UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

UN METODO DE SOLUCION DE PROBLEMAS ALGEBRAICOS SIMPLES

Basado en: La Teoría Estructural del Aprendizaje.

EDMUNDO EFRAIN M. TREJO

Trazos de luminecente plata
Surgen al invierno de la vida
Madre que a sus hijos vida otorgó
Despejando las gotas de la adversidad
Diluyendo en su rostro con ternura
Olas y nu-bes impetuosas
Hasta trazar purpureos ocasos
Tintes de sangre plasmada
Bosquejando nuevos y vividos horizontes
Trazando nuevos y calidos amaneceres
Otorgados al amar a sus hijos

A mi Madre
Celia Trejo Macias

Tornose su rostro a inherte vida
Calidez vertio a través de sus ojos
A sus nietos heredō azul ternura
Raspando a la muerte amores
Esparciéndolos en suspiros de esencia

A mi Abue
Guadalupe Macīas

Nobleza surgiō de sus sonrisas
Añoranza en su reposado estar
Contagiāndose de amores lejanos
Que callaron al inmenso estar

A mi Tīa
Sofīa Macīas

Guarda el reposo sus ojos
Capturando afectos de antaño
Sosteniendo la vida una en las tres

A mi Tīa
Concepción Macīas

Semillas que crecieron a destiempos

Dos en sus tiempos

Dos en sus no tiempos

Siguiendo diversas veredas en el horizonte

Impedidas en tiempos en su crecer

Pero firmes los hilos al firmamento

No en la tierra crecieron

Florecieron en los campos celestes

Dando frutos fraternales

Que permanecerán hasta el efímero fin

A mis hermanos

Héctor M. Trejo

Ara M. Trejo

Ben M. Trejo

A mis Sobrinos:

Edgar Arturo

Miriam Fabiola y Claudia Paola

Berenice Iohanna

A Gilberto González Girón

Por su ayuda en la realización de este trabajo

A Francisco Pérez Cota

Por sus valiosas indicaciones

INTRODUCCION

El ser humano enfrenta contínuamente problemas de diversas clases, en los cuales es indispensable desarrollar técnicas o - métodos de solución adecuados; que estan formados por reglas -- que dirigen y controlan los procedimientos para generar la solución, problemas relativos a una amplia gama de conocimientos - que únicamente son resueltos por aquellos que poseen esas re--- glas o conjuntos de reglas inherentes, y que en conjunción con las estrategias de solución generan soluciones correctas en los diversos campos de la actividad humana. El ser humano al enfrentar problemas y al buscar la solución, emplea diferentes estrategias (Newell & Simon) o métodos generales de solución de problemas (Wilckgren), de una manera casi siempre implícita, desconociéndolos formalmente, pero que en conjunción con su conoci-- miento antecedente y su habilidad le permiten generar la solu-- ción; si los individuos conocen explícitamente esas estrategias o métodos generales su potencial será mayor, haciendo explícito lo implícito, configurando y estructurando estrategias más adecuadas, pudiendose integrar a una amplia variedad de dominios - de problemas específicos con el conocimiento antecedente inhe-- rente, además de ajustar la busqueda de esos procedimientos a - un rango de selectividad propio a la situación del problema.

Los dominios de los problemas pueden dividirse en dos ca-- racterísticas generales: problemas triviales (problemas que per miten un análisis fino) y problemas no triviales (problemas complejos, con análisis molar), en los primeros existe la posibilidad de elaborar actividades dirigidas o programadas que permiten resolver el problema con un alto grado de probabilidad, a causa de que se puede estructurar una secuencia de estados ordenados que dirigen a la solución; en los problemas no triviales lo ideal es conocer métodos generales y estrategias de búsqueda que ayuden a recuperar y distinguir información relevante, formar submetas idóneas, derivar procedimientos adecuados de solución para cada submeta, y saber como evaluar y verificar resultados intermedios y finales, considerando básico el conocimiento antecedente subyacente al problema. Es importante señalar que el solucionador puede poseer las estrategias o métodos generales adecuados que le posibilitarán el resolver ciertos problemas en que el conocimiento previo no es indispensable, pero cuando este es necesario y se carece de él, no se generará la solución; si se posee el conocimiento antecedente y se carece de las estrategias idóneas la solución sera dificil y aun esta no se podria generar, dependiendo de las diferencias individuales, así lo ideal es conjugar estas estrategias y el conocimiento específico subyacente del dominio del problema que lo permitan resolver, estimando las diferencias humanas que afectan al proceso de solución conductual y cognitivo. ¿Pero cómo se llevan a cabo estos procesos, cómo se estructuran esas reglas, cuáles son los procesos psicológicos y además, cómo intervienen las diferencias humanas al resolver un problema?.

Lo expuesto anteriormente da pauta a una investigación del tópico, pero que factores deben intervenir primordialmente en - la investigación de la conducta humana compleja de la solución de problemas: el contenido (competencias), la cognición (procesos psicológicos subyacentes) y las diferencias humanas (ideo-- sincracia, profesión, etc.); un estudio que contenga estos tres factores proporcionará un entendimiento más claro de como el -- ser humano soluciona problemas, se han elaborado distintas teorías con enfóques característicos y con ello el empleo de diversas metodologías y énfasis propio en uno o dos factores, pero - no la unión de los tres (excepción de Scandura); un bosquejo de los aspectos teóricos conformará los antecedentes de la investigación de solución de problemas.

La Teoría Asociacionista Estímulo y Respuesta (E-R), propone que la solución de un problema se desarrolla por medio de ensayo y error relativo a una situación problema, estas respues-- tas forman una familia de hábitos y al asociarse las "N" res--- puestas a la solución correcta conforman una jerarquía, de ---- acuerdo a la intensidad de la fuerza, denominada jerarquía de - hábitos: La solución de problemas para la teoría de la gestalt es una búsqueda de relaciones de una situación problema con -- otra, generando una estructura que confluye en un contexto to-- tal, la reorganización de los elementos componentes de la situación problema cooperan en la comprensión de cómo todas las partes se integran para satisfacer y lograr la meta. Algunos teóri cos proponen que la solución de un problema se realiza por etapas, así Wallas supone cuatro de ellas: incubación, preparación, iluminación y verificación; Polya también supone cuatro etapas: comprensión de un problema, concepción de un plan, ejecución del plan y examinar la solución obtenida. La teoría del significado plantéa que un problema debe asimilarse a la experiencia, interpretándose y asimilándose a un -esquema- que organiza activamente las reacciones pasadas que operan con cualquier respuesta bien adaptada. Una teoría interesante es la que se fundamenta en el desarrollo mental y físico de los solucionadores -Piaget-, la solución de un problema depende de la representación del mundo y de las formas en que se manipula esa representación a través de distintas etapas, el resolver un problema esta en función de la adaptación, asimilación y acomodación, en la función hay una búsqueda de balance entre la asimilación (necesidad de más información) y acomodación (búsqueda de conocimiento bien organizado) llamado -equilibrio- que es el responsable del desarrollo cognitivo y por lo tanto de la manera de solucionar un problema, obteniéndose la adaptación al medio ambiente y con ello la solución del problema. La teoría de la memoria semántica indica que la solución de un problema es una -recuperación-, un problema no siempre se soluciona de una manera directa, sino se elabora una serie de subpreguntas que progresivamente se acercan a la respuesta, enfatizando el uso de la memoria y la representación de estructuras de conocimiento. La simulación de computadoras arguye que la solución de pro blemas puede especificarse como una lista de cosas por hacer, - un programa de computadora que es casi equivalente a los procesos cognitivos humanos, debe notarse que es el ser humano el -- que se considera como modelo para elaborar estos programas, a - diferencia de la inteligencia artificial que busca la forma en que las computadoras puedan controlar y usar reglas de orden superior (heurísticas) para que aumente el potencial de las máquinas en la solución de problemas, sin considerar al ser humano; aunque algunos lo consideran; la simulación de computación propone que un problema tiene tres características básicas: a) Un- estado inicial. b) Un estado meta y c) Un conjunto de operado-- res. La teoría estructural del aprendizaje supone que la solu-- ción de un problema contiene tres factores: el contenido, la -- cognición y las diferencias humanas; respecto al contenido presenta un conjunto de reglas idóneas compatibles con la pobla--- ción específica relativa al dominio del problema, construyêndose estructuras en las que el solucionador emplea reglas de or-- den superior, atómicas y de orden inferior, analiza también la cognición señalando que existe un mecanismo simple de cambio de meta que opera en diferentes niveles desde los inferiores hasta los superiores y se revierte para generar o derivar la solución al estimar las diferencias humanas le permite conocer las características ideosincráticas inherentes en los individuos al solucionar un problema en determinado dominio.

El propósito específico de esta tesis es explorar como --

las reglas de orden superior, inferior y atómicas, identifica-- das, en conjunción con la palabra " es " identidad - simetría e insertados en el estado o estados requeridos de los diagramas de flujo respectivos obtenidos por la teoría estructural del -- aprendizaje, trazan y controlan la conducta de solución de problemas; un aspecto de lo anterior es evaluar la transferencia a problemas similares o equivalentes, empleando el círculo de mandatos primarios (r.o.s) para transponer términos e incógnitas y las reglas del método de suma y resta insertados en los estados considerados de más dificultad en sistemas de ecuaciones de dos incógnitas, sustentándolo como conocimiento antecedente básico para solucionar problemas algebráicos simples. Otro aspecto es evaluar la palabra " es " identidad - simetría como metodo - cuasi-sistemático, cuasi-formal para traducir al lenguaje matemático la situación del problema conformando las funciones --- existentes y que conjugado a -las reglas de orden inferior- -- identificadas permiten construir relaciones explícitas e implícitas cooperando con la representación cuasi-formal de interés en esta clase de problemas, además de observar la transferencia a problemas similares o equivalentes; la conducta se estima como una actividad dirigida, que es controlada por el espacio de problemas (Newell y Simon 1972). La contribución esperada en este estudio es que los métodos antes mencionados ayuden y faciliten la solución de los problemas aclarando estados específicos en relación a los métodos generales. Una meta de esta tesis es imponer la factibilidad del uso R.O.S, R.A., RO.I, que prome--

ten dentro de las estrategias y conocimiento subyacente e inherente, facilitar la solución de problemas, y específicamente en esta tesis integradas la palabra "es" identidad-simetria de los problemas en consideración.

Plan de la Tesis.

Esta Tesis se divide en cuatro partes:

La primera parte presenta lo que es un problema, sus elementos y características; los antecedentes teóricos de la solución de problemas, enunciando las teorías psicológicas más importantes como el asociacionismo, la Gestalt, teoría del desarrollo (Piaget), procesamiento de información, semántica y sus contribuciones respectivas a la explicación del tópico.

En la segunda parte de este trabajo se presenta un método para auxiliar al estudiante en la solución de sistemas de ecuaciones utilizando el procedimiento de suma y resta. Dicho método esta fundamentado en la teoría estructural del aprendizaje (Scandura, 1977) e involucra una serie de reglas (procedimientos) como el círculo de mandatos primarios, considerados como conocimiento subyacente e inherente a la solución de problemas algebráicos que son de reconocida dificultad en el aprendizaje de las matemáticas.

En la tercera parte se describe la investigación realizada con dicho método y en la última parte de la tesis se muestran los resultados obtenidos, su evaluación y discusión correspon--dientes.

CAPITULO I

ANTECEDENTES TEORICOS DE LA SOLUCION DE PROBLEMAS

¿Qué se entiende por Problema?

¿Cómo se puede definir un Problema?

¿Qué factores determinan que un problema sea dificil?

Analicemos a manera de ejemplo el problema siguiente:

Un investigador de Psicología experimental realiza un estudio sobre la fatiga en pilotos aviadores -- producida por determinadas horas de vuelo; un piloto tiene la posibilidad de cometer tres clases de errores.

-Errores de Despegue.

-Errores de Vuelo.

-Errores de Aterrizaje.

La investigación se lleva a cabo en un simulador - de vuelo, obteniéndose la información siguiente, - "Un piloto después del despegue comete errores de vuelo únicamente, en vuelo y aterrizaje comete los mismos errores, y comete errores de despegue, de vuelo y de aterrizaje en la misma proporción".

Un solucionador de problemas confronta un problema* cuando quiere obtener la meta o fin y no conoce la serie de acciones u operaciones que ha de ejecutar para llegar a ella (Newell y Simon, 1972), el objeto meta puede ser tangible (Errores del Piloto), o abstracto (el problema matemático implícito), puede ser específico (Errores de Despegue) o general (la fatiga), puede ser un objeto específico (reacción muscular del piloto) o un conjunto de símbolos (notación matemática del problema); al resolver un problema se ejecutan acciones u operaciones y estas pueden ser físicas (escribir y desarrollar el problema) o perceptuales (ver el enunciado del problema) y actividades cognitivas (analizar y evaluar los procesos respectivos), que se conjugan para obtener la meta deseada.

La mayoría de los problemas** se componen de tres clases de información: información relativa a los datos (expresiones dadas o situación del problema), información relativa a las operaciones (operadores que transforman una o más expresiones a una o más expresiones nuevas, e información relativa a la meta (expresiones finales o la solución); un problema puede contener subproblemas y submetas que se ejecutan hasta obtener la meta final.

*Un problema es toda situación que un sujeto no puede resolver mediante la utilización de su repertorio de respuestas inmediatamente disponibles. Fraiser y Piaget, 1975.

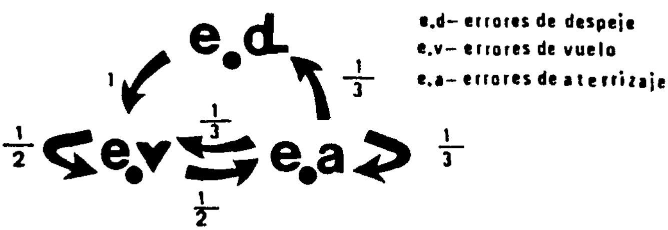
**La mayoría de los estudiosos en la solución de problemas, inclusive los psicólogos, acuerdan tres componentes en los problemas: a) Estado Inicial o datos, b) Operaciones y c) Estado Meta.

DATOS.

Los datos son el conjunto de expresiones, estado inicial, estado dato, información inicial dada respecto al problema, circunscribe expresiones que representan cosas, objetos, piezas de material etc., también representan suposisiones, definiciones, axiomas, postulados, hechos, etc., en un problema los datos se pueden identificar tanto explícitamente como implícitamente.

Datos Explícitos. Es la información expresada determinantemente en el problema, el solucionador de problemas puede detectarla analizando la situación del problema; en el problema anterios los datos explícitos son: la proporción de errores de despegue, vuelo y aterrizaje observados por el experimentador en el piloto.

Datos Implícitos. Es la información que se incluye en el problema sin expresarla respecto al problema anterior; la relación matemática, cadenas de Markov, matrices estocásticas. (Los datos implícitos son una fuente de dificultad). Figura 1.1



Representación por Medio de un Diagrama de Transición.

FIGURA 1.1

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} E.d. & E.v. & E.a. \end{array} \\ \begin{array}{c} E.d. \\ E.v. \\ E.a. \end{array} & \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix} \end{array}$$

MATRIZ ESTOCASTICA

- Notése que el Sistema nunca puede pasar de Vuelo a Despegue.

<u>OPERACIONES</u>.

Son las acciones que deben ejecutarse sobre los datos o sobre las expresiones derivadas de los datos en secuencia, otro término de operaciones incluye -transformaciones o reglas de inferencia-, las primeras son apropiadas para problemas orientados a la acción y la última para obtener conclusiones, se pueden distinguir dos clases de operaciones: Operaciones destructivas (las cuales producen expresiones nuevas destruyendo las anteriores), Operaciones no destructivas (Las cuales producen expresiones nuevas, incrementando el conjunto de expresiones existentes sin destruir las anteriores).

Aunque algunos problemas permiten usar "N" acciones, otros tienen restricciones sobre el número de veces en que se puede ejecutar una operación o bajo las condiciones en que pueden --

usarse; una operación se refiere como una clase de acciones, -- las acciones se distinguen por operandos -expresiones u obje--- tos- a los cuales se les aplican las operaciones. Supóngase una operación particular F, que puede aplicarse a cualquier expresión dentro del conjunto de expresiones Xi, el Xi particular en el cual se aplicará la operación se llama -operando-, la operación aplicada a un operando particular F(X), se llama acción, - obviamente estas definiciones de operación, operando y acción - se generalizan facilmente a funciones con más de una variable - F(x,y,z); respecto al Problema de Ejemplo:

$$P = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} d & v & a \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ d \\ v \\ a \end{array}$$

SE busca un vector fijo u=(x,y,z) de la Matríz P y se multiplica en el miembro de la izquierda de la Ec. Matricial y se igualan componentes.

$$(x,y,z) = \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} d & v & a \end{array} \\ \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1/2 & 1/2 \\ 1/3 & 1/3 & 1/3 \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ d \\ v \\ a \end{array}$$

Se obtiene un sistema de ecuaciones y se sabe que tiene -- una solución diferente de -cero-

$$1/3z=x$$

$$x+1/2y+1/3z=y$$

$$1/2y+1/3z=z$$

Resolviendo el sistema se obtiene el vector único.

METAS.

La meta de un problema es la expresión terminal que se desea obtener; existen dos tipos de metas: expresiones de meta específicas, en problemas de -búsqueda-, y expresiones de meta no totalmente específicas, en problemas de -encontrar-. Considérese el problema de ejemplo, se desea encontrar x, y, z que es la expresión meta, donde la probabilidad de error es el vector único de la cadena de Markov.

t (1/8, 4/8, 3/8)   META

O sea que la predicción del experimentador relativo a los errores del piloto será: 12.5% de errores de Despegue, 50% de errores de Vuelo y 37.5% de errores de Aterrizaje (la meta de un problema de -encontrar- no esta totalmente específica, como en el problema anterior; un problema de -búsqueda- sería por instancia un problema de demostración).

SOLUCION DE UN PROBLEMA.

La solución de un problema contiene cuatro partes:

a. Especificación total de los datos, un estado único desde el cual la meta se puede derivar por una secuencia de operaciones.
b. Especificación total de las operaciones.
c. Especificación total de la (s) meta (s).
d. Una secuencia ordenada o secuencia de estados de problema -- iniciando con el estado de datos y terminando con el estado de meta.

FUENTES DE DIFICULTAD.

La especificación completa de datos, operaciones y metas en algunos problemas es explícita y en otros implícita, se puede considerar que todo problema contiene cierta información implícita, cuando se especifican en ésta forma es una fuente de - dificultad. En el problema las operaciones, suposiciones, teoremas de probabilidad, matrices y cadenas de Markov estan previamente comprobados y a disposición del solucionador al trabajar en el problema.

La especificación incompleta de datos, operaciones y me--tas hacen que el solucionador tenga algún grado de elección entre el conjunto de posibles expresiones que dirigen a la solu--

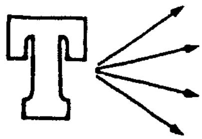
ción, ocacionando que el solucionador se equivoque al incluir - el problema en el dominio correspondiente; la especificación incompleta del estado meta implica ambiguedad acerca del proble--ma; cuando la especificación excede en información, el problema posee matices de ambiguedad para el solucionador.

ASOCIACIONISMO.

El Asociacionismo propone que la solución de un problema se desarrolla a través del ensayo y error de un organismo a una situación problema, las "N" respuestas producidas aleatoriamente al asociarse a la solución del problema conforman familias - de hábitos, el asociacionismo considera tres elementos esenciales:

- El estímulo (Situación del Problema).
- Las respuestas (Conducta de Solución del Problema).
- La Asociación (Relación entre el Estímulo y las "N" respuestas del Problema).

Estas Asociaciones se determinan y varían de acuerdo a la intensidad de la fuerza existente, ordenando jerarquías de familias de hábitos, siendo la de mayor jerarquía aquella respuesta cuya asociación o intensidad sea superior, respecto a otras de intensidad débil; la aproximación asociacionista permite predicciones en la conducta de solución de problemas, fundamentándose en el fortalecimiento E-R que se obtiene de la observación. Considérese la siguiente jerarquía hipotética: Fig. 1.2.



R_1 Ir a la Izquierda.
R_2 Ir a la Derecha.
R_3 Husmear.
R_4 Lamer.

FIGURA 1.2

Jerarquía de Hábitos de una Rata en un Laberito T
La Rata con los ensayos forma y ordena una jerarquía de respuestas en relación a la situación del Problema Fig.1.2

Puede describirse el proceso de solución de problemas con las dos leyes de aprendizaje que formuló Thorndike*.

Ley del Ejercicio. Las "N" respuestas que se ejecutan y se practican muchas veces en una situación problema se presentan con más probabilidad en una situación problema similar o equivalente, la práctica incrementa la asociación E-R correspondiente al problema.

Ley del Efecto. Las respuestas que en una situación problema resuelven el problema, incrementan su fuerza y constituyen la jerarquía de familias de hábitos determinadas por el ensayo y error, decrementando aquellas respuestas que no dirigen a la solución.

*Mayer, Richard. "Thinking and Problem-Solving".

El solucionador de problemas exhibe al inicio de una solución, una serie de conductas aleatorias, produciéndose por ensayo y error la experiencia a una amplia variedad de problemas; - en que el conocimiento relevante es indispensable desarrollándose asociaciones fuertes entre indicios de tales problemas y el conocimiento relevante especifico.

TEORIA MEDIACIONAL ASOCIACIONISTA.

La teoría mediacional asociacionista, no solo considera lo que sucede con el E-R, sino sugiere que en una situación problema, el E evoca respuestas internas denominadas respuestas mediacionales o Rm, creando nuevos estados Em, hasta evocar una - respuesta de solución al problema R, Berlyne (1965) presenta - una serie o cadenas de respuestas internas "Tren de Pensamiento".

$$E\text{-}r_1\ \text{-}e_1\ \text{-}r_2\ \text{-}e_2\ \ldots\ldots\ldots r_n\ \text{-}e_n\ \text{-}R$$

Donde:

E-estímulo o situación del problema abierta.

r y e -Situaciones y respuestas mediacionales (subproblemas y submetas).

R-Respuesta a la situación del problema abierta.

TEORIA DE LA GESTALT.

Para la Gestalt la solución de un problema es una búsqueda de relaciones de una situación problema con otra, estableciéndose un entendimiento estructural que concluye en un contexto total, la reorganización de los elementos integrantes de la situación problema ayudan en la comprensión de cómo las partes se integran para satisfacer la meta, así es necesario -reorganizar- los elementos de una nueva manera; para explicar el fenómeno utiliza el insight que es un entendimiento estructural y explica la solución a un nivel superior y creativo.

Para la Gestalt existen dos tipos de pensamiento en la solución de problemas.

- Solución de problemas productivos. Se crea una nueva solución de la situación del problema elaborando una nueva organización de los elementos existentes del problema.
- Solución de problemas reproductivos. Se utilizan métodos y soluciones pasadas de la situación del problema, reproduciéndose de esta manera hábitos o conductas previas a la solución.

Wertheimer (1958) distingue entre método productivo o creativo y método reproductivo o de práctica.

Método Creativo. Busca las relaciones estructurales del o los problemas.

Método de Práctica. Se utilizan las fórmulas o procedimientos respectivos sin conocer las relaciones estructurales entre los elementos del problema.

Para observar esta diferencia de métodos considérese el siguiente problema.

Encuéntrese el Area del Paralelográmo Siguiente:

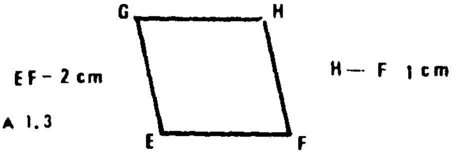


FIGURA 1.3

Método Creativo. El paralelográmo puede reestructurarse en una nueva figura geométrica, rectángulo, cambiando un triángulo de un lado a otro, encontrándose así, no el área de la figura - inicial, sino la de un rectángulo que es más fácil, al descri-- birse las relaciones estructurales apropiadas de la nueva situación problema, además esta restructuración se transfiere a --- otras figuras no similares.

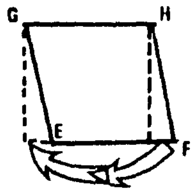


FIGURA 1.4

Método de Práctica. Se traza una perpendicular de H a un - punto de la linea EF, y se aplica la fórmula respectiva para la solución memorizada, este método no permite resolver problemas de figuras no similares.

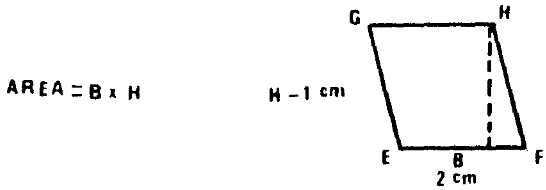


FIGURA 1.5

Shulman & usler (1966), Bruner (1968), exponen al método creativo o de descubrimiento como un método instruccional ideal para el aprendizaje, en contraste con el método de aprendizaje por -exposición-. Puede considerarse el problema siguiente en su método por descubrimiento. (Fig. 1.6).

Resolver el Binomio Conjugado:

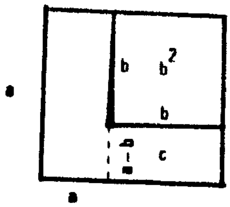
$$(a + b) \quad (a - b) = a^2 - b^2$$

Se construye un cuadrado de lado a:

(Dibujando y Manipulando - los Cuadrados).

Se construye un cuadrado - de lado b:

FIGURA 1.6



Al cuadrado de lado a se - le quita el cuadrado de lado b, y se traza la línea de puntos obteniéndose el rectángulo c, cuyos lados son b y (a-b). Si se traslada el rectángulo c indicando por la flecha se obtiene el rectángulo ABCD, cuyos lados son (a+b) y -- (a-b) y cuya área es: ---- $(a+b) \times (a-b) = a^2 - b^2$

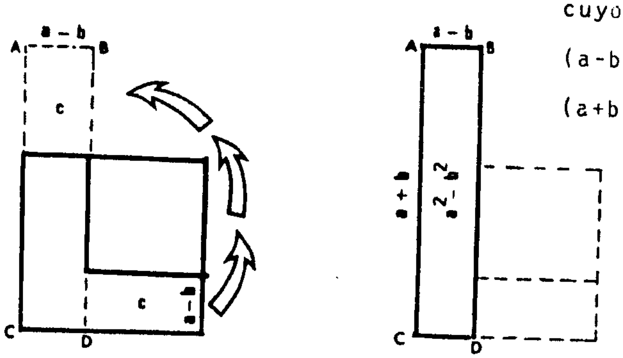


FIGURA 1.6

El Método de Descubrimiento y el Método de Entendimiento o Creativo suponen una ejecución y transferencia superior de parte de los solucionadores de problemas.

TEORICOS MATEMATICOS EN LA SOLUCION DE PROBLEMAS.

Una solución de problemas puede considerarse como el uso - de pasos o etapas que lleva a cabo el solucionador para obtener la meta, Wallas* sugiere cuatro fases para analizar la solución de problemas:

- -Preparación. Reunión de información e intentos preliminares en la solución.
- -Incubación. Dejar el problema para dedicarse a otras actividades, y después tratar de encontrar la solución del problema.
- -Iluminación. Aparece la clave de la solución (flash o insight).
- -Verificación. Checar la solución para asegurarse del resultado.

Polya** expone también cuatro fases para resolver un problema.

1. Comprender un problema.

   ¿Cuál es la incógnita? ¿Cuáles son los datos?

   ¿Cuál es la condición? ¿Es la condición suficiente para determinar la incógnita? ¿Es insuficiente? ¿Redundante? ¿Contradictoria?

2. Concebir un plan.

   ¿Se ha encontrado un problema semejante o planteado de una manera un poco diferente?

   ¿Conoce un problema relacionado con éste?.

*Mayer, Richard. "Thinking and Problem Solving".

