

2ej
22



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA
DE MEXICO**

FACULTAD DE CIENCIAS

**UN SISTEMA DE PROCESAMIENTO DIGITAL
DE IMAGENES PARA UNA COMPUTADORA PERSONAL**

Tesis Profesional

Que para obtener el Título de

M A T E M A T I C O

p r e s e n t a

HOMERO VLADIMIR RIOS FIGUEROA



México, D. F.

1987



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CIUDAD UNIVERSITARIA



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

FACULTAD DE CIENCIAS
División de Estudios
Profesionales
Exp. Núm. 55

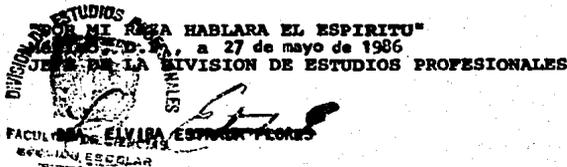
Of. Núm. B-375

MAT. MARIA GUADALUPE ELENA IBARGUENGOITIA GONZALEZ
M. EN C. RAUL HERRERA BECERRA
Presente

Me permito comunicar a Ustedes, que la División de Estudios Profesionales de esta Facultad ha dado su aprobación para que el pasante HOMERO V. RIOS FIGUEROA

con número de cuenta 8053253-0
de la Carrera de MATEMATICA realice
el trabajo de tesis bajo su dirección con el título
"UN SISTEMA DE PROCESAMIENTO DIGITAL DE IMAGENES PARA UNA COMPUTADORA PERSONAL".

Doy las gracias por su atención y le reitero las seguridades de mi atenta y distinguida consideración.



KRF/MLV
Elaboró avg.

INDICE

	Pág.
INTRODUCCION	1
CAPITULO I. CONCEPTOS GENERALES	5
I.1. Representación de imágenes digitales	5
I.2. Elementos de un sistema de procesamiento digital de imágenes	7
I.2.1. Digitalizadores	8
I.2.2. Procesadores de imágenes	11
I.2.3. Dispositivos de despliegue	12
I.3. Discretización de las coordenadas y de la intensidad	14
I.4. Clasificación de las técnicas del procesa- miento de imágenes	20
CAPITULO II: PROCESAMIENTO DE IMAGENES	21
II.1. Metodología básica	21
II.2. Mejoramiento de imágenes por modificación del histograma	24
II.2.1. Fundamentos	24
II.2.2. Igualación de histograma	27
II.3. Procesos para homogeneizar imágenes	33
II.3.1. Promedio de vecindades	33
II.3.2. Filtros de paso de frecuencias bajas ...	36
II.3.2.1. Filtro ideal	38
II.3.2.2. Filtro butterworth	39
II.3.2.3. Filtro exponencial	41
II.3.2.4. Filtro trapezoidal	42
II.4. Énfasis en los contornos de las imágenes .	43
II.4.1. Énfasis en los contornos por diferen- ciación	43
II.4.2. Filtros de paso de frecuencias altas ...	46

	II.4.2.1. Filtro ideal	47
	II.4.2.2. Filtro butterworth	48
	II.4.2.3. Filtro exponencial	49
	II.4.2.4. Filtro trapezoidal	50
	II.5. Procesamiento de imágenes con pseudo-colo- ración	51
	II.5.1. Partición del intervalo de intensidades.	52
CAPITULO	III. CARACTERISTICAS DEL SISTEMA	55
	III.1. Descripción general del sistema y prin- cipios de diseño	55
	III.2. Consideración de los subprogramas	61
	III.2.1. Subprograma de despliegue	61
	III.2.2. Subprograma de subimagen	65
	III.2.3. Subprograma de igualación de histograma	67
	III.2.4. Subprograma de promedio de vecindades .	69
	III.2.5. Subprograma de gradiente	72
	III.2.6. Subprograma de corte de histograma	74
	III.2.7. Subprograma espectro de Fourier	76
	III.2.8. Subprograma de filtros	78
	III.3. Limitaciones, mejoras y alternativas al sistema actual	81
CAPITULO	IV. APLICACIONES DEL SISTEMA	87
	IV.1. Ejemplos de procesamiento en el dominio espacial	87
	IV.1.1. Resultados de aplicar el proceso de sub- imagen	88
	IV.1.2. Resultados de igualación de histograma ,	89
	IV.1.3. Resultados de aplicar promedio de vecin- dades	90
	IV.1.4. Resultados de aplicar el proceso de gra- diente	90
	IV.1.5. Resultados de aplicar corte de histogra- ma	91

IV.1.6. Resultados de combinar procesos	92
IV.2. Procesamiento en el dominio de frecuencias	94
IV.2.1. Aplicación del espectro de Fourier	94
IV.2.2. Aplicación de filtros de paso de fre- cuencias bajas	97
IV.2.3. Aplicación de filtros de paso de fre- cuencias altas	98
IV.3. Ilustraciones	99
CONCLUSION	127
BIBLIOGRAFIA	129

INTRODUCCION

El interés en las técnicas de procesamiento digital de imágenes se remonta a 1920, cuando fotografías digitalizadas de acontecimientos internacionales fueron transmitidas por cable submarino entre Nueva York y Londres.

La aplicación de las teorías sobre el procesamiento digital, aumentó considerablemente, cuando en la mitad de la década de los 60's, surgió la tercera generación de computadoras digitales las cuales tenían mayor velocidad y capacidad de almacenamiento. Desde entonces, esta área ha experimentado un vigoroso crecimiento, siendo objeto de estudio interdisciplinario e investigación en campos como ingeniería, ciencias de la computación, estadística, física, química, biología, medicina, etc. Los resultados de estos esfuerzos han establecido el valor de las técnicas de procesamiento de imágenes en un conjunto de problemas, variando éstos desde la recuperación y mejoramiento de fotografías tomadas por naves espaciales, hasta el procesamiento de huellas dactilares para procesos judiciales.

Diversos factores se combinan para indicar que continuará desarrollándose esta tecnología. El factor principal es la disminución de costos de los equipos de cómputo (al menos en E.U.A.) tanto en las unidades de procesamiento, como en las unidades de memoria. Un segundo factor es la disponibilidad creciente de equipos para digitalizar imágenes y desplegarlas. Varias tecnologías prometen una mayor promoción del procesamiento digital de imágenes.

Las aplicaciones del procesamiento digital de imágenes están en los programas espaciales, en medicina donde por ejemplo, se usan procesos para aumentar el contraste o codificar los niveles de intensidad con colores, para una más fácil interpretación de los rayos X y otros diagnósticos. La misma o técnicas similares son usada por los meteorólogos en el estudio de la contaminación atmosférica a partir de imágenes aéreas o vía satélite.

Los procedimientos de mejoramiento de imágenes y recuperación han sido usados para procesar imágenes deterioradas o de experimentos muy costosos en su reproducción; por ejemplo, en la Antropología, cuando algunas fotografías borrosas eran los únicos registros disponibles de piezas extraviadas o destruidas, después de haber sido fotografiadas, han sido recuperadas con éxito mediante los métodos del procesamiento de imágenes. En Física y campos afines, imágenes de experimentos de altas energías y microscopio electrónico son rutinariamente tratados con técnicas de computación. Otras aplicaciones pueden encontrarse en Astronomía, Biología, Medicina Nuclear, Investigación de delitos, milicia y en la industria.

La figura 1.a nos muestra una aplicación en la Astronomía, la cual consiste en transmitir lo que se observa en el espacio a la tierra mediante una imagen digital (un número finito de unidades discretas de información).

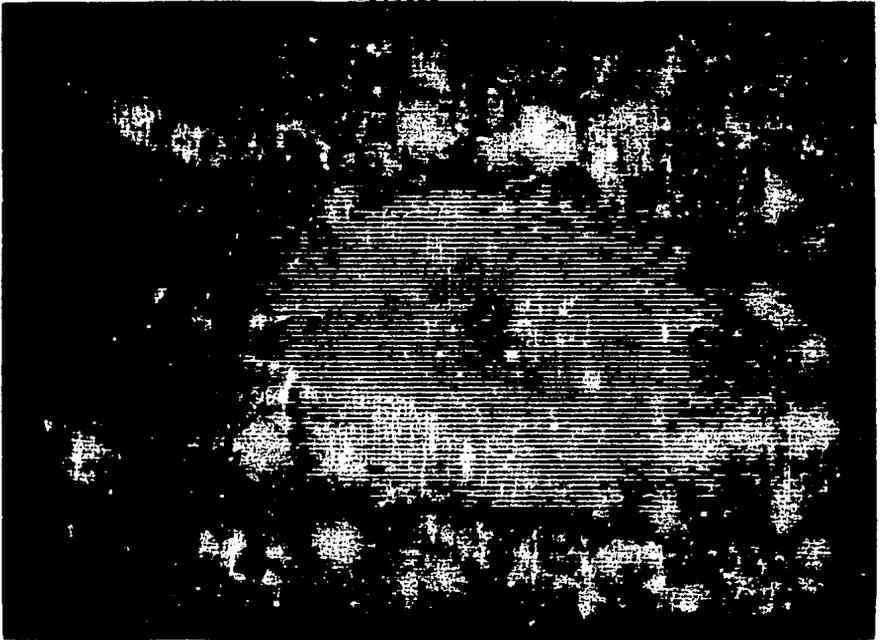


Figura 1.a Imagen del cometa Halley tomada por el aparato automático espacial Vega-2. (Boletín de información de la embajada de la URSS, 6 de junio de 1986.)

Otra área principal de aplicación de las técnicas del procesamiento digital, es en los problemas de percepción por máquinas. En este caso el interés está en los procedimientos que mejoran la interpretación de las imágenes por parte de una máquina. Ejemplos de percepción por máquinas, los hallamos en reconocimiento automático de caracteres, procesamiento de huellas dactilares y en el análisis de datos para la predicción del tiempo.

C A P I T U L O P R I M E R O

CONCEPTOS GENERALES

I.1. Representación de imágenes digitales

El objetivo del capítulo es establecer los conceptos y definiciones básicos del procesamiento de imágenes. En los aspectos teóricos contenidos en esta tesis seguimos principalmente los textos de procesamiento digital de imágenes (c.f. Bibliografía #3 y #4), no pretendemos adjudicarnos la pertenencia o creación de tales conceptos, solo presentamos un resumen de las ideas fundamentales, para una mejor comprensión del presente trabajo. El cual consiste esencialmente en la descripción y explicación de un conjunto de programas, que elaboramos para llevar a la práctica los conceptos. A este conjunto de programas coordinados es al que llamamos : Sistema de procesamiento digital de imágenes.

El término Imagen Monocromática o simplemente Imagen se refiere a una función bidimensional de intensidad luminosa $f(x,y)$, donde x,y denotan coordenadas espaciales y el valor de f en cualquier punto (x,y) es proporcional a la intensidad luminosa de la imagen en ese punto. La figura 1.1 ilustra la convención de ejes utilizados para asignar coordenadas en una imagen .

Una Imagen Digital es una imagen $f(x,y)$ que ha sido discretizada en las coordenadas espaciales y en la intensidad. Podemos considerar una imagen digital como una matriz cuyos índices de renglones x , columnas y , identifican un punto en la imagen. El valor correspondiente de la entrada en la matriz

corresponde al nivel de gris o intensidad en ese punto.
Los elementos de tal matriz son llamados Elementos de imagen o Pixels (picture elements)

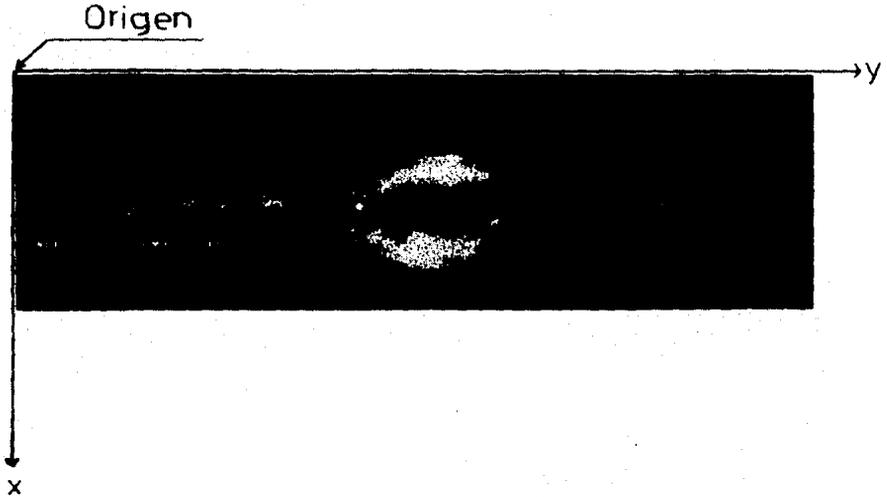


Figura 1.1 Convención de ejes utilizados para la representación de imágenes digitales.

Un ejemplo familiar de imágenes digitales, son las que observamos por los televisores, algunas de ellas son matrices de 512 x 512 con 128 tonos de intensidad.

I.2. Elementos de un sistema de procesamiento digital de imágenes.

Las componentes básicas de un sistema de procesamiento de imágenes, se muestran en la figura 1.2.

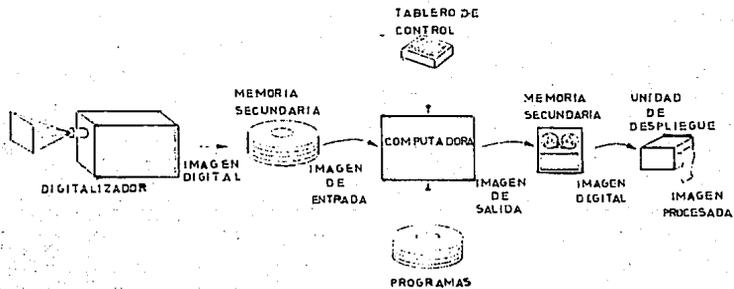


Fig.1.2. Elementos de un sistema de procesamiento digital de imágenes.

La operación de tal sistema puede dividirse en 3 categorías principales:

- a) Digitalización.
- b) Procesado.
- c) Despliegue.

I.2.1.DIGITALIZADORES.

Un digitalizador es un aparato que convierte una imagen, de una fotografía, un negativo fotográfico, una escena natural etc.; en una representación numérica apropiada para la entrada de una computadora digital.

Entre los dispositivos más comunmente usados tenemos:

- a) Los microdensitómetros.
- b) Los rastreadores de puntos luminosos (flying spot scanners)
- c) Los disectores de imagen.
- d) Los digitalizadores de cámaras de televisión.

Los primeros dos dispositivos requieren que la imagen que va a ser digitalizada, esté en la forma de una transparencia (p.ej. en un negativo fotográfico) o fotografía.

Los disectores de imagen y las cámaras de televisión pueden tomar imágenes en esta forma, pero tienen la ventaja adicional de ser capaces de digitalizar imágenes "naturales", que tengan suficiente intensidad para impresionar el detector.

En el microdensitómetro la transparencia o fotografía se coloca en una superficie plana, la cual es recorrida por un haz de luz en forma ordenada. En el caso de las transparencias el haz pasa a través de ellas y en las fotografías se refleja. En ambos casos el haz resultante es enfocado en un fotodetector y el nivel de gris o tono en cada punto de la imagen es registrado basándose en la intensidad del haz. Una imagen digital es obtenida permitiendo solo valores discretos en la intensidad y en la posición.

Aunque los microdensitómetros son dispositivos lentos, son capaces de proporcionar un alto grado de precisión en las posiciones debido a la traslación mecánica usada en el proceso de digitalización.

Los rastreadores tambien operan con el principio de enfocar un haz transmitido o reflejado en un fotodetector. En este caso, sin embargo, la imagen permanece estática y la fuente de luz es un tubo de rayos catódicos en el cual un haz de electrones desviado por electroimanes, incide en una superficie de fósforo fluorescente. El haz produce un punto luminoso que se mueve en una trayectoria de inspección en la superficie fluorescente. El hecho que el haz se mueva electronicamente permite una rápida inspección. Los rastreadores son ideales para aplicaciones en que es deseable controlar el haz de inspección externamente (p.ej. al recorrer las fronteras de un objeto en una imagen). Esta flexibilidad es debida a que la posición del haz de electrones es rápida y facilmente establecida por señales de voltaje aplicadas a los electroimanes.

En los disectores, las imágenes son enfocadas directamente en la superficie fotosensitiva. La operación de disección se basa en el principio de emisión electrónica, donde la imagen incidente en la superficie fotosensitiva produce un haz de electrones, la recolección de la imagen es acompañada por el uso de electroimanes, para desviar el haz electrónico hacia la parte posterior del tubo disector, donde se encuentra una apertura la cual solo deja pasar una parte del haz y de esta forma se toma un punto de la imagen a la vez. Debido a que los materiales fotoemisores son muy inefficientes, el tiempo que se necesita para que se recolecten suficientes electrones hace de los disectores, dispositivos relativamente lentos. La mayoría de los dispositivos integran la emisión de cada punto de entrada con un intervalo de tiempo específico, antes de dar una señal que sea proporcional a la intensidad del punto. Esta capacidad de integración es benéfica en términos de la reducción de perturbaciones, haciendo de esta forma a los disectores, apropiados en las aplicaciones donde se requiere

alta precisión.

Los digitalizadores de cámaras de televisión emplean un tubo cuya operación se basa en el principio de fotoconductividad. Una imagen enfocada en la superficie del tubo produce un patrón que corresponde a la distribución de intensidad en la imagen óptica, un haz de electrones independientes, finamente enfocados recorre la superficie de la tarjeta fotoconductiva y por neutralización de cargas, crea una diferencia de potencial y produce en un colector una señal proporcional al patrón de intensidad de la entrada. Una imagen digital es obtenida discretizando la señal, así como la correspondiente posición del haz de inspección; aunque los digitalizadores de televisión son menos precisos que otros, tiene numerosas ventajas que en algunas aplicaciones compensan su relativa falta de precisión. Estos sistemas de cámaras de televisión se encuentran entre los digitalizadores más baratos del mercado y tienen la ventaja de poder observar la imagen en un monitor de televisión. Esta capacidad, que no tienen otros digitalizadores, es ideal para aplicaciones de propósito general; además emplean inspección electrónica y tubos fotoconductores, los cuales son relativamente eficientes, estos digitalizadores son más rápidos que los microdensitómetros y los disectores.

I.2.2.PROCESADORES DE IMAGENES.

Los sistemas usados para el procesamiento de imágenes varían desde los dispositivos de microprocesadores para aplicaciones especiales a sistemas de macrocomputadoras capaces de efectuar una variedad de funciones en imágenes con alta resolución.

El principal parámetro que influye la estructura del sistema de cómputo para el procesamiento de imágenes, es la transferencia de datos; como las imágenes digitalizadas en la mayoría de los casos son demasiado grandes, la clave para estructurar un sistema, reside en proveer una capacidad de almacenamiento secundario lo suficientemente grande para guardar una gran cantidad de imágenes y lo suficientemente rápida para lograr un buen procesamiento de éstas.

Los dos medios más populares de almacenamiento, son las cintas magnéticas y los discos, los cuales permiten el almacenamiento de varias imágenes por dispositivo, dependiendo de la densidad del medio y el tamaño de las imágenes. Generalmente las cintas magnéticas son usadas para el almacenamiento de archivos y los discos son usados durante el procesado para aumentar la velocidad de transferencia de datos.

I. 2.3. Dispositivos de despliegue.

La función de la unidad de despliegue en el sistema, es la de convertir la representación matricial de la imagen en una forma apropiada para la interpretación humana.

En los sistemas de tubos de rayos catódicos las posiciones horizontal y vertical de cada elemento en la matriz son convertidos en voltajes, los cuales son usados para desviar el haz electrónico en dos dimensiones, produciendo la imagen. En cada punto donde llegó el haz después de desviado, la intensidad del haz se regula por un voltaje que es proporcional al valor numérico de la correspondiente entrada en la matriz, el voltaje varía de cero para los puntos que corresponden al negro hasta un máximo valor para los puntos que corresponden al blanco. El resultado de esto es registrado por una cámara fotográfica enfocada en la cara del tubo.

Algunos sistemas usan un tubo de fósforo de alta persistencia que permite observar la imagen completa después de que el recorrido del haz ha terminado. Las imágenes grabadas por procesos fotográficos pueden ser de excelente calidad; sin embargo las mismas imágenes aparecen con tonalidad pobre cuando se observan por un tubo de alta persistencia. (El nombre de alta persistencia, significa que permanece iluminado por más tiempo una vez que ha pasado el haz electrónico).

Los sistemas que usan dispositivos de televisión, convierten la imagen en memoria, a una forma apropiada para un monitor de televisión, en estos sistemas se observan mejor los tonos; su desventaja es que la misma imagen debe recorrerse al menos 30 veces por segundo para evitar discontinuidades en la

percepción:

Como la mayoría de las computadoras no transfieren datos a esta velocidad, el principal problema en diseñar estos sistemas, es proveer un medio de almacenamiento intermedio para transmitir de ahí los datos a la velocidad requerida. La mayoría de los sistemas resuelven esto en dos formas:

- a) Una forma es usar una memoria rápida de estado sólido para almacenar toda una imagen. La pantalla es recorrida 30 veces por segundo, mediante el acceso a la memoria y convirtiendo la información binaria en una señal analógica, mediante circuitos condicionales y convertidores rápidos de digital a analógico.
- b) El otro método es almacenar la imagen en un disco de alta densidad; por ejemplo: Una imagen de $N \times N$ con 2^n posibles intensidades requiere n pistas, cada una conteniendo $N \times N$ bits. La necesaria velocidad de transferencia se consigue mediante una rotación del disco con n cabezas lectoras. Para cualquier posición del disco, la información binaria en todas las n cabezas lectoras se combina para producir un voltaje proporcional al nivel de gris o tono de un sólo pixel en la imagen. Conforme el disco rota, una señal análoga es creada condicionando estos niveles de voltaje.

En ambas soluciones la señal análoga que sale de los convertidores se dirige al monitor de televisión.

Los dispositivos de despliegue para impresión son útiles principalmente para obtener imágenes con baja resolución. Una forma de generar imágenes de varios tonos en una impresora de línea, es controlando el nivel de gris de cada punto, por el

número y la densidad de los caracteres sobre impresos en cada punto. Seleccionando apropiadamente el conjunto de caracteres es posible obtener buenas distribuciones de los tonos.

Otras formas de grabar en papel una imagen, incluyen dispositivos con papel sensible al calor, y sistemas de dispersión.

1.3. Discretización de las coordenadas y de la intensidad

Para ser procesada por computadora, una función de imagen $f(x,y)$ debe ser digitalizada o discretizada en su dominio y en su imagen.

