



Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

2E
118

**MODELO DE VOLUMEN FINITO PARA CALCULAR
OXIGENO DISUELTO Y DEMANDA BIOQUIMICA DE
OXIGENO EN ESTUARIOS**

TESIS PROFESIONAL

Que para obtener el Título de
INGENIERO CIVIL

present a

ALVARO LOPEZ MARTINEZ

MEXICO, D. F.

1983



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

	PAG.
1. INTRODUCCION	1
2. EL FENOMENO DE TRANSPORTE	4
2.1 ADVECCION	
2.2 DIFUSION	
2.3 TRANSPORTE EN EL AMBIENTE	
3. SISTEMA DE TRANSPORTE NATURAL	11
3.1 MODELO CONTINUO	
3.2 MODELO DE VOLUMEN FINITO UNIDIMENSIONAL	
3.3 MODELO DE VOLUMEN FINITO MULTIDIMENSIONAL	
4. PRODUCTORES Y CONSUMIDORES DE O.D.	29
4.1 REAERACION	
4.2 DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO	
4.3 DESCARGA Y DEPOSITOS EN EL FONDO	
4.4 FOTOSINTESIS	
4.5 RESPIRACION	
5. ESTUARIOS	36
5.1 MODELO DE VOLUMEN FINITO PARA O.D.	
5.2 MODELO DE VOLUMEN FINITO PARA D.B.O.	
6. PROCEDIMIENTO DE SOLUCION	45
6.1 ESTABILIDAD Y DISPERSION NUMERICA	
6.2 PROCEDIMIENTO	
7. EJEMPLOS DE APLICACION	51
8. PROGRAMAS DE COMPUTADORAS	59
9. CONCLUSIONES	80
10. BIBLIOGRAFIA	81

Un cuerpo de agua puede ser visto como un sistema - - - compuesto de un número de subsistemas que interactúan en forma compleja. El sistema recibe por una parte una serie natural de entradas externas tan diversas como: lluvia, escurrimientos de agua dulce, mareas, radiación solar, etc. y por la otra, entradas debido a la acción del hombre como: descargas de - - aguas residuales, dragados, azolves, extracciones, obras de ingeniería, etc. La respuesta del sistema a las fuerzas actuantes define la distribución en el espacio y el tiempo de las concentraciones de diferentes sustancias, las cuales en ocasiones pueden afectar los usos del cuerpo de agua.

El sistema o parte de él, puede ser descrito por una serie de ecuaciones diferenciales parciales (modelo matemático) de acuerdo a - las características básicas de lo que pretenda simularse.

El propósito del modelo para un sistema cualquiera, es - el de reproducir de alguna manera el fenómeno observable. Sin embargo, desde el punto de vista de la ingeniería, lo que más preocupa es contar con una buena herramienta de predicción útil para establecer sistemas de control. La - construcción del modelo estará así directamente relacionada con las cuestiones específicas que se quieran conocer, sus alcances y la alta complejidad - del mundo natural.

El estuario, que es el cuerpo de agua que se considera - en este trabajo, es aquel que está sometido a la influencia de mareas, siendo en este caso la dispersión un término significativo además de la advección y degradación física, química o biológica, esto en contraste para los modelos -

previos en ríos en donde se supone que no hay dispersión y el flujo es unidireccional. Al análisis de calidad del agua en dichos cuerpos debe incorporarse la inversión de flujo tanto como los efectos de gradientes de densidad, por tanto, el coeficiente de dispersión debe siempre incluirse. En este coeficiente llamado "E", existen influencias de mareas, gradientes de velocidad y difusión turbulenta entre otros, tales como estructuras de densidad.

El modelo aquí propuesto es el llamado enfoque de volumen o sección finita. En esencia se reemplazan las derivadas de la ecuación continua del estado estable por aproximaciones de diferencias finitas. El estuario es dividido en un número de secciones, las cuales se asume que en cada una de ellas hay un mezclado completo; en cada sección la ecuación de estado estable es, de este modo, sustituida por una serie de ecuaciones algebraicas, una ecuación para cada sección finita. La solución es obtenida por inversión de matrices o por técnicas de relajación. Dependiendo del tamaño del problema, el uso de la computadora para los cálculos es imprescindible.

Por otra parte la lógica de solución del enfoque continuo tiende a ser compleja y generalizada por lo que los sistemas son difíciles de manejar, mientras la lógica del enfoque de volumen finito es simple pudiéndose emplear sistemas acoplados y sencillos, además de sustancias conservativas y no conservativas.

De las características anteriores se propone un modelo de volumen finito para calcular oxígeno disuelto (OD) y demanda bioquímica de oxígeno (DBO) en estuarios, aún cuando puede ser extensivo a bahías y puertos, en donde las tasas de reacción no son constantes.

En general se considerará el estudio centrado en los flu

jos de agua dulce introducidos en estos cuerpos de agua. Estos flujos se considerarán en intervalos correspondientes a ciclos de marea, es decir, no se estudia la variación instantánea real sino intervalos de alrededor de 12 horas que corresponden a cada ciclo.

Los capítulos fueron desarrollados de la siguiente manera: en la parte correspondiente al "fenómeno de transporte" se sientan las bases para comprender el concepto de advección y difusión; posteriormente en el "sistema de transporte natural" se deduce el modelo de continuidad que es tomado como fundamento para que por medio de aproximaciones finitas se construya el modelo de volumen-finito unidimensional y multidimensional. En la sección de "productores y consumidores de OD" se señalan los componentes de transformación (reacción o degradación) del oxígeno y su influencia dentro del sistema. Los capítulos anteriores son integrados dentro del tema "estuarios" planteándose las ecuaciones de balance de OD y DBO bajo el concepto de volumen-finito. Hay una sección dedicada al "procedimiento de solución" en donde se analiza la estabilidad y dispersión numérica de los parámetros del modelo. Finalmente en el capítulo 6 se dan "ejemplos de aplicación", utilizando programas de computadora desarrollados en el capítulo 7.

2

EL FENOMENO DE TRANSPORTE

El transporte en el ambiente tiene lugar como un resultado de dos fenómenos: la advección y la difusión. Si bien ambos fenómenos son activos en el medio natural, uno u otro podrían predominar en alguna situación dada.

2.1 ADVECCION

El transporte por advección es el que resulta del movimiento del fluido, pudiéndose usar en este caso, dos tipos de derivadas con respecto al tiempo.

Considerando la situación en donde el flujo del fluido está en una dirección dada. Suponiendo que la concentración de alguna traza de material es medida en una referencia fija, en un punto localizado internamente y alejado de los límites del fluido, la derivada con respecto al tiempo que describe la concentración del trazador y referida a dicho punto es llamada "derivada parcial con respecto al tiempo" o "derivada local".

La otra derivada con respecto al tiempo que interesa, es la llamada "derivada substancial del tiempo" o la "derivada que sigue el movimiento". Esta derivada expresa la razón del tiempo de cambio en la concentración del trazador como el movimiento en la dirección del fluido y a la misma velocidad que la corriente del fluido. La derivada substancial del tiempo consiste en la razón de cambio de concentración con respecto al tiempo junto con el cambio debido al campo de velocidades, en un punto, está expresada en coordenadas rectangulares como:

$$\frac{Dc}{Dt} = \frac{\partial c}{\partial t} + U_x \frac{\partial c}{\partial x} + U_y \frac{\partial c}{\partial y} + U_z \frac{\partial c}{\partial z} \quad (2.1)$$

en donde

D/Dt = operador

U_x, U_y, U_z = Componentes de velocidad de la corriente del fluido.

La "derivada substancial del tiempo" Dc/Dt describe, por lo tanto, la razón de cambio en la concentración en un elemento del fluido como el viaje con el flujo y alejado de un punto de referencia. Si no existe movimiento de material hacia dentro o hacia fuera del elemento o si no se genera o destruye material en el elemento, la concentración será la misma y Dc/Dt será igual a cero.

La figura 2.1 trata de introducir el concepto de transporte advectivo. En un curso de agua el segmento 1, con su concentración de contaminante, pasa al segmento adyacente 2 con el intervalo Δt . Es claro que al variar la forma y volumen del segmento varía la concentración, lo cual es una consecuencia del arrastre por advección provocado por el flujo del agua en curso.

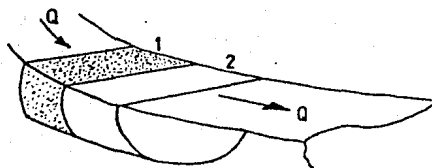


figura 2.1

2.2 DIFUSION

La difusión es el proceso mediante el cual la substancia

en solución o suspensión (la fase difusiva) emigra, en respuesta al gradiente de concentración, a través de otra sustancia (la fase dispersiva). La difusión es uno de los procesos básicos en la naturaleza a nivel molecular, dando esto lugar al transporte respectivo. La fase dispersiva, para nuestro propósito constituido en el medio ambiente, es la mayoría de las veces un líquido o un gas.

Las interrelaciones básicas que gobiernan la difusión son llamadas las "Leyes de Fick para difusión". La primera ley de Fick establece simplemente que la porción de la masa transportada por difusión que atraviesa un elemento de área es proporcional al gradiente de concentración de la sustancia difusiva:

$$N_x = -D_m \frac{\partial c}{\partial x} \quad (2.2)$$

en donde

N_x = porción de masa transportada en la dirección x que atraviesa un elemento de área normal a x . $FL^{-2} T^{-1}$

$\partial c / \partial x$ = gradiente de concentración de la fase difusiva. FL^{-4}

D_m = coeficiente de difusión molecular. $L^2 T^{-1}$

La ecuación (2.2) puede ser usada para derivar la segunda ley de Fick. Considerando la siguiente figura 2.2

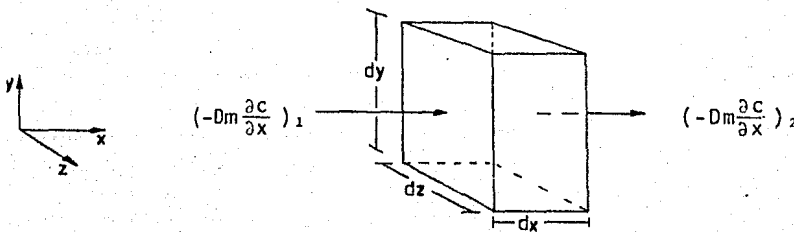


Figura 2.2 diagrama de difusión en la entrada y salida de un incremento de volumen.

Para el estado inestable, un balance de masa de una dispersión con fase difusiva a lo largo del eje "x" y a través de un elemento volumétrico del fluido es

Acumulación = entrada de masa - salida de masa.

$$\frac{1}{dA} \frac{\partial m}{\partial t} = (-Dm \frac{\partial c}{\partial x})_1 - (-Dm \frac{\partial c}{\partial x})_2 \quad (2.3)$$

Los gradientes en los dos planos están relacionados por

$$(-Dm \frac{\partial c}{\partial x})_2 = (-Dm \frac{\partial c}{\partial x})_1 + [-Dm \frac{\partial}{\partial x} (\frac{\partial c}{\partial x}) dx] \quad (2.4)$$

Sustituyendo la ec. (2.4) en la ec. (2.3) resulta:

$$\frac{1}{dA} \cdot \frac{1}{dx} \frac{\partial m}{\partial t} = \frac{\partial c}{\partial t} = Dm \frac{\partial}{\partial x} (\frac{\partial c}{\partial x}) = Dm \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (2.5)$$

La ecuación (2.5) es llamada la segunda ley de Fick.

Por lo general para el caso tridimensional la ecuación (2.5) puede ser escrita como:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = Dm (\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2}) = Dm \nabla^2 c \quad (2.6)$$

donde:

$$\nabla^2 = \text{operador}$$

El coeficiente de difusión molecular es proporcional a la temperatura absoluta e inversamente proporcional al peso molecular de la fase difusiva y la viscosidad de la fase dispersiva.

En la figura 2.3 se presenta un aspecto intuitivo del concepto de dispersión. Suponiendo que en un compartimento se introduce agua a una toma para temperatura T_1 (por decir 80°C) y en el otro a temperatura T_2 (por ejemplo 10°C). Si las alturas de agua son iguales al abrir el orificio -

"o" en la pantalla P, no pasará agua por efectos hidrodinámicos pero la temperatura se igualará en ambos compartimentos al cabo de cierto tiempo. Es evidente que la temperatura pasa de uno a otro (mejor dicho el calor) por difusión en este caso. También se debe apreciar que a mayor área de orificio y a mayor gradiente de temperatura ($-\frac{\Delta t}{\Delta x}$), el efecto será más rápido. En consecuencia la dispersión será proporcional a la superficie de contacto y al gradiente de concentración.

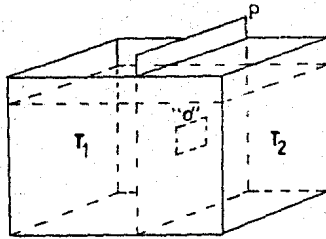


figura 2.3

2.3 TRANSPORTE EN EL AMBIENTE

Cuando ambas, la advección y la difusión ocurren, los efectos de los dos fenómenos se suman y pueden ser expresados matemáticamente por combinación de la expresión para la derivada substancial del tiempo con la ecuación (2.5):

$$\frac{Dc}{Dt} = Dm \nabla^2 c \quad (2.7)$$

La ecuación (2.7) se aplica a situaciones en donde no existe turbulencia. Sin embargo, la forma general de las interrelaciones ha

sido igualmente válida cuando existen turbulencias. En tales casos, las velocidades instantáneas U_x , U_y y U_z pueden ser reemplazadas temporalmente por las velocidades medias \bar{U}_x , \bar{U}_y y \bar{U}_z sumadas a las fluctuaciones de velocidades por turbulencia U'_x , U'_y y U'_z . Para el caso unidimensional la ecuación (2.7) se convierte

$$\frac{\partial c}{\partial t} + (\bar{U}_x + U'_x) \frac{\partial c}{\partial x} = Dm \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (2.8)$$

Esto ofrece la ventaja de usar solamente y en forma temporal la velocidad media en el término advectivo. Cuando esto sucede debe ser incluido el efecto de las fluctuaciones de velocidad (donde es actualmente advectivo). Normalmente esto se completa al incluir términos referidos a los coeficientes tales como los de difusión turbulenta.

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \bar{U} \frac{\partial c}{\partial x} = (Dm + e) \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (2.9)$$

en donde

e = coeficiente de difusión turbulenta

Para las situaciones típicas ambientales, la ecuación (2.9) es modificada de tal manera que el término advectivo es reemplazado por la velocidad promedio U de la sección transversal. Otra vez, esto no es simplemente el reemplazar \bar{U} por U ; posibles efectos debido a la distribución lateral de velocidad son incluidos en el término de dispersión:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + U \frac{\partial c}{\partial x} = E \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} \quad (2.10)$$

donde

c = concentración promedio de la sección transversal. FL^{-3}

U = velocidad promedio en la sección transversal. LT^{-1}

E = coeficiente de dispersión longitudinal. $L^2 T^{-1}$

Expresiones similares a la ecuación (2.10) pueden ser desarrolladas para los casos bi- y tridimensionales, el término de dispersión E para flujo turbulento tiene pequeñas interrelaciones con el coeficiente de difusión molecular D_m .

El uso de la ecuación (2.10) requiere, en la mayoría de las situaciones ambientales, una estimación del valor de E para situaciones particulares de interés. En algunos casos las medidas efectivas pueden hacerse usando técnicas de trazadores.

Las características de los coeficientes de difusión y dispersión para distintos ambientes, se indican en la figura (2.4).

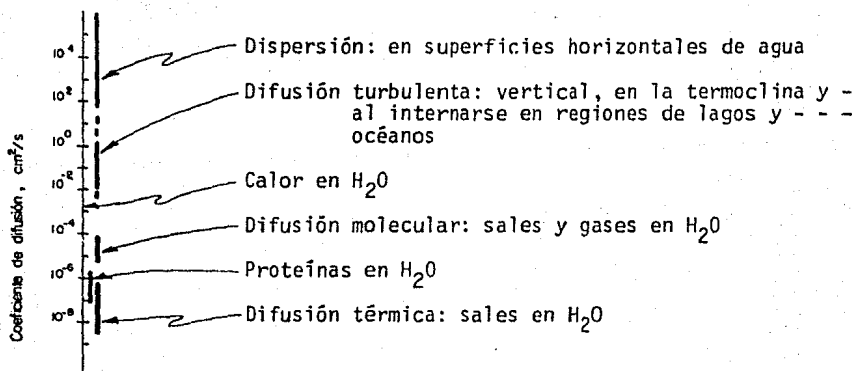


Fig.2.4 Características de los coeficientes de difusión y dispersión en distintos ambientes. (After A. Lerman, Time to Chemical Steady-state in Lakes and Ocean, fig. I, in "Nonequilibrium Systems in natural Water Chemistry", Advances in Chemistry Series 106, American Chemical Society, Washington, 1971).

3

SISTEMA DE TRANSPORTE NATURAL

Los fluidos propios de la tierra-agua y aire- proporcionan el medio en el cual la mayor parte del transporte natural tiene lugar. - Uno u otro medio puede ser modelado en forma continua o como un sistema de - volumen-finito. En situaciones en donde las características fundamentales del medio son relativamente homogéneas de un punto a otro, el modelo continuo puede ser usado. En aquellas situaciones en donde las características varían significativamente, el volumen-finito proporciona la más conveniente representación.

Ahora bien, cuando una carga de contaminante se introduce en un cuerpo de agua, aquel sufre tres acciones fundamentales:

- a) Dispersión
- b) Transporte advectivo
- c) Transformación (reacción o degradación)

La tercera acción es la transformación del contaminante por reacciones físicas, químicas, biológicas o una combinación de ellas. Esto se traduce en un incremento positivo o negativo de la concentración, que es independiente en sus causas de las anteriores.

Si se halla la manera de conocer como se producen estos cambios de concentración por esas acciones, en el tiempo y en el espacio, se tendrá definido el modelo.

De lo expuesto, se podría indicar desde antes, que la estructura del modelo será de una forma más o menos complicada en lo siguiente:

Cambio de concentración por unidad de tiempo = efectos dispersivos
+ efectos advectivos + efectos reactivos + insumos

El último término toma en cuenta los cambios en cada elemento de espacio por efecto de la introducción o extracción de cargas de contaminante (fuentes o sumideros). La naturaleza de esta componente dependerá del sistema particular al cual el modelo es aplicado. Las fuentes y sumideros del sistema de oxígeno disuelto es discutido en la sección cuatro.

Con el fin de facilitar la percepción de las relaciones que conducen a la forma general de la ecuación diferencial que gobiernan los fenómenos que se están tratando, se expondrá aquí la transmisión y transformación del contaminante.

3.1 MODELO CONTINUO

En la figura 3.1 se supone un cuerpo de agua que recibe una carga de contaminante W en el punto $x=0$. El caudal Q es el encargado de transportar advectivamente al contaminante. Si no existiera dispersión el contaminante se trasladaría como un tapón, sometido a una reducción en concentración por el efecto de la reacción, en mayor o menor grado según el coeficiente característico K (similar al caso de las bacterias), figura 3.2. Pero la dispersión aún altera más la concentración resultante del contaminante.