**Polya, G. "Como plantear y resolver Problemas".

3. Ejecución de un Plan.

   Ejecutar el plan de solución, verificando cada uno de los pasos.

   ¿Se puede ver que los pasos de la solución del problema son correctos?.

4. Examinar la solución obtenida.

   ¿Se puede verificar el resultado, el razonamiento?

   ¿Se puede obtener el resultado en una forma diferente?

   ¿Se puede emplear el resultado o el método en algún otro problema.

Considérese el problema siguiente para ilustrar las etapas de solución de un problema propuestas por Polya:

> Un ejército romano (en número menor) y una horda de bárbaros (en número mayor), antes de una batalla estaban en relación de 5 a 8. El ejército romano perdió 500 hombres en la batalla y los bárbaros 950 hombres quedando una relación de 10 a 11. ¿Cuántos hombres tenía cada ejército?.

1. Comprender el Problema.

   ¿Cuál es la incógnita, los datos y la o las condiciones?

Lenguaje	Lenguaje Algebráico
¿Cuántos hombres tenía cada ejército?	x, y
¿Cuál es el ejército menor?	x
¿Cuál es el ejército mayor?	y
Estaban en relación de 5 a 8	Ejército Menor / Ejército Mayor $\frac{x}{y} = \frac{5}{8}$
Si la relación después de la batalla es de 10 a 11 y el ejército menor perdió 500 hombres y el mayor 950	$\frac{x-500}{y-950} = \frac{10}{11}$

2. Concebir un Plan.

Se realiza una analogia respecto al problema con otros problemas similares o equivalentes, problemas de relación, proporción. Puede plantearse de una manera diferente?, cuyo objeto es obtener las posibles variaciones del problema; el plan a seguir es: si hay dos incógnitas se emplea el método de solución de sistemas de ecuaciones, dos incógnitas después de haber traducido la situación problema (enunciado).

3. Ejecución del Plan.

Al interpretar las relaciones, se lleva a cabo el plan de solución por sistemas de ecuaciones dos incógnitas.

$$\left.\begin{aligned} \frac{x}{y} &= \frac{5}{8} \\ \frac{x-500}{y-950} &= \frac{10}{11} \end{aligned}\right\}$$ SISTEMA DE ECUACIONES

Despejando y realizando operaciones algebráicas.

$$8x-5y = 0$$
$$11x-10y=-4000$$

Resolviendo las ecuaciones:

$x= 800$ Hombres al inicio de la batalla.

$y=1280$ Hombres al inicio de la batalla.

4. Examinar la solución obtenida.

Se verifica la solución y el razonamiento substituyendo los valores respectivos de cada incógnita obtenida:

$$8x-5y = 0$$
$$11x-10y= 0-4000$$

Sustituyendo en ecuación 1

$$8(800)-5(1280) = 0$$
$$0 = 0$$

Sustituyendo en ecuación 2

$$11(800)-10(1280) = -4000$$
$$-4000 = -4000$$

Por lo tanto la solución es correcta.

SUBMETAS.

Otro enfoque que estima etapas en el proceso de solución de problemas es el que considera que el solucionador forma subtema y a la vez subproblemas (Dunker, 1972), un modelo que supone estas características es el de Restle & Davis, la solución se realiza a través de etapas que no necesariamente equivalen a movimientos externos, sino a cambios cognitivos, que se suceden en K etapas que son de dificultad similar, formando submetas, y el pasar de una etapa a otra se estima igual e independiente de la cantidad de tiempo, las etapas utilizadas por un solucionador se pueden estimar por:

$$K = E(t)/S$$

Donde:

K- Etapas

E(t) Media de tiempo de pensamiento.

S-varianza del tiempo de pensamiento.

El otro parámetro es la distribución gamma y se estima como:

$$\theta = \frac{E(t)}{K}$$

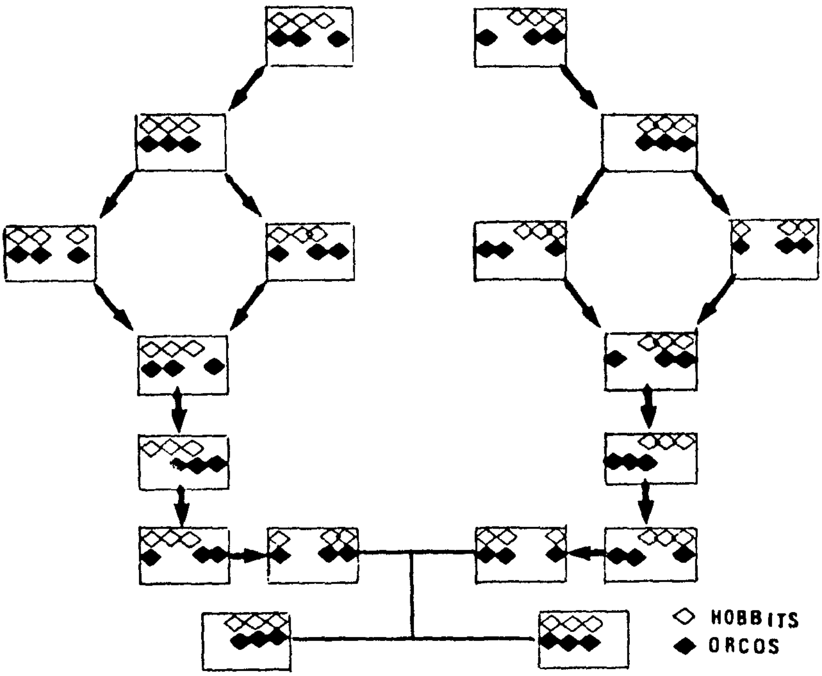
Thomas* analizó estas etapas, estructurando los diferentes estados en el problema de los -hobitts y orcos-** (Fig. 1.7).

Tres hobitts y tres orcos viajan por un bosque y llegan a un río, donde solo hay un bote disponible, se desea pasar a los hobitts y orcos, sin que el número de orcos sobrepase al de los hobitts, debe considerarse que el bote solo permite uno o dos pasajeros.

SIMBOLOGIA:

*Thomas, Jhonn "An Analisis of behavior in hobbit-orcs Problem".

**Personajes del Señor de los Anillos -Tolkien-



Gráfica de búsqueda para el problema de los hobbits y orcos.

FIGURA 1.7

Thomas empleo los estados del problema para analizar las - submetas; llegando a la conclusión de que el modelo de Restle & Davis* predecían con más exactitud que el modelo de Markov de - los estados transitorios, en otras palabras que los cambios cog nitivos podían detectarse mejor que los cambios conductuales en la solución de problemas, conducta humana compleja.

Un problema clásico que muestra como se forman submetas en la solución de un problema, es el de la Torre de Hanoi.** Fig.1.8

*Thomas. Jhonn "An Analisis of behavior in hobbits-orcs Problem".
**Bertram, Raphael. "The thinking computer mind inside matter".

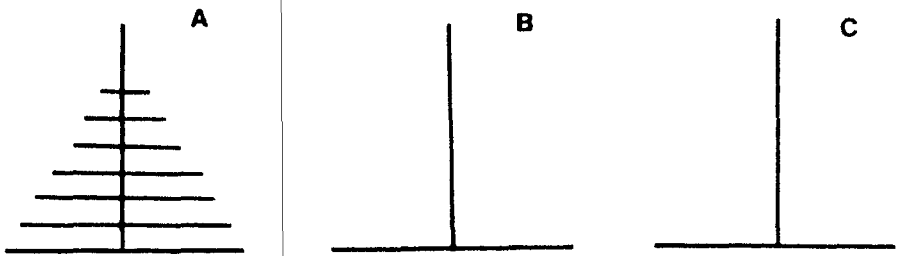
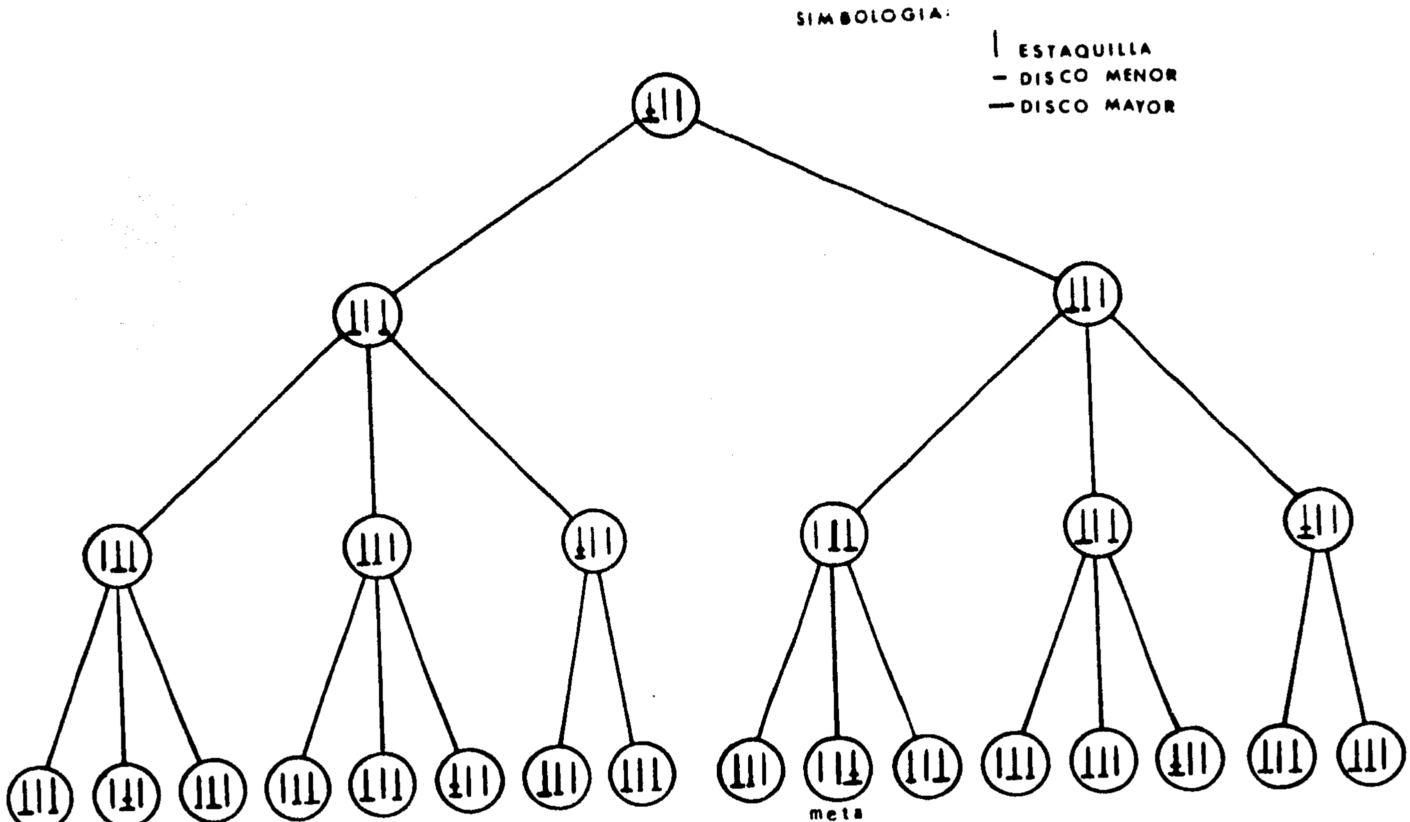


FIGURA 1.8

El problema es transferir 64 discos desde la estaquilla A a la estaquilla C, usando la estaquilla B como intermediaria, solo se puede mover un disco a la vez, y ningún disco puede colocarse sobre otro más pequeño.

El primer paso en la solución de este problema sería reducir el número de discos, consideremos 6 discos, lo siguiente sería numerarlos del uno al 6, del más pequeño al más grande. Se a convertido un problema con un número menor de combinaciones, el problema ahora es transferir 6 discos. Habiendo representado el problema es razonable dividir el problema en subproblemas o submetas, transformándolo en una secuencia de n-1 hasta n-m con de m, sea el número que permite al problema el menor número de posibles combinaciones y acciones, para después revertirse a n y luego a N. Fig. 1.9



SOLUCION PROBLEMAS DE LA TORRE DE HANOI
ARBOL DE BUSQUEDA
N – m = 2 Discos
FIGURA 1.9

TEORIA DEL SIGNIFICADO.

Al resolver un problema, éste se relaciona a conceptos e - ideas que ya existen en la memoria del solucionador; el problema debe asimilarse o incorporarse a la experiencia del solucionador y traducirse en términos familiares, el proceso de solución es un conjunto de -esquemas- o de experiencias previas que deben asociarse a la situación del problema, interpretándose a un esquema particular. Cuando una situación problema se asimila a un esquema que no corresponde se denomina -fijeza funcional-, la teoría del significado propone el -esquema y asimilación.

Bartlet los define como:

-Esquema. Organización activa de reacciones pasadas que operan con cualquier respuesta bien adaptada.

-Asimilación. Búsqueda de esquemas apropiados, relativos a la - experiencia.

La teoría del significado hace distinción en la estructura cognitiva que posee el solucionador de problemas.

-Conocimiento significativo, (Ausbel); Proposicional (Greeno), conocimiento que construye conceptos de la experiencia pasada.

-Conocimiento de Práctica (Ausbel) o Algorítmico, conocimiento que se construye de fórmulas mecánicas o reglas para operar -- los conceptos.

$$(x-b)\ (x-b) = x^2 - 2xb + b^2$$

La información de la solución de problemas se puede asimilar a diferentes esquemas, resultando en distintas ejecuciones; Brands Ford & Jhonnson (1972), Greno (1972), Mair (1975), proponen al aprendizaje de un problema como la característica de interpretar y asimilar el material de la situación problema.

Problema clásico de la Teoría del Significado encierre en un círculo la palabra que no corresponda:

Psicología, Sociología, Etnografía, Biología.

REPRESENTACION

Dado un problema de cualquier disciplina ó grado de dificultad, ¿Existe alguna aproximación general que se pueda obtener en la - búsqueda de la solución?, no, al plantear problemas se debe proporcionar conocimiento-antecedente-relevante, determinar el criterio de prueba para la solución propuesta, y suponiendo que esto se ha realizado al siguiente paso es elegir una -representación-, representación que puede ser formal y/o psicológica.
-Representación formal* puede estimarse como una idealización del problema, es una búsqueda de otros dominios de datos que - -

*Bertram, Raphael "The Thinnking computer mind inside matter"
Castorina, Jose "Explicación y modelos en psicología"

existen en un problema análogo bien definido, en el cual se intenta la solución, en vez del original; si se tiene un problema dado ¿porque se debe cambiar por un problema diferente?, si el problema original tiene ciertas características que hacen difícil enfrentarlo directamente, se puede seleccionar una representación bien diseñada que corresponda al problema real, traduciendo el problema obteniendose la solución ó sea la interpretación a la solución ideal; si se selecciona una representación apropiada, las características difíciles del problema pueden evitarse, asignando características esenciales que correspondan al problema real. Se consideran tres tipos de representación básica:

1. Representación escalar. Se imitan y construyen modelos físicos ideales, de manera que las características esenciales del problema real se consideren.

2. Representación matemática. Hace referencia a aspectos semáticos a través de un sistema formalizado. El conjunto de fenómenos se transforman a axiomas ó representación matemática.

3. Representación diagramática. Enfoca las relaciones a través de dibujos ó diagramas del problema real.

Cuando se considera la representación de un problema, se hace - en términos de representar un objeto por otro más conveniente, en el cual el -conocimiento- es la base real para el entendimiento de un problema, el hecho de tener un -conocimiento relevan--

te- (memoria apropiada) y saber como usarlo incrementa la posibilidad de solución correcta, pero como se asimila ó se representa este conocimiento a nivel psicológico y que es responsable de la solución de un problema.

La representación del conocimiento humano en la solución de un problema implica aprendizaje y cambio en el proceso cognitivo, conformando el sistema de conocimiento; *Winograd (1975), los denomina sistema de -representación declarativa-, que enfatiza hechos y datos, sistema de -representación de procedimiento- que enfatiza a los procesos incluidos en el conocimiento. Newell & Simmon** introducen dos representaciones generales: la -representación de un conjunto teorético- y la -representación de búsqueda-, en la primera es posible definir un conjunto de posibles soluciones de un conjunto de expresiones simbólicas, asi un problema puede caracterizarse como:

> Dado un conjunto U, encontrar un miembro de un subconjunto U, especificando las propiedades de la meta M.

En la representación de búsqueda, la solución de un problema se puede definir por 1) características de un estado inicial 2) un estado terminal, 3) las condiciones sobre la transformación de un estado a otro -operadores- y 4) características de los estados intermedios; la solución de un problema por medio -

*Rumelhart and Norman. Analogical Process in learning, 1980

**Newell and Simon. Humam Problem Solving de representación de búsqueda no siempre tiene lugar en el medio externo, sino que son internos al solucionar, por instancia un ajedrecista puede concebir una configuración específica a - través de la búsqueda, encontrando una secuencia de movimientos para obtener un jaque mate.

Ejemplo: Dar mate en tres jugadas figura 1.10

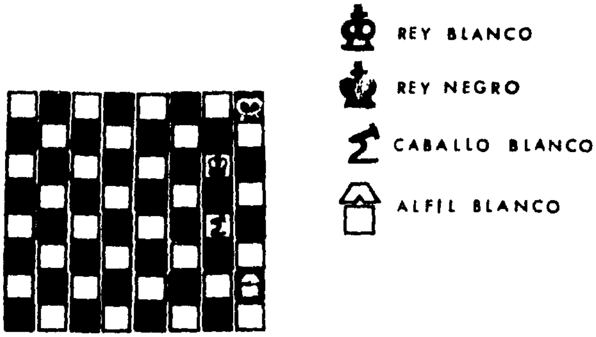


FIGURA 1.10

TEORIA SEMANTICA

¿Cómo entiende unproblema un solucionador y como recupera las respuestas a éstos?, los seres humanos son capaces de resol ver una amplia variedad de problemas complejos, alresolverlos no siempre lo hace de una manera directa ó recupera la información directamente, el solucionador realiza una serie de subpreguntas que progresivamente le llevan a la meta, la memoria semántica supone la solución de un problema como la -recuperación de información de la memoria°, la forma en que un solucionador entiende un problema depende de la representación de la situación para solucionarlo; asi la solución de un problema es la --búsqueda y recuperación del conocimiento significativo almacenado denominado memoria semántica y depende de la organización de ese conocimiento almacenado en la memoria; existen dos clases básicas de memoria semántica:

- Modelos de redes. La memoria se constituye de elementos y asociaciones entre ellos, estas relaciones son de distintos tipos, existen unidades de conceptos significativos.

Collins & Quillan (1972) proponen la red -teaching learnig comprehensive TLC, la estructura semántica se basa en

- Unidades. Palabras que representan una cosa ú objeto.
- Propiedades. Palabras que representan caracteris- ticas de la unidad.
- Dirección. Asociaciones entre diferentes unidades y propiedades.

Linsay & Norman. La estructura semántica se fundamenta en:

- Nodos. Palabras, conceptos ó eventos.
- Relaciones. Asociación entre nodos, con dirección de un nodo a otro de diferentes tipos.

Anderson & Bower, proponen otro tipo de modelo de red semántica -Human asociative memory-, cuyos constructos de proposición se fundamentan en:

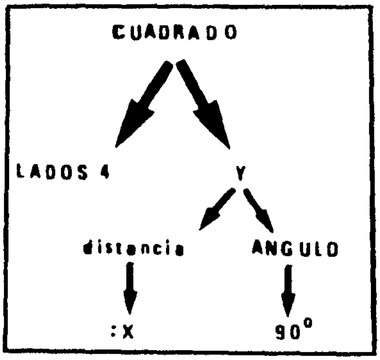
- Proposiciones. La proposición general por la que se construye un arbol.
- Localización. Lugares de aplicación para el árbol - construido por las reglas de proposición
- Asociaciones. Relaciones entre las localizaciones del árbol.

- Modelo de conjunto. La memoria se constituye por las características que pertenecen a los conjuntos y esos conjuntos pertenecen a superconjuntos y así sucesivamente, el modelo predice - que los solucionadores responden a problemas de la forma -todos los S estan en P- mas que a -algunos S. estan en P.

Todo E esta en M	B. Todo E no esta en T
Algunos M estan en T	C. Algunos de E estan en T
Por lo tanto	D. Algunos de E no estan en T
A. Todo E esta en T	E. Ninguno de las anteriores

En la teoría semántica la estructura (todo E estan en M algunos M estan en T, por lo tanto todo E esta en T) interna de la representación del conocimiento es importante, cuando se aplica el conocimiento previo a dominios que distan del dominio original; considerese un ejemplo sencillo de red semántica. Figura 1.11

Dibujar un Cuadrado



Representación activa de la red semántica de dibujar un cuadrado.

FIGURA 1.11

Este problema se representa como la red semántica; los nodos terminales representan una constante ó variable, los nodos o terminales representan subprocedimientos, cada rama del árbol representa un argumento, la rama izq., es el primer argumento, la derecha el último argumento, los nodos intermedios representan argumentos intermedios, es útil observar la importancia de los conceptos de 4 lados, y los lados son de 90 grados.

TEORIA DEL DESARROLLO

De acuerdo a las teorías de desarrollo cognitivo la solución de problemas depende de la representación del mundo y de las formas en que se manipula la representación individual, esta aproxi mación propone diferentes formas de representar un problema, dependiendo de las distintas etapas en el desarrollo, así la representación de una situación problema difiere respecto a la de un niño, un joven y un adulto, las representaciones son estructuras mentales internas, esencia de los procesos cognitivos fundamentales en esquemas y la organización de éstos (Bartlet). Jean -- Piaget emplea para la explicación de solución de problemas el - -esquemata-, estructuras internas ó representaciones y -operaciones°, la forma de manipular estas estructuras; en la teoría de Piaget el esquemata crece y se desarrolla, describiendo varias etapas, la teoría es en esencia -epistemologica genética-, el estudio del crecimiento en el conocimiento humano, interesada en su naturaleza, estructuras y procesos por el cual se adquiere este conocimiento, construyendo relaciones continuas entre la información nueva y el conocimiento ya existente.

La forma en que una persona soluciona un problema esta en función de la adaptación, asimilación, acomodación y organización, al interactuar se origina una búsqueda de balance entre la asimilación (necesidad de más información) y la acomodación (búsqueda del conocimiento bien organizado), conformando el - equilibrio entre la adaptación (necesidad de permanecer vivo y sobrevivir en el medio ambiente, al solucionar un problema) y la organización (necesidad de una representación del mundo bien organizada y consistente), que es responsable del desarrollo - cognitivo y por lo tanto de la manera de solucionar un problema, lográndose la adaptación en el medio ambiente y con ello la solución del problema.

Problema de la etapa de operaciones formales (Piaget)

Dado un péndulo, donde se puede variar la longitud de la cuerda, donde se puede variar la dimensión y peso de la esfera que se tiene suspendida a una altura que puede variar y con ello la fuerza con la que se deja caer. ¿Qué factor está influenciando la tasa de oscilación? (problema práctico) Figura 1.12

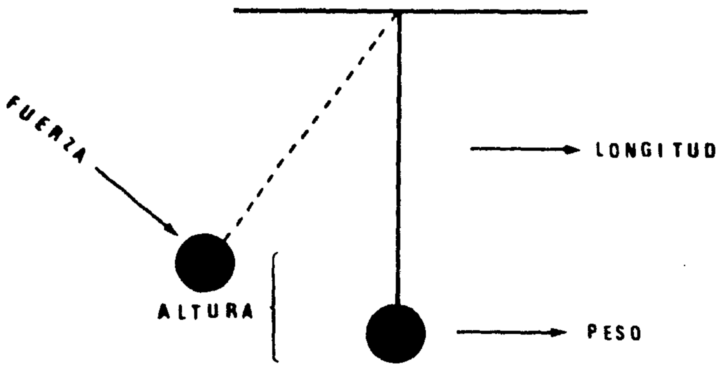


FIGURA 1.12

TEORIA DEL PROCESAMIENTO DE INFORMACION

Lo que un solucionador hace mientras soluciona un problema puede especificarse como una lista de cosas por hacer, las teorías de proceso cognitivos humanos pueden expresarse y generarse como programas de computadora, tratando de que sea compatible en como un solucionador resuelve el problema, los problemas para el procesamiento de información (y aun para la mayoría de - los estudiosos de problemas) poseen tres características básicas:

1. Un estado inicial
2. Un estado meta
3. Un conjunto de operadores que modifican y cambian de un estado a otro, derivando procedimientos para la solución.

Para efectuar lo anterior el primer paso es -analizar- la - ejecución en la solución de un problema de un solucionador de - problemas, pidiéndole que el proceso de solución que emplea lo - realice en voz alta, pudiéndose detectar en esta forma las diferentes estrategias que emplean los solucionadores, generando con esto, un posible programa de computadora que solucione problemas similares.

La aproximación del sistema de procesamiento de información supone que (Newell & Simon 1972):

1. Al solucionar un problema al ser humano, se le representa como un sistema de procesamiento de información.

2. La representación es específica respecto a personas y tareas.

3. A diferencias de tareas entre programas, diferencias en estructura y contenido.

4. A diferencias individuales, diferencias de programas estructuras y métodos.

5. La tarea del medio ambiente (más la inteligencia del solucionador) determinan la conducta y su control en la solución de un problema.

El sistema de procesamiento de información es adaptativo, flexible a las demandas del medio ambiente; aunque el sistema de procesamiento de información dirige a la solución del problema, la tarea experimental es la que determina la estructura del espacio de métodos y por lo tanto su control (elección de determinado método), la información acerca del medio ambiente es objetivo y se codifica en el procesador de información (solucionador), encontrándose la información relevante en el espacio del problema, aunque la mayoría de las ocaciones no esta a disposición del solucionador. La teoría se enfoca en el método: una colección de procesos de información que se combinan a una serie de estrategias para obtener un fin (meta), razón por la cual la conducta de solución de problemas es dirigida; estos procesos de solución se dictan por una representación interna (representación de conjuntos de predicados y representación de búsqueda), especificada por el espacio de problemas, determinando las distintas formas en que el problema puede cambiarse ó modificarse para alcanzar la meta.

Problema clásico Cripta-aritmético del sistema de procesamiento de información. Figura 1.13

Encontrar los números dígitos correspondientes a cada letra, obteniendo la suma adecuada.

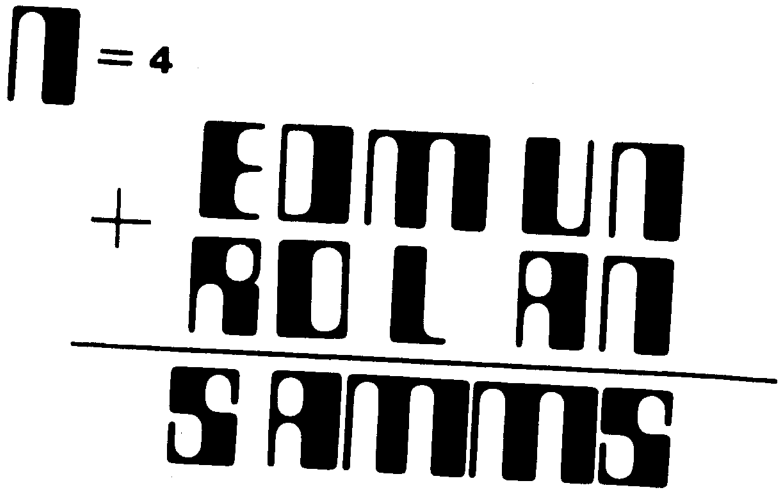


FIGURA 1.13

TEORIA ESTRUCTURAL DEL APRENDIZAJE -SCANDURA-

Una teoría que realiza una integración de los tres factores esenciales en la investigación de solución de problemas, lo proporciona la teoría estructural del aprendizaje, uniendo en un marco unificado teorético la investigación de: competencias (contenido), cognicción (mecanismo psicologicos subyacentes) y diferencias individuales.