Supongamos que una imagen continua $f(x,y)$ es aproximada por puntos igualmente espaciados, arreglados como una matriz de $N \times N$ como se muestra en la ecuación (1.3.1)

$$f(x,y) \cong \begin{bmatrix} f(0,0) & f(0,1) & \dots & f(0,N-1) \\ f(1,0) & f(1,1) & \dots & f(1,N-1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ f(N-1,0) & f(N-1,1) & \dots & f(N-1,N-1) \end{bmatrix} \quad (1.3.1)$$

El miembro derecho representa lo que es comunmente llamado una imagen digital, mientras que cada elemento de la

matriz se conoce como un elemento de imagen. (pixel). El proceso de digitalización descrito requiere, una decisión en el valor N del tamaño de la matriz, así como el número de niveles de gris permitidos a cada pixel. Comúnmente estas cantidades son potencias de dos; esto es:

$$N = 2^n \quad (1.3.2)$$

$$G = 2^m \quad (1.3.3)$$

La letra G se refiere al número de niveles de gris en la imagen, los cuales se encuentran igualmente espaciados en la escala de intensidades. Usando las ecuaciones (1.3.2) y (1.3.3) se deduce que el número b de bits requeridos para almacenar una imagen digital esta dado por

$$b = N \times N \times m \quad (1.3.4)$$

Por ejemplo, una imagen de 128 x 128 con 64 niveles de gris, requiere 98,304 bits de memoria. La tabla 1.3.1 resume los valores de b para algunos valores de N y m más frecuentemente utilizados. Debido a que el miembro derecho en (1.3.1) es una aproximación a una imagen continua, una pregunta es :

¿Cuál es el tamaño de la matriz requerido, y cuantos niveles de gris son necesarios para obtener una buena aproximación?

La respuesta, es que la apreciación de las imagenes, es algo subjetivo, depende de la persona; sin embargo se han realizado estudios estadísticos sobre la calidad de las imagenes (c.f Bibliografía #3) con conceptos como los de isopreferencia y la

conclusión es que teniendo en cuenta, además la minimización de los requerimientos de memoria, las matrices de gran tamaño con pocos niveles de gris son lo mejor. Esto nos indica que debemos dar preferencia al tamaño de la matriz, en vez del número de niveles de gris; claro que mientras mayor sea la matriz y el número de niveles de gris que podamos usar, obtendremos una mejor aproximación de la imagen.

N	1	2	3	4	5	6	7	8
32	1,024	2,048	3,072	4,096	5,120	6,144	7,168	8,192
64	4,096	8,192	12,288	16,384	20,480	24,576	28,672	32,768
128	16,384	32,768	49,152	65,536	81,920	98,304	114,688	131,072
256	65,536	131,072	196,608	262,144	327,680	393,216	458,752	524,288
512	262,144	524,288	786,432	1,048,576	1,310,720	1,572,864	1,835,008	2,097,152

Tabla 1.3.1 Número de bits requeridos para varios valores de N y m .

Notemos además que la ecuación (1.3.4) nos muestra, que el almacenamiento requerido y consecuentemente los tiempos de proceso, se incrementan rápidamente en función de N y m .

En la tabla 1.3.2 tenemos el número mínimo de bytes (8 bits) necesarios para varios valores de N y m , cuando no se permite dividir la información de un pixel en 2 bytes, ya que esto no es deseable desde el punto de vista de la programación; por ejemplo, si $m = 5$ se supone que solo un pixel esta almacenado en un byte, aunque esto deja 3 bits sin usar.

$N \backslash m$	1	2	3	4	5	6	7	8
32	128	256	512	512	1,024	1,024	1,024	1,024
64	512	1,024	2,048	2,048	4,096	4,096	4,096	4,096
128	2,048	4,096	8,192	8,192	16,384	16,384	16,384	16,384
256	8,192	16,384	32,768	32,768	65,536	65,536	65,536	65,536
512	32,768	65,536	131,072	131,072	262,144	262,144	262,144	262,144

Tabla 1.3.2. Número de bytes requeridos para varios valores de N y m.

En vista de las anteriores observaciones es de interés considerar el efecto que las variaciones de N y m producen en la calidad de la imagen.

La fig. 1.3 muestra el efecto de reducir el tamaño de la matriz que aproxima la imagen, en (a) tenemos la representación de una máscara azteca con una matriz de 117x147 y 128 tonos de gris, las otras imágenes resultan al desplegar en una área mayor. (lo que se trata de hacer notar, es que mientras más grande sea la matriz de aproximación y más cercano a la unidad la razón entre el número de pixels en el área de despliegue y el número de entradas en la matriz, mejor será la calidad de la imagen).

La fig. 1.4 ilustra como cambia una imagen al variar el número de niveles de gris, permaneciendo constante el tamaño de la matriz. En este caso tenemos una imagen digital de los huesos de la cabeza de 128x128 pixels y 2,64, y 128 niveles de gris respectivamente en (a), (b) y (c).

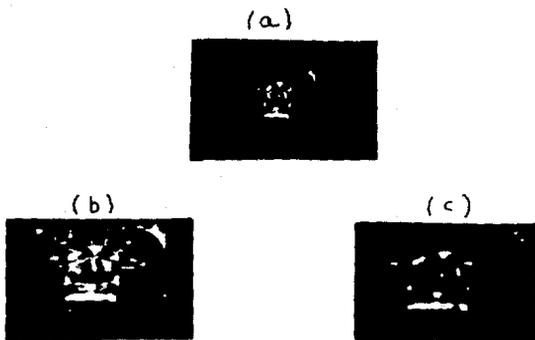


Fig.1.3.Efecto de reducir el tamaño de la matriz de aproximación.

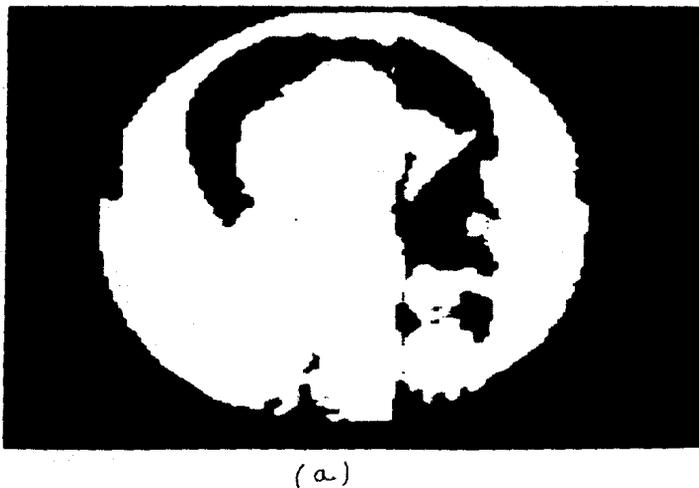


Fig.1.4.Una imagen de 128x128 desplegada en (a) 2 tonos .

(b)



(c)

Fig.1.4. Una imagen de 128x128 desplegada en (b) 64 tonos y (c) 128 tonos de gris.

I.4. Clasificación de las técnicas del procesamiento de imágenes.

Las técnicas para el procesamiento de imágenes pueden dividirse en 4 categorías principales:

- (1) Digitalización de la imagen.
- (2) Mejoramiento de la imagen y recuperación.
- (3) Codificación de la imagen.
- (4) Segmentación y representación de imágenes.

El problema de la digitalización es el de convertir la intensidad y las posiciones espaciales en componentes discretos.

Las técnicas de mejoramiento y recuperación tratan de los procesos a efectuar para conseguir una mejor interpretación por parte de un humano o una máquina. El sistema presentado en este trabajo, trata principalmente de técnicas de mejoramiento.

Los procesos de codificación son usados para reducir el número de bits en una imagen digital, esto es muy importante para minimizar el espacio de almacenamiento requerido y aumentar la velocidad de transmisión de datos.

Las técnicas de segmentación y representación se refieren a la descomposición de una imagen en un conjunto de partes más simples y su conjugación en una manera significativa. Aplicaciones de esto último se encuentra en el desarrollo de procesamiento de imágenes autónomo y sistemas de reconocimiento.

C A P I T U L O S E G U N D O

PROCESAMIENTO DE IMAGENES

II.1. Metodología básica.

En este capítulo consideraremos las técnicas de mejoramiento que nos ayudan a interpretar las imágenes. El tratamiento particular depende de la aplicación; así por ejemplo, un método que sea útil para mejorar imágenes de rayos X, no necesariamente es el mejor para tratar imágenes de Marte transmitidas por una nave espacial.

Las técnicas de mejoramiento pueden dividirse en:

- 1.- Técnicas en el dominio espacial.
- 2.- Técnicas en el dominio de frecuencias.

Las técnicas en el dominio espacial, se refieren al plano de la imagen directamente y su aplicación se basa en la manipulación directa de los pixels de la imagen.

Las técnicas en el dominio de frecuencias, hacen uso de diversas transformaciones, principalmente la transformada de Fourier.

Muchos procesos que se realizan con las imágenes, requieren directa o indirectamente el uso de la transformada de Fourier; sin embargo en el procesamiento se usan además muchas otras como son las transformadas de Walsh, Hadamard, coseno discreto y la de Hotelling. El procesamiento de imágenes se auxilia de diversas ramas de la Matemática como son: el Álgebra, Análisis Matemático, Geometría, etc., para describir y conocer

cualitativa y cuantitativamente las imágenes digitales. Ya que las Matemáticas son útiles para modelar situaciones, medir cantidades y predecir con cierto grado de aproximación.

En este trabajo usaremos técnicas en el dominio espacial y de frecuencias. La transformada de Fourier es muy usada, dado que presenta diversas características útiles como son:

- 1.- La magnitud de la transformada de Fourier, llamada espectro contiene información cualitativa y cuantitativa de la imagen.
- 2.- En una forma ordenada y relativamente sencilla la modificación del espectro permite resaltar una u otra característica de las imágenes.
- 3.- Se disponen de algoritmos mejorados, que permiten hacer los cálculos por computadora.

Existen tratados completos sobre la transformada de Fourier, la cual se define en los casos unidimensional y bidimensional con funciones continuas y discretas. (c.f. Bibliografía #2). En la presente exposición, debido a que es más apropiada para el tratamiento de las imágenes, consideraremos la transformada de Fourier bidimensional discreta, que se define para una función $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{C}$ por

$$F(u, v) = \frac{1}{MN} \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} f(x, y) \exp[-i2\pi (ux/M + vy/N)]$$

para $u = 0, 1, \dots, M-1$ y $v = 0, 1, \dots, N-1$.

Al dominio de la transformada de Fourier se le llama dominio

de frecuencias. El fundamento de las técnicas en el dominio de frecuencias es el teorema de convolución (c.f. Bibliografía #2 #3 y #4), el cual adaptado a nuestro propósito se describiría como:

Sea $g(x,y)$ una imagen formada por la convolución de una imagen $f(x,y)$ y un operador invariante ante la posición, esto es

$$g(x,y) = h(x,y) * f(x,y) \quad (2.1.1)$$

(Un operador invariante ante la posición es aquel cuyo resultado depende solo del valor de $F(x,y)$, en un punto dado de la imagen y no en la posición del punto) en el dominio de frecuencias tenemos la siguiente relación

$$G(u,v) = H(u,v)F(u,v) \quad (2.1.2)$$

Por ejemplo, los bordes en $f(x,y)$ pueden acentuarse usando una función $H(u,v)$ que haga énfasis en las componentes de altas frecuencias de $F(u,v)$.

Las técnicas en el dominio espacial están basadas en funciones aplicadas a los niveles de gris, donde el tipo de función depende del criterio elegido para mejorar la imagen.
(c.f.II.2.1)

II.2. Mejoramiento de imágenes por modificación del histograma.

Los procesos de modificación del histograma, corresponden a las técnicas en el dominio espacial. Un histograma de los niveles de gris provee una descripción en conjunto de la apariencia de una imagen. Los métodos discutidos en esta sección llevan a cabo el mejoramiento modificando el histograma de una imagen en una forma específica. El tipo y el grado de mejoramiento obtenido está en función del histograma.

II.2.1. Fundamentos.

Supongamos que la variable r representa el nivel de gris en la imagen a ser mejorada. Por simplicidad, se supondrá en la siguiente discusión que los valores de los pixels han sido normalizados de forma que se encuentren en el rango

$$0 \leq r \leq 1 \quad (2.2.1)$$

donde $r = 0$ representa negro y $r = 1$, blanco en la escala de grises. Para cualquier r en el intervalo $[0, 1]$ la atención se centrará en las transformaciones de la forma

$$s = T(r) \quad (2.2.2)$$

que producen un nivel s para cada pixel r en la imagen original. Se supone que la función de transformación dada por la ecuación (2.2.2) satisface las condiciones:

a) $T(r)$ es univaluada y monótona creciente en el intervalo

$0 \leq r \leq 1$.

b) $0 \leq T(r) \leq 1$ para $0 \leq r \leq 1$.

La condición (a). Preserva el orden de negro a blanco en la escala, mientras que la condición (b). Garantiza que el mapeo es consistente con el rango permitido a los valores de los pixels. Una función de transformación satisfaciendo estas condiciones se ilustra en la fig.2.1.

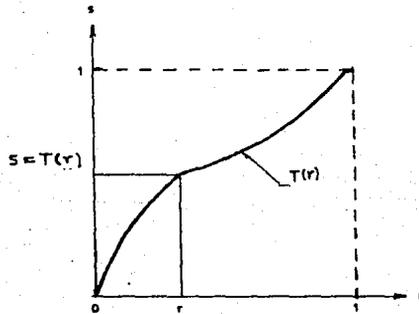


Fig.2.1. Una función de transformación de niveles de gris.

La transformada inversa de s a r se denotará por

$$r = T^{-1}(s) \quad 0 \leq s \leq 1 \quad (2.2.3)$$

donde se supone que $T^{-1}(s)$ también satisface las condiciones a) y b) con respecto a la variable s . Si las variables son continuas, los niveles originales y transformados pueden ser caracterizados por sus funciones de densidad de probabilidad $p_r(r)$ y $p_s(s)$ respectivamente. Pueden conocerse muchas caracte-

rísticas generales de una imagen a partir de la función de densidad de sus niveles de gris. Por ejemplo, una imagen cuyos niveles de gris tienen una función de densidad como la que se muestra en la figura 2.2 (a), aparecería oscura ya que la mayoría de sus niveles de gris están en la región de menor luminosidad de la escala.

Por otra parte una imagen cuyos niveles de gris tengan una función de densidad como la mostrada en la fig.2.2(b), presentaría predominantemente tonos claros porque la mayoría de sus pixels lo son.

Se sigue de probabilidad elemental que si $p(r)$ y $T(r)$ son conocidos y $T(s)$ satisface la condición (a), entonces la función de densidad de probabilidad de los niveles de gris transformados está dada por la relación

$$P(s) = \left[p(r) \frac{dr}{ds} \right]_{r=T(s)} \quad (2.2.4)$$

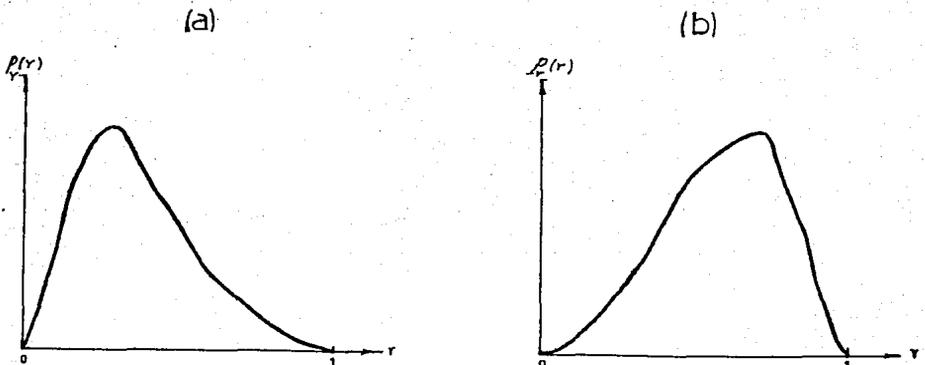


Fig.2.2. Funciones de densidad de probabilidad de los niveles

de gris de (a) una imagen oscura y (b) una imagen clara.

Las siguientes técnicas de mejoramiento se basan en la modificación de la apariencia de una imagen, controlando la función de densidad de probabilidad de sus niveles de gris, a través de la función de transformación $T(r)$.

II.2.2. Igualación de histograma.

Esta técnica es útil cuando la imagen presenta poco contraste (las intensidades se encuentran casi en un mismo tono) y no se distinguen los diferentes elementos que aparecen en ella. Lo que se logra con su aplicación es aumentar el contraste de zonas en la misma imagen, resultando en una mejor percepción y notando estructuras antes escondidas.

Ejemplos de su aplicación se encuentran en catálisis en el estudio de la distribución de los elementos en los catalizadores. Esto es, se obtienen imágenes del catalizador mediante microscopio electrónico (esto ya da mucha información) de aquí se digitalizan estas imágenes y posteriormente con el proceso de igualación de histograma en muestras de casi un solo tono, puede llegar a distinguirse como es la unión de dos elementos.

Otro ejemplo de su utilidad es en la recuperación de los objetos tomados con poca luz; también permite mejorar radiografías con poco contraste. Estas características de la igualación de histograma, derivan de la definición (2.2.5), la integral de una función de densidad de probabilidad de una imagen y tomando en cuenta como es la gráfica de una función de densidad de probabilidad, para una imagen clara y una oscura (fig.2.2) se obtendrá una mejor comprensión de sus efectos.

Consideremos la función de transformación

$$s = T(r) = \int_0^r p_r(w) dw \quad 0 \leq r \leq 1 \quad (2.2.5)$$

en donde w es una variable de integración. El miembro derecho de la ecuación (2.2.5) es llamado función de distribución acumulativa de r . (FDA).

Las dos condiciones impuestas en la sección anterior son cumplidas por la función de transformación, ya que es monótona creciente en $[0,1]$. De la ecuación (2.2.5) tenemos que la derivada de s con respecto a r esta dada por

$$\frac{ds}{dr} = p_r(r) \quad (2.2.6)$$

substituyendo $\frac{dr}{ds}$ en la ecuación (2.2.4) obtenemos

$$\begin{aligned} p(s) &= \left[p_r(r) \frac{1}{p_r(r)} \right]_{r=T^{-1}(s)} \\ &= 1 \quad 0 \leq s \leq 1 \end{aligned} \quad (2.2.7)$$

una densidad uniforme en el intervalo de definición de la variable transformada s . Este resultado es independiente de la función de transformación inversa. Esto es importante porque no es siempre posible obtener $T(s)$ analíticamente.

Una conclusión del desarrollo es que usando una función de transformación igual a la distribución acumulativa de r , nos producirá una imagen cuyos niveles de gris tendrán densidad uniforme.

Para ser útiles en el procesamiento de imágenes los conceptos desarrollados deben ser formulados en forma discreta. Para niveles de gris que asumen valores discretos, trataremos con probabilidades dadas por la relación

$$P(r_k) = n_k/n \quad \begin{matrix} 0 \leq r_k \leq 1 \\ k = 0, 1, \dots, L-1 \end{matrix} \quad (2.2.8)$$

donde L es el número de niveles, $p(r_k)$ es la probabilidad del k -ésimo nivel de gris, n_k es el número de veces que este nivel aparece en la imagen y n es el número total de pixels en la imagen. Una gráfica de $p(r_k)$ y r_k es usualmente llamada un histograma y la técnica usada para obtener un histograma uniforme es llamada igualación de histograma o linealización del histograma.

La forma discreta de la ecuación (2.2.5) está dada por la relación

$$\begin{aligned} s_x &= T(r_k) = \sum_{j=0}^K n_j/n \\ &= \sum_{j=0}^K P_r(r_j) \quad \begin{matrix} 0 \leq r_x \leq 1 \\ k = 0, 1, \dots, L-1 \end{matrix} \end{aligned} \quad (2.2.9)$$

La transformada inversa se indica por

$$r_k = T^{-1}(s_k) \quad 0 \leq s_k \leq 1 \quad (2.2.10)$$

donde $T(r_k)$ y $T^{-1}(s_k)$ se supone satisfacen las condiciones (a) y (b) de la sección precedente. Se observa que la función de transformación $T(r_k)$ puede ser calculada directamente de la imagen utilizando la ecuación (2.2.9).

Ejemplo:

Supongamos que una imagen de 64 x 64, en 8 niveles de gris tiene la distribución de niveles de gris, dada en la tabla 2.1.

r_k	n_k	$p_k(r_k) = n_k/n$
$r_0 = 0$	790	0.19
$r_1 = 1/7$	1023	0.25
$r_2 = 2/7$	850	0.21
$r_3 = 3/7$	656	0.16
$r_4 = 4/7$	329	0.08
$r_5 = 5/7$	245	0.06
$r_6 = 6/7$	122	0.03
$r_7 = 1$	81	0.02

Tabla 2.1.

El histograma de estos niveles de gris se muestra en la fig.2.3. La función de transformación se obtiene usando la ecuación (2.2.9) de ahí que

$$\begin{aligned} s_0 &= T(r_0) = \sum_{j=0}^0 p_j(r_j) \\ &= p_0(r_0) \\ &= 0.19 \end{aligned}$$

en forma similar se puede calcular

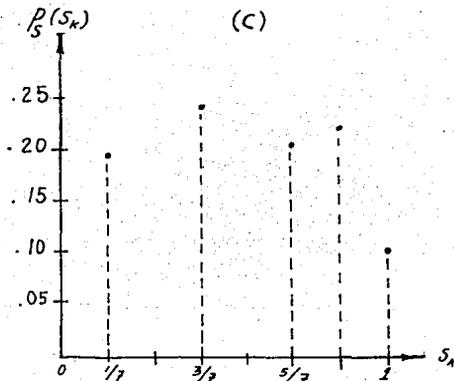
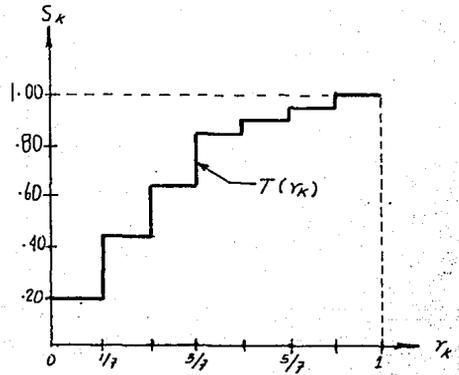
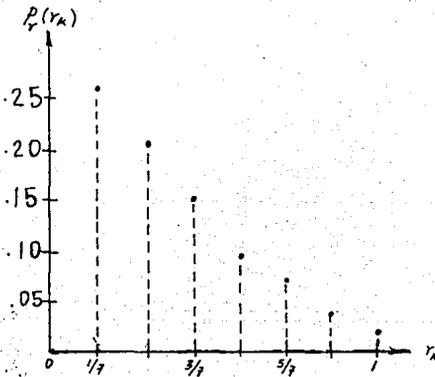
$$\begin{aligned} s_1 &= T(r_1) = \sum_{j=0}^1 p_j(r_j) \\ &= p_0(r_0) + p_1(r_1) \\ &= 0.44 \end{aligned}$$

$s_2 = 0.65$
 $s_3 = 0.81$
 $s_4 = 0.89$

$s_5 = 0.95$
 $s_6 = 0.98$
 $s_7 = 1.00$

(a)

(b)



(c)

Fig. 2.3. Ilustración del método de igualación de histograma (a) HTS-

tograma original. (b)Función de transformación.(c)Histograma resultante.

