

1  
2 Ejes



# UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

INTERPRETACION AUTOMATICA DE SONDEOS  
ELECTRICOS VERTICALES EN EL DOMINIO  
DE LA FUNCION KERNEL.

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
INGENIERO GEOFISICO

P R E S E N T A N:

ANGUIANO ROJAS PEDRO

AMADOR TERRAZAS EDUARDO HILARIO



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



Universidad Nacional  
Autónoma

FACULTAD DE INGENIERIA

Dirección  
60-I-60

Señores AMADOR TERRAZAS EDUARDO HILARIO Y  
ANGUIANO ROJAS PEDRO  
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud, me es grato hacer de su conocimiento el tema que aprobado por esta Dirección, propuso el Prof. Ing. - Pedro González Villalvaso, para que lo desarrollen como tesis -- para su Examen Profesional de la carrera de INGENIERO GEOFISICO.

"INTERPRETACION AUTOMATICA DE SONDEOS ELECTRICOS VERTICALES  
EN EL DOMINIO DE LA FUNCION KERNEL"

PROLOGO.

- I CONCEPTOS FUNDAMENTALES.
  - II CALCULO NUMERICO DE CURVAS DE FUNCION KERNEL POR MEDIO DE FILTROS LINEALES DIRECTOS DE RESISTIVIDAD.
  - III TEORIA DE LA INVERSION.
  - IV METODO DE INTERPRETACION AUTOMATICA.
- CONCLUSIONES.  
BIBLIOGRAFIA.

Ruego a ustedes se sirvan tomar debida nota de que en cumplimiento con lo especificado por la Ley de Profesiones, deberán prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Coordinación de la Administración - Escolar en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

Atentamente.

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Cd. Universitaria, D.F., Marzo 20 de 1985.

EL DIRECTOR

Dr. Octavio A. Rascón Chávez

511  
OARCH' MRV'gtg

# I N D I C E

|  | Pág. |
|--|------|
| PROLOGO . . . . .  | 1    |
| CAPITULO I      CONCEPTOS FUNDAMENTALES . . . . .  | 2    |
| I.1.      Introducción . . . . .   | 2    |
| I.2.      Propiedades eléctricas de las rocas . . . . .  | 3    |
| I.3.      Ecuaciones fundamentales . . . . .   | 6    |
| I.4.      Resistividad aparente . . . . .  | 11   |
| I.5.      Medio estratificado y potencial en la superficie . . . . .   | 12   |
| I.6.      Función Kernel . . . . .   | 17   |
| I.7.      Propiedades de la función de transformación de resistividades . . . . .  | 23   |
| I.8.      Funciones de resistividad aparente . . . . .   | 24   |
| I.9.      Propiedades de la función de resistividad aparente . . . . .   |      |
| CAPITULO II      CALCULO NUMERICO DE CURVAS DE FUNCION KERNEL POR MEDIO DE FILTROS LINEALES DIRECTOS DE RESISTIVIDAD . . . . . | 31   |
| II.1.      Generalidades . . . . .   | 31   |
| II.2.      Método de filtraje lineal digital . . . . .   | 32   |
| II.3.      Teorema del muestreo en el filtraje lineal . . . . .  | 36   |
| II.4.      Obtención de filtros directos de resistividad por medio de la Transformada de Fourier . . . . .                     | 39   |
| II.5.      Obtención de filtros directos de resistividad por el método de mínimos cuadrados . . . . .                          | 42   |
| II.6.      Análisis de eficiencia de los filtros digitales directos . . . . .  | 45   |
| II.7.      Obtención de las curvas de función kernel . . . . .   | 48   |

|  | Pág. |
|--|------|
| CAPITULO III   |      |
| PROBLEMA INVERSO PARA MEDIOS HORIZON-<br>TALMENTE ESTRATIFICADOS . . . . .               | 54   |
| III.1. Generalidades . . . . .   | 54   |
| III.2. Teoría de Inversión . . . . .   | 55   |
| III.3. Descripción de los métodos de inversión . . . . .                                 | 58   |
| .1 Determinación del modelo geoelectrico i -<br>nicial . . . . .                         | 58   |
| .2 Obtención de $\tau_{21}(\lambda)$ . . . . .   | 62   |
| .3 Obtención de $\beta_{cal}(s)$ o de $\tau_{62}(\lambda)$ . . . . .                     | 62   |
| .4 Determinación del criterio de error . . . . .   | 63   |
| .5 Métodos de optimización de la función de e-<br>rror . . . . .                         | 65   |
| .a Método de Gradiente . . . . .   | 65   |
| .b Método de Solución de Ecuaciones Ma-<br>triciales . . . . .                           | 66   |
| .6 Repetición iterativa del método . . . . .   | 68   |
| III.4. Método Híbrido . . . . .  | 69   |
| CAPITULO IV  |      |
| METODO DE INVERSION AUTOMATICO . . . . .   | 75   |
| IV.1. Introducción . . . . .   | 75   |
| IV.2. Método de Inversión Propuesto . . . . .  | 76   |
| IV.3. Programación del método . . . . .  | 81   |
| IV.4. Aplicación del método . . . . .  | 94   |
| .1 Rangos de aplicación del método . . . . .   |      |
| .2 Comparación con la inversión en el domi-<br>nio de la resistividad aparente . . . . . | 97   |
| .3 Utilización del método en un caso geológi-<br>co . . . . .                            | 98   |
| CONCLUSIONES . . . . .   | 114  |

|              | Pág.   |
|--------------|--|
| APENDICE I   | Programas de cómputo . . . . . 116                               |
|              | .1 Programa ELEC . . . . . 117                                   |
|              | .2 Programa MC . . . . . 126                                     |
|              | .3 Programa PRUFIL . . . . . 131                                 |
|              | .4 Programa CAFUKE . . . . . 147                                 |
| APENDICE II  | Método de Gradiente . . . . . 159                                |
| APENDICE III | Método de Solución de Ecuaciones Matriciales . . . . . 161       |
| APENDICE IV  | Cálculo de los elementos de la Matriz Jacobiana, D . . . . . 163 |
| APENDICE V   | Programa IDOFUKE . . . . . 164                                   |
| BIBLIOGRAFIA | . . . . . 187  |

## INDICE DE FIGURAS

| Figura | Descripción   | Pág. |
|--------|---|------|
| I.1.   | Márgenes de variación de resistividades en rocas y minerales . . . . .  | 5    |
| I.2.   | Comportamiento del potencial eléctrico en un medio homogéneo e isótropo . . . . .                                       | 8    |
| I.3.   | Dispositivo tetraelectródico . . . . .  | 9    |
| I.4.   | .a Dispositivo Wenner . . . . .   | 11   |
|        | .b Dispositivo Schlumberger . . . . .   | 11   |
| I.5.   | Medio heterogéneo y anisótropo . . . . .  | 12   |
| I.6.   | Medio estratificado . . . . .   | 13   |
| I.7.   | Recurrencia de Flathe . . . . .   | 19   |
| I.8.   | Recurrencia de Pekeris . . . . .  | 21   |
| I.9.   | Equivalencias de la función kernel . . . . .  | 21   |
| I.10.  | Curvas de resistividad aparente de dos capas tipo ascendente y tipo descendente para dispositivo Schlumberger . . . . . | 26   |
| I.11.  | Curvas de resistividad aparente de tres capas para dispositivo Schlumberger . . . . .                                   | 27   |
| I.12.  | Curvas de resistividad aparente de cuatro capas para dispositivo Schlumberger . . . . .                                 | 28   |
| II.1.  | Aportación de Slichter . . . . .  | 32   |
| II.2.  | Representación de un sistema lineal . . . . .   | 33   |
| II.3.  | C.T.R., C.R.A. y C.R.V para el caso de dos capas . . . . .  | 49   |
| II.4.  | C.T.R., C.R.A. y C.R.V. para el caso de tres capas tipo "k" . . . . .   | 50   |
| II.5.  | C.T.R., C.R.A. y C.R.V. para el caso de tres capas tipo "k" . . . . .   | 51   |
| II.6.  | C.T.R., C.R.A. y C.R.V. para el caso de tres capas tipo "H" . . . . .   | 52   |

| Figura | Descripción   | Pág. |
|--------|---|------|
| II.7.  | C.T.R., C.R.A. y C.R.V. para el caso de tres capas tipo "Q" . . . . .                   | 53   |
| III.1. | Diagrama de bloques que muestra el proceso de los métodos de aproximaciones sucesivas . | 57   |
| IV.1.  | Estrategia para la selección de . . . . .   | 80   |
| IV.2.  | Diagrama de flujo del programa IDOFUKE . .  | 89   |
| IV.3.  | Ejemplo de C.R.A. bien definida . . . . .   | 110  |
| IV.4.  | Ejemplo de C.R.A. mal definida . . . . .  | 111  |
| IV.5.  | Ejemplo de rama altamente descendente . . .   | 112  |
| IV.6.  | Ejemplo geológico . . . . .   | 113  |



## INDICE DE TABLAS

| Tabla | descripción  | pág. |
|-------|--|------|
| II.1. | Valor límite del contraste de resistividad para los diferentes filtros obtenidos . . . | 47   |
| IV.1. | Ejemplo de rama final altamente descendente  | 100  |
| IV.2. | Ejemplo de comparación IDOFUKE .vs. INVNOS   | 102  |
| IV.3. | Ejemplo de comparación IDOFUKE .vs. INVNOS   | 106  |

## PROLOGO

1

La actual crisis económica mundial ha convertido a los países en vías de desarrollo, en simples exportadores de materias primas y, en muy rara ocasión, de productos manufacturados. Ante esta situación, México ha tratado de impulsar drásticamente su industria; la cual requiere del suficiente abastecimiento de dichas materias primas.

Así dentro del Plan Nacional de Energía, se ha caracterizado como puntos estratégicos el desarrollo tecnológico en las áreas de Ciencias del Mar y Ciencias de la Tierra; debido a que éstas son las principales fuentes de estos recursos.

La Geofísica, que forma parte de las Ciencias de la Tierra, ha mostrado en los últimos años un extraordinario desarrollo; satisfaciendo con ello la creciente demanda de materias primas que requiere la moderna sociedad humana.

En México se han utilizado los métodos geofísicos de exploración, en industrias tales como: la petrolera, la minera, la de elementos radioactivos, la geotérmica y la de construcción. También se le ha usado con fines geohidrológicos, para determinar la localización y extensión de mantos acuíferos.

Dentro de este contexto mundial y nacional, los autores de esta tesis hemos querido realizar una aportación al grupo de técnicas utilizadas para la interpretación cuantitativa del Sondeo Eléctrico Vertical (S.E.V.); el cual pertenece a la rama de la Prospección Geoeléctrica.

El eje central de este trabajo es la aplicación de los modernos sistemas de cómputo al procesamiento de datos geofísicos; encontrando éste su culminación en la realización del programa IDOFUKE, que es presentado en el capítulo IV de esta tesis.

## CAPITULO I

### CONCEPTOS FUNDAMENTALES

#### I.1.- INTRODUCCION.

Al iniciar este trabajo es necesario plantear lo que se entiende por Geofísica. Existen tres áreas, cuyas fronteras no es posible marcar rigurosamente, en las que se puede dividir a la Geofísica, éstas son:

Geofísica Pura. La cual estudia los campos físicos asociados a la Tierra y las propiedades físicas de los materiales.

Geofísica Aplicada. Es la Ciencia y Tecnología enfocadas al conocimiento e información del interior de la Tierra con fines prácticos ó académicos.

Ingeniería Geofísica (Geofísica de Exploración). Es la aplicación de la Ciencia y Tecnología de la Geofísica Aplicada, para conocer las características y propiedades del subsuelo de la Tierra, con fines prácticos, comerciales e industriales, abarcando los estudios de diseño y fabricación de equipo, sistemas y técnicas de campo, de laboratorio e interpretación.

La llamada Prospección Geofísica es una rama de la Ingeniería Geofísica que se encarga del estudio de las estructuras ocultas en el interior de la Tierra y de la localización, en éste, de cuerpos delimitados por el contraste de alguna de sus propiedades físicas con las del medio circundante, por medio de mediciones realizadas, en la mayoría de los casos, en la superficie de la Tierra.

La Prospección Geofísica abarca distintos métodos de exploración entre los cuales destaca la Prospección Geoeléctrica.

Así mismo, la Prospección Geoeléctrica se divide en una gran cantidad de métodos y técnicas entre los cuales se encuentra el método de resistividad. Este método presenta dos técnicas de medición, que son los perfiles eléctricos.

cos y los sondeos eléctricos verticales; siendo, éstos últimos, a los que se enfocará la presente Tesis.

## I.2.- PROPIEDADES ELECTRICAS DE LAS ROCAS.

En el estudio de los métodos geoelectricos es importante el conocimiento de las propiedades electromagnéticas tanto de las rocas como de los minerales. Dentro de estas propiedades mencionaremos tres de las más importantes; éstas son: la resistividad eléctrica ( $\rho$ ), su inversa la conductividad ( $\sigma$ ), la constante dieléctrica ( $\epsilon$ ) y la permeabilidad magnética ( $\mu$ ).

En Prospección Geoelectrica nos interesan las propiedades de las rocas y minerales reales, tal y como se presentan en la naturaleza, con sus impurezas, fisuras y humedad.

La resistividad es sin duda una de las más importantes, y se define como la dificultad que la corriente eléctrica encuentra a su paso en un material determinado. La conductividad por su parte, como caso inverso, considera la facilidad de paso de la corriente a través del material. La relación entre la conductividad y la resistividad queda definida por la siguiente expresión:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (I.1)$$

La conductividad es una magnitud física cuyo rango de variación es grande, puesto que depende de diversos mecanismos físicos; así como también, de la estructura del cuerpo considerado. La conductividad de los cuerpos se debe a que permiten pasar a través de ellos a los portadores de las cargas eléctricas. Estos portadores pueden ser electrones o iones; en razón de esto, se puede decir que existen dos tipos de conductividad: electrónica e iónica.

Los materiales con conductividad electrónica se clasifican en metales y semiconductores; los de conductividad iónica por su parte, se clasifican en dieléctricos y electrolitos líquidos. En los metales la conductividad se debe a que los electrones de valencia de sus átomos pueden moverse li-

brememente entre la red cristalina que éstos forman, es decir, los metales están constituidos por una red de iones positivos, entre los cuales se mueve una especie de gas electrónico, que actúa como cemento del conjunto.

La resistividad de los metales, a temperatura normal, oscila entre  $10^{-8}$  y  $10^{-7}$  ohm-m. Entre los escasos componentes de la corteza terrestre que poseen conductividad metálica, se encuentran los metales nativos (oro, plata, cobre y estaño) y un mineral poco abundante, la ullmanita.

Los semiconductores son materiales que presentan conductividad electrónica; esta conductividad puede ser creciente con la temperatura, se dice entonces que presenta una conductividad intrínseca; otro tipo de conductividad llamada extrínseca, es debida a la presencia de impurezas, esto es, cuando en la red cristalina algunos átomos se sustituyen por otros de valencia diferente, produciéndose la falta o sobra de algún electrón.

La resistividad de los semiconductores varía entre  $10^{-4}$  a  $10^3$  ohm-m, esto depende en gran parte del contenido de impurezas que presentan. Entre los minerales que se encuentran en este rango, tenemos: molibdenita, pirita, pirrotita, calcopirita, magnetita, galena, etc.

Los electrolitos líquidos son aquellos que se forman cuando una sal es disuelta en agua, los iones constituyentes de la sal se convierten en portadores de corriente eléctrica al separarse y moverse libremente a través de la solución; estos portadores de la corriente eléctrica son los cationes y los aniones. Al aplicar un campo eléctrico, unos y otros se ponen en marcha según su signo hacia los respectivos electrodos.

La resistividad de un electrolito es la resistencia eléctrica presentada, por un volumen de electrolito de forma cúbica y de un metro de lado, cuando se establece una diferencia de potencial entre dos caras opuestas. Dentro de los iones más abundantes que se tienen en las aguas naturales están el  $Cl^{-}$  y el  $Na^{+}$ . La resistividad de las aguas na-

turales puede variar de 0.03 a  $3 \times 10^3$  ohm-m.

Por su parte, los minerales que se comportan como dieléctricos son muchos, algunos de gran interés minero como la blenda y el cinabrio; figuran también los más importantes constituyentes de las rocas, por ejemplo: anhidrita, azufre, calcita, cuarzo, feldespatos, hornblenda, limonita, olivino, etc. En general la resistividad de los dieléctricos es mayor a  $10^7$  ohm-m.

Se puede decir entonces que si la conductividad de las rocas dependiera únicamente de sus minerales, éstas habrían de considerarse como aislantes, la realidad es que el medio conductor es una disolución acuosa de sales comunes, por lo que, en forma general, podemos decir que la conductividad de las rocas es de tipo iónico.

Además de lo anteriormente mencionado, la resistividad de las rocas dependerá de la saturación y salinidad del agua, la porosidad y textura de la roca, así como de la interacción entre la matriz de la roca y el agua contenida en los poros. La siguiente figura muestra rangos de variación de la resistividad de algunas rocas y minerales; dado que en la realidad no podemos asignar un valor específico de resistividad a cada roca o mineral por las razones antes mencionadas.

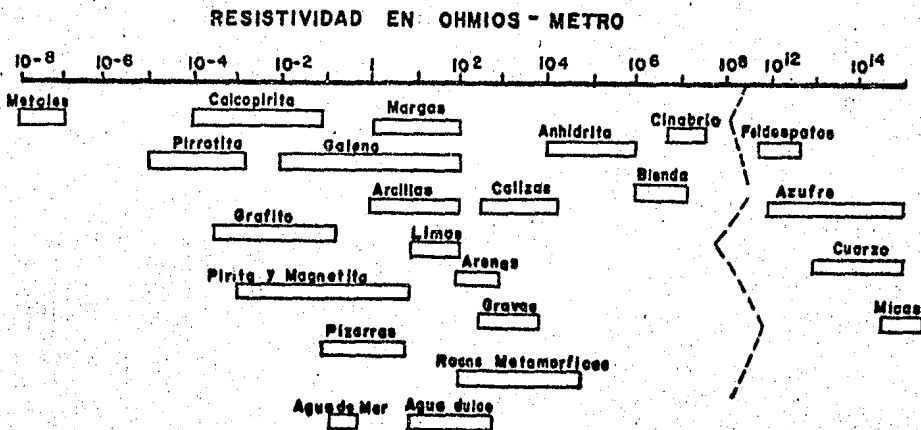


Fig. I.1.- Márgenes de variación de resistividades en rocas y minerales.

### I.3.- ECUACIONES FUNDAMENTALES.

En todos los campos del conocimiento, el ser humano ha tratado de incursionar de una manera sistemática. Para ello ha simplificado, mediante modelos ideales, los problemas - complejos que a primera vista parecen inaccesibles. Siguiendo esta filosofía (método científico), iniciaremos nuestro estudio sobre el método de resistividad, con el modelo más simple del subsuelo: un semiespacio homogéneo e isótropo - de resistividad constante.

Las ecuaciones fundamentales para este estudio son:

1. La Ley de Faraday-Maxwell, que relaciona el campo eléctrico con el campo magnético; se expresa en su forma diferencial, de la siguiente manera:

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (I.2)$$

Si la corriente eléctrica es invariante en el tiempo - (corriente continua), podemos simplificar esta ecuación a:

$$\nabla \times \vec{E} = 0 \quad (I.3)$$

Podemos ver de la ecuación anterior que el campo eléctrico es, en este caso, irrotacional y, por lo tanto, conservativo. De esto último se desprende que a este campo vectorial se le puede expresar a partir de otro campo escalar que es el llamado potencial eléctrico.

$$\vec{E} = - \nabla U \quad (I.4)$$

2. La Ley de Ohm, que se expresa:

$$\vec{J} = \frac{1}{\rho} \vec{E} \quad (I.5)$$

3. La Ecuación de Continuidad, dada por:

$$\nabla \cdot \vec{J} = - \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (I.6)$$

Esta última expresión se simplifica, para el caso de corriente continua, a:

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad (I.7)$$

Relacionando las ecuaciones (I.4) y (I.5), se obtiene:

$$\vec{J} = -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} U \quad (\text{I.8})$$

y combinando esta última ecuación con la (I.7), se tiene:

$$\vec{\nabla} \left( -\frac{1}{\rho} \vec{\nabla} U \right) = 0 \quad (\text{I.9})$$

desarrollando:

$$\vec{\nabla} \frac{1}{\rho} \cdot \vec{\nabla} U + \frac{1}{\rho} \nabla^2 U = 0 \quad (\text{I.10})$$

como  $\frac{1}{\rho}$  (la conductividad) es constante para un medio homogéneo e isótropo, la ecuación anterior se transforma en:

$$\nabla^2 U = 0 \quad (\text{I.11})$$

esta expresión es la llamada Ecuación de Laplace, y define el comportamiento del potencial eléctrico estacionario en un medio homogéneo e isótropo.

En este sentido, el estudio del problema directo en Prospección Geoelectrónica, consiste en determinar la curva de resistividades aparentes que se obtiene con un dispositivo determinado, sobre un subsuelo cuya distribución de resistividades se conoce.

En coordenadas esféricas, la Ecuación de Laplace, se expresa:

$$\frac{\partial}{\partial r} \left( r^2 \frac{\partial U}{\partial r} \right) + \frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left( \sin \theta \frac{\partial U}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{\sin^2 \theta} \frac{\partial^2 U}{\partial \varphi^2} = 0 \quad (\text{I.12})$$

de acuerdo con nuestro modelo (ver figura I.2), el potencial no debe variar respecto a  $\theta$  y a  $\varphi$ . Así la expresión (I.12) se transforma en:

$$\frac{d^2 U}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dU}{dr} = 0 \quad (\text{I.13})$$

si:

$$y = \frac{dU}{dr} \quad (\text{I.14})$$

la solución de esta ecuación diferencial es:

$$y = \frac{dU}{dr} = \frac{C}{r^2} \quad (\text{I.15})$$



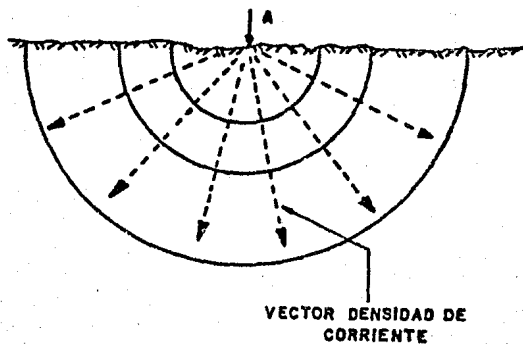


Fig. I.2.- Comportamiento del potencial eléctrico en un medio homogéneo e isótropo.

que a su vez tiene por solución:

$$U = A - \frac{B}{r} \quad (\text{I.16})$$

las constantes A y B tendrán valores que dependen de las condiciones que se le imponga al potencial.

a) El potencial eléctrico (U) es nulo cuando  $r \rightarrow \infty$ ; es decir:

$$\lim_{r \rightarrow \infty} U = 0 \quad (\text{I.17})$$

lo que implica que:

$$A = 0 \quad (\text{I.18})$$

b) La otra constante (B), debe incluir las condiciones geométricas de la fuente y su intensidad. De las ecuaciones (I.4), (I.5) y (I.15) se tiene:

$$|\vec{F}| = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial r} \quad (\text{I.19})$$

como:

$$|\vec{J}| = \frac{I}{2\pi r^2} \quad (\text{I.20})$$

entonces:

$$\delta = -\frac{\rho I}{2\pi} \quad (\text{I.21})$$

substituyendo los valores de las constantes A y B en la ecuación (I.16), se tendrá la expresión del potencial como:

$$U = \frac{\rho I}{2\pi} \cdot \frac{1}{r} \quad (\text{I.22})$$

recordando que I es la intensidad de corriente de la fuente y r es la distancia al punto de medición. Si existe más de una fuente, y dado que el potencial es un valor escalar el potencial eléctrico total será la suma algebraica de to dos los potenciales, es decir:

$$U = \frac{\rho}{2\pi} \left( \frac{I_1}{r_1} + \frac{I_2}{r_2} + \frac{I_3}{r_3} + \dots + \frac{I_n}{r_n} \right) \quad (\text{I.23})$$

En la práctica del Sondeo Eléctrico Vertical (SEV) se inyecta corriente eléctrica al subsuelo por medio de los electrodos, A y B, y se mide la diferencia de potencial entre los puntos, M y N, situados en una forma predeterminada con respecto a los electrodos de corriente (A y B), tal como se muestra en la figura siguiente:

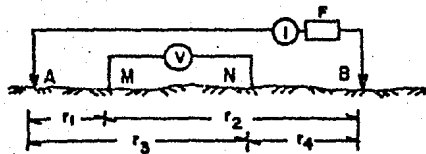


Fig. I.3.- Dispositivo tetraelectrónico.

La diferencia de potencial entre M y N será:

$$\Delta U = \frac{\rho I}{2\pi} \left\{ \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) - \left( \frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_4} \right) \right\} \quad (\text{I.24})$$

de donde la resistividad tiene como expresión:

$$\rho = 2\pi \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} \right)^{-1} \frac{\Delta U}{I} \quad (I.25)$$

Es importante señalar que todas las mediciones realizadas en la superficie, sirven para calcular la resistividad verdadera.

La expresión (I.25), puede separarse en dos partes. La primera es el factor geométrico del dispositivo:

$$K = 2\pi \left( \frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_3} + \frac{1}{r_4} \right)^{-1} \quad (I.26)$$

la segunda parte esta constituida por la relación de los parámetros físicos medidos en el campo:  $\Delta U$ , que es la diferencia de potencial eléctrico entre los electrodos M y N; e I, que es la intensidad de corriente eléctrica entre los electrodos A y B.

Los dispositivos utilizados en el Sondeo Eléctrico Vertical pertenecen a este grupo de dispositivos "tetrapolares"; ellos son:

a) El dispositivo Wenner, en el cual los cuatro electrodos están equiespaciados, y en el que se mide la diferencia de potencial (ver figura I.4a). El factor geométrico de este dispositivo es:

$$K_w = 2\pi a \quad (I.27)$$

b) Dispositivo Schlumberger, en el que se mide aproximadamente la intensidad de campo eléctrico, gradiente del potencial eléctrico (ver figura I.4b). Se hace tender b a cero de tal manera que la relación de  $\Delta U$  entre  $2b$  es aproximadamente el gradiente del potencial eléctrico. Su factor geométrico es:

$$K_s = \pi s^2 / 2b \quad (I.28)$$

Cabe aquí aclarar que el factor geométrico es independiente del medio en el que se hacen las mediciones; ya que como se vio, sólo depende del dispositivo (arreglo e-

lectródico) a utilizar.

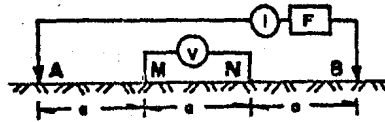


Fig. I.4.a.- Dispositivo Wenner.

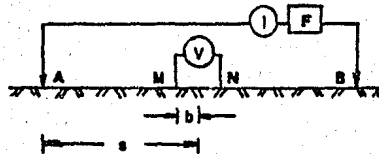


Fig. I.4.b.- Dispositivo Schlumberger.

#### I.4.- RESISTIVIDAD APARENTE.

Hasta aquí se ha analizado el caso de un medio homogéneo e isótropo. Si se mide la resistividad de un medio heterogéneo aplicando el concepto de resistividad para un medio homogéneo, se obtendrá una "resistividad aparente"; la cual será una representación de varias resistividades distribuidas en el medio de una manera desconocida (ver figura I.5).

Por tanto esta medición dependerá de las resistividades, de la geometría y ubicación del dispositivo electródico. La importancia de esto es que la resistividad aparente podrá ser manejada como una variable experimental, es decir:

$$\rho_a = f(\rho_1, \rho_2, \rho_3, \dots, \rho_i, \dots, \pi, r_2, r_3, \dots) \quad (I.29)$$

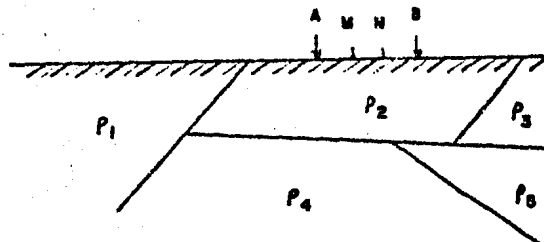


Fig. I.5.- Medio heterogéneo y anisótropo.

### I.5.- MEDIO ESTRATIFICADO Y POTENCIAL EN LA SUPERFICIE.

Considerando ahora un modelo más complicado; se hablará de un medio estratificado. Se entiende por éste a un medio heterogéneo compuesto por zonas homogéneas e isótropas, de extensión lateral infinita y cuyas superficies de separación son paralelas entre sí y al plano de la superficie del terreno. Cada una de estas zonas es conocida como horizonte, capa ó estrato geoelectrico. (ver figura I.6).

Es importante mencionar que el modelo de un medio hogéneo e isótropo no reproduce adecuadamente las condiciones reales, por tanto es necesario establecer un modelo mas acorde a las condiciones prácticas, es decir que represente un medio estratificado.

Como se dijo anteriormente, el problema directo en Prospección Eléctrica consiste en determinar la curva de resistividades aparentes a partir de un dispositivo electrónico determinado, sobre un subsuelo cuya distribución de resistividades se conoce.