Contenido

Son las reglas necesarias para resolver un problema de un dominio especifico, dada la variedad limitada de dominios de - problemas que pueden considerarse en las reglas que conforman - métodos; es necesario instrumentar métodos generales de análi-- sis, elaborando reglas (competencias) adecuadas para ejecutar - la solución de problemas y que reflejen la conducta humana de - solución de problemas; el conocimiento y la conducta de solución de problemas se puede medir por el conjunto de reglas subyacen-- tes al dominio de problemas, las reglas (procedimientos) y es- - tructuras interactuan de una manera fija reflejando la forma en como se usa y esta disponible el conocimiento, esta interacción hace posible métodos cuasi-sistemáticos de análisis de contenido. Al considerar la conducta humana de solución de problemas lo que el solucionador hace ó pueda hacer en una situación-problema de- pende de las características cognitivas del procesador de infor- mación, una de estas características es el mecanismo de -control cambio de meta- que se considera universal y que determina como se usa el conocimiento disponible y como se genera el nuevo cono cimiento, este control de cambios de meta permiten a las reglas operar sobre otras reglas y generar nuevas; entre otras restric- ciones que influyen sobre la cognición esta -la capacidad limita da de memoria-trabajo y la velocidad de procesamiento-, el cono- cimiento que los individuos poseen se define operacionalmente a través de las reglas ó conjuntos de reglas que emplean y miden el conocimiento humano.

Cuando un dominio de problemas se puede analizar totalmente el proceso de solución se estructura como algoritmo ó actividad programada, realizándose un análisis de detalle fino, cuando no se puede realizar el análisis totalmente, lo más conveniente es una aproximación modular, los procedimientos (reglas) simples se remplazan por reglas de conjuntos, en leyes de interacción, ya sea en secuencia arbiraria ó secuencial, registrindose el nivel de refinamiento que se pueda obtener. Al calcular los dominios de pro lemas se supone que existen reglas que operan a distintos niveles produciéndose :

- Reglas de orden superior. Reglas que operan sobre otras reglas y estructuras en el proceso de generar la solución de un problema (denominadas también heurísticas).

- Reglas de orden inferior. Reglas que operan sobre estructuras que no contienen reglas en si mismas.

- Reglas atómicas. Reglas de dominio y operaciones indivisibles.

Las reglas se integran en entidades complejas denominadas -estructuras- base sobre la cual operan las reglas, las condiciones que definen a las estructuras es que deben ser atómicas respecto a la población específica; existen dos clases de estructuras:

- Degeneradas. Los elementos son atómicos y operan sobre, pero nunca en si mismos.
- No degeneradas. Los elementos no son atómicos, son molares.

ANALISIS ESTRUCTURAL DE DOMINIOS DE PROBLEMAS

Al especificar los conjuntos de reglas que debe poseer un dominio de problemas, se debe tener un método sistemático para identificar las competencias (reglas):

- El primer paso es decidir la forma idonea de representar los problemas y sus soluciones, la representación debe satisfacer dos restricciones:

  a. Debe distinguir las características de interés para el observador.

  b. Los elementos, relaciones, operaciones deben ser atómicas y compatibles relativo a la población - especifica (prototipo ideal).

- Segundo paso. Seleccionar una muestra representativa de instancias del dominio de problemas.

- Tercer paso. Instrumentar métodos de solución para los problemas muestra, que sean consistentes en la manera en como los solucionadores ideales resuelven los problemas, asi un problema único resolverá para una clase de problemas del dominio.

Cognición

Una de las características universales en el análisis estructural son las leyes de interacción ó reglas de combinación, compatibles con la forma en que el procesador de información las emplea en la solución de un problema, y en el cual el conocimiento disponible es gobernado por un mecanismo de control de cambio de meta; se supone que los seres humanos son procesadores de meta - dirigida y que el control cambia de niveles inferiores a superiores para después revertirse a la meta en una forma fija, el solucionador al enfrentarse a una situación problema emplea una regla que puede estar inmediatamente posible, pero cuando no lo esta, el control cambia a una meta de nivel superior seleccionando de entre las reglas disponibles y relevantes, revertiéndose a un nivel inferior cuando la regla satisface los requerimentos de la situación del problema, generándose la solución.

Para comprender como se emplea el mecanismo de control de - cambio de meta, considerese el aprendizaje por insight ó mecanismo de primera aproximación; dada una situación problema (S.M)* - el solucionador prueba si la solución esta inmediatamente disponible, sino es asi el control cambia automáticamente a un nivel superior para lograr la meta (M2=SM) que es una regla potencial

*Considérese Dominio como entrada y rango como salida en el proceso de solución de solución si S (situación problema) esta en dominio (entrada) de (reglas) ó (S E Dom r) y la meta esta contenida en el rango r - en la forma de conjuntos:

$$(S,\ x,\ \varepsilon,\ \exists\ \text{Dom}\ r)\ y\ (S, M \subset \text{ran}\ r)$$

donde S- situación problema o esimulo

x- elemento

E- estructura

Así encontrándose la regla, el control se revierte automáticamente a la meta original M.

Diferencias Individuales.

La medición de las diferencias indiviudales constituye una -ley de correspondencia- que define -PARCIALMENTE- el conocimiento en términos de conducta observable; la medición de las - diferencias individuales en los dominios de problemas dependen de la compatibilidad con la población específica; al estimar las reglas que emplea el solucionador se pueden representar como gráficas dirigidas, en que las aristas son (operaciones) y los nodos (decisiones) que pueden dividirse, refinarse en componentes mas simples de manera que el aprendiz sea capaz de ejecutra perfectamente cada regla.

INTEGRACION DEL METODO

La solución de problemas algebráicos (problema no triviales), es una de las clases de problemas que presentan gran dificultad tanto en su aprendizaje como en su enseñanza y es una de las fases decisivas e importantes para enfrentar problemas de matemáticas subsecuentes; debido a que es necesario comprender, distinguir datos relevantes de los inrelevantes y traducir al lenguaje matemático la situación del problema, esto dio pauta para elaborar e integrar un método cuasi-sistemático de solución fundamentado en la teoría estructural del aprendizaje, conjugada al significado de la palabra "es" identidad en una de sus tres características la ley de simetría; considerando el conocimiento antecedente básico -el conjunto de reglas de solución de sistemas de dos ecuaciones de dos incógnitas, consideradas - también en este estudio, realizandose un análisis de competencias (contenido) respecto a las reglas atomicas del (metodo - de suma y resta) e identificación de una regla de orden superior (heuristica), el circulo de mandatos primarios que integrados al diagrama de flujo en el estado o estados requeridos facilitan la solución de esta clase de problemas. Con el conocimiento subyacente a la solución de problemas algebráicos, la palabra " es " identidad - simetria ayuda a construir funciones y las reglas de orden inferior elaboradas en base a la teoria de Scandura ayudan a contruir relaciones; facilitando la -

transferencia a problemas similares o equivalentes, permitiendo la TRADUCCION matemática de la situación del problema, de una manera cuasiformal, cuasisistematico, haciendo énfasis en una población especifica.

De esta manera la solución de sistemas de ecuaciones de dos incógnitas se puede generar con el empleo del -círculo de mandatos primarios- (tabla 2.1), considerandolo como regla de orden superior o heurística para transponer términos e incógnitas, y el uso de las reglas atómicas (tabla 2.2) del método suma y resta para reducir el sistema y resolverlo; insertandolos en el estado o estados requeridos del problema, el análisis estructural y el de actividades programadas, conforman el diagrama de flujo compatible con la población especifica del estudio.

PROGRAMA

- Solución de ecuaciones de dos incógnitas -

El diagrama de flujo de la figura 2.1 muestra esquemáticamente como el método puede resolver los problemas de sistemas de ecuaciones de dos incógnitas (haciendo enfasis en los estados de mayor dificultad). En este caso la situación - estímulo (So), consiste de un sistema de ecuaciones de dos incógnitas, la meta (M) es encontrar los valores x, y respectivos; elaborando una representación arbitriaria o bosquejo (S_1, M_1) análogo al problema - estímulo. Nótese que el construir tal analogía puede o no generar los conjuntos de reglas de solución.

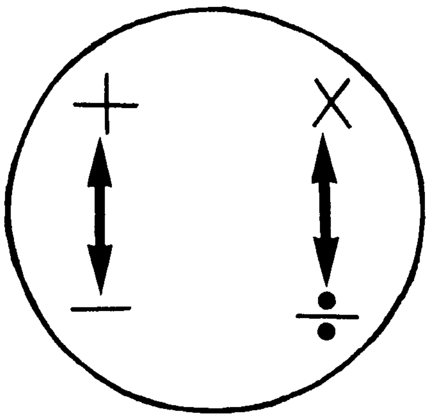
MANDATOS PRIMARIOS

Los mandatos o Signos de Operación primarios son: suma (+) resta (-), multiplicación (x), y división (÷), la relación entre ellos constituye el Círculo de Mandatos Primarios, utilizados en la solución de ecuaciones algebráicas lineales. Para despejar una ecuación se usa el MANDATO INVERSO; si el Mandato es "SUMA", el Mandato Inverso a obedecer es "RESTA", pasando el término al otro lado del signo "IGUAL".

"SUMA"

Operación Inversa

"RESTA"



"MULTIPLICA"

Operación Inversa

"DIVIDE"

- Efectua los MANDATOS INVERSOS DE ACUERDO A LA JERARQUIA ADECUADA:

  1a. MAS, MENOS

  2a. POR, ENTRE

Tabla 2.1

REGLAS ATOMICAS

(Método Suma y Resta)

R_1) Obtener los m.c.m. del sistema de ecuaciones (para igualar los números de las incógnitas).

R_2) Multiplicar los m.c.m. por la ecuación respectiva del sistema.

R_3) Si los miembros del sistema de ecuaciones son iguales - (en signo), multiplicar los m.c.m. con el signo inverso.

R_4) Reducir el sistema de ecuaciones, eliminándose una incógnita.

Tabla 2.2

PASCS

1. ¿Existe un valor para x, y en S_1, M_1 que satisfacen las condiciones del sistema; si es asi existe una regla de meta - (rm), tal que x, y puedan servir como entrada a la regla de meta (Dom rm) y existe una M que es subconjunto del rango r.

2. Almacenar .m.

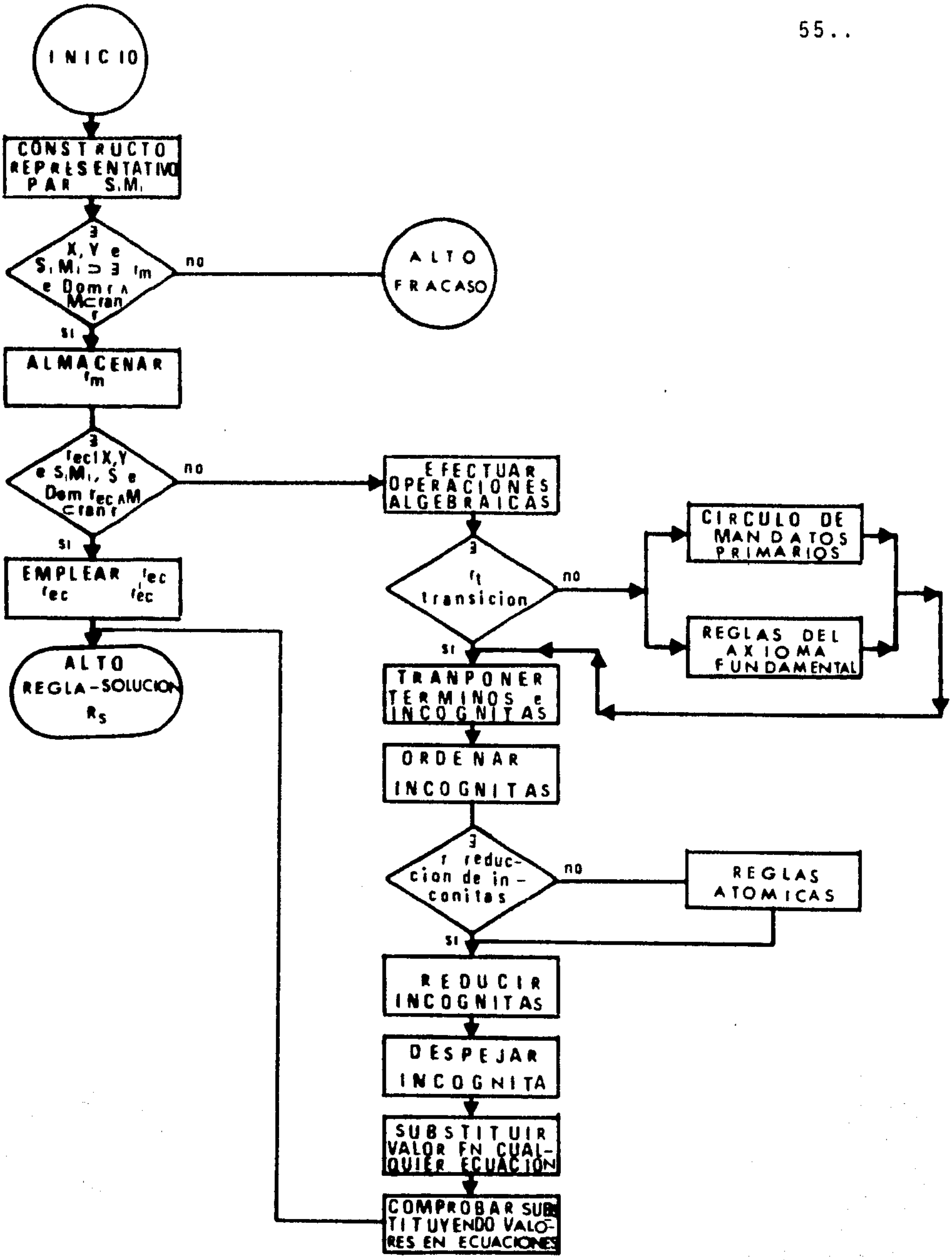
3. ¿Existen los conjuntos de reglas para resolver el sistema de aecuaciones que operen sobre la información dada - - (S Dom r_{ec}) y genera los valores (x,y e ran r_m), que contienen las incógnitas (x,y) que satisfacen al sistema. Si - la decisión es negativa ir al paso 5.

4. Se emplean los conjuntos de reglas de solución correspondientes al problema particular.

- Alto la regla de solución es R_s-

5. Efectuar las operaciones algebráicas indicadas, si las hay.
   * Multiplicar por una constante toda la ecuación cuando se presentan números fraccionarios.

* Se integró despues de obtener el protocolo.



SOLUCION DE ECUACIONES DE DOS INCOGNITAS

FIGURA 2.1

6. ¿Existe un conjunto de reglas para transponer términos e incógnitas en el sistema; genera incógnitas en un solo miembro y valores en el otro. Si la decisión es negativa ir al paso 14 ó 15.

7. Transponer términos e incógnitas en su miembro respectivo, en la memoria externa o memoria.

8. Ordenar las incógnitas; genera sistemas ordenados respecto x,y.

9. ¿Existe un conjunto de reglas para reducir las incógnitas semejantes (suma y resta); genera la eliminación de una de las incógnitas en el sistema. Si la decisión es negativa ir al paso 16.

10. Reducir las incógnitas, genera una solo incógnita.

11. Despejar la incógnita; genera el valor de cualquier incógnita x ó y.

12. Substituir el valor incógnita conocido en cualquiera de las ecuaciones 1 ó 2: genera el valor de la segunda incógnita.

13. Comprobar, substituyendo los valores respectivos en cualquiera de las ecuaciones 1 ó 2; genera verificación del resultado en el sistema. Retroalimentación positiva ó negativa.

- Alto los Conjuntos de reglas de solución son Rs -

14 y 15. El circulo de mandatos primarios, el axioma fundamental de las ecuaciones con sus reglas de orden inferior; genera incógnitas en un solo miembro y valores en el otro. Se usa únicamente el circulo de mandatos primarios.

16. Reglas atomicas para la reducción de las incógnitas (suma y resta); genera la eliminación de cualquiera de las incógnitas x ó y. Ir a 10, 11, etc.

- Alto los conjuntos de reglas son R_s -

- PROBLEMAS NO TRIVIALES -

- Método de solución de problemas algebráicos -

Método de análisis estructural

El método de análisis es como sigue. Primero los problemas a considerar se agruparon respecto a una clase de problemás, en particular se consideran con un límite explícito, problemas de procesamiento positivo, sin considerar procesamiento lógico inverso.

El siguiente paso fue identificar y clasificar los problemas sobre antecedentes típicos; el intento fue colocar problemas similares en la misma categoría de acuerdo al texto, clasificación ya considerada en los libros de álgebra: problemas tales como de ríos, edades, números, relación etc.

Estos problemas se resuelven con un conjunto de reglas general o alguna variante, en este estudio se considera la palabra "es" identidad-simetria y las reglas de orden inferior - (tabla 2.3) diseñadas para dar apoyo a la solución en el estado o estados del problema requeridos, considerando implícito el método de solución de sistemas de ecuaciones de dos incógnitas.

Después de obtener los problemas muestra, se aseguró que los dominios y rangos de cada tarea fueran explícitos para so-

REGLAS DE ORDEN INFERIOR
PROBLEMAS ALGEBRAICOS

1. Emplear signo "+", relación suma entre Elementos e incógnitas, en palabras tales como: FAVOR, DENTRO, EXCEDER, GANAR AÑADIR, AUMENTAR ETC.	Ejemplo: La Suma entre dos números es 7 la edad de Ben dentro de 2 años
2. Emplear signo "-" relación menor entre elementos e incógnitas, en palabras tales como: MENOS, RESTAR, QUITAR, CONTRA DIFERENCIA, HACE, DAR, PERDER, ETC.	Ejemplo: Hace 5 años la edad de Hector Un pajaro vuela contra el viento
2' Emplear signo "-" en las palabras RESIDUO para que sea exacta la división se le quita al dividendo	Ejemplo: Si el mayor de los números se divide por el menor, el cociente es z y el residuo a $\frac{x - a}{y} = z$
3. Emplear signo "x" relación producto entre elementos e incógnitas en palabras tales como: DOBLE, TRIPLE, DOS VECES, TRES VECES ETC.	Ejemplo: La edad de Faby es el doble que la de Areli
4. Emplear signo "÷" relación entre elementos e incógnitas, en palabras tales como: FRACCION, RELACION, SON ENTRE SI ETC.	Ejemplo: La edad de Celia y Guadalupe estan en relación de 3 a 5.
5. Emplear signo "=" función igualdad en palabras como: - ES, SON, SERIAN etc. (inflexiones del verbo SER): IDENTIDAD-SIMETRIA)	Ejemplo: Edgar tiene el triple de la edad de Berenice Dos peras y tres manzanas costaron $16

TABLA 2.3

REGLAS DE ORDEN INFERIOR
PROBLEMAS ALGEBRAICOS

- TIENE, TUVO, TENDRA etc. (inflexiones del verbo TENER)
- EQUIVALE, EQUIVALIO, EQUIVALDRA etc. (Inflexiones del verbo EQUIVALER)
- IGUAL
- COSTAR, POR, SUMA, RESULTADO, IMPORTO etc. (palabras que impliquen (TOTAL)

6. En problemas de clases (precios, Monedas, mezclar etc.) separar las clases dadas y relacionarlas con su total respectivo.
   - Objetos, cosas, parciales (asignación x ô y a objetos totales.
   - Costo, cantidad parcial a costo total.

Ejemplo: se tienen $11.30 en 78 monedas de a 20 cts. y de 10 cts. ¿Cuantas monedas son de a 10 cts. y cuantas de 20 cts?

Cuentas x= monedas de 10 cts. / y= monedas de 20 cts. — total 78 monedas

6' Emplear signo "x" con objetos, costos o cantidad
   - Objetos parciales unidos entre si por la relación mas "+"
   - Objetos parciales a objetos totales Relación "="

Parcial		Parcial		Total	
x	+	y	=	78	Clase No. de Monedas

lo (x)+20(y)=$11.30 Clase valor monedas

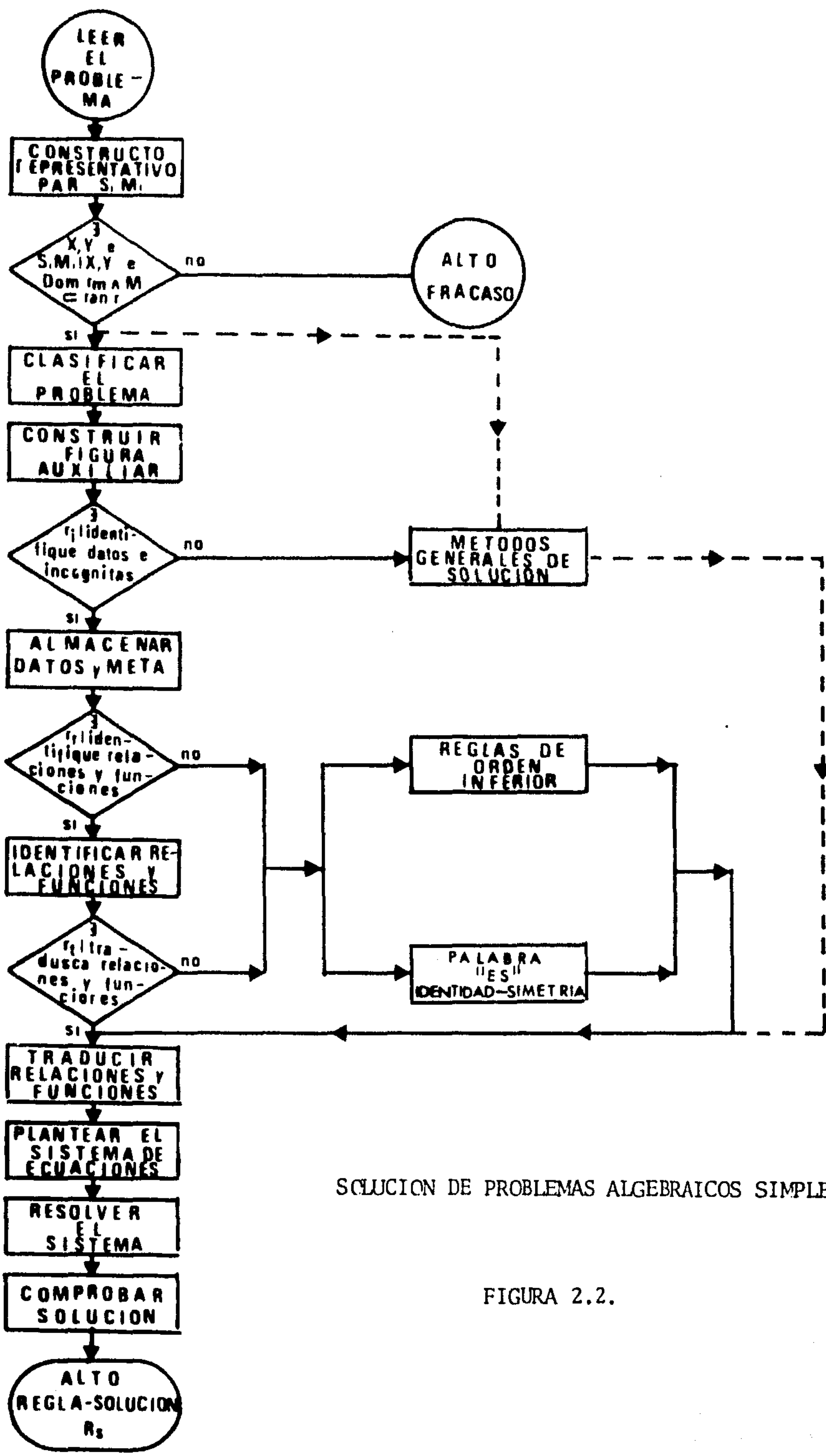
* Recordar que DAR Implica que otro OBTIENE.

TABLA 2.3 (cont.)

lucionarla. El paso crítico y esencial fue identificar un procedimiento para el estado o estados del problema requeridos - la palabra "es" identidad-simetria para entender y formar FUNCIONES explícitas e implícitas que en combinación con las -reglas de orden inferior- detectadas para entender y formar RELACIONES explícitas e implícitas; ayuden en la comprensión del enunciado y traduzcan a lenguaje matemático (fórmulas simbólicas).

En la caracterización del método, la palabra "es" identidad-simetria enfatiza las -funciones existentes en los problemas, las reglas de orden inferior enfatizan relaciones existentes y se identificaron en la mayoría de los problemas (e.g. emplearsigno "+", relación suma para palabras tales como: favor, excede, obtener, dentro, otros sinónimos).

El diagrama de flujo de la figura 2.2 muestra esquemáticamente como el método puede resolver los problemas considerando la palabra "es" identidad-simetria - y - las reglas de - orden inferior- insertados en el estado o estados requeridos del proceso de solución del problema. En este caso la situación estímulo (So), consiste de problemas algebráicos simples, La meta (M) es encontrar los valores x,y considerando el conocimiento antecedente de solución de ecuaciones de dos incógnitas; construyendose una representación arbitriaria o bosquejo (S_1, M_1) análogo al problema de estímulo.



SOLUCION DE PROBLEMAS ALGEBRAICOS SIMPLES

FIGURA 2.2.

PROGRAMA

- Solución de problemas algebráicos simples -

PASOS

1. Leer cuidadosamente el problema y releerlo.

2. Se forma una representación arbitraria (M_1) de la meta del problema (Mo), una representación (S_1) de la información dada en la situación estímulo (So), representación similar o equivalente (nótese que el construir tal analogía puede o no generar la solución).

3. ¿Existen dos valores x,y en S_1, M_1 que satisfacen al problema? y por lo tanto las condiciones de éste. Existen los conjuntos de reglas (r_m) tal que x,y puedan servir como entrada en los conjuntos de reglas (Dom r_m); en este caso - existe un conjunto de reglas para traducir Y/O representar la situación estímulo (enunciado); genera motivación al solucionador. Ir a 4 ó 13

4. Clasificar el problema respecto a atributos o característi-cas de un problema análogo ya clasificado; genera información implícita.

5. ¿Existe un procedimiento para identificar elementos básicos e incógnitas. si la decisión es negativa ir al paso 14 (no se considera en esta investigación, se hace por simple inspección del problema).

6. Identificar y obtener las incógnitas y datos (simple inspección); genera datos y asignación de incógnita respecto al problema y la meta en memoria o memoria externa.

7. ¿Existe un procedimiento para identificar relaciones explícitas e implícitas (e,g. tres veces la edad de Nanette, 3x, si la edad de Nanette es x). Si la decisión es negativa ir al paso 15.

8. Identificar y formar relaciones implícitas y explícitas.

9. ¿ Existe un procedimiento para traducir al lenguaje algebráico las funciones de la situación estímulo o problema; ir al paso 16 si la desición es negativa; genera formas simbólicas de las funciones.

10. Identificar y formar las formas simbólicas en memoria externa.

11.- Plantear el sistema de ecuaciones correspondiente; genera el sistema requerido de conocimiento subyacente.