La función de transformación tiene la forma escalonada mostrada en la fig.2.4(b). Como solo 8 niveles igualmente espaciados se permiten en este caso,cada uno de los valores transformados debe asignarse a su nivel válido más cercano.

Así tenemos

$$s_0 = 1/7$$

$$s_1 = 3/7$$

$$s_2 = 5/7$$

$$s_3 = 6/7$$

$$s_4 = 6/7$$

$$s_5 = 1$$

$$s_6 = 1$$

$$s_7 = 1$$

notamos que solo hay 5 niveles distintos, redefiniendo la notación para tomar esto en cuenta tenemos

$$s_0 = 1/7$$

$$s_1 = 3/7$$

$$s_2 = 5/7$$

$$s_3 = 6/7$$

$$s_4 = 1$$

como $r_0 = 0$ fué mapeado a $s_0 = 1/7$ hay 790 pixels transformados a este nuevo valor, tambien hay 1023 pixels con valor $s_1 = 3/7$ y 850 pixels con el valor $s_2 = 5/7$.

Sin embargo, como los niveles r_3 y r_4 fueron mapeados a $s_3 = 6/7$ hay ahora $656 + 329 = 985$ pixels con este nuevo valor. Similarmente tenemos $245 + 122 + 81 = 448$ pixels con el valor $s_4 = 1$.

Dividiendo estos números por $n = 4096$ obtenemos el histograma mostrado en la figura 2.3(c).

II.3. Procesos para homogeneizar imágenes.

Entendemos por homogeneizar, disminuir la diferencia de intensidades entre un pixel y sus vecinos. Diferenciar sería lo opuesto, o sea incrementar las diferencias de intensidades entre un pixel y sus vecinos. Los diferentes métodos varían en la forma y en el grado que modifican estas diferencias, pero la idea es común. En este caso la homogeneización puede lograrse con métodos de técnicas en el dominio espacial y de frecuencias, veremos procesos en ambas categorías.

II.3.1. Promedio de vecindades.

El promedio de vecindades es un método que opera en el dominio espacial. La utilidad de este proceso se encuentra cuando la imagen presenta puntos o regiones muy pequeños que contrastan con su alrededor y se desea quitar, también logra la concentración de los pixels en regiones de la misma intensidad y permite hacer más regular los contornos. Por ejemplo: En imágenes de objetos metálicos que presentaran reflexiones en su superficie, mediante el promedio de vecindades las quitaríamos. Otro uso podría ser en imágenes de poblaciones de microbios, o de nubosidades en la atmósfera, al procesarlas podríamos determinar más fácilmente las regiones de mayor concentración.

Dada una imagen $f(x,y)$ de $N \times N$ el proceso consiste en generar una imagen más regular $g(x,y)$, cuyos niveles de gris en cada punto (x,y) sean obtenidos promediando intensidades de los pixels de f contenidos en una vecindad predefinida de (x,y) . En otros términos, la imagen homogénea es calculada usando la

ecuación:

$$g(x,y) = 1/M \sum_{(n,m) \in S} f(n,m) \quad (2.3.1)$$

para $x,y = 0,1,\dots,N-1$.

S es el conjunto de coordenadas de puntos en la vecindad de (x,y) que no incluyen a (x,y) y M es el número total de puntos definidos en S. Por ejemplo, el conjunto de vecinos de (x,y) que distan una unidad de distancia es:

$$S = \{(x,y+1), (x,y-1), (x+1,y), (x-1,y)\}$$

La figura 2.4 muestra una forma de extraer vecindades de una imagen. La vecindad de un punto esta definida en este caso como el conjunto de puntos en un círculo de centro en (x,y) y un radio r .

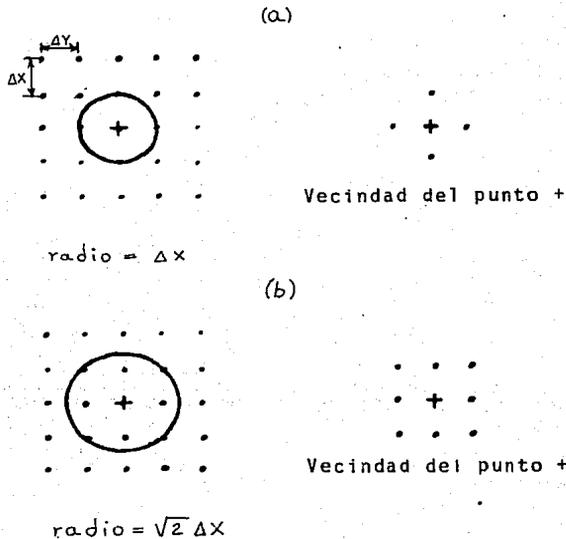


Fig.2.4 Extracción de vecindades simétricas de una imagen digital.

En la figura 2.4(a) y (b) usamos radios iguales a Δx y $\sqrt{2}\Delta x$ respectivamente. Se observa que esta forma de tomar vecindades nos da vecindades simétricas excepto sobre o cerca de los extremos de la imagen. A los puntos en estas regiones pueden asociarse sus vecindades parciales.

Una ligera modificación del proceso descrito es agregar una condición de cambios en las intensidades, esto es calcular la imagen promedio mediante la fórmula

$$g(x,y) = \begin{cases} 1/M \sum_{(m,n) \in S} f(m,n) & \text{si } |f(x,y) - 1/M \sum_{(m,n) \in S} f(m,n)| > T \\ f(x,y) & \text{en caso contrario} \end{cases} \quad (2.3.2)$$

donde $T > 0$ es elegida, de forma que aquellos puntos, cuya diferencia de sus valores promedio no exceda T permanezcan sin cambio.

II.3.2. Filtros de paso de frecuencias bajas.

Todos los procesos presentados en la sección II.3.2 corresponden a técnicas en el dominio de frecuencias. Los diferentes filtros de paso de frecuencias bajas que se describen permiten homogeneizar las imágenes, pero a diferencia del proceso de promedio de vecindades, estos procesos son "globales" y no "locales" ya que todos los pixels de la imagen intervienen. Esto se debe a que para calcular la transformada de Fourier se usa toda la imagen. La forma en que se logra la homogeneización consiste en ir dando "forma" a la energía luminosa. Si se obtiene el espectro de Fourier de una imagen se observará un punto muy luminoso y dos rectas perpendiculares que se cortan. Centrando circunferencias de radios cada vez mayores, conseguiremos abarcar cada vez más un mayor porcentaje de la energía luminosa proveniente de la imagen. En los filtros de paso de frecuencias bajas, la energía que pasa para ir configurando la imagen es directamente proporcional a la magnitud

de la frecuencia de corte. El uso de los procesos de filtrado lo encontramos en el análisis de la estructura de cristales y catalizadores. Por ejemplo en algunos casos se logran obtener las formas geométricas de la red de la muestra. En la práctica los filtros aquí mencionados se centran no solo en el punto más luminoso que aparece, sino también puede centrarse en otro punto diferente, así como en el punto que siga en intensidad luminosa al principal. (El fundamento de esto es la relación entre una imagen, su espectro y las estructuras periódicas).

Los contornos y los puntos donde hay grandes cambios de intensidad en una imagen, contribuyen en alto grado a los componentes de frecuencias altas de la transformada de Fourier. De aquí que una imagen más regular u homogénea puede obtenerse usando el dominio de frecuencias, si se atenda un rango específico de las componentes de frecuencias altas en la transformada de una imagen dada. De la ecuación (2.1.2) tenemos que el problema es seleccionar una función $H(u,v)$ que dé $G(u,v)$, mediante la atenuación de las componentes de frecuencias altas de $F(u,v)$. La transformada inversa de $G(u,v)$ nos dará la imagen homogeneizada $g(x,y)$, debido a que las componentes de frecuencias altas son "filtradas" o anuladas y la información en el rango de frecuencias bajas se deja pasar sin atenuación, este método se conoce como filtro de paso de frecuencias bajas.

La función $H(u,v)$ se llama función de transferencia del filtro. Existen diversas maneras de dejar pasar las frecuencias bajas, algunas de ellas las veremos a continuación. En todos los casos los filtros afectarán la parte real e imaginaria de la transformada de Fourier en la misma forma. Estos filtros se llaman de traslación de fase-cero porque no alteran la fase de la transformada de Fourier.

II.3.2.1. Filtro ideal.

Un filtro ideal de paso de frecuencias bajas (FIPB) es aquel cuya función de transferencia satisface la ecuación

$$H(u,v) = \begin{cases} 1 & \text{si } D(u,v) \leq d_0 \\ 0 & \text{si } D(u,v) > d_0 \end{cases} \quad (2.3.3)$$

donde $d_0 \geq 0$ y $D(u,v)$ es la distancia de un punto (u,v) , a el origen del plano de frecuencias, esto es

$$D(u,v) = \left\{ u^2 + v^2 \right\}^{1/2} \quad (2.3.4)$$

una gráfica de $H(u,v)$ se muestra en la fig.2.5(a). El nombre de filtro ideal proviene del hecho de que todas las frecuencias adentro de un círculo de radio d_0 son pasadas sin alteración, mientras que todas las frecuencias afuera del círculo son anuladas. Las gráficas de todos los filtros aquí considerados son superficies de revolución, simétricas respecto al origen, de donde pueden especificarse mediante una curva generatriz.

Debe notarse que la especificación de filtros radialmente simétricos centrados en el cuadro de frecuencias de $N \times N$, supone que el origen de la transformada de Fourier ha sido colocado en el centro del cuadro. Para la sección de un filtro ideal, el punto de transición entre $H(u,v) = 1$ y $H(u,v) = 0$ es llamado frecuencia de corte. En la figura 2.5 la frecuencia de corte es d_0 . El concepto de frecuencia de corte es útil para especificar las características de un filtro y para comparar diferentes tipos de filtros.

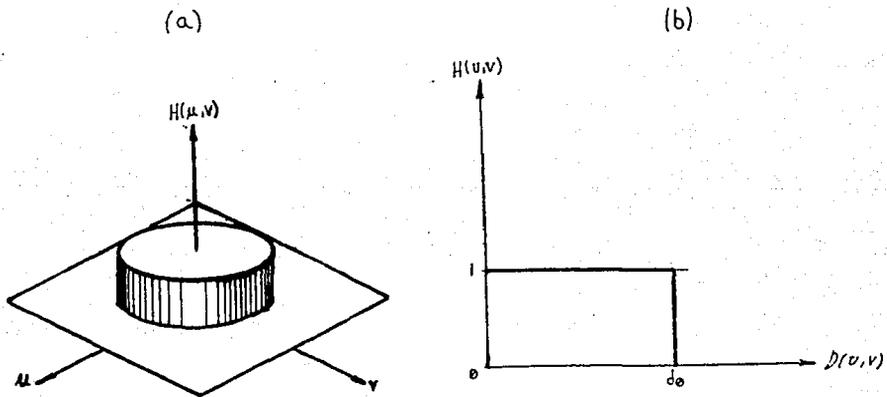


Fig.2.5 (a) Vista en perspectiva de una función de transferencia de un filtro ideal (b) Sección del filtro.

II.3.2.2. Filtro Butterworth

La función de transferencia de un filtro butterworth de paso de frecuencias bajas (FBPB) de orden n , con frecuencia

de corte d_0 a partir, está definida por la relación

$$H(u,v) = 1 / (1 + (D(u,v)/d_0)^{2n}) \quad (2.3.5)$$

donde $D(u,v)$ está dado por la ecuación (2.3.4). Una vista en perspectiva y la sección de la función de transferencia se muestran en la fig. 2.6. A diferencia del FIPB, el filtro FBPB no presenta discontinuidad, que establezca una diferencia tajante entre las frecuencias que pasan y las que se filtran.

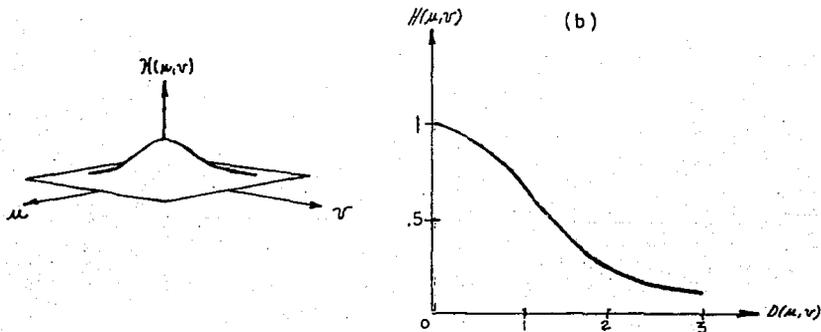


Fig.2.6 (a) Un filtro butterworth de paso de frecuencias bajas
(b) Una sección para $n = 1$.

II.3.2.3. Filtro exponencial.

El filtro exponencial de paso de frecuencias bajas (FEPB), es otro filtro con sección continua, comunmente usado en procesamiento de imágenes. El FEPB con frecuencia de corte d_0 , tiene una función de transferencia dada por la relación

$$H(u,v) = \exp(- (D(u,v)/d_0)^n) \quad (2.3.6)$$

donde $D(u,v)$ está dada por la ecuación (2.3.4) y n controla la razón de decaimiento de la función exponencial. Una vista en perspectiva y la sección del FEPB se muestran en la fig.2.7

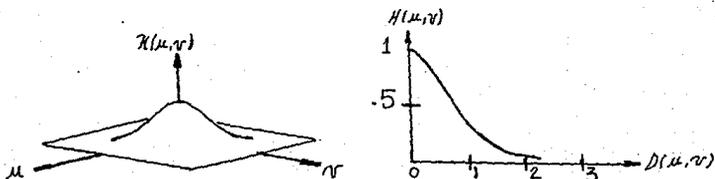


Fig.2.7 (a) Un filtro exponencial de paso de frecuencias bajas
(b) Una sección para $n = 2$.

cuando $D(u,v) = d_0$ tenemos de la ecuación (2.3.6) que $H(u,v) = 1/e$.

II.3.2.4. Filtro trapezoidal.

Un filtro trapezoidal de paso de frecuencias bajas (FTPB) es un punto intermedio entre un FIPB y un filtro con sección muy regular. El filtro puede definirse por la ecuación

$$H(u,v) = \begin{cases} 1 & \text{si } D(u,v) \leq d_0 \\ \frac{D(u,v) - d_1}{d_0 - d_1} & \text{si } d_0 \leq D(u,v) \leq d_1 \\ 0 & \text{si } D(u,v) > d_1 \end{cases} \quad (2.3.7)$$

donde $D(u,v)$ está dado por la ecuación (2.3.4), d_0 y d_1 son constantes que están sujetas a la condición $d_0 < d_1$. Una vista en perspectiva y una sección de un FTPB típico se muestra en la fig.2.8

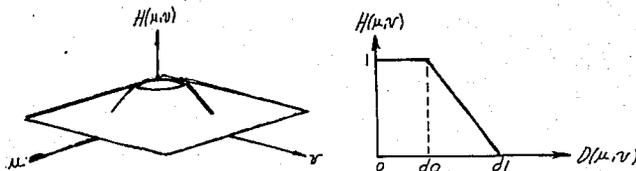


Fig.2.8 Perspectiva y sección de un filtro trapezoidal de paso de frecuencias bajas.

II.4. Énfasis en los contornos de las imágenes.

Existen métodos para el resaltamiento de los bordes de figuras en una imagen, tanto en el dominio espacial, como en el dominio de frecuencias, presentaremos métodos de ambas categorías.

II.4.1. Énfasis en los contornos por diferenciación.

Este método pertenece a las técnicas en el dominio de frecuencias y es útil para clasificar los pixels en niveles de acuerdo al cambio de intensidad de cada pixel con respecto a sus vecinos. La apariencia que presenta esta clasificación es p.ej. haciendo la luminosidad directamente proporcional al cambio de intensidad. Ejemplos de aplicación del gradiente lo tenemos en las radiografías para una mejor visualización de los diferentes órganos y huesos. También en la diferenciación de estructuras en imágenes de organismos tomadas con microscopio.

Notamos en la sección II.3.1 que el promediar los pixels en una región tiende a hacer perder los detalles en una imagen. Como el promediar puede relacionarse con la integración mediante el teorema del valor medio para integrales, podría conjeturarse que usando la derivación apropiadamente, o bien como la derivada nos dá las razones de cambio, determinando aquellos pixels donde la norma de su derivada sea más grande que un cierto valor, podríamos resaltar ciertos detalles. El método más comunmente usado para diferenciar en las aplicaciones de procesamiento de imágenes es el gradiente.

Dada una función $f(x,y)$ el gradiente de f en las coordenadas (x,y) esta definido por el vector

$$G(f(x,y)) = (\partial f / \partial x , \partial f / \partial y) \quad (2.4.1)$$

Dos propiedades importantes del gradiente son:

- 1.- El vector $G(f(x,y))$ apunta en la dirección de la máxima razón de incremento de la función $f(x,y)$.

2.- La magnitud de $G(f(x,y))$ esta dada por la ecuación

$$\text{mag}(G) = \left(\left(\frac{\partial f}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial f}{\partial y} \right)^2 \right)^{1/2} \quad (2.4.2)$$

Para una imagen digital, las derivadas se aproximan por diferencias. Una aproximación típica está dada por la ecuación

$$\text{mag}(G) \cong \left((f(x,y) - f(x+1,y))^2 + (f(x,y) - f(x,y+1))^2 \right)^{1/2} \quad (2.4.3)$$

Resultados similares pueden obtenerse usando valores absolutos como sigue

$$\text{mag}(G) \cong \left| f(x,y) - f(x+1,y) \right| + \left| f(x,y) - f(x,y+1) \right| \quad (2.4.4)$$

Esta última formulación es más fácil de implementar por computadora. En forma esquemática podríamos resumir estas dos formulaciones en la fig.2.9



Fig.2.9 Dos procedimientos para calcular un gradiente bidimensional discreto.

Para una imagen $N \times N$, estas fórmulas no se pueden aplicar en el último renglón o columna. Una forma de resolver esto, es haciendo que la magnitud del gradiente en el último renglón o columna sea igual al de su precedente.

Las aproximaciones dadas para la magnitud del gradiente, son proporcionales a la diferencia en niveles de gris entre pixels adyacentes. Así estas aproximaciones toman valores relativamente grandes para los contornos y valores pequeños en las regiones con pocos cambios de intensidad.

II.4.2. Filtros de paso de frecuencias altas.

Los procesos descritos en la sección II.4.2 pertenecen a las técnicas en el espacio de frecuencias. Estos métodos son "globales" y pueden producir efectos como los del gradiente pero en muy diversos grados, según el valor de las frecuencias de corte. Ejemplos de aplicación lo tenemos en :

- (a) Catálisis, en el estudio de la estructura de los catalizadores.
- (b) Materia condensada, en el análisis de cristales.
- (c) Medicina, para una mejor interpretación de las radiografías.

Vimos en la sección II.3.2 que una imagen puede homogeneizarse, atenuando las componentes de frecuencias altas en la transformada de Fourier; como los contornos y otros cambios bruscos en los niveles de gris están asociados con las componentes de frecuencias altas, el énfasis de los contornos puede lograrse con un filtro de paso de frecuencias altas, que atenúa las componentes de bajas frecuencias sin alterar la información de frecuencias altas en la transformada de Fourier.

Consideraremos los filtros correspondientes a los de la sección II.3.2 en su versión de paso de frecuencias altas. Los filtros considerados son de traslación de fase-cero, radialmente simétricos y quedan completamente especificados por una sección extendiéndose como una función de la distancia al origen.

Indicaremos como calcular el porcentaje de energía luminosa de una imagen, que abarca un círculo de radio r centrado en el espectro de Fourier. Su relación con lo sucesivo consiste en ser una forma de considerar el efecto de los filtros, sobre la energía luminosa emitida por una imagen. (siendo el radio r , la frecuencia de corte).

Sea R e I las partes real e imaginarias respectivamente de la transformada de Fourier de una imagen, la energía proveniente de la imagen en el punto (u,v) está dado por la ecuación

$$E(u,v) = R^2(u,v) + I^2(u,v)$$

y la energía total proveniente de la imagen E_t , se obtiene con la fórmula:

$$E_t = \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} E(u,v)$$

donde N es el tamaño de la matriz que aproxima la imagen. Suponiendo que la transformada de Fourier ha sido centrada, un círculo de radio r con origen en el centro del cuadro de frecuencias, abarca un porcentaje P de la energía, donde P se da por la fórmula:

$$P = 100 \left(\sum_u \sum_v E(u,v) / E_t \right)$$

(u,v) son los puntos en el interior de la circunferencia. Así por ejemplo un círculo de radio $(\sqrt{2})$ (128) en una imagen de 256x256 incluiría el 100% de la energía

II.4.2.1. Filtro ideal

Un filtro ideal de paso de frecuencias altas (FIPA) es uno cuya función de transferencia satisface la ecuación:

$$H(u,v) = \begin{cases} 0 & \text{si } D(u,v) \leq d_0 \\ 1 & \text{si } D(u,v) > d_0 \end{cases} \quad (2.4.5)$$

donde d_0 es la frecuencia de corte y $D(u,v)$ está dada por la ecuación (2.3.4). Una vista en perspectiva y una sección de la función FIPA se muestra en la fig.2.10

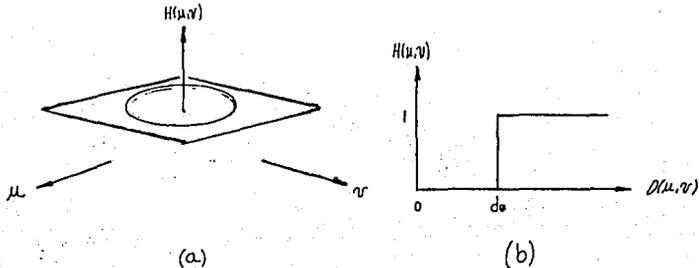


Fig.2.10 Perspectiva y sección radial del filtro ideal de paso de frecuencias altas.

Notamos que este filtro es exactamente el opuesto del filtro ideal pasa bajas, considerado en 2.3.2 ya que anula todas las frecuencias dentro de un círculo de radio d_0 , mientras que pasan sin alteración todas las frecuencias afuera de la circunferencia.

