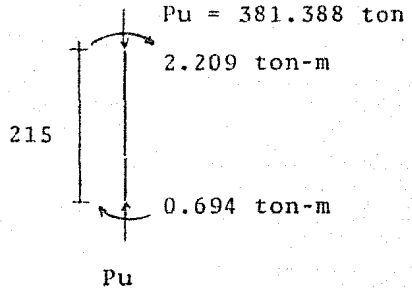
COLUMNA E-2

$$P_u = 272.42 \times 1.4 = 381.388$$

$$M_u = 2.209 \text{ ton-m}$$

$$d = 36 \text{ cm}, \quad b = 60 \text{ cm}, \quad h = 40 \text{ cm.}$$

$$\frac{d}{h} = 0.90$$



Del diagrama de iteraciones:

$$K = \frac{P_u}{F_R \quad b h \quad f''c} = \frac{381.388 \times 10^3}{0.9 \times 40 \times 60 \times 136} = 1.30$$

$$R = \frac{M_u}{F_R \quad b h \quad f''c} = \frac{2.209 \times 10^5}{0.9 \times 60 \times 40^2 \times 136} = 0.019 \quad \Rightarrow \quad q = 0.35$$

$$\rho = q \frac{f''c}{f_y} = 0.35 \frac{136}{4200} = 0.01133$$

$$\therefore A_s = \rho b h = 0.01133 \times 40 \times 60 = 27.192 \text{ cm}^2$$

CORTANTE.-  $V_u = \frac{2.209 + 0.694}{215} = 1.35 \text{ ton.} \quad \therefore V_u < V_{CR}$

Se colocará acero por especificación.

COLUMNA F-2

$$P_u = 381.388 \text{ ton}$$

$$M_u = 1.724 \text{ ton-m}$$

$$d = 36, \quad b = 60, \quad h = 40$$

$$\frac{d}{h} = 0.90$$

Del Reglamento í.1.

$$k = \frac{P_u}{F_R \quad b h \quad f''c} = 1.30 \quad \Rightarrow \quad q = 0.34$$

$$R = \frac{M_u}{F_R \quad b h \quad f''c} = \frac{1.724 \times 10^5}{0.9 \times 60 \times 40^2 \times 136} = 0.015$$

$$\rho = q \frac{f''c}{f_y} = 0.34 \frac{136}{4200} = 0.011$$

$$\therefore A_s = \rho b h = 0.011 \times 40 \times 60 = 26.40 \text{ cm}^2$$

CORTANTE.-  $V_u = \frac{1.724 + 0.851}{2.15} = 1.197 \quad V_u < V_{CR}$

Se colocará el acero por especificación.

COLUMNA 2-G

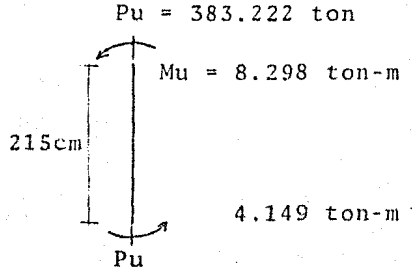
$$Pu = 274.73 \times 1.4 = 383.222 \text{ ton}$$

$$Mu = - 8.298$$

Efectos de esbeltez.

$$y_1 = \frac{10105+11077}{35350+17991} = \frac{21182}{53341} = 0.397$$

$$y_2 = 0$$



Del monograma.-  $k = 1.06$

$$H' = 1.06 \times 215 = 227.90$$

$$r = 0.30 h = 12 \text{ cm.}$$

$$\frac{H'}{r} = \frac{227.90}{12} = 18.99 < 22$$

∴ se desprecia el efecto de esbeltez

Del Reglamento Fig.1.1.

$$K = \frac{Pu}{F_R bh f''c} = \frac{383.222 \times 10^3}{0.9 \times 40 \times 60 \times 136} = 1.30 \Rightarrow q = 0.46$$

$$R = \frac{Mu}{F_R bh^2 f''c} = \frac{8.298 \times 10^5}{0.9 \times 60 \times 40^2 \times 136} = 0.071$$

$$\rho = q \frac{f''c}{fy} = 0.46 \times \frac{136}{4200} = 0.01489$$

$$As = \rho bd = 0.01489 \times 40 \times 60 = 35.736 \text{ cm}^2$$

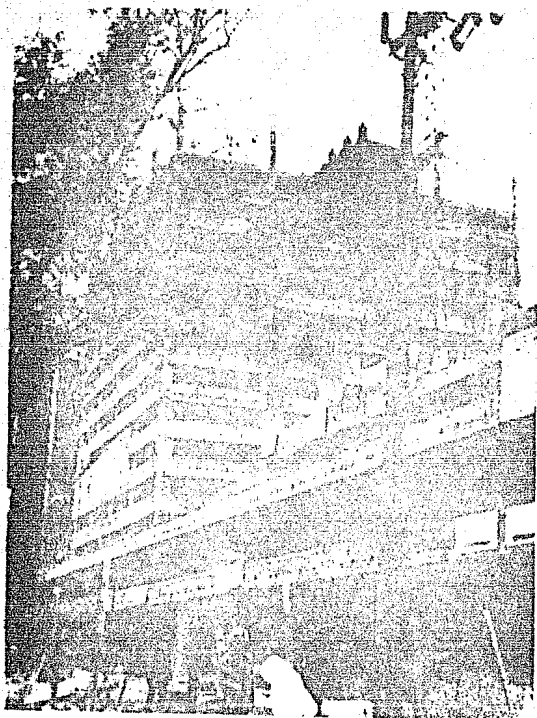
CORTANTE.-

$$Vu = \frac{8.298 + 4.149}{2.15} = 5.789 \therefore Vu < V_{CR}$$

Se colocará esfuerzo por especificación.

FOTO 9

ESTRUCTURA DE CONCRETO VISTA EN LOS DOS  
SENTIDOS.



MARCO EJE B (Ver Fig. II-2)

Ahora, vamos a analizar el sentido corto, (similar al sentido largo), con un ancho de franja de 5.525 (idealización), Ver Fig.III.1

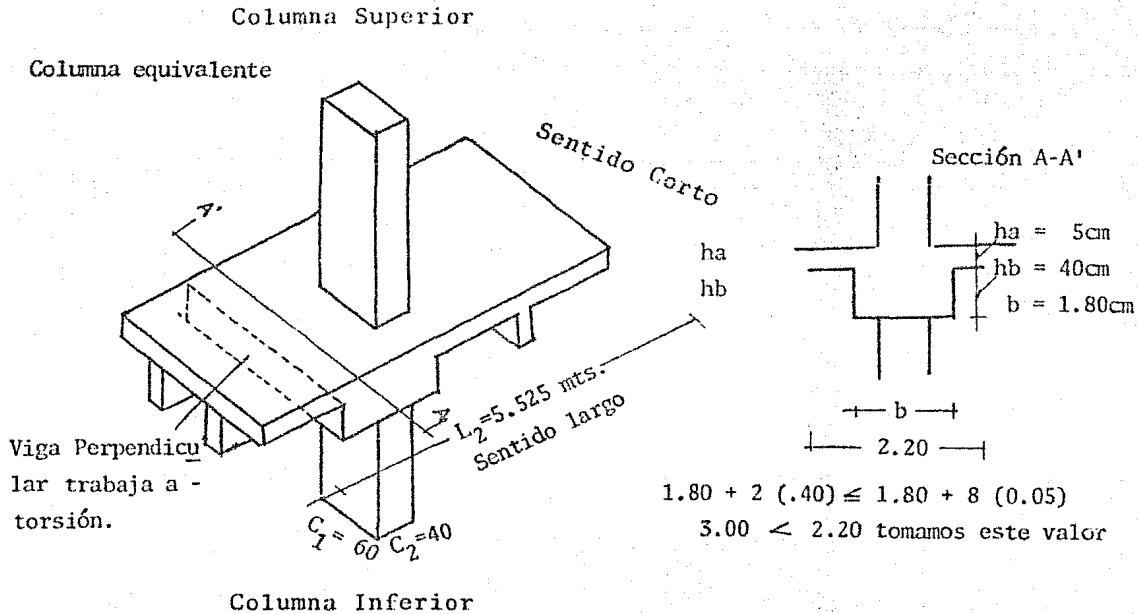


FIGURA III.2.A.

2.a. DETERMINACION DE LAS RIGIDECES:

TABLERO INTERIOR: CLARO 4-5

Momento de inercia de las secciones transversales Fig.III.3.a

Sección A-A

$$I = \frac{bh^3}{12} = \frac{552.5 \times 5^3}{12} = \underline{\underline{5755.21 \text{ cm}^4}}$$

Sección B-B	AREA	Y	Ay	d	d <sup>2</sup>	Ad <sup>2</sup>	I
A <sub>1</sub>	6525	22.5	146812.5	4.8	23.04	150336	1101093.75
A <sub>2</sub>	2037.50	42.5	86593.75	15.20	231.04	470744	4244.79
	<u>8562.50</u>		<u>233406.25</u>			<u>621080</u>	<u>1105338.54</u>

$$y = \frac{233406.25}{8562.50} = 27.30 \text{ cm.}$$

$$I_{PB} = 1105338.54 + 621080 = \underline{\underline{1726418.54 \text{ cm}^4}}$$

Sección C-C

PARTE	AREA	Y	AY	d	d <sup>2</sup>	Ad <sup>2</sup>	I
A <sub>1</sub>	11700	22.5	263250	2.22	4.928	57657.6	1974375
A <sub>2</sub>	1462.5	42.5	62156.25	17.78	316.128	462337.2	3046.87
	13162.5		325406.25			519994.8	1977421.87

$$y = \frac{325406.25}{13162.5} = 24.72 \text{ cm.}$$

$$I_{CC} = 1977421.87 + 519994.8 = 2497416.67$$

Sección D-D

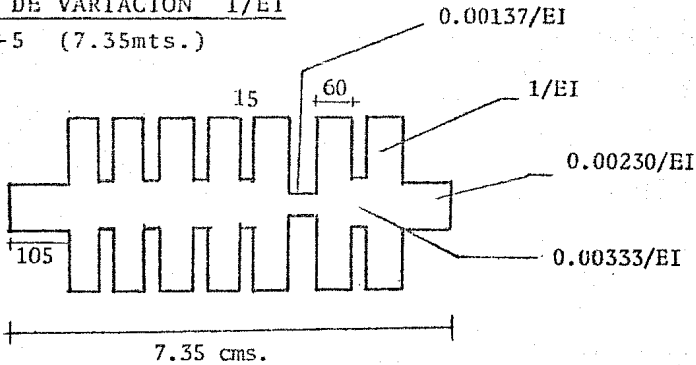
$$I_{DD} = \frac{60 \times 40^3}{12} = 320,000 \text{ cm}^4 \text{ columna superior e inferior}$$

Sección E-E

$$I_{EE} = \frac{552.5 \times 45^3}{12} = 4\,195\,546.87$$

DIAGRAMA DE VARIACION I/EI

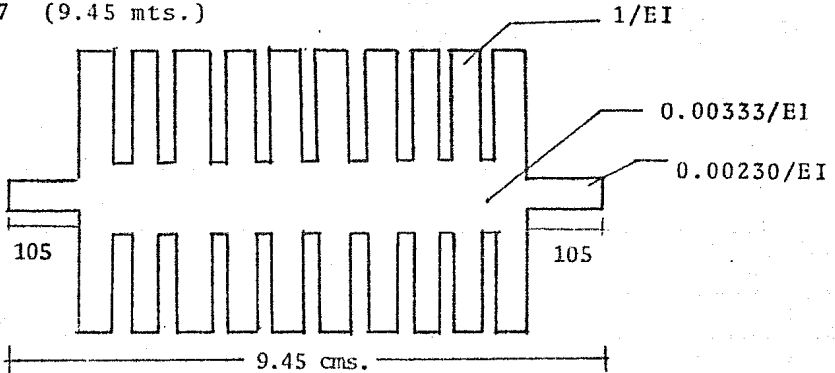
CLARO 4-5 (7.35mts.)



Tablero Interior

FIGURA III.4.C.

CLARO 5-7 (9.45 mts.)



Tablero Exterior

FIGURA III.4.D.

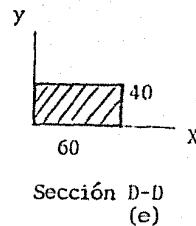
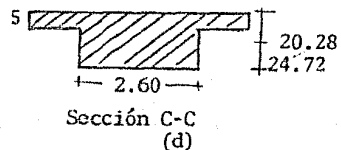
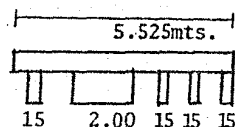
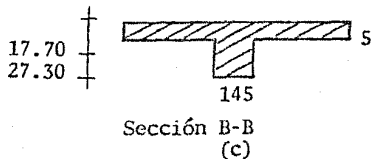
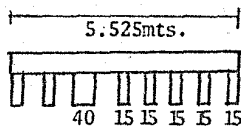
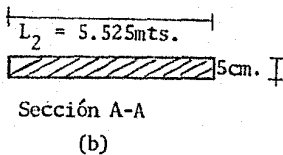
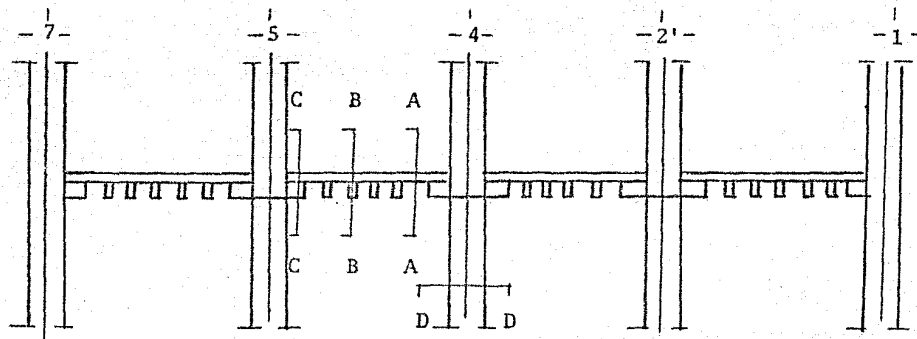
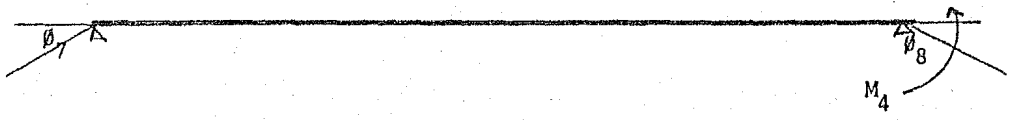
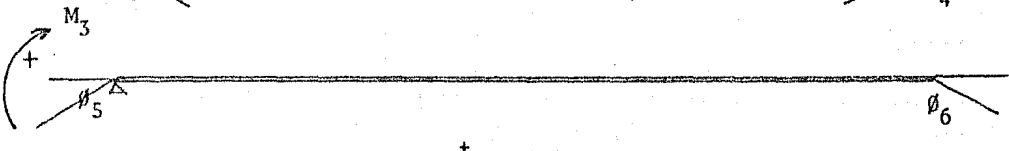
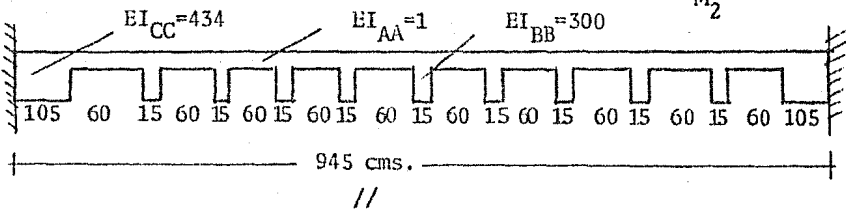
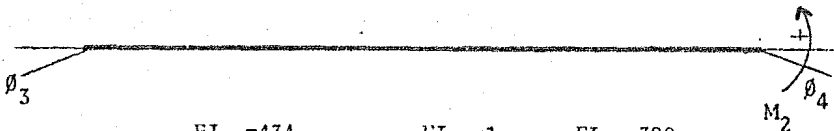
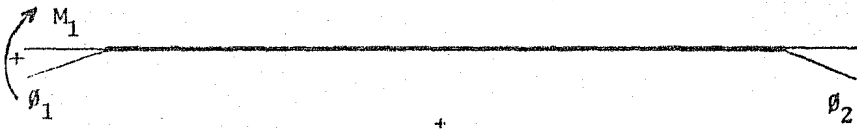
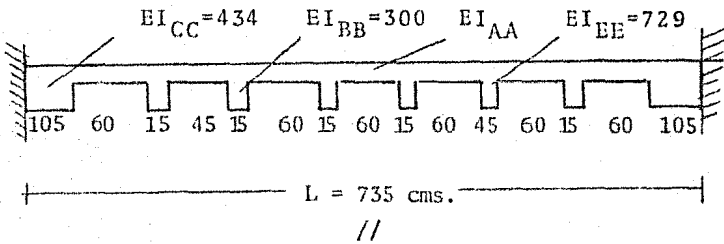


FIGURA III.3.a. Secciones transversales del sistema de piso marco Eje B Tercer Nivel.