Como la simetría del problema es cilíndrica, la Ecuación de Laplace (I.11) podrá ser expresada en coordenadas cilíndricas como se muestra a continuación:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U}{\partial r} + \frac{\partial^2 U}{\partial z^2} = 0 \quad (I.30)$$

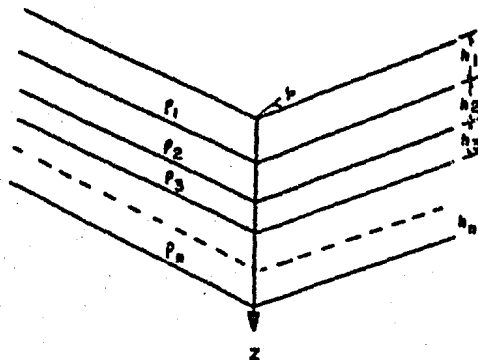


Fig. I.6.- Medio estratificado.

Para resolver esta ecuación se puede utilizar el método de separación de variables; mediante el cual se propone como solución:

$$U = V(r) \cdot W(z) \quad (I.31)$$

al substituir (I.31) en (I.30), se tiene:

$$\frac{1}{V} \frac{d^2V}{dr^2} + \frac{1}{Vr} \frac{dV}{dr} + \frac{1}{W} \frac{d^2W}{dz^2} = 0 \quad (I.32)$$

haciendo los dos primeros sumandos igual a  $-\lambda^2$  y el último igual a  $\lambda^2$ , se tendrá:

$$\frac{1}{V} \frac{d^2V}{dr^2} + \frac{1}{Vr} \frac{dV}{dr} = -\lambda^2 \quad ; \quad \frac{1}{W} \frac{d^2W}{dz^2} = \lambda^2 \quad (I.33)$$

al combinar las soluciones a estas ecuaciones de acuerdo a (I.31), se tendrán las llamadas "soluciones simples":

$$U_1 = C_1 e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) \quad ; \quad U_2 = C_2 e^{\lambda z} J_0(\lambda r) \quad (I.34)$$

donde  $J_0(\lambda r)$  es la función de Bessel de primera especie y de orden cero,  $C_1$  y  $C_2$  son constantes de integración respecto a las variables  $r$  y  $z$ ; pero sus valores dependen del parámetro  $\lambda$ . Por lo anterior, la solución general de la Ecuación de Laplace, deberá contener todas las combinaciones lineales de estas soluciones. Su solución general será:

$$U_i = \int_0^{\infty} \{ A_i(\lambda) e^{-\lambda z} + B_i(\lambda) e^{\lambda z} \} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (\text{I.35})$$

Esta ecuación es válida para cada una de las capas del medio estratificado, donde no existan fuentes. Cuando una capa determinada tiene una fuente deberá agregarse una solución particular a la ecuación (I.35).

Esta solución particular, con la fuente en la primera capa, es:

$$U = \frac{\rho_i I}{2\pi} \frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}} \quad (\text{I.36})$$

pero de acuerdo a la integral de Lipschitz:

$$\frac{\rho_i I}{2\pi} \frac{1}{(r^2 + z^2)^{1/2}} = \frac{\rho_i I}{2\pi} \int_0^{\infty} e^{-\lambda z} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (\text{I.37})$$

además, utilizando los cambios de variable:

$$A_i(\lambda) = A_i(\lambda) \frac{I \rho_i}{2\pi} \quad \text{y} \quad B_i(\lambda) = B_i(\lambda) \frac{I \rho_i}{2\pi} \quad (\text{I.38})$$

se tendrá como resultado que el potencial en la primera capa es:

$$U_i = \frac{\rho_i I}{2\pi} \int_0^{\infty} \{ e^{-\lambda z} + A_i(\lambda) e^{-\lambda z} + B_i(\lambda) e^{\lambda z} \} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (\text{I.39})$$

y en las demás capas es:

$$U_i = \frac{\rho_i I}{2\pi} \int_0^{\infty} \{ A_i(\lambda) e^{-\lambda z} + B_i(\lambda) e^{\lambda z} \} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (\text{I.40})$$

En este momento conviene hacer ciertos cambios de variable para hacer más sencilla la manipulación de ecuaciones. Las identidades de tales cambios son:

$$A_i(\lambda) = \theta_i(\lambda) \quad (\text{I.41})$$

$$A_i(\lambda) = 1 + \theta_i(\lambda) \quad ; \quad i = 2, 3, 4, \dots, n. \quad (\text{I.42})$$

$$B_i(\lambda) = \chi_i(\lambda) \quad ; \quad i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (\text{I.43})$$

así las ecuaciones (I.39) y (I.40), quedarán generalizadas en:

$$U_i = \frac{\rho_i I}{2\pi} \int_0^{\infty} \{ e^{-\lambda z} + \theta_i(\lambda) e^{-\lambda z} + \chi_i(\lambda) e^{\lambda z} \} J_0(\lambda r) d\lambda \quad (\text{I.44})$$

El potencial eléctrico, para un medio estratificado, deberá cumplir con ciertas condiciones de frontera:

a) El potencial eléctrico,  $U$ , debe ser continuo en el plano de separación entre capas consecutivas; es decir:

$$U_i \Big|_{z=h_i} = U_{i+1} \Big|_{z=h_i} \quad ; \quad i = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (\text{I.45})$$

al aplicar la condición a (I.44), se tendrá:

$$\theta_i(\lambda) e^{-\lambda h_i} + \chi_i(\lambda) e^{\lambda h_i} - \theta_{i+1}(\lambda) e^{-\lambda h_i} - \chi_{i+1}(\lambda) e^{\lambda h_i} = 0 \quad (\text{I.46})$$

b) Las componentes normales del vector densidad de corriente eléctrica deben ser iguales en el plano de contacto entre dos capas:

$$\frac{1}{\rho_i} \left( \frac{\partial U_i}{\partial z} \right) \Big|_{z=h_i} = \frac{1}{\rho_{i+1}} \left( \frac{\partial U_{i+1}}{\partial z} \right) \Big|_{z=h_i} \quad ; \quad i = 0, 1, 2, \dots, n. \quad (\text{I.47})$$

al aplicar esta condición a (I.44), se tendrá:

$$-\theta_i(\lambda) e^{-\lambda h_i} + \chi_i(\lambda) e^{\lambda h_i} + \theta_{i+1}(\lambda) \frac{\rho_i}{\rho_{i+1}} e^{-\lambda h_i} - \chi_{i+1}(\lambda) \frac{\rho_i}{\rho_{i+1}} e^{\lambda h_i} = \left( 1 - \frac{\rho_i}{\rho_{i+1}} \right) e^{-\lambda h_i} \quad (\text{I.48})$$

c) La componente vertical del vector densidad de corriente eléctrica debe ser cero en la superficie del medio estratificado. Así:

$$\frac{1}{\rho_i} \left( \frac{\partial U_i}{\partial z} \right) \Big|_{z=0} = 0 \quad (\text{I.49})$$

y aplicándola en (I.44):

$$\theta_i(\lambda) = \chi_i(\lambda) \quad (\text{I.50})$$

conviene aclarar que la derivada de la integral (I.36), evaluada en  $z=0$ , es igual a cero.

d) El potencial en la última capa,  $U_n$ , es igual a cero cuando  $z \rightarrow \infty$ ; es decir:

$$\lim_{z \rightarrow \infty} U_n = 0 \quad (\text{I.51})$$

lo anterior nos conduce a que necesariamente se tiene que cumplir:

$$\chi_n(\lambda) = 0 \quad (\text{I.52})$$



Si hacemos  $u_i = e^{-\lambda h_i}$  y  $v_i = e^{\lambda h_i}$ ; y además  $\rho_i = \frac{\rho_i}{\rho_{i+1}}$ , podrán escribirse las condiciones de frontera en un sistema de ecuaciones de  $2(N-1)$  ecuaciones con  $2(N-1)$  incógnitas.

Este sistema tendrá la forma matricial:

$$\begin{bmatrix}
 u_1 + v_1 & -u_1 & -v_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 v_1 - u_1 & \rho_1 u_1 & -\rho_1 v_1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
 0 & u_2 & v_2 & -u_2 & v_2 & \dots & 0 \\
 0 & -u_2 & v_2 & \rho_2 u_2 & -\rho_2 v_2 & \dots & 0 \\
 \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
 0 & \dots & \dots & \dots & u_{n-1} & v_{n-1} & u_{n-1} \\
 0 & \dots & \dots & \dots & -u_{n-1} & v_{n-1} & \rho_{n-1} u_{n-1}
 \end{bmatrix}
 \begin{bmatrix}
 \theta_1 \\
 \theta_2 \\
 \lambda_2 \\
 \dots \\
 \theta_{n-1} \\
 \lambda_{n-1} \\
 \theta_n
 \end{bmatrix}
 =
 \begin{bmatrix}
 0 \\
 (1-\rho_1)u_1 \\
 0 \\
 (1-\rho_2)u_2 \\
 \dots \\
 0 \\
 (1-\rho_{n-1})u_{n-1}
 \end{bmatrix}
 \quad (I.53)$$

y puede ser resuelto para conocer las funciones  $\theta_i(\lambda)$  y  $\lambda_i(\lambda)$ .

Se debe aclarar que nuestro interés es medir el potencial en la superficie del medio, y cuya expresión, de acuerdo a las ecuaciones (I.41) y (I.50), será:

$$V = \frac{\rho_1 I}{2\pi r} \int_0^\infty [1 + 2\theta_1(\lambda)] J_0(\lambda r) d\lambda \quad (I.54)$$

Por tanto, sólo requerimos conocer la función  $\theta_1(\lambda)$ ; la cual es conocida como la "función kernel de Stefanescu", y que de aquí en lo sucesivo se denominará como  $\theta(\lambda)$ . En la ecuación (I.54)  $\rho_1$  es la resistividad de la primera capa,  $I$  es la intensidad de la corriente eléctrica emitida,  $r$  es la distancia de la fuente al punto de medición y  $\lambda$  es una variable de integración.

### I.6.- FUNCION KERNEL.

Como puede verse del sistema de ecuaciones (I.53), la función kernel de Stefanescu,  $\theta(\lambda)$ , cuyo subíndice esta relacionado con el número de capas del medio, contiene toda la información de éste (espesores y resistividades del medio).

Esta es la razón por la que su obtención es vital en la teoría del sondeo eléctrico vertical. La solución de tal sistema,  $\theta(\lambda)$ , puede obtenerse de diversas maneras.

Un método es aplicar la "Regla de Cramer", la cual consiste en realizar el cociente de dos determinantes. Después de realizar algunas operaciones básicas con el determinante  $\tilde{P}$ , se tendrá:

$$\theta(\lambda) = \frac{\tilde{P}}{D} \quad (I.55)$$

donde:

$$\tilde{P} = \begin{vmatrix} -u_1 & -u_1 & -v_1 & & & & & 0 \\ u_1 & p_1 u_1 & -p_1 v_1 & & & & & 0 \\ 0 & u_2 & v_2 & -u_2 & -v_2 & & & 0 \\ 0 & -u_2 & v_2 & p_2 u_2 & -p_2 v_2 & & & 0 \\ 0 & & & & & u_{n-1} & v_{n-1} & -u_{n-1} \\ 0 & & & & & -u_{n-1} & v_{n-1} & p_{n-1} u_{n-1} \end{vmatrix} \quad (I.56)$$

$$D = \begin{vmatrix} (u_1 + v_1) & -u_1 & -v_1 & & & & & 0 \\ (v_1 - u_1) & p_1 u_1 & -p_1 v_1 & & & & & 0 \\ 0 & u_2 & v_2 & -u_2 & -v_2 & & & 0 \\ 0 & -u_2 & v_2 & p_2 u_2 & -p_2 v_2 & & & 0 \\ 0 & & & & & u_{n-1} & v_{n-1} & -u_{n-1} \\ 0 & & & & & -u_{n-1} & v_{n-1} & p_{n-1} u_{n-1} \end{vmatrix} \quad (I.57)$$

para el caso de dos capas:

$$\tilde{P}_2 = \begin{vmatrix} -u_1 & -u_1 \\ u_1 & p_1 u_1 \end{vmatrix} \quad (I.58)$$

$$\tilde{D}_2 = \begin{vmatrix} (u_1 + v_1) & -u_1 \\ (v_1 - u_1) & p_1 u_1 \end{vmatrix} \quad (I.59)$$

$$\theta_2(\lambda) = \frac{r_{21}}{v_2} = \frac{k_1 e^{-2\lambda h_1}}{1 - k_1 e^{-2\lambda h_1}} \quad (\text{I.60})$$

y para el caso de tres capas:

$$\tilde{P}_3 = \begin{vmatrix} -u_1 & -u_1 & -v_1 & 0 \\ u_1 & p_1 u_1 & -p_1 v_1 & 0 \\ 0 & u_2 & v_2 & -u_2 \\ 0 & -u_2 & v_2 & p_2 u_2 \end{vmatrix} \quad (\text{I.61})$$

$$\tilde{D}_3 = \begin{vmatrix} (u_1 + v_1) & -u_1 & -v_1 & 0 \\ (v_1 - u_1) & p_1 u_1 & -p_1 v_1 & 0 \\ 0 & u_2 & v_2 & -u_2 \\ 0 & -u_2 & v_2 & p_2 u_2 \end{vmatrix} \quad (\text{I.62})$$

$$\theta_3(\lambda) = \frac{k_1 e^{-2\lambda h_1} + k_2 e^{-2\lambda h_2}}{1 + k_1 k_2 e^{-2\lambda(h_2 - h_1)} - k_1 e^{-2\lambda h_1} - k_2 e^{-2\lambda h_2}} \quad (\text{I.63})$$

en las ecuaciones (I.60) y (I.63)  $k_i$  es el llamado coeficiente de reflexión y su expresión general es:

$$k_i = \frac{p_{i+1} - p_i}{p_{i+1} + p_i} \quad (\text{I.64})$$

Anteriormente se dijo que el subíndice de las expresiones (I.60) y (I.63), de la función kernel, indica el número total de capas del medio; mientras que en la última expresión indica la capa a la cual pertenece la resistividad o el contacto a que se refiere el índice de reflexión.

Existe otra manera de denominar a la función kernel. Como se puede ver en la expresión (I.54), se define como función kernel de Slichter a la expresión:

$$K(\lambda) = 1 + 2\theta(\lambda) \quad (\text{I.65})$$

así también se puede decir, de la expresión (I.55), que:

$$\kappa(\lambda) = \frac{(\tilde{D} + 2\tilde{P})}{\tilde{D}} \quad (\text{I.66})$$

y para el caso de 2 y 3 capas la función kernel de Slichter será:

$$\kappa_2(\lambda) = \frac{1 + k_1 e^{-2\lambda h_1}}{1 - k_1 e^{-2\lambda h_1}} \quad (\text{I.67})$$

$$\kappa_3(\lambda) = \frac{1 + k_1 e^{-2\lambda h_1} + k_2 e^{-2\lambda h_2} + k_1 k_2 e^{-2\lambda(h_2 - h_1)}}{1 - k_1 e^{-2\lambda h_1} - k_2 e^{-2\lambda h_2} + k_1 k_2 e^{-2\lambda(h_2 - h_1)}} \quad (\text{I.68})$$

Existen una serie de relaciones de recurrencia que simplifican la manera de obtener la función kernel de Slichter.

Las principales son:

a). Relación de Recurrencia de Flathe. Se basa en la Regla de Cramer para la solución del sistema de ecuaciones; aplicando las operaciones básicas a los determinantes, para no alterar sus valores. Esta secuencia consiste en obtener la función kernel para un medio de dos capas, posteriormente para uno de tres capas, y así sucesivamente hasta llegar al número de capas deseado. Esta relación agrega una capa en la parte inferior de la secuencia anterior (ver figura I.7):

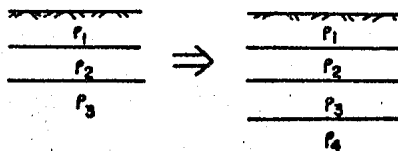


Fig. I.7.- Recurrencia de Flathe.

Sea:

$$K_n(\lambda) = \frac{\tilde{N}_n}{\tilde{D}_n}$$

y

$$K_{n+1}(\lambda) = \frac{\tilde{N}_{n+1}}{\tilde{D}_{n+1}}$$

se puede expresar el determinante  $\tilde{D}_{n+1}$  (denominador de la función kernel de Slichter) como:

$$\tilde{D}_{n+1} = \begin{vmatrix} \tilde{D}_n & -v_{n-1} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & -p_{n-1}v_{n-1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & u_n & v_n & -u_n \\ 0 & \dots & -u_n & v_n & p_n u_n \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} (u_1+v_1) & -u_1 & -v_1 & \dots & 0 \\ (v_1-u_1) & p_1 u_1 & -p_1 v_1 & \dots & 0 \\ 0 & u_2 & v_2 & -u_2 & v_2 & \dots & 0 \\ 0 & -u_2 & v_2 & p_2 u_2 & -p_2 v_2 & \dots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & \dots & u_n & v_n & -u_n \\ 0 & \dots & \dots & \dots & u_n & v_n & p_n u_n \end{vmatrix} \quad (I.69)$$

para simplificar se aplicará a este determinante las siguientes operaciones fundamentales entre renglones y columnas:

- i) Se suma la última columna a la antepenúltima.
- ii) Se multiplica la última columna por  $v_n/u_n$  y se suma a la penúltima.
- iii) Se multiplica el penúltimo renglón por  $p_n$  y se suma al último renglón.

De la misma manera se aplican estas operaciones al determinante del numerador. Una vez realizado lo anterior, se simplifica y expresa la función kernel de Slichter como:

$$K_{n+1} = \frac{\tilde{N}_n(u) + k_n u_n^2 \tilde{N}_n(1/u)}{\tilde{D}_n(u) - k_n u_n^2 \tilde{D}_n(1/u)} \quad (I.70a)$$

Aquí se han usado las letras N para el determinante del numerador y D para el denominador. Para aplicar (I.70a) se parte de:

$$\tilde{D}_1 = \tilde{N}_1 = 1$$

b). Relación de Recurrencia de Pekeris. Esta relación combina las condiciones de frontera del medio, y logra una fórmula general para obtener la expresión de la función kernel de la capa más profunda; posteriormente se agrega una capa sobre la que anteriormente era la capa superficial y se repite el proceso (el dispositivo electródico es cambiado a la nueva capa superficial)(ver figura I.8).

La expresión general de esta relación de recurrencia es:

$$K_i(\lambda) = \frac{K_{i+1}(\lambda) + P_i \tanh(\lambda t_i)}{P_i + K_{i+1}(\lambda) \tanh(\lambda t_i)} \quad (\text{I.70b})$$

donde  $t_i$  es el espesor de la  $i$ -ésima capa y  $P_i = \frac{\rho_i}{\rho_{i+1}}$ ; además esta fórmula de recurrencia parte de  $K_n(\lambda) = 1$ .

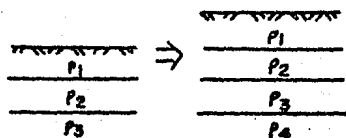


Fig. I.8.- Recurrencia de Pekeris.

Dentro de la literatura geofísica existen otras expresiones para las funciones kernel. La figura I.9 muestra cómo se relacionan estas expresiones entre sí.

|                   | $T(\lambda)$                           | $K(\lambda)$                     | $\theta(\lambda)$               | $H(\lambda)$               |
|-------------------|--|----------------------------------|---------------------------------|----------------------------|
| $T(\lambda)$      | 1                                      | $P_1 K(\lambda)$                 | $P_1 \{1 + i\theta\}$           | $2 P_1 H(\lambda)$         |
| $K(\lambda)$      | $\frac{1}{P_1} T(\lambda)$             | 1                                | $1 + 2\theta(\lambda)$          | $2 H(\lambda)$             |
| $\theta(\lambda)$ | $\frac{1}{2 P_1} \{T(\lambda) - P_1\}$ | $\frac{1}{2} \{K(\lambda) - 1\}$ | 1                               | $H(\lambda) - \frac{1}{2}$ |
| $H(\lambda)$      | $\frac{1}{2 P_1} T(\lambda)$           | $\frac{1}{2} K(\lambda)$         | $\theta(\lambda) + \frac{1}{2}$ | 1                          |

Fig. I.9.- Tabla de equivalencias de la Función Kernel.

donde:

- $\theta(\lambda)$  es la Función Kernel de Stefanescu.
- $\kappa(\lambda)$  es la Función Kernel de Slichter.
- $r(\lambda)$  es la Función de Transformación de Resistividades.
- $H(\lambda)$  es la Función Kernel Aumentada.

### I.7.- PROPIEDADES DE LA FUNCION DE TRANSFORMACION DE RESISTIVIDADES.

Como se ha visto anteriormente, la función kernel es esencial en la teoría del sondeo eléctrico. Por ello, en esta sección, se analizarán las propiedades de dicha función de transformación de resistividades.

Se debe aclarar que la variable independiente, con la que se graficará la función de transformación de resistividades, es  $\lambda^{-1}$ . Una vez dicho lo anterior, se pueden listar las siguientes propiedades:

a). Asíntotas Horizontales. La función de transformación de resistividades es una función continua, suave y a cotada; que muestra comportamiento asintótico para valores muy grandes y pequeños de  $\lambda^{-1}$ . Si  $\lambda^{-1}$  tiende a cero, entonces  $\tau(\lambda^{-1})$  tiende al valor de resistividad de la primera capa  $\rho_1$ ; es decir:

$$\lim_{\lambda^{-1} \rightarrow 0} \tau(\lambda^{-1}) = \rho_1 \quad (\text{I.71})$$

Si  $\lambda^{-1}$  tiende a infinito,  $\tau(\lambda^{-1})$  tiende a la resistividad de la última capa  $\rho_n$ ; lo cual se expresa como:

$$\lim_{\lambda^{-1} \rightarrow \infty} \tau(\lambda^{-1}) = \rho_n \quad (\text{I.72})$$

b). Asíntotas Oblicuas. La función transformación de resistividades presenta, también, comportamientos especiales cuando la última capa tiene resistividad infinita o nula. Si la resistividad de la última capa  $\rho_n$  es nula; entonces, para valores grandes de  $\lambda^{-1}$ ,  $\tau(\lambda^{-1})$  se aproxima a una recta de pendiente  $-1$ , la cual corta al eje de las abscisas en el punto:

$$\lambda^{-1} = \sum_{i=1}^{n-1} t_i \rho_i \quad (\text{I.73})$$

En caso contrario, si la resistividad de la última capa tiende a infinito, entonces, para valores grandes de  $\lambda^{-1}$ ,  $\tau(\lambda^{-1})$  se aproximará a una recta de pendiente  $+1$ . Esta



recta corta al eje de las abscisas  $[\tau(\lambda^{-1}) = 1]$ , en el punto:

$$\lambda^{-1} = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} t_i / \rho_i}{\sum_{i=1}^{n-1} t_i / \rho_i} \quad (\text{I.74})$$

c). Principio de Equivalencia. La función de transformación de resistividades cumple con este principio; ya que, medios estratificados diferentes entre sí, en términos de espesores y resistividades, pueden generar funciones de transformación de resistividades muy similares entre sí.

### I.8.- FUNCIONES DE RESISTIVIDAD APARENTE.

En la sección anterior se obtuvo la expresión del potencial eléctrico medido en la superficie de un medio estratificado. También se estudio la función kernel, la cual contiene toda la información del medio estratificado. En este subtema se ligará el concepto de dispositivo electródico con el de potencial; el cual, a su vez, trae implícitas las características del medio a través de la función kernel. Los dispositivos más comunes, y a los que se hizo referencia en la sección I.3, son el dispositivo Schlumberger y el dispositivo Wenner (ver figuras I.4a y I.4b). Para el dispositivo electródico Schlumberger la resistividad aparente tiene por expresión:

$$\rho_{as} = -\frac{2\pi s^2}{I} \left( \frac{\partial U}{\partial r} \right)_{r=s} \quad (\text{I.75})$$

de la ecuación I.53, se tiene que:

$$\left( \frac{\partial U}{\partial r} \right)_{r=s} = -\frac{\rho_1 I}{2\pi} \int_0^{\infty} [1 + 2\theta(\lambda)] \lambda J_1(\lambda s) d\lambda \quad (\text{I.76})$$

substituyendo I.72 en I.71:

$$\rho_{as} = s^2 \rho_1 \int_0^{\infty} [1 + 2\theta(\lambda)] \lambda J_1(\lambda s) d\lambda \quad (\text{I.77})$$

o de acuerdo a la tabla de la figura I.9:

$$\rho_{as} = s^2 \int_0^{\infty} \tau(\lambda) \lambda J_1(\lambda s) d\lambda \quad (\text{I.78})$$

En el caso del dispositivo Wenner, su resistividad aparente está dada por la expresión:

$$\rho_{aw} = 2\pi a \frac{\Delta U}{I} \quad (\text{I.79})$$

donde:

$$\Delta U = 2 \{ U(a) - U(2a) \} \quad (\text{I.80})$$

de (I.53) en (I.80):

$$\Delta U = \frac{\rho I}{2\pi} \int_0^{\infty} [1 + 2\theta(\lambda)] [J_0(\lambda a) - J_0(2\lambda a)] d\lambda \quad (\text{I.81})$$

sustituyendo (I.81) en (I.79), se tiene:

$$\rho_{aw} = 2a \rho \int_0^{\infty} [1 + 2\theta(\lambda)] [J_0(\lambda a) - J_0(2\lambda a)] d\lambda \quad (\text{I.82})$$

o utilizando la función transformación de resistividades:

$$\rho_{aw} = 2a \int_0^{\infty} \tau(\lambda) [J_0(\lambda a) - J_0(2\lambda a)] d\lambda \quad (\text{I.83})$$

Las expresiones (I.78) y (I.83) establecen la relación entre las funciones de resistividad aparente Schlumberger y Wenner y la función de transformación de resistividades.

Las expresiones que definen a la función resistividad aparente, pueden ser representadas gráficamente para obtener curvas de resistividad aparente. Para lograr esto es necesario el empleo de escalas logarítmicas en los ejes coordenados, lo cual nos ofrece algunas ventajas que justifican su empleo.

Las curvas de resistividad aparente pueden clasificarse de acuerdo al número de capas y la relación entre las resistividades del medio estratificado correspondiente. Se tienen entonces:

a) Curvas de dos capas. Estas son de dos tipos; ascendentes, donde ( $\rho_1 < \rho_2$ ) y descendentes, donde ( $\rho_1 > \rho_2$ ) (ver figura I.10).

b) Curvas de tres capas. Estas se dividen en cuatro grupos:

|         |                            |
|---------|----------------------------|
| tipo A: | $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$ |
| tipo H: | $\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$ |
| tipo K: | $\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$ |
| tipo Q: | $\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$ |

(ver figura I.11).

c) Curvas de cuatro capas. Estas son de ocho tipos, y se definen como una combinación de las anteriores considerando para ello las tres primeras capas y asignando la correspondiente letra. Se tienen entonces curvas HK, HA, KH, KQ, QH, QQ, AA y AK. (ver figura I.12).

d) Curvas de más de cuatro capas. Se definen siguiendo el método del inciso anterior.

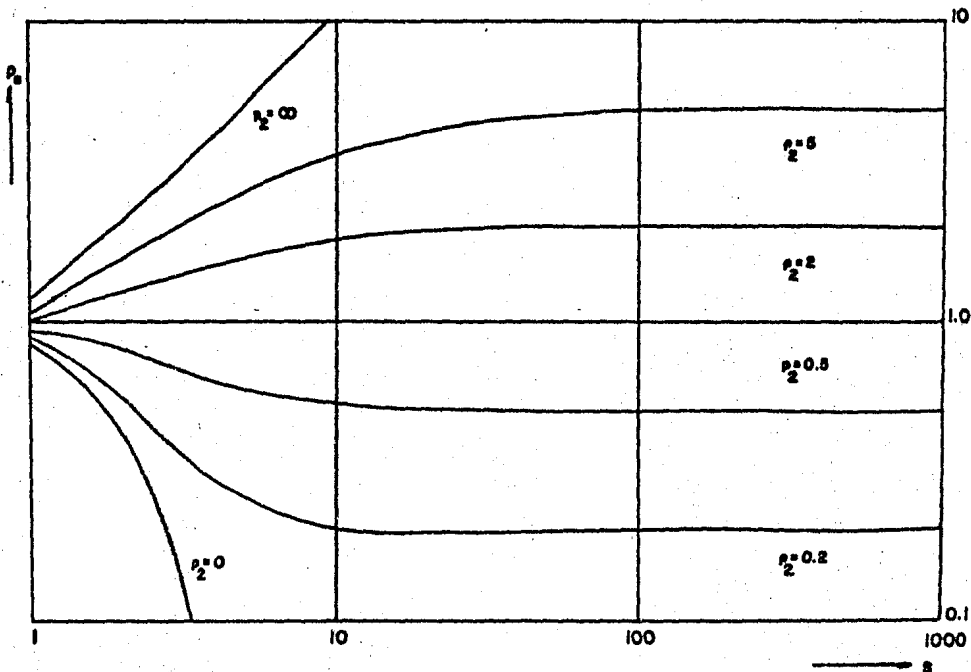


Fig. I.10.- Curvas de resistividad aparente de dos capas tipo ascendente ( $\rho_1 < \rho_2$ ) y tipo descendente ( $\rho_1 > \rho_2$ ) para dispositivo Schlumberger.