II.4.2.2. Filtro butterworth

La función de transferencia del filtro butterworth de

paso de frecuencias altas (FBPA) de orden n y con frecuencia de corte d_0 esta definida por la ecuación

$$H(u,v) = 1 / (1 + (d_0/D(u,v))^{2n}) \quad (2.4.6)$$

en donde $D(u,v)$ esta dada por la ecuación (2.3.4). Una vista en perspectiva y la sección radial del filtro se muestra en la fig.2.11.

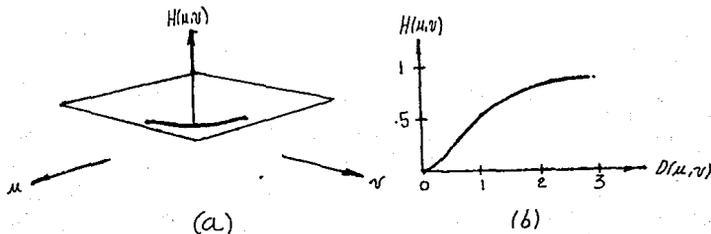


Fig.2.11 Vista en perspectiva y sección radial de un filtro butterworth de paso de frecuencias altas para $n = 1$.

II.4.2.3. Filtro exponencial

El filtro exponencial de paso de frecuencias altas con frecuencia de corte d_0 y función de transferencia dada por la ecuación

$$H(u,v) = \exp(-(d_0/D(u,v))^n) \quad (2.4.7)$$

es un filtro de sección continua, $D(u,v)$ se dá por la ecuación (2.3.4) y el parámetro n controla la razón de crecimiento de

$H(u,v)$ como una función de la distancia al origen.

Una vista en perspectiva y la sección de la función de transferencia se muestran en la fig.2.12.

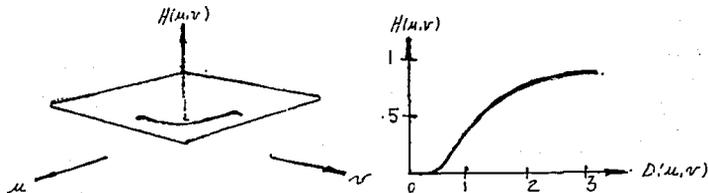


Fig.2.12 Vista en perspectiva y sección radial de un filtro exponencial de paso de frecuencias altas.

II.4.2.4. Filtro trapezoidal.

Un filtro trapezoidal de paso de frecuencias altas (FTPA) puede definirse por la ecuación

$$H(u,v) = \begin{cases} 0 & \text{si } D(u,v) < d_1 \\ \frac{D(u,v) - d_1}{d_0 - d_1} & \text{si } d_1 \leq D(u,v) \leq d_0 \\ 1 & \text{si } D(u,v) > d_0 \end{cases} \quad (2.4.8)$$

en donde $D(u,v)$ está dada por la ecuación (2.3.4), d_0 y d_1 son números que se proporcionan, y se supone $d_0 > d_1$. Una sección y vista en perspectiva de la función de transferencia se muestra en la fig.2.13

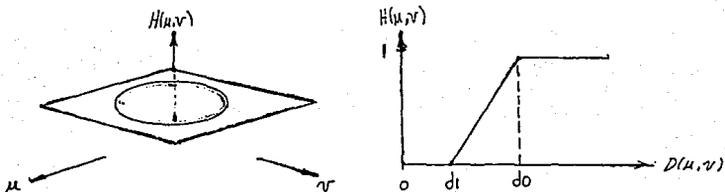


Fig. 2.13 Vista en perspectiva y sección radial de un filtro trapezoidal de paso de frecuencias altas.

II.5. Procesamiento de imágenes con pseudo-coloración.

Hasta ahora hemos hablado de métodos para procesar imágenes monocromáticas. Sin embargo existe un área del procesamiento de imágenes donde se usa pseudo-coloración en el despliegue de la imagen y para distinguir ciertas características.

Una razón para usar los colores en el procesamiento, se basa en el hecho de que el ojo humano puede distinguir miles de tonos de color, mientras que en un solo color a lo más distingue de 12 a 24 tonos.

Como una comprobación práctica, notemos la diferencia entre una imagen en un monitor monocromático y un televisor a colores. En la pseudo-coloración partimos de una imagen monocromática y el objetivo es entonces asignar un color a cada pixel basandose por ejemplo, en su intensidad.

Aún con los métodos más sencillos de pseudo-colora-

ción puede llegar a obtenerse información, que con una imagen monocromática hubiera sido difícil detectar o interpretar.

II.5.1. Partición del intervalo de intensidades.

La técnica de partición del intervalo de intensidades es uno de los ejemplos más simples de procesamiento de imágenes con pseudo-coloración. Si una imagen es vista como una función bidimensional de intensidades, el método puede interpretarse colocando planos paralelos al plano coordenado de la imagen; cada plano entonces intersecta la gráfica de la función.

En la fig.2.14 observamos un ejemplo donde un plano en $f(x,y) = q_1$ se usa para dividir la función en dos niveles. Es evidente que si un color diferente se asigna a cada lado del plano mostrado, entonces cualquier pixel cuyo nivel de gris este arriba del plano se codificará con un color, mientras que cualquier pixel abajo del plano se le asignará el otro color.

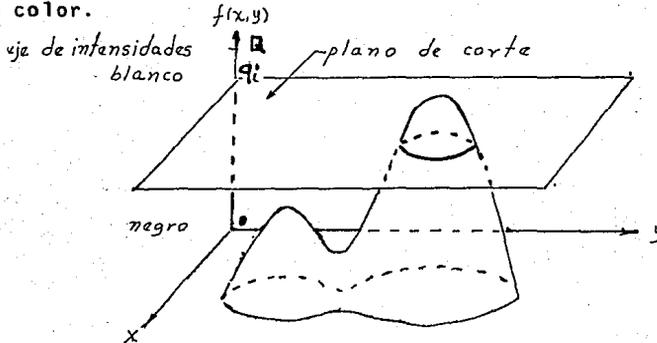


Fig.2.14 Interpretación geométrica de la técnica de partición

del intervalo de intensidades.

A los puntos que se encuentran en la intersección con el plano pueden asignarseles alguno de los dos colores. El resultado será una imagen en dos colores, cuya apariencia relativa puede controlarse moviendo el plano de corte más arriba o abajo en la escala de grises.

En general el método puede resumirse como sigue: Supongamos que M planos están definidos en los niveles $q_1, q_2, q_3, \dots, q_m$ y sea q_0 representante del negro ($f(x,y) = 0$) y q_Q representante del blanco ($f(x,y) = Q$). Entonces suponiendo que $0 < M < Q$, los M planos particionan la escala de gris en $M+1$ regiones y las asignaciones de colores se hacen de acuerdo a la ecuación

$$f(x,y) = c_k \text{ si } f(x,y) \in R_k \quad (2.5.1)$$

en donde c_k es el color asociado a la k -ésima región R_k definida por los planos. Es importante notar que la idea de planos es útil principalmente para una interpretación geométrica de la técnica de partición del intervalo de intensidades. En la fig.2.15 ilustramos graficamente la técnica.

Nota: La utilidad de la pseudo-coloración, se encuentra siempre que se quiera distinguir diferentes tonos, pues asignando colores distintos a los diferentes niveles según convenga, interpretaremos más facilmente. Ejemplos:

- a) Los diagnósticos de rayos X, del cerebro, torax, pelvis, etc. son mejores.
- b) En el estudio de la transmisión del calor, los diferentes niveles de temperatura son más distintos.

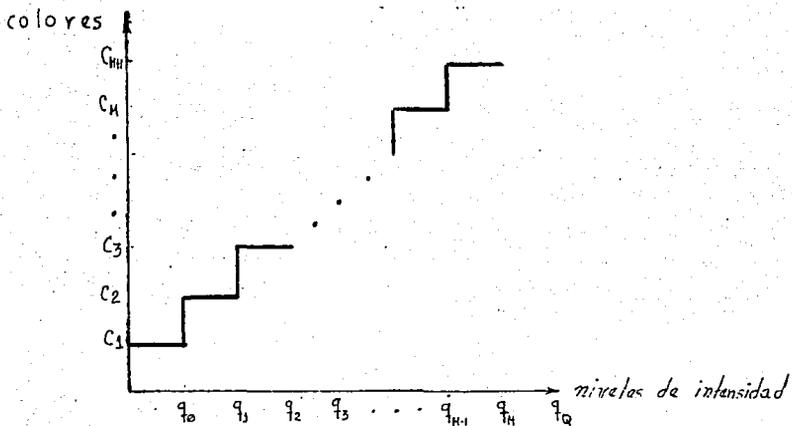


Fig.2.15 Interpretación general de la técnica de partición del intervalo de intensidades.

C A P I T U L O T E R C E R O

CARACTERISTICAS DEL SISTEMA

En este capítulo describimos los principios de diseño seguidos, las diferentes características y operaciones que pueden efectuarse con el sistema. También hacemos un análisis de los diferentes subprogramas de que se compone el sistema, desde el punto de vista de objetivo, algoritmo e interrelaciones. Terminamos indicando las limitaciones, sugiriendo mejoras y alternativas de implantación en el sistema actual.

III.1.Descripción general del sistema y principios de diseño.

Los principios de diseño seguidos de acuerdo con las recomendaciones del artículo "A human-factor style guide for program design" (c.f. Bibliografía #7) fueron:

- 1.- La técnica de refinamientos sucesivos, de forma que se va primero al ámbito teórico para llegar al práctico. Esto consiste en dar una solución general al problema, posteriormente esta se va haciendo más detallada, hasta el punto en que tenemos que elegir la representación de nuestros datos y escribiría en forma de un programa con un lenguaje de programación.
- 2.- Retroalimentación esto consiste en indicar al usuario que sus acciones al presionar algún botón han tenido un efecto (p.ej. poner un mensaje), esto es importante especialmente en los procesos que emplean varios minutos de cálculos. De

otra forma podría creer que algo se encuentra mal, presionar otros botones ocasionando fallas en el sistema.

- 3.- Determinismo y deducción entendemos esto en la forma de que las mismas acciones produzcan siempre los mismos efectos. Y si afirmamos que $p \Rightarrow q$ es verdadera, si tenemos p entonces necesariamente q ocurrirá.
- 4.- Para ayudar a que el sistema funcione de acuerdo al tercer principio de diseño, efectuamos verificación en los datos en cierta medida, es decir que aseguramos al usuario que si sus datos están en cierto conjunto universal especificado, se producirá un efecto bien determinado, eliminando así la incertidumbre. La proposición verificación en los datos, en cierta medida, significa que consultamos si los datos proporcionados pertenecen al conjunto universal especificado, suponiendo que se obtiene al menos el mismo tipo de datos. Por ejemplo:
Si $U = \{1, 2, \dots, 20\}$ es el conjunto universal para el dato a proporcionar y el usuario da un valor entero almacenable en una variable entera, entonces podemos verificar e indicarle si ha cometido o no un error y darle oportunidad a volver a proporcionar el dato; e inclusive dando un dato en el conjunto universal, si es el dato que quería o quiere dar otro.
El problema está cuando el dato que proporciona no es del tipo de la variable que va a captar la información. Ya que en este caso puede suspenderse la ejecución por un error en operaciones de entrada/salida. El algoritmo que usamos para la verificación en los datos se muestra en la fig.3.1

- 1.- Pedimos el dato dat y definimos el conjunto universal U.
- 2.- Si dat no está en U, regresamos a 1 e indicamos el error.
- 3.- Si dat está en U
 - 3.1 Escribimos dat.
 - 3.2 Preguntamos si era el dato que queria proporcionar.
 - 3.2.1 Si el dato no es correcto, regresamos a 1.
 - 3.2.2 Si el dato es correcto pasamos a la siguiente operación.

Figura 3.1 Algoritmo para la verificación en los datos

5.- Consistencia

Una vez que decidimos la forma en que vamos a hacer las operaciones de entrada/salida y el control de flujo, intentamos proseguir así invariablemente. Desde el punto de vista del usuario, si el sistema que utiliza obedece un cierto esquema o configuración, es para él más fácil aprenderlo y utilizarlo.

6.- Minimizar las demandas de memoria humana

Lo que se trata de hacer, es presentar la información necesaria para el funcionamiento del sistema y pueda ser entonces seleccionada sin necesidad de previa memorización.

7.- Mantener el sistema en apariencia simple

Aquí el principio se refiere a como debe aparecer el sistema al usuario, fácil de usar. Para el programador esto significa optimizar sus programas para un mejor funciona-

miento.

8.- Proveer orientación al usuario

Para conseguirlo indicamos al usuario, lo que debe hacer y proveemos una pequeña explicación del objetivo de cada módulo, tratando de evitar desorientación.

En la descripción del sistema procederemos de lo general a lo particular. Explicaremos la forma en que funciona el sistema en su conjunto, las estructuras de datos principales y como interacciona con el exterior. En seguida describimos cada subprograma indicando sus entradas, salidas objetivo específico y como lo hace.

El diagrama 3.2 muestra como interacciona el sistema con los datos exteriores, que son en este caso las imágenes y la secuencia seguida en su tratamiento.

La primera operación incondicional es leer los datos de una imagen, después de esto el usuario puede elegir un proceso a efectuar. El proceso 1 da opción a leer los datos de una nueva imagen, el propósito de esto, es que después de haber procesado una imagen y guardado los resultados, podamos incorporar una nueva sin detener la ejecución del sistema.

El formato de los datos para leer y escribir en el sistema es el llamado formato libre, el cual consiste en separar cada valor numérico de su sucesor por al menos un espacio en blanco, tabulador o retorno de carro. Elegimos este formato por su simplicidad y compatibilidad, ya que la mayoría de lenguajes de programación pueden usarlo.

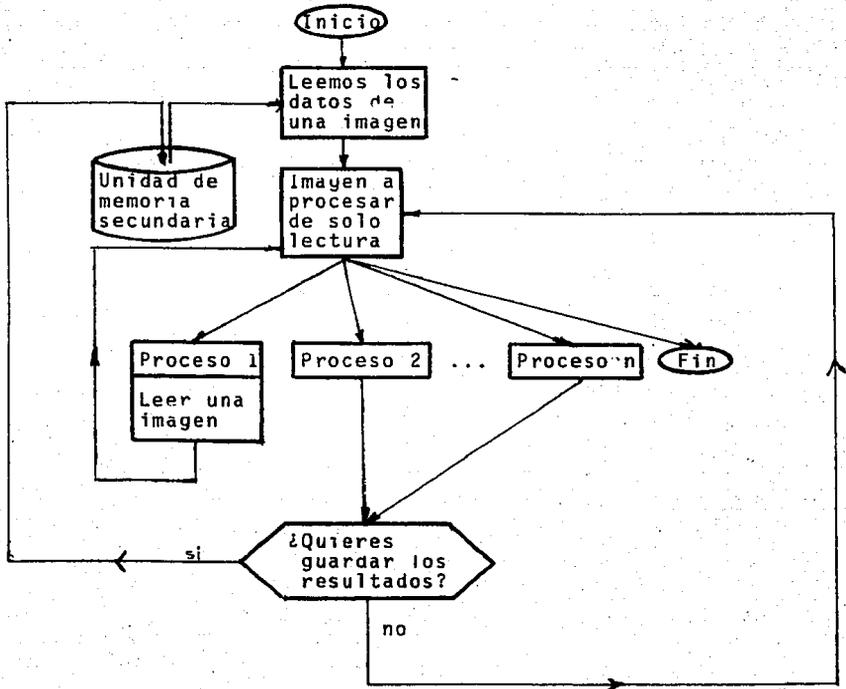


Diagrama 3.2 Flujo de control e interacción con el exterior en el sistema de procesamiento digital de imágenes.

Los procesos del sistema tienen objetivos específicos y después de efectuados, podemos observar los resultados y guardarlos si nos agradan. De forma que podemos aplicar varios procesos independientes a una misma imagen sin necesidad de leerla cada vez; sin embargo, si queremos combinar el efecto de varios procesos, habrá que guardar los resultados parciales y volverlos a leer para aplicarles el siguiente proceso. Podrían existir ambas posibilidades, pero para ahorrar la memoria asignada a datos por el sistema y por cree que es más usual aplicar a una imagen varios procesos independientes, en vez de una sucesión de ellos, elegimos esta estructura de funcionamiento.

Las estructuras de datos principalmente utilizadas son las matrices. Se utiliza una matriz de enteros de 64×64 para la imagen y tres matrices auxiliares de tipo real de 64×64 llamadas x_{real} , x_{imag} y aux . El propósito de ellas es proveer la mayor parte de las unidades de memoria utilizadas por el sistema y disponer de acceso directo a ellas por medio de los índices. La matriz es la estructura de datos que mejor se adecua para representar imágenes digitales, ya que se corresponden con la definición matemática.

La función de estas matrices es:

- a) Representar una imagen digital en el caso de "imagen".
- b) x_{real} y x_{imag} se usan cuando la imagen se necesita como una matriz de números complejos; p.ej. en el caso de los procesos que requieren el cálculo de la transformada de Fourier.
- c) aux se utiliza para modelar la función de transferencia al aplicar los filtros y también para almacenar resultados parciales al calcular el gradiente de una imagen.
- d) Permiten compartir y transferir datos entre subprogramas.

III.2.Consideración de los subprogramas.

El sistema consta de los siguientes subprogramas, correspondientes a los procesos a efectuar sobre una imagen:

Técnicas en el dominio espacial:

- 1.- Despliegue.
- 2.- Subimagen.
- 3.- Igualación de histograma.
- 4.- Promedio de vecindades.
- 5.- Corte interactivo del histograma.
- 6.- Gradiente.

Técnicas en el dominio de frecuencias:

- 7.- Espectro de Fourier.
- 8.- Filtros.

trataremos del objetivo particular de cada subprograma, la forma en que se relaciona con el sistema y el algoritmo empleado.

III.2.1.Subprograma de despliegue.

El objetivo de este subprograma es convertir una representación matricial de enteros, en una imagen sobre una pantalla de computadora. La pantalla de una computadora está compuesta de un número finito de puntos y los diferentes caracteres o dibujos que aparecen, resultan de encender con colores o apagar los puntos.

Así la operación básica de este subprograma es una instrucción que permite asignar un color a un punto de la pantalla. El procedimiento para construir la imagen consiste en

identificar cada entrada de la matriz con un conjunto de pixels en la pantalla, de manera que se preserve la forma de la imagen. En este subprograma se da la opción a trasladar y dilatar la imagen. En la fig.3.3 tenemos la convención de ejes en la pantalla de la computadora y como se efectuaría una traslación y expansión.

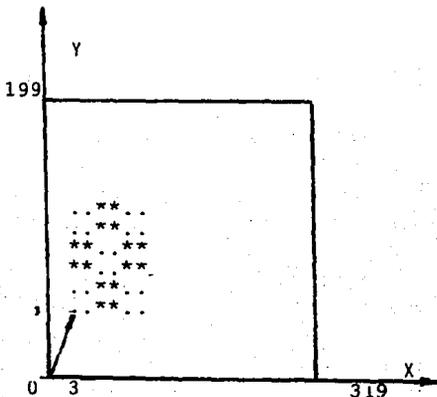


Fig.3.3 Una imagen de 3 x 3, trasladada con un vector (3,3) y con expansión de dos en el eje X e Y.

El algoritmo como puede verse en el diagrama 3.4, recorre la matriz por renglones y para cada entrada de la matriz (i,j) le asigna un par (x,y) de tal manera que podamos utilizarlo como un punto en un plano cartesiano.

(x,y) se transforma en (xb,yb), donde

$$xb = x0 + x*escx$$

$$yb = y0 + y*escy$$

(xb,yb) es un punto base para encontrar un total de escx*escy puntos asociados que representarán el punto original (i,j); pero en la imagen expandida.

. El conjunto de puntos asociados a (i,j) en la imagen expandida es

$\{(x_e, y_e) \text{ tales que } x_e = x_b + i_x ; y_e = y_b + i_y ; \text{ con}$
 $i_x = 0, 1, \dots, (e_{scx} - 1) ; i_y = 0, 1, \dots, (e_{scy} - 1).\}$

Los puntos (x_e, y_e) son los que se encienden en la pantalla con un color en función del valor (i,j) en la matriz original. Este subprograma es de los más importantes para el funcionamiento del sistema, ya que mediante él se observan los resultados de un proceso.

Al ejecutar algún proceso, la imagen resultante se guarda en una matriz local, la cual se pasa como parámetro de despliegue para observarla.

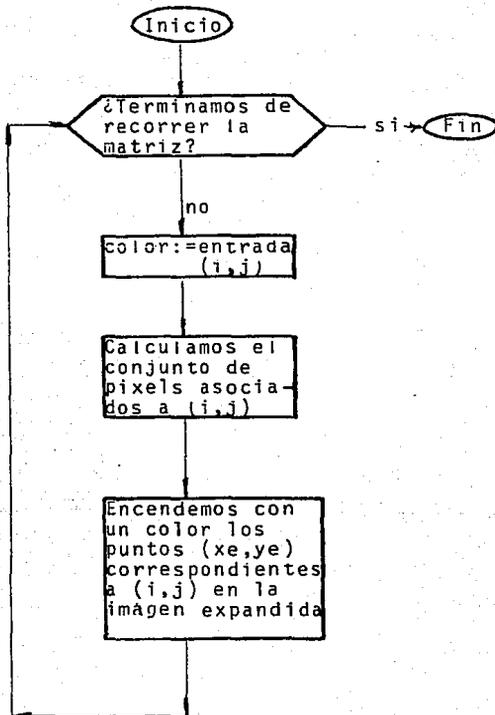


Diagrama 3.4 Despliegue de una matriz de enteros, como una imagen en una pantalla de computadora.

III.2.2.Subprograma de subimagen

Subimagen es un proceso que tiene por objetivo, la selección de regiones de especial interés en una imagen. Guardando los datos de una subimagen, podemos considerarla ya como una nueva imagen y procesarla. Este subprograma no es esencial para el funcionamiento del sistema, es solo una de las alternativas de proceso para las imágenes.

La imagen de la cual partimos es la global y accesible por todos los procesos, solo usamos los datos de la imagen y no la modificamos. Los resultados se almacenan en una matriz local y se pasan como parámetros al subprograma de despliegue. Para obtener una subimagen procedemos de la siguiente forma:

- 1.- Pedimos el color a asignar en el exterior del área de interés.
- 2.- Leemos los datos que definen una submatriz.
- 3.- La matriz local es asignada y en la región de interés copiamos los datos de la imagen global y al resto de la matriz se le asigna el color dado en 1.
- 4.- Mediante despliegue observamos los efectos.
- 5.- Si nos gustó, podemos guardar los resultados y después regresamos al programa principal.
- 6.- Si no nos gustó, regresamos al programa principal.
- 7.- Regresamos el control al programa principal.