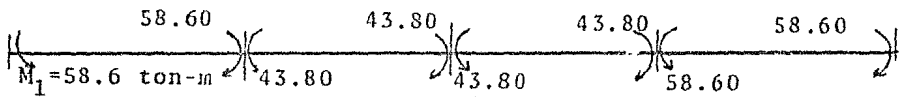
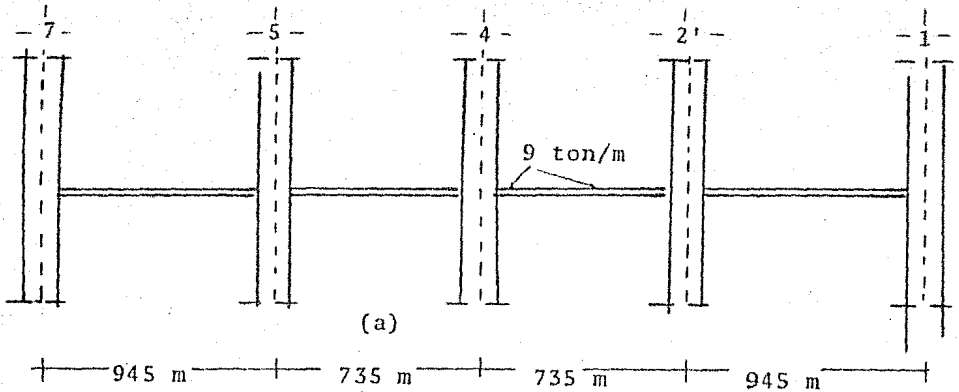


PLANTA TIPO OFICINA:

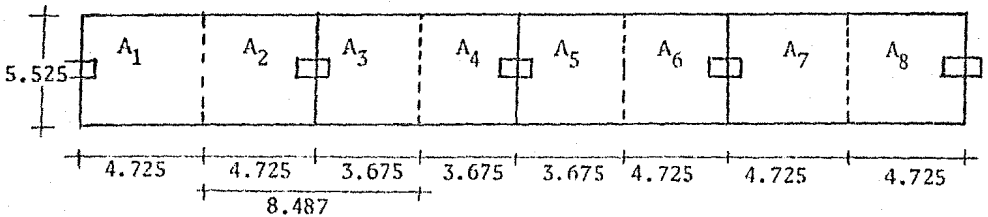
Con la aplicación del método de Newmark, obtendremos las rigideces, F.T. Calculamos la carga última:

$$w = 1.16 \times 1.4 = 1.62 \text{ tons./m}^2 \text{ con un área tributaria de: } 7.35 \times 5.525 = 40.61 \text{ m}^2$$

$$w = 40.61 \times 1.62 = 65.80 \text{ ton ; la carga por metro es } = 9.00 \text{ tons/m.}$$



Areas Tributarias (b)



$$A_1 = 26.105 \text{ m}^2 = A_2 = A_7 = A_8 ; A_4 = A_3 = A_5 = A_6 = 20.30 \text{ m}^2$$

FIG. III-7

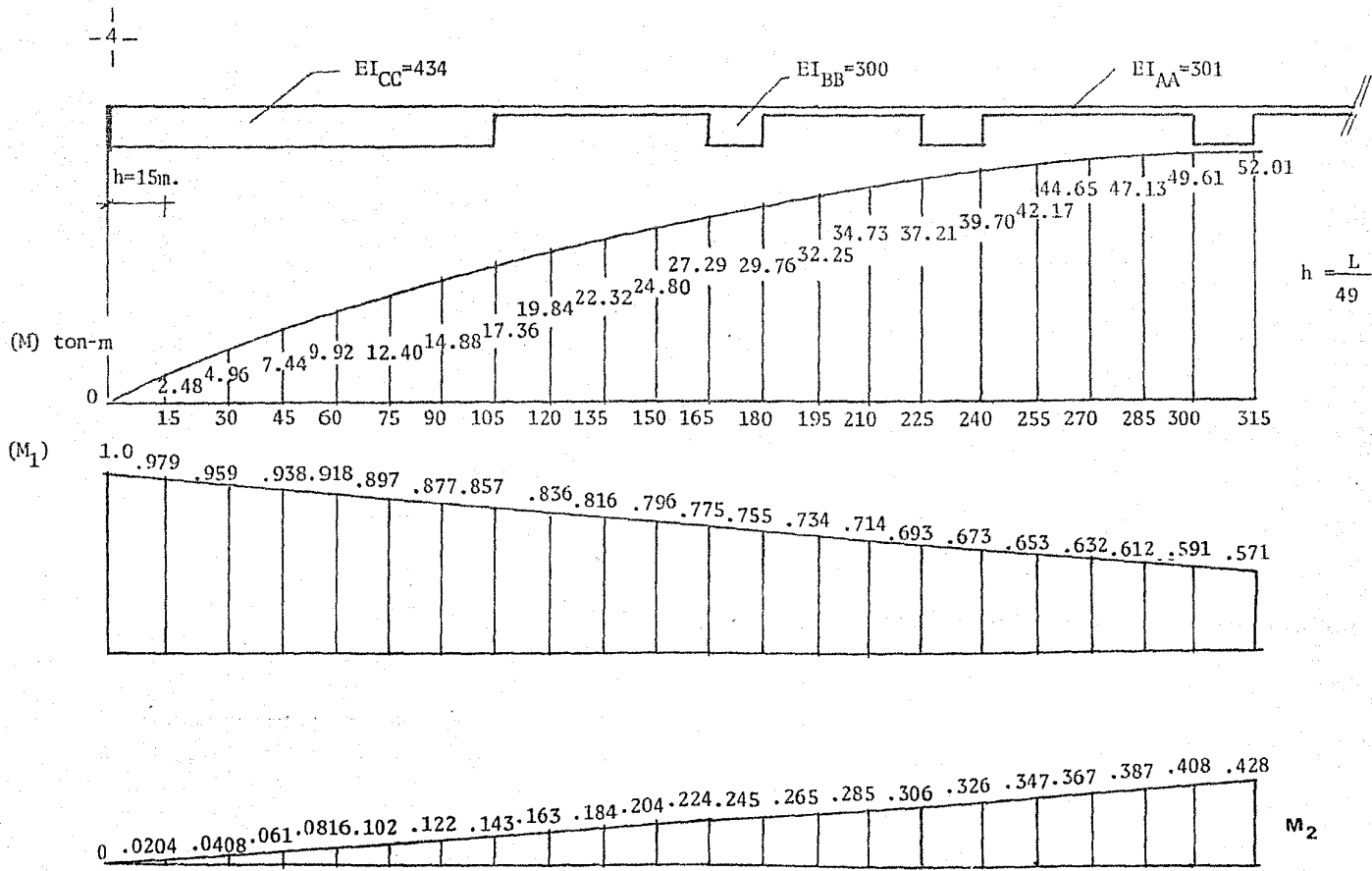


TABLA III. 5

												Unidades	
	h = 15cm												
MOM. (M)	0	248	496	744	992	1240	1488	1736	1984	2232	2480	Ton-cm.	
EI	434	434	434	434	434	434	434	434	1.0	1.0	1.0	cm <sup>4</sup>	
-M/EI	0	-0.571	-1.143	-1.714	-2.285	-2.857	-3.428	-4.0	-4.571	-5.143	-5.714	ton-cm/cm <sup>4</sup>	
Moeq.	-1.14	-6.85	-13.71	-20.56	-27.42	-34.28	-41.13	-45.7/2	-23808	-26784	-29761	$\frac{M_0 h}{EI_0(12)}$ $\frac{\text{ton-cm} \times \text{cm}}{\text{cm}^4}$	
Moeq.Tot.	1.14	-6.85	-13.71	-20.56	-27.42	-34.28	-41.13	-10935	-23808	-26784	-29761	" "	
Pte.	+679489	+679483	+679469	+679449	+679421	+669387	+679346	+668411	+644603	+617819		$\frac{M_0 h^2}{EI_0(12)} \times 10^4 \frac{\text{ton-cm}}{\text{cm}^4} \text{cm}^2$	
Deflex.	0	+67.95	+135.9	+203.85	+271.8	+339.7	+406.6	+474.6	+541.4	+605.9	+667.6	" "	
Correc.	0	-4.79	-9.6	-14.4	-19	-24	-28.7	-33.54	-38.3	-43	-48	" "	
Deflex.	0	+63.16	+126.3	+189.4	+253	+315.7	+377.9	+441.0	+503.1	+562.9	+619.6	" "	
Pte.	+63.16	+63.14	+63.1	+63.6	+62.7	+62.2	+63.1	+62.1	+59.8	+56.7		$\frac{M_0 h}{EI_0(12)} \times 10^4 \frac{\text{ton-cm} \times \text{cm}}{\text{cm}^4}$	
Pte.Ext.									+72.00	$\times 10^4$			

-124-

TABLA III.5.1.

	1											
$M_1 +$	+1.0	.979	.959	.938	.918	.897	.877	.857	.836	.816	.796	.775
EI	434	434	434	434	434	434	434	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
M/-EI	-230.41	-225.6	-221	-216	-211.52	-207	-202.1	-197.5	-85700	-83600	-81600	-79600
$a_{Eqv.}$	-682	-668	-653	-639	-625.5	-611	-597	-252900	-246800	-240800	-234600	-228400
$a_{con}$	-686.4	-1354	-1326	-1297	-1269	-1242	-1213	-255597	-501700	-489600	-477500	-235368
Pte.Pri.	+4790777	+4789423	+4788097	+4786800	+4785531	+4784289	+4783076	+4527479	+4025779	+3536179	+3058679	
Deflex .	0	+479	+958	+1437	1916	2394	2872	3351	3804	4206	4560	4866
Correcc.	0	+12.4	+25	+37	+50	+62	+75	+87	+99.4	+112	+124	+137
Deflex .	0	+491	+983	+1474	+1966	+2456	+2947	+3438	+3903	4318	4684	5003
Pte.	+491	+492	+491	+492	+490	+491	+491	+465	+415	+366	+319	
Pte.Ext.								+ 491 x 10 <sup>4</sup>				
El Momento $M_2$ :												
												- 331 x 10 <sup>4</sup>

-125-

TABLA III.S.Z.

CALCULO DE RIGIDECE Y FACTOR DE TRANSPORTE (CLARO L=7.35mt)

$$\theta_1 = \frac{+ 491 M_1 h \times 10^4}{6 \times 10^5 EI} ; \quad \theta_2 = \frac{- 331 M_1 h \times 10^4}{6 \times 10^5 EI}$$

$$\theta_3 = \frac{- 331 M_2 h \times 10^4}{6 \times 10^5 EI} ; \quad \theta_4 = \frac{+ 491 M_2 h \times 10^4}{6 \times 10^5 EI}$$

$$\theta_2 = \theta_2 + \theta_4 = \frac{- 331 M_1 h}{6 \times 10^5 EI} \times 10^4 + \frac{491 M_2 h}{6 \times 10^5 EI} \times 10^4 = 0$$

$$- 331 M_1 = - 491 M_2$$

$$M_{2ji} = \frac{-331}{-491} = + 0.674 M_1 \quad ij$$

$$\therefore \frac{M_2}{M_1} = 0.674 = \frac{M_{ji}}{M_{ij}}$$

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \theta_1 + \theta_3 \\ \theta_1 &= + \frac{491 M_1 h \times 10^4}{6 \times 10^5 EI} - \frac{331 M_2 h \times 10^4}{6 \times 10^5 EI} = \\ &= + \frac{491 M_1 h \times 10^4}{6 \times 10^5 EI} - \frac{331(0.674 M_1) h \times 10^4}{6 \times 10^5 EI} = \frac{M_1 h}{60 EI} \quad (491 - 223.1) = \end{aligned}$$

$$\theta_1 = \frac{267.90}{60} M_1 h = \frac{4.465}{EI} M_1 h ; \quad \boxed{\text{pero } h = \frac{L}{49}}$$

$$EI\theta_1 = 4.465 \frac{M_1 \times L}{49} ; \quad M_1 = \frac{49 EI\theta_1}{4.465 L} = \frac{10.97 EI\theta_1}{L}$$

Rigideces:  $R_{12} = \frac{M_1}{\theta_1} = 11.0 \frac{EI}{L}$

Factor de transporte  $r_{12} = \frac{M_2}{M_1} = 0.674$

Momentos de empotramiento para  $L = 7.35m$ . Estos datos se obtuvieron de la tabla III.5. (1.2.) y III.6. (1.2.) (éstas tablas últimas no aparecen).

$$\theta_1 = + \theta_1 - \theta_3$$

$$\theta_2 = - \theta_2 + \theta_4$$

$$h = \frac{L}{49}$$

$$\theta_1 = + \frac{491 M_1}{6 \times 10^5 EI} \times \frac{735}{49} \times 10^4 - \frac{331 M_2}{6 \times 10^5 EI} \times \frac{735}{49} \times 10^4 \quad \text{--- (1)}$$

$$\theta_2 = - \frac{331 M_1}{6 \times 10^5 EI} \times \frac{735}{49} \times 10^4 + \frac{491 M_2}{6 \times 10^5 EI} \times \frac{735}{49} \times 10^4 \quad \text{--- (2)}$$

Consideramos

$$\theta_1 = \theta_2 = \frac{72 h}{12 EI} \times 10^4 = \frac{72 \times 735}{12 \times 49 EI} \times 10^4 = 90 \times 10^4$$

y sustituyendo en (1) y (2)

$$+ 9 \times 10^5 = + 122.75 M_1 - 82.75 M_2 \quad \text{--- (3)}$$

$$- 9 \times 10^5 = - 82.75 M_1 - 122.75 M_2 \quad \text{--- (4)}$$

Resolviendo por Igualación, llegamos al siguiente resultado:

$$M_2 = 4379.56 \text{ ton-cm} = - 43.80 \text{ ton-m.}$$

$$\therefore M_1 = \frac{9 \times 10^5 + 82.75(-43.80)}{122.75} = + 43.80 \text{ ton-m. de la Ecuación(4).}$$

CALCULO DE RIGIDECES FACTOR DE TRANSPORTE. (CLARO  $L=9.45m$ .)

$$\theta_5 = + \frac{758 M_3 h \times 10^4}{6 \times 10^5 EI}$$

$$\theta_6 = - \frac{\theta_2 M_3 h \times 10^4}{6 \times 10^5 EI}$$

$$\theta_7 = - \frac{488 M_4 h \times 10^4}{6 \times 10^5 EI}$$

$$\theta_8 = + \frac{758 M_4 h \times 10^4}{6 \times 10^5 EI}$$

$$\theta_3 = \theta_6 + \theta_8 = - \frac{488 M_3 h \times 10^4}{6 \times 10^5 EI} + \frac{758 M_4 h \times 10^4}{6 \times 10^5 EI}$$

$$- 488 M_3 = - 758 M_4$$

$$M_4 = \frac{488}{758} = + 0.644 M_3$$

$$\theta_3 = \theta_5 + \theta_7$$

$$\theta_5 = + \frac{758 M_3 h}{60 EI} - \frac{488(0.644 M_3) h}{60 EI} =$$

$$= \frac{758 M_3 h}{60 EI} - \frac{314.27 M_3 h}{60 EI} = \frac{M_3 h}{60 EI} (758 - 314.27)$$

$$\theta_3 = \frac{443.73 M_3 h}{60 EI} = \frac{7.396 M_3 h}{EI} ; \quad h = \frac{L}{63}$$

$$EI \theta_3 = 7.396 M_3 \frac{L}{63} ; \quad M_3 = \frac{63 EI \theta_3}{7.396 \times L} = \frac{8.52 EI \theta_3}{L}$$

Rigidéz  $k = \frac{M_3}{\theta_3} = 8.52 \frac{EI}{L}$

Factor de transporte  $r = - \frac{M_4}{M_3} = 0.644$

MOMENTOS DE EMPOTRAMIENTO PARA L = 9.45m.

$$\theta_1 = + \theta_1 + \theta_3$$

$h = \frac{L}{63}$
--------------------

$$\theta_2 = - \theta_2 + \theta_4$$

$$\theta_1 = + \frac{758 M_3}{60 EI} \times \frac{945}{63} - \frac{488 M_4}{60 EI} \times \frac{945}{63} \quad \text{--- (1)}$$

$$\theta_2 = - \frac{488 M_3}{60 EI} \times \frac{945}{63} + \frac{758 M_4}{60 EI} \times \frac{945}{63} \quad \text{--- (2)}$$



$$\theta_1 = -\theta_2 = \frac{146 \text{ xh}}{12 \text{ EI}} \times 10^4 = \frac{146 \times 15}{12 \text{ EI}} \times 10^4 = 182.5 \times 10^4 = 18.25 \times 10^5$$

$$+ 18.25 \times 10^5 = + 189.5 \text{ M}_3 - 122 \text{ M}_4 \quad \text{--- (3)}$$

$$- 18.25 \times 10^5 = - 122 \text{ M}_3 + 189.5 \text{ M}_4 \quad \text{--- (4)}$$

Resolviendo por igualación, obtenemos el siguiente resultado:

$$M_4 = \frac{- 123187500}{21026.25} = - 5 \text{ 859 ton-cm.}$$

$$= - 58.59 \text{ ton-m.}$$

∴  $M_3 = + 58.59 \text{ ton-m.}$  de la ecuación (4).