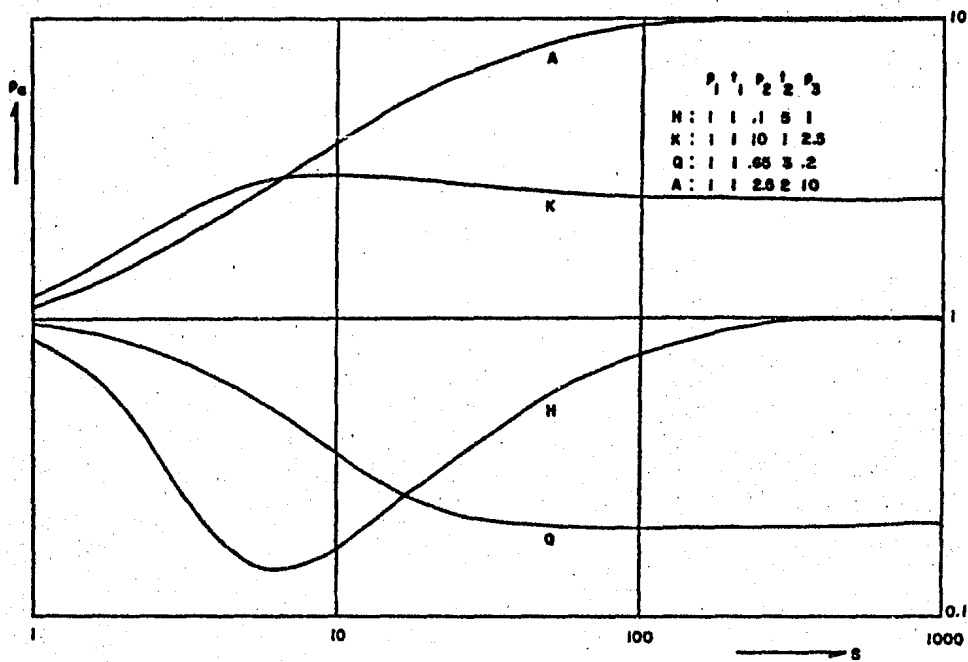


Fig. I.11.- Curvas de resistividad aparente de tres capas para dispositivo Schlumberger.

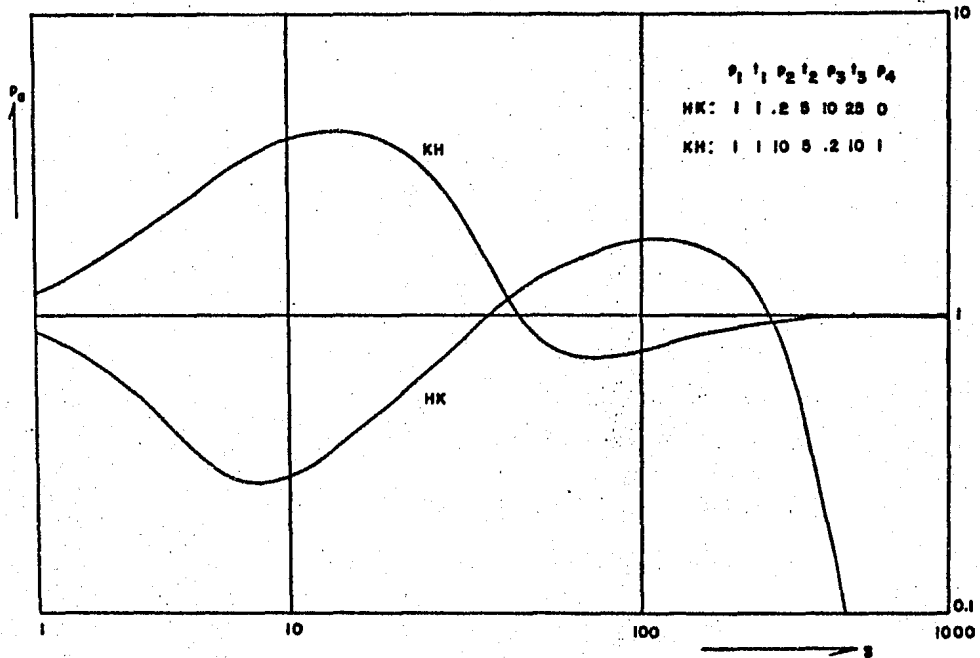


Fig. I.12.- Curvas de resistividad aparente de cuatro capas para dispositivo Schlumberger.

La clasificación anterior es válida, tanto para curvas de resistividad aparente Schlumberger, como Wenner. Existen dos formas de obtener gráficamente la función de resistividad aparente; una de ellas es mediante el apoyo de computadoras digitales, que nos permiten obtener valores numéricos graficados en forma de curvas teóricas de resistividad aparente y cuya obtención está basada en medios estratificados ideales.

La otra forma es la que se lleva a cabo en la misma práctica del sondeo eléctrico vertical en la cual es medida la diferencia de potencial eléctrico entre los electrodos M y N y la cantidad de corriente que se introduce al terreno, a través de los electrodos A y B, por otra parte el conocimiento de las distancias que separan a los electrodos, nos permiten determinar el factor geométrico y obtener finalmente el parámetro de resistividad aparente mediante la expresión (I.25).

#### I.9.- PROPIEDADES DE LA FUNCION RESISTIVIDAD APARENTE.

Las expresiones del apartado anterior establecen la relación entre la función de resistividad aparente y la función de transformación de resistividades, en ellas se muestra que la función de resistividad aparente depende de los parámetros del corte y del tipo de dispositivo de medición empleado.

Las propiedades de la función de resistividad aparente que a continuación se presentan, están referidas al caso de la función de resistividad aparente tipo Schlumberger. Estas propiedades son las siguientes:

a) Continuidad.

La función de resistividad aparente muestra gráficamente que es una función suave, acotada y continua.

b) Asíntotas Horizontales.

La función de resistividad aparente muestra el mismo comportamiento asíntótico que la función kernel, ya que para valores muy pequeños y grandes de la distancia  $s = \frac{AB}{2}$  o

$\alpha = \frac{AB}{S}$ , según se trate de dispositivo Schlumberger ó Wenner, la función de resistividad aparente tiende a los valores de resistividad de la primera y última capas, es decir:

$$\lim_{s \rightarrow 0} \rho_{as}(s) = \rho_1 \quad (\text{I.84})$$

de la misma forma:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \rho_{as}(s) = \rho_N \quad (\text{I.85})$$

c) Asíntotas Oblicuas.

Considerando el caso en el que la resistividad de la última capa es infinita  $\rho_N \rightarrow \infty$ , la función de resistividad aparente tiene una asíntota rectilínea de pendiente +1 que corta al eje de las abscisas en el punto  $S = \sum_{i=1}^{N-1} t_i \rho_i$  (conductancia longitudinal de las N-1 primeras capas). Lo anterior puede ser demostrado.

Por otra parte, considerando el caso en que  $\rho_N = 0$ , se ha demostrado que la función de resistividad aparente carece de asíntota oblicua descendente.

d) Principio de Equivalencia.

Se dice que la función de resistividad aparente cumple con el principio de equivalencia, dado que existen medios estratificados diferentes entre sí, que originan curvas de resistividad aparente muy semejantes.

Aunque teóricamente, como demostró Slichter, ocurre que a medios estratificados diferentes entre sí corresponden curvas de resistividad aparente distintas; si bien esto es válido para el problema físico matemático idealizado, en la práctica ocurre que medios estratificados diferentes producen curvas de resistividad aparente que muestran diferencias menores a la exactitud con la que es posible realizar las mediciones.

## CAPITULO II

### CALCULO NUMERICO DE CURVAS DE FUNCION KERNEL POR MEDIO DE FILTROS LINEALES DIRECTOS DE RESISTIVIDAD.

#### II.1.- GENERALIDADES.

La determinación de los parámetros de un corte geoelectrico es uno de los aspectos más importantes en la interpretación de los sondeos eléctricos, ya que estos parámetros (espesores y resistividades) definen la forma como se encuentran distribuidas las capas resistivas en el subsuelo.

Los fundamentos teóricos en la interpretación de los sondeos eléctricos fueron establecidos por Stefanescu y Schlumberger en 1930. Ambos obtuvieron expresiones matemáticas que relacionaban los parámetros del corte con la función de resistividad aparente.

Con este antecedente, Slichter realizó una contribución importante en 1933, sugiriendo que la determinación de los parámetros del corte geoelectrico a partir de la función de resistividad aparente podía ser realizada en dos etapas.

La primera de ellas consistía en determinar de la función de resistividad aparente, otra función a la que llamó "función kernel".

La segunda etapa, por su parte, era la de determinar los parámetros del corte a partir de la función kernel. Sin embargo como Slichter indicó, los procedimientos de cálculo en ambas etapas eran extremadamente laboriosos.

Los métodos de interpretación de datos de resistividad aparente que siguen la secuencia sugerida por Slichter se denominan métodos de interpretación en el dominio de la función kernel.

La siguiente figura muestra esquemáticamente la aportación de Slichter.



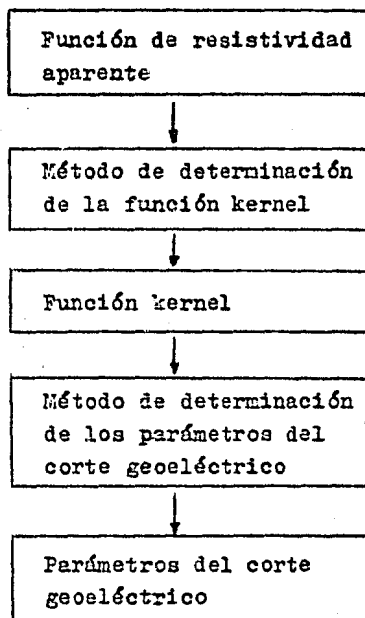


Fig. II.1.- Aportación de Slichter.

## II.2.- METODO DE FILTRAJE LINEAL DIGITAL.

Al inicio de la década de los 70's, Ghosh (1971 a y b) propuso una forma más eficiente de llevar al cabo el paso de la función de resistividad aparente a la función kernel y viceversa.

Este autor desarrolló la noción de Kunetz (1966), en el sentido de que podría aplicarse el método de filtraje lineal digital a la teoría del sondeo eléctrico vertical.

La base de dicha aplicación es la relación de linealidad que existe entre la función de resistividad aparente ( $\rho_a$ ) y la función de transformación de resis-

tividades ( $\tau$ ) en las expresiones (I.78) y (I.83).

Un sistema lineal puede representarse, esquemáticamente, como un bloque que tiene por un extremo un conjunto de entradas, y por el otro tiene un grupo de salidas, tal como se muestra en la figura siguiente:

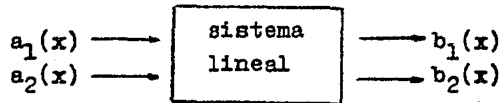


Fig. II.2.- Representación de un sistema lineal.

Para que un sistema sea lineal, se requiere que cumpla con las siguientes condiciones:

a) Homogeneidad. Esta condición establece que si para una función de entrada,  $a(x)$ , se obtiene una función de salida,  $b(x)$ , entonces el sistema es lineal si y sólo si, para una entrada  $\alpha a(x)$  se obtiene una salida  $\alpha b(x)$ , donde  $\alpha$  es una constante.

b) Superposición. Según esta condición, si para las funciones de entrada  $a_1(x)$  y  $a_2(x)$ , se obtienen las funciones  $b_1(x)$  y  $b_2(x)$ , respectivamente, el sistema es lineal si y sólo si, para la función de entrada  $a_1(x) + a_2(x)$  se obtiene la salida  $b_1(x) + b_2(x)$ .

Para ilustrar lo anterior, se aplicarán estas condiciones a la expresión de la función de transformación de resistividades explícita para el dispositivo Schlumberger:

$$\tau(\lambda) = \int_0^{\infty} \rho_{25}(s) J_1(\lambda s) \frac{ds}{s} \quad (\text{II.1})$$

donde  $\tau(\lambda)$  proviene de la aplicación de la transformada de Hankel en la ecuación (I.78).

Sea  $p_{25_1}(s)$  una función de entrada y su correspondiente salida:

$$T_1(\lambda) = \int_0^{\infty} p_{25_1}(s) J_1(\lambda s) \frac{ds}{s} \quad (\text{II.2})$$

Además, sea  $p_{25_2}(s)$  una segunda entrada, cuya correspondiente salida es:

$$T_2(\lambda) = \int_0^{\infty} p_{25_2}(s) J_1(\lambda s) \frac{ds}{s} \quad (\text{II.3})$$

Si tenemos una tercera función de entrada, cuya expresión es:

$$p_{25_3}(s) = \alpha p_{25_1}(s) + \beta p_{25_2}(s) \quad (\text{II.4})$$

donde  $\alpha$  y  $\beta$  son constantes; y cuya salida es:

$$T_3(\lambda) = \int_0^{\infty} p_{25_3}(s) J_1(\lambda s) \frac{ds}{s} \quad (\text{II.5})$$

expresando de acuerdo a (II.4):

$$T_3(\lambda) = \int_0^{\infty} [\alpha p_{25_1}(s) + \beta p_{25_2}(s)] J_1(\lambda s) \frac{ds}{s} \quad (\text{II.6})$$

desarrollando:

$$T_3(\lambda) = \alpha \left[ \int_0^{\infty} p_{25_1}(s) J_1(\lambda s) \frac{ds}{s} \right] + \beta \left[ \int_0^{\infty} p_{25_2}(s) J_1(\lambda s) \frac{ds}{s} \right] \quad (\text{II.7})$$

y de acuerdo a las ecuaciones (II.2) y (II.3):

$$T_3(\lambda) = \alpha T_1(\lambda) + \beta T_2(\lambda) \quad (\text{II.8})$$

Con la expresión (II.8) se demuestra la linealidad de la ecuación (II.1).

De lo visto anteriormente, se puede concluir que es posible aplicar las técnicas de los sistemas lineales a las expresiones de la función de transformación de resistencias.

Ahora bien, un sistema lineal admite una forma muy especial para expresar la relación entre las funciones de entrada y salida de éste. Tal forma es la llamada integral de convolución, de hecho, la existencia de la in-

tegral nos indica una relación de linealidad entre las funciones de entrada y salida. A continuación se muestra la forma típica de dicha integral:

$$b(x) = \int_{-\infty}^{\infty} a(\lambda) h(x-y) dy = a(\lambda) * h(x) \quad (\text{II.9})$$

donde  $b(x)$  es la salida del sistema;  $a(x)$  es la función de entrada del sistema y  $h(x)$  es la llamada función característica del sistema ó función de filtro.

De esta forma, se puede expresar la ecuación (II.1) en la forma de la ecuación (II.9). Para ello, se requiere sustituir las variables de las funciones  $T$  y  $\rho_s$  por variables logarítmicas.

Al efectuar este cambio de variables se debe considerar el hecho de que la variable  $\lambda$  tiene dimensiones iguales al inverso de la longitud, por lo que es conveniente que las variables independientes de estas funciones sean dimensionalmente comparables (Koefoed, 1979).

Por ello se definirán las variables  $x$  y  $y$  como:

$$x = \ln(s) \quad (\text{II.10})$$

donde  $s = AB/2$  para el dispositivo Schlumberger y

$$y = \ln(1/\lambda) = -\ln(\lambda) \quad (\text{II.11})$$

Al realizar estos cambios en la función de transformación de resistividades de la expresión (II.1), se tendrá:

$$T(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{as}(x) J_1(e^{x-y}) dx \quad (\text{II.12})$$

esta ecuación puede reescribirse como:

$$T(y) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho_{as}(x) ds(x-y) dx = \rho_{as}(y) * ds(y) \quad (\text{II.13})$$

donde  $ds(y)$  es la función característica del sistema ó sencillamente la función de filtro directo de resistividad.

Es importante señalar que la relación de linealidad existente entre la función de transformación de resisti-

vidades  $\tau(\lambda)$  se puede expresar como la convolución de la función de resistividad aparente  $\beta(s)$  y la función de filtro directo de resistividad.

### II.3.- TEOREMA DEL MUESTREO EN EL FILTRAJE LINEAL.

Hasta aquí se ha considerado el análisis de la Teoría del Filtraje Lineal con funciones continuas; sin embargo, la aplicación de la computación digital a esta teoría hace necesario el uso de funciones discretas, se debe considerar, también, que en la práctica los datos obtenidos en las mediciones son datos discretos.

Para discretizar o muestrear matemáticamente una función continua  $f(x)$ , sólo basta con multiplicar a ésta por una función llamada "peine de Dirak", la cual no es otra cosa que una serie periódica de impulsos unitarios,  $\delta(x)$ , equidistantes. Tal muestreo se expresa como:

$$\hat{f}(x) = f(x) \sum_{j=1}^n \delta(x - x_0 - j \Delta x) \quad (\text{II.14})$$

donde:

$\hat{f}(x)$  es la función discreta.

$x_0$  es la abscisa inicial de muestreo.

$\Delta x$  es el intervalo de muestreo.

Muestrear correctamente una función; es decir, que tal función pueda ser reconstruida a partir de sus valores muestreados, requiere que este proceso cumpla con ciertas condiciones establecidas en el Teorema del Muestreo.

Este Teorema dice que para que una función muestreada sea representativa de su respectiva función continua, es necesario que cumpla con las siguientes condiciones:

a). Una función continua,  $f(x)$ , puede ser adecuadamente representada por su respectiva función discreta,  $\hat{f}(x)$ , si su transformada de Fourier,

$$F(f) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-i2\pi fx} dx \quad (\text{II.15})$$

es cero para todas las frecuencias,  $f$ , mayores a una frecuencia  $f_0$  (se dirá frecuencia, aunque la variable  $x$  no represente tiempo).

b). El intervalo  $\Delta x$  para el muestreo equiespaciado debe ser tal que se satisfaga la relación:

$$\Delta x \leq \frac{1}{2f_0} \quad (\text{II.16})$$

donde a  $f_0$  se le denomina frecuencia de Nyquist o de corte.

Al cumplirse las condiciones mencionadas anteriormente, podrá reconstruirse unívocamente una función continua,  $f(x)$ , a partir de sus valores muestreados,  $\hat{f}(x)$ ; de acuerdo a la siguiente expresión:

$$f(x) = \sum_{j=-\infty}^{\infty} \hat{f}(x + j\Delta x) \frac{\text{sen} [\pi(x - x_0 - j\Delta x) / \Delta x]}{\pi(x - x_0 - j\Delta x) / \Delta x} \quad (\text{II.17})$$

Lo anterior muestra que para aplicar la teoría del filtraje lineal digital a la ecuación (II.1), es necesario demostrar que las funciones involucradas en ellas,  $T$  y  $f_s$ , cumplen con las condiciones del teorema del muestreo.

Ghosh (1971 a) estudió un buen número de espectros de amplitud de funciones de resistividad aparente y transformación de resistividades, y encontró que estos se aproximan asintóticamente a cero conforme la frecuencia se incrementa. Esto último, como lo menciona Koefoed (1979), indica que no se cumple totalmente la primera condición del teorema del muestreo; produciéndose un efecto de enmascaramiento en el espectro de frecuencias de estas funciones y, con ello, la pérdida de información de las funciones originales, incrementándose ésta conforme se aumenta el intervalo de muestreo.

Ghosh (1971 a) aplicó un método indirecto, y concluyó que el valor de  $\Delta x$  más amplio que es posible utilizar para realizar un muestreo adecuado de las funciones de

resistividad aparente y transformación de resistividades, es:

$$\Delta x = \frac{1}{3} \ln(\rho_c) \quad (\text{II.18})$$

Este intervalo de muestreo tan amplio se debe al carácter suave y regular que adquieren estas funciones al usar escalas logarítmicas.

Por otra parte, el espectro de frecuencias de la función Bessel muestra un gran contenido de altas frecuencias. Koefoed (1979) señala, que la contribución más importante de Ghosh, consiste en reconocer que solamente las propiedades de los espectros de frecuencias de las funciones de resistividad aparente y transformación de resistividades (y no las del espectro de la función Bessel) son fundamentales en la selección del intervalo de muestreo.

Con lo dicho anteriormente, se concluye que las funciones  $\beta$  y  $T$  satisfacen las condiciones del teorema del muestreo y, por tanto, pueden ser discretizadas.

Así, es aplicable la teoría del filtraje lineal digital a la ecuación (II.1). Esta expresión en forma discreta será:

$$T = \sum_j ds_j \beta_{as} (y_c + j\Delta y) \quad (\text{II.19})$$

donde los  $ds_j$ , son los valores muestreados (pesos) del filtro directo de resistividad (siempre y cuando éstos puedan ser obtenidos).

En los siguientes apartados se muestran los métodos de obtención de los filtros directos de resistividad.

#### II.4.- OBTENCION DE FILTROS DIRECTOS DE RESISTIVIDAD POR MEDIO DE LA TRANSFORMADA DE FOURIER.

En el presente trabajo se han empleado dos técnicas principales para la obtención de filtros lineales. Estas técnicas son el Análisis de Fourier y el Método de Mínimos Cuadrados, el cual será tratado en el siguiente apartado.

La técnica que se basa en el Análisis de Fourier ha permitido tratar la relación de las funciones de transformación de resistividades y resistividad aparente como una integral de convolución. En el dominio de las frecuencias, la integral de convolución queda expresada como una multiplicación:

$$\begin{aligned} T_t(f) &= P_{ts}(f) ds(f) \\ \overline{T}_t(f) &= P_{tw}(f) dw(f) \end{aligned} \quad (\text{II.20})$$

donde  $\overline{T}_t(f)$ ,  $P(f)$  y  $d(f)$  representan las transformadas de Fourier de las funciones  $P_s(x)$ ,  $T(y)$  y  $d(x)$  respectivamente. De las ecuaciones (II.20) se pueden obtener:

$$\begin{aligned} ds(f) &= \frac{T_t(f)}{P_{ts}(f)} \\ dw(f) &= \frac{\overline{T}_t(f)}{P_{tw}(f)} \end{aligned} \quad (\text{II.21})$$

estas ecuaciones establecen que la transformada de Fourier de la función de filtro directo es el cociente de las transformadas de Fourier de la función de transformación de resistividades y la función de resistividad aparente. Esto significa que tomando la transformada inversa de las expresiones (II.21), se puede obtener la función de filtro directo de resistividad.

Las etapas que se llevan al cabo en el cálculo de filtros directos de resistividad son las siguientes:

a) Seleccionar las funciones de transformación de resistividades y resistividad aparente como funciones



continuas. Estas expresiones son derivadas de los trabajos de Koefoed (1968), ya que para el cálculo de filtros lineales, éstas proporcionan soluciones analíticas exactas para las ecuaciones del tipo (II.12). Estas funciones son:

$$\begin{aligned} P_{as}(x) &= \frac{e^{3x}}{(1+e^{2x})^{5/2}} \\ P_{aw}(x) &= \frac{2}{3} \left[ \frac{e^x}{(1+e^{2x})^{3/2}} - \frac{e^x}{(1+4e^{2x})^{3/2}} \right] \quad (\text{II.22}) \\ T(y) &= \frac{1}{3e^y e^{e-y}} \end{aligned}$$

Las funciones (II.22) deberán ser digitizadas tomando un intervalo de muestreo constante no mayor a  $1/3 \ln(10)$ .

b) Obtener la transformada discreta de Fourier para las dos funciones muestreadas y dividir el espectro de frecuencias de la función de resistividad aparente (función de entrada). De esta forma se obtiene la transformada de Fourier de la función de filtro directo de resistividad.

c) Como siguiente paso será necesario obtener la transformada discreta e inversa de Fourier del espectro de frecuencias obtenido en el inciso anterior, para tener finalmente los valores muestreados del filtro directo de resistividad.

d) Las funciones de los filtros de resistividad están formadas por la suma de dos componentes. Una de éstas es una función amortiguada, mientras que la otra componente es una función oscilatoria, que también tiene cierto grado de amortiguación, aunque menor a la primera. Esta última función tiene un período constante e igual a dos veces el intervalo de muestreo, es decir, los cruces por cero (raíces de esta función) se encuentran separadas una distancia igual al intervalo de muestreo.

Esto representa una característica importante ya que puede ser aprovechada para tratar de muestrear la función de filtro, precisamente en el lugar que corresponde a sus raíces. Para lograr lo anterior, se hace un desplazamiento

to en el muestreo de la función de filtro de resistividad, tal como lo muestra Koefoed (1972):

$$s = \frac{\Delta x}{\pi} \varphi(f_N) \quad (\text{II.23})$$

donde  $\varphi(f_N)$  es el valor del espectro de fase de la función filtro de resistividad a la frecuencia de Nyquist.

Al hacer lo indicado en este inciso, se logrará que el número necesario de coeficientes del filtro sea controlado exclusivamente por el decaimiento de la componente de mayor amortiguación, y con ello independiente de la función oscilatoria; es decir, se habrá reducido el número de coeficientes o valores muestreados del filtro.

Con la finalidad de obtener los valores muestreados de los filtros directos de resistividad, se ha utilizado el programa ELEC; que originalmente escrito por Seara (1979) ha sido modificado para obtener filtros lineales para dispositivos Schlumberger o Wenner con cualquier intervalo de muestreo que se desee.

El programa ELEC obtiene los filtros lineales, basándose en la técnica del análisis de Fourier descrita anteriormente.

Una de las características principales de este programa es el uso de la subrutina NLOGN, la cual no es otra cosa que el algoritmo de la transformada rápida de Fourier (FFT) de base 2. Este programa tiene incluidas las ecuaciones (II.22) en diferentes subrutinas; contando además con dos subrutinas para el cálculo del espectro de frecuencia y de fase de los filtros lineales (subrutinas PTAMP y DRUM). Para el empleo del programa el usuario debe proporcionar, como datos de entrada, el intervalo de muestreo, el dispositivo y el tipo de filtro lineal (directo en nuestro caso) para el que se desea obtener los coeficientes.

Como datos de salida el programa proporciona el espectro de amplitud y de fase y los coeficientes del filtro lineal directo de resistividad.

En el apéndice I se presenta el programa ELEC, y se incluyen los comentarios necesarios para su empleo, además, se agrega una salida característica de este programa.

## II.5.- OBTENCION DE FILTROS DIRECTOS DE RESISTIVIDAD POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS.

La determinación de los coeficientes de un filtro puede ser realizada por medio del llamado método de mínimos cuadrados o de Wiener. El método consiste en obtener los coeficientes de un filtro, que aplicados a una función de entrada, den una función de salida real; minimizando las diferencias cuadráticas de esta última función respecto a una función de salida ideal o deseada.

A continuación se describirá, brevemente, el desarrollo matemático para llegar a la expresión que define los coeficientes del filtro mediante este método; para ello se tomará la siguiente notación:

- $f_i$  ;  $i = 0, 1, 2, \dots, m$ . Función de entrada.  
 $h_i$  ;  $i = 0, 1, 2, \dots, n$ . Coeficientes del filtro.  
 $y_j$  ;  $j = 0, 1, 2, \dots, m+n$ . Función de salida real.  
 $s_j$  ;  $j = 0, 1, 2, \dots, m+n$ . Función de salida deseada.

Así, la suma de las diferencias cuadráticas estará expresada por:

$$\xi = \sum_{j=0}^{m+n} (s_j - y_j)^2 \quad (\text{II.24})$$

este es el valor que debe ser minimizado. Ahora bien, la función de salida está expresada por:

$$y_j = \sum_{i=0}^n h_i f_{j-i} \quad (\text{II.25})$$

sustituyendo (II.25) en (II.24) se tendrá:

$$\xi = \sum_{j=0}^{m+n} (s_j - \sum_{i=0}^n h_i f_{j-i})^2 \quad (\text{II.26})$$

derivando esta expresión con respecto a los coeficientes  $h_1$ , e igualando a cero:

$$2 \sum_{j=0}^{m+n} (s_j - \sum_{i=0}^n h_i f_{j-i}) \cdot \frac{\partial}{\partial h_k} (s_j - \sum_{k=0}^n h_k f_{j-k}) = 0 \quad (\text{II.27})$$

Se ha cambiado el subíndice "mudo"  $i$  por  $k$  en la última parte de la expresión (II.27); esto tiene como finalidad el evitar confusión con la otra sumatoria en  $i$ .

Efectuando la derivada indicada:

$$2 \sum_{j=0}^{m+n} (s_j - \sum_{i=0}^n h_i f_{j-i}) \cdot (-f_{j-k}) = 0 \quad (\text{II.28})$$

desarrollando la expresión (II.25):

$$-2 \sum_{j=0}^{m+n} [s_j f_{j-k} - \sum_{i=0}^n h_i f_{j-i} f_{j-k}] = 0 \quad (\text{II.29})$$

y

$$\sum_{i=0}^n h_i \sum_{j=0}^{m+n} f_{j-i} f_{j-k} = \sum_{j=0}^{m+n} s_j f_{j-k} \quad (\text{II.30})$$

lo cual puede expresarse también como:

$$\sum_{i=0}^n h_i \phi_{ff}(k-i) = \phi_{sf}(k) \quad (\text{II.31})$$

donde:

$\phi_{ff}(k-i)$  indica la autocorrelación de la función  $f$  evaluada en  $k-i$ .

$\phi_{sf}(k)$  indica la correlación de las funciones  $s$  y  $f$  evaluadas en  $k$ .