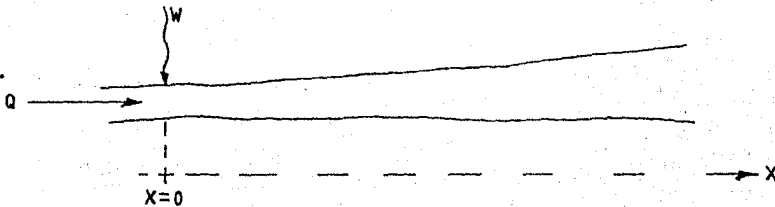


Figura 3.1 Descarga de un contaminante W a un cuerpo receptor

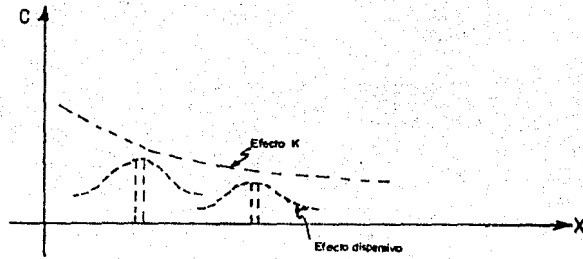


Figura 3.2 Reducción en concentración por el efecto de la reacción

Ya se vió además que existe dispersión cuando hay un gradiante marcado de concentración. Ahora se examinará un segmento del cuerpo de agua más de cerca (figura 3.3).

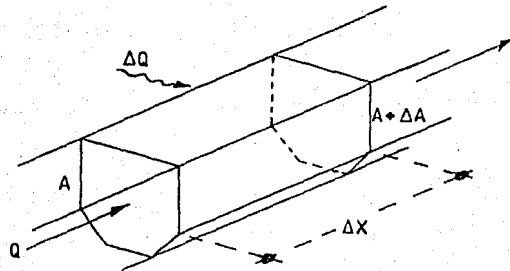


Figura 3.3 Un segmento del cuerpo de agua

¿Cuánto es el peso o masa en gramos del contaminante que entra en la cara A del segmento en el intervalo de tiempo Δt ? Si Q es el caudal (expresado en m^3/s por ejemplo) entonces

$$QC \Delta t \frac{m^3}{s} \times \frac{g}{m^3} \times s$$

sería el valor en gramos que se busca

Por la cara posterior, este efecto advectivo estaría da-

do por

$$(Q + \Delta Q) (C + \Delta C) \Delta t$$

que sería la masa del contaminante que sale, si existe un aporte ΔQ en el intervalo Δx .

Ya se ha visto que el efecto dispersivo es proporcional al gradiente de concentración y a la superficie (en este caso A) sobre la cual actúa.

Entonces, si lo que entra al volumen es positivo, el efecto dispersivo será negativo por la naturaleza del gradiente o sea

$$- E \times A \times \frac{\partial C}{\partial x} \times \Delta t$$

en donde se ve que las unidades de E serían $L^2 T^{-1}$

La salida, en la cara $A + \Delta A$ por efecto dispersivo es entonces:

$$+ (E + \Delta E) (A + \Delta A) \left[\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial x} \left[\frac{\partial C}{\partial x} \right] \Delta x \right] \Delta t$$

Por efecto de la reacción o degradación, el contaminante rebaja su masa en una cantidad igual a: $K C V \Delta t$ donde $K = 1/T$, siendo V el volumen elemental considerado, $V \cong A \Delta x$. Si se suman los efectos y se le agregan las cargas que recibe en V , el total algebraico será igual a la variación de masa en el volumen V o sea $V \Delta C$.

En consecuencia:

$$V \Delta C = \underbrace{Q C \Delta t - (Q + \Delta Q) \left(C + \frac{\partial C}{\partial x} \Delta x \right) \Delta t}_{\text{Advección}} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \underbrace{(-EA \frac{\partial C}{\partial x} \Delta t) + (E + \Delta E) (A + \Delta A) \left[\frac{\partial C}{\partial x} + \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \Delta x \right] \Delta t}_{\text{Dispersión}} + \\
 & + \underbrace{(-K C A \Delta x \Delta t)}_{\text{Reacción}} + \Sigma W
 \end{aligned}$$

donde ΣW es la suma de cargas contaminantes en Δx (en gramos). En general $\Delta E = 0$ en un intervalo tan pequeño como Δx .

Se ve entonces, desarrollando y eliminando términos iguales, que:

$$\begin{aligned}
 V \Delta C = & - Q \frac{\partial C}{\partial x} \Delta x \Delta t - \Delta Q \cdot C \cdot \Delta t + EA \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \Delta x \Delta t + E \Delta A \frac{\partial C}{\partial x} \Delta t - \\
 & - K C A \Delta x \Delta t + \Sigma W
 \end{aligned}$$

donde se han despreciado infinitésimos de orden superior.

Dividiendo entre $A \Delta x \Delta t$ se obtiene, en el límite:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial C}{\partial t} = & - \frac{Q}{A} \frac{\partial C}{\partial x} - \frac{\partial Q}{\partial x} \frac{C}{A} + E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + E \frac{\partial A}{\partial x} \frac{1}{A} \frac{\partial C}{\partial x} - KC + \\
 & + \frac{\Sigma W}{A \Delta x \Delta t}
 \end{aligned}$$

que reordenando:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial C}{\partial t} = & E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \left[\frac{E}{A} \frac{\partial A}{\partial x} - \frac{Q}{A} \right] \frac{\partial C}{\partial x} - \left[\frac{1}{A} \frac{\partial Q}{\partial x} - K \right] C \\
 & + \Sigma W^1 \qquad \qquad \qquad (3.1)
 \end{aligned}$$

que es la ecuación general que gobierna el fenómeno.

Si se considera que en el intervalo Δx no existe variación del caudal ($\Delta Q = 0$) ni del área transversal (pudiendo también suponer que no existe aporte de cargas de contaminante) entonces:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} - u \frac{\partial C}{\partial x} - KC \quad (3.2)$$

donde

$u = \frac{Q}{A}$ es la velocidad del agua.

La ecuación 3.2 es de capital importancia en la comprensión de la distribución de un contaminante. El término ΣW^1 o bien ΣW es el reflejo de las cargas o extracciones (fuentes o sumideros) de contaminantes en el sistema; pueden deberse a causas naturales como consecuencia de diferencias en terrenos, geología, vegetación y otras, o bien a modificaciones introducidas por el hombre como almacenamientos, consumos, descargas, tratamientos y similares.

Como se ve en la ecuación 3.2, el término $E \frac{\partial^2 C}{\partial x^2}$ representa la influencia de la dispersión; $u \frac{\partial C}{\partial x}$ la del transporte advectivo y KC la de la reacción (supuesta de primer orden).

En caso de tratarse de materiales conservativos el término KC desaparece de la ecuación convirtiéndose en la 2.10 tratada en el capítulo 2.

3.2 MODELO DE VOLUMEN FINITO UNIDIMENSIONAL

Este método en vez de trabajar con varias soluciones del estado estable, (ecuación 3.2) considera la ecuación diferencial directamente. El espacio continuo x es reemplazado por volúmenes finitos en los que se asume que hay un mezclado completo, haciéndose un balance de masa alrededor de cada longitud finita del estuario. El enfoque de volumen finito es esencialmente una aproximación por diferencias finitas de la ecuación diferencial - - 3.1.

La figura 3.4 muestra la longitud de un estuario dividido en n secciones:

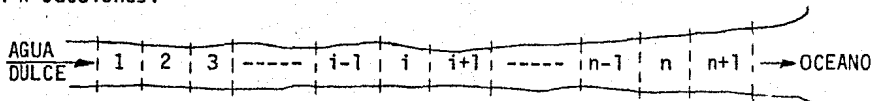


Figura 3.4 División de un estuario en n secciones finitas

Tomando otra vez la ecuación 3.1 para el segmento i en un ciclo de mareas

$$\frac{\partial C}{\partial t} = -\frac{1}{A} \frac{\partial (QC)}{\partial x} + \frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left[EA \frac{\partial C}{\partial x} \right] - KC + W^1 \quad (3.3)$$

en donde

C = concentración del material transportado FL^{-3}

A = área de la sección transversal L^2

E = coeficiente de dispersión L^2T^{-1}

Q = volumen de fluido transportado (gasto) L^3T^{-1}

K = coeficiente de reacción o degradación T^{-1}

W^1 = carga en el segmento $FL^{-3}T^{-1}$

se puede analizar cada elemento de la misma, como

$$\left[\frac{\partial C}{\partial x} \right]_i \cong - \frac{(C_{i-1,i}) - (C_{i,i+1})}{\Delta x}$$

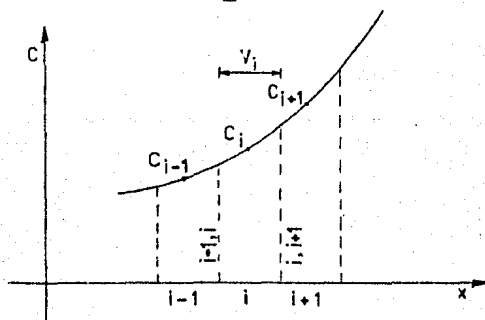


Figura 3.5

Si se suponen valores en las caras anterior y posterior del segmento i y se adoptan valores como fracciones de las concentraciones en cada volumen adyacente:

$$C_{i,i+1} = \alpha_{i,i+1} C_i + \beta_{i,i+1} C_{i+1}$$

$$C_{i-1,i} = \alpha_{i-1,i} C_{i-1} + \beta_{i-1,i} C_i$$

donde

α = factor de advección neta

$$\beta = 1 - \alpha$$

El factor de advección α es una constante de proporcionalidad usada para representar la concentración del material en los límites en términos de la concentración promedio dentro de volúmenes adyacentes. Normalmente el valor de este factor tiene un rango de 0.5 a 1.0, dependiendo de la naturaleza del sistema ambiental considerado. En el capítulo 6 se define el criterio de estabilidad para determinar este factor.

Sustituyendo lo anterior daría:

$$\left[\frac{\partial C}{\partial x} \right]_i \cong \frac{\beta_{i,i+1} C_{i+1} + (\alpha_{i,i+1} - \beta_{i-1,i}) C_i - \alpha_{i-1,i} C_{i-1}}{\Delta x}$$

entonces

$$-\frac{1}{A} \frac{\partial QC}{\partial x} = \frac{1}{\Delta x} \left[\alpha_{i-1,i} \frac{Q}{A} C_{i-1} + \beta_{i-1,i} \frac{Q}{A} C_i - \alpha_{i,i+1} \frac{Q}{A} C_i - \beta_{i,i+1} \frac{Q}{A} C_{i+1} \right]$$

o sea

$$-\frac{1}{A} \frac{\partial QC}{\partial x} = \frac{1}{A \Delta x} \left[Q_{i-1,i} (\alpha_{i-1,i} C_{i-1} + \beta_{i-1,i} C_i) - Q_{i,i+1} (\alpha_{i,i+1} C_i + \beta_{i,i+1} C_{i+1}) \right] \quad (3.4)$$

En término dispersivo:

$$\left[\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \right]_i \cong \left[\left[\frac{\partial C}{\partial x} \right]_{i+1} - \left[\frac{\partial C}{\partial x} \right]_i \right] \frac{1}{\Delta x}$$

Sustituyendo por la expresión anterior y aproximando con $\alpha = 1$, $\beta = 0$ resulta:

$$\left[\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \right]_i \cong \frac{1}{(\Delta x)^2} \left[(C_{i+1} - C_i) + (C_i - C_{i-1}) \right]$$

De consiguiente:

$$\frac{1}{A} \frac{\partial}{\partial x} \left[EA \frac{\partial C}{\partial x} \right]_i \cong \frac{1}{A \Delta x} \left[\left[\frac{EA}{\Delta x} \right]_{i-1,i} (C_{i-1} - C_i) + \left[\frac{EA}{\Delta x} \right]_{i,i+1} (C_{i+1} - C_i) \right] \quad (3.5)$$

Sustituyendo las ecuaciones 3.4 y 3.5 en la 3.3; y asumiendo estado permanente:

$$\begin{aligned} 0 = & \left[\frac{EA}{\Delta x} \right]_{i-1,i} (C_{i-1} - C_i) + \left[\frac{EA}{\Delta x} \right]_{i,i+1} (C_{i+1} - C_i) + \\ & + Q_{i-1,i} (\alpha_{i-1,i} C_{i-1} + \beta_{i-1,i} C_i) + \\ & - Q_{i,i+1} (\alpha_{i,i+1} C_i + \beta_{i,i+1} C_{i+1}) + \\ & - (K_i C_i - W'_i) A \Delta x \end{aligned}$$

Bajo un estado estable la ecuación anterior se reduce a una ecuación algebraica, por lo que serán n ecuaciones, una para cada sección. Se pone una especial atención para la primera y última secciones que representan las condiciones de límite. En la primera sección puede ser especificada C_0 , por ejemplo, la concentración de C entrando a la primera sección. Similarmente para la última sección, aguas abajo, C_{n+1} puede ser conocida.

Un balance de masa para la primera sección:

$$\begin{aligned} 0 = & E'_{01}(C_0 - C_1) + E'_{12}(C_2 - C_1) + Q_{01}(\alpha_{01}C_0 + \beta_{01}C_1) + \\ & - Q_{12}(\alpha_{12}C_1 + \beta_{12}C_2) - V_1 K_1 C_1 + W_1 \end{aligned}$$

aquí el suscriptor 01 significa la interfase en la que empieza la primera sección.

Un balance de masa para la n^{ava} . sección esta dada por:

$$\begin{aligned}
 0 = & E'_{n-1,n}(C_{n-1} - C_n) + E'_{n,n+1}(C_{n+1} - C_n) + \\
 & + Q_{n-1,n}(\alpha_{n-1,n}C_{n-1} + \beta_{n-1,n}C_n) + \\
 & - Q_{n,n+1}(\alpha_{n,n+1}C_n + \beta_{n,n+1}C_{n+1}) + \\
 & - V_n K_n C_n + W_n
 \end{aligned}$$

donde

$$W_i = A \Delta x W'_i = V_i W'_i$$

$$E'_{ij} = \frac{E_{ij} A_{ij}}{(\Delta x)_{ij}}$$

$$E'_{ij} = \text{coeficiente de mezclado} \quad L^3 T^{-1}$$

El coeficiente de mezclado es análogo al coeficiente de dispersión. Sin embargo, se hace notar que las interrelaciones expresadas por las ecuaciones anteriores son lineales, mientras que el término de dispersión en el modelo continuo refleja un fenómeno de segundo orden.

Regresando a una sección "interna" y si todos los términos en C_{i-1} , C_i y C_{i+1} son agrupados del lado izquierdo, se obtiene:

$$\begin{aligned}
 & (-Q_{i-1,i} \alpha_{i-1,i} - E'_{i-1,i}) C_{i-1} + (Q_{i,i+1} \alpha_{i,i+1} - \\
 & - Q_{i-1,i} \beta_{i-1,i} + E'_{i-1,i} + E'_{i,i+1} + V_i K_i) C_i + \\
 & + (Q_{i,i+1} \beta_{i,i+1} - E'_{i,i+1}) C_{i+1} = W_i
 \end{aligned}$$

Reemplazando:

$$a_{i,i-1} = -Q_{i-1,i} \alpha_{i-1,i} - E'_{i-1,i}$$

$$a_{i,i} = Q_{i,i+1} \alpha_{i,i+1} - Q_{i-1,i} \beta_{i-1,i} + E'_{i-1,i} + E'_{i,i+1} + V_i K_i \quad (3.6b)$$

$$a_{i,i+1} = Q_{i,i+1} \beta_{i,i+1} - E'_{i,i+1} \quad (3.6c)$$

obteniéndose

$$a_{i,i-1} C_{i-1} + a_{i,i} C_i + a_{i,i+1} C_{i+1} = W_i \quad (3.7)$$

que es la ecuación general para el volumen i .

Las dimensiones de los coeficientes a_{ij} son $(L^3 T^{-1})$. Para el primer volumen, siguiendo un procedimiento similar, la ecuación es

$$a_{11} C_1 + a_{12} C_2 = W_1 + (Q_{01} \alpha_{01} + E'_{01}) C_0$$

ó

$$a_{11} C_1 + a_{12} C_2 = W'_1 \quad (3.8)$$

puesto que C_0 debe ser especificado.

De la misma forma en el último volumen:

$$a_{n,n-1} C_{n-1} + a_{n,n} C_n = W_n + (-Q_{n,n+1} \beta_{n,n+1} + E'_{n,n+1}) C_{n+1}$$

ó

$$a_{n,n-1} C_{n-1} + a_{n,n} C_n = W''_n \quad (3.9)$$

siendo $n+1$ el subíndice que denota los valores de las variables más allá del borde aguas abajo.

De hecho las expresiones anteriores han sido desarrolladas conviniendo que la proporción de volumen transportado Q , es positivo en -

aquellas circunstancias en donde la dirección de flujo es hacia la sección i y negativa cuando la dirección del flujo parte de la sección i .

El mismo procedimiento puede ser seguido para los volúmenes $i=2,3,\dots,n$, de tal modo que se genera una familia de ecuaciones lineales con coeficientes constantes.

$$\begin{aligned}
 a_{11}C_1 + a_{12}C_2 + 0 + \dots + 0 &= W'_1 \\
 a_{21}C_1 + a_{22}C_2 + a_{23}C_3 + 0 + \dots + 0 &= W_2 \\
 0 + a_{32}C_2 + a_{33}C_3 + a_{34}C_4 + \dots + 0 &= W_3 \\
 &\dots\dots\dots \\
 0 + \dots + a_{n,n-1}C_{n-1} + a_{nn}C_n &= W''_n
 \end{aligned} \tag{3.10}$$

Este es un sistema de n ecuaciones con n incógnitas, donde los coeficientes a_{ij} están dados por las ecuaciones (3.6), poniéndolas en forma matricial se tiene:

$$\begin{bmatrix}
 a_{11} & a_{12} & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 \\
 a_{21} & a_{22} & a_{23} & 0 & \dots & \dots & 0 \\
 0 & a_{32} & a_{33} & a_{34} & 0 & \dots & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & 0 & \dots & a_{n,n-1} & & a_{n,n} &
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 C_1 \\
 C_2 \\
 C_3 \\
 \dots \\
 C_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 W'_1 \\
 W_2 \\
 W_3 \\
 \dots \\
 W''_n
 \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

o sea

$$\begin{aligned}
 A (C) &= (W) & (3.12) \\
 L^3/T \quad M/L^3 &= M/T
 \end{aligned}$$

donde A es una matriz de nxn y (C) y (W) son vectores de nx1. La solución vectorial de (C) es obtenida formalmente por la inversión de la matriz A, por ejemplo:

$$\begin{aligned} (C) &= A^{-1}(W) & (3.13) \\ M/L^3 &= T/L^3 \quad M/T \end{aligned}$$

El problema de determinar el estado estable, con distribución unidimensional de material descargando en un estuario con variables espaciales como parámetros, se reduce a resolver n ecuaciones algebraicas simultáneas (ecs. 3.10) o invirtiendo una matriz de nxn, (ec.3.13).