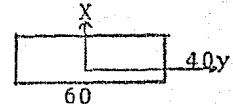
CALCULO DE LA RIGIDEZ A FLEXION DE LAS COLUMNAS EQUIVALENTES

(NIVEL 3.)



$$k_{ij} = \frac{4EI\theta_i}{L_1}$$

Momento de inercia



$$I_{ci} = I_{cs} = \frac{bh^3}{12} = \frac{60 \times 40^3}{12} = 320,000 \text{ cm}^4$$

Rigidéz:

$$k_{ci} = \frac{4EI}{c} = \frac{4 \times 320,000E}{260} = 4923 \text{ E}$$

$$k_{cs} = \frac{4EI}{c} = \frac{4 \times 320,000}{285} = 4491 \text{ E}$$

$$k_c = k_{ci} + k_{cs} = 4923 + 4491 = 9414 \text{ E}$$

$$k_c = 0.9414 \times 10^4 \text{ E}$$

CALCULO DE ( $k_t$ )

$$k_t = \frac{9 \text{ EC}}{L_2 \left(1 - \frac{C_2}{L_2}\right)^3}$$

ya fueron calculados anteriormente  
Sección III.1.5

dándonos una  $k_t = 7.30 \times 10^4$

Rigidéz columna equivalente.-

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{\Sigma k_c} + \frac{1}{k_t} = \frac{1}{10^4 E} \left( \frac{1}{0.9414} + \frac{1}{7.30} \right) = \frac{1.199}{10^4 E}$$

$$\frac{10^4 E}{1.199} = 8340.28 E = 0.834028 \times 10^4 E$$

$$k_{equ} = \underline{\underline{0.834028 \times 10^4 E}}$$

RIGIDECES: PARA EL MARCO (LADO CORTO)

E = constante , I = 2497416.67 cm<sup>4</sup>

BARRA	RIGIDEZ (k)	k/10 <sup>4</sup> E	k/Σk F.D.	F.T.
<b>NUDO 7</b>				
7-5	$8.52 \frac{I}{L} = \frac{8.52 \times 2497416.67}{945} =$	2.2516	0.7297	0.644
$k_{equ(7)}$	$\Sigma k_c + k_t =$	$\frac{0.834028}{3.0855628}$	$\frac{0.2703}{1.0000}$	0.5
<b>NUDO 5</b>				
5-7	$8.52 \frac{I}{L} = \frac{8.52 \times 2497416.67}{945} =$	2.2516	0.3300	0.644
5-4	$11 \frac{I}{L} = \frac{11 \times 2497416.67}{735} =$	3.7376	0.5478	0.674
$k_{equ(5)}$	$\Sigma k_c + k_t =$	$\frac{0.834028}{6.823228}$	$\frac{0.1222}{1.0000}$	0.5
<b>NUDO 4</b>				
4-5	$11 \frac{I}{L} = \frac{11 \times 2497416.67}{735} =$	3.7376	0.4498	0.674
4-2'	$11 \frac{I}{L} = \frac{11 \times 2497416.67}{735} =$	3.7376	0.4498	0.674
$k_{equ.}$	$\Sigma k_c + k_t =$	$\frac{0.834028}{8.309228}$	$\frac{0.1004}{1.0000}$	0.5
<b>NUDO 2'</b>				
2'-4	$11 \frac{I}{L} = \frac{11 \times 2497416.67}{735} =$	3.7376	0.5478	0.674
2'-1	$8.52 \frac{I}{L} = \frac{8.52 \times 2497416.67}{945} =$	2.2516	0.3300	0.644
$k_{equ.}$	$\Sigma k_c + k_t =$	$\frac{0.834028}{6.823228}$	$\frac{0.1222}{1.0000}$	0.5

BARRA	Rigidéz (k)	$k/10^4 E$	$k/Ek$ F.D.	F.T.
NUDO 1				
1-2'	$8.52 \frac{I}{L} = \frac{8.52 \times 2497416.67}{945} =$	2.2516	0.7297	0.644
$k_{equ.}$	$\Sigma k_c + k_t =$	$\frac{0.834028}{3.085628}$	$\frac{0.2703}{1.0000}$	0.5

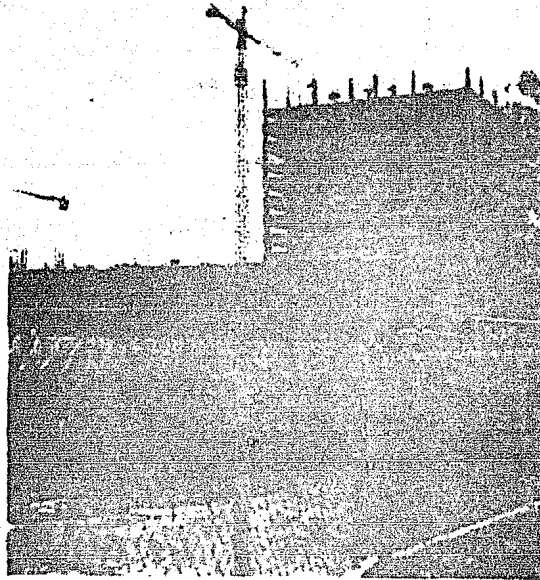


FOTO 10

Se observa al fondo la estructura con la variación de columnas.

W = 9.00 ton/m.  
 (RIGIDEZ Y CARGA)

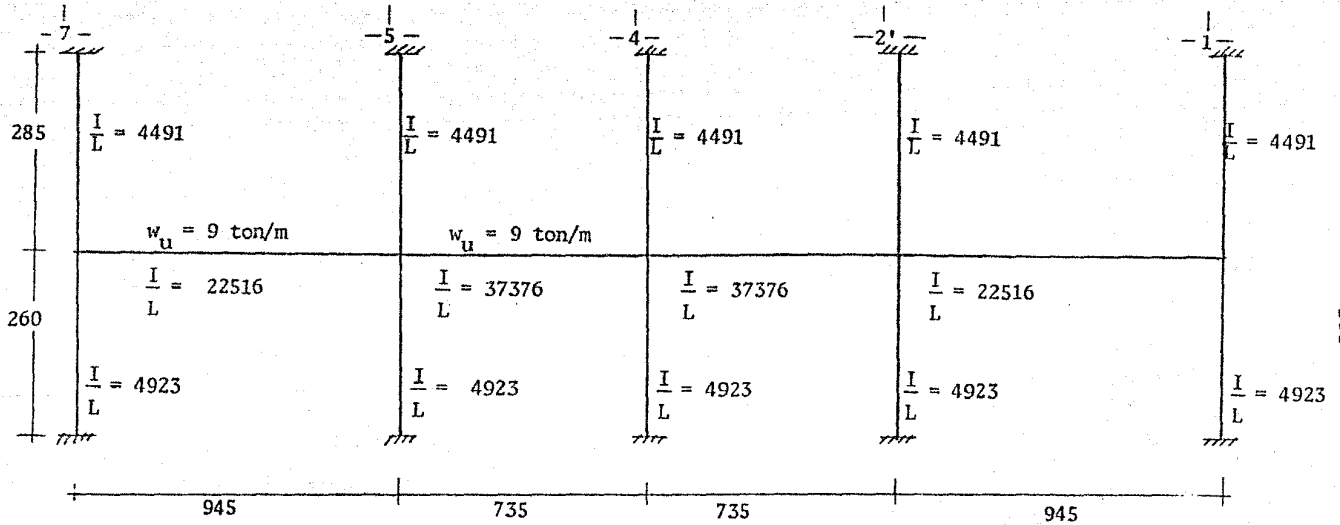


FIGURA III.4.D. MARCO EJE B, NIVEL 3

(La altura se tomó centro a centro de losa).

METODO DE CROSS

+ 55.47		+ 14.35		+ 14.35		+ 55.47	
4.06						4.06	
+ 36.52	- 48.54	+ 38.96	- 27.18	+ 27.18	- 38.96	+ 48.54	- 36.52
- 6.01	- 6.01	+ 5.89	- 5.89	- 5.89	+ 6.01	+ 5.89	+ 6.01
+ 42.53	- 42.53	+ 33.07	- 33.07	+ 33.07	- 33.07	+ 42.53	- 42.53
- 18.60	- 75.40	+ 70.00	- 26.17	+ 26.74	- 70.00	+ 75.21	- 18.6
				<del>+ 26.74</del>	<del>- 69.40</del>		
				- 0.064	- 0.096		
		<del>+ 69.641</del>	<del>- 26.173</del>	+ 0.027	+ 0.018		
		+ 0.018	+ 0.027	+ 0.237	+ 0.159		<del>- 18.55</del>
		- 0.093	- 0.062	- 0.155	- 0.231	<del>+ 25.21</del>	+ 0.091
		+ 0.159	+ 0.237	- 0.373	- 0.553	- 0.058	- 0.037
		+ 0.07	+ 0.016	+ 0.016	+ 0.01	- 0.139	- 0.089
<del>+ 48.25</del>	<del>- 25.355</del>	+ 0.20	- 0.139	+ 1.491	+ 1.00	+ 0.422	+ 0.656
0.03	- 0.035	- 0.26	- 0.175	- 1.192	- 1.769	- 0.333	- 0.214
+ 0.081	- 0.125	+ 1.00	+ 1.491	- 1.395	- 2.07	- 1.066	- 0.686
0.08	- 0.378	- 0.525	- 0.779	- 0.779	- 0.525	+ 3.23	+ 5.012
0.101	- 0.157	+ 2.338	+ 1.576	+ 6.40	+ 4.31	- 1.249	- 0.804
0.002	+ 1.408	+ 1.51	+ 6.40	- 10.53	- 15.63	- 9.418	- 6.065
+ 8.997	+ 13.97	- 4.738	7.03	- 3.71	- 5.51	+ 28.54	+ 44.32
2.76	- 27.54	+ 23.19	+ 15.63	- 7.03	- 4.738	- 3.32	- 2.138
	0.644		0.674		0.674		0.644
+ 58.60	- 58.60	+ 43.80	- 43.80	+ 43.80	- 43.80	+ 58.60	- 58.60
0.7297	0.330	0.5478	0.4498	0.4498	0.5478	0.530	0.7297

7	5	4	2	1
0.2703	0.1222	0.1004	0.1222	0.2703
- 15.84	+ 5.174	- 1.57	- 1.23	+ 16.42
- 2.456	+ 0.052	+ 1.43	- 3.487	+ 1.856
<del>0.217</del>	+ 0.5216	- 0.174	- 0.462	+ 0.243
- 18.513	- 0.058	+ 0.333	- 0.394	+ 0.034
	+ 0.046	+ 0.0036	- 0.123	+ 18.55
	<del>0.021</del>	+ 0.053	- 0.0515	
	+ 5.714	<del>+ 0.006</del>	<del>- 0.021</del>	
		+ 0.0816	- 5.768	
	- 0.010			
	+ 0.023		- 0.01	
<del>9.301</del>	- 0.029	+ 0.166	- 0.0615	+ 0.017
0.108	+ 0.26	- 0.087	- 0.231	+ 0.1215
- 1.273	+ 0.026	+ 0.715	- 1.743	+ 0.928
7.92	<del>2.587</del>	<del>0.785</del>	<del>0.615</del>	<del>8.21</del>
	+ 2.587	0.009	- 2.587	9.301

DIAGRAMA DE MOMENTOS

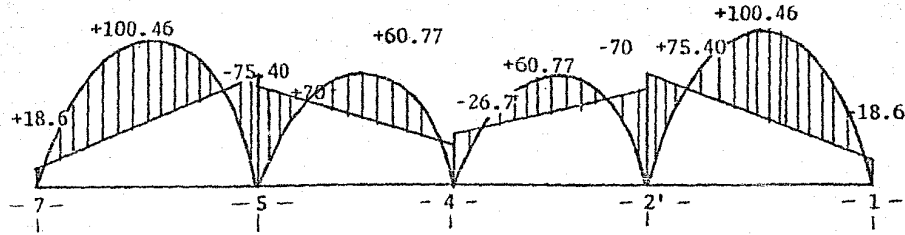
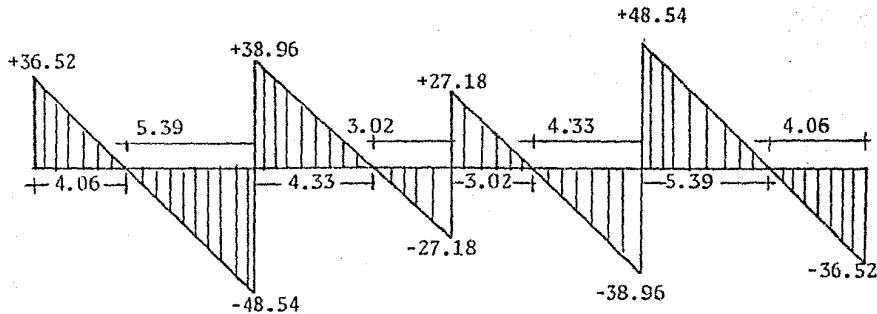
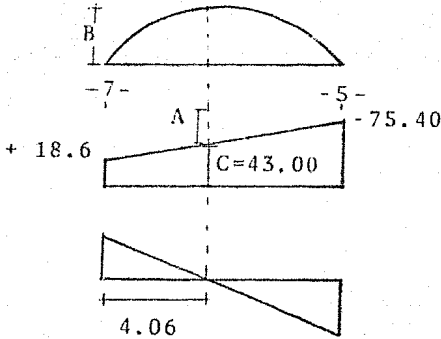


DIAGRAMA DE CORTANTES (CORREGIDOS)



La distancia a la que se localiza el momento máximo, se obtiene con:  $V = R - WX$ ,  
 para  $V = 0$   $X = +R/W = 36.52/9 = 4.06$  y así se obtienen los demás valores.