En forma esquemática tenemos las etapas del proceso en el diagrama 3.5

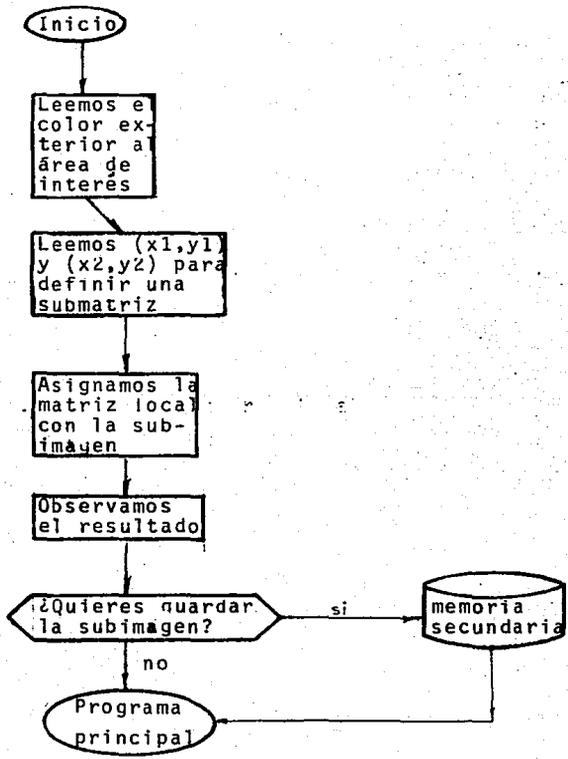


Diagrama 3.5 Obtención de una subimagen.

III.2.3.Subprograma de igualación de histograma.

El objetivo del subprograma es producir una imagen cuyos niveles de gris tengan densidad uniforme. Lo que implica esto es una distribución proporcional de la intensidad luminosa entre toda la imagen. La forma en que se hace la distribución es reduciendo la intensidad en los niveles de gris de mayor frecuencia y aumentando la intensidad en los niveles de menor frecuencia.

El subprograma es seleccionado desde el programa principal y no es llamado por otro programa. Para realizar sus funciones utiliza los subprogramas para desplegar imágenes y guardar los resultados. La secuencia de operaciones en la ejecución del subprograma es:

- 1.- Contamos la frecuencia o número de pixels en cada nivel de gris.
- 2.- Obtenemos la función de transformación (c.f. ecuaciones (2.2.8) y (2.2.9)) que nos indica para cada nivel de gris en la imagen, su correspondiente nivel en la imagen transformada.
- 3.- Aplicamos la función de transformación, esto consiste en modificar el nivel de gris de cada pixel, primero determinando a cual nivel pertenece y después asociándole uno nuevo como lo indica la función de transformación.
- 4.- Desplegamos la imagen.
- 5.- Si queremos, guardamos los resultados y después regresamos al programa principal.
- 6.- Si no queremos, regresamos al programa principal.

En forma esquemática tenemos las etapas del proceso en el diagrama 3.6.

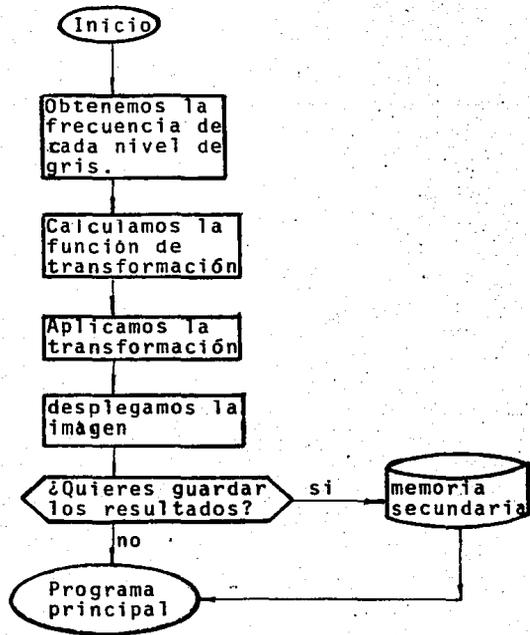


Diagrama 3.6 Etapas de proceso en el subprograma igualación de histograma.

III.2.4. Subprograma de promedio de vecindades.

El propósito del subprograma es homogeneizar una imagen, promediando las intensidades en un entorno de cada pixel. La utilidad se encuentra cuando una imagen tiene algunas pequeñas regiones defectuosas, como puntos luminosos u oscuros que contrastan con su alrededor, aplicando este proceso podemos corregir estas fallas. Este subprograma es seleccionado desde el programa principal y para su funcionamiento, el subprograma se auxilia de las subrutinas de despliegue y almacenamiento de resultados.

El entorno de un pixel es un término que necesitamos definir, ya que tiene diferentes significados. Definimos un entorno de radio r de un pixel $P(x,y)$ en una imagen de tamaño $TAMMAT \times TAMMAT$, como el conjunto

$$V_r(P) = \left\{ (u,v) \begin{array}{l} (x - lizqx) \leq u \leq (x + lderx) ; \\ (y - lizqy) \leq v \leq (y + ldery) ; \end{array} \right\}$$

en donde $lizqx = \text{mínimo}(x,r)$; $lderx = \text{mínimo}(TAMMAT-1-x,r)$;
 $lizqy = \text{mínimo}(y,r)$; $ldery = \text{mínimo}(TAMMAT-1-y,r)$;
este conjunto es el formado por todos los pixels en un cuadrado de radio r y centro en (x,y) , intersección con la matriz donde se encuentra (x,y) . En la fig.3.7 mostramos algunos ejemplos.

La secuencia en la ejecución del subprograma consiste en :

- 1.- Leemos el radio de la vecindad que vamos a considerar para todos los pixels.
- 2.- Para cada pixel (x,y) en la imagen, promediamos las intensidades en una vecindad de él, excluyendo la intensidad del punto (x,y) y el resultado lo guardamos en la entrada

(x,y) de la matriz local.

- 3.- Mostramos la imagen resultante.
- 4.- Si queremos, guardamos los resultados y después pasamos el control al programa principal.
- 5.- Si no quisimos guardar los resultados, pasamos al programa principal.

Complementando el algoritmo, presentamos el diagrama de bloques 3.8.

```
. . . . .  
. * * * .  
. * 0 * .  
. * * * .  
. . . . .
```

(a)

```
. . . . .  
. . . . .  
. . . . .  
. * * * .  
. * 0 * .
```

(b)

Fig.3.7 Matrices de 5 x 5, mostrando los puntos que componen diferentes vecindades. (a) $V_1(2,2)$ (Vecindad del punto (2,2) de radio 1)(b) $V_1(4,2)$ (Vecindad del punto (4,2) de radio 1).

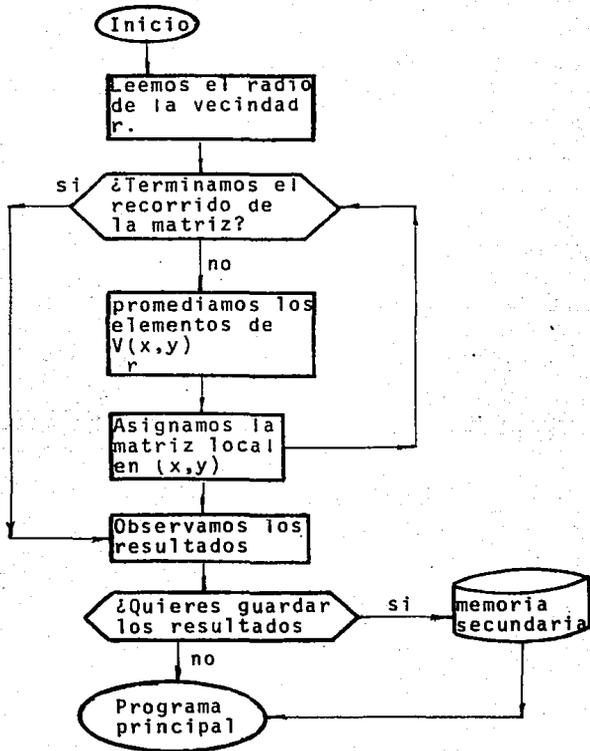


Diagrama 3.8 Secuencia de operaciones en el proceso de promedio de vecindades.

III.2.5. Subprograma gradiente.

El propósito del presente subprograma consiste en clasificar los pixels en niveles, de acuerdo al grado de contraste entre un pixel y su alrededor. La aplicación de este proceso permite observar las regiones con menores o mayores cambios de intensidad. Existen diversas maneras de medir el grado de contraste entre un pixel (u,v) y su alrededor, algunas de ellas son:

$$\text{grado de contraste en (u,v)} = \left[\text{imagen}(u,v) - \text{imagen}(u+1,v+1) \right]^2 + \left[\text{imagen}(u+1,v) - \text{imagen}(u,v+1) \right]^2$$

$$\text{grado de contraste en (u,v)} = \left[\left(\text{imagen}(u,v) - \text{imagen}(u+1,v+1) \right)^2 + \left(\text{imagen}(u+1,v) - \text{imagen}(u,v+1) \right)^2 \right]^{1/2}$$

La forma en que interacciona el subprograma gradiente y el sistema, consiste en llamar al subprograma desde el programa principal. A su vez, el subprograma utiliza las subrutinas de despliegue y almacenamiento de datos. Ningún otro subprograma usa el subprograma gradiente.

La secuencia para ejecutar el subprograma gradiente es la siguiente:

- 1.- Calculamos el grado de contraste para todo (u,v) en la imagen, guardando esta medida en aux(u,v).
- 2.- Asignamos a cada punto (u,v) un tono o color de acuerdo a su grado de contraste.
- 3.- Observamos los efectos.
- 4.- Si queremos, guardamos los resultados y después pasamos al programa principal.
- 5.- Si no quisimos guardar los resultados, pasamos al programa principal.

En el diagrama 3.9 mostramos graficamente la secuencia de ope-

raciones.

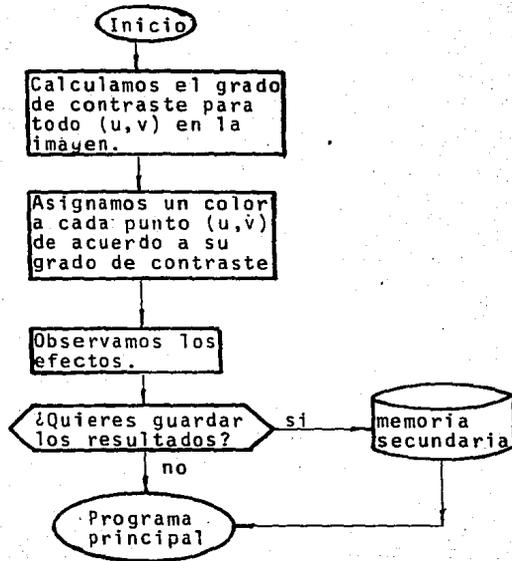


Diagrama 3.9 Secuencia de operaciones en el subprograma gradiente.

III.2.6.Subprograma de corte de histograma.

El objetivo del subprograma es poder oscurecer aquellos pixels que tengan una determinada intensidad. Este proceso es útil para eliminar ciertos defectos, principalmente puntos muy luminosos que no forman parte de la imagen.

La forma de especificar cuales son los pixels que serán oscurecidos es utilizando un histograma de las intensidades de la imagen. En el histograma mediante un cursor indicamos el intervalo de intensidades que será oscurecido.

El subprograma inicia su operación al ser requerido por el programa principal. Durante su ejecución se auxilia de subprogramas que permiten; calcular y graficar el histograma de una imagen; mover un cursor sobre el histograma para leer datos; desplegar una imagen y guardar los resultados. Los demás subprogramas que componen el sistema, no dependen del corte de histograma para conseguir sus objetivos.

La secuencia de operaciones en el subprograma es la siguiente:

- 1.- Obtenemos el histograma de la imagen original.
- 2.- Mediante el cursor localizamos las intensidades a anular.
- 3.- Calculamos los pixels que tendrán intensidad cero.
- 4.- Observamos el histograma recortado.
- 5.- Desplegamos la imagen modificada.
- 6.- Si queremos, guardamos los resultados y después pasamos al programa principal.
- 7.- Si no quisimos guardar los resultados, pasamos al programa principal.

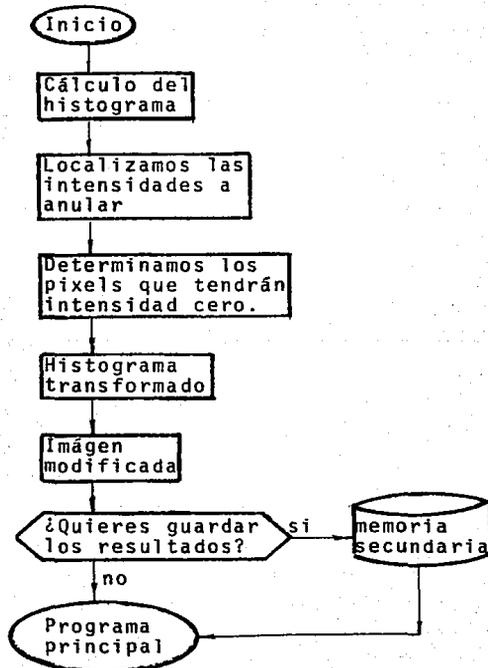


Diagrama 3.10 Secuencia de operaciones para la ejecución del corte de histograma.

III.2.7. Subprograma espectro de Fourier.

El propósito del subprograma es obtener una representación gráfica del espectro de Fourier, ya que el espectro contiene información cualitativa y cuantitativa de la imagen. Modificando el espectro puede homogeneizarse o diferenciarse una imagen en diversos grados.

En este subprograma pueden hacerse cuatro tipos de operaciones en el espectro, las cuales son las combinaciones posibles de:

- a) Traslación del origen al punto $(N/2, N/2)$.
- b) Operación logaritmo.

Seleccionamos el subprograma desde el programa principal. Los demás subprogramas que componen el sistema, no requieren del subprograma espectro para su funcionamiento. Para lograr sus objetivos el subprograma se auxilia de subprogramas que efectúan las siguientes operaciones:

- a) Cálculo de la transformada de Fourier.
- b) Cálculo de la norma de un número complejo.
- c) Despliegue de una imagen.
- d) Almacenamiento de los resultados.

La secuencia de operaciones en la ejecución del subprograma es:

- 1.- Seleccionamos el tipo de operación en el espectro.
- 2.- Representamos la imagen por una matriz de números complejos.
- 3.- Calculamos la transformada de Fourier.
- 4.- Obtenemos la norma de la transformada, que es el espectro.
- 5.- Desplegamos el espectro.

6.- Si queremos, guardamos los resultados y después pasamos el control al programa principal.

7.- Si no quisimos guardar los resultados, pasamos el control al programa principal.

En el diagrama 3.11 presentamos los pasos principales del algoritmo.

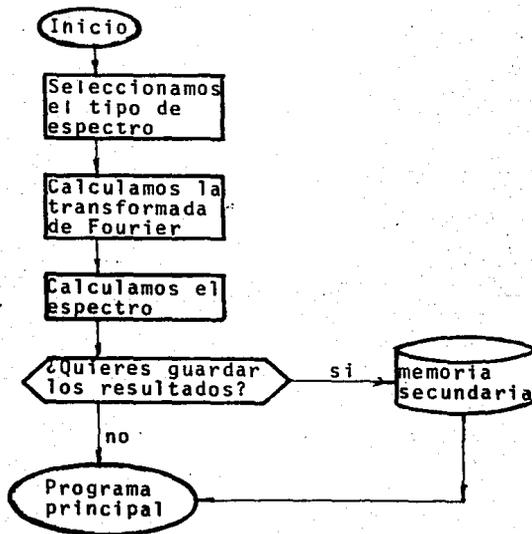


Diagrama 3.11 Secuencia de operaciones en el subprograma espectro.

III.2.8.Subprograma de filtros.

El objetivo del subprograma es permitir la homogeneización o diferenciación de imágenes en diversos grados, mediante la aplicación de filtros.

Los filtros eliminan frecuencias altas o bajas de la transformada de Fourier, dependiendo del filtro. Estos procesos pertenecen a la categoría de técnicas en el dominio de frecuencias. Los filtros con los que cuenta el sistema son:

- a) Filtro ideal.
- b) Filtro butterworth.
- c) Filtro exponencial.
- d) Filtro trapezoidal.

en versiones de paso de frecuencias altas y bajas. La aplicación de los filtros sigue una sucesión, la cual se ve modificada solamente al calcular la función de transferencia del filtro elegido.

El subprograma de filtros es seleccionado desde el programa principal y ningún otro programa requiere de los filtros en sus etapas de ejecución. Sin embargo el subprograma requiere de muchos subprogramas durante su ejecución, los cuales realizan las siguientes tareas:

- a) Cálculo de la transformada de Fourier.
- b) Cálculo de ocho diferentes funciones de transferencia.
- c) Cálculo de la transformada inversa de Fourier.
- d) Despliegue de una imagen.
- e) Almacenamiento de resultados.

La secuencia de operaciones para ejecutar el subprograma de filtros es:

- 1.- Seleccionamos el filtro a aplicar.
- 2.- Trasladamos la imagen al punto $(N/2, N/2)$.
- 3.- Calculamos la transformada de Fourier.
- 4.- Calculamos la función de transferencia del filtro seleccionado.
- 5.- Aplicamos el filtro, mediante la multiplicación de la transformada de Fourier y la función de transferencia.
- 6.- Calculamos la transformada inversa de Fourier.
- 7.- Regresamos la imagen al origen.
- 8.- Desplegamos la imagen transformada.
- 9.- Si queremos, guardamos los resultados y después pasamos al programa principal.
- 10.- Si no quisimos guardar los resultados, pasamos al programa principal.

Resumimos las etapas de ejecución del subprograma filtros en el diagrama 3.12.

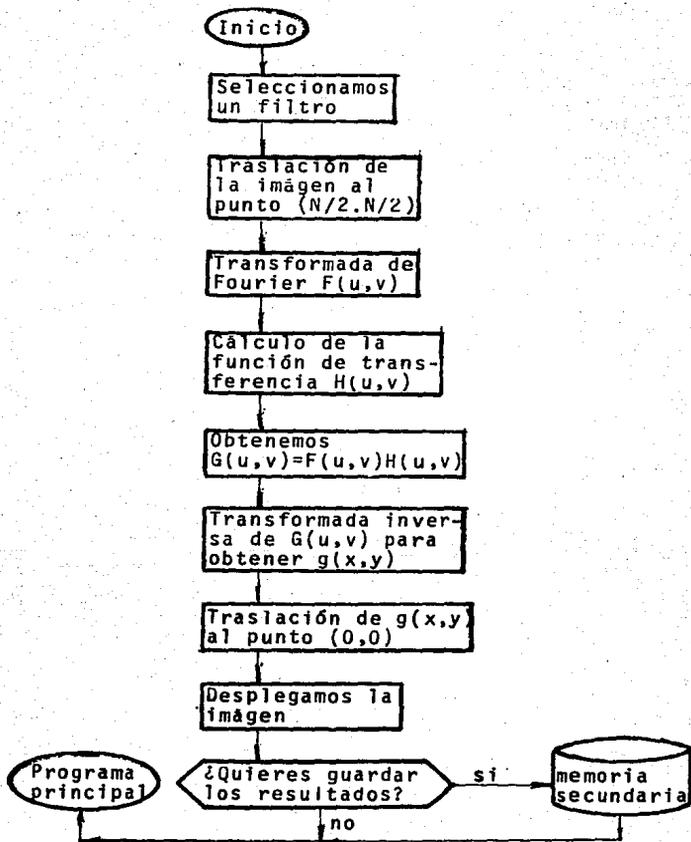


Diagrama 3.12 Secuencia de operaciones en el subprograma filtros.

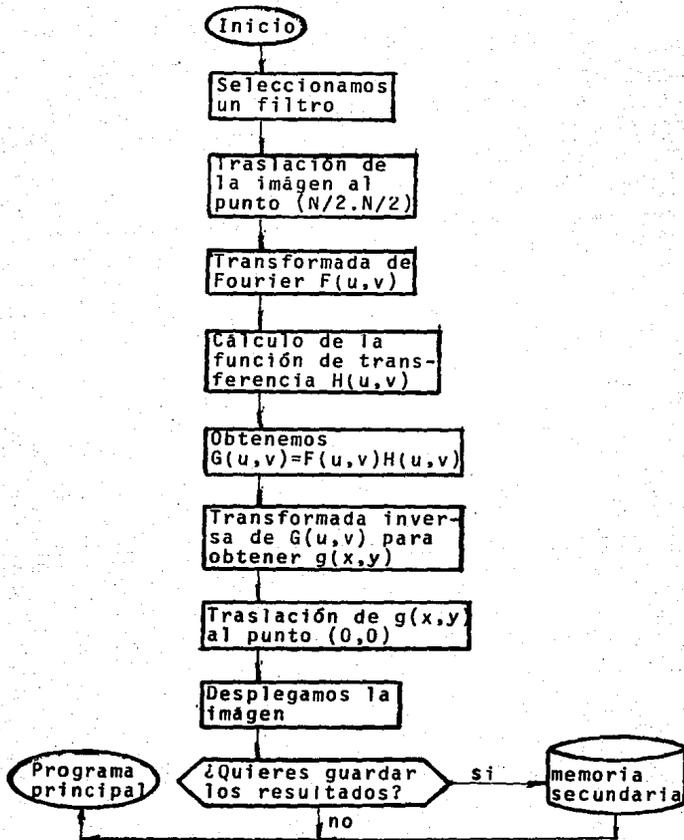


Diagrama 3.12 Secuencia de operaciones en el subprograma filtros.

III.3.Limitaciones, mejoras y alternativas al sistema actual.

La limitación principal del sistema es el tamaño de la imagen, ya que para técnicas en el dominio espacial, permite manejar imágenes de hasta 64 x 64 pixels, mientras que en las técnicas en el dominio de frecuencias permite utilizar imágenes de a lo más 32 x 32 pixels.

Otra limitante es la de poder desplegar imágenes en solo 4 niveles de gris en un monitor monocromático, o bien usando un monitor de colores, utilizar 32 colores de fondo, con dos paletas de colores.

La causa principal de estas limitaciones es el software y el hardware utilizados.

¿En que consisten estas limitaciones.?

Debido a que representamos las imágenes con matrices, el tamaño máximo de la imagen está condicionado por la cantidad de memoria principal por la computadora; pues una vez que el sistema lee los datos de una imagen, la matriz que representa la imagen y las matrices auxiliares requeridas por los diferentes procesos residen en memoria principal. Elegimos mantener las imágenes a procesar en memoria principal para aumentar la velocidad de los procesos. Los requerimientos de memoria por el sistema para imágenes de diferentes tamaños se encuentran en la tabla 3.13.