Si hay fuentes distribuidas de C, todas son incorporadas fácilmente en el vector (W) puesto que en todas las secciones se asume que están bien mezcladas. De esta manera si la descarga estuviera dada en kgs./día/km., la carga equivalente en kgs./día se obtendría multiplicando la descarga por la longitud del segmento y así podría ser incluida en la ec. (3.13). Esta aproximación es comunmente usada para fuentes distribuidas de DBO entrando a estuarios.

Cabe resaltar también que si en la columna 1W se hacen todas iguales a cero excepto una $W_i = 1$, eso significa que cada elemento de la matriz A^{-1} es la respuesta a la carga unitaria en la sección o volumen i. Es decir, que para hallar la respuesta en el volumen j de la carga unitaria en el volumen i basta ver el valor del elemento j_i de la matriz A^{-1} .

Como se muestra en la ec. (3.11) la matriz de coeficiente A tiene una forma particular para estuarios unidimensionales. La matriz A es conocida como una matriz tridiagonal en donde solo la diagonal principal y las diagonales directamente encima y abajo de la diagonal principal aparecen

en la matriz, todos los demás elementos son cero. Esta es una característica que permite una eficiencia especial en programas de computación para determinar el inverso de A^{-1} .

3.3 MODELO DE VOLUMEN FINITO MULTIDIMENSIONAL

En vez de extenderse las secciones en modo unidimensional como se mostró en la fig. 3-4, se puede igualmente considerar una malla seccional como se indica en la fig. 3-6. Ahí se presenta un medio segmentado en celdillas bi-dimensionales que definen un sistema discretizado de volúmenes del fluido. Como los materiales son transportados a través del medio, ellos pasan de un volumen a otro. El transporte entre volúmenes adyacentes es es tá indicado por las flechas localizadas entre los límites de los volúmenes. Cada volumen es considerado homogéneo a lo largo de la tercera dimensión.

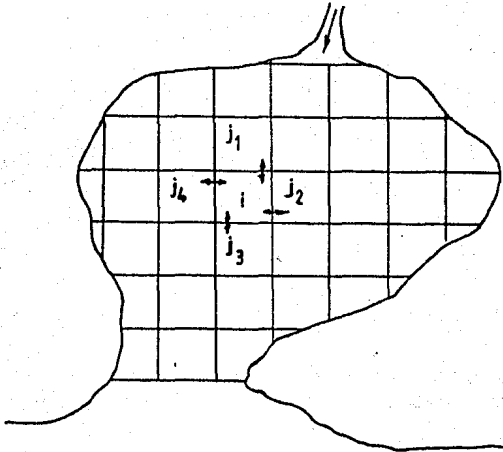
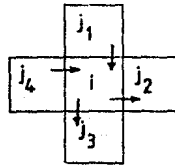


Fig. 3-6 Medio segmentado en celdillas bidimensionales que definen un sistema discretizado de volúmenes del fluido.

Considerando, un elemento de la malla bidimensional:



Si el flujo que entra en un segmento es positivo y el que sale negativo, la ecuación de conservación de masa en el segmento i será:

$$\begin{aligned}
 V_i \frac{\partial C_i}{\partial t} &= 0 = Q_{j4,i} (\alpha_{j4,i} C_{j4} + \beta_{j4,i} C_i) \\
 &- Q_{i,j2} (\alpha_{i,j2} C_i + \beta_{i,j2} C_{j2}) \\
 &+ Q_{j1,i} (\alpha_{j1,i} C_{j1} + \beta_{j1,i} C_i) \\
 &- Q_{i,j3} (\alpha_{i,j3} C_i + \beta_{i,j3} C_{j3}) \\
 + E'_{j4,i} (C_{j4} - C_i) &+ E'_{j1,i} (C_{j1} - C_i) + E'_{j2,i} (C_{j2} - C_i) \\
 + E'_{j3,i} (C_{j3} - C_i) &- V_i K_i C_i + W_i \quad (3.14)
 \end{aligned}$$

Se puede hacer notar que:

$$\begin{aligned}
 - Q_{ji} \beta_{ji} &= Q_{ij} \alpha_{ij} \\
 - Q_{ji} \alpha_{ji} &= Q_{ij} \beta_{ij} \\
 E'_{ji} &= E'_{ij}
 \end{aligned}$$

Como en el modelo unidimensional, " W_i " no contiene términos que dependan de la concentración C_i y sólo consiste de un único término - que representa una introducción del material de una fuente externa hacia el medio. Despejando W_i de la ec. 3.14, agrupando los coeficientes de las variables y usando las expresiones anteriores se llega a:

Para el coeficiente C_i

$$(Q_{i,j4} \alpha_{i,j4} + Q_{i,j2} \alpha_{i,j2} + Q_{i,j1} \alpha_{i,j1} + Q_{i,j3} \alpha_{i,j3}) + (E'_{j4,i} + E'_{j1,i} + E'_{j2,i} + E'_{j3,i}) + V_i K_i$$

También los coeficientes de los C_{jk} serán:

$$(Q_{i,j4} \beta_{i,j4} + Q_{i,j2} \beta_{i,j2} + Q_{i,j1} \beta_{i,j1} + Q_{i,j3} \beta_{i,j3}) - (E'_{j4,i} + E'_{j1,i} + E'_{j2,i} + E'_{j3,i})$$

Por lo tanto, con la misma notación anterior:

$$a_{ii} C_i + a_{ij} C_j = W_i \quad (3.15)$$

donde

$$a_{ii} = \sum_j (Q_{i,j} \alpha_{i,j} + E'_{i,j}) + V_i K_i \quad (3.15a)$$

$$a_{i,j} = Q_{i,j} \beta_{i,j} - E'_{i,j} \quad (3.15b)$$

En el caso de los bordes de entrada tal como se muestra en la figura 3-7

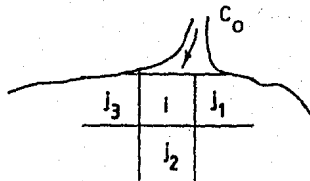


Fig. 3-7

desarrollando los elementos, se tiene para el volumen i :

Con Q_{oi} (entrando)

$$a_{ii} = \sum_k (Q_{i,j} \alpha_{i,j} + E'_{i,j}) + V_i K_i - Q_{oi} \beta_{oi} + E'_{oi} \quad (3.16)$$

y la función de carga hacia el sistema es

$$W'_i = W_i + (E'_{oi} + Q_{oi} \alpha_{oi}) C_o \quad (3.16a)$$

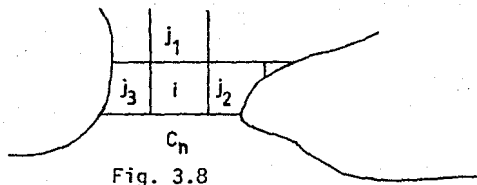
donde C_o es la concentración conocida entre el límite y la sección.

Para el borde de salida; como se ve en la figura 3.8.

$$a_{ii} = \sum_j (Q_{i,j} \alpha_{i,j} + E'_{i,j}) + V_i K_i + Q_{in} \alpha_{in} + E'_{in} \quad (3.17)$$

y

$$W''_n = W_n + (E'_{in} - Q_{in} \beta_{in}) C_n \quad (3.17a)$$



De modo que las n ecuaciones incorporadas convenientemente al sistema, genera la forma matricial

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdot & \cdot & \cdot & a_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ C_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} W'_1 \\ W_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ W''_n \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

$$[A] [S] = [W] \quad (3.19)$$

La notación matricial (3.19) proporciona el modelo de estado estable del sistema representado en la figura 3.6. Como cada volumen de este sistema rara vez alcanza un límite común con más de cuatro volúmenes vecinos, muchos de los coeficientes a_{ij} serán cero.

4

PRODUCTORES Y CONSUMIDORES DE OXIGENO DISUELTO

El oxígeno disuelto presente en el agua es comunmente usado como un índice de calidad del agua. Los sistemas biológicos presentes en los cuerpos de agua son bastantes sensitivos a las concentraciones de oxígeno disuelto, donde muy raras veces excede de 10 mg/l. Por lo menos 4.0 mg/l se requieren para mantener un balance de especies deseables en el agua. Concentraciones menores de 1 mg/l, conduce rápidamente a condiciones anaeróbicas, dando por resultado olores de ácido sulfhídrico y sulfatos orgánicos, coloración del agua, destrucción de peces y de muchos organismos acuáticos.

Los modelos básicos de transporte discutidos en la sección tres, son aplicables al sistema de oxígeno disuelto tanto como para otros materiales conservativos y no conservativos en solución. Sin embargo, los productores y consumidores en cada sistema son únicos para cada sistema en particular. Los productores y consumidores de oxígeno disuelto (OD) son los siguientes:

4.1 REAERACION

La saturación del agua con respecto al oxígeno disuelto se debe a la reaeración atmosférica. La proporción de cambio en la concentración de oxígeno disuelto con respecto al tiempo como un resultado de la reaeración, está dada por la ecuación:

$$\frac{dc}{dt} = K_2 (C^* - c) \quad (4.1)$$

en donde

c^* = concentración del oxígeno disuelto cuando la solución está en equilibrio con el aire. FL⁻³

K_2 = coeficiente de reaeración. T^{-1}

El coeficiente de reaeración se ha establecido como una función de turbulencia:

$$K_2 = \frac{(D_m U)^{1/2}}{H^{3/2}} \quad (4.2)$$

donde

D_m = coeficiente de difusión molecular para oxígeno en el agua.
 $L^2 T^{-1}$

U = promedio de la velocidad de flujo. LT^{-1}

H = profundidad promedio L

Cuando la ecuación (4.2) es aplicada para estimar el coeficiente de reaeración en un estuario, U se refiere al significado de la velocidad de marea sobre un ciclo completo y H al promedio de profundidad del ciclo.

El coeficiente de difusión molecular es dependiente de la temperatura. Expresado en unidades de centímetros cuadrados por segundo, esto es

$$D_m = 2.037 \times 10^{-5} (1.037)^{T-20} \quad (4.3)$$

donde

T = temperatura, $^{\circ}C$

El coeficiente de reaeración dependiente de la temperatura ha sido expresado como

$$K_2(T) = K_2(20)(1.025)^{T-20}$$

El valor de saturación del oxígeno disuelto c^* , puede -

ser estimado usando la función

$$C^* = 14.652 - 41.022 \times 10^{-2}T + 79.9 \times 10^{-4}T^2 - 77.77 \times 10^{-6}T^3 \quad (4.5)$$

Los límites del coeficiente de reaeración, para cuerpos de agua sin marea, va de 0.2 a 10 d^{-1} .

4.2 DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO

Los organismos terrestres extraen su oxígeno de la atmósfera; los organismos acuáticos lo obtienen del oxígeno disuelto en el agua. Debido a que el agua contiene solamente cerca de 0.8% en volumen a temperaturas normales de aproximadamente 10°C , mientras que la atmósfera contiene alrededor de 21% en volumen, el medio acuático es inherente y críticamente sensible a las demandas de oxígeno que lo pueblan. Por consiguiente, la determinación del oxígeno disuelto en el agua (OD) en relación con su valor de saturación y de la cantidad y velocidad de la utilización del oxígeno (DBO), proporciona un medio rápido y útil para identificar el estado de contaminación del agua e indirectamente, también, la cantidad de materia orgánica sujeta a descomposición contenida en ésta en un tiempo determinado.

La tasa de cambio en la concentración de oxígeno disuelto con respecto al tiempo, causada por la DBO removida a través de la actividad biológica, puede ser expresada como una reacción de primer orden:

$$\frac{dc}{dt} = -K_1L \quad (4.6)$$

donde

L = primera etapa de DBO. FL^{-3}

K_1 = constante de desoxigenación. T^{-1}

La tasa de cambio de la concentración de DBO con respecto al tiempo está dada por la siguiente relación

$$\frac{dL}{dt} = - K_1 L - K_3 L \quad (4.7)$$

donde

K_3 = tasa constante para la DBO removida por sedimentación o adsorción. T^{-1}

Ahora bien, la demanda bioquímica de oxígeno consiste en dos componentes, una de las cuales es la demanda ejercida por la fracción carbonosa de los materiales orgánicos, mientras que la otra consiste en la demanda ejercida por la fracción nitrogenada y amoniacal. Puesto que las bacterias nitrificantes tienen tasas de crecimiento considerablemente menores que aquellas bacterias responsables de la demanda ejercida por la fracción carbonosa, la segunda parte comunmente ocurre después de ejercerse la fracción carbonacea. Como resultado, dos distintas etapas pueden ocurrir: la primera causada por la oxidación del carbono presentes en los organismos y la segunda por los materiales nitrogenados.

En aquellos casos en donde el agua es descargada hacia un afluente después de que un gran porcentaje de carbono ha sido removido por tratamiento, las dos distintas etapas de DBO ejercida podrían no ser observadas. La oxidación de materiales nitrogenados podrían ser bastante importantes en la economía del oxígeno disuelto en el afluente.

Como el amoníaco existe en estado disuelto, consecuentemente, la sedimentación y adsorción no juegan un papel importante en la remoción de la DBO nitrogenada.

La tasa total de DBO ejercida, puede ser expresada como la suma de la tasa de DBO carbonosa y la DBO nitrogenada ejercidas:

$$K_1 L = K_{1oc} L_{oc} + K_{1on} L_{on} \quad (4.8)$$

donde

L_{1oc} , K_{1on} = constantes de proporción para la DBO ejercida por materiales carbonáceos y nitrogenados, respectivamente. T^{-1}

L_{oc} , L_{on} = concentración de materiales carbonáceos y nitrogenados, respectivamente, en términos de DBO. FL^{-3}

4.3 DESCARGAS Y DEPOSITOS EN EL FONDO

Una vez que los materiales orgánicos son depositados en el fondo, se lleva a cabo la descomposición tanto béntica como anaeróbica. Como resultado de ambas descomposiciones, los materiales orgánicos en forma de ácidos orgánicos y gases reducidos, son liberados dentro del cuerpo de agua. Dichos componentes se convierten en parte de la DBO en el flujo del afluente.

La parte de DBO que es añadida al afluente por los depósitos del fondo es generalmente expresada en términos que incluyen también la proporción de DBO que es añadida al río por descargas superficiales:

$$\frac{dL}{dt} = L_a \quad (4.9)$$

donde

L_a = proporción de DBO añadida por descargas locales o por resuspensión de organismos de los depósitos de los lodos del fondo. $- FL^{-3}T^{-1}$

4.4 FOTOSINTESIS

La fotosíntesis es una fuente de oxígeno disuelto que depende de muchos factores, tales como la luz, temperatura, concentración de fitoplancton y nutrientes. Si se asume que la tasa de fotosíntesis varía con la intensidad de la luz durante el día y que llega a ser nula durante la noche, entonces esta fuente puede ser representada por la función

$$P(t) = P_m \operatorname{Sen} \frac{2\pi(t - t_{sr})}{T_{ss} - T_{sr}} \quad T_{sr} < T < T_{ss} \quad (4.10)$$

$$P = 0 \quad T_{sr} > T > T_{ss}$$

donde

P_m = tasa máxima de producción de oxígeno por fotosíntesis. $FL^{-3}T^{-1}$

T_{sr} , T_{ss} = tiempo de salida y puesta del sol, respectivamente

La ecuación (4.10) representa la mitad de una onda sinusoidal coincidiendo con las horas de luz solar.

4.5 RESPIRACION

La respiración de plantas acuáticas microscópicas podría significar un importante consumidor de oxígeno. La respiración es continua e independiente del modelo fotosintético diurno. De aquí, que la respiración puede ser expresada como una tasa R .

En muchos casos, sin embargo, es conveniente combinar la fotosíntesis, respiración y otras fuentes y consumos no incluidos explícitamente en el balance de masa para oxígeno disuelto en un solo término.

$$\frac{dc}{dt} = -S_r \quad (4.11)$$

aquí

S_r = tasa de cambio del oxígeno disuelto como un resultado de la fo
tosíntesis, respiración y otras fuentes y consumos no inclui-
dos explícitamente en el balance de masa para oxígeno. - - - -
 $FL^{-3}T^{-1}$

5

ESTUARIOS

Un estuario es definido como un cuerpo de agua costero - semicerrado, sujeto a la acción de las mareas y en donde el agua de mar es diluida gradualmente por agua fresca. En consecuencia, la desembocadura de los ríos hacia las aguas marinas son clasificados como estuarios. Algunos estuarios están estratificados en el sentido de que el agua salada no se mezcla - significativamente con el agua dulce en la dirección vertical. En tales estuarios, dos prismas se forman, uno de ellos es el de agua salada (prisma de mareas) y el otro es el de agua dulce (prisma advectivo). Por regla general, un estuario estratificado es relativamente profundo.

Como la mayor parte de los estuarios a lo largo de las - costas de México son considerados como no estratificados, solo los de este tipo serán considerados aquí.

La mecánica hidráulica varía significativamente desde - que entra el afluente. Aquella zona del río que está sujeta al alcance de las mareas, el movimiento del agua no solo es causada por el flujo debido a la - gravedad sino también al ascenso y descenso de las mareas, densidad de las - corrientes y efectos del viento. Entre el bajamar y el pleamar, el movimiento del agua sería hacia aguas arriba del río, es decir, contra la corriente de - este. Como el pleamar cede al bajamar, se crea una condición en que el flujo de agua fresca y el retiro de la marea contribuyen al movimiento hacia el - - mar. Los contaminantes vertidos en un estuario son mezclados primeramente con el agua, disminuyendo gradualmente la concentración por el transporte de - - atrás hacia adelante debido a los ciclos de mareas. Por último, los contami-

nantes son trasladados a mar abierto.

En la figura 5.1 la masa de agua en un instante está en I, durante la marea bajante llega hasta II y luego, la marea subiente la lleva hasta III al cabo de exactamente un ciclo. Esa masa de agua dulce ha avanzado x distancia en el ciclo considerado. Al cabo de un número de ciclos el material transportado y dispersado se habrá conducido al océano.

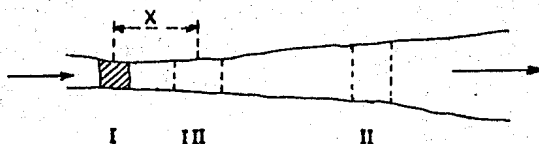


Figura 5.1

En cada ciclo de marea hay dos períodos estacionarios - (en relación a la velocidad de traslación); uno es alta marea y otro en baja marea.

Es en estos períodos en que generalmente se muestrea, ya que es usualmente más fácil de detectar cada período estacionario como lo muestra la figura 5.2.