12. Resolver el sistema de ecuaciones.

13. Comprobar las soluciones posibles.

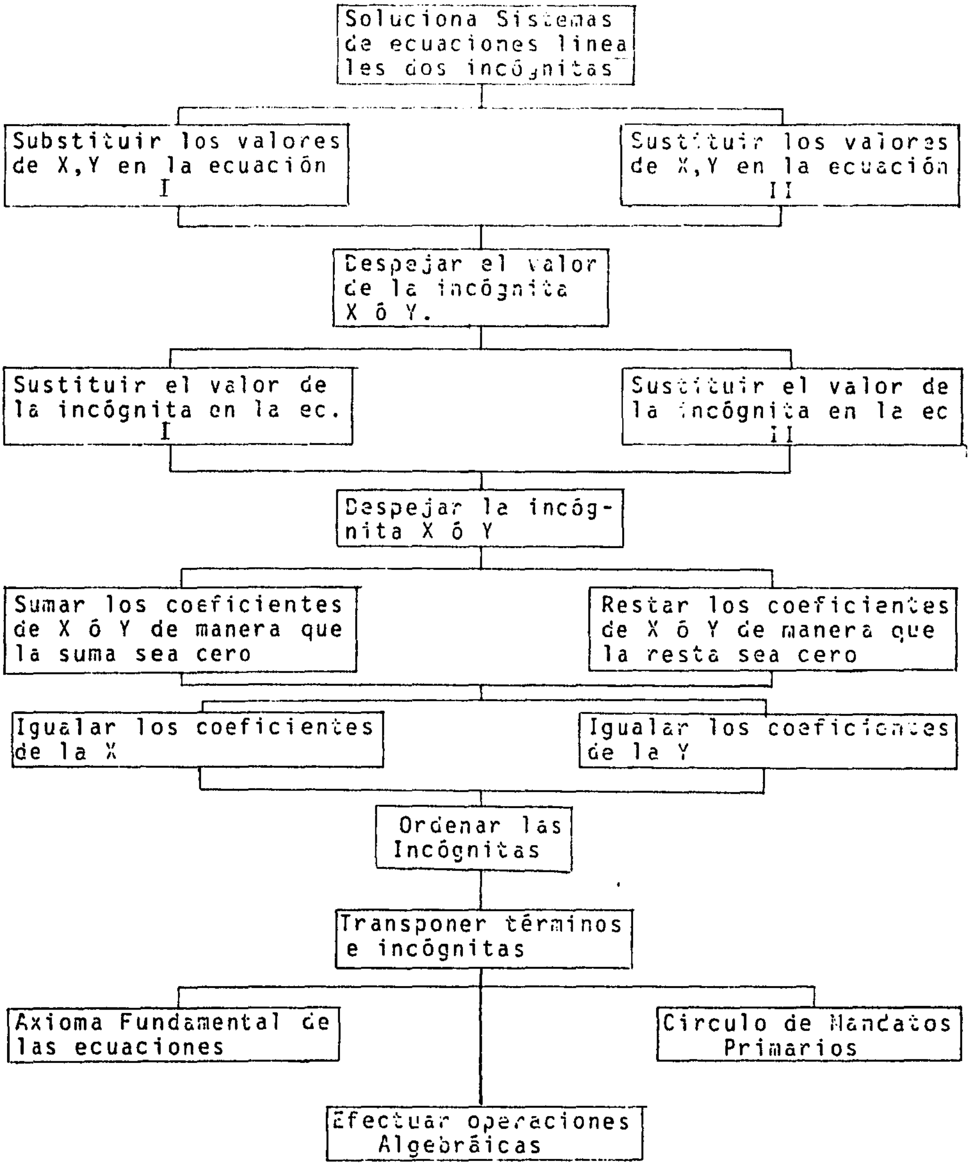
- Alto los conjuntos de reglas solucion son R_s-

4. Métodos de soluciones generales; genera identificación de datos, incógnitas, metas; posible solución del problema con el método conocido subyacente del sistema de ecuaciones.

15 y 16. La palabra "es" identidad-simetria en conjugación con jugación con las reglas de orden inferior generan formación de funciones y relaciones explícitas e implícitas, formas simbólicas de las relaciones y funciones lógicas del problema.

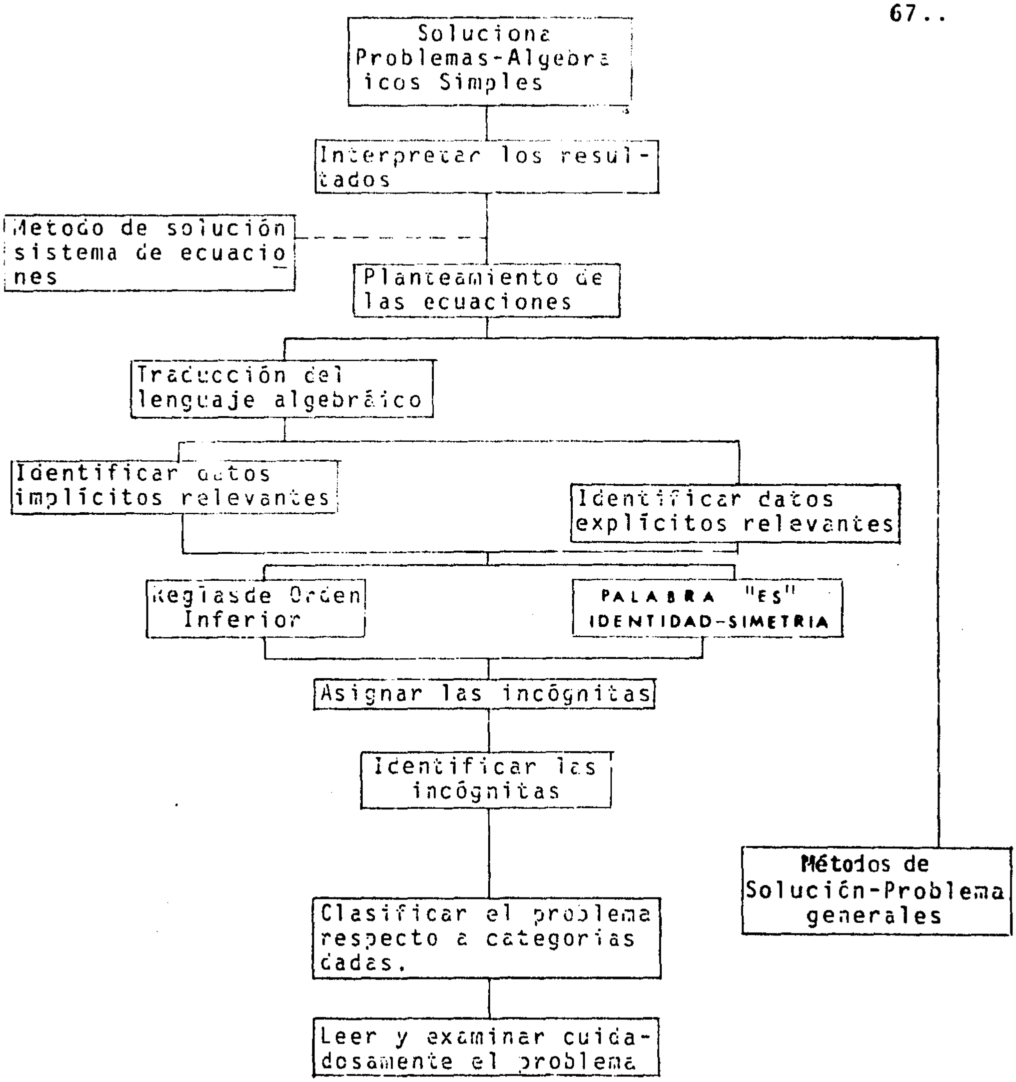
Para propósito instruccional las decisiones y operaciones de los métodos (figuras 2.1 y 2.2) se escriben como listas de preguntas y planteamientos imperativos. Cada una de las reglas de orden inferior (R.O.I.) consisten de operaciones a realizarse.

Se realizó un análisis de tareas para considerar los prerequisitos esenciales y de habilidad en las tareas de estudio, para identificar las destrezas más simples de acuerdo a una jerarquía, resultando en -jerarquías de aprendizaje respectivas (figuras 2.3 y 2.4).



JERARQUIA-APRENDIZAJE "Solucionar sistemas de ecuaciones dos incógnitas"

FIGURA 2.3



JERARQUIA-APRENDIZAJE "Solucionar Problemas-Algebráicos Simples

FIGURA 2.4

CAPITULO III

APLICACION DEL METODO

Habiendo elaborado los métodos anteriores de solución de problemas considerando las reglas de orden superior, inferior y reglas atómicas fundamentadas enla teoría estructural del -- aprendizaje, de la utilización de la palabra "es" identidad-simetria se procedió a la aplicación del método; teniendo como propósito:

1. La instrucción del -círculo de mandatos primarios y las reglas atómicas (relativas a la población específica), incrementan la habilidad de solución de sistemas de ecuaciones de dos incógnitas, facilitando la transferencia a problemas similares o equivalentes.

2. La instrucción de la palabra "es" identidad-simetría y las reglas de orden inferior- incrementan la probabilidad de solución de problemas algebráicos simples.
   * Los problemas respectivos del estudio se encuentran en las tablas 3.1 y 3.2. (paginas 71 y 80,81 respectivamente)

Fueron las variables de este estudio:

Variable Dependiente. Número de problemas resueltos correctamente.

Variable Independiente. Métodos de instrucción.

Método

Sujetos. Se seleccionaron dos sujetos no graduados de la Facultad de Psicología del 5° al 9° semestre.

Escenário. La aplicación de la taréa experimental y la instrucción se llevo a cabo en un cubículo con un escritorio, silla, pizarrón, una grabadora y un sólo experimentador.

Diseño experimental

Se utilizó un diseño experimental múltiple A-B-C análisis experimental de la conducta, la razón de emplear este tipo de diseño se baso en el aspecto determinista de la teoria, lo que implicó trabajar individualmente con cada sujeto.

Al iniciar el estudio se considero a sujetos que tenian ciertas dificultades con ambas clases de problemas, en especial los problemas algebraicos.

La primera -fase- del estudio constó de dos sesiones:
En la primera sesión con un sujeto a la vez, se les dió las siguientes instrucciones:

"Se te presentarán cinco problemas de sistemas de ecuaciones dos incógnitas, resuelvelos -- -SIN CONSIDERAR TIEMPO LIMITE-, al resolverlos piensa en voz alta el proceso que emplees, -- pues se grabará; trata de no omitir ningún detalle del razonamiento".

A los sujetos se les proporcionó los problemas de sistemas de ecuaciones dos incógnitas (tabla 3.1) relativos al protocolo y se puso a funcionar la grabadora, con el objeto de registrar- las reglas que empleaba cada solucionador, construyendo con esto, la gráfica protocólo e identificar el conocimiento potencial, además de observar el perfil de éxitos y fracasos del solucionador; cuando eran resueltos los problemas y el solucionador presentaba bloqueo o tenía ciertos obstáculos en la solución, el experimentador proporcionaba hints o cues con el fin - de motivar a los solucionadores a continuar; no se considero el tiempo de solución, pues lo unico que interesaba en el estudio- eran los resultados correctos de los problemas. En la segunda sesión se les proporcionó a los sujetos problemas algebraicos - (tabla 3.2) relativos a la gráfica protocolo, siguiendo la secuencia de la primera sesión.

La segunda -fase- incluyó una sesión, el experimentador expuso el método de solución de sistemas de ecuaciones de dos incognitas, con un problema específico explicandolo de manera general.

	Protocolo	Ejercicios		Tarea Experimental
1.	$-6x + 3y = 1$ $-2y + 4x = 5$	Se emplearon los mismos que la 1a. fase.	1.	$2x - 5 = 1$ $3x + 2y = 11$
2.	$3x - 2y = 7$ $x + 3y = 16$		2.	$4y + 2x = 10$ $3x - 6y = 5$
3.	$\frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 6$ $\frac{x}{6} \quad \frac{y}{4} = 1$		3.	$\frac{3x - 2}{4} - \frac{y - 3}{2} = 8$ $\frac{x -}{2} - \frac{x - 2y}{3} = 6$
4.	$2x - 4 = 3y$ $5y - x = 5$		4.	$\frac{6x}{8} - \frac{y}{2} = 1$ $\frac{6x - 3y}{3} + \frac{y}{6} = 3$
5.	$\frac{2x-1}{3} + \frac{y-2}{4} = 4$ $\frac{x - y}{2} - \frac{x - y}{3} = 3$		5.	$x - \frac{y}{2} = -1$ $y - \frac{x}{2} = 4$

TABLA 3.1
Problemas de sistema de ecuaciones de dos incógnitas

- Método General -

Resolución de un problema de sistemas de ecuaciones de dos incognitas.

$$3\left(\frac{2x-y}{2}\right) = (x-3)\,2 \quad \ldots\ldots \quad 1$$

$$\frac{-2y+x}{3} = 2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 2$$

Efectuar las operaciones algebraicas, si las hay.

$$\frac{6x-3y}{2} = 2x-6 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 1$$

$$\frac{-2y+x}{3} = 2$$

Transponer términos e incógnitas.

$$6x-3y = (2x-6)2$$

$$-2y+x = (2)\,3$$

Efectuar operaciones

$$6x-3y = 4x-12 \qquad\qquad 6x-4x-3y = 12$$
$$-2y+x=6 \qquad\qquad -2y+x = 6$$

$$2x-3y = 12$$

$$-2y+x = 6$$

Ordenar las incógnitas.

$$2x-3y= 12$$

$$x-2y = 6$$

Método de suma y resta.

multiplicando por 2 y 1 para igualar incognitas

$1(2x-3y = 12)$ $\quad 2x-3y=12$ $\quad$ eliminando xs $\quad \cancel{2x}-3y = 12$

$2(x-2y=6\ )$ $\quad 2x-4y=12$ $\quad -(\cancel{2x}-4y = -12)$

$$y = 0$$

Sustituir el valor de la incognita en cualquier ecuación.

$x-2y = 6$ .... (2)

$$x-2\ (0) = 6$$

$$x= 6$$

Comprobación.

Substituyendo los valores de las incógnitas.

$2x-3y = 11$ ....(1) $\qquad$ $x-2y=6$ ..... (2)

$2(6)\ -3\ (0)= 12$ $\qquad$ $(6)\ -2\ (0) = 6$

$12= 12$ $\qquad$ $6= 6$

$\therefore$ La solución es correcta.

Después de la exposición del método general de solución, - se expuso y resolvió el problema anterior, siguiendo el diagrá- ma de flujo identificado por el análisis estructural; haciendo- enfasis en el estado o estados del problema en que se uso el mé todo de instrucción, el círculo de mandatos primarios (tabla - 2.1) y las reglas atómicas (tabla 2.2) compatibles con la po-- blación especi.ica.

- Utilización del - círculo de mandatos primarios y reglas ató- micas.

$$3\left(\frac{2x-y}{2}\right) = (x+3)\ 2 \ \ldots. \quad (1)$$

$$\frac{-2y+x}{3} = 2 \ \ldots\ldots\ldots\ldots. \quad (2)$$

- Inicio "situación - estímulo"

- Constructo representativo par S_1 , M_1 , problema análogo a la situación del estímulo.

1. Existen valores que satisfacen al sistema de ecuaciones, por lo tanto hay una solución.

2. Almacenar $r_m \dashrightarrow M$.

3. Existe un conjunto de reglas de solución; si, ir a cuatro,-- no, ir a 5 .

4. Emplear el conjunto de reglas de solución Rs .

   - Lo anterior no se explica al aprendiz. (Proceso cognitivo).

5. Efectuar las operaciones algebraicas, si las hay.

   *- Multiplicar por una constante toda la ecuación para reducir las fracciones.

$$3\left(\frac{2x-y}{2}\right)= (x+3)\ 2 \qquad \frac{6x-3y}{2} = 2x+6$$

$$\frac{-2y+x}{3} = 2 \qquad \frac{-2y+x}{3} = 2$$

6. Existe un conjunto de reglas para transponer - el círculo de mandatos primarios - (tabla 2.1), al explicar el círculo de mandatos primarios se comenzó con un ejercicio concreto y -- después uno abstracto. ¡¡ ejemplo!!

Considerese la ecuación siguiente.

$$x + 3 = 4 \ldots\ldots\ldots\ldots \qquad (1)$$

Para resolver la ecuación anterior, es encesario el Círculo de-Mandatos Primarios (Regla de Orden Superior). Comencemos con -

* Regla que se integró para reducir fracciones, estado de dificultad para - los sujetos detectado en el protocolo.

una definición informal de una ecuación. Una ecuación es una - relación entre dos conjuntos.

Sea: x + 3 ..... Conjunto (I)

4 ..... Conjunto (II)

Los elementos de la ecuación son afectados por los SIGNOS DE -- OPERACION (mandatos), MAS (+) MENOS (-), DIVISION (÷), PRODUCTO (x) y un SIGNO RELACION "=" que establece la igualdad de los -- dos conjuntos; asi la ecuación:

$$X + 3 = 4 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

puede escribirse como:

$$X = 4-3 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

$$X = 1$$

El paso de la ecuación (1) a la (2), implica a los mandatos inversos "RESTA" esta es la clave para la solución de ecuaciones, ejecutar el Ejemplo-Abstracto:

$$A - B = \frac{C}{D} \quad \text{Resolver para "D"}$$

$$D\,(A - B) = C$$

$$D = \frac{C}{A - B} \quad \text{Solución}$$

7. Transponer los términos e incógnitas en sus respectivos miembros.

$$6x-3y = (2x+6)\,2$$

$$6x-3y = 4x+12 \quad \ldots\ldots \quad (1)$$

$$-2y + x = 6 \quad \ldots\ldots\ldots \quad (2)$$ no hay necesidad de transponer.

8. Ordenar incognitas.

$$2x - 3y = 12$$

$$x - 2y = 6$$

9. Existe un conjunto de reglas para eliminar las incógnitas,-- las reglas atómicas del método de suma y resta.

r_1) Sistema $\begin{cases} 2x - 3y = 12 \\ x - 2y = 6 \end{cases}$ mínimo común multiplo 1 y 2

r_2) $1(2x-3y=12)$ $\qquad$ $2x-3y = 12$

$2(\ x-2y= 6)$ $\qquad$ $2x-4y = 12$

r_3) $2x-3y = 12$ $\qquad$ $2x-3y = 12$

$-(2x-4y = 12)$ $\qquad$ $-2x+4y = -12$

10. Reducir las incógnitas, memoria externa.

$r_4)$

$$
\begin{array}{rl}
\cancel{2x}-3y & = 12 \quad \text{eliminando xs} \\
-\ \underline{\cancel{2x}+4y} & \underline{=-12} \\
y & = 0
\end{array}
$$

11. Despejar la incógnita.

$y = 0$ no se necesita despejar.

12. Substituir el valor de la incógnita en cualquier ecuación

$x-2y = 6$ ecuacion (2)

$x-2(0) = 6$

$\underline{x = 6}$

13. Comprobación, substituyendo los valores en las ecuaciones respectivas.

$2x-3y = 12 \ldots (1)$	$x-2y = 6 \ldots (2)$
$2(6)-3(0) = 12$	$(6)-2(0) = 6$
$12 = 12$	$6 = 6$

$\therefore$ la solución es correcta.

Al finalizar la exposición, se aclararon las dudas, estas-se presentaron principalmente en el uso del círculo de mandatos primarios; posteriormente el experimentador dio a los sujetos--cinco ejercicios-problema, (tabla 3.1), proporcionando ayuda en su solución, cuando los solucionadores terminaron los ejerci---cios se les dió a resolver la tarea experimental (tabla 3.1), -por último se dió cinco problemas de algebra a solucionar, para contrastar las soluc ones respectivas, (tabla 3.2); se requirió al menos tres problemas de sistemas de ecuaciones correctos para la tarea experimental como nivel criterio; en base a los resultados se graficó el perfil de exitos en forma acumulativa --(número de problemas vs. problemas correctos acumulados).

PROBLEMAS ALGEBRAICOS SIMPLES

- PROTOCOLO-

1. Encontrar dos número cuya suma sea 20 y su diferencia 9.
2. Hace 6 años la edad de Enrique era los 3/2 de la edad de su hermano, y dentro de 6 años cuatro veces la edad de Enrique será 5 veces la de su hermano, Hallar las edades actuales.
3. Para una función de teatro se desean vender 1600 asientes por $1550, los boletos -- son de dos clases $2 y de $1.25 el boleto. ¿ Cuantos boletos de cada clase deben -- venderse?
4. A y B empiezan a jugar. Si A pierde 25 pesos, B tendrá igual suma que A, y si B -- pierde 35 pesos, lo que le queda es los 5/17 de lo que tendrá A. ¿Con cuanto comenzo cada uno?
5. Un hombre rema rio abajo 10 km. en 1 hr. y yio arriba 4 km. en una hr. Hallar la - velocidad del bote en aguas tranquilas y la velocidad del rio.

- CONTRASTE FASE II-

1. Un pajaro en migración vuela a favor del viento recorre 28 km. en 1 3/4 hrs. y en - contra del viento 24 km. en 3 hrs. Hallar la velocidad en km/hr. del pajaro en aire tranquilo y la velocidad del viento.
2. Si al numerador de una fracción se le resta 1, el valor de la fracción es 1/3 y si al denominador se le resta 2, el valor de la fracción es 1/2. Hallar la fracción.
3. Hace 20 años la edad de Cathy era el doble que la de Liz, dentro de 30 años será -- los 9/7 de la edad de Liz. Hallar las edades actuales.
4. Si el duplo del mayor de dos números se divide por el menor, el cociente es 1 y el- residuo es 3, y si 8 veces el menor se divide por el mayor el cociente es 5 y el residuo. 1. Hallar los números.

Tabla 3.2

PROBLEMAS ALGEBRAICOS SIMPLES

5. A y B empiezan a jugar, la relación de lo que tiene A y lo que tiene B es de 10 a - 13. Despuês que A le ha ganado a B 10 pesos, la relación que tiene A y lo que tiene B es de 11 a 12. Con cuanto empezo cada uno?

- EJERCICIOS-
LOS PROBLEMAS DE CONTRASTE, FASE II
-TAREA EXPERIMENTAL-

1. Si se agregan dos unidades tanto al numerador como al denominador de la fracción, - la fracción resultante vale 1/3; si se agregan 7 unidades a ambos términos de la -- misma fracción, la fracción resultante vale 1/2. ¿Cuál es la fracción?

2. Se ha formado una cantidad de $2.55 con niqueles y decimos. Si se tiene 1/4 de decimos y 1/8 de niqueles se tendrá una cantidad de $5.50 ¿cuantas monedas de cada clase hay?

3. Un ejercito romano (en número menor) y una horda de salvajes (en número mayor), antes de una batalla estaban en relación de 5 a 8. El ejercito romano perdió 500 hombres en la batalla y los barbaros 950 hombres, quedando una relación de 10 a 11 --- ¿Cuántos hombres tenia cada ejercito?

4. Ben le dice a Hector: Si me das 15¢ tendré lo que tú, y Hector le dice a Ben, si tu me das 20 ¢ tendré 3 veces lo que tú ¿Cuánto tiene cada uno?

5. Un submarino navega a favor de la corriente maritima 60 km en 1/8 hr y contra la corriente marítima 55 km en 1/7 hr. Hallar la velocidad del submarino y la corriente-maritima.

Tabla 3.2 (Cont.)

La tercera -fase- yúltima sesión, el experimentador expuso el método general de solución de problemas algebraicos simples, se inició la exposición resolviendo un problema expecífico, explicando de manera general el método.

- METODO GENERAL-

-Resolución de un problema algebraico -

A tiene 12 años más que B, si ambos vivieran dentro de 4 años, la edad de A sería entonces el doble que la de B ¿Cuáles son las edades actuales?

Primera parte: Distinción entre datos e incógnitas.

x = la edad de A

y = la edad de B

Segunda parte: Traducción del enunciado a lenguaje algebraico.

$x = y + 12$ ....A tiene 12 años más que B ..ecuación (1)

Edad de A dentro de 4 años: $x + 4$

Edad de B dentro de 4 años: $y + 4$

la edad de A será el doble que la de B dentro de 4 años:

$x + 4 = 2(x - y)$ ....ecuación (2)

Tercera parte: Planteamiento del sistema correspondiente:

$$x = y + 12 \qquad\qquad (1)..\ x-y = 12$$

$$x+4 = 2(y+4) \qquad\qquad (2)..\ x-2y = 4$$

Sistema de ecuaciones.

Cuarta parte: Resolución del sistema.

eliminando xs	subs. en (1)
$x-y = 12$	$x-y = 12$
$-x+2 = -4$	$x-8 = 12$
$y = 8$	$x = 20$

Quinta parte: Comprobación.

Subs. en ecuación (1)	Subs. ec (2)	
$20 - 8 = 12$	$20 - 2\ (8) = 4$	La solución
$12 = 12$	$4 = 4$	es correcta

Después se resolvió el mismo problema, siguiendo el diagrama de flujo identificado por el análisis estructural, haciendo énfasis en el estado o estados del problema en que se empleó el método de instrucción, -la palabra "es" identidad-simetría y las reglas de orden inferior-.

Considérese el problema anterior:

> A tiene 12 años más que B, si ambos vivieran dentro de 4 años, la edad de A sería el doble que la edad de B. ¿Cuales son las edades actuales?

1. Leer cuidadosamente el problema.

2. constructo representativo par S_1, M_1, problema análogo.

3. Existen valores que solucionan el problema, conocer que exis te la solución; proporcionan motivación, al solucionador.

4. Clasificación del problema: problemas de edades (tabla 3.3)

4' Construir figura auxiliar, si es posible.

5. Existe un procedimiento para identificar Datos e Incógnitas; simple inspección del problema y análisis de la pregunta que hace.

6. Identificar incógnitas y datos: Asignación de Incógnitas.

$$\left.\begin{array}{l} x = \text{la edad de A} \\ \\ y = \text{la edad de B} \end{array}\right\} \text{Simple inspección}$$

7. Existe un procedimiento para identificar - relaciones- explícitas: "Reglas de orden inferior".

8. Emplear las reglas de orden inferior.

9. Existe un procedimiento para traducir el problema y formar -funciones- la palabra "es" y las R.O.I. (5).

10. Identificar y plantear formas simbólicas, en memoria externa.

7,8,9 y 10 la palabra "es" identidad-simetria y reglas de orden inferior.

CLASIFICACION DE PROBLEMAS

Clase de Problema	Enunciado del problema	Información Implicita
Números	La diferencia de dos números es 14 y 1/4 de su suma es 13. Hallar los números.	
Problemas de precios, monedas peso etc.	Para una rifa se desean vender 300 boletos en $5000. Los boletos de A $5 y $10. ¿Cuantos boletos de cada clase hay?	Clases
Problemas de fracción relación etc.	El capital de dos empresas esta en relación de 2 a 4 si la empresa A pierde $50.00 y la empresa B pierde $10.00. La relación será de -- 5 a 6. ¿Cuanto tiene cada empresa?	x N° menor y N° mayor
Problemas de edades	Hace 5 años Pilar era 1/2 de la -- edad de Edmundo, la edad actual de Pilar excede en 2 años al doble de la edad actual de Edmundo	Doble, Triple
Problemas de rios,	Un submarino navega contra la co-- rriente recorriendo 150 km en 1/2 hr. a favor de la corriente 210 km en 1/4. de hr. ¿ Cual es la velocidad del submarino y cual la corriente maritima?	D= v x t
Problemas de ganar y perder	A tiene doble dinero que B. Si A le diera a B 20 pesos, tendría los 4/5 de lo que tendría B. Si B le da 10 pesos a A ambos tendrían la misma - cantidad.	ganar "+" perder "-"

Tabla 3.3

La palabra "es" posee dos grupos de significados muy diferentes: existencial ycopulativo.

Entre otros, existen dos significados existenciales de la palabra "es" definidas mediante el cuantificador existencial "(Ex)".

a. La existencia de un objeto descrito "E", considerese la teoría de la descripción que es una especie de gramática lógica del artículo "el x tal que"; la descripción en una matriz monádica precedida de "ı" (iota invertida) y una variable de la misma forma que la matriz entre paréntesis. Asi (lx)(ψx): "el x tal que el x", el funtor de descripción (ψx) se asemeja al cuantificador en que tiene una matriz como argumento, con el cual se forma un nombre individual; si "ψ" es autor del libro del Principe" entonces (lx)(ψx) sera "el x tal que el x es autor del Principe" en este caso x-Maquiavelo.