Hay microcomputadoras que tienen un mega-byte de memoria principal, lo que indica, según la tabla 3.13, que al menos podríamos extender el sistema para que manejara imágenes de 256 x 256.

<u>tamaño</u>	<u>matriz de enteros</u> (bytes)	<u>3 matrices de reales</u> (bytes)	<u>total</u> (bytes).
32x32	2048	12288	14336
64x64	8192	49152	57344
128x128	32768	196608	229376
256x256	131072	786432	917504
512x512	524288	3145728	3670016

Tabla 3.13

No hemos hecho las extensiones, porque el compilador y las funciones de graficación de que disponemos, solo permiten direccionar 64K-bytes de datos (c.f. Bibliografía #5 y #9). En cuanto a las limitaciones del número de tonos y colores utilizables, el monitor a colores de la microcomputadora PC permite utilizar 3 modos de graficación, los cuales tienen las características resumidas en la tabla 3.14. (c.f. Bibliografía #8).

<u>modo de resolución</u>	<u>número de pixels</u>	<u>número de tonos</u>
4	320x200	32 colores y 2 paletas .
5	320x200	4
6	640x200	2

Tabla 3.14

Las limitaciones del sistema dan la pauta para algunas de las mejoras, las cuales podrían ser:

- 1.- Aumentar el tamaño de las imágenes utilizadas, lo cual podría hacerse con un compilador que permitiera direccionar

toda la memoria principal. En este aspecto indagamos un poco y encontramos que el mismo compilador que usamos puede llegar a direccionar hasta un megá-byte de datos y disponer hasta un mega-byte para código (c.f. Bibliografía #5). La forma en que se cambia de direccionamiento es mediante una opción de compilación y el ligado de módulos objetos apropiados. Si optamos por esta opción, tendríamos que hacer lo siguiente:

- a) Simular las matrices, mediante un arreglo unidimensional, ya que la forma en que se asigna más memoria en los modos de mayor direccionamiento consiste en definir un apuntador a un bloque de memoria del tamaño necesario y esperar hasta la ejecución para que se asigne.
- b) Emplear programas de graficación compatibles con los modos de mayor direccionamiento, o elaborarlos a partir de las funciones que provee el compilador para utilizar los diferentes recursos de la computadora.

2.- Conectar la microcomputadora con un sistema de despliegue, lo cual permitiría procesar las imágenes en la computadora y observar los resultados en un dispositivo más apropiado que la pantalla de la computadora (Esta configuración de equipo es la que existe en el laboratorio de procesamiento de imágenes en el Instituto de Física.). Algunos de los sistemas de despliegue tienen las siguientes capacidades:

- a) 512 x 512 pixels en la pantalla.

- b) Permiten la combinación de los 3 colores primarios(rojo ,verde y azul) en cada pixel, teniendo cada color primario 128 tonos. Esto posibilita $128^3 = 2,097,152$ tonos diferentes de colores.

Cabe aclarar que un sistema de procesamiento de imágenes esta compuesto por 3 partes (c.f. I.2).

- a) Digitalización.
- b) Procesamiento.
- c) Despliegue.

Ahora bien el dispositivo que se menciona, se puede conectar a la microcomputadora, realiza los puntos (a), (b) y (c).; sin embargo esto no quiere decir que reemplace a la microcomputadora y al sistema desarrollado para tal, sino que permite una mayor versatilidad, pues en lo sucesivo en los procesos del sistema puede contemplarse el uso de un mejor equipo de despliegue, tomar en cuenta que además de los subprogramas de que consta puede emplear los del dispositivo, resultando en mayores posibilidades de procesamiento. También aumenta la disponibilidad de datos pues se puede digitalizar nuevas imágenes. En suma es como si a la microcomputadora se le adaptara un digitalizador, una pantalla de mayor resolución y manejo de más colores, otros subprogramas de procesamiento y más memoria secundaria; pero la limitación de la memoria principal (RAM), de la microcomputadora mientras no se extienda, sigue existiendo.

3.- Mejorar el algoritmo de la transformada de Fourier utilizado, esto puede hacerse calculando previamente los factores debidos a la función exponencial o guardando los resultados en una matriz constante que forme parte del programa objeto. Esta matriz es independiente de la imagen que se procesa. Así todos los subprogramas que hacen uso de la transformada de Fourier, como el espectro y los filtros aumentarían su velocidad.

A lo que nos referimos es que si observamos la definición de la transformada de Fourier bidimensional discreta de una función $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{C}$ (que podría ser una imagen de $M \times N$) (c.f.II.1) En cada término que se suma hay dos factores uno es $f(x,y)$ (es decir la imagen) y el otro $\exp(-i2\pi(ux/M + vy/N))$ pues bien este último, la única información que usa de la imagen son sus dimensiones. Así si sabemos de antemano que vamos a procesar imágenes de medidas fijas, podemos calcular estos $M \times N$ factores y guardarlos; posteriormente cuando calculáramos la transformada de Fourier de una imagen de $M \times N$, el tiempo disminuiría, ya que no gastamos tiempo de proceso en calcular factores relativos a la función exponencial.

4.- Incorporar más procesos al sistema como (pensando en nuevas perspectivas):

- a) Recuperación de imágenes tomadas en movimiento, esto es encontrar la forma original de un objeto que aparece "movido" cuando fué captado desde un sistema de referencia con velocidad constante. (Si se tratara de una fotografía esto se debería a que el tiempo de exposición fue mayor que la velocidad del objeto, y este impresionó más zonas de la película, debido a su movimiento).
- b) Tratamiento de imágenes en color.
- c) Encontrar de un conjunto de imágenes, aquella más parecida a una imagen dada (este punto requiere más estudio, pues es un problema llamado de reconocimiento de formas, esquemas o patrones y no es sencillo, forma parte de una disciplina ..).

- 5.- Cambio del formato de los datos, para aumentar la velocidad de transmisión. Nos referimos a codificar cada pixel en el mínimo posible de bits, para aumentar la velocidad de las operaciones de entrada/salida.

Durante el desarrollo del sistema, notamos que existían otras posibilidades o alternativas para implantar los diferentes procesos, entre estas posibilidades tenemos:

- 1.- La mayoría de los procesos en el dominio espacial, pueden realizarse tomando unos renglones en la imagen, procesándolos, guardando los renglones resultantes y prosiguiendo así sucesivamente hasta procesar toda la imagen. Una ventaja de esta metodología es que la cantidad de bits necesarios para realizar los procesos, sería muy pequeña, comparada con el número de bits requeridos para representar toda una imagen. Además podrían procesarse imágenes relativamente grandes, sin necesidad de buscar compiladores con mayor capacidad de direccionamiento. Su desventaja se encuentra en el gran número de operaciones de entrada/salida entre los cálculos y que algunos procesos requieren una inspección de toda la matriz, antes de poder ejecutarse.
- 2.- En computadoras con grandes cantidades de memoria secundaria de acceso directo, podría pensarse en utilizar este recurso, para guardar las matrices necesarias para los diferentes procesos; esto es, un archivo de acceso directo podríamos utilizarlo como una matriz. Con esta estructura de datos aumentaría significativamente el tamaño de las imágenes que pudieran procesarse, y si la velocidad de transmisión fuera grande, este esquema podría ser conveniente. No llegamos a explorar esta opción.

C A P I T U L O C U A R T O

APLICACIONES DEL SISTEMA

En el presente capítulo pueden apreciarse los efectos de los diferentes procesos que componen al sistema, sobre imágenes con diferentes características como tamaño y niveles de intensidad. Antes de pasar a considerar los resultados de cada subprograma, será ilustrativo mostrar algunas imágenes digitales como pueden encontrarse codificadas en los archivos de datos. En la fig.4.1 tenemos los datos que corresponden a una imagen digital de saturno de 64x64 pixels y 32 niveles de intensidad, siendo la codificación la siguiente:

0..9 A ..V corresponden a (mínima intensidad .. máxima intensidad).

Después de aplicar el proceso de gradiente a la imagen de saturno, el archivo de datos de la imagen de 64x64 pixels y 4 niveles de intensidad nos queda como se muestra en la fig.4.2. En este caso la codificación es diferente siendo:

(0..4) corresponde a (mínima intensidad.. máxima intensidad).

Por último presentamos en la fig.4.3 una imagen digital de figuras geométricas de 64x64 pixels, 2 niveles de intensidad y codificada en la forma:
0 corresponde a mínima intensidad.

1 corresponde a máxima intensidad.

(Nota: Las figuras en este capítulo se encuentran después de la sección IV.2.3)

IV.1 EJEMPLOS DE PROCESAMIENTO EN EL DOMINIO ESPACIAL.

Las técnicas en el dominio espacial están basadas en funciones aplicadas a los niveles de gris, o en la manipulación directa de los pixels (c.f.II.2.1).

Las imágenes a procesar con técnicas en el dominio espacial son:

- a) La figura 4.4 corresponde al ojo compuesto de un insecto (la imagen original fué tomada con microscopio electrónico) representada por 128x128 pixels y 128 niveles de intensidad (Por cortesía de M.en C. Raúl Herrera Becerra).
- b) La figura 4.5 es una imagen digital de Saturno de 64x64 pixels y 32 niveles de intensidad luminosa. (tomada de Bibliografía #3).
- c) La figura 4.6 es una imagen digital de figuras geométricas de 64x64 pixels y 2 niveles de intensidad luminosa.
- d) La figura 4.7 corresponde a una imagen digital de una gammagrafía de un cuerpo humano (2 tomas) con posible cáncer de pecho. La aproximación es en base a una matriz de 128x128 pixels y 128 niveles de intensidad luminosa.
- e) Las figuras 4.8 , 4.9 y 4.10 corresponden a imágenes digitales de una cabeza, un torax y una pélvis de 128x128 pixels y 128 niveles de intensidad luminosa respectivamente. Estas imágenes son subimágenes de la fig. 4.7. (Imágenes por cortesía de: Dr. José Guadalupe Pérez Ramírez).

IV.1.1.RESULTADOS DE APLICAR EL PROCESO DE SUBIMAGEN.

Este proceso tiene por objetivo considerar regiones de interés en una imagen, aislandolas de su entorno (c.f. III.2.2). En la fig. 4.11 tenemos la mitad derecha de la fig. 4.6, en este caso los puntos que definen esta subimagen son (63,32) y (0,63), el resto de la región se le asignó la mínima intensidad $((x,y) \in (0,63))$. La fig. 4.12 corresponde a la mitad superior de Saturno (fig.4.5). la cual se define por los

puntos (32,0) y (0,63), al resto de la imagen se le asignó 1/4 de la intensidad máxima. (para la convención de ejes, vea la fig.1.1).

IV.1.2.RESULTADOS DE IGUALACION DE HISTOGRAMA.

El objetivo del proceso de igualación de histograma es producir una imagen con mejor contraste, cuando originalmente aparece casi en una misma tonalidad. (c.f.II.2.2).

En la fig.4.13 tenemos la imagen resultante de aplicar el proceso a la fig.4.4. Esta imagen es de 128x128 pixels y 128 niveles de intensidad (ojo compuesto).

En la fig.4.14 tenemos la imagen resultante de aplicar igualación de histograma a Saturno (fig.4.5). Se observa que el fondo se hace un poco más claro y pueden distinguirse 2 pixels en la esquina superior izquierda, los cuales no se notan en la imagen original, pero si en los datos; esta imagen es de 64x64 pixels y 32 niveles de intensidad luminosa.

La fig. 4.15 corresponde a aplicar el proceso a las formas geométricas (fig.4.6); la imagen digital es de 64x64 pixels y 2 niveles de intensidad.

La fig. 4.16 corresponde a la igualación de histograma de los dos esqueletos (fig. 4.7). Hay zonas que se observan mejor como son las terminaciones de las extremidades superiores e inferiores; la imagen es de 128x128 pixels y 128 niveles de intensidad.

Las imágenes 4.17 y 4.19 son muy semejantes a la original; sin embargo, en la fig. 4.18, en la región del seno se observan algunos otros detalles.

IV.1.3.RESULTADOS DE APLICAR PROMEDIO DE VECINDADES.

El proceso de promedio de vecindades, tiene por objetivo disminuir la diferencia de intensidades entre cada pixel y una vecindad de él, definida por un radio (c.f.II.3.1). En la fig. 4.20 tenemos el efecto del promedio de vecindades en Saturno (fig. 4.5), el anillo más exterior se funde con los interiores y también un punto obscuro sobre la parte esférica desaparece. (la imagen es de 64x64 pixels y 32 niveles de intensidad).

IV.1.4.RESULTADOS DE APLICAR EL PROCESO DE GRADIENTE.

Este procedimiento tiene por objetivo clasificar los pixels en niveles de acuerdo al cambio de intensidad de cada pixel con respecto a sus vecinos. (c.f.II.4.1). En la fig. 4.21 tenemos el resultado de aplicar el gradiente al ojo compuesto de un insecto (fig. 4.4), su efecto se nota particularmente en la región de las celdas.(la imagen es de 128x128 pixels y 128 niveles de intensidad luminosa. La fig. 4.22 presenta el gradiente de Saturno, mostrando con más luminosidad los perfiles del planeta.(la imagen es de 64x64 pixels y 32 niveles de intensidad.). En la fig.4.23 mostramos el gradiente de las formas geométricas, delineandose en este caso su perímetro. (la imagen es de 64x64 pixels y 2 niveles de intensidad). Las figuras 4.24, 4.25,4.26 y 4.27 corresponden al gradiente de los esqueletos, la cabeza, el torax y la pelvis respectivamente, los rasgos más notables son:

- a) Con respecto a los esqueletos, la región del fondo aparece

ahora oscura ya que en esa región se tiene una intensidad constante; por otra parte en las inmediaciones de las fronteras de los huesos, tenemos pixels con diferentes intensidades, por esto más luminosos esos puntos.

- b) En la cabeza podemos percibir mejor los huesos del cráneo y también la prolongación de la columna vertebral, en la base de la cabeza.
- c) El gradiente del tórax, aumentó el contraste en diversos puntos en la región oscura de la imagen original.
- d) Del gradiente de la pelvis, podemos decir que los fémures deberían haber contrastado mejor con el fondo; sin embargo un examen del negativo fotográfico de la imagen original, revela que el fondo sobre el cual se proyecta la pelvis no es homogéneo (aunque así lo aparezca en la impresión) y es por esto que la aplicación del proceso lo hace manifiesto.

IV.1.5. RESULTADOS DE APLICAR CORTE DE HISTOGRAMA.

El objetivo del corte de histograma es poder oscurecer a aquellos pixels que tengan una determinada intensidad. Este proceso es útil para eliminar ciertos defectos, principalmente puntos muy luminosos que no forman parte de la imagen. (c.f. III.2.6). La imagen que procesaremos es Saturno (fig.4.5) en la fig. 4.28 tenemos el histograma de intensidades, cada sub-intervalo en el eje X representa un nivel de intensidad, en este caso tenemos 32. La escala en el eje Y es el porcentaje de frecuencia del intervalo / total de pixels en la imagen.

Así por ejemplo, el primer nivel de intensidades tiene aproximadamente 65% de los pixels de la imagen, lo cual puede verificarse inspeccionando el archivo de datos. (fig.4.1). El histograma de la fig.4.28 no permite diferenciar claramente como

están las frecuencias en los intervalos del 2 al 32.

En la fig. 4.29 tenemos otro histograma de la misma imagen, en el cual no se graficó el porcentaje del primer intervalo y la altura de las restantes barras se escala con respecto al máximo de las frecuencias entre los intervalos del 2 al 32. Así por ejemplo del histograma de la fig. 4.28 podemos observar que el intervalo 32 es el segundo en porcentaje de píxeles, es por esto que en la fig. 4.29 este intervalo aparece con la máxima altura.

La fig. 4.30 muestra el histograma resultante después de recortar el intervalo 32, esto corresponde a hacer cero los píxeles que se encontraban en esta intensidad, posteriormente al corte del histograma se escalan las barras respecto al máximo de los intervalos no nulos. El efecto en la imagen aparece en la fig. 4.31, la parte del planeta que se hizo oscura es la relativa a los píxeles con la máxima intensidad, estas son las codificadas con una 'v' (fig. 4.1) al aplicarse el proceso, se substituyó por un '0' dando el efecto de oscurecer. (La imagen procesada es de 64x64 píxeles y 32 niveles de intensidad).

IV.1.6. RESULTADOS DE COMBINAR PROCESOS.

Las imágenes que presentamos aquí se obtuvieron primero aplicando el proceso de igualación de histograma y posteriormente gradiente. El objetivo es elevar el contraste en las regiones de casi la misma tonalidad y enfatizar los perímetros.

En las figuras 4.32, 4.33, 4.34, 4.35 y 4.36 tenemos las imágenes que resultan al combinar procesos a las imágenes del ojo compuesto, los esqueletos, la cabeza, el torax y la pelvis

(fig. 4.4, 4.7, 4.8, 4.9, y 4.10).

Los aspectos más notables son:

- a) La fig.4.32 sugiere que las celdas del ojo compuesto, forman una configuración semejante a una red.
- b) La fig.4.33 comparada con la original presenta un aumento de las áreas de los huesos, perdiéndose muchos detalles, esto se debe a que en la imagen original solo aproximadamente 1/4 del total de pixels correspondía a información significativa (los huesos) y el resto de los pixels venían a ser un fondo con una intensidad en el extremo opuesto de la escala. Esta pérdida de información es notoria desde el primer proceso (fig.4.16).
- c) La fig. 4.34 presenta claramente la forma de diversos huesos no captados en la imagen original, observese por ejemplo las partes laterales y posteriores del cráneo, así como las cavidades de los ojos y la prolongación de la columna vertebral.
- d) La fig. 4.35 parece casi como un negativo de la imagen original; sin embargo se notan adicionalmente diversos puntos.
- e) La fig. 4.36 no aparece bien diferenciada, pues el fondo de la imagen original no es homogéneo, esto puede observarse desde la igualación del histograma.

IV.2. PROCESAMIENTO EN EL DOMINIO DE FRECUENCIAS.

El procesamiento en el dominio de frecuencias, es aquel que hace uso de la transformada de Fourier y al dominio de la transformada es al que se llama dominio de frecuencias. (c.f. II.1). Las imágenes que procesaremos son :

- a) Una imagen de saturno de 32x32 pixels y 32 niveles de intensidad. (fig. 4.37)
- b) Una imagen de un cuadrado de 32x32 pixels y 2 niveles de intensidad. (fig. 4.38).

IV .2.1. APLICACION DE ESPECTRO DE FOURIER.

En esta sección presentaremos el espectro de Fourier y algunas variantes, para una mejor comprensión definiremos los términos empleados.

Si $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{C}$ es continua e integrable, su transformada de Fourier es:

$$F(\mu, \nu) = \frac{1}{MN} \sum_{k=0}^{M-1} \sum_{j=0}^{N-1} f(x, y) \exp[-i2\pi(\mu x/M + \nu y/N)] \quad (4.1)$$

$\mu = 0, 1, \dots, M-1$ $\nu = 0, 1, \dots, N-1$
El espectro de Fourier de f es la norma de la transformada, esto es:

$$|F(\mu, \nu)| = [R^2(\mu, \nu) + I^2(\mu, \nu)]^{1/2} \quad (4.2)$$

en donde R e I significan la parte real e imaginaria respec-

tivamente. Cuando decimos espectro de Fourier con traslación significa:

$$|F(\mu - N/2, \nu - N/2)| \quad (4.3)$$

donde N es el tamaño de la imagen, y espectro de Fourier con operación logaritmo es la función:

$$D(\mu, \nu) = L_n (1 + |F(\mu, \nu)|) \quad (4.4)$$

Estas variantes del espectro de Fourier presentan algunas características útiles como son:

- a) Muchos espectros disminuyen su intensidad, relativamente rápido conforme se incrementa la frecuencia, y de esto resulta que sus términos de frecuencias altas aparezcan oscurecidos cuando se observan como una imagen. La función D se utiliza para subsanar esta dificultad, desplegando esta en lugar del espectro.
- b) La expresión (4.3) permite mover el origen de la transformada de Fourier, al centro de su correspondiente cuadro de frecuencias de $N \times N$ para un periodo completo.
(La transformada de Fourier es una función periódica).

Las figuras 4.39 (i), (ii), (iii) y (iv) nos muestran el espectro de Fourier de saturno con la 4 posibilidades de proceso, mediante una traslación y la función logaritmo.

La fig. (i) es el espectro sin traslación y sin "logaritmo".

La fig. (ii) es el espectro sin traslación y con "logaritmo".

La fig. (iii) es el espectro con traslación y sin "logaritmo".

La fig. (iv) es el espectro con traslación y con "logaritmo".

En (ii) la utilización de la función logaritmo permite observar

máximos locales del espectro, en (i) solo se perciben 3 zonas sombreadas y en (ii) las 3 zonas aparecen con una mayor extensión y adicionalmente en el centro de la imagen otros máximos locales que no veíamos.

La fig. (ii) corresponde a colocar el centro de un periodo de la transformada en el centro del cuadro que define la imagen. Podemos notar la propiedad de simetría respecto al centro del periodo, en lo que observamos sería una simetría relativa al centro. (nos referimos a dos segmentos que se intersectan perpendicularmente).

En la fig. (iv) combinamos la traslación y la función logaritmo para observar un periodo completo de la transformada de Fourier con sus máximos locales, centrado en la imagen. (Seguimos percibiendo la simetría respecto al centro del cuadro y otras zonas sombreadas que no aparecían en (iii)). A partir del centro de este cuadro, notamos los llamados términos de frecuencias bajas y altas respectivamente según su cercanía al centro. (mientras más se aleja un punto del centro, más aumenta su frecuencia).

Las figuras 4.40 corresponden al espectro de un cuadro (fig. 4.38) donde cada una es:

- (i) Espectro sin traslación y sin función logaritmo.
- (ii) Espectro sin traslación y con función logaritmo.
- (iii) Espectro con traslación y sin función logaritmo.
- (iv) Espectro con traslación y con función logaritmo.

Las propiedades que permanecen con respecto a los espectros de saturno son: la simetría respecto al centro cuando hacemos la traslación y el incremento o mejor percepción de los máximos locales al aplicar la función logaritmo.

IV.2.2. APLICACION DE FILTROS DE PASO DE FRECUENCIAS BAJAS.

Para poder comparar los diferentes filtros notamos que en los filtros de paso de frecuencias bajas, la cantidad de información que se deja pasar es directamente proporcional a la frecuencia de corte y en los filtros de paso de frecuencias altas es inversamente proporcional.

Como base de comparación para los diferentes filtros aquí tratados usamos frecuencias de corte de $1/4$, $1/2$, y $3/4$ del máximo valor. En los casos extremos, esto es cuando la frecuencia de corte tiende a cero, en los filtros de paso de frecuencias bajas perderíamos toda información (la imagen digital sería una matriz de ceros y aparecería como un cuadro con la mínima intensidad) sin embargo en los filtros de paso de frecuencias altas tendríamos que pasaría toda la información y la imagen digital sería la original.