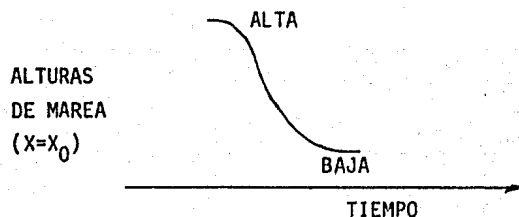


Figura 5.2

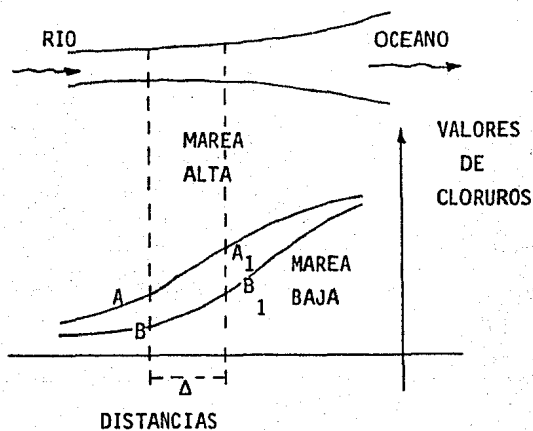


Figura 5.3

La determinación de cloruros es muy importante para estudios de coeficiente de dispersión. Los valores de cloruros varían para el mismo punto según se extraiga la muestra en alta o baja marea.

En la figura 5.3 se observa este efecto, definiéndose al mismo tiempo la llamada "excursión" Δ .

Se ve que el valor A es, en alta marea, mayor que el valor B en baja y que la sección del estuario que corresponde a A tiene el mismo valor en alta marea que la sección a B₁ en baja marea, ambos tomados en período estacionario.

5.1 MODELO DE VOLUMEN FINITO PARA O. D.

El modelo de volumen-finito es usado ampliamente para describir el transporte de materiales tanto conservativos como no conservativos. Para el estado estable (steady-state), se puede demostrar que el sistema

de ecuaciones lineales puede ser desarrollado para las concentraciones de oxígeno disuelto similarmente al sistema dado en la ec. (3.18). Los coeficientes de las ecuaciones son determinados por las siguientes interrelaciones:

$$a_{ij} = \beta_{ij} Q_{ij} - E'_{ij} \quad \text{para } j \neq i \quad (5.1)$$

$$a_{ii} = \sum_j^n [E'_{ij} + \alpha_{ij} Q_{ij}] + V_i K_{2i} \quad (5.2)$$

$$W_i = V_i K_{2i} C^* - V_i K_{1i} L_i - W_{Ri} \quad (5.3)$$

donde.

Q_{ij}	= flujo del volumen i al volumen j	L^{3T-1}
α_{ji}	= factor de advección neta	
E'_{ij}	= coeficiente de mezclado por mareas	L^{3T-1}
V_i	= volumen i (con valor medio de marea)	L^3
K_{2i}	= coeficiente de reaeración en la interfase agua-aire del volumen i	T^{-1}
C^*	= concentración a la saturación del oxígeno disuelto	FL^{-3}
K_{1i}	= constante de desoxigenación para el volumen i	T^{-1}
L_i	= concentración de la DBO en la primera etapa del volumen i	FL^{-3}
W_{Ri}	= tasa de cambio de la concentración de oxígeno disuelto como un resultado de la remanencia de las fuentes y consumos en el volumen i	$FL^{-3}T^{-1}$
β_{ij}	= $(1 - \alpha_{ij})$	

Ciertos coeficientes deben ser modificados para aquellos

volúmenes de agua en que existen condiciones limitantes. Para volúmenes en donde el flujo entra al sistema:

$$a_{ii} = \sum_j^n [E'_{ij} + \alpha_{ij}Q_{ij}] + V_i K_{2i} - \beta_{oi}Q_{oi} + E'_{oi} \quad (5.4)$$

y

$$W_i = V_i K_{2i} C^* - V_i K_{1i} L_i - w_{Ri} + [E'_{oi} + \alpha_{oi}Q_{oi}] C_o \quad (5.5)$$

en donde el subíndice o denota la región exterior para los límites del sistema.

Ahora, en donde el flujo es un residuo del sistema:

$$a_{ii} = \sum_j^n [E'_{ij} + \alpha_{ij}Q_{ij}] + V_i K_{2i} + \alpha_{ik}Q_{ik} + E'_{ik} \quad (5.6)$$

y

$$W_i = V_i K_{2i} C^* - V_i K_{1i} L_i - w_{Ri} + (E'_{ik} - \beta_{ik}Q_{ik}) C_k \quad (5.7)$$

aquí k denota la región del océano.

5.2 MODELO DE VOLUMEN FINITO PARA DBO

Un sistema similar de ecuaciones lineales pueden ser desarrolladas para las concentraciones de la DBO "L". Para estas ecuaciones los coeficientes son:

$$b_{ij} = \beta_{ij} Q_{ij} - E'_{ij} \quad \text{para } j \neq i \quad (5.8)$$

$$b_{ii} = \sum_j^n [E'_{ij} + \alpha_{ij} Q_{ij}] + V_i (K_{1i} + K_{3i}) \quad (5.9)$$

$$W_i = f_i \quad (5.10)$$

donde

K_{3i} = tasa constante de remoción de DBO a través de la sedimentación y/o adsorción. T^{-1}

f_i = entrada de la primera etapa de DBO al volumen i . $FL^{-3}T^{-1}$

Para aquellos volúmenes en donde el flujo está entrando

al sistema:

$$b_{ii} = \sum_j^n [E'_{ij} + \alpha_{ij} Q_{ij}] + V_i (K_{1i} + K_{3i}) - \beta_{oi} Q_{oi} + E'_{oi} \quad (5.11)$$

y

$$W_i = f_i + (E'_{oi} - \alpha_{oi} Q_{oi}) L_o \quad (5.12)$$

Donde el flujo es un residuo del sistema:

$$b_{ii} = \sum_j^n [E'_{ij} + \alpha_{ij} Q_{ij}] + V_i (K_{1i} + K_{3i}) + \alpha_{ik} Q_{ik} + E'_{ik} \quad (5.13)$$

y

$$W_i = f_i + (E'_{ik} - \beta_{ik} Q_{ik}) L_k \quad (5.14)$$

El coeficiente de mezclado E' incluye el efecto de mezclado por fenómeno de mareas, tanto como los efectos de turbulencia, gradien-

tes de velocidad y densidad de corrientes. Ha sido relacionado con el coeficiente de dispersión E por medio de

$$E'_{ij} = \frac{E_{ij} A_{ij}}{0.5(X_i + X_j)} \quad (5.15)$$

donde

A_{ij} = área transversal del promedio de mareas entre los límites de los volúmenes i y j.

X_i, X_j = longitudes de los segmentos i y j, respectivamente.

Como se estableció en la sección tres, el conjunto de ecuaciones definidas por el estado estable del modelo de volumen finito puede ser representado en forma matricial. Para oxígeno disuelto:

$$C = A^{-1}VK_1L + A^{-1}W \quad (5.16)$$

donde

C = Vector de la concentración de oxígeno disuelto (matriz de nx1).

A^{-1} = Inverso de la matriz de coeficientes con elementos a_{ij} -- (matriz de nxn).

VK_1L = Vector de términos dados por el producto $V_i K_{1i} L_i$ (matriz de nx1).

W = Vector de constantes dadas por los términos conocidos en expresiones para funciones de carga o fuente de oxígeno di suelto.

La ecuación (5.16) puede ser modificada para dar

$$C = A^{-1}[\overline{VK_1}]L + A^{-1}W \quad (5.17)$$

donde

$[VK_1]$ = Matriz diagonal con términos VK_1 en la diagonal principal - (matriz de nxn).

L = Vector de DBO con términos L_i (matriz de mx1).

Una matriz similar cuya expresión puede ser desarrollada para el sistema de DBO:

$$L = B^{-1} F - B^{-1} R \quad (5.18)$$

donde

B^{-1} = Inverso de la matriz de coeficiente b_{ik} (matriz nxn).

F = Vector de carga con términos f_i (matriz de nx1).

R = Vector de constantes dadas por términos conocidos en expresiones para funciones de carga o fuente de DBO (matriz de nx1).

Sustituyendo la ecuación (5.18) en la ecuación (5.17) - nos conduce a:

$$C = A^{-1} [VK_1] B^{-1} F + A^{-1} [VK_1] B^{-1} R + A^{-1} W \quad (5.19)$$

A través de la multiplicación de matrices

$$C = XF + Y \quad (5.20)$$

donde

X = Matriz de la función transferente del estado estable, también llamada matriz de carga unitaria (unitloading) (matriz de nxn).

Y = Vector de constantes (matriz de nx1).

La ecuación (5.20) puede ser usada para la solución de la matriz directa de las concentraciones de oxígeno disuelto en el sistema C para un conjunto dado de condiciones de carga F .

Usando los elementos de la matriz de carga unitaria es posible determinar que porción de la concentración de oxígeno disuelto en cualquier volumen resulta de la carga unitaria de DBO de cualquier otro volumen. Por ejemplo, ϕ_{ij} , el elemento en el renglón i y columna j de la matriz de carga unitaria X , tiene un valor numérico igual a la concentración de oxígeno disuelto en el volumen i como resultado de las fuentes de valor unitario de DBO en el volumen j . Multiplicando el elemento ϕ_{ij} por el término del actual valor de la fuente de DBO en el volumen j , esta porción en la concentración de oxígeno disuelto en el volumen i como resultado del término en la fuente puede ser obtenido. En notación matemática, entonces, la concentración total de oxígeno disuelto en el volumen i está dado por

$$C_i = \sum_j \phi_{ij} F_j \quad (5.21)$$

donde

C_i = Concentración de oxígeno disuelto en el volumen i .

F_j = Carga de DBO en el volumen j .

6

PROCÉDIMIENTO DE SOLUCION

6.1 ESTABILIDAD Y DISPERSION NUMERICA

El método de volumen finito tiene implícito ciertas suposiciones, una de las cuales es que las soluciones deben mostrar valores positivos de los parámetros.

Para satisfacer esta condición, recuérdese la ecuación 3.12 y la matriz A. se puede demostrar que para que ello suceda, todos los elementos de la matriz que no estén en la diagonal principal deben ser negativos.

Entonces, como los $a_{i,j-1}$ son < 0 resulta que solo se debe cuidar de los

$$a_{i,i+1} = Q_{i,i+1} \beta_{i,i+1} - E'_{i,i+1}$$

por tanto $Q \beta - E' < 0$

$$y \quad \beta = 1 - \alpha$$

resulta, siendo $U = Q/A$:

$$\alpha > 1 - \frac{E'}{Q} = 1 - \frac{EA}{(\Delta X)Q} = 1 - \frac{E}{U \Delta X} \quad (6.1)$$

es la condición que debe ser satisfecha.

Hay dos cursos de acción para ello:

(a) Elegir ΔX y satisfacer $\alpha > 1 - \frac{E}{U \Delta X}$

(b) Elegir α y satisfacer $\frac{E}{U(1 - \alpha)} > \Delta X$

en donde U es la velocidad advectiva neta debido a la entrada de agua fresca

por el flujo del río. El término $E/U\Delta X$ es un tipo de número de Peclet originalmente usado en problemas de conducción de calor y representa la relación entre la dispersión y el fenómeno advectivo. Para estuarios unidimensionales, un razonable límite inferior para α_{ij} es 1/2 puesto que valores menores de 1/2 implicaría que el transporte de material que atraviesa la superficie entre dos secciones dependería más de las concentraciones agua abajo que las concentraciones aguas arriba.

Para el caso de tomar $\alpha = 0.5$ (que es la llamada suposición de diferencia central) entonces el curso de acción (b) dice que

$$\Delta X < \frac{2E}{U}$$

pero si se elige la suposición $\alpha = 1$ (diferencia retrógrada), entonces cualquier valor de ΔX cumplirá la condición. Nótese que lo anterior vale también para el caso multidimensional.

Lo que precede es la condición de estabilidad y como se ve es importante para elegir las dimensiones de la malla ΔX .

Parecería lógico elegir la suposición $\alpha = 1$ y así no habría problema. Pero en realidad lo que pasa es que existe otra restricción de derivada de lo que se llama dispersión numérica. Esto es, en suma una corrección que debería efectuarse a la dispersión E al ser introducida la segmentación y la aproximación consiguiente.

Sin demostrarlo rigurosamente, se puede ver su forma desarrollando la expresión anterior por Taylor:

$$C_i = C_{i-1} + \Delta X \left[\frac{\partial C}{\partial X} \right]_0 + \frac{\Delta X^2}{2} \left[\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} \right]_0 + \dots$$

donde 0 es el valor inicial. De ello puede derivarse, multiplicando por u:

$$-u \frac{C_i - C_{i-1}}{\Delta X} = -u \frac{\partial C}{\partial X} + \frac{u \Delta X}{2} \left[\frac{\partial^2 C}{\partial X^2} \right]$$

y se ve que al sustituir $\frac{C_i - C_{i-1}}{\Delta X}$ se está introduciendo un error en el coeficiente de $\frac{\partial^2 C}{\partial X^2}$. Ese error es $\frac{u \Delta X}{2}$ aproximadamente.

En general, puede demostrarse que el error de dispersión es:

$$E_{\text{num}} = u \Delta X \left[\alpha - \frac{1}{2} \right] \quad (6.2)$$

Se ve aquí que cuando $\alpha = 1$ no habrá problema de estabilidad, pero la dispersión numérica será máxima. En cambio si $\alpha = \frac{1}{2}$ no habrá dispersión numérica, pero la estabilidad no está garantizada.

En muchos casos se toma

$$\alpha = 1 - \frac{E'}{2Q} \quad (6.3)$$

para ver la importancia de E_{num} . Suponiendo que se tiene, a manera de ejemplo,

$E_r = 1 \frac{\text{km}^2}{\text{día}}$ como valor real y que se quiere que el error E_{num} sea 10% de E_r .

Entonces:

$$E_{\text{num}} = 0.1 \frac{\text{km}^2}{\text{día}} = u \Delta X \left[\alpha - \frac{1}{2} \right]$$

Para $\alpha = 1$

$$\Delta X = \frac{2 \times 0.1}{u}$$

Si

$$u = 0.2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 17.28 \frac{\text{km}}{\text{día}}$$

entonces $\Delta X = 11.57$ m. En un estuario o bahía de sólo 5 km. esto significa que se necesitaría más de 400 segmentos.

Las restricciones de estos desarrollos en segmentos finitos se extienden al caso que exista una variación en el tiempo, lo que significa que no sea estado permanente.

Al igual que antes, el término $a_{i,i}$ será como en la ecuación 3.7:

$$a_{i,i} = Q_{i,i+1} \alpha_{i,i+1} - Q_{i-1,i} \beta_{i-1,i} + E'_{i-1,i} + E'_{i,i+1} + V_i K_i$$

Pero ahora la ecuación general es la 3.3. Para ponerla en diferencias se puede escribir:

$$C_i^S = C_i^P + (\dots) \frac{\Delta t}{A \Delta X}$$

donde C_i^P es la primera concentración y C_i^S la segunda concentración en el volumen i después de transcurrido Δt . El paréntesis (. . .) es en realidad la ecuación 3.7. Puede otra vez demostrarse que los términos de la diagonal principal deben ser positivos para que lo sea la solución y entonces; multiplicando por Δt y dividiendo por $A \Delta X$, queda (términos diagonales principales):

$$\left[- a_{iL} \frac{\Delta t}{A \Delta X} + 1 \right] C_i^P$$

o sea que

$$1 - \frac{Q \alpha}{A} \frac{\Delta t}{\Delta X} - \frac{Q \beta}{A} \frac{\Delta t}{\Delta X} - 2 \frac{E \Lambda}{A \Delta X^2} \Delta t - \frac{K A \Delta X \Delta t}{A \Delta X} > 0$$

$$1 + \frac{u}{\Delta X} \frac{\Delta t}{\Delta X} (\beta - \alpha) - 2 \frac{E \Delta t}{\Delta X^2} - K \Delta t > 0 \quad (6.4)$$

La ecuación 6.4 es la condición en el estado no permanente. Varias simplificaciones son posibles.

$$\text{Para } \alpha = \beta = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2E \Delta t}{\Delta X^2} + K \Delta t < 1$$

y para sustancias conservativas ($K = 0$):

$$\frac{2E \Delta t}{\Delta X^2} < 1$$

o sea

$$\frac{\Delta t}{\Delta X^2} < \frac{1}{2E}$$

De modo que además de los criterios de estabilidad y dispersión numérica, en estado no permanente es necesario verificar el intervalo de tiempo, en la aproximación por segmentos finitos.

6.2 PROCEDIMIENTO

El procedimiento para usar las aproximaciones por sección finita es:

- a) Compilar la información sobre la geometría del sistema, la dispersión y la tasa de reacción.
- b) Determinar adecuadamente las longitudes de las secciones considerando las facilidades computacionales y la existencia de gradientes de concentración (recordando que se asume que en cada volumen hay un buen mezclado sin gradientes) y usando el criterio de estabilidad.
- c) Formar los elementos de la matriz A , ecuación (3.15).

d) Formar el vector W , teniendo cuidado al incluir los valores límite del principio y final de estuario , ecuaciones (3.16) y (3.17).

El procedimiento computacional se continúa después invirtiendo A para formar la matriz respuesta A^{-1} del estado estable para posteriormente multiplicar A^{-1} por (W) y obtener la solución del vector (C) o también resolver el conjunto de ecuaciones simultáneas por técnicas de relajación. Frecuentemente esta última vía es computacionalmente más eficiente, aunque para algunas etapas en el análisis la matriz inversa puede ser usada. De cualquier forma, se debe tener cuidado y asegurarse de que el grupo de unidades sea consistente en todas partes donde se empleen.

7

EJEMPLOS DE APLICACION

Para ilustrar la aplicación del modelo de distribución lateral de la concentración de la descarga, se considera la figura 7.1 que representa un estuario hipotético sobre el cual ha sido superpuesto una malla relativamente basta de 11 secciones. Un tributario descarga dentro de la sección 2, una descarga de desecho se localiza en la sección 5 y las secciones 10 y 11 representan las secciones que limitan con el océano. Si, por ejemplo, se investiga la distribución de DBO en el estuario, la concentración en los límites del océano puede ser ajustado a cero. Esta condición de cero en el océano no es apropiada en la calibración de la salinidad cuando se empieza a modelar. El número de mallas depende de la estabilidad y dispersión numérica del estuario. Para aplicaciones prácticas, en la computación de los elementos de la matriz, el promedio de áreas de las secciones transversales es usado. Esto podría ser renombrado que el modelo requiere una especificación a priori del flujo y el régimen de dispersión. La forma de la matriz indicado en la figura 7.1 se muestra en la tabla 7.1, donde "X" designa un elemento de la matriz. La simetría es evidente. El vector de las descargas de entrada tiene dos elementos que no son cero, W_2 y W_5 . La primera representa la carga (usualmente en Kgs/día) en la entrada del tributario y la segunda representa alguna descarga municipal, industrial o agrícola. La solución de las once ecuaciones representadas en la tabla 7.1 proporciona la respuesta a la variable C (por ejemplo DBO), a causa de las respuestas debido solamente a las cargas W_5 y W_2 dentro de un conjunto de ceros. Como antes, el inverso de A representa la respuesta al sistema debido a la entrada de carga unitaria en cada sección.

