



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

29
105

ESTRUCTURAS EN MAR ADENTRO

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO CIVIL

P R E S E N T A

ARTURO JUAREZ MACEDO

MEXICO, D. F.

1983



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

PAGINA

| | | |
|-------------------------|---|----|
| ESTRUCTURAS MAR ADENTRO | | |
| 1. | CONSTRUCCIONES MAR ADENTRO | 1 |
| 1.1 | Introducción | 1 |
| 1.2 | Construcciones Mar Adentro | 2 |
| 2. | ANTECEDENTES | 4 |
| 2.1 | Estudios Topohidrográficos y de Mecánica de Suelos | 4 |
| 2.1.1 | Batimetrías | 4 |
| 2.1.2 | Muestreos | 5 |
| 2.2 | Estudios Oceanográficos y Meteorológicos | 6 |
| 2.2.1 | Vientos | 7 |
| 2.2.2 | Oleajes | 18 |
| 2.2.3 | Mareas | 28 |
| 2.2.4 | Corrientes | 32 |
| 3. | FUERZAS SOBRE PILAS | 36 |
| 3.1 | Teorías del Oleaje | 36 |
| 3.1.1 | Consideraciones Teóricas | 40 |
| 3.1.2 | Teoría Lineal | 41 |
| 3.1.3 | Teoría de Stokes de Segundo Orden | 53 |
| 3.2 | Fuerzas Sobre Pilas | 58 |
| 3.2.1 | Fuerzas de Arrastre | 63 |
| 3.2.2 | Fuerzas de Inercia | 67 |
| 3.2.3 | Acción Combinada de las Fuerzas de Arrastre e Inercia | 74 |
| 3.2.4 | Fuerzas Transversales o de Sustentación | 85 |

| | PAGINA |
|---|--------|
| 4. PLATAFORMAS MARINAS | 89 |
| 4.1 Generalidades | 90 |
| 4.1.1 Unidades Móviles de Perforación | 90 |
| 4.1.2 Plataformas de Perforación y Producción Fijas | 96 |
| 4.2 Clasificación de Plataformas Marinas | 100 |
| 4.2.1 Plataformas de Acero | 100 |
| 4.2.2 La Superplataforma de Concreto | 108 |
| 4.2.3 Análisis Comparativo de Plataformas de Acero y Concreto | 112 |
| 4.3 Criterios de Diseño | 114 |
| 4.3.1 Plataformas de Acero | 114 |
| 4.3.2 Plataformas de Concreto | 125 |
| 5. TUBERIAS SUBMARINAS | 127 |
| 5.1 Generalidades | 127 |
| 5.2 Construcción, Protección Anticorrosiva y Lastrado | 128 |
| 5.3 Técnicas de Tendido de Tuberías | 130 |
| 5.4 Esfuerzos en Las Tuberías | 139 |
| 5.5 Protección de la Tubería en el Lecho Marino | 153 |
| 5.5.1 Técnicas de Enterrado de Tubería | 157 |
| 5.5.2 Sistema para Anclado de Tubería | 160 |
| 6. SISTEMAS BOYANTES | 166 |
| 6.1 Generalidades | 166 |
| 6.1.1 Definiciones | 166 |
| 6.1.2 Componentes de un Sistema Boyante | 169 |
| 6.1.3 Tipos de Sistemas Boyantes | 174 |
| 6.2 Usos de los Sistemas Boyantes | 178 |
| 6.2.1 Ayudas a La Navegación | 178 |
| 6.2.2 Plataformas para Investigación | 182 |
| 6.2.3 Operaciones en el Océano | 187 |

| | PAGINA |
|--|--------|
| 6.3 Diseño de Sistemas Boyantes | 189 |
| 6.3.1 Selección del Material | 190 |
| 6.3.2 Parámetros de Fuerza | 191 |
| 6.3.3 Alcances de los Sistemas Boyantes | 194 |
| 6.3.4 Movimientos de un Sistema Boyante | 197 |
| 6.3.5 Instalación y Recuperación del Sistema | 201 |
| 7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES | 203 |
| 7.1 Conclusiones | 204 |
| 7.2 Recomendaciones | 213 |
| - BIBLIOGRAFIA | 216 |
| - ANEXO.- FUNCIONES DE d/L PARA INCREMENTOS EN d/L_0 DE 0.0001 a 1.000. | 218 |

1. CONSTRUCCION EN MAR ADENTRO

1.1 Introducción

El objetivo de este trabajo es el de tratar de poner en relieve la estructura general de este tipo de obras, así como las consideraciones que deben tenerse en cuenta en el diseño de las mismas.

Este estudio no se propone abarcar en forma todas las consideraciones que rigen un diseño óptimo; por el contrario es un análisis de carácter general, pero que sin embargo, aborda algunos puntos que son de gran interés para las personas que se inician en la Ingeniería Marítima relacionada con las estructuras mar adentro.

Por otra parte, la bibliografía afín aunque muy abundante es difícil de conseguir y aún más, la mayor parte de ella es obsoleta, merced a los estudios y experimentos realizados últimamente; a pesar de esto, se trató de realizar una recopilación apropiada y con base a una obra determinada se desarrollaron los temas, tratando de complementarlos, aunque sin profundizar mucho en los mismos.

Cabe mencionar que este trabajo está realizado con el objeto de tratar de despertar el interés de los lectores, y lograr con esto que se desarrollen más técnicos en la Ingeniería Marítima la cual dentro de pocos años estará en auge en nuestro país y necesitará de todo el material humano disponible.

1.2 Construcciones en Mar Adentro

Como su nombre lo indica, son aquellas obras que por alguna razón tienen que realizarse en mar abierto; generalmente quedan incluidas en la siguiente clasificación:

- . Plataformas marinas
- . Tuberías submarinas
- . Boyas

El nombre de estas estructuras nos habla por si mismo de su importancia, así como del papel que juegan en la economía de las naciones. Su desarrollo se debe fundamentalmente a la necesidad de la explotación de los grandes mantos petroleros que subyacen bajo la plataforma continental, por parte de los países tecnológicamente avanzados.

No es sino dentro de los últimos 40 años cuando se comienza a utilizar este tipo de estructuras, y la evolución de la tecnología se ha acelerado con gran ritmo en este lapso; como es obvio advertirlo, esto se debe al afán de realizar proyectos de Ingeniería cada vez más económicos; así como a métodos de aprovechamiento óptimos.

Es de suponerse que realizar una obra en mar adentro implica enormes problemas, como lo son: oleaje, mareas, corrientes marinas, viento y un sinnúmero más de factores que pueden afectar su buen funcionamiento y aún su supervivencia; pero aunque no en forma exacta, existen una serie de métodos para determinar de

una manera adecuada "precisa", los requerimientos necesarios para que una estructura sea funcional y resistente, aún en mar adentro. Los capítulos siguientes tratarán de aclarar estas ideas.

2. ANTECEDENTES

Como introducción a este capítulo se puede mencionar que para poder llevar a cabo cualquiera de las etapas de una obra de ingeniería, es necesario conocer las condiciones naturales a las que estará sujeta; en otras palabras, se necesita conocer una serie de datos que proporcionen la información necesaria para poder proyectar, construir y operar adecuadamente la obra.

En las construcciones mar adentro, estas condiciones son de muy variada naturaleza, pero de una forma muy general pueden estar contenidas en dos grandes grupos denominados estudios previos, los cuales son: "Estudios Topohidrográficos y de Mecánica de Suelos" y "Estudios Oceanográficos y Meteorológicos", que se describen brevemente a continuación.

2.1 Estudios Topohidrográficos y de Mecánica de Suelos

Esta fase de los estudios previos comprende la determinación de las características del lecho marino, tales como profundidad, estratigrafía y propiedades del suelo; generalmente se realizan en dos partes que son: batimetrías y muestreos.

2.1.1 Batimetrías

Este trabajo está encaminado a conocer con suficiente aproximación el perfil del lecho marino, que es donde finalmente quedará desplantada la construcción.

La realización de las batimetrías se lleva a cabo generalmente con un equipo "Ecosonda Hidrográfico de Precisión", acoplado a un sistema electrónico que controla la posición de la embarcación en el mar, este sistema se logra con dos puntos fijos en sitios de coordenadas conocidas y un punto móvil que es la embarcación, con ayuda de un distanciómetro se logra posicionar adecuadamente el punto móvil.

En el caso de tendido de tuberías se hacen tres recorridos complementarios, para determinar un ancho aproximado de 200 m. de las características del perfil; la embarcación se mueve a velocidad constante y el rumbo se controla mediante brújula o con ayuda de balizas colocadas en la costa; una vez determinadas las profundidades, se les resta la altura de la marea y se vacían a un plano batimétrico. Este tipo de estudios varía en número y en detalle, según sea la obra a realizar; las hay que exigen levantamientos periódicos hasta de cada 15 días, o normalmente de cada mes si las condiciones del fondo son factibles de erosión o sedimentación.

2.1.2 Muestreos

Los muestreos se realizan una vez que se cuenta con los planos batimétricos y dentro de un período de calma en el mar; es necesario y muy importante además, contar con las tablas de predicción de mareas, para poder ajustar adecuadamente a la barcaza con respecto al lecho marino, ya que de otra forma se puede dañar el equipo de perforación.

Durante el período de perforación, se obtienen muestras de suelo de diferentes profundidades, para estimar en gabinete la profundidad de hincado de pilotes, aunque al final la penetración será determinada por el propio rechazo del pilote, si es que no existen problemas de tensión en los mismos, dado que de otra forma se deberán hincar con ayuda de chiflones.

En el caso de tuberías submarinas el muestreo se lleva a cabo extrayendo núcleos con un nucleador de caída libre con tubo muestreador de longitud según el muestreo; el tubo muestreador lleva en su interior un tubo de plástico para obtener muestras inalteradas para su análisis en laboratorio; posteriormente se clasifican los suelos y se determinan sus grados de dureza, para seleccionar el sitio de enterrado de la tubería, así como el equipo a utilizar y su rendimiento probable.

Es muy conveniente complementar estos trabajos con gráficas obtenidas por el "PROFILER", las cuales indican la zona de intersección agua-suelo, la capa de lodo fluido, la de material semi-consolidado, la de consolidado y cualquier cambio significativo del suelo en función de su conductividad sónica.

2.2 Estudios Oceanográficos y Meteorológicos

Esta fase de los estudios previos es de fundamental importancia tanto para la construcción como para la operación y aún la supervivencia de las construcciones.

Este tipo de estudios presuponen un conocimiento detallado de las condiciones

hidrometeorológicas del sitio; más concretamente la descripción de los vientos, oleaje, mareas, corrientes y tormentas.

Cada uno de los elementos mencionados deberá estar analizado en resúmenes mensuales, estacionales y anuales, indicando sus características máximas y mínimas, su frecuencia de ocurrencia, su dirección de incidencia y sus parámetros estadísticos, para así poder realizar una elección acertada del período de construcción e inferir para realizar un proyecto adecuado; es recomendable que este tipo de estudios sea realizado a través de varios años de estudio, considerándose adecuado un máximo de 10 y un mínimo de 3.

Sin embargo, dada la enorme complejidad que implica realizar un estudio estadístico de esta naturaleza, la mayor parte de los estudios son realizados con un solo año de duración, y en el mejor de los casos se abarcan 2 e incluso 3 años, siendo la información medida directamente en el sitio bastante raquítica y muchas veces poco confiable; cuando esto sucede, siempre es posible extraer información de otras fuentes para complementar los estudios previos; los siguientes puntos tratarán de aclarar estos conceptos.

2.2.1 Vientos

Para poder complementar adecuadamente los estudios previos, se pueden consultar las estadísticas de algunas instituciones internacionales, tales como el Departamento de Comercio y la Armada de E.U.; las cuales realizan sus estadísticas basándose en los reportes de sus barcos, mismos que navegan por todo el

mundo.

Sin embargo, hasta hace algunos años estos reportes eran elaborados fundamentalmente con observaciones visuales y no con mediciones directas, por lo que pudiera presentarse alguna objeción. Tales observaciones se relacionan con una escala empírica establecida por ADMIRAL BEAUFORT, conocida comunmente como la Escala de Beaufort, la cual asocia algunos aspectos físicos tales como el movimiento del humo, la agitación del mar, el movimiento de las banderas, etc.; en épocas recientes los barcos están mejor equipados y cuentan con anemómetros; así fue posible establecer los límites numéricos a la Escala de Beaufort, misma que cuenta con 13 números (de 0 a 12) y que es la siguiente.

ESCALA DE BEAUFORT

| <u>No. de Beaufort</u> | <u>Estados del Tiempo</u> | <u>Velocidad (nudos)</u> |
|------------------------|---------------------------|--------------------------|
| 0 | Calma | < 1 |
| 1 | Aire ligero | 1-3 |
| 2 | Brisa ligera | 4-7 |
| 3 | Brisa suave | 8-12 |
| 4 | Brisa moderada | 13-18 |
| 5 | Brisa fresca | 19-24 |
| 6 | Brisa fuerte | 25-31 |
| 7 | Ventarrón moderado | 32-38 |
| 8 | Ventarrón fresco | 39-46 |
| 9 | Ventarrón fuerte | 47-54 |
| 10 | Ventarrón completo | 55-63 |
| 11 | Tormenta | 64-75 |
| 12 | Huracán | > 75 |

Aunado al empirismo de las estadísticas anteriores, otro obstáculo a tomar en cuenta es el que éstas están realizadas con un número de observaciones relativamente escaso; pero su gran validez estriba en que son observaciones realizadas sobre un período de muchos años, y conforme avance el tiempo, este tipo de estadísticas se irá depurando cada vez más, debido al moderno equipo con que se cuenta en los barcos.

Otro tipo de complemento a nuestros estudios, son las estadísticas recopiladas por las oficinas hidrográficas, tanto nacionales como internacionales; -- las cuales cubren períodos de cuando menos 10 años, y en ocasiones hasta de 100.

Una vez recopilada la información, se resume en lapsos de un mes, trimestral (estacional) y anual, representando los resultados en forma de Rosa de los Vientos o diagramas de Lenz, los cuales tienen las envolventes de velocidades medias y máximas así como de frecuencias de incidencia. Los estudios realizados en esta forma servirán para elegir adecuadamente el período de construcción de la obra, así como para orientarla en la mejor dirección y estimar con precisión cual será el porcentaje de eficiencia durante su vida; en la hoja siguiente se muestra la figura 2.1, la cual es una de las presentaciones que se acostumbra realizar de los diagramas de Lenz.

Por otra parte, cuando en la zona de proyecto se presentan ciclones de magnitud considerable, el viento rige algunos aspectos del diseño de las obras, -- por lo que se deberá realizar un estudio ciclónico y estimar el viento en ba-

se a éste.

La estimación del viento se realiza en forma indirecta, utilizando los principios básicos de su generación, los cuales son bastantes simples, aunque se ven afectados por muchos factores. La mecánica de generación de vientos es en una forma muy general la siguiente:

En la tierra existen zonas que absorben calor en diferente cantidad, tal es el caso de las costas y el mar; las montañas y los valles, etc. Al tener diferentes temperaturas dos sitios adyacentes, las masas de aire sobre ellos varían su densidad, generándose con esto un gradiente de presiones horizontales, el cual tiende al equilibrio natural movilizandó grandes masas de aire de las zonas de alta presión a las de baja presión. Al movimiento del aire que se desplaza aproximadamente paralelo a la superficie se le llama viento.

Basados en las consideraciones anteriores, podemos deducir que si se conocen lo suficientemente bien los gradientes de presión horizontales (campos bari-cos), se podrá estimar adecuadamente la velocidad del viento.

Existen métodos simplificados para la obtención de la velocidad del viento; entre éstos se cuenta uno que es de muy simple uso y que es tomado como base para predecir oleajes; sus fundamentos son los siguientes:

El gradiente de presión siempre se aproxima al equilibrio con la aceleración producida por la rotación de la tierra. Si se considera que tal equilibrio existe, queda definido el "Viento Geotrófico", y puede ser calculado como:

$$U_g = \frac{1}{\rho_a f} \frac{dp}{dn}, \dots\dots\dots 2.1$$

en donde:

U_g : Velocidad del viento geotrófico o viento al aire libre; generado por -
la consideración anterior.

ρ_a : Densidad del aire $\approx 1.247 \text{ kg/m}^3 = 1.247 \times 10^{-3} \text{ g/cm}^3$

f : Parámetro de CORIOLIS; $f = 2 \omega \text{ sen } \phi$;

ω : $7.292 \times 10^{-5} \text{ rad/seg.}$

ϕ : Grado de latitud donde se localiza la zona de proyecto.

dp/dn : Gradiente horizontal de presión atmosférica, el cual puede ser esti-
mado de las cartas sinópticas del estado del tiempo.

Un pequeño inconveniente de la ecuación 2.1 es que en las cartas del estado -
del tiempo, el gradiente no viene representado en forma diferencial, por lo -
que dp/dn es sustituido por $\frac{\Delta p}{\Delta n}$

Δp se mide entre líneas isobáricas, las cuales generalmente vienen espaciadas
de 3 en 3 o de 4 en 4 milibares (se define un milibar como la presión equiva-
lente de 1,000 dinas por cm^2).

Δn se mide en grados de latitud; por lo tanto si $\Delta p = 4$ y las isobaras están
alejadas una de otra medio grado de latitud tendremos que $\frac{\Delta p}{\Delta n} = 8$.

Una vez determinada la velocidad del viento geotrófico, se debe determinar su dirección; está se realiza con ayuda de las mismas cartas sinópticas del estado del tiempo, de la siguiente forma.

El viento Geotrófico sopla en dirección paralela a las líneas isobáricas con la siguiente trayectoria.

Para anticiclones (centros de alta presión) en el hemisferio norte, el movimiento coincide con las manecillas del reloj, mientras que en el sur es a favor de las mismas.

De acuerdo a lo anterior, para el hemisferio norte si se tienen líneas isobáricas aproximadamente rectas y el centro de baja presión se localiza al oeste del mapa, el viento viajará hacia el norte mientras que si el centro de baja presión se encuentra hacia el sur, el viento viajará hacia el oeste; en el hemisferio sur sucede lo contrario.

Si las trayectorias de las partículas de aire son curvadas como es el caso de los ciclones, la velocidad de equilibrio del viento recibe el nombre de "Viento Gradiente"; y éste es de mayor magnitud que el viento geotrófico cuando se trata de un anticiclón y menor cuando se trata de un ciclón; a continuación se dan algunas recomendaciones para estimar la magnitud del viento gradiente.

- a) Para grandes anticiclones (donde se tienen isobaras muy curvadas), el viento gradiente es un 10% mayor que el geotrófico.

- b) Para grandes ciclones (isobaras muy curvadas), el viento gradiente es un 10% menor que el geotrófico.
- c) Para curvaturas de isobaras de moderadas a pequeñas, son aproximadamente iguales los dos vientos.

Ya cerca de la superficie del mar se generan turbulencias, que obligan al viento a cambiar su dirección, lo cual generalmente lo hace al cruzar las isobaras de la zona de alta presión hacia las de baja presión, con ángulos variables entre los 10° y 20°, esta información puede ser de gran importancia en la determinación de la dirección en la cual sopla el viento.

Sobre la superficie del agua la velocidad del viento es menor que en el aire libre, la relación entre ambos es generalmente entre el 60 y el 75%, pero algunos estudios realizados con ayuda de los reportes de barcos en las zonas del ciclón, indican que esta relación está íntimamente ligada a la diferencia de la temperatura del mar menos la del aire, como se muestra a continuación.

| $T_m - T_a$ (F) | u/u_g |
|--------------------|---------|
| $\Delta T = 0$ | 0.60 |
| 0 a 10 | 0.65 |
| 10 a 20 | 0.75 |
| $\Delta T \geq 20$ | 0.90 |

En donde:

T_m y T_a : Temperaturas del mar y el aire.

u y u_g : Velocidades del viento superficial y del viento geotrófico respectivamente.

Algunos estudios posteriores señalan que la tabla anterior no está muy refinada, debido a la escasez de datos, y que para casos de rutina se puede usar una relación de 0.6.

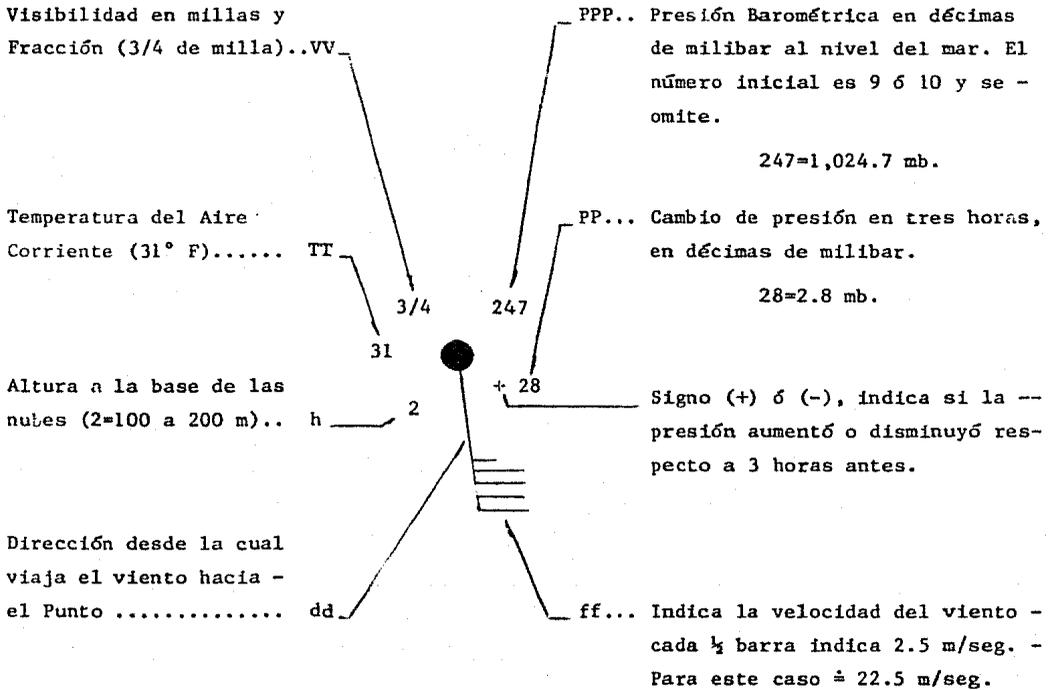
Por otro lado, si existe inversión en la temperatura y el viento está considerablemente más caliente que el mar, entonces la turbulencia superficial es suprimida; bajo estas condiciones se deberán forzosamente tener mediciones directas.

Cabe mencionar que las cartas sinópticas del estado del tiempo contienen muchos más datos de los que aquí se mencionan, estos datos son generalmente acompañados por un punto oscuro con una serie de indicadores tipo, en la figura 2.2 de la siguiente hoja se muestra en esquema el tipo de información que contienen estos puntos, haciendo la aclaración de que estos no son todos los indicadores que se usan y de que por lo regular estos puntos no están acompañados de todos los indicadores.

Es muy importante considerar que el viento universalmente estudiado es el medido en campo abierto a una altura $z = 10$ m. sobre la superficie; tal viento se denomina U_{10} , mientras que U es una función de z .

Por otra parte, los estudios de vientos se realizan con miras a estimar sus -

FIGURA 2.2.- ALGUNOS INDICADORES USUALES DE LAS CARTAS SINOPTICAS DEL TIEMPO



NOTA: Regularmente cada elemento del estado del tiempo tiene una letra o un símbolo que lo representa, como a los indicados arriba.

características fundamentales, tales como calmas, velocidad media, dirección dominante, viento máximo, etc. Entre las características mencionadas, 2 son de trascendental importancia en el resultado; tales son el viento sostenido y la racha de viento, las cuales pueden ser utilizadas como parámetros de diseño, si se infieren adecuadamente de las estadísticas del estudio.

Se definen al viento sostenido como aquel viento que sopla con magnitud y dirección constante durante un lapso mínimo de un minuto.

Se define a la racha de viento como aquella cuya duración mínima es de 3 segundos.

Por otra parte, se considera que la velocidad del viento varía con la altura según la siguiente fórmula:

$$U_z = U_{10} \left(\frac{z}{10}\right)^{1/7}; \quad z \geq 10 \text{ m.} \dots\dots\dots 2.2$$

Mientras que algunas conclusiones indican que:

$$U_z = U_{10} (0.93 + 0.007z)^{1/2}; \quad z \leq 10 \text{ m.} \dots\dots\dots 2.3$$

Y que la racha deberá ser estimada con:

$$(U_z)_r = U_{10} (1.53 + 0.003z)^{1/2}; \quad \forall z \dots\dots\dots 2.4$$

En las ecuaciones 2.2. a 2.4, U_{10} debe determinarse estadísticamente, con un período de ocurrencia de 50 a 100 años.

2.2.2 Oleaje

Análogamente al caso del viento, es indispensable contar con estadísticas del estado del mar por medio de mediciones directas en el sitio; sin embargo el realizar este tipo de mediciones es mucho más complejo que en el caso del viento, por lo cual se han tratado de implementar nuevas técnicas de medición, como la que se describe a continuación.

Sobre el lecho marino se coloca un muerto de concreto y sobre de él se monta un aparato analógico de precisión, el cual realiza mediciones a intervalos de tiempo regulares; este aparato registra diferenciales de presión, las cuales más tarde deberán ser transformadas a su altura equivalente en nivel de agua.

Este aparato analógico se puede programar para que realice sus muestreos según convenga al estudio, pero una forma conveniente de programarlo es tomando lecturas a cada segundo, durante 15 ó 20 minutos, con 8 ó 12 muestreos por día, con lo cual se estarán midiendo tanto los periodos como las alturas de las olas.

Esta técnica presenta dos inconvenientes de gran consideración uno de ellos es que la ola se encuentra dentro de un proceso dinámico, por lo que la presión que marca el aparato también lo es y por lo tanto se deberá realizar una corrección a los valores registrados por el aparato; esta corrección es función del periodo de la ola y la profundidad del aparato.

Si tomamos en cuenta que cada ola tiene una corrección diferente, y estimamos

La cantidad de información que se debe procesar, llegamos a la conclusión de que la magnitud del trabajo es enorme.

El segundo problema de consideración es que generalmente estos aparatos no miden la dirección del oleaje, por lo que ésta deberá realizarse por otro medio; y ésto implica la superposición de dos sistemas diferentes de medición lo cual resulta muchas veces muy engorroso e impreciso. Sin embargo, recientemente - se han desarrollado técnicas para "comunicar" la información de estos aparatos con las computadoras, lo cual simplifica enormemente la cantidad de trabajo a desarrollar.

Una vez procesada la información se realizan resúmenes de oleaje, desglosándo los según su altura, su período y su dirección de incidencia, y en base a estos resúmenes se calculan los parámetros estadísticos del estado del mar en - el sitio. Los resúmenes se deberán realizar en forma mensual, estacional y - anual, lo cual permite inferir adecuadamente cual es la época del año ideal - para la construcción y cuales son las condiciones "normales" de agitación en el sitio.

Los estudios realizados según lo anterior servirán para estimar las llamadas estadísticas de largo tiempo, que son una parte del estudio.

La otra parte es denominada estadísticas de corto tiempo, e implican un análisis a fondo del oleaje durante unas cuantas horas, generalmente cuando se presentan grandes agitaciones en el mar; este tipo de estadísticas arrojan datos que pueden regir en el diseño de las obras; tal es el caso de la determina—

ción del oleaje máximo.

Todo lo bien que pudiera parecer la planeación de este tipo de estudios se ve truncado por el excesivo costo de implementación, lo cual obliga generalmente a que se extiendan a lapsos máximos de tres años, siendo generalmente de uno; y ésto genera una gran cantidad de incertidumbre en la realización del diseño, sin embargo al igual que sucede en el caso de los vientos se puede recopilar información general de otro tipo de fuentes.

debido a que el oleaje es generalmente un elemento natural de mayor importancia que el viento para las estructuras mar adentro, la información es bastante más copiosa y confiable en este caso.

En E.U. existen varias instituciones que poseen estadísticas de largo tiempo, las cuales son elaboradas por reportes de barcos; entre estas sobresalen las CARTAS DEL SEA AND SWELL, mismas que poseen estudios marftimos del mundo entero y que pueden ser consultadas con cierta facilidad. Existen además instituciones como el Departamento de Comercio y muchos más que no deben menospreciarse en la recopilación de estadísticas de largo tiempo.

Por otra parte para la determinación de estadísticas de corto tiempo existen varios métodos simplificados de predicción de oleaje, a continuación se presenta el desarrollo de uno de los más sencillos, que se basa en el cálculo de la velocidad del viento gradiente, vista en el inciso anterior.

Partiendo de la premisa de que el oleaje generado por el viento es completamente irregular; esto es que se generan olas de muchas alturas y perfodos, y

que por lo tanto las características del oleaje no son constantes como lo consideran las teorías del oleaje; lo complejo de la mecánica del oleaje y la necesidad de su estimación han requerido de algunas idealizaciones, tales como la altura y período significantes.

Se define la altura de ola significativa como la altura promedio de la tercera parte de las olas más altas, se representa generalmente como H_s o $H_{1/3}$. El período significativo se define como el promedio de los períodos de las olas más prominentes, generalmente se puede estimar de una serie de 10 a 15 olas si se tienen registros de medición en el sitio. El período significativo también puede ser determinado como el promedio de los períodos de las olas más prominentes estimadas subjetivamente, por medio de un método tal como observación visual; sin embargo, los métodos de predicción del oleaje determinan tanto H_s como T_s , como se muestra en el siguiente modelo de predicción simplificado.

Para huracanes cuyo movimiento de translación es lento, las fórmulas siguientes pueden ser utilizadas para predecir el oleaje significativo:

$$H_o = 16.5 e^{\frac{R\Delta p}{100}} \left[1 + \frac{0.208 \alpha V_F}{\sqrt{U_R}} \right], \dots\dots\dots 2.6$$

$$T_s = 8.6 e^{\frac{R\Delta p}{200}} \left[1 + \frac{0.104 \alpha V_F}{\sqrt{U_R}} \right], \dots\dots\dots 2.7$$

En donde:

H_o : Altura de ola significativa sobre la zona de vientos máximos, se conside
ra que H_o está en aguas profundas; se mide en pies.

T_s : Período significativo correspondiente.

V_F : Velocidad de traslación del huracán, en la dirección de interés.

α : Coeficiente que depende de V_F y del incremento del fetch debido a esta
traslación; para huracanes de escasa traslación $\alpha \approx 1$.

U_R : Máxima velocidad sostenida del viento, a 10 m. sobre la superficie del
agua.

$U_R = 0.865 U_{10}$ Para huracanes estacionarios.

$U_R = 0.865 (U_{10} + V_F)$ Para huracanes en traslación.

R = Distancia radial del centro a la zona de vientos máximos.

Nótese que las ecuaciones 2.6 y 2.7 estiman las características del oleaje en
la zona de vientos máximos; existen técnicas para la predicción del oleaje -
a cualquier distancia radial "r" del centro del huracán, una de las más sim-
ples es la llamada Modelo de Vórtices de Rankine, la cual enuncia.

$$\begin{aligned}
 U &= Kr ; \quad \text{para } r \leq R && \dots\dots\dots 2.8 \\
 U &= KR^2/r ; \quad \text{para } r \geq R
 \end{aligned}$$

En las ecuaciones 2.8, K es constante y puede determinarse de la ecuación -- 2.6.

Utilizando este modelo o alguno similar, podemos calcular la altura signifi-- cante a cualquier distancia "r" del centro, calculando su periodo correspon-- diente con bastante aproximación con la ecuación siguiente.

$$T_s = 2.13 \sqrt{H_o} \quad \dots\dots 2.9$$

Una vez determinados los valores de H_o y T_s , surge el problema de la determi-- nación de la altura de ola máxima, la cual es función del número de olas gene-- radas por el viento.

El número de olas N que se generan por un huracán depende sobre todo de -- la longitud sobre la cual sopla el viento bajo condiciones casi establecidas, y de la velocidad de traslación del huracán. Se ha establecido que las condi-- ciones de oleaje máximo se presentan sobre una distancia casi igual al radio del viento máximo y que las condiciones serán casi estables mientras el huracán se desplace sobre ella; así podemos calcular el tiempo de generación del oleaje como:

$$t = R/V_F \quad \dots\dots\dots 2.10$$

Y el número aproximado de olas será:

$$N = t/T_s \quad \dots\dots\dots 2.11$$

El oleaje determinado en la zona de vientos del huracán se denomina SEA, mientras que el oleaje generado en ésta, pero que viaja fuera de ella es denominado SWELL.

Si se requiere del estudio del SWELL en zonas muy retiradas del huracán, deberá tenerse en cuenta que cuando el oleaje viaja se ve afectado por la acción combinada de varios factores tales como: la fricción del lecho marino, el viento, la refracción del oleaje, etc.

Estos factores afectan las características del oleaje, modificando su altura y periodo.

A la distancia en que viaja el oleaje después de la zona de su generación y hasta el punto de interés se le denomina "distancia de decaimiento", y existen diversas técnicas para calcular los efectos que causa en el oleaje; estas técnicas caen fuera del objetivo de este trabajo.

Por otra parte, es bien sabido que la variación de la altura del oleaje se ajusta en gran forma a la función de densidad de probabilidad de Rayleigh. La probabilidad de que una altura de ola "H" sea mayor que cualquier altura arbitraria "H_c" está dada por:

$$P(H > H_c) = e^{-\left(\frac{H_c}{H_{rms}}\right)^2} \dots\dots\dots 2.12$$

en la ecuación 2.12 H_{rms} es el parámetro fundamental de la distribución y se le denomina "altura de la raíz media cuadrática"; cuando se cuenta con regis-

tros de medición directa puede ser calculado con:

$$H_{rms} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N H_j^2} \dots\dots\dots 2.13$$

en caso de no contar con registros es muy usual la relación.

$$H_S = 1.416 H_{rms} \dots\dots\dots 2.14$$

Si en la ecuación 2.12 introducimos el concepto clásico de probabilidad.

$$P (H > H_C) = n/N \dots\dots\dots 2.15$$

en donde:

n : es el número de olas mayores de H_C

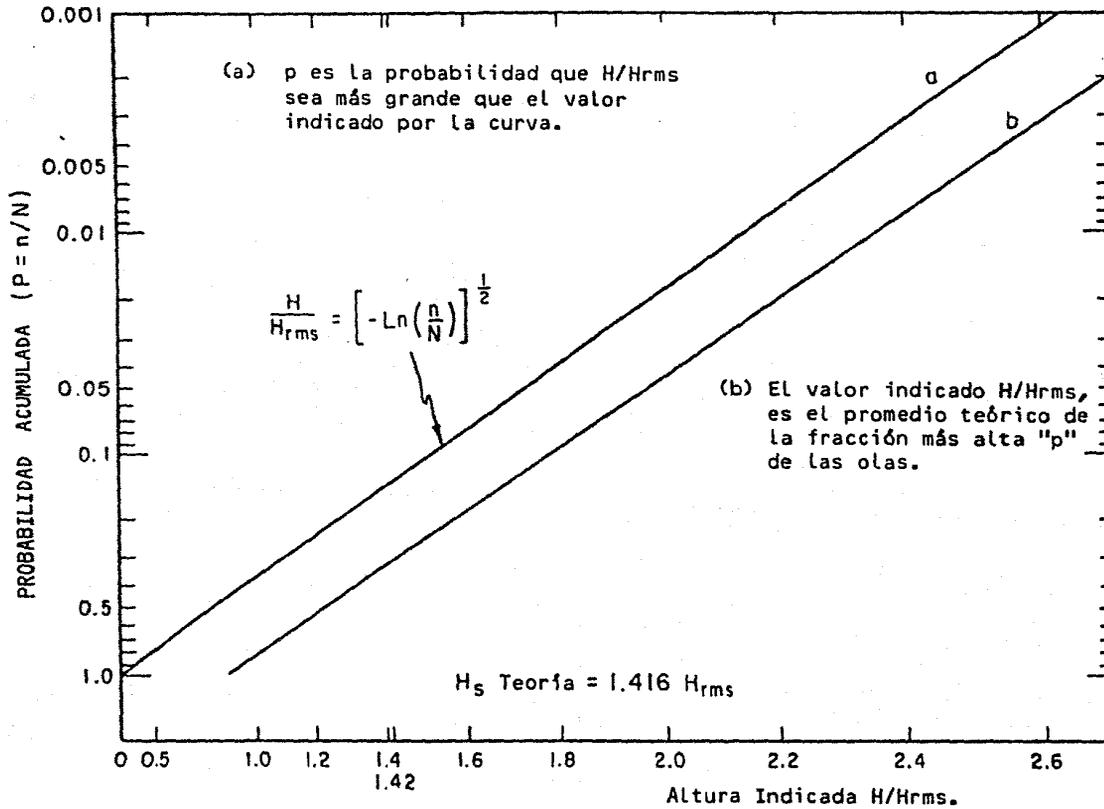
N : es el número total de olas

Y tomamos logaritmos en ambos miembros de la ecuación, podemos reescribir 2.12 como:

$$\log_e (n) = \log_e (N) - (H_C/H_{rms})^2 \dots\dots\dots 2.16$$

La ecuación 2.16 puede ser representada por una recta log-log como la mostrada en la figura 2.3 de la siguiente hoja, la cual tiene la recta "a", con la que

FIGURA 2.3
DISTRIBUCION TEORICA DE LAS ALTURAS DE OLA



se estima la probabilidad de que H_c/H_{rms} sea más grande que la indicada en la recta; y la curva "b", con la que se estima el valor indicado de H_c/H_{rms} como promedio de cualquier fracción P más alta de las olas, por ejemplo $P = 1/10$, - $1/100$, etc.

Por otra parte las máximas olas probables pueden ser estimadas con la ecuación.

$$H_n = 0.707 H_o \sqrt{\log_e \frac{N}{n}} \dots\dots\dots 2.17$$

en donde:

el número "n" indica la enésima ola más alta probable; cuando $n = 1$ se calcula la ola más alta de todas; si $N = 2$ la segunda ola más alta, etc.; así podemos calcular la ola más alta como:

$$H \text{ máx.} = H_1 = 0.707 H_o \left[\log_e \left(\frac{N}{1} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots 2.18$$

en la ecuación 2.18 se está tomando en cuenta que $H_{rms} = H_s/1.416$.

Como puede apreciarse, la técnica de predicción de oleaje descrita anteriormente aunque muy simplificada involucra una serie de elementos que deben conocerse previamente, los cuales pueden ser extraídos de las cartas sinópticas del tiempo en la zona, de los planos batimétricos de la misma, así como el conocimiento pleno del sitio.

Existen muchas más técnicas de predicción de oleaje y la mayor parte de ellas están basadas en la energía transmitida al mar por parte del viento; la misma altura de la rafa media cuadrática es un parámetro íntimamente ligado con la energía del oleaje; sin embargo, los modelos más elaborados y precisos requieren de gran cantidad de cálculos y de la determinación de datos bastante precisos para su correcta aplicación.

2.2.3 Mareas

Antes de abordar el tema de mareas, es muy conveniente poner en claro que existen en el mar diferentes tipos de ondas; aquéllas cuyo período es menor de 1 -- segundo, llamadas ondas capilares; otras cuyo período varía de 1 a 30 segundos -- denominadas olas y aquellas cuyo período es mayor de un minuto, que reciben el nombre de fluctuaciones del nivel del agua, grupo en el que están incluidas las mareas.

La expresión "Nivel del agua" indica la elevación del agua por un período largo -- de tiempo (mayor de un minuto) y sus fluctuaciones pueden ser identificadas y -- clasificadas de acuerdo a sus características y tipo de movimiento como sigue:

- a) Tsunamis
- b) Seiches (ondas periódicas estacionarias de gran período)
- c) Wave Set up (sobre elevación del nivel del agua debido al oleaje)
- d) Storm Surge (marea de tormenta)
- e) Variaciones climatológicas

- f) Variaciones seculares
- g) Mareas astronómicas.
- a) Tsunamis

Son ondas de escasa altura y períodos del orden de 20 a 30 minutos; son generadas por severos movimientos telúricos tales como temblores submarinos, derrumbes de grandes masas submarinas y volcanes submarinos; estas ondas contienen una gran cantidad de energía, y pueden viajar distancias mayores a los 10,000 Km. al llegar a las regiones costeras la energía del oleaje se transforma en sobreelevaciones del nivel del agua, de las cuales se han llegado a medir altura de más de 30 m., causando graves daños.

b) Seiches

Son ondas estacionarias con períodos del orden de un minuto o más, estas ondas continúan actuando aún después de que la fuerza que las genera ha cesado, pueden llegar a producir sobreelevaciones considerables y problemas de resonancia; ocurren generalmente en grandes masas de agua encerradas completa o parcialmente; sobre todo si se tienen paredes verticales.

c) Wave Set up

Son sobreelevaciones en el nivel del agua, debido a la acción del oleaje a lo largo de la costa, ocurren dentro de la zona de rompiente de lugares donde se encuentran pequeños cuerpos de agua tales como lagos, bahías, estuarios; y en costa abierta.

d) Marea de Tormenta

Son superelevaciones en el nivel del agua ocasionadas por los cambios en la presión atmosférica y por los esfuerzos tangenciales que se generan entre la superficie del agua y el viento de los huracanes; algunas observaciones han demostrado que pueden alcanzar alturas de hasta 10 m.; este fenómeno se presenta sobre todo en bahías y estuarios, ya que está ligado fuertemente con las características batimétricas de la zona.

En general el tema de fluctuaciones en el nivel del agua sólo se menciona con carácter informativo, ya que el único tipo de onda que contempla este trabajo es el de mareas astronómicas, el cual se describe a continuación.

Las mareas astronómicas son fluctuaciones periódicas del nivel de agua, ocasionadas por la atracción gravitacional de la luna, el sol y otros cuerpos astronómicos.

La influencia de los cuerpos astronómicos varía directamente con su masa e inversamente con el cubo de su distancia, en el caso del sol y la luna la relación de influencia es aproximadamente 3:7, por lo que las mareas de luna son con mucho las más importantes.

Estas ondas pueden clasificarse según su frecuencia como sigue:

a) Mareas Semidiurnas

Se presentan generalmente con periodos de 12 horas y 25 minutos, que es a

proximadamente la mitad de la duración de un día lunar.

b) Mareas Diurnas

En algunos sitios solo se presenta una onda de marea por día, como en el caso de varios lugares del Golfo de México, estas mareas tienen periodos del orden de 24 horas.

c) Mareas Mixtas

Reciben tal nombre cuando en algún sitio se presentan una o dos veces las ondas de marea en el día.

Existen además casos excepcionales como el de SOUTHAMPTON, Inglaterra, en donde llegan a presentarse hasta cuatro ondas de marea, separadas por cortos intervalos de tiempo.

Las mareas astronómicas más altas ocurren a intervalos aproximados de medio mes lunar, y son llamadas SPRINGS, esto sucede casi al mismo tiempo en que la luna es nueva o cuando es llena.

Cuando el sol, la luna y la tierra se alinean, la marea es aditiva, y cuando forman ángulos de 90° y/o cuando la luna se encuentra en sus "cuartos", la marea es sustractiva y ocurren las llamadas mareas menores.

La amplitud de la marea es altamente variable a lo largo de las costas del mundo entero, la más alta registrada fue en la Bahía de Fundy, y alcanzó más de 30 m. de altura, mientras que en mares continentales tales como el Mediterráneo

neo y el Báltico a alcanzar unos 30 cm. y en los grandes largos son prácticamente insignificantes.

La Teoría Dinámica de la Onda de Marea fue formulada por LAPLACE en el año de 1775, y soluciones especiales fueron dadas por DODDSON y WARBURG en 1941; posteriormente fueron elaboradas algunas teorías simplificadas para el análisis y predicción de mareas y en la actualidad éstas pueden ser predichas adecuadamente utilizando técnicas computacionales.

En México, el Instituto de Geofísica de la UNAM proporciona el Servicio Mareográfico Nacional; tal institución conserva en operación 13 estaciones mareográficas en el Océano Pacífico y 7 en el Golfo, y publica las tablas de predicción de mareas en forma anual para 24 puntos a lo largo de nuestras costas oeste y 12 en la este.

Estas tablas traen el pronóstico de las elevaciones de pleamar y bajamar referidas a un plano horizontal de referencia, así como la hora en que se presentan estas elevaciones; cabe mencionar que en base a un gran número de observaciones se ha llegado a la conclusión de que estas tablas son muy confiables, ya que los valores de predicción son bastante precisos bajo condiciones normales del estado del tiempo.

2.2.4 Corrientes

Como en el caso del oleaje, la medición de la velocidad de la corriente se puede llevar a cabo por medio de aparatos electrónicos programables, los cuales -

constan generalmente de un sistema de propela para medir la velocidad y una veleta para su orientación; así cuando la corriente incide sobre el aparato, la veleta lo orienta en la dirección en que viaja el flujo, mientras que la propela gira a determinada velocidad, midiendo la rapidez del flujo. Es obvio que un aparato como el descrito muestrea pares de valores dirección-velocidad de la corriente; los hay que pueden muestrear hasta cuatro parámetros simultáneamente, como profundidad y salinidad del agua.

Se acostumbra colocar tres aparatos en el mismo sitio y a diferentes profundidades (superficie, medio fondo y fondo); ésto se logra colocando un muerto de concreto en el fondo, el cual está ligado a una boya por medio de una cadena, sobre la cual se fijan los corrientómetros a las profundidades deseadas.

El tipo de programación que se hace al aparato depende del estudio a realizar, pero generalmente se acostumbra programarlos para que realicen muestreos con intervalos de cada 5 a 10 segundos, durante 10 ó 20 minutos y 24 muestreos al día.

La información así muestreada se resume en planos estadísticos mensuales, estacionales y anuales, calculándose sus parámetros estadísticos, que servirán de base para realizar adecuadamente las diferentes etapas del proyecto.

Cuando no se cuenta con información medida directamente en el sitio, la velocidad de la corriente puede ser calculada aproximadamente, siguiendo algunos de los muchos criterios existentes.

Las corrientes marinas pueden ser generadas por varios elementos naturales, -- tal es el caso del oleaje, el viento, la onda de marea, la diferencia de densidades en el agua, etc. Las corrientes generadas por el oleaje son tomadas en cuenta en la misma mecánica del movimiento del oleaje; las correspondientes a la diferencia de densidad del agua pueden ser calculadas si se tienen mediciones muy precisas de las características del agua, ya que las técnicas de cálculo son muy sensibles a los parámetros de medición y ligeros errores en éstas -- pueden causar grandes errores en los cálculos; por otra parte se ha visto que las corrientes generadas por la marea son significantes sólo cuando se tienen formaciones naturales como bahías, estuarios, lagunas comunicadas con el mar, y en general cuando se tienen grandes volúmenes de agua conectados entre sí por medio de canales, en este caso se puede calcular la velocidad de la corriente apoyándose en técnicas similares a las utilizadas para el análisis de funcionamiento de vaso en las presas; por lo que respecta a las corrientes generadas por el viento, se puede decir que son de gran importancia, toda vez -- que se suman a las generadas por el oleaje, pudiendo llegar a presentar condiciones críticas. De lo mencionado anteriormente podemos concluir que para este trabajo el interés se centra en las corrientes de viento y marea.

Existen varios criterios para calcular la velocidad de la corriente, entre los más elementales se cuenta el siguiente:

$$V_y = V_v (y/d) + V_m (y/d)^{1/7} \dots\dots\dots 2.19$$

en donde:

V_y : Es la velocidad total de la corriente a una altura "y" sobre el lecho marino, en m/seg.

y : Es la distancia vertical medida a partir del lecho marino, en m.

d : Es la profundidad del lecho marino, en m.

V_v : Es la velocidad superficial de la corriente cuando es inducida por el viento, generalmente puede estimarse como:

$$V_v = 0.01 U_{10} \dots\dots\dots 2.20$$

V_m : Es la velocidad superficial de la corriente cuando es inducida por la marea.

Para finalizar cabe aclarar que recientes observaciones han demostrado que --- cuando la corriente generada por marea viaja en sentido contrario a la dirección de propagación del oleaje, se generan condiciones más desfavorables que cuando viajan en la misma dirección y que normalmente estas condiciones sólo son superadas por las corrientes generadas por el viento y viajando en la misma dirección de propagación del oleaje.

3. FUERZAS SOBRE PILAS

La utilización de las plataformas marinas se incrementan día con día, cada vez con mayor frecuencia y a mayor profundidad.

Por otra parte en un gran número de ocasiones las fuerzas generadas por el oleaje sobre los elementos de soporte de las plataformas, son de mayor consideración que las fuerzas sísmicas y gravitacionales; esto ha hecho que el tema de las fuerzas sobre pilas sea de gran importancia para el diseño de las plataformas petroleras.

Sin embargo, como ya se mencionó la predicción de estas fuerzas es altamente compleja, y está ligada a una gran cantidad de factores, que van desde la irregularidad y aleatoriedad del oleaje, la mecánica de su movimiento, las características batimétricas del sitio y las condiciones mismas de los elementos de soporte.

Todo lo anterior pone de manifiesto que la elección de una teoría del oleaje adecuada es de suma importancia para la predicción razonable de las fuerzas sobre pilas.

3.1 Teorías del Oleaje

Los estudios teóricos que han tratado de explicar la mecánica del movimiento del oleaje, están contenidos en los dos últimos siglos; ya que la primera en ser formulada fue la Teoría Trocoidal (En 1802, actualmente en desuso), la

cual trató de establecer una similitud entre la forma del oleaje y una curva Trocoide; sin embargo, fue desplazada hacia el año de 1880.

Posteriormente en 1845 surge la Teoría de AIRY, la cual trata de explicar el fenómeno describiendo la superficie libre del agua por medio de una curva senoidal; esta teoría es de fundamental importancia en nuestro estudio.

Otra de las teorías importantes en el desarrollo de este trabajo es la teoría de STOKES, la cual fue desarrollada hacia el año de 1880, y que fue la que desplazó a la GERSTNER, dado que es tan buena como esta y mucho más sencilla de aplicar. La teoría de STOKES difiere de la de AIRY en que mientras ésta es lineal, aquélla utiliza ecuaciones de 2o., 3o., 4o. y hasta 5o. grado, lo cual hace que el Valle de la ola se suavice, quedando las crestas cada vez más aisladas; la teoría de AIRY es la Teoría de STOKES de 1er. orden.

En este trabajo sólo se incluye la de 2o. grado, pero se dan referencias dado que puede ser justificable utilizar las de orden superior.

Cabe aclarar que las teorías de AIRY y STOKES suelen ser razonablemente adecuada en aguas profundas y de transición.

Si se trata de estudiar el oleaje en aguas bajas, es apropiada la utilización de la Teoría Cnoidal, desarrollada originalmente por KORTEWEG y DE VRIES en 1895, ya que aunque es laboriosa su aplicación, representa satisfactoriamente al oleaje en dicha zona, además de que ya se cuenta con valores tabulados y graficados.

Asimismo, para aguas muy bajas, se recomienda el uso de la teoría de la onda solitaria, la cual puede ser muy fácil de aplicar con la ayuda de tablas especiales.

Existen muchas más teorías, como la de la onda estacionaria o Clapotis; el estudio de los Tsunamis; etc., pero que quedan fuera del objetivo de este trabajo, y sólo se analizarán someramente las teorías de AIRY y STOKES de 2o. orden.

Con el afán de fijar ideas para el buen entendimiento de las teorías, se listan a continuación un conjunto de definiciones.

- Ola Simple

Es aquella que puede ser descrita en términos matemáticos simples. Las ondas de AIRY y STOKES son ejemplos clásicos de una ola simple, dado que su perfil queda determinado por una curva senoide.

- Ola Compleja

Es aquella que consta de varios componentes físicos y que además es difícil de describir en forma o en movimiento.

- Ola Periódica

Es aquella que se sucede a iguales intervalos de tiempo.

- Ola Progresiva

Es aquella en que la forma de la ola tiene desplazamiento respecto al flui

do en que se genera; llamándose "dirección de propagación del oleaje" al sentido de dicho desplazamiento. Se acepta generalmente que una ola progresiva no cambia su forma a lo largo de su viaje, ésto es la denominación de una "forma permanente".

- Ola Estacionaria

Es aquélla en que las crestas, los valles y los nodos se suceden siempre en el mismo sitio, esto es sólo se mueve en forma vertical; se le llama también Clapotis y se presenta comunmente en masas de agua encerradas con paredes verticales.

- Oleaje Oscilatorio

Es aquél en que las partículas de agua de la ola se mueven describiendo órbitas, cerrándose una órbita a cada periodo del oleaje (un ejemplar típico en la teoría de AIRY).

- Oleaje Casi Oscilatorio

Es aquél en que las partículas de agua de las olas casi cierran orbitas a cada periodo de la ola (un ejemplo clásico son las teorías de amplitud de onda finita, mejor conocidas como Teorías de STOKES).

- Ola de Translación

Es aquélla en que las partículas de agua de la ola no retoman a su posición original (un ejemplo clásico es la teoría de la onda solitaria, la -

cual está cercana a la rompiente).

- Ola Gravitacional

Es aquélla en que las fuerzas gravitacionales predominan con mucho sobre otro tipo de fuerzas; generalmente se acepta que son aquéllas cuyos períodos oscilan entre 1 y 30 segundos (en contraposición se denomina a las -- olas con períodos menores de un segundo como olas capilares, dado que la capilaridad predomina sobre cualquier otro tipo de fuerzas).

Para nuestro caso las únicas olas de interés son las gravitacionales.

3.1.1 Consideraciones Teóricas del Oleaje

Dada la extrema complejidad del oleaje, el desarrollo de una teoría del mismo implica una serie de simplificaciones tendientes a determinar el problema; di chas consideraciones se enlistan a continuación.

- a) El fluido es homogéneo e incomprensible, por lo tanto su densidad es cons tante.
- b) La tensión superficial del agua es despreciable.
- c) El efecto de la fuerza de CORIOLIS es despreciable.
- d) La presión en la superficie libre del agua es uniforme y constante.
- e) El fluido es ideal y no viscoso.

- f) El movimiento de la ola no interactúa con ningún otro movimiento de agua.
- g) El lecho marino es horizontal, fijo e impermeable, por lo tanto la velocidad vertical de las partículas en el mismo es cero.
- h) La amplitud de la ola es pequeña y es de forma permanente.
- i) La ola es plana o bidimensional.

3.1.2 Teoría de Airy.

También denominada Teoría Lineal de la Onda Gravitacional.

Teoría de pequeña amplitud de ola o Teoría de la Ola Elemental progresiva.

Esta es la más simple de las teorías dado que realizar los cálculos de sus características es bastante sencillo y su aplicación es válida para una gran cantidad de problemas de ingeniería.

Airy planteó el problema de una forma bastante simplista, equiparando el perfil de la superficie libre del agua con una curva senoidal, cuyas características se muestran en la figura 3.1 de la siguiente hoja.

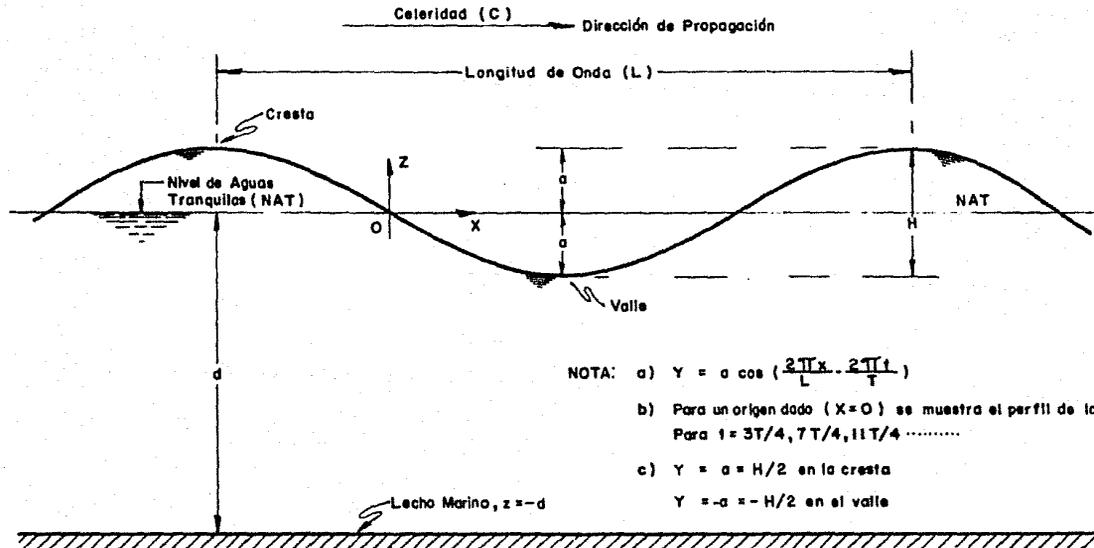
La definición de los términos empleados es la siguiente:

L : Longitud de onda es la distancia horizontal entre 2 puntos iguales de 2 olas consecutivas.