Si se desarrolla la ecuación (II.31) se puede ver que representa un sistema de ecuaciones de la forma como se muestra en (II.32). Este sistema de ecuaciones puede ser resuelto para las incógnitas  $h_1$  empleando el método publicado por Levinson (1949), que aprovecha la simetría diagonal de la matriz de coeficientes, y que al ser programado en una computadora digital tiene menor necesidad de memoria y tiempo de cálculo.

$$\begin{bmatrix} \phi_{ff}(0) & \phi_{ff}(1) & \phi_{ff}(2) & \dots & \phi_{ff}(n) \\ \phi_{ff}(1) & \phi_{ff}(0) & \phi_{ff}(1) & & \phi_{ff}(n-1) \\ \phi_{ff}(2) & \phi_{ff}(1) & \phi_{ff}(0) & & \phi_{ff}(n-2) \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \phi_{ff}(n) & \phi_{ff}(n-1) & \phi_{ff}(n-2) & & \phi_{ff}(0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_0 \\ h_1 \\ h_2 \\ \vdots \\ h_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \phi_{sf}(0) \\ \phi_{sf}(1) \\ \phi_{sf}(2) \\ \vdots \\ \phi_{sf}(n) \end{bmatrix} \quad (\text{II.32})$$

Para obtener los coeficientes de filtros lineales directos mediante el método de mínimos cuadrados, se ha utilizado el programa MC, original de Koefoed (1979), el cual se ha modificado de tal forma que emplee intervalos de muestreo distintos; este programa se muestra en el apéndice I.

Los datos de entrada que debe proporcionar el usuario son: la primera abscisa y el número de coeficientes del filtro, así como la primera abscisa y el número de puntos de la función de entrada. Las abscisas deben ser dadas en escala logarítmica. Los datos de salida que proporciona el programa son: los coeficientes del filtro y sus respectivas abscisas; se puede tener además, la impresión de la función de entrada y la función de salida deseada, así como el error medio cuadrático.

En la tabla II.1 pueden verse los distintos filtros obtenidos por los métodos de Transformada Rápida de Fourier y de Mínimos Cuadrados.

## II.6.- ANALISIS DE LA EFICIENCIA DE LOS FILTROS DIGITALES DIRECTOS.

Se entenderá por eficiencia de un filtro, a la capacidad de éste, para producir una curva de función de transformación de resistividades, a partir de una curva de resistividad aparente, considerando como adecuados a aquellos filtros que muestren diferencias menores al 5% respecto al valor verdadero de tal curva. Así el análisis de eficiencia consistirá en convolucionar los filtros directos,  $d(x)$ , con una función de resistividad aparente teórica (II.34) y (II.35), es decir:

$$\begin{aligned} T_{CONV}(x) &= \rho_{as_t}(x) * d_s(x) \\ \text{ó} \\ T_{CONV}(x) &= \rho_{w_t}(x) * d_w(x) \end{aligned} \quad (II.33)$$

Posteriormente se compara este resultado,  $T_{CONV}$ , con la transformada de Hankel par de  $\rho_{a_t}(x)$ , es decir:

Las funciones teóricas utilizadas son, para el caso ascendente:

$$\begin{aligned} T_t &= \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1) (1 - e^{-e^x}) e^x \\ \rho_{as_t} &= \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1) \frac{e^x}{\sqrt{1 + e^{2x}}} \\ \rho_{w_t} &= \rho_1 + (\rho_2 - \rho_1) (2e^x) [\operatorname{senh}^{-1}(e^{-x}) - \operatorname{senh}^{-1}(e^x/2)] \end{aligned} \quad (II.34)$$

y para el caso descendente:

$$\begin{aligned} T_t &= \rho_2 + (\rho_1 - \rho_2) \frac{e^{-x}}{\sqrt{1 + e^{-2x}}} \\ \rho_{as_t} &= \rho_2 + (\rho_1 - \rho_2) e^{-e^x} (1 + e^x) \\ \rho_{w_t} &= \rho_2 + (\rho_1 - \rho_2) (2e^{-e^x} - e^{-2e^x}) \end{aligned} \quad (II.35)$$

Estas funciones fueron publicadas por Koefoed (1979), y simulan curvas de dos capas. Los valores de  $\rho_1$  y  $\rho_2$  se variaron con la finalidad de probar los filtros para diferentes contrastes. El criterio de error que se sele-

cción es el siguiente:

$$\epsilon = \frac{T_e(x) - T_{CONV}(x)}{T_e(x)} \times 100 (\%) \quad (\text{II.36})$$

donde:

$T_e(x)$  es la función de transformación de resistividades teórica.

$T_{CONV}(x)$  es la función obtenida por medio de la ecuación (II.33).

Para los filtros con igual precisión se considera más eficiente, aquél que contiene menor número de coeficientes. En la tabla II.1 se muestran los contrastes límites para los diferentes filtros.

El programa para obtener la tabla II.1, es el PRUFIL, este algoritmo cuenta con la subrutina FILTRO, en la cual se tienen almacenados, en proposiciones DATA, todos los coeficientes de los distintos filtros obtenidos en el presente trabajo.

Al iniciarse la secuencia de este programa, se llama inmediatamente a esta subrutina, de la cual se obtiene también, otras características del filtro, como son: el número de coeficientes (NPF), el desplazamiento (DES) y el intervalo de muestreo (DINC).

Las ecuaciones (II.34) y (II.35) se encuentran contempladas en sendos subprogramas. Además, este programa cuenta con la subrutina CONV ; la cual realiza la convolución, volteando los coeficientes del filtro, realizando las respectivas multiplicaciones y desplazando el filtro, posteriormente, a la siguiente abscisa para continuar de esta manera el proceso. Para su uso, PRUFIL requiere como datos: el número del filtro que se desea probar, la abscisa inicial en ciclos logarítmicos y los valores para las resistividades  $\rho_1$  y  $\rho_2$ .

Como salida de este programa se obtiene el valor de la abscisa de la función kernel ( $1/\lambda$ ), los valores exac-

TABLA II.1  
 VALOR LIMITE DEL CONTRASTE DE RESISTIVIDAD  
 PARA LOS DIFERENTES FILTROS OBTENIDOS.

| Intervalo<br>de<br>Muestreo. | Número<br>de Coe-<br>ficientes. | C o n t r a s t e |                   | Método<br>de<br>Obtención. | Dispositivo<br>Electrónico. |
|------------------------------|---------------------------------|-------------------|-------------------|----------------------------|-----------------------------|
|                              |                                 | Ascen-<br>dente.  | Descen-<br>dente. |                            |                             |
| 1/3 ln(10)                   | 32*                             | 1:100,000         | 10,000:1          | T.R.F.                     | Schlumberger.               |
| 1/6 ln(10)                   | 64*                             | 1:100,000         | 10,000:1          | T.R.F.                     | Schlumberger.               |
| 1/6 ln(10)                   | 128                             | 1:100,000         | 100,000:1         | T.R.F.                     | Schlumberger.               |
| 1/8 ln(10)                   | 128                             | 1:100,000         | 100,000:1         | T.R.F.                     | Schlumberger.               |
| 1/3 ln(10)                   | 32*                             | 1:100,000         | 10,000:1          | T.R.F.                     | Wenner.                     |
| 1/6 ln(10)                   | 128                             | 1:100,000         | 100,000:1         | T.R.F.                     | Wenner.                     |
| 1/8 ln(10)                   | 128                             | 1:100,000         | 100,000:1         | T.R.F.                     | Wenner.                     |
| 1/3 ln(10)                   | 30                              | 1:100,000         | 10,000:1          | M.C.                       | Schlumberger.               |
| 1/4 ln(10)                   | 30                              | 1:100,000         | 10,000:1          | M.C.                       | Schlumberger.               |

T.R.F. : Transformada Rápida de Fourier.

M.C. : Mínimos Cuadrados.

\* : Apilado del filtro correspondiente de  
128 coeficientes.



to y calculado de la función de transformación de resistividades y el valor correspondiente del error relativo entre ellos (ec. II.36). En el apéndice I se presenta un listado y algunas salidas típicas del programa PRUFIL.

## II.7.- OBTENCION DE LAS CURVAS DE FUNCION KERNEL.

Para la obtención de las curvas de transformación de resistividades se utiliza un programa parecido al PRUFIL. En este caso se trata del programa CAFUKE. Este programa transforma numéricamente una curva de resistividad aparente, en su correspondiente curva de transformación de resistividades.

Como datos de entrada se debe indicar el filtro, el número de abscisas de la curva de resistividad aparente, los valores de las abscisas y los valores de la curva de resistividad aparente.

Como salida se obtiene la abscisa  $1/\lambda$  y su correspondiente valor de la curva de transformación de resistividades. Este programa servirá de base para realizar la interpretación automática iterativa que se verá en los siguientes capítulos.

El programa CAFUKE puede ser visto en el apéndice I de esta tesis, junto con una de sus salidas.

A continuación se presentan varios ejemplos de obtención de la curva de transformación de resistividades.

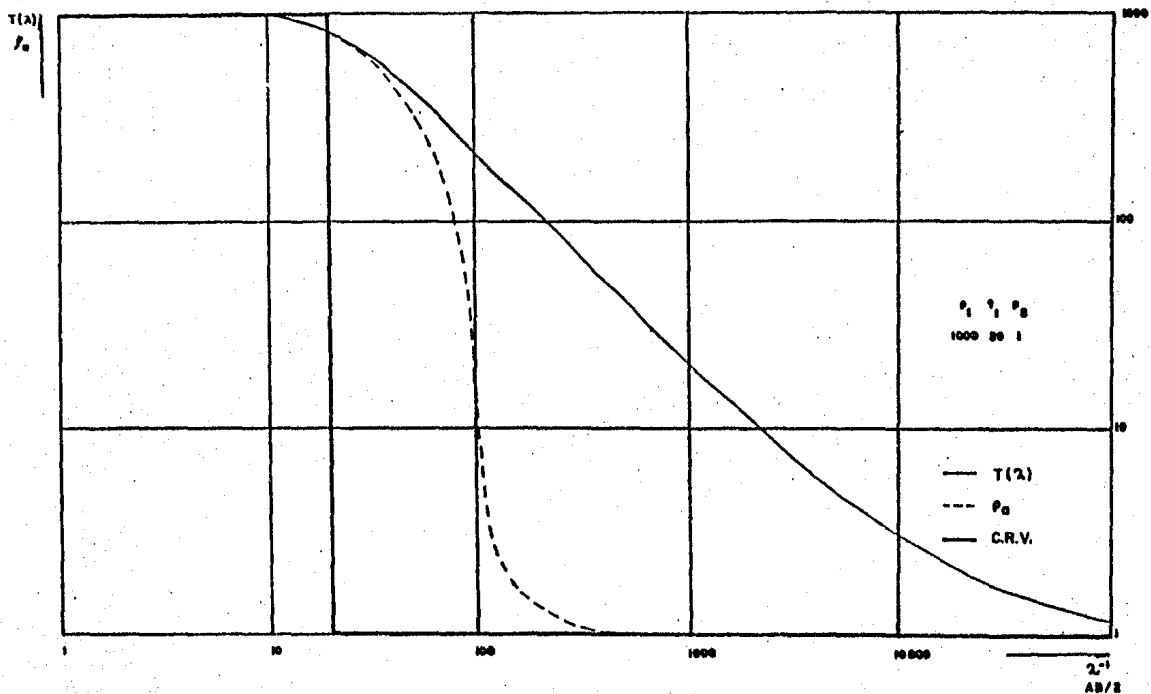


Fig. II.3.- Curva de transformación de resistividades, curva de resistividad aparente y curva de resistividad verdadera para el caso de dos capas.

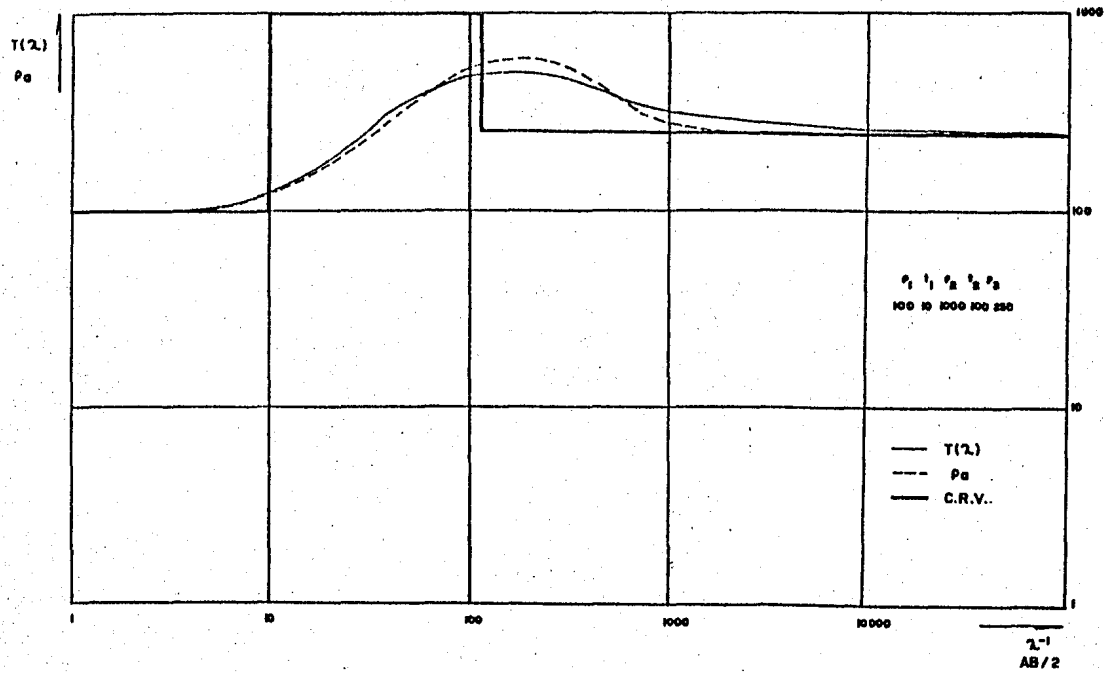


Fig. II.4.- Curva de transformación de resistividades, curva de resistividad aparente y curva de resistividad verdadera para el caso de tres capas tipo "K".

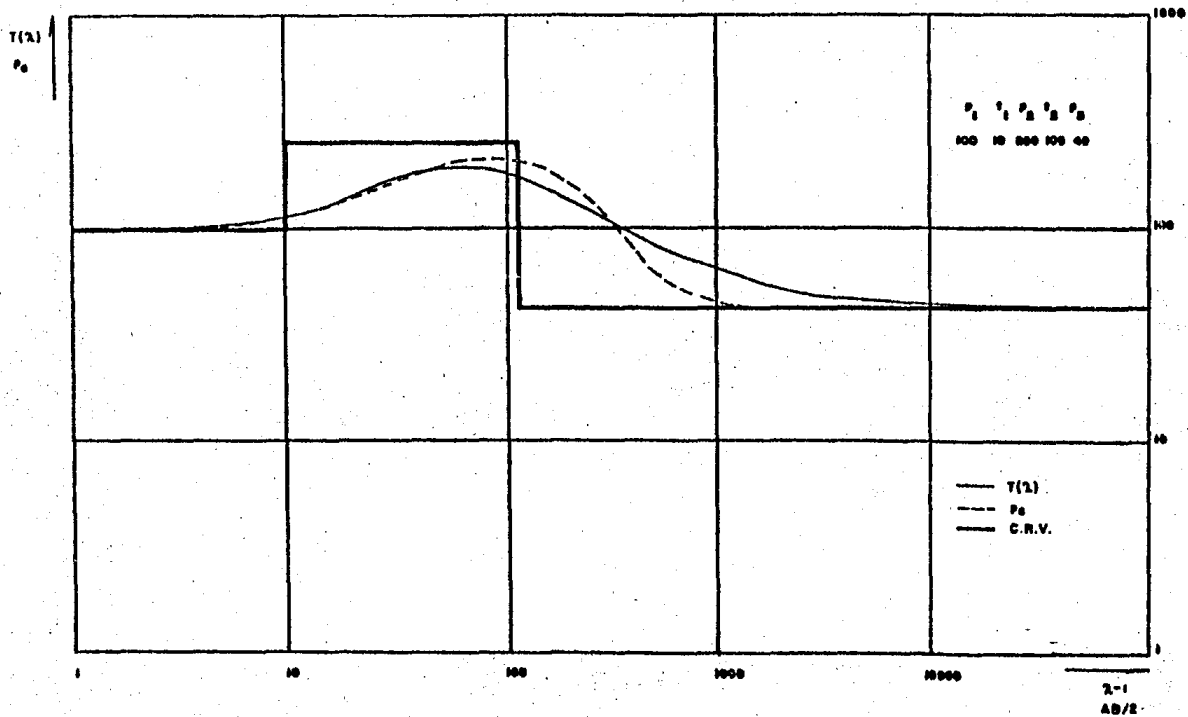


Fig. II.5.- Curva de transformación de resistividades, curva de resistividad aparente y curva de resistividad verdadera para el caso de tres capas tipo "K".

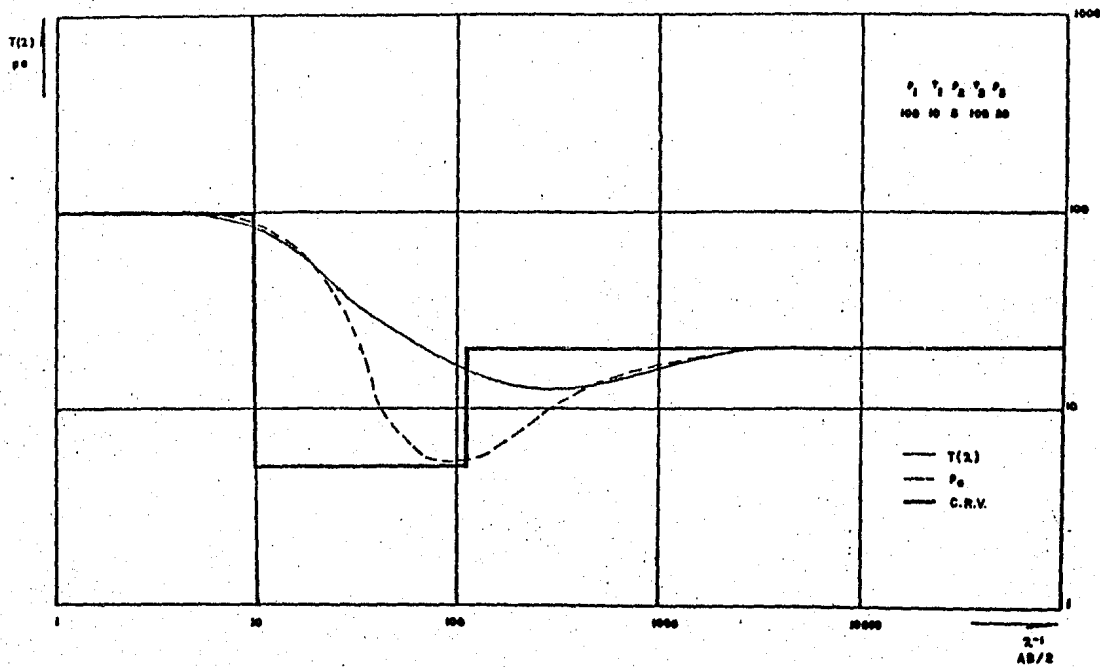


Fig. II.6.- Curva de transformación de resistividades, curva de resistividad aparente y curva de resistividad verdadera para el caso de tres capas tipo "H".

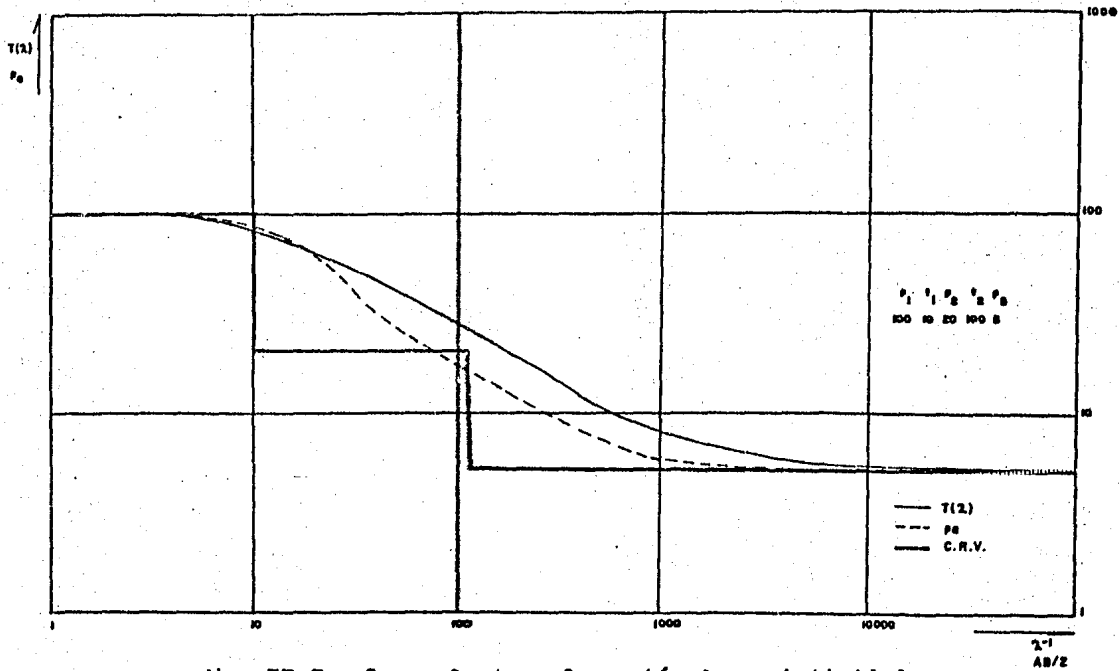


Fig. II.7.- Curva de transformación de resistividades, curva de resistividad aparente y curva de resistividad verdadera para el caso de tres capas tipo "Q".

### CAPITULO III

#### PROBLEMA INVERSO PARA MEDIOS HORIZONTALMENTE ESTRATIFICADOS.

##### III.- GENERALIDADES.

Como se sabe, la finalidad de los sondeos eléctricos verticales, y de la mayoría de los métodos geoelectricos es el poder determinar las estructuras del subsuelo de la zona estudiada.

Puede decirse que el problema inverso, para medios horizontalmente estratificados, es el determinar los parámetros del corte geoelectrico (espesores y resistividades), a partir de la curva de resistividades aparentes suministrada por el sondeo eléctrico vertical.

Actualmente, el problema de inversión en la prospección geoelectrica es tratado con nuevos métodos de trabajo que han surgido gracias al rápido perfeccionamiento y gran difusión de las computadoras.

En razón de la diversidad de los métodos numéricos de interpretación, es importante establecer una clasificación. Para ello un criterio importante es el dominio en que se efectúa la inversión. Cuando estos métodos trabajan sobre la curva de campo, se dice que la inversión se realiza en el dominio de la resistividad aparente. Por otro lado, cuando se transforma la curva de campo en la función kernel, y sobre ésta se efectúa la inversión, se habla de inversión en el dominio de la función kernel. El objetivo principal de este trabajo es realizar este último tipo de inversión.

Los métodos numéricos automáticos de inversión, por otro lado, pueden clasificarse en dos grupos: los métodos directos, los cuales obtienen un corte geoelectrico solución, desde la curva de campo, sin volver atrás a recalcular ésta; y los métodos iterativos, los cuales parten de un modelo inicial y, mediante modificaciones a éste, llegan a un modelo óptimo.

Existen otro tipo de métodos, llamados clásicos o gráficos, los cuales resuelven el problema de inversión en forma rigurosa o semiempírica. En la sección III.3.1 se estudia en mayor detalle estos métodos.

La inversión de datos de resistividad aparente, en el dominio de la función de transformación de resistividades, se realiza en dos pasos; primero, se determina la función de transformación de resistividades a partir de los valores muestreados de la función de resistividad aparente, mediante la aplicación de un filtro lineal directo adecuado, como se describió en el capítulo anterior.

Como segundo paso, se determinan los parámetros del corte geoelectrico, a partir de la función de transformación de resistividades.

### III.2.- TEORIA DE INVERSION.

En la teoría de inversión automática iterativa se trata a todos aquellos métodos de aproximaciones sucesivas, en los que se parte de un modelo inicial, cuya curva de campo se calcula; las diferencias entre ésta y la observada se van reduciendo sucesivamente por medio de modificaciones al modelo inicial. En términos generales, los métodos iterativos automáticos de interpretación comprenden los siguientes pasos:

#### 1). Determinación de modelo geoelectrico inicial.

Este modelo inicial puede ser obtenido por algún otro método de interpretación preliminar, como pueden ser los métodos gráficos de superposición y reducción (método del punto auxiliar). La determinación adecuada de este modelo inicial es de suma importancia.

#### 2). Cálculo de la función de transformación de resistividades, $T(\omega)_{cal}$ , asociada al modelo inicial o modificado, a



partir de alguna fórmula de recurrencia.

3). Si se compara en el dominio de la función de resistividad aparente:

- Obtención de  $\rho_{col}$  a partir de  $T(\lambda)_{col}$  : aplicando un filtro lineal inverso.

Si se compara en el dominio de la función kernel:

- Obtención de  $T(\lambda)_{obs}$  , a partir de los valores muestrados de la función de resistividad aparente ( $\rho_{obs}$ ) ; mediante la convolución con un filtro lineal directo o la integración numérica.

4). Determinación de la función de error para medir la calidad de ajuste entre:  $\rho_{obs}$  y  $\rho_{col}$  en el dominio de la función de resistividad aparente o  $T(\lambda)_{obs}$  y  $T(\lambda)_{col}$  en el dominio de la función kernel.

5). Si la función de error es menor que el factor de tolerancia escogido, se habrá llegado al modelo geoelectrico final y, con ello, a la solución de problema inverso; en caso contrario se continúa con el siguiente paso.

6). Método de optimación de la función de error para poder modificar el modelo geoelectrico inicial; y obtener el nuevo modelo geoelectrico.

7). Repetición de los pasos 2 al 4: a excepción del paso 3 cuando se compara en el dominio de la función kernel.

En la figura III.1 se muestra en forma esquemática cada una de las etapas del método de interpretación.

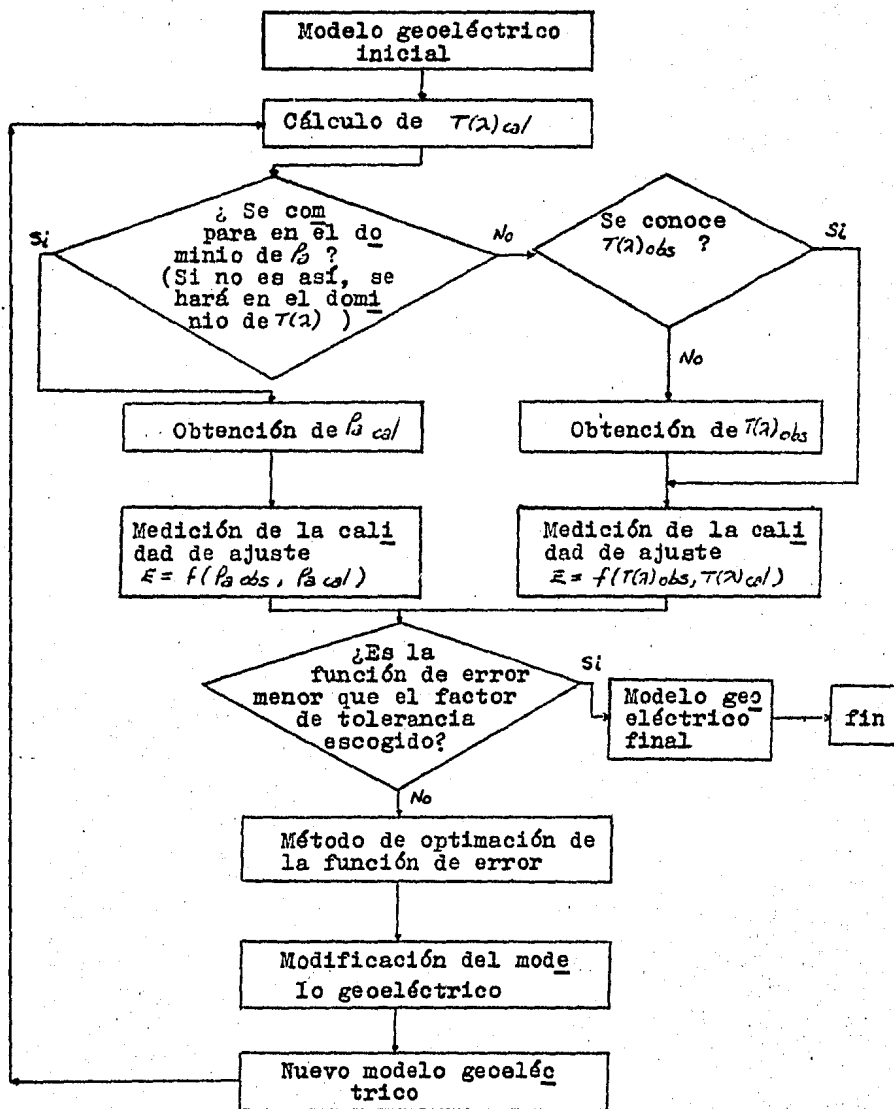


Figura III.1.- Diagrama de bloques que muestra el proceso de los métodos de aproximaciones sucesivas.