MOMENTOS POSITIVOS



$$75.40 - 18.6 = 56.80$$

$$\frac{56.80}{9.45} = \frac{x}{4.06} ; x = \frac{4.06 \times 56.80}{9.45} = 24.40$$

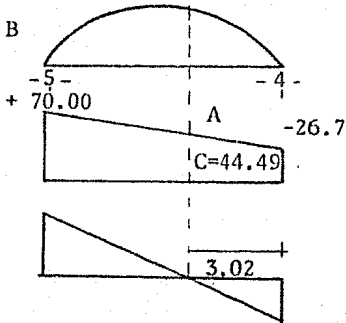
$$24.40 + 18.6 = 43.00 = C$$

$$B = \frac{WL}{2} x - \frac{WX^2}{2} = \frac{9 \times 9.45}{2} x - \frac{4.06 - \frac{9 \times 4.06^2}{2}}$$

$$B = 172.65 - 74.17 = 98.47$$

$$A = B - C = 98.47 - 43.00 = 55.47$$

$$M_{7-5} = M_{2'-1} = + 55.47 \text{ ton-m}$$



$$70.00 - 26.7 = 43.30$$

$$\frac{43.30}{7.35} = \frac{x}{3.02} ; x = \frac{3.02 \times 43.30}{7.35} = 17.79$$

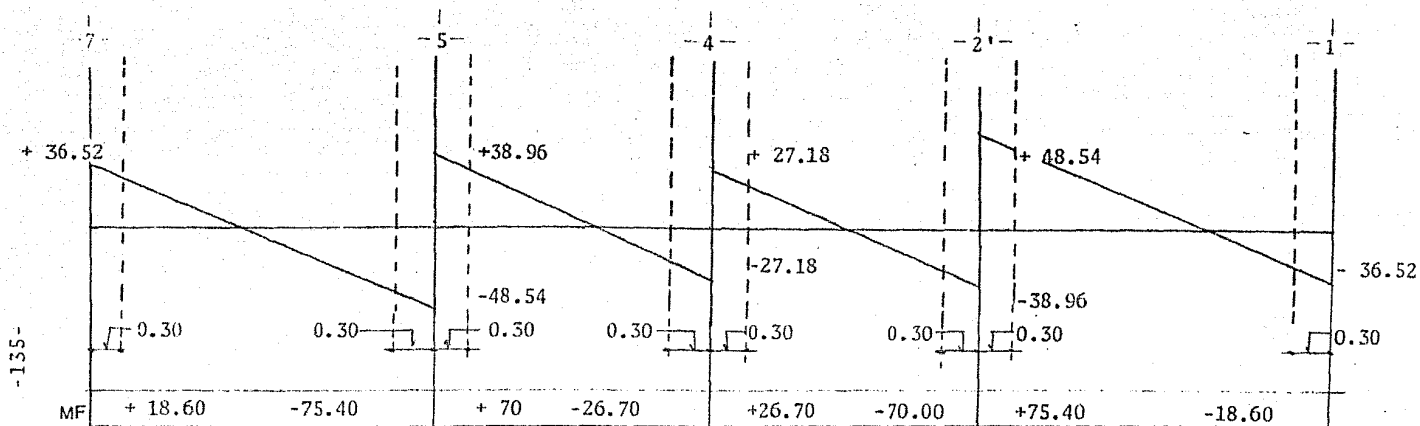
$$C = 26.7 + 17.79 = 44.49$$

$$B = \frac{9 \times 7.35}{2} \times 3.02 - \frac{9 \times 3.02^2}{2} = 99.88 - 41.04 = 58.83$$

$$A = B - C = 58.83 - 44.49 = 14.35$$

$$M_{5-4} = M_{4-2'} = + 14.35 \text{ ton-m}$$

MOMENTOS NEGATIVOS EN LOS PAÑOS DE LAS COLUMNAS (Secciones críticas para flexión negativa).



MIEMBRO 7-5 COL. 7 y MIEMBRO 1-2' COL. 1

$$\text{Mpaño} = 36.52 \times 0.30 - 18.60 - \frac{9 \times 0.30^2}{2} = 10.95 - 18.60 - 0.405 = -8.055 \text{ ton-m}$$

MIEMBRO 5-7 COL. 5 y MIEMBRO 2'-1 COL. 2'

$$\text{Mpaño} = 48.54 \times 0.30 - 75.40 - 0.405 = 14.56 - 75.40 - 0.405 = -61.245 \text{ ton-m.}$$

MIEMBRO 5-4 COL. 5 y MIEMBRO 2'-4 COL. 2'

$$\text{Mpaño} = 38.96 \times 0.30 - 70.00 - 0.405 = 11.68 - 70.00 - 0.405 = -58.725 \text{ ton-m}$$

MIEMBRO 4-5 y 4-2' Col.4

$$\text{Mpaño} = 27.18 \times 0.30 - 26.70 - 0.405 = 8.15 - 26.70 - 0.405 = -18.955 \text{ ton-m.}$$



DISTRIBUCION DE MOMENTOS TOTALES

CALCULO DE  $\alpha_1$  : Consideramos la sección (T), que se obtuvo de la fig. III.5.4. detalle 1. El momento de inercia calculado es  $I_b = 1445354 \text{ cm}^4$

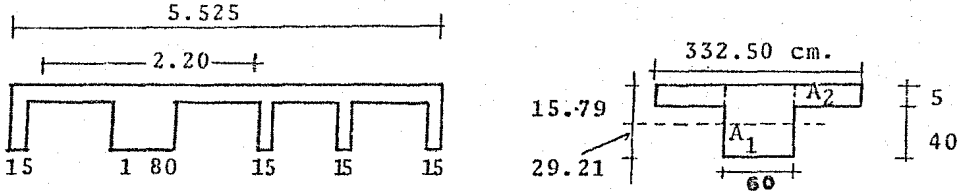


FIG.111-5.4.A.

Detalle 3

PARTE	$\Lambda$	$y$	$Ay$	$d$	$d^2$	$Ad^2$	$I=bh^3/12$
$A_1$	2700.00	22.5	60750	6.71	45.	121500	455625
$A_2$	1362.50	42.50	57906.25	13.29	176.60	240617.5	2838.54
	<u>4062.50</u>		<u>118656.25</u>			<u>362117.5</u>	<u>458463.54</u>

$$\bar{y} = \frac{118656.25}{4062.50} = 29.21$$

$$\bar{I}_s = I + A_d^2 = 458463.54 + 362117.5 = \underline{\underline{820581}} \text{ cm}^4$$

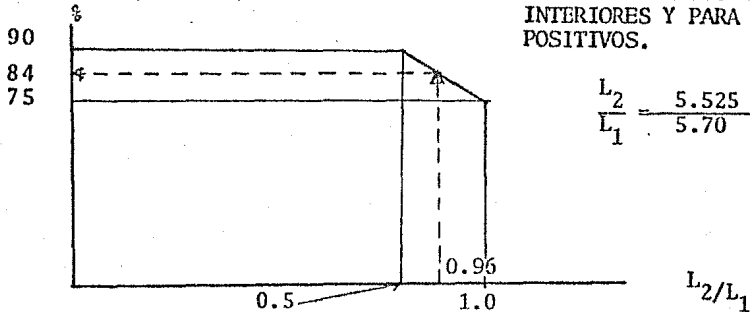
$$\alpha_1 = \frac{I_b}{\bar{I}_s} = \frac{1445354}{820581} = 1.76 > 1.0$$

$$\alpha_1 \times \frac{L_2}{L_1} = 1.76 \times \frac{5.525}{5.70} = 1.70 > 1.0$$

En este sentido consideramos el parámetro  $\beta_t$  ya que existe tablero de borde.

$$\beta_t = \frac{c}{\bar{I}_s} = \frac{3311435}{2(820581)} = 2.5$$

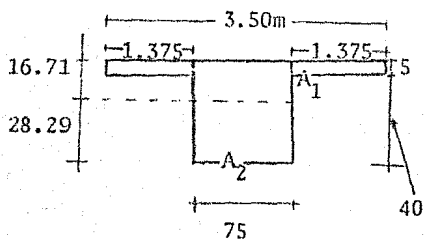
MOMENTO NEGATIVO EN APOYOS INTERIORES Y PARA MOMENTOS POSITIVOS.



$$\frac{L_2}{L_1} = \frac{5.525}{5.70} = 0.96$$

PARA MOMENTOS NEGATIVOS EN APOYOS EXTERIORES  $\alpha_1 \frac{L_2}{L_1} > 1.0$  ;  $\beta_t = 2.5$   
 Consideramos el mismo porcentaje 84%

Para obtener  $\alpha_2$ , de la Fig. III.5 4. detalle 2



PARTE	A	y	Ay	d	d <sup>2</sup>	Ad <sup>2</sup>	I ( $\frac{bh^3}{12}$ )
A <sub>1</sub>	3375	22.5	75937.5	5.79	33.52	113130	569531.25
A <sub>2</sub>	1375	42.5	58437.5	14.21	202	277750	2864.58
	4750		134375			390880	572395.83

$$\bar{y} = \frac{134375}{4750} = 28.29 \quad ; \quad I_s = 572395.83 + 390880 = \underline{\underline{963275.83}}$$

$$\alpha_2 = \frac{I_b}{I_s} = \frac{1445354}{963275.83} = 1.5$$

$$0.2 < \frac{\alpha_1 L_2^2}{\alpha_2 L_1^2} < 5$$

$$0.2 < \frac{1.76 \times 5.525^2}{1.5 \times 5.70^2} = 1.10 < 5$$

MOMENTOS TOTALES	% FRANJA COLUMNA		FRANJA CENTRAL
	COEFICIENTE	MOMENTO	
$M_{7-5} = -8.06$	0.84	- 6.77	- 1.29
$M_{(+)} = +55.47$	0.84	+ 46.59	+ 8.88
$M_{5-7} = -61.25$	0.84	- 51.45	- 9.8
$M_{5-4} = -58.73$	0.84	- 49.33	- 9.40
$M_{(+)} = +14.35$	0.84	+ 12.05	+ 2.30
$M_{4-5} = -19.00$	0.84	- 15.96	- 3.04
$M_{4-2'} = -19.00$	0.84	- 15.96	- 3.04
$M_{(+)} = +14.35$	0.84	+ 12.05	+ 2.30
$M_{2'-4} = -58.73$	0.84	- 49.33	- 9.40
$M_{2'-1} = -61.25$	0.84	- 51.45	- 9.8
$M_{(+)} = + 55.47$	0.84	+ 46.59	+ 8.88
$M_{12'} = - 8.06$	0.84	- 6.77	- 1.29

De la figura III-7.b. (AREAS TRIBUTARIAS PARA EL CALCULO DE CORTANTE, TRAMO CORTO).

COLUMNAS 7 y 1

$$A_1 = 26.105 \text{ m}^2$$

COLUMNA 5 y 2'

$$A_2 + A_3 = 26.105 + 20.30 = 46.41 \text{ m}^2$$

COLUMNA 4

$$A_4 + A_5 = 20.30 + 20.30 = 40.61 \text{ m}^2$$

EL CORTANTE PARA LAS COLUMNAS 7 y 1, ES:

$$26.11 \text{ m}^2 \times 1.4 \times 1.158 = 42.42 \text{ ton}$$

PARA COLUMNAS 5 y 2'

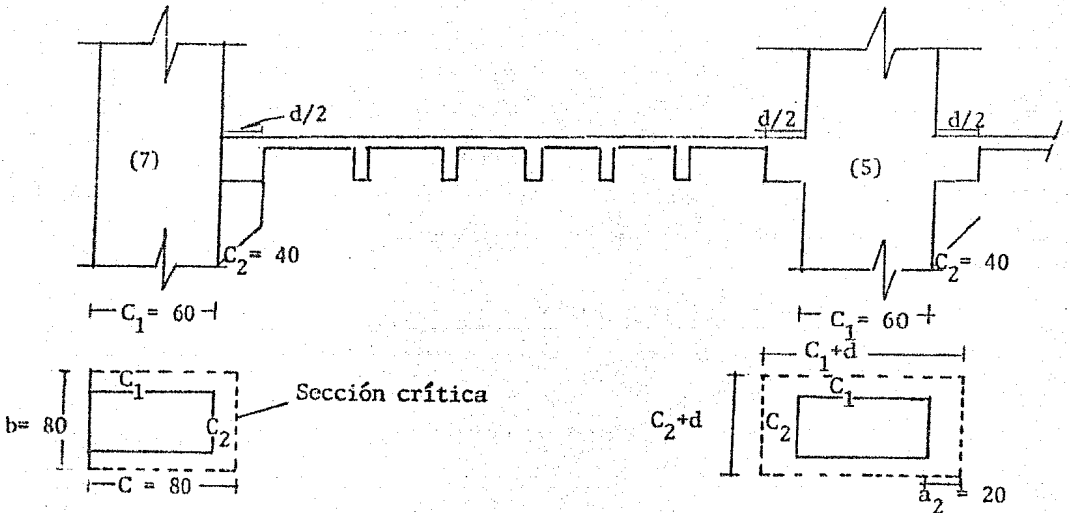
$$46.41 \times 1.4 \times 1.158 = 75.23 \text{ ton}$$

PARA COLUMNA 4

$$40.61 \times 1.4 \times 1.158 = 65.83 \text{ ton.}$$

COLUMNA EXTERIOR

COLUMNA INTERIOR



$$C = C_1 + \frac{d}{2} = 60 + \frac{40}{2} = 80$$

$$b = C_2 + d = 40 + 40 = 80$$

$$C_1 + d = 60 + 40 = 100$$

$$C_2 + d = 40 + 40 = 80$$

Columnas con igual cortante:

$$V_7 = V_1 = 42.32 \text{ ton.}$$

Cortante de diseño:  $V_u = 42.32 \times 1.4 = 59.25 \text{ ton}$

De las fórmulas que nos da el reglamento D.D.F. (77), sección 2.1.5.j.

$$V_u \text{ máx} = \frac{V_u}{b_o D} = \frac{59250}{280 \times 40} = 5.29 \text{ kg/cm}^2$$

$$b_o = (2 \times 80 + 80 + 40) = 280 \text{ cm.}$$

El esfuerzo máximo admisible de diseño no debe exceder de :

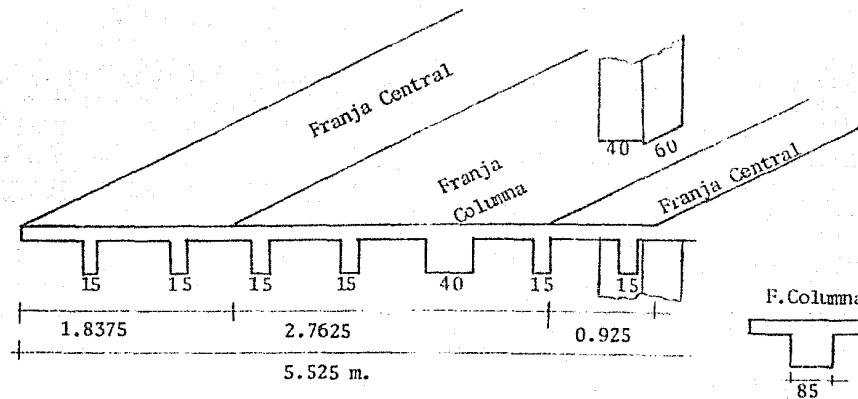
$$v^* = F_R \sqrt{f^*c} \quad F_R = 0.8 \text{ para cortante}$$

$$v^* = 0.8 \times 12.65 = 10.12 > 5.29, \text{ se considera refuerzo mínimo}$$

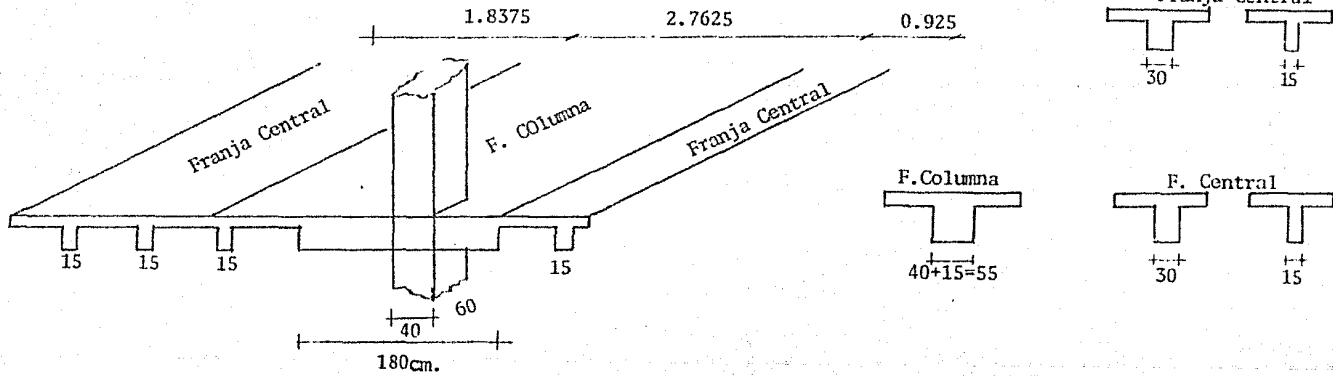
$$V_5 = V_2 = 75.23 \text{ ton.} \quad b_o = (2 \times 100 + 2 \times 70) = 360$$