H : Altura de ola es la distancia vertical entre la cresta y el valle de -

FIGURA 3.1

DEFINICION DE TERMINOS, TEORIA DE AIRY



La misma.

- T : Período de ola es el tiempo en el cual se suceden 2 crestas de ola sobre el mismo punto.
- d : Profundidad del lecho marino es la distancia vertical medida desde el nivel de aguas tranquilas hasta el mismo lecho.
- C : Celeridad del oleaje es la rapidez con la cual se desplaza el oleaje.
- θ : Angulo fase = $(2\pi x/L - 2\pi t/T)$
- a : Amplitud del oleaje = $H/2$
- y : Función que representa la configuración de la superficie libre del agua; Es función del tiempo t y la distancia x.
- z : Ordenada respecto al nivel de aguas tranquilas (NAT).

Antes de continuar es conveniente que recordemos que las características del oleaje son afectadas por la profundidad del lecho marino. Dado que el mismo número de olas que pasan por aguas profundas es el que llega a las aguas bajas, se concluye que el período de las olas permanece constante y que existen tres zonas bien definidas en el comportamiento de ambos:

- a) Zona de Aguas Profundas, - En esta zona las características del oleaje permanecen aproximadamente constantes, y se indican con un sub-cero; por ejemplo la longitud de onda, la celeridad y la altura de ola en aguas pro

fundas se indican L_0 , C_0 y H_0 respectivamente.

b) Zona de Transición.- En esta zona las características del oleaje se ven afectadas cada vez en mayor grado por la profundidad d .

c) Zona de Aguas Bajas.- En esta zona las características del oleaje dependen fundamentalmente de la profundidad d .

La tabla 3.1 nos muestra los límites aproximados y universalmente aceptados de estas zonas, en función de la profundidad.

| CLASIFICACION | PROFUNDIDAD RELATIVA (d/L) |
|--------------------|--------------------------------|
| Aguas Profundas | Mayor de $1/2$ |
| Zona de transición | Entre $1/2$ y $1/25$ |
| Aguas Bajas | Menor de $1/25$ |

TABLA 2.1

Límite de Aguas Profundas, de Transición y Bajas

3.1.2.1 Celeridad de Onda

Es la rapidez con que la ola se desplaza, puede fácilmente ser calculada como:

$$C = L/T \dots\dots\dots 3.1$$

La longitud de onda se calcula como.

$$L = (gT^2/2\pi) \operatorname{Tanh} (2\pi d/L) \dots\dots\dots 3.2$$

En esta expresión L está en función de ella misma sin embargo se tienen en el anexo los valores tabulados que simplifican el problema.

Sustituyendo 3.2 en 3.1.

$$C = (gT/2\pi) \operatorname{Tanh} (2\pi d/L) \dots\dots\dots 3.3$$

Aquí los valores $k = 2\pi/L$ y $\omega = 2\pi/T$ son parámetros fundamentales en la simplificación de los problemas y son llamados Número de Oleaje y Frecuencia Angular del Oleaje respectivamente.

En aguas profundas: $\operatorname{Tanh} (2\pi d/L) \approx 1$; por tanto en 3.2 y 3.3.

$$L_0 = gT^2 / 2\pi \dots\dots\dots 3.4$$

$$C_0 = gT / 2\pi \dots\dots\dots 3.5$$

Si dividimos 3.2 entre 3.4 y 3.3 entre 3.5, se aprecia que

$$L/L_0 = C/C_0 = \operatorname{Tanh} (2\pi d/L) \dots\dots\dots 3.6 \text{ ó}$$

$$\frac{d}{L_0} = \frac{d}{L} \operatorname{Tanh} (2\pi d/L) \dots\dots\dots 3.7$$

No debe de perderse de vista que la ecuación de la superficie libre del agua es:

$$Y = (H/2) \operatorname{Cos} (kx - \omega t) = a \operatorname{cos} \theta \dots\dots\dots 3.8$$

Puesto que es la premisa del desarrollo de la Teoría.

3.1.2.2 Velocidad y Aceleración de las Partículas del Agua.

Estas características son las de mayor importancia en el cálculo de las fuerzas generadas por el oleaje; más aún, es deseable conocerlas a diferentes profundidades y a lo largo del desarrollo de toda la ola.

La Teoría de AIRY se desarrolla propiamente al introducir una función Potencial de Velocidades la cual fue posible establecer conjuntando las ecuaciones de LAPLACE y la ecuación dinámica de BERNOULLI, con apropiadas condiciones de frontera, dando:

$$\phi(x, z, t) = \frac{gH}{2\omega} \frac{\cosh(k(z+d))}{\cosh(kd)} \sin(kx - \omega t) \dots\dots\dots 3.9$$

de 3.9 podemos derivar las expresiones de velocidad y aceleración como se muestra.

$$u = \frac{\partial \phi}{\partial x} = \frac{ghk}{2\omega} \frac{\cosh(k(z+d))}{\cosh(kd)} \cos \theta \dots\dots\dots 3.10$$

$$\dot{u} = \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{ghk}{2} \frac{\cosh(k(z+d))}{\cosh(kd)} \sin \theta \dots\dots\dots 3.11$$

$$v = \frac{\partial \phi}{\partial y} \dots\dots\dots 3.12$$

$$\dot{v} = \frac{\partial v}{\partial t} \dots\dots\dots 3.13$$

En las ecuaciones 3.10 a 3.13; u representa las características horizontales y v las verticales.

La figura 3.2 de la siguiente hoja nos muestra las características de velocidad y aceleración locales de las partículas (tómese en cuenta que también tienen una componente de movimiento de traslación junto con toda la masa de agua) para diferentes ángulos fase θ .

Cabe aclarar que en aguas profundas las órbitas son circulares, mientras que en aguas de transición y bajas las órbitas son elípticas; pero cualquiera que sea el caso, los desplazamientos de las partículas de agua se pueden evaluar integrando las ecuaciones 3.10 y 3.12.

3.1.2.3 Presión Subsuperficial

En algunos casos las fuerzas generadas por el oleaje se calculan por medio de la Teoría del Flujo con Potencial (cuando la relación d/L no es pequeña); en estos casos es necesario conocer los campos de presión alrededor de toda la pila, por lo cual resulta indispensable el desarrollo de esta parte de la teoría.

La presión generada por una ola tiene dos componentes; la dinámica y la estática; y la presión total está dada por:

$$P' : \rho g (\cosh (k (z+d))/\cosh (kd)) a \cos \theta - \rho g z + P_a \dots \dots \dots 3.14$$

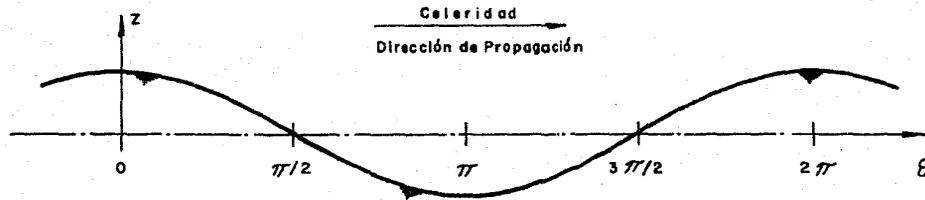
donde:

ρ : W/g ; es la densidad de masa del agua de mar.

z : Es la ordenada al origen del sistema de referencia;

$z = -d$ en el lecho marino.

FIGURA 3.2
**VELOCIDAD Y ACELERACION LOCAL DE LAS PARTICULAS
 DE AGUA DE LA OLA**



| | | | | | |
|-------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|----------------------------|
| Velocidad | | | | | |
| | $u = +; v = 0$ | $u = 0; v = +$ | $u = -; v = 0$ | $u = 0; v = -$ | $u = +; v = 0$ |
| Aceleración | | | | | |
| | $\dot{u} = 0; \dot{v} = -$ | $\dot{u} = +; \dot{v} = 0$ | $\dot{u} = 0; \dot{v} = +$ | $\dot{u} = -; \dot{v} = 0$ | $\dot{u} = 0; \dot{v} = -$ |
| θ | 0 | $\pi/2$ | π | $3\pi/2$ | 2π |

P_a : Es la presión atmosférica en el sitio.

El primer término de 3.14 representa la presión dinámica, producto de la aceleración de las partículas, mientras que el segundo es simplemente la presión hidrostática.

Referenciando la presión a los calibradores, podemos reescribir 3.14 como:

$$P = P' - P_a = \rho g y (\cosh (k (z+d))/\cosh (kd)) - \rho g z \dots\dots\dots 3.15$$

De 3.15 se define el "factor de respuesta de presión" como:

$$K_z = \cosh (k (z+d))/\cosh (kd) \dots\dots\dots 3.16$$

Así podemos reescribir 3.15 como:

$$P = \rho g (y K_z - z) \dots\dots\dots 3.17$$

El factor de respuesta de presión cuando $z = -d$ es:

$$K_z = K = 1/\cosh (kd) \dots\dots\dots 3.18$$

El valor del factor K está tabulado en las tablas que mencionamos anteriormente incluidas en el anexo; se encuentra como función de d/L y d/L_0 .

3.1.2.4 Energía y Potencia del Oleaje.

En algunas estructuras a desplantarse mar adentro, tales como estructuras masivas y/o estructuras flotantes, el análisis a realizar se basa fundamental--

mente en la energía del oleaje; por lo tanto, este es un capítulo de importancia en el cálculo de las fuerzas por el oleaje.

Antes de continuar este capítulo es necesario tomar en cuenta que la propagación de la energía del oleaje se estima para un grupo de olas, y que por lo tanto debemos estimar el flujo de energía con la velocidad del tren de oleaje y no de la ola.

La rapidez con que viaja un grupo de olas, es generalmente distinto a la rapidez con que lo hace una sola ola (que no pertenece al tren de oleaje); y esto puede ser explicado si consideramos la interacción de dos trenes de oleaje -- propagándose en la misma dirección; y teniendo los dos trenes de oleaje la -- misma altura de la ola, pero diferente longitud de onda y período.

Al interactuar los dos trenes de oleaje la ecuación de la superficie libre -- del agua será.

$Y = Y_1 + Y_2$; aquí Y_1 y Y_2 son las contribuciones de cada uno de los -- perfiles; esto es válido para la teoría lineal. De aquí que al ser diferente L_1 y L_2 y al ser iguales H_1 con H_2 , para algunos puntos. En un tiempo dado Y_1 y Y_2 estarán en fase, y la altura será de $2H$, mientras que para otros -- puntos los perfiles estarán defasados 180° y la altura será de cero.

El efecto que se logra al alcanzar un tren de oleaje (tren 2) a uno de menor período (tren 1), es que las olas del tren 1 son "filtradas" por el tren 2, aumentando la velocidad de aquél, y haciendo que L_1 tienda a L_2 y T_1 a T_2 .

El fenómeno se debe a la celeridad de grupo, la cual puede ser calculada como:

$$C_g = L/2T (1 + 2kd/\sinh(kd)) = nC \dots\dots\dots 3.19$$

donde:

$$n = (1 + 2kd/\sinh(kd))/2 \dots\dots\dots 3.20^*$$

En aguas profundas $n = n_0 \approx 1/2$, por lo que:

$$\text{En aguas profundas: } C_g = \frac{C_0}{2} \dots\dots\dots 3.21$$

En aguas bajas $n \approx 1$; por lo que:

$$\text{En aguas bajas: } C_g = C = \sqrt{gd} \dots\dots\dots 3.22$$

Con estas premisas podemos calcular la Energía y la Potencia del Oleaje como sigue:

La energía total del oleaje tiene dos componentes, las cuales son la energía cinética (E_c), que es debida a la velocidad de las partículas de agua, asociada al movimiento del oleaje; y la energía potencial (E_p), que está determinada por la diferencia de alturas entre la cresta y el valle de la ola.

Por otra parte, si la energía potencial es referenciada al nivel de aguas tranquilas (NAT), ambos componentes tienen el mismo valor, esto es $E_c = E_p$, el cual es numéricamente igual a:

* Nuevamente cabe mencionar que las tablas del anexo tiene tabulados los valores de n , en función de la relación d/L .

$$E = E_c + E_p = 2 \left(\rho g H^2 L/16 \right) = \rho g H^2 L/8 \dots \dots \dots 3.23$$

donde:

E : Es la energía total de la ola por ancho unitario de cresta.

Con el valor anterior podemos calcular la "Energía Específica", o la "Densidad de Energía" del oleaje por unidad de área, simplemente dividiendo 2.25 en tre la longitud de la ola, esto es:

$$\bar{E} = E/L = \rho g H^2 /8 \dots \dots \dots 3.24$$

La potencia del oleaje es la tasa con que la energía es transmitida sobre la dirección de propagación y a través de un plano vertical y perpendicular a dicha dirección, que abarca hasta el lecho marino.

Dicha potencia por unidad de ancho de cresta es:

$$\bar{P} = \bar{E} n c = \bar{E} C_g \dots \dots \dots 3.25$$

donde: como se vio anteriormente n está dada por la ec. 3.20

De las mismas consideraciones anteriores.

En aguas profundas $\bar{P}_o = \bar{E}_o C_o/2, (n = 1/2)$

En aguas bajas $\bar{P} = \bar{E} C, (n = 1).$

3.1.3 Teoría de la Ola Progresiva de 2o. Orden de Stokes.

La mecánica del movimiento marino es tan compleja, y al mismo tiempo la teoría lineal, es tan ideal, que aunque es razonable el utilizarla en algunos problemas, se antoja que no es la panacea; existen muchos otros problemas que no pueden ser explicados ni predichos por dicha teoría.

Aun más, cuando no se tienen bien definidas las características oscilatorias del oleaje tales como altura y período, entonces se deben estimar por medios empíricos, resultando de estas estimaciones un gran grado de incertidumbre; - en estos casos se justifica el emplear teorías no lineales, que aunque multiplican el trabajo, proveen de un cierto grado de seguridad.

Muchos trabajos se han realizado con el objeto de determinar la teoría correspondiente a cada caso particular, sin embargo los resultados de los estudios difieren ligeramente en cuanto a las zonas de uso de las mismas; en la hoja - siguientes se presenta la figura 3.3., que es el resultado del estudio llevado a cabo por LE MEHAUTE en 1969 y que nos marca los límites aproximados para el uso de cada teoría; dicha figura puede servir de guía si se tienen valores bien definidos de H, d y T.

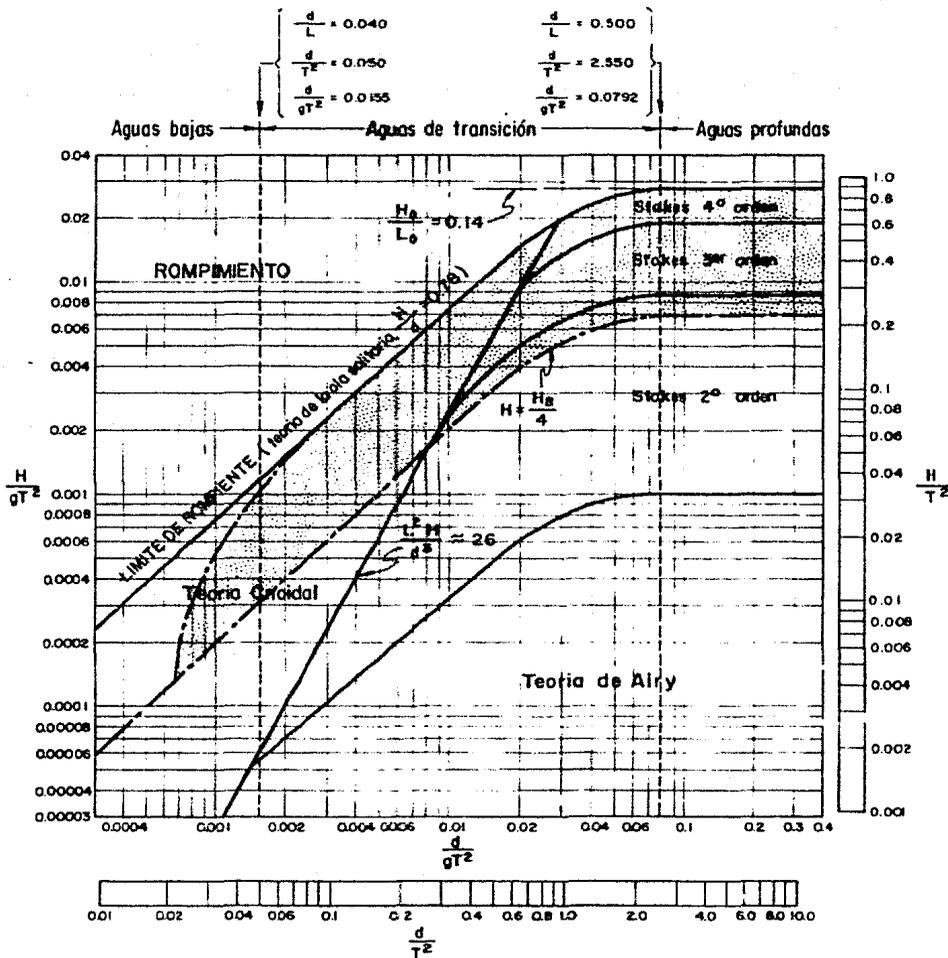
La figura puede ser usada para establecer los límites de las regiones utilizando el "Parámetro de URSELL" que se define como:

$$U_R = L^2 H/d^3 \dots\dots\dots 3.26$$

Como puede apreciarse, para que la Teoría de AIRY sea válida, tanto el paráme-

FIGURA 3.3

REGIONES DE VALIDEZ DE ALGUNAS TEORIAS



UNIDADES EN PIES Y SEGUNDOS

tro de URSELL como la esbeltez de la ola (H/gt^2) deben ser pequeños.

La diferencia fundamental entre la teoría lineal y las de orden superior estriba en lo siguiente.

La teoría lineal adopta que el perfil libre del agua está representado por la ecuación:

$$Y = a \cos \theta$$

mientras que una forma más general sería

$$Y = a \cos \theta + a^2 B_2(L,d) \cos(2\theta) + \dots + a^n B_n(L,d) \cos(n\theta) \dots \dots \dots 3.27$$

donde:

$a = H/2$ para el primero y segundo orden

$a \neq H/2$ para órdenes superiores

La teoría lineal consta de sólo el primer término de 3.27, mientras que las teorías de orden superior incluyen tantos términos como sea el orden de la misma; Para el 2o. orden:

3.1.3.1 Celeridad del Oleaje

Se puede demostrar que tanto C como L están dados por las expresiones 2.1 y 2.2. vistos en la teoría lineal; es decir son iguales, mientras que la ecuación

ción del perfil de la ola está dado por:

$$Y = \frac{H}{2} \cos \left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T} \right) + \left(\frac{\pi H^2}{8L} \right) \frac{\cosh(2\pi d/L)}{\sinh^3(2\pi d/L)} \left[2 + \cosh(4\pi d/L) \right] \cos \left(\frac{4\pi x}{L} - \frac{4\pi t}{T} \right) \dots\dots\dots 3.28$$

3.1.3.2 Velocidad y Aceleración de las Partículas

Análogamente al caso de la teoría lineal, las velocidades y aceleraciones locales de las partículas de agua están dadas por:

Para la velocidad horizontal:

$$u = \frac{HgT}{2L} \frac{\cosh[2\pi(z+d)/L]}{\cosh(2\pi d/L)} \cos \left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T} \right) + \frac{3}{4} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 C \frac{\cosh[4\pi(z+d)/L]}{\sinh^4(2\pi d/L)} \cos \left(\frac{4\pi x}{L} - \frac{4\pi t}{T} \right), \dots\dots\dots 3.29$$

Para la velocidad vertical:

$$v = \frac{\pi H}{L} C \frac{\sinh [2\pi(z+d)/L]}{\sinh (2\pi d/L)} \sin \left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T} \right) + \frac{3}{4} \left(\frac{\pi H}{L} \right)^2 C \frac{\sinh [4\pi(z+d)/L]}{\sinh^4 (2\pi d/L)} \sin \left(\frac{4\pi x}{L} - \frac{4\pi t}{T} \right) \dots \dots \dots 3.30$$

Como en el caso anterior tenemos

$$\ddot{u} = \frac{\partial u}{\partial t} \dots \dots \dots 3.31$$

$$\ddot{v} = \frac{\partial v}{\partial t} \dots \dots \dots 3.32$$

Mientras que los desplazamientos de las partículas de agua se encuentran de la misma forma vista en la teoría lineal, esto es integrando 3.29 y 3.30 respecto al tiempo.

3.1.3.3 Presión Subsuperficial

La presión en cualquier punto bajo la superficie del fluido está dada por:

$$p = \rho_B \frac{H}{2} \frac{\cosh [2\pi(z+d)/L]}{\cosh (2\pi d/L)} \cos \left(\frac{2\pi x}{L} - \frac{2\pi t}{T} \right) - \rho_B z + \frac{3}{8} \rho_B \frac{\pi H^2}{L} \frac{\tanh (2\pi d/L)}{\sinh^2 (2\pi d/L)} \left[\frac{\cosh [4\pi(z+d)/L]}{\sinh^2 (2\pi d/L)} - \frac{1}{3} \right] \cos \left(\frac{4\pi x}{L} - \frac{4\pi t}{T} \right) - \frac{1}{8} \rho_B \frac{\pi H^2}{L} \frac{\tanh (2\pi d/L)}{\sinh^2 (2\pi d/L)} \left[\cosh \frac{4\pi(z+d)}{L} - 1 \right] \dots \dots \dots 3.33$$

En la figura 3.4 se presenta una evaluación cualitativa de la diferencia fundamental entre las teorías lineal y de 2o. orden.

Sobra decir que el cálculo de la energía del oleaje se realiza de forma análoga a la teoría lineal.

3.2 Fuerzas Sobre Pilas

Una estructura desplantada en el océano puede ser atacada por tres diferentes tipos de oleaje, que son los siguientes:

- a) Oleaje que ya rompió
- b) Oleaje en rompiente
- c) Oleaje sin condiciones de rompiente.

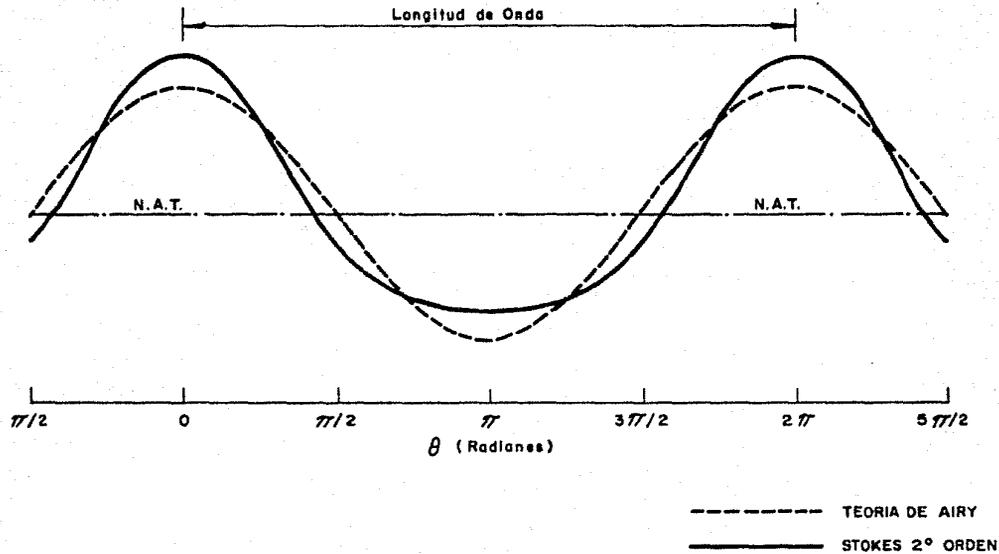
Para estructuras soportadas sobre pilas, la primera de las condiciones del oleaje genera fuerzas despreciables en comparación con las otras dos.

La segunda condición está sujeta a las características del oleaje, y a su interacción con las condiciones batimétricas del sitio, e implica la utilización de algunos cálculos empíricos de características del oleaje; no se analizará en este trabajo.

Sobre la tercera condición se centrará la atención de este capítulo, que para nuestro caso (mar adentro) abarca la gran mayoría de los problemas de Ingeniería de esta rama.

FIGURA 3.4

DIFERENCIA CUALITATIVA ENTRE LOS PERFILES DE OLA PARA LA
TEORIA DE AIRY Y LA DE STOKES 2° ORDEN



Como vimos en los incisos anteriores, las partículas de agua del oleaje están sujetas a constantes variaciones de posición y velocidad en el tiempo, es decir que tienen velocidad y aceleración.

Las primeras observaciones que trataron de relacionar la mecánica del movimiento del oleaje con las fuerzas generadas por éste sobre los cuerpos datan del año de 1851, cuando G.G. STOKES argumentó que las fuerzas resultantes son producto de la velocidad y aceleración de las partículas de agua; sin embargo no es sino hasta el año de 1950 cuando estas fuerzas fueron realmente estudiadas por MORISON, O'BRIEN, JOHSON y SCHAAF, los cuales fundamentaron la muy conocida y llamada Ecuación de MORISON; que relaciona las características del oleaje con la generación de fuerzas sobre cuerpos.

Experimentalmente se ha comprobado que las fuerzas sobre pilas, generadas por el oleaje tienen dos componentes ortogonales; una que actúa paralelamente a la dirección de propagación del oleaje y que es denominada como fuerzas longitudinales; y la segunda que actúa en la dirección paralela a la cresta de la ola, denominada comunmente fuerzas transversales o de sustentación.

Para la predicción de dichas fuerzas se utilizan generalmente las siguientes relaciones.

- H/gt^2 : Parámetro adimensional de esbeltez del oleaje
- d/gt^2 : Parámetro adimensional de profundidad del agua
- D/L : Relación entre el diámetro de la pila y longitud de onda.

- k/D : Rugosidad relativa de la pila
 uD/ν : Una forma de expresar el Número de Reynolds

En las expresiones anteriores:

- k : Se define el diámetro de los granos de arena adheridos a la pila; ---
 k/D : Es una relación que aunque muy importante es muy poco utilizada en la práctica, por lo que comúnmente solo se manejan los términos "liso", o "rugoso".

En el Número de Reynolds u nos presenta la velocidad de las partículas de agua, D el diámetro de la pila y ν la viscosidad cinemática del fluido, de la que se dan algunos valores para una salinidad tipo de 35 partes por millar.

| | | | |
|--|------|------|------|
| Temperatura (°C) | 0 | 10 | 20 |
| Viscosidad Cinemática 10 ⁶ (m ² /seg) | 1.83 | 1.35 | 1.05 |

En los párrafos anteriores se mencionó la Fórmula de Morison como ampliamente conocida, ésto se debe a que esta fórmula tiene tanta validez que incluso en los tiempos actuales, una gran cantidad de los experimentos e investigaciones más sofisticados la siguen utilizando para la predicción de las fuerzas del oleaje sobre cuerpos.

Dicha fórmula argumenta que las fuerzas longitudinales son de dos tipos, que se denominan fuerzas de arrastre y fuerzas de inercia o dinámicas.

Las fuerzas de arrastre se generan como función directa de la velocidad del flujo, y son producto de la fricción generada entre las partículas del fluido y la pared del cuerpo, así como de los vórtices o remolinos ocasionados por la turbulencia del flujo.

Las fuerzas de inercia o dinámicas son producto del constante cambio de aceleración en las partículas, ya que como vimos en las teorías del oleaje, se trata de flujo variable en el espacio y en el tiempo.

La Ecuación de Morison se deriva de la expresión general para cálculo de fuerzas en flujo no establecido y periódico que es:

$$f = P u |u| + Q \dot{u} \dots\dots\dots 3.34$$

donde los dos términos del segundo miembro están en fase.

La gran contribución de Morison consistió en que logró expresar los parámetros P y Q en función de coeficientes adimensionales de arrastre e inercia C_D y C_M respectivamente, transformando la ecuación 3.34 en:

$$f = C_D u |u| e^{D/2} + C_M \dot{u} e^{\pi D^2/4} \dots\dots\dots 3.35$$

en donde:

f : Es la fuerza longitudinal total por unidad de longitud; el primer término del segundo miembro representa la fuerza de arrastre y el segundo representa la de inercia, las variables son ampliamente conocidas.

La figura 3.5 de la siguiente hoja ilustra la definición de las variables que se utilizan en el procedimiento de cálculo para la predicción de las fuerzas longitudinales.

Las fuerzas transversales se generan como consecuencia directa de la aparición y distribución de vórtices, ocasionados al interponer la pila ante el flujo. A diferencia de las fuerzas longitudinales, las transversales no se evalúan directamente con la ecuación de Morison, aunque los resultados arrojado por ésta guardan una fuerte correlación con aquélla.

Los incisos siguientes tratarán de aclarar estas ideas.

3.2.1. Fuerzas de Arrastre

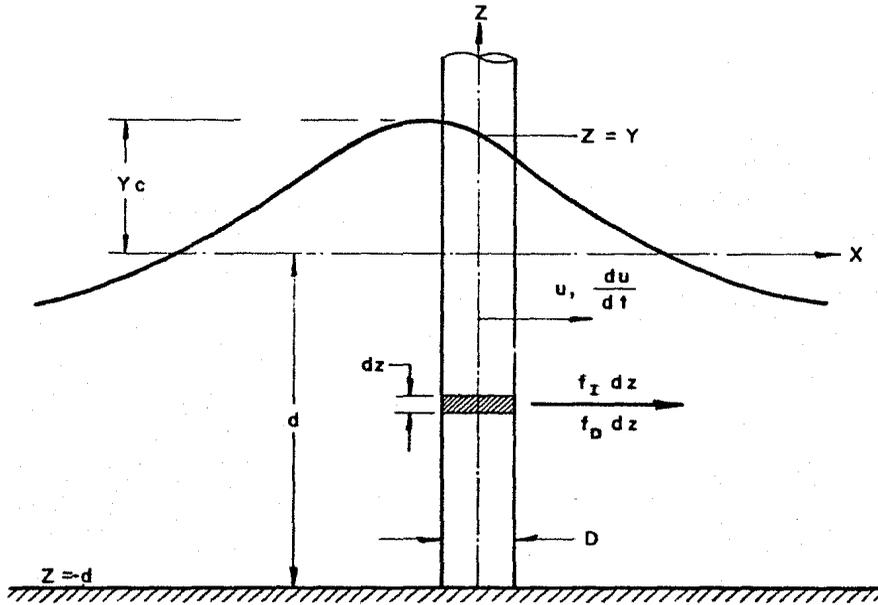
La fuerza de arrastre según Morison se evalúa con el primer término de la ecuación 3.35, ésto es para un largo unitario de pila:

$$f_D = C_D \quad u \quad |u| \quad \rho \quad D/2 \dots \dots \dots 3.36$$

f_D : Es la fuerza de arraste sobre un largo unitario de pila, ρ y D son datos propios del problema.

u : Es la velocidad horizontal de las partículas, que puede ser evaluada por alguna de las teorías del oleaje, la elección de ésta puede ser determinada con ayuda de la figura 3.3; nótese que la fórmula no utiliza u^2 , dado que la velocidad puede tener dirección $+x$ ó $-x$.

FIGURA 3.5

DEFINICION DE VARIABLES EN EL CALCULO DE
LAS FUERZAS LONGITUDINALES

El coeficiente C_D se evalúa empíricamente, existiendo diferentes criterios - para hacerlo.

Un procedimiento relativamente sencillo para determinar los coeficientes de - arrastre consiste en generar en laboratorio un flujo establecido de velocidad u , e interponer al flujo un cilindro, midiendo las fuerzas resultantes en és te, ésto es f_D , sustituyendo los valores del modelo en 3.36 y despejando C_D - se obtiene este valor; este experimento puede ser realizado cambiando cual-- quiera de las variables de 3.36; en otras palabras se puede realizar para di ferentes rugosidades, velocidades, diámetros, etc.

Sin embargo en la realidad aunque es fácil de generar un flujo establecido, - la evaluación de éstos coeficientes se lleva a cabo con otros parámetros.

Diversos experimentos han demostrado que C_D está fuertemente relacionado con el Número de Reynolds; y Keulegan y Carpenter en 1958 encontraron que también está ligado en el parámetro.

$$K_c = U_m T/D \dots \dots \dots 3.37$$

en donde:

K_c : Es denominado Número de Keulegan-Carpenter

U_m : Es la velocidad horizontal máxima promedio de las partículas de agua, en el fondo y en el nivel de aguas tranquilas.

T y D : Son conocidas.

Este parámetro está intrínsecamente ligado con los coeficientes C_D y C_M y se ha descubierto que para altos valores de K_c , cuando la velocidad es muy alta, el cilindro es esbelto, y la aceleración es sustancialmente pequeña (para algunas partes del oleaje); las fuerzas longitudinales se pueden evaluar directamente con la ecuación 3.36; mientras que para valores bajos de K_c , la ecuación 3.36 es despreciable y la fuerza se evalúa con el segundo término de --- 3.35.

Investigaciones recientes (fines de la década de los 70's), han demostrado -- que el coeficiente C_D se incrementa notoriamente con la presencia de vórti-- ces, sobre todo si estos se distribuyen en estelas de dos ramas; éste es un - factor que a menudo es observado en cilindros verticales, y que puede presentarse para valores de $K_c > 20$.

En las figuras 3.6, 3.7 y 3.8 se muestran los resultados de algunas investiga-- ciones, las cuales relacionan al coeficiente C_D con diferentes parámetros.

La figura 3.6 presenta relaciones de C_D con el Número de Reynolds, mostrando los cambios de régimen del flujo, de subcrítico o postcrítico para diferentes parámetros, tales como rugosidad (a), turbulencia (b) y flujo oscilatorio --- (c); en esta figura se puede apreciar que en flujo oscilante, C_D varía consi-- derablemente para valores bajos del Número de Reynolds.

La figura 3.7 es una estimación de las variaciones de C_D con el número de - Reynolds para diferentes rugosidades de pared y $K_c = 100$ por un lado (a) y la

variación de C_D con el número de Keulegan-Carpenter ($Kc > 20$), también para diferentes rugosidades por otro (b).

La figura 3.8 nos presenta la variación de C_D para diferentes secciones transversales; en la parte (a) se tienen valores de C_D para grandes números de Kc mientras que en la parte (b) se tienen para valores $Kc < 20$; esta última figura es muy significativa, ya que el resultado final al que se llega es una curva de ajuste por mínimos cuadrados, función directa de Kc .

3.2.2 Fuerzas de Inercia

Las fuerzas de inercia aparecen en la pila como consecuencia de la variabilidad del flujo (tómese en cuenta que se trata de un flujo no establecido).

La determinación de los coeficientes de inercia en laboratorio, exigen de un procedimiento indirecto, dado que es bastante complejo generar en laboratorio un flujo establecido y controlado.

El procedimiento consiste en oscilar una pila en aguas tranquilas, como se muestra a continuación.

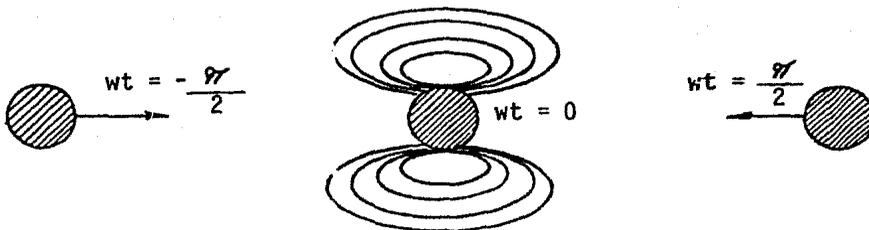
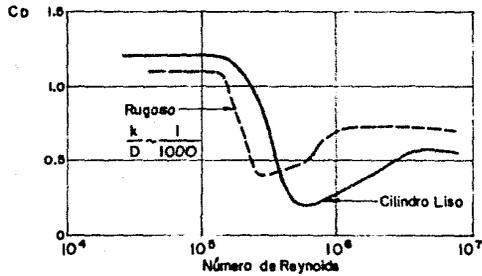
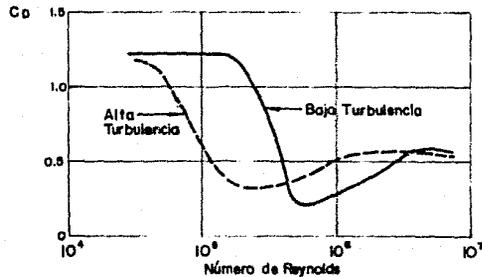


FIGURA 3.6

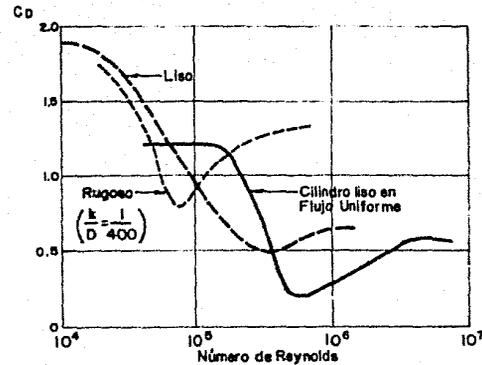
PARAMETROS DE INFLUENCIA EN LA VARIACION DE C_D ,
PARA CAMBIOS DE FLUJO DE SUBCRITICO A POSTCRITICO



a.- Variaciones de C_D para diferentes rugosidades en flujo uniforme



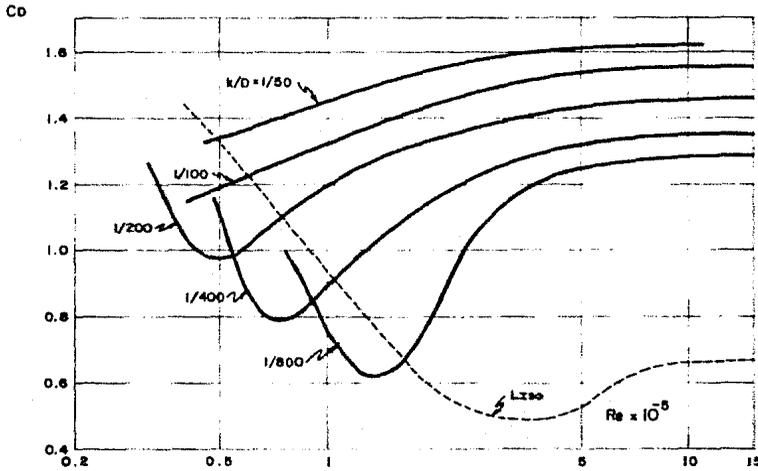
b.- Variaciones de C_D para otro tipo de flujo uniforme, cilindros lisos y diferentes turbulencias



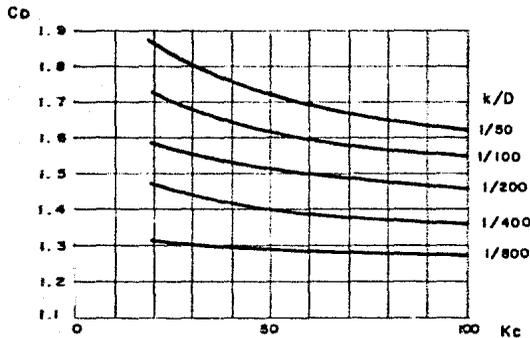
c.- Variaciones de C_D para flujo plano oscilatorio y diferentes rugosidades

FIGURA 3.7

VARIACIONES DE C_D CON Re Y K_C PARA
DIFERENTES RUGOSIDADES



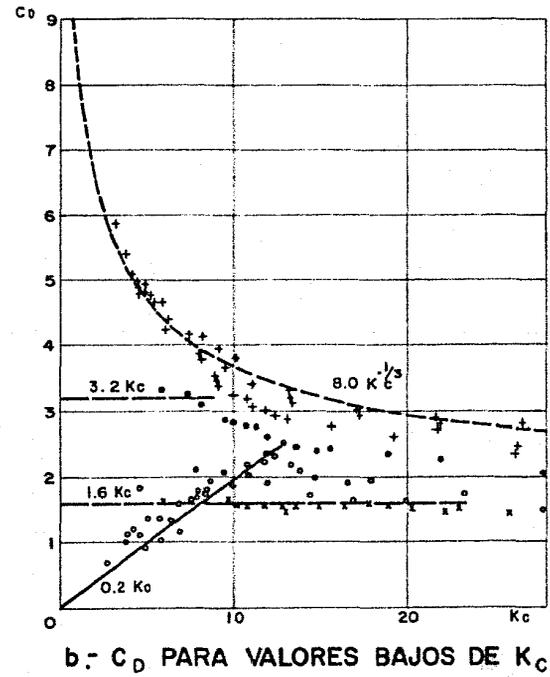
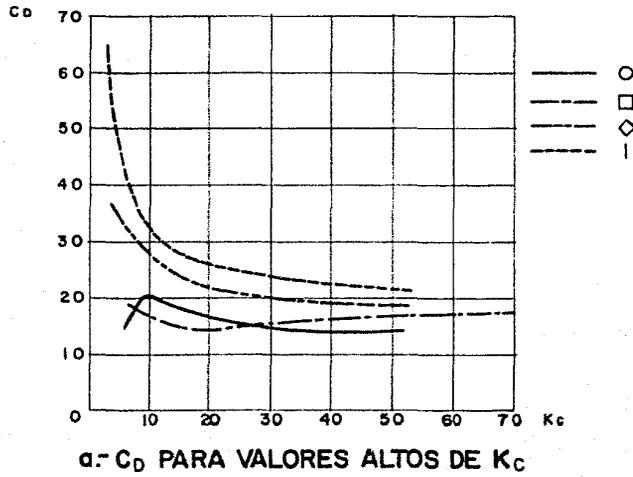
a.- Variación de C_D con el Numero de Reynolds y
diferentes rugosidades relativas; $K_c = 100$



b.- Variación de C_D con el Numero
de Keulegan - Carpenter y
diferentes rugosidades relativas

FIGURA 3.8

VARIACIONES DE C_D CON EL NUMERO DE KEULEGAN - CARPENTER
 PARA CUATRO DIFERENTES SECCIONES TRANSVERSALES



Si seguimos la trayectoria de la pila de izquierda a derecha y viceversa, las líneas del flujo alrededor de la pila son las mostradas en la figura, y es obvio que el flujo está en constante aceleración, la fuerza sobre la pila se evalúa indirectamente considerando la masa de agua que desplaza el volumen de la pila y aplicando la segunda Ley de Newton.

$$f_i = C_M \dot{u} e \pi d^2 / 4 \dots \dots \dots 3.38$$

En la ecuación 3.38, f_i es la fuerza longitudinal de inercia, debida a la variabilidad del flujo en el espacio y el tiempo; ésto es, a la constante aceleración del flujo.

\dot{u} es la aceleración horizontal de las partículas de agua; se puede evaluar de alguna de las teorías del oleaje (ver figura 3.3).

$e \pi d^2 / 4$ es la masa de agua desplazada por el volumen de pila; C_M es un coeficiente adimensional, que corrige las idealizaciones en la evaluación de las fuerzas.

Como en el caso de las fuerzas de inercia, la evaluación de C_M se realiza con el auxilio del Número de Keulegan-Carpenter.

Diversos experimentos han demostrado que para valores de $K_c > 15$ se tienen bajos valores de C_M , mientras que para valores pequeños de K_c se tienen altos valores de C_M ; y que para los valores de $K_c < 2$ es aconsejable utilizar la teoría del flujo con potencial (por medio de campos de presión).

En la siguiente hoja se presenta la figura 3.9, que nos relaciona la variación de C_M con el valor de K_c ; para altos valores de K_c en la parte (a) y bajos de K_c en la parte (b); para cuatro secciones transversales diferentes.

Hasta la fecha no se ha logrado establecer una relación bien definida entre C_M y Re , sin embargo la relación existe; las conclusiones a que han llegado varios investigadores es la siguiente:

$$\text{Si } TRe < 2.5 \times 10^5 \text{ entonces } C_M = 2^*$$

$$\text{Si } 2.5 \times 10^5 < TRe < 5 \times 10^5 \text{ entonces } C_M = 2.5 - TRe/5 \times 10^5^*$$

$$\text{Si } TRe > 5 \times 10^5 \text{ entonces } C_M = 1.5^*$$

En donde:

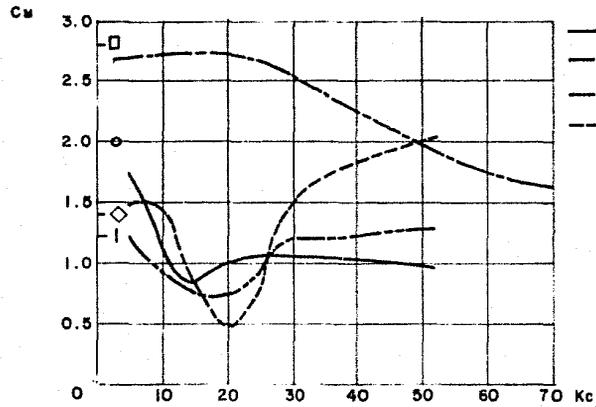
T : Es el periodo del oleaje

Re : Es el número de Reynolds

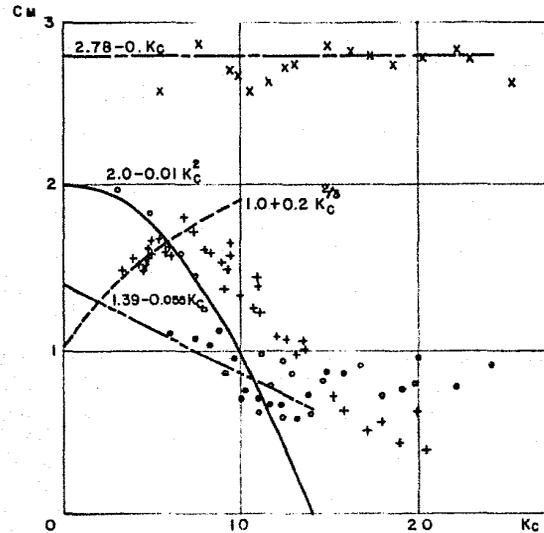
* El objeto de tomar el producto TRe es porque algunos manuales calculan Re sin tomar el periodo de la ola; pero en este trabajo T esta en el denominador, por lo que se utiliza el producto en lugar de Re solamente.

FIGURA 3.9

VARIACIONES DE C_M CON EL NUMERO DE KEULEGAN - CARPENTER
 PARA CUATRO DIFERENTES SECCIONES TRANSVERSALES



a.- VARIACION DE C_M PARA ALTOS
 VALORES DE K_C



b.- VARIACIONES DE C_M PARA BAJOS
 VALORES DE K_C

3.2.3 Acción Combinada de las Fuerzas de Arrastre e Inercia

La ecuación de Morison ha sido ampliamente utilizada desde su aparición en --- 1950 (ec. 3.35); este éxito se debe primordialmente a que predice razonablemen te bien las fuerzas producidas por el oleaje, si se determinan apropiadamente C_D y C_M .

La ecuación de Morison:

$$f = C_D u |u| \rho D/2 + C_M \dot{u} \rho \pi D^2/4 = f_D + f_i \dots\dots\dots 3.35$$

Es físicamente correcta en los extremos, esto es:

- a) $\dot{u} = 0$, y
- b) $u = 0$

a) Para $\dot{u} = 0$; $u \neq 0$, el problema se trata de un flujo establecido; y f de-- pende sobre todo de la rugosidad relativa k/D y del número de Reynolds; - en los incisos anteriores se dieron algunas gráficas para la determina--- ción de C_D , en función de estos parámetros.

b) Para $u = 0$; $\dot{u} \neq 0$, el problema se trata de aceleración partiendo del re-- poso y puede demostrarse de la Teoría del Flujo con Potencial que $C_M = 2$.

Valores entre estos dos extremos se determinan empíricamente con la ecuación - 3.35, de manera que los resultados obtenidos puedan ser ajustados por el méto-- do de mínimos cuadrado; así cuando queremos predecir las fuerzas; los coefi---

cientes C_D y C_M se toman como constantes a lo largo del ciclo de la ola, aunque en realidad varían en éste.

Un par de valores típicos es $C_D = 0.7$ y $C_M = 1.5$; sin embargo antes de utilizar cualquier pareja de valores deberá tomarse en cuenta que estos coeficientes están íntimamente ligados con la rugosidad relativa y los números de Reynolds y Keulegan-Carpenter.

En la siguiente hoja se muestra la figura 3.10, la cual nos muestra los límites de los regímenes de flujo con potencial, inercia y arrastre, independientemente de la teoría a utilizar y en función de la altura de ola, el diámetro del elemento y el número de Reynolds.

Un punto importante que debe tenerse en cuenta en la predicción de las fuerzas del oleaje, es que (f_D) máxima y (f_i) máxima no se presentan simultáneamente; esto podemos verlo más claramente si analizamos la Teoría de AIRY.

Haciendo coincidir $x = 0$ con el eje de la pila:

u máxima se presenta cuando:

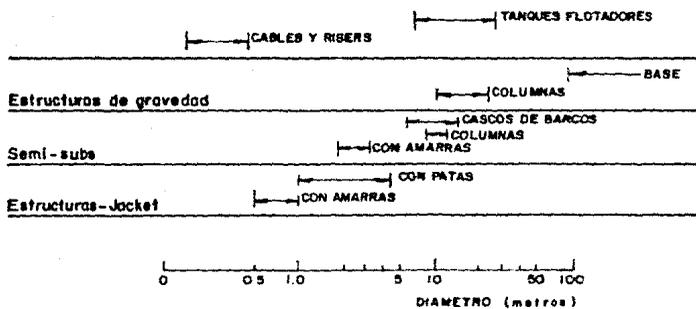
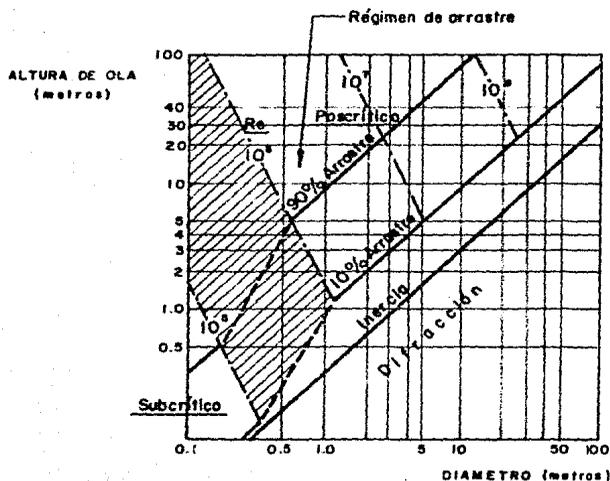
$$\cos \theta = \cos 2\pi (x/L - t/T) = 1$$

como $x = 0$, necesariamente $t = 0$

\dot{u} máxima se presenta cuando:

$$\text{Sen } \theta = \text{sen } 2\pi (x/L - t/T) = 1$$

FIGURA 3.10
 REGIMEN DE CARGA PARA DIFERENTES
 TAMAÑOS DE ELEMENTOS



como $x = 0$, necesariamente $t = T/4$ seg.

Como podemos apreciar para $x = 0$, la velocidad y la aceleración máximas no se presentan al mismo tiempo, es decir que no están en fase; de lo cual se sigue que al evaluar 3.35 para u máxima y \ddot{u} máxima estamos obteniendo resultados -- conservadores.

Cuando se requiere de cálculos precisos, se acostumbra introducir en la ecuación 3.35 las características dinámicas de la pila, agregando un tercer término a la ecuación, el cual es el producto de la masa de la pila por su aceleración; sin embargo, este punto no se tratará en este trabajo.

CALCULO DE FUERZAS Y MOMENTOS

La fuerza longitudinal total sobre un elemento de soporte, puede ser evaluada si integramos la ecuación 3.35.

$$F = \int_{-d}^y f_i dz + \int_{-d}^y f_D dz = F_i + F_D, \dots\dots\dots 3.39$$

En donde:

F_D : Es la fuerza total de arrastre

F_i : Es la fuerza total de inercia

Mientras que el momento se calcula con 3.40.

$$M = \int_{-d}^y (z+d) f_i dz + \int_{-d}^y (z+d) f_D dz = M_i + M_D. \dots\dots\dots 3.40$$

En donde:

M_D : Es el momento debido a las fuerzas de arrastre.

M_i : Es el momento debido a las fuerzas de inercia.

En una forma general los términos del segundo miembro de las ecuaciones 3.39 -- y 3.40 pueden ser escritos en la forma:

$$F_i = C_M \rho g \frac{\pi D^2}{4} H K_i, \dots\dots\dots 3.41$$

$$F_D = C_D \frac{1}{2} \rho g D H^2 K_D, \dots\dots\dots 3.42$$

$$M_i = C_M \rho g \frac{\pi D^2}{4} H K_i d S_i = F_i d S_i, \dots\dots\dots 3.43$$

$$M_D = C_D \frac{1}{2} \rho g D H^2 K_D d S_D = F_D d S_D \dots\dots\dots 3.44$$

En donde:

C_D y C_M son los conocidos coeficientes de arrastre e inercia, determinados según los incisos 3.2.1 y 3.2.2; C_D y C_M para estas alturas se suponen conocidos y constantes en el ciclo de la ola.

K_D , K_i , S_D y S_i son parámetros adimensionales que dependen de la teoría utilizada.

Si en la Teoría de AIRY utilizamos el límite de integración superior $z = 0$ en lugar de $z = Y$, podemos calcular los parámetros adimensionales como:

$$K_i = \frac{1}{2} \tanh \left(\frac{2\pi d}{L} \right) \sin \left(-\frac{2\pi t}{T} \right) \dots\dots\dots 3.45$$

$$K_D = \frac{1}{8} \left(1 + \frac{4\pi d/L}{\sinh [4\pi d/L]} \right) \left| \cos \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \right| \cos \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \dots\dots\dots 3.46$$

$$= \frac{1}{4} n \left| \cos \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \right| \cos \left(\frac{2\pi t}{T} \right) \dots\dots\dots 3.47$$

$$S_i = 1 + \frac{1 - \cosh [2\pi d/L]}{(2\pi d/L) \sinh [2\pi d/L]}$$

$$S_D = \frac{1}{2} + \frac{1}{2n} \left(\frac{1}{2} + \frac{1 - \cosh [4\pi d/L]}{(4\pi d/L) \sinh [4\pi d/L]} \right) \dots\dots\dots 3.48$$

En donde:

$n = C_g / C$ está dada por la ecuación 3.20, y aquí es utilizada para simplificar las expresiones.

Las fuerzas y momentos máximos se presentarán cuando K_D y K_i sean máximos; ba jo estas condiciones:

$$F_{im} = C_M \rho g \frac{\pi D^2}{4} H K_{im}, \dots\dots\dots 3.49$$

$$F_{Dm} = C_D \frac{1}{2} \rho g D H^2 K_{Dm}, \dots\dots\dots 3.50$$

$$M_{im} = F_{im} d S_i, \dots\dots\dots 3.51$$

$$M_{Dm} = F_{Dm} d S_D, \dots\dots\dots 3.52$$

Las ecuaciones 3.49 a 3.52 son generales para cualquier teoría.