### III.3.- DESCRIPCIÓN DE LOS MÉTODOS DE INVERSIÓN.

En este apartado se describirá paso a paso la secuencia mencionada en la teoría de inversión, haciendo énfasis en el tratamiento que han dado diversos autores a cada una de las partes de ésta.

#### III.3.1.- Determinación del Modelo Geoelectrico Inicial.

La determinación del modelo geoelectrico inicial es generalmente llevada al cabo, mediante la utilización de alguno de los llamados métodos clásicos de interpretación, los cuales son un grupo de técnicas gráficas rigurosas o semiempíricas; que pueden clasificarse en dos grupos:

- a). Métodos que emplean la función de resistividad aparente.
  - 1). Método de superposición.
  - 2). Método de reducción.
- b). Métodos que emplean la función kernel.
  - 1). Método de Koefoed.

El método de superposición es una técnica basada en una teoría física rigurosamente científica, y consiste básicamente en la comparación de la curva de campo completa que se desea interpretar, con las curvas teóricas de resistividad aparente que han sido publicadas en un álbum; hasta encontrar una de éstas que coincida con la primera.

Los principales álbumes de curvas teóricas de resistividad aparente que han sido publicadas son, para el tipo Schlumberger,

- a). El álbum de la Cie. Generale de Geophysique (1933-36), que contiene 480 curvas para medios de tres capas, publicado por la EAEG en 1955.
- b). El álbum de Orellana y Mooney (1966), que contiene 25 curvas de dos capas, 912 de tres y 480 de cuatro.
- c). El álbum holandés de Rijwaterstaat, publicado por la EAEG (1969), contiene 2268 curvas de tres capas.
- d). El álbum de Flathe (1963), que contiene 72 curvas de cinco capas.

Todos estos álbumes se presentan en escala bilogarítmica, con módulo de 62.5 mm.

Para el tipo Wenner, se tiene,

a). Album de Mooney y Wetzel (1956), que contiene 2300 curvas de tres y cuatro capas, en módulo logarítmico de 5 pulgadas .

b). El álbum de Orellana y Mooney , que contiene el mismo número de curvas que para el dispositivo Schlumberger, en módulo logarítmico de 3.33 pulgadas.

Este método de superposición tiene como principal desventaja el hecho de que, es tardado, y a veces imposible, el localizar una curva teórica que coincida aceptablemente con la curva de campo.

El método de reducción o de ajuste parcial de curvas es una técnica gráfica empírica, en la que las curvas de campo van siendo interpretadas por segmentos, usando curvas teóricas de dos capas. La idea del método es que conforme cada porción de la curva es interpretada, las capas del medio estratificado, correspondientes al segmento interpretado, son combinadas teóricamente para formar una sola capa ficticia homogénea e isótropa. Este procedimiento requiere del uso de diagramas de curvas auxiliares, junto con las colecciones de curvas teóricas de dos y tres capas, y es conocido también, con el nombre de método del punto auxiliar.

Las desventajas relacionadas a este método son:

1. Cuando el método se aplica a la inversión de curvas de campo de más de tres capas, los resultados disminuyen en calidad.

2. Para los casos de curvas de campo de forma complicada, se observa que segmentos importantes de la curva de campo, no son aproximados por las curvas teóricas de dos capas, por lo cual los resultados obtenidos serán de menor calidad.

3. El método de punto auxiliar requiere de considerable criterio por parte del interpretador; por lo cual los resultados obtenidos dependerán también de la práctica que se tenga al respecto.

El método de interpretación de Koefoed sigue la misma línea sugerida por Slichter, y que fué mencionada en el inciso II.1; es decir,

1. Determinar la curva de función kernel del medio estratificado a partir de la curva de campo de resistividad aparente. Este paso tiene su justificación en el hecho de que es la función kernel la que contiene directamente toda la información (espesores y resistividades) sobre el medio estratificado.

2. Determinar los espesores y resistividades del medio estratificado a partir de la función kernel.

Koefoed realiza el primero de estos pasos de la siguiente manera:

Descompone la función de resistividad aparente en una suma de funciones parciales de resistividad aparente. A su vez, cada una de estas funciones tiene su correspondiente función parcial kernel. Para que esto sea posible, Koefoed establece las expresiones matemáticas para que tales funciones cumplan con:

$$\Delta i \theta(\lambda) = \int_0^{\infty} \frac{\Delta i \rho_s}{2 \rho_s} J_1(\lambda s) ds \quad (\text{III.1})$$

donde:  $\Delta i \theta(\lambda)$  es una función parcial kernel.  
 $\Delta i \rho_s$  es una función parcial de resistividad aparente.

Esta última expresión es utilizada para el caso Schlumberger; aunque también existe la correspondiente al tipo Wenner (consultar Koefoed, 1968). Estas expresiones matemáticas, para las funciones parciales kernel y de resistividad aparente, son graficadas en papel bilogarítmico para formar un conjunto de curvas patrón, utilizadas en la determinación de la función kernel. Una vez que se tienen las funciones kernel parciales, se suman éstas para obtener la función kernel aumentada.

$$H(\lambda) = \theta(\lambda) + \frac{1}{2} = \sum_i \Delta i \theta(\lambda) \quad (\text{III.2})$$

La secuencia de esta primera etapa del método de Koefoed

puede resumirse en los siguientes pasos:

- 1). Se aproxima una parte de la curva de resistividad aparente, por medio de una función parcial de resistividad aparente  $\Delta_1 \rho_{as}$ .
- 2). Se resta gráficamente  $\Delta_1 \rho_{as}$  de la curva de resistividad aparente.
- 3). La primera parte de la curva obtenida por la operación descrita en el paso 2 se aproxima por una segunda función parcial de resistividad aparente  $\Delta_2 \rho_{as}$ .
- 4). Se resta gráficamente  $\Delta_2 \rho_{as}$  de la curva obtenida en el paso 2.
- 5). Las etapas anteriores son repetidas hasta que la curva de resistividad aparente ha sido aproximada en su totalidad por medio de funciones parciales de resistividad aparente  $\Delta_i \rho_{as}$ .
- 6). Se determinan las funciones kernel parciales  $\Delta_i \theta(\lambda)$  correspondientes a las funciones parciales de resistividad aparente  $\Delta_i \rho_{as}$ , obtenidas en los pasos anteriores.
- 7). La función kernel aumentada  $H(\lambda)$  se obtiene sumando gráficamente las funciones parciales kernel  $\Delta_i \theta(\lambda)$  obtenidas.

Una vez obtenida  $H(\lambda)$ , la segunda etapa de este método consiste en reducir esta función de  $n$  a  $n-1$  capas; obteniéndose con ello los parámetros de la primera capa, continuándose este proceso hasta determinar todo el corte geoelectrico.

Este método tiene como principales desventajas el arrastre y propagación de errores en el cálculo gráfico de los parámetros del corte geoelectrico; ya que éstos son obtenidos en función a los parámetros, ya obtenidos de las capas superiores. Así por ejemplo, la exactitud con que se elija el valor de  $\rho_1$  se reflejará en la precisión de los valores de los demás parámetros del corte geoelectrico.

### III.3.2.- Obtención de $T(\lambda)_{cal}$ .

La obtención de  $T(\lambda)_{cal}$  se realiza por medio de alguna relación de recurrencia. De entre éstas podemos mencionar las de Pekeris, Flathe, King, Lima Lobato, Vanyan, Sunde, etc.

En el apartado I.6, de esta tesis, se estudiaron las primeras dos relaciones de recurrencia de Pekeris, ecuación (I.70b), la cual es una expresión sencilla de programar. En términos de la función de transformación de resistividades, esta ecuación se expresa como:

$$T_i(\lambda) = \frac{T_{i+1}(\lambda) + \rho_i \tanh(\lambda t_i)}{1 + \frac{T_{i+1}(\lambda)}{\rho_i} \tanh(\lambda t_i)} \quad (III.3)$$

donde:  $t_i$  es el espesor de la  $i$ -ésima capa.  
 $\rho_i$  es la resistividad de la  $i$ -ésima capa.  
 $T_i$  es la función de transformación de resistividades en la  $i$ -ésima capa.

Esta relación de recurrencia parte de  $T_n(\lambda) = f_n$ .

### III.3.3.- Obtención de $\beta_{cal}$ o de $T(\lambda)_{obs}$ .

Como se mencionó, el tercer paso en los métodos iterativos automáticos puede llevarse a cabo en el dominio de la función de resistividad aparente o bien en el dominio de la función kernel.

Cuando se compara en el dominio de la resistividad aparente, se obtiene la  $\beta_{cal}$  a partir de  $T(\lambda)_{cal}$  aplicando un filtro lineal inverso. Esta parte puede verse con mayor detalle en los trabajos de Seara (1977), Koefoed (1979) y González (1983).

Si se compara en el dominio de la función kernel, se llega a obtener  $T(\lambda)_{obs}$ , a partir de los valores muestreados de la función de resistividad aparente ( $\beta_{obs}$ ); esto se realiza mediante la convolución con un filtro lineal directo o por integración numérica. La forma de obtener  $T(\lambda)_{obs}$  mediante convolución fue descrita ampliamente en el capítulo II del presente trabajo. Por otra parte la  $T(\lambda)_{obs}$  obtenida por integración numérica es realizado

mediante el método de cuadratura gaussiana; el cual es tratado por Meinardus (1970).

Cabe aclarar que en el dominio de la función de resistividad aparente, se lleva al cabo una convolución en cada iteración para obtener  $\rho_{ca}$ , mientras que en el dominio de la función kernel la convolución para obtener  $\tau(\lambda)_{obs}$  es realizada una sola vez. Lo anterior merece atención por el hecho de que muestra una diferencia fundamental entre la inversión en un dominio u otro. Como se verá más adelante esta diferencia se agudiza al trabajar con las derivadas parciales de las funciones involucradas.

#### III.3.4.- Determinación del Criterio de Error.

En cualquier problema de optimización como primer paso se debe definir la función a optimar; en este caso se trata de un criterio de error que mide la discrepancia entre los valores observados y los calculados, es decir, se determina la función de error para medir la calidad de ajuste entre  $\rho_{obs}$  y  $\rho_{ca}$ , en el dominio de la función de resistividad aparente, ó  $\tau(\lambda)_{obs}$  y  $\tau(\lambda)_{ca}$ , en el dominio de la función kernel.

El criterio de error, en este caso, es una función que depende de los parámetros del corte, esto es,

$$E = E(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n) \quad (III.4)$$

donde los  $\rho_i$  son los parámetros del corte geoelectrico (espesores y resistividades).

La forma como se ha determinado la función de error ha sido tratada en forma diferente por diversos autores.

Vozoff (1958) y Meinardus (1970) emplean como criterio de error la suma de los cuadrados de las diferencias entre los valores muestreados de la función kernel de Slichter  $K_{obs}(\lambda)$  obtenida por medio de integración numérica a partir de la curva de resistividad aparente de campo, y la función kernel de Slichter del modelo inicial o modificado  $K_{cal}(\rho_i, \lambda_j)$ , es decir:

$$E^{(r+1)} = \sum_{j=1}^m [K_{cal}^{(r+1)}(\bar{\rho}, \lambda_j) - K_{obs}(\lambda_j)]^2 \quad (III.5)$$



donde:  $\lambda_j$  son las diferentes abscisas de la función kernel de Slichter.

$r$  es el índice que indica la iteración.

$\vec{p}$  es el vector que contiene los parámetros del medio geoeléctrico.

Bichara y Lakshmanan (1976) dan a conocer un método semejante a los de Vozoff y Meinardus; con la diferencia de utilizar la función de transformación de resistividades (la curva  $T(\lambda)_{obs}$  es obtenida por medio de filtraje lineal).

Estos autores toman como criterio de error la suma de los cuadrados de las diferencias relativas entre  $T_{obs}(\lambda)$  y  $T_{cal}(\lambda)$ . Además, agregan otro término que se refiere a la sumatoria de las diferencias cuadráticas relativas entre términos de muestras sucesivas (derivadas), de estas funciones. Su expresión para el criterio de error es:

$$E = \sum_{j=1}^m \frac{[T_{obs}(\lambda_j) - T_{cal}(\lambda_j, \vec{p})]^2}{T_{obs}(\lambda_j)^2} + \sum_{j=1}^{m-1} \frac{\{ [T_{obs}(\lambda_{j+1}) - T_{obs}(\lambda_j)] - [T_{cal}(\lambda_{j+1}, \vec{p}) - T_{cal}(\lambda_j, \vec{p})] \}^2}{T_{obs}(\lambda_j) [T_{obs}(\lambda_{j+1}) - T_{obs}(\lambda_j)]} \quad (III.6)$$

Una de las características que establecen estos autores, en su trabajo, es la posibilidad de incluir cotas que los parámetros no deben sobrepasar, lo cual representa un modo de introducir restricciones geológicas.

Johansen (1977) define el criterio de error en variables logarítmicas, tanto para las resistividades aparentes como para los parámetros del corte. Esto, como se verá más adelante, tiene una justificación importante en el proceso de minimización. Según el autor, la función a minimizar es:

$$E = \sum_{j=1}^m [\ln \rho_{obs}(s_j) - \ln \rho_{cal}(\vec{p}, s_j)]^2 \quad (III.7)$$

Esto significa que, en comparación con los autores anteriores, Johansen lleva al cabo la determinación de la función de error en el dominio de la función de resistividad aparente.

### III.3.5.- Métodos de Optimación de la Función de Error.

Como puede notarse de los diferentes criterios de error estudiados en el subinciso anterior, y de las relaciones de recurrencia (ecuaciones I.70a, I.70b y III.3), aquéllos son funciones no lineales de los parámetros (espesores y resistividades) del corte geoelectrico. Así la minimización del criterio de error, E, es un problema de optimación de funciones no lineales. De entre los diferentes métodos avocados a resolver este problema, se han escogido el método de gradiente y el método de solución de ecuaciones matriciales; considerando éste en su versión híbrida debida a Marquardt (1963).

#### a). Método de Gradiente.

El objetivo de los métodos de descenso rápido (steepest descent) o de gradiente, es el variar los valores de los parámetros en la dirección de mayor descenso de la función de error, con la finalidad de encontrar el mínimo de ésta.

Para lograr lo anterior, el cambio que se aplique al valor de un parámetro debe ser proporcional a la derivada parcial del criterio de error, respecto a ese parámetro. Esto puede escribirse en forma vectorial como:

$$\Delta \vec{P} = -C \vec{\nabla} E \quad (\text{III.8})$$

donde  $\Delta \vec{P}$  es el vector de incremento de los parámetros del corte geoelectrico y C es una constante positiva (factor de escala). En el apéndice II se desarrolla con mayor detalle el método de gradiente.

Los autores que han utilizado el método de gradiente son: Vozoff (1958) y Bichara y Lakshmanan (1976).

En lo que se refiere al valor de la constante C de la ecuación (III.8), Vozoff propone en su trabajo:

$$C = 1 / \left[ \sum_k \frac{\partial^2 E}{\partial P_k^2} \frac{\partial P_k}{\partial u} \right] \quad (\text{III.9})$$

donde  $\partial u$  es el incremento a lo largo de gradiente de E.

En la misma publicación Vozoff propone una relación más sencilla, que es:

$$C = E / |\nabla E|^2 \quad (\text{III.10})$$

Esta última expresión convierte al método de gradiente en una aproximación del método de Newton.

Por lo que respecta a Bichara y Lakshmanan; éstos proponen seleccionar un cierto valor  $C > 0$ , y mantener este valor en el proceso iterativo, hasta que la función de error de la última iteración sea mayor al de la anterior iteración; entonces se aplicará:

$$C^r = C^{r-1} / 2 \quad (\text{III.11})$$

Puede decirse que los resultados que da el método pueden ser los óptimos; siempre y cuando, el valor de  $C$  sea elegido con cuidado con cada iteración.

#### b). Método de Solución de Ecuaciones Matriciales.

Para ilustrar este método se utilizará la función de error (III.5); con la aclaración de que puede aplicarse a cualquiera de las funciones de error vistas en la sección III.3.4.

Substituyendo la función kernel calculada por su expansión en series de Taylor, en la cercanía del punto del modelo que se está analizando, y despreciando los términos de segundo a mayor orden; es decir, linealizando a tal función en su vecindad tendremos:

$$K_{cal}^{(r+1)}(\bar{p}, \lambda_j) = K_{cal}^{(r)}(\bar{p}, \lambda_j) + \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{\partial k(\bar{p}, \lambda_j)}{\partial p_k} \Delta p_k \quad (\text{III.12})$$

en (III.5):

$$E^{(r+1)} = \sum_{j=1}^m [K_{cal}^{(r)}(\bar{p}, \lambda_j) - k_{obs}(\lambda_j) + \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{\partial k(\bar{p}, \lambda_j)}{\partial p_k} \Delta p_k] \quad (\text{III.13})$$

Se resuelve esta ecuación para  $\Delta p_k$ , en términos de mínimos cuadrados, de la siguiente manera. Derivando respec-

to a  $\Delta p_n$ , e igualando a cero el miembro derecho de (III.13):

$$\sum_{j=1}^m [D_{j,n} \left\{ \sum_{k=1}^{2n-1} (\Delta p_k D_{j,k}) + e_j \right\}] = 0 \quad (\text{III.14})$$

donde:

$$e_j = k_{\text{cal}}^{(r)}(\bar{p}, \lambda_j) - k_{\text{obs}}(\lambda_j)$$

$$D_{j,k} = \frac{\partial k(\bar{p}, \lambda_j)}{\partial p_k} \quad \begin{matrix} k=1, 2, \dots, 2n-1 \\ j=1, 2, \dots, m \end{matrix}$$

y  $n$  es el índice del incremento del parámetro con respecto al cual se ha derivado.

Ahora bien, reescribiendo (III.14):

$$\sum_{k=1}^{2n-1} [\Delta p_k \sum_{j=1}^m (D_{j,k} D_{j,n})] = - \sum_{j=1}^m (e_j D_{j,n}) \quad (\text{III.15})$$

y para todas las  $n$ , se tendrá un sistema de ecuaciones, que en forma matricial quedará establecido como:

$$D^T D \bar{\Delta p} = - D^T \bar{e} \quad (\text{III.16})$$

donde  $D$  es la matriz Jacobiana de orden  $m \times (2n-1)$ , que contiene las derivadas parciales con respecto a los parámetros del corte,  $D^T$  es la matriz traspuesta de  $D$ ,  $\bar{\Delta p}$  es el vector de corrección de los parámetros del corte geoelectrico y  $\bar{e}$  es el vector de diferencia entre los valores de la curva calculada y la curva observada.

En el apéndice III de esta tesis se desarrolla, en forma amplia, el método de solución de ecuaciones matriciales (también conocido como método de Newton - Gauss).

Resolviendo la expresión matricial (III.16) para  $\bar{\Delta p}$  en la forma tradicional, se tendrá:

$$\bar{\Delta p} = (D^T D)^{-1} D^T \bar{e} \quad (\text{III.17})$$

Sin embargo, al formar la matriz  $D^T D$  se empeoran las condiciones del problema; lo que conduce a pérdida de exactitud.

En la actualidad se prefiere resolver el sistema de ecuaciones (III.16), mediante el método de descomposición del valor singular, introducido por Golub y Reinsch (1970).

La expresión (III.16) puede ser simplificada a:

$$D\vec{\Delta p} = -\vec{e} \quad (\text{III.18})$$

donde la matriz  $D$  se factoriza como:

$$D = LAU^T \quad (\text{III.19})$$

siendo:

$L$  una matriz ortogonal de orden  $m \times (2n-1)$ , hecha de los  $-$  eigenvectores de los  $(2n-1)$  eigenvalores más grandes de  $DD^T$ .

$A$  es una matriz diagonal de orden  $(2n-1) \times (2n-1)$ , compuesta de raíces cuadradas positivas de los eigenvalores de la matriz  $D^T D$  (los valores singulares de  $D$ ).

$U^T$  es la matriz traspuesta ortogonal, de orden  $m \times (2n-1)$ , hecha de los eigenvectores de  $D^T D$ .

De esta manera, el vector de corrección  $\vec{\Delta p}$  estará dado por:

$$\vec{\Delta p} = -UA^{-1}L^T\vec{e} \quad (\text{III.20})$$

### III.3.6.- Repetición Iterativa del Método.

El método de optimación es repetido hasta llegar por aproximaciones sucesivas a un valor mínimo de la diferencia entre las funciones involucradas en el criterio de error. Se repiten los pasos comentados en los subincisos III.3.2, III.3.3, III.3.4 y III.3.5; a excepción de la inversión en el dominio de la función de transformación de resistividades; donde no es necesario repetir el paso comentado en el subinciso III.3.3.

### III.4.- EL METODO HIBRIDO.

Existe un método que mejora las características individuales del método de gradiente y del método de solución de ecuaciones matriciales (Newton-Gauss). Tal método, que es en realidad una combinación de ambos, será descrito en los siguientes párrafos. Se mencionará, también, los principales autores que lo han utilizado.

Se comentará las desventajas y ventajas de realizar la inversión en el dominio de resistividad aparente o en el dominio de la función de transformación de resistividades. Esto servirá como preámbulo a la presentación del método que se propondrá en el siguiente capítulo de esta tesis.

Si se obtuviera una componente del gradiente de la expresión (III.5), ésta estaría dada por:

$$\frac{\partial E}{\partial \rho_k} = 2 \sum_j [K_{cal}(\bar{p}, \lambda_j) - k_{obs}(\lambda_j)] \frac{\partial K_{cal}}{\partial \rho_k} \quad (III.21)$$

Comparando los miembros derechos de las ecuaciones (III.16) y (III.21) se puede ver que ambos son proporcionales entre sí, por tanto la ecuación (III.16) puede reescribirse como:

$$D^T D \bar{\Delta p} = -\frac{1}{2} \bar{\nabla} E \quad (III.22)$$

Es importante mencionar que el miembro izquierdo de esta ecuación no tiene la dirección del vector  $\bar{\Delta p}$ , ya que generalmente el producto de un vector por una matriz produce un cambio tanto en la magnitud como en la dirección de este vector. Esto conduce a definir que la dirección del vector en el método de Gauss-Newton no es necesariamente, la dirección del criterio de error del método de gradiente.

La experiencia ha demostrado que bajo ciertas condiciones el método de Gauss-Newton puede producir cambios bruscos en los valores de los parámetros, de tal forma que el valor de la función de error en la nueva iteración es mayor con respecto al valor de la función de error en la iteración anterior.

Por otra parte, cuando el modelo inicial es cercano al óptimo, el método de Gauss-Newton converge más rápidamente que el método de gradiente.

Para resolver este problema, Marquardt (1963) modifica la expresión (III.16), agregando un término  $\alpha$  a los elementos de la diagonal principal de la matriz cuadrada  $D^T D$ , es decir:

$$[D^T D + \alpha I] \bar{\Delta P} = -\frac{1}{2} \bar{\nabla E} \quad (\text{III.23})$$

donde  $I$  es la matriz identidad. La técnica propuesta por Marquardt se le clasifica como Método Interpolador entre el método de gradiente y el de Gauss-Newton, según Shirley (1975).

La expresión (III.23) muestra que la multiplicación de un vector por la matriz identidad no modifica la magnitud ni dirección de este vector. Cuando el valor de  $\alpha$  es grande, la ecuación (III.23) corresponde al método de gradiente, y si es pequeño al de Gauss-Newton.

Johansen (1977) consideró los eigenvalores de la matriz  $D^T D$  para entender mejor la operación de las ecuaciones (III.22) y (III.23), y también como una guía para encontrar los valores que deben ser asignados a la constante  $\alpha$ .

Estos eigenvectores tienen la propiedad de que al ser multiplicados por una matriz, cambian únicamente en magnitud pero no en dirección.

En base a esto, si un eigenvector de la matriz  $D^T D$  es denotado como  $U_m$ , entonces:

$$D^T D U_m = \lambda_m U_m \quad (\text{III.24})$$

donde la constante  $\lambda_m$  es el eigenvalor de la matriz  $D^T D$ .

El número de eigenvectores independientes de la matriz  $D^T D$  es igual al rango de esta.

Los eigenvalores son obtenidos resolviendo el determinante de la matriz  $[D^T D - \lambda I]$  igual a cero. Aplicando

la ecuación (III.22) en la dirección de uno de los eigenvectores y utilizando (III.24), se obtendrá:

$$\lambda_m \Delta \rho_m = -\frac{1}{2} (\text{grad } \varepsilon)_m \quad (\text{III.25})$$

Para valores pequeños de  $\lambda$ , la ecuación (III.25) conduce a valores no razonables para  $\Delta \rho_m$ , por esta razón el método de Gauss-Newton puede dar motivo a cambios bastante grandes en los parámetros.

Marquardt reemplaza la expresión (III.25) de la siguiente manera:

$$\Delta \rho_m = -\frac{1}{2} (\text{grad } \varepsilon)_m / (\lambda_m + \alpha) \quad (\text{III.26})$$

y en la ecuación (III.20) basta con aumentar el valor de  $\alpha$  en la diagonal principal de la matriz A.

La ecuación (III.26) presenta la ventaja de que la magnitud del cambio en los parámetros puede ser almacenada y podrá asignarse un valor adecuado a la constante positiva  $\alpha$ .

Johansen (1977) asigna el valor  $\alpha=1$  como límite inferior para este parámetro. Posteriormente, da a  $\alpha$  el valor del eigenvalor más pequeño de la matriz, que excede el límite inferior.

Al hacer esta substitución, como puede verse en la ecuación (III.26), la componente de  $\vec{\Delta \rho}$  que corresponde a este eigenvalor es reducido por un factor de 2, comparado con el valor de esta componente en el método de Gauss-Newton.

En la dirección de los eigenvectores con eigenvalores más grandes, la reducción en la componente de  $\vec{\Delta \rho}$  es menor a un factor de 2, haciéndose este factor más cercano a uno, conforme el eigenvalor es más grande. Después cuando el valor seleccionado de  $\alpha$  no produce más convergencia, se le reemplaza por el siguiente eigenvalor mayor de la matriz  $\sigma^T \sigma$ . Este procedimiento se repite hasta que se obtiene un valor satisfactorio para la función de error.

Cecchi et al (1977) sugirió una estrategia diferente para determinar el valor que se asignará a  $\alpha$ , se puede re-



cordar que el método de Gauss-Newton tiene problemas de estabilidad si el modelo estratificado difiere mucho de la realidad, mientras que es preferible al método de gradiente cuando el modelo se aproxima al medio verdadero, en lo que se refiere a velocidad de convergencia.

Los autores anteriormente mencionados sugieren que se debe ir pasando gradualmente del método de gradiente al método de Gauss-Newton, conforme se aproxima al medio real.

Concluyen que el valor de  $\alpha$  debe ser disminuido gradualmente conforme avanza la interpretación. La estrategia de estos autores es la siguiente; después del primer paso de la iteración, el valor de  $\alpha$  es multiplicado por un factor menor a 1. En base a su experiencia proponen que el factor debe tener un valor entre 0.4 y 0.8; sin embargo, si en alguna iteración se incrementa el valor de la función de error se puede entender que el paso del método de gradiente al de Gauss-Newton ha sido demasiado rápido, y por tanto se debe incrementar el valor de  $\alpha$ . Se propone para esto un factor de 10.

De acuerdo al criterio de error que utiliza cada autor, existen diferentes maneras de aplicar la ecuación (III.18). Para un punto de observación "j", tal ecuación puede ser escrita como:

$$\sum_{k=1}^{2n-1} \frac{\partial p_{cal}(\vec{p}, s_j)}{\partial p_k} \Delta p_k = p_{obs}(s_j) - p_{cal}(\vec{p}, s_j) \quad (III.27)$$

Los autores que han estudiado la forma de la ecuación (III.27), han observado que dentro de los inconvenientes que presenta está el hacer al proceso de minimización como uno de baja convergencia; por otro lado, pueden obtener parámetros negativos del corte geoeléctrico, que no tienen ningún significado físico, aunque el criterio de mínimos cuadrados se satisfaga.

La ecuación (III.27) puede ser modificada en formas diversas, para evitar los problemas antes mencionados. Davis (1979) la modifica a:

$$\sum_{k=1}^{2n-1} \frac{\partial p_{cal}(\vec{p}, s_j)}{\partial p_k} \frac{\Delta p_k}{p_{cal}(\vec{p}, s_j)} = \ln p_{obs}(s_j) - \ln p_{cal}(\vec{p}, s_j) \quad (III.28)$$

con el inconveniente de poder encontrar parámetros negativos.