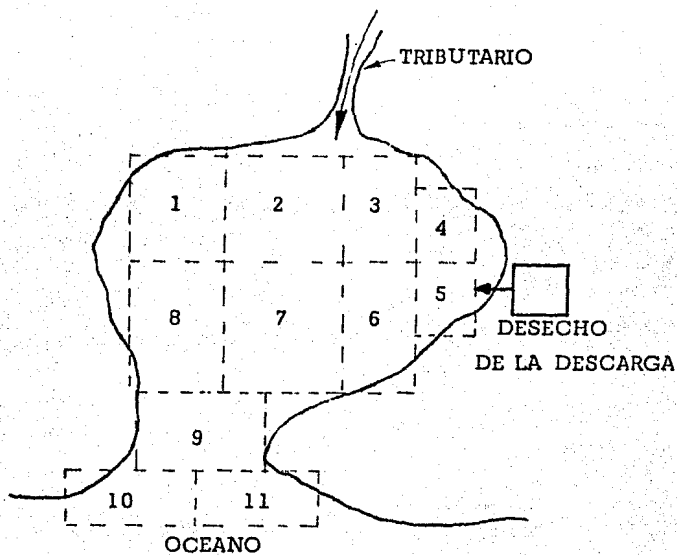


Figura 7.1 Sistema estuarino hipotético

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	X	X						X			
2	X	X	X				X				
3		X	X	X		X					
4			X	X	X						
5				X	X	X					
6			X		X	X	X				
7		X				X	X	X	X		
8	X						X	X	X		
9							X	X	X	X	X
10									X	X	X
11									X	X	X

$$\begin{bmatrix} C_1 \\ C_2 \\ C_3 \\ C_4 \\ C_5 \\ C_6 \\ C_7 \\ C_8 \\ C_9 \\ C_{10} \\ C_{11} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ W_2 \\ 0 \\ 0 \\ W_5 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

TABLA 7.1 Forma matricial para el sistema mostrado en la figura 7.1

7.1 APLICACION AL CASO UNIDIMENSIONAL

Un ejemplo de aplicación, de las aproximaciones por sección finita, es el análisis de las concentraciones de oxígeno disuelto a través de un estuario unidimensional. La técnica descrita en el capítulo 3 fue aplicada a 23 secciones, tal como se muestra en la figura 7.2.

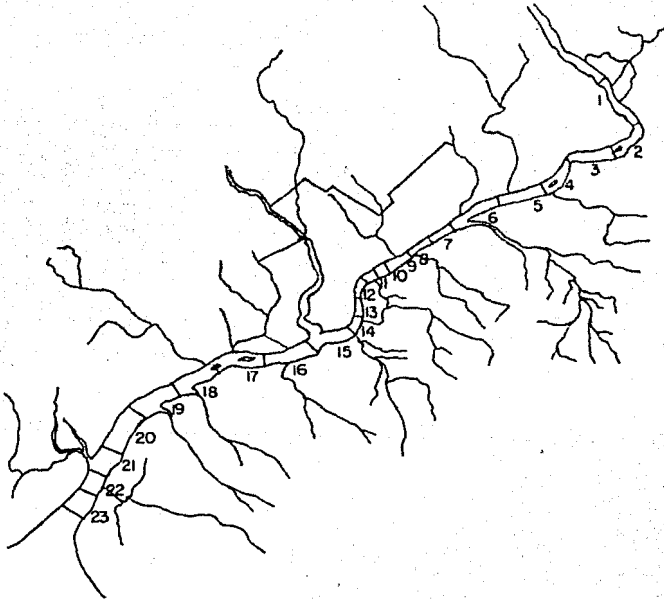


Fig. 7.2 Mapa de un estuario, mostrando las secciones finitas.

En la tabla 7.2 se dan los valores espaciales de los parámetros del sistema requeridos para los elementos finitos. Nótese que el área, gasto y los coeficientes de dispersión son especificados para los límites de las secciones desde el principio hasta el final del estuario. En esta misma tabla se dan las concentraciones de OD y DBO tanto a la entrada como a

 * ESTUARIO UNIDIMENSIONAL *

SECCION	LONGITUD	VOLUMEN	AREA TRANSVERSAL	COEFICIENTE DE DISPERSION	GASTO	K1	K2	K3	DBO TOTAL	OD TOTAL
	Mts.	M ³	(I, I+1) M ²	(I, I+1) M ² /DIA	(I, I+1) M ³ /DIA	1/DIA	1/DIA	1/DIA	KGS/DIA	KGS/DIA
0	0	0	604	10355500	7339730.00	0.40	0.09	0.00	0.00	0.00
1	6400	6852680	1468	10355500	7437590.00	0.40	0.21	0.20	3537.87	10106.60
2	6096	10307300	1963	10355500	7682200.00	0.40	0.23	0.20	4062.83	3910.87
3	6096	12025800	2205	10355500	7706710.00	0.40	0.18	0.20	2720.18	1673.87
4	6096	15064600	2649	10355500	7780110.00	0.40	0.20	0.20	3015.48	1224.69
5	6096	18009500	3168	10355500	7877970.00	0.40	0.25	0.20	1971.77	2177.24
6	6096	21407500	3846	10355500	8367290.00	0.40	0.20	0.20	3314.85	2286.11
7	3048	12884200	4608	10355500	7706710.00	0.40	0.19	0.20	554.91	403.59
8	3048	14271700	4757	12944400	7755650.00	0.40	0.23	0.20	2207.07	943.58
9	3048	15092900	5147	12944400	7780110.00	0.40	0.16	0.20	5668.09	1029.58
10	3048	16480400	5658	12944400	8293990.00	0.40	0.18	0.20	65178.20	1020.88
11	3048	17239600	6039	12944400	8367290.00	0.40	0.18	0.20	10096.50	2642.88
12	3048	18547500	6132	12944400	8367290.00	0.40	0.09	0.20	2533.31	642.35
13	3048	19651900	6754	12944400	8489620.00	0.40	0.11	0.20	28552.90	1465.64
14	3048	22795100	8203	12944400	8954470.00	0.40	0.11	0.20	89736.90	1796.23
15	6096	52669500	9105	12944400	9523100.00	0.40	0.12	0.20	36010.20	6467.88
16	6096	57483200	9748	12944400	10397900.00	0.40	0.13	0.20	85039.20	3061.70
17	6096	61844000	10535	12944400	10716000.00	0.40	0.13	0.20	30673.30	5268.97
18	6096	67937200	11754	12944400	10932800.00	0.40	0.13	0.20	12255.70	3255.86
19	6096	76226000	13267	12944400	10611700.00	0.40	0.13	0.20	30775.30	7348.19
20	6096	83025000	13973	12944400	10911700.00	0.40	0.13	0.20	465.79	7144.00
21	3048	42615100	14112	12944400	11376500.00	0.40	0.13	0.20	50370.50	2143.29
22	3048	44570700	15134	12944400	11278800.00	0.40	0.13	0.20	53022.50	3721.55
23	3048	48022000	16425	12944400	11401000.00	0.40	0.18	0.20	987.02	5918.28

VALORES A LA ENTRADA DEL SISTEMA :

* DEMANDA BIQUIMICA DE OXIGENO = 19 mg/l
 ** CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELT0 = 7 mg/l
 *** CONCENTRACION A LA SATURACION DEL O2 = 8.1 mg/l

VALORES A LA SALIDA DEL SISTEMA :

* DEMANDA BIQUIMICA DE OXIGENO = 1 mg/l
 ** CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELT0 = 8 mg/l

TABLA 7.2 DATOS FISICOS Y DESCARGAS PARA UN SISTEMA ESTUARINO UNIDIMENSIONAL.

la salida del sistema.

La ecuación para cada segmento contiene solo tres coeficientes -- $a_{i,i-1}$, $a_{i,i}$ y $a_{i,i+1}$, a excepción de la primera ecuación, en donde los coeficientes son $a_{i,i}$ y $a_{i,i+1}$, y la última ecuación en donde los coeficientes son $a_{i,i-1}$ y $a_{i,i}$; los coeficientes de la matriz, de esta manera, consisten de valores diferentes a cero a lo largo de la diagonal principal y de las dos diagonales adyacentes, solamente.

Para la solución de la determinación de las concentraciones de OD y DBO, como un sistema acoplado, se utilizó el programa UNO del capítulo 8 cuya estructuración se basó en las ecuaciones del capítulo 5. La corrida de este programa generó resultados de la concentración de oxígeno disuelto en los volúmenes finitos planteados. El perfil de OD computado a través del estuario es mostrado en la figura 7.3.

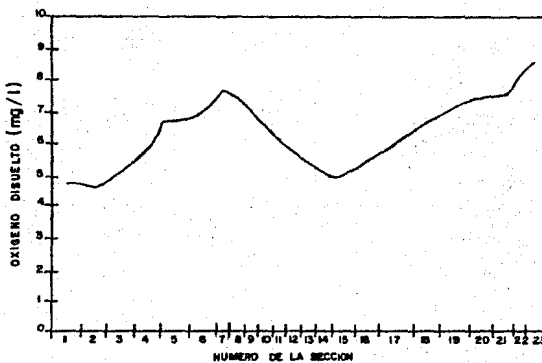


Fig. 7.3 Perfil de OD en un estuario unidimensional

7.2 APLICACION AL CASO MULTIDIMENSIONAL

La figura 7.4 es una configuración de un sistema estuari

no multidimensional que, a manera de ejemplificación se ha tomado con siete volúmenes, su tributario y una descarga en el volumen cuatro.

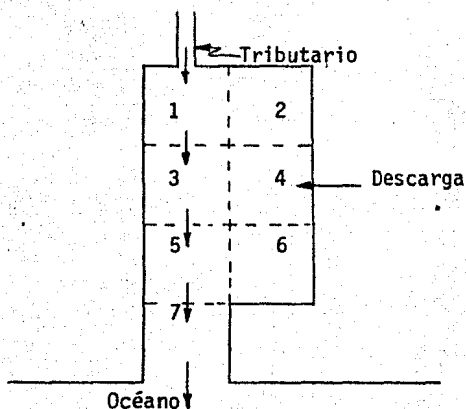


Fig. 7.4 Sistema estuarino multidimensional

La tabla 7.3 lista los datos de los parámetros para cada volumen y los parámetros de interfase entre volúmenes adyacentes como son - - área, coeficiente de dispersión y gasto. También son mostrados los valores de oxígeno disuelto y demanda bioquímica de oxígeno del río y Océano, respectivamente, como condiciones de límite del sistema.

Aplicando las ecuaciones del capítulo 5, la forma de la matriz para los elementos de cada volumen se muestran en la tabla 7.4.

 * ESTUARIO MULTIDIMENSIONAL *

Parametros en los volúmenes :

SECCION	LONGITUD MTS.	VOLUMEN M ³	V1 1/DIA	V2 1/DIA	V3 1/DIA	DDO TOTAL PGE/DIA	OD TOTAL LOS/DIA
1	6096	7079210	0.40	0.12	0.70	0.00	-4525.92
2	6096	5633370	0.40	0.33	0.40	0.00	-2267.96
3	6096	21207800	0.40	0.45	0.90	0.00	-4525.92
4	6096	18403000	0.40	0.40	0.90	45359.29	-4525.92
5	6096	42475300	0.40	0.38	0.70	0.00	-6603.88
6	6096	33980200	0.40	0.40	0.70	0.00	-6603.88
7	6096	70792100	0.40	0.40	0.70	0.00	-6603.88

Parametros en las interfaces de los volúmenes :

INTERFASE	AREA TRANSVERSAL M ²	COEFICIENTE DE DISPERSION M ² /DIA	GASTO DE M ³ /DIA
0 - 1	179	10355500	2446500
1 - 2	1264	10355500	0
1 - 3	2023	10355500	2446500
2 - 4	1850	10355500	0
3 - 4	1200	10355500	0
3 - 5	2709	12944400	2446500
4 - 6	2418	12944400	0
5 - 6	2601	12944400	0
5 - 7	3252	15533300	2446500
7 - 8	3712	15533300	2446500

VALORES A LA ENTRADA DEL SISTEMA :

- * DEMANDA BIOLÓGICA DE OXÍGENO = 60 mg/l
- ** CONCENTRACION DE OXÍGENO DISUELTUO = 5 mg/l
- *** CONCENTRACION A LA SATURACION DEL OD = 9.1 mg/l

VALORES A LA SALIDA DEL SISTEMA :

- * DEMANDA BIOLÓGICA DE OXÍGENO = 10 mg/l
- ** CONCENTRACION DE OXÍGENO DISUELTUO = 2 mg/l

TABLA 7.2 DATOS FIJADOS Y DESCARGAS PARA UN SISTEMA ESTUARIO MULTIDIMENSIONAL.

$$\begin{bmatrix}
 a_{11} & a_{12} & a_{13} & 0 & 0 & 0 & 0 \\
 a_{21} & a_{22} & 0 & a_{24} & 0 & 0 & 0 \\
 a_{31} & 0 & a_{33} & a_{34} & a_{35} & 0 & 0 \\
 0 & a_{42} & a_{43} & a_{44} & 0 & a_{46} & 0 \\
 0 & 0 & a_{53} & 0 & a_{55} & a_{56} & a_{57} \\
 0 & 0 & 0 & a_{64} & a_{65} & a_{66} & 0 \\
 0 & 0 & 0 & 0 & a_{75} & 0 & a_{77}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 C_1 \\
 C_2 \\
 C_3 \\
 C_4 \\
 C_5 \\
 C_6 \\
 C_7
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 W'_1 \\
 0 \\
 0 \\
 W_4 \\
 0 \\
 0 \\
 W''_7
 \end{bmatrix}$$

Tabla 7.4 Forma matricial para el sistema de la figura 7.4

Se puede observar que el vector de descargas W contiene tres elementos: W'_1 , W_4 y W''_7 debido al tributario, a la descarga en el volumen cuatro y a las concentraciones de OD y DBO en el Océano.

Como en el caso anterior se empleó el programa DOS del capítulo 8 para determinar las concentraciones de DBO y OD en cada volumen, a continuación se dan los resultados;

VOLUMEN	DBO mg/l.	OD mg/l.
1	8.39	4.42
2	1.94	6.84
3	1.23	7.44
4	1.58	8.00
5	0.27	8.58
6	0.18	8.93
7	1.51	8.01

8

PROGRAMAS DE COMPUTADORA

Un procedimiento de solución para el modelo de volumen - finito está dado por el diagrama de flujo de la figura 8.1 y que sirvió de base para construir el programa para estuarios unidimensionales (listado UNO) - y estuarios multidimensionales (listado DOS). La diferencia básica, entre los dos programas, estriba en la forma en que son aportados los datos de lectura y la forma en que son construidos los coeficientes de las matrices para DBO - y OD.

En el programa para estuarios unidimensionales la lectura de los parámetros del sistema se hace en la línea 460, son leídas la distancia en dirección al flujo de cada sección, el volumen, el área transversal entre volúmenes adyacentes, el coeficiente de dispersión, el gasto aportado - de un volumen a otro, la constante de desoxigenación, el coeficiente de reaeración, la tasa constante de remoción de DBO a través de la sedimentación - y/o adsorción, las entradas de DBO aportadas a cada sección y la tasa de - - cambio de la concentración de OD como un resultado de la remanencia de fuentes y sumideros en el volumen i . Los coeficientes de las ecuaciones son construidos en forma directa evitando, con esto, exceso de tiempo-máquina en los cálculos; estos coeficientes son calculados de la línea 620 a 690 para la matriz de DBO y de la línea 820 a 890 para la matriz de OD.

En el programa de estuarios multidimensionales, los parámetros de volumen son leídos en la línea 400. esto es, longitud de secciones, volumen, constante de desoxigenación, coeficiente de reaeración, tasa de remoción de DBO, aportación de DBO de una fuente externa al sistema y la aporta

ción de OD como fuentes o sumideros en los volúmenes; los parámetros de interfase: áreas, coeficientes de dispersión y gastos son dados de la línea 430 a la 520. El cálculo de los coeficientes se hacen de la línea 730 a la 900 para la matriz de DBO y de la línea 1020 a 1190 para la matriz de OD; cabe resaltar aquí, que estos coeficientes son desarrollados con todos los volúmenes adyacentes que le corresponden por medio de la proposición FOR desde el primer volumen hasta el volumen n, los cuales son integrados de acuerdo a la información de interfase dada.

La subrutina que calcula las alfas y betas en las interfases de los volúmenes adyacentes, lo hace de la siguiente manera:

--Para flujo a través de la interfaz entrando al segmento

$$\alpha_{ji} = \frac{l_i}{l_i + l_j}$$

--Para flujo a través de la interfaz saliendo del segmento

$$\alpha_{ij} = \frac{l_j}{l_i + l_j}$$

Se prueba ahora el criterio de estabilidad y sino se cumple se hace un ajuste. El ensayo es el siguiente:

Si

$$\alpha > 1 - \frac{E'}{Q}$$

no se altera.

Si

$$\alpha < 1 - \frac{E'}{2Q}$$

se recalcula α haciendo

$$\alpha = 1 - \frac{E'}{2Q}$$

Posteriormente son calculados los elementos de la matriz formada como un sistema de ecuaciones lineales y, en cuya solución se empleó el método iterativo de Gauss-Seidel.

Se corrieron los programas con los datos de los ejemplos del capítulo 7; después del listado de cada programa se presentan sus resultados respectivos. Estos programas fueron corridos en una minicomputadora - - - "RADIO SHACK" modelo II de 64 K de capacidad, pudiéndose adaptar a computadoras de mayor tamaño. El lenguaje utilizado fue el BASIC.

Procedimiento de solución para el modelo de volumen finito aplicado a la determinación de oxígeno disuelto en un estuario.

Donde $x = X$
 $E' = EP$
 $V = V$
 $A = A$
 $Q = Q$
 $K_1 = K1$
 $K_2 = K2$
 $K_3 = K3$
 $W_r = W$
 $H_r = SR$
 $H = H$
 $U = U$
 $T = T$
 $C^* = CSAT$

además
 a_{ij} para OD = AC(i,j)
 b_{ij} para DBO = AL(i,j)
 w_i para OD = FC(i)
 w_i para DBO = FL(i)
 SING = Subrutina Gauss-Seidel para la solución del conjunto de ecuaciones algebraicas simultaneas.