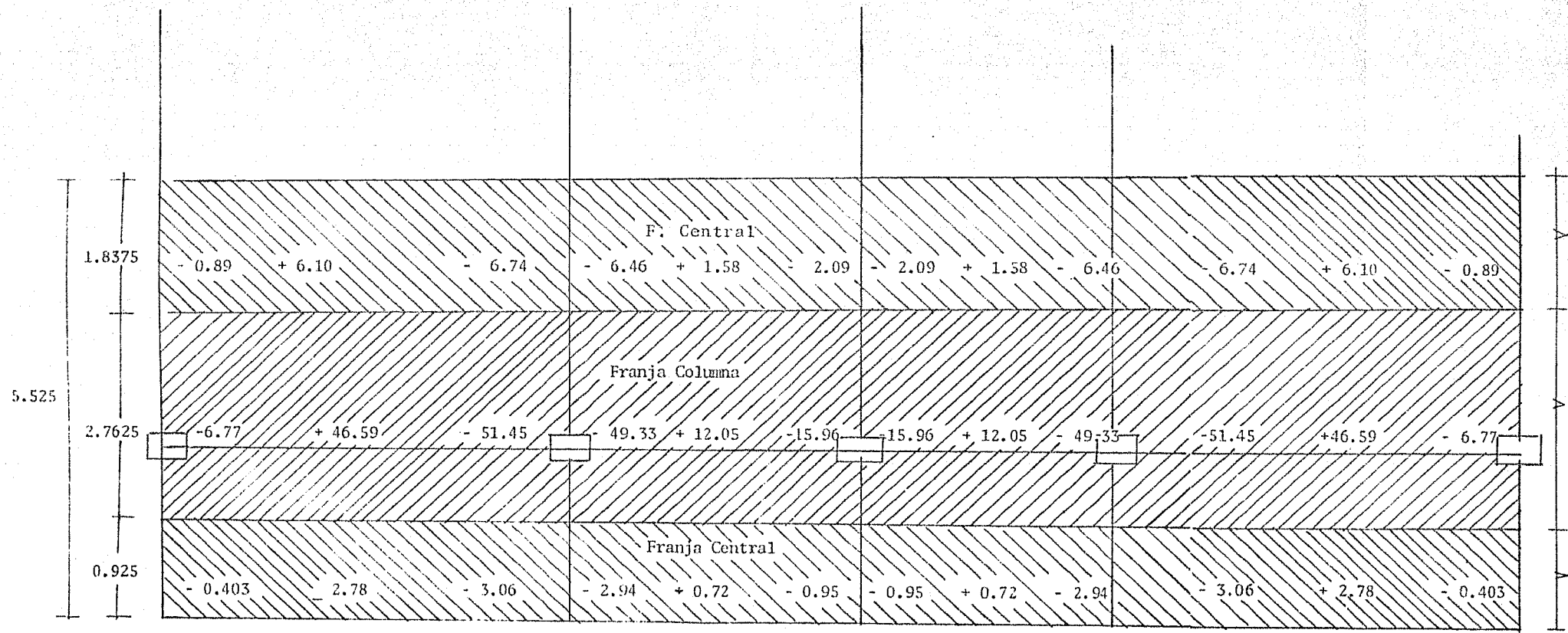
$$V_u \text{ máx} = \frac{75230}{360 \times 40} = 5.22 < 10.12$$

$$V_4 = 65.83 \text{ ton} \quad V_u \text{ máx} = \frac{65830}{360 \times 40} = 4.57 < 10.2 \text{ (se considera refuerzo mínimo).}$$



PARA MOMENTO NEGATIVO (-) EN EL PAÑO

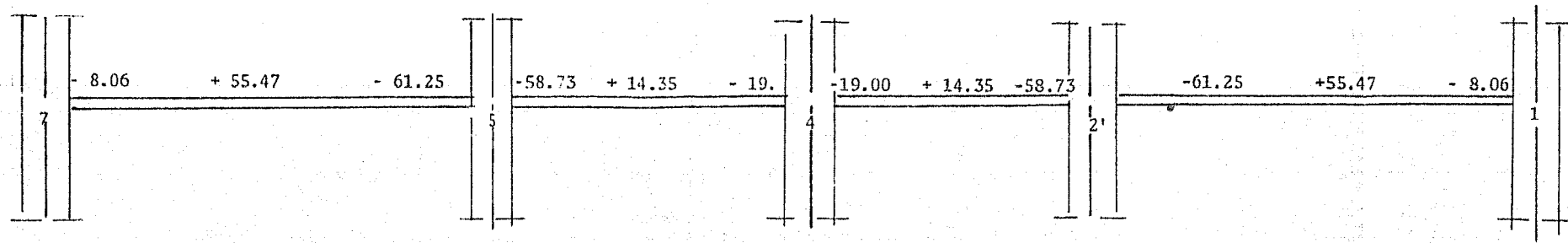




$b ; 0.16 \times \left( \frac{b}{a+b} \right) = 0.11$

84%

$a ; 0.16 \times \left( \frac{a}{a+b} \right) = 0.05$



PARA MOMENTO POSITIVO DISEÑO FRANJA COLUMNA

TRAMO 7-5

$$M_u = + 46.59 \text{ ton-m}$$

$$\rho_{\text{mín}} = \frac{0.7 \sqrt{f'c'}}{f_y} = 0.00236$$

Acero Máximo

Determinar acero condición balanceada.

$$p_b = \frac{136}{4200} \times \frac{4800}{10200} = 0.01524$$

$$\rho_{\text{máx}} = 0.75 (0.01524) = 0.01143$$

$$q_b = p_b \frac{f_y}{f'c'} = 0.05124 \times \frac{4200}{136} = 0.4706$$

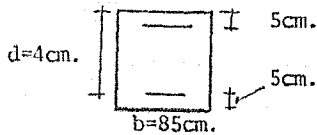
Valor máximo admisible de q como simplemente armada.

$$q_{\text{máx}} = 0.75 q_b = 0.75 (0.4706) = 0.3529$$

Momento máximo que resiste la sección como simplemente armada.

Supongo  $d = h - 5 = 45 - 5 = 40\text{cm.}$

$$M_1 = F_R b d^2 f'c' q (1-0.5q)$$



$$M_1 = 0.9 \times 85 \times 40^2 \times 136 \times 0.3529 (1 - 0.5 \times 0.3529) = 48.379 \text{ como simplemente armada.}$$

$$M_1 = 48.379 \text{ ton-m} \quad M_1 > M_u$$

∴ para  $M_u = + 46.59$  se incluyen 3 de 15 y una de 40cm.

$$\frac{M_R}{bd^2} = \frac{46.5 \times 10^5}{(3 \times 15 + 40) 40^2} = 34.26 \text{ de la graf. Fig.2. Reglamento}$$

$p = 0.0109$

Nervadura de 15cm. ;  $A_s = 0.0109 \times 15 \times 40 = 6.54 \text{ cm}^2$

Nervadura de 40cm. ;  $A_s = 0.0109 \times 40 \times 40 = 17.44 \text{ cm}^2$

FRANJA CENTRAL

$$M_u = + 6.10 \text{ ton-m} \quad 2 \text{ nervadura de 15cm.}$$

$$\frac{M_R}{bd^2} = \frac{6.10 \times 10.5}{(2 \times 15) 40^2} = 12.71$$

p = 0.0036



En una Nervadura de 15cm.  $As=0.0036 \times 15 \times 40 = 2.16 \text{cm}^2$

PARA:

$\mu = + 2.78$  , 1 nervadura de 15cm.

$$\frac{M_R}{bd^2} = \frac{2.78 \times 10^5}{15 \times 40^2} = 11.58$$

$$p = 0.0035$$

En una nervadura de 15cms .  $As = 0.0033 \times 15 \times 40 = 1.98 \text{cm}^2$

RESUMEN

FRANJA COLUMNA

	<u>As</u>	<u>#Vs</u>
Nervadura de 40cm.	17.44	9#5
Nervadura de 15cm.	6.54	5#4

FRANJA CENTRAL

PARA:  $\mu = 6.10 \text{ ton-m}$

Nervadura de 15cm. 2.16 3#3

PARA:  $\mu = 2.78 \text{ ton-m}$

Nervadura de 15cm. 1.98 4#2.5

MOMENTO NEGATIVO COL. 7 EJE B (Mu= - 8.06 ton-m)

RESUMEN

FRANJA COLUMNA

	<u>As</u>	<u>N°Vs.</u>
Nervadura de 15cms.	1.42	2#3
Nervadura de 40cm.	3.78	3#4

FRANJA CENTRAL

Para  $\mu = -1.36 \text{ ton-m}$

Nervadura de 15cm. 1.42 2#3

Para  $\mu = -0.62 \text{ ton-m}$

Nervadura de 15cm. 1.42 2#3

MOMENTO NEGATIVO COL. 5 EJE B.

(Mu = -61.25 ton-m).

RESUMEN

FRANJA COLUMNA

	<u>As</u>	<u>#Vs</u>	<u>A's</u>	<u>#Vs</u>
Nervadura de 40cm.	26.18	7#7	8.48	3#6
Nervadura de 15cm.	9.82	5#5	3.18	7#2.5

FRANJA CENTRAL

Mu = -6.74 ton-m

Nervadura de 15cm. 2.40 5#2.5

Mu = -3.06 ton-m

Nervadura de 15cm. 2.22 3#3

MOMENTO POSITIVO COL. 4 EJE B

(Mu = -14.35 ton-m)

RESUMEN

FRANJA COLUMNA

	<u>As</u>	<u>#Vs</u>
Nervadura de 15cm.	3.12	5#3
Nervadura de 40cm.	8.32	3#6

FRANJA CENTRAL

Mu = -2.45 ton-m

Nervadura de 15cm. 1.42 2#3

Mu = -1.11 ton-m

Nervadura de 15cm. 1.42 2#3

NIVEL \ COL.	7	5	4	2'	1
AZOTEA 7	33.18	58.17	51.04	58.17	33.18
6	64.45	112.97	99.14	112.97	64.45
5	96.10	168.10	147.55	168.10	96.10
4	127.72	223.22	195.95	223.22	127.72
3	159.19	277.86	244.21	277.86	159.19
2	189.77	331.10	290.97	331.10	189.77
1	221.19	385.18	338.58	385.18	221.19
0					

TABLA 41 BAJADA DE CARGAS (TON).

DISEÑO DE COLUMNAS

Efectos de esbeltez ; se desprecia

Si  $\frac{H'}{r} < 22$

$H = 215 \text{ cm.}$

NUDO 7

$$\nu = \frac{\sum I/Lc}{\sum I/Lb}$$

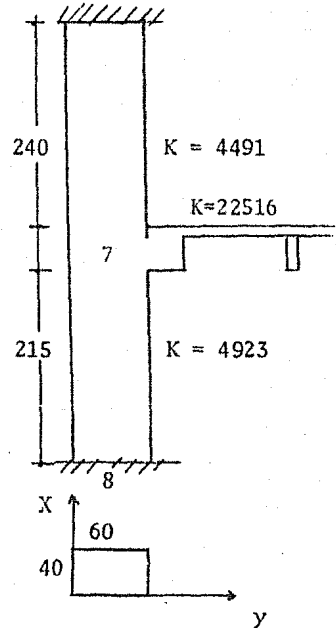
$$\nu = \frac{4491 + 4923}{22516} = 0.418$$

NUDO 8

$\nu = 0$

Del Monograma :  $K = 0.70$

$$H' = KH = 0.70 \times 215 = 150.5 \text{ cm.}$$



Del reglamento D.F., para secciones rectangulares, el radio de giro (r), puede tomarse igual a 0.30 por la dimensión de la sección en la dirección considerada.

En la dirección Y- Y

$$r = 0.3 h = 0.3 (60) = 18 \text{ cm.}$$

$$\frac{H'}{r} = \frac{150.5}{18} = 8.36 \text{ cm.} < 22 \therefore \text{ No se consideran efectos de esbeltez.}$$

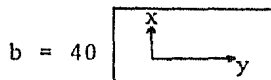
Refuerzo mínimo (Reglamento D.F.).

$$\frac{20}{fy} < \frac{\text{Area refuerzo vertical}}{\text{Area total de la sección}} < 0.08$$

$$0.00476 \cong \frac{Av}{Ar} \cong 0.08$$

FLEXION .- COLUMNA 7 3er. NIVEL

60 cm.



Primer tanteo

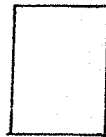
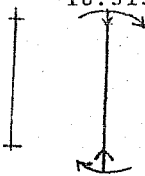
$$d = 54, b = 40, h = 60$$

$$\frac{d}{h} = \frac{54}{60} = 0.90$$

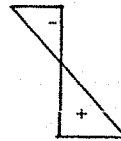
$$P_u = 159.19 \times 1.4 = 222.87$$

$$-18.513 = M_u$$

2.15m.



$$M_r = 18.513$$



Curvatura Doble

$$- 9.301$$

$$P_u$$

$$N_r = 222.87$$

$$M_r = 9.301 \quad V_r = 12.94 \text{ ton.}$$

$$V_r = \frac{18.513 + 9.301}{2.15} = 12.94 \text{ ton}$$

FIG.5. REGLAMENTO.

$$K = \frac{P_u}{F_R b h f''c} = \frac{22.87 \times 10^3}{0.9 \times 40 \times 60 \times 136} = 0.80$$

$$\Rightarrow q \doteq 0.1$$

$$R = \frac{M_u}{F_R b h^2 f''c} = \frac{18.513 \times 10^5}{0.9 \times 40 \times 60^2 \times 136} = 0.105$$

$$\rho = q \frac{f''c}{P_y} = 0.1 \frac{136}{4,200} = 0.00323$$

$$A_{sv} = \rho b h = 0.00323 \times 40 \times 60 = 7.752 \text{ cm}^2$$

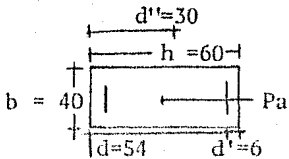
$$\frac{A_v}{A_t} = \frac{7,752}{40 \times 60} = 0.00323 < 0.00476$$

No satisface por lo que se continúa el diseño por otra forma.

Disñaremos simétricamente, mediante varillas colocadas en las dos caras de la sección.