Johansen (1977) redefine la ecuación (III.27) en variables logarítmicas; lo cual permite estudiar el problema de equivalencia, al convertirlo en un problema lineal, además de evitar el detalle de obtener parámetros negativos; es decir:

$$\sum_{k=1}^{2n-1} \frac{p_k}{\rho_{a \text{ cal}}(\vec{p}, s_j)} \frac{\partial \rho_{a \text{ cal}}(\vec{p}, s_j)}{\partial p_k} \Delta \chi_k = \ln \rho_{a \text{ obs}}(s_j) - \ln \rho_{a \text{ cal}}(\vec{p}, s_j) \quad (\text{III.29})$$

donde:

$$\chi_k = \ln p_k$$

Tejero et al (1984), modifican esta última expresión a la forma :

$$\sum_{k=1}^{2n-1} \frac{p_k}{\rho_{a \text{ obs}}(s_j)} \frac{\partial \rho_{a \text{ cal}}(\vec{p}, s_j)}{\partial p_k} \Delta \chi_k = \frac{\rho_{a \text{ obs}}(s_j) - \rho_{a \text{ cal}}(\vec{p}, s_j)}{\rho_{a \text{ obs}}(s_j)} \quad (\text{III.30})$$

Estos autores afirman que al normalizar respecto a  $\rho_{a \text{ obs}}(s_j)$  se obtiene una mayor convergencia; por ser éstos los valores verdaderos del medio geoelectrico.

A continuación se describirá brevemente los resultados obtenidos por los principales autores que han aplicado este método.

Meinardus(1970) se avocó, principalmente, al estudio de medios geoelectricos con problemas de equivalencia. Este autor obtuvo buenos resultados cuando mantuvo constantes ciertos parámetros del modelo; pero cuando dejó libres los valores de éstos, su método no logró convergencia para estos casos extremos (con problemas de equivalencia).

Johansen (1977), obtiene resultados bastante buenos de su método; además, en modelos con problemas de equivalencia, marca los valores extremos, dentro de cuyo rango, existe una certeza de 68% de que se encuentre el modelo verdadero.

Tejero et al (1984), trabajan con un modelo teórico publicado anteriormente por Meinardus. Su método es comparado

con los de Davis, Johansen y el que produce la ecuación (III. 27); demostrando ser mejor para un mismo modelo inicial. No obstante, éste parece ser un caso muy particular, y es recomendable realizar un análisis más extenso y riguroso sobre los resultados que arroja este método.

Un aspecto muy importante, y que es utilizado en algunos métodos iterativos, es la utilización de las derivadas de la función de transformación de resistividades y las derivadas (parciales) de la función de resistividad aparente. Existen relaciones de recurrencia (ver apéndice IV) para obtener las derivadas parciales de la función de transformación de resistividades o kernel en general. En especial, cuando se requiere de las derivadas parciales de la función de resistividad aparente, es costumbre aplicar el filtraje lineal para obtener éstas a partir de las derivadas parciales de la función de transformación de resistividades. En este proceso se utilizan los mismos filtros inversos aplicados para pasar de la función de transformación de resistividades a la función de resistividad aparente. Esto último, como lo mencionan los últimos autores aludidos, no es necesariamente correcto, ya que el comportamiento de la función de transformación de resistividades, no es igual al de sus derivadas parciales.

Un estudio profundo de las derivadas de la función de transformación de resistividades, podría desembocar en la obtención de filtros cortos y altamente especializados, que optimen el paso de las derivadas parciales de la función de transformación de resistividades a las derivadas parciales de la función de resistividad aparente. A pesar de esto, el trabajar en el dominio de la función de resistividad aparente incrementa el tiempo de cómputo, al tener que aplicar el filtraje lineal para obtener cada elemento de la matriz de derivadas parciales (ver apéndice IV), en cada iteración que se realice; además de requerir por la misma razón, mayor espacio de memoria.

## CAPITULO IV

## METODO DE INVERSION AUTOMATICO.

## IV.1.- INTRODUCCION.

En el capítulo segundo de esta tesis se obtuvo, mediante los métodos de filtraje lineal y mínimos cuadrados, filtros lineales directos; los que nos permiten obtener la función de transformación de resistividades, haciendo la convolución de estos filtros con la función de resistividad aparente obtenida de los datos de campo. Esto, como se verá más adelante, es un antecedente primordial para el tratamiento que se dará en este capítulo.

Para resolver el problema de inversión en la Prospección Geoeléctrica, se ha escogido los métodos iterativos automáticos. Estos fueron tratados con profundidad en el capítulo anterior; mostrándose métodos de inversión en el dominio de la función de resistividad aparente y en el dominio de la función de transformación de resistividades.

En este trabajo se ha decidido desarrollar un método de inversión en el dominio de la función de transformación de resistividades.

Como se recordará, en el capítulo anterior se mencionó toda la secuencia que siguen los métodos de inversión, es decir:

- 1). Determinación del modelo geoeléctrico inicial.
- 2). Obtención de  $T_{cal}(\lambda)$ .
- 3). Obtención de  $T_{obs}(\lambda)$ .
- 4). Definición de un criterio de error entre  $T_{cal}(\lambda)$  y  $T_{obs}(\lambda)$ .
- 5). Optimación de la función de error.
- 6). Repetición iterativa del método (pasos 2, 4 y 5).

Esta secuencia ha sido programada y presentada en este capítulo; ya que se ha considerado de sumo interés el analizar el comportamiento de un método iterativo automático en el dominio de la función de transformación de resistividades, debido a las ventajas que presenta respecto a la inversión en el dominio de la función de resistividad aparente. Estas ventajas son, como ya se mencionó en el capítulo anterior, la utilización de un menor tiempo de cómputo y espacio de memoria.

Nuestro método tendrá la limitante de requerir una curva de resistividad aparente de campo, cuyas muestras deben ser equiespaciadas en escalas logarítmicas; además de que ésta tendrá que estar completa, es decir, se debe aproximar a sus valores asintóticos en su extremo izquierdo ( $\rho_1$ ) y derecho ( $\rho_n$ ). Esto salvará los problemas de interpolación y extrapolación; los cuales no son tratados en esta tesis, por estar fuera del alcance de la misma.

A continuación se describirá el método propuesto, la programación del mismo y los resultados que arroja para los distintos ejemplos utilizados.

#### IV.2.- METODO DE INVERSION PROPUESTO.

En el capítulo anterior se explicó las diversas formas de expresar la ecuación (III.18), según el criterio de error utilizado; es decir, las ecuaciones (III.27), (III.28), (III.29) y (III.30). A continuación se explicará la secuencia completa de este proceso, para cada caso, sólo que en el dominio de la función de transformación de resistividades.

Considerando como criterio de error la siguiente expresión:

$$E = \sum_{j=1}^m \left[ T_{obs}(\lambda_j) - T_{cal}(\vec{P}, \lambda_j) \right]^2 \quad (IV.1)$$

Dentro de una pequeña vecindad al punto en cuestión, podemos considerar lineal a la función  $T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)$ , respecto a los parámetros del medio geoelectrico. Así, desarrollando esta función en Series de Taylor, hasta la primera derivada, se tendrá:

$$\bar{\epsilon} = \sum_{j=1}^m \left[ T_{obs}(\lambda_j) - T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j) - \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{\partial T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)}{\partial \rho_k} \Delta \rho_k \right]^2 \quad (IV.2)$$

Si se resuelve esta expresión en términos de mínimos cuadrados para un  $\Delta \rho^l$ , se deberá cumplir:

$$\frac{\partial \bar{\epsilon}}{\partial \Delta \rho^l} = 0 \quad (IV.3)$$

donde:  $l = 1, 2, \dots, 2n-1$ .

Aplicando (IV.3) en (IV.2),

$$2 \sum_{j=1}^m \left[ T_{obs}(\lambda_j) - T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j) - \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{\partial T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)}{\partial \rho_k} \Delta \rho_k \right] \frac{\partial T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)}{\partial \rho^l} = 0 \quad (IV.4)$$

Simplificando y reordenando se tendrá:

$$\sum_{k=1}^{2n-1} \Delta \rho_k \sum_{k=1}^m \frac{\partial T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)}{\partial \rho^l} \frac{\partial T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)}{\partial \rho_k} = \sum_{k=1}^m \frac{\partial T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)}{\partial \rho^l} [T_{obs}(\lambda_j) - T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)] \quad (IV.5)$$

Estas son las llamadas ecuaciones normales; las cuales se expresan en forma matricial por medio de la ecuación (III.16). Al aplicar el Método de Descomposición del Valor Singular, la ecuación (IV.5) puede ser simplificada a:

$$\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{\partial T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)}{\partial \rho_k} \Delta \rho_k = \sum_{j=1}^m [T_{obs}(\lambda_j) - T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)] \quad (IV.6)$$

Ahora bien, si se utiliza el criterio de error aplicado por Davis (1979), sólo que en el dominio de la función de transformación de resistividades; se tendrá:

$$\bar{\epsilon} = \sum_{j=1}^m \left[ \ln T_{obs}(\lambda_j) - \ln T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j) \right]^2 \quad (IV.7)$$

mediante la misma secuencia descrita anteriormente, se llegará a:

$$\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{\partial \ln T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)}{\partial \rho_k} \Delta \rho_k = \sum_{j=1}^m [\ln T_{obs}(\lambda_j) - \ln T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)] \quad (IV.8)$$

y como:

$$\frac{\partial \ln T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)}{\partial \rho_k} = \frac{1}{T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)} \frac{\partial T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)}{\partial \rho_k} \quad (IV.9)$$

finalmente se tendrá:

$$\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{\partial T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)}{\partial \rho_k} \frac{\Delta \rho_k}{T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)} = \sum_{j=1}^m [\ln T_{obs}(\lambda_j) - \ln T_{cal}(\vec{\rho}, \lambda_j)] \quad (IV.10)$$

A su vez, al utilizar el criterio de error de Johansen (1977), en el dominio de la función de transformación de resistividades,

$$E = \sum_{j=1}^m [\ln T_{obs}(\lambda_j) - \ln T_{cal}(\vec{\chi}, \lambda_j)]^2 \quad (IV.11)$$

donde para cada componente de  $\vec{\chi}$  :

$$\chi_k = \ln \rho_k \quad (IV.12)$$

desarrollando en forma similar se llegará a:

$$\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{\partial \ln T_{cal}(\vec{\chi}, \lambda_j)}{\partial \chi_k} \Delta \chi_k = \sum_{j=1}^m [\ln T_{obs}(\lambda_j) - \ln T_{cal}(\vec{\chi}, \lambda_j)] \quad (IV.13)$$

además, como:

$$\frac{\partial \ln T_{cal}(\vec{\chi}, \lambda_j)}{\partial \chi_k} = \frac{\rho_k}{T_{cal}(\vec{\chi}, \lambda_j)} \frac{\partial T_{cal}(\vec{\chi}, \lambda_j)}{\partial \rho_k} \quad (IV.14)$$

se simplificará a:

$$\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{\rho_k}{T_{cal}(\vec{\chi}, \lambda_j)} \frac{\partial T_{cal}(\vec{\chi}, \lambda_j)}{\partial \rho_k} \Delta \chi_k = \sum_{j=1}^m [\ln T_{obs}(\lambda_j) - \ln T_{cal}(\vec{\chi}, \lambda_j)] \quad (IV.15)$$

Para el presente trabajo se propone utilizar la siguiente expresión:

$$E = \sum_{j=1}^m \frac{[\ln T_{obs}(\lambda_j) - \ln T_{cal}(\vec{\chi}, \lambda_j)]^2}{T_{obs}(\lambda_j)} \quad (IV.16)$$

este criterio de error, desarrollado en forma similar, se transformará en:

$$\sum_{j=1}^m \sum_{k=1}^{2n-1} \frac{\rho_k}{T_{obs}(\lambda_j)} \frac{\partial T_{cal}(\vec{\chi}, \lambda_j)}{\partial \rho_k} \Delta \chi_k = \sum_{j=1}^m \frac{T_{obs}(\lambda_j) - T_{cal}(\vec{\chi}, \lambda_j)}{T_{obs}(\lambda_j)} \quad (IV.17)$$

La expresión (IV.17) ha mostrado, en la práctica, mayor convergencia para el método de optimación. Esto es debido a que se normaliza respecto a un valor real (de campo), y no respecto a un valor ficticio.

Las expresiones (IV.6), (IV.10), (IV.15) y (IV.17) son modificadas y afectadas por el valor de la constante  $\alpha$ , en el momento que se expresan matricialmente como la ecuación (III.20); es decir:

$$\bar{\Delta P} = -UA^{-1}L\bar{e} \quad (\text{IV.20})$$

donde  $L$  es una matriz ortogonal de orden  $m \times (2n-1)$ , hecha de los eigenvectores de los  $2n-1$  eigenvalores más grandes de la matriz  $DD^T$  (ver la expresión III.16);  $A$  es una matriz diagonal de orden  $(2n-1) \times (2n-1)$  compuesta de las raíces cuadradas positivas de los eigenvalores de la matriz  $DD^T$  (los valores singulares de  $D$ ) y  $U$  es la matriz de orden  $(2n-1) \times m$ , hecha de los eigenvectores de  $D^TD$ . De esta manera se estará aplicando el llamado Método Híbrido, debido a Marquardt (1963).

El valor de  $\alpha$  es disminuido en cada iteración del ciclo, al dividirlo entre la constante  $U$ . Esto provocará una tendencia del algoritmo hacia el método de Gauss-Newton.

En caso de que no se observe una reducción del error medio cuadrático relativo de una iteración a otra siguiente, entonces el valor de  $\alpha$  es aumentado, multiplicándolo por la constante  $V$ .

Los valores utilizados para estas constantes son:  $V = 10$  y  $U = 2$ . En la figura IV.1 se muestra este proceso.



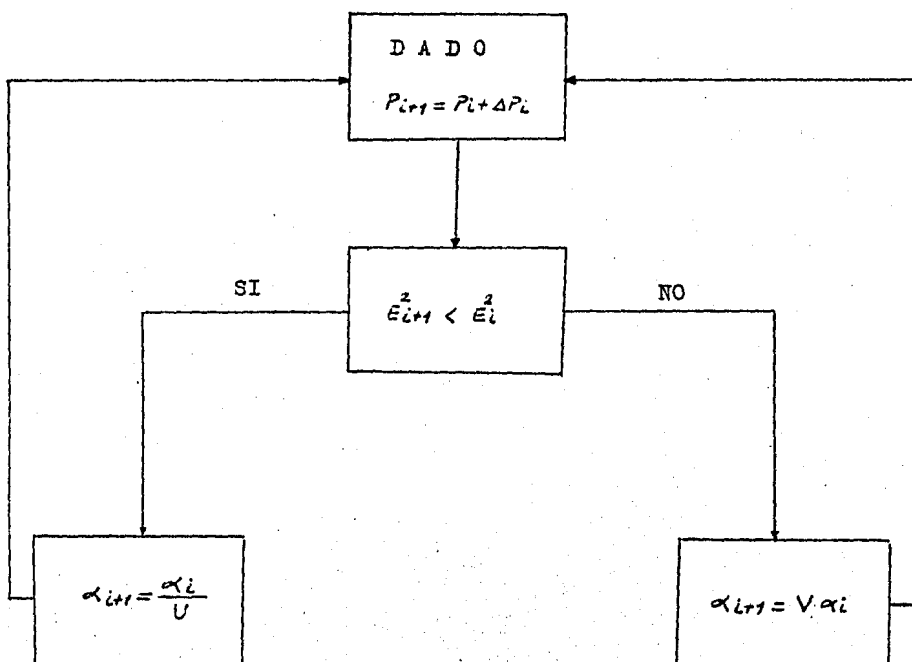


Figura IV.1.- Estrategia para la selección de  $\alpha$ .  
 $U=2$ ,  $V=10$ , según Koefoed (1979)

### IV.3.- PROGRAMACION DEL METODO.

Para realizar la interpretación iterativa automática se ha diseñado el programa IDOFUKE, el cual está escrito en lenguaje FORTRAN, y fue usado en una computadora VAX 11/780. El programa IDOFUKE convierte la curva de resistividad aparente de campo en una curva de transformación de resistividades, de acuerdo a la técnica que se ha descrito en el segundo capítulo de esta tesis (de la misma forma en que lo hace el programa IDOFUKE ), y optima el modelo inicial propuesto, por medio de su subrutina MARQUARDT. En el apéndice V se presenta un listado de este programa; así como una impresión de salida típica del mismo.

En los siguientes párrafos se describirá , en forma breve, cada una de las principales componentes del programa IDOFUKE .

#### Programa Principal.

Esta parte es una sección fundamental del programa. Se encarga de coordinar todas las subrutinas, así como los datos de entrada y salida del mismo. En forma general lo podemos subdividir en las siguientes partes:

1). Etapa de lectura de datos. En esta etapa tiene lugar la admisión de datos, como son: número de filtro directo a utilizar, el número de aberturas, las abscisas y los valores de la curva de resistividad aparente; el número de capas, los espesores y resistividades del modelo inicial; así como la tolerancia para el modelo final y el número máximo de iteraciones.

2). Etapa de ampliación de la curva de resistividad aparente. En ésta tiene lugar la ampliación de la curva de resistividad aparente, tanto hacia la derecha como ha-

cia la izquierda; repitiendo el primer valor de resistividad aparente para abscisas anteriores a la primera, y el último valor para abscisas posteriores a la última. Esto tiene como finalidad el poder realizar adecuadamente la convolución con un filtro directo; dependiendo, la ampliación de ambos extremos, de las características de dicho filtro. En caso de contarse con una curva incompleta, es recomendable extrapolar, en forma manual, con alguna curva maestra de dos capas; para obtener los valores restantes necesarios de la curva de resistividad aparente.

3). Etapa de obtención de  $T_{ob}(\lambda)$ . En esta parte se llama a la subrutina CONV, la cual aplica la convolución de un filtro lineal digital directo, previamente seleccionado, a la curva de resistividad aparente de campo. Como resultado se obtiene la curva de transformación de resistividades observada TRANS.

4). Obtención de  $T_{cal}(\beta, \lambda)$ . Se obtiene la curva de transformación de resistividades calculada, TKERCAL, para el modelo inicial; mediante la relación de recurrencia de Pekeris, programada en la subrutina TKERNEL.

5). Se comparan las curvas de transformación de resistividades observada y calculada. Con la función DDPROD se obtiene el error medio cuadrático relativo en porcentaje (SSF).

6). Se compara el error obtenido anteriormente (SSF) con un valor de tolerancia, previamente seleccionado (EXAC). Si SSF es mayor a EXAC, se llama a la subrutina MARQUARDT, y se inicia el proceso de optimación. En caso contrario, se tendrá el modelo adecuado y se pasa al siguiente inciso.

7). Una vez obtenido el modelo final, se llama a la subrutina RESIS. Este subprograma genera la curva de resistividad aparente calculada y la compara con la curva de la función de resistividad aparente de campo; obtenien

do el error medio cuadrático relativo entre estas dos curvas.

8). Etapa de impresión. Esta es la última parte del programa principal, y en ella se imprime el modelo final, así como las características más importantes del proceso de minimización; como son: número de iteraciones, las abscisas y valores de la curva de resistividad aparente calculada y de la curva de resistividad aparente observada; así como el error cuadrático medio relativo entre ambas curvas. La expresión matemática para este error es:

$$\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{1}{m} \sum_{j=1}^m \left( \frac{\rho_{obs}(s_j) - \rho_{cal}(\bar{\rho}_1, s_j)}{\rho_{obs}(s_j)} \right)^2} \quad (IV.18)$$

#### Subrutina FILTRO.

Esta subrutina contiene, en proposiciones DATA, todos los coeficientes de los diversos filtros lineales directos obtenidos en el capítulo segundo de esta tesis. Además se indica las siguientes características de cada filtro: número total de pesos del filtro (NPF), número de coeficientes a la derecha del peso central (ND), intervalo de muestreo (DINC) y el desplazamiento o corrimiento del filtro (DES). Los coeficientes del filtro a utilizar son colocados en una memoria común para el programa principal y la subrutina CONV, mediante la proposición COMMON.

#### Subrutina CONV.

Este subprograma calcula los valores de la curva de transformación de resistividades observada (TRANS), mediante la convolución de la curva de resistividad aparente de campo (RE), con el filtro directo previamente seleccionado (CF). CONV es utilizada, también, para obtener los va-

lores de la curva de resistividad aparente calculada para el modelo final; utilizando los coeficientes de algún filtro lineal digital inverso adecuado, almacenado en FILIN-VER, y la curva de transformación de resistividades calculada de dicho modelo.

#### Subrutina MARQUARDT.

MARQUARDT es la subrutina más importante del programa IDOFUKE. Esta subrutina coordina todo el proceso de minimización. Las partes principales en que se subdivide -- son:

a). Obtención de la matriz de derivadas parciales de la función de transformación de resistividades; mediante la utilización de la subrutina MATRIZ, la cual a su vez -- llama a la subrutina KERDER.

b). Cálculo del valor inicial de la constante  $\alpha$  (ALPHA), por el método de Davis. Este autor propone como valor inicial, de esta constante, el valor medio cuadrático de todos los elementos de la matriz de derivadas parciales de la función de transformación de resistividades (WORK).

c). Estructuración de la matriz de derivadas parciales de la función de transformación de resistividades, -- en la llamada descomposición del valor singular (ver ecuaciones III.19 y III.20); utilizando las subrutinas ORFAC1 y ORFAC2.

d). Solución del sistema de ecuaciones y obtención -- del incremento correspondiente a cada parámetro en forma logarítmica (XD).

En este punto se prueba si la relación entre los incrementos logarítmicos (XD) y los valores de los logaritmos de los parámetros (X) ( $REL=XD/X$ ), es menor a  $1 \times 10^{-5}$ .

Si esto se cumple, por lo menos para un parámetro, entonces esta será la última iteración del proceso.

e). Obtención de la nueva curva de transformación de resistividades, TKERCAL. Se utiliza la subrutina TKERNEL.

f). Comparación de las curvas de transformación de resistividades observada y calculada.

g). Si el error es menor al error del modelo inicial o al del modelo anterior, se pasará al inciso o. En caso contrario, se continuará con los siguientes incisos.

h). Se aumenta el valor de ALPHA, multiplicándolo -- por la constante V.

i). Se realiza la descomposición de la matriz de derivadas parciales de la función de transformación de resistividades; sólo que afectada por el nuevo valor de ALPHA; para ello se utiliza la subrutina ORFAC2.

j). Se soluciona el sistema de ecuaciones y se obtiene los respectivos incrementos de los parámetros.

k). Se obtiene la nueva curva de transformación de resistividades TKERCALA, utilizando la subrutina TKERNEL.

l). Se compara la curva de transformación de resistividades observada, TRANS, con la curva de transformación de resistividades calculada, TKERCALA.

m). Si el error al utilizar TKERCALA, es menor al -- que se obtiene cuando se utiliza TKERCAL, entonces se continúa con los siguientes incisos; en caso contrario se regresa al inciso h, y se repite el proceso un número limitado de veces (30 como máximo, en nuestro caso).

n). Se considera el último error como el error nuevo, así como los valores de TKERCALA.

o). Los últimos valores de los parámetros son considerados como los iniciales, para un nuevo ciclo o la fina

lización del proceso iterativo. El valor de ALPHA es disminuido, al dividir éste entre la constante U .

p). Si el error es menor a una cierta tolerancia (E-XAC), prefijada, se regresa al programa principal (inciso 7 ). De lo contrario se continúa con el siguiente inciso.

q). Si el número de iteraciones (ITER) es mayor al número máximo de iteraciones (ITERMAX), entonces se regresa al programa principal (inciso 7). En caso contrario, se continúa con la secuencia.

r). Se obtiene una nueva matriz de derivadas parciales de la función de transformación de resistividades; utilizando las subrutinas MATRIZ y KERDER.

s). Se regresa al inciso c, y se repite todo el proceso.

#### Subrutina KERDER.

KERDER obtiene las derivadas parciales de la función de transformación de resistividades, respecto a cualquier parámetro del corte, y para cualquier abertura  $\lambda$  , formando la matriz de derivadas parciales en forma preliminar. En el apéndice IV puede verse las relaciones de recurrencia utilizadas en esta subrutina.

#### Subrutina MATRIZ.

El subprograma MATRIZ se encarga de formar la matriz de derivadas parciales de la función de transformación de resistividades, haciendo uso de la subrutina KERDER. Además, normaliza esta matriz de acuerdo al término izquierdo de la ecuación (IV.17).

#### Subrutina TKERNEL.

TKERNEL obtiene el valor de la función de transformación de resistividades, para cualquier  $\lambda$  . Esta subrutin

na utiliza la relación de recurrencia de Pekeris (expresión III.3).

Subrutinas ORFAC1 y ORFAC2.

Estas subrutinas realizan la descomposición del valor singular de la matriz de derivadas parciales de la función de transformación de resistividades. En la subrutina ORFAC2, se inserta el valor correspondiente de ALPHA.

Subrutina BACKSUB.

BACKSUB es una subrutina diseñada para resolver, una a una, las ecuaciones de la expresión (III.20), y obtener con ello los incrementos para cada uno de los parámetros del medio.

Subrutina RESIS.

RESIS obtiene la curva de resistividad aparente calculada, para el modelo final. Para ello, primero llama a la subrutina FILINVER; de la cual obtiene los coeficientes del filtro lineal inverso adecuado y las principales características del mismo. Después se llama a la subrutina TKERNEL, con la cual se obtiene la curva de transformación de resistividades para las abscisas adecuadas. Esto último requiere sumo cuidado, y debe obedecer a las características del filtro a utilizar. Posteriormente, se utiliza la función DDPROD, para obtener el error medio cuadrático relativo y porcentual, entre la curva de resistividad aparente observada (de campo) y la curva de resistividad aparente calculada.

Subrutina FILINVER.

Esta subrutina es similar a la subrutina FILTRO. En ella se encuentran contenidos los coeficientes de los filtros lineales digitales inversos y sus características --



principales, como son: número total de coeficientes, número de pesos a la derecha del coeficiente central, intervalo de muestreo y el corrimiento del filtro.

#### Función DDPROD.

Este subprograma es una función que obtiene el error medio cuadrático relativo, en porcentaje, y es utilizado por el programa principal y por la subrutina MARQUARDT.

En la figura IV.2 se presenta un diagrama de flujo simplificado del programa IDOFUKE.

#### Datos de Entrada y Salida.

Para el empleo del programa IDOFUKE, el usuario deberá proporcionar los siguientes datos de entrada:

NF - Número de filtro seleccionado. Los diferentes filtros son mencionados al inicio del programa.

NAR - Número de abscisas de la curva de resistividad aparente de campo.

AR y RE - Las aberturas y valores de la curva de resistividad aparente. La forma de introducir estos datos es alternada; es decir, se dará una abertura y su correspondiente valor de resistividad aparente, se continuará con la siguiente abertura y su correspondiente valor de resistividad aparente, y así sucesivamente.

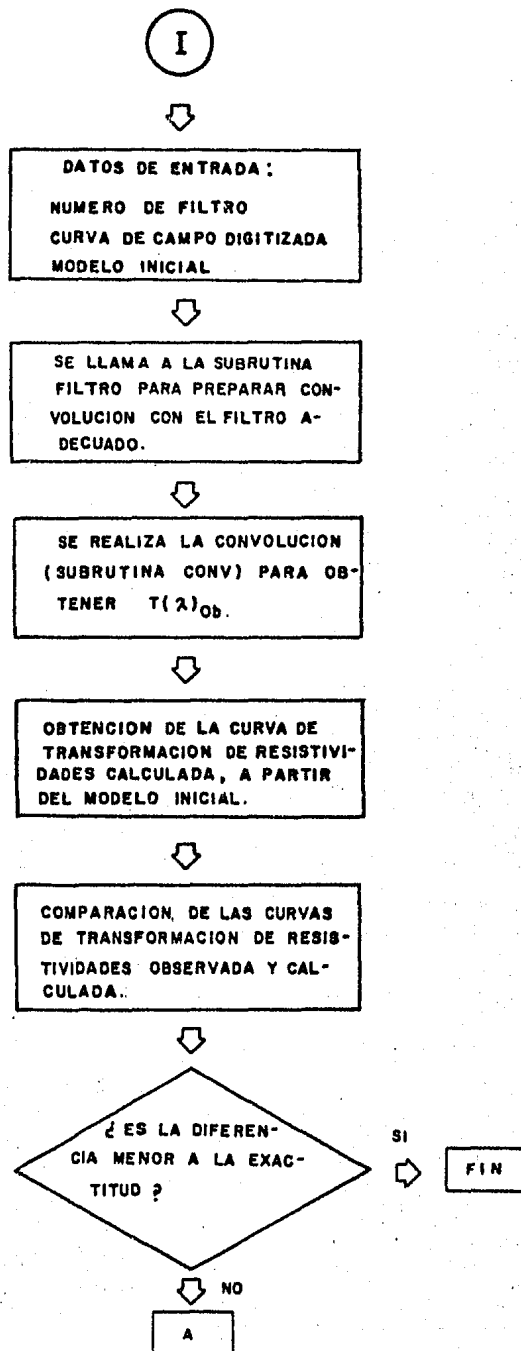
NCAPAS - Número de capas del modelo inicial, que se introducirá.