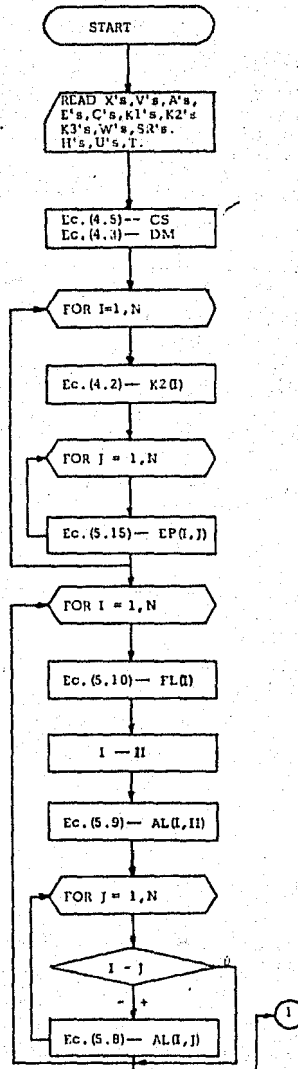
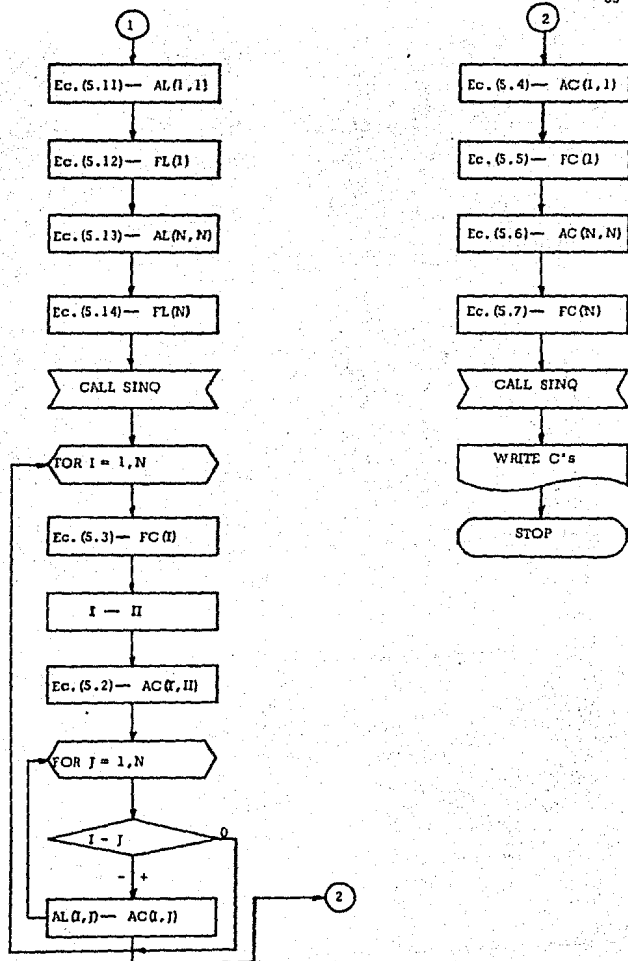


Figura 8.1 Algoritmo de solución.



Algoritmo de solución (continuación).

```

10 REM ESTE PROGRAMA EMPLEA EL MODELO DE VOLUMEN FINITO PARA CALCULAR OXIGENO DISUELT0 (OD) Y DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO (DBO), C
OMO UN SISTEMA ACOPLADO EN ESTUARIOS.
20 REM APLICACION A ESTUARIOS UNIDIMENSIONALES.
30 DIM X(24),V(24),A(24,24),E(24,24),Q(24,24),K1(24),K2(24),K3(24)
40 DIM W(24),SR(24)
50 DIM AZ(24,24),BZ(24)
60 DIM EP(24,24),AA(24,24),BB(24,24),FL(24),AL(24,24),AC(24,24)
70 DIM XI(24),FC(24)
80 REM LAS VARIABLES UTILIZADAS SON :
90 REM Q = VOLUMEN DE FLUIDO TRANSPORTADO (GASTO), M3/DIA.
100 REM E = COEFICIENTE DE DISPERSION, M2/DIA.
110 REM CP = COEFICIENTE DE MEZCLADO, M2/DIA.
120 REM VOL = VOLUMEN DE CADA SECCION FINITA, M3.
130 REM A = AREA TRANSVERSAL ENTRE VOLUMENES ADYACENTES, M2.
140 REM X = LONGITUD DE CADA SECCION FINITA, M.
150 REM SR = TASA DE CAMBIO DE LA CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELT0 COMO UN RESULTADO DE LA REMANENCIA DE FUENTES Y SUMIDERS EN EL
VOLUMEN I, KG/DIA
160 REM K1 = CONSTANTE DE DESOXIDENACION PARA EL VOLUMEN I, 1/DIA.
170 REM K2 = COEFICIENTE DE REAERACION EN LA INTERFASE AGUA-AIRE DEL VOLUMEN I, 1/DIA.
180 REM K3 = TASA CONSTANTE DE REMOCION DE DBO ATRAVES DE LA SEDIMENTACION Y/O ADSORCION, 1/DIA.
190 REM W = ENTRADA DE LA PRIMERA ETAPA DE DBO AL VOLUMEN I, KG/DIA
200 REM CSAT = CONCENTRACION A LA SATURACION DEL OXIGENO DISUELT0, KG/M3.
210 REM AC(I,J)=A(I,J) PARA OD.
220 REM AL(I,J)=A(I,J) PARA DBO.
230 REM FC(I)=F(I) PARA OD.
240 REM FL(I)=F(I) PARA DBO.
250 REM Q(0,1)= GASTO A LA ENTRADA DEL SISTEMA.
260 REM EP(0,1)= COEFICIENTE DE MEZCLADO A LA ENTRADA DEL SISTEMA.
270 REM Q(N,N+1) = GASTO A LA SALIDA DEL SISTEMA.
280 REM EP(N,N+1)= COEFICIENTE DE MEZCLADO A LA SALIDA DEL SISTEMA.
290 REM EE= CONCENTRACION DE LA PRIMERA ETAPA DE DBO EN LA ENTRADA DEL SISTEMA, KG/M3
300 REM SS = CONCENTRACION DE LA PRIMERA ETAPA DE DBO A LA SALIDA DEL SISTEMA (EN EL OCEANO),KG/M3
310 REM IOXD = CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELT0 EN LA ENTRADA DEL SISTEMA, UGS/M3.
320 REM FOXD = CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELT0 A LA SALIDA DEL SISTEMA, UGS/M3.
330 REM XI(I)= VECTOR DE LAS CONCENTRACIONES EN CADA VOLUMEN, UGS/M3.
340 REM *****
350 OO=1
360 REM LECTURA DE NUMERO DE VOLUMENES:
370 READ N
380 REM VALORES DE ENTRADA Y SALIDA:
390 EE=0.010
400 SS=0.001
410 CCSAT=0.0091
420 IOXD=0.007
430 FOXD=0.009
440 REM LECTURA DE DATOS:
450 FOR I=0 TO N
460 READ X(I),V(I),A(I,I+1),E(I,I+1),Q(I,I+1),K1(I),K2(I),K3(I),W(I),SR(I)
470 E(I+1,I)=E(I,I+1)
480 A(I+1,I)=A(I,I+1)
490 Q(I+1,I)=Q(I,I+1)
500 NEXT I
510 GOSUB 1350
520 REM EMPEZAMOS CALCULOS :
530 FOR I=0 TO N
540 FOR J=1 TO N
550 EP(I,J)= (E(I,J)*A(I,J))/(0.2*(X(I)+X(J)))
560 NEXT J
570 NEXT I
580 EP(N,N+1)=(E(N,N+1)*A(N,N+1))/(0.2*(X(N)+X(N+1)))

```

```

590 DGSUB 1660
600 AA(I,1)=0.5*BB(O,1)=0.5
610 AA(N,N+1)=0.5*BB(N,N+1)=0.5
620 FOR I=1 TO N
630 FL(I)=W(I)
640 AL(I,1-1)=-Q(I-1,1)*AA(I-1,1)-EP(I-1,1)
650 AL(I,1)=Q(I,1+1)*AA(I,1+1)-Q(I-1,1)*BB(I-1,1)+EP(I-1,1)+EP(I,1+1)+V(I)=KI(I)*K3(I)
660 AL(I,1+1)=Q(I,1+1)*BB(I,1+1)-EP(I,1+1)
670 NEXT I
680 FL(I)=FL(I)-(AL(I,0)+EE)
690 FL(N)=FL(N)-(AL(N,N+1)+SS)
700 REM LLAMADA A SUBROUTINA GAUSS-SEIDEL PARA RESOLVER SISTEMAS DE ECUACIONES
710 REM LINEALES Y DETERMINAR LAS CONCENTRACIONES DE LA DEMANDA BIOQUIMICA DE
720 REM OXIGENO PARA CADA VOLUMEN :
730 FOR I=1 TO N
740 FOR J=1 TO N
750 AZ(I,J)=AL(I,J)
760 NEXT J
770 NEXT I
780 FOR I=1 TO N
790 BZ(I)=FL(I)
800 NEXT I
810 DGSUB 1770
820 FOR J=1 TO N
830 FC(I)=V(I)*K2(I)*CCSAT-V(I)*KI(I)*XX(I)-SR(I)
840 AC(I,1-1)=-Q(I-1,1)*AA(I-1,1)-EP(I-1,1)
850 AC(I,1)=Q(I,1+1)*AA(I,1+1)-Q(I-1,1)*BB(I-1,1)+EP(I-1,1)+EP(I,1+1)+V(I)*K2(I)
860 AC(I,1+1)=Q(I,1+1)*BB(I,1+1)-EP(I,1+1)
870 NEXT I
880 FC(N)=FC(N)-(AC(N,0)+IOXD)
890 FC(N)=FC(N)-(AC(N,N+1)+FOXD)
900 REM LLAMADA A SUBROUTINA GAUSS-SEIDEL PARA RESOLVER SISTEMAS DE ECUACIONES
910 REM LINEALES Y DETERMINAR LAS CONCENTRACIONES DE OXIGENO DISUELTUO PARA
920 REM CADA VOLUMEN :
930 FOR I=1 TO N
940 FOR J=1 TO N
950 A(I,J)=AC(I,J)
960 NEXT J
970 NEXT I
980 FOR I=1 TO N
990 BZ(I)=FC(I)
1000 NEXT I
1010 DGSUB 1770
1020 DATA 23
1030 DATA 0.0,603.87,10355524,7339277,0.0,0.0,0
1040 DATA 6400,6852677,1467.9,10355524,7437589,0.4,0.31,0.9,3537.57,10106.04
1050 DATA 6096,10307932,1988.1,10355524,7682247,0.4,0.23,0.9,4062.83,3910.87
1060 DATA 6096,13025750,2285.4,10355524,7706713,0.4,0.18,0.9,2720.19,1077.87
1070 DATA 6096,15064563,2647.7,10355524,7790110,0.4,0.2,0.9,3015.48,1224.69
1080 DATA 6096,16009215,3167.9,10355524,7877973,0.4,0.25,0.9,1971.77,2177.24
1090 DATA 6096,21407536,3946.2,10355524,8367289,0.4,0.20,0.9,3314.05,2286.11
1100 DATA 3048,12884125,4607.9,10355524,7706713,0.4,0.19,0.9,594.51,403.69
1110 DATA 3048,14271691,4756.8,12944405,7755645,0.4,0.23,0.9,2907.07,963.88
1120 DATA 3048,15092079,5146.8,12944405,7760110,0.4,0.16,0.9,5668.05,1020.58
1130 DATA 3048,16480405,5657.0,12944405,8293891,0.4,0.18,0.9,65178.9,1020.53
1140 DATA 3048,17899614,6038.7,12944405,8267289,0.4,0.10,0.9,1606.5,2612.69
1150 DATA 3048,18947825,6131.6,12944405,8267289,0.4,0.09,0.9,2533.31,612.35
1160 DATA 3048,19651892,6754.1,12944405,8489617,0.4,0.11,0.9,36652.9,1469.64
1170 DATA 3048,2279592,8204.3,12944405,854467,0.4,0.11,0.9,89736.9,1796.23
1180 DATA 6096,52669325,9104.5,12944405,9930097,0.4,0.13,0.9,36010.2,6667.8

```

```

1190 DATA 6096,57483199,9745.5,12944405,10377946,0.4,0.13,0.9,85039.9,3061.7
1200 DATA 6096,61843994,10535.2,12944405,10716001,0.4,0.13,0.9,30673.3,5204.97
1210 DATA 6096,67847165,11731.6,12944405,10862796,0.4,0.13,0.9,13935.7,3265.86
1220 DATA 6096,748992,13266.6,12944405,10911727,0.4,0.13,0.9,30775.3,7248.19
1230 DATA 6096,83024995,13972.4,12944405,10911727,0.4,0.13,0.9,485.79,7144.08
1240 DATA 3048,42615073,14111.9,12944405,11376577,0.4,0.13,0.9,50370.5,3143.39
1250 DATA 3048,44570717,15133.9,12944405,11376577,0.4,0.13,0.9,53092.5,2721.35
1260 DATA 3048,48082006,16423.2,12944405,11401042,0.4,0.18,0.9,987.02,5919.38
1270 DATA 3048,50743790,16880.5,18122167,11401042,0.4,0.18,0.9,358.79,4989.52
1280 DATA 3048,52236167,17502.9,18122165,11401042,0.4,0.28,0.9,387.82,4218.41
1290 DATA 3048,54818114,18246.2,18122165,11423508,0.4,0.28,0.9,1776.27,5443.11
1300 DATA 3048,58162804,19927.7,18122165,11423508,0.4,0.35,0.9,449.96,6803.88
1310 DATA 3048,60456272,21832.2,18122165,11547837,0.4,0.35,0.9,4902.43,6903.88
1320 DATA 6096,138639280,23643.8,18122165,11621234,0.4,0.25,0.9,2272.9,0.0
1330 DATA 6096,159140680,28558.4,18122165,11694631,0.4,0.24,0.9,2498.8,0.0
1340 END
1350 REM SUBROUTINA QUE ESCRIBE LDS DATOS DE ENTRADA
1360 LPRINT STRING$(42," ")||STRING$(50,"*")
1370 LPRINT STRING$(42," ")||"*****"||STRING$(48," ")||"*****"
1380 LPRINT STRING$(42," ")||"***** ESTUARIO UNIDIMENSIONAL *****"||LPRINT STRING$(42," ")||"*****"||STRING$(48," ")||"*****"
1390 LPRINT STRING$(42," ")||STRING$(50,"*")
1400 LPRINT:LPRINT:LPRINT
1410 LPRINT STRING$(99,"_");LPRINT STRING$(30,"_");LPRINT
1420 LPRINT " SECCION LONGITUD VOLUMEN AREA COEFICIENTE OASTO K1 K2";LPRINT" K3
DDO
1430 LPRINT STRING$(37," ");"TRANSVERSAL DE";STRING$(56," ");"TOTAL TOTAL"
1440 LPRINT STRING$(49," ");"DISPERSION"
1450 LPRINT STRING$(39," ");" (I,I+1) (I,I+1)"
1460 LPRINT STRING$(16," ");"MTS. M^3 M^2 M^2/DIA M^3/DIA";LPRINT " 1/DIA 1/DIA 1/DIA
KGS/DIA KGS/DIA"
1470 LPRINT STRING$(99,"_");LPRINT STRING$(30,"_")
1480 LPRINT:LPRINT
1490 FOR I=0 TO N
1500 LPRINT " ";I; " ";LPRINT USING "#####";X(I);V(I);A(I,I+1);E(I,I+1);LPRINT USING "#####.##";Q(I,I+1);K1(I);
K2(I);K3(I);N(I);SR(I)
1510 NEXT I
1520 LPRINT STRING$(99,"_");LPRINT STRING$(30,"_")
1530 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT
1540 LPRINT "VALORES A LA ENTRADA DEL SISTEMA : "
1550 LPRINT STRING$(34,"_")
1560 LPRINT
1570 LPRINT " * DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO = ";EE*1000;" mg/l"
1580 LPRINT " * * CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELT0 = ";IOXD*1000;" mg/l"
1590 LPRINT " * * * CONCENTRACION A LA SATURACION DEL OD = ";CCSAT*1000;" mg/l"
1600 LPRINT:LPRINT
1610 LPRINT "VALORES A LA SALIDA DEL SISTEMA : "
1620 LPRINT STRING$(30,"_")
1630 LPRINT " * DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO = ";ISS*1000;" mg/l"
1640 LPRINT " * * CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELT0 = ";FOXD*1000;" mg/l"
1650 RETURN
1660 REM SUBROUTINA PARA CALCULAR LAS ALFAS Y LAS BETAS EN LAS INTERFASES DE LOS
1670 REM VOLUMENES ADYACENTES:
1680 FOR I=1 TO N
1690 AA(I,I+1)= X(I+1)/(X(I)+X(I+1))
1700 IF AA(I,I+1) > (1-EF(I,I+1))/Q(I,I+1)) GOTO 1720
1710 AA(I,I+1)= 1-(EP(I,I+1)/(2*Q(I,I+1)))
1720 BB(I,I+1)= 1-AA(I,I+1)
1730 BB(I+1,I)=AA(I,I+1)
1740 AA(I+1,I)= 1-BB(I+1,I)
1750 NEXT I

```

```

1760 RETURN
1770 REM SUBROUTINA PARA RESOLVER SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES
1780 REM CON EL METODO ITERATIVO DE GAUSS-SEIDEL.
1790 REM NMI=NUMERO MAXIMO DE ITERACIONES.
1800 NMI=100
1810 REM NAPROX=NUMERO MAXIMO DE CIFRAS SIGNIFICATIVAS EXACTAS CON QUE SE DESEA EL RESULTADO.
1820 NAPROX=5
1830 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT
1840 APROX=10./(-NAPROX)
1850 IF (OO=1) THEN LPRINT "MATRIZ DEL SISTEMA PARA LA DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO : "
1860 IF (OO=1) THEN LPRINT "*****"
1870 IF (OO=2) THEN LPRINT "MATRIZ DE SISTEMA PARA EL OXIGENO DISUELT0 I "
1880 IF (OO=2) THEN LPRINT "*****"
1890 LPRINT:LPRINT
1900 FOR I=1 TO N
1910 FOR J=1 TO N
1920 IF (AZ(I,J)=0) GOTO 1950
1930 IF (OO=1) THEN LPRINT "B(";I;";";J;")=";AZ(I,J);" ";
1940 IF (OO=2) THEN LPRINT "A(";I;";";J;")=";AZ(I,J);" ";
1950 NEXT J
1960 LPRINT "W(";I;")=";BZ(I)
1970 NEXT I
1980 LPRINT:LPRINT "(Los elementos que no aparecen en esta matriz son iguales a cero)"
1990 LPRINT:LPRINT:LPRINT
2000 LPRINT "VALORES DE LAS INCOGNITAS ANTES DE LA PRIMERA ITERACION"
2010 FOR J=1 TO N
2020 IF (OO=1) THEN XX(J)=0.1
2030 IF (OO=2) THEN XX(J)=4.0
2040 LPRINT XX(J).
2050 NEXT J
2060 LPRINT
2070 FOR ITER=1 TO NMI
2080 IJK=0
2090 FOR I=1 TO N
2100 Y=BZ(I)
2110 FOR J=1 TO N
2120 IF (I=J) GOTO 2140
2130 Y=Y-AZ(I,J)*XX(J)
2140 NEXT J
2150 Y=Y/AZ(I,I)
2160 IF (ABS((XX(I)-Y)/Y) > APROX) THEN IJK=1
2170 XX(I)=Y
2180 NEXT I
2190 IF (IJK = 0) GOTO 2220
2200 NEXT ITER
2210 LPRINT "EL METODO NO CONVERGE EN";NMI;" ITERACIONES"
2220 LPRINT:LPRINT:LPRINT
2230 LPRINT "VALORES DE LAS CONCENTRACIONES EN mg/l : "
2240 LPRINT STRING$(40,"_")
2250 LPRINT
2260 FOR J=1 TO N
2270 LPRINT "VOLUMEN(";J;")=";LPRINT USING "###.##";XX(J)*1000
2280 NEXT J
2290 OO=2
2300 RETURN