COLUMNA 7 3er. NIVEL

$$A' = A_s$$



$$c = \frac{M_u}{P_u} = \frac{18.513 \times 10^5}{222.87 \times 10^3} = 8.31 \text{ cm.}$$

Nota: Para miembros reforzados, simétrica mente el centroide plástico corresponde al centro de la sección transversal  $d'' = 30$ .

$$f'_c = 220 \text{ kg/cm}^2, \quad f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$$

$$d = 60 - 6 = 54 \quad d' = 6, \quad d'' = 30, \quad ; \quad \beta = 0.85$$

$$ab = \frac{0.003 E_s}{f_y + 0.003 E_s} \beta_1 d = \frac{0.003 \times 2 \times 10^6}{4200 + 0.003 \times 2 \times 10^6} \times 0.85 \times 54 = 27 \text{ cm.}$$

$$\frac{f_y}{E_s \times 210^6} = 0.002$$

$$\epsilon'_s = 0.003 \frac{a - \beta_1 d'}{a} = \frac{f_y}{E_s} = 0.002$$

$$0.003 \frac{27 - 0.85 \times 6}{27} = 0.0024 > 0.002$$

En consecuencia, el acero está cediendo,  $f'_s = f_y$ , en falla balanceada. Substituyendo  $a_b$  en la ecuación 5.17 (libro de Park, Paulay), y notando que  $f'_s = f_y$  y  $A'_s = A_s$ , tenemos:

$$P_b = \beta (0.85 f'_c ab) = 0.7 (0.85 \times 200 \times 27 \times 40) = 128520 \text{ Kg.}$$

Si  $P_u = 222870 \text{ Kg} > 128520 \text{ Kg}$  ; en consecuencia,

$P_u > P_b$  (es decir, ocurre una falla a compresión, ya que la mayor carga significa que  $c > c_b \therefore f_s < f_y$

Adicionalmente  $0.1 f'_c A_g = 0.1 \times 200 \times 40 \times 60 = 4800 < 222870$  ;

por lo tanto,  $\beta = 0.7$

$$A_s = A'_s = 0.5 A_{st}$$

"Usando la Teoría Exácta" :

De las ecuaciones 5.17 y 5.24 tenemos:

$$P_u = \beta (0.85 f'_c ab + A'_s f_y - A_s f_s)$$

$$222870 = 0.7 [ 0.85 \times 200 \times 40 \times 60 + 0.5 A_{st} \times 4200 - 0.5 A_{st} (f_s) ]$$

$$\text{Pero } f_s = 0.003 \frac{\beta_1 d - a}{a} E_s$$

$$222870 = 0.7 [ 0.85 \times 200 \times 40 \times a + 0.5 A_{st} \times 4200 - 0.5 A_{st} (0.003 \frac{\beta_1 d - a}{a} \times E_s) ]$$

$$= 0.7 [ 0.85 \times 200 \times 40 \times a + 0.5 A_{st} \times 4200 - 0.5 A_{st} (0.003 \frac{0.85 \times 54 - a}{a} \times 2 \times 10^6) ]$$

$$222870 = 0.7 [6800 a + 2100 A's - 0.5 A's \left( \frac{0.1377 - 0.003a}{a} \right) 2 \times 10^6]$$

Desarrollando llegamos a:

$$A's = \frac{222870 a - 4760 a^2}{3570 a - 96390} \quad (I)$$

De las ecuaciones 5.19 y 5.24 tenemos:

$$P_u e = [0.85 f'_c ab(d-d'' - 0.5a) + A's f_y (d-d' - d'') + A_s f_s d'']$$

$$222870 \times 8.31 = 0.7 [0.85 \times 200 \times 40 (54 - 30 - 0.5a) + 0.5 A's \times 4200 (54 - 6 - 30) + 0.5 A's \times 0.003 \left( \frac{0.85 \times 54 - a}{a} \right) 2 \times 10^6 \times 30] =$$

Y Desarrollando obtenemos:

$$A's = \frac{2380a^3 - 114240 a^2 + 1852050a}{2891700 - 36540 a} \quad (II)$$

Igualando (I) y (II), y despejando a, obtenemos:

$$a = 39.62 \text{ cm.}$$

Nótese que  $c > C_b$  y el diagrama de deformaciones, muestra que el acero de compresión está cediendo en éste caso.

Usando la ecuación 5.28 de Whitney.

$$P_u = \phi \left[ \frac{A's f_y}{e} + 0.5 \frac{bh f'_c}{d^2} + 1.18 \right]$$

$$222870 = 0.7 \left[ \frac{A's \cdot 4200}{8.31} + 0.5 \frac{40 \times 60 \times 200}{54^2} + 1.18 \right]$$

$$222870 = 0.7 (6239.55 A's + 283526.60)$$

$$222870 = 4367.70 A's + 198468.62$$

$$A's = \frac{24401.38}{4367.70} = 5.6 \text{ cm}^2$$

$$\therefore A's = 5.6 \text{ cm}^2 \quad \text{y} \quad A_s = 5.6 \text{ cm}^2$$

$$\underline{A's = 11.20 \text{ cm}^2} \quad \text{acero mínimo.}$$

FLEXION.- COLUMNA 5 3er. NIVEL

Primer Tanteo.

$$d = 54, \quad b = 40, \quad h = 60$$

$$\frac{d}{h} = \frac{54}{60} = 0.9$$

$$P_u = 277.86 \times 1.4 = 389.$$

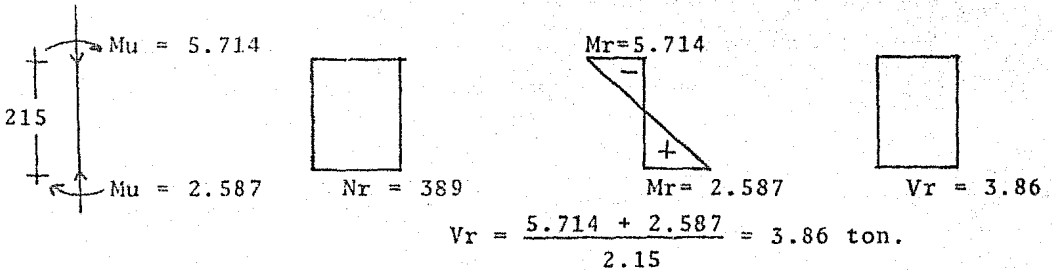


FIG. 5 REGLAMENTO.

$$K = \frac{P_u}{F_R \quad b h \quad f''c} = \frac{389 \times 10^3}{0.9 \times 40 \times 60 \times 136} = 1.32$$

$$R = \frac{M_u}{F_R \quad b h^2 \quad f''c} = \frac{5.714 \times 10^5}{0.9 \times 40 \times 60^2 \times 136} = 0.032$$

$$\Rightarrow q = 0.40$$

$$\rho = q \frac{f''c}{f_y} = 0.40 \frac{136}{4200} = 0.01295$$

$$A_{su} = \rho b h = 0.01295 \times 40 \times 60 = 31.08 \text{ cm}^2$$

$$\frac{A_v}{A_t} = \frac{31.08}{40 \times 60} = 0.01295$$

$$0.00476 < 0.01295 < 0.08$$

Por lo tanto satisface.

$V_u = V_y = 3.86 \text{ ton.}$  fuerza cortante de diseño.

como  $p > 0.01$  ;  $\frac{L}{h} = \frac{215}{60} = 3.58 < 4$

$$V_{cr} = 0.5 F_R b d \sqrt{f''c} (3.5 - 2.5 \frac{M}{V d}) > 1.0$$

$$V_{cr} = 0.5 \times 0.8 \times 40 \times 54 \sqrt{160} (3.5 - 2.5 \frac{(2.587 \times 10^5)}{3.86 \times 10^3 \times 54}) = 46.524 \text{ ton.}$$

Pero sin que se tome  $V_{cr}$  mayor que 10.928ton.

$V_u < V_{cr}$  se colocará acero por especificación.



FLEXION COLUMNA 4 3er. NIVEL

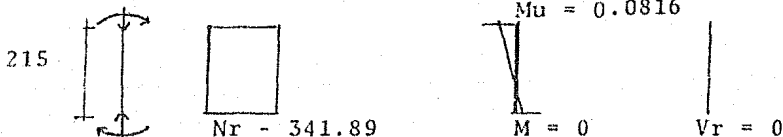
Primer Tanteo.

$d = 54, \quad b = 40, \quad h = 60$

$e = \frac{Mu}{Pu} = \frac{0.0816 \times 10^5}{341.89 \times 10^3} = 0.023 \text{ cm.}$

$\frac{d}{h} = \frac{54}{60} = 0.90$

$Pu = 244.21 \times 1.4 = 341.89$



$K = \frac{Pu}{F_R \cdot bh \cdot f''c} = \frac{341.89 \times 10^3}{0.9 \times 40 \times 60 \times 136} = 1.164$

$\Rightarrow q = 0.11$

$R = 0$

$\rho = 0.1 \times \frac{136}{4200} = 0.00323 < 0.00476$  por lo que no satisface.

Vamos a diseñar simétricamente, mediante varillas colocadas en las dos caras de la sección  $A's = A_s$ , como en la Columna 7.

Los datos que corresponde a la Columna 4, serán los mismos de la columna 7.

$341890 > 1288520$

Se concluye que  $Pu > Pb$  (es decir ocurre una falla compresión), Ya que la mayor cargas significa que  $C > Cb \therefore fs < fy$

$0.1 f'c Ag = 0.1 \times 200 \times 40 \times 60 = 48000 < 341890 \therefore \phi = 0.7$

Usando la teoría exacta (Libro estructuras de concreto Park, Paulay), haciendo el mismo desarrollo que en la columna 7, llegamos a los siguientes resultados:

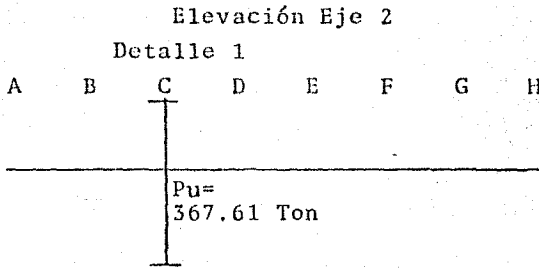
$A_{st} = 19.44 \text{ cm}^2$

Nota: Este diseño se hizo a base de columnas cortas cargadas excéntricamente con flexión uniaxial, (resistencia de miembros sometidos a flexión y a carga axial).

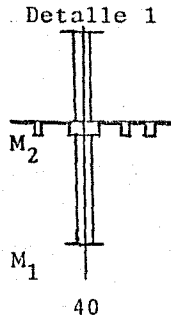
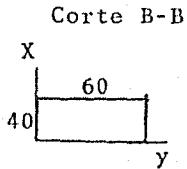
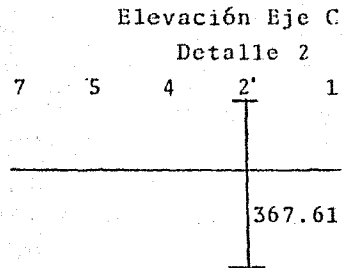
Se consideraron las fórmulas que aparecen en el libro de PARK, PAULAY (Estructuras de concreto reforzado).

DIMENSIONAMIENTO DE UNA COLUMNA POR FLEXOCOMPRESION.

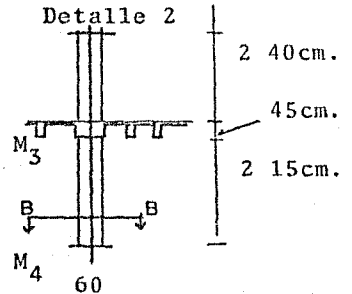
Como base de ilustración, se considera la columna 2-C y se le dará el mismo valor del momento que corresponde a la columna 4-B en la dirección "y". Esto se hizo, ya que no se obtuvieron todos los valores de cada una de las columnas de la planta 3er. nivel. Desde un principio no se consideró una de las columnas dentro de la franja en la dirección "x" e "y", (ver planta, figura II-3.).



Columna C-2 3er. nivel



Dirección x



Dirección y

FUERZAS INTERNAS DE DISEÑO:

	<u>Extremo Inferior</u>	<u>Extremo Superior</u>
Dirección X CV + CM	$M_u = 15.62 = M_1$	$M_u = 31.30 \text{ ton-m} = M_2$
Dirección y CV + CM	$M_u = 0 = M_4$	$M_u = 0.0816 \text{ ton-m} = M_5$

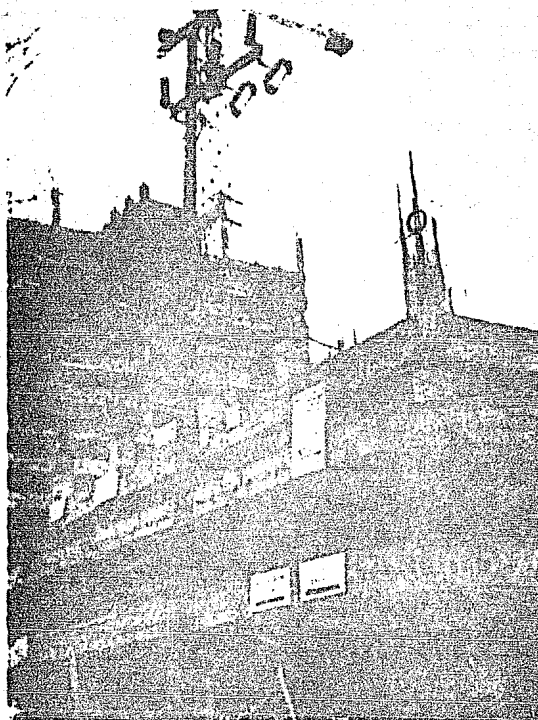


FOTO 11

Se observa en la estructura el armado  
de las columnas.

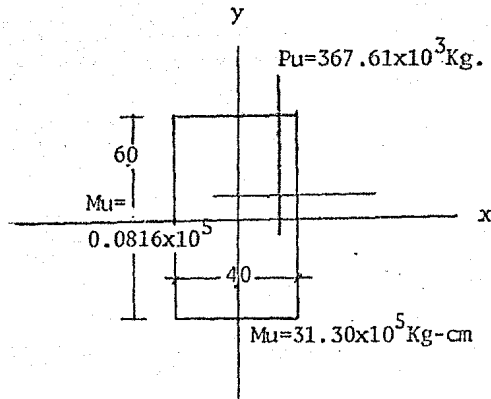
REVISION .- Fórmula de Bressler:

Calculamos con las expresiones por resistencia a flexión los momentos  $M_x$  y  $M_y$

$$M_R = F_R b d^2 f''c q (1-0.5 q)$$

donde:

$$\begin{aligned} b &= \text{ancho de la sección} \\ d &= \text{peralte efectivo} \\ f''c &= 0.85 f^*c \\ q &= \frac{p f_y}{f''c} \\ p &= \frac{A_s}{b d} \end{aligned}$$



$$e_x = \frac{M_u}{P_u} = \frac{31.30 \times 10^5}{367.61 \times 10^3} = 8.5 \text{ cm}$$

$$e_y = \frac{M_u}{P_u} = \frac{0.0816 \times 10^5}{367.61 \times 10^3} = 0.022 \text{ cm}$$

pero tomamos:

$$e_{acc} = 0.005h = 0.005 \times 60 = 3.0 \text{ cm} > 2 \text{ cm}$$

( $e_{acc}$  = excentricidad accidental)

Cálculo de  $P_{Ro}$

Supongo  $p = 0.06$  ( $A_s = pbd = (0.06 \times 40 \times 60) = 144 \text{ cm}^2$   
 $(0.00476 \ll p \ll 0.08)$ )

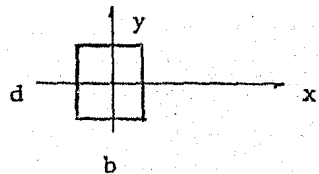
$$P_{Ro} = F_R (f''c A_c + A_s f_y) = 0.85 (136 \times 40 \times 60 + 144 \times 4200) = 791.52 \text{ ton}$$

$$\underline{P_{Ro} = 791.52 \text{ ton.}}$$

Cálculo de momentos por flexión.

$$M_x = F_R b d^2 f''c q (1-0.5 q) \quad (I)$$

$$q = p \frac{f_y}{f''c} = 0.06 \frac{4200}{136} = 1.85$$



$$M_R = 0.9 \times 40 \times 60^2 \times 136 \times 1.85 (1 - 0.5 \times 1.85) = 24.46 \text{ ton-m}$$

$$M_x = 24.46 \text{ ton-m} \quad \times 1.4 = 34.24 \text{ ton-m}$$

$$M_y = 0.9 \times 60 \times 40^2 \times 136 \times 1.85 (1 - 0.5 \times 1.85) = 16.30 \text{ ton-m}$$

$$M_y = 16.30 \times 1.4 = 22.82 \text{ ton-m}$$

Por lo consiguiente, las cargas serán:

$$P_{Rx} = \frac{34.34 \times 10^5}{8.5} = 404 \text{ ton}$$

$$P_{Ry} = \frac{22.82 \times 10^5}{3.0} = 761 \text{ ton}$$

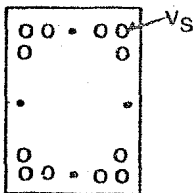
Aplicando la fórmula de Bressler:

$$P_R = \left( \frac{1}{P_{Rx}} + \frac{1}{P_{Ry}} - \frac{1}{P_{Ro}} \right)^{-1}$$

$$P_R = \left( \frac{1}{404} + \frac{1}{761} - \frac{1}{791.52} \right)^{-1} = \frac{1}{0.0025}$$

$$P_R = 395.89 > 367.61 \text{ ton.}$$

Se acepta  $A_s = 144 \text{ cm}^2$



$$A_s = 144 \text{ cm}^2$$

$$12 \text{ Vs} \# 12 = 136.80 \text{ cm}^2$$

$$4 \text{ Vs} \# 5 = \underline{7.92 \text{ cm}^2}$$

$$144.72 \text{ cm}^2$$

Diseño por cortante.

$$V_x = \frac{15.62 + 31.30}{8.00} = 5.865 \text{ ton}$$

$$V_y = \frac{0.0816}{8.00} = 0.0102 \text{ ton}$$

$$V_{ut} = \sqrt{V_{ux}^2 + V_{uy}^2} = \sqrt{5.865^2 + 0.0102^2}$$

$$V_{ut} = 5.86 \text{ ton.}$$

$$V_{cR} = 0.8 \times 0.5 \times 40 \times 60 \sqrt{200} = 13.58 \text{ ton.}$$

### REFUERZO TRANSVERSAL POR ESPECIFICACION

La reparación de los estribos será cualquiera que resulte menor de las siguientes expresiones;

$$S = \frac{850}{f_y} d = \frac{850}{4200} \times 5.07 = 66.5 \text{ m} \quad \text{donde: } d = \text{diámetro de la varilla o de la varilla más delgada del paquete.}$$
$$S = 48 \phi = 48 \times 5.07 = 243 \text{ m.} \quad \phi = \text{diámetro de la varilla del estribo.}$$
$$S = t = 40 \quad t = \text{menor dimensión de la columna.}$$

Diámetro de los estribos.

$$A_v f_y \geq 0.02 f_y A_s$$

$$A_v f_y = 0.02 f_y A_s$$

$A_s =$  varilla o paquete de Vs.