Cuando la frecuencia de corte tiende al máximo valor en el caso de los filtros de paso de frecuencias bajas nos aproximariamos a la imagen original, mientras que en los filtros de paso de frecuencias altas tenderiamos a la imagen digital representada por ceros. En los sucesivo de esta sección los filtros referidos serán de paso de frecuencias bajas.

Las figuras 4.41 (a),(b),(c) muestran el efecto de aplicar un filtro ideal para frecuencias de corte de $1/4$, $1/2$, y $3/4$ respectivamente del radio total.

Las figuras 4.41 (d),(e),(f) corresponden a aplicar un filtro butterworth con frecuencias de corte iguales a las (a),(b) y (c).

Las figuras 4.42 (a),(b),(c) ilustran al filtro exponencial para frecuencias de corte de $1/4$, $1/2$ y $3/4$ del radio total.

Las figuras 4.42 (d),(e) y (f) resultan al aplicar el filtro trapezoidal con frecuencias de corte de $1/4$, $1/2$ y $3/4$ respectivamente del radio total.

En los 4 filtros en la fase de $3/4$ del radio total notamos un gran parecido a la imagen original.

IV.2.3.APLICACION DE FILTROS DE PASO DE FRECUENCIAS ALTAS

En las figuras siguientes el fondo oscuro que presentan en común es debido a que la mayor parte de la energía luminosa se encuentra alrededor de un punto, el cual corresponde al centro de la imagen en el espectro fig.4.39 (iv) y los filtros de paso de frecuencias altas prescinden en gran proporción de este punto. (c.f.II.4.2).

La fase que interesa más al aplicar estos filtros es en este caso la primera ($1/4$ del radio total) ya que aquí se logra un énfasis de las fronteras del objeto.

Las figuras 4.43 (a),(b) y (c) muestran el efecto al aplicar un filtro ideal con frecuencias de corte de $1/4$, $1/2$ y $3/4$ respectivamente del radio total.

Las figuras 4.43 (d),(e) y (f) ilustran lo que sucede al utilizar frecuencias de corte de $1/4$, $1/2$ y $3/4$ respectivamente del radio total. (filtro butterworth)

En 4.44 (a),(b) y (c) tenemos las imágenes que resultan al aplicar un filtro exponencial con frecuencias de corte de $1/4$, $1/2$ y $3/4$ respectivamente del radio total.

Por último tenemos la aplicación de un filtro trapezoidal con las mismas frecuencias de corte respectivamente.

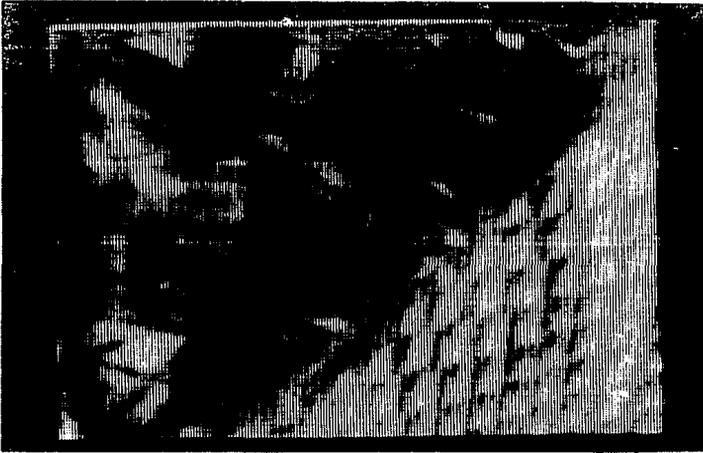


Fig.4.4. Ojo compuesto de un insecto, representado por 128x128 pixels y 128 niveles de intensidad.

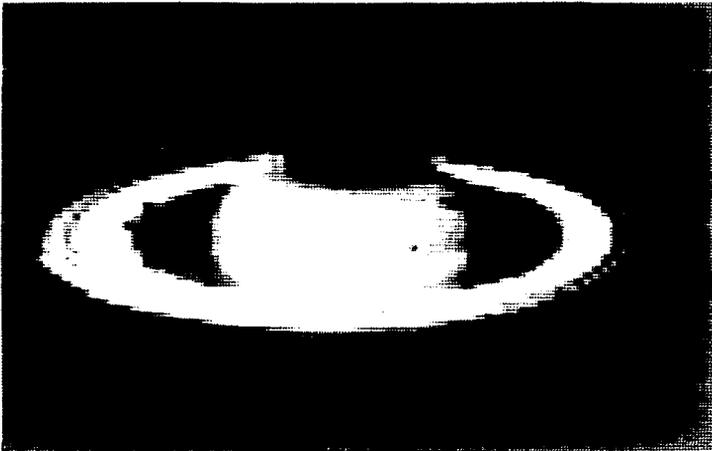


Fig.4.5. Imagen digital de Saturno de 64x64 pixels y 32 niveles de intensidad luminosa.

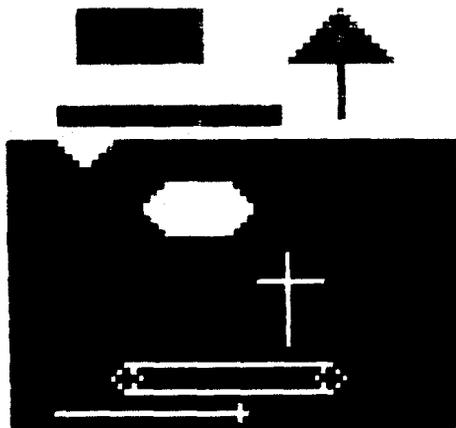


Fig.4.6 Imagen digital de figuras geométricas de 64x64 pixels y 2 niveles de intensidad luminosa.

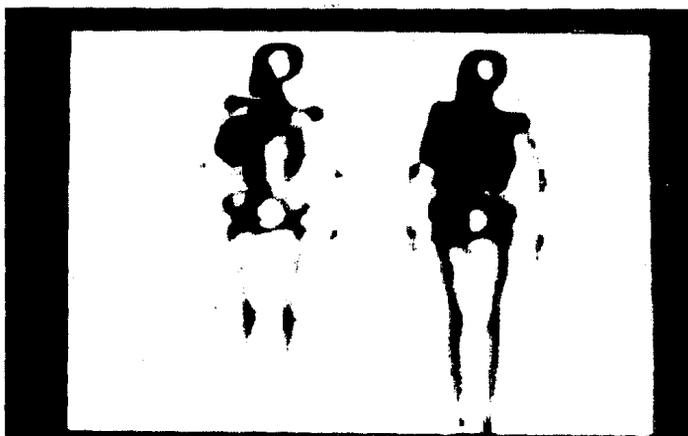


Fig.4.7. Imagen digital de una gammagrafía de un esqueleto (2 tomas), la aproximación es en base a una matriz de 128x128 y variando cada entrada de 0 a 127.

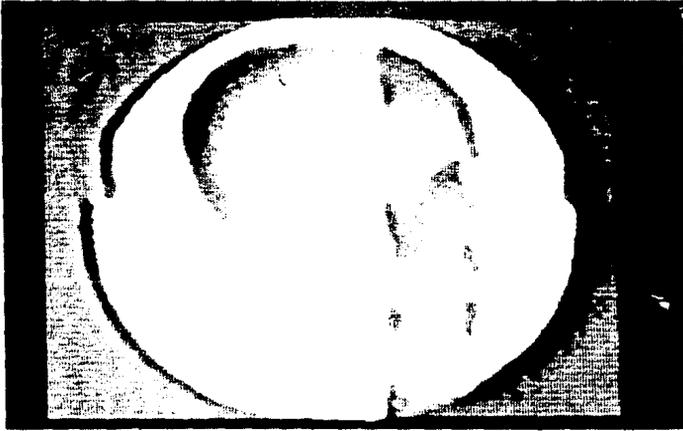


Fig.4.8 Imagen digital de una gammagrafía de una cabeza, aproximada por 128x128 píxels y 128 niveles de intensidad luminosa.



Fig.4.9 Imagen digital de una gammagrafía de un torax, aproximada por 128x128 píxels y 128 niveles de intensidad luminosa.



Fig.4.10 Imagen digital de una gammagrafía de una pelvis, aproximada por 128x128 pixels y 128 niveles de intensidad luminosa.

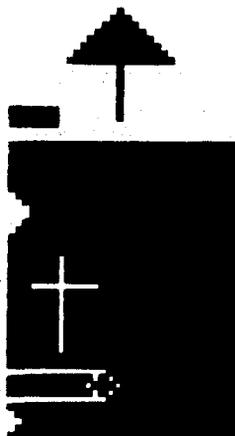


Fig.4.11 Aplicación del proceso de subimagen a las figuras geométricas, al exterior de la región de interés se le asignó la mínima intensidad.

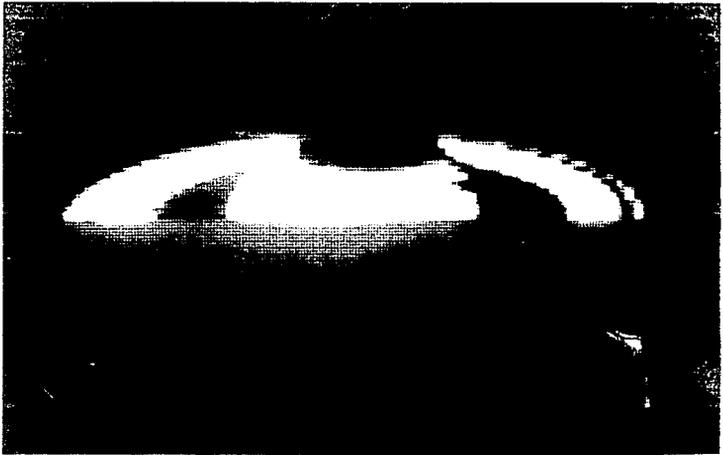


Fig.4.12 Aplicación del proceso de subimagen a Saturno, la región de interés esta definida por los puntos $(32,0)$ y $(0,63)$.

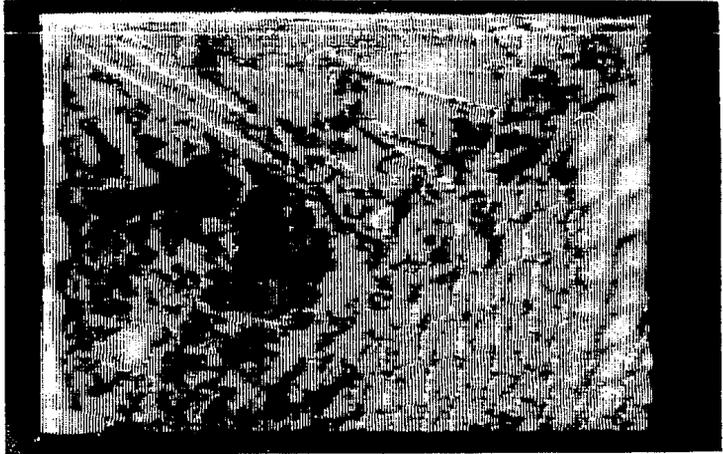


Fig.4.13 Resultado de la igualación de histograma, en la imagen del ojo compuesto de un insecto.

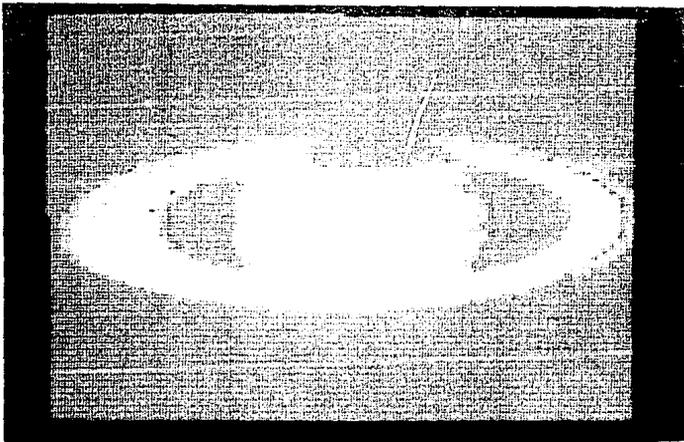


Fig.4.14 Imagen resultante de aplicar igualación de histograma a Saturno.

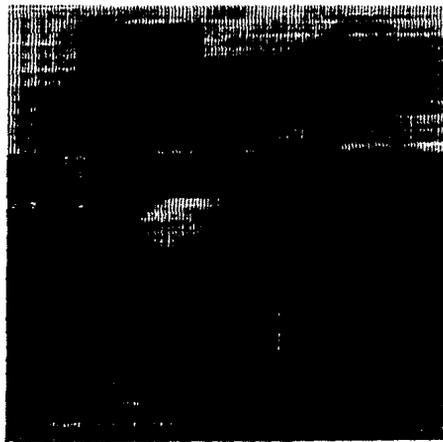


Fig.4.15 Aplicación del proceso de igualación de histograma a las figuras geométricas.

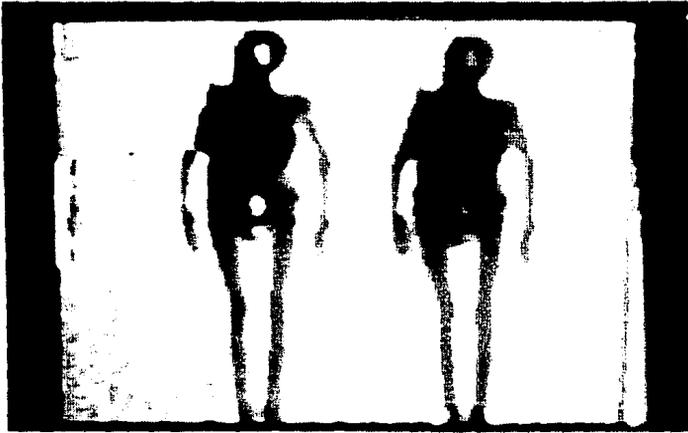


Fig.4.16 Resultado de aplicar igualación de histograma a los esqueletos.



Fig.4.17 Aplicación del proceso de igualación de histograma, a una imagen digital de una cabeza.



Fig.4.18 Imagen de una gammagrafia de un torax, después de la igualación de histograma.

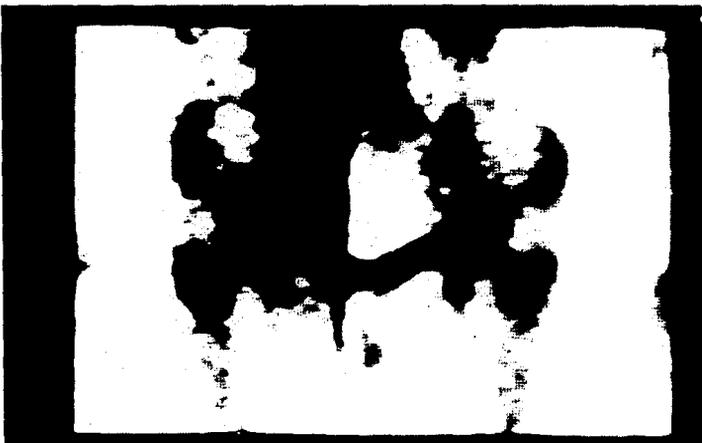


Fig.4.19 Una imagen digital de una gammagrafia de una pelvis, a la que se ha procesado con igualación de histograma.

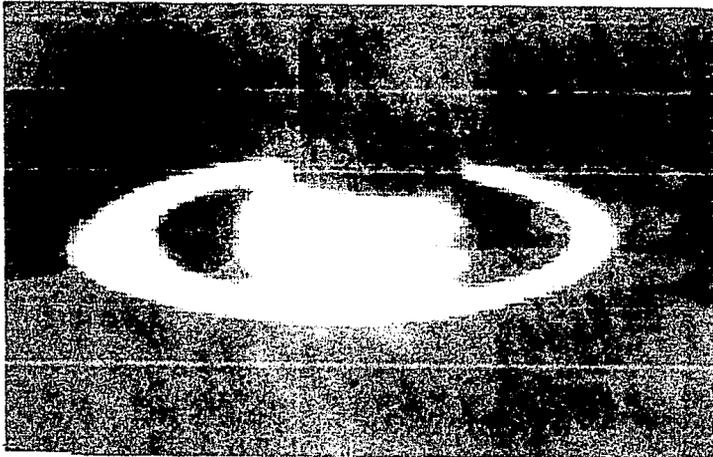


Fig.4.20 Efecto del promedio de vecindades en Saturno.



Fig.4.21 Resultado de aplicar el proceso de gradiente, a la imagen digital del ojo compuesto de un insecto.

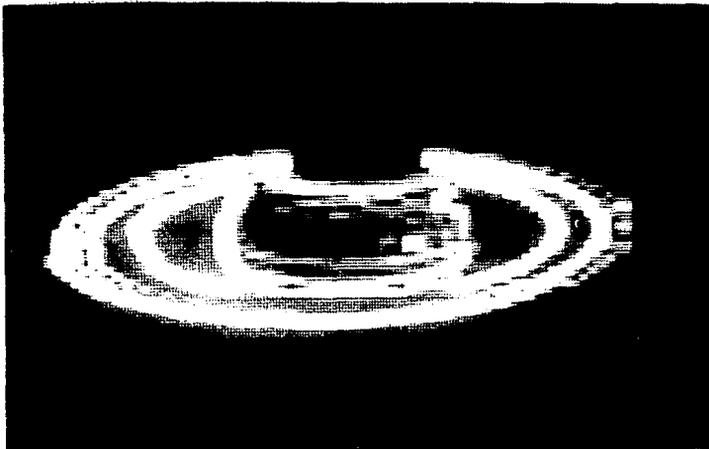


Fig.4.22 Imagen digital del gradiente de Saturno, mostrando con más luminosidad los perfiles del planeta.

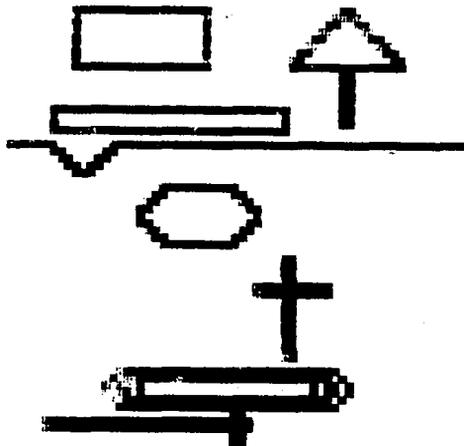


Fig.4.23 Efecto del gradiente en las figuras geométricas, delineando su perímetro.

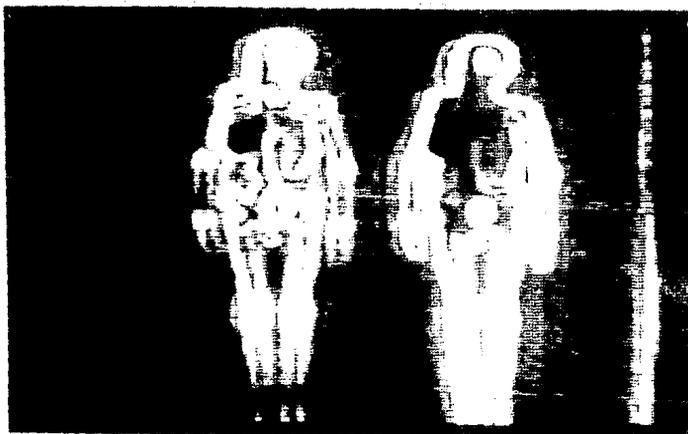


Fig.4.24 Resultado de aplicar el proceso de gradiente a los esqueletos, es especialmente notable en los bordes y uniones de los huesos.



Fig.4.25 Gradiente de una gammagrafía de una cabeza, se obtiene una mejor percepción de los huesos cercanos al cuello.

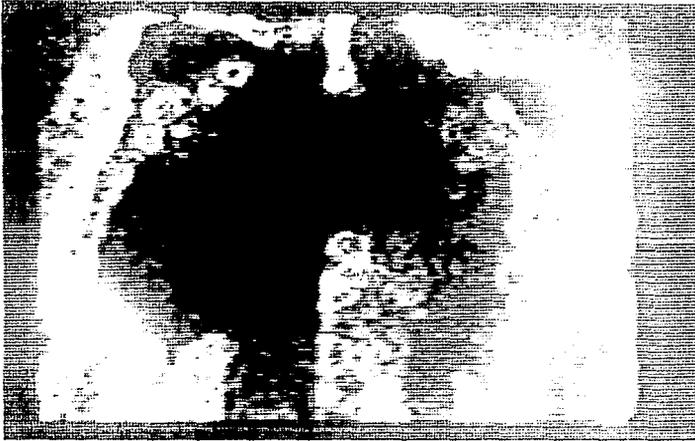


Fig.4.26 Aplicación del proceso de gradiente, a una gammagrafía de un to-
rax.



Fig.4.27 Efecto del gradiente, en una gammagrafía de una pelvis.



Fig.4.28 Histograma de intensidades de Saturno en 64x64 pixels y 32 niveles de intensidad luminosa.

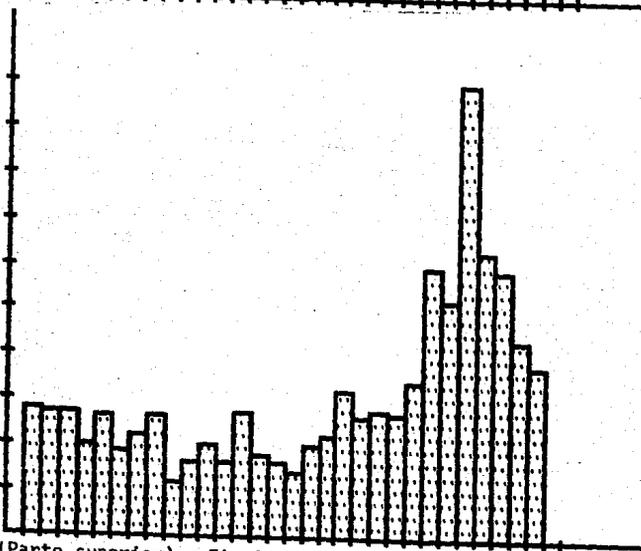
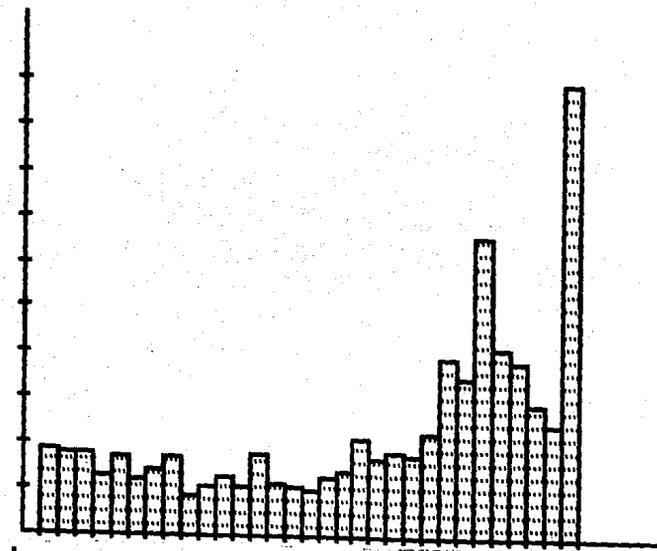


Fig.4.29 (Parte superior) y Fig.4.30 (Parte inferior) Histogramas de Saturno antes y después de un corte de histograma.