```

 # ESTUARIO UNIDIMENSIONAL #

SECCION	LONGITUD	VOLUMEN	AREA TRANSVERSAL	COEFICIENTE DE DISPERSION	DASTO	K1	K2	K3	DBO TOTAL	OD TOTAL
	MTS.	M ³	(1,1+1) M ²	(1,1+1) M ² /DIA	(1,1+1) M ³ /DIA	1/DIA	1/DIA	1/DIA	KGS/DIA	KGS/DIA
0	0	0	404	1035500	7399730.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00
1	6400	6852680	1468	1035500	7437590.00	0.40	0.31	0.90	3537.57	10106.00
2	6096	10307300	1988	1035500	7682230.00	0.40	0.23	0.90	4062.83	3910.87
3	6096	13025800	2288	1035500	7706710.00	0.40	0.18	0.90	2720.19	1877.87
4	6096	15064600	2648	1035500	7780110.00	0.40	0.20	0.90	3015.48	1224.69
5	6096	18009500	3168	1035500	7877970.00	0.40	0.25	0.90	1971.77	2177.24
6	6096	21407500	3846	1035500	8367290.00	0.40	0.20	0.90	3314.65	2286.11
7	3048	12884200	4608	1035500	7706710.00	0.40	0.19	0.90	954.81	403.69
8	3048	14271700	4757	1294400	7753650.00	0.40	0.23	0.90	2907.07	963.88
9	3048	15092900	5147	1294400	7780110.00	0.40	0.16	0.90	5668.09	1020.58
10	3048	16480400	5653	1294400	8293890.00	0.40	0.18	0.90	65173.90	1020.58
11	3048	17839600	6039	1294400	8367290.00	0.40	0.10	0.90	10096.50	2612.69
12	3048	18547500	6132	1294400	8367290.00	0.40	0.09	0.90	2533.31	612.05
13	3048	19651900	6754	1294400	8489620.00	0.40	0.11	0.90	38652.90	1469.64
14	3048	22795100	8203	1294400	8954470.00	0.40	0.11	0.90	89736.90	1796.23
15	6096	32869300	9105	1294400	9933100.00	0.40	0.13	0.90	36010.20	6667.00
16	6096	37493200	9746	1294400	10399790.00	0.40	0.13	0.90	85699.90	3061.70
17	6096	41844000	10535	1294400	10716000.00	0.40	0.13	0.90	30673.36	5204.97
18	6096	47947200	11734	1294400	10862800.00	0.40	0.13	0.90	13925.70	3265.86
19	6096	76229000	13267	1294400	10911700.00	0.40	0.13	0.90	30775.30	7348.19
20		83025000	13973	1294400	10911700.00	0.40	0.13	0.90	485.79	7144.03
21	3048	42813100	14112	1294400	11376500.00	0.40	0.13	0.90	50370.59	3143.29
22	3048	44570700	15134	1294400	11376500.00	0.40	0.13	0.90	53092.50	2721.25
23	3048	48082000	16425	1294400	11401000.00	0.40	0.18	0.90	987.02	5919.38

VALORES A LA ENTRADA DEL SISTEMA :

* DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO = 10 mg/l
 ** CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELTO = 7 mg/l
 *** CONCENTRACION A LA SATURACION DEL OD = 9.1 mg/l

VALORES A LA SALIDA DEL SISTEMA :

* DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO = 1 mg/l
 ** CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELTO = 9 mg/l

MATRIZ DEL SISTEMA PARA LA DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO :

B(1 , 1) = 1.58469E+07 B(1 , 2) = -1.21644E+06 W(1) = 59779.1
 B(2 , 1) = -8.45405E+06 B(2 , 2) = 2.39849E+07 B(2 , 3) = -1.68863E+06 W(2) = 4062.83
 B(3 , 1) = -9.37699E+04 B(3 , 2) = 7.43378E+07 B(3 , 3) = -28945.8 W(3) = 2720.19
 B(4 , 1) = -7.73566E+06 B(4 , 2) = 2.80007E+07 B(4 , 3) = -607701 W(4) = 2015.48
 B(5 , 1) = -9.38781E+06 B(5 , 2) = 3.33405E+07 B(5 , 3) = -1.44245E+06 W(5) = 1971.77
 B(6 , 1) = -9.32043E+06 B(6 , 2) = 4.07729E+07 B(6 , 3) = -2.1394E+06 W(6) = 3314.85
 B(7 , 1) = -1.15007E+07 B(7 , 2) = 3.93914E+07 B(7 , 3) = -1.18019E+07 W(7) = 954.51
 B(8 , 1) = -1.95062E+07 B(8 , 2) = 5.44335E+07 B(8 , 3) = -1.63223E+07 W(8) = 2907.07
 B(9 , 1) = -2.40784E+07 B(9 , 2) = 6.16913E+07 B(9 , 3) = -1.79676E+07 W(9) = 3669.09
 B(10 , 1) = -2.57478E+07 B(10 , 2) = 6.7567E+07 B(10 , 3) = -1.98809E+07 W(10) = 65178.9
 B(11 , 1) = -2.81748E+07 B(11 , 2) = 7.29015E+07 B(11 , 3) = -2.14618E+07 W(11) = 10096.5
 B(12 , 1) = -2.98291E+07 B(12 , 2) = 7.57973E+07 B(12 , 3) = -2.18554E+07 W(12) = 2533.31
 B(13 , 1) = -3.02236E+07 B(13 , 2) = 8.03323E+07 B(13 , 3) = -2.44339E+07 W(13) = 3852.9
 B(14 , 1) = -3.29285E+07 B(14 , 2) = 8.32676E+07 B(14 , 3) = -2.02406E+07 W(14) = 89736.9
 B(15 , 1) = -2.91951E+07 B(15 , 2) = 1.1301E+08 B(15 , 3) = -1.43642E+07 W(15) = 36010.2
 B(16 , 1) = -2.42993E+07 B(16 , 2) = 1.14967E+08 B(16 , 3) = -1.64949E+07 W(16) = 85038.9
 B(17 , 1) = -2.58923E+07 B(17 , 2) = 1.23621E+08 B(17 , 3) = -1.70127E+07 W(17) = 30673.3
 B(18 , 1) = -2.77287E+07 B(18 , 2) = 1.25561E+08 B(18 , 3) = -1.9484E+07 W(18) = 13755.7
 B(19 , 1) = -3.03468E+07 B(19 , 2) = 1.52208E+08 B(19 , 3) = -2.27148E+07 W(19) = 30775.3
 B(20 , 1) = -3.36285E+07 B(20 , 2) = 1.73844E+08 B(20 , 3) = -3.22852E+07 W(20) = 485.79
 B(21 , 20) = -4.3197E+07 B(21 , 21) = 1.53548E+08 B(21 , 22) = -5.4245E+07 W(21) = 50370.5
 B(22 , 21) = -6.86194E+07 B(22 , 22) = 1.62145E+08 B(22 , 23) = -5.8532E+07 W(22) = 53021.5
 B(23 , 22) = -6.99597E+07 B(23 , 23) = 2.66301E+08 W(23) = 134797

(Los elementos que no aparecen en esta matriz son iguales a cero)

VALORES DE LAS INCOGNITAS ANTES DE LA PRIMERA ITERACION

.1 .1 .1 .1 .1 .1 .1 .1 .1 .1 .1 .1 .1 .1
 .1 .1 .1 .1 .1 .1 .1 .1 .1 .1 .1 .1 .1 .1

VALORES DE LAS CONCENTRACIONES EN mg/l :

VOLUMEN(1) = 3.90
 VOLUMEN(2) = 1.52
 VOLUMEN(3) = 0.68
 VOLUMEN(4) = 0.30
 VOLUMEN(5) = 0.14
 VOLUMEN(6) = 0.12
 VOLUMEN(7) = 0.15
 VOLUMEN(8) = 0.39
 VOLUMEN(9) = 0.64
 VOLUMEN(10) = 1.49
 VOLUMEN(11) = 0.75
 VOLUMEN(12) = 0.77
 VOLUMEN(13) = 1.34

VOLUMEN(14)= 1.83
VOLUMEN(15)= 0.92
VOLUMEN(16)= 1.00
VOLUMEN(17)= 0.49
VOLUMEN(18)= 0.24
VOLUMEN(19)= 0.28
VOLUMEN(20)= 0.18
VOLUMEN(21)= 0.64
VOLUMEN(22)= 0.75
VOLUMEN(23)= 0.70

MATRIZ DEL SISTEMA PARA EL OXIGENO DISUELTU :

A(1 , 1)= 9.0627E+06 A(1 , 2)=-1.2164E+06 W(1)= 37912.2
A(2 , 1)=-8.68405E+06 A(2 , 2)= 1.2958E+07 A(2 , 3)=-1.65863E+06 W(2)= 10970
A(3 , 2)=-9.37089E+06 A(3 , 3)= 1.17689E+07 A(3 , 4)=-28945.8 W(3)= 15912.1
A(4 , 3)=-7.7356E+06 A(4 , 4)= 1.14237E+07 A(4 , 5)=-607701 W(4)= 24322.6
A(5 , 4)=-3.39781E+06 A(5 , 5)= 1.44305E+07 A(5 , 6)=-1.44248E+06 W(5)= 37788
A(6 , 5)=-9.32043E+06 A(6 , 6)= 1.72247E+07 A(6 , 7)=-3.1334E+06 W(6)= 35666.9
A(7 , 6)=-1.15007E+07 A(7 , 7)= 2.509E+07 A(7 , 8)=-1.8019E+07 W(7)= 21097.2
A(8 , 7)=-1.95096E+07 A(8 , 8)= 3.91628E+07 A(8 , 9)=-1.63226E+07 W(8)= 27194.4
A(9 , 8)=-2.40724E+07 A(9 , 9)= 4.44054E+07 A(9 , 10)=-1.79676E+07 W(9)= 17077
A(10 , 9)=-2.57470E+07 A(10 , 10)= 4.91089E+07 A(10 , 11)=-1.98609E+07 W(10)= 16166.1
A(11 , 10)=-2.01748E+07 A(11 , 11)= 5.1494E+07 A(11 , 12)=-2.14815E+07 W(11)= 6868.48
A(12 , 11)=-2.90291E+07 A(12 , 12)= 5.25246E+07 A(12 , 13)=-2.16364E+07 W(12)= 8711.05
A(13 , 12)=-3.02236E+07 A(13 , 13)= 5.67445E+07 A(13 , 14)=-2.44395E+07 W(13)= 7707.26
A(14 , 13)=-2.29235E+07 A(14 , 14)= 5.61414E+07 A(14 , 15)=-2.02404E+07 W(14)= 4344.15
A(15 , 14)=-2.91931E+07 A(15 , 15)= 5.13069E+07 A(15 , 16)=-1.43642E+07 W(15)= 36295.5
A(16 , 15)=-2.42593E+07 A(16 , 16)= 4.77318E+07 A(16 , 17)=-1.54949E+07 W(16)= 41556.3
A(17 , 16)=-2.59936E+07 A(17 , 17)= 5.12633E+07 A(17 , 18)=-1.76127E+07 W(17)= 35311
A(18 , 17)=-2.77267E+07 A(18 , 18)= 5.61797E+07 A(18 , 19)=-1.9468E+07 W(18)= 70402.1
A(19 , 18)=-3.03468E+07 A(19 , 19)= 6.39203E+07 A(19 , 20)=-2.27146E+07 W(19)= 74309.3
A(20 , 19)=-3.36265E+07 A(20 , 20)= 7.6705E+07 A(20 , 21)=-3.22852E+07 W(20)= 85244.4
A(21 , 20)=-4.31297E+07 A(21 , 21)= 1.03471E+08 A(21 , 22)=-5.42429E+07 W(21)= 98513.8
A(22 , 21)=-6.56194E+07 A(22 , 22)= 1.29997E+08 A(22 , 23)=-5.85893E+07 W(22)= 36855.7
A(23 , 22)=-6.99597E+07 A(23 , 23)= 2.12449E+08 W(23)= 1.28931E+08

(Los elementos que no aparecen en esta matriz son iguales a cero)

VALORES DE LAS INCOGNITAS ANTES DE LA PRIMERA ITERACION

4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4 4

VALORES DE LAS CONCENTRACIONES EN mg/l :

VOLUMEN(1)= 4.82
VOLUMEN(2)= 4.73

VOLUMEN 3 3m 5.14
VOLUMEN 4 3m 5.97
VOLUMEN 5 3m 6.80
VOLUMEN 6 3m 7.13
VOLUMEN 7 3m 7.59
VOLUMEN 8 3m 7.57
VOLUMEN 9 3m 6.97
VOLUMEN 10 3m 6.43
VOLUMEN 11 3m 6.04
VOLUMEN 12 3m 5.73
VOLUMEN 13 3m 5.34
VOLUMEN 14 3m 5.05
VOLUMEN 15 3m 5.09
VOLUMEN 16 3m 5.44
VOLUMEN 17 3m 6.06
VOLUMEN 18 3m 6.71
VOLUMEN 19 3m 7.00
VOLUMEN 20 3m 7.45
VOLUMEN 21 3m 7.57
VOLUMEN 22 3m 8.02
VOLUMEN 23 3m 8.50

10 REM ESTE PROGRAMA EMPLEA EL MODELO DE VOLUMEN FINITO PARA CALCULAR OXIGENO DISUELTU (OD) Y DEMANDA QUIMICA DE OXIGENO (DQ), C
 000 DIMENSIONES ADJUNTO EN ESTUARIO.
 20 REM APLICACION AL CASO MULTIDIMENSIONAL
 30 DIM X(2),Y(5),A(6),S(1),E(8),S(1),Q(2),B(1),F1(6),K2(6),I(3(4))
 40 DIM W(8),SR(2)
 50 DIM A2(6),B(2)
 60 DIM XX(3)
 70 REM LAS VARIABLES UTILIZADAS SON:
 80 REM Q = VOLUMEN DE FLUIDO TRANSPORTADO (GASTO), M³/DIA.
 90 REM C = COEFICIENTE DE DIFUSION, M²/DIA.
 100 REM FF = COEFICIENTE DE MEZCLADO, M²/DIA.
 110 REM VOL = VOLUMEN DE CADA SECCION FINITA, M³.
 120 REM A = AREA TRANSVERSAL ENTRE VOLUMENES ADYACENTES, M².
 130 REM X = LONGITUD DE CADA SECCION FINITA, M.
 140 REM SR = TASA DE CAMBIO DE LA CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELTU COMO UN RESULTADO DE LA REMANENCIA DE FUENTES Y SUMIDORES EN EL
 VOLUMEN I, 10/DIA.
 150 REM K1 = CONSTANTE DE DEBOXIGENACION PARA EL VOLUMEN I, 1/DIA.
 160 REM K2 = COEFICIENTE DE REAERACION EN LA INTERFACC AGUA-AIRE DEL VOLUMEN I, 1/DIA.
 170 REM K3 = TASA CONSTANTE DE REMOCION DE DBO ATRAVES DE LA SEDIMENTACION O ADSORCION, 1/DIA.
 180 REM W = ENTRADA DE LA PRIMERA ETAPA DE DBO AL VOLUMEN I, 10/DIA.
 190 REM CSAT = CONCENTRACION A LA SATURACION DEL OXIGENO DISUELTU, 10/M³.
 200 REM AC(I,J) PARA OD.
 210 REM AL(I,J) PARA Q.
 220 REM FC(I)=F(I) PARA OD.
 230 REM FL(I)=F(I) PARA DBO.
 240 REM G(I)=GASTO A LA ENTRADA DEL SISTEMA.
 250 REM EF(I)=COEFICIENTE DE MEZCLADO A LA ENTRADA DEL SISTEMA.
 260 REM G(O,I)=GASTO A LA SALIDA DEL SISTEMA.
 270 REM EF(O,I)=COEFICIENTE DE MEZCLADO A LA SALIDA DEL SISTEMA.
 280 REM CS = CONCENTRACION DE LA PRIMERA ETAPA DE DBO EN LA ENTRADA DEL SISTEMA, 10/M³.
 290 REM CSO = CONCENTRACION DE LA PRIMERA ETAPA DE DBO A LA SALIDA DEL SISTEMA EN EL OCEANO, 10/M³.
 292 IOXD = CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELTU EN LA ENTRADA DEL SISTEMA, 10/M³.
 293 IOYD = CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELTU A LA SALIDA DEL SISTEMA, 10/M³.
 294 XX(I) = VECTOR DE LAS CONCENTRACIONES EN CADA VOLUMEN, 10/M³.
 300 REM *****
 310 GO=1
 315 REM LECTURA DEL NUMERO DE VOLUMENES:
 316 READ N
 320 REM VALORES DE ENTRADA Y SALIDA:
 321 READ G
 330 READ G(O)
 340 READ C,FF
 350 READ A,SR
 360 READ A2,B
 370 READ W
 375 REM LECTURA DE DATOS:
 376 FOR I=1 TO N
 400 READ X(I),Y(1),Y(2),Y(3),Y(4),Y(5),W(1),SR(1)
 410 NEXT I
 420 REM DATOS DE LOS PARAMETROS DE INTERFACC:
 430 A=1.7E+07;G=1.0E+01;K1=1.0E+00;K2=1.0E+00;K3=1.0E+00;K4=1.0E+00
 440 A(1)=1.0E+00;A(2)=1.0E+00;A(3)=1.0E+00;A(4)=1.0E+00;A(5)=1.0E+00
 450 A(1)=1.0E+00;A(2)=1.0E+00;A(3)=1.0E+00;A(4)=1.0E+00;A(5)=1.0E+00
 460 A(1)=1.0E+00;A(2)=1.0E+00;A(3)=1.0E+00;A(4)=1.0E+00;A(5)=1.0E+00
 470 A(1)=1.0E+00;A(2)=1.0E+00;A(3)=1.0E+00;A(4)=1.0E+00;A(5)=1.0E+00
 480 A(1)=1.0E+00;A(2)=1.0E+00;A(3)=1.0E+00;A(4)=1.0E+00;A(5)=1.0E+00
 490 A(1)=1.0E+00;A(2)=1.0E+00;A(3)=1.0E+00;A(4)=1.0E+00;A(5)=1.0E+00
 500 A(1)=1.0E+00;A(2)=1.0E+00;A(3)=1.0E+00;A(4)=1.0E+00;A(5)=1.0E+00
 510 A(1)=1.0E+00;A(2)=1.0E+00;A(3)=1.0E+00;A(4)=1.0E+00;A(5)=1.0E+00
 520 A(1)=1.0E+00;A(2)=1.0E+00;A(3)=1.0E+00;A(4)=1.0E+00;A(5)=1.0E+00
 525 GO=0
 1416

```

530 FOR I=1 TO N
540 FOR J=1 TO N
550 E(J,I)=E(I,J)
560 A(J,I)=A(I,J)
570 Q(J,I)=Q(I,J)
580 NEXT J
590 NEXT I
610 REM EMPEZAMOS CALCULOS
620 FOR I=0 TO N
630 FOR J=1 TO N
640 EP(I,J)=(E(I,J)+A(I,J))/(0.5*(X(I)+X(J)))
650 NEXT J
670 NEXT I
680 EP(N,N+1)=(E(N,N+1)+A(N,N+1))/(0.5*(X(N)+X(N+1)))
690 LPRINT
700 GOSUB 1770
710 AA(0,1)=0.5:BB(0,1)=0.5
720 AA(N,N+1)=0.5:BB(N,N+1)=0.5
730 FOR I=1 TO N
740 FL(I)=4(I)
750 II=1
760 FOR J=1 TO N
770 SUM=EP(I,J)+AA(I,J)*Q(I,J)+SUM
780 NEXT J
790 AL(I,II)=SUM+V(II)*(K1(II)+K3(II))
800 SUM=0
810 FOR J=1 TO N
820 IF (I-J)=0 THEN 840
830 AL(I,J)=BB(I,J)*Q(I,J)-EP(I,J)
840 NEXT J
850 NEXT I
860 LPRINT
870 AL(1,1)=AL(1,1)-BB(0,1)*Q(0,1)+EP(0,1)
880 FL(1)=FL(1)+EP(0,1)*0.5*Q(0,1)*EE
890 AL(N,N)=AL(N,N)+AA(N,N+1)*Q(N,N+1)-EP(N,N+1)
900 FL(N)=FL(N)+(EP(N,N+1)-0.5*Q(N,N+1))*SS
910 REM LLAMADA A SUBROUTINA GAUSS-SEIDEL PARA RESOLVER SISTEMAS
920 REM DE ECUACIONES LINEALES Y DETERMINAR LAS CONCENTRACIONES DE LA DEMANDA
925 REM BIOQUIMICA DE OXIGENO PARA CADA VOLUMEN
930 FOR I=1 TO N
940 FOR J=1 TO N
950 AZ(I,J)=AL(I,J)
960 NEXT J
970 NEXT I
980 FOR I=1 TO N
990 DZ(I)=FL(I)
1000 NEXT I
1010 GOSUB 1920
1020 FOR I=1 TO N
1030 FC(I)=V(I)*K2(I)*CCSAT-V(I)*K1(I)*XX(I)-SR(I)
1040 II=1
1050 FOR J=1 TO N
1060 SUM=EP(I,J)+AA(I,J)*Q(I,J)+SUM
1070 NEXT J
1080 AC(II,II)=SUM+V(II)*K2(II)
1090 SUM=0
1100 FOR J=1 TO N
1110 IF (I-J)=0 THEN 1130
1120 AC(I,J)=AL(I,J)
1130 NEXT J