Los valores de S_D y S_i calculados con las ecuaciones 3.47 y 3.48 son independientes del ángulo de fase θ ; sin embargo para otras teorías de amplitud de onda finita estos valores dependen del ángulo de fase.

En las siguientes hojas se muestran las figuras 3.11 a la 3.14, que fueron construidas con la Teoría de DEAN (1963), y que pueden ser utilizadas para el cálculo de K_{Dm} , K_{im} , S_{Dm} y S_{im} , independientemente de la Teoría utilizada.

El grado de no linealidad de la ola se mide por la fracción de la altura de rompiente H_b , la cual puede ser calculada con ayuda de la figura 3.3 como se ilustra a continuación.

Dada una ola de diseño de 4 m. con un período de 10 seg. y una profundidad de 20 m.

Calcular la fracción de la altura rompiente.

FIGURA 3.11

K_{Dm} CONTRA PROFUNDIDAD RELATIVA, d/gT^2
 UNIDADES EN PIES Y SEGUNDOS

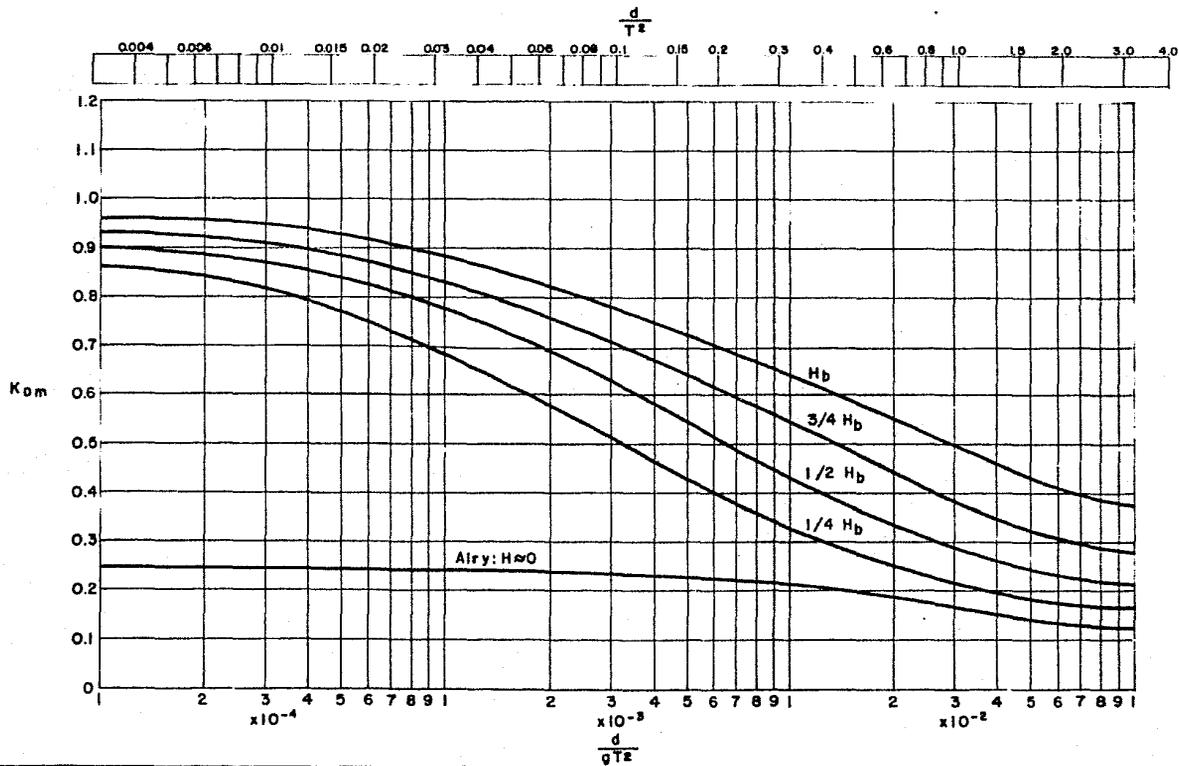


FIGURA 3.12

K_{lm} CONTRA PROFUNDIDAD RELATIVA, d/gT^2
 UNIDADES EN PIES Y SEGUNDOS

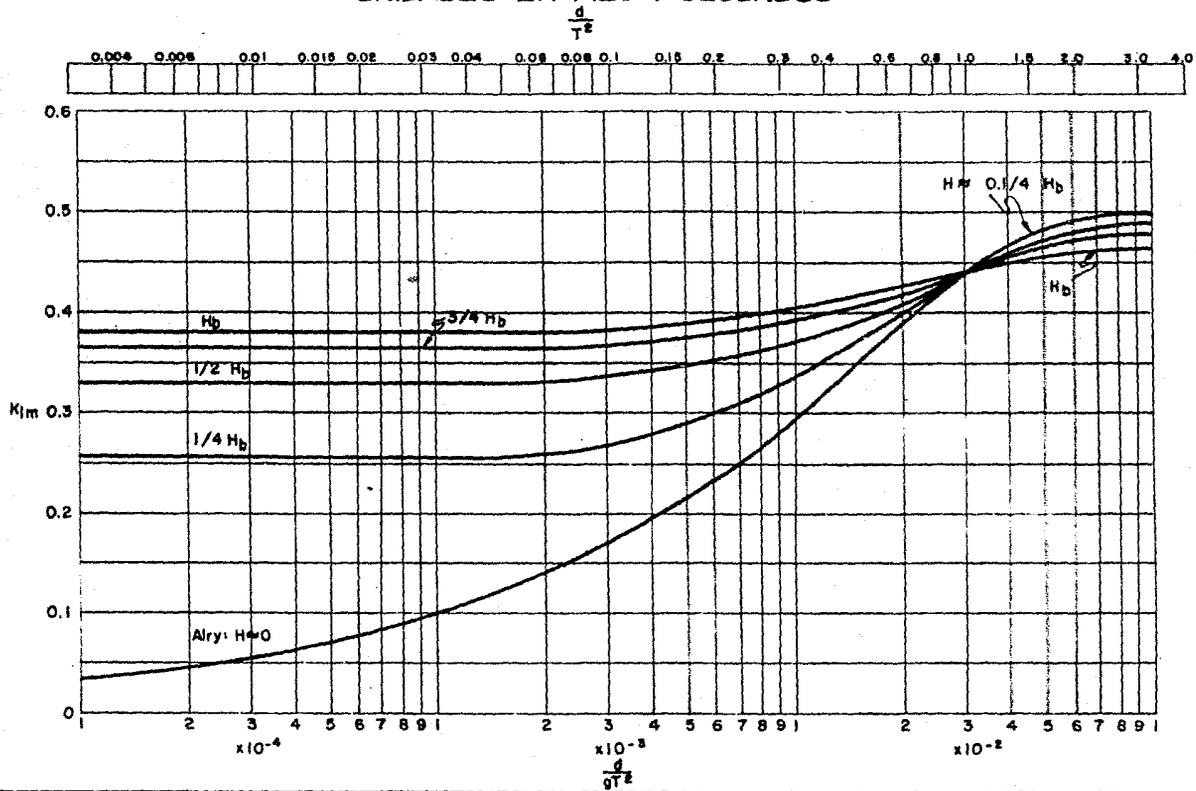


FIGURA 3.13

BRAZO DE PALANCA DE FUERZA DE ARRASTRE
 S_{DM} CONTRA PROFUNDIDAD RELATIVA, d/gT^2
 UNIDADES EN PIES Y SEGUNDOS

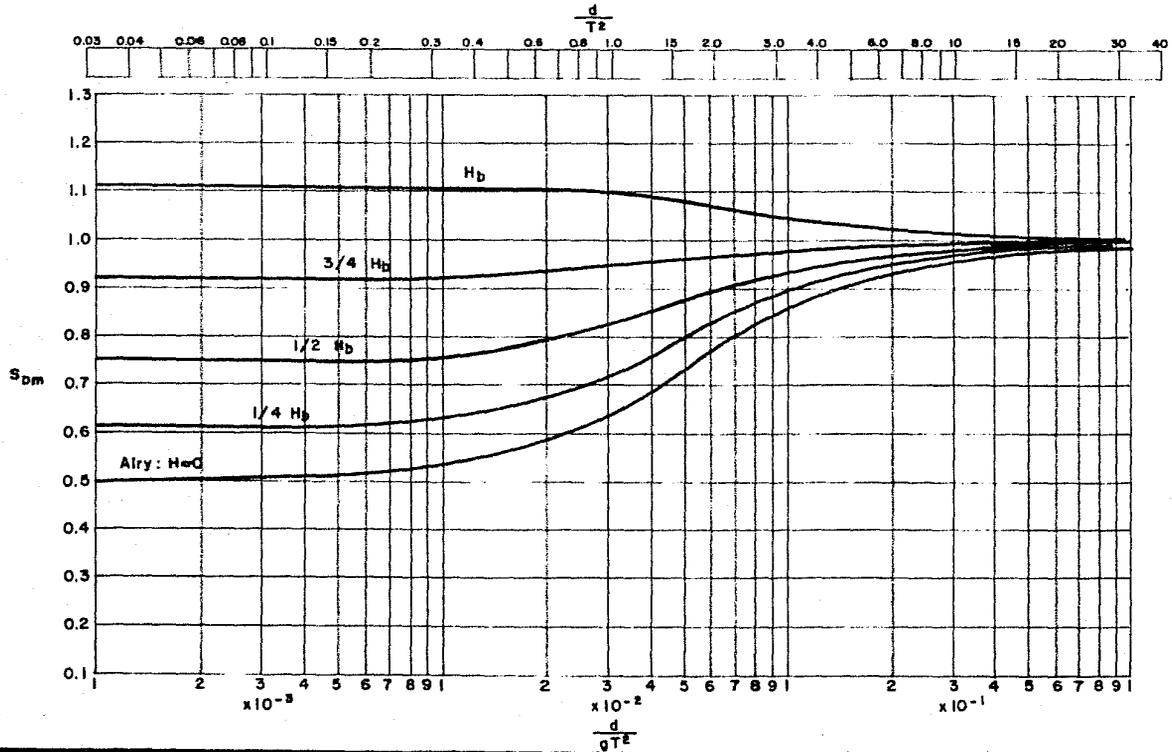
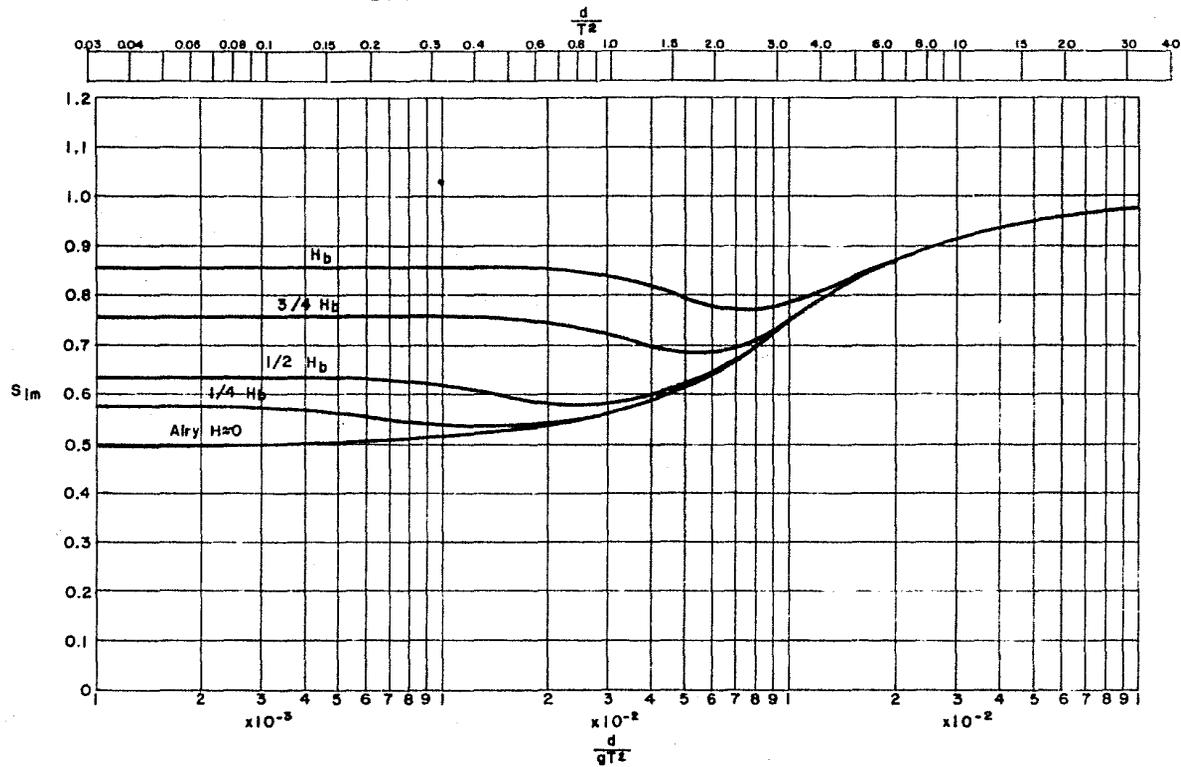


FIGURA 3.14
 BRAZO DE PALANCA DE FUERZA DE INERCIA
 S_{Im} CONTRA PROFUNDIDAD RELATIVA, d/gT^2
 UNIDADES EN PIES Y SEGUNDOS



Solución:

Tomando en cuenta que las unidades de la figura 2.3 están en pies y segundos.

$$H = 4 \text{ m} = 13.12 \text{ pies}$$

$$d = 20 \text{ m} = 65.62 \text{ pies}$$

$$T = 10 \text{ seg.}$$

$$\text{Calculando } d/gT = 0.0204$$

Entramos con este valor a la figura 3.3, a la curva marcada con límite de rompimiento y leemos.

$$H_b/gT \cong 0.015$$

Por lo tanto:

$$H_b = 48.3 \text{ pies} \quad \text{y} \quad H/H_b = 0.273$$

la fracción buscada es $H_b/3.66$.

3.2.4 Fuerzas Transversales o de Sustentación

En adición a las fuerzas longitudinales, en algunas ocasiones se generan en las pilas fuerzas transversales, las cuales son producto de la formación de remolinos. Estas fuerzas a menudo son llamadas fuerzas de sustentación, aunque no actúan en dirección vertical, sino que son perpendiculares a la dirección de propagación del oleaje y al eje de la pila.

La generación de vórtices se presenta alternativamente a un lado y otro de la pila, de lo que resulta una fuerza lateral oscilatoria. En estudios realizados por LAIRD (1960-1962) sometiendo cilindros rígidos y flexibles a estas acciones, se encontró con la particularidad de que están íntimamente ligadas a la respuesta de la estructura, y que cuando ésta tiene una frecuencia natural de vibración alrededor del doble de la frecuencia de la ola, se presenta un acoplamiento entre los movimientos de la estructura y de ola, incrementándose notoriamente las fuerzas transversales; bajo estas condiciones se han llegado a medir fuerzas de sustentación de hasta 4.5 veces la magnitud de las de arrastre; por lo que al diseñar estructuras flexibles sujetas a este tipo de acciones se debe tener en cuenta este hecho.

Sin embargo, diversos experimentos han demostrado que para estructuras rígidas, la magnitud de las fuerzas de arrastre constituye un límite superior para las de sustentación.

En este trabajo no se tomarán en cuenta las características dinámicas de los elementos, por lo tanto la explicación siguiente es válida sólo para elementos rígidos.

En el año de 1964, en un estudio de laboratorio realizado por CHANG, descubrió que los remolinos se generan con una frecuencia del doble de la del oleaje; dos después de pasar la cresta y dos después del valle, con un vórtice a cada lado del elemento. Esta investigación fundamentó que la máxima fuerza transversal es proporcional al cuadrado de la velocidad de las partículas de agua, de mane-

ra similar a las fuerzas de arrastre. En consecuencia para estimar las fuerzas de sustentación se puede utilizar la ecuación 3.53.

$$F_L = F_{Lm} \cos 2\theta = C_L \rho g D H^2 K_{Dm} \cos 2\theta \dots\dots\dots 3.53$$

En donde:

F_L : es la fuerza transversal

C_L : es un coeficiente empírico, similar al coeficiente de arrastre C_D

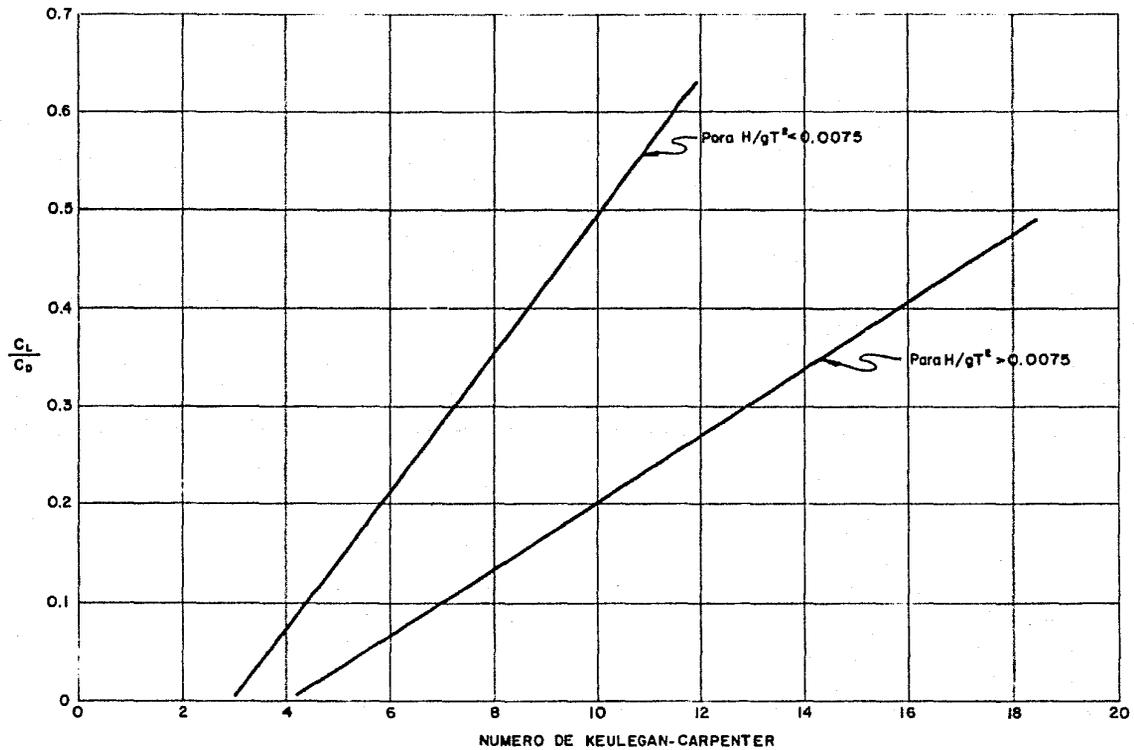
K_{Dm} : se determina según el inciso anterior y las variables restantes son ampliamente conocidas.

Al mismo tiempo CHANG fundamentó que C_L está íntimamente ligado con el número de Keulegan-Carpenter, y que cuando $K_C < 3$, F_L es depreciable y que conforme K_C aumenta también lo hace C_L , hasta llegar a alcanzar un valor igual al de C_D .

Por otra parte BIDDE (1970-1971) investigó la relación F_{Lm}/F_{Dm} , concluyendo en que esta relación es muy parecida a C_L/C_D , si no hay diferencia en el ángulo de fase; bajo estas características se construyó la figura 3.15, la cual se presenta en la siguiente hoja y nos muestra la dependencia de C_L/C_D con K_C , para diferentes parámetros de esbeltez del oleaje.

FIGURA 3.15

VARIACIONES DE C_L/C_D CON EL NUMERO DE KEULEGAN - CARPENTER Y H/gT^2



4. PLATAFORMAS MARINAS

Debido fundamentalmente al descubrimiento de grandes depósitos de petróleo y -- gas natural en áreas cubiertas por el agua, se han desarrollado recientemente -- diversas técnicas de exploración y explotación a base de plataformas marinas.

Estas estructuras hacen su aparición hacia el año de 1925, cuando en el Lago Ma racaibo, Venezuela es implementada la primera plataforma de explotación de este tipo; esta obra se construyó sobre un tirante de agua de 4.8 m. y fue fijada en el suelo con pilotes de madera, razón por la cual su vida fue muy corta. Sin -- embargo no es sino hasta la década de los 40's cuando surge una tendencia defi -- nitiva y vigorosa a la utilización de las plataformas; en esa época las profun -- didades de desplante oscilaban alrededor de los 10 m., mientras que en la actua -- lidad se construyen sobre tirantes de 200 m. y más, con marcada tendencia al -- crecimiento lineal con el tiempo, esta tendencia se debe a lo siguiente:

Diversos estudios geológicos de las plataformas continentales prometen la exis -- tencia de grandes zonas de explotación de buenos rendimientos; si adicionalmen -- te consideramos que el conjunto de plataformas continentales tiene un área seme -- jante a la del Continente Africano y que en la actualidad la explotación petro -- lera del subsuelo marino es del orden del 20% de la producción mundial y que en lo referente al gas natural el porcentaje es aún más elevado; se puede concluir en que la tecnología en esta área de la Ingeniería dista aún de estar en su apo -- geo; más aún, ya se planea la explotación en los bordes continentales.

4.1 Generalidades

El término "Plataforma Marina" puede ser utilizado para una gran variedad de estructuras, que sólo tienen en común el proporcionar un área relativamente estable y adecuada para poder realizar trabajos desde la superficie marina; así tendremos que el tipo de estructura estará determinado por la tarea a realizar.

Desde este punto de vista, podemos decir que las plataformas marinas pueden ser utilizadas en una gran variedad de trabajos, entre los que sobresalen: los muelles móviles, plataformas de radar, plataformas faro, islas fijas de perforación y producción, unidades móviles de perforación y plataformas de perforación y producción fijas.

De los diferentes tipos los más utilizados son y con mucho las plataformas móviles de perforación y las fijas de perforación y producción, y es sobre las cuales se enfocará nuestra atención.

4.1.1 Unidades Móviles de Perforación

En el mar las técnicas de exploración y producción son similares a las utilizadas en tierra firme, y como primer paso es indispensable realizar un estudio geológico del subsuelo, mismo que definirá si las características del sitio son propicias para realizar perforaciones.

Sin embargo por muy alagüeños que sean los indicios, la prueba irrefutable de la existencia de petróleo es dada por una perforación de prueba, y dados los al

tos costos que implica la construcción de una plataforma, han cristalizado algunas técnicas de perforación a base de unidades móviles, de las cuales sobresalen cuatro formas básicas, que son:

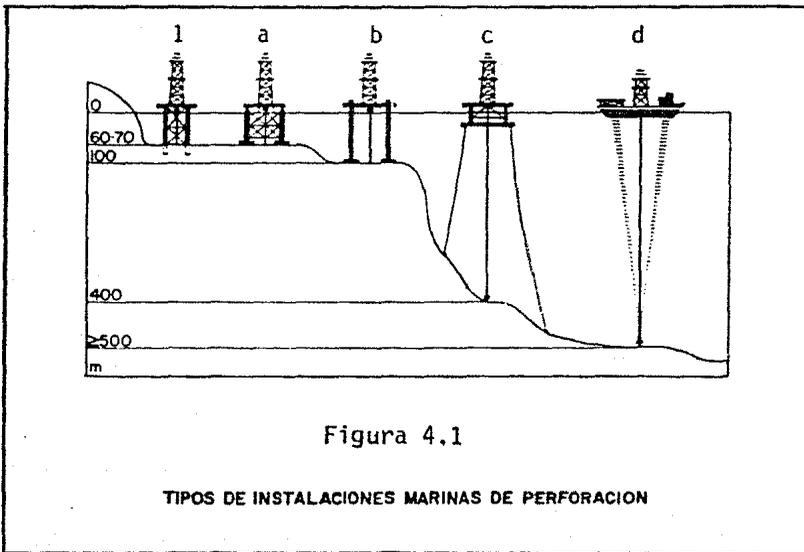
- a) Unidad totalmente sumergible
- b) Unidad autoelevada
- c) Unidad semisumergible
- d) Barcos de perforación

A continuación se listan las características fundamentales de cada una de ellas, mismas que pueden apreciarse en la figura 4.1.

a) Unidad Totalmente Sumergible

En este tipo de unidades, la plataforma sobre la que descansa el equipo y la torre de perforación está montada sobre elementos flotantes, los cuales, una vez sobre el sitio son lastrados con agua a manera de hundirlos para que descansen en el fondo marino; así las condiciones de trabajo llegan a ser semejantes a las de tierra firme, ya que no se presentan grandes movimientos relativos entre la torre de perforación y el suelo.

En la actualidad la mayoría de éstas sólo alcanzan profundidades inferiores a los 25 m., pero hay algunas que alcanzan hasta los 70 m.; en general, son recomendables para realizar perforaciones en aguas bajas y zonas pantanosas.



- 1) Instalación Estacionaria de perforación.
- a) Unidad totalmente sumergible.
- b) Unidad autoelevable.
- c) Unidad semisumergible.
- d) Barco de perforación.

Una vez hechas las perforaciones los elementos flotantes se deslastran y la plataforma está en condiciones de ser transportada a otro sitio.

Su principal problema es la falta de estabilidad en el transporte, lo cual exige de esmeradas precauciones.

b) Unidad Autoelevable

En la actualidad es la de uso más difundido; la plataforma sobre la que se encuentra la torre de perforación, se contruye en forma similar a una gran balsa, y consta de varios niveles o cubiertas que albergan el equipo, generadores, campamentos, etc., en los bordes exteriores de la plataforma se localizan un número variable de patas, mismas que están constituidas generalmente de cilindros huecos de acero o por armaduras del mismo material.

La unidad es trasladada en calidad de balsa gigante hasta el sitio de trabajo; una vez en el punto de operación sus patas son bajadas gradualmente hasta descansar en el fondo marino; acto seguido la plataforma se levanta sobre sus patas hasta alcanzar una altura suficiente sobre el nivel del mar, como para no tener problemas con las condiciones del tiempo.

La profundidad de trabajo de estas plataformas es de alrededor de los 100 m., pero se realizan enormes esfuerzos por tratar de adaptarlas a profundidades mayores; sobra decir, que el diseño de las patas debe ser muy cuidadoso y preciso, ya que a mayor profundidad el costo de construcción se eleva en mucho mayor proporción que la longitud de las patas.

Al igual que en el caso anterior, las ventajas en la perforación son con siderables ya que combinan la movilidad con la seguridad de las plataformas fijas. La inmensa mayoría de los daños ocurren durante su transportación, cuando sus patas están levantadas sobre el nivel del mar; aunque también - corren graves riesgos en erupciones incontrolables de petróleo o gas natur- ral.

c) Unidad Semisumergible

Este tipo es ampliamente utilizado si se tienen condiciones de agitación - extrema, ya que su diseño está adaptado específicamente para reducir los - efectos del oleaje cuando se realiza la perforación.

En este caso la plataforma también consta de varias cubiertas, que están - ligadas a grandes almacenes de flotación por medio de columnas de longitud variable (30 m. para las medianas y 45 m. para grandes).

Las grandes unidades semisumergibles (30,000 a 50,000 toneladas) gozan de gran demanda y algunas cuentan con equipo de autopropulsión, que llega a - desarrollar velocidades hasta de 10 nudos; lentamente se está generalizan- do su uso, tanto para la perforación como para la producción y tendido de tuberías, dado el alto amortiguamiento de las condiciones del oleaje, ya - que pueden operar con alturas de ola hasta de 10 m.

Una vez que la unidad se ha trasladado hasta el sitio de operación, los -- compartimientos de flotación son lastrados gradualmente, de manera que des

ciendan hasta encontrar su estabilidad a una profundidad de escasa agitación (causada por el oleaje), lo cual sucede aproximadamente a unos 20 m. de profundidad; ésto permitirá al conjunto de la unidad tener condiciones de trabajo adecuadas.

Una de sus más importantes desventajas es que requiere de técnicas de perforación más sofisticadas, dado que se pueden presentar grandes presiones eventuales provenientes del yacimiento; por otra parte el sistema de perforación deberá ser muy flexible, ya que tendrá que absorber las deformaciones correspondientes al movimiento relativo entre la plataforma y el suelo; especialmente por lo que respecta al desplazamiento vertical.

Las plataformas de perforación semisumergibles pueden ser utilizadas para profundidades hasta del orden de 400 m.

d) Barcos de Perforación

Como unidades de perforación son las que menos daños presentan, toda vez que están especialmente diseñados para soportar grandes movimientos del mar.

Su gran desventaja estriba en que reaccionan inmediatamente a la acción del oleaje, las corrientes marinas y el viento, por lo cual su operación se restringe a cortos lapsos de excelentes condiciones del tiempo. Aún a pesar de que se han implementado sistemas que permiten al barco girar sobre el eje de barrenación, no se había logrado evitar el movimiento verti-

cal, hasta que recientemente se desarrolló el sistema denominado de marcación dinámica, mismo que es escasamente utilizado, dado su elevado costo de implementación.

La gran ventaja de los buques consiste en que puede realizar perforaciones a profundidades superiores aún a los 500 m.

4.1.2 Plataformas de Perforación y Producción Fijas.

Las plataformas estacionarias sólo se utilizan cuando se tienen campos comprobados, ya que se hace necesaria la instalación de equipo de procesamiento y campamentos definitivos.

Debido principalmente, a su procedimiento constructivo y a su instalación, las plataformas marinas están compuestas básicamente de tres secciones, mismas que se esquematizan en la figura 4.2 y que se enlistan a continuación.

a) Cimentación

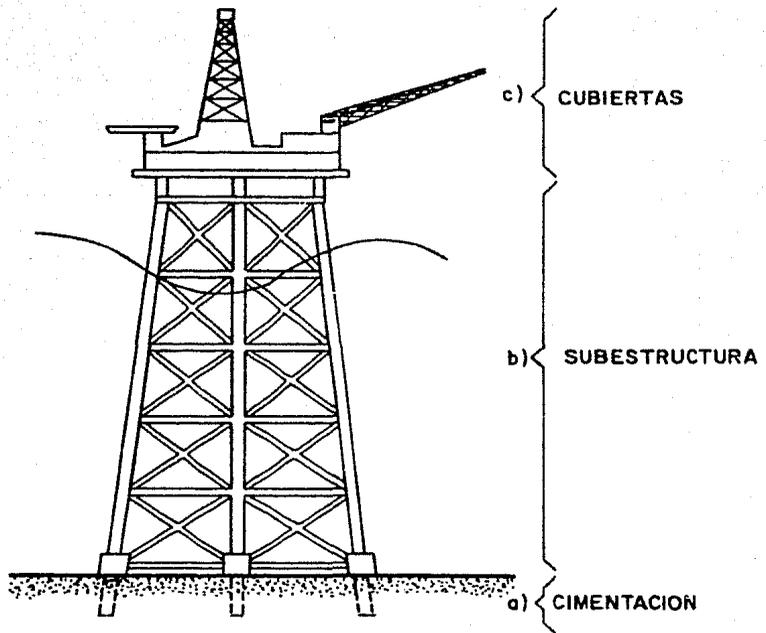
Es la parte de la estructura cuya función es la fijación de la misma al --suelo; puede ser de diferentes tipos, tales como pilotes, anclaje o gravedad, dependiendo de las condiciones del suelo marino y la profundidad del mismo.

b) Subestructura

Esta sección es la encargada de suministrar la resistencia contra las fuer

FIG. 4.2

COMPONENTES BASICOS DE UNA PLATAFORMA
MARINA ESTACIONARIA DE PERFORACION
Y PRODUCCION



zas laterales y verticales derivadas de las cargas naturales y las cubiertas, respectivamente. Otra importante función de la subestructura es la de proporcionar la rigidez precisa para mantener la adecuada estabilidad del conjunto; además de servir de guía para el hincado de pilotes; es decir, en muchos casos es concebida como plantilla de hincado de pilotes.

c) Cubiertas

Las plataformas marinas pueden tener una o varias cubiertas, dependiendo del área requerida para las maniobras y de sus dimensiones en planta; es la parte del conjunto encargada de albergar las instalaciones, equipo y accesorios para que el sistema sea funcional.

De entre las principales funciones que desempeñan las plataformas de perforación y producción, sobresalen las siguientes:

- Perforación

Las perforaciones definitivas se realizan radialmente desde la plataforma; cada perforación tiene su propia cuenca de captación que puede llegar a ser de cientos de metros de diámetro; de una sola plataforma se pueden realizar hasta 60 perforaciones (caso de las superplataformas), pero de una plataforma convencional (como las que se utilizan comúnmente en el Golfo de México) normalmente se realizan doce.

- Producción y Tratamiento

Esta tiene como función, eliminar el agua y las impurezas del petróleo, y

separar sus partes volátiles; este proceso hace que el petróleo sea bombeable y se eleven los rendimientos de los medios de transporte. Dado el alto costo de las plataformas y a diferencia de los métodos de producción en tierra firme, las instalaciones deben ocupar el mínimo espacio, ya que su costo de adquisición oscila entre la tercera parte y la mitad del valor de la plataforma.

- **Bombeo e Inyección**

Desde la misma plataforma se regresa el gas natural a los yacimientos, esto se hace para mantener la presión y almacenarlo; por otra parte en la actualidad es práctica común inyectar agua de mar sujeta previamente a tratamientos químicos, para mantener la presión y aumentar la recuperación, bombeándose a través de pozos perforados expresamente para este fin en la periferia del yacimiento.

- **Almacenamiento**

Cuando el transporte del petróleo no puede ser efectuado por tuberías, deberán tenerse instalaciones de almacenamiento, ya sea en estructuras autónomas o integradas a la misma plataforma; sus dimensiones estarán determinadas por la frecuencia de llegadas y la capacidad de los buques-tanque.

- **Habitación**

Las plataformas deberán estar equipadas con los campamentos necesarios para garantizar la estadía del personal por largas temporadas; éstos incluyen desde comedor, dormitorios, recreación, etc.

En algunos proyectos recientes se ha manejado el concepto de "Sistema de Plataformas Múltiples" para la explotación de un campo petrolero; tal concepto abarca una serie de cuatro o más estructuras con usos específicos; por ejemplo: un sistema simple constaría de una plataforma de inyección, una para vivienda, --- otra de producción y una o varias de perforación; aparte pueden o no construirse los depósitos y el quemador de gas; las plataformas estarían ligadas entre si por medio de pasarelas estructuradas con armaduras de acero.

4.2 Clasificación de Plataformas Marinas

La estructuración asociada a las plataformas marinas pueden ser de muy variadas formas, sin embargo la gran generalidad cae dentro de dos grandes grupos, que son plataformas de Acero y Plataformas de Concreto, aunque en la actualidad se encuentran en proceso de diseño las plataformas híbridas. La elección de la -- plataforma se plantea originalmente de acuerdo a las características del terreno, aunque el factor costo se impone cada día con mayor importancia sobre todo a partir de ciertas profundidades.

4.2.1 Plataforma de Acero

Se trata de estructuras construidas por elementos tubulares de acero, unidos en tre si por medio de soldadura. Sus características fundamentales son su apreciable ligereza y facilidad de transporte. Dentro de las plataformas de acero se distinguen dos categorías, una a base de Jackets y la otra denominada tipo --

torre, las más utilizadas son las primeras, y sobre ellas se enfocará nuestra atención.

La estructuración a base de Jackets, consta de una subestructura cuyas patas es tán constituidas por elementos tubulares lo suficientemente grandes como para permitir que los pilotes queden alojados en ellas; obviamente será fijada al suelo por medio de pilotes, mismos que son hincados utilizando las patas de la subestructura como gúfas; el diámetro exterior de los pilotes es ligeramente me nor que el diámetro interior de las patas, ambos elementos quedan en forma con céntrica utilizando placas soldadas interiormente a las patas de la subestructura, esta placa sirve a la vez como refuerzo, ya que se coloca a la altura de los nudos.

Una vez hincados, los pilotes sobresalen de la subestructura y quedan dispues--tos para que sobre ellos sean montadas las cubiertas. Cimentación y Jacket son soldados en la parte en que termina éste, para poder realizar esta operación, generalmente se le practican ranurados a las patas y se introducen cuñas de ace ro, mismas que son soldadas en todo el perimetro de contacto con el pilote y en todo el perimetro ranurado de las patas, con lo cual se genera una unión lo suficientemente confiable como para no tener problemas de desplazamiento relati vo entre ambos; a continuación se describe lo esencial del procedimiento de fab ricación.

4.2.1.1 Fabricación

La fabricación de las plataformas de acero típicas es la que marca el seccionamiento del conjunto, ya que la subestructura por un lado y la superestructura por otro necesitan de muy diferente equipo e instalaciones; dicho esto podemos decir que para fines de fabricación se dividen en subestructura y superestructura.

- Subestructura

Una plataforma típica está constituida por cuatro marcos unidos entre sí por contravientos horizontales y diagonales. Cada marco tiene dos patas - cuya función principal es hacer posible el hincado de pilotes; mientras -- que los contravientos se encargan de rigidizar la estructura contra cargas horizontales. El procedimiento constructivo es aproximadamente el siguiente:

* Armado de Marcos

En esta etapa se unen las camisas del marco con los contravientos perpendiculares y diagonales; es indispensable contar con un taller de armado amplio y totalmente equipado.

* Sistema de Inundación de las Camisas

Se construye simultáneamente al armado de los marcos, y permitirá a la estructura hundirse controladamente una vez en el sitio.

* Cuna de Lanzamiento

Simultáneamente al armado de marcos se instala el sistema que facilita las operaciones de carga de la subestructura al chalán de transporte.

* Montaje de Los Marcos

Terminada la instalación del sistema de inundación y la cuna de lanzamiento, así como del armado y soldado de los marcos, se procede a la erección y montaje de éstos; para lo cual se hace indispensable contar con un taller mucho más completo que para el armado; por ejemplo para el armado se necesitan dos grúas de 45 toneladas cada una, mientras que en montaje son de - 140 toneladas cada una.

- Superestructura

Está constituida al igual que la subestructura por cuatro marcos, y tienen dos cubiertas, una de producción y otra de perforación o principal; su procedimiento constructivo es a grandes pasos el siguiente:

* Marcos

La fabricación de los marcos se realiza en forma similar a la subestructura, constan de una viga IPC y dos patas de sección tubular cuyo extremo inferior será ligado por medio de soldadura a los pilotes; los tubos de las patas están unidos entre sí por contravientos horizontales y diagonales.

* Cubierta de Producción

Esta cubierta está destinada a contener las instalaciones de producción y dos cápsulas de supervivencia (embarcaciones a prueba de fuego) con capaci

dad para 25 personas cada una; las dimensiones de esta cubierta son del orden de $15 \times 30 \text{ m}^2$ y para fines de fabricación se divide en tres secciones, las cuales pueden ser armadas una a la vez o simultáneamente.

* **Cubierta Principal o de Perforación**

Está destinada a contener los equipos de perforación, las instalaciones de habitación y el heliopuerto; las dimensiones generales son del orden de $25 \times 40 \text{ m}^2$ y también consta de tres secciones. Cabe mencionar que ambas cubiertas tienen vigas IPC de peralte variable como elementos principales.

* **Erección de Marcos y Montaje de la Cubierta de Producción**

Una vez que se tienen armados los marcos y las tres secciones de la primer cubierta, se erigen aquéllos y se montan éstas, procediendo a soldarlos para su unión definitiva.

* **Montaje de la Cubierta Principal**

Para realizar adecuadamente esta operación, se monta primero la sección central y más grande, continuando luego con las laterales; una vez montadas se nivelan y alinean, para terminar soldando las uniones entre los marcos y las secciones de esta cubierta.

* **La terminación de la fabricación de la superestructura, se lleva a cabo con la instalación y montaje de los sistemas: eléctrico, de comunicación entre cubiertas, de seguridad y supervivencia, de piso y aditamentos de producción y perforación.**

4.2.1.2 Instalación

La instalación también toma en cuenta la clasificación entre sub y superestructura, ya que es necesario instalar aquélla, hincar los pilotes y posteriormente montar ésta; con esta premisa, a continuación se describe la secuencia aproximada en las operaciones.

- Subestructura.

Dentro de las actividades de ésta, sobresalen en gran proporción la carga, el transporte, el lanzamiento o botadura y la erección.

* Carga de La Subestructura al Chalán

Con ayuda de un remolcador se hace coincidir un chalán de carga hasta alinear la cuna de lanzamiento con la vía de botadura; la barcaza debe estar perfectamente nivelada con lastre; una vez alineada se procede a jalar, - deslizando la subestructura de la cuna a la embarcación; uniéndolas con -- trozos de tubería soldados.

* Transporte

Con el remolcador (de aproximadamente 3,200 H.P. de potencia) se lleva al chalán hasta el sitio de instalación de la plataforma; aquí se realiza el lanzamiento, y chalán y remolcador regresan para las operaciones de carga de la superestructura.

* Lanzamiento o Botadura y Erección

Como se mencionó anteriormente una vez en el sitio se bota la subestructu-

ra al mar; esto se realiza cortando algunas de las uniones; posteriormente se amarra la subestructura a una barcaza grúa de 500 toneladas de capacidad y se cortan las últimas uniones; fijada la grúa, se acciona el malacate del chalán de carga jalando con dos remolcadores (uno al chalán y otro a la subestructura) en sentido contrario, y el jacket es lanzado al mar, abriendo simultáneamente el sistema de inundación hasta asentar-lo en el lecho marino.

- Hincado de Pilotes

Los pilotes son transportados al sitio a bordo de la barcaza grúa o en chalán de carga; cuando las patas son de mayor longitud que los tramos de tubo, se sueldan éstos durante el proceso de hincado; el o los primeros tramos deberán llevar soldadas algunas placas para apoyarlos en la camisa, mientras se sueldan los tramos siguientes. Generalmente la profundidad de hincado no es la misma que la del proyecto, y estará dada por el rechazo del propio pilote; para tal fin se realiza el hincado del primer pilote y se observa detenidamente su historia; las operaciones a seguir en este hincado de prueba son las siguientes:

- * Corte de la tapa superior de cualquiera de las columnas centrales.
- * Introducción del primer tramo de pilote hasta hacer descansar las placas de apoyo en la camisa.
- * Alineamiento del primero y segundo tramo y soldado de junta.
- * Levantamiento del pilote y corte de placas de apoyo.
- * Hincado de pilote.- Esta operación se realiza con un martinete de 60,000 libras por pie suspendido por la grúa; se hinca el pilote hasta - -

que las segundas placas de apoyo descansan en la camisa; las placas de apoyo son dos por tramo, de forma cuadrangular de aproximadamente 25 cm. de lado y 2.5 de espesor; van soldadas a unos 2 m. del extremo superior del tramo.

- * Si no se ha alcanzado la profundidad mínima de proyecto, se repite todo a partir del punto 2, en caso contrario se deberá seguir alguno de los muchos criterios existentes para el caso.

Los siete pilotes restantes se hincan en forma similar al de prueba. La plataforma contiene doce tubos conductores de petróleo, que corresponden al número de perforaciones a realizar; durante el hincado de pilotes también se hinca el primer tubo conductor, los restantes hasta que se cuente con el equipo de perforación en la plataforma.

- Superestructura

La colocación de ésta implica las mismas maniobras de carga y transporte de la subestructura, sólo que en este caso el montaje se realiza con ayuda de dos barcasas-grúa de 500 toneladas de capacidad cada una; la superestructura se monta en forma integral, haciendo coincidir las patas de sus marcos con la prolongación de los pilotes.

Es importante mencionar que para las superplataforma de acero, las dimensiones de la subestructura, así como su peso son de tal magnitud que es prácticamente imposible manejarlas por medio de grúas, entonces se hace necesaria la construcción de un dique seco de las dimensiones de la sub-

estructura para poder manejarla por flotación. En la figura 4.3. de la siguiente hoja se esquematiza el proceso de instalación de una plataforma marina de acero, típica.

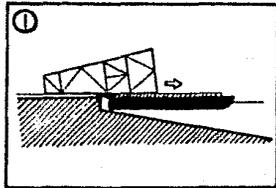
4.2.2 La Superplataforma de Concreto

La mayor virtud de éstas es su enorme peso, ya que por si solo es capaz de resistir el ataque de los elementos de la naturaleza, es por esto que comúnmente son denominadas como estructuras de gravedad.

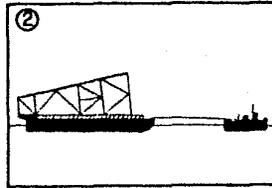
En la figura 4.4 se muestra una plataforma tipo que esquematiza los componentes fundamentales de éstas. La razón de la variabilidad de la profundidad se debe a que a partir de los 90 m., los costos entre acero y concreto son competitivos, mientras que para mayores profundidades se puede decir que la de concreto es más económica que la de acero.

Basándose en la figura 4.4, podemos describir aproximadamente a la plataforma como sigue:

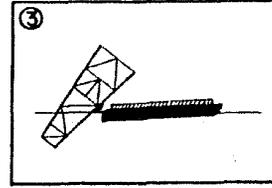
De acuerdo al tipo de plataforma, ésta consta de un número variable de celdas cilíndricas o rectangulares que oscila entre 5 y 100; el área de apoyo es cercana a los $10,000 \text{ m}^2$ y la sección de celdas tiene una altura entre los 40 y - 50 m.; las columnas son prolongaciones de las celdas, generalmente son de 2 a 4 y llegan a tener alturas de 100 a 140 m. y sobre éstas descansa la cubierta, el resto de celdas fungen como tanques de flotación, lastre o almacenamiento;



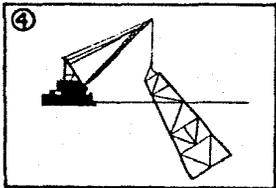
**DESPLAZAMIENTO Y CARGA
DE LA SUBESTRUCTURA
EN LA BARCAZA**



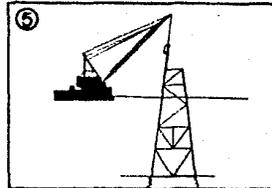
**SUJECION Y TRANSPORTE
DE LA SUBESTRUCTURA
AL LUGAR DE LA
INSTALACION**



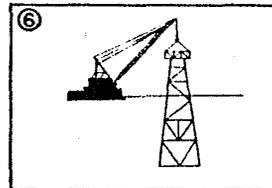
**BOTADO DE LA
SUBESTRUCTURA**



**POSICIONAMIENTO Y
ORIENTACION DE LA
SUBESTRUCTURA**

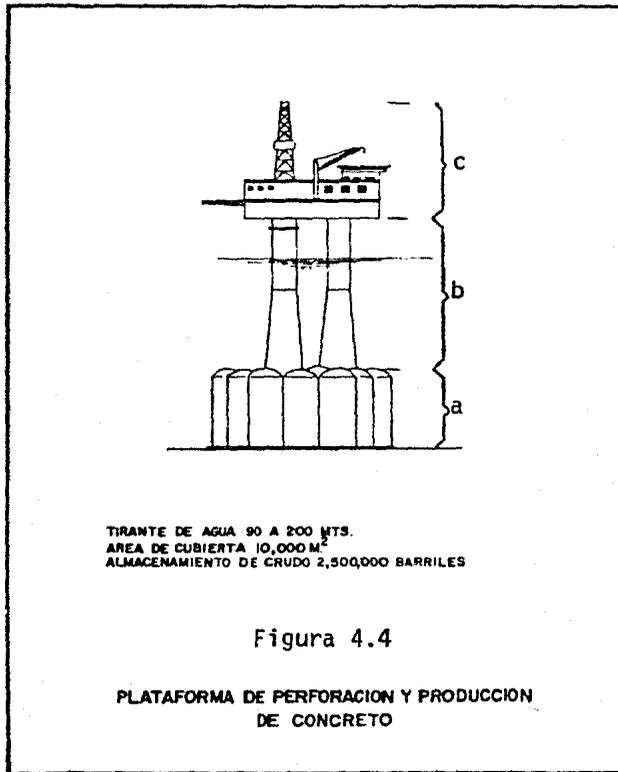


HINCADO DE PILOTES



**INSTALACION DE
SUPERESTRUCTURA
Y PAQUETES**

**Figura 4.3
INSTALACION DE UNA PLATAFORMA DE ACERO**



- a) Celdas de lastre, flotación y almacenamiento
- b) Columnas (Prolongación de las celdas)
- c) Cubiertas y equipo de operación.

las celdas deben ser lastradas constantemente para evitar la flotación; por otra parte la presión interior de estas debe ser inferior a la exterior para evitar las fugas de petróleo. A continuación se describe el procedimiento utilizado para la fabricación, transporte y colocación de una plataforma de concreto típica de 160,000 toneladas de peso, y altura aproximada de 200 m. con 19 celdas cilíndricas de 25 m. de diámetro cada una.

La fabricación comienza una vez que se dispone de un dique seco apropiado. Inicialmente se cuela la sección inferior de las celdas, hasta que éstas sean tan altas que permitan flotar al conjunto, lo cual se efectúa para llevarla a aguas más profundas, y continuar su construcción.

Cuando se alcanza una altura de celdas de 45 m., 17 de los 19 cilindros son tapados, con lo cual se tienen recipientes con capacidad de 160,000 m³. Los cilindros restantes se prolongan, ya que fungirán como columnas de soporte de la cubierta; los recipientes son lastrados con agua y arena conforme avanza la longitud de las columnas, para mantener altura de trabajo apropiada.

Cuando las columnas han alcanzado la altura requerida, se flota nuevamente el conjunto y se remolca a aguas más profundas, donde se hunde parcialmente a fin de que sea posible colocar las cubiertas de trabajo.

Una vez terminadas las operaciones de construcción, la plataforma es flotada y remolcada hasta el sitio de proyecto en donde se lastran las celdas hasta que la plataforma descansa en el lecho marino.

Previamente al hundimiento definitivo, se deberá preparar el terreno de des--
plante, que deberá ser perfectamente plano y horizontal, sin presentar protube--
rancias ni depresiones, ya que esto ocasionaría sobrecargas y esfuerzos inde--
seables a la sección del fondo, pudiendo generarse fisuramientos en ésta.

4.2.3 Análisis Comparativo de Plataformas de Acero y Concreto

La elección del tipo de estructuración hoy por hoy se basa primordialmente en
las características del subsuelo marino, aunque existen una gran cantidad de -
factores técnico-económicos que se toman en cuenta para dilucidar esta cues--
tión. Así tenemos que en sitios donde el subsuelo es poco resistente y acci--
dentado es preferible implementar estructuras de acero fijadas con pilotes, --
mientras que en sitios donde el suelo sea bastante resistente y no haya dema--
siados accidentes es conveniente el uso del concreto.

Por otra parte, la práctica ha demostrado que para aguas bajas y suelos blan--
dos, es técnica y económicamente más conveniente la utilización de estructuras
de acero cimentadas con pilotes; mientras que para tirantes de agua del orden
de 100 m. acero y concreto compiten en tecnología y economía; y que para pro--
fundidades mayores éste presenta ventajas sobre aquél. Entre las ventajas y -
desventajas que se pueden enumerar de las plataformas de concreto se cuentan
las siguientes como las de mayor importancia.

VENTAJAS:

- . Los materiales de construcción se fabrican o consiguen fácilmente.

- . El transporte e instalación requiere equipo mucho menos especializados que en el caso del acero y su instalación es mucho más rápida dado que se transportan casi totalmente equipadas.
- . No requieren pilotes, con lo que se elimina esta parte del costo.
- . Pueden ser utilizadas para almacenar grandes cantidades de hidrocarburos.
- . Como consecuencia de su naturaleza, no necesitan tratamiento anticorrosivo, ni presentan grandes vibraciones y reducen los riesgos de incendios.
- . Pueden ser reflatadas con relativa facilidad para ser trasladadas a otro sitio.

DESVENTAJAS

- . El costo inicial del dique seco y la planta de fabricación del concreto son elevados si solo se requiere de una unidad, para más de una los costos se abaten (las grandes plataformas de acero también requieren del dique seco).
- . El tiempo de fabricación es mayor que en el caso del acero.
- . El proceso constructivo requiere de un esmerado control de calidad.
- . Es necesario realizar trabajos de protección contra la posible socavación - en la base.
- . Después de instalada, pueden presentarse problemas de asentamientos, poniendo en peligro la funcionalidad del conjunto.

Las características fundamentales en la convivencia de la utilización de las - plataformas de acero son obvios considerando los listados anteriores.

4.3 Criterios de Diseño

Es tan variado el tipo de cargas a las que está sujeta una plataforma marina - que es casi imposible concebir otra estructura con estas exigencias; con el objeto de aclarar estas ideas se presenta la figura 4.5 de la siguiente hoja, -- misma que ejemplifica cualitativamente las solicitudes a estas estructuras.

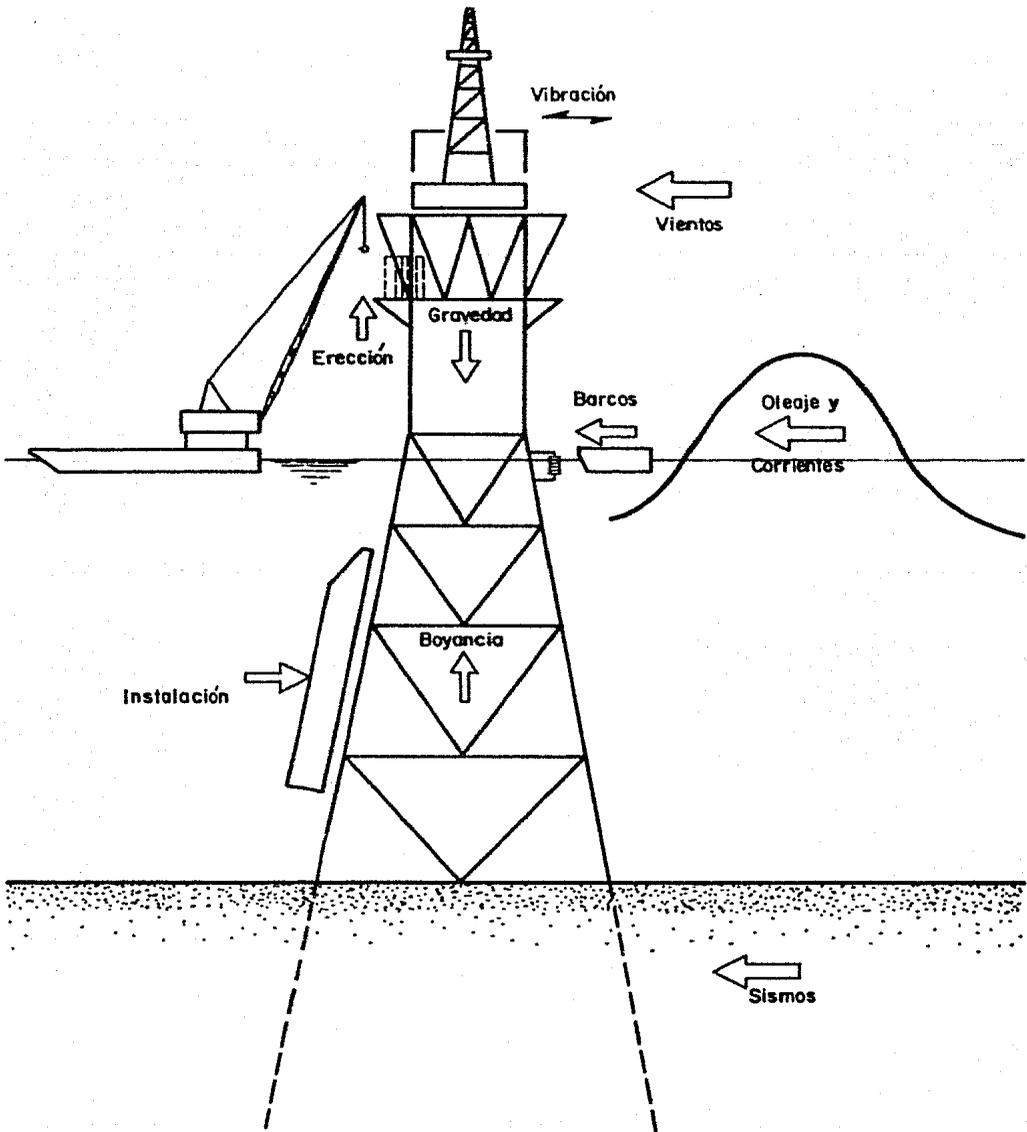
Por razón obvia, la tecnología en plataformas marinas de acero, se encuentra - mucho más desarrollada que la correspondiente a las de concreto, y los crite-- rios de diseño varían significativamente entre una y otra. Dentro de los cri-- terios utilizados para el diseño de estructuras a base de acero, dos son los - comúnmente utilizados y corresponden el uno al American Petroleum Institute -- (API); y el otro a DET NORSKE VERITAS (DnV). Enfocando primeramente la estruc- tura de acero y centrando nuestra atención en los criterios del API, podemos - definir una línea de acción como la siguiente.