   Si se tiene "E! (lx)(ψx)" significa que lo que se describe mediante (lx)(ψx) existe y es único en el ejemplo anterior "Maquiavelo"

b. La no vacuidad de una clase "∃!", asi a significa la clase a no es una clase nula, es decir existe al menos un elemento en a.

Entre otros, existen cuatro significados copulativos de la palabra "es".

a. La asociación de un predicado con un individuo "ψa" que es un funtor individual y significa que el individuo a tiene la propiedad ψ.

b. La pertenencia de un elemento a una clase "e" que se define mediante una matriz "ψx", que es un funtor seguido por variables individuales, no es un enunciado y puede llegar a serlo si se substituye la variable por una constante individual o si se cuantifica la expresión. Asi y e^x(ψx), es decir " y es un elemento de la clase de aquellas x para las que vale ψx". La "e" es un funtor diadico, al primer argumento debe ser el nombre de un individuo (una constante o una variable), y el segundo argumento una clase. Ejemplo: si "y es un elemento de la clase de aquellas x para las cuales ser mexicano vale x" entonces se puede decir "y es un mexicano".

c. La inclusión de una clase en otra " "

$a \subset b$; asi"(x): $x \subset a$. $x \subset b$" inclusión de clases

d. Identidad

"x=y"; asi "x es identica a y"

Existen tres leyes que formulan las principales características de la identidad.

Ley Reflexiva

$(x): x = x$

Ley de la Simetría

$(x,y): x=y \equiv y=x$

Ley Transitiva.

$(x,y,z): x=.y=y=z. x=z$

En este estudio se considera la palabra "es" como IDENTIDAD en una de sus tres características; la ley de la SIMETRIA; para notar esto considerese el siguiente enunciado (señalando la importancia de la FUNCION existente).

La edad de Linda es tres veces la de Nanette

x: Linda y: Nanette

La edad de Linda es la de Nanette

Identidad Entidad individual (Nanette)

ES (x,y)

Función Entidad individual (Linda)

Identidad Entidad individual (Nanette)

Igual (x,y) .. aplicando la Regla de Orden Inferior (5)

Función Entidad individual (Linda)

Cambiando ES, IGUAL por su notación matemática correspondiente.

Identidad Entidad individual (Nanette)

= (x,y).. aplicando la Regla de Orden Inferior (5)

Función Entidad individual (Linda)

y por último con la palabra "es" identidad y la Regla de Orden inferior (3)

La edad de Linda es tres veces la de Nanette

Identidad Entidad individual (Nanette)

= (x,3y)

Función Entidad individual (Linda)

Traduciendo a forma simbólica.

b) $x = 3y$ construyéndose asi la forma atómica del enunciado.

Al emplear la palabra "es" identidad-simetría, se facilita el formar tanto FUNCIONES explícitas como implícitas que conjugadas a las Reglas de Orden Inferior ayudan a formar relaciones, resultando una expresión matemática del enunciado (forma simbólica, y conforme a la idea de función entre sus variables o elementos).

Como se ha visto la palabra "es" identidad-simetria ayuda a formar las partes del enunciado en un problema algebráico, construyendo Fórmulas atómicas (formas simbólicas), que conjugadas con las Reglas de Orden Inferior adecuadas integran la representación.

Considerando, el problema muestra.

A tiene 12 años más que B

A <u>tiene</u> la edad de B

IDENTIDAD

TIENE (x, y)

Entidad individual - edad de B

Función Entidad individual - edad de A

A tiene 12 años más que B, utilizando r.o.i (1)

IDENTIDAD

TIENE (x, y + 12)

Entidad individual-edad de B más 12 años

Función Entidad individual - edad de A

Cambiando TIENE por "=", utilizando la regla (5) de orden inferior.

$$= \left(x,\ y + 12\right)$$

Anotando en forma simbólica (notación matemática)

$$x = y + 12 \quad \ldots. \ (1)$$

Dentro de 4 años la edad de A y B sería, entonces:

Dentro de 4 años:

La edad de A: $x+4$, aplicando la r.o.i. (1)

La edad de B: $y+4$, aplicando la r.o.i. (1)

- Dentro de 4 años la edad de A será la de B

SERA (x + 4, y + 4)

Entidad individual-edad de B dentro de 4 años

Función Entidad individual - edad de A dentro de 4 años

- Dentro de 4 años la edad de A sería el doble que la de B

SERIA $\left[x\cdot 4, 2 (y +4) \right]$, empleando r.o.i. (3)

Entidad individual-doble de edad dentro 4 años.

Función Entidad individual-edad de A dentro de 4 años

- Cambiando sería por "=", r.o.i. (5)

$= \left[x+4, 2(y +4) \right]$

- Cambiando a la forma simbólica (notación matemática)

$x + 4 = 2 (y +4)$ .... ecuación (2)

11. Planteamiento del sistema

	ecuaciones
$x - y + 12$	$x - y = 12$ ..(1)
$x + 4 = 2 (y+4)$	$x - 2y = 4$ ..(2)

12. Resolviendo el sistema.

eliminando x

$$\begin{array}{r} \cancel{x} - y = 12 \\ -\cancel{x} + 2y = -4 \\ \hline y = 8 \end{array}$$

subs, en ec, (1)

$$\begin{aligned} x - y &= 12 \\ x - 8 &= 12 \\ x &= 20 \end{aligned}$$

12. Comprobación

en ecuación (1)

$$\begin{aligned} 20 - 8 &= 12 \\ 12 &= 12 \end{aligned}$$

en ecuación (2)

$$\begin{aligned} 20 - 2\,(8) &= 4 \\ 4 &= 4 \end{aligned}$$

∴ la solución es correcta.

- La edad de A es de 20 años
- La edad de B es de 8 años

Otro Ejemplo: - METODO GENERAL -

Un bote navega por un río, recorre 40 km en 4 1/2 hrs. a-FAVOR de la corriente y 20 km en 5 hrs. CONTRA la corriente. - Hallar la velocidad del bote en aguas tranquilas y la Veloci--dad del río.

Primera parte: Distinción entre Datos e Incognitas (Método general)

Incognitas:

X= La velocidad, en km por hora, del bote en agua tranquila

Y= La velocidad, en km por hr, del rio.

Segunda parte: Traducción del enunciado al lenguaje algebraico

$X + Y$ = Velocidad del bote a favor de la corriente

$X - Y$ = Velocidad del bote en contra de la corriente.

El tiempo empleado en recorrer los 40 km. a FAVOR de la corriente, 4 1/2 hrs. es igual al espacio recorrido, 15 km, dividido entre la velocidad del bote, $X + Y$, o sea:

$$\frac{40}{X + Y} \quad 4\ 1/2 \ldots\ldots \quad (1)$$

El tiempo empleado en recorrer los 20 km. en CONTRA de la corriente, 5 hrs, es igual al espacio recorrido, 20 km, dividido entre la velocidad del bote $X - Y$, o sea:

$$\frac{20}{X - Y} = 5 \ldots\ldots \quad (2)$$

Planteando el sistema de ecuaciones correspondiente.

$$\frac{40}{X + Y} = 4\ 1/2 \ \ldots\ldots \ 40 = 4\ 1/2\ (X + Y)$$

$$\frac{20}{X - Y} = 5 \ \ldots\ldots \ 20 = 5\ (X - Y)$$

Resolviendo el sistema

$$4\ 1/2\ X + 4\ 1/2\ Y = 40$$

$$\underline{5\ X - 5\ Y = 20}$$

$$5\ (2X + 2Y) = 40$$

$$2\ (5X - 5Y) = 20$$

eliminando Y

$$2X + 2Y = 40 \qquad 10X + \cancel{10Y} = 200 \qquad \text{Subs. en ec (1)}$$

$$\underline{5X - 5Y = 20} \qquad \underline{10X + \cancel{10Y} = 40} \qquad 1\ (12) - 2Y = 40$$

$$20\ X = 240 \qquad 2Y = 40-24$$

$$X = 240/20 \qquad Y = 16/2$$

$$X = 12 \qquad Y = 8$$

- Comprobación:

Subs. en ac. (1)

$$2\ (12) + 2(8) = 40$$

$$24 + 16 = 40$$

$$40 = 40$$

Subs. en ec. (2)

$$5(12)-5(8) = 20$$

$$60 - 40 = 20$$

$$20 = 20$$

La solución es correcta

La velocidad del bote en aguas tranquilas es 12 km.

La velocidad del rio es 8 km.

Ejemplo de utilización de la palabra "es" identidad-simetría y las Reglas de Orden Inferior.

Considerese el problema anterior:

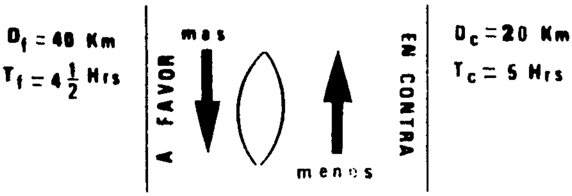
Un bote navega por un río, recorre 40 km. en 4 1/2 a --- FAVOR de la corriente y 20 km. en 5 hrs. CONTRA la corriente. Hallar la Velocidad del bote en aguas tranquilas y la Veloci-- dad del río.

- Leer cuidadosamente el problema

- Clasificar el problema

Distancia = Velocidad X Tiempo D = V X T	Genera Información Implícita

- Construir figura auxiliar.



- Identificar Datos e incognitas

A FAVOR	CONTRA
D_F = 40 KM.	D_C = 20 km.
T_F = 4 1/2 hrs.	T_C = 5 hrs.

Incognitas
- X = Velocidad en Km/hr del bote en aguas tranquilas
- Y = Velocidad en Km/hr del río

La velocidad total consistirá de la velocidad del bote y la -- velocidad del río.

- Identificar relaciones y funciones explícitas e implícitas.
- Traducir a lenguaje algebraico las reacciones y funciones

"ES"
IDENTIDAD - SIMETRIA

Considerando la clasificación del problema D= V x T se tiene:

Velocidad a Favor: X+Y ..aplicando la Regla de Orden Inferior(1)
Velocidad CONTRA: X-Y ..aplicando la Regla de Orden Inferior(2)

Considerando la clasificación del problema D = V X T

IDENTIDAD   Entidad individual- Velocidad del bote

Entidad individual-Velocidad del rio.

IGUAL $\left[D, \ (X + Y) \ T \right]$ .... A FAVOR

Entidad individual-Tiempo

Función Entidad individual - Distancia

FORMA SIMBOLICA

$$D = \left[\left(\underbrace{X + Y}_{V} \right) \ T \right]$$

Sustituyendo valores dados.

40 = (X + Y) 4 1/2 .. recorre 40 Km. en 4 1/2 hrs. a FAVOR de la corriente.

Entidad individual - Velocidad del bote

Entidad individual- Velocidad del rio

ICUAL $\left\{ D, (X - Y)\ T \right\}$.. CONTRA

Función

Entidad individual- Tiempo

Entidad individual - Distancia

<u>FORMA SIMBOLICA</u>

$$D = \left[(X - Y)\quad T \right]$$

Sustituyendo valores dados:

$20 = (X - Y)\ 5$ .. recorre 20 km en 5 hrs. CONTRA la -- corriente.

Obteniendose el sistema de ecuaciones.

$$\text{Sistema} \begin{cases} 40 = (X-Y)\ 4\ 1/2 & \text{..... Ecuación (1)} \\ 20 = (X-Y)\ 5 & \text{..... Ecuación (2)} \end{cases}$$

Resolviendo el sistema por suma - resta

$40 = (x+y)\ 4\ 1/2$

$20 = (x-y)\ 5$

multiplicando

$4\ 1/2\ 2x + 4\ 1/2y = 40$

$5x - 5y = 20$

eliminando Y

$2X + 2Y = 40$ (1)	$10X + \cancel{10Y} = 200$	Subs. en ec. (1)
$\underline{5X + 5Y = 20}$ (2)	$\underline{10X - \cancel{10Y} = 40}$	$2(12)-2Y = 40$
	$20X = 240$	$24 - 2Y = 40$
	$X = 240/20$	$2Y = 40 - 24$
	$X = 12$	$Y - 16/2$
		$Y - 8$

- Comprobación:

Subs. en ec. (1)	Subs. en ec. (2)
$2(12)-2(8)=40$	$5(12)-5(8)=20$
$24 - 16=40$	$60 - 40=20$
$40=40$	$20=20$

La solución es correcta

La velocidad del bote en aguas tranquilas es 12 km.

La velocidad del rio es 8km.

al finalizar la exposición, se aclararon las dudas, presentandose específicamente en la palabra "es" identidad y el empleo de las reglas de órden inferior, aclarandose, posteriormente - el experimentador dio a los sujetos cinco ejercicios problemas (tabla 3.2), proporcionando poca ayuda en la utilización de - las reglas de orden inferior y la palabra "es" identidad ---- simetria, cuando se terminó con los ejercicios se les dió a resolver la tarea experimental (tabla 3.2). el nivel criterio que se consideró fue la solución de al menos tres problemas algebráicos; en base a los resultados se grafico el perfil de -

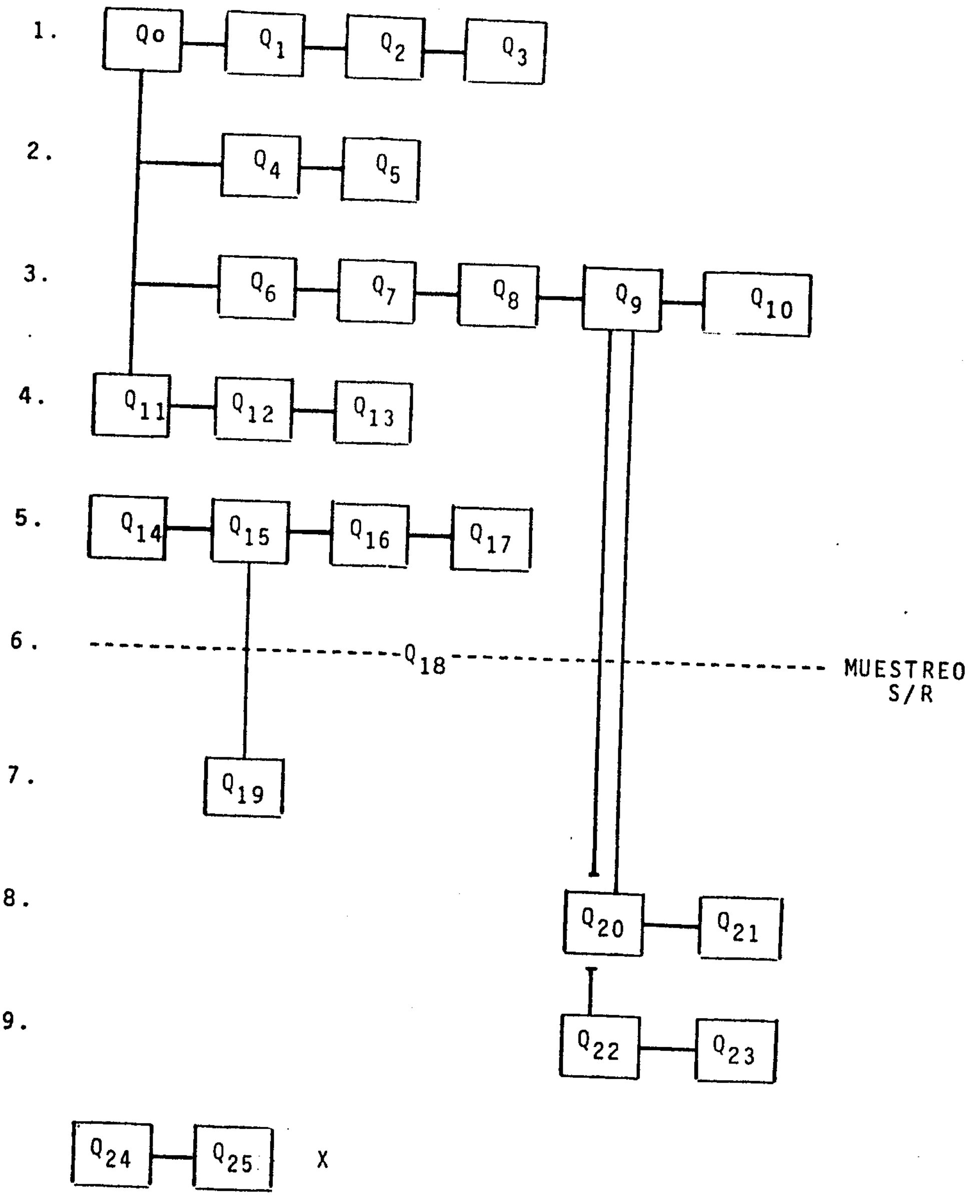
exitos en forma acumulativa (número de problemas vs. proble-
mas correctos acumulados).

CAPITULO IV

EVALUACION DE LOS RESULTADOS.

Los resultados obtenidos en la investigación se presentan a continuación; el protocolo o desarrollo verbal de la solución de --sistemas de ecuaciones de dos incognitas- para elsujeto I se reproduce en todo detalle en el apéndice A; la figura 4.1 muestra la secuencia de pasos o estados y los operadores empleados para este dominio de problemas, el asterisco representa una solución correcta y la cruz una solución incorrecta, pudiéndose así realizar un análisis del proceso y estrategias empleadas por el sujeto. Nótese que el sujeto en el problema 1 comienza con una actividad programada, conoce ciertas reglas, el orden ó secuencia es erronea y no posee constancia en el uso de ellas teniendo dificultad al manipularlas, emplea brevemente la estrategia del museo britanico ó ensayo y error sistemático (muestreo sin reemplazo S/R), llegando a un resultado equivocado. El problema 2 muestra características del anterior,utiliza una actividad dirigida en el cual las pocas reglas se manipulan erroneamente. En el problema3 el sujeto emplea nuevamente el muestreo S/R, intenta utilizar reglas, pero e infructuosa su actividad de solución, considera una ecuación única sin integrar las dos, hasta que el experimentador se lo aclara. En el problema 4 que representa más -dificultad para el sujeto debido a que es una ecuación fraccionaria, no puede manipular y operar fracciones adecuadamente. En el problema 5 busca reglas de solución para reducir las fracciones,

PROBLEMA 1



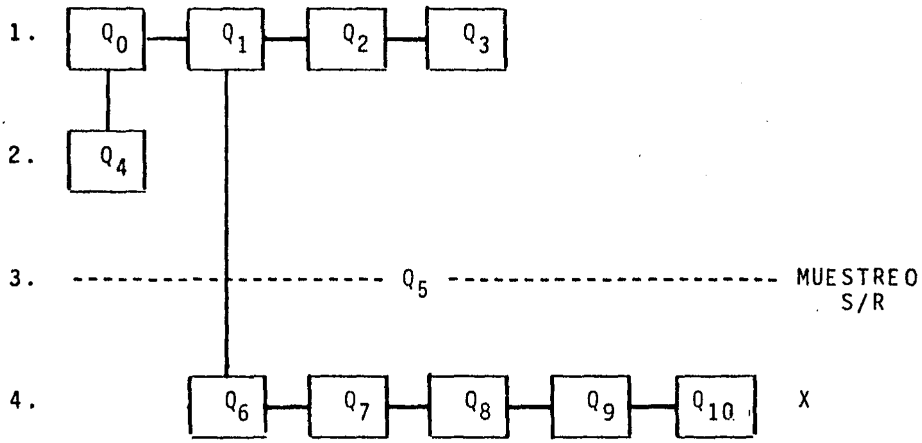
GRAFICA-PROTOCOLO DEL SUJETO 1

FIGURA 4.1

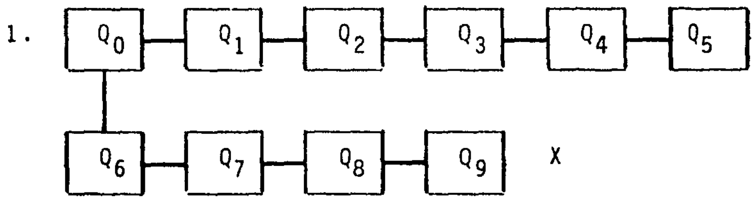
PROBLEMA 2

1. Q_0 -- MUESTREO S/R

PROBLEMA 3



PROBLEMA 4



PROBLEMA 5

Q_0 -- X

Problema 1

Q_0. $-6x + 3y = 1$
$-2y - 4x = 5$

Q_1. Igualar
$-6x + 3y - 1 = 0$
$-2y - 4x - 5 = 0$

Q_2. Ordenando
$6x + 3y - 1 = 0$
$4x - 2y - 5 = 0$

Q_3. Multiplicando por 2
$6x + 3y - 1 = 0$
$-4x - 2y - 5 = 0$

Q_4. Multiplicar por 2 la ecuación 1 y por 3 la de abajo
$-12x + 6y - 2 = 0$
$-12x - 6y - 5 = 0$

Q_5. Eliminandolos
$-12x + 6y - 2 = 0$
$-12x - 6y - 5 = 0$

Q_6. Multiplicar por 2 y por 3
$-12x + 6y - 2 = 0$
$-12x - 6y - 5 = 0$

Q_7. Eliminar X
$-12x + 6y - 2 = 0$
$-12x - 6y - 5 = 0$

Q_8. Eliminando X por substracción
$-12x + 6y - 2 = 0$
$-12x - 6y - 5 = 0$

$-12x - 6y - 5 = 0$

Q_9. Abajo queda

$12x - 2 = 0$
$12x - 6 = 0$

Q_{10}. Substituyendo

$x = 2/12$ a $x = 1/6$

Q_{11}. Substituyendo

Despejando (1)
$6\ (1/6) + 3y - 1 = 0$

Q_{12}. Despejando abajo nos queda.

$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - 24 = 0$

Q_{13}. Despejando abajo nos queda

$1 = 3y = 0$

Q_{14}. Despejar arriba

$1 + 3y - 1 = 0$

Q_{15}. Al despejar quedaría

$1 + 3y = 3/1$

Q_{16}. Dar valor 1 sería

$3y = 0$

Q_{17}. Operaciones algebráicas

$y = 0$

Q_{18}. un vale 2 y otra 3 ó 1 y 3 -------------Muestreo S/R

Q_{19}. Son iguales y todas se van

$- 12x - 6y - 2 = 0$
$- 12x - 6y - 6 = 0$

Q_{20}. $12x - 2 = 0$
$12x - 5 = 0$

Q_{21}. Despejar X

$x = 2/12 = 6 \; ; \; x = 5/12$

Q_{22}. Suma o resta

$$\begin{array}{r} 12x - 2 = 0 \\ 12x - 5 = 0 \\ \hline 24x - 1 = 0 \end{array}$$

Q_{23}. Despejar

$$x = \frac{7}{24}$$

Q_{24}. Substituir en 1

$- 6\,(7/24) + 3y = 1$

Q_{25}. Obtención de Y

$$y = \frac{31}{36}$$

PROBLEMA 2.

$3x - 2y = 7$
$x + 3y = 16$

Q_0. -- Muestreo s/R para evaluar ambas incógnitas

PROBLEMA 3.

Q_0. $\frac{2x}{3} - \frac{4}{2} = 8$

Q_1. Multiplicar por 3 y hacer una substracción o suma y resta

$3x - 2y = 7$
$- 3x - 9y = 16$

Q_2. Sumar y restar

$$\begin{array}{r} 3x - 2y = 7 \\ -\ 3x + 9y = 16 \\ \hline 7y = 11 \end{array}$$

Q_3. Despejando

$y = 7/11$

Q_4. Substituyendo en ecauación 1

$3x - 2\ (-\ 7/11) = 1$

Q_5. -- muestreo s/■

Q_6. Cambiando signos es positivo 9y.

$$\begin{array}{r} 3x - 2y = 7 \\ 3x + 9y = -16 \\ \hline 11y = 11 \end{array}$$

Q_7. Transponiendo y dividiendo

$y = 1$

Q_8. Quedando Y

$y = -1$

Q_9. $y = -1$

Q_{10}. Substituyendo

$x = 2$

PROBLEMA 4.

Q_0.

$$\begin{array}{l} 2x - 4 = 3y \\ 5y - y = 5 \end{array}$$

Q_1. Despejar

$$\begin{array}{l} 2x - 4 - 3y = 0 \\ 5y - 5 + 5y = 0 \end{array}$$

Q_2. Ordenar

$$2x - 4 - 3y = 0$$
$$- x - 5 + 5y = 0$$

Q_3. Multiplicando por 2 la ecuación 2.

$$2x - 4 - 3y = 0$$
$$- 2x - 10 - 10y = 0$$

Q_4. Operaciones, eliminando

$$\begin{array}{r} 2x - 4 - 3y = 0 \\ \underline{- 2x - 10 + 10y = 0} \\ - 14 + 7y = 0 \end{array}$$

Q_5. Despejando

$y = 2$

Q_6. Substituyendo en ecuación 2.

$$5\ (2) - x = 5$$

Q_7. Multiplicando

$$10 - x = 5$$

Q_8. Despejando X

$x = \frac{5}{10}$

Q_9. Obtención de x, y

$$x = -2$$
$$y = -2$$

PROBLEMA 5.

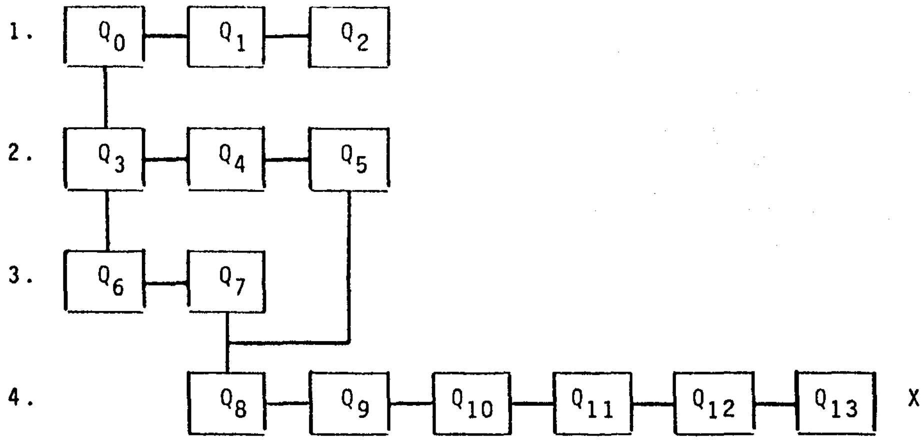
Q_0. --x las cuales no posee adecuadamente.

El objetivo de obtener una gráfica-protocolo para los problemas algebraicos simples (apendice B) fracasó, solo pudiendose realizar un análisis de inspección, así no se pudo detectar y/o identificar las secuencias de pasos o estados y por lo tanto no se obtuvo la formación de una representación o descripción de la situación del problema (por parte del sujeto), que era la parte escencial de esta clase de problemas. En el problema 1 el sujeto I inicia con una búsqueda aleatoria de la solución del problema, es en este problema donde se nota con claridad el empleo de la estrategia del museo británico o ensayo y error sistemático (muestreo S/R), nótese que no existe un método para obtener las partes claves del problema y que normalmente no se enseña sistemática o cuasistemáticamente esta clase de problemas y se deja gran parte a la capacidad individual del solucionador; debido a la intervención del experimentador que proporcionó determinados hints o cues, el sujeto hace el intento de solucionar el problema. En elproblema 2 que es una tarea un poco más compleja, el sujeto tiene problemas para representar relaciones y funciones adecuadas para lograr la solución, intenta solucionar el problema, utiliza proporciones sin tener éxito. En el problema 3 existe una identificación adecuada de las relaciones y función del planteamiento-problema (debe considerarse que con la ayuda del experimentador), pero las fracciones imposibilitan al solucionador a tener éxito en la solución. En el problema 4 se presenta la dificultad de formar una representación del problema y considerar -- las relaciones implícitas tales como si uno gana el otro pierde. En el problema 5 no se obtiene la solución n aún por los hints proporcionados por el experimentador.