```

```

1140 NEXT I
1150 LPRINT
1160 AC(I,1)=AC(I,1)-0.5*Q(I,1)+EP(I,1)
1170 FC(I)=FC(I)+(EP(I,1)+0.5*Q(I,1))*IOXD
1180 AC(N,N)=AC(N,N)+0.5*Q(N,N)+EP(N,N+1)
1190 FC(N)=FC(N)+(EP(N,N+1)-0.5*Q(N,N))*FOXD
1200 REM LLAMADA A SUBROUTINA GAUSS-SEIDEL PARA RESOLVER SISTEMAS
1210 REM DE ECUACIONES LINEALES Y DETERMINAR LAS CONCENTRACIONES
1215 REM DE OXIGENO DISUELTU PARA CADA VOLUMEN ;
1220 FOR I=1 TO N
1230 FOR J=1 TO N
1240 A2(I,J)=AC(I,J)
1250 NEXT J
1260 NEXT I
1270 FOR I=1 TO N
1280 B2(I)=FC(I)
1290 NEXT I
1300 ODSUB 1920
1310 END
1320 DATA 7
1330 DATA 6096,7079211.8,0.4,0.12,0.9,0,-4535.92
1340 DATA 6096,5633369.4,0.4,0.33,0.9,0,-2267.96
1350 DATA 6096,21237635.,0.4,0.40,0.9,0,-4535.92
1360 DATA 6096,1800951.,0.4,0.40,0.9,4535.92,-4535.92
1370 DATA 6096,42475271.,0.4,0.36,0.9,0,-6803.88
1380 DATA 6096,33980214.,0.4,0.40,0.9,0,-6803.88
1390 DATA 6096,70792118.,0.4,0.40,0.9,0,-6803.88
1400 END
1410 REM SUBROUTINA QUE ESCRIBE LOS DATOS DE ENTRADA
1420 LPRINT STRING$(35," ");STRING$(53,"m")
1440 LPRINT STRING$(36," ");" " ;STRING$(53," ");"m"
1450 LPRINT STRING$(36," ");" " ;" E S T U A R I O  M U L T I D I M E N S I O N A L  " ;LPRINT STRING$(36," ");"m";STRING$(53," ");"m"
1460 LPRINT STRING$(36," ");STRING$(53,"m")
1470 LPRINT:LPRINT:LPRINT
1473 LPRINT STRING$(16," ");LPRINT "Parametros en los volúmenes 1"
1475 LPRINT STRING$(16," ");LPRINT STRING$(96,"_");LPRINT
1480 LPRINT STRING$(16," ");LPRINT " SECCION  LONGITUD  VOLUMEN  K1  K2";LPRINT"  K3  DB0
OD"
1490 LPRINT STRING$(91," ");"TOTAL  TOTAL"
1500 LPRINT STRING$(32," ");"MTS.  M^3";LPRINT "  1/DIA  1/DIA  1/DIA  KGS/DIA  KGS/DIA"
1505 LPRINT:LPRINT STRING$(16," ");LPRINT STRING$(96,"_")
1510 LPRINT:LPRINT
1520 FOR I=1 TO H
1530 LPRINT STRING$(16," ");LPRINT " ";LPRINT USING "#####" ;X(I);V(I);LPRINT USING "#####.##" ;K1(I);K2(I);K3(I);DB0(I);SR(I)
1540 NEXT I
1545 LPRINT STRING$(16," ");LPRINT STRING$(96,"_")
1550 LPRINT:LPRINT:LPRINT
1553 LPRINT STRING$(16," ");LPRINT "Parametros en las interfaces de los volúmenes 1"
1555 LPRINT STRING$(45," ");LPRINT STRING$(49,"_");LPRINT
1560 LPRINT STRING$(45," ");LPRINT "INTERFASE  AREA  COEFICIENTE  OASTO"
1570 LPRINT STRING$(56," ");LPRINT "TRANSVERSAL  DE"
1580 LPRINT STRING$(71," ");LPRINT "DISPERSION"
1585 LPRINT STRING$(62," ");LPRINT "M^2  M^2/DIA  M^3/DIA"
1585 LPRINT STRING$(45," ");LPRINT STRING$(49,"_")
1590 LPRINT:LPRINT
1600 FOR I=0 TO N
1610 FOR J=1 TO N
1620 IF (A(I,J)=0) THEN 1640

```

```

1430 LPRINT STRING$(42, " ");LPRINT " ";I;"-";J;" " ";LPRINT USING "#####"1A(I,J);E(I,J);Q(I,J)
1440 NEXT J
1450 NEXT I
1460 LPRINT STRING$(42, " ");LPRINT " ";N;"-";N+1;" " ";LPRINT USING "#####"1A(N,N+1);E(N,N+1);Q(N,N+1)
1465 LPRINT STRING$(45, " ");LPRINT STRING$(49, "_")
1470 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT
1480 LPRINT "VALORES A LA ENTRADA DEL SISTEMA ";LPRINT STRING$(34, "_");LPRINT
1490 LPRINT " DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO = "1E*1000;" mg/l"
1700 LPRINT " CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELTO = "10G*1000;" mg/l"
1710 LPRINT " CONCENTRACION A LA SATURACION DEL OD = "1CC*1000;" mg/l"
1720 LPRINT:LPRINT
1730 LPRINT "VALORES A LA SALIDA DEL SISTEMA ";LPRINT STRING$(33, "_")
1740 LPRINT:LPRINT " DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO = "1S*1000;" mg/l"
1750 LPRINT " CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELTO = "1OXD*1000;" mg/l"
1760 RETURN
1770 REM SUBROUTINA PARA CALCULAR LAS ALFAS Y LAS BETAS EN LAS INTERFASES DE LOS
1780 REM VOLUMENES ADYACENTES:
1790 FOR I=1 TO N
1800 FOR J=1 TO N
1810 IF (I=J) THEN 1890
1820 AA(I,J)= X(J)/(X(I)+X(J))
1830 IF (Q(I,J) = 0) GOTO 1860
1840 IF AA(I,J) > (1-EP(I,J)/ABS(Q(I,J))) GOTO 1860
1850 AA(I,J)= 1-EP(I,J)/(2*ABS(Q(I,J)))
1860 BE(I,J)=1-AA(I,J)
1870 BD(J,I)=AA(I,J)
1880 AA(J,I)=1-BD(J,I)
1890 NEXT J
1900 NEXT I
1910 RETURN
1920 REM SUBROUTINA PARA RESOLVER SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES
1930 REM CON EL METODO ITERATIVO DE GAUSS-SEIDEL.
1935 NMI= NUMERO MAXIMO DE ITERACIONES.
1940 NMI=30
1945 NAPROX= NUMERO MAXIMO DE CIFRAS EXACTAS CON QUE SE DESEA EL RESULTADO.
1950 NAPROX=5
1960 LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT:LPRINT
1970 APROX=10.*(-NAPROX)
1980 IF (OO=1) THEN LPRINT "MATRIZ DEL SISTEMA PARA LA DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO : "
1990 IF (OO=1) THEN LPRINT "-----"
2000 IF (OO=2) THEN LPRINT "MATRIZ DEL SISTEMA PARA OXIGENO DISUELTO"
2010 IF (OO=3) THEN LPRINT "-----"
2020 LPRINT:LPRINT
2030 FOR I=1 TO N
2040 FOR J=1 TO N
2050 IF (A2(I,J)=0) GOTO 2080
2060 IF (OO=1) THEN LPRINT "B("1;"1;"1;"J);"1A2(I,J);" ";
2070 IF (OO=2) THEN LPRINT "A("1;"1;"1;"J);"1A2(I,J);" ";
2080 NEXT J
2090 LPRINT "H("1;"1;"1;"1);"1D2(I)
2100 NEXT I
2110 LPRINT:LPRINT " (Los elementos que no aparecen en esta matriz son iguales a cero)"
2120 LPRINT:LPRINT:LPRINT
2130 LPRINT "VALORES DE LAS INCOGNITAS ANTES DE LA PRIMERA ITERACION"
2140 FOR J=1 TO N
2150 XX(J)=0.1
2160 LPRINT XX(J).
2170 NEXT J
2180 LPRINT
2190 FOR ITER=1 TO NMI

```

```
2200 IJK=C
2210 FOR I=1 TO N
2220 Y=BZ(I)
2230 FOR J=1 TO N
2240 IF (I=J) GOTO 2260
2250 Y=Y-AZ(I,J)*XX(J)
2260 NEXT J
2270 Y=Y/AZ(I,I)
2280 IF (ABS((XX(I)-Y)/Y) > APPROX) THEN IJK=1
2290 XX(I)=Y
2300 NEXT I
2310 IF (IJK=0) GOTO 2340
2320 NEXT ITER
2330 LPRINT "EL METODO NO CONVERGE EN";NMI;" ITERACIONES"
2340 LPRINT:LPRINT:LPRINT
2350 LPRINT "VALORES DE LAS CONCENTRACIONES EN mg/l : "
2355 LPRINT STRING$(40,"_")
2360 LPRINT
2370 FOR J=1 TO N
2380 LPRINT "VOLUMEN(";J;")=";LPRINT USING "###.##";XX(J)*1000
2390 NEXT J
2400 DD=2
2410 RETURN
```

 * ESTUARIO MULTIDIMENSIONAL *

Parametros en los volúmenes :

SECCION	LONGITUD MTS.	VOLUMEN M ³	K1 1/DIA	K2 1/DIA	K3 1/DIA	DBO TOTAL KGS/DIA	OD TOTAL KGS/DIA
1	6096	7079210	0.40	0.12	0.90	0.00	-4535.92
2	6096	5633370	0.40	0.33	0.90	0.00	-2267.96
3	6096	21237600	0.40	0.40	0.90	0.00	-4535.92
4	6096	18406000	0.40	0.40	0.90	45359.20	-4535.92
5	6096	42475300	0.40	0.36	0.90	0.00	-6803.88
6	6096	33980200	0.40	0.40	0.90	0.00	-6803.88
7	6096	70792100	0.40	0.40	0.90	0.00	-6803.88

Parametros en las interfaces de los volúmenes :

INTERFASE	AREA TRANSVERSAL M ²	COEFICIENTE DE DISPERSION M ² /DIA	COSTO M ³ /DIA
0 - 1	279	10355500	2446580
1 - 2	1394	10355500	0
1 - 3	2323	10355500	2446580
2 - 4	1856	10355500	0
3 - 4	2330	10355500	0
3 - 5	2787	12944400	2446580
4 - 6	2415	12944400	0
5 - 6	2601	12944400	0
5 - 7	3252	15533300	2446580
7 - 8	3716	15533300	2446580

VALORES A LA ENTRADA DEL SISTEMA :

- * DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO = 60 mg/l
- ** CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELTO = 5 mg/l
- *** CONCENTRACION A LA SATURACION DEL OD = 9.1 mg/l

VALORES A LA SALIDA DEL SISTEMA :

* DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO = 10 mg/l
 ** CONCENTRACION DE OXIGENO DISUELTO = 8 mg/l

MATRIZ DEL SISTEMA PARA LA DEMANDA BIOQUIMICA DE OXIGENO :

B(1 , 1)= 1.64626E+07	B(1 , 2)=-2.36729E+06	B(1 , 3)=-2.72217E+06	W(1)= 130212		
B(2 , 1)=-2.36729E+06	B(2 , 2)= 1.2847E+07	B(2 , 4)=-3.15636E+06	W(2)= 0		
B(3 , 1)=-5.16879E+06	B(3 , 3)= 4.12602E+07	B(3 , 4)=-3.78763E+06	B(3 , 5)=-4.69489E+06	W(3)= 0	
B(4 , 2)=-3.15636E+06	B(4 , 3)=-3.78763E+06	B(4 , 4)= 3.60006E+07	B(4 , 6)=-5.12909E+06	W(4)= 45359.2	
B(5 , 3)=-7.14147E+06	B(5 , 5)= 7.49451E+07	B(5 , 6)=-5.52363E+06	B(5 , 7)=-7.06215E+06	W(5)= 0	
B(6 , 4)=-5.12909E+06	B(6 , 5)=-5.52363E+06	B(6 , 6)= 5.4827E+07	W(6)= 0		
B(7 , 5)=-9.50879E+06	B(7 , 7)= 1.19253E+08	W(7)= 177149			

(Los elementos que no aparecen en esta matriz son iguales a cero)

VALORES DE LAS INCOGNITAS ANTES DE LA PRIMERA ITERACION

.1 .1 .1 .1 .1 .1 .1

VALORES DE LAS CONCENTRACIONES EN mg/l :

VOLUMEN(1)= 8.39
 VOLUMEN(2)= 1.94
 VOLUMEN(3)= 1.23
 VOLUMEN(4)= 1.58
 VOLUMEN(5)= 0.27
 VOLUMEN(6)= 0.18
 VOLUMEN(7)= 1.51

MATRIZ DEL SISTEMA PARA OXIGENO DISUELTO

A(1 , 1)= 8.10716E+06	A(1 , 2)=-2.36729E+06	A(1 , 3)=-2.72217E+06	W(1)=-642.678		
A(2 , 1)=-2.36729E+06	A(2 , 2)= 7.38266E+06	A(2 , 4)=-3.15636E+06	W(2)= 14824.2		
A(3 , 1)=-5.16879E+06	A(3 , 3)= 2.21463E+07	A(3 , 4)=-3.78763E+06	A(3 , 5)=-4.69489E+06	W(3)= 71413.6	

A(4 , 2)=-3.15696E+06	A(4 , 3)=-3.76765E+06	A(4 , 4)= 1.74055E+07	A(4 , 5)=-5.12005E+06	W(4)= 59873.2
A(5 , 1)=-7.14147E+09	A(5 , 5)= 3.50183E+07	A(5 , 6)=-5.52363E+06	A(5 , 7)=-7.05215E+06	W(5)= 141333
A(6 , 4)=-5.12509E+06	A(6 , 5)=-5.52363E+06	A(6 , 6)= 2.42448E+07	W(6)= 129106	
A(7 , 5)=-2.50973E+06	A(7 , 7)= 5.55405E+07	W(7)= 363528		

(Los elementos que no aparecen en esta matriz son iguales a cero)

VALORES DE LAS INCOGNITAS ANTES DE LA PRIMERA ITERACION

.1 .1 .1 .1 .1 .1 .1

VALORES DE LAS CONCENTRACIONES EN mg/l :

 VOLUMEN(1)= 4.42
 VOLUMEN(2)= 6.84
 VOLUMEN(3)= 7.44
 VOLUMEN(4)= 8.00
 VOLUMEN(5)= 8.53
 VOLUMEN(6)= 9.99
 VOLUMEN(7)= 8.01

9

CONCLUSIONES

- Se considera la aplicación del modelo de volumen finito para intervalos de ciclos de marea, es decir, no se estudia la variación instantánea real sino intervalos de alrededor de 12 horas que corresponden a cada ciclo.
- Se presentó la estructuración general del modelo, con aplicación al caso particular para analizar OD y DBO, sentando con esto las bases para que el usuario lo formule para sistemas acoplados y sencillos tanto como para sustancias conservativas y no conservativas.
- Este modelo puede ser extensivo a bahías y puertos, en donde las tasas de reacción no son constantes.
- Una de las aplicaciones más usuales de los modelos matemáticos de calidad del agua son las pruebas de sensibilidad del modelo a los cambios en los parámetros del sistema. En este caso, si la geometría del sistema (áreas volúmenes, velocidad de marea, etc.) son dadas y los coeficientes de reaeración, decaimiento y dispersión se mantienen constantes, se podría investigar el efecto de diferentes niveles de calidad de agua aportado al sistema.

"Environmental Systems Engineering"

Linvil G. Rich
International Student Edition
McGraw-Hill, 1973.

"Polución de Agua, Modelos y Control"

División de Salud Ambiental
Serie Técnica, 20.
Walter A. Castagnino
Centro Panamericano de Ingeniería Sanitaria y Ciencias del Ambiente (CEPIS).

"System Analysis and Water Quality"

R.V. Thoman
Environmental Science Service
New York, 1972.

"Estuarine Modeling: An Assesment"

George H. Ward, et al
Tractor, Incorporated
Austin, Texas
February 1971
For Water Quality Office Environmental Protection Agency
Distributed by: National Technical Information Service U.S.
Department of Commerce, 5285 Port Royal Road, Springfield Va 22151.