4.3.1. Plataformas de Acero

Una vez definido el sistema dimensional de unidades a utilizar (comúnmente el Sistema Inglés de Unidades), el primer paso a seguir es definir las cargas a que estará sujeta la estructura, así como su línea de acción; posteriormente se determinan las condiciones de cargas de diseño, para en base a estos datos

FIG. 4.5

CARGAS SOBRE LAS PLATAFORMAS MARINAS



realizar el análisis estructural y la revisión de los elementos de la estructura.

4.3.1.1 Definición de Cargas

Dentro de las cargas que pueden considerarse importantes dentro de una estructura son:

- Carga muerta

Incluye el peso de pilas, superestructura, cubiertas, atiesadores, tuberías, etc.

- Boyancia

Es calculada en base al desplazamiento de la estructura.

- Cargas Vivas

Incluye el peso del equipo e implementos de perforación y producción, tales como el caso de grúas, bombas, tanques, compresores, fluidos en movimiento, lodo, agua, diesel, etc.

- Cargas Dinámicas

Estas cargas se suman al peso del equipo tomado estáticamente e incluyen dos consideraciones importantes:

- Aplicación dinámica de cargas cíclicas con alguna componente cercana a la frecuencia natural de vibración de la estructura.

- . Impactos de cargas que son dinámicas o súbitamente aplicadas a la estructura.

- Cargas de Instalación

Son cargas de erección, montaje y transporte aplicadas a la estructura durante su fabricación e instalación.

- Cargas Ambientales

Son impuestas a la plataforma por el medio ambiente; estas cargas dominan el diseño en la mayoría de los casos y por tanto deberá tenerse especial cuidado en realizar adecuada combinación entre éstas, dado que los diseños deberán ser consistentes con una cierta probabilidad de ocurrencia; comúnmente se agrupan en:

- . Cargas de Oleaje

- . Cargas de Corriente

- . Cargas de Viento

- . En los casos en que lo amerite, cargas impuestas por impacto de bloques de hielo.

- . Cargas sísmicas

La ocurrencia natural de éstas se toma en cuenta en el diseño por medio de la superposición de los primeros cuatro puntos, o en su defecto, tomando el 50. punto y eliminando los cuatro primeros. Es importante tomar en cuenta que la dirección de las cargas ambientales no es única, por lo que se deberán realizar una serie de alternativas, eligiéndose la más razonable.

- Cargas accidentales

Son debido a explosiones, fuego, caída de objetos, etc.

- Cargas por deformación.

Son debidas a los efectos del presfuerzo, temperatura, al creep, asentamientos diferenciales, etc.

4.3.1.2 Condiciones de Carga de Diseño

Con el objeto de especificar claramente las condiciones que regirán el diseño de las estructuras, se hacen las siguientes definiciones:

Las condiciones ambientales de diseño son aquellas cargas impuestas a la estructura por un "evento selecto de diseño", en otras palabras por un evento cu ya probabilidad de ocurrencia es razonablemente pequeña.

Análogamente se definen las condiciones ambientales de operación como aquellos eventos que determinan la interrupción de las condiciones normales de operación fijadas por los operadores del equipo e implementos de perforación y producción.

Una vez sentadas las premisas anteriores, se puede argüir que una plataforma - deberá ser diseñada para el menos cinco combinaciones diferentes de carga, que son:

1. Condiciones ambientales de diseño con cargas de perforación apropiadas.

2. Condiciones ambientales de operación durante los trabajos de perforación.
3. Condiciones ambientales de diseño con cargas de producción apropiadas.
4. Condiciones ambientales de operación durante los trabajos de producción.
5. Condiciones ambientales de diseño con cargas mínimas sobre la plataforma.

Es obvio que las condiciones de carga anteriores, deberán ser acompañadas con la máxima intensidad de carga muerta y una razonable fracción de la carga viva.

Adicionalmente a las combinaciones anteriores, se deberá revisar la estructura para las cargas de instalación, deformación, accidentales y sísmicas, ya que cualquiera de estas puede regir el diseño de los elementos estructurales y aún del conjunto.

4.3.1.3 Cargas de Diseño

- Oleaje

El oleaje es de naturaleza dinámica, y aunque la mayoría de los casos el análisis se puede realizar tomando la equivalencia estática de la ola; -- cuando las estructuras se desplantan a grandes profundidades, o son muy flexibles, se hace necesario el realizar un análisis dinámico.

El oleaje es tomado en cuenta en el diseño utilizando dos métodos fundamentales:

. Métodos de la Ola de Diseño

Este método es de uso general, consiste en la determinación de las características del oleaje L, T, H, d , las cuales son aplicadas a la estructura con ayuda de alguna de las teorías del oleaje y fórmula de Morison.

. Método del Análisis Espectral

Este método es utilizado únicamente en estructura de gran diámetro, tales como las de gravedad, las plataformas de perforación semisumergibles y barcos de perforación; consiste en la evaluación de la energía del oleaje, misma que con ayuda de una "función de transferencia" es aplicada a la estructura para obtener su respuesta.

Cuando se consideran cargas ambientales de diseño, generalmente deberán estar asociadas a tormentas con período de retorno de 100 años; por el contrario las cargas ambientales de operación lo están a un período de retorno pequeño.

- Vientos

Las fuerzas de viento serán calculadas con la velocidad sostenida para todo el cuerpo de la plataforma mientras que, las rachas serán utilizadas para elementos estructurales individuales. La velocidad utilizada deberá ser consistente con el perfil del viento en la altura.

- Corrientes

La evaluación de las fuerzas generadas por corrientes se toman en adición

con las de oleaje, sumando vectorialmente la velocidad de las partículas del agua con la de la velocidad de la corriente antes de efectuar los cálculos.

Los miembros expuestos deben de investigarse ante la posibilidad de la -- formación de los vértices de Von Karman, ya que se presentaría el problema de posible resonancia de la estructura.

- La altura del nivel inferior de cubierta debe ser tal que permita el tránsito de la cresta de la ola más alta probable, más un cierto nivel de seguridad; esta elevación puede ser calculada conociendo la elevación de la cresta de la ola y el nivel de las mareas astronómicas y de tormenta, y es función de la elevación de la cresta y la esbeltez de la ola, junto -- con la profundidad; la siguiente tabla nos muestra algunos ejemplos de és to, para profundidades mayores de 100 m.

| Z O N A | ALTURA DE OLA m | ESBELTEZ (H/L) | NIVEL INFERIOR DE CUBIERTA (m) |
|---|--------------------|-------------------|-----------------------------------|
| Costa afuera del Golfo de México | 21.3 | 1/12 | 14.6 |
| Costa afuera Alaska: Mar de Bering y Bahía de Bristol | 25.9 | 1/13 | 19.2 |
| Costa afuera de California: Canal de Santa Barbara | 13.7 | 1/16 | 11.6 |
| Costa afuera de Atlántico: Cañón de Baltimore | 27.4 | 1/12 | 18.9 |

FUENTE: AMERICAN PETROLEUM INSTITUTE.

De cualquier manera, deberán tomar providencias para prevenir un posible impacto contra las cubiertas y equipo sobre ellas.

- Sismos

Toda vez que el diseño de las plataformas en su mayoría es dominado por otras condiciones que el sismo, se deberán realizar algunos estudios anteriores al análisis sísmico; entre los cuales sobresalen los siguientes -- puntos:

- . Reconocimiento preliminar de las actividades sísmicas en la zona; en éste se deben estimar las características e intensidad sísmica en la zona; así como la posible existencia de fallas activas y sus efectos probables sobre el sitio; y las características del subsuelo marino.
- . Normalmente no se realiza el análisis sísmico en todos los diseños, si no que se desarrollan cálculos preliminares con el objeto de averiguar las características de más peso en el análisis, para tal fin se puede utilizar cualquier método racional conocido.
- . Cuando el análisis sísmico se torna justificable, se deberá realizar una microregionalización sísmica del sitio, sofisticándose los estudios preliminares para el análisis estructural.
- . El análisis sísmico se lleva a cabo por cualquier método reconocido; generalmente utilizando el análisis espectral o la historia a través del tiempo.

- Fuerzas de Instalación

Durante la fabricación, transporte e instalación de plataforma, está involucrado el movimiento de grandes pesos mismos que pueden influir directamente en el diseño de algunos miembros; estas fuerzas aunque son dinámicas, pueden ser sustituidas por sus equivalentes estáticos, utilizando factores de impacto apropiados, entre las principales fuerzas de instalación se cuentan las siguientes:

. Fuerzas de Erección

Se desarrollan fundamentalmente durante la construcción de la estructura en el taller y durante su instalación en el sitio; este tipo de cargas incluyen el peso de los elementos, afectado por factores de carga adecuados; los efectos causados por la tolerancia en la construcción de las piezas; los elementos son diseñados por esfuerzos permisibles, teniéndose mayor atención para las piezas especiales de izaje.

. Fuerzas de Carga a Chalán

Durante esta operación se generan dos tipos de fuerzas, una de las cuales se debe al levantamiento directo y necesita ser evaluada sólo en caso de que el arreglo sea diferente al del montaje en el sitio, ya que la operación en el mar es más desfavorable; la otra al movimiento horizontal en la barcaza de carga; este movimiento se realiza sobre vías de desplazamiento o sistemas de rodillos, por lo que la resultante está cambiando de posición; se necesita calcular las fuerzas a lo largo de todo el trayecto; adicionalmente existe otra fuerza debida al

movimiento de la barcaza.

• **Fuerzas de Transportación**

Con el movimiento de la barcaza, se desarrollan fuerzas horizontales y verticales en los soportes, mismas que pueden ser calculadas conociendo los parámetros del oleaje H , L y T ; así como la posición del centro de gravedad de la estructura y su peso.

• **Fuerzas de Lanzamiento y Colocación**

Una vez en el sitio, la estructura es desplazada gradualmente sobre vías que terminan en brazos rotatorios, hasta alcanzar un punto de equilibrio inestable en el cual es lanzada al mar; estas fuerzas deberán calcularse en todo el trayecto; si bien la condición crítica puede presentarse en el momento del equilibrio inestable, esto es, cuando los brazos de las vías comienzan a rotar. Ya en el mar, deberán tenerse presentes las fuerzas en los ganchos (al poner en pie la estructura) y la presión de sumersión.

Las estructuras tipo torre son lanzadas al mar desde el mismo patio de fabricación, por lo que su diseño será revisado con algunas variantes.

Otro tanto de atención debe centrarse en el diseño de la cimentación especialmente por lo que se refiere a la modelación para el análisis estructural y el procedimiento constructivo; así como del mantenimiento a que deberán estar sujetas las partes en contacto con el agua.

4.3.2 Plataformas de Concreto

Por lo que respecta a las estructuras de gravedad, además de los puntos referidos en el inciso anterior, se deberá poner especial énfasis en el cuidado de los siguientes puntos:

- Análisis de Asentamientos

Este es probablemente el aspecto crítico de las estructuras pesadas desplantadas en suelos de considerable deformabilidad; por lo tanto el análisis de la deformación en el tiempo así como una buena planeación de carga; basadas ambas en el pleno conocimiento del subsuelo, aportarán resultados satisfactorios en la instalación definitiva de las plataformas.

- Flotación

Estas estructuras funcionan como barcos para su transportación lo cual requiere un pleno conocimiento de sus condiciones de flotación, así como de las características del oleaje en la maniobra; lo anterior obliga al análisis preciso de la distribución de pesos en el espacio.

- Hundimiento

La colocación definitiva de la plataforma si bien es rápida, necesita de un cuidadoso análisis del lastrado, a fin de llevarla al fondo lo más controladamente posible.

- Especial atención merecen la elección de materiales de construcción por un lado y el diseño de detalles que permitan a la estructura tener compor

tamiento dúctil por el otro, ya que una conjugación adecuada de estos elementos aportará a la plataforma la resistencia necesaria para soportar -- las cargas, así como seguridad contra el colapso en caso de presentarse situaciones extraordinarias, ya que estas estructuras son especialmente -- críticas bajo el sismo.

Para todo lo mencionado en este capítulo, así como para el detallamiento de -- las estructuras, el API remite a los diseñadores a la consulta de publicacio-- nes de organismos especializados tales como ISC, ACI, AWS.

5. TUBERIAS SUBMARINAS

Muchos son los casos que ameritan el tendido de líneas de conducción bajo el agua; ésto suele suceder normalmente cuando se tienen que transportar fluidos en zonas de grandes ríos, lagos, pantanos y el mar. Sus más frecuentes usos están principalmente concentrados en los emisores submarinos, líneas de agua potable, gasoductos y oleoductos, aunque la gran mayoría de los casos caen dentro de las líneas de conducción de hidrocarburos, sobre todo a raíz de la proliferación de las plataformas marinas; sobre éstas líneas se enfocará nuestra atención.

5.1 Generalidades

Normalmente, la construcción de plataformas marinas trae como consecuencia la construcción de líneas de conducción submarina, aunque también, es cierto que bajo ciertas circunstancias es preferible la utilización de buques-tanque, dado que aquéllas resultan de muy elevados costos.

La elección del método de transporte es función de la capacidad del yacimiento, la distancia de transporte y la batimetría; factores que intervienen en el costo de la línea que es considerablemente más elevado que en tierra firme, aunque permiten altos rendimientos.

Los rendimientos de los ductos son para 1 m. de diámetro interior, aproximadamente los siguientes:

160,000 m³/día para el petróleo
 62,000,000 m³/día para el gas

Tomando ya en cuenta la compensación de carga que se realiza en plataformas de rebombéo, espaciadas según las pérdidas calculadas.

Una vez que se ha definido al ducto como medio de transporte, debe reunir una serie de requisitos entre los que sobresalen los siguientes:

- Materiales de construcción de alta calidad
- Debe resistir sin dañarse las solicitaciones a que estará sujeto tanto en la etapa de tendido como en la de operación.
- La tubería, una vez tendida deberá estar sujeta al mínimo posible de desplazamiento y protegida contra las fuertes condiciones ambientales.

Dado que la reparación de ductos submarinos es altamente costosa y quiere de mucho tiempo, mano de obra y equipo; y que normalmente se deben realizar cuando precisamente escasean éstos, es de fundamental importancia el cumplimiento de los puntos anteriores, mismos que influyen directamente en una operación -- continua y completamente segura, que es el máximo requisito económico-ambiental de toda línea de conducción bajo el agua.

5.2 Construcción, Protección Anticorrosiva y Lastrado

Generalmente se utilizan tubos de acero con costura; debido principalmente a los grandes diámetros y presiones que se utilizan, la calidad del acero debe

ser óptima.

El control de calidad se inicia con el análisis de las diferentes fundiciones y pruebas metalúrgicas; posteriormente el dimensionamiento se realiza de tal manera que no se permitan excentricidades mayores al 1%; y finalmente la tubería es revisada mediante pruebas no destructivas del material.

Una vez fabricada, la tubería es transportada a talleres cerca de la costa, -- donde se cuenta con instalaciones para protegerla contra la corrosión y las--- trarla para evitar que flote en el mar; a continuación se describe brevemente el desarrollo de esta fase de la construcción, misma que ha sido utilizada en algunas ocasiones en México.

La preparación de la tubería se realiza automáticamente, retocándola manualmente en los casos que se amerite.

Como primer paso se limpia la tubería rasqueteándola y cepillándola perfecta-- mente, para enseguida aplicar una película de "PRIMER" de 3 milésimas de pulga da de espesor; a continuación se procede a la aplicación del esmalte, mismo -- que se lleva a cabo bajo temperaturas promedio de 220°; simultáneamente con es ta operación, la tubería es forrada en espiral con tela de fibra de vidrio, la cual se traslapa 1/2 pulgada; en total se aplican dos capas de fibra, quedando ambas embebidas en el esmalte; la terminación de la preparación se lleva a ca bo con una capa de fieltro asfáltico, quedando un recubrimiento final de 3/16 pulgadas de espesor.

Una vez terminados los trabajos de preparación, la tubería queda lista para su revisión, que se realiza con detectores eléctricos de alto voltaje.

Bajo estas condiciones, la tubería se recubre con concreto, al que se añaden fuertes cantidades de granito o mineral de hierro; este recubrimiento tiene por objeto dar el peso requerido a la tubería, y así poder tenderla adecuadamente; además de proteger el aislamiento previamente aplicado, contra lastimaduras durante el tendido.

La preparación interior del tubo se realiza cuando se pretende disminuir las pérdidas por fricción, o bien, cuando se transportan fluidos corrosivos. En algunos otros casos la preparación del tubo se realiza utilizando conjuntamente el material asfáltico y un sistema anticorrosivo de protección catódica; el espesor del recubrimiento de concreto debe ser tal que evite que la línea flote en el mar y que se hunda en la línea de lados que comúnmente se localiza en la parte superior del lecho marino. En la siguiente hoja se muestra la figura 5.1, que ilustra una sección transversal típica de tubería submarina.

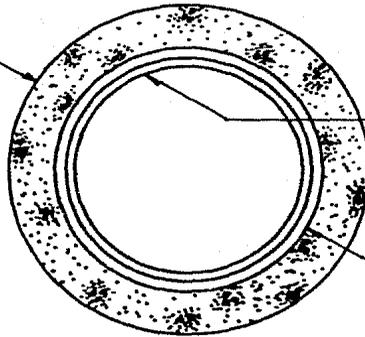
5.3 Técnicas de Tendido de Tuberías

El tendido de líneas bajo el agua puede ser realizado de varias formas, y la elección del método queda determinado por las condiciones ambientales, la batimetría y la longitud de la línea. Generalmente los métodos de tendido quedan clasificados dentro de alguno de los denominados:

FIGURA 5.1

SECCION DE TUBERIA TIPICA

7.6cm.(3in.) concreto de
2,240 kg./m³



51cm.(20in) diametro int.
10cm.(.406in) esp.pared.

Aislamiento
16mm.(5/8 in)

- a) Remolque por el Fondo o Tirón
- b) Flotación
- c) Carrete o Método de Bobina
- d) Barcaza de Tendido

A continuación se enlistan las cualidades inherentes a cada uno de éstos.

- a) Remolque por el Fondo o Tirón

Cuando se utiliza este método, la tuberfa se prepara en tierra en una o varias secciones llamadas "lingadas".

La tuberfa se bota al agua con ayuda de una rampa de lanzamiento que consiste en una zona de pendiente uniforme; dicha rampa cuenta con rodillos que ayudan a que la línea se desplace.

La tuberfa se monta en la rampa con tractores de pluma lateral y enseguida es botada y llevada a su posición final jalándola con un malacate fijo en una barcaza o un remolcador adecuado.

El tirón debe ser interrumpido frecuentemente, ya que las áreas de botadura generalmente son muy reducidas y deben soldarse los nuevos tramos. - La longitud de tendido por este método queda limitada por la capacidad del malacate, la tensión permisible en el tubo y el peso de la tuberfa; esto último puede evitarse, colocando flotadores a lo largo de la línea.

Este método presenta la ventaja de que elimina casi totalmente los pro-

blemas de las cargas ambientales durante el tendido; se utiliza fundamentalmente en cruces de agua de longitud limitada como en ríos y en tuberías relativamente cortas, aunque es factible de utilizarse combinado con algún otro procedimiento, por otra parte es altamente peligrosa su utilización en áreas que presenten obstáculos, ya que se pueden sufrir serias averías; en la figura 5.2. de la siguiente hoja se esquematiza este método.

b) Flotación

Se trata posiblemente del método más económico. Para tender una tubería por este método, el primer paso es la construcción de las lingadas; a continuación se les colocan flotadores y son transportadas hasta el sitio.

Una barcaza sujeta el extremo de avance de la línea hasta que es acoplada la siguiente sección; los flotadores son liberados sistemáticamente, con lo cual la tubería es desplantada en el fondo gradualmente, como se puede apreciar en la figura 5.3.

Este método presenta los inconvenientes de que es altamente sensible a las condiciones ambientales moderadas; y que para líneas de gran diámetro, los pequeños radios de curvatura hacen prácticamente imposible su utilización. Sin embargo supera las limitaciones en longitud del anterior, y es altamente práctico en zonas de aguas tranquilas tales como lagunas, pantanos, bahías y en general en aguas protegidas.

FIGURA 5.2

TECNICA DE TENDIDO DE REMOLQUE POR EL FONDO O TIRON

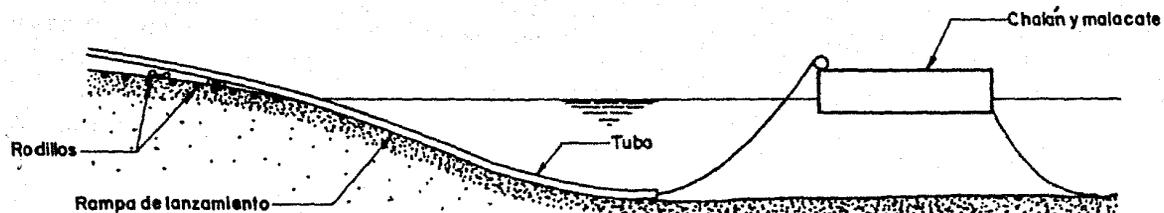
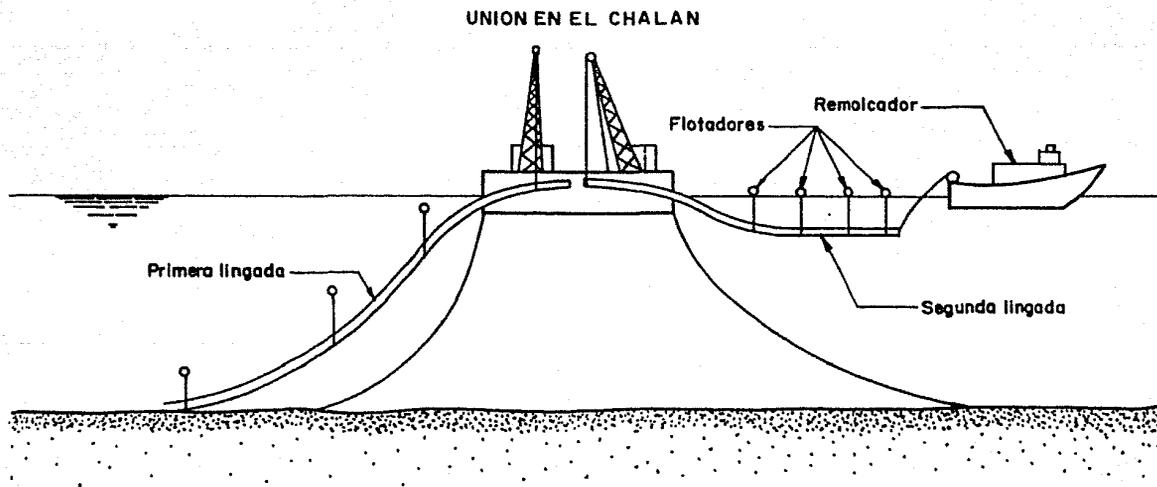


FIGURA 5.3

TECNICA DE TENDIDO POR FLOTACION



c) Carrete o Método de Bobina

Si el diámetro y la longitud de la línea son pequeños, el tendido puede ser realizado por este método. El procedimiento consiste en fabricar -- la tubería en forma continua y embobinada en carretes de gran diámetro; la línea es tendida como si fuera cable, simplemente desembobinándola me diante el movimiento de una barcaza o cualquiera otra embarcación apro-- piada.

Quando este método es utilizado, la tubería puede ser instalada y probada en corto tiempo.

d) Barcaza de Tendido

Quando la tubería es de gran diámetro, considerable longitud y su tendido se verifica en mar abierto, se hace necesaria la utilización del método de Barcaza de Tendido.

La realización de las operaciones de tendido para éste, hacen que sea necesari--o contar con los servicios de varias embarcaciones de las que se dan las características medias en la tabla siguiente:

Barcaza de Tendido

| | |
|----------------|------------|
| Tonelaje Neto | 2,550 Ton. |
| Tonelaje Bruto | 3,860 Ton. |
| Eslora | 105 m. |
| Manga | 21 m. |
| Calado | 7 m. |

Remolcador

| | |
|-------------------------|------------------|
| Tonelaje Neto | 135 Ton. |
| Tonelaje Bruto | 200 Ton. |
| Eslora | 33 m. |
| Manga | 9 m. |
| Calado | 4.5 m. |
| Potencia de Motores (2) | 3,500 H.P./motor |

Barcos Abastecedores

| | |
|-------------------------|------------------|
| Tonelaje Neto | 130 Ton. |
| Tonelaje Bruto | 195 Ton. |
| Eslora | 50 m. |
| Manga | 11 m. |
| Calado | 7 m. |
| Potencia de Motores (2) | 1,500 H.P./motor |

Lancha de Transporte de Personal

| | |
|-------------------------|----------------|
| Tonelaje Neto | 38 Ton. |
| Tonelaje Bruto | 56 Ton. |
| Eslora | 21 m. |
| Calado | 2.5 m. |
| Potencia de Motores (2) | 900 H.P./motor |

Las barcazas de tendido son en realidad grandes campamentos flotantes de construcción que cuentan con equipo especializado para las operaciones de tendido,

así como con instalaciones para albergar largos lapsos a 175 personas; a grandes pasos están equipadas de la siguiente manera.

- Para sus operaciones cuentan con áreas de estiba o camas alimentadoras; unidad de ensamble de tubería; 5 estaciones de soldadura y una de radiografía (entre las estaciones 4 y 5), así como una rampa de deslizamiento o pontón que permite a la tubería descansar en el lecho marino sin -- mayores problemas; el manejo de la tubería se realiza por medio de 2 --- grúas móviles sobre orugas con 150 tons. de capacidad cada una, y un --- sistema de fijación consistente en 8 anclas (Ver Fig. 5.4), mismas que - son operadas electrónicamente con ayuda de otros tantos malacates.
- Para su autosuficiencia la barcaza cuenta con aire acondicionado y alojamiento para 175 personas, incluyendo bodegas con frigorífico, planta portabilizadora, cocina y comedor para 75 personas, bodegas, cuarto de máquinas y áreas para almacenamiento de tuberías.

El procedimiento de tendido es a grandes pasos el siguiente:

La tubería se transporta de los patios o la barcaza con auxilio de los barcos abastecedores, desde donde es descargada con la grúa móvil de 150 toneladas -- hasta la cama alimentadora; en ésta, los tubos son revisados y rebiselados en su caso.

Cada tubo es acoplado con el ya instalado por medio de un alineador interior - de alta potencia, para a continuación efectuar su soldado, mismo que se reali-

za en las 4 primeras de las 5 estaciones de soldadura; la calidad de la soldadura se verifica al 100% en la estación de rayos X, y en caso de existir alguna falla, ésta será reparada en la estación 5; una vez dado el visto bueno de la soldadura, se procede a proteger las juntas contra la corrosión en la estación de parcheo, con lo que la tubería queda en condiciones de ser lanzada al mar.

Como se mencionó anteriormente, la barcaza avanza con un sistema de anclas, -- mismas que son desplazadas periódicamente con ayuda de los remolcadores. La -- velocidad de avance de la barcaza es determinada por la de la soldadura, ya -- que después de procesar cada tramo se cobra cable y se realiza un desplazamien-- to igual a la longitud del siguiente tramo de tubo; se realiza este procedi--- miento hasta completar la línea. En la siguiente hoja se presenta la figura -- 5.4., que ejemplifica el sistema utilizado para el tendido por este método.

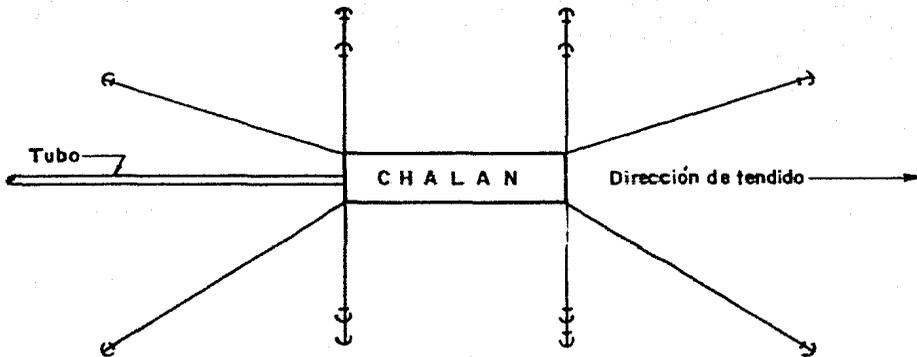
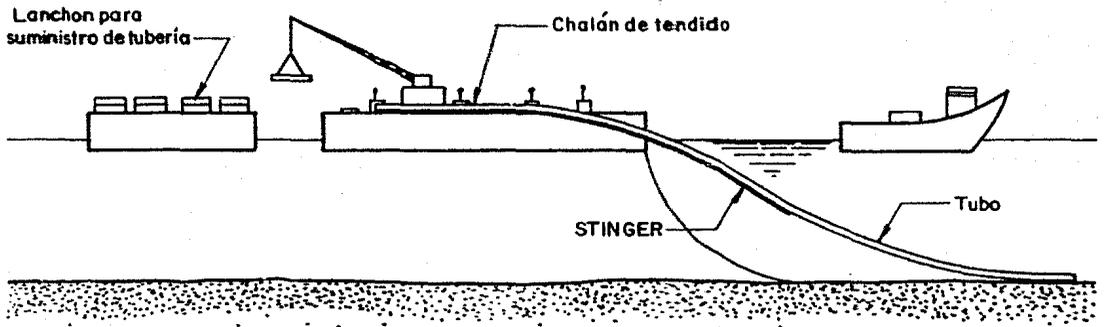
Actualmente existen sistemas de tendido a base de rieles, los cuales han permiti-- do obtener altos rendimientos; sin embargo una gran limitante de éstos es -- que están restringidos a diámetros máximos de 12 pulgadas, dado que para mayo-- res diámetros se requiere de la utilización de equipos colosales.

5.4 Esfuerzos en las Tuberías

La construcción de líneas con profundidades de hasta 30 m. pueden considerarse como de rutina, sin embargo para tirantes mayores surgen problemas; conforme -- éste aumenta, el peso propio de la línea genera momentos que pueden hacer que

FIGURA 5.4

TENDIDO DE TUBERIAS SUBMARINAS POR EL METODO DE CHALAN O BARCAZA DE TENDIDO Y SISTEMA DE FIJACION DE LA BARCAZA



la tubería se deforme o falle sin la aplicación de ninguna carga externa; por otra parte el movimiento relativo en el sistema de tendido aumenta, producto de la catenaria en las líneas del anclaje de la barcaza.

La experiencia ha demostrado ampliamente que la condición crítica de esfuerzos en la tubería, se presenta precisamente durante su construcción, y que hay tres tipos de daños de los que hay que protegerse durante ésta, y que son:

- Pandeo o debilitamiento del tubo
- Descascaramiento del revestimiento de concreto, debido al excesivo dobléz.
- Agrietamiento excesivo en el revestimiento del concreto

Por otra parte, de la verificación de los casos anteriores se ha encontrado que la tercera condición es la que primero se presenta, y evitándola, las restantes quedan suprimidas; además de ser de fundamental importancia para la estabilidad de la tubería que el revestimiento de lastre permanezca intacto, con lo que se asegura su alineamiento y profundidad.

Cálculo Teórico

Un concepto razonablemente aceptable es el suponer que la única sollicitación con magnitud suficiente para dañar el tubo o su revestimiento es el momento flexionante; si introducimos las relaciones entre momento flexionante, radio de curvatura y esfuerzo para miembros elásticos a flexión tenemos:

$$M = \frac{s I}{r} = \frac{E I}{R} \dots\dots\dots 5.1$$

En donde:

- M : Momento flexionante en la sección
 s : Esfuerzo a la flexión
 I : Momento de inercia
 r : Distancia de la fibra extrema
 E : Módulo de elasticidad
 R : Radio de curvatura

Despejando "s" de 5.1

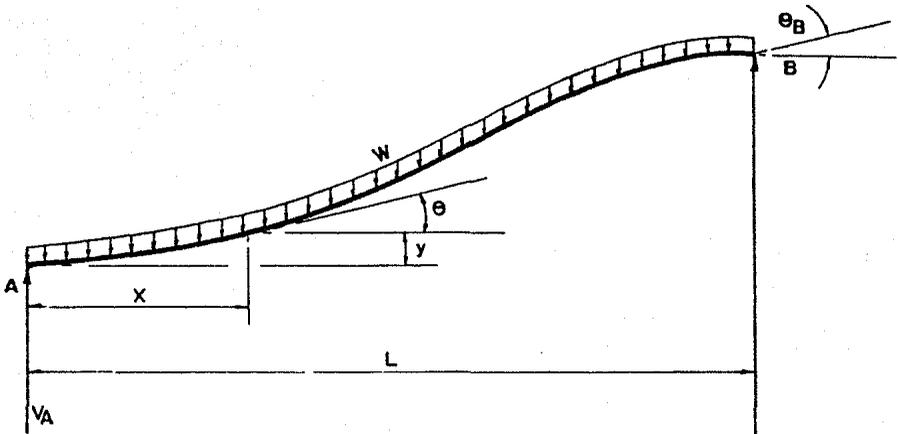
$$s = \frac{E r}{R} \dots\dots\dots 5.2$$

Nótese que las ecuaciones 5.1 y 5.2 son válidas para miembros elásticos, mientras que el concreto dista de comportarse de esta manera; sin embargo estas -- ecuaciones dan un método para comparar el esfuerzo sobre el revestimiento, pudiendo construirse gráficas de esfuerzo Vs. radio de curvatura, a partir de di versos diámetros y espesores de revestimiento.

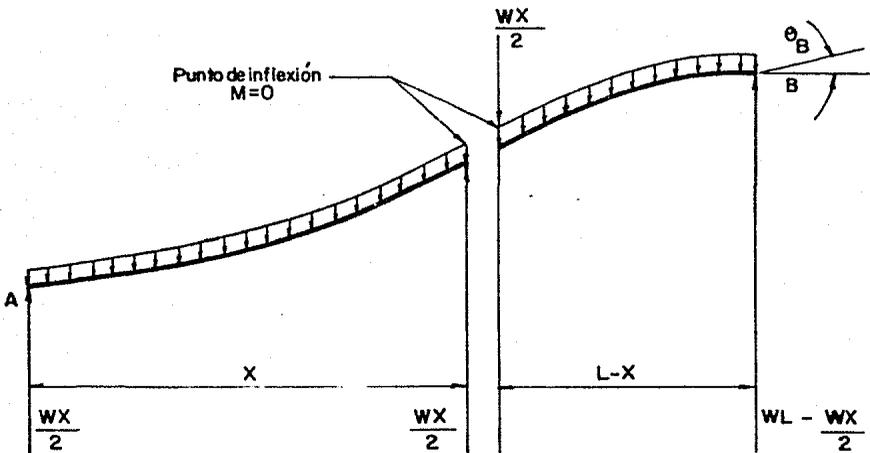
Durante su tendido, es muy frecuente que la tubería adopte la configuración -- mostrada en la figura 5.5 misma que se ajusta estrechamente a una viga con car ga uniformemente repartida, sujeta en su extremo superior y descansado en una superficie horizontal en el inferior. Conviniendo que:

- w : Peso unitario de la línea, en kg/cm
 d : Profundidad del agua, en cm
 L : Longitud no apoyada, en cm.

FIGURA 5.5



El método de boyancia negativa para el lanzamiento de una tubería se ajusta estrechamente a una viga con carga uniformemente repartida, sujeta en el extremo superior y de longitud infinita, el extremo inferior descansa en una superficie a nivel.



La tubería puede considerarse como dos porciones separadas, una viga simplemente apoyada y un cantiliver con una carga concentrada en el extremo y una carga uniformemente distribuida. Este diagrama muestra el punto de inflexión.

- θ_A y θ_B : Pendientes en A y B
 M : Momento flexionante en la sección, en kg-cm.
 R_B : Radio de curvatura en B, en cm.
 r : Distancia del eje neutro a la fibra más alejada, en cm.
 I : Momento de Inercia de la sección transversal, en cm⁴
 V_A y V_B : Reacciones en A y B, en kg.
 X : Distancia desde el apoyo izquierdo, en cm.
 Y : Flecha en cm.

Y considerando que el peso unitario de la tubería actúa en su proyección horizontal y no sobre el eje de la tubería, podemos realizar un análisis aproximado como el siguiente:

El momento en cualquier sección estará dado por:

$$M = M_A + V_A X - w X^2/2$$

Pero el momento en A es nulo y por lo tanto.

$$M = V_A X - wX^2/2 \dots\dots\dots 5.3$$

Integrando 3.

$$EI\theta = V_A X^2/2 - wX^3/6 + C_1 \dots\dots\dots 5.4$$

De las condiciones de frontera

$$\text{Para } X = 0, \theta = 0, \text{ de donde } C_1 = 0$$

$$\text{Para } X = L, \theta = \theta_B, \text{ por lo tanto}$$

$$EI\theta_B = V_A L^2/2 - wL^3/6$$

Despejando V_A

$$V_A = 2EI\theta_B/L^2 + wL/3 \dots \dots \dots 5.5$$

La ecuación 4 nos da la reacción en el fondo; si la sustituimos en 3 obtenemos:

$$M = 2 EI\theta_B X /L^2 + wLX/3 - wX^2/2 \dots \dots \dots 5.6$$

Ecuación que nos da el momento flexionante en cualquier sección de la tubería; si hacemos $X = L$ obtenemos $M = M_B$

$$M_B = 2 EI\theta_B/L - wL^2/6 \dots \dots \dots 5.7$$

La ecuación 7 nos da el momento flexionante en la parte superior de la tubería.

Por otra parte si sustituimos el valor de V_A de 5 en la ecuación 4 obtenemos.

$$EI\theta = EI\theta_B X^2/L^2 + wLX^2/6 - wX^3/6 \dots \dots \dots 5.8$$

Integrando la pendiente

$$EIY = EI\theta_B X^3/3L^2 + wLX^3/18 - wX^4/24 + C_2 \dots \dots 5.9$$

Para $X = 0, Y = 0$, por lo tanto $C_2 = 0$

Para $X = L, Y = d$, de donde:

$$EI\theta = EI\theta_B L/3 + wL^4/72 \dots \dots \dots 5.10$$

0 en otra presentación:

$$d = \theta_B L / 3 + wL^4 / 72 EI$$

Si el ángulo de lanzamiento θ_B , la carga de la línea w y la profundidad del lecho marino d son conocidos; la longitud sin soporte de la línea puede ser calculada con la ecuación 10 y sustituida en la ecuación 7 para encontrar el momento en la parte superior; de aquí puede ser sustituido en la ecuación 1 para encontrar los esfuerzos y revisar el tubo.

Para otros casos se puede continuar con el siguiente desarrollo:

Despejando w de 10

$$w = 72 EI d / L^4 - 24 EI \theta_B / L^3 \dots\dots\dots 5.11$$

Tomando en cuenta la relación entre el momento flexionante y el radio de curvatura (ecuación 1), y combinando con las ecuaciones 6 y 11, para momento negativo en la parte superior.

$$M_B = -EI / R_B = 2EI \theta_B / L - 12 EI d / L^2 + 4EI \theta_B / L \dots\dots\dots 5.12$$

Multiplicando por RL^2/EI

$$- L^2 = 6R_B \theta_B L - 12 R_B d$$

Ordenando términos, completando cuadrados y resolviendo para $L + 3 R_B \theta_B$, obtenemos la expresión para el cálculo de la longitud sin soporte en la línea, que

está dada por:

$$L = (12 R_B d + (3 R_B \theta_B)^2)^{1/2} - 3 R_B \theta_B \dots \dots \dots 5.13$$

Si el ángulo de lanzamiento θ_B , el radio de curvatura en la barcaza R_B y la profundidad del lecho marino d son conocidos, la longitud sin soporte puede ser calculada con 13; y la carga necesaria para hacer que la tubería tome su forma puede ser calculada con 11.

El punto de inflexión puede ser determinado haciendo $M = 0$ en la ecuación 6, - resultando:

$$X = 4 EI \theta_B / wL^2 + 2L/3 \dots \dots \dots 5.14$$

de la ecuación anterior

$$L - X = L/3 - 4 EI \theta_B / wL^2 \dots \dots \dots 5.15$$

o tomando en cuenta la ecuación 7.

$$L - X = -2M_B / wL \dots \dots \dots 5.16$$

La tubería puede ser considerada en 2 secciones separadas que son la inferior como una viga simplemente apoyada y la superior, como un cantiliver con una carga concentrada en el extremo y otra uniforme.

El momento máximo en la inferior se obtiene como:

$$M_0 = wX^2/8 \dots \dots \dots 5.17$$

Mientras que la viga volada se calcula como:

$$M_B = (L-X) (wL/2) - (L-X)^2 (w/2) \dots \dots \dots 5.18$$

Para un punto de coincidencia en que ambos son de la misma magnitud tendremos

$M_o = M_B$, por lo que igualando los segundos miembros y ordenando tendremos:

$$X^2/8 + wLX/2 - wL^2/2 = 0$$

Simplificando y reacomodando términos:

$$X^2 + 4LX = 4L^2$$

Completando cuadrados y resolviendo para $X + 2L$

$$x + 2L = \sqrt{8} \quad L$$

$$\text{ó: } X = 0.8284 L$$

y por lo tanto: $L - X = 0.1716 L$

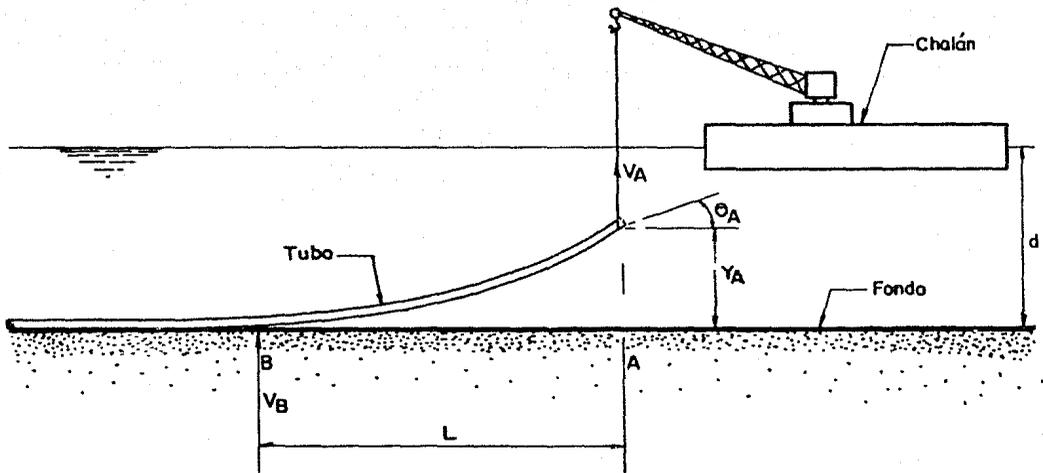
Tomando en cuenta la ecuación 16, se concluye en que:

Si $2 M_B/L^2$ es mayor de 0.1716, el momento máximo se presenta en la curva superior y puede ser calculado con la ecuación 18, en caso contrario podrá ser calculado con la ecuación 17.

En algunas ocasiones, durante el tendido de la tubería suele presentarse la configuración que se muestra en la figura 5.6, misma que amerita analizarse, dadas las fuertes curvaturas que se presentan; para este caso tanto la curvatu

FIGURA 5.6

CASO CONCRETO DE CURVATURA SIMPLE
DURANTE EL TENDIDO DE TUBERIAS



ra en A como en B son nulas y por lo tanto:

$$V_A = V_B = wL/2 \dots\dots\dots 5.19$$

El momento en cualquier sección está dado por:

$$M = wLX/2 - wX^2/2 \dots\dots\dots 5.20$$

Mientras que el momento máximo será

$$M_0 = wL^2/8 \dots\dots\dots 5.21$$

Asimismo la longitud sin apoyo puede ser calculada con

$$L = (24 EId / w)^{1/4} \dots\dots\dots 5.22.$$

Las ecuaciones 5.19 a la 5.22 permiten solucionar adecuadamente estos problemas.

En algunas ocasiones, con auxilio de un dispositivo especial se aplican tensiones a la línea con objeto de reducir su curvatura, cuando ésto suceda, se deberá realizar el análisis incluyendo estas acciones.

Cuando el tendido de la tubería se realiza con auxilio de pontones (STINGERS), se deberá poner especial énfasis en la elección del tipo de stinger, ya que -- los hay rectos (aguas bajas), de curvatura simple y curvatura doble.

Si la tubería es tendida con pontones, rampas de lanzamiento, o adicionando -- puntos de soporte como boyas; el análisis se realizará considerando a la tube-

ría como viga estáticamente indeterminada.

Otro punto de trascendental importancia en el diseño de la línea, es su conexión con las plataformas marinas.

Para grandes profundidades se hace imposible la colocación de piezas especiales de conexión, por lo que el tubo ascendente (riser), generalmente se logra doblando el extremo de la línea con ayuda de cables tirados desde la parte superior por malacates y guiando el tubo mediante una zapata circular de doblado, como se ejemplifica en el caso sencillo de la figura 5.7.

La longitud L deberá ser suficiente para sobresalir del agua. El inicio del doblado se ejecuta con el tirón F del cable, mismo que será suficiente para levantar el tramo L de tubo y desarrollar una reacción V en la zapata de doblado; de acuerdo a esto:

$$F - wL = V \dots\dots\dots 5.23$$

El momento en el tubo sobre el punto de tangencia de la zapata será igual a su rigidez (M_R) para una deformación equivalente al radio de la zapata.

$$M_R = FL_1 + \frac{wL^2}{2} \dots\dots\dots 5.24$$

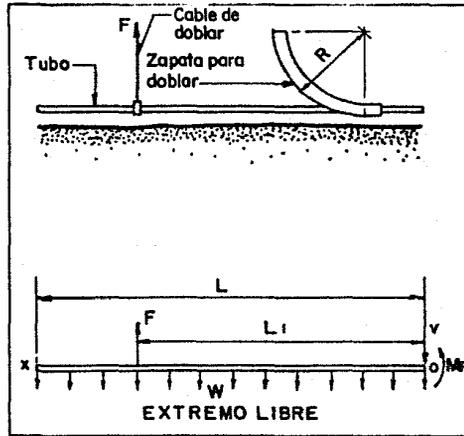
o:

$$F = (M_R + wL^2 / 2) / L \dots\dots\dots 5.25$$

Para una situación simple como la analizada, el momento es máximo en la zapata

FIGURA 5.7

DOBLADO DEL RISER



Dibujo y diagrama del extremo libre para un sistema sencillo de manejo de tubería al iniciar su dobléz.

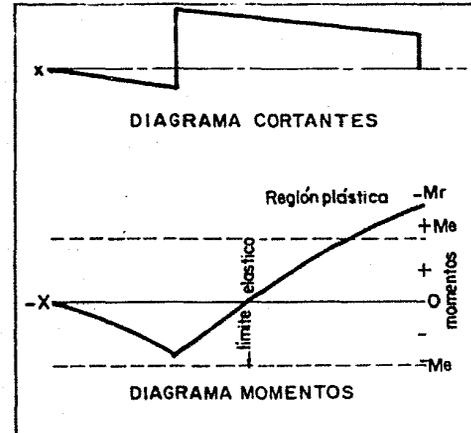


Diagrama de cortantes y momentos para un sistema sencillo de manejo de tubería.

y decrece hasta el extremo del tubo; el diagrama de momento puede ser evaluado calculando M_x a una distancia x de la zapata con:

$$M_x = F (L_1 - x) - w(l - x)^2/2$$

Deberá tenerse cuidado en la elección de la distancia L_1 , ya que se puede dar el caso de que la longitud del tubo exceda el momento permisible en el amarre, cosa que puede también suceder si L_1 es demasiado grande.

5.5 Protección de la Tubería en el Lecho Marino

Una vez tendida, la tubería queda expuesta a la acción de diversos agentes, tales como:

- Oleaje

La acción del oleaje se deja sentir hasta una profundidad aproximada de $L/2$, por lo que se debe tener precaución sobre todo del oleaje ciclónico de grandes periodos; aquí L se entiende como la longitud de ola = $(gT^2/2\pi) \tanh (2\pi d/L)$

- Corrientes Marinas

Estas pueden ser tan significativas en la superficie como en el fondo, sobre todo durante fenómenos hidrometeorológicos poco comunes.

- Implementos de Pesca

En algunas zonas puede suceder que la línea se dañe con las anclas o los utensilios de las redes de los pescadores.

- Erosión

Las corrientes pueden deslavar el lecho marino, dejando a la tubería con problemas de inestabilidad.

- Proyectos futuros

Se deben de tomar en cuenta los factores del desarrollo de tránsito marino en la zona, ya que puede ser probable la construcción de canales de navegación u otras estructuras costa afuera que afecten esta obra.

- Modificaciones Batimétricas

En zonas de rompiente, bajos y pantanos, es común que el perfil del lecho marino sufra serias modificaciones, sobre todo si en el área se realiza la construcción de obras de protección tales como espigones o rompeolas, por lo que se deberá prever esta modificación.

Existen dos métodos de protección de tuberías, el primero de los cuales es enterrarla en el lecho marino y el segundo es fijarla al mismo por medio de anclas; la elección del método de protección está en función de la profundidad y la constitución del lecho marino.

Las tuberías desplantadas sobre el lecho marino quedan expuestas a las acciones mencionadas previamente, y si se localizan en zonas de aguas bajas, el oleaje y las corrientes pueden ser críticas.

Las fuerzas generadas por estos dos agentes resultan ser, al igual que en las pilas, de arrastre, inercia y sustentación, sólo que en este caso la de sustentación

tación resulta más compleja de determinar, pues aparte de la formación de vórtices, se suman otros efectos resultantes de la erosión.

Tomando como base la figura 5.8 de la siguiente hoja, se puede explicar el efecto de socavación y la generación de las fuerzas de sustentación como sigue.

Originalmente la tubería descansa en el lecho marino como se puede apreciar en el caso (a), y las fuerzas de sustentación actúan sobre la cara anterior del cilindro.

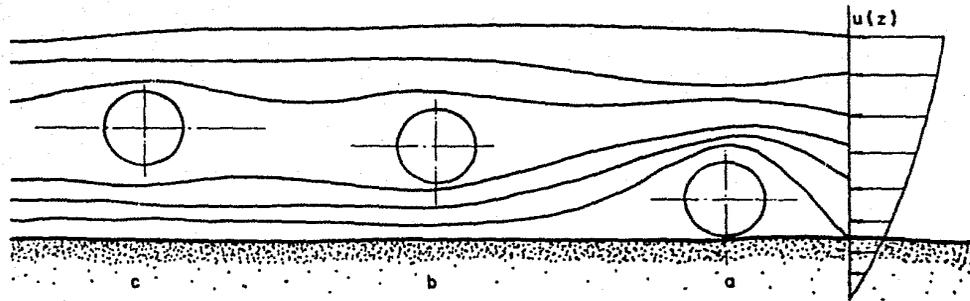
Después de transcurrido algún tiempo se presentan algunos deslaves en la parte inferior de la línea, con lo cual el flujo sufre una aceleración por efecto de encañonamiento, entonces las fuerzas de sustentación actúan en la cara posterior de la tubería y tienden a levantarla. Conforme avanza la socavación, el espacio entre el borde inferior del tubo y el lecho marino se incrementa, con lo cual disminuyen las velocidades en la parte inferior y se produce una diferencia de presiones (dado la velocidad en el borde superior es mayor) que tienden a levantar el tubo, en este caso se puede hacer una semejanza con el caso (c), que es cuando se alcanza el equilibrio en la sección.

Debe tenerse en cuenta que la socavación se presenta a todo lo largo de la línea, y que por lo tanto, esta quedará apoyada en puntos distantes entre sí, pudiendo presentarse flexiones que fallen la tubería.

De lo anterior se concluye que para aguas bajas con alto tránsito de embarcaciones pesqueras y fondeo de barcos, es preferible enterrar la tubería.

FIGURA 5.8

LINEAS DE FLUJO ALREDEDOR DE TUBERIAS SUMERGIDAS



Algunos autores defienden la tesis de que para profundidades menores de 30 m., el relleno de la zanja debe ser de 4 m. para suelos granulares y 2 m. para suelos compactos; mientras que para tirantes entre los 30 y 100., el relleno se reduce a 2 y 1 m. respectivamente; y en aguas más profundas basta con 50 cm. Para otros autores, con tirantes de agua mayores a los 50 m., no es necesario enterrar la tubería.

5.5.1 Técnicas de Enterrado de Tubería

Dentro de las consideraciones previas a la decisión de enterrar la tubería, se cuenta como principal el costo del enterrado, que llega a ser del orden del 25% del costo del tendido. Sin embargo una vez definido este punto deberá elegirse el método a utilizar.

Usualmente este método es por medio de dragado, abriendo una zanja muy ancha y colocando la tubería lo antes posible para prevenir las erosiones. Cuando la línea descansa en el fondo, queda expuesta a las corrientes marinas, dado que las pendientes de la zanja son menores del 10% para prevenir las corrientes que pueden rellenar la zanja con material no adecuado.

El material de relleno es bastante problemático de elegir, ya que si es muy denso puede ocasionar que la tubería flote, por lo que algunas veces se opta por usar grava, pero el amontonamiento indiscriminado de ésta puede ocasionar su falla.

Esta técnica de enterrado resulta muy costosa, dado que se tienen que remover enormes volúmenes de material, pues las zanjas son muy anchas (5 a 10 veces -- el diámetro del cilindro).

Otro método bastante utilizado, es aquel que emplea dragas de chorro o de chorro y succión, para cortar trincheras debajo de la tubería después de que esta ha sido tendida, estos equipos trabajan actualmente hasta profundidades superiores a los 60 m.

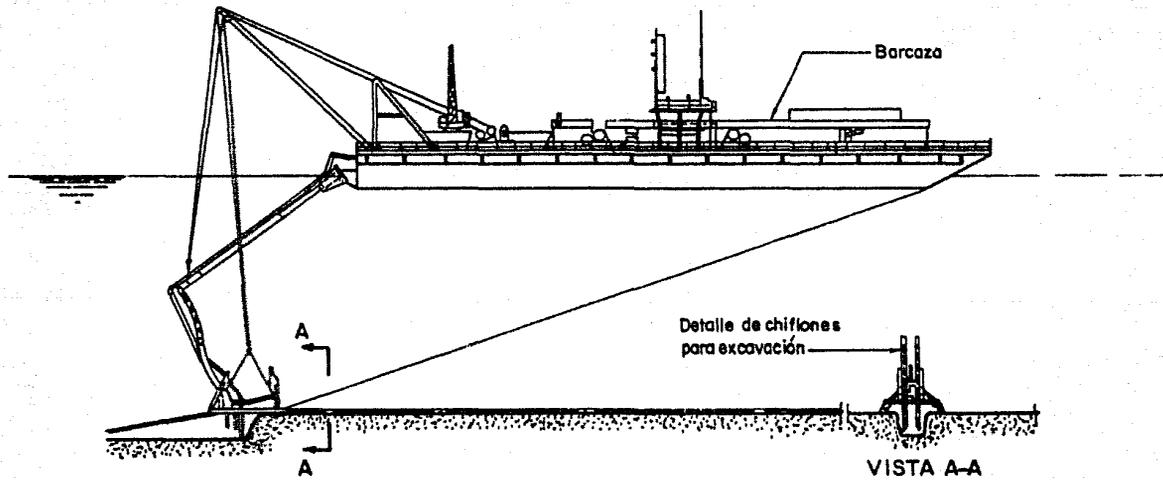
El dragado se realiza con el auxilio de una barcaza que remolca la unidad de chorro y succión; combinándose los efectos de dos chorros de agua de alta presión y una bomba de succión para el dragado. La unidad chorro-succión es jalada mediante un cable que corre bajo la proa de la barcaza y es operada montándola sobre un patín que consiste en llantas de hule sobre los costados de la tubería.