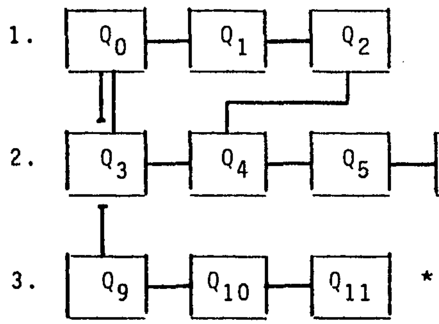
En resumen el sujeto I carece de las reglas adecuadas para solucionar esta clase de problemas, emplea considerablemente la es-- trategia del muestreo sin remplazamiento, no teniendo éxito en los problemas ni aun por los h nts proporcionados por el experimentador y que no influye en la conducta de solución; unelemento importante, pero que no se estimó en esta investigación fue el - tiempo empleado por el sujeto al solucionar los problemas.

La figura 4.2 muestra la secuencia de pasos ó operadores que el sujeto II empleó para solucionar los sistemas de ecuaciones de dos incógnitas (apendice C); desde elproblema 1 el sujeto identifica el dominio de los problemas y el método empleado en este estudio (método de suma y resta), pero no posee adecuadamente - las reglas, eligiendo otro método paralelo de solución, que no - se considera en este estudio -el método de igualación- cuyas reglas tampoco posee adecuadamente; al inicio de solución del primer problema el sujeto sólo considera una ecuación dandose cuenta posteriormente, pero no las logra integrar en un solo sistema para su solución, al emplear el método antes citado se presenta el uso de fracciones teniendo dificultad para manipularlas y rea

PROBLEMA 1



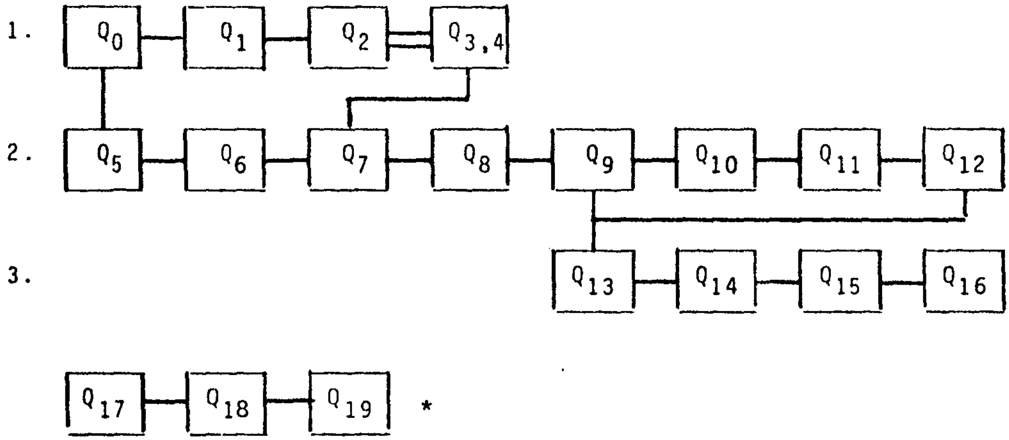
PROBLEMA 2



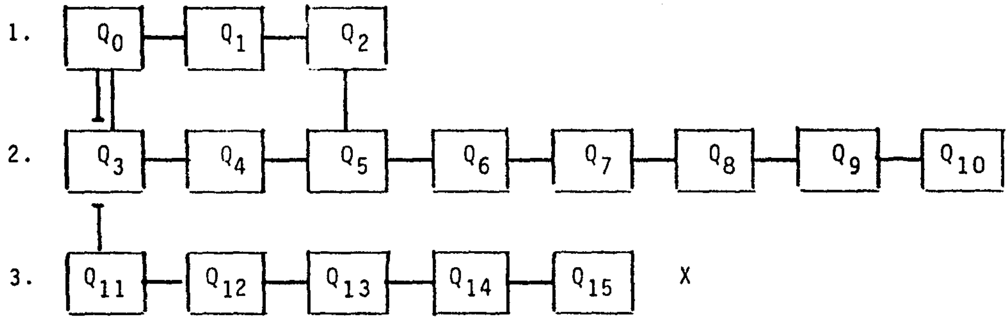
GRAFICA-PROTOCOLO DEL SUJETO II

FIGURA 4.2

PROBLEMA 3



PROBLEMA 4



PROBLEMA 5

1. Q_0-- X

PROBLEMA 1.

Q_0..

$$-6x+3y=1$$
$$-2y-4x=5$$

Q_1.. Igualar

$$-6x+3y-1=-2y-4x-5$$

Q_2.. Transponer, para tener términos e incógnitas en sus la dos respectivos.

$$-6x+4x=-2y-5-3yy+1$$

Q_3.. Igualar

$$-6x+3y=1$$

Q_4.. Despejar

$$-6x=3y+1$$

Q_5.. Transponer el 6

$$-x=\frac{-3y+1}{6}$$

Q_6.. Igualar el otro

$$-4x=2y+5$$

Q_7. Despejando

$$-x=\frac{2y+5}{4}$$

Q_8. Igualando

$$\frac{-3y+1}{6}=\frac{2y+5}{4}$$

Q_9. Multiplicar por ambos miembros

$$4(-3y+1)=6(2y+5$$

Q_{10}. Operaciones

$$-12y+4=12y+5$$

Q_{11}. Despejar Y

$$-12y+12y=-4+5$$

Q_{12}. Operaciones

$$-2yy=1$$

Q_{13}. Transponiendo

$$y--1/2y$$

PROBLEMA 2.

Q_0.

$$3x-2y=7$$
$$x+3y=-16$$

Q_1. Despejar X en un solo lado de la ecuación (1)

$$3x=7+2y$$

Q_2. Despejando X

$$x=\frac{7+2y}{3}$$

Q_3. Igualar la ecuación 2

$$x=-16-3y$$

Q_4. Igualar a Y

$$\frac{7+2y}{3}=-16-3y$$

Q_5. Multiplicando por 3

$$7+2y=3(16-3y)$$
$$7+2y=48-9y$$

Q_6. Despejar y

$$2y+9y=48-7$$

Q_7. Operaciones

$$11y=55$$

Q_8. Transposición

$$y=55/11,\ y=-5$$

Q_9. Substituyendo

$$x+3(-5)=-16$$

Q_{10}. Operaciones

$$x+(-150=-16$$

Q_{11}. Transponiendo

$$x=-16=15$$
$$x=-1$$

PROBLEMA 3.

Q_0.

$$\frac{2x}{3}-\frac{y}{2}=8$$

$$\frac{x}{6}-\frac{y}{4}=1$$

Q_1. Despejar

$$\frac{2x}{3}=8+\frac{y}{2}$$

Q_2. Multiplicando por 3

$$2x=24+\frac{3y}{2}$$

Q_3. Despejar a X

$$x=\frac{24+\frac{3y}{2}}{2}$$

Q_4. Item Q_3

Q_5. Igualando 2.

$$\frac{x}{6} = 1 + \frac{y}{4}$$

Q_6. Multiplicando por 6

$$x=6+ \frac{6y}{4}$$

Q_7. Igualando

$$\frac{24+\frac{3y}{2}}{2} = 6 + \frac{6y}{4}$$

Q_8. Multiplicar por 2

$$24+ \frac{3y}{2} = 12 + \frac{12y}{4}$$

Q_9. Pasando Y

$$\frac{3y}{2} - \frac{12y}{4} = 12-24$$

Q_{10}. Sacar el m.c.d.

4

Q_{11}.

$$\frac{3y}{2} - 12/_4$$

Q_{12}. Operaciones fraccionarias

$$\frac{3y}{2} - \frac{12y}{4} = \frac{6y-12y}{4} \quad 6y/4$$

Q_{13}. Igualación

$$\frac{-6y}{4} = 12$$

Q_{14}. Multiplicando por 4

$$-6y= 4(12)$$

Q_{15}. Operaciones

$$-6y=48$$

Q_{16}. Multiplicando por 6.

$$y= \frac{-48}{6}$$

Q_{17}. Simplificación del signo (-)

$$y=8$$

Q_{18}. Substituyendo Y en ecuación x

$$\frac{x}{6} - \frac{8}{4} = 1$$

Q_{19}. Obtención de X

$$x=18$$

PROBLEMA 4.

Q_0.

$$2x-4=34$$
$$5y-x=5$$

Q_1. Multiplicar por 4

$$2x=3y-4$$

Q_2. Pasando el 2.

$$x=\frac{34-4}{2}$$

Q_3. Igualar ecuación 2

$$-x=5-y$$

Q_4. Multiplicar por signo (-)

$$x=-5+54$$

Q_5. Igualar

$$\frac{3y-4}{2} = 5+5y$$

Q_6. Se multiplica por 2

$$3y-4=-10+10y$$

Q_7. Se pasa Y

$$3y-10y=10+4$$

Q_8. Operaciones

$$-7y=-6$$

Q_9. Despejando Y

$$y= -6/-7$$

Q_{10}. Signo

$$y= 6/7$$

Q_{11}. Substituir en 2

$$5(\frac{6}{7})-x=5$$

Q_{12}. Operaciones algebraicas

$$\frac{30}{7} -x=5$$

Q_{13}. Pasar (30/7)

$$-x=5- \frac{30}{7}$$

Q_{14}. Operación fracción

$$-x=5/7$$

Q_{15}. Transponiendo signo

$$x=-5/7$$

PROBLEMA 5.

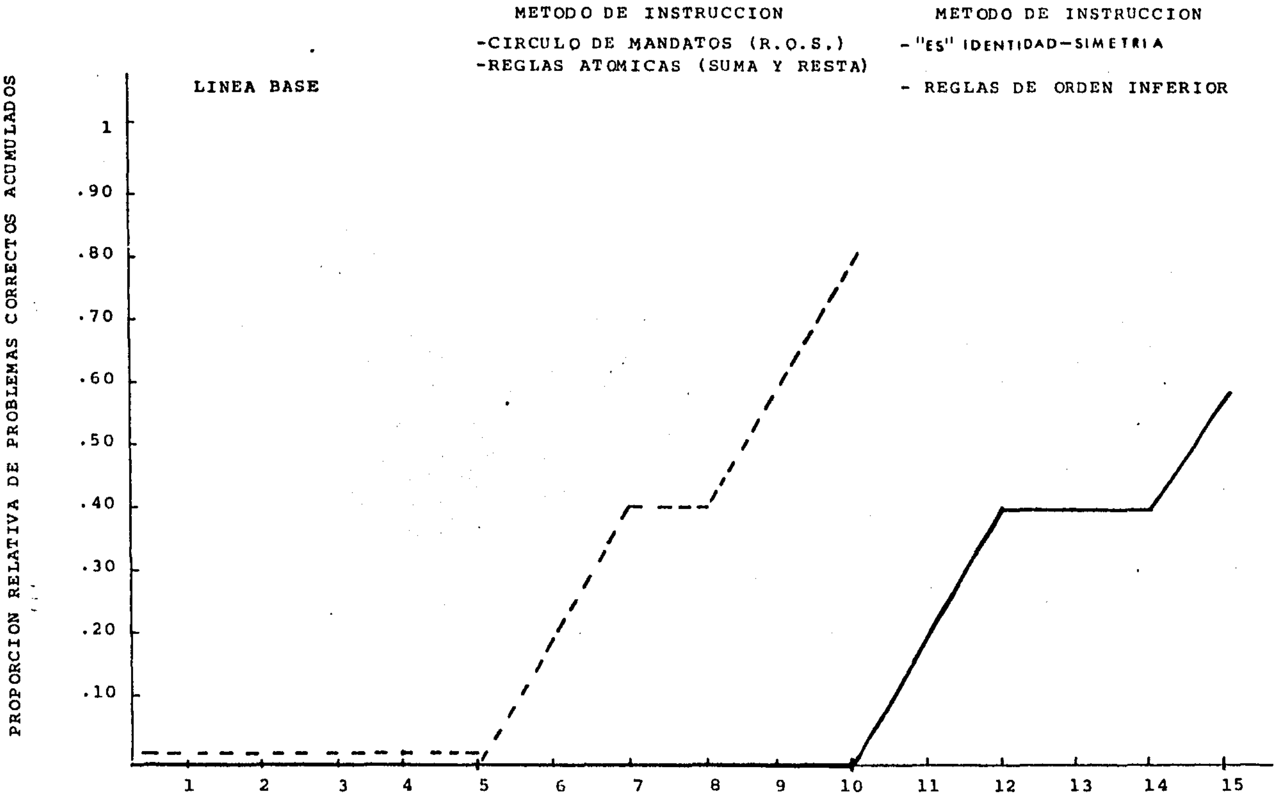
Q_0. -- x lizar operaciones, pero logra la solución. En el problema 2 y 3 continúa con el método de solución de igualación posee las reglas de transposición de términos e incógnitas, tiene éxito en la solución. En el problema 4 no tiene éxito, teniendo dificultad con las fracciones. En el problema 5 se incrementa la dificultad por las fracciones complejas que posee el sistema de ecuacioens, como consecuencia el sujeto no obtiene la solución.

Como se mencionó anteriormente no se logró el objetivo de identificar los estados que siguio el solucionador en la búsqueda de la representación de la situación de los problemas algebráicos (apendice D), solo pudiéndose realizar un análisis de inspección. En el problema 1 el sujeto identifica inmediatamente las relaciones y funciones matemáticas de las ecuaciones respectivas, construyendo una representación adecuada y, por lo tanto, obteniendo éxito en la solución del problema con rapidez; debe notarse la ayuda proporcionada por el experimentador danto hints al solucionador. En el problema 2 las relaciones y funciones son difíciles de identificar, no lo logra el sujeto. En el problema 3 en el planteamiento inicial considera únicamente una condición, hasta que el experimentador proporciona los hints, lográndose de esta manera la representación, pero no logra la solución por no saber resolver fracciones. En el problema 4 el sujeto no puede abstraer la información implícita, solución incorrecta. En el problema 5 la formación irrelevante del problema causa dificultades para abstraer las relaciones no lográndose la solución.

En resumen el sujeto II inició con una actividad dirigida, manteniendo esa estrategia, incluye los problemas en el dominio - - - correcto, el método que emplea en la solución presupone el conocimiento de fracciones; la representación de los problemas algegraicos se logra solo en las tareas simples (con la ayuda del experimentador) y no en las complejas.

Dificultad. La dificultad detectada por el análisis y lo cual -- era de esperarse al solucionar los -sistemas de ecuaciones de -- dos incógnitas- fue en: el estado de reducción, transposición y conocimientos subyacente, es decir se detectó la dificultad de - manipular y operar fracciones, dando pauta para integrar una regla simple -multiplicar por un número constante- a toda la ecuación facilitando de esta manera la manipulación del sistema de - ecuaciones; respecto a los problemas algebraicos la representa-- ción de la situación del problema fue de gran dificultad para -- los sujetos.

El éxito de solución para ambas clases de problemas del sujeto I en las distintas fases se muestra en la figura 4.3, considérese inicialmente el dominio de problemas de ecuaciones de dos incógnitas; observese que el número correcto de problemas correctos - esta en frecuencia relativa acumulada, en la linea estable ó base lasolución de problemas es nula, incrementándose con la intro



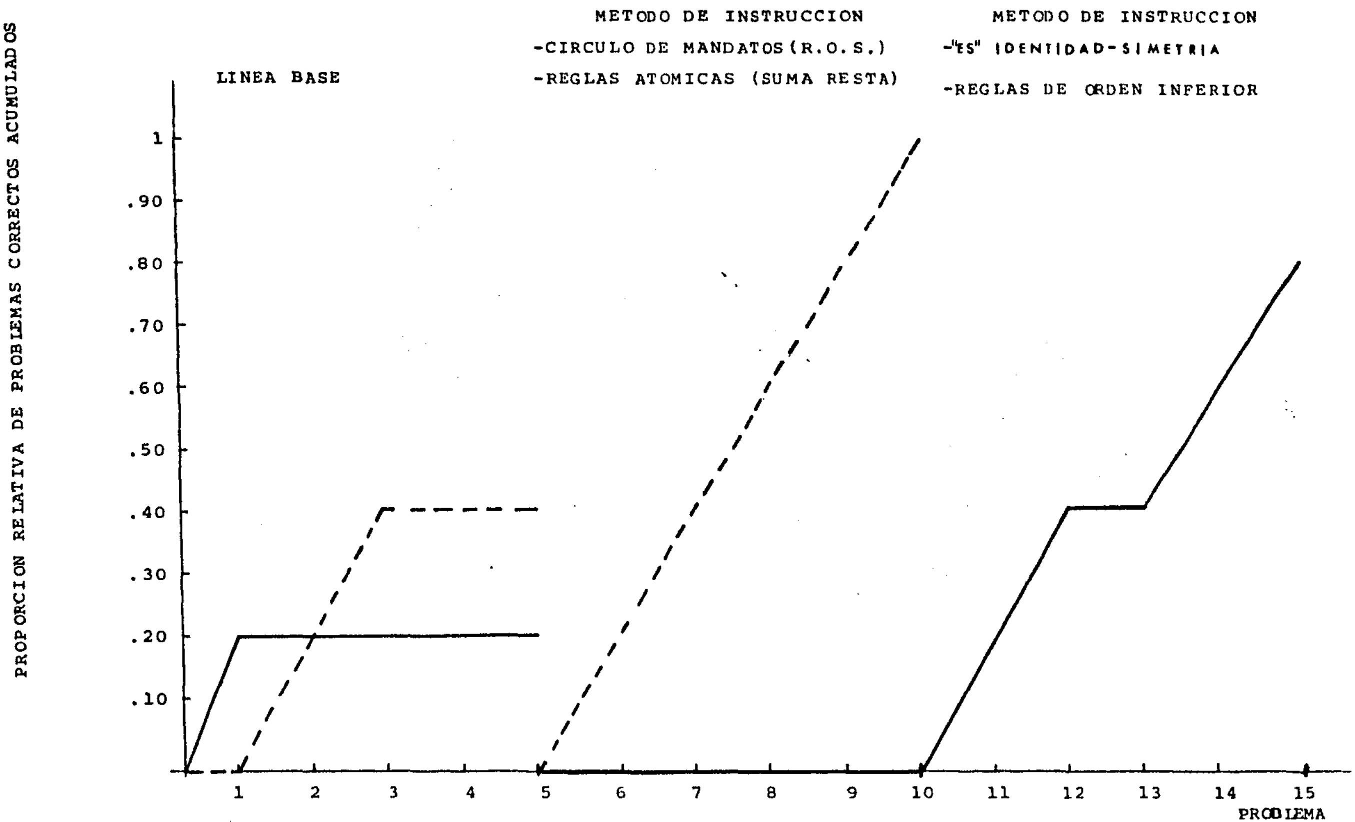
GRAFICA DE FRECUENCIAS RELATIVAS ACUMULADAS
DE PROBLEMAS CORRECTOS (SUJETO I)

-- SISTEMAS DE ECUACIONES DE DOS INCOGNITAS
— PROBLEMAS ALGEBRAICOS SIMPLES

FIGURA 4.3

ducción del método de instrucción, la solución obtuvo un incre--mento del 80% -produciéndose un cambio en la conducta de solu---ción-, considerando el círculo de mandatos primarios y las re---glas atómicas respectivas, dotando de esta manera al sujeto de - un conocimiento inherente para solucionar esta clase de proble--mas. En la misma gráfica se puede observar la ejecución de los - problemas algebraicos simples, en la linea base el sujeto tuvo - una ejecución pobre, la parte escencial como se ha dicho es formar la representación adecuada de la situación del problema; en la fase I se hizo que el sujeto resolviera problemas algebrai--cos para verificar y contrastar si el método subyacente de siste mas de ecuaciones auxiliaba en su solución, en esta fase no se - obtuvo ninguna solución correcta, debe hacerse notar que en esta fase no se proporcionó ningún hint o cue, por lo tanto puede in-ferir que no se interfirió en su solución; en la fase III con la introducción del método de instrucción el incremento es notable en la solución correcta, considerando que el método ayuda en la formación de la presentación y que esta solo se emplea por un -- breve tiempo para despues convertirse en una conducta dirigida.

La figura 4.4 muestra la eficacia de los métodos de instrucción para elsujeto II, respecto a los problemas de ecuaciones, nótese que el sujeto resolvió dos problemas, los hints proporcionados - por el experimentador ayudaron al sujeto, este poseía una estra-tegia de conducta dirigida, en la fase II al introducir el méto-do de instrucción se obtuvo un 60% de incremento respecto a la - linea estable, se puede afirmar en fundamento a estos datos que



GRAFICA DE FRECUENCIAS RELATIVAS ACUMULADAS
DE PROBLEMAS CORRECTOS (SUJETO II)

SISTEMA DE ECUACIONES DE DOS INCOGNITAS
PROBLEMAS ALGEBRAICOS

FIGURA 4.4

las reglas de orden superior o hueristicas -el circulo de mandatos primarios-, las reglas atómicas (del método de suma y resta), y además considerando una regla adicional que no se incluyó inicialmente en este estudio -multiplicar por una constante- toda la ecuación o ecuaciones, facilitan la solución de esta clase de problemas; la regla anteriormente mencionada se agregó por la dificultad de trabajar fracciones y no altera el método propuesto, pues se supone que es conocimiento subyacente a la solución de problemas algebraicos en la linea estable, el sujeto no tuvo ningun problema correcto; en la fase II en los problemas de contraste no obtuvo ninguna solución correcta, no se proporcionaron hints; en la tarea experimental se logró éxito en la mayoría de los problemas, pudiendose afirmar que el incremento de la solución se debió al método de instrucción que incluye reglas de orden inferior detectadas por medio del análisis estructural; representando relaciones implícitas y explícitas y el significado de la palabra "es" identidad en una de sus tres características la ley de la simetría, que ayuda en la representación formando funciones e integran un método cuasisistemático para la solución de esta clase de problemas.

Diferencias individuales

Una pauta que proporciona la teoría estructural del aprendizaje en la solución de problemas es que considera las diferencias individuales humanas intrínsicas, aunque en este estudio solo se consideraron las competencias o contenido de los dominios de --los problemas respectivos; el protocolo muestra las diferentes estrategias y caminos de solución que emplea cada sujeto y las dificultades que enfrentan; el sujeto I emplea el método de ensayo y error sistemático (muestreo s/R) aunque termina con la -actividad dirigida indispensable en la conducta de solución de problemas matemáticos que están en consideración, posee ciertas reglas que no domina y por lo tanto no hace uso adeucado de ---ellas. El sujet. II reconoce que los problemas son de actividad dirigida. utiliza el método de igualación uno de los métodos de solución de sistemas de ecuaciones de dos incógnitas, con el --cual logra parcialmente la meta; respecto a los problemas algebraicos ambos sujetos tienen dificultades en la representacion.

DISCUSION

El análisis respecto al protocolo, muestra la dificultad de los sujetos en determinados estados en la búsqueda de la solución; existe en determinadas partes falta de confiabilidad ocacionada porque los sujetos empleaban expresiones no claras tales como --a este le sumo este sobre el conocimiento de operaciones algebráicas- que no son de interés en este estudio, por lo tanto satisface los requerimientos indispensables para detectar el conocimiento potencial de interés de cada suejto y con ello detectar también las reglas empleadas en la búsqueda de la solución; con el protocolo de las ecuaciones se detectó la dificultad de manipular fracciones por lo que se agrego en el estado -realizar operaciones albebráicas- una regla simple para reducir fracciones simples ó complejas -multiplicar por una constante multiplo- la ecuación facilitándose de esta manera las operaciones - algebráicas que poseían fracciones, un obstáculo del protocolo es que los individuos en ocasiones no continuan el proceso de - solución en voz alta, pero se logro relativamente el propósito de reflejar el conocimiento potencial, siendo más difícil en -- los problemas algebráicos, pues es necesario una traducción, -- formar una representación semántica del problema.

Scandura en su teoría del aprendizaje estructural proporciona - evidencia empírica para la solución de ciertos dominios de problemas tales como: ecuaciones de segundo grado, problemas de --

geometría etc., problemas en los cuales es posible realizar un análisis de contenido detallado proporcionando reglas atómicas, demostrando que la solución por medio de estructuras y/o procesos de reglas es óptima, con ello se obtiene la solución correcta en todo el universo del dominio del problema al cual se enfrenta el individuo, considerando las restricciones universales como la velocidad de procesamiento, capacidad de memoria-trabajo y sobre toda las diferencias individuales. Asi en dominios de problemas donde es posible un análisis detallado de contenido, se pueden obtener reglas atómicas asociadas a una población específica de interés para el investigador, asegurando el incremento de la probabilidad de soluciones correctas en los diferentes dominios de problemas estudiados. El introducir un conjunto de reglas específicas en este estudio donde se consideraba existía debilidad ó pobreza de ejecución en la conducta de solución de problemas e integradas a una estructura facilitan e incrementan el potencial de solución y de conocimiento; en el caso de sistemas de ecuaciones de dos incognitas, el insertar la regla de orden superior -el círculo de mandatos primarios y las reglas atómicas- relativas a la población especifica en que son compatibles (Scandura, 1977) posee la característica de incrementar la solución, en este dominio de problemas donde puede realizar un análisis de detalle fino y elaborar los conjuntos de reglas; debe considerarse que el aspecto atómico en este estudio se fundamenta en como la población va a resolver los problemas y no en la atomicidad del problema en si.

Poco se ha investigado en dominios problemas en los cuales no - es fácil realizar un análisis de contenido detallado, en este - estudio los problemas algebráicos son un ejemplo de esta clase de problemas, en donde el solucionador al enfrentar la situa--- ción problema, necesita comprender el problema, necesita distin guir información relevante de la inrelevante y debe derivar pro cedimientos de solución adecuados, pero en relación a este topi co poco se ha investigado y es dificil encontrar técnicas o mé- todos que ayuden en esta clase de problemas; de esta manera el énfasis es obtener una representación adecuada del problema, co mo lo consideran algunos autores -el obtener una representación adecuada del problema ayuda en la solución del problema (Ber--- tram 1972, Kohler 1969, Posner 1973, Mair y Burke 1967), esa re presentación en este estudio se logra a través de integrar la - teoría estructural del aprendizaje (Scandura0, identificanco -- ciertas reglas de orden inferior que ayudan a formar las rela-- ciones existentes en los problemas algebráicos simples, tradu-- ciendo en una forma simbólica ó matemática los elementos compo- nentes de la situación del problema; esa representación de rela ciones se conjuga a un método de solución de problemas CUASIFORMAL que construye formas simbólicas de funciones matemáticas y -- con ello la posibilidad de solucionar los problemas, nótese que el método elaborado en base a la teoría estructural del aprendi zaje y la palabra "es" identidad-simetría NO ES COMPATIBLE en - como la población del estudio soluciona los problemas, a un es- te método carece de un proceso de búsqueda sistemático, pero co mo se ha podido observar incrementa el éxito, sin embargo es ne cesario realizar más investigación para reafirmar este método -

en este dominio de problemas específico. Al considerar la bifurcación en la investigación, de solución de problemas, ya sea -- determinista ó probabilística, la investigación debe considerar los dos puntos de vista, de esta manera se conocerá más acerca de los procesos de solución de problemas en los seres humanos.

En resumen las reglas atómicas, reglas de orden superior y de orden inferior facilitan y ayudan en la solución exitosa de estos dominios problemas y el uso de estas reglas coopera en problemas de otros dominios, el conocimiento de determinadas re--- glas optimiza la solución correcta de problemas cuando es posible un análisis de detalle fino y que sea compatible con la población. Cuando se analizan problemas no triviales, el analista puede construir reglas de orden inferior (r.o.i.) y/o reglas de orden superior (más poderosa pero más difíciles de poseer), obteniéndose un análisis molar que no asegura la solución correcta a todo universo como lo hace un análisis de detalle fino, pero incrementa la probabilidad de éxito. Al considerar el significado de la palabra "es" en una de sus tres características la ley de simetría proporciona una integración del problema de una manera cuasi-sistemática, cuasi-formal para poder enfrentar los problemas considerados en este estudio.