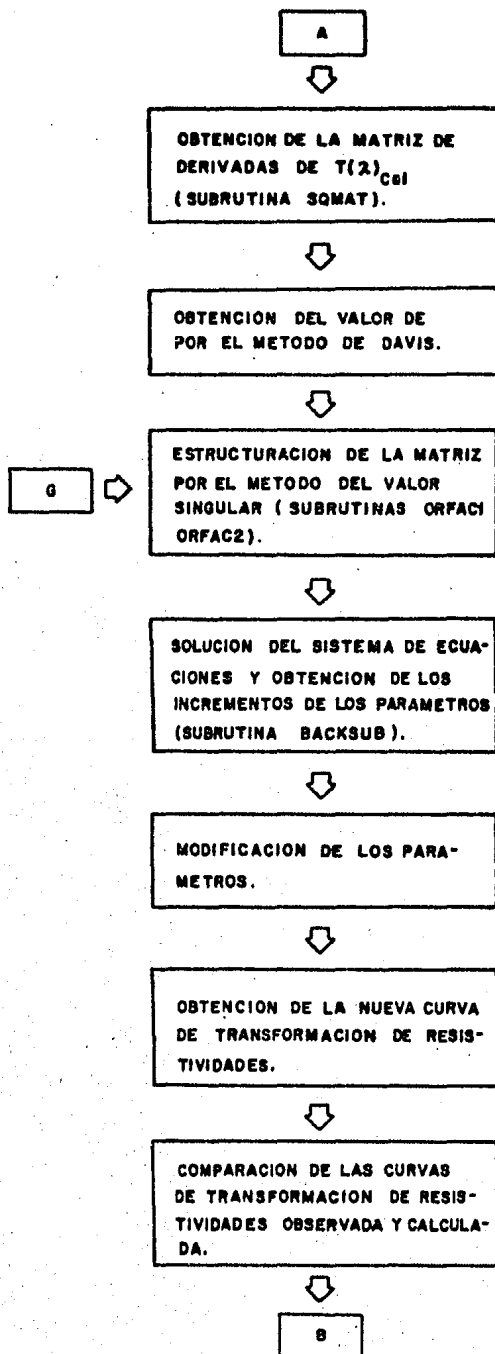
EXAC - Tolerancia o error máximo aceptado.

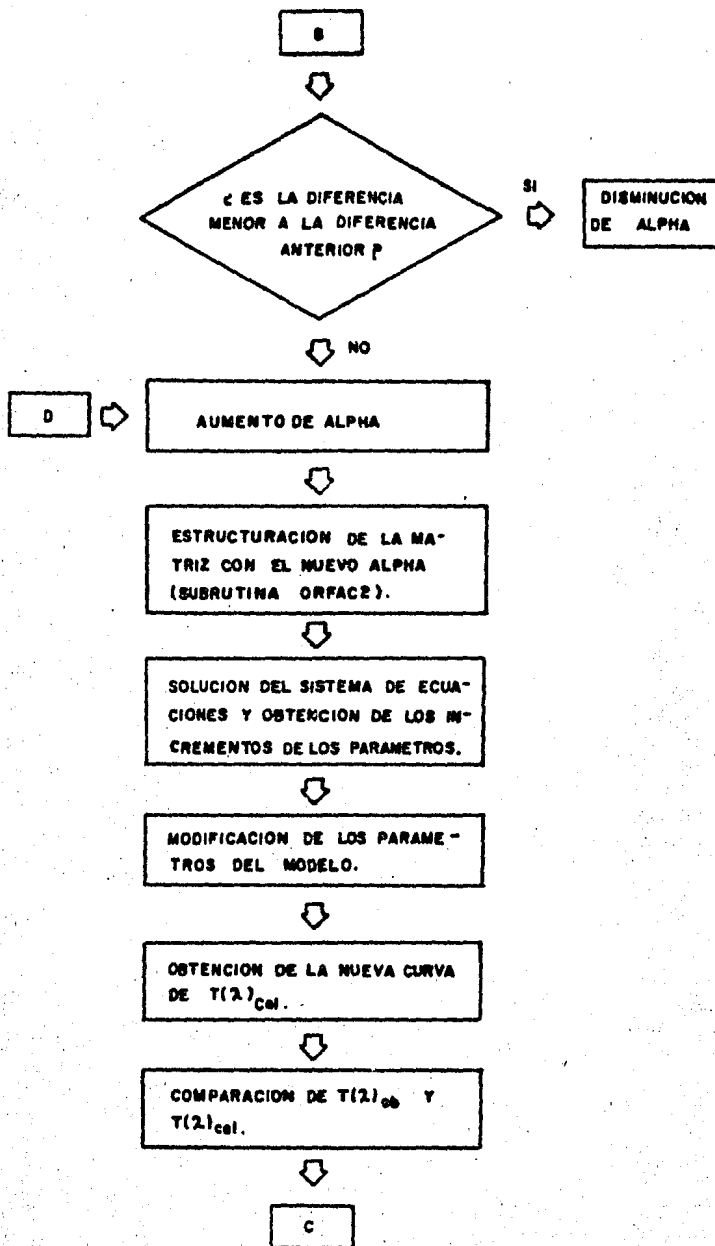
ITERMAX - Número máximo de iteraciones del programa.

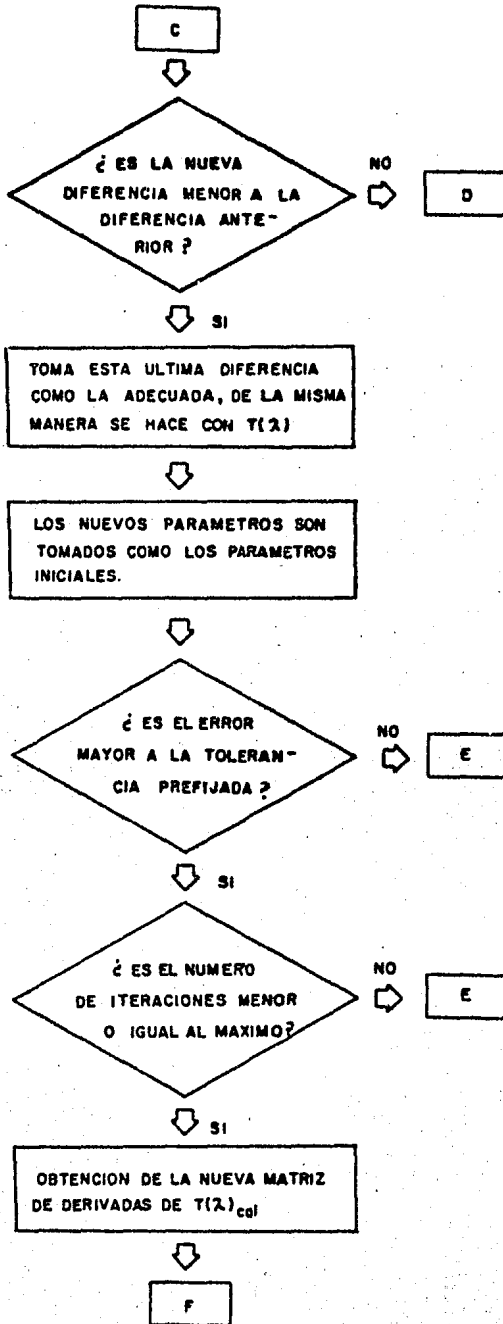
ESPESOR y RHO - Los arreglos de los NCAPAS-1 espesores y NCAPAS resistividades del modelo inicial, introduci

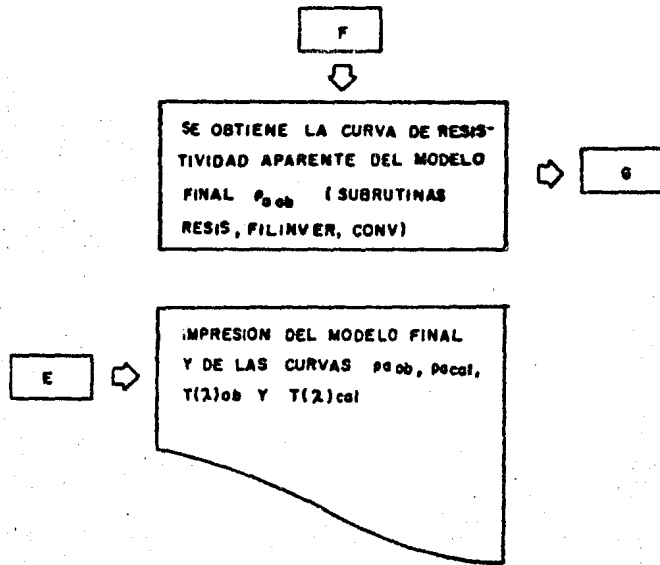
FIG. IV.2.- DIAGRAMA DE FLUJO DEL PROGRAMA IDOFUKE











dos en forma alternada.

El programa IDOFUKE proporciona los siguientes datos de salida:

ITER - Número de iteraciones que requirió para optimar el modelo.

SSF - Error medio cuadrático en porcentaje (relativo) del modelo final.

ESPESOR y RHO - Modelo final optimado.

Se obtiene también una tabla de las funciones de resistividad aparente observada y calculada del modelo final, su correspondiente abscisa y la diferencia relativa entre ambas funciones, para cada abertura. La expresión de la diferencia relativa para una abscisa  $S_j$ , es:

$$DIF = \frac{\rho_{obs}(S_j) - \rho_{cal}(\vec{P}_i, S_j)}{\rho_{obs}(S_j)} \quad (IV.19)$$

#### IV.4.- APLICACION DEL METODO.

Con la finalidad de ilustrar la inversión iterativa en el dominio de la función de transformación de resistividades, se dedicarán los siguientes párrafos a un análisis amplio y exhaustivo de la aplicación del programa IDOFUKE.

##### IV.4.1.- Rangos de Aplicación del Método.

Como primer paso en el estudio de la aplicabilidad del método propuesto, se analizará el rango de contrastes de espesores y resistividades, dentro del cual se desempeña adecuadamente el programa IDOFUKE.

Para ello se generó una gran cantidad de curvas de resistividad aparente\*, a partir de modelos sintéticos; cuyos parámetros (espesores y resistividades) fueron variados en una secuencia propicia para su análisis.

\* Estas curvas fueron obtenidas con el programa FILTRO (Ver González, 1983).

Dicha secuencia es la misma que sigue el álbum de curvas maestras de Orellana y Mooney (1966).

El incluir un modelo o solución inicial para la inversión de una curva de resistividad aparente o de una curva de transformación de resistividades, origina el manejo de un número elevado de variables en el análisis de cualquier método de inversión. Para simplificar esto, se considerará las siguientes condiciones para un modelo inicial:

1º La curva de transformación de resistividades del modelo inicial debe tener un error cuadrático medio relativo menor al 30%.

2º En el caso de modelos sintéticos, los valores de los parámetros deben tener un error relativo menor al 30% respecto a los parámetros verdaderos. En el caso de curvas de campo, se sugiere que se aplique una interpretación indirecta, para proponer un modelo inicial que cumpla con la primera condición escrita anteriormente.

Una vez establecidas las premisas anteriores, se describirá brevemente, las principales conclusiones obtenidas de la utilización, en un gran número de casos, del método de inversión en el dominio de la función de transformación de resistividades.

1. Este método iterativo automático es siempre capaz de generar curvas de transformación de resistividad calculada,  $T_{ca}(\rho, \lambda)$ , que se aproximen estrechamente a las curvas de transformación de resistividad observada,  $T_{ob}(\lambda)$ , obteniendo con ello, una posible solución del problema iterativo.

2. Para un número grande de curvas de dos capas, se puede establecer que los medios interpretados se aproximan de manera excelente al modelo teórico que los generó; siempre y cuando, los contrastes de  $\rho_1$  y  $\rho_2$  no rebasen los límites descritos en la tabla II.1, para los respectivos filtros utilizados en el proceso de inversión.



3. El procesado de curvas teóricas de tres capas, extraídas del álbum de Orellana y Mooney (1966), permite establecer que los medios estratificados interpretados automáticamente, se asemejan bastante bien a los medios teóricos que originaron las curvas que se están interpretando; siempre y cuando estén dentro de los siguientes rangos de contrastes. Para resistividades:  $0.025 \leq \rho_1/\rho_2 \leq 20$ , y para los espesores:  $t_2/t_1 \geq 10$ . Lo establecido anteriormente es válido para curvas de los tipos: K, H, Q y A.

4. La calidad de interpretación puede calificarse como excelente, cuando se cuenta con curvas completas de resistividad aparente de campo.

En la figura IV.3 puede verse el ejemplo de inversión de una curva de tres capas. Esta curva tiene sus rasgos bien definidos; lográndose por ello una buena inversión.

Se ha decidido incluir un ejemplo de una curva, cuya interpretación es deficiente; por estar los valores de sus parámetros fuera del rango de aplicación del método.

Como puede verse en la figura IV.4, existe problema por el alto contraste de resistividades, así como por el pequeño espesor de la segunda capa. Los parámetros del modelo final, para dicha capa, difieren en más de un 30%, de sus valores reales.

La figura IV.5 muestra el caso de un medio, cuya última capa tiene una resistividad extremadamente pequeña. Esto provoca una rama fuertemente descendente en la curva de resistividad aparente observada. En el caso de la curva de transformación de resistividades observada, ésta desciende con una pendiente de  $-45^\circ$  como límite. Esto último provoca problemas de equivalencia. Como puede verse las curvas de transformación de resistividades observada y calculada, para el modelo final, se parecen bastante; mientras que esto no ocurre para las curvas de resistividad aparente, donde inclusive se observa una diferencia relativa de hasta un 50% en la última abscisa (ver tabla IV.1).

#### IV.4.2.- Comparación con la inversión en el dominio de resistividad aparente.

Para tener una visión más completa acerca de la capacidad del programa IDOFUKE, se han realizado pruebas comparativas con el programa INVNOS. Este último programa, debido a Tejero et al (1984), aplica la inversión iterativa automática en el dominio de la función de resistividad aparente.

De entre los casos considerados, se ha elegido dos ejemplos que son representativos de estas comparaciones.

El primer ejemplo es el caso de una curva tipo K, cuyos valores reales de resistividades y espesores son:

| CAPA | ESPESOR | RESISTIVIDAD       |
|------|---------|--------------------|
| 1    | 10.0    | 100.0 $\Omega$ -m  |
| 2    | 100.0 m | 4000.0 $\Omega$ -m |
| 3    |         | 1000.0 $\Omega$ -m |

En la tabla IV.2 pueden verse los listados de salida de ambos programas (ambos con el mismo modelo inicial). Como puede observarse, después de 6 iteraciones el programa IDOFUKE tiene un modelo final más cercano al modelo real, que el programa INVNOS. Además, puede verse que el tiempo de cómputo del programa IDOFUKE es de 0.86 segundos, en contraste con los 17.74 segundos del programa INVNOS.

Nuestro segundo ejemplo consiste en el siguiente modelo real:

| CAPA | ESPESOR | RESISTIVIDAD      |
|------|---------|-------------------|
| 1    | 10.0 m  | 100.0 $\Omega$ -m |
| 2    | 100.0 m | 5.0 $\Omega$ -m   |
| 3    |         | 20.0 $\Omega$ -m  |

Después de 11 iteraciones el programa INVNOS supera en calidad de interpretación al programa IDOFUKE (como puede verse en la tabla IV.3). Ambas interpretaciones son excelentes; sin embargo el tiempo de cómputo del programa IDOFUKE es aproximadamente 30 veces menor al del programa INVNOS.

Cabe aclarar que los tiempos de cómputo del sistema utilizado (VAX 11/780) son tiempos compartidos; pero la relación de tiempos se mantendría igual si se tratara de tiempos individuales.

#### IV.4.3.- Utilización del Método en un Caso Geológico.

A continuación se presentará un ejemplo real, extraído de la literatura (Koefoed, 1979), que ilustrará la aplicación del método iterativo automático propuesto. En la figura IV.6 puede verse la curva de resistividad aparente de campo, cuya última parte es fuertemente descendente. Esta curva ha sido muestreada e interpretada mediante el programa IDOFUKE. En este caso, el sondeo tiene como finalidad el identificar posibles formaciones acuíferas, estimar el espesor de éstas, y calcular la profundidad hasta una intrusión de agua salina.

El modelo inicial que se ha dado a la computadora es:

| CAPA | ESPESOR | RESISTIVIDAD      |
|------|---------|-------------------|
| 1    | 2.0 m   | 255.0 $\Omega$ -m |
| 2    | 19.0 m  | 75.0 $\Omega$ -m  |
| 3    | 140.0 m | 170.0 $\Omega$ -m |
| 4    |         | 0.5 $\Omega$ -m   |

dicho modelo ha sido obtenido mediante el método gráfico de reducción en el dominio de resistividad aparente.

Al aplicar IDOFUKE se ha obtenido el siguiente modelo final:

| CAPA | ESPESOR  | RESISTIVIDAD       |
|------|----------|--------------------|
| 1    | 2.05 m   | 270.45 $\Omega$ -m |
| 2    | 10.44 m  | 91.89 $\Omega$ -m  |
| 3    | 138.48 m | 176.46 $\Omega$ -m |
| 4    |          | 4.94 $\Omega$ -m   |

Este modelo final ha sido logrado después de 17 iteraciones.

Se puede establecer que la distribución de resistividad interpretada es satisfactoria, y corresponde, de acuerdo a la información geológica disponible, a la siguiente columna estratigráfica; donde además se menciona las resistividades y espesores reales por datos de pozo:

1. La primera capa del medio de resistividad 270.0  $\Omega$ -m y espesor de 2.1 m, corresponde a una alternancia de arcillas y arenas eólicas, depositadas durante el periodo Holoceno.

2. La segunda capa está constituida por arenas de origen fluvial, de edad Pleistoceno superior, con una resistividad de 90.0  $\Omega$ -m y espesor de 10.5 m. Desde el punto de vista geohidrológico, esta formación reviste gran interés por representar, potencialmente, un acuífero.

3. La tercera capa corresponde a arenas fluviales continentales del Plioceno. La resistividad de esta capa es de 180.0  $\Omega$ -m y espesor de 135.0 m. Esta formación también constituye un posible acuífero de agua dulce.

4. La última capa corresponde a arcillas marinas del Mioceno, saturadas con agua salada. Su resistividad es de 5.0  $\Omega$ -m; constituye la base impermeable del agua dulce del área.

Tabla IV.1

EJEMPLO DE RAMA FINAL ALTAMENTE DESCENDENTE.

M O D E L O    I N I C I A L :

| CAPA | ESPESOR | RESISTIVIDAD |
|------|---------|--------------|
| 1    | 12.0000 | 90.0000      |
| 2    | 80.0000 | 400.0000     |
| 3    |         | 3.0000       |

ERROR INICIAL EN LA CURVA DE TRANSFORMACION DE RESISTIVIDADES = 21.367%

M O D E L O    F I N A L :

| CAPA | ESPESOR | RESISTIVIDAD |
|------|---------|--------------|
| 1    | 10.9420 | 100.3061     |
| 2    | 83.0218 | 590.3503     |
| 3    |         | 1.5092       |

ERROR FINAL EN LA CURVA DE TRANSFORMACION DE RESISTIVIDADES = 0.947%

NUMERO TOTAL DE ITERACIONES = 8

| ABSCISA<br>1/LAMBDA: | CURVA DE<br>TRANSFORMACION<br>DE RESISTIVIDADES<br>OBSERVADA | CURVA DE<br>TRANSFORMACION<br>DE RESISTIVIDADES<br>CALCULADA | ERROR<br>RELATIVO |
|----------------------|--|--|-------------------|
| 0.1287974E+00        | 100.00003  | 100.30608  | -0.3060%          |
| 0.1893322E+00        | 100.00005  | 100.30608  | -0.3060%          |
| 0.2769144E+00        | 100.00002  | 100.30608  | -0.3061%          |
| 0.4069998E+00        | 100.00002  | 100.30608  | -0.3061%          |
| 0.5976199E+00        | 100.00005  | 100.30608  | -0.3060%          |
| 0.8771102E+00        | 100.00002  | 100.30608  | -0.3061%          |
| 0.1287974E+01        | 100.00005  | 100.30608  | -0.3060%          |
| 0.1890746E+01        | 100.00340  | 100.30741  | -0.3040%          |
| 0.2774296E+01        | 100.09885  | 100.35950  | -0.2604%          |
| 0.4072574E+01        | 100.98742  | 100.96841  | 0.0188%           |
| 0.5978776E+01        | 104.81230  | 104.03595  | 0.7407%           |
| 0.8774966E+01        | 114.64803  | 112.79327  | 1.6178%           |

|               |           |           |          |
|---------------|-----------|-----------|----------|
| 0.1287974E+02 | 132.85597 | 130.21284 | 1.9895%  |
| 0.1890488E+02 | 160.22878 | 157.86331 | 1.4763%  |
| 0.2774811E+02 | 195.88292 | 195.53059 | 0.1799%  |
| 0.4072960E+02 | 234.40768 | 239.50838 | -1.3116% |
| 0.5978262E+02 | 272.31317 | 278.02783 | -2.0986% |
| 0.8774839E+02 | 286.40225 | 291.50116 | -1.7803% |
| 0.1287974E+03 | 266.37872 | 268.53592 | -0.8098% |
| 0.1890488E+03 | 220.07460 | 219.78984 | 0.1294%  |
| 0.2774863E+03 | 166.82034 | 165.62109 | 0.7189%  |
| 0.4072934E+03 | 120.17129 | 119.00917 | 0.9671%  |
| 0.5978248E+03 | 84.32639  | 83.51260  | 0.9650%  |
| 0.8774864E+03 | 58.47661  | 58.02247  | 0.7766%  |
| 0.1287975E+04 | 40.38945  | 40.22107  | 0.4169%  |
| 0.1890488E+04 | 27.91277  | 27.95131  | -0.1380% |
| 0.2774858E+04 | 19.36316  | 19.54609  | -0.9447% |

| ABSCISA<br>AR/2: | CURVA DE<br>RESISITIVIDAD<br>APARENTE<br>OBSERVADA | CURVA DE<br>RESISITIVIDAD<br>APARENTE<br>CALCULADA | ERROR<br>RELATIVO |
|------------------|--|--|-------------------|
| 0.1000000E+00    | 100.00003  | 100.30610  | -0.3061%          |
| 0.1470000E+00    | 100.00005  | 100.30614  | -0.3061%          |
| 0.2150000E+00    | 100.00022  | 100.30624  | -0.3060%          |
| 0.3160000E+00    | 100.00056  | 100.30656  | -0.3060%          |
| 0.4640000E+00    | 100.00186  | 100.30761  | -0.3057%          |
| 0.6810000E+00    | 100.00583  | 100.31084  | -0.3050%          |
| 0.1000000E+01    | 100.01836  | 100.32114  | -0.3027%          |
| 0.1468000E+01    | 100.05779  | 100.35353  | -0.2956%          |
| 0.2154000E+01    | 100.18119  | 100.45510  | -0.2734%          |
| 0.3162000E+01    | 100.56245  | 100.77012  | -0.2065%          |
| 0.4642000E+01    | 101.71173  | 101.72711  | -0.0151%          |
| 0.6813000E+01    | 105.00053  | 104.50958  | 0.4676%           |
| 0.1000000E+02    | 113.53364  | 111.94504  | 1.3992%           |
| 0.1467800E+02    | 132.27824  | 129.07887  | 2.4187%           |
| 0.2154400E+02    | 164.94040  | 160.85417  | 2.4774%           |
| 0.3162300E+02    | 209.57928  | 207.00682  | 1.2274%           |
| 0.4641600E+02    | 259.87027  | 261.50388  | -0.6286%          |
| 0.6812900E+02    | 307.09027  | 314.28477  | -2.3754%          |
| 0.1000000E+03    | 337.15604  | 348.40573  | -3.3366%          |
| 0.1467800E+03    | 328.59650  | 337.45676  | -2.6964%          |
| 0.2154440E+03    | 262.42407  | 262.21466  | 0.0798%           |
| 0.3162280E+03    | 152.13593  | 144.69005  | 4.8942%           |
| 0.4641590E+03    | 54.41336   | 48.32687   | 11.1857%          |
| 0.6812920E+03    | 10.14910   | 8.71205  | 14.1593%          |
| 0.1000001E+04    | 1.59056  | 1.94509  | -22.2896%         |
| 0.1467800E+04    | 1.03605  | 1.55341  | -49.9361%         |
| 0.2154436E+04    | 1.01500  | 1.52745  | -50.4879%         |

ERROR FINAL EN LA CURVA DE RESISITIVIDAD APARENTE = 14.820%

Tabla IV.2

EJEMPLO DE COMPARACION IDOFUKE .VS. INVUNOS

SALIDA DEL PROGRAMA IDOFUKE

M O D E L O R E A L :

| CAPA | ESPESOR  | RESISTIVIDAD |
|------|----------|--------------|
| 1    | 10.0000  | 100.0000     |
| 2    | 100.0000 | 4000.0000    |
| 3    |          | 1000.0000    |

M O D E L O I N I C I A L :

| CAPA | ESPESOR  | RESISTIVIDAD |
|------|----------|--------------|
| 1    | 13.0000  | 70.0000      |
| 2    | 130.0000 | 5200.0000    |
| 3    |          | 700.0000     |

ERROR INICIAL EN LA CURVA DE TRANSFORMACION DE RESISTIVIDADES = 29.769%

M O D E L O F I N A L :

| CAPA | ESPESOR  | RESISTIVIDAD |
|------|----------|--------------|
| 1    | 10.1056  | 100.5384     |
| 2    | 101.9549 | 3968.1135    |
| 3    |          | 998.8104     |

ERROR FINAL EN LA CURVA DE TRANSFORMACION DE RESISTIVIDADES = 0.308%

NUMERO TOTAL DE ITERACIONES = 6

| ABSCISA<br>1/LAMBDA: | CURVA DE<br>TRANSFORMACION<br>DE RESISTIVIDADES<br>OBSERVADA | CURVA DE<br>TRANSFORMACION<br>DE RESISTIVIDADES<br>CALCULADA | ERROR<br>RELATIVO |
|----------------------|--|--|-------------------|
| 0.1287974E+01        | 100.00772  | 100.53840  | -0.5306%          |

|               |            |            |          |
|---------------|------------|------------|----------|
| 0.1890746E+01 | 100.01013  | 100.54272  | -0.5325X |
| 0.2774296E+01 | 100.14471  | 100.66951  | -0.5240X |
| 0.4072573E+01 | 101.41431  | 101.88408  | -0.4632X |
| 0.5978776E+01 | 106.93227  | 107.26048  | -0.3004X |
| 0.8774966E+01 | 121.57576  | 121.64398  | -0.0561X |
| 0.1287974E+02 | 150.41571  | 150.15494  | 0.1734X  |
| 0.1890488E+02 | 198.61473  | 197.95036  | 0.3345X  |
| 0.2774811E+02 | 272.18896  | 271.01230  | 0.4323X  |
| 0.4072960E+02 | 378.32567  | 376.51022  | 0.4799X  |
| 0.5978262E+02 | 523.60315  | 521.05334  | 0.4870X  |
| 0.8774839E+02 | 707.76788  | 704.64423  | 0.4413X  |
| 0.1287974E+03 | 913.36945  | 910.28870  | 0.3373X  |
| 0.1890488E+03 | 1101.08545 | 1098.97083 | 0.1920X  |
| 0.2774963E+03 | 1227.10107 | 1226.53125 | 0.0464X  |
| 0.4072934E+03 | 1274.59680 | 1275.32153 | -0.0569X |
| 0.5978248E+03 | 1261.52087 | 1262.80115 | -0.1015X |
| 0.8774877E+03 | 1218.59192 | 1219.79468 | -0.0987X |
| 0.1287974E+04 | 1169.16797 | 1169.99207 | -0.0705X |
| 0.1890489E+04 | 1125.01660 | 1125.33594 | -0.0284X |
| 0.2774859E+04 | 1089.62549 | 1089.66284 | -0.0034X |
| 0.4072936E+04 | 1063.13953 | 1062.87207 | 0.0252X  |
| 0.5978253E+04 | 1044.19788 | 1043.45874 | 0.0708X  |
| 0.8774877E+04 | 1030.97998 | 1029.69385 | 0.1247X  |
| 0.1287975E+05 | 1021.87256 | 1020.06635 | 0.1768X  |

| ABSCISA<br>AR/2: | CURVA DE<br>RESISTIVIDAD<br>APARENTE<br>OBSERVADA | CURVA DE<br>RESISTIVIDAD<br>APARENTE<br>CALCULADA | ERROR<br>RELATIVO |
|------------------|---|---|-------------------|
| 0.1000000E+01    | 100.02805   | 100.56570   | -0.5375X          |
| 0.1468000E+01    | 100.08820   | 100.62426   | -0.5356X          |
| 0.2154000E+01    | 100.27695   | 100.80803   | -0.5296X          |
| 0.3162000E+01    | 100.86050   | 101.37647   | -0.5116X          |
| 0.4642000E+01    | 102.62452   | 103.09645   | -0.4599X          |
| 0.6813000E+01    | 107.70287   | 108.05685   | -0.3287X          |
| 0.1000000E+02    | 121.05543   | 121.14194   | -0.0715X          |
| 0.1467800E+02    | 151.26065   | 150.88647   | 0.2474X           |
| 0.2154400E+02    | 207.37102   | 206.43431   | 0.4517X           |
| 0.3162300E+02    | 294.58041   | 293.07126   | 0.5123X           |
| 0.4641600E+02    | 417.41891   | 415.28137   | 0.5121X           |
| 0.6812900E+02    | 582.63831   | 579.71918   | 0.5010X           |
| 0.1000000E+03    | 793.92426   | 790.22668   | 0.4657X           |
| 0.1467800E+03    | 1042.15417  | 1038.07654  | 0.3913X           |
| 0.2154400E+03    | 1292.84668  | 1289.38196  | 0.2680X           |
| 0.3162280E+03    | 1481.33240  | 1480.02588  | 0.0882X           |
| 0.4641590E+03    | 1537.53406  | 1539.25293  | -0.1118X          |
| 0.6812930E+03    | 1444.44495  | 1448.24744  | -0.2632X          |



|               |            |            |          |
|---------------|------------|------------|----------|
| 0.1000000E+04 | 1274.91455 | 1279.39148 | -0.3727% |
| 0.1467801E+04 | 1132.55542 | 1134.13184 | -0.1392% |
| 0.2154437E+04 | 1056.33008 | 1056.34387 | -0.0013% |
| 0.3162290E+04 | 1024.09424 | 1023.38727 | 0.0690%  |
| 0.4641593E+04 | 1010.72974 | 1009.74585 | 0.0973%  |
| 0.6812927E+04 | 1004.88861 | 1003.78998 | 0.1023%  |
| 0.1000000E+05 | 1002.25079 | 1001.10352 | 0.1145%  |

ERROR FINAL EN LA CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE = 0.395%  
TIEMPO TOTAL DE CALCULO = 0.863 SEGUNDOS

SALIDA DEL PROGRAMA INUNOS

MODELO INCIAL

| CAPA | ESPESOR  | RESISTIVIDAD |
|------|----------|--------------|
| 1    | 13.0000  | 70.000000    |
| 2    | 130.0000 | 5200.000000  |
| 3    | INFINITO | 700.000000   |

CURVA DE RESISTIVIDADES APARENTE TIPO SCHLUMBERGER

| DISTANCIA ELECTRODICA | RESIS. APAREN. OBSERVADA | RESIS. APAREN. CALCULADA |
|-----------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1.0000                | 100.0281                 | 70.0053                  |
| 1.4680                | 100.0882                 | 70.0237                  |
| 2.1540                | 100.2769                 | 70.0837                  |
| 3.1620                | 100.8605                 | 70.2740                  |
| 4.6420                | 102.6245                 | 70.8662                  |
| 6.8130                | 107.7029                 | 72.6464                  |
| 10.0000               | 121.0554                 | 77.6764                  |
| 14.6780               | 151.2607                 | 90.4141                  |
| 21.5440               | 207.3710                 | 117.6862                 |
| 31.6230               | 294.5804                 | 165.6670                 |
| 46.4160               | 417.4189                 | 238.3611                 |
| 68.1290               | 582.6383                 | 341.4392                 |
| 100.0000              | 793.9243                 | 483.0311                 |
| 146.7800              | 1042.1542                | 669.3066                 |
| 215.4440              | 1292.8467                | 896.4066                 |
| 316.2280              | 1401.3324                | 1137.7855                |
| 464.1570              | 1537.5341                | 1333.9180                |
| 681.2930              | 1444.4449                | 1404.5496                |
| 1000.0000             | 1274.9146                | 1303.6288                |
| 1467.8010             | 1132.5554                | 1086.1935                |
| 2154.4370             | 1056.3301                | 883.0278                 |
| 3162.2800             | 1024.0942                | 770.9846                 |

|            |           |          |
|------------|-----------|----------|
| 4641.5928  | 1010.7297 | 727.5847 |
| 4812.9268  | 1004.8886 | 711.6854 |
| 10000.0000 | 1002.2508 | 705.1754 |

ERROR MEDIO CUADRATICO= 30.34102 EN %

EJEMPLO DE COMPARACION INVUOS .VS. IDOFUKE.