Este equipo puede cortar zanjas de hasta 1.20 m. de plantilla por 1.80 m. de profundidad, y es muy utilizado en suelos con lodos muy blandos y arenas sueltas, donde alcanza rendimientos de hasta 300 m/hora; sin embargo en suelos más consistentes los rendimientos bajan hasta 30 m/hora; por otra parte presenta el inconveniente de no ser utilizable en suelos con formaciones de grava, ni en arcillosos con cantos rodados; a continuación se presenta la figura 5.9, -- que ejemplifica esta técnica de enterrado.

Cabe hacer la aclaración de que cuando se utilizan los métodos de chorro o de chorro-succión, las propiedades del suelo pueden ser alteradas permanentemente

FIGURA 5.9

DETALLE TIPICO DE BARCAZA CON EQUIPO PARA EXCAVACION EN EL FONDO DEL MAR



con el peligro de erosiones a corto o largo plazo, dejando la tubería expuesta a la intemperie.

5.5.2 Sistema para Anclado de Tuberías

En aquellas zonas que no ameriten el enterrado de tubería, deberá considerarse que queda expuesta a la acción de las corrientes y el oleaje, sobre todo bajo la presencia de tormentas. Como vimos anteriormente, los cilindros están sujetos a fuerzas de arrastre y levantamiento que pueden ocasionar que la tubería se desplace; por otra parte cuando la línea es levantada, el patrón de flujo se altera generando vórtices que cambian la magnitud de las fuerzas de sustentación; adicionalmente la gravedad actúa para completar el ciclo y la tubería queda expuesta al fenómeno de resonancia.

Problemas como los anteriores pueden evitarse dejando apoyos fijos de claros determinados en la tubería; dichos apoyos reciben el nombre de anclas, y pueden ser logradas adicionando a la tubería grandes collares de concreto o utilizando sistemas de anclaje mecánico.

La longitud entre apoyos puede determinarse aproximadamente de la siguiente manera:

Si consideramos a la tubería como una viga continua, la fuerza necesaria para dar la misma deflexión en el centro de varios tramos de claros iguales queda dada por:

$$\Delta \max. = 5 WL/384EI = 5s L^2/48Er \dots \dots \dots 5.26$$

Las variables se identifican con las del inciso 5.4.

Mientras que el momento flexionante máximo es:

$$M \max = wL^2/8 \dots \dots \dots 5.27$$

Jugando un poco con las ecuaciones 5.26 y 5.27, podemos apreciar que para grandes fuerzas, es suficiente con variar ligeramente la longitud entre apoyos.

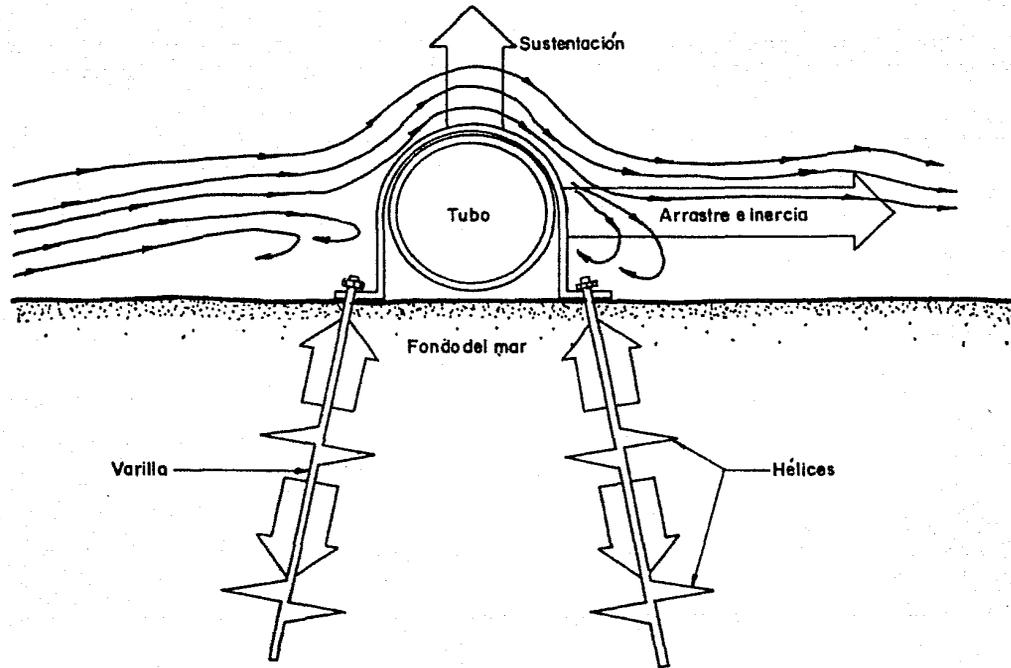
Un punto de fundamental interés es el cuidar que la frecuencia natural de vibración de la tubería sea significativamente diferente a la frecuencia con que se presentan las fuerzas de levantamiento, mismas que pueden sucederse hasta 4 ó 5 veces durante el período de la ola, pues está sujeta a la formación de vórtices, que como vimos anteriormente son difíciles de determinar por el cambio en el patrón del flujo durante el movimiento de la línea.

El procedimiento más comúnmente utilizado para fijar la tubería al lecho marino es el mostrado en la figura 5.10 de la siguiente hoja. La capacidad de sujeción es proporcionada por los tornillos, transmitiendo las fuerzas hacia las hélices a través de las varillas.

El problema principal del sistema estriba en la determinación de la capacidad anclas-suelo-longitud, pues aunque dentro de los últimos 70 años se ha desarrollado considerablemente cantidad de teorías, la mayor parte de ellas son muy sensibles a los parámetros de diseños y resultan inadecuadas la mayoría de las

FIGURA 5.10

SISTEMA DE ANCLAJE MECANICO



veces.

Sin embargo, existen diversos criterios básicos para llevar a cabo esta estimación; entre los más usuales sobresalen los siguientes:

- Probador Portátil

En la actualidad se cuenta con aparatos portátiles que proporcionan datos numéricos tales como Kg-cm; relacionados con la resistencia del suelo bajo la sollicitación aplicada; las pruebas pueden desarrollarse rápida y económicamente.

- Correlación de Datos

Dentro de los últimos 60 años, se han realizado simultáneamente pruebas de tirón y muestreos de material para su análisis en laboratorio, lo cual permite inferir resistencias al tirón en base al tipo de suelo.

- Pruebas de Juego del Anclaje

Estas pruebas indican que aún después de que el anclaje ha sido removido, incrementa su capacidad de sujeción, los resultados son graficados en sistemas coordinados fuerza contra desplazamiento; claro está que el diseño se realiza con la capacidad del suelo antes del desplazamiento.

- El indicador definitivo de la capacidad del sistema está dado por el rechazo del suelo a la penetración del ancla; o en otras palabras por la fuerza de torsión necesaria para hincarlás.

En general puede decirse que el sistema de anclaje mecánico (siempre que sea posible utilizarlo) presenta considerables ventajas sobre los otros, y dentro de las principales se cuentan las siguientes:

- Presenta mayor versatilidad debido al procedimiento constructivo ya que no se hace necesario el dragado. La instalación de las anclas se realiza con una unidad hidráulica potente que coloca ambas anclas a la vez; esta unidad utiliza tanques de lastrado para controlar su boyancia y evitar soportes desde la barcaza; permite alta eficiencia y es operada por un solo buzo.
- El revestimiento de lastre puede ser evitado total o parcialmente, reduciendo considerablemente el peso del tendido sobre el pontón, lo cual permitiría incluso la reducción del espesor de la tubería si esta fuera su condición crítica de diseño.
- El ahorro del costo del dragado, mismo que con bastante frecuencia sobrepasa al del anclaje, evitándose de paso que la tubería pierda posición y estabilidad por el arrastre y la erosión.
- La línea puede ser relocalizada fácilmente.
- Elimina las costosas juntas de concreto.
- Con relativamente ligeros costos adicionales (más apoyos), es posible incrementar la resistencia hasta los límites máximos (tormentas con periodo de retorno de 100 años).

Con bastante frecuencia se deja que la línea descansa apoyada libremente sobre el lecho marino, sobre todo a grandes profundidades. A este respecto, debe -- considerarse que el oleaje tiene una profundidad de influencia de aproximada-- mente la mitad de su longitud de onda; mientras las corrientes marinas pueden ser tan significativas en la superficie como en el fondo, lo cual implica que, por ejemplo, para oleaje con períodos de 10 segundos o más, la agitación se de je sentir por debajo de los 75 m. de profundidad.

No se tiene determinado con certeza lo que sucede en estos casos, ya que la tu bería puede sufrir desplazamientos o enterrarse por socavación del fondo (fenó-- meno visto en el inciso 5.5), en cualesquiera de las 2 situaciones, se está co rriendo el riesgo de daño en la misma, por lo que de ser posible, deberá prote gerse con cualesquiera de los 2 métodos vistos anteriormente, a menos que se - realice un análisis muy detallado de las condiciones ambientales que garantice la estabilidad del sistema.

6. SISTEMAS BOYANTES

Las boyas y los sistemas boyantes juegan un papel muy importante en los esfuerzos para desarrollar en forma económica y efectiva las operaciones en ríos, lagos y mares; están sujetos a una gran variedad de sollicitaciones durante su construcción, instalación y vida útil, por lo que su diseño debe basarse en un completo conocimiento de las condiciones a las que estará sujeta la estructura; más aún, el diseñador debe tener pleno conocimiento en este campo de la Ingeniería, o cuando menos, poder decidir en que momento se debe guiar en un especialista en la materia.

6.1 Generalidades

6.1.1 Definiciones

Para propósitos del tratamiento del tema, se hacen las siguientes definiciones:

- Boyancia

Se entiende por boyancia, la fuerza vertical hacia arriba, generada por un fluido sobre un cuerpo inmerso en él. Total o parcialmente.

La boyancia de un cuerpo, es igual al peso del volumen de fluido que desplaza, y puede ser significativa aún en el caso de anclas, o muertos de concreto.

De esta definición se desprende que todos los objetos tienen boyancia positiva, ya sea que se hundan o floten.

- Boyancia Neta

Este término se utiliza muy comúnmente en el tema, y se refiere al peso -- del objeto en el fluido, esto es, a la diferencia entre el peso del fluido desplazado menos el peso del objeto en el aire. La boyancia neta puede ser positiva (si el objeto tiende a flotar), o negativa (si se hunde).

- Flotador

Recibe este nombre, cualquier objeto construido con el afán de proporcio-- nar boyancia neta positiva.

- Boya

Una boya es un flotador que se utiliza como el elemento de mayor boyancia positiva en un sistema boyante.

- Sistema Boyante

El ensamble de una serie de objetos, incluyendo una boya y unidos para --- cualquier fin específico, es denominado sistema boyante.

- Factor de Boyancia

Por este término entendemos, el cociente del peso de una sustancia en el -- fluido, dividido entre el peso de la misma en el aire, y expresado en por-- centaje; este factor nos sirve para conocer el peso de los elementos en el fluido; la tabla 6.1 lista tanto la densidad, como los factores nominales de boyancia de algunos de los materiales más comúnmente utilizados.

Algunos sistemas son diseñados para ofrecer boyancia neutra; cuando ésto suce--

TABLA 6.1
RANGOS DE DENSIDAD Y
FACTOR NOMINAL DE BOYANCIA DE ALGUNOS MATERIALES

| M A T E R I A L | RANGO DE DENSIDAD kg/m ³ | FACTOR NOMINAL DE BOYANCIA (%) |
|-----------------|--|-----------------------------------|
| Aluminio | 2565-2805 | 62 |
| Bronce-Aluminio | 7690 | 86 |
| Bronce Latón | 8410-8730 | 87 |
| Cobre | 8810-8870 | 88 |
| Hierro Fundido | 7050-7930 | 86 |
| Plomo | 11375 | 91 |
| Mercurio | 13615 | 92 |
| Metal Monel | 8970 | 89 |
| Níquel | 8890 | 88 |
| Acero | 7690-7850 | 86 |
| Estaño | 7210-7770 | 86 |
| Tungsteno | 19220 | 95 |
| Zinc | 6890-7210 | 85 |
| Corcho | 220-260 | -330 |
| Concreto | 2160-2720 | 57 |
| Vidrio Común | 2405-2803 | 60 |
| Vidrio Denso | 3200-4710 | 70 |
| Hule | 993-2000 | 24 |
| Agua de Mar | 1025-1075 | 0 |

da, deberá tenerse en cuenta que para grandes profundidades, tanto el agua de mar como el objeto sumergido son factibles de deformación, al contrario de lo que sucede en el mayor número de los casos que se presenta en la ingeniería.

6.1.2 Componentes de un Sistema Boyante

En forma general puede decirse que consta de dos partes que son:

- a) La Boya
- b) Accesorios de Amarre

a) Boya

Se trata del elemento primario del sistema, y es el encargado de proporcionar la boyancia necesaria para soportar todas las condiciones.

El primer paso para su elección en la determinación de la carga útil, esto es, el peso de los equipos o sistemas como el de potencia de abastecimiento, equipo electrónico, antenas, etc. Es preferible que los objetos pesados (baterías y depósitos de combustible) se coloquen en la parte inferior para proporcionar estabilidad; es deseable también equipar las boyas con algún dispositivo disipador de calor, en el caso de boyas luminosas. Se puede afirmar que los requerimientos debidos a la carga útil, son en el mayor número de casos, pequeños en comparación a otras solicitudes.

La boya será capaz de soportar la carga muerta de las amarras, y ser funcional aún bajo la presencia de las cargas dinámicas del viento, el oleaje y -

las corrientes marinas; deberá tenerse en cuenta que una boya puede ser llevada hacia el fondo por las fuerzas de arrastre generadas sobre sus amarras.

La estabilidad de la boya es esencial para la funcionalidad del sistema, y -- por lo tanto, deberá ser diseñada con el máximo momento de enderezamiento y al al tos ángulos de escora. En algunas ocasiones sin embargo (como en el caso de -- boyas huecas y de escasa altura), no es muy práctico el tener el centro de gra vidad por debajo del de boyancia y basta con rellenar los huecos con espuma--- uretano, o proporcionar una brida en la parte inferior del elemento, con lo -- que se proporcionan altos momentos de enderezamiento.

Una condición crítica se puede presentar durante el lanzamiento del elemento, dado que se pueden tener impactos que pongan en peligro la integridad de la -- cámara de flotación; algunos diseñadores, para evitar este inconveniente, pre-- fieren la construcción de fibra de vidrio reforzada plásticamente y rellena -- de espuma unicelular, puesto que la fibra es ligera y resistente al impacto, y la espuma retiene un alto porcentaje de su boyancia, aún cuando la corteza de fibra sea dañada; este diseño es utilizado solo cuando no se tienen grandes -- presiones del fluido.

Para grandes profundidades se hace necesario que las boyas resistan altas pre-- siones hidrostáticas; sobre todo porque durante su lanzamiento se pueden presen-- tar fallas por implosión.

Sin embargo, el cálculo de la presión externa de colapso es imperfecto y com-- plejo, por lo cual se siguen dos caminos, a saber:

- Si se está en posibilidad de manejar altos factores de seguridad, se pueden consultar los códigos de la ASTM directamente.
- En caso contrario, se deberán realizar pruebas con modelos a escala, desarrollados por un especialista en la materia.

b) Accesorios de Amarre

Los accesorios de fijación de la boya en el sitio son generalmente:

1. Cables
2. Anclas
3. Conectores

1. Cables

La principal función de éstos, es mantener al sistema en su posición; para esto pueden utilizarse tanto fibras sintéticas como cables de acero de alta resistencia a la tensión.

- Cables de Fibra Sintética

Los compuestos más ampliamente utilizados son el polipropileno, polietileno, dacrón y nylon, cuya boyancia es casi nula y por lo tanto pueden ser utilizados en sistemas de grandes profundidades; no presentan problemas de corrosión; son fácilmente manejables y pueden ser construidos en tramos continuos de grandes longitudes.

Por otra parte, presentan serios inconvenientes de acentuado creep; grandes elongaciones a bajos porcentajes de su esfuerzo de rotura y -

problemas de ahorcamiento por rotación de la boya.

- Cables Metálicos

Los mejores cables de amarre son fabricados con acero de alto grado de carbono y manganeso (acero-plow); acero plow-mejorado y alambre de alta resistencia a la tensión. Estos cables trabajan de una forma totalmente diferente a las fibras sintéticas; pueden ser utilizados a un alto porcentaje de su esfuerzo de rotura; y su uso es recomendable en sistemas de escasa profundidad. De entre sus principales inconvenientes se puede citar que están igualmente expuestos a problemas de rotación de la boya y a la fatiga; su peso en el agua es elevado y su uso se restringe conforme crece la profundidad; son factibles de sufrir corrosión, ya que cualquier protección galvanizada puede sufrir desperfectos por rozamiento; y su manejo es más problemático.

Los cables de acero-plow llevan generalmente doble galvanizado, con el objeto de obstruir la corrosión y ser funcionales estando totalmente sumergidos. Los de acero de alta resistencia a la tensión se deben cubrir con una protección plástica tal como nylon o uretano aplicados a alta presión, para llenar cualquier poro del acero.

Algunos otros materiales de construcción no presentan comportamientos adecuados, tal es el caso del acero inoxidable, que es extremadamente susceptible a la corrosión por concentración diferencial de oxígeno; Y el níquel, que no permite obtener altas relaciones resistencia/peso.

Por otra parte, recientemente se han desarrollado cables de cobre niquelado, cobalto niquelado y titanio, que presentan buena resistencia a la corrosión y elevadas relaciones resistencia/peso.

2. Anclas

Algunos proyectos desarrollados para anclar barcos pueden ser utilizados para el anclaje de las amarras en aguas profundas; aunque para saber si un ancla es aconsejable se necesita conocer el paralelogramo de fuerzas en la misma. Por lo regular el sistema de anclaje exige pequeños ángulos entre la horizontal y la dirección de la sollicitación, lo cual puede lograrse -- llevando al cable de amarre a una gran masa, como un muerto de concreto, y conectando posteriormente este peso muerto y el ancla por medio de una cadena; así, si la fuerza de las corrientes y el oleaje tiende a desplazar al muerto, el ancla lo retiene contra el arrastre.

En algunos casos se utiliza otra técnica de anclaje, que consiste en una -- pieza de acero colado cuyos bordes inferiores son de forma afilada; así -- cuando sobreviene el arrastre, el ancla se ladea y penetra en el lecho marino, con lo cual el arrastre es eliminado.

Existen algunas otras técnicas de anclaje, como por ejemplo la de anclas -- empotradas, que se utilizan en los sitios donde el ahorro en peso sea la -- principal consideración; otro tipo de anclaje puede lograrse en aguas muy profundas, con sólo la utilización de una cadena guía y una cadena de ---- arrastre.

En la figura 6.1 de la siguiente hoja se esquematizan algunos tipos de anclaje; en el inciso a) se tiene el sistema a base de muertos de concreto; en el b) el denominado Ancla de Stimson; en el c) Cadena gufa.

3. Conectores

Son probablemente las piezas del sistema cuyo mecanismo de falla es más conocido, aunque también están expuestas a fallas por causas desconocidas, pero no sopresivas; deberá tenerse en cuenta que los conectores pueden ser los puntos críticos del diseño, y que después de realizar esfuerzos considerables en el estudio de los sistemas restantes, no vale la pena escatimar en este punto.

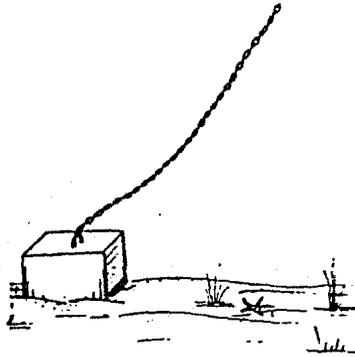
6.1.3 Tipos de Sistemas Boyantes

Muchos son los puntos de vista desde los cuales pueden dividirse los sistemas boyantes; sin embargo, el más obvio es el de la disposición general del sistema, y por ende de la forma en que trabaja el mismo; a groso modo, podemos clasificarlos dentro de tres grandes grupos que son:

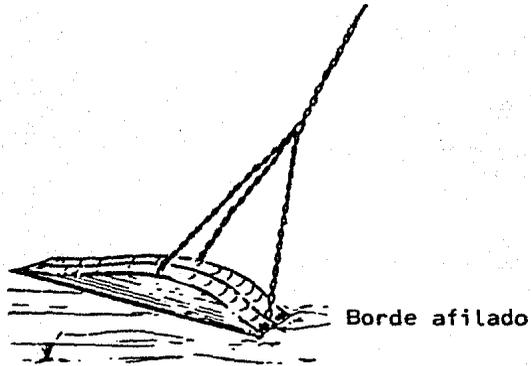
- a) Sistema con Boya Superficial
- b) Sistema con Boya Subsuperficial
- c) Sistemas de Dos Partes

A continuación se listan brevemente las características fundamentales de éstos:

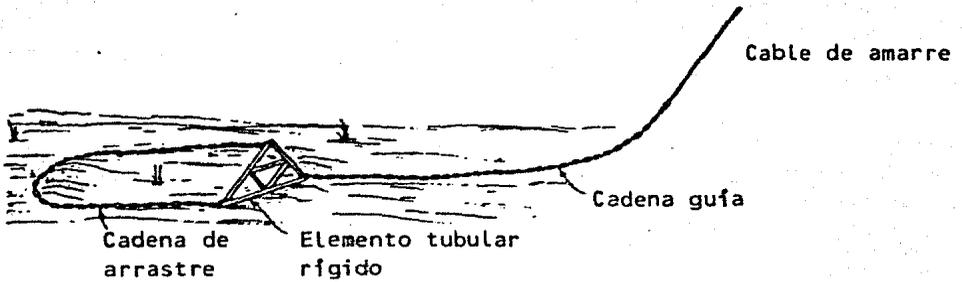
FIG. 6.1 ALGUNOS TIPOS DE ANCLAJE



a) Muertos de concreto



b) Ancla de Stimson



c) Cadena guía

a) Sistema con Boya Superficial

En éste, la boya no está totalmente sumergida y por lo tanto tiene reserva de boyancia. El amarre puede tener diversas características; éste puede ser tieso; semi-flojo o elástico; flojo; o permitir la flotación libre de la boya, según el uso y localización de la boya; en el caso de ser amarre tieso, la longitud del cable de amarre debe ser determinada con bastante precisión, o en su defecto se debe proveer al sistema con un dispositivo de malacates para ajustar la longitud requerida.

Los sistemas con boya superficial son más o menos libres de derivar según la corriente superficial, y solo son restringidas por la elasticidad de la amarra y accesorios, así como por la masa del anclaje.

Las cargas de viento, corriente y oleaje sobre la boya y las amarras pueden ser excesivamente altas y son de naturaleza dinámica, por lo que el mantenimiento de las amarras debe realizarse frecuentemente, sobre todo si el sistema se localiza en sitios de denso tránsito marítimo, ya que estará expuesta a impactos de embarcaciones y al vandalismo marítimo.

b) Sistema de Boya Subsuperficial

Hay dos razones fundamentales para tener este tipo de sistema; el primero es reducir sustancialmente las sollicitaciones sobre las amarras y por ende aumentar la vida útil del sistema; y el segundo es proveer mayor estabilidad, para así poder efectuar con más precisión los objetivos del diseño.

Se puede tener un sistema simple o múltiple de amarra; el sitio se identifica con una boya de marcación y la boya principal se localiza por medio de un cable de recuperación atado a flotadores, o con un cable de fibra sintética de boyancia neta positiva, tal como el polietileno.

c) Sistema de Dos Partes

Ocasionalmente surge la necesidad de un sistema que cuente con la estabilidad suficiente para realizar operaciones precisas, y al mismo tiempo que provea una estación superficial para la transmisión de datos, o para la relocalización del sistema principal. En estos casos se puede implementar un sistema mixto, que cuenta con una boya subsuperficial que provee la estabilidad, y conectada ésta por medio de un cable flojo, se asegura una boya de transmisión y/o de señalamiento.

Estos arreglos presentan muy malas configuraciones dinámicas; la boya y el cable flojo son atados a un sistema de resorte en lugar de una ancla. Se debe considerar que el movimiento de ambas boyas está disociado, y que en algún momento pueden tener un desfase de 180° en el mismo, creando grandes fuerzas en el amarre; aunque estadísticamente este evento puede presentarse una vez en millones de ciclos, también es cierto que puede ser en el mismo día de implementado el sistema. Muchos sistemas de dos partes han sido implementados sin realizar estas consideraciones de largo plazo; de ellos puede decirse que invariablemente, la falla se ha presentado en el cable de amarre de la boya superficial, o en sus conectores.

6.2 Usos de los Sistemas Boyantes

Una infinidad de usos son los que pueden darse a los sistemas boyantes, sin embargo, la generalidad de estos cae dentro de tres grandes grupos que son:

1. Ayudas a la navegación
2. Plataformas para investigación
3. Plataformas para soportar operaciones oceánicas

Las características de cada uno de estos sistemas se listan brevemente a continuación:

6.2.1 Ayudas a la Navegación

Este es sin duda el primer uso masivo que se dio a las boyas; incluyen duques de amarre, boyas de señalamiento y de aviso. Estos sistemas raramente son desplantados a profundidades superiores a los 30 m, y su configuración es típicamente a base de una pesada cadena de acero asegurada a un gran muerto de concreto que hace las veces de ancla, y que mantiene al sistema en su misma localización. Obviamente se trata en este caso, de boyas superficiales. Una clasificación particular de este tipo es:

- a) Boyas sin iluminación
- b) Boyas luminosas
- c) Boyas sonoras

a) Boyas sin Iluminación

Forman el grupo más numeroso de los sistemas boyantes, y tanto su forma como su color se identifican por su uso y su localización relativa en el sitio; de entre las más comunes tenemos:

- Boya Tipo Baliza (SPAR)

Se trata de mástiles flotantes de forma delgada y alargada y construidos de madera o metal y de 5 a 15 m. de longitud; su uso está generalizado en canales, donde predominan las grandes velocidades de la corriente debido al régimen de marea; también son utilizados como sistemas eventuales.

- Boyas Cilíndricas o de Barrilete (CAN)

Estas cuentan con una protección plana en la parte superior; generalmente son colocadas en el lado izquierdo de los canales de acceso al puerto (viajando del mar hacia el muelle); su construcción es metálica y son pintadas de color negro y numeradas como impares.

- Boyas Cónicas (NUN)

Cuentan con una protección superior cónica; su construcción es metálica; se colocan a estribor (lado derecho) del canal de acceso; su coloración es roja y su nemeración par.

- Boyas Cilíndricas

Pueden ser luminosas, aunque generalmente no lo son; su protección superior es esférica y su construcción a base de metal; son utilizadas

para marcar sitios especiales, tales como bajos; su coloración es según su uso y posición en el canal.

b) Boyas Luminosas

Este tipo de boyas son en realidad estructuras metálicas en forma de torre, montadas sobre amplias bases flotantes que proveen la estabilidad del sistema. La torre se localiza en la parte central de la Plataforma, y en la parte superior de ésta se localiza la señal luminosa.

Estos sistemas pueden estar equipados con reflectores de radar y dispositivos de sonido para advertencia. La base debe ser diseñada para contener el depósito de aprovisionamiento de la potencia lumínica (generalmente a base de baterías o de gas acetileno).

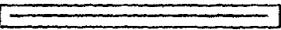
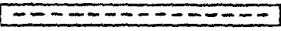
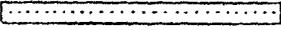
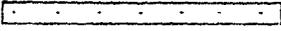
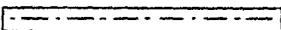
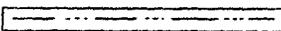
Las características de la iluminación, así como su localización, pueden ser variables para un sitio cualquiera, de acuerdo a los requerimientos de la navegación en el mismo; la tabla 6.2 nos muestra las características de la luz, así como su abreviación y representación gráfica de las más comunes.

c) Boyas de Sonoras

Se trata en realidad de estructuras de advertencia; pueden o no tener iluminación, y al igual que las luminosas se trata de espigas o torres metálicas montadas en la parte central de una plataforma; cuando cuentan con iluminación, ésta se localiza en la parte superior y el elemento so-

TABLA 6.2

CARACTERISTICAS LUMINICAS DE AYUDAS EN LA NAVEGACION

| LUZ | ABREVIACION | REPRESENTACION GRAFICA | FASES CARACTERISTICAS |
|------------------------------|-------------|---|---|
| Fija | F. |  | Continua |
| Ocultación | Oc. |  | Largos periodos regulares de luz, con periodos menores o iguales de sombra. |
| Destello | D. |  | Cortos periodos regulares de luz, con periodos grandes de sombra. |
| Destello Rápido | D. Rap. |  | Centelleo continuo con más de 60 ciclos por segundo. |
| Destello Rápido Interrumpido | D. Rap. I. |  | Centelleo Rápido con interrupciones totales del mismo. |
| Destello Lento | D. L. |  | Centelleo Continuo de menos de 60 ciclos por segundo. |
| Alternante | Alt. | | Luz cambiante de color en cada periodo. |
| Destello Corto-Largo | D. C-L |  | Centelleo corto y largo en intervalos regulares, con sombras en cada grupo. |
| Fija y Grupo de Destellos. | F.Gp.D. |  | La luz fija cambia a intervalos regulares por un grupo de 2 o más centelleos de mayor intensidad. |
| Rotatoria | Rot. | | Luz Rotatoria. |

noro por debajo; y cuando no la tienen, el elemento sonoro se localiza en la parte superior.

El sonido es producido por campanas, gongs, bocinas, silbatos, o cualquier otro aditamento; el mecanismo de generación es automático, aprovechando la energía del mar; su utilización se centra en los sitios aislados o especiales, y para avisar a los barcos cuando se tiene escasa visibilidad, son pintadas y numeradas según su localización; también pueden ser equipadas con reflectores de radar si se requiere; a continuación se presenta la tabla 6.3, que contiene las características de las boyas mencionadas anteriormente; asimismo se presenta la figura 6.2, misma que las ejemplifica gráficamente.

6.2.2 Plataformas para Investigación

Existe una gran cantidad de trabajos de investigación que deben realizarse en mar adentro, entre los que sobresalen los trabajos científicos; de ingeniería; de recopilación de datos sinópticos para la elaboración de cartas del tiempo y similares.

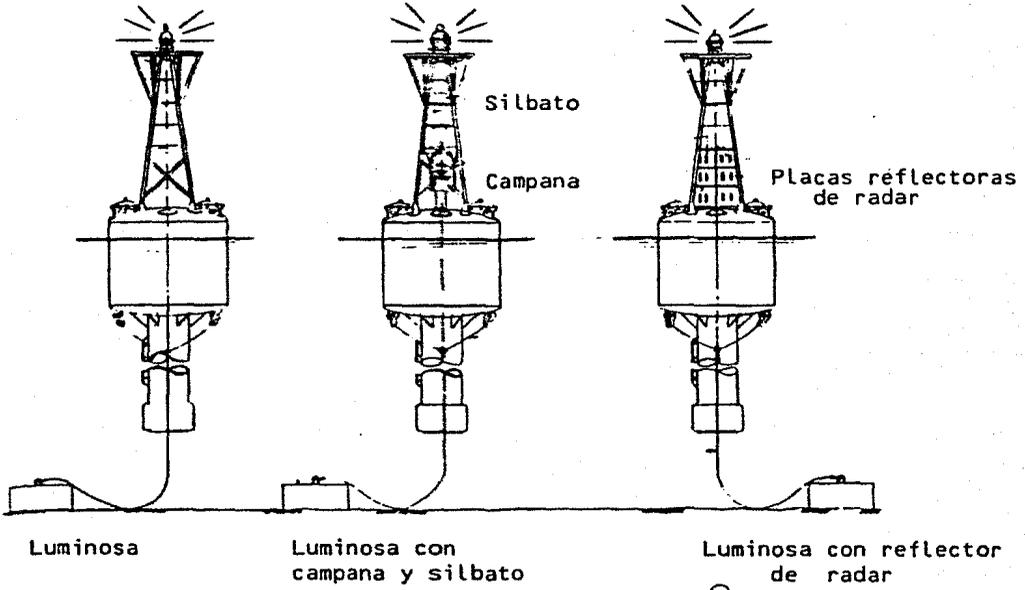
Como vimos anteriormente, el desarrollo histórico de estas investigaciones se ha basado en las embarcaciones; sin embargo, dado el alto costo de las mismas se opta cada vez con mayor frecuencia por la utilización de los sistemas boyantes.

TABLA 6.3

CARACTERISTICAS DE LAS BOYAS DE AYUDA PARA LA NAVEGACION

| TIPO DE BOYA Y LOCALIZACION | SIMBOLO | NUMERO | COLOR DE PINTURA | COLOR DE LUZ | FASES USUALES |
|--|--|----------|--|-------------------------|-----------------------|
| Luminosa-Babor |  | Impar | Negra | Blanca Verde | D.L. Oc. D.Rap. |
| Luminosa |  | Par | Roja | Blanca Roja | D.L. Oc. D.Rap. |
| Luminosa Campana, gong o Silbato-Babor |  Campana, gong o silbato | Impar | Negra | Blanca Verde | D.L. Oc. D.Rap. |
| Luminosa Campana, gong o Silbato-Estribor |  Campana, gong o silbato | Par | Roja | Blanca Roja | D.L. Oc. D.Rap. |
| Luminosa-Medio Canal de Acceso |  BW | Opcional | Tiras verticales blanco-negro. | Blanca | D. C-L |
| Luminosa-Bifurcación, peligro aislado, obstrucción |  RB | Opcional | Bandas horizontales rojo-negro | Blanca roja verde | D.Rap.I. |
| Campana, gong o silbato-babor |  Campana, gong o silbato | Impar | Negra | - | - |
| Campana, gong o silbato-estri- |  Campana, gong o silbato. | Par | Roja | - | - |
| Cilíndrica-Babor |  C | Impar | Negra | - | - |
| Cónica-Estribor |  N | Par | Roja | - | - |
| Esférica |  SP | Opcional | Opcional | - | - |
| Baliza |  S | Opcional | Opcional | - | - |
| Varios |  Opcional | Opcional | Opcional- varios | - | - |
| Medio canal de acceso |  BW | Opcional | Tiras verticales blanco-negro. | - | - |
| Bifurcación, peligro aislado obstrucción |  RB | Opcional | Bandas-Horiz. rojo-negro | - | - |
| Revisión sanitaria |  Y | Opcional | amarillo | - | - |
| Barco Faro |  | Nombre | Superestruc. Blanca, mástiles y antenas amarillo claro | Opcional | Opcional |

BOYAS LUMINOSAS



BOYAS NO LUMINOSAS

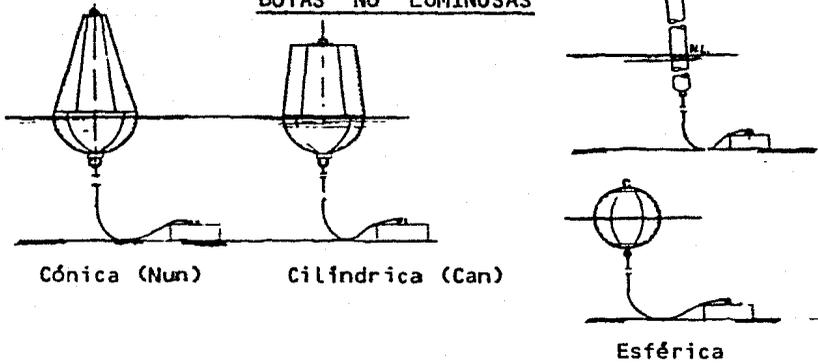


FIG. 6.2 TIPOS DE BOYAS PARA AYUDAS A LA NAVEGACION

El rango de profundidades para este tipo de trabajos es muy amplio y varía -- desde unos cuantos metros, hasta varios kilómetros; y a grandes profundidades son muy socorridos tanto el sistema de boya subsuperficial, como el de dos -- partes, con cables de amarre de fibra sintética.

El gran inconveniente de estos sistemas se desprende de un alto porcentaje de fallas, y por tanto el diseñador deberá considerar la posible escasez de da-- tos históricos; en otras palabras, se tiene una gran incertidumbre acerca de las solicitaciones sobre la boya. Lo anterior hace al diseño muy vulnerable a la crítica; pero debe tenerse en cuenta que las críticas parten de la pro-- pia información obtenida mediante el sistema, y que en la mayoría de los ca-- sos las fallas se deben a causas desconocidas.

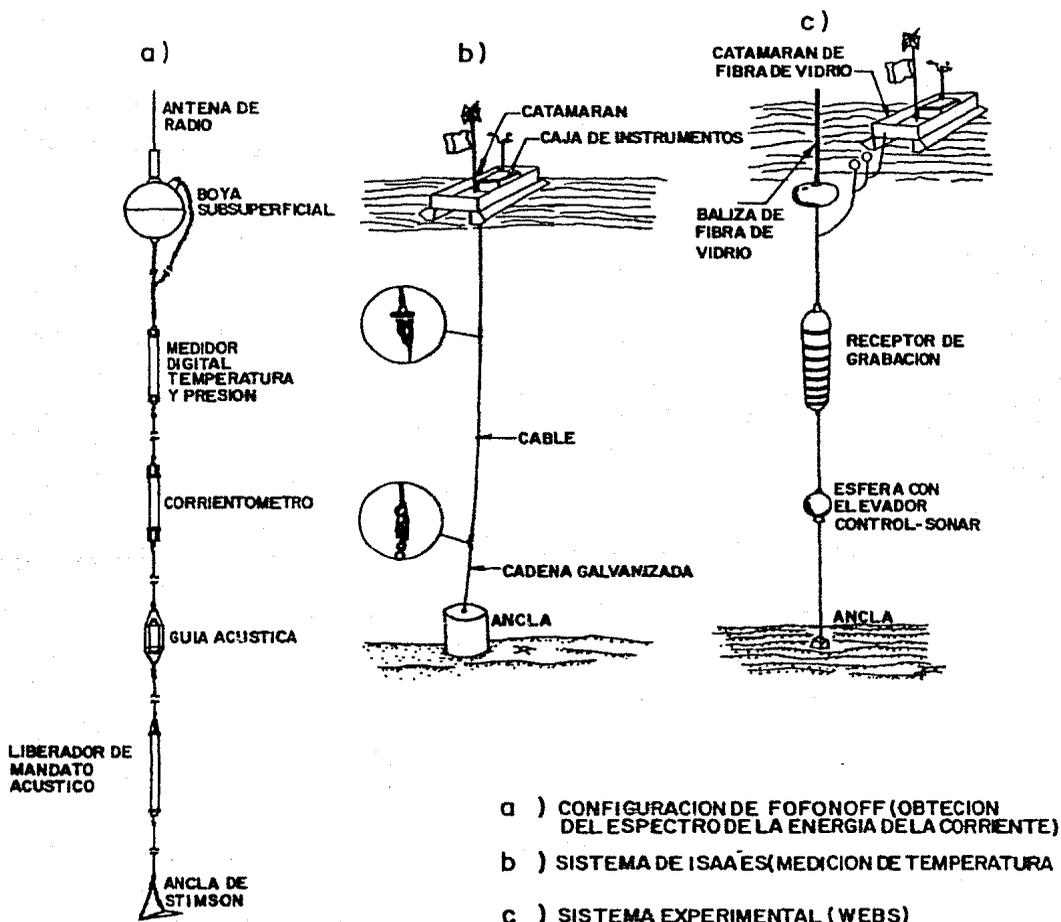
Normalmente estos sistemas boyantes además de contar con boyancia y anclaje - adecuados, cuentan con equipos de medición, y algunas veces con transmisión telemétrica.

En tiempos recientes se ha desarrollado la técnica de sustituir la boya super-- ficial por un catamarán, mismo que proporciona una superficie más amplia y es-- table, en donde colocar las antenas, los aparatos de medición superficial y - los instrumentos necesarios. La figura 6.3 ejemplifica lo mencionado en este inciso.

Cabe aclarar que en el caso de plataformas para la obtención de datos sinópti-- cos se deberá poner especial énfasis en el cuidado contra las posibles fallas, ya que en este caso la falla de alguno de los sistemas (boyancia, anclaje, me

FIGURA 6.3

ALGUNOS TIPOS DE SISTEMAS BOYANTES PARA INVESTIGACIONES OCEANOGRAFICAS



dición o transmisión) se considera como la falla total del sistema.

6.2.3 Operaciones en el Océano

El crecimiento desmesurado de los buques-tanque petroleros en tiempos recientes, ha ocasionado que algunas instalaciones portuarias se tornen obsoletas, sobre todo en aquellos sitios en que es imposible física o económicamente hacer crecer el tirante de agua.

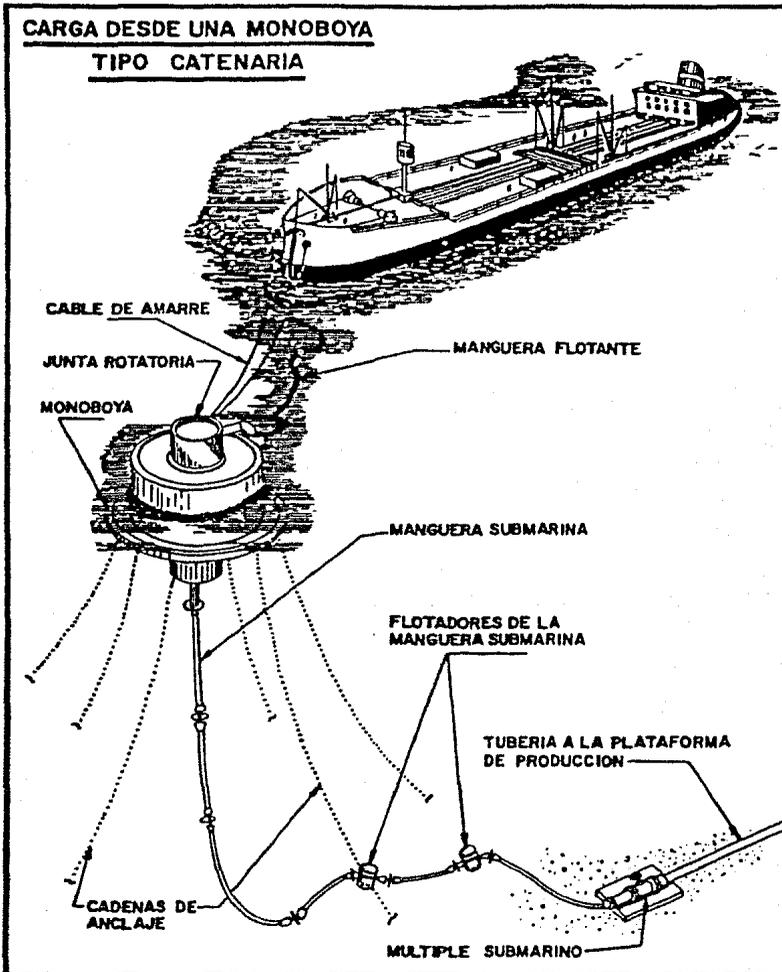
Para solucionar este problema, se están utilizando con bastante éxito grandes boyas de amarre en sitios cercanos a los puertos pero de mayor profundidad; - aún más, se está generalizando la utilización de estos sistemas en mar abierto, dado que permiten efectuar operaciones bajo condiciones de agitación bastante severas.

La importancia de estos sistemas seguirá incrementándose en la medida que lo hagan tanto la minería oceánica, como las dimensiones de los super-tanques. En la siguiente hoja se presenta la figura 6.4 mismas que ejemplifica un sistema de alimentación convencional; los rasgos sobresalientes de este son los siguientes:

En realidad se trata de un sistema boyantes con boya superficial de anclaje múltiple que tiene las siguientes características:

La boya es un enorme cuerpo flotante, cuya parte superior gira libremente, absorbiendo así la rotación relativa del buque; éste se amarra con aquélla por

FIG. 6.4



medio de un solo cable, y la alimentación se lleva a cabo a través de una o varias mangueras flotantes de material flexible. El mecanismo de alimentación se prolonga dentro de la boya a base de tubos de acero, y por debajo de la misma, a base de mangueras flexibles con capacidad para absorber los desplazamientos horizontales del sistema boyante; éstas mangueras se conectan a un múltiple de alimentación fijo al lecho marino, y que hace las veces de terminal de la línea de conducción.

Los desplazamientos horizontales son restringidos por la catenaria del sistema de anclaje, cuyos cables son pesadas cadenas de acero sujetas a grandes muertos de concreto para proporcionar pequeños ángulos de amarre; finalmente, el extremo inferior del cable está sujeto a una o varias anclas convencionales que evitan el arrastre del conjunto.

6.3 Diseño de Sistemas Boyantes

Existen básicamente dos condiciones a las que el sistema debe sobrevivir y son por un lado su estancia en el mar; y por el otro, la mezcla de acciones ambientales y solicitaciones impuestas durante su instalación o su recuperación. Muchos sistemas han fallado por esto último.

Uno de los principales problemas es la transformación de datos científicos del conocimiento del mar a datos utilizables ingenierilmente; por otra parte, es muy raro contar con datos oceanográficos confiables, y aunque se cuente con ellos, es conveniente fijar rangos de aceptación de \pm 30%.

6.3.1 Selección del Material

El primer paso en la elección de los materiales de construcción es considerar que ningún sistema se debe proyectar para permanecer por periodos de tiempo - excesivamente largos, ya que, como vimos anteriormente, existe un gran porcentaje de fallas por causas desconocidas, así como por creep, corrosión, etc.

Antes de llevar a cabo cualquier diseño, el ingeniero deberá conocer con suficiente precisión la siguiente información:

- Materiales disponibles, así como la posibilidad de hacerles tratamientos especiales, en caso que lo ameriten.
- Clasificación de los factores de diseño controlables (materiales, profundidad, tipo de sistema, anclaje, etc.) así como los no controlables (económicos, tecnológicos, políticos, comportamiento del mar, etc.)
- Determinación de las condiciones del mar en la superficie, medio fondo y fondo respectivamente, mismas que incluyen:
 - * Composición química del medio ambiente.
 - * Rangos de densidad, temperatura y salinidad.
 - * Condiciones máximas y de trabajo del sistema, en caso de no estar bien determinadas, se deberá diseñar para el peor de los casos.
 - * Determinación del perfil de velocidades.

Actualmente existen algunos manuales-guía la elección del tipo de material, -

así como del procedimiento constructivo, pero deberá tenerse presente la necesidad de los datos anteriores, pues la mala interpretación puede hacer que el diseño de un sistema sea poco funcional, o aún inservible.

6.3.2 Parámetros de Fuerza

Este es sin duda otro de los aspectos más complejo de determinar en el diseño, dado que la única fuerza estática actuante es la de la gravedad, y lo hace — conjuntamente con fuerzas dinámicas de arrastre, inercia y sustentación.

Las tres últimas pueden ser consideradas en dos grandes grupos que aunque íntimamente relacionados entre sí, son distintos; dichos grupos son:

- a) Fuerzas en la frontera aire-agua
- b) Fuerzas dentro del mar

La estimación de las fuerzas en el primer caso es bastante compleja, mientras que en el segundo el problema se simplifica grandemente.

Por otra parte, los movimientos verticales tienen escasa significancia en los sistemas boyantes, siendo mucho más importante los horizontales; sin embargo, éstos son de naturaleza aleatoria, por lo que la representación de un simple patrón de flujo es bastante inexacta y compleja de determinar, por lo que es aconsejable la utilización de datos experimentales y modelos, siempre que sea posible disponer de ellos.

a) Fuerzas en la Frontera Aire-Agua

Las fuerzas actuantes sobre las boyas por parte del mar, son de arrastre, inercia y sustentación, sólo que en este caso las de inercia son prácticamente despreciables, siendo las más importantes las de arrastre. La gran complejidad de la determinación de fuerzas en este caso reside en su gran variedad, dentro de las principales se encuentran las siguientes:

- Arrastre por Presión

Esta tiene un gran número de componentes, debidas entre otras causas - a: Alteraciones del flujo debido a la presencia de la boya; generación y distribución de vórtices; forzamiento de la ola al moverse verticalmente; y la combinación de éstas.

- Arrastre por Fricción

Experimentalmente se ha comprobado que la resistencia tangencial puede variar tanto con la velocidad del flujo (V), como con el cuadrado de este (V^2), e incluso con una combinación de éstos; pero puede calcularse fácilmente.

- Arrastre por Viento

Al igual que en el caso anterior, puede ser calculada fácilmente.

- Arrastre y Empuje por Declive

Representan la tendencia de la boya a deslizar abajo en el perfil de la ola, lo cual hace que la boya tienda a viajar en la dirección de propagación del oleaje.

Las fuerzas anteriores son resultantes de un flujo establecido y adicionalmente deberá tenerse en cuenta el movimiento orbital de las partículas de agua de la ola, sobre todo en altos estados del mar. Las fuerzas de arrastre por lo tanto, deberán ser calculadas adicionando a la velocidad del flujo, la velocidad orbital de las partículas de agua.

b) Fuerzas Dentro del Mar

La mayor parte de las fuerzas mencionadas anteriormente tienen escaso significado, sobre todo a grandes profundidades, en donde son de mucho mayor importancia las dinámicas asociadas con el oleaje. Por otra parte, el estado dentro del mar es más sencillo de estudiar que en la superficie.

De las fuerzas generadas sobre la boya para este caso, la más importante es la de arrastre, y puede ser calculada fácilmente con la siguiente expresión:

$$F = \rho C_D A V^2 / 2 \dots \dots \dots 6.1$$

La expresión 6.1 es muy familiar, y equivalente a la fórmula Morison dentro de un flujo establecido (capítulo 3). Es obvio que la fidelidad de la estimación se basa en la correcta estimación de la velocidad del flujo (V), así como de la correcta elección del coeficiente de arrastre C_D , el cual es función del número de Reynolds.

6.3.3 Alcances de los Sistemas Boyantes

Se entiende por alcance del sistema, el desplazamiento (Y) entre un punto cualquiera del sistema y un punto a la misma profundidad directamente arriba del ancla, cuando se produce el equilibrio bajo las acciones de diseño. Su cálculo es relativamente complejo, particularmente para sistemas de boya subsuperficial.

Existen diversos criterios de cálculo, abarcándose desde un simple polígono de fuerzas, hasta la solución de complicadas ecuaciones de catenarias y curvas exponenciales.

La solución apropiada depende del tipo de sistema utilizado, por ejemplo, si el sistema es con boya superficial y amarre simple de fibra sintética, es probable que se obtenga una buena aproximación con un cálculo geométrico, mientras que, en otros casos ni siquiera es honesto utilizar el método de la ecuación — convencional de la catenaria.

El problema es complejo pues se tienen un número considerable de variables de diseños, que abarcan el perfil de velocidades, tamaño y peso del cable, arrastre de la boya, arrastre del cable, profundidad, etc. Sin embargo, en un amplio rango de casos se puede realizar una estimación realista basándose en una fórmula que se presenta más adelante, basada en una curva exponencial similar al borde una catenaria.

El rango de aplicación de ésta es válido en sitios donde el alcance de la boya

(desplazamiento horizontal respecto al ancla) sea del orden de $d/5$, o menor, - así como para aquellos sistemas que presenten tensiones verticales en ausencia de corrientes marinas.

Tomando como base la figura 6.5, y realizando el balance de fuerzas horizontales para un cable uniforme y colgante, sujeto a una carga transversal y unitaria "q", podemos obtener la ecuación 6.2.

$$T_{k+1} \frac{Y_{k+1} - Y_k}{h} - T_k \frac{Y_k - Y_{k-1}}{h} + q_k h = 0 \quad \dots\dots\dots 6.2$$

en donde se analiza un elemento infinitesimal del cable.

En la ecuación 6.2, $T_{k+1} = T_k + wh$

Si agrupamos términos e introducimos diferenciales obtenemos:

$$(T_i + wx) \frac{d^2 y}{dx^2} + w \frac{dy}{dx} + q = 0 \quad \dots\dots\dots 6.3$$

cuya solución es:

$$y = C_1 - \frac{qx}{w} + C_2 \ln \frac{T_i + wx}{T_i} \quad \dots\dots\dots 6.4$$

En 6.4, C_1 y C_2 se obtienen sustituyendo las condiciones de frontera; para un sistema de amarre sencillo asegurado en su extremo inferior, la expresión general en cualquier punto "x" es:

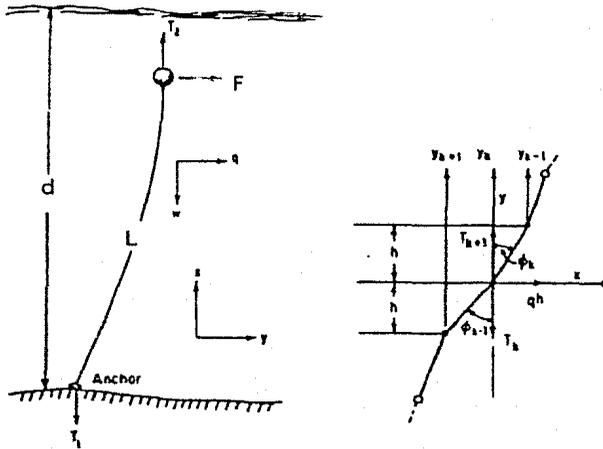


FIG. 6.5 CONSIDERACIONES TEORICAS DE DISEÑO

- x : eje vertical
- y : eje horizontal
- L : distancia entre el lecho marino y la boya
- w : peso unitario del cable dentro del agua
- q : fuerza de arrastre sobre el cable
- T_1 : fuerza vertical en el lecho marino
- T_2 : fuerza vertical en la boya
- F : fuerza de arrastre en la boya

$$y = \frac{F}{w} \ln \frac{T_1 + wx}{T_1} - \frac{qx}{w} + \frac{qT_2}{w^2} \ln \frac{T_1 + wx}{T_1} \dots 6.5$$

Y para el alcance de la boya (X = L)

$$Y_L = \frac{F}{w} \ln \frac{T_2}{T_1} - \frac{qL}{w} + \frac{qT_2}{w^2} \ln \frac{T_2}{T_1} \dots \dots \dots 6.6$$

Las ecuaciones 6.2 a 6.6 consideran que la fuerza de arrastre es perpendicular al cable, y que el alcance de la boya se produce a una profundidad igual a la longitud del cable, por lo que para grandes inclinaciones (Y > d/5), este procedimiento no resulta muy apropiado.

6.3.4 Movimiento de un Sistema Boyante

Las corrientes oceánicas no son establecidas y por lo tanto la configuración de equilibrio cable-boya tiende a cada momento a cambiar su estado. Se denomina "Movimiento del Sistema" al constante reajuste de las configuraciones del equilibrio.

En los sistemas boyantes utilizados para realizar mediciones de flujo, el diseño requiere de precisión, y ésta se logra aportando estabilidad con un amarre simple pero rígido; con ayuda de un sistema de anclaje múltiple; o con un sistema simple de flotación libre, si se conocen las características del "Movimiento del Sistema". Así, en principio, se pueden sustituir los costosos sistemas de anclaje múltiple y rígidos por una corrección de datos. Y un sistema boyante simple; puede sernos igual de útil que un rígida plataforma de medi-

ción.