Es deseable para el analista conocer los métodos de búsqueda de solución de problemas (no considerados por Scandura) para elaborar análisis sistemáticos de contenido, además de conocer los métodos de solución de problemas generales que son para la investigación futura un potencial de conocimiento acerca de como los seres humanos realizan y conforman sus estrategias; debe considerarse también la perspectiva de análisis no unicamente - conductual (formalizada por las cadenas de markov), sino también los procesos cognitivos en la solución; pero la linea de investigación que puede tener más fuerza posiblemente sea el conocer como los seres humanos emplean los métodos de solución de problemas generales. Por último respecto a problemas matemáticos se - entrevee una vereda amplia de investigación, tanto en la enseñanza como en la elaboración de métodos ó competencias especificas de acuerdo a los dominios de problemas especificos, tratando de esta manera que el estudiante comprenda los problemas, detectándose cuales son los estados más complejos en el procedimiento - de solución, pues debe considerarse que casi todos los problemas matemáticos son de conducta dirigida. Otra linea de investigación cuya meta es a corto plazo es detectar las reglas de orden inferior y reglas de orden superior en problemas algebraicos de una sola incognita, elaborando las estructuras pertinentes para generar la solución de manera que el solucionador sea capaz y posea el conocimiento explícito, no dejando la solución unicamente a la capacidad individual del solucionador de problemas.

A ver el problema es : $-6X+3Y=1$
$-2Y-4X=5$

lo primer que puedo hacer es igualar para que esto me de

$$-6X+3Y-1=0$$
$$-2Y-4X-5=0$$

no, no esta bien, poniendo primero las Xs y luego las Ys, la -- ecuación de abajo me queda

$$6X+3Y-1=0$$

y multiplicado por 2 la ecuación de abajo me da

$$-4X-2Y-5=0$$

no, no esta bien, a ver $-6X+3Y-1=0$
$-4X-2Y-5=0$

quizá resolviendolo por determinantes me quedaría

$$\begin{vmatrix} 6 & 3 & 1 \\ 4 & 2 & 5 \end{vmatrix} =$$

no, no es posible

si multiplico por 2 la primera ecuación y por tres la de abajo me quedaría.

$$-12X+6Y-2=0$$
$$-12X-6Y-5=0$$

eliminandolos

$$-12\cancel{X}+6\cancel{Y}-2=0$$
$$-12\cancel{X}-6\cancel{Y}-5=0$$

no, esto no esta bien, se eliminan las dos incógnitas y no puede ser, me quede, donde estaba yo, me confundí ahorita, es que se me dificulta -porque no pasas los elementos para el otro - miembro-, si pero es más facil al reves multiplicar por 1 y cambiar el siguiente por -1, me entiendes, ya me acorde se multi-- plica por tres, pero todo el factor, pero aqui esta es X y esta es Y, y asi no procede es 4 y 6x, yo quiero eliminar estos, y - tengo que multiplicar esto por 2 y por tres iguala 12 y por lo tanto me quedaría 12x, ya me acorde que bueno, 6y, 2X1. 2, -2=0, el otro por tres sería -12x si voy bien -6y-5=0, ahora puedo - eliminar a Y ó puedo eliminar a X, siempre se saca primero la X u luego la Y no, entonces elimino y por substracción me queda - 12x-2=0 y abajo me queda 12x-5=0 si entonces vamos a subtituir me queda x=2/12, x=1/6, si ahora vamos aca, segun esto ya esta, vamos a despejar nos queda 6(1/6)+3y-1=0 y abajo nos da ------ 1/4+1/6-2y=0 y ahora para despejar lo puedo despejar arriba ó abajo, y como son los mismos valores, entonces se agarra el de arriba porque es mas fácil 6(1) me quedaría 1+3Y=0 , dejame ver esto se anularía, a ver si con calma 6(1) son 6/6=1, es ------ 1+3y-1=0 cual paso mas, -ya lo tienes-, entonces dejame ver si despejo y no va a salir me quedaría 1+y=3/1 esto no es posible, no tiene que hacer aqui, no puede ser a 12, vamos a suponer que si fuera igual a 12, 3x3=9y, -1 espera ya estoy haciendo tonterías, a ver si este vale 1 este vale 1 serían 3y=0, no- puede ser posible que y=0 si y=0 entonces es cero son 4x6=24 no, no sale esperame tantito, es que además de algo si me acuerdo una siempre vale 2 y otra 3 por costumbre ó 1 y 3, cierto -depende de la ecuación-, bueno es que yo adivinaba, lo unico que hacia era substituir en las incógnitas a ver si salian por ejemplo - aqui serian, si vale 3 -Y- serian 3(3)=9 si entonces el otro vale 2, no así no funciona, serían entonces 6 y 1, no serían --- 6(3)=18 no no me da 1 a ver dejame ver 3(3)=9 y 1-10 me tiene - que valer esto 10 pero para que esto valga 10 tendria que ser - fraccionario, me entiendes y no se si serian enteros ó fraccionarios, entonces se podría deducir que 6x tiene que ser =10 entonces x=6/10 que sería =3/5 vamos a ver si es cierto 3/5 va a valer X entonces 6(3/3)+3 que lleva Y, 3=1 va a ser cierto si - 3(6)=18, no ya no salio, ya hice mal las operaciones, como se - le hace a esto es que son 3(3)=9 que tendria que ser 8 entonces 6/8,6/8 entonces no sale con razón no sale, 6/8 mitad son 3/4 - asi si 3(6)=18, 18/4 no es verdad para que me diera 3, dejame - acordar como se hace a esto 3(3)9, ya estoy en la luna totalmente, tiene que darme 1 no?, este es un gran problema sinceramente, para que esto me de 1, para que este me de 5, pues son negativos, entonces ni vale 1 ni vale 3, vamos a proceder de la forma más sensata, por aqui va bien, bueno aqui según esto, si, - aqui esta el problema, es que este y este son iguales y se van todos me entiendes, pero aqui hay algo mal en el proceso, vamos a ver X sería =2/12, x=6, x sería x=5/12 eso no lo entiendo, no se porque me sale esto, es que estoy regando totalmente, ya me di cuenta fijate si es substracción, ya que se suman ó se res-- tan, espera creo que hay un signo mal, con razón entonces este es negativo, con razón no me salia, entonces 24x-7=0 ahora si, x=2/24, esto tiene que ser 7(3)=24, si 2x=3, si yo tenia que saber que valía 3 -ten cuidado con los números fraccionarios-, - 3(7)=21 verdad, mejor lo dejamos como fraccionario 7/24Y ya y - lo que hacemos de la siguiente manera entonces -6x, ---------- -6(7/24)+3y=1 con que lo substituya en uno, se supone que son - paralelos en los dos casos no?, entonces 3y=1+ , esto seria 6 - por 7=42/24 ', la mitad es 12/24, esto lo vamos a convertir a - eso, entonces serian, dejame ver, como se le hace a esto, esperame tantito, es mas si sale asi, esto implica que aqui haya 12, 31/12, entonces 3y=31/12 entonces y=31/12 todo sobre 3/1, entonces, si vamos a despejar quedaría 31/36 entonces y=31/36, se -- que quedo mal, pero más ó menos ya salió.

PROBLEMA 2

A caray vamos a hacerle a la antiguita, verdad este tiene que - ser 0 y este tiene que ser 10 a fuerzas, entonces me sigue dando 8 cierto, si, la facilidad de esto es que yo tengo un común denominador que es 10, a ver si me lo saco de la manga sinceramente, porque no encuentro otra alternativa, entonces son 10, son 5 aqui, serian 5, que estoy haciendo el m.c.d. sería 5, el m.c.d. tiene que dividirse entre los números y tienen que dar - exactos, entonces serían 48/6 esto es =8, entonces no hay pro-- blema, no me acordaba, lo hice todo al reves, todo mal, entonces 2x/3-y/12=48/6, 12 /6=2, entonces esta operación 2x/3 tiene que ser igual a, cuando dije ¡ha!, ya vi que esto menos este, - entonces este número tiene que ser mayor que 48, mas algo me -- tiene que dar ese número- entonces dejame ver para que este me diera 49 sería 49, 49/3 no da, un número que sea divisible en-- tre 3,18, no tiene que ser mayor que 48, 48(1), si '', a ver -- 48(3) ', exactamente es=24, 12, 14 son 144/2 es 7 es a 72, si - ya lo encontre es =72 entonces sería 2(72)=144/3 sería 40 y que 48, hasta aqui la regue, donde la regue, a ver 48, si voy a res tar 2 para que me de 50, entonces esto tiene que valer 50, en-- tonces 50(3), 150/2 es 75, esto vale 75 ', dejame 75, 150, 3 es pera deja ver 6, estoy haciendo todo al revés es 2, entonces es 2, dejame ver como se hace un quebrado 1/2+1/3 es = si el c.d. es 6, 3 a 3 a entonces se multiplica por el de arriba, entonces me quedaría, esto esta afectado por el 3, si esperame son 48/6, entonces esto por 2 y quedaría y esa cantidad me tiene que dar un número mayor que 48, puesto que estoy restando una cantidad que se llama Y, si me entiendes?, este lo tengo que multiplicar por 2 y tiene que ser mayor que 48, entonces si fuera 15, x=15, 15(2)=30, 60, si es a 60, este tiene que valer 12, me entiendes, entonces y=12 ya te lo demuestro 2(15)/3-12 ay esperame, aqui - si vale 12, pero esperame es 3 y este vale 4, fijate y=4, exac- tamente y el de abajo es 2 dejame ver si es cierto, c.d. son 6 aqui son 30, 6/3 a 2x3=60 son 6/12, 3x4=12, esto es 48/6- es =8 ya, no te gusto que bonito método.

PROBLEMA 3

$$3x-2y=7$$
$$x+3y=16$$

Para que me resulte lo multiplico por 3, hago una substracción, puede ser una suma ó resta no importa no?

$$3x-2y=7$$
$$-3x+9y=16$$

entonces se me van, los sumo, digo los resto, aqui serían 7y, - aqui serían 11, entonces serían 7/11 ', vamos a ver si si es -- cierto, aqui me quedarían 3x-2(-7)/11, esto es =3y/7, esto es - =3y, cuando lo hago por procedimiento me equivoco, ya me salio mal y sigo de nencio, por eso prefiero la otra estrategia, me-- jor vamos a hacerle como le hacia, me tiene que dar un número, este tiene que ser mayor que este, para que me de 7 no? enton-- ces si este tiene que ser mayor son 7, dejame acordar, suponien do que Y valga 1, 2(1) son 2 pues ahi esta ya, x=2, y=1, vamos a demostrarlo; 3x, 3(2) no ya me equivoque es 3, si es 3, si x vale 3, Y=1, -2(1)=7 vamos a ver si es o es cierto, en la de -- aqui abajo, enteonces serían, cuanto vale X, 3-3(1) esto no me da 16, en la de arriba, si se compueba, pero en la de abajo no, algo anda mal aqui, entonces tiene que ser un c.d. para los dos ó sea su función sube paralelamente, la diferencia es de 3 a 1, entonces esto es mayor que aqui, este vale 4 y Y vale, x=12 entonces son 36-3(4) no para que me de 7 nunca, algo anda mal -- aqui, no sale, paraque me de -16, x=3, aqui si se comprueba, si X es 3 y=1 pero abajo no, entonces tiene que valer paralelamente, entonces tienen que ser multiplos de esta cantidad a ver 5 si y=5 este vale 15, y este vale, pero aqui no sale, X tiene - que ser mayor que Y ', a fuerzas, fijate esta es una gran falsedad. Si este tiene un valor de 19 por lo menos valiendo y=1, - de todos modos el valor de X es bien grande, ¡Ha! vamos a seguir hasta aqui iba yo bien, X tiene que ser mayor que Y ', a - fuerzas y por lo tanto, es mas Y, fijate X tiene un valor de 19 sigue valiendo y=1, -debes considerar los valores negativos-, - de todos modos ', el valor de X es bien grande - estas haciendo estrategias independientes del sistema -, es que las simultaneas estan locas, vamos a ver sigamos con la tradicional, hasta aqui iba yo bien, pero es que 7/11, luego en que me quede, es - que no lo acabo de desarrollar, aqui me quede- fijate en los - signos-, pues so estoy haciendo, substrayendo aqui, ya es positivo porque es 9y -si cambias el signo cambias todo- ¡ha!, si - es cierto si ya me acuerdo, pues y-1, a menos 1, pues ya salió, entonces hice todas las operaciones a lo tonto, te das cuenta - y=-1, lo vamos a despejar aqui quedaria x= todo en friega, vas a ver es -1 ''', x=2 me la avente sin hacer operaciones, otra.

PROBLEMA 4.

Aqui no mas hay que despejar de una vez, quedaria 2x-4-3y=0, entonces para igualar, estoy bien verdad, vamos a arreglar ----- -x-5+5y=0 si entonces vamos a multiplicar toda esta por 2, entonces quedaria -2x-10+10y=0 vamos a hacer la operación ------ 2x-4-3y=0, quedaria cero, -14,+7y=0 espera y=2, vamos a la original en friega 5(2) esta ya salio x=5, 5x2=10,-x=5, -x va a - ser =5/10 que entonces =, -2, - x=-2, x mas 2 y y+-2.
Otro quebrado es doble, es simultanea verdad ¡ha! pero resolvi la de arriba, es que no la habia visto la de abajo, pero de todos modos sale no? tiene que se equivalentes, entonces esto esta mal, luego le sigo con esto a ver si me acuerdo.

PROBLEMA 5

Entonces esto es simultáneo verdad, esto ni con chochos lo resuelvo -es como si tuvieras x+x, cuanto tendrias respecto a x-, me estaba acordando de otra estrategia mejor, yo factorizaba ¡mm! en limites, pero no se si salga aqui, entonces lo reduciria a $\frac{2x-2y}{4}$, esto quedaria entonces a 6, 6(3) es 18/6 asi en - friega, entonces ya 2 queda resuelta, fijate que ya me esta saliendo, me la estaba sacando de la manga, por aqui iba bien, estaba sacando c.d. 6/2 a 3, es que esto no da la solución rapida dejame mejor me lo saco de la manga, tienes toda la razon del - mundo, si es 6 ', aqui son 2 ', el problema es que para hacer toda esta operación son 2x son 5x-5y, esto es lo malo, entonces vamos a darle valores arbitrarios, se supone que aqui son ---- 18/6=3, esto menos esto me tiene que dar 3 y todo esto dividido entre si, entonces este número tiene que ser mayor que este --- 3(5) es 15, 15/6 no me da, no le doy el valor de 6, 6(5) son 40 entonces y=0, vamos a ver cuanto me ahorre verdad, 6 (5) son 30, 3(5) son 30/6 a 10, -6 este tendría que valer 13 y esto esa difícil, bueno supongamos que son 12(4) son 48 no 48/12 ya esta - todo factorizado, entonces seria 8,4,3,3, aqui sería 6 y aqui - sería también 12, entonces tengo esta operación y cual otro 18 y aqui, es que la verdad esta difícil, entonces, fijate creo -- que no me sale.

APENDICE B
S/I

Encontrar dos #s cuya suma sea 20 y su diferencia 9 ó sea dos - #s que sumados sean 20 y la diferencia entre los dos #s sea 9, pues ya esta uno es 11 y el otro 9, a no verdad es dos, la diferencia tiene que ser 9 entre los dos #s para que me den 20, esto esta interesante -se estan dando dos condiciones-, encontrar dos #s cuya suma sea 20 y la diferencia sea 9, si pues estas - son las dos condiciones que me piden que me de 20 entonces para que me de la diferencia entre uno y otro y que la suma sea 20 - podemos hacer, vamos a hacerlo por lo tradicional, el proceso más largo:

1-19 diferencia 18
2-18 " 16
. . .
. . .
. . .
8-12 " 4 ahora aqui hay una diferencia de 18, diferencia de 16, aqui hay una diferencia, no hay una -- que sea exacto, en #s cerrados:

9-11 la diferencia son 2
luego 1o-10 " " es cero
11-9 2
12-8 " " es 4 ya aqui se vuelve a repetir
8-12
7-13
6-14 no hay un #, la estoy regando -si lo hay-
19-20. 18,-20, 17-3, 20,20, 11-9,20

Encontrar dos #s cuya suma sea 20 y su diferencia sea 9, bueno su diferencia con que, dos "s que sumados me den 20, si me den 20 y la diferencia entre los dos me de 9 * tienes dos condiciones * una que suma y su diferencia; si no hay problema asi tenemos a x e y, y este es 20, todos estos #s dan 20, el problema es que la diferencia entre todos estos #s, y aqui se empiezan a repetir, aqui serian 13-7, 14-6 ninguno me da 9 si 19+1 son 20, 19-1 son 18, 18 y 2 son 20, 18-2 son 16, 17 y 3 son 20, 17-3 son 14, 16 y 4 son 20, 16-4 son 12, 15 y 5 son 20, si luego sigue el 6 no 6 y 14 son 20, 6-14 son 8, 13-7 son 20, 13-20 son 6 y aqui son 6, no alcanza 8+12 son 20 son 4 bueno no importa el signo, 9 y 11 son 20, 9-12 son 2, si luego 10 y 10 son 20, 10- 10 son cero, 11 u 9 son 20, 11-9 son 2 y aqui se vuelve a repetir todo lo anterior, no encuentro ni un solo 9 que tengan de diferencia, a mi se me hace que no esta bien entendido lo que se refiere a 9, ó sea si tengo aqui una x+y me tiene que dar 20 y x-y tiene que ser 9, es cierto esto, si son las dos condiciones, si estas condiciones son verdaderas, si a esta hilera le doy el # de x y a esta el # de y en la diferencia sea z llamandoles z, no hay ningun # que sea 9, sin embargo todos sumados me dan 20, me entiendes * si debe haber una diferencia pedida *, si hay una diferencia, son enteros, estoy tratando de buscar un #, estaba tratando de restar, es que si lo hayo por ecuación voy a empezar con tonterias x=20-y, pero esto no me saca de ningún problema * tienes dos incognitas * exactamente sin embargo es mejor pista esto no?, que me tiene que dar 20 si, entonces entonces dejame ver, si esto es completamente incoherente, lo mas que se aproxima es el 15 porque hay una diferencia de 10 si debe estar entre el 5 y el 6 si, vamos a seguir con las diferencias no? 13,12, ya lo que sigue son 8, aqui son 11 y 9, te das cuenta que se estan repitiendo luego que mas, me quede, no es que ya no 10,11,12,13,14 aqui es 15 ó 5 que ya estaba 16 ó 4, 17 ó 18 ó 2, 19 ó 1 si te das cuenta se vuelven a repetir no? nada mas que estan al revés, a partir de este cero, y como son reflejos exactamente de aqui para arriba no hay un # que su diferencia sea 9 si, eso con #s reales, como se llaman positivos -puedes usar #s reales- puedo dar valor negativo a esto si, claro es independiente entonces como quedaría 9,+,-,-,+ de todas maneras me da 8, 9+(-18) son +1, eso así rápido, solamente que los dos sean negativos, sean positivos, de todas maneras no sale.

PROBLEMA 2.

Hace 6 años la edad de Enrique (E), era 3/2 la edad de su hermano dentro de 6 años, eso hace 6 años, en la actualidad quien sabe cual será la edad, de 6 años en adelante, ó sea ahorita quien sabe cual será su edad no? este 4 veces la edad de E, o sea aqui va a ser, hace 6 años la edad de E era 3/2 de la edad de su hermano (H), dentro de 6 años 4 veces la edad de E será 5 veces, esto esta bien mal, o yo no se leer hace 6 años la edad de E era 3/2, si de 3/2 de la edad de su H y dentro de 6 años 4 veces la edad de E si ó sea la del hermano va a ser 4 veces la de E ó sea, no se entiende, esta mal la redacción, ó es de lo que se trata -si debes abstraer las partes claves- sera 5 veces la del hermano, hallar las edades actuales entonces 4 veces la edad de E sera 5 veces, si yo iba bien, yo se que iba bien, hace 6 años la edad de E era 3/2 la edad de H y dentro - de 6 años 4 veces la edad de E sera 5 veces ó sea 4 veces la - edad de E sera 5 veces la edad de su H, 4 veces la edad de su E, -hay ciertas condiciones-, si todavia no la ligo para con - esto, si no la ligo con esto trueno gruesamente, hace 6 años - la edad de E era 3/2 la edad de E, dentro de 6 años 4 veces la edad de E sera 5 veces ó sea 4 veces la edad la edad de E, den tro de 6 años 5 si, estos son años, dentro de 6 años la edad - de E va a ser de, va a ser 4 veces, espérame, hace 6 años la - edad de E era 3/2 la edad de su H y dentro de 6 años 4 veces - la edad de E, a muy bien aqui hay una proporción de 4 de E por 5 de H, 6 años, 4 veces la edad de E sera 5 veces, 4 años , 6 años, a ver 3/2, hace 6 años la edad de E era 3/2 de la edad - de su H, dentro de 6 años, 4 veces la edad de E sera 5 veces - la edad de su H y dentro de 6 años 4 veces la edad de E sera 5 veces la edad de su H, 3/2 veces, 5 veces, 1/2 vez, esto esta pero, a pero en cuanto ahorita, en cuanto en cuando, asi 4 ve- ces la edad de E sera 5 veces son 6 tendrá 15 a ver E sera 5 - veces la edad de su H, hace 6 años la edad de E era 3/2 sera - 1.5, será un año y medio mayor que su hermano y dentro de 6 - años, 4 veces la edad de E será 5 veces la de su H, hace 6 - años la edad de E será 3/2 como ser a ver 6, 1.5 años, 3/2 a - 1.5 años, entonces es 1.5, entonces hace 6 años, la edad de E será, si fácil, hace 6 años era de año y medio, la de su H, su H era recien nacido, dentro de 6 años, si 4 veces la edad de E será 5 veces la de su H, 4 veces la edad de E será 3, serian 6 años, 24 serian 5 veces la edad de su H, son, a ver hace 6 años la edad de E era 1.2 en 4 años '''' de la edad de E si seran 5 veces de su H, a ver no, 3/2 a ver hace 6 años la edad de E era 3/2 de la edad de su H, pero 3/2 mas o menos, dentro de 6 años, 4' la edad de E que tenia 3/2 la del H era 5-' la de su H, en-- tonces se supone que es 3/2 mayor que su H, porque va a ser 5' de la edad de su H si, pero lo que está difícil, es que no cre- ce proporcionalmente, a mas tiempo mas diferencia, aqui no pue- de existir una proporcionalidad en las condiciones independien- tes, a ver cuando una persona tiene 10 y otra 20 se dice que - dobla la edad, pero cuando una tiene 30 y otra 20 no se la do-- bla, cuando tiene 50 y 60, no existe esa relación, fíjate, por eso fue la pregunta si era mayor ó meno, pero aqui esta bien in coherente, de ser 1/2 años que es 3/2 mayor ó menor a ser 5 ve- ces la edad de su H, si, por mínimo de un año que tuviera si - los dos serian paralelos, dentro de 6 años, se reducia, solamen te que sea un fenómeno ó que haya nacido en biciesto -debes con siderar la palabra hace-, hace 6 años, dentro, ya lo tengo en-- tendido, hace 6 años la edad de E' era 3/2 de l a de su H, hace 6 años si era 3/2 la edad de su H y dentro de 6 años, 6 años ó sea 4 veces la edad de E sera la edad de su H, son 6 son 7, son 7.5, 4 veces la edad de E son 28,28 son 30, y eso sera 5 veces la edad de su H, cuanto seran 6, 6x5 son 30,6 entonces aqui, esto quedaría de este lado hace 6 años la edad de E era 3/2, este acaba de nacer, de su H, dentro de 6 años///, a ver -- hace 6 años la edad de E eran 3/2 de su H y dentro de 6 años 4 veces la edad de E, no pues aqui son 1.5, 7.5, 6, 6.5, - - 4.30 va a tener 6 años, aqui tendria cero, aca 30, hallar las edades actuales serian 12, si veces la edad de E serian 5 la edad de su H 6x3 son 18/2, 21/2, la edad de E y el otro serian 6.

PROBLEMA 3.

Para que sumen ó sea cuantos de 2 y cuantos de 1.25 a ver una - función de teatro se desean vender 1000 asientos, por un valor de 1551, cierto se desean vender, un # de boletos total que tie ne que ser 1000 no?, los boletos son de a 2$ y de a 1.25 enton- ces cuántos de a 2$ y de a 1.25 se tienen que vender para que - me den una proporción total en billetes de 1550 ó sea un total de 1000 boletos, este esta a todo dar, ya me lo se, vamos a su- ponerlo en proporciones ó algo asi, si estos valieran 500$ se-- rian 2000$ estos tiene que valer menor de 500$ es fácil porque serian los que, no ya no se lo que hago, entonces en fracción - de 2$ tendrian que ser a pues son 2$, 500x2 son 1000, 500x esto serian 5000,', fíjate vamos a ver si si es cierto, son 1000$ de 500, me sobran 500 boletos, 5x5=25, 5x2=11, 615 de 500 entonces sumados me dan 1615 para esto vamos a restar cero, para ver cual es la diferencia y a ver a cual se lo sumo y a quien se lo res- to -5, -5 -6 -65$ que me estan sobrando entonces tengo que aco- modar de tal manera que con sean a 2$ para que se acomoden mas de 125 entonces vamos a ver es que seria mas fácil por dos in-- cognitas.

$$2x-1.25y=1550$$

- cierto porque utilizaste 2x porque es de 2$ y el otro queda-- ria 1.25y no, no es cierto me estoy equivocando, -si pues tie-- nes dos condiciones entonces quedaria: 2x-1.25y se implicita - que es multiplicación seria = a 1550 y la otra seria: x-y=1000 son asientos no? entonces lo que me conviene es multiplicar por -2 a para cambiar el signo entonces que quedaria 2x+y=2000 si- como se resta esto truena y se saca un factor corregido seria - -450 aqui quedaria -1.75 y aqui quedarian cero no? todo esto lo puedo multiplicar por -1 y quedaria, los paso a positivo y se-- ria .75y-450 y=450/75 vamos a sacarlo a #s enteros entonces - - 450/75 es =... y vale 6, a pero para esta si 450/75 si toca a 6, si y vale 6 pero no sale aqui seria, algo me equivoco, a ver si al multiplicar esta operación por 2 me queda 2x-2y=2000 se alte ra toda y se mantiene este luego esto menos esto me da exacta-- mente -75y=450 me da 6, esta muy pequeño no? a ver vamos a pro- bar si sale, no sale, para una, cuantos boletos de cada clase deberan venderse si es lo que quiero saber, me sale muy chico - este #, vamos a ver porque 6xa=12 bueno vamos a despejar sobre esta misma no? entonces 2x=42000 fijate no mas entonces quedaria x=1996/2 y esto es = a 998 boletos, ya la regue a ver son - cuantos 4.6 con razón aqui son 6x2=12 si aqui quedaria x-1988/2 ahora si x=984,=994 pero y no puede valer 994 si ya salio 992/2 mitad 497 boletos de 2$ pero habia 1000 -una cosa es el valor y otra los objetos-, si es lo que me hice bolas, pero de todas maneras se mantiene este en una y otra, dejame ver 4 que son - - 468-994 '' de 2$, no sale ni con chochos 61860 por lo menos, algo anda mal a ver x+y me tienen que dar 1000, que multiplicado me tiene que dar 1550 a fuerza, a ver 2x+2y se me hace que hice mal esta operación, esta la multiplico por 2 al restarlo 2x=1.25 me da .75 esta bien si entonces -.7575=450 ahora lo multiplico por -1, esta bien, pero ya la operación me sale 6 vamos a despejarlo en cuanta a los billetes 2x6+1.25y=1550 entonces serian - 12+1.25y, de lo mismo y va a ser equivalente a 1550-12 van a - ser 1538 sobre 1.25 eso es lo que vale y, 1538, 1.25 si se le - hace asi 1.25/1538 no, no me sale porque tiene que ser exacta, es inlógico, nada mas necesito 1000 asientos, fijate bien tiene que ser, la x son los boletos -cuantos boletos de cada uno de-- ben venderse-, asi es pero, -si la x es la cantidad de boletos, y cantidad de boletos-, pero sumados tienen que dar 1000, entonces hay un problema de fondo sinceramente, la estoy regando en algo, -si tienes los valores compruebalo-, ya lo comprobe ese - es el problema, si X=6, y no puede valer 1538 porque pasan de - los 1000 asientos, si me entendiste bueno, ¡ha! esta mal la división es inlógico que la x y la y valgan lo mismo, esta diferencia no implica, date cuenta el #, este puede ser 1 ó 2, este tiene que ser 9000 y valdria .25 me altera 1/4 parte, y nunca me va a dar 1000, si hay algo que no entiendo por nada, esto - mas esto me tiene que dar 1000 entonces, si volvemos, donde y - me valio 6, 1000-6=994 xi x=994, pero 994 multiplicado por 2 - para sacar los pesos me sale 1800 es inverosímil que me de esta cantidad, y esta bien despejado, me cae, al multiplicar toda - esta operación por 2, estaba pensando en multiplicarlo por 1.26 sale lo mismo, si dominas cualquiera de las incognitas sale lo mismo, si no me da.