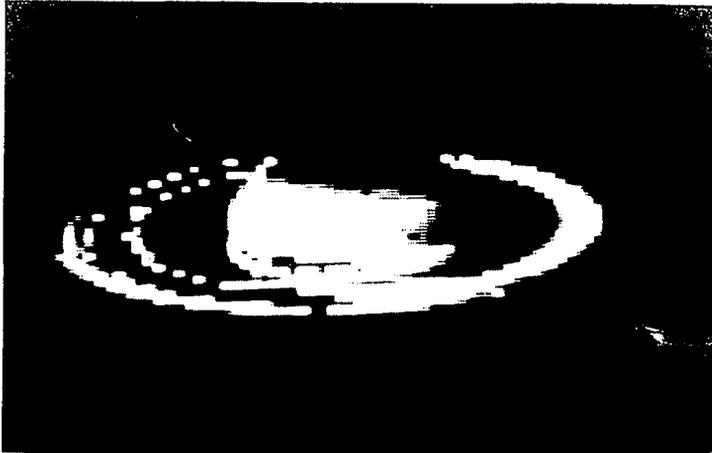


Fig.4.31 Imagen digital de Saturno, después de un corte de histograma en el intervalo de máxima intensidad.

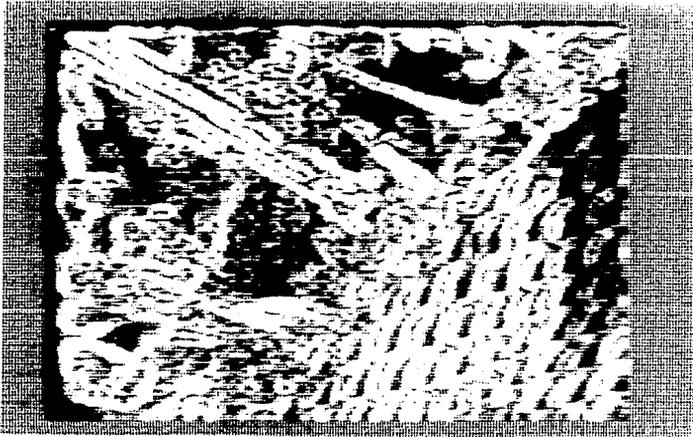


Fig.4.32 Imagen digital de un ojo compuesto de un insecto, después de aplicar los procesos de igualación de histograma y gradiente.



Fig.4.33 Efecto de combinar procesos (igualación de histograma y gradiente) en la imagen digital de unos esqueletos.



Fig.4.34 Resultado de aplicar los procesos de igualación de histograma y gradiente en una gammagrafía de una cabeza.

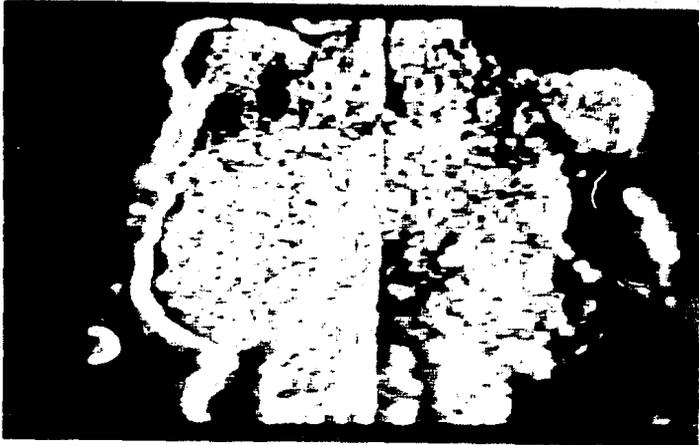


Fig.4.35 Una imagen digital de una gammagrafia de un torax, a la que se ha procesado con igualación de histograma y gradiente.

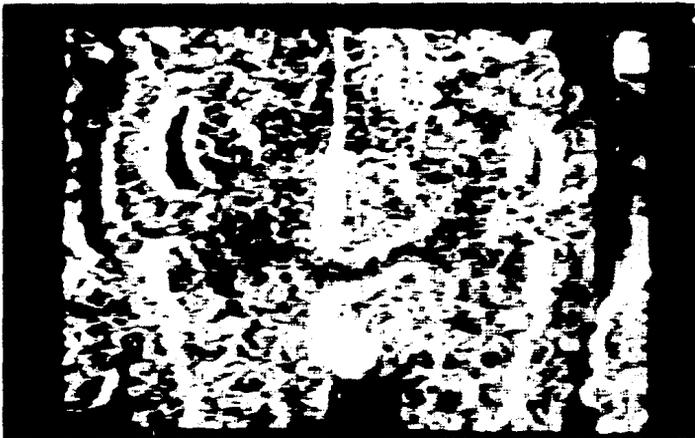


Fig.4.36 Aplicación de los procesos de igualación de histograma y gradiente a una imagen digital de una pelvis.

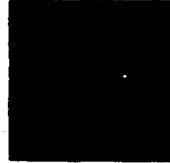


Fig.4.37 Imagen de Saturno en 32x32 pixels y 32 niveles de intensidad.

Fig.4.38 Imagen de un cuadrado de 32x32 pixels y 2 niveles de intensidad.

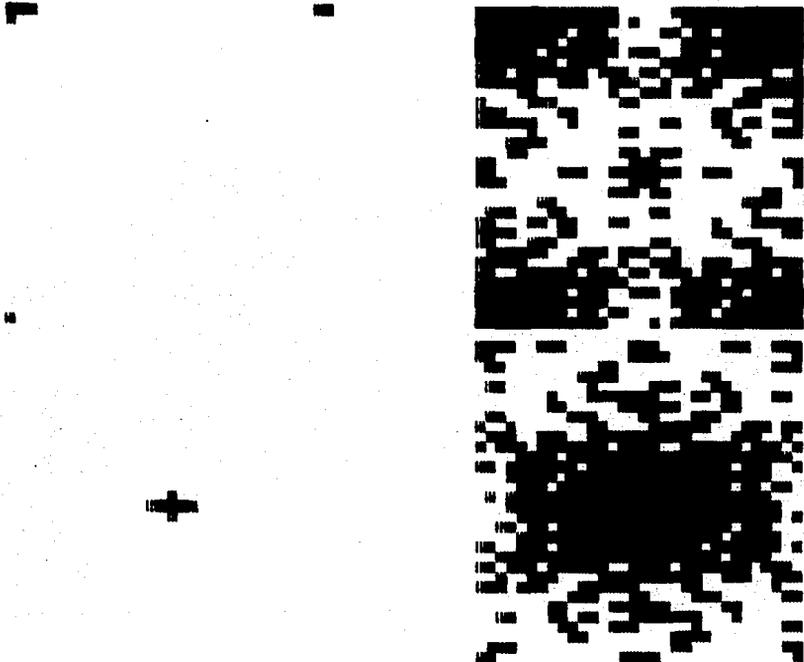


Fig.4.39 Espectros de Fourier de Saturno:

- (i) espectro sin traslación y sin "logaritmo".
- (ii) espectro sin traslación y con "logaritmo".
- (iii) espectro con traslación y sin "logaritmo".
- (iv) espectro con traslación y con "logaritmo".

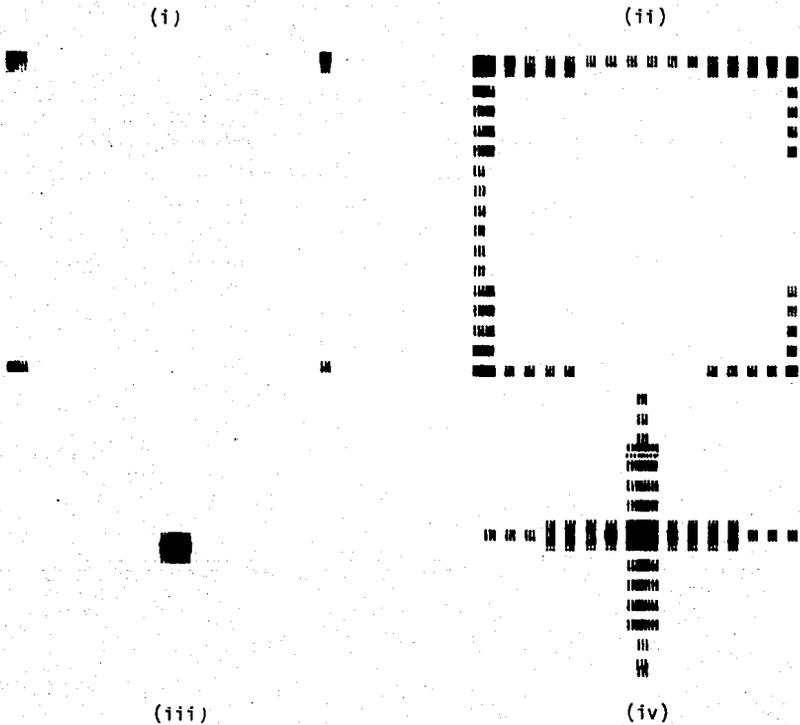


Fig.4.40 Espectros de Fourier de un cuadrado:

- (i) Espectro sin traslación y sin función logarítmica.
- (ii) Espectro sin traslación y con función logarítmica.
- (iii) Espectro con traslación y sin función logarítmica.
- (iv) Espectro con traslación y con función logarítmica.

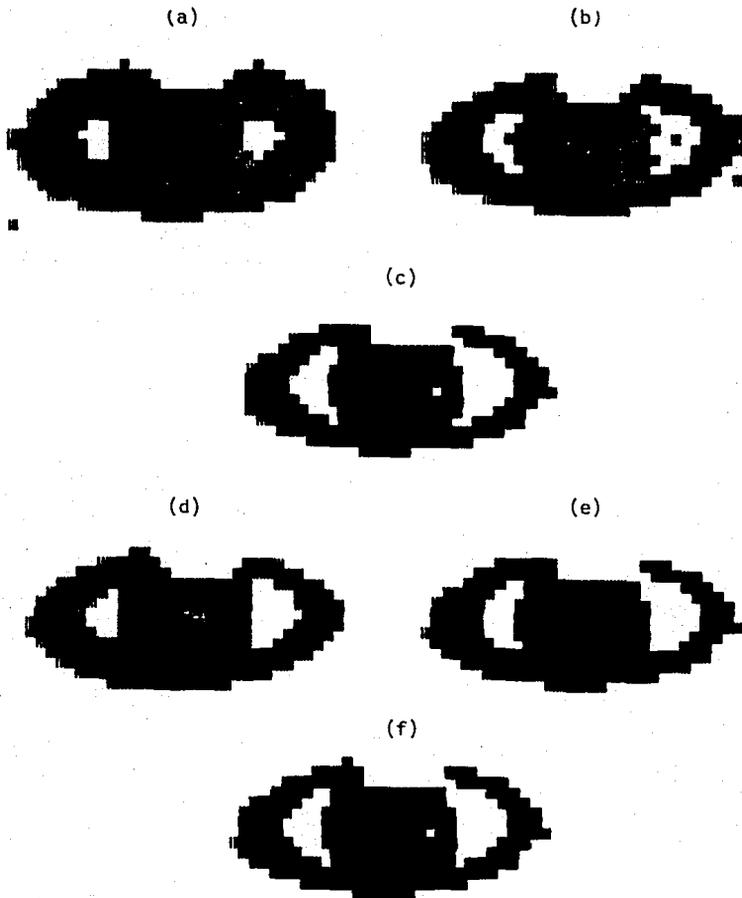


Fig.4.41 (a), (b), (c) Muestran el efecto de aplicar un filtro ideal de paso de frecuencias bajas, para las frecuencias de corte $1/4$, $1/2$ y $3/4$ respectivamente del máximo valor; (d), (e) y (f) corresponden a un filtro butterworth de paso de frecuencias bajas, para las frecuencias $1/4$, $1/2$ y $3/4$ respectivamente del máximo valor.

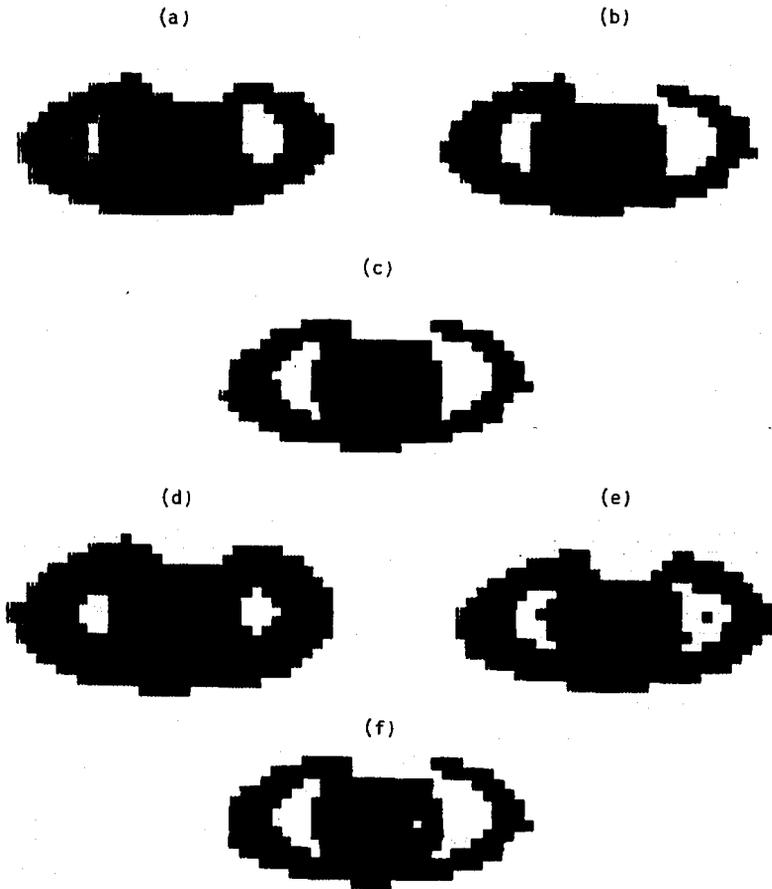
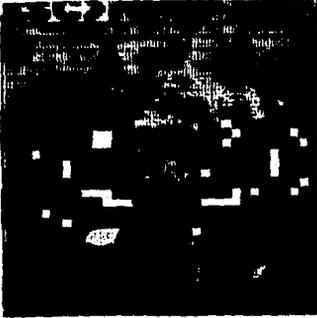
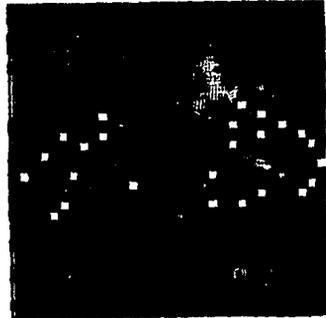


Fig.4.42 (a), (b) y (c) ilustran al filtro exponencial de paso de frecuencias bajas, para frecuencias de corte de $1/4$, $1/2$ y $3/4$ del máximo valor. (d), (e) y (f) resultan al aplicar el filtro trapezoidal con frecuencias de corte de $1/4$, $1/2$ y $3/4$ respectivamente del máximo valor.

(a)



(b)



(c)

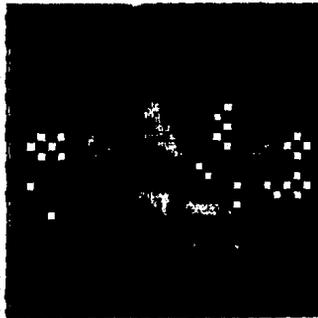
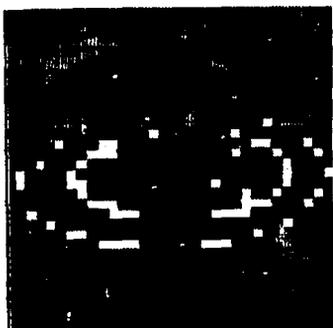
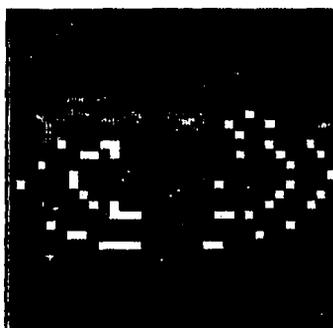


Fig.4.43 Efecto de aplicar un filtro ideal de paso de frecuencias altas. para $1/4$, $1/2$ y $3/4$ del máximo valor; (a), (b) y (c) respectivamente.

(d)



(e)



(f)

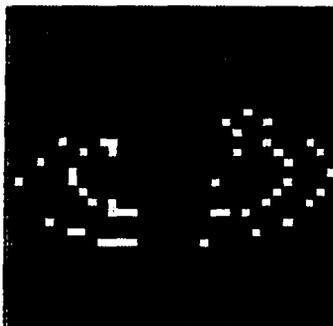
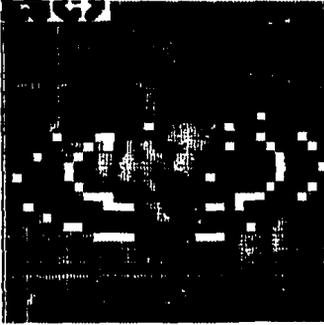
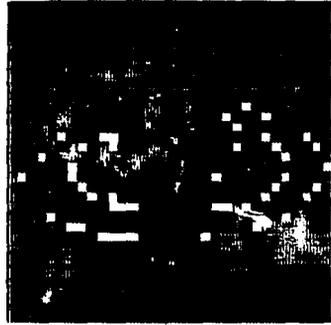


Fig.4.43 (d), (e) y (f) Aplicación de un filtro butterworth de paso de frecuencias altas, con frecuencias de corte $1/4$, $1/2$ y $3/4$ respectivamente del máximo valor.

(a)



(b)



(c)

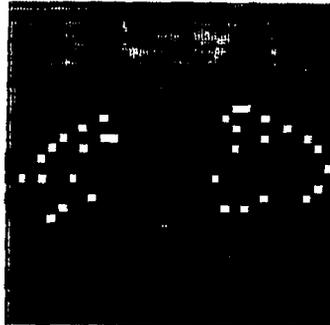
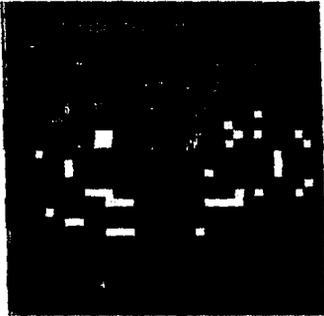
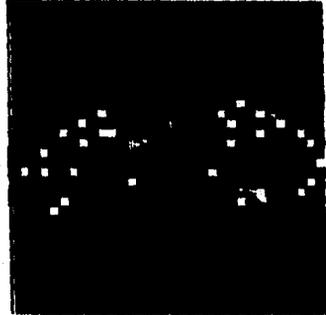


Fig.4.44 (a), (b) y (c) Resultan al aplicar un filtro exponencial de paso de frecuencias altas, con frecuencias de corte de $1/4$, $1/2$ y $3/4$ respectivamente del máximo valor.

(d)



(e)



(f)

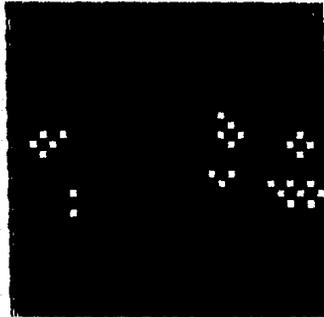


Fig.4.44 (d), (e) y (f) Muestran la aplicación de un filtro trapezoidal de paso de frecuencias altas, para unas frecuencias de corte de $1/4$, $1/2$ y $3/4$ respectivamente del máximo valor.

CONCLUSION

Las imágenes sintetizan el comportamiento general de un conjunto de datos y percibiéndolas por la vista comprendemos parcialmente lo que ocurre a nuestro alrededor; aún así la vista es muy importante para nuestra vida.

El procesamiento de imágenes consiste en un conjunto de conocimientos que permite mejorar la información visual para su interpretación. Esta técnica puede emplearse en diversos campos de la actividad humana. El sistema de procesamiento con sus programas es uno de los medios que nos posibilita para pasar del ámbito teórico al práctico. El área de procesamiento de imágenes es un campo interdisciplinario, mediante nuestro trabajo lo abordamos desde el punto de vista de la implantación de los algoritmos en una computadora. Así mismo pueden realizarse estudios sobre aspectos físicos, como los problemas de óptica involucrados, también considerando las aplicaciones, habría que explorar su utilidad en la Medicina, Antropología, Agricultura, etc.

Tratamos de incorporar en el sistema los programas más utilizados, fundamentales y comunes a diferentes campos de aplicación. El sistema se encuentra en una etapa de crecimiento, susceptible de ser mejorado; a la vez es representativo y nos muestra características de una técnica.

La realización del trabajo de tesis, complementa la formación profesional dándonos oportunidad de desarrollar un tema relacionado con nuestros conocimientos y resumir los resultados en la mejor forma que podemos.

El hombre ha creado máquinas para producir más productos y brindar mejores servicios, satisfaciendo así sus necesidades. Es mi deseo que mediante la conciencia de la humanidad y mejores organizaciones, lleguen los beneficios de los procesos de industrialización a todos los grupos humanos.

Espero que el trabajo sea útil para la comunidad.

BIBLIOGRAFÍA

- 1.- Brian W. Kernighan y Dennis M. Ritchie, El lenguaje de programación 'C'. Prentice-Hall, 1985.
- 2.- Brigham, E.O., The fast Fourier transform. Prentice-Hall, Englewood Cliffs, New Jersey, 1974.
- 3.- Gonzalez Rafael C. y Wintz Paul, Digital image processing. Addison-Wesley, 1977.
- 4.- Kenneth R. Castleman, Digital image processing. Prentice-Hall, 1979.
- 5.- Lifeboat associates, Lattice C compiler manual. May 25, 1982.
- 6.- MPC Service manual #1027, Columbia data products inc, 1983.
- 7.- Simpson Henry, A human-factor style guide for program design. Byte Publications Inc., April 1982.
- 8.- Software Labs, 1221 Mattise St. Sunnyvale, CA 94087, C utilities, 1984.