Atendiendo a la figura 6.6, y tomando en cuenta la ecuación 6.1, podemos ar-
guir lo siguiente:

La fuerza de arrastre dada por 6.1 es de la misma magnitud que la de restaura-
ción, proporcionada por el cable, ésto es:

$$1/2 \rho C_D A V^2 = F_B \frac{r}{L} \dots\dots\dots 6.7$$

misma que puede ser reescrita como:

$$r = K V^2 \dots\dots\dots 6.8$$

$$K = 1/2 \rho C_D A \frac{L}{F_B} \dots\dots\dots 6.9$$

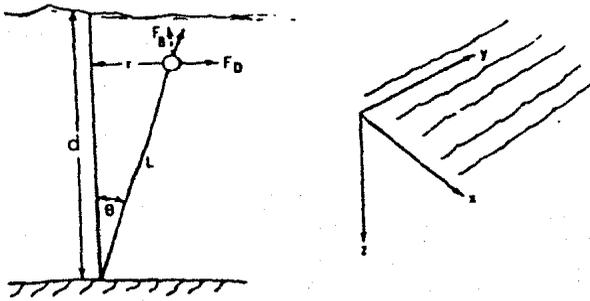
donde K es una medida de bondad del sistema, correspondiendo grandes valores -
de K con grandes desplazamientos. Para aguas profundas, un sistema con buen -
desempeño tendrá valores de K entre 5 y 20 seg²/cm.; K puede ser relacionada
con otra constante de tiempo o tiempo de reajuste del equilibrio.

Si idealizamos un modelo en aguas tranquilas, con un desplazamiento inicial de
la boya r₀ y la liberamos al tiempo t = 0, la rapidez del flujo con respecto
a la boya será dr/dt, de aquí que la ecuación 6.8 pueda ser reescrita como:

$$r = K \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \dots\dots\dots 6.10$$

resolviendo para dr/dt.

FIG. 6.6 ANALISIS DE MOVIMIENTO DEL SISTEMA



x : eje horizontal

r : desplazamiento horizontal de la boya (+ x)

L : distancia entre el lecho marino y la boya

F_D : fuerza de arrastre

F_B : fuerza vertical en la boya

$$\frac{dr}{dt} = -K^{-\frac{1}{2}} r^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots 6.11$$

El signo negativo indica que el movimiento es tal que r decrece. La solución de 6.11 para r es:

$$r = \frac{1}{4K} (t_0 - t)^2 \dots\dots\dots 6.12$$

Donde t_0 es una constante de integración y el sistema alcanza el equilibrio - en un tiempo $t = t_0$, dado por:

$$r_0 = \frac{t_0^2}{4K} \dots\dots\dots 6.13$$

Y la velocidad inicial es:

$$v_0 = \left| \frac{dr}{dt} \right|_{t=0} = \frac{t_0}{2K} \dots\dots\dots 6.14$$

Y así se define la constante de tiempo $\tau = t_0/2$, y tanto 6.13 como 6.14 pueden reescribirse como:

$$r_0 = K v_0^2 = v_0 \tau \dots\dots\dots 6.15$$

$$\tau = K v_0 \dots\dots\dots 6.16$$

Así una variante de nuestra constante de bondad (K_v), especifica no sólo la magnitud del desplazamiento sino el tiempo típico para producirlo. En una corriente de 100 cm/seg. , un sistema con constante de $10\text{ seg}^2/\text{cm}$, debe tener una constante de tiempo de $1,000\text{ seg.}$, y su desplazamiento horizontal debe ser del orden de 1 Km.

La ecuación 6.8 puede ser utilizada para solucionar problemas simples. En general el desplazamiento (r) es colineal con el vector velocidad relativa (v), y para flujo bidimensional y rotativo puede ser reescrita haciendo las consideraciones pertinentes. Para flujos más complicados, las soluciones se obtienen de métodos numéricos combinados con computadoras.

6.3.5 Instalación y Recuperación del Sistema

Para tomar en cuenta las consideraciones de diseño de esta fase de la vida del sistema, es conveniente contar con información de personas altamente experimentadas en este tipo de maniobras. Las siguientes consideraciones son de gran utilidad en el diseño:

- Nunca deben elevarse grandes pesos (boyas, anclas, instrumentos, etc.) sin control lateral; es deseable y factible colocar rampas de deslizamiento, armaduras y malacates, que pueden usarse para llevar objetos pesados sin levantarlos.
- Todas las operaciones de lanzamiento deben ser diseñadas para ser reversibles, lo cual proveerá que puedan ser alteradas si se presenta algún in-

conveniente o modificación.

- El procedimiento de lanzamiento deberá contar con el mínimo de personal requerido, lo cual permitirá mejor coordinación.
- La operación entera del lanzamiento debe ser revisada cuidadosamente por todo el personal envuelto con ella. El director de la operación debe estar enterado de las condiciones que puedan prevalecer y de las maniobras que se requieran; y una vez establecida la operación, solo una persona es tará encargada de coordinarle.
- Después de cada maniobra, la siguiente debe ser cuidadosamente revisada, ya que es inevitable que surjan modificaciones a los rígidos planteamientos del diseño original.

Estas y muchas reglas similares pueden ser asimiladas con el objeto de diseñar e implantar un sistema boyante sin costos y fallas innecesarias.

7. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El desarrollo de este trabajo se llevó a cabo tratando de cumplir con los siguientes objetivos:

- Se trata de poner de relieve los aspectos fundamentales a considerar en el diseño y construcción de las estructuras en mar adentro.
- Casi tan importante como el objetivo anterior, es el tratar de despertar el interés en los lectores, al mismo tiempo de ambientarlos en el tema, con una serie de definiciones y tecnicismos mencionados a lo largo del desarrollo.
- El tercer punto, es proporcionar otra fuente de consulta a los alumnos que cursan la materia de Ingeniería Marítima, que se imparte en la Facultad de Ingeniería, de la UNAM.

El mayor de los deseos de quien esto escribe es que los tres objetivos se cumplieran plenamente. Lamentablemente el primer punto está sujeto al alto cambio tecnológico en esta rama de la ingeniería y es probable que algunos de los conceptos manejados aquí ya se hayan tornado obsoletos en este mismo momento. El segundo objetivo también está sujeto al cambio tecnológico, pero en mayor proporción a la frecuencia de consulta de este volumen. Así pues, es de esperarse que, aún dentro de las carencias de este trabajo, sea de algún provecho.

7.1 Conclusiones

Algunos de los aspectos más interesantes aquí mencionados se listan a continuación.

Para cualquier construcción en mar adentro, es indispensable la adecuada determinación de las condiciones ambientales y físicas del sitio de proyecto.

Dentro de las condiciones ambientales (estudios del oleaje, viento, corrientes y mareas) es necesario contar con 2 tipos de estadísticas denominadas de largo y corto tiempo.

Las estadísticas de las condiciones ambientales a largo tiempo están asociadas al comportamiento del medio ambiente durante meses, trimestres (estaciones del año) y años. De éstas se extrae la información acerca del periodo de instalación; orientación y porcentaje aproximado de operación de la obra.

Las estadísticas a corto tiempo están asociadas con lapsos de unas cuantas horas de duración (generalmente durante el paso de una tormenta). Durante estos cortos intervalos de tiempo, las condiciones ambientales son totalmente anormales, y por regla general son las que rigen en los diseños.

Existen 3 formas de obtener estadísticas ambientales. La primera es la consulta de los diversos organismos internacionales que realizan este tipo de observaciones. La segunda es la realización de cálculos semiempíricos, basándose en las cartas sinópticas del estado del tiempo. Y la tercera es realizar mediciones directas en el sitio. Las 2 primeras generan un amplio rango de -

incertidumbre, siendo más confiable la tercera. En todo diseño deberá recopilarse la mayor cantidad de información posible.

Muchas veces se hace necesario recurrir a la medición directa, lo que significa fuertes erogaciones que van desde el costoso equipo, hasta grandes inversiones de personal para los trabajos de campo y gabinete. Lo anterior, pone de relieve la conveniencia de planear adecuadamente la ejecución de los estudios previos y la necesidad de contar con asesoramiento de personal especializado en el ramo.

La adecuada elección del equipo a utilizar puede aportar serias económias en el costo de los estudios previos, sobre todo en los conceptos de trabajos de campo y gabinete. Aquí cabe mencionar que la utilización de un equipo computarizado operado convenientemente, reduce al mínimo los tiempos de procesamiento de la información y las fallas humanas, aportando grandes beneficios.

Superada la etapa anterior, se está en posición de desarrollar un proyecto funcional; su realización debe tomar en cuenta las siguientes etapas:

- Construcción
- Instalación
- Operación
- Supervivencia

El procedimiento constructivo de estas estructuras es de fundamental importancia para su éxito, ya que únicamente durante su período de construcción se --

pueden garantizar las condiciones a que estará sujeta la misma, y se pueden tomar las previsiones necesarias para las siguientes etapas. Estas se abordan desde el punto de vista estadístico, ya que las condiciones ambientales son de carácter aleatorio.

En la gran mayoría de los casos la carga ambiental crítica es la debida al oleaje, y puede generar solicitaciones mucho mayores que las debidas a sismos de gran intensidad. Las fuerzas del oleaje deben considerarse en adición con las de corriente, el viento y las gravitacionales. Existiendo 2 métodos para su evaluación. El primero de éstos se basa en la ola de diseño, y no es otra cosa que una transformación de las fuerzas dinámicas de la ola, a sus equivalentes estáticos y el segundo, que se basa en la cantidad de energía del oleaje, es decir, se trata de un método dinámico. La utilización de uno u otro queda en función del tipo de estructura y las características de agitación; siendo más utilizado el primero, ya que una vez definidas las acciones de diseño; la evaluación se realiza con una simple combinación de fórmulas; sin embargo, para este tipo de estructuras generalmente es costeable la realización de estudios más sofisticados.

Es necesario considerar también las cargas de transporte e instalación de las estructuras, ya que durante estas etapas han fracasado más de un proyecto, y no es congruente que mientras se realizan grandes esfuerzos e inversiones en otros estudios, se descuiden estos aspectos por considerarlos secundarios.

Por otra parte, una vez instalada la estructura, estará sujeta al ataque de -

los diversos agentes químicos de medio, por lo que un análisis previo de éstos podrá aportar enormes beneficios económicos, ya sea eliminando los costosos sistemas de protección anticorrosiva, ya sea facilitando al máximo el mantenimiento de la estructura, evitando que los elementos de ésta se degeneren.

Para finalizar con este inciso, es conveniente recordar algunos de los factores socioeconómicos más sobresalientes de México en la actualidad:

- El país cuenta con casi 9,750 Km. de longitud costera, mientras que un elevado porcentaje de su población y sus actividades económicas se concentran lejos de ellas.
- Las políticas gubernamentales de descentralización obligarán a que tanto la población como las actividades económicas se uniformicen cada vez más en todo el territorio nacional.
- Las tendencias gubernamentales recientes son en el sentido de generar la infraestructura portuaria necesaria para poder ayudar al desarrollo de los diversos ramos económicos del país (industrial, petrolero, turístico, etc.), apoyando a la vez la descentralización.

Si a los puntos anteriores aunamos que en este momento el mar es nuestro recurso potencial más valioso, podemos concluir en que el camino del mar, a largo plazo, tiene que ser la solución a la gran mayoría de los graves problemas que estamos padeciendo como nación.

Sin embargo, nuestra tecnología en Ingeniería Marítima es muy pobre, y más -- aún, distamos mucho de ser autosuficientes en este aspecto; por ejemplo, por lo que a estructuras mar adentro se refiere podemos decir lo siguiente:

Por lo que a plataformas y líneas se refiere, en México se les utiliza casi -- exclusivamente en la rama petrolera, y el Complejo más importante por el mo-- mento es el que se desarrolla en la Bahía de Campeche; que consta de aproxima-- damente 100 estructuras tipo plataforma unidas entre si por una gran canti-- dad de líneas submarinas.

Este Complejo se localiza en una angosta franja de mar de aproximadamente 25 Km de ancho por 40 de largo, y se encarga de surtir 3 terminales petroleras -- (dos bocas, cayos arcas y tierra firme), la tabla 7.1 que se presenta a conti-- nuación resume el número y tipo de plataformas de este Complejo.

Las estructuras mencionadas arriba se complementan con varios cientos de ki-- lómetros de líneas submarinas con diámetros variables entre los 16 y 36 pulga-- das.

En el renglón de boyas tenemos que se utilizan casi en su totalidad como ayu-- dan para la navegación, con una fuerte tendencia a ser utilizadas como estruc-- turas de transferencia de productos petroleros, ésto es, para la carga y des-- carga de buques-tanque.

Para dar una idea de la notable escasez de boyas en el país, diremos que hay países que mantienen más de 100,000 estructuras de este tipo, mientras que en

TABLA 7.1

DESARROLLO DE LA SONDA DE CAMPECHE

| ESTRUCTURA TIPO | U T I L I Z A C I O N | No. UNIDADES |
|--------------------|--------------------------|--------------|
| PLATAFORMA | PERFORACION YA INSTALADA | 27 |
| PLATAFORMA | PERFORACION EN PROYECTO | 29 |
| PLATAFORMA | PERFORACION CANCELADA | 7 |
| PLATAFORMA | PRODUCCION PERMANENTE | 6 |
| PLATAFORMA | PRODUCCION TEMPORAL | 10 |
| PLATAFORMA | ENLACE DE LINEAS | 8 |
| PLATAFORMA | VIVIENDA | 7 |
| PLATAFORMA | COMPRESION | 5 |
| PLATAFORMA | SEPARACION | 1 |
| PLATAFORMA | QUEMADOR | 1 |
| TORRE | QUEMADOR | 19 |
| T O T A L | TODO TIPO DE USOS | 120 |

México se cuenta con un total de 275, de las cuales 165 se localizan en el -- Océano Pacífico y 110 en el Golfo de México; del total ninguna cuenta con --- equipo sonfco, pero 271 de ellas son luminosas. La tabla 7.2 que se presenta a continuación muestra un breve resumen de la utilización que se da a las boyas de señalamiento en México.

Un renglón que está adquiriendo gran importancia en México, en la utilización de monoboyas para carga y descarga de productos petroleros.

Por conducto de Petróleos Mexicanos, nuestro país comenzó a utilizar este tipo de estructuras en el año de 1973, cuando en Tuxpam, Veracruz, se instaló una monoboja, misma que alberga buques-tanque de hasta 60,000 T.P.M.

Ya para el año de 1976 se implementaron otras tres, de la misma capacidad, en Tuxpam, Salina Cruz y Rosarito, respectivamente.

En la actualidad, nuestro país cuenta, con un total de 12 estructuras de este tipo, distribuidas según la tabla 7.3.

Como puede apreciarse claramente en la tabla 7.3, las últimas monoboyas instaladas fueron las correspondientes a Dos Bocas, Pajaritos, Salina Cruz y Cayo Arcas; sin embargo, los 3 primeros sitios cuentan con proyectos portuarios de gran embergadura, de lo cual podemos deducir que estas estructuras fueron implementadas debido a la urgencia de nuestro país de contar con terminales petroleras de corto plazo.

TABLA 7.2

BOYAS DE SEÑALAMIENTO MARITIMO EN MEXICO

| UTILIZACION DE LA BOYA | NUMERO DE BOYAS OCEANO PACIFICO | NUMERO DE BOYAS GOLFO DE MEXICO |
|------------------------|---------------------------------|---------------------------------|
| CANAL DE ACCESO | 140 | 99 |
| PROPOSITOS ESPECIALES | 11 | 6 |
| DE RECALADA | 7 | 4 |
| DE AMARRE | 3 | 1 |
| DE MARCACION, CIEGA | 4 | - |
| TOTAL | 165 | 110 |

TABLA 7.3

NOMBRE, FECHA DE INSTALACION Y CAPACIDAD DE LAS MONOBOYAS DE CARGA Y DESCARGA DE PRODUCTOS PETROLEROS EN MEXICO

| MONOBOYA | AÑO DE INSTALACION | CAPACIDAD MAX. DE DISEÑO |
|------------------|--------------------|--------------------------|
| TUXPAM I | 1973 | 60,000 T.P.M. |
| TUXPAM II | 1976 | 60,000 T.P.M. |
| RABON GRANDE I* | 1978 | 150,000 T.P.M. |
| RABON GRANDE II* | 1980 | 250,000 T.P.M. |
| DOS BOCAS I | 1981 | 250,000 T.P.M. |
| DOS BOCAS II | 1982 | 250,000 T.P.M. |
| CAYO ARCAS I | 1981 | 250,000 T.P.M. |
| CAYO ARCAS II | 1982 | 250,000 T.P.M. |
| SALINA CRUZ I | 1976 | 60,000 T.P.M. |
| SALINA CRUZ II | 1981 | 60,000 T.P.M. |
| SALINA CRUZ III | 1982 | 250,000 T.P.M. |
| ROSARITO | 1976 | 60,000 T.P.M. |

* Las monoboyas de "Pajaritos", Veracruz están integradas con una torre fija denominada Rabón Grande III, cuyo barco de diseño es de 350,000 T.P.M., el conjunto está integrado para hacerlo más funcional, lo cual es un claro ejemplo de un sistema de estructuras múltiples. Esta torre fue instalada en el año de 1982.

A pesar de esto, se ha visto que estas instalaciones tienen un alto porcentaje de utilización (en Pajaritos, la Terminal Portuaria está funcionando normalmente y las monoboyas trabajando a toda su capacidad); lo anterior nos manifiesta que la utilización de boyas para el manejo de productos petroleros, es satisfactorio en gran medida.

A continuación se presenta la tabla 7.4, que enlista las principales características de este tipo de estructuras.

Todas las monoboyas cuentan con protección perimetral, luz blanca y señal sónica; pueden ser operadas las 24 horas del día y su diseño es apto para el amarrado directo del barco a las bitas de la misma; o en su defecto cuentan con cabeza giratoria para evitar la rotación relativa buque-boya.

7.2 Recomendaciones

Del panorama general presentado en el inciso anterior, podemos observar la enorme importancia que para México representa el renglón marítimo, y que de hecho está comenzando a manifestarse.

Sin embargo, nuestra tecnología en esta rama de la ingeniería es muy escasa, más aún, dependemos en alto grado de las grandes potencias (Estados Unidos, Francia, Japón, etc.) y distamos mucho de ser siquiera autosuficientes; por consiguiente si queremos que el mar sea uno de los pilares que sustenten desarrollo, debemos impulsar nuestra tecnología tanto como sea posible.

TABLA 7.4

CARACTERISTICAS FUNDAMENTALES DE LAS MONOBOYAS PARA EL MANEJO DE PRODUCTOS PETROLEROS EN MEXICO

| MONOBOYA | CAPACIDAD T.P.M. | DIAMETRO m. | RAMALES DE ANCLAJE Y NUMERO DE ANCLAS | NUMERO DE LINEAS | SENTIDO DE FLUJO | SERVICIOS AUXILIARES |
|-----------------|---------------------|----------------|---|--|---|------------------------------------|
| TUXPAM I | 60,000 | 10 | 4 cadenas de 3" ϕ con 8 de 13.5 Tons. | 2 de 16" ϕ Reduc. a 12" | Barco - Tierra y Viceversa | Extinguidores |
| TUXPAM II | 60,000 | 11 | 4 cadenas de 3" ϕ con 8 de 13.5 Tons. | 2 de 16" ϕ Reduc. a 12" | Barco - Tierra y Viceversa | Deslastre Extinguidores |
| RABON GRANDE I | 150,000 | 12.5 | 6 de 3 5/8" ϕ con 12 de 135 Tons. | 2 de 20" ϕ Reduc. a 16" ϕ | Tierra - Barco | Deslastre |
| RABON GRANDE II | 250,000 | 12 | 6 de 3 5/8" ϕ con 12 de 15.4 Tons. | 2 de 24" ϕ Reduc. a 16" | Boya - Barco | Malacate 10 Tons. Bomba de Aire |
| DOS BOCAS I | 250,000 | 12 | 6 de 3 5/8" ϕ con 12 de 15.4 Tons. | 2 de 24" ϕ Reduc. a 16" ϕ | Boya - Barco | Malacate 10 Tons. Bomba de Aire |
| DOS BOCAS II | 250,000 | 12 | 6 de 3 5/8" ϕ con 12 de 15.4 Tons. | 2 de 24" ϕ Reduc. a 16" ϕ | Boya - Barco | Malacate 10 Tons. Bomba de Aire |
| CAYO ARCAS I | 250,000 | 12 | 6 de 3 5/8" ϕ con 6 de 18 Tons. | 2 de 16" ϕ 1 de 10" ϕ | De Boya A B. Cautivo A B. Cargado | ---- |
| CAYO ARCAS II | 250,000 | 12.5 | 6 de 3 1/2" ϕ con 6 de 15.5 Tons. | 1 de 16" ϕ | Tierra - Barco | ---- |
| SALINA CRUZ I | 60,000 | 11 | 4 de 3 1/4" ϕ 8 de 13.5 Tons. | 3 de 16" ϕ 1 de 10" ϕ | Tierra - Barco y Viceversa | Deslastre |
| SALINA CRUZ II | 60,000 | 10 | 4 de 3 3/8" ϕ con 8 de 15 Tons. | 2 de 16" ϕ 1 de 20" ϕ | Tierra - Barco y Viceversa | Deslastre |
| SALINA CRUZ III | 250,000 | 14.5 | 8 de 3 1/2" ϕ con 16 de 27 Tons. | 2 de 20" ϕ 1 de 16" ϕ | Tierra - Barco y Viceversa | Deslastre |
| ROSARITO | 60,000 | 11 | 4 de 3 1/2" ϕ con 8 de 15 Tons. | 2 de 16" ϕ Reduc. a 12" | Barco - Tierra | ---- |

Algunos puntos que pueden contribuir a ésto son los siguientes:

- Preparar mayor cantidad de personal técnico especializado en Oceanografía e Ingeniería Marítima.
- Difundir actividades académicas al respecto en todas las universidades y escuelas técnicas del país; diversificando estas materias.
- Crear centros de Informática para la consulta y difusión de los aspectos técnicos de los problemas del mar.
- Generar una conciencia nacional de la necesidad de aprovechar adecuadamente los recursos marinos, etc.

B I B L I O G R A F I A

1. "SHORE PROTECTION MANUAL", Third Edition 1977.
U.S. Army Coastal Engineering Research Center.
2. "MECHANICS OF WAVE-INDUCED FORCES ON CILINDERS"
T.L. Shaw (Editor), University of Bristol 1979.
3. "FORCES DUE TO WAVES ON SUBMERGED STRUCTURES"
G. Edward Shank and John B. Herbich.
Texas A. and M. University 1970.
4. "RECOMMENDED PRACTICE FOR PLANNING, DESIGNING AND CONSTRUCTING FIXED
OFFSHORE PLATAFORMS", Tenth Edition 1979.
American Petroleum Institute (API)
5. "HANDBOOK OF OCEAN AND UNDERWATER ENGINEERING"
North American Rockwell Corporation,
McGraw-Hill Book Company 1969.
6. "THE TECHNOLOGY OF OFFSHORE DRILLING COMPLETION AND PRODUCTION"
The Petroleum Publishing Company, Tulsa 1976.
7. "DESIGN AND CONSTRUCTION OF PORT AND MARINE STRUCTURES"
Alonso DeF. Quinn.
McGraw-Hill Book Company 1961.
8. "LA INGENIERIA EN EL MUNDO: PRODUCCION DE PETROLEO EN EL MAR"
Alfonso Barnetche González.
Revista de Ingenierfa, U.N.A.M. No. 2-1979

9. "ANALISIS DINAMICO DE PLATAFORMAS SUJETAS A MOVIMIENTOS SISMICOS"
Emilio Von Ziegler Guardado y Gerardo Yáñez Moreno.
Tesis Profesional, Universidad Iberoamericana 1982.

10. "ESTRUCTURAS MARITIMAS"
Luis Herrejón de la Torre.
Limusa 1979.

11. Apuntes de apoyo para la asignatura "INGENIERIA MARITIMA" que se imparte en la Facultad de Ingenieria U.N.A.M.
María de Lourdes Santillán R., L. César Vázquez S. y Ricardo Sánchez C.
Tesis Profesional, U.N.A.M. 1982.

A N E X O

**FUNCIONES DE d/L
PARA INCREMENTOS EN d/L_0
DE 0.0001 A 1.000**

| d/L ₀ | d/L | 2π d/L | TANH 2π d/L | SINH 2π d/L | COSH 2π d/L | H/H ₀ | K | 4π d/L | SINH 4π d/L | COSH 4π d/L | n | C _g /C ₀ | M |
|------------------|---------|--------|----------------|----------------|----------------|------------------|-------|--------|----------------|----------------|-------|--------------------------------|-------|
| 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 1 | ∞ | 1 | 0 | 0 | 1 | 1 | 0 | ∞ |
| .0001000 | .003990 | .02507 | .02506 | .02507 | 1.0003 | 4.167 | .9997 | .05014 | .05016 | 1.001 | .9998 | .02506 | 7.855 |
| .0002000 | .005643 | .03546 | .03544 | .03547 | 1.0006 | 3.757 | .9994 | .07091 | .07097 | 1.003 | .9996 | .03543 | 3.928 |
| .0003000 | .006912 | .04343 | .04340 | .04344 | 1.0009 | 3.395 | .9991 | .08686 | .08697 | 1.004 | .9994 | .04336 | 2.620 |
| .0004000 | .007982 | .04915 | .05011 | .05018 | 1.0013 | 3.160 | .9987 | .1003 | .1005 | 1.005 | .9992 | .05007 | 1.965 |
| .0005000 | .008925 | .05608 | .05602 | .05611 | 1.0016 | 2.989 | .9984 | .1122 | .1124 | 1.006 | .9990 | .05596 | 1.572 |
| .0006000 | .009778 | .06144 | .06136 | .06148 | 1.0019 | 2.856 | .9981 | .1229 | .1232 | 1.008 | .9988 | .06128 | 1.311 |
| .0007000 | .01056 | .06637 | .06627 | .06642 | 1.0022 | 2.749 | .9978 | .1327 | .1331 | 1.009 | .9985 | .06617 | 1.124 |
| .0008000 | .01129 | .07096 | .07084 | .07102 | 1.0025 | 2.659 | .9975 | .1419 | .1424 | 1.010 | .9983 | .07072 | 983.5 |
| .0009000 | .01198 | .07527 | .07513 | .07534 | 1.0028 | 2.582 | .9972 | .1505 | .1511 | 1.011 | .9981 | .07149 | 874.3 |
| .001000 | .01263 | .07935 | .07918 | .07943 | 1.0032 | 2.515 | .9969 | .1587 | .1594 | 1.013 | .9979 | .07902 | 787.0 |
| .001100 | .01325 | .08323 | .08304 | .08333 | 1.0035 | 2.456 | .9966 | .1665 | .1672 | 1.014 | .9977 | .08285 | 715.6 |
| .001200 | .01384 | .08694 | .08672 | .08705 | 1.0038 | 2.404 | .9962 | .1739 | .1748 | 1.015 | .9975 | .08651 | 656.1 |
| .001300 | .01440 | .09050 | .09026 | .09063 | 1.0041 | 2.357 | .9959 | .1810 | .1820 | 1.016 | .9973 | .09001 | 605.8 |
| .001400 | .01495 | .09393 | .09365 | .09407 | 1.0044 | 2.314 | .9956 | .1879 | .1890 | 1.018 | .9971 | .09338 | 562.6 |
| .001500 | .01548 | .09723 | .09693 | .09739 | 1.0047 | 2.275 | .9953 | .1945 | .1957 | 1.019 | .9969 | .09663 | 525 |
| .001600 | .01598 | .1004 | .1001 | .1006 | 1.0051 | 2.239 | .9949 | .2009 | .2022 | 1.020 | .9967 | .09977 | 493 |
| .001700 | .01648 | .1035 | .1032 | .1037 | 1.0054 | 2.205 | .9946 | .2071 | .2086 | 1.022 | .9965 | .1028 | 463 |
| .001800 | .01696 | .1066 | .1062 | .1068 | 1.0057 | 2.174 | .9943 | .2131 | .2147 | 1.023 | .9962 | .1058 | 438 |
| .001900 | .01743 | .1095 | .1091 | .1097 | 1.0060 | 2.145 | .9940 | .2190 | .2207 | 1.024 | .9960 | .1087 | 415 |
| .002000 | .01788 | .1123 | .1119 | .1125 | 1.0063 | 2.119 | .9937 | .2247 | .2266 | 1.025 | .9958 | .1114 | 394 |
| .002100 | .01832 | .1151 | .1146 | .1154 | 1.0066 | 2.094 | .9934 | .2303 | .2323 | 1.027 | .9956 | .1141 | 376 |
| .002200 | .01876 | .1178 | .1173 | .1181 | 1.0069 | 2.070 | .9931 | .2357 | .2379 | 1.028 | .9954 | .1161 | 359 |
| .002300 | .01918 | .1205 | .1199 | .1208 | 1.0073 | 2.047 | .9928 | .2410 | .2433 | 1.029 | .9952 | .1193 | 343 |
| .002400 | .01959 | .1231 | .1225 | .1234 | 1.0076 | 2.025 | .9925 | .2462 | .2487 | 1.031 | .9950 | .1219 | 329 |
| .002500 | .02000 | .1257 | .1250 | .1260 | 1.0079 | 2.005 | .9922 | .2513 | .2540 | 1.032 | .9948 | .1243 | 316 |
| .002600 | .02040 | .1282 | .1275 | .1285 | 1.0082 | 1.986 | .9919 | .2563 | .2592 | 1.033 | .9946 | .1268 | 304 |
| .002700 | .02079 | .1306 | .1299 | .1310 | 1.0085 | 1.967 | .9916 | .2612 | .2642 | 1.034 | .9944 | .1292 | 292 |
| .002800 | .02117 | .1330 | .1323 | .1334 | 1.0089 | 1.950 | .9912 | .2661 | .2692 | 1.036 | .9942 | .1315 | 282 |
| .002900 | .02155 | .1354 | .1346 | .1358 | 1.0092 | 1.933 | .9909 | .2708 | .2741 | 1.037 | .9939 | .1338 | 272 |
| .003000 | .02192 | .1377 | .1369 | .1382 | 1.0095 | 1.917 | .9906 | .2755 | .2790 | 1.038 | .9937 | .1360 | 263 |
| .003100 | .02228 | .1400 | .1391 | .1405 | 1.0098 | 1.902 | .9903 | .2800 | .2837 | 1.040 | .9935 | .1382 | 255 |
| .003200 | .02264 | .1423 | .1413 | .1427 | 1.0101 | 1.887 | .9900 | .2845 | .2884 | 1.041 | .9933 | .1404 | 247 |
| .003300 | .02300 | .1445 | .1435 | .1449 | 1.0104 | 1.873 | .9897 | .2890 | .2930 | 1.042 | .9931 | .1425 | 240 |
| .003400 | .02335 | .1467 | .1456 | .1472 | 1.0108 | 1.860 | .9893 | .2934 | .2976 | 1.043 | .9929 | .1446 | 233 |
| .003500 | .02369 | .1488 | .1477 | .1494 | 1.0111 | 1.847 | .9890 | .2977 | .3021 | 1.045 | .9927 | .1466 | 226 |
| .003600 | .02403 | .1510 | .1498 | .1515 | 1.0114 | 1.834 | .9887 | .3020 | .3065 | 1.046 | .9925 | .1487 | 220 |
| .003700 | .02436 | .1531 | .1519 | .1537 | 1.0117 | 1.822 | .9884 | .3061 | .3109 | 1.047 | .9923 | .1507 | 214 |
| .003800 | .02469 | .1551 | .1539 | .1558 | 1.0121 | 1.810 | .9881 | .3103 | .3153 | 1.049 | .9921 | .1527 | 208 |
| .003900 | .02502 | .1572 | .1559 | .1579 | 1.0124 | 1.799 | .9878 | .3144 | .3196 | 1.050 | .9919 | .1546 | 203 |
| .004000 | .02534 | .1592 | .1579 | .1599 | 1.0127 | 1.788 | .9875 | .3184 | .3238 | 1.051 | .9917 | .1565 | 198 |
| .004100 | .02566 | .1612 | .1598 | .1619 | 1.0130 | 1.777 | .9872 | .3224 | .3280 | 1.052 | .9915 | .1584 | 193 |
| .004200 | .02597 | .1632 | .1617 | .1639 | 1.0133 | 1.767 | .9869 | .3263 | .3322 | 1.054 | .9912 | .1602 | 189 |
| .004300 | .02628 | .1651 | .1636 | .1659 | 1.0137 | 1.756 | .9865 | .3302 | .3362 | 1.055 | .9910 | .1621 | 184 |
| .004400 | .02659 | .1671 | .1655 | .1678 | 1.0140 | 1.746 | .9862 | .3341 | .3403 | 1.056 | .9908 | .1640 | 180 |
| .004500 | .02689 | .1690 | .1674 | .1698 | 1.0143 | 1.737 | .9859 | .3380 | .3444 | 1.058 | .9906 | .1658 | 176 |
| .004600 | .02719 | .1708 | .1692 | .1717 | 1.0146 | 1.727 | .9856 | .3417 | .3483 | 1.059 | .9904 | .1676 | 172 |
| .004700 | .02749 | .1727 | .1710 | .1736 | 1.0149 | 1.718 | .9853 | .3454 | .3523 | 1.060 | .9902 | .1693 | 169 |
| .004800 | .02778 | .1745 | .1728 | .1754 | 1.0153 | 1.709 | .9849 | .3491 | .3562 | 1.062 | .9900 | .1711 | 165 |
| .004900 | .02807 | .1764 | .1746 | .1773 | 1.0156 | 1.701 | .9846 | .3527 | .3601 | 1.063 | .9898 | .1728 | 162 |
| .005000 | .02836 | .1782 | .1764 | .1791 | 1.0159 | 1.692 | .9843 | .3564 | .3640 | 1.064 | .9896 | .1746 | 159 |
| .005100 | .02864 | .1800 | .1781 | .1809 | 1.0162 | 1.684 | .9840 | .3599 | .3678 | 1.066 | .9894 | .1762 | 156 |
| .005200 | .02893 | .1818 | .1798 | .1827 | 1.0166 | 1.676 | .9837 | .3635 | .3715 | 1.067 | .9892 | .1779 | 153 |
| .005300 | .02921 | .1835 | .1815 | .1845 | 1.0169 | 1.669 | .9834 | .3670 | .3753 | 1.068 | .9889 | .1795 | 150 |
| .005400 | .02948 | .1852 | .1832 | .1863 | 1.0172 | 1.662 | .9831 | .3705 | .3790 | 1.069 | .9887 | .1811 | 147 |
| .005500 | .02976 | .1870 | .1848 | .1880 | 1.0175 | 1.654 | .9828 | .3739 | .3827 | 1.071 | .9885 | .1827 | 145 |
| .005600 | .03003 | .1887 | .1865 | .1898 | 1.0178 | 1.647 | .9825 | .3774 | .3864 | 1.072 | .9883 | .1843 | 142 |
| .005700 | .03030 | .1904 | .1881 | .1915 | 1.0182 | 1.640 | .9822 | .3808 | .3900 | 1.073 | .9881 | .1859 | 140 |
| .005800 | .03057 | .1921 | .1897 | .1932 | 1.0185 | 1.633 | .9818 | .3841 | .3937 | 1.075 | .9879 | .1874 | 137 |
| .005900 | .03083 | .1937 | .1913 | .1949 | 1.0188 | 1.626 | .9815 | .3875 | .3972 | 1.076 | .9877 | .1890 | 135 |

| d/L ₀ | d/L | 2 π d/L | TANH 2 π d/L | SINH 2 π d/L | COSH 2 π d/L | H/H ₀ | K | L π d/L | SINH L π d/L | COSH L π d/L | n | C _G /C ₀ | M |
|------------------|--------|-------------|---------------------|---------------------|---------------------|------------------|-------|-------------|---------------------|---------------------|-------|--------------------------------|------|
| .006000 | .03110 | .1954 | .1929 | .1967 | 1.0192 | 1.620 | .9812 | .3908 | .4008 | 1.077 | .9875 | .1905 | 133 |
| .006100 | .03136 | .1970 | .1945 | .1983 | 1.0195 | 1.614 | .9809 | .3941 | .4044 | 1.079 | .9873 | .1920 | 130 |
| .006200 | .03162 | .1987 | .1961 | .2000 | 1.0198 | 1.607 | .9806 | .3973 | .4079 | 1.080 | .9871 | .1935 | 128 |
| .006300 | .03188 | .2003 | .1976 | .2016 | 1.0202 | 1.601 | .9803 | .4006 | .4114 | 1.081 | .9869 | .1950 | 126 |
| .006400 | .03213 | .2019 | .1992 | .2033 | 1.0205 | 1.595 | .9799 | .4038 | .4148 | 1.083 | .9867 | .1965 | 124 |
| .006500 | .03238 | .2035 | .2007 | .2049 | 1.0208 | 1.589 | .9796 | .4070 | .4183 | 1.084 | .9865 | .1980 | 123 |
| .006600 | .03264 | .2051 | .2022 | .2065 | 1.0211 | 1.583 | .9793 | .4101 | .4217 | 1.085 | .9863 | .1994 | 121 |
| .006700 | .03289 | .2066 | .2037 | .2081 | 1.0214 | 1.578 | .9790 | .4133 | .4251 | 1.087 | .9860 | .2009 | 119 |
| .006800 | .03313 | .2082 | .2052 | .2097 | 1.0217 | 1.572 | .9787 | .4164 | .4285 | 1.088 | .9858 | .2023 | 117 |
| .006900 | .03338 | .2097 | .2067 | .2113 | 1.0221 | 1.567 | .9784 | .4195 | .4319 | 1.089 | .9856 | .2037 | 116 |
| .007000 | .03362 | .2113 | .2082 | .2128 | 1.0224 | 1.561 | .9781 | .4225 | .4352 | 1.091 | .9854 | .2051 | 114 |
| .007100 | .03387 | .2128 | .2096 | .2144 | 1.0227 | 1.556 | .9778 | .4256 | .4386 | 1.092 | .9852 | .2065 | 112 |
| .007200 | .03411 | .2143 | .2111 | .2160 | 1.0231 | 1.551 | .9774 | .4286 | .4419 | 1.093 | .9850 | .2079 | 111 |
| .007300 | .03435 | .2158 | .2125 | .2175 | 1.0234 | 1.546 | .9771 | .4316 | .4452 | 1.095 | .9848 | .2093 | 109 |
| .007400 | .03459 | .2173 | .2139 | .2190 | 1.0237 | 1.541 | .9768 | .4346 | .4484 | 1.096 | .9846 | .2106 | 108 |
| .007500 | .03482 | .2188 | .2154 | .2205 | 1.0240 | 1.536 | .9765 | .4376 | .4517 | 1.097 | .9844 | .2120 | 106 |
| .007600 | .03506 | .2203 | .2168 | .2221 | 1.0244 | 1.531 | .9762 | .4406 | .4549 | 1.099 | .9842 | .2134 | 105 |
| .007700 | .03529 | .2218 | .2182 | .2236 | 1.0247 | 1.526 | .9759 | .4435 | .4582 | 1.100 | .9840 | .2147 | 104 |
| .007800 | .03552 | .2232 | .2196 | .2251 | 1.0250 | 1.521 | .9756 | .4464 | .4614 | 1.101 | .9838 | .2160 | 102 |
| .007900 | .03576 | .2247 | .2209 | .2265 | 1.0253 | 1.517 | .9753 | .4493 | .4646 | 1.103 | .9836 | .2173 | 101 |
| .008000 | .03598 | .2261 | .2223 | .2280 | 1.0257 | 1.512 | .9750 | .4522 | .4678 | 1.104 | .9834 | .2186 | 100 |
| .008100 | .03621 | .2275 | .2237 | .2295 | 1.0260 | 1.508 | .9747 | .4551 | .4709 | 1.105 | .9832 | .2199 | 98.6 |
| .008200 | .03644 | .2290 | .2250 | .2310 | 1.0263 | 1.503 | .9744 | .4579 | .4741 | 1.107 | .9830 | .2212 | 97.5 |
| .008300 | .03666 | .2304 | .2264 | .2324 | 1.0266 | 1.499 | .9741 | .4607 | .4772 | 1.108 | .9827 | .2225 | 96.3 |
| .008400 | .03689 | .2318 | .2277 | .2338 | 1.0270 | 1.495 | .9737 | .4636 | .4803 | 1.109 | .9825 | .2237 | 95.2 |
| .008500 | .03711 | .2332 | .2290 | .2353 | 1.0273 | 1.491 | .9734 | .4664 | .4834 | 1.111 | .9823 | .2250 | 94.1 |
| .008600 | .03733 | .2346 | .2303 | .2367 | 1.0276 | 1.487 | .9731 | .4691 | .4865 | 1.112 | .9821 | .2262 | 93.0 |
| .008700 | .03755 | .2360 | .2317 | .2381 | 1.0280 | 1.482 | .9728 | .4719 | .4896 | 1.113 | .9819 | .2275 | 91.9 |
| .008800 | .03777 | .2373 | .2330 | .2396 | 1.0283 | 1.478 | .9725 | .4747 | .4927 | 1.115 | .9817 | .2287 | 90.9 |
| .008900 | .03799 | .2387 | .2343 | .2410 | 1.0286 | 1.474 | .9722 | .4774 | .4957 | 1.116 | .9815 | .2300 | 89.9 |
| .009000 | .03821 | .2401 | .2356 | .2424 | 1.0290 | 1.471 | .9718 | .4801 | .4988 | 1.118 | .9813 | .2312 | 88.9 |
| .009100 | .03842 | .2414 | .2368 | .2438 | 1.0293 | 1.467 | .9715 | .4828 | .5018 | 1.119 | .9811 | .2324 | 88.0 |
| .009200 | .03864 | .2428 | .2381 | .2452 | 1.0296 | 1.463 | .9712 | .4855 | .5049 | 1.120 | .9809 | .2336 | 87.1 |
| .009300 | .03885 | .2441 | .2394 | .2465 | 1.0299 | 1.459 | .9709 | .4882 | .5079 | 1.122 | .9807 | .2348 | 86.1 |
| .009400 | .03906 | .2455 | .2407 | .2479 | 1.0303 | 1.456 | .9706 | .4909 | .5109 | 1.123 | .9805 | .2360 | 85.2 |
| .009500 | .03928 | .2468 | .2419 | .2493 | 1.0306 | 1.452 | .9703 | .4936 | .5138 | 1.124 | .9803 | .2371 | 84.3 |
| .009600 | .03949 | .2481 | .2431 | .2507 | 1.0309 | 1.448 | .9700 | .4962 | .5168 | 1.126 | .9801 | .2383 | 83.5 |
| .009700 | .03970 | .2494 | .2443 | .2520 | 1.0313 | 1.445 | .9697 | .4988 | .5198 | 1.127 | .9799 | .2394 | 82.7 |
| .009800 | .03990 | .2507 | .2456 | .2534 | 1.0316 | 1.442 | .9694 | .5014 | .5227 | 1.128 | .9797 | .2406 | 81.8 |
| .009900 | .04011 | .2520 | .2468 | .2547 | 1.0319 | 1.438 | .9691 | .5040 | .5257 | 1.130 | .9794 | .2417 | 81.0 |
| .01000 | .04032 | .2533 | .2480 | .2560 | 1.0322 | 1.435 | .9688 | .5066 | .5286 | 1.131 | .9792 | .2429 | 80.2 |
| .01100 | .04233 | .2660 | .2598 | .2691 | 1.0356 | 1.403 | .9656 | .5319 | .5574 | 1.145 | .9772 | .2539 | 73.1 |
| .01200 | .04426 | .2781 | .2711 | .2817 | 1.0389 | 1.375 | .9625 | .5562 | .5853 | 1.159 | .9751 | .2643 | 67.1 |
| .01300 | .04612 | .2898 | .2820 | .2938 | 1.0421 | 1.350 | .9594 | .5795 | .6125 | 1.173 | .9731 | .2743 | 62.1 |
| .01400 | .04791 | .3010 | .2924 | .3056 | 1.0456 | 1.327 | .9564 | .6020 | .6391 | 1.187 | .9710 | .2838 | 57.8 |
| .01500 | .04964 | .3119 | .3022 | .3170 | 1.0490 | 1.307 | .9533 | .6238 | .6651 | 1.201 | .9690 | .2928 | 54.0 |
| .01600 | .05132 | .3225 | .3117 | .3281 | 1.0524 | 1.288 | .9502 | .6450 | .6906 | 1.215 | .9670 | .3011 | 50.8 |
| .01700 | .05296 | .3328 | .3209 | .3389 | 1.0559 | 1.271 | .9471 | .6655 | .7158 | 1.230 | .9649 | .3096 | 47.9 |
| .01800 | .05455 | .3428 | .3298 | .3495 | 1.0593 | 1.255 | .9440 | .6856 | .7405 | 1.244 | .9629 | .3176 | 45.3 |
| .01900 | .05611 | .3525 | .3386 | .3599 | 1.0628 | 1.240 | .9409 | .7051 | .7650 | 1.259 | .9609 | .3253 | 43.0 |
| .02000 | .05763 | .3621 | .3470 | .3701 | 1.0663 | 1.226 | .9378 | .7242 | .7891 | 1.274 | .9588 | .3327 | 41.0 |
| .02100 | .05912 | .3714 | .3552 | .3800 | 1.0698 | 1.213 | .9348 | .7429 | .8131 | 1.289 | .9568 | .3399 | 39.1 |
| .02200 | .06057 | .3806 | .3632 | .3898 | 1.0733 | 1.201 | .9317 | .7612 | .8368 | 1.304 | .9548 | .3468 | 37.4 |
| .02300 | .06200 | .3896 | .3710 | .3995 | 1.0768 | 1.189 | .9287 | .7791 | .8603 | 1.319 | .9528 | .3535 | 35.9 |
| .02400 | .06340 | .3984 | .3786 | .4090 | 1.0804 | 1.178 | .9256 | .7967 | .8837 | 1.335 | .9508 | .3600 | 34.4 |
| .02500 | .06478 | .4070 | .3860 | .4184 | 1.0840 | 1.168 | .9225 | .8140 | .9069 | 1.350 | .9488 | .3662 | 33.1 |
| .02600 | .06613 | .4155 | .3932 | .4276 | 1.0876 | 1.159 | .9195 | .8310 | .9310 | 1.366 | .9468 | .3722 | 31.9 |
| .02700 | .06747 | .4239 | .4002 | .4367 | 1.0912 | 1.150 | .9164 | .8478 | .9530 | 1.381 | .9448 | .3781 | 30.8 |
| .02800 | .06878 | .4322 | .4071 | .4457 | 1.0949 | 1.141 | .9133 | .8643 | .9760 | 1.397 | .9428 | .3838 | 29.8 |
| .02900 | .07007 | .4403 | .4138 | .4546 | 1.0985 | 1.133 | .9103 | .8805 | .9988 | 1.413 | .9408 | .3893 | 28.8 |

| d/L ₀ | d/L | 2π d/L | TANH 2π d/L | SINH 2π d/L | COSH 2π d/L | H/N ₀ | K | 4π d/L | SINH 4π d/L | COSH 4π d/L | n | C ₀ /C ₀₀ | M |
|------------------|--------|--------|----------------|----------------|----------------|------------------|-------|--------|----------------|----------------|-------|---------------------------------|-------|
| .03000 | .07135 | .4483 | .4205 | .4634 | 1.1021 | 1.125 | .9073 | .8966 | 1.022 | 1.430 | .9388 | .3947 | 27.9 |
| .03100 | .07260 | .4562 | .4269 | .4721 | 1.1059 | 1.118 | .9042 | .9124 | 1.044 | 1.446 | .9369 | .4000 | 27.1 |
| .03200 | .07385 | .4640 | .4333 | .4808 | 1.1096 | 1.111 | .9012 | .9280 | 1.067 | 1.462 | .9349 | .4051 | 26.3 |
| .03300 | .07507 | .4717 | .4395 | .4894 | 1.1133 | 1.104 | .8982 | .9434 | 1.090 | 1.479 | .9329 | .4100 | 25.6 |
| .03400 | .07630 | .4794 | .4457 | .4980 | 1.1171 | 1.098 | .8952 | .9588 | 1.113 | 1.496 | .9309 | .4149 | 24.8 |
| .03500 | .07748 | .4868 | .4517 | .5064 | 1.1209 | 1.092 | .8921 | .9737 | 1.135 | 1.513 | .9289 | .4196 | 24.19 |
| .03600 | .07867 | .4943 | .4577 | .5147 | 1.1247 | 1.086 | .8891 | .9886 | 1.158 | 1.530 | .9270 | .4242 | 23.56 |
| .03700 | .07984 | .5017 | .4635 | .5230 | 1.1285 | 1.080 | .8861 | 1.0033 | 1.180 | 1.547 | .9250 | .4287 | 22.97 |
| .03800 | .08100 | .5090 | .4691 | .5312 | 1.1324 | 1.075 | .8831 | 1.018 | 1.203 | 1.564 | .9230 | .4330 | 22.42 |
| .03900 | .08215 | .5162 | .4747 | .5394 | 1.1362 | 1.069 | .8801 | 1.032 | 1.226 | 1.582 | .9211 | .4372 | 21.90 |
| .04000 | .08329 | .5233 | .4802 | .5475 | 1.1401 | 1.064 | .8771 | 1.047 | 1.248 | 1.600 | .9192 | .4414 | 21.40 |
| .04100 | .08442 | .5304 | .4857 | .5556 | 1.1440 | 1.059 | .8741 | 1.061 | 1.271 | 1.617 | .9172 | .4455 | 20.92 |
| .04200 | .08553 | .5374 | .4911 | .5637 | 1.1479 | 1.055 | .8711 | 1.075 | 1.294 | 1.636 | .9153 | .4495 | 20.46 |
| .04300 | .08664 | .5444 | .4964 | .5717 | 1.1518 | 1.050 | .8688 | 1.089 | 1.317 | 1.654 | .9133 | .4534 | 20.03 |
| .04400 | .08774 | .5513 | .5015 | .5796 | 1.1558 | 1.046 | .8662 | 1.103 | 1.340 | 1.672 | .9114 | .4571 | 19.62 |
| .04500 | .08883 | .5581 | .5066 | .5876 | 1.1599 | 1.042 | .8621 | 1.116 | 1.363 | 1.691 | .9095 | .4607 | 19.23 |
| .04600 | .08991 | .5649 | .5116 | .5954 | 1.1639 | 1.038 | .8592 | 1.130 | 1.386 | 1.709 | .9076 | .4643 | 18.85 |
| .04700 | .09098 | .5717 | .5166 | .6033 | 1.1679 | 1.034 | .8562 | 1.143 | 1.409 | 1.728 | .9057 | .4679 | 18.49 |
| .04800 | .09205 | .5784 | .5215 | .6111 | 1.1720 | 1.030 | .8532 | 1.157 | 1.433 | 1.747 | .9037 | .4713 | 18.15 |
| .04900 | .09311 | .5850 | .5263 | .6189 | 1.1760 | 1.026 | .8503 | 1.170 | 1.456 | 1.766 | .9018 | .4746 | 17.82 |
| .05000 | .09416 | .5916 | .5310 | .6267 | 1.1802 | 1.023 | .8473 | 1.183 | 1.479 | 1.786 | .8999 | .4779 | 17.50 |
| .05100 | .09520 | .5981 | .5357 | .6344 | 1.1843 | 1.019 | .8444 | 1.196 | 1.503 | 1.805 | .8980 | .4811 | 17.19 |
| .05200 | .09623 | .6046 | .5403 | .6421 | 1.1884 | 1.016 | .8415 | 1.209 | 1.526 | 1.825 | .8961 | .4842 | 16.90 |
| .05300 | .09726 | .6111 | .5449 | .6499 | 1.1926 | 1.013 | .8385 | 1.222 | 1.550 | 1.845 | .8943 | .4873 | 16.62 |
| .05400 | .09829 | .6176 | .5494 | .6575 | 1.1968 | 1.010 | .8356 | 1.235 | 1.574 | 1.865 | .8924 | .4903 | 16.35 |
| .05500 | .09930 | .6239 | .5538 | .6652 | 1.2011 | 1.007 | .8326 | 1.248 | 1.598 | 1.885 | .8905 | .4932 | 16.09 |
| .05600 | .1003 | .6303 | .5582 | .6729 | 1.2053 | 1.004 | .8297 | 1.261 | 1.622 | 1.906 | .8886 | .4960 | 15.84 |
| .05700 | .1013 | .6366 | .5626 | .6805 | 1.2096 | 1.001 | .8267 | 1.273 | 1.646 | 1.926 | .8867 | .4988 | 15.60 |
| .05800 | .1023 | .6428 | .5668 | .6880 | 1.2138 | .9985 | .8239 | 1.286 | 1.670 | 1.947 | .8849 | .5015 | 15.36 |
| .05900 | .1033 | .6491 | .5711 | .6956 | 1.2181 | .9958 | .8209 | 1.298 | 1.695 | 1.968 | .8830 | .5042 | 15.13 |
| .06000 | .1043 | .6553 | .5753 | .7033 | 1.2225 | .9932 | .8180 | 1.311 | 1.719 | 1.989 | .8811 | .5068 | 14.91 |
| .06100 | .1053 | .6616 | .5794 | .7110 | 1.2270 | .9907 | .8150 | 1.3231 | 1.744 | 2.011 | .8792 | .5094 | 14.70 |
| .06200 | .1063 | .6678 | .5834 | .7187 | 1.2315 | .9883 | .8121 | 1.336 | 1.770 | 2.033 | .8773 | .5119 | 14.50 |
| .06300 | .1073 | .6739 | .5874 | .7265 | 1.2359 | .9860 | .8093 | 1.348 | 1.795 | 2.055 | .8755 | .5143 | 14.30 |
| .06400 | .1082 | .6799 | .5914 | .7343 | 1.2402 | .9837 | .8063 | 1.360 | 1.819 | 2.076 | .8737 | .5167 | 14.11 |
| .06500 | .1092 | .6860 | .5954 | .7421 | 1.2447 | .9815 | .8035 | 1.372 | 1.845 | 2.098 | .8719 | .5191 | 13.92 |
| .06600 | .1101 | .6920 | .5993 | .7496 | 1.2492 | .9793 | .8005 | 1.384 | 1.870 | 2.121 | .8700 | .5214 | 13.74 |
| .06700 | .1111 | .6981 | .6031 | .7561 | 1.2537 | .9772 | .7977 | 1.396 | 1.896 | 2.144 | .8682 | .5236 | 13.57 |
| .06800 | .1120 | .7037 | .6069 | .7633 | 1.2580 | .9752 | .7948 | 1.408 | 1.921 | 2.166 | .8664 | .5258 | 13.40 |
| .06900 | .1130 | .7099 | .6106 | .7711 | 1.2628 | .9732 | .7919 | 1.420 | 1.948 | 2.189 | .8646 | .5279 | 13.24 |
| .07000 | .1139 | .7157 | .6144 | .7783 | 1.2672 | .9713 | .7890 | 1.432 | 1.974 | 2.213 | .8627 | .5300 | 13.08 |
| .07100 | .1149 | .7219 | .6181 | .7863 | 1.2721 | .9694 | .7861 | 1.444 | 2.000 | 2.236 | .8609 | .5321 | 12.92 |
| .07200 | .1158 | .7277 | .6217 | .7937 | 1.2767 | .9676 | .7833 | 1.455 | 2.026 | 2.260 | .8591 | .5341 | 12.77 |
| .07300 | .1168 | .7336 | .6252 | .8011 | 1.2813 | .9658 | .7804 | 1.467 | 2.053 | 2.284 | .8572 | .5360 | 12.62 |
| .07400 | .1177 | .7395 | .6289 | .8088 | 1.2861 | .9641 | .7775 | 1.479 | 2.080 | 2.308 | .8554 | .5380 | 12.48 |
| .07500 | .1186 | .7453 | .6324 | .8162 | 1.2908 | .9624 | .7747 | 1.490 | 2.107 | 2.332 | .8537 | .5399 | 12.34 |
| .07600 | .1195 | .7511 | .6359 | .8237 | 1.2956 | .9607 | .7719 | 1.502 | 2.135 | 2.357 | .8519 | .5417 | 12.21 |
| .07700 | .1205 | .7569 | .6392 | .8312 | 1.3004 | .9591 | .7690 | 1.514 | 2.162 | 2.382 | .8501 | .5435 | 12.08 |
| .07800 | .1214 | .7625 | .6427 | .8386 | 1.3051 | .9576 | .7662 | 1.525 | 2.189 | 2.407 | .8483 | .5452 | 11.95 |
| .07900 | .1223 | .7683 | .6460 | .8462 | 1.3100 | .9562 | .7634 | 1.537 | 2.217 | 2.432 | .8465 | .5469 | 11.83 |
| .08000 | .1232 | .7741 | .6493 | .8538 | 1.3149 | .9548 | .7605 | 1.548 | 2.245 | 2.458 | .8448 | .5485 | 11.71 |
| .08100 | .1241 | .7799 | .6526 | .8611 | 1.3198 | .9534 | .7577 | 1.560 | 2.274 | 2.484 | .8430 | .5501 | 11.59 |
| .08200 | .1251 | .7854 | .6558 | .8687 | 1.3246 | .9520 | .7549 | 1.571 | 2.303 | 2.511 | .8413 | .5517 | 11.47 |
| .08300 | .1259 | .7911 | .6590 | .8762 | 1.3295 | .9506 | .7522 | 1.583 | 2.331 | 2.537 | .8395 | .5533 | 11.36 |
| .08400 | .1268 | .7967 | .6622 | .8837 | 1.3345 | .9493 | .7494 | 1.594 | 2.360 | 2.563 | .8378 | .5548 | 11.25 |
| .08500 | .1277 | .8026 | .6655 | .8915 | 1.3397 | .9481 | .7464 | 1.605 | 2.389 | 2.590 | .8360 | .5563 | 11.14 |
| .08600 | .1286 | .8080 | .6685 | .8989 | 1.3446 | .9469 | .7437 | 1.616 | 2.418 | 2.617 | .8342 | .5577 | 11.04 |
| .08700 | .1295 | .8137 | .6716 | .9064 | 1.3497 | .9457 | .7409 | 1.628 | 2.448 | 2.644 | .8325 | .5591 | 10.94 |
| .08800 | .1304 | .8193 | .6747 | .9141 | 1.3548 | .9445 | .7381 | 1.639 | 2.478 | 2.672 | .8308 | .5605 | 10.84 |
| .08900 | .1313 | .8250 | .6778 | .9218 | 1.3600 | .9433 | .7353 | 1.650 | 2.508 | 2.700 | .8290 | .5619 | 10.74 |