PROBLEMA 4.

Vamos a ver existe una X mas una Y mas .25 que me de cero, vamos a ver si si es cierto si A+B empiezan a jugar si A pierde 24$ B tendria = suma que A, bueno si B pierde 35$ lo que le queda es - cero, aqui es cero X-Y=5/1 algo asi, déjame ver se me hace que la estoy calabaceando, si A pierde 25$, A-25 va a ser = a B y si A+35= a lo que queda, y si B pierde 35 y B-35 'lo que ' es 5/17 de lo que le queda a A son 5/17 de A, el problema es cuanto tiene, esto lo multiplico, lo paso restando, va a ser X y B, Y, x-25+y= a cuanto, le puedo dar cualquier valor no?, le voy a dar cero, no puede ser, pero A-B si puede ser cero porque son =s, y aqui entonces esto es X y este Y a ver entonces 5/17 x-y 35=0 si son iguales cantidades, al restarlo me da cero no?¡claro!entonces

ya lo tengo puedo poner -35 y no entonces, esto es un buen rela
jo se supone que se divide, si lo sumo 35 entonces me da = a Y
entonces 35 (17) son 559+5 son 600/17 x-y=o, si me entiendes lo
que hice fue sumar esa cantidad a x entonces me queda, esto lo
puedo sumar ó restar, me quedaria x-25', es que no tengo el va-
lor de x, x-25, si lo sumo me darian +2y, si los resto me da---
rian -2y no?, lo multiplico por -1 esto me va a dar negativo y
este positovo entonces me quedaria x-25-6000/17=0 no?, ya se -
elimino Y, el problema es como voy a hacer es que aqui tengo ce
ro x-600/17x-25 entonces x-600/17 esto lo puedo poner x/17=1/1
ó 17/17 y eso me da 1-600x17 vamos a hacer interpolación enton-
ces me queda, el factor común es 17 no se tiene que multiplicar,
ni restar, serian 588/17x=25 vamos a ver X=25/17 25x17 son - -
T

425/17 son 425/583 entonces este por este, queda arriba y este
17 17

abajo, 425x17=/205/911= se me hace que esta mal, bueno no, por-
que este me valia positivo, negativo cuales son los que conver-
ti aqui 35 si esta bien ahi esta el problema como lo hago para
comprobar va a salir un N°te y además fraccionario, para sacer-
lo la verdad como le hago, seria fácil en un momento dado decir
que este vale 50 no? 50 y este vale 25 y ya no?, si lo probamos
abajo es un lio porque ya no sale me darian -10 y X vale -10, -
pero si esto lo aumento a 50 entonces vale 15, como quedaria --
15-25 no se puede sale este N°te, es mejor atinarle 9x8 xon 72,
7x9 son 63, me da 1072 ahora lo despejo, x es =.73 calculo el -
otro -te tiene que dar un = exacto- pero es inverosimil, en cual
me quede en el problema 4. (lectura), A-25=B tendran igual suma
que A, si B pierde 35, B-35$ lo que le quedan son 5/17 de lo que
tendra entonces A 5/17A=, 5/17=, una pregunta se puede hacer de
mil formas y todo es valido por ejem. aqui tengo A-25-B=0, si -
yo le sumo a B 25 ya quito esos 25 y se mantiene cte ó sea, si
a toda la operación le sumo 25 no me altera entonces A-25-B-25-0
entonces puedeo despejar y lo multiplico por 5 para que no de -
problemas 5A-5B+25=0 no? entonces le cambio de signo para arre-
glar me quedarian 5B+125 si ó no? entonces le cambio de signo -
interno si -125 porque todo esto lo multiplique por -1, -595-125
me da que? negativo, -595-125' son 12B=720

B=720/12
B=60

ya salio

A-25-60=0
A-25=60
A=60+25
A=85 A=85 y B=60

si ó no? yo se que esta bien ó se que salio.

PROBLEMA 5.

Un hombre rema rio abajo 10 km. a ver un hombre rema rio abajo
ó sea va hacia abajo 10 km. en una hr y rio arriba 4 km en 1 hr

bien, hallar la velocidad del rio y del bote en agua tranquila, ó sea en 1 hr. '' son 10 km rio arriba y rio abajo, si, y 4 km en 1 hr rio arriba entonces vamos a ver, si aqui influye la velocidad del rio entonces entonces iba a 4 km, hallar la velocidad del bote en aguas tranquilas y del rio entonces 4 km es la velocidad del agua ó se me hace tonto decir que eran 6 km, se me hace simple no era una función? Un hombre rema 10 km rio abajo, ahora 4 km rio a arriba. Hallar la velocidad del bote y la velocidad del rio, la velocidad del agua tranquila son 4 km/hr porque no estan dando pendiente, no, pero esto esta influido porque esta rio arriba ahora de los dos, lo queria hacer por proporciones, no sale, pero siempre hay una proporción entre uno y otro -si tienes una condición es fácil, pero son 2 ecuaciones simultáneas-, si verdad el hombre, rio abajo 10/hr entonces lo km/hr, es que estan hablando de agua tranquila y no tranquila si, entonces agua tranquila es x, mas agua no tranquila la y, y esto como se mantiene cte en 1 hr me va a dar x+y=10km

x+y=4 km

cierto entonces se mantiene la distancia lo que varia -no te das cuenta de la oposición- ya quedo lo que voy a hacer es certificar cada uno de ellos, el hombre rio abajo rema 10 km y rio arriba 4 km. Hallar la velocidad del bote en aguas tranquilas y la velocidad del rio, lo que hace falta en última instancia es una cte ó sea en que iba el bote solo, también podria tomar x como bote solo que se espera se mantiene cte la velocidad del bote no?, si el problema que encuentro aqui, fíjate, rio arriba 4 km, pero es rio arriba no importa la pendiente no?, si tomamos x, rio abajo 10 km y rio arriba 4 km entonces aqui serian 4x-y=4 km no? aqui el problema es que un hombre rema rio abajo 10 km se mantiene esto y esto, ahora el tiempo se mantiene en una hr no?. Un hombre rema rio arriba 4 km en 1 lr, hallar la velocidad del bote en agua tranquila y la velocidad en rio ó sea como todo es en 1 hr no hay problema no?, no se siento que no es este el caso.

PROBLEMA 1

Bueno se puede resolver por suma y resta por ejemplo, lo que tendría que hacer sería ¡ha! no dejar ver hum, por suma y resta no se puede, si se puede pero no me acuerdo, deja tratar de igualarlo, -6x-3y-1=2y-4x-5, creo que asi se iguala, pero no estoy seguro, entonces el valor de X, no el valor de Y, hay bueno, a ver -6x+4y=2y-5-3y+1, entonces -6x-4x=1x-2y-3y, hay como se hace esto, no me acuerdo ¡ha! ya me acorde X es lo que se iguala -6x=3y+1, entonces hay que despejar -6x sola la X -6x=3y+1 ó sea x=, -x verdad, $\frac{-x=3y+1}{6}$, que pasa si paso este para aca, se convierte todo enpositivo -si-, bueno lo dejo asi se puede -si se puede, si ahora me acordé, luego igualas el otro -4x=+2y no, sumando 2y+5, x=2y+5/4 a menos (mm) y aca tambien es negativo verdad -no pero lo pasaste y el signo afecta a todo-, entonces lo dejamos asi, ahora si lo igualamos $\frac{-3y+1-2y+5}{6}$ entonces lo que hay que hacer es (mm), despejar las incógnitas de Y -si-, entonces primero habría que multiplicar esto de ambos lados, entonces es 4(-3y+1)=6(2y-3) entonces 4x3=12y+4=12=5, huy, aqui va a salir algo mal -tienes que despejar Y exacto entonces supongamos que si despejo a -12y+12y=4+5 entonces aqui me queda -24y=1 y, -y=1/24, entonces es =-1/24, bueno ya el que sigue.

PROBLEMA 2.

$$3x + 2y = 7$$
$$x + 3y = 16$$

Pues por el mismo le segimos a ver, 3x es =7+2y, x=7=2y/3, ahora x=-16-3y ok bueno entonces igualamos Y, nos quedamos con $\frac{7+2y}{3}$=y=-16-3y multiplicamos esto por esto y entonces nos queda 7+3y=4(6)-18 va 1 3(1) y una 4, 48 -9y no 30 y..., que es esto ¡ha! si dejamos la Y de un lado, entonces nos queda 2y+9y=48-7, 11y ',7 y 8 son 15,55, y=55-11 que es igual a -5, y=5, esta estaba facilita, entonces x+3 que multiplica a -5 es +-16, entonces queda con 2=3 por mas -5, -menos, x+(15)=-16, x=15 verdad entonces queda x=-16+15,x=-1.

PROBLEMA 3.

$$\frac{2x}{8} - \frac{4}{2} = 8$$

$$\frac{x}{6} - \frac{y}{4} = 1$$

Vamos a ver (mm), todas son iguales -si un sistema de ecuaciones- solo varian en quebrados-- huy porque pones quebrados, entonces vamos a despejar otra vez X porque no me acuerdo ahorita de otra manera, creo que tambien por determinantes, pero - ahorita mejor asi, entonces despejamos 2x/3=8+y/2, x=(mm) x=3(8+y/2), no se si esoto este correcto o se pasa para aca, -si esta entre pasa multiplicando-, este mismo se puede multiplicar por 3 de ambos lados, bueno entonces queda x=3, bueno, debemos primero hacer la operación para tratar de eliminar ambas cosas 3(8)=24 pero aca como es 3'4/2) ser[illegible]n, no mejor lo dejamos asi, 3(8+6/2), y luego como esta multiplicando aca lo pasamos dividiendo, si hay ya, el problema es que aqui se hizo un chorizo bien grande, como lo vamos a definir, entonces despejo a X, 2x-3 no es =8+y/2, entonces estabamos en que primero paso para aca y queda 3x8=24=3y/2, si esta multiplicando nada mas afecta la parte de arriba, bueno y despues todo eso entre 2 ¡ha! entonces sería mejor, lo más adecuado, quiza lo mas adecuado sería sumarlo no?, bueno no se si esto se puede sumar con esto -no, porque son de igual denominarod- Denominadores?, pero podría extraer el mínimo o sea 2 ó sea serían 48+3y, entonces como queda a poco son 5ly ¡no! esta mal ¡ha! a ver, lo dejamos como x=24+3y/2 y todo esto sobre 2, entonces vamos a ver -x/6=1+y/4 multiplicamos entonces queda X queda 6+6y/4 ahora igualamos entonces sería $\frac{24+3y/2}{2}=6+\frac{64}{4}$, ahora habría que pasar de este lado la Y, pero aqui hay un problema, porque este está siendo dividido, chispas, *lo que habria que pasarlo de este lado entonces queda +24-3/2=12-24 multiplicando verdad? -si-, 12y/4 y ya eliminamos el 2 ok ahora dejamos de este lado 3y/2 fijate este lado 3y/2 fijate este se va a poder manejar facilmente -12y/4=12-24 (mm) entonces sacamos el m.c.d. creo que asi se llama, bueno no importa es 3y/2-12/4 entonces esto a 4/2 a 2 por 3, 6y-191 son 12y esto es = si Y-12y, 6y-12y queda -6y/4, es=12 entonces multiplicamos a este por este lado para eliminar el 4, bueno para que el 4 quede -6y=4(120 a 48, -48 y luego Y, -y quedaría entonces Y, no mejor si -48-6, quedaría -8, pero como y=8, ahora tenemos que substituir el valor de Y en la ecuación X queda x/6-8/4=a entonces queda x/6=1-2 no?, más 2 multiplicamos entonces quede x=6+12 x=18.

PROBLEMA 4.

Lo mismo a ver $-2x=3y-4$, $x=\frac{3y-4}{2}$ el otro es igual a X, X es ¡ha! $-x=5-5y$ ¡ha!, aquí hay un problema porque deben ser del mismo - signo para que se pueda igualar, entonces quedaría x=, se multiplica todo por-1, de este lado para que se elimine el signo, entonces queda $-5+5y$, entonces queda y se igualan $\frac{3y-4}{2}=-5-5y$ se multiplica de este lado, entonces queda $3y-4=10$ menos mas 10y, entonces dejamos a Y de un solo lado, $3y-10y=-10+4$ quedan ----- $-7y=-6y=-6/7$ (mm) lo dejo como fracción igual a -6/7, entonces mi X,5 que multiplica a esto, se convierte en positivo, entonces $6/7-x=5$, 5(6) son $30/7-x=5$ (mm) se podría hacer que pasara este de este lado y entonces lo eliminaría -no- ya lo decia yo $-x=5-30/7$ bueno ok,, ni hablar, por el lado más largo $5-30/7=7$ $7(1)=7$, $7(5)=35$ entonces es igual a 5/7, x, $-x=5/7$, $x=-5/7$.

$$\frac{2x-1}{3} + \frac{y-2}{4} = 4$$

$$\frac{x-y}{2} - \frac{x-y}{3} = 3$$

PROBLEMA 5.

Esta si esta canija uchale, debe haber una manera más facil no? x-y pero no? -multiplica toda la ecuación por una constante para que te de enteros - no creo que esta muy canija.

-- APENDICE D
Sujeto / II

PROBLEMA 1.

Encontrar dos #s. cuya suma sea 20 y su diferencia 9 ó sea dos #s que sumados sean 20 y restados sean 9, los dos ¡ha! se puede hacer como un par de ec. si por ej.

$$x+y=20$$
$$x-y=9$$

y se resuelve el sistema de ec. entonces por ejemplo tendría, - tendríamos por suma

$$2x=29$$
$$x=29/2$$

$x=14.5$ a ver si ahora cambiamos Y digo sacamos Y en la ec. sería

$$19.5+y=20$$
$$y=20-14.5$$
$$y=5.5$$

entonces supuestamente 14.5 y 5.5 serian los #s, serian ------ 14.5-5.5=9 si está esta bien, a ver 14.5+5.5-20 si, el primero ya esta.

PROBLEMA 2.

A ver hace 6 años la edad de # eran lls 3/2 de la edad de su H y dentro de 6, 4 veces la edad de # será 5 veces huy, a ver hace 6 años la edad de E era 3/2 ó sea $1\frac{1}{2}$ hace 6 años 4 veces la edad de E será 5 veces la edad de su H ó sea más grande es el H a no hay,a tonto a ver hace 6 años E tenía x y su H tenía 1.5 - dentro de 6 años 4x será = hay esta parte no le entiendo, 5 veces la edad de su H-recuerda que deben estar en función una de la otra - mm ¡ha! posiblemente sea 5 veces 1.5, a ver 4 veces - la edad de E será 5 veces la edad de su H si por ejemplo a ca-- ray es que no le entiendo si por ejemplo. E tuviera 20 años -- a os 4 veces la edad de E sería 5 veces la edad de H ó sea si E tenía 20 años, 4 veces la edad de E sería 5 veces la del H ó -- sea si E tuviera 20 años entonces significaría que tiene 5 años ' ahorita y 4 años tendría el H entonces, serían 5 veces más la edad, a que se referirá este tipo de razonamiento? -- si esta - afectado por las condiciones una pasada y otra futura y a su relación entre ellas-. no le entiendo el otro.

PROBLEMA 3.

Mil asientos por un valor total de 1550, los boletos son de dos clases de $2 y de 1.25, a ver se podría por una ecuación simple uno de los boletos debe valer $2 entonces serían 2x+1.5y=1550 a pero también deben 1000 - fíjate que una condición es para pe-- sos la que formaste y la otra para objetos-.
La otra podría ser x+y pues no especifican cuantos deben vender se el total debe ser 1000, un sistema de 2 ec. entonces queda - 2x+1.25 y dejame ver como por igualación a ver.

$$2x=1550-1.25$$
$$x=\frac{1550-1.25}{2}$$

x= 1.25 de Y abusado, luego el otro es
x=y no 1000-y vamos a ver si sale, a ver
1.25y+y=1000-1550 ¡ha! pero 1.25 es negativo por 2 todo esto por 2 si -44, x=-44 ha salio mal sería 1000+44 se-- sían 10444 serían, ay dejame ver si despejo Y mejor, a ver si - fue un error al despejar

(2)
$$1.25y=1550-2x$$
$$y=\frac{1550-2x}{1.25}$$

x,no
$$y=\frac{1000-2x}{1.25}$$

$\frac{1550-2x-}{1.25}$ = 1000-x dejo las x de este lado - me quedan

-2x+x=(1000-1550) 1.25 acabo de ver una onda
-x= anda y salio megativo también ¡ha!
a lo mejor no es lo que necesita -550 a ver aca a tonto, así -- que esto estaba elevado al cuadrado y no es -1100-1.25 es= a caray a ver (550)1.25=682.50, 687.5 Huy el único detalle es que.5 no creo que alguién pueda comprar medio boleto, sería la operación ', si si esta bien x hay un detalle Y deben ser 4 para -- que den un entero 4 ú 8 para que den un entero y es = 1000-x, - amos a asumir que x vale en vez de 687, 686,

y = 1000-686
y = 4

a ver (686) 2=(314)1.25=, a caray 692, pues la otra forma es al tanteo luego regresó a este, entonces queda aquí que ---------
1.25=1109.25 no bueno 1100, y=1100/.25 a 44
(mm) a ver ahora x+44=1000 de donde se deduce que
x= 1000-44,x=956 a ver, vamos a ver 956x2=,
pero como ya se paso -el planteamiento esta bien, debes haber - fallado en los cálculos-
x=1000-y a ver deja ver
2x+1.25y=1550
x+y = 1000 ok 1.25 y de $2
entonces
2x==1550-12.5 ¡ha! el signo a de ser el sig
no es negativo, este asunto es menos.
y=44 pues peor no

-1.25 $y=\frac{1550-12.5y}{2}$

x=1000-y

entonces

$\frac{1550-1.25y}{2}$ = 1000-y

entonces se queda de este lado y se iguala a 1000, -1550 y este se multiplica, si esta bien -1550 entonces quedan 550x2 son son 1100-1.25y

y=1100/.25

(3)

PROBLEMA 4.

Si A-25 si A pierde 25 B obtendrá = suma que A,
Si A-25 A=B
Si B-35 B=3/17 A
a ver, si A-25, A=B la cosa es como pasarlos a una fracción
B=35, B=3/17 A
solo que se igualarán a cero, a ver

A-25 ó sea como carajos
-25A+B=0 a ver, pues si si porque la diferencia de 25A, si A le quitamos 25 y lo comparamos contra B la diferencia es cero, el último detalle es que aquí hay que hacerlo en términos de B ¡ha! también se podría -35B +5/17 A=0, a ver si B pierde 35% lo que le queda es 5/17 de lo que tendrá A, hay un error, hay un - error si A-25 a ver entonces queda

B-25A=0
-35B=5/17A =0

no no hay un detalle que parece que Bl', A no hay una cosa, no se si se este considerando en el problema que los 25 que pierde A le llegan a B- si hay una perdida y una ganância- entoncer es 25B, 25 ó sea es que no es 25 veces sino B+25 tendría que ser - algo así

B+25+A-25=0
B-35+5/17A+35=0

no mas que este esta muy dificil.....X

PROBLEMA 5.

Este es un problema mas bien de física - si pero que puede re-- solver por ecuaciones, aquí esta mal 4 km. por hr - esta implicito-4 km, lo único que se me ocurre es x+ △ , un incremento -- que tiene que llevar por la bajada, habría que considerar un incremento que es el ángulo en que esta cayendo el rio para poder determinar algo, si en cuanto se esta acelerando cuando va para abajo y cuanta es la resistencia cuando va para arriba, entonces quiza una forma sería, vamos a ponerlo algo asi como:

x+△ = a ver deja ver
x+△ =10
x-△ =4 como lo tienes planteado consideras el incremento-, pero el incremento es cte. para ambos casos,como lo voy a considerar si Y no varia, digo si Y varia -Tienes - que asignar la x, cuales son las incognitas, ahora el incremento, esta dado a favor del rio ó en contra del rio-. en contra del rio seria decremento sin considerar la pendiente-. No no le entiendo

GLOSARIO

Análisis Estructural. Método sistemático para identificar y representar las reglas de competencia, asociadas a un dominio problema dado y a una población específica.

Análisis Molar. Estructura que se representa a un nivel superior; los procedimientos (reglas) son conjuntos de reglas, fundamentadas en leyes de interacción secuencial ó arbitraria.

Análisis Molecular. Análisis de proceso de solución que se estructura como un algoritmo ó actividad programada.

Conjunto de Reglas. Número finito de reglas que solucionan un problema de una clase dada.

dominio de reglas. conjunto de reglas que se aplica a una estructura dada.

Dominio de problemas. Clase de problemas; identificada por los elementos, operaciones y relaciones fundamentadas por el conocimiento subyacente.

Estructura. Un conjunto finito de elementos (indivisibles ó reglas en si mismos), relaciones y reglas que se definen por las relaciones de orden superior y reglas de orden superior; actuando como entidades psicológicas sobre las que operan las reglas y relaciones, ejemplo: un conjunto(s) de reglas es una estructura.

Leyes de interacción (reglas de combinación). Reglas de compe-- tencia que interactúan en la solución, asociadas a dominios de problemas específicos.

Mecanismo de control. Modo básico que caracteríza al funciona-- miento del sistema de procesamiento de información, determinan- do como se emplean y ordenan las capacidades específicas del so lucionador de problemas.

Mecanismo de control de cambio de meta. Mecanismo de control -- aprendido que se supone esta universalmente disponible en los - procesadores de información humana y determinada como interac-- túan las reglas de conocimiento.

Nivel de refinamiento. Representación de operaciones y decisio- nes de una regla ó conjunto de ellas en más detalle.

Problema (situación). Una instancia que contiene un par consis- tente de un item de prueba y una meta dada, algunas veces indi- ca al problema dado.

Problema trivial. dominio problema en el cual se identifican fa cilmente la regla de solución.

Problema no trivial. dominio problema en el cual no se identifi can facilmente la regla de solución.

Regla. Procedimiento que se aplica a cualquier problema de una clase dada; una regla es un número finito de secuencias, de operaciones explicitas y capacidades de decisión de un nivel dado, aplicadas en un órden dado; una regla se caracteriza por poseer un dominio, una operación y un rango.

Regla de competencia. Reglas que corresponden a la forma ideal en que los sujetos solucionan los problemas de una clase dada.

Regla de solución. Producto cartesiano $r_1\ r_2$ ....r_n con cuya combinación pertinente se obtiene la respuesta.

Regla de órden superior (R.O.S.), reglas que operan sobre otras reglas y estructuras en elproceso de generar la solución de un problema (denominadas también heurísticas).

Reglas de órden inferior (R.O.I). Reglas que operan sobre estructuras y no contienen reglas en si mismas.

Regla atómicas (R.A.). Reglas que se representan por dominio y operaciones indivisibles.

Rango. Salida (respuesta) codificada de un conjunto de reglas - proporcionando la solución del problema.

SIMBOLOGIA

Dom.	Dominio.
E.	Estructura.
e.	Esta.
$\exists$.	Existe.
$\Rightarrow$.	Implica.
M.	Meta.
M_1.	Meta análoga.
S/R.	Muestreo sin remplazamiento.
R ó r.	Regla.
r_m.	Regla de meta.
R_s.	Regla de solución.
rec.	Conjunto de reglas de solución de ecuaciones.
rec.	Conjunto de reglas de solución de ecuaciones paralelo.
r_t.	Reglas de transposición de términos e incognitas.
r_d:	Reglas de reducción de incógnitas.
r_i.	Reglas para identificar datos e incógnitas.
r_r.	Reglas para identificar relaciones y funciones.
r_{rf}.	Reglas de traducción de relaciones y funciones.
R.O.S.	Regla(s) de orden superior.
R.O.I.	Regla(s) de órden inferior.

R.A.	Regla(s) atómica(s).
S.	Situación problema.
S_1.	Situación problema análoga.

BIBLIOGRAFIA

- Apter Michael J. The computer simulation of behavior. Harper and row, Publishers, 1970
- Atwood, M.E. and Polson P.G. A process model for water jug problems. Cognitiva Psychology, 1976, 191-216
- Baldor A. Algebra Elemental, Cultura Mexicana, S.A. de México, 1974
- Bertram R. The Trhinking computer mind inside matter. Ed. W.H. Freeman & Company, 1970
- Carpeneter A. & Carnigie M. Cognitive process in comprehension. Laurence Eibaun Associates Publishers, 1977
- Castorina J. Explicación y Modelos en Psicología. Ed. Nueva Visión, 1973
- Cohen G. The Psichology of cognition, Academic Press, 1977
- Gagne M.R. & Leslie J. Briggs. Principles of Instruccional Desugn. Holt renihart, Winston 1974,1979
- Graham N. Artifical Inteligence. Tab Associates Books Inc. 1979
- Huerta J. & Hernandez C. Pensamiento Sincrético y Diferencial, Publicación Clates, 1980
- Lindsay, Peter H. Human Information Processing, P.H. Lindsay and D.A. Norman, Ney York, Academic, 1972
- Lunchins A.S. Mechanization in problem solving: the effect of Einstellung, Psychological monograpys, 1942, whole N° 248
- Lipschutz S. Matemáticas finitas. Shaum, 1972
- Mayer Richard. Thinking and problem solving. Scott, Foresman & Company, 1979
- Max Wertheimer. Productive Thinking, Harper torch books, 1971
- Napoles Algonso, Algebra Elemental, 1955

- Newell & Simon. Human problem solving. Prontece Hall Inc. Englewood Cliff, 1972

- Polish J.M. & Schwartz. The effect of Problem size in representation in deductive problem solving Memory and Cognition, 1974, 2, 683-685

- Polya G. Como plantear y resolver problemas. Edit. Trillas México, 1979

- Schanks, Roger. Artificial inteligence. New York, Academic 1975

- Simon H.A. The understanding process isomorphs. Cognitive Psichological, 1976, 8, 86-97

- Thomas, Jhon.C. An Analisis of Behavior in Hobbits-orcs problem. Thecnical report N° 31 August 1971

- Watzlawik,Paul Change principales of problem formulation.W.W. Norton and comany New York, 1974

- Wickelgren Wagne. How to solve problems. Ed. W.H. Freeman & Company, San Francisco, 1974