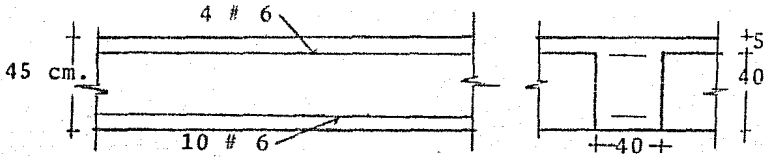
$$A_v = 0.02 \quad A_s = 0.02 \times 11.40 \times 1.0 = 0.228 \text{ cm}^2$$

$$\text{con varilla de } \# 2 \quad A_v = 0.32 \text{ cm}^2$$

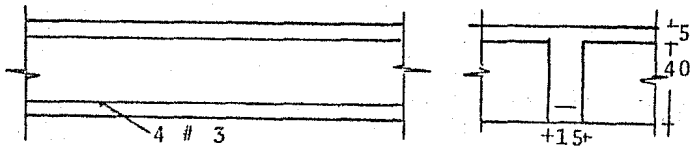
$$\text{@ } 40 \text{ cm.}$$

para varilla de # 8 ; Estribos # 2 @ 30 cms.

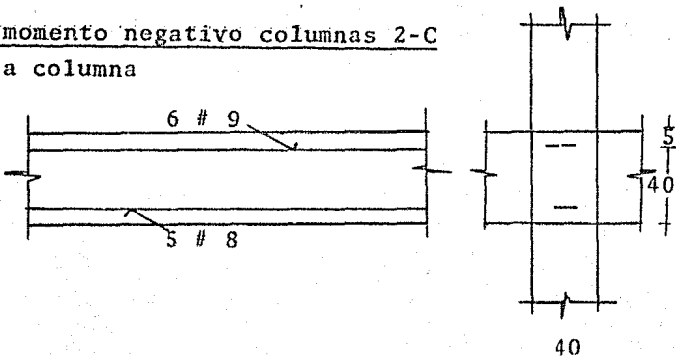
Refuerzo por flexión en el tramo de la nervadura del eje 2  
Franja columna claro A-C



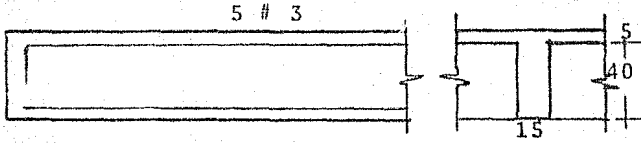
Franja Central claro A-C



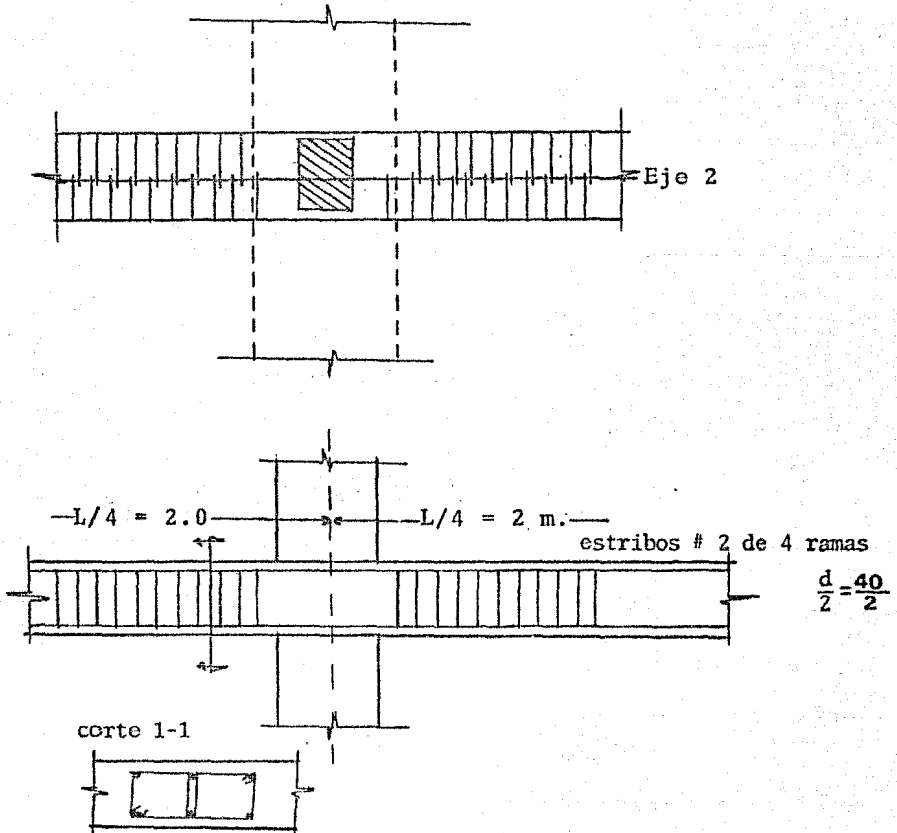
Para momento negativo columnas 2-C  
Franja columna



Franja Central



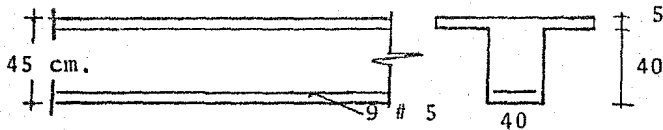
Refuerzo transversal mínimo sobre eje 2



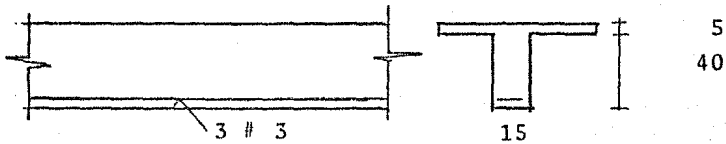


Refuerzo por flexión en el tramo de la nervadura del -  
eje B.

Franja columna claro 7-5

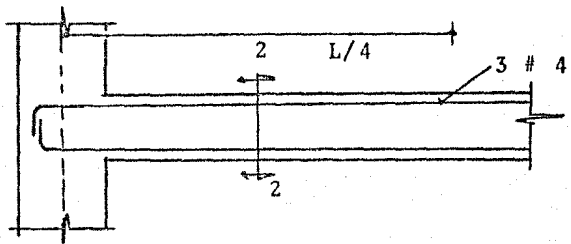


Franja central claro 7-5

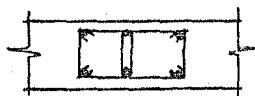


Para momento negativo columna 7

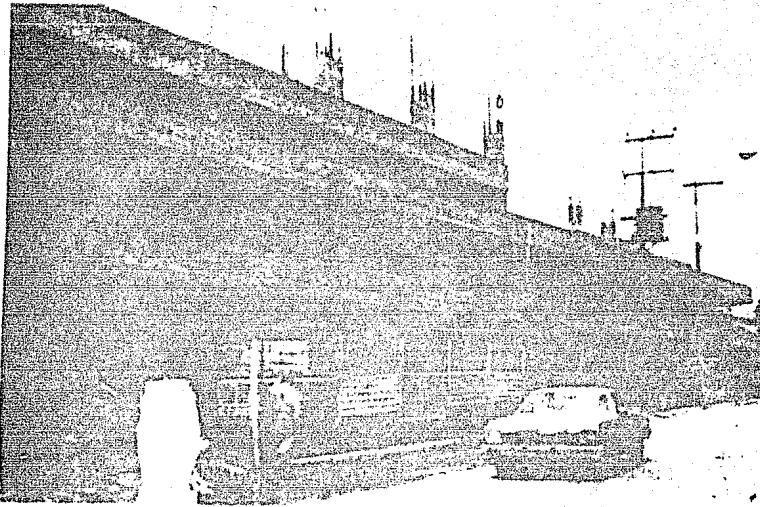
Franja columna



Corte 2-2

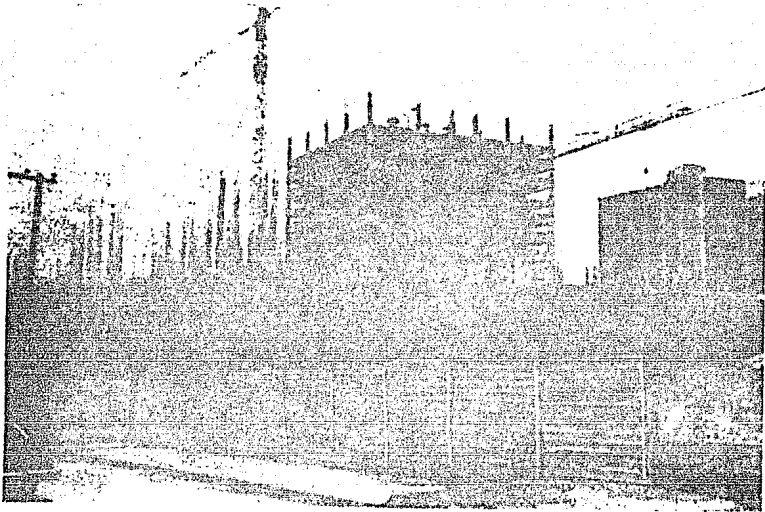


Nota: No se muestra  
todo el refuerzo, sino  
únicamente los cortes  
indicados arriba.



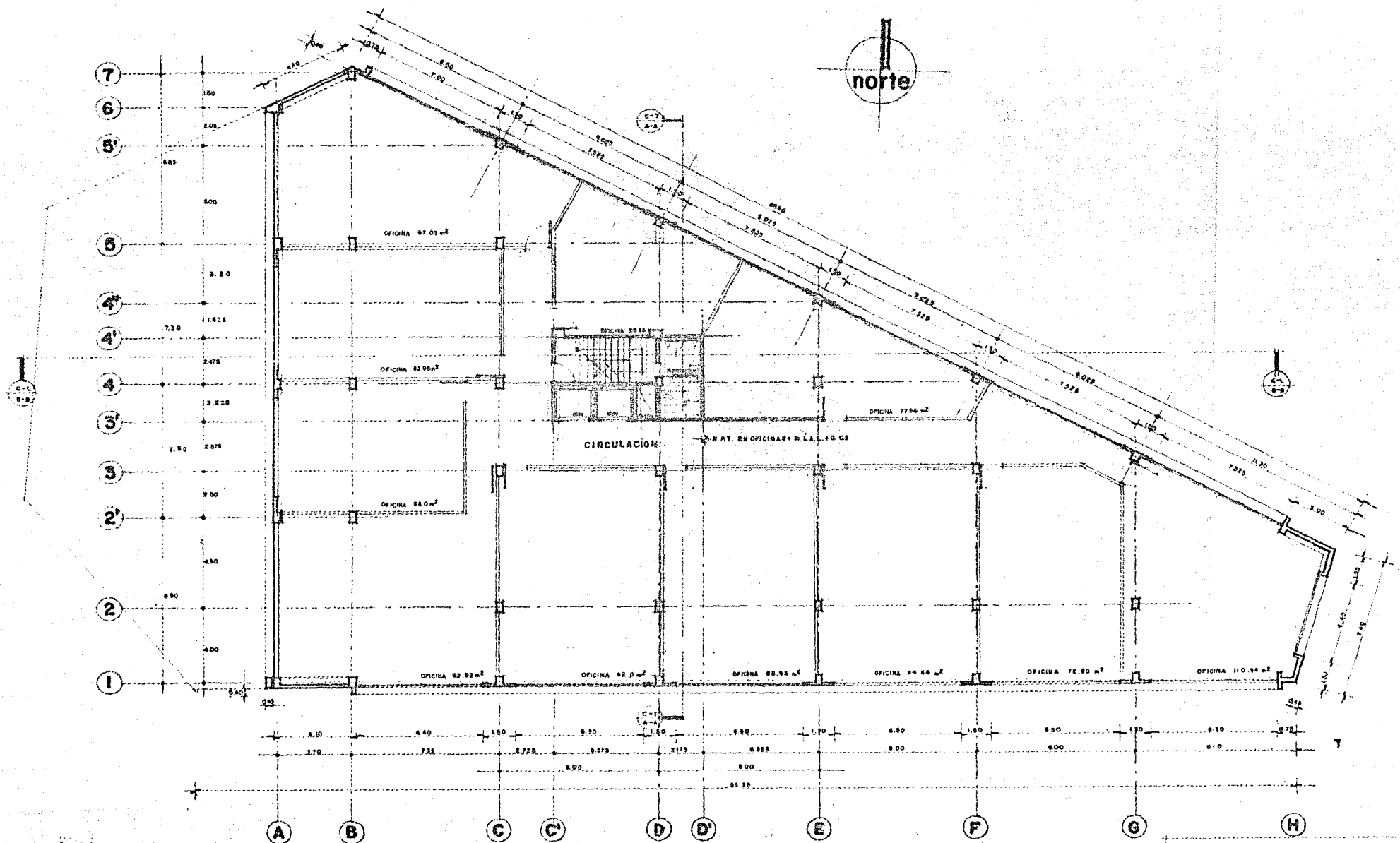
12

13



FOTOS

VISTA PANORAMICA DE ESTRUCTURAS  
DE CONCRETO. SE OBSERVA EL ARMA-  
DO DE LAS COLUMNAS.