| d/L ₀ | d/L | 2πd/L | TANH 2πd/L | SINH 2πd/L | COSH 2πd/L | H/H ₀ | K | kπd/L | SINH kπd/L | COSH kπd/L | n | c ₀ /c ₀ | x |
|------------------|-------|-------|---------------|---------------|---------------|------------------|-------|-------|---------------|---------------|-------|--------------------------------|-------|
| .09000 | .1322 | .8306 | .6808 | .9295 | 1.3653 | .9422 | .7324 | 1.661 | 2.538 | 2.728 | .8273 | .5632 | 10.65 |
| .09100 | .1331 | .8363 | .6839 | .9372 | 1.3706 | .9411 | .7296 | 1.672 | 2.568 | 2.756 | .8255 | .5645 | 10.55 |
| .09200 | .1340 | .8420 | .6868 | .9450 | 1.3755 | .9401 | .7268 | 1.684 | 2.599 | 2.785 | .8238 | .5658 | 10.46 |
| .09300 | .1349 | .8474 | .6897 | .9525 | 1.3810 | .9391 | .7241 | 1.695 | 2.630 | 2.814 | .8221 | .5670 | 10.37 |
| .09400 | .1357 | .8528 | .6925 | .9600 | 1.3862 | .9381 | .7214 | 1.706 | 2.662 | 2.843 | .8204 | .5682 | 10.29 |
| .09500 | .1366 | .8583 | .6953 | .9677 | 1.3917 | .9371 | .7186 | 1.717 | 2.693 | 2.873 | .8187 | .5693 | 10.21 |
| .09600 | .1375 | .8639 | .6982 | .9755 | 1.3970 | .9362 | .7158 | 1.728 | 2.726 | 2.903 | .8170 | .5704 | 10.12 |
| .09700 | .1384 | .8694 | .7011 | .9832 | 1.4023 | .9353 | .7131 | 1.739 | 2.757 | 2.933 | .8153 | .5716 | 10.04 |
| .09800 | .1392 | .8749 | .7039 | .9908 | 1.4077 | .9344 | .7104 | 1.750 | 2.790 | 2.963 | .8136 | .5727 | 9.962 |
| .09900 | .1401 | .8803 | .7066 | .9985 | 1.4131 | .9335 | .7076 | 1.761 | 2.822 | 2.994 | .8120 | .5737 | 9.884 |
| .1000 | .1410 | .8858 | .7093 | 1.006 | 1.4187 | .9327 | .7049 | 1.772 | 2.855 | 3.025 | .8103 | .5747 | 9.808 |
| .1010 | .1419 | .8913 | .7120 | 1.014 | 1.4242 | .9319 | .7022 | 1.783 | 2.888 | 3.057 | .8086 | .5757 | 9.734 |
| .1020 | .1427 | .8967 | .7147 | 1.022 | 1.4297 | .9311 | .6994 | 1.793 | 2.922 | 3.088 | .8069 | .5766 | 9.661 |
| .1030 | .1436 | .9023 | .7173 | 1.030 | 1.4354 | .9304 | .6967 | 1.805 | 2.956 | 3.121 | .8052 | .5776 | 9.590 |
| .1040 | .1445 | .9076 | .7200 | 1.037 | 1.4410 | .9297 | .6940 | 1.815 | 2.990 | 3.153 | .8036 | .5785 | 9.519 |
| .1050 | .1453 | .9130 | .7226 | 1.045 | 1.4465 | .9290 | .6913 | 1.826 | 3.024 | 3.185 | .8019 | .5794 | 9.451 |
| .1060 | .1462 | .9184 | .7252 | 1.053 | 1.4523 | .9282 | .6886 | 1.837 | 3.059 | 3.218 | .8003 | .5803 | 9.384 |
| .1070 | .1470 | .9239 | .7277 | 1.061 | 1.4580 | .9276 | .6859 | 1.848 | 3.094 | 3.251 | .7986 | .5812 | 9.318 |
| .1080 | .1479 | .9293 | .7303 | 1.069 | 1.4638 | .9269 | .6833 | 1.858 | 3.128 | 3.284 | .7970 | .5820 | 9.254 |
| .1090 | .1488 | .9343 | .7327 | 1.076 | 1.4692 | .9263 | .6806 | 1.869 | 3.164 | 3.319 | .7954 | .5828 | 9.191 |
| .1100 | .1496 | .9400 | .7352 | 1.085 | 1.4752 | .9257 | .6779 | 1.880 | 3.201 | 3.353 | .7937 | .5836 | 9.129 |
| .1110 | .1505 | .9456 | .7377 | 1.093 | 1.4814 | .9251 | .6752 | 1.891 | 3.237 | 3.388 | .7920 | .5843 | 9.068 |
| .1120 | .1513 | .9508 | .7402 | 1.101 | 1.4877 | .9245 | .6725 | 1.902 | 3.274 | 3.423 | .7904 | .5850 | 9.009 |
| .1130 | .1522 | .9563 | .7426 | 1.109 | 1.4932 | .9239 | .6697 | 1.913 | 3.312 | 3.459 | .7888 | .5857 | 8.950 |
| .1140 | .1530 | .9616 | .7450 | 1.117 | 1.4990 | .9234 | .6671 | 1.923 | 3.348 | 3.494 | .7872 | .5864 | 8.891 |
| .1150 | .1539 | .9670 | .7474 | 1.125 | 1.5051 | .9228 | .6645 | 1.934 | 3.385 | 3.530 | .7856 | .5871 | 8.835 |
| .1160 | .1547 | .9720 | .7497 | 1.133 | 1.5108 | .9223 | .6619 | 1.944 | 3.423 | 3.566 | .7840 | .5878 | 8.780 |
| .1170 | .1556 | .9775 | .7520 | 1.141 | 1.5171 | .9218 | .6592 | 1.955 | 3.462 | 3.603 | .7824 | .5884 | 8.726 |
| .1180 | .1564 | .9827 | .7543 | 1.149 | 1.5230 | .9214 | .6566 | 1.966 | 3.501 | 3.641 | .7808 | .5890 | 8.673 |
| .1190 | .1573 | .9882 | .7566 | 1.157 | 1.5293 | .9209 | .6539 | 1.977 | 3.540 | 3.678 | .7792 | .5896 | 8.621 |
| .1200 | .1581 | .9936 | .7589 | 1.165 | 1.5356 | .9204 | .6512 | 1.987 | 3.579 | 3.716 | .7776 | .5902 | 8.569 |
| .1210 | .1590 | .9989 | .7612 | 1.174 | 1.5418 | .9200 | .6486 | 1.998 | 3.620 | 3.755 | .7760 | .5907 | 8.518 |
| .1220 | .1598 | 1.004 | .7634 | 1.182 | 1.5479 | .9196 | .6460 | 2.008 | 3.659 | 3.793 | .7745 | .5913 | 8.468 |
| .1230 | .1607 | 1.010 | .7656 | 1.190 | 1.5546 | .9192 | .6433 | 2.019 | 3.699 | 3.832 | .7729 | .5918 | 8.419 |
| .1240 | .1615 | 1.015 | .7678 | 1.198 | 1.5605 | .9189 | .6407 | 2.030 | 3.740 | 3.871 | .7713 | .5922 | 8.371 |
| .1250 | .1624 | 1.020 | .7700 | 1.207 | 1.5674 | .9186 | .6381 | 2.041 | 3.782 | 3.912 | .7698 | .5926 | 8.324 |
| .1260 | .1632 | 1.025 | .7721 | 1.215 | 1.5734 | .9182 | .6356 | 2.051 | 3.824 | 3.952 | .7682 | .5931 | 8.278 |
| .1270 | .1640 | 1.030 | .7742 | 1.223 | 1.5795 | .9178 | .6331 | 2.061 | 3.865 | 3.992 | .7667 | .5936 | 8.233 |
| .1280 | .1649 | 1.036 | .7763 | 1.231 | 1.5862 | .9175 | .6305 | 2.072 | 3.907 | 4.033 | .7652 | .5940 | 8.189 |
| .1290 | .1657 | 1.041 | .7783 | 1.240 | 1.5927 | .9172 | .6279 | 2.082 | 3.950 | 4.074 | .7637 | .5944 | 8.146 |
| .1300 | .1665 | 1.046 | .7804 | 1.248 | 1.5990 | .9169 | .6254 | 2.093 | 3.992 | 4.115 | .7621 | .5948 | 8.103 |
| .1310 | .1674 | 1.052 | .7824 | 1.257 | 1.6050 | .9166 | .6228 | 2.104 | 4.036 | 4.158 | .7606 | .5951 | 8.061 |
| .1320 | .1682 | 1.057 | .7844 | 1.265 | 1.6114 | .9164 | .6202 | 2.114 | 4.080 | 4.201 | .7591 | .5954 | 8.020 |
| .1330 | .1691 | 1.062 | .7865 | 1.273 | 1.6179 | .9161 | .6176 | 2.125 | 4.125 | 4.244 | .7575 | .5958 | 7.978 |
| .1340 | .1699 | 1.068 | .7885 | 1.282 | 1.6260 | .9158 | .6150 | 2.135 | 4.169 | 4.288 | .7560 | .5961 | 7.937 |
| .1350 | .1708 | 1.073 | .7905 | 1.291 | 1.633 | .9156 | .6123 | 2.146 | 4.217 | 4.334 | .7545 | .5964 | 7.897 |
| .1360 | .1716 | 1.078 | .7925 | 1.300 | 1.640 | .9154 | .6098 | 2.156 | 4.262 | 4.378 | .7530 | .5967 | 7.857 |
| .1370 | .1724 | 1.084 | .7945 | 1.308 | 1.647 | .9152 | .6073 | 2.167 | 4.309 | 4.423 | .7515 | .5969 | 7.819 |
| .1380 | .1733 | 1.089 | .7964 | 1.317 | 1.654 | .9150 | .6047 | 2.177 | 4.355 | 4.468 | .7500 | .5972 | 7.781 |
| .1390 | .1741 | 1.094 | .7983 | 1.326 | 1.660 | .9148 | .6022 | 2.188 | 4.402 | 4.514 | .7485 | .5975 | 7.744 |
| .1400 | .1749 | 1.099 | .8002 | 1.334 | 1.667 | .9146 | .6000 | 2.198 | 4.450 | 4.561 | .7471 | .5978 | 7.707 |
| .1410 | .1758 | 1.105 | .8021 | 1.343 | 1.675 | .9144 | .5972 | 2.209 | 4.498 | 4.607 | .7456 | .5980 | 7.671 |
| .1420 | .1766 | 1.110 | .8039 | 1.352 | 1.681 | .9142 | .5947 | 2.219 | 4.546 | 4.654 | .7441 | .5982 | 7.636 |
| .1430 | .1774 | 1.115 | .8057 | 1.360 | 1.688 | .9141 | .5923 | 2.230 | 4.595 | 4.663 | .7426 | .5984 | 7.602 |
| .1440 | .1783 | 1.120 | .8076 | 1.369 | 1.696 | .9140 | .5898 | 2.240 | 4.644 | 4.751 | .7412 | .5986 | 7.567 |
| .1450 | .1791 | 1.125 | .8094 | 1.378 | 1.703 | .9139 | .5873 | 2.251 | 4.695 | 4.800 | .7397 | .5987 | 7.533 |
| .1460 | .1800 | 1.131 | .8112 | 1.388 | 1.710 | .9137 | .5847 | 2.261 | 4.746 | 4.850 | .7382 | .5989 | 7.499 |
| .1470 | .1808 | 1.136 | .8131 | 1.397 | 1.718 | .9136 | .5822 | 2.272 | 4.798 | 4.901 | .7367 | .5990 | 7.465 |
| .1480 | .1816 | 1.141 | .8149 | 1.405 | 1.725 | .9135 | .5798 | 2.282 | 4.847 | 4.951 | .7354 | .5992 | 7.432 |
| .1490 | .1825 | 1.146 | .8166 | 1.415 | 1.732 | .9134 | .5773 | 2.293 | 4.901 | 5.001 | .7339 | .5993 | 7.400 |

| d/L_0 | d/L | $2\pi d/L$ | TANH $2\pi d/L$ | SINH $2\pi d/L$ | COSH $2\pi d/L$ | H/H' 0 | K | $L\pi d/L$ | SINH $L\pi d/L$ | COSH $L\pi d/L$ | n | C_0/C_0 | M |
|---------|-------|------------|--------------------|--------------------|--------------------|-------------|-------|------------|--------------------|--------------------|-------|-----------|-------|
| .1500 | .1833 | 1.152 | .8183 | 1.424 | 1.740 | .9133 | .5748 | 2.303 | 4.954 | 5.054 | .7325 | .5994 | 7.369 |
| .1510 | .1841 | 1.157 | .8200 | 1.433 | 1.747 | .9133 | .5723 | 2.314 | 5.007 | 5.106 | .7311 | .5994 | 7.339 |
| .1520 | .1850 | 1.162 | .8217 | 1.442 | 1.755 | .9132 | .5699 | 2.324 | 5.061 | 5.159 | .7296 | .5995 | 7.309 |
| .1530 | .1858 | 1.167 | .8234 | 1.451 | 1.762 | .9132 | .5675 | 2.335 | 5.115 | 5.212 | .7282 | .5996 | 7.279 |
| .1540 | .1866 | 1.173 | .8250 | 1.460 | 1.770 | .9132 | .5651 | 2.345 | 5.169 | 5.265 | .7268 | .5996 | 7.250 |
| .1550 | .1875 | 1.178 | .8267 | 1.469 | 1.777 | .9131 | .5627 | 2.356 | 5.225 | 5.320 | .7254 | .5997 | 7.222 |
| .1560 | .1883 | 1.183 | .8284 | 1.479 | 1.785 | .9130 | .5602 | 2.366 | 5.283 | 5.376 | .7240 | .5998 | 7.193 |
| .1570 | .1891 | 1.188 | .8301 | 1.488 | 1.793 | .9129 | .5577 | 2.377 | 5.339 | 5.432 | .7226 | .5999 | 7.162 |
| .1580 | .1900 | 1.194 | .8317 | 1.498 | 1.801 | .9130 | .5552 | 2.387 | 5.398 | 5.490 | .7212 | .5998 | 7.131 |
| .1590 | .1908 | 1.199 | .8333 | 1.507 | 1.809 | .9130 | .5528 | 2.398 | 5.454 | 5.544 | .7198 | .5998 | 7.107 |
| .1600 | .1917 | 1.204 | .8349 | 1.517 | 1.817 | .9130 | .5504 | 2.408 | 5.513 | 5.603 | .7184 | .5998 | 7.079 |
| .1610 | .1925 | 1.209 | .8365 | 1.527 | 1.825 | .9130 | .5480 | 2.419 | 5.571 | 5.660 | .7171 | .5998 | 7.052 |
| .1620 | .1933 | 1.215 | .8381 | 1.536 | 1.833 | .9130 | .5456 | 2.429 | 5.630 | 5.718 | .7157 | .5998 | 7.026 |
| .1630 | .1941 | 1.220 | .8396 | 1.546 | 1.841 | .9130 | .5432 | 2.440 | 5.690 | 5.777 | .7144 | .5998 | 7.000 |
| .1640 | .1950 | 1.225 | .8411 | 1.555 | 1.849 | .9130 | .5409 | 2.450 | 5.751 | 5.837 | .7130 | .5998 | 6.975 |
| .1650 | .1958 | 1.230 | .8427 | 1.565 | 1.857 | .9131 | .5385 | 2.461 | 5.813 | 5.898 | .7117 | .5997 | 6.949 |
| .1660 | .1966 | 1.235 | .8442 | 1.574 | 1.865 | .9132 | .5362 | 2.471 | 5.874 | 5.959 | .7103 | .5996 | 6.924 |
| .1670 | .1975 | 1.240 | .8457 | 1.584 | 1.873 | .9132 | .5339 | 2.482 | 5.938 | 6.021 | .7090 | .5996 | 6.900 |
| .1680 | .1983 | 1.246 | .8472 | 1.594 | 1.882 | .9133 | .5315 | 2.492 | 6.003 | 6.085 | .7076 | .5995 | 6.876 |
| .1690 | .1992 | 1.251 | .8486 | 1.604 | 1.890 | .9133 | .5291 | 2.503 | 6.066 | 6.148 | .7063 | .5994 | 6.853 |
| .1700 | .2000 | 1.257 | .8501 | 1.614 | 1.899 | .9134 | .5267 | 2.513 | 6.130 | 6.212 | .7050 | .5993 | 6.830 |
| .1710 | .2008 | 1.262 | .8515 | 1.624 | 1.907 | .9135 | .5243 | 2.523 | 6.197 | 6.275 | .7036 | .5992 | 6.807 |
| .1720 | .2017 | 1.267 | .8529 | 1.634 | 1.915 | .9136 | .5220 | 2.534 | 6.262 | 6.342 | .7023 | .5991 | 6.784 |
| .1730 | .2025 | 1.272 | .8544 | 1.644 | 1.924 | .9137 | .5197 | 2.544 | 6.329 | 6.407 | .7010 | .5989 | 6.761 |
| .1740 | .2033 | 1.277 | .8558 | 1.654 | 1.933 | .9138 | .5174 | 2.555 | 6.395 | 6.473 | .6997 | .5988 | 6.738 |
| .1750 | .2042 | 1.282 | .8572 | 1.664 | 1.941 | .9139 | .5151 | 2.565 | 6.465 | 6.541 | .6984 | .5987 | 6.716 |
| .1760 | .2050 | 1.288 | .8586 | 1.675 | 1.951 | .9140 | .5127 | 2.576 | 6.534 | 6.610 | .6971 | .5985 | 6.694 |
| .1770 | .2058 | 1.293 | .8600 | 1.685 | 1.959 | .9141 | .5104 | 2.586 | 6.603 | 6.679 | .6958 | .5984 | 6.672 |
| .1780 | .2066 | 1.298 | .8614 | 1.695 | 1.968 | .9142 | .5081 | 2.597 | 6.672 | 6.747 | .6946 | .5982 | 6.651 |
| .1790 | .2075 | 1.304 | .8627 | 1.706 | 1.977 | .9144 | .5058 | 2.607 | 6.744 | 6.818 | .6933 | .5980 | 6.631 |
| .1800 | .2083 | 1.309 | .8640 | 1.716 | 1.986 | .9145 | .5036 | 2.618 | 6.818 | 6.891 | .6920 | .5979 | 6.611 |
| .1810 | .2092 | 1.314 | .8653 | 1.727 | 1.995 | .9146 | .5013 | 2.629 | 6.890 | 6.963 | .6907 | .5977 | 6.591 |
| .1820 | .2100 | 1.320 | .8666 | 1.737 | 2.004 | .9148 | .4990 | 2.639 | 6.963 | 7.035 | .6895 | .5975 | 6.571 |
| .1830 | .2108 | 1.325 | .8680 | 1.748 | 2.013 | .9149 | .4967 | 2.650 | 7.038 | 7.109 | .6882 | .5974 | 6.550 |
| .1840 | .2117 | 1.330 | .8693 | 1.758 | 2.022 | .9150 | .4945 | 2.660 | 7.113 | 7.183 | .6870 | .5972 | 6.530 |
| .1850 | .2125 | 1.335 | .8706 | 1.769 | 2.032 | .9152 | .4922 | 2.671 | 7.191 | 7.260 | .6857 | .5969 | 6.511 |
| .1860 | .2134 | 1.341 | .8718 | 1.780 | 2.041 | .9154 | .4899 | 2.681 | 7.267 | 7.336 | .6845 | .5967 | 6.492 |
| .1870 | .2142 | 1.346 | .8731 | 1.791 | 2.051 | .9155 | .4876 | 2.692 | 7.345 | 7.412 | .6832 | .5965 | 6.474 |
| .1880 | .2150 | 1.351 | .8743 | 1.801 | 2.060 | .9157 | .4854 | 2.702 | 7.421 | 7.488 | .6820 | .5963 | 6.456 |
| .1890 | .2159 | 1.356 | .8755 | 1.812 | 2.070 | .9159 | .4832 | 2.712 | 7.500 | 7.566 | .6808 | .5961 | 6.438 |
| .1900 | .2167 | 1.362 | .8767 | 1.823 | 2.079 | .9161 | .4809 | 2.723 | 7.581 | 7.647 | .6796 | .5958 | 6.421 |
| .1910 | .2176 | 1.367 | .8779 | 1.834 | 2.089 | .9163 | .4787 | 2.734 | 7.663 | 7.728 | .6784 | .5955 | 6.403 |
| .1920 | .2184 | 1.372 | .8791 | 1.845 | 2.099 | .9165 | .4765 | 2.744 | 7.746 | 7.810 | .6772 | .5952 | 6.385 |
| .1930 | .2192 | 1.377 | .8803 | 1.856 | 2.108 | .9167 | .4743 | 2.755 | 7.827 | 7.891 | .6760 | .5950 | 6.368 |
| .1940 | .2201 | 1.383 | .8815 | 1.867 | 2.118 | .9169 | .4721 | 2.765 | 7.911 | 7.974 | .6748 | .5948 | 6.351 |
| .1950 | .2209 | 1.388 | .8827 | 1.879 | 2.128 | .9170 | .4699 | 2.776 | 7.996 | 8.059 | .6736 | .5946 | 6.334 |
| .1960 | .2218 | 1.393 | .8839 | 1.890 | 2.138 | .9172 | .4677 | 2.787 | 8.083 | 8.145 | .6724 | .5944 | 6.317 |
| .1970 | .2226 | 1.399 | .8850 | 1.901 | 2.148 | .9174 | .4655 | 2.797 | 8.167 | 8.228 | .6712 | .5941 | 6.300 |
| .1980 | .2234 | 1.404 | .8862 | 1.913 | 2.158 | .9176 | .4633 | 2.808 | 8.256 | 8.316 | .6700 | .5938 | 6.284 |
| .1990 | .2243 | 1.409 | .8873 | 1.924 | 2.169 | .9179 | .4611 | 2.819 | 8.346 | 8.406 | .6689 | .5935 | 6.268 |
| .2000 | .2251 | 1.414 | .8884 | 1.935 | 2.178 | .9181 | .4590 | 2.829 | 8.436 | 8.495 | .6677 | .5932 | 6.253 |
| .2010 | .2260 | 1.420 | .8895 | 1.947 | 2.189 | .9183 | .4569 | 2.840 | 8.524 | 8.583 | .6666 | .5929 | 6.237 |
| .2020 | .2268 | 1.425 | .8906 | 1.959 | 2.199 | .9186 | .4547 | 2.850 | 8.616 | 8.674 | .6654 | .5926 | 6.222 |
| .2030 | .2277 | 1.430 | .8917 | 1.970 | 2.210 | .9188 | .4526 | 2.861 | 8.708 | 8.766 | .6642 | .5923 | 6.206 |
| .2040 | .2285 | 1.436 | .8928 | 1.982 | 2.220 | .9190 | .4504 | 2.872 | 8.803 | 8.860 | .6631 | .5920 | 6.191 |
| .2050 | .2293 | 1.441 | .8939 | 1.994 | 2.231 | .9193 | .4483 | 2.882 | 8.897 | 8.953 | .6620 | .5917 | 6.176 |
| .2060 | .2302 | 1.446 | .8950 | 2.006 | 2.242 | .9195 | .4462 | 2.893 | 8.994 | 9.050 | .6608 | .5914 | 6.161 |
| .2070 | .2310 | 1.451 | .8960 | 2.017 | 2.252 | .9197 | .4441 | 2.903 | 9.090 | 9.144 | .6597 | .5911 | 6.147 |
| .2080 | .2319 | 1.457 | .8971 | 2.030 | 2.263 | .9200 | .4419 | 2.914 | 9.187 | 9.240 | .6586 | .5908 | 6.133 |
| .2090 | .2328 | 1.462 | .8981 | 2.042 | 2.274 | .9202 | .4398 | 2.925 | 9.288 | 9.342 | .6574 | .5905 | 6.119 |

| d/L_0 | d/L | $2\pi d/L$ | TANH $2\pi d/L$ | SINH $2\pi d/L$ | COSH $2\pi d/L$ | H/H ₀ | K | $4\pi d/L$ | SINH $4\pi d/L$ | COSH $4\pi d/L$ | n | v_0/c_0 | M |
|---------|-------|------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------------|-------|------------|--------------------|--------------------|-------|-----------|-------|
| .2100 | .2336 | 1.468 | .8991 | 2.055 | 2.285 | .9205 | .4377 | 2.936 | 9.389 | 9.442 | .6563 | .5901 | 6.105 |
| .2110 | .2344 | 1.473 | .9001 | 2.066 | 2.295 | .9207 | .4357 | 2.946 | 9.490 | 9.542 | .6552 | .5898 | 6.091 |
| .2120 | .2353 | 1.479 | .9011 | 2.079 | 2.307 | .9210 | .4336 | 2.957 | 9.590 | 9.642 | .6541 | .5894 | 6.077 |
| .2130 | .2361 | 1.484 | .9021 | 2.091 | 2.318 | .9213 | .4315 | 2.967 | 9.693 | 9.744 | .6531 | .5891 | 6.064 |
| .2140 | .2370 | 1.489 | .9031 | 2.103 | 2.329 | .9215 | .4294 | 2.978 | 9.796 | 9.847 | .6520 | .5888 | 6.051 |
| .2150 | .2378 | 1.494 | .9041 | 2.115 | 2.340 | .9218 | .4274 | 2.989 | 9.902 | 9.952 | .6509 | .5884 | 6.037 |
| .2160 | .2387 | 1.500 | .9051 | 2.128 | 2.351 | .9221 | .4253 | 2.999 | 10.01 | 10.06 | .6498 | .5881 | 6.024 |
| .2170 | .2395 | 1.506 | .9061 | 2.142 | 2.364 | .9223 | .4232 | 3.010 | 10.12 | 10.17 | .6488 | .5878 | 6.011 |
| .2180 | .2404 | 1.511 | .9070 | 2.154 | 2.375 | .9226 | .4211 | 3.021 | 10.23 | 10.28 | .6477 | .5874 | 5.999 |
| .2190 | .2412 | 1.516 | .9079 | 2.166 | 2.386 | .9228 | .4191 | 3.031 | 10.34 | 10.38 | .6467 | .5871 | 5.987 |
| .2200 | .2421 | 1.521 | .9088 | 2.178 | 2.397 | .9231 | .4171 | 3.042 | 10.45 | 10.50 | .6456 | .5868 | 5.975 |
| .2210 | .2429 | 1.526 | .9097 | 2.192 | 2.409 | .9234 | .4151 | 3.052 | 10.56 | 10.61 | .6446 | .5864 | 5.963 |
| .2220 | .2438 | 1.532 | .9107 | 2.204 | 2.421 | .9236 | .4131 | 3.063 | 10.68 | 10.72 | .6436 | .5861 | 5.951 |
| .2230 | .2446 | 1.537 | .9116 | 2.218 | 2.433 | .9239 | .4111 | 3.074 | 10.79 | 10.84 | .6425 | .5857 | 5.939 |
| .2240 | .2455 | 1.542 | .9125 | 2.230 | 2.444 | .9242 | .4091 | 3.085 | 10.91 | 10.95 | .6414 | .5854 | 5.927 |
| .2250 | .2463 | 1.548 | .9134 | 2.244 | 2.457 | .9245 | .4071 | 3.095 | 11.02 | 11.07 | .6404 | .5850 | 5.915 |
| .2260 | .2472 | 1.553 | .9143 | 2.257 | 2.469 | .9248 | .4051 | 3.106 | 11.15 | 11.19 | .6394 | .5846 | 5.903 |
| .2270 | .2481 | 1.559 | .9152 | 2.271 | 2.481 | .9251 | .4031 | 3.117 | 11.27 | 11.31 | .6383 | .5842 | 5.891 |
| .2280 | .2489 | 1.564 | .9161 | 2.284 | 2.493 | .9254 | .4011 | 3.128 | 11.39 | 11.44 | .6373 | .5838 | 5.880 |
| .2290 | .2498 | 1.569 | .9170 | 2.297 | 2.506 | .9258 | .3991 | 3.138 | 11.51 | 11.56 | .6363 | .5834 | 5.869 |
| .2300 | .2506 | 1.575 | .9178 | 2.311 | 2.518 | .9261 | .3971 | 3.149 | 11.64 | 11.68 | .6353 | .5830 | 5.858 |
| .2310 | .2515 | 1.580 | .9186 | 2.325 | 2.531 | .9264 | .3952 | 3.160 | 11.77 | 11.81 | .6343 | .5826 | 5.848 |
| .2320 | .2523 | 1.585 | .9194 | 2.338 | 2.543 | .9267 | .3932 | 3.171 | 11.90 | 11.93 | .6333 | .5823 | 5.838 |
| .2330 | .2532 | 1.591 | .9203 | 2.352 | 2.556 | .9270 | .3912 | 3.182 | 12.03 | 12.07 | .6323 | .5819 | 5.827 |
| .2340 | .2540 | 1.596 | .9211 | 2.366 | 2.569 | .9273 | .3893 | 3.192 | 12.15 | 12.19 | .6313 | .5815 | 5.816 |
| .2350 | .2549 | 1.602 | .9219 | 2.380 | 2.581 | .9276 | .3874 | 3.203 | 12.29 | 12.33 | .6304 | .5811 | 5.806 |
| .2360 | .2558 | 1.607 | .9227 | 2.393 | 2.594 | .9279 | .3855 | 3.214 | 12.43 | 12.47 | .6294 | .5807 | 5.796 |
| .2370 | .2566 | 1.612 | .9235 | 2.408 | 2.607 | .9282 | .3836 | 3.225 | 12.55 | 12.59 | .6284 | .5804 | 5.786 |
| .2380 | .2575 | 1.618 | .9243 | 2.422 | 2.620 | .9285 | .3816 | 3.236 | 12.69 | 12.73 | .6275 | .5800 | 5.776 |
| .2390 | .2584 | 1.623 | .9251 | 2.436 | 2.634 | .9288 | .3797 | 3.247 | 12.83 | 12.87 | .6265 | .5796 | 5.766 |
| .2400 | .2592 | 1.629 | .9259 | 2.450 | 2.647 | .9291 | .3779 | 3.257 | 12.97 | 13.01 | .6256 | .5792 | 5.756 |
| .2410 | .2601 | 1.634 | .9267 | 2.464 | 2.660 | .9294 | .3760 | 3.268 | 13.11 | 13.15 | .6246 | .5788 | 5.746 |
| .2420 | .2610 | 1.640 | .9275 | 2.480 | 2.674 | .9298 | .3742 | 3.279 | 13.26 | 13.30 | .6237 | .5784 | 5.736 |
| .2430 | .2618 | 1.645 | .9282 | 2.494 | 2.687 | .9301 | .3722 | 3.290 | 13.40 | 13.44 | .6228 | .5780 | 5.727 |
| .2440 | .2627 | 1.650 | .9289 | 2.508 | 2.700 | .9304 | .3704 | 3.301 | 13.55 | 13.59 | .6218 | .5776 | 5.718 |
| .2450 | .2635 | 1.656 | .9296 | 2.523 | 2.714 | .9307 | .3685 | 3.312 | 13.70 | 13.73 | .6209 | .5772 | 5.710 |
| .2460 | .2644 | 1.661 | .9304 | 2.538 | 2.728 | .9310 | .3666 | 3.323 | 13.85 | 13.88 | .6200 | .5768 | 5.701 |
| .2470 | .2653 | 1.667 | .9311 | 2.553 | 2.742 | .9314 | .3648 | 3.334 | 14.00 | 14.04 | .6191 | .5764 | 5.692 |
| .2480 | .2661 | 1.672 | .9318 | 2.568 | 2.755 | .9317 | .3629 | 3.344 | 14.15 | 14.19 | .6182 | .5760 | 5.684 |
| .2490 | .2670 | 1.678 | .9325 | 2.583 | 2.770 | .9320 | .3610 | 3.355 | 14.31 | 14.35 | .6173 | .5756 | 5.675 |
| .2500 | .2679 | 1.683 | .9332 | 2.599 | 2.784 | .9323 | .3592 | 3.367 | 14.47 | 14.51 | .6164 | .5752 | 5.667 |
| .2510 | .2687 | 1.689 | .9339 | 2.614 | 2.798 | .9327 | .3574 | 3.377 | 14.62 | 14.66 | .6155 | .5748 | 5.658 |
| .2520 | .2696 | 1.694 | .9346 | 2.629 | 2.813 | .9330 | .3556 | 3.388 | 14.79 | 14.82 | .6146 | .5744 | 5.650 |
| .2530 | .2705 | 1.700 | .9353 | 2.645 | 2.828 | .9333 | .3537 | 3.399 | 14.95 | 14.99 | .6137 | .5740 | 5.641 |
| .2540 | .2714 | 1.705 | .9360 | 2.660 | 2.842 | .9336 | .3519 | 3.410 | 15.12 | 15.15 | .6128 | .5736 | 5.633 |
| .2550 | .2722 | 1.711 | .9367 | 2.676 | 2.856 | .9340 | .3501 | 3.421 | 15.29 | 15.32 | .6120 | .5732 | 5.624 |
| .2560 | .2731 | 1.716 | .9374 | 2.691 | 2.871 | .9343 | .3483 | 3.432 | 15.45 | 15.49 | .6111 | .5728 | 5.616 |
| .2570 | .2740 | 1.722 | .9381 | 2.707 | 2.886 | .9346 | .3465 | 3.443 | 15.63 | 15.66 | .6102 | .5724 | 5.608 |
| .2580 | .2749 | 1.727 | .9388 | 2.723 | 2.901 | .9349 | .3447 | 3.454 | 15.80 | 15.83 | .6093 | .5720 | 5.600 |
| .2590 | .2757 | 1.732 | .9394 | 2.739 | 2.916 | .9353 | .3430 | 3.465 | 15.97 | 16.00 | .6085 | .5716 | 5.592 |
| .2600 | .2766 | 1.738 | .9400 | 2.755 | 2.931 | .9356 | .3412 | 3.476 | 16.15 | 16.18 | .6076 | .5712 | 5.585 |
| .2610 | .2775 | 1.744 | .9406 | 2.772 | 2.946 | .9360 | .3394 | 3.487 | 16.33 | 16.36 | .6068 | .5707 | 5.578 |
| .2620 | .2784 | 1.749 | .9412 | 2.788 | 2.962 | .9363 | .3376 | 3.498 | 16.51 | 16.54 | .6060 | .5703 | 5.571 |
| .2630 | .2792 | 1.755 | .9418 | 2.804 | 2.977 | .9367 | .3359 | 3.509 | 16.69 | 16.73 | .6052 | .5699 | 5.563 |
| .2640 | .2801 | 1.760 | .9425 | 2.820 | 2.992 | .9370 | .3342 | 3.520 | 16.88 | 16.91 | .6043 | .5695 | 5.556 |
| .2650 | .2810 | 1.766 | .9431 | 2.837 | 3.008 | .9373 | .3325 | 3.531 | 17.07 | 17.10 | .6035 | .5691 | 5.548 |
| .2660 | .2819 | 1.771 | .9437 | 2.853 | 3.023 | .9377 | .3308 | 3.542 | 17.26 | 17.28 | .6027 | .5687 | 5.541 |
| .2670 | .2827 | 1.776 | .9443 | 2.870 | 3.039 | .9380 | .3291 | 3.553 | 17.45 | 17.45 | .6018 | .5683 | 5.534 |
| .2680 | .2836 | 1.782 | .9449 | 2.886 | 3.055 | .9383 | .3274 | 3.564 | 17.64 | 17.67 | .6010 | .5679 | 5.527 |
| .2690 | .2845 | 1.788 | .9455 | 2.904 | 3.071 | .9386 | .3256 | 3.575 | 17.84 | 17.87 | .6002 | .5675 | 5.520 |

| d/L ₀ | n/L | 2π d/L | TANH 2π d/L | SINH 2π d/L | COSH 2π d/L | H/H ₀ | K | hπ d/L | SINH hπ d/L | COSH hπ d/L | n | C ₀ /C _∞ | M |
|------------------|-------|--------|----------------|----------------|----------------|------------------|-------|--------|----------------|----------------|-------|--------------------------------|-------|
| .2700 | .2854 | 1.793 | .9461 | 2.921 | 3.088 | .9390 | .3239 | 3.587 | 18.04 | 18.07 | .5994 | .5671 | 5.513 |
| .2710 | .2863 | 1.799 | .9467 | 2.938 | 3.104 | .9393 | .3222 | 3.598 | 18.24 | 18.27 | .5986 | .5667 | 5.506 |
| .2720 | .2872 | 1.804 | .9473 | 2.956 | 3.120 | .9396 | .3205 | 3.610 | 18.46 | 18.49 | .5978 | .5663 | 5.499 |
| .2730 | .2880 | 1.810 | .9478 | 2.973 | 3.136 | .9400 | .3189 | 3.620 | 18.65 | 18.67 | .5971 | .5659 | 5.493 |
| .2740 | .2889 | 1.815 | .9484 | 2.990 | 3.153 | .9403 | .3172 | 3.631 | 18.86 | 18.89 | .5963 | .5655 | 5.486 |
| .2750 | .2898 | 1.821 | .9490 | 3.008 | 3.170 | .9406 | .3155 | 3.642 | 19.07 | 19.10 | .5955 | .5651 | 5.480 |
| .2760 | .2907 | 1.826 | .9495 | 3.025 | 3.186 | .9410 | .3139 | 3.653 | 19.28 | 19.30 | .5947 | .5647 | 5.474 |
| .2770 | .2916 | 1.832 | .9500 | 3.043 | 3.203 | .9413 | .3122 | 3.664 | 19.49 | 19.51 | .5940 | .5643 | 5.468 |
| .2780 | .2924 | 1.837 | .9505 | 3.061 | 3.220 | .9416 | .3106 | 3.675 | 19.71 | 19.74 | .5932 | .5639 | 5.462 |
| .2790 | .2933 | 1.843 | .9511 | 3.079 | 3.237 | .9420 | .3089 | 3.686 | 19.93 | 19.96 | .5925 | .5635 | 5.456 |
| .2800 | .2942 | 1.849 | .9516 | 3.097 | 3.254 | .9423 | .3073 | 3.697 | 20.16 | 20.18 | .5917 | .5631 | 5.450 |
| .2810 | .2951 | 1.854 | .9521 | 3.115 | 3.272 | .9426 | .3057 | 3.709 | 20.39 | 20.41 | .5910 | .5627 | 5.444 |
| .2820 | .2960 | 1.860 | .9526 | 3.133 | 3.289 | .9430 | .3040 | 3.720 | 20.62 | 20.64 | .5902 | .5623 | 5.438 |
| .2830 | .2969 | 1.866 | .9532 | 3.152 | 3.307 | .9433 | .3024 | 3.731 | 20.85 | 20.87 | .5895 | .5619 | 5.432 |
| .2840 | .2978 | 1.871 | .9537 | 3.171 | 3.325 | .9436 | .3008 | 3.742 | 21.09 | 21.11 | .5887 | .5615 | 5.426 |
| .2850 | .2987 | 1.877 | .9542 | 3.190 | 3.343 | .9440 | .2992 | 3.754 | 21.33 | 21.35 | .5880 | .5611 | 5.420 |
| .2860 | .2996 | 1.882 | .9547 | 3.209 | 3.361 | .9443 | .2976 | 3.765 | 21.57 | 21.59 | .5873 | .5607 | 5.414 |
| .2870 | .3005 | 1.888 | .9552 | 3.228 | 3.379 | .9446 | .2959 | 3.776 | 21.82 | 21.84 | .5866 | .5603 | 5.409 |
| .2880 | .3014 | 1.893 | .9557 | 3.246 | 3.396 | .9449 | .2944 | 3.787 | 22.05 | 22.07 | .5859 | .5600 | 5.403 |
| .2890 | .3022 | 1.899 | .9562 | 3.264 | 3.414 | .9452 | .2929 | 3.798 | 22.30 | 22.32 | .5852 | .5596 | 5.397 |
| .2900 | .3031 | 1.905 | .9567 | 3.284 | 3.433 | .9456 | .2913 | 3.809 | 22.54 | 22.57 | .5845 | .5592 | 5.392 |
| .2910 | .3040 | 1.910 | .9572 | 3.303 | 3.451 | .9459 | .2898 | 3.821 | 22.81 | 22.83 | .5838 | .5588 | 5.386 |
| .2920 | .3049 | 1.916 | .9577 | 3.323 | 3.471 | .9463 | .2882 | 3.832 | 23.07 | 23.09 | .5831 | .5584 | 5.380 |
| .2930 | .3058 | 1.922 | .9581 | 3.343 | 3.490 | .9466 | .2866 | 3.843 | 23.33 | 23.35 | .5824 | .5580 | 5.375 |
| .2940 | .3067 | 1.927 | .9585 | 3.362 | 3.508 | .9469 | .2851 | 3.855 | 23.60 | 23.62 | .5817 | .5576 | 5.371 |
| .2950 | .3076 | 1.933 | .9590 | 3.382 | 3.527 | .9473 | .2835 | 3.866 | 23.86 | 23.88 | .5810 | .5572 | 5.366 |
| .2960 | .3085 | 1.938 | .9594 | 3.402 | 3.546 | .9476 | .2820 | 3.877 | 24.12 | 24.15 | .5804 | .5568 | 5.361 |
| .2970 | .3094 | 1.944 | .9599 | 3.422 | 3.565 | .9480 | .2805 | 3.888 | 24.40 | 24.42 | .5797 | .5564 | 5.356 |
| .2980 | .3103 | 1.950 | .9603 | 3.442 | 3.585 | .9483 | .2790 | 3.900 | 24.68 | 24.70 | .5790 | .5560 | 5.351 |
| .2990 | .3112 | 1.955 | .9607 | 3.462 | 3.604 | .9486 | .2775 | 3.911 | 24.96 | 24.98 | .5784 | .5556 | 5.347 |
| .3000 | .3121 | 1.961 | .9611 | 3.483 | 3.624 | .9490 | .2760 | 3.922 | 25.24 | 25.26 | .5777 | .5552 | 5.342 |
| .3010 | .3130 | 1.967 | .9616 | 3.503 | 3.643 | .9493 | .2745 | 3.933 | 25.53 | 25.55 | .5771 | .5549 | 5.337 |
| .3020 | .3139 | 1.972 | .9620 | 3.524 | 3.663 | .9496 | .2730 | 3.945 | 25.82 | 25.83 | .5764 | .5545 | 5.332 |
| .3030 | .3148 | 1.978 | .9624 | 3.545 | 3.683 | .9499 | .2715 | 3.956 | 26.12 | 26.14 | .5758 | .5541 | 5.328 |
| .3040 | .3157 | 1.984 | .9629 | 3.566 | 3.703 | .9502 | .2700 | 3.968 | 26.42 | 26.44 | .5751 | .5538 | 5.323 |
| .3050 | .3166 | 1.989 | .9633 | 3.587 | 3.724 | .9505 | .2685 | 3.979 | 26.72 | 26.74 | .5745 | .5534 | 5.318 |
| .3060 | .3175 | 1.995 | .9637 | 3.609 | 3.745 | .9509 | .2670 | 3.990 | 27.02 | 27.04 | .5739 | .5530 | 5.314 |
| .3070 | .3184 | 2.001 | .9641 | 3.630 | 3.765 | .9512 | .2656 | 4.002 | 27.33 | 27.35 | .5732 | .5527 | 5.309 |
| .3080 | .3193 | 2.007 | .9645 | 3.651 | 3.786 | .9515 | .2641 | 4.013 | 27.65 | 27.66 | .5726 | .5523 | 5.305 |
| .3090 | .3202 | 2.012 | .9649 | 3.673 | 3.806 | .9518 | .2627 | 4.024 | 27.96 | 27.98 | .5720 | .5519 | 5.300 |
| .3100 | .3211 | 2.018 | .9653 | 3.694 | 3.827 | .9522 | .2613 | 4.036 | 28.28 | 28.30 | .5714 | .5515 | 5.296 |
| .3110 | .3220 | 2.023 | .9656 | 3.716 | 3.848 | .9525 | .2599 | 4.047 | 28.60 | 28.62 | .5708 | .5511 | 5.292 |
| .3120 | .3230 | 2.029 | .9660 | 3.738 | 3.870 | .9528 | .2584 | 4.058 | 28.93 | 28.95 | .5701 | .5507 | 5.288 |
| .3130 | .3239 | 2.035 | .9664 | 3.760 | 3.891 | .9531 | .2570 | 4.070 | 29.27 | 29.28 | .5695 | .5504 | 5.284 |
| .3140 | .3248 | 2.041 | .9668 | 3.782 | 3.912 | .9535 | .2556 | 4.081 | 29.60 | 29.62 | .5689 | .5500 | 5.280 |
| .3150 | .3257 | 2.046 | .9672 | 3.805 | 3.934 | .9538 | .2542 | 4.093 | 29.94 | 29.96 | .5683 | .5497 | 5.276 |
| .3160 | .3266 | 2.052 | .9676 | 3.828 | 3.956 | .9541 | .2528 | 4.104 | 30.29 | 30.31 | .5678 | .5494 | 5.272 |
| .3170 | .3275 | 2.058 | .9679 | 3.851 | 3.978 | .9544 | .2514 | 4.116 | 30.64 | 30.65 | .5672 | .5490 | 5.268 |
| .3180 | .3284 | 2.063 | .9682 | 3.873 | 4.000 | .9547 | .2500 | 4.127 | 30.99 | 31.00 | .5666 | .5486 | 5.264 |
| .3190 | .3294 | 2.069 | .9686 | 3.896 | 4.022 | .9550 | .2486 | 4.139 | 31.35 | 31.37 | .5660 | .5483 | 5.260 |
| .3200 | .3302 | 2.075 | .9690 | 3.919 | 4.045 | .9553 | .2472 | 4.150 | 31.71 | 31.72 | .5655 | .5479 | 5.256 |
| .3210 | .3311 | 2.081 | .9693 | 3.943 | 4.068 | .9556 | .2459 | 4.161 | 32.07 | 32.08 | .5649 | .5476 | 5.252 |
| .3220 | .3321 | 2.086 | .9696 | 3.966 | 4.090 | .9559 | .2445 | 4.173 | 32.44 | 32.46 | .5643 | .5472 | 5.249 |
| .3230 | .3330 | 2.092 | .9700 | 3.990 | 4.114 | .9562 | .2431 | 4.185 | 32.83 | 32.84 | .5637 | .5468 | 5.245 |
| .3240 | .3339 | 2.098 | .9703 | 4.014 | 4.136 | .9565 | .2418 | 4.196 | 33.23 | 33.22 | .5632 | .5465 | 5.241 |
| .3250 | .3349 | 2.104 | .9707 | 4.038 | 4.160 | .9568 | .2404 | 4.208 | 33.60 | 33.61 | .5627 | .5462 | 5.237 |
| .3260 | .3357 | 2.110 | .9710 | 4.061 | 4.183 | .9571 | .2391 | 4.219 | 33.97 | 33.99 | .5621 | .5458 | 5.234 |
| .3270 | .3367 | 2.115 | .9713 | 4.085 | 4.206 | .9574 | .2378 | 4.231 | 34.37 | 34.38 | .5616 | .5455 | 5.231 |
| .3280 | .3376 | 2.121 | .9717 | 4.110 | 4.230 | .9577 | .2364 | 4.242 | 34.77 | 34.79 | .5610 | .5451 | 5.227 |
| .3290 | .3385 | 2.127 | .9720 | 4.135 | 4.254 | .9580 | .2351 | 4.254 | 35.18 | 35.19 | .5605 | .5448 | 5.223 |