MODELO FINAL

| CAPA | ESPESOR  | RESISTIVIDAD |
|------|----------|--------------|
| 1    | 9.9026   | 100.107262   |
| 2    | 116.9866 | 3547.252930  |
| 3    | INFINITO | 997.393256   |

CURVA DE RESISTIVIDADES APARENTE TIPO SCHLUMBERGER

| DISTANCIA<br>ELECTRONICA | RESIS. APAREN.<br>OBSERVADA | RESIS. APAREN.<br>CALCULADA |
|--------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 1.0000                   | 100.0281                    | 100.1293                    |
| 1.4680                   | 100.0882                    | 100.1885                    |
| 2.1540                   | 100.2769                    | 100.3766                    |
| 3.1620                   | 100.8605                    | 100.9649                    |
| 4.6420                   | 102.6245                    | 102.7548                    |
| 6.8130                   | 107.7029                    | 107.9153                    |
| 10.0000                  | 121.0554                    | 121.4608                    |
| 14.6780                  | 151.2607                    | 151.9616                    |
| 21.5440                  | 207.3710                    | 208.2531                    |
| 31.6230                  | 294.5804                    | 295.2190                    |
| 46.4160                  | 417.4169                    | 417.1055                    |
| 68.1290                  | 582.6383                    | 580.3701                    |
| 100.0000                 | 793.9243                    | 788.6327                    |
| 146.7800                 | 1042.1542                   | 1033.6826                   |
| 215.4440                 | 1292.8467                   | 1283.3636                   |
| 316.2280                 | 1481.3324                   | 1475.2014                   |
| 464.1590                 | 1537.5341                   | 1538.3939                   |
| 681.2930                 | 1444.4449                   | 1451.5044                   |
| 1000.0000                | 1274.9146                   | 1282.8059                   |
| 1467.8010                | 1132.5554                   | 1136.7090                   |
| 2154.4370                | 1056.3301                   | 1056.7380                   |
| 3162.2800                | 1024.0942                   | 1022.6125                   |
| 4641.5928                | 1010.7297                   | 1008.4907                   |
| 6812.9268                | 1004.8886                   | 1002.3510                   |
| 10000.0000               | 1002.2508                   | 999.6036                    |

ERROR MEDIO CUADRATICO= 0.37878 EN %

NO. DE ITERACIONES= 6

TIEMPO EMPLEADO EN EL PROCESO= 17.73028

Tabla IV.3

EJEMPLO INVNOS .VS. IDOFUKE (H-19,1:10).

## M O D E L O   R E A L :

| CAPA | ESPESOR  | RESISTIVIDAD |
|------|----------|--------------|
| 1    | 10.0000  | 100.0000     |
| 2    | 100.0000 | 5.0000       |
| 3    |          | 20.0000      |

SALIDA DEL PROGRAMA IDOFUKE

## M O D E L O   I N I C I A L :

| CAPA | ESPESOR  | RESISTIVIDAD |
|------|----------|--------------|
| 1    | 13.0000  | 70.0000      |
| 2    | 115.0000 | 6.5000       |
| 3    |          | 26.0000      |

ERROR INICIAL EN LA CURVA DE TRANSFORMACION DE RESISTIVIDADES = 21.900%

## M O D E L O   F I N A L :

| CAPA | ESPESOR  | RESISTIVIDAD |
|------|----------|--------------|
| 1    | 9.9829   | 100.0063     |
| 2    | 101.2731 | 5.0500       |
| 3    |          | 19.9948      |

ERROR FINAL EN LA CURVA DE TRANSFORMACION DE RESISTIVIDADES = 0.052%

NUMERO TOTAL DE ITERACIONES = 11

| ARCSISA<br>1/LAMBDA: | CURVA DE<br>TRANSFORMACION<br>DE RESISTIVIDADES<br>OBSERVADA | CURVA DE<br>TRANSFORMACION<br>DE RESISTIVIDADES<br>CALCULADA | ERROR<br>RELATIVO |
|----------------------|--|--|-------------------|
| 0.1287974E+01        | 99.99438   | 100.00625  | -0.0119%          |
| 0.1890744E+01        | 99.99155   | 100.00159  | -0.0100%          |
| 0.2774296E+01        | 99.86340   | 99.87096   | -0.0076%          |

|               |          |          |          |
|---------------|----------|----------|----------|
| 0.4072574E+01 | 98.67358 | 98.67236 | 0.0012%  |
| 0.5978776E+01 | 93.81834 | 93.79532 | 0.0245%  |
| 0.8774966E+01 | 83.04642 | 83.00701 | 0.0475%  |
| 0.1287974E+02 | 67.85411 | 67.81618 | 0.0588%  |
| 0.1890488E+02 | 52.19388 | 52.16795 | 0.0497%  |
| 0.2774811E+02 | 38.88443 | 38.87930 | 0.0183%  |
| 0.4072960E+02 | 28.76550 | 28.77221 | -0.0233% |
| 0.5978262E+02 | 21.60215 | 21.61589 | -0.0636% |
| 0.8774839E+02 | 16.89299 | 16.90676 | -0.0816% |
| 0.1287974E+03 | 14.13243 | 14.14235 | -0.0701% |
| 0.1890488E+03 | 12.86373 | 12.86886 | -0.0384% |
| 0.2774863E+03 | 12.68144 | 12.68181 | -0.0029% |
| 0.4072934E+03 | 13.22224 | 13.21903 | 0.0243%  |
| 0.5978248E+03 | 14.16823 | 14.16267 | 0.0392%  |
| 0.8774877E+03 | 15.26142 | 15.25464 | 0.0445%  |
| 0.1287974E+04 | 16.32060 | 16.31301 | 0.0465%  |
| 0.1890489E+04 | 17.24023 | 17.23460 | 0.0327%  |
| 0.2774859E+04 | 17.99081 | 17.98060 | 0.0568%  |
| 0.4072936E+04 | 18.56482 | 18.55416 | 0.0574%  |
| 0.5978253E+04 | 18.98071 | 18.97929 | 0.0075%  |
| 0.8774877E+04 | 19.27294 | 19.28636 | -0.0697% |
| 0.1287975E+05 | 19.47494 | 19.50419 | -0.1502% |

| ABSCISA<br>AM/2: | CURVA DE<br>RESISTIVIDAD<br>APARENTE<br>OBSERVADA | CURVA DE<br>RESISTIVIDAD<br>APARENTE<br>CALCULADA | ERROR<br>RELATIVO |
|------------------|---|---|-------------------|
| 0.1000000E+01    | 99.97953  | 99.98570  | -0.0062%          |
| 0.1468000E+01    | 99.93552  | 99.94156  | -0.0060%          |
| 0.2154000E+01    | 99.79813  | 99.80358  | -0.0055%          |
| 0.3162000E+01    | 99.37503  | 99.37878  | -0.0038%          |
| 0.4642000E+01    | 98.11012  | 98.10886  | 0.0013%           |
| 0.6813000E+01    | 94.55241  | 94.53859  | 0.0146%           |
| 0.1000000E+02    | 85.67001  | 85.63005  | 0.0466%           |
| 0.1467800E+02    | 67.77136  | 67.69905  | 0.1067%           |
| 0.2157400E+02    | 42.12749  | 42.05648  | 0.1686%           |
| 0.3162300E+02    | 19.31183  | 19.30171  | 0.0524%           |
| 0.4641600E+02    | 8.27725   | 8.30552   | -0.3416%          |
| 0.6812900E+02    | 5.77371   | 5.81936   | -0.7907%          |
| 0.1000000E+03    | 5.75486   | 5.78995   | -0.6098%          |
| 0.1467800E+03    | 6.47475   | 6.49249   | -0.2739%          |
| 0.2154400E+03    | 7.86128   | 7.86620   | -0.0626%          |
| 0.3162200E+03    | 9.78037   | 9.77317   | 0.0736%           |
| 0.4641590E+03    | 11.94335  | 11.93348  | 0.0826%           |
| 0.6812930E+03    | 14.08933  | 14.07802  | 0.0803%           |
| 0.1000000E+04    | 15.99716  | 15.98608  | 0.0692%           |
| 0.1467801E+04    | 17.50919  | 17.49918  | 0.0571%           |

|               |          |          |         |
|---------------|----------|----------|---------|
| 0.2154437E+04 | 18.57228 | 18.56376 | 0.0459% |
| 0.3162280E+04 | 19.23838 | 19.23114 | 0.0377% |
| 0.4641593E+04 | 19.61559 | 19.60925 | 0.0323% |
| 0.6812927E+04 | 19.81313 | 19.80735 | 0.0292% |
| 0.1000000E+05 | 19.91117 | 19.90566 | 0.0277% |

ERROR FINAL EN LA CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE = 0.225%  
 TIEMPO TOTAL DE CALCULO = 1.754 SEGUNDOS

SALIDA DEL PROGRAMA INVUNDS

MODELO INICIAL

| CAPA | ESPESOR  | RESISTIVIDAD |
|------|----------|--------------|
| 1    | 13.0000  | 70.000000    |
| 2    | 115.0000 | 6.500000     |
| 3    | INFINITO | 26.000000    |

CURVA DE RESISTIVIDADES APARENTE TIPO SCHLUMBERGER

| DISTANCIA<br>ELECTRODICA | RESIS. APAREN.<br>OBSERVADA | RESIS. APAREN.<br>CALCULADA |
|--------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| 1.0000                   | 99.9795                     | 69.9956                     |
| 1.4680                   | 99.9355                     | 69.9815                     |
| 2.1540                   | 99.7981                     | 69.9401                     |
| 3.1620                   | 99.3750                     | 69.8146                     |
| 4.6420                   | 98.1101                     | 69.4288                     |
| 6.8130                   | 94.5524                     | 68.2870                     |
| 10.0000                  | 85.6700                     | 65.1611                     |
| 14.6780                  | 67.7714                     | 57.7624                     |
| 21.5440                  | 42.1275                     | 44.1234                     |
| 31.6230                  | 19.3118                     | 26.9022                     |
| 46.4160                  | 8.2773                      | 13.7742                     |
| 68.1290                  | 5.7737                      | 8.3978                      |
| 100.0000                 | 5.7549                      | 7.4687                      |
| 146.7800                 | 6.4748                      | 8.0049                      |
| 215.4440                 | 7.8613                      | 9.4609                      |
| 316.2280                 | 9.7804                      | 11.7269                     |
| 464.1590                 | 11.9433                     | 14.4615                     |
| 681.2930                 | 14.0893                     | 17.2954                     |
| 1000.0000                | 15.9972                     | 19.9224                     |
| 1467.8010                | 17.5092                     | 22.0983                     |
| 2154.4370                | 18.5723                     | 23.6980                     |
| 3162.2800                | 19.2384                     | 24.7421                     |
| 4641.5928                | 19.6156                     | 25.3536                     |

|            |         |         |
|------------|---------|---------|
| 6812.9268  | 19.8131 | 25.6816 |
| 10000.0000 | 19.9112 | 25.8465 |

ERROR MEDIO CUADRATICO= 30.16418 EN %

EJEMPLO INVUOS .VS. IDOFUKE (H-19,1:10) :

MODELO FINAL.

| CAPA | ESPEJOR  | RESISTIVIDAD |
|------|----------|--------------|
| 1    | 9.9961   | 100.003929   |
| 2    | 100.3630 | 4.993437     |
| 3    | INFINITO | 20.000448    |

CURVA DE RESISTIVIDADES APARENTE TIPO SCHLUMBERGER

| DISTANCIA ELECTRODICA | RESIS. APAREN. OBSERVADA | RESIS. APAREN. CALCULADA |
|-----------------------|--------------------------|--------------------------|
| 1.0000                | 99.9795                  | 99.9849                  |
| 1.4680                | 99.9355                  | 99.9391                  |
| 2.1540                | 99.7981                  | 99.8031                  |
| 3.1620                | 99.3750                  | 99.3837                  |
| 4.6420                | 98.1101                  | 98.1215                  |
| 6.8130                | 94.5524                  | 94.5639                  |
| 10.0000               | 85.6700                  | 85.6757                  |
| 14.6780               | 67.7714                  | 67.7655                  |
| 21.5440               | 42.1275                  | 42.1146                  |
| 31.6230               | 19.3118                  | 19.3043                  |
| 46.4160               | 8.2773                   | 8.2793                   |
| 68.1290               | 5.7737                   | 5.7809                   |
| 100.0000              | 5.7549                   | 5.7596                   |
| 146.7800              | 6.4748                   | 6.4748                   |
| 215.4440              | 7.8613                   | 7.8557                   |
| 316.2280              | 9.7804                   | 9.7712                   |
| 464.1590              | 11.9433                  | 11.9340                  |
| 681.2930              | 14.0893                  | 14.0823                  |
| 1000.0000             | 15.9972                  | 15.9946                  |
| 1467.8010             | 17.5092                  | 17.5109                  |
| 2154.4370             | 18.5723                  | 18.5763                  |
| 3162.2800             | 19.2384                  | 19.2426                  |
| 4641.5928             | 19.6156                  | 19.6189                  |
| 6812.9268             | 19.8131                  | 19.8152                  |
| 10000.0000            | 19.9112                  | 19.9120                  |

ERROR MEDIO CUADRATICO= 0.04481 EN %  
 No. DE ITERACIONES= 11  
 TIEMPO EMPLEADO EN EL PROCESO= 52.72266

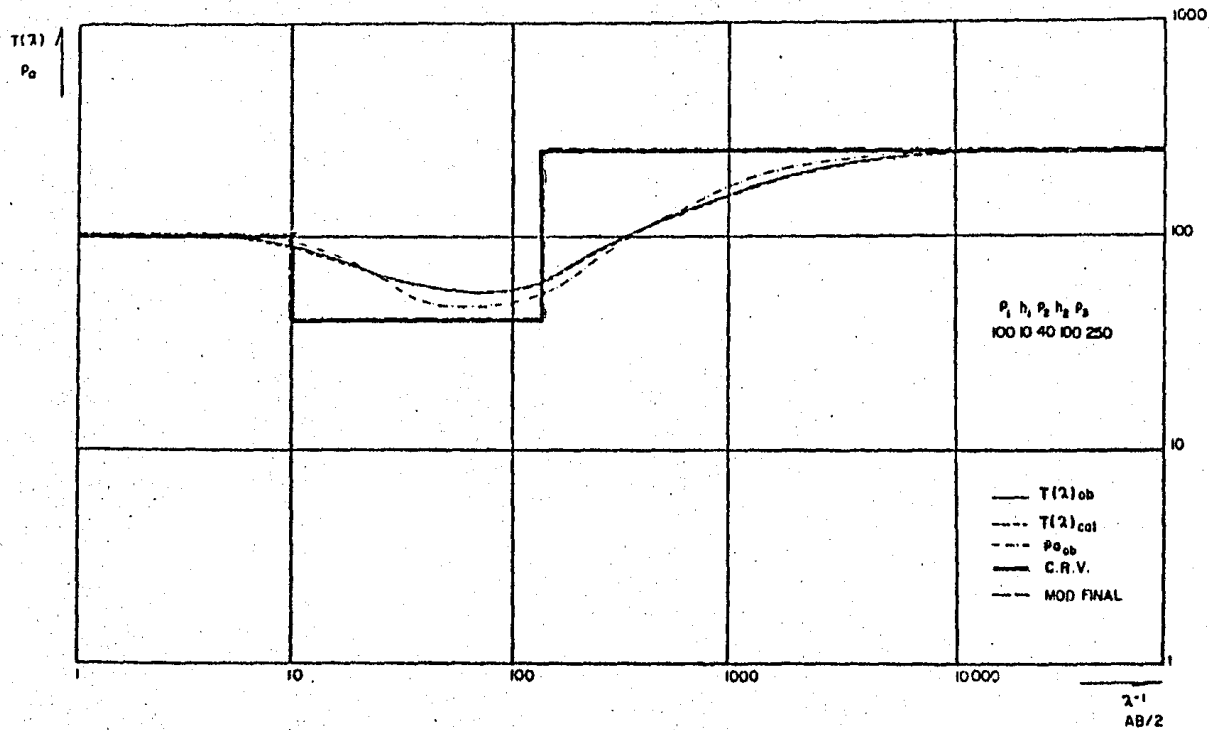


Figura IV.3.- Ejemplo de C.R.A. bien definida (H-7,1;10)

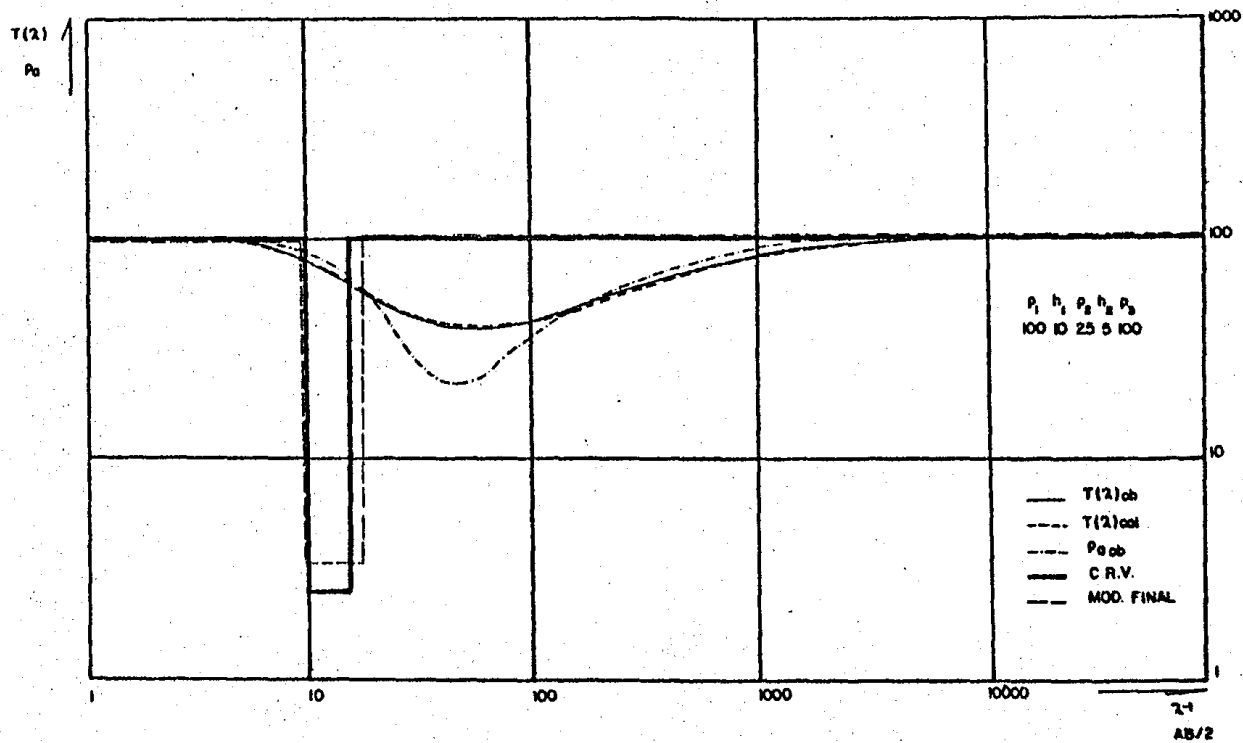


Figura IV.4.- Ejemplo de C.R.A. mal definida (H-24,1:0.5)



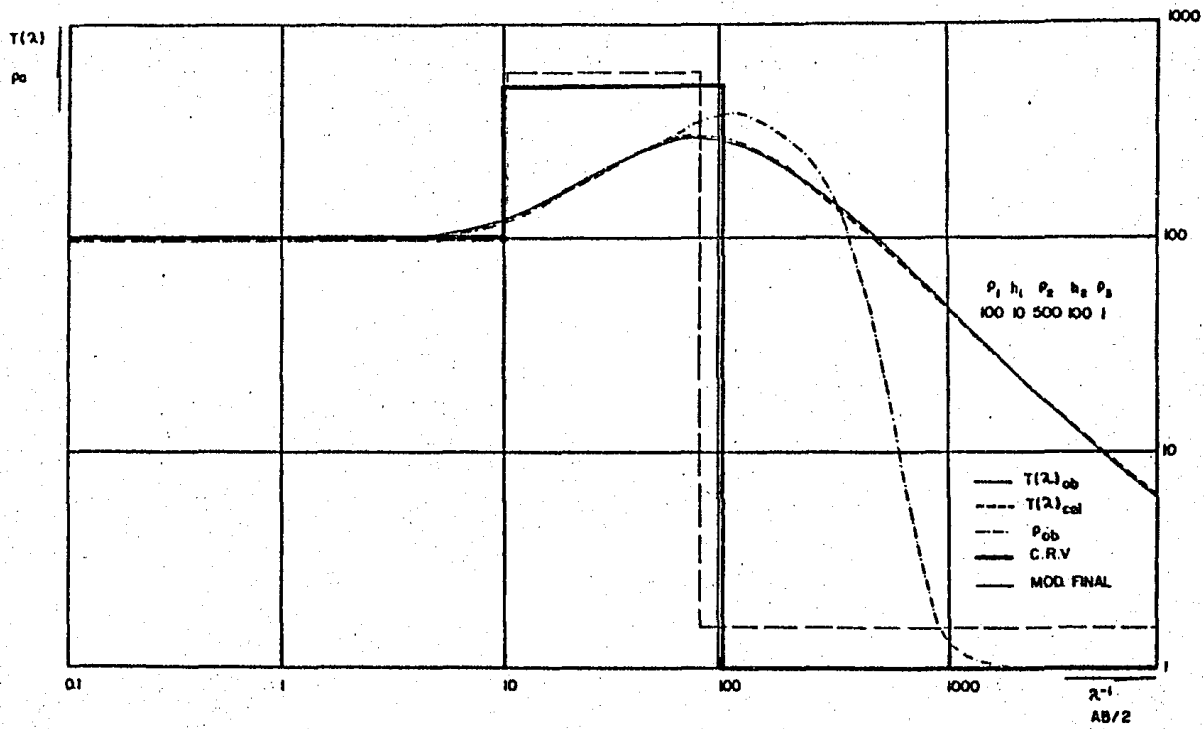


Figura IV.5.- Ejemplo de rama altamente descendente.

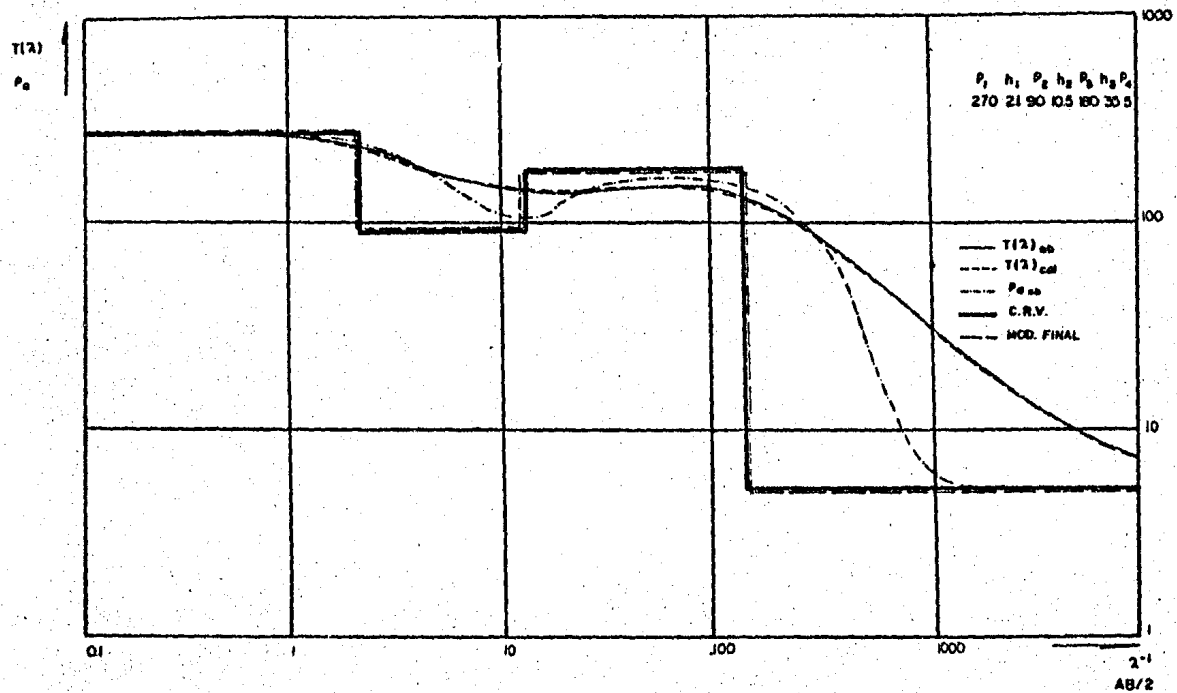


Figura IV.6.- Ejemplo geológico.

## CONCLUSIONES

A continuación se describirá, en forma muy breve, las principales conclusiones obtenidas del presente trabajo.

1. La teoría del Sondeo Eléctrico Vertical está fundamentada en conceptos físicos y matemáticos rigurosos.

2. Existe una relación de linealidad entre la función de resistividad aparente y la función de transformación de resistividades.

3. Es posible diseñar filtros lineales digitales (con una relativa facilidad), apropiados a las características del problema, con la exactitud, longitud e intervalo de muestreo que se requiera.

4. La obtención de filtros digitales de resistividad por medio de la Transformada Rápida de Fourier es la técnica más rápida y eficiente.

5. Es posible apilar los coeficientes de un filtro lineal directo, sin modificar considerablemente su eficiencia.

6. De 1970 a la fecha, se ha impulsado fuertemente a los métodos de inversión iterativa automática; debido a la introducción de la teoría del filtraje lineal, y al gran desarrollo de las computadoras.

7. La inversión iterativa automática es un problema de optimización de funciones no lineales.

8. De las diversas técnicas que se han utilizado en la inversión iterativa automática, destacan aquéllas que se basan en el método debido a Marquardt (1963).

9. La inversión en el dominio de la función de transformación de resistividades sufre los problemas de equi-valencia y supresión, al igual que las demás técnicas de inversión.

10. La determinación de un buen modelo inicial es fundamental para una correcta interpretación en los métodos iterativos automáticos.