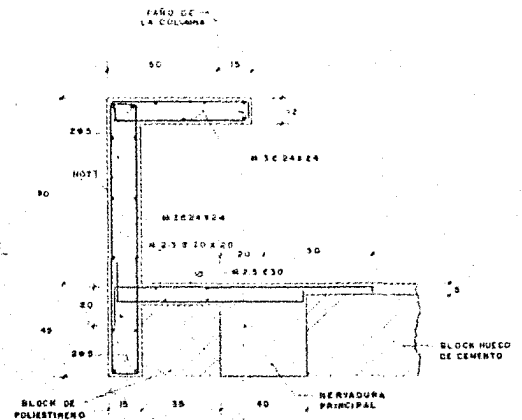
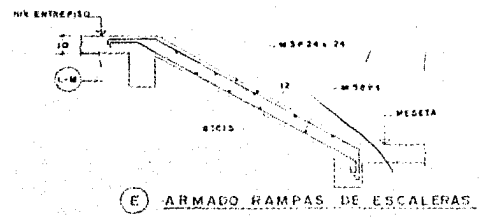
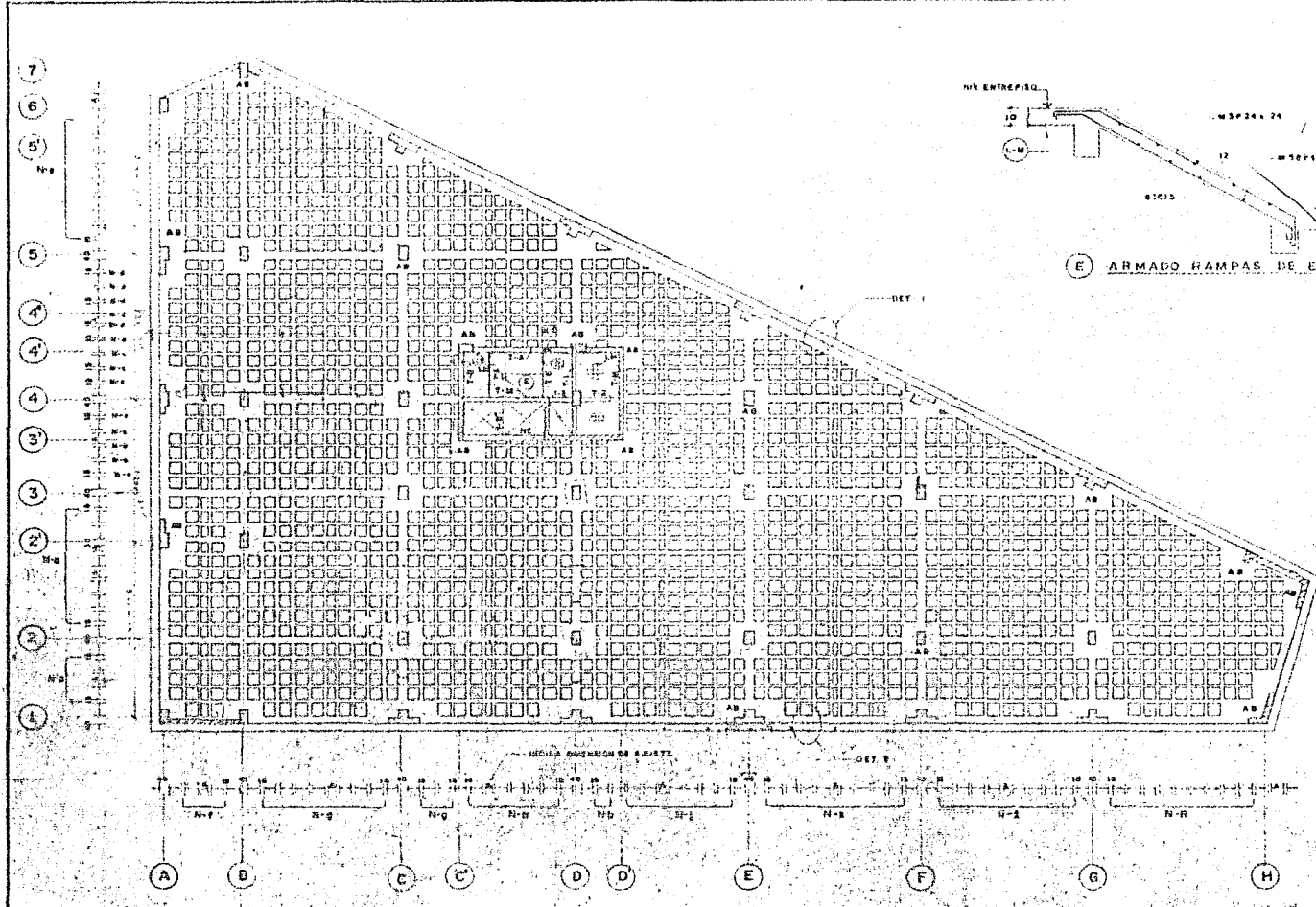
OFICINAS 926.17 m<sup>2</sup>  
 SUB VEHICULO POR PLANTA 107.40 m<sup>2</sup>  
 CIRCULACIONES 1.033.87 m<sup>2</sup>  
 TOTAL 4 PLANTAS TIPO: 4,134.20 m<sup>2</sup>

**EDIFICIO DE OFICINAS EN CONDOMINIO**  
 UBICADO EN DR. HAVARDO 33, COL. DOCTORES, MEXICO, DF. DELEG. CUJUMTEMOC  
 PROPIEDAD DE INMOBILIARIA ALEVIA  
**PLANTA TIPO DE OFICINAS**

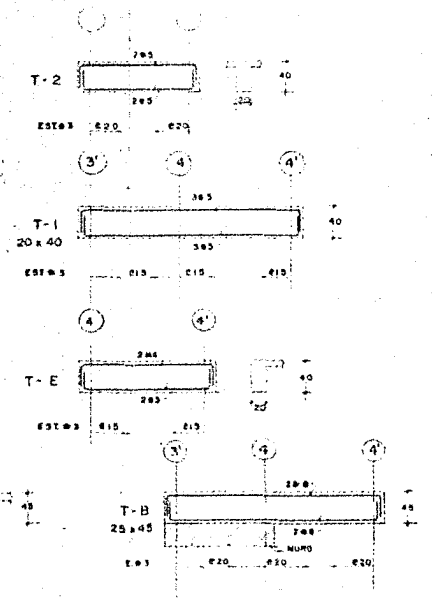
**A-5**

PROYECTO:  
 PERITO:

ESCALA 1:100  
 ACOTACIONES EN M.



NOTA I - SE DEBERAN HABILIR ENTRECALLES PARA CONTROL DE FIGURAS DE TEMPERATURA



**LOSA RETICULAR DE PLANTA TIPO**



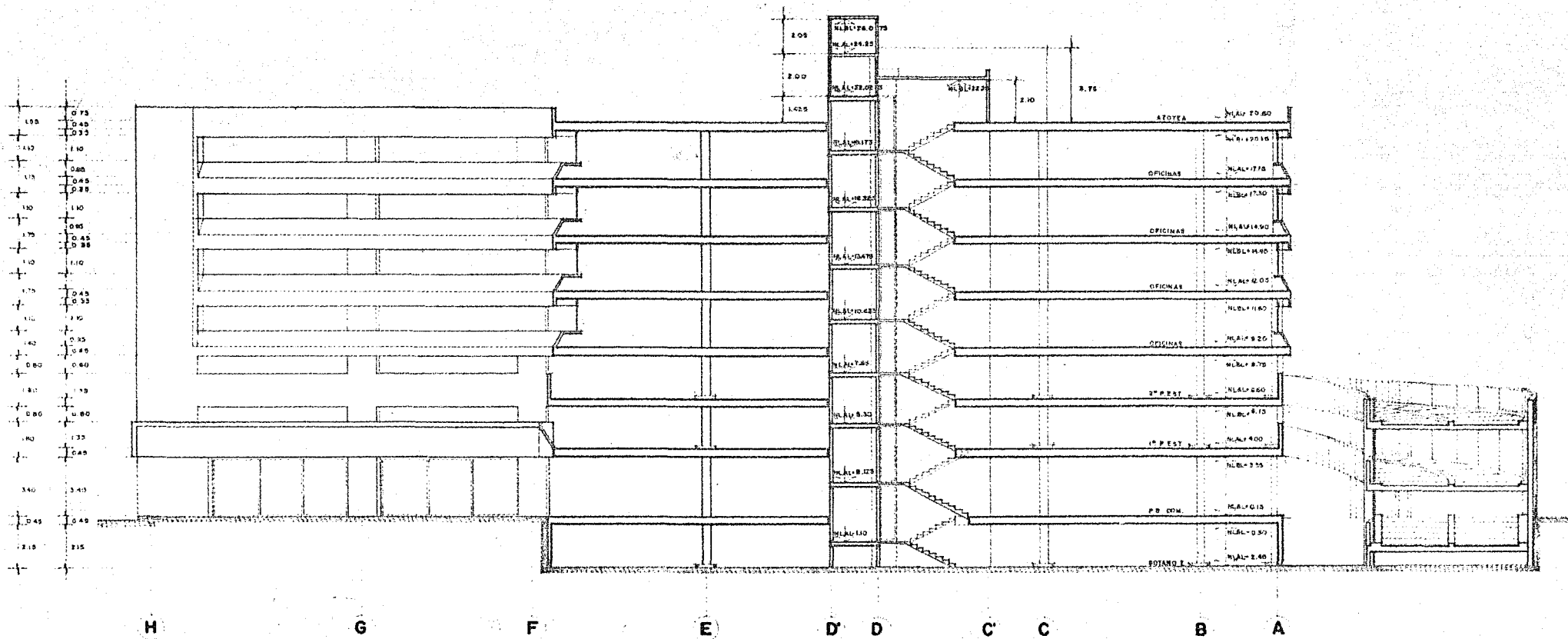
**DETALLE DE LOSA RETICULAR**

**DETALLE DE ARMADO EN ABACOS**

NOTA (1) - CASERON TIPO DE HORRCONADO EXCEPTO LOS ANTIQUOS CON AC Y LA LETRA 'B'.

**ARMADO DE LOSAS MACIZAS**

EDIFICIO DE OFICINAS		
USIC OR. NAVARRO		
LOSA DE PLANTA TIPO		
T. 1. 1. 1.		
REVISOR N.º 6	FIGURAS VARIAS	MARK E-7



**EDIFICIO DE OFICINAS EN CONDOMINIO**  
 UBICADO EN DR. NAVARRO 95, COL. DOCTORES, MEXICO, DF, DELEG. CUAMANTEMOC.  
 PROPIEDAD DE INMOBILIARIA ALEVIA

**CORTE B-B**

PROYECTO  
 PERITO

ESCALA: 1:100  
 ACOTACIONES EN M.

**A-8**

## V. CONCLUSIONES.

EN LA PRESENTE TESIS, SE TRATÓ DE ILUSTRAR QUE EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE, ES APLICABLE A ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO.

EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE, ES SATISFACTORIAMENTE APLICABLE A LAS ESTRUCTURAS DE CONCRETO PARA LOSAS RETICULARES.

NOS FACILITA LA DISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS TOTALES A LO ANCHO DE LA FRANJA DE COLUMNA Y FRANJA CENTRAL QUE CON MÉTODOS HABITUALES DEL ACI. (MÉTODO DIRECTO DE DISEÑO).

EL PROCEDIMIENTO DEL MARCO EQUIVALENTE SE APLICA POR IGUAL COMO EL MÉTODO DIRECTO DE DISEÑO DEL REGLAMENTO ACI. CON LA DIFERENCIA DE QUE LOS MOMENTOS FLEXIONANTES A LO LARGO DE LOS TRAMOS, SON OBTENIDOS DEL MARCO RÍGIDO EQUIVALENTE.

EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE, ES APLICABLE A LOSAS CON O SIN VIGAS.

OSCAR M. GONZALEZ WEVAR, -  
FRANCISCO ROBLES F.V., JUAN  
CASILLAS G. DE L., ROGER -  
DIAZ DE COSSIO.

ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL CON  
CRETO REFORZADO (MÉTODO DEL -  
MARCO EQUIVALENTE).

J. STERLING KINNEY.

ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS INDE-  
TERMINADAS. PAG.159-165 (MÉ-  
TODO DE LA VIGA CONJUGADA).

R. PARK T. PAULAY

ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFOR-  
ZADO, PAG.123-149 (RESISTENCIA  
DE MIEMBROS SOMETIDOS Y FLE- -  
XIÓN Y CARGA AXIAL,  
PAG.83-96 (ANÁLISIS DE SECCIO-  
NES DOBLEMENTE REFORZADAS.

REGLAMENTO DEL D. DISTRITO  
FEDERAL (77).

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE ES- -  
TRUCTURAS DE CONCRETO NORMAN -  
TECNICAS, COMPLEMENTARIAS DEL  
REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES -  
PARA EL DISTRITO FEDERAL.

FITZGERALD.

RESISTENCIA DE MATERIALES, PAG.  
195-198.

MURRIETA NECOECHEA.

APLICACIONES DE LA ESTADÍSTICA  
PAG. 169-178 (MÉTODO NEWMARK).

GEORGE WINTER, ARTHUR H. NIL  
SON.

DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES,  
PAG. 208-224

## V. CONCLUSIONES.

EN LA PRESENTE TESIS, SE TRATÓ DE ILUSTRAR QUE EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE, ES APLICABLE A ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFORZADO.

EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE, ES SATISFACTORIAMENTE APLICABLE A LAS ESTRUCTURAS DE CONCRETO PARA LOSAS RETICULARES.

NOS FACILITA LA DISTRIBUCIÓN DE MOMENTOS TOTALES A LO ANCHO DE LA FRANJA DE COLUMNA Y FRANJA CENTRAL QUE CON MÉTODOS HABITUALES DEL ACI. (MÉTODO DIRECTO DE DISEÑO).

EL PROCEDIMIENTO DEL MARCO EQUIVALENTE SE APLICA POR IGUAL COMO EL MÉTODO DIRECTO DE DISEÑO DEL REGLAMENTO ACI. CON LA DIFERENCIA DE QUE LOS MOMENTOS FLEXIONANTES A LO LARGO DE LOS TRAMOS, SON OBTENIDOS DEL MARCO RÍGIDO EQUIVALENTE.

EL MÉTODO DEL MARCO EQUIVALENTE, ES APLICABLE A LOSAS CON O SIN VIGAS.



B I B L I O G R A F I A

=====

ACI 318-71 Y 77

MARCO EQUIVALENTE.

CHU-KIA WANG, CHARLES G.  
SALMON.

REFORCED CONCRETO DESIGN  
3A. EDITHION (THE EQUI-  
VALENTE-FRAME METHOD).

PARCEL MOORMAN

ANÁLISIS OF STATICALLY IN  
DETERMINATE STRUCTURES.

MAUGH L.C.

STATICALLY INDETERMINATE  
STRUCTURE (BEAM WITH VA  
RIABLE CROSS SECTION).

JOHN I. PARCEL, ROBERTO B.B.  
MOORMAN.

ANÁLISIS OF STATICALLY IN  
DETERMINATE STRUCTURES -  
(MEMBERS WITH VARIABLE I).

CHARON

MÉTODO DE CROSS.

JOSE M. COVARRUBIAS SOLIS

APUNTES DEL MÉTODO DE  
NEWMARK.

OSCAR M. GONZALEZ WEVAR, -  
FRANCISCO ROBLES F.V., JUAN  
CASILLAS G. DE L., ROGER -  
DIAZ DE COSSIO.

J. STERLING KINNEY.

R. PARK T. PAULAY

REGLAMENTO DEL D. DISTRITO  
FEDERAL (77).

FITZGERALD.

MURRIETA NECOECHEA.

GEORGE WINTER, ARTHUR H. NI  
SON.

ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL CON  
CRETO REFORZADO (MÉTODO DEL -  
MARCO EQUIVALENTE).

ANÁLISIS DE ESTRUCTURAS INDE-  
TERMINADAS. PAG.159-165 (MÉ-  
TODO DE LA VIGA CONJUGADA).

ESTRUCTURAS DE CONCRETO REFOR-  
ZADO, PAG.123-149 (RESISTENCIA  
DE MIEMBROS SOMETIDOS Y FLE- -  
XIÓN Y CARGA AXIAL.  
PAG.83-96 (ANÁLISIS DE SECCIO-  
NES DOBLEMENTE REFORZADAS.

DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE ES- -  
TRUCTURAS DE CONCRETO NORMAN -  
TECNICAS, COMPLEMENTARIAS DEL  
REGLAMENTO DE CONSTRUCCIONES -  
PARA EL DISTRITO FEDERAL.

RESISTENCIA DE MATERIALES, PAG.  
195-198.

APLICACIONES DE LA ESTADÍSTICA  
PAG. 169-178 (MÉTODO NEWMARK).

DESIGN OF CONCRETE STRUCTURES,  
PAG. 208-224