| d/L | d/L | 2π d/L | TANH 2π d/L | SINH 2π d/L | COSH 2π d/L | H/H ₀ | K | hπ d/L | SINH hπ d/L | COSH hπ d/L | n | C _g /C ₀ | M |
|-------|-------|--------|----------------|----------------|----------------|------------------|-------|--------|----------------|----------------|-------|--------------------------------|-------|
| .3300 | .3394 | 2.133 | .9723 | 4.159 | 4.277 | .9583 | .2338 | 4.265 | 35.58 | 35.59 | .5599 | .5444 | 5.220 |
| .3310 | .3403 | 2.138 | .9726 | 4.181 | 4.301 | .9586 | .2325 | 4.277 | 35.99 | 36.00 | .5594 | .5441 | 5.217 |
| .3320 | .3413 | 2.144 | .9729 | 4.209 | 4.326 | .9589 | .2312 | 4.288 | 36.42 | 36.43 | .5589 | .5438 | 5.214 |
| .3330 | .3422 | 2.150 | .9732 | 4.234 | 4.350 | .9592 | .2299 | 4.300 | 36.84 | 36.85 | .5584 | .5434 | 5.210 |
| .3340 | .3431 | 2.156 | .9735 | 4.259 | 4.375 | .9595 | .2286 | 4.311 | 37.25 | 37.27 | .5578 | .5431 | 5.207 |
| .3350 | .3440 | 2.161 | .9738 | 4.284 | 4.399 | .9598 | .2273 | 4.323 | 37.70 | 37.72 | .5573 | .5427 | 5.204 |
| .3360 | .3449 | 2.167 | .9741 | 4.310 | 4.424 | .9601 | .2260 | 4.335 | 38.14 | 38.15 | .5568 | .5424 | 5.201 |
| .3370 | .3459 | 2.173 | .9744 | 4.336 | 4.450 | .9604 | .2247 | 4.346 | 38.59 | 38.60 | .5563 | .5421 | 5.198 |
| .3380 | .3468 | 2.179 | .9747 | 4.361 | 4.474 | .9607 | .2235 | 4.358 | 39.02 | 39.04 | .5558 | .5417 | 5.194 |
| .3390 | .3477 | 2.185 | .9750 | 4.388 | 4.500 | .9610 | .2222 | 4.369 | 39.48 | 39.49 | .5553 | .5414 | 5.191 |
| .3400 | .3486 | 2.190 | .9753 | 4.413 | 4.525 | .9613 | .2210 | 4.381 | 39.95 | 39.96 | .5548 | .5411 | 5.188 |
| .3410 | .3495 | 2.196 | .9756 | 4.439 | 4.550 | .9615 | .2198 | 4.392 | 40.44 | 40.44 | .5544 | .5408 | 5.185 |
| .3420 | .3504 | 2.202 | .9758 | 4.466 | 4.576 | .9618 | .2185 | 4.404 | 40.87 | 40.89 | .5539 | .5405 | 5.182 |
| .3430 | .3514 | 2.208 | .9761 | 4.492 | 4.602 | .9621 | .2173 | 4.416 | 41.36 | 41.37 | .5534 | .5402 | 5.179 |
| .3440 | .3523 | 2.214 | .9764 | 4.521 | 4.630 | .9623 | .2160 | 4.427 | 41.85 | 41.84 | .5529 | .5399 | 5.176 |
| .3450 | .3532 | 2.220 | .9767 | 4.547 | 4.656 | .9626 | .2148 | 4.439 | 42.33 | 42.34 | .5524 | .5396 | 5.173 |
| .3460 | .3542 | 2.225 | .9769 | 4.575 | 4.682 | .9629 | .2136 | 4.451 | 42.83 | 42.84 | .5519 | .5392 | 5.171 |
| .3470 | .3551 | 2.231 | .9772 | 4.602 | 4.709 | .9632 | .2124 | 4.462 | 43.34 | 43.35 | .5515 | .5389 | 5.168 |
| .3480 | .3560 | 2.237 | .9775 | 4.629 | 4.736 | .9635 | .2111 | 4.474 | 43.85 | 43.86 | .5510 | .5386 | 5.165 |
| .3490 | .3570 | 2.243 | .9777 | 4.657 | 4.763 | .9638 | .2099 | 4.486 | 44.37 | 44.40 | .5505 | .5383 | 5.162 |
| .3500 | .3579 | 2.249 | .9780 | 4.685 | 4.791 | .9640 | .2087 | 4.498 | 44.89 | 44.88 | .5501 | .5380 | 5.159 |
| .3510 | .3588 | 2.255 | .9782 | 4.713 | 4.818 | .9643 | .2076 | 4.509 | 45.42 | 45.43 | .5496 | .5377 | 5.157 |
| .3520 | .3598 | 2.260 | .9785 | 4.741 | 4.845 | .9646 | .2064 | 4.521 | 45.95 | 45.96 | .5492 | .5374 | 5.154 |
| .3530 | .3607 | 2.266 | .9787 | 4.770 | 4.873 | .9648 | .2052 | 4.533 | 46.50 | 46.51 | .5487 | .5371 | 5.152 |
| .3540 | .3616 | 2.272 | .9790 | 4.798 | 4.901 | .9651 | .2040 | 4.544 | 47.03 | 47.04 | .5483 | .5368 | 5.149 |
| .3550 | .3625 | 2.278 | .9792 | 4.827 | 4.929 | .9654 | .2029 | 4.556 | 47.59 | 47.60 | .5479 | .5365 | 5.147 |
| .3560 | .3635 | 2.284 | .9795 | 4.856 | 4.957 | .9657 | .2017 | 4.568 | 48.15 | 48.16 | .5474 | .5362 | 5.144 |
| .3570 | .3644 | 2.290 | .9797 | 4.885 | 4.987 | .9659 | .2005 | 4.579 | 48.72 | 48.73 | .5470 | .5359 | 5.141 |
| .3580 | .3653 | 2.296 | .9799 | 4.914 | 5.015 | .9662 | .1994 | 4.591 | 49.29 | 49.30 | .5466 | .5356 | 5.139 |
| .3590 | .3663 | 2.301 | .9801 | 4.944 | 5.044 | .9665 | .1983 | 4.603 | 49.88 | 49.89 | .5461 | .5353 | 5.137 |
| .3600 | .3672 | 2.307 | .9804 | 4.974 | 5.072 | .9667 | .1972 | 4.615 | 50.47 | 50.48 | .5457 | .5350 | 5.134 |
| .3610 | .3682 | 2.313 | .9806 | 5.004 | 5.103 | .9670 | .1960 | 4.627 | 51.08 | 51.09 | .5453 | .5347 | 5.132 |
| .3620 | .3691 | 2.319 | .9808 | 5.034 | 5.132 | .9673 | .1949 | 4.638 | 51.67 | 51.67 | .5449 | .5344 | 5.130 |
| .3630 | .3700 | 2.325 | .9811 | 5.063 | 5.161 | .9675 | .1938 | 4.650 | 52.27 | 52.28 | .5445 | .5342 | 5.127 |
| .3640 | .3709 | 2.331 | .9813 | 5.094 | 5.191 | .9677 | .1926 | 4.661 | 52.89 | 52.90 | .5441 | .5339 | 5.125 |
| .3650 | .3719 | 2.337 | .9815 | 5.124 | 5.221 | .9680 | .1915 | 4.673 | 53.52 | 53.53 | .5437 | .5336 | 5.123 |
| .3660 | .3728 | 2.342 | .9817 | 5.155 | 5.251 | .9683 | .1904 | 4.685 | 54.15 | 54.16 | .5433 | .5333 | 5.121 |
| .3670 | .3737 | 2.348 | .9819 | 5.186 | 5.281 | .9686 | .1894 | 4.697 | 54.78 | 54.79 | .5429 | .5330 | 5.118 |
| .3680 | .3747 | 2.354 | .9821 | 5.217 | 5.312 | .9688 | .1883 | 4.708 | 55.42 | 55.43 | .5425 | .5327 | 5.116 |
| .3690 | .3756 | 2.360 | .9823 | 5.248 | 5.343 | .9690 | .1872 | 4.720 | 56.09 | 56.10 | .5421 | .5325 | 5.114 |
| .3700 | .3766 | 2.366 | .9825 | 5.280 | 5.374 | .9693 | .1861 | 4.732 | 56.76 | 56.77 | .5417 | .5322 | 5.112 |
| .3710 | .3775 | 2.372 | .9827 | 5.312 | 5.406 | .9696 | .1850 | 4.744 | 57.43 | 57.44 | .5413 | .5319 | 5.110 |
| .3720 | .3785 | 2.378 | .9830 | 5.345 | 5.438 | .9698 | .1839 | 4.756 | 58.13 | 58.14 | .5409 | .5317 | 5.107 |
| .3730 | .3794 | 2.384 | .9832 | 5.377 | 5.469 | .9700 | .1828 | 4.768 | 58.82 | 58.83 | .5405 | .5314 | 5.105 |
| .3740 | .3804 | 2.390 | .9834 | 5.410 | 5.502 | .9702 | .1818 | 4.780 | 59.52 | 59.53 | .5402 | .5312 | 5.103 |
| .3750 | .3813 | 2.396 | .9835 | 5.443 | 5.534 | .9705 | .1807 | 4.792 | 60.24 | 60.25 | .5398 | .5309 | 5.101 |
| .3760 | .3822 | 2.402 | .9837 | 5.475 | 5.566 | .9707 | .1797 | 4.803 | 60.95 | 60.95 | .5394 | .5306 | 5.099 |
| .3770 | .3832 | 2.408 | .9839 | 5.508 | 5.598 | .9709 | .1786 | 4.815 | 61.68 | 61.68 | .5390 | .5304 | 5.097 |
| .3780 | .3841 | 2.413 | .9841 | 5.541 | 5.631 | .9712 | .1776 | 4.827 | 62.42 | 62.42 | .5387 | .5301 | 5.095 |
| .3790 | .3850 | 2.419 | .9843 | 5.572 | 5.661 | .9714 | .1766 | 4.838 | 63.13 | 63.14 | .5383 | .5299 | 5.093 |
| .3800 | .3860 | 2.425 | .9845 | 5.609 | 5.697 | .9717 | .1756 | 4.851 | 63.91 | 63.91 | .5380 | .5296 | 5.091 |
| .3810 | .3869 | 2.431 | .9847 | 5.643 | 5.731 | .9719 | .1745 | 4.862 | 64.67 | 64.67 | .5376 | .5294 | 5.090 |
| .3820 | .3879 | 2.437 | .9848 | 5.677 | 5.765 | .9721 | .1735 | 4.875 | 65.45 | 65.46 | .5372 | .5291 | 5.088 |
| .3830 | .3888 | 2.443 | .9850 | 5.712 | 5.798 | .9724 | .1725 | 4.885 | 66.26 | 66.27 | .5369 | .5288 | 5.086 |
| .3840 | .3898 | 2.449 | .9852 | 5.746 | 5.833 | .9726 | .1715 | 4.898 | 67.02 | 67.03 | .5365 | .5286 | 5.084 |
| .3850 | .3907 | 2.455 | .9854 | 5.780 | 5.866 | .9728 | .1705 | 4.910 | 67.80 | 67.81 | .5362 | .5284 | 5.082 |
| .3860 | .3917 | 2.461 | .9855 | 5.814 | 5.900 | .9730 | .1695 | 4.922 | 68.61 | 68.62 | .5359 | .5281 | 5.081 |
| .3870 | .3926 | 2.467 | .9857 | 5.850 | 5.935 | .9732 | .1685 | 4.934 | 69.45 | 69.46 | .5355 | .5279 | 5.079 |
| .3880 | .3936 | 2.473 | .9859 | 5.886 | 5.970 | .9735 | .1675 | 4.946 | 70.28 | 70.29 | .5352 | .5276 | 5.077 |
| .3890 | .3945 | 2.479 | .9860 | 5.921 | 6.005 | .9737 | .1665 | 4.958 | 71.12 | 71.13 | .5349 | .5274 | 5.076 |

| d/L_0 | d/L | $2\pi d/L$ | TANH $2\pi d/L$ | SINH $2\pi d/L$ | COSH $2\pi d/L$ | H/H ₀ | K | $h/T d/L$ | SINH $h/T c/L$ | COSH $h/T d/L$ | n | C_0/C_0 | M |
|---------|-------|------------|--------------------|--------------------|--------------------|------------------|-------|-----------|-------------------|-------------------|-------|-----------|-------|
| .3900 | .3955 | 2.485 | .9862 | 5.957 | 6.040 | .9739 | .1656 | 4.970 | 71.97 | 71.98 | .5345 | .5271 | 5.074 |
| .3910 | .3964 | 2.491 | .9864 | 5.993 | 6.076 | .9741 | .1646 | 4.982 | 72.85 | 72.86 | .5342 | .5269 | 5.072 |
| .3920 | .3974 | 2.497 | .9865 | 6.029 | 6.112 | .9743 | .1636 | 4.993 | 73.72 | 73.72 | .5339 | .5267 | 5.071 |
| .3930 | .3983 | 2.503 | .9867 | 6.066 | 6.148 | .9745 | .1627 | 5.005 | 74.58 | 74.59 | .5336 | .5265 | 5.069 |
| .3940 | .3993 | 2.509 | .9869 | 6.103 | 6.185 | .9748 | .1617 | 5.017 | 75.48 | 75.49 | .5332 | .5262 | 5.067 |
| .3950 | .4002 | 2.515 | .9870 | 6.140 | 6.221 | .9750 | .1608 | 5.029 | 76.40 | 76.40 | .5329 | .5260 | 5.066 |
| .3960 | .4012 | 2.521 | .9872 | 6.177 | 6.258 | .9752 | .1598 | 5.041 | 77.31 | 77.32 | .5326 | .5258 | 5.064 |
| .3970 | .4021 | 2.527 | .9873 | 6.215 | 6.295 | .9754 | .1589 | 5.053 | 78.24 | 78.24 | .5323 | .5255 | 5.063 |
| .3980 | .4031 | 2.532 | .9874 | 6.252 | 6.332 | .9756 | .1579 | 5.065 | 79.19 | 79.19 | .5320 | .5253 | 5.062 |
| .3990 | .4040 | 2.538 | .9876 | 6.290 | 6.369 | .9758 | .1570 | 5.077 | 80.13 | 80.13 | .5317 | .5251 | 5.060 |
| .4000 | .4050 | 2.544 | .9877 | 6.329 | 6.407 | .9761 | .1561 | 5.089 | 81.12 | 81.12 | .5314 | .5248 | 5.058 |
| .4010 | .4059 | 2.550 | .9879 | 6.367 | 6.445 | .9763 | .1552 | 5.101 | 82.07 | 82.08 | .5311 | .5246 | 5.056 |
| .4020 | .4069 | 2.556 | .9880 | 6.406 | 6.483 | .9765 | .1542 | 5.113 | 83.06 | 83.06 | .5308 | .5244 | 5.055 |
| .4030 | .4078 | 2.562 | .9882 | 6.444 | 6.521 | .9766 | .1533 | 5.125 | 84.07 | 84.07 | .5305 | .5242 | 5.053 |
| .4040 | .4088 | 2.568 | .9883 | 6.484 | 6.561 | .9768 | .1524 | 5.137 | 85.11 | 85.12 | .5302 | .5240 | 5.052 |
| .4050 | .4098 | 2.575 | .9885 | 6.525 | 6.601 | .9770 | .1515 | 5.149 | 86.14 | 86.14 | .5299 | .5238 | 5.050 |
| .4060 | .4107 | 2.581 | .9886 | 6.564 | 6.640 | .9772 | .1506 | 5.161 | 87.17 | 87.17 | .5296 | .5236 | 5.049 |
| .4070 | .4116 | 2.586 | .9887 | 6.603 | 6.679 | .9774 | .1497 | 5.173 | 88.19 | 88.20 | .5293 | .5234 | 5.048 |
| .4080 | .4126 | 2.592 | .9889 | 6.644 | 6.718 | .9776 | .1488 | 5.185 | 89.28 | 89.28 | .5290 | .5232 | 5.046 |
| .4090 | .4136 | 2.598 | .9890 | 6.684 | 6.758 | .9778 | .1480 | 5.197 | 90.38 | 90.39 | .5287 | .5229 | 5.045 |
| .4100 | .4145 | 2.604 | .9891 | 6.725 | 6.799 | .9780 | .1471 | 5.209 | 91.44 | 91.44 | .5285 | .5227 | 5.044 |
| .4110 | .4155 | 2.610 | .9892 | 6.766 | 6.839 | .9782 | .1462 | 5.221 | 92.54 | 92.55 | .5282 | .5225 | 5.043 |
| .4120 | .4164 | 2.616 | .9894 | 6.806 | 6.879 | .9784 | .1454 | 5.233 | 93.67 | 93.67 | .5279 | .5223 | 5.041 |
| .4130 | .4174 | 2.623 | .9895 | 6.849 | 6.921 | .9786 | .1445 | 5.245 | 94.83 | 94.83 | .5277 | .5221 | 5.040 |
| .4140 | .4183 | 2.629 | .9896 | 6.890 | 6.963 | .9788 | .1436 | 5.257 | 95.95 | 95.96 | .5274 | .5219 | 5.039 |
| .4150 | .4193 | 2.635 | .9898 | 6.932 | 7.004 | .9790 | .1428 | 5.269 | 97.13 | 97.13 | .5271 | .5217 | 5.037 |
| .4160 | .4203 | 2.641 | .9899 | 6.974 | 7.046 | .9792 | .1419 | 5.281 | 98.29 | 98.30 | .5269 | .5215 | 5.036 |
| .4170 | .4212 | 2.647 | .9900 | 7.018 | 7.088 | .9794 | .1411 | 5.294 | 99.52 | 99.52 | .5266 | .5213 | 5.035 |
| .4180 | .4222 | 2.653 | .9901 | 7.060 | 7.130 | .9795 | .1403 | 5.305 | 100.7 | 100.7 | .5263 | .5211 | 5.034 |
| .4190 | .4231 | 2.659 | .9902 | 7.102 | 7.173 | .9797 | .1394 | 5.317 | 101.9 | 101.9 | .5261 | .5209 | 5.033 |
| .4200 | .4241 | 2.665 | .9904 | 7.146 | 7.215 | .9798 | .1386 | 5.329 | 103.1 | 103.1 | .5258 | .5208 | 5.031 |
| .4210 | .4251 | 2.671 | .9905 | 7.190 | 7.259 | .9800 | .1378 | 5.341 | 104.4 | 104.4 | .5256 | .5206 | 5.030 |
| .4220 | .4260 | 2.677 | .9906 | 7.234 | 7.303 | .9802 | .1369 | 5.353 | 105.7 | 105.7 | .5253 | .5204 | 5.029 |
| .4230 | .4270 | 2.683 | .9907 | 7.279 | 7.349 | .9804 | .1361 | 5.366 | 107.0 | 107.0 | .5251 | .5202 | 5.028 |
| .4240 | .4280 | 2.689 | .9908 | 7.325 | 7.392 | .9806 | .1353 | 5.378 | 108.3 | 108.3 | .5248 | .5200 | 5.027 |
| .4250 | .4289 | 2.695 | .9909 | 7.371 | 7.438 | .9808 | .1345 | 5.390 | 109.7 | 109.7 | .5246 | .5198 | 5.026 |
| .4260 | .4298 | 2.701 | .9910 | 7.412 | 7.479 | .9810 | .1337 | 5.402 | 110.9 | 110.9 | .5244 | .5196 | 5.025 |
| .4270 | .4308 | 2.707 | .9911 | 7.457 | 7.524 | .9811 | .1329 | 5.414 | 112.2 | 112.2 | .5241 | .5195 | 5.024 |
| .4280 | .4318 | 2.713 | .9912 | 7.503 | 7.570 | .9812 | .1321 | 5.426 | 113.6 | 113.6 | .5239 | .5193 | 5.023 |
| .4290 | .4328 | 2.719 | .9913 | 7.550 | 7.616 | .9814 | .1313 | 5.438 | 115.0 | 115.0 | .5237 | .5191 | 5.022 |
| .4300 | .4337 | 2.725 | .9914 | 7.595 | 7.661 | .9816 | .1305 | 5.450 | 116.4 | 116.4 | .5234 | .5189 | 5.021 |
| .4310 | .4347 | 2.731 | .9915 | 7.642 | 7.707 | .9818 | .1298 | 5.462 | 117.8 | 117.8 | .5232 | .5187 | 5.020 |
| .4320 | .4356 | 2.737 | .9916 | 7.688 | 7.753 | .9819 | .1290 | 5.474 | 119.2 | 119.3 | .5230 | .5186 | 5.019 |
| .4330 | .4366 | 2.743 | .9917 | 7.735 | 7.800 | .9821 | .1282 | 5.486 | 120.7 | 120.7 | .5227 | .5184 | 5.018 |
| .4340 | .4376 | 2.749 | .9918 | 7.783 | 7.847 | .9823 | .1274 | 5.499 | 122.2 | 122.2 | .5225 | .5182 | 5.017 |
| .4350 | .4385 | 2.755 | .9919 | 7.831 | 7.895 | .9824 | .1267 | 5.511 | 123.7 | 123.7 | .5223 | .5181 | 5.016 |
| .4360 | .4395 | 2.762 | .9920 | 7.880 | 7.943 | .9826 | .1259 | 5.523 | 125.2 | 125.2 | .5221 | .5179 | 5.015 |
| .4370 | .4405 | 2.768 | .9921 | 7.922 | 7.991 | .9828 | .1251 | 5.535 | 126.7 | 126.7 | .5218 | .5177 | 5.014 |
| .4380 | .4414 | 2.774 | .9922 | 7.975 | 8.035 | .9829 | .1244 | 5.547 | 128.3 | 128.3 | .5216 | .5176 | 5.013 |
| .4390 | .4424 | 2.780 | .9923 | 8.026 | 8.088 | .9830 | .1236 | 5.560 | 129.9 | 129.9 | .5214 | .5174 | 5.012 |
| .4400 | .4434 | 2.786 | .9924 | 8.075 | 8.136 | .9832 | .1229 | 5.572 | 131.4 | 131.4 | .5212 | .5172 | 5.011 |
| .4410 | .4443 | 2.792 | .9925 | 8.124 | 8.185 | .9833 | .1222 | 5.584 | 133.0 | 133.0 | .5210 | .5171 | 5.010 |
| .4420 | .4453 | 2.798 | .9926 | 8.175 | 8.236 | .9835 | .1214 | 5.596 | 134.7 | 134.7 | .5208 | .5169 | 5.009 |
| .4430 | .4463 | 2.804 | .9927 | 8.228 | 8.285 | .9836 | .1207 | 5.608 | 136.3 | 136.3 | .5206 | .5168 | 5.008 |
| .4440 | .4472 | 2.810 | .9928 | 8.274 | 8.334 | .9838 | .1200 | 5.620 | 137.9 | 137.9 | .5204 | .5166 | 5.007 |
| .4450 | .4482 | 2.816 | .9929 | 8.326 | 8.387 | .9839 | .1192 | 5.632 | 139.6 | 139.7 | .5202 | .5165 | 5.006 |
| .4460 | .4492 | 2.822 | .9930 | 8.379 | 8.438 | .9841 | .1185 | 5.644 | 141.4 | 141.4 | .5200 | .5163 | 5.005 |
| .4470 | .4501 | 2.828 | .9930 | 8.427 | 8.486 | .9843 | .1178 | 5.657 | 143.1 | 143.1 | .5198 | .5161 | 5.005 |
| .4480 | .4511 | 2.834 | .9931 | 8.481 | 8.540 | .9844 | .1171 | 5.669 | 144.8 | 144.8 | .5196 | .5160 | 5.004 |
| .4490 | .4521 | 2.840 | .9932 | 8.532 | 8.590 | .9846 | .1164 | 5.681 | 146.6 | 146.6 | .5194 | .5158 | 5.003 |

| d/L ₀ | d/L | 2π d/L | TANH 2π d/L | SINH 2π d/L | COSH 2 d/L | H/H ₀ | K | k7 d/L | SINH k7 d/L | COSH k7 d/L | n | C ₀ /C _∞ | K |
|------------------|-------|--------|----------------|----------------|---------------|------------------|--------|--------|----------------|----------------|-------|--------------------------------|-------|
| .4509 | .4531 | 2.847 | .9933 | 8.585 | 8.643 | .9847 | .1157 | 5.693 | 148.4 | 148.4 | .5192 | .5157 | 5.002 |
| .4510 | .4540 | 2.853 | .9934 | 8.638 | 8.695 | .9848 | .1150 | 5.705 | 150.2 | 150.2 | .5190 | .5156 | 5.001 |
| .4520 | .4550 | 2.859 | .9935 | 8.693 | 8.750 | .9849 | .1143 | 5.717 | 152.1 | 152.1 | .5188 | .5154 | 5.000 |
| .4530 | .4560 | 2.865 | .9935 | 8.747 | 8.806 | .9851 | .1136 | 5.730 | 154.0 | 154.0 | .5186 | .5152 | 5.000 |
| .4540 | .4569 | 2.871 | .9936 | 8.797 | 8.854 | .9852 | .1129 | 5.742 | 155.9 | 155.9 | .5184 | .5151 | 4.999 |
| .4550 | .4579 | 2.877 | .9937 | 8.853 | 8.910 | .9853 | .1122 | 5.754 | 157.7 | 157.7 | .5182 | .5150 | 4.998 |
| .4560 | .4589 | 2.883 | .9938 | 8.910 | 8.965 | .9855 | .1115 | 5.766 | 159.7 | 159.7 | .5181 | .5148 | 4.997 |
| .4570 | .4599 | 2.890 | .9938 | 8.965 | 9.021 | .9857 | .1109 | 5.779 | 161.7 | 161.7 | .5179 | .5146 | 4.997 |
| .4580 | .4608 | 2.896 | .9939 | 9.016 | 9.072 | .9858 | .1102 | 5.791 | 163.6 | 163.6 | .5177 | .5145 | 4.996 |
| .4590 | .4618 | 2.902 | .9940 | 9.074 | 9.129 | .9859 | .1095 | 5.803 | 165.6 | 165.6 | .5175 | .5144 | 4.995 |
| .4600 | .4628 | 2.908 | .9941 | 9.132 | 9.186 | .9860 | .1089 | 5.815 | 167.7 | 167.7 | .5173 | .5143 | 4.994 |
| .4610 | .4637 | 2.914 | .9941 | 9.183 | 9.238 | .9862 | .1083 | 5.827 | 169.7 | 169.7 | .5172 | .5141 | 4.994 |
| .4620 | .4647 | 2.920 | .9942 | 9.242 | 9.296 | .9863 | .1076 | 5.840 | 171.8 | 171.8 | .5170 | .5140 | 4.993 |
| .4630 | .4657 | 2.926 | .9943 | 9.301 | 9.354 | .9864 | .1069 | 5.852 | 173.9 | 173.9 | .5168 | .5139 | 4.992 |
| .4640 | .4666 | 2.932 | .9944 | 9.353 | 9.406 | .9865 | .1063 | 5.864 | 176.0 | 176.0 | .5167 | .5138 | 4.991 |
| .4650 | .4676 | 2.938 | .9944 | 9.413 | 9.466 | .9867 | .1056 | 5.876 | 178.2 | 178.2 | .5165 | .5136 | 4.991 |
| .4660 | .4686 | 2.944 | .9945 | 9.472 | 9.525 | .9868 | .1050 | 5.888 | 180.4 | 180.4 | .5163 | .5135 | 4.990 |
| .4670 | .4695 | 2.951 | .9946 | 9.533 | 9.585 | .9869 | .1043 | 5.900 | 182.6 | 182.6 | .5162 | .5134 | 4.989 |
| .4680 | .4705 | 2.957 | .9946 | 9.586 | 9.638 | .9871 | .1037 | 5.912 | 184.8 | 184.8 | .5160 | .5132 | 4.989 |
| .4690 | .4715 | 2.963 | .9947 | 9.647 | 9.699 | .9872 | .1031 | 5.925 | 187.2 | 187.2 | .5158 | .5131 | 4.988 |
| .4700 | .4725 | 2.969 | .9947 | 9.709 | 9.760 | .9873 | .1025 | 5.937 | 189.5 | 189.5 | .5157 | .5129 | 4.988 |
| .4710 | .4735 | 2.975 | .9948 | 9.770 | 9.821 | .9874 | .1018 | 5.949 | 191.8 | 191.8 | .5155 | .5128 | 4.987 |
| .4720 | .4744 | 2.981 | .9949 | 9.826 | 9.877 | .9875 | .1012 | 5.962 | 194.2 | 194.2 | .5154 | .5127 | 4.986 |
| .4730 | .4754 | 2.987 | .9949 | 9.888 | 9.938 | .9876 | .1006 | 5.974 | 196.5 | 196.5 | .5152 | .5126 | 4.986 |
| .4740 | .4764 | 2.993 | .9950 | 9.951 | 10.000 | .9877 | .1000 | 5.986 | 199.0 | 199.0 | .5150 | .5125 | 4.985 |
| .4750 | .4774 | 2.999 | .9951 | 10.01 | 10.07 | .9878 | .09942 | 5.999 | 201.4 | 201.4 | .5149 | .5124 | 4.984 |
| .4760 | .4783 | 3.005 | .9951 | 10.07 | 10.12 | .9880 | .09882 | 6.011 | 203.9 | 203.9 | .5147 | .5122 | 4.984 |
| .4770 | .4793 | 3.012 | .9952 | 10.13 | 10.18 | .9881 | .09820 | 6.023 | 206.5 | 206.5 | .5146 | .5121 | 4.983 |
| .4780 | .4803 | 3.018 | .9952 | 10.20 | 10.25 | .9882 | .09759 | 6.036 | 209.0 | 209.0 | .5144 | .5120 | 4.983 |
| .4790 | .4813 | 3.024 | .9953 | 10.26 | 10.31 | .9883 | .09698 | 6.048 | 211.7 | 211.7 | .5143 | .5119 | 4.982 |
| .4800 | .4822 | 3.030 | .9953 | 10.32 | 10.37 | .9885 | .09641 | 6.060 | 214.2 | 214.2 | .5142 | .5117 | 4.982 |
| .4810 | .4832 | 3.036 | .9954 | 10.39 | 10.43 | .9886 | .09583 | 6.072 | 216.8 | 216.8 | .5140 | .5116 | 4.981 |
| .4820 | .4842 | 3.042 | .9955 | 10.45 | 10.50 | .9887 | .09523 | 6.085 | 219.5 | 219.5 | .5139 | .5115 | 4.980 |
| .4830 | .4852 | 3.049 | .9955 | 10.52 | 10.57 | .9888 | .09464 | 6.097 | 222.2 | 222.2 | .5137 | .5114 | 4.980 |
| .4840 | .4862 | 3.055 | .9956 | 10.59 | 10.63 | .9889 | .09405 | 6.109 | 225.0 | 225.0 | .5136 | .5113 | 4.979 |
| .4850 | .4871 | 3.061 | .9956 | 10.65 | 10.69 | .9890 | .09352 | 6.121 | 228.3 | 228.3 | .5134 | .5112 | 4.979 |
| .4860 | .4881 | 3.067 | .9957 | 10.71 | 10.76 | .9891 | .09294 | 6.134 | 230.6 | 230.6 | .5133 | .5111 | 4.978 |
| .4870 | .4891 | 3.073 | .9957 | 10.78 | 10.83 | .9892 | .09236 | 6.146 | 233.5 | 233.5 | .5132 | .5110 | 4.978 |
| .4880 | .4901 | 3.079 | .9958 | 10.85 | 10.90 | .9893 | .09178 | 6.159 | 236.4 | 236.4 | .5130 | .5109 | 4.977 |
| .4890 | .4911 | 3.086 | .9958 | 10.92 | 10.96 | .9895 | .09121 | 6.171 | 239.6 | 239.6 | .5129 | .5107 | 4.977 |
| .4900 | .4920 | 3.092 | .9959 | 10.99 | 11.03 | .9896 | .09064 | 6.183 | 242.3 | 242.3 | .5128 | .5106 | 4.976 |
| .4910 | .4930 | 3.098 | .9959 | 11.05 | 11.09 | .9897 | .09010 | 6.195 | 245.2 | 245.2 | .5126 | .5105 | 4.976 |
| .4920 | .4940 | 3.104 | .9960 | 11.12 | 11.16 | .9898 | .08956 | 6.208 | 248.3 | 248.3 | .5125 | .5104 | 4.975 |
| .4930 | .4950 | 3.110 | .9960 | 11.19 | 11.24 | .9899 | .08901 | 6.220 | 251.3 | 251.3 | .5124 | .5103 | 4.975 |
| .4940 | .4960 | 3.117 | .9961 | 11.26 | 11.31 | .9899 | .08845 | 6.232 | 254.5 | 254.5 | .5122 | .5102 | 4.974 |
| .4950 | .4969 | 3.122 | .9961 | 11.32 | 11.37 | .9900 | .08793 | 6.245 | 257.6 | 257.6 | .5121 | .5101 | 4.974 |
| .4960 | .4979 | 3.128 | .9962 | 11.40 | 11.44 | .9901 | .08741 | 6.257 | 260.8 | 260.8 | .5120 | .5100 | 4.973 |
| .4970 | .4989 | 3.135 | .9962 | 11.47 | 11.51 | .9902 | .08691 | 6.269 | 264.0 | 264.0 | .5119 | .5099 | 4.973 |
| .4980 | .4999 | 3.141 | .9963 | 11.54 | 11.59 | .9903 | .08637 | 6.282 | 267.3 | 267.3 | .5118 | .5098 | 4.972 |
| .4990 | .5009 | 3.147 | .9963 | 11.61 | 11.65 | .9904 | .08584 | 6.294 | 270.6 | 270.6 | .5116 | .5097 | 4.972 |
| .5000 | .5018 | 3.153 | .9964 | 11.68 | 11.72 | .9905 | .08530 | 6.306 | 274.0 | 274.0 | .5115 | .5096 | 4.971 |
| .5010 | .5028 | 3.159 | .9964 | 11.75 | 11.80 | .9906 | .08477 | 6.319 | 277.5 | 277.5 | .5114 | .5095 | 4.971 |
| .5020 | .5038 | 3.166 | .9964 | 11.83 | 11.87 | .9907 | .08424 | 6.331 | 280.8 | 280.8 | .5113 | .5094 | 4.971 |
| .5030 | .5048 | 3.172 | .9965 | 11.91 | 11.95 | .9908 | .08371 | 6.343 | 284.3 | 284.3 | .5112 | .5093 | 4.970 |
| .5040 | .5058 | 3.178 | .9965 | 11.98 | 12.02 | .9909 | .08320 | 6.356 | 287.9 | 287.9 | .5110 | .5092 | 4.970 |
| .5050 | .5067 | 3.184 | .9966 | 12.05 | 12.09 | .9909 | .08270 | 6.368 | 291.4 | 291.4 | .5109 | .5092 | 4.969 |
| .5060 | .5077 | 3.190 | .9966 | 12.12 | 12.16 | .9910 | .08220 | 6.380 | 295.0 | 295.0 | .5108 | .5091 | 4.969 |
| .5070 | .5087 | 3.196 | .9967 | 12.20 | 12.24 | .9911 | .08169 | 6.393 | 298.7 | 298.7 | .5107 | .5090 | 4.968 |
| .5080 | .5097 | 3.203 | .9967 | 12.28 | 12.32 | .9912 | .08119 | 6.405 | 302.4 | 302.4 | .5106 | .5089 | 4.968 |
| .5090 | .5107 | 3.209 | .9968 | 12.35 | 12.39 | .9913 | .08068 | 6.417 | 306.2 | 306.2 | .5105 | .5088 | 4.967 |

| d/L ₀ | d/L | 2π d/L | TANH 2π d/L | SINH 2π d/L | COSH 2π d/L | H/H ₀ | K | hπ d/L | SINH hπ d/L | COSH hπ d/L | n | C ₀ /c ₀ | M |
|------------------|-------|--------|----------------|----------------|----------------|------------------|--------|--------|----------------|----------------|-------|--------------------------------|-------|
| .5100 | .5117 | 3.215 | .9968 | 12.43 | 12.47 | .9914 | .08022 | 6.430 | 310.0 | 310.0 | .5104 | .5087 | 4.967 |
| .5110 | .5126 | 3.221 | .9968 | 12.50 | 12.54 | .9915 | .07972 | 6.442 | 313.8 | 313.8 | .5103 | .5086 | 4.967 |
| .5120 | .5136 | 3.227 | .9969 | 12.58 | 12.62 | .9915 | .07922 | 6.454 | 317.7 | 317.7 | .5102 | .5086 | 4.966 |
| .5130 | .5156 | 3.233 | .9969 | 12.66 | 12.70 | .9916 | .07873 | 6.467 | 321.7 | 321.7 | .5101 | .5085 | 4.966 |
| .5140 | .5166 | 3.240 | .9970 | 12.74 | 12.78 | .9917 | .07824 | 6.479 | 325.7 | 325.7 | .5100 | .5084 | 4.965 |
| .5150 | .5166 | 3.246 | .9970 | 12.82 | 12.86 | .9918 | .07776 | 6.491 | 329.7 | 329.7 | .5098 | .5083 | 4.965 |
| .5160 | .5176 | 3.252 | .9970 | 12.90 | 12.94 | .9919 | .07729 | 6.504 | 333.8 | 333.8 | .5097 | .5082 | 4.965 |
| .5170 | .5185 | 3.258 | .9971 | 12.98 | 13.02 | .9919 | .07682 | 6.516 | 337.9 | 337.9 | .5096 | .5082 | 4.964 |
| .5180 | .5195 | 3.264 | .9971 | 13.06 | 13.10 | .9920 | .07634 | 6.529 | 342.2 | 342.2 | .5095 | .5081 | 4.964 |
| .5190 | .5205 | 3.270 | .9971 | 13.14 | 13.18 | .9921 | .07587 | 6.541 | 346.4 | 346.4 | .5094 | .5080 | 4.964 |
| .5200 | .5215 | 3.277 | .9972 | 13.22 | 13.26 | .9922 | .07540 | 6.553 | 350.7 | 350.7 | .5093 | .5079 | 4.963 |
| .5210 | .5225 | 3.283 | .9972 | 13.31 | 13.35 | .9923 | .07494 | 6.566 | 355.1 | 355.1 | .5092 | .5078 | 4.963 |
| .5220 | .5235 | 3.289 | .9972 | 13.39 | 13.43 | .9924 | .07449 | 6.578 | 359.6 | 359.6 | .5092 | .5077 | 4.963 |
| .5230 | .5244 | 3.295 | .9973 | 13.47 | 13.51 | .9924 | .07404 | 6.590 | 364.0 | 364.0 | .5091 | .5077 | 4.962 |
| .5240 | .5254 | 3.301 | .9973 | 13.55 | 13.59 | .9925 | .07358 | 6.603 | 368.5 | 368.5 | .5090 | .5076 | 4.962 |
| .5250 | .5264 | 3.308 | .9973 | 13.64 | 13.68 | .9926 | .07312 | 6.615 | 373.1 | 373.1 | .5089 | .5075 | 4.962 |
| .5260 | .5274 | 3.314 | .9974 | 13.73 | 13.76 | .9927 | .07266 | 6.628 | 377.8 | 377.8 | .5088 | .5074 | 4.961 |
| .5270 | .5284 | 3.320 | .9974 | 13.81 | 13.85 | .9927 | .07221 | 6.640 | 382.5 | 382.5 | .5087 | .5074 | 4.961 |
| .5280 | .5294 | 3.326 | .9974 | 13.90 | 13.94 | .9928 | .07177 | 6.652 | 387.3 | 387.3 | .5086 | .5073 | 4.961 |
| .5290 | .5304 | 3.333 | .9975 | 13.99 | 14.02 | .9929 | .07134 | 6.665 | 392.2 | 392.2 | .5085 | .5072 | 4.960 |
| .5300 | .5314 | 3.339 | .9975 | 14.07 | 14.10 | .9930 | .07091 | 6.677 | 397.0 | 397.0 | .5084 | .5071 | 4.960 |
| .5310 | .5323 | 3.345 | .9975 | 14.16 | 14.19 | .9931 | .07048 | 6.690 | 402.0 | 402.0 | .5083 | .5070 | 4.960 |
| .5320 | .5333 | 3.351 | .9976 | 14.25 | 14.28 | .9931 | .07003 | 6.702 | 406.9 | 406.9 | .5082 | .5070 | 4.959 |
| .5330 | .5343 | 3.357 | .9976 | 14.34 | 14.37 | .9932 | .06959 | 6.714 | 412.0 | 412.0 | .5082 | .5069 | 4.959 |
| .5340 | .5353 | 3.363 | .9976 | 14.43 | 14.46 | .9933 | .06915 | 6.727 | 417.2 | 417.2 | .5081 | .5068 | 4.959 |
| .5350 | .5363 | 3.370 | .9976 | 14.52 | 14.55 | .9933 | .06872 | 6.739 | 422.4 | 422.4 | .5080 | .5068 | 4.959 |
| .5360 | .5373 | 3.376 | .9977 | 14.61 | 14.64 | .9934 | .06829 | 6.752 | 427.7 | 427.7 | .5079 | .5067 | 4.958 |
| .5370 | .5383 | 3.382 | .9977 | 14.70 | 14.73 | .9935 | .06787 | 6.764 | 433.1 | 433.1 | .5078 | .5066 | 4.958 |
| .5380 | .5393 | 3.388 | .9977 | 14.79 | 14.82 | .9935 | .06746 | 6.776 | 438.5 | 438.5 | .5077 | .5066 | 4.958 |
| .5390 | .5402 | 3.394 | .9977 | 14.88 | 14.91 | .9936 | .06705 | 6.789 | 444.0 | 444.0 | .5077 | .5065 | 4.958 |
| .5400 | .5412 | 3.401 | .9978 | 14.97 | 15.01 | .9936 | .06664 | 6.801 | 449.5 | 449.5 | .5076 | .5065 | 4.957 |
| .5410 | .5422 | 3.407 | .9978 | 15.07 | 15.10 | .9937 | .06623 | 6.814 | 455.1 | 455.1 | .5075 | .5064 | 4.957 |
| .5420 | .5432 | 3.413 | .9978 | 15.16 | 15.19 | .9938 | .06582 | 6.826 | 460.7 | 460.7 | .5074 | .5063 | 4.957 |
| .5430 | .5442 | 3.419 | .9979 | 15.25 | 15.29 | .9938 | .06542 | 6.838 | 466.4 | 466.4 | .5073 | .5063 | 4.956 |
| .5440 | .5452 | 3.426 | .9979 | 15.35 | 15.38 | .9939 | .06501 | 6.851 | 472.2 | 472.2 | .5073 | .5062 | 4.956 |
| .5450 | .5461 | 3.432 | .9979 | 15.45 | 15.48 | .9940 | .06461 | 6.863 | 478.1 | 478.1 | .5072 | .5061 | 4.956 |
| .5460 | .5471 | 3.438 | .9979 | 15.54 | 15.58 | .9941 | .06420 | 6.876 | 484.3 | 484.3 | .5071 | .5060 | 4.956 |
| .5470 | .5481 | 3.444 | .9980 | 15.64 | 15.67 | .9941 | .06380 | 6.888 | 490.3 | 490.3 | .5070 | .5060 | 4.955 |
| .5480 | .5491 | 3.450 | .9980 | 15.74 | 15.77 | .9942 | .06341 | 6.901 | 496.4 | 496.4 | .5070 | .5059 | 4.955 |
| .5490 | .5501 | 3.456 | .9980 | 15.84 | 15.87 | .9942 | .06302 | 6.913 | 502.5 | 502.5 | .5069 | .5059 | 4.955 |
| .5500 | .5511 | 3.463 | .9980 | 15.94 | 15.97 | .9942 | .06263 | 6.925 | 508.7 | 508.7 | .5068 | .5058 | 4.955 |
| .5510 | .5521 | 3.469 | .9981 | 16.04 | 16.07 | .9942 | .06224 | 6.937 | 515.0 | 515.0 | .5067 | .5058 | 4.954 |
| .5520 | .5531 | 3.475 | .9981 | 16.14 | 16.17 | .9943 | .06186 | 6.950 | 521.6 | 521.6 | .5067 | .5057 | 4.954 |
| .5530 | .5541 | 3.481 | .9981 | 16.24 | 16.27 | .9944 | .06148 | 6.962 | 528.1 | 528.1 | .5066 | .5056 | 4.954 |
| .5540 | .5551 | 3.488 | .9981 | 16.34 | 16.37 | .9944 | .06110 | 6.975 | 534.8 | 534.8 | .5065 | .5056 | 4.954 |
| .5550 | .5560 | 3.494 | .9982 | 16.44 | 16.47 | .9945 | .06073 | 6.987 | 541.4 | 541.4 | .5065 | .5056 | 4.953 |
| .5560 | .5570 | 3.500 | .9982 | 16.54 | 16.57 | .9945 | .06035 | 7.000 | 548.1 | 548.1 | .5064 | .5055 | 4.953 |
| .5570 | .5580 | 3.506 | .9982 | 16.65 | 16.68 | .9946 | .05997 | 7.012 | 554.9 | 554.9 | .5063 | .5054 | 4.953 |
| .5580 | .5590 | 3.512 | .9982 | 16.75 | 16.78 | .9947 | .05960 | 7.025 | 562.0 | 562.0 | .5063 | .5053 | 4.953 |
| .5590 | .5600 | 3.519 | .9982 | 16.85 | 16.88 | .9947 | .05923 | 7.037 | 569.1 | 569.1 | .5062 | .5053 | 4.953 |
| .5600 | .5610 | 3.525 | .9983 | 16.96 | 16.99 | .9947 | .05887 | 7.050 | 576.1 | 576.1 | .5061 | .5053 | 4.952 |
| .5610 | .5620 | 3.531 | .9983 | 17.06 | 17.09 | .9948 | .05850 | 7.062 | 583.3 | 583.3 | .5061 | .5052 | 4.952 |
| .5620 | .5630 | 3.537 | .9983 | 17.17 | 17.20 | .9949 | .05814 | 7.074 | 590.7 | 590.7 | .5060 | .5051 | 4.952 |
| .5630 | .5640 | 3.543 | .9983 | 17.28 | 17.31 | .9949 | .05778 | 7.087 | 598.0 | 598.0 | .5059 | .5051 | 4.952 |
| .5640 | .5649 | 3.550 | .9984 | 17.38 | 17.41 | .9950 | .05743 | 7.099 | 605.0 | 605.0 | .5059 | .5050 | 4.951 |
| .5650 | .5659 | 3.556 | .9984 | 17.49 | 17.52 | .9950 | .05707 | 7.112 | 613.2 | 613.2 | .5058 | .5050 | 4.951 |
| .5660 | .5669 | 3.562 | .9984 | 17.60 | 17.63 | .9951 | .05672 | 7.124 | 620.8 | 620.8 | .5057 | .5049 | 4.951 |
| .5670 | .5679 | 3.568 | .9984 | 17.71 | 17.74 | .9951 | .05637 | 7.136 | 628.5 | 628.5 | .5057 | .5049 | 4.951 |
| .5680 | .5689 | 3.575 | .9984 | 17.82 | 17.85 | .9952 | .05602 | 7.149 | 636.4 | 636.4 | .5056 | .5048 | 4.951 |
| .5690 | .5699 | 3.581 | .9985 | 17.94 | 17.97 | .9952 | .05567 | 7.161 | 644.3 | 644.3 | .5056 | .5048 | 4.950 |

| d/L _o | d/L | 2πd/L | TANH 2π d/L | SINH 2 π d/L | COSH 2π d/L | H/H _o | K | hπ d/L | SINH hπ d/L | COSH hπ d/L | n | C _g /C _o | M |
|------------------|-------|-------|----------------|-----------------|----------------|------------------|---------|--------|----------------|----------------|-------|--------------------------------|-------|
| .5700 | .5709 | 3.587 | .9985 | 18.05 | 18.08 | .9953 | .05532 | 7.174 | 652.4 | 652.4 | .5055 | .5047 | 4.950 |
| .5710 | .5719 | 3.593 | .9985 | 18.16 | 18.19 | .9953 | .05497 | 7.186 | 660.5 | 660.5 | .5054 | .5047 | 4.950 |
| .5720 | .5729 | 3.600 | .9985 | 18.28 | 18.31 | .9954 | .05463 | 7.199 | 668.8 | 668.8 | .5054 | .5046 | 4.950 |
| .5730 | .5738 | 3.606 | .9985 | 18.39 | 18.42 | .9954 | .05430 | 7.211 | 677.2 | 677.2 | .5053 | .5046 | 4.950 |
| .5740 | .5748 | 3.612 | .9985 | 18.50 | 18.53 | .9955 | .05396 | 7.224 | 685.6 | 685.6 | .5053 | .5045 | 4.950 |
| .5750 | .5758 | 3.618 | .9986 | 18.62 | 18.64 | .9955 | .05363 | 7.236 | 694.3 | 694.3 | .5052 | .5045 | 4.949 |
| .5760 | .5768 | 3.624 | .9986 | 18.73 | 18.76 | .9956 | .05330 | 7.249 | 703.2 | 703.2 | .5052 | .5044 | 4.949 |
| .5770 | .5778 | 3.630 | .9986 | 18.85 | 18.88 | .9956 | .05297 | 7.261 | 711.9 | 711.9 | .5051 | .5044 | 4.949 |
| .5780 | .5788 | 3.637 | .9986 | 18.97 | 19.00 | .9957 | .05264 | 7.274 | 720.8 | 720.8 | .5051 | .5043 | 4.949 |
| .5790 | .5798 | 3.643 | .9986 | 19.09 | 19.12 | .9957 | .05231 | 7.286 | 729.9 | 729.9 | .5050 | .5043 | 4.949 |
| .5800 | .5808 | 3.649 | .9987 | 19.21 | 19.24 | .9957 | .05198 | 7.298 | 739.0 | 739.0 | .5049 | .5043 | 4.948 |
| .5810 | .5818 | 3.656 | .9987 | 19.33 | 19.36 | .9958 | .05166 | 7.311 | 748.1 | 748.1 | .5049 | .5042 | 4.948 |
| .5820 | .5828 | 3.662 | .9987 | 19.45 | 19.48 | .9958 | .05134 | 7.323 | 757.5 | 757.5 | .5048 | .5042 | 4.948 |
| .5830 | .5838 | 3.668 | .9987 | 19.58 | 19.60 | .9959 | .05102 | 7.336 | 767.0 | 767.0 | .5048 | .5041 | 4.948 |
| .5840 | .5848 | 3.674 | .9987 | 19.70 | 19.73 | .9959 | .05070 | 7.348 | 776.7 | 776.7 | .5047 | .5041 | 4.948 |
| .5850 | .5858 | 3.680 | .9987 | 19.81 | 19.84 | .9960 | .05040 | 7.361 | 786.5 | 786.5 | .5047 | .5040 | 4.948 |
| .5860 | .5867 | 3.686 | .9987 | 19.94 | 19.96 | .9960 | .05009 | 7.373 | 796.4 | 796.4 | .5046 | .5040 | 4.948 |
| .5870 | .5877 | 3.693 | .9988 | 20.06 | 20.09 | .9960 | .04978 | 7.386 | 806.5 | 806.5 | .5046 | .5040 | 4.947 |
| .5880 | .5887 | 3.699 | .9988 | 20.19 | 20.21 | .9961 | .04947 | 7.398 | 816.5 | 816.5 | .5045 | .5039 | 4.947 |
| .5890 | .5897 | 3.705 | .9988 | 20.32 | 20.34 | .9961 | .04916 | 7.411 | 826.7 | 826.7 | .5045 | .5039 | 4.947 |
| .5900 | .5907 | 3.712 | .9988 | 20.45 | 20.47 | .9962 | .04885 | 7.423 | 837.1 | 837.1 | .5044 | .5038 | 4.947 |
| .5910 | .5917 | 3.718 | .9988 | 20.57 | 20.60 | .9962 | .04855 | 7.436 | 847.6 | 847.6 | .5044 | .5038 | 4.947 |
| .5920 | .5927 | 3.724 | .9988 | 20.70 | 20.73 | .9963 | .04824 | 7.448 | 858.2 | 858.2 | .5043 | .5037 | 4.947 |
| .5930 | .5937 | 3.730 | .9989 | 20.83 | 20.86 | .9963 | .04794 | 7.460 | 868.9 | 868.9 | .5043 | .5037 | 4.946 |
| .5940 | .5947 | 3.737 | .9989 | 20.97 | 20.99 | .9963 | .04764 | 7.473 | 879.8 | 879.8 | .5043 | .5037 | 4.946 |
| .5950 | .5957 | 3.743 | .9989 | 21.10 | 21.12 | .9964 | .04735 | 7.485 | 890.8 | 890.8 | .5042 | .5036 | 4.946 |
| .5960 | .5967 | 3.749 | .9989 | 21.23 | 21.25 | .9964 | .04706 | 7.498 | 901.9 | 901.9 | .5042 | .5036 | 4.946 |
| .5970 | .5977 | 3.755 | .9989 | 21.35 | 21.37 | .9964 | .04677 | 7.510 | 913.4 | 913.4 | .5041 | .5036 | 4.946 |
| .5980 | .5987 | 3.761 | .9989 | 21.49 | 21.51 | .9965 | .04648 | 7.523 | 925.0 | 925.0 | .5041 | .5035 | 4.946 |
| .5990 | .5996 | 3.767 | .9989 | 21.62 | 21.64 | .9965 | .04619 | 7.535 | 936.5 | 936.5 | .5040 | .5035 | 4.946 |
| .6000 | .6006 | 3.774 | .9990 | 21.76 | 21.78 | .9965 | .04591 | 7.548 | 948.1 | 948.1 | .5040 | .5035 | 4.945 |
| .6100 | .6106 | 3.836 | .9991 | 23.17 | 23.19 | .9969 | .04313 | 7.673 | 1,074 | 1,074 | .5036 | .5031 | 4.945 |
| .6200 | .6205 | 3.899 | .9992 | 24.66 | 24.68 | .9972 | .04052 | 7.798 | 1,217 | 1,217 | .5032 | .5028 | 4.943 |
| .6300 | .6305 | 3.961 | .9993 | 26.25 | 26.27 | .9975 | .03806 | 7.923 | 1,379 | 1,379 | .5029 | .5025 | 4.942 |
| .6400 | .6404 | 4.024 | .9994 | 27.95 | 27.97 | .9977 | .03576 | 8.048 | 1,527 | 1,527 | .5026 | .5023 | 4.941 |
| .6500 | .6504 | 4.086 | .9994 | 29.75 | 29.77 | .9980 | .03359 | 8.173 | 1,771 | 1,771 | .5023 | .5020 | 4.940 |
| .6600 | .6603 | 4.149 | .9995 | 31.68 | 31.69 | .9982 | .03155 | 8.298 | 2,008 | 2,008 | .5021 | .5018 | 4.940 |
| .6700 | .6703 | 4.212 | .9996 | 33.73 | 33.74 | .9983 | .02964 | 8.423 | 2,275 | 2,275 | .5019 | .5017 | 4.939 |
| .6800 | .6803 | 4.274 | .9996 | 35.90 | 35.92 | .9985 | .02784 | 8.548 | 2,579 | 2,579 | .5017 | .5015 | 4.939 |
| .6900 | .6902 | 4.337 | .9997 | 38.23 | 38.24 | .9987 | .02615 | 8.674 | 2,923 | 2,923 | .5015 | .5013 | 4.938 |
| .7000 | .7002 | 4.400 | .9997 | 40.71 | 40.72 | .9988 | .02456 | 8.799 | 3,314 | 3,314 | .5013 | .5012 | 4.938 |
| .7100 | .7102 | 4.462 | .9997 | 43.34 | 43.35 | .9989 | .02307 | 8.925 | 3,757 | 3,757 | .5012 | .5011 | 4.937 |
| .7200 | .7202 | 4.525 | .9998 | 46.14 | 46.15 | .9990 | .02167 | 9.050 | 4,258 | 4,258 | .5011 | .5010 | 4.937 |
| .7300 | .7302 | 4.588 | .9998 | 49.13 | 49.14 | .9991 | .02035 | 9.175 | 4,828 | 4,828 | .5010 | .5009 | 4.937 |
| .7400 | .7401 | 4.650 | .9998 | 52.31 | 52.32 | .9992 | .01911 | 9.301 | 5,473 | 5,473 | .5009 | .5008 | 4.937 |
| .7500 | .7501 | 4.713 | .9998 | 55.70 | 55.71 | .9993 | .01795 | 9.426 | 6,204 | 6,204 | .5008 | .5007 | 4.936 |
| .7600 | .7601 | 4.776 | .9999 | 59.31 | 59.31 | .9994 | .01686 | 9.552 | 7,034 | 7,034 | .5007 | .5006 | 4.936 |
| .7700 | .7701 | 4.839 | .9999 | 63.15 | 63.16 | .9995 | .01583 | 9.677 | 7,976 | 7,976 | .5006 | .5005 | 4.936 |
| .7800 | .7801 | 4.902 | .9999 | 67.24 | 67.25 | .9996 | .01487 | 9.803 | 9,042 | 9,042 | .5005 | .5004 | 4.936 |
| .7900 | .7901 | 4.964 | .9999 | 71.60 | 71.60 | .9996 | .01397 | 9.929 | 10,250 | 10,250 | .5005 | .5004 | 4.936 |
| .8000 | .8001 | 5.027 | .9999 | 76.24 | 76.24 | .9996 | .01312 | 10.05 | 11,620 | 11,620 | .5004 | .5004 | 4.936 |
| .8100 | .8101 | 5.090 | .9999 | 81.18 | 81.19 | .9996 | .01232 | 10.18 | 13,180 | 13,180 | .5004 | .5004 | 4.936 |
| .8200 | .8201 | 5.153 | .9999 | 86.44 | 86.44 | .9997 | .01157 | 10.31 | 14,940 | 14,940 | .5003 | .5003 | 4.935 |
| .8300 | .8301 | 5.215 | .9999 | 92.04 | 92.05 | .9997 | .01086 | 10.43 | 17,340 | 17,340 | .5003 | .5003 | 4.935 |
| .8400 | .8400 | 5.278 | 1.000 | 98.00 | 98.01 | .9997 | .01020 | 10.56 | 19,210 | 19,210 | .5003 | .5003 | 4.935 |
| .8500 | .8500 | 5.341 | 1.000 | 104.4 | 104.4 | .9998 | .009582 | 10.68 | 21,780 | 21,780 | .5002 | .5002 | 4.935 |
| .8600 | .8600 | 5.404 | 1.000 | 111.1 | 111.1 | .9998 | .009000 | 10.81 | 24,690 | 24,690 | .5002 | .5002 | 4.935 |
| .8700 | .8700 | 5.467 | 1.000 | 118.3 | 118.3 | .9998 | .008451 | 10.93 | 28,000 | 28,000 | .5002 | .5002 | 4.935 |
| .8800 | .8800 | 5.529 | 1.000 | 126.0 | 126.0 | .9998 | .007934 | 11.06 | 31,750 | 31,750 | .5002 | .5002 | 4.935 |
| .8900 | .8900 | 5.592 | 1.000 | 134.2 | 134.2 | .9998 | .007454 | 11.18 | 36,000 | 36,000 | .5002 | .5002 | 4.935 |

| d/L_0 | d/L | $2\pi d/L$ | $\text{TANH } 2\pi d/L$ | $\text{SINH } 2\pi d/L$ | $\text{COSH } 2\pi d/L$ | H/H_0 | K | $4\pi d/L$ | $\text{SINH } 4\pi d/L$ | $\text{COSH } 4\pi d/L$ | n | c_u/c_0 | M |
|---------|-------|------------|-------------------------|-------------------------|-------------------------|---------|---------|------------|-------------------------|-------------------------|-------|-----------|-------|
| .9000 | .9000 | 5.655 | 1.000 | 142.9 | 142.9 | .9999 | .007000 | 11.31 | 40,810 | 40,810 | .5001 | .5001 | 4.935 |
| .9100 | .9100 | 5.718 | 1.000 | 152.1 | 152.1 | .9998 | .006574 | 11.44 | 46,280 | 46,280 | .5001 | .5001 | 4.935 |
| .9200 | .9200 | 5.781 | 1.000 | 162.0 | 162.0 | .9999 | .006173 | 11.56 | 52,470 | 52,470 | .5001 | .5001 | 4.935 |
| .9300 | .9300 | 5.844 | 1.000 | 172.5 | 172.5 | .9999 | .005797 | 11.69 | 59,500 | 59,500 | .5001 | .5001 | 4.935 |
| .9400 | .9400 | 5.906 | 1.000 | 183.7 | 183.7 | .9999 | .005445 | 11.81 | 67,470 | 67,470 | .5001 | .5001 | 4.935 |
| .9500 | .9500 | 5.969 | 1.000 | 195.6 | 195.6 | .9999 | .005114 | 11.94 | 76,490 | 76,490 | .5001 | .5001 | 4.935 |
| .9600 | .9600 | 6.032 | 1.000 | 208.2 | 208.2 | .9999 | .004802 | 12.06 | 86,740 | 86,740 | .5001 | .5001 | 4.935 |
| .9700 | .9700 | 6.095 | 1.000 | 221.7 | 221.7 | .9999 | .004510 | 12.19 | 98,340 | 98,340 | .5001 | .5001 | 4.935 |
| .9800 | .9800 | 6.158 | 1.000 | 236.1 | 236.1 | .9999 | .004235 | 12.32 | 111,500 | 111,500 | .5001 | .5001 | 4.935 |
| .9900 | .9900 | 6.220 | 1.000 | 251.4 | 251.4 | 1.0000 | .003977 | 12.44 | 126,500 | 126,500 | .5000 | .5000 | 4.935 |
| 1.000 | 1.000 | 6.283 | 1.000 | 267.7 | 267.7 | 1.0000 | .003735 | 12.57 | 143,400 | 143,400 | .5000 | .5000 | 4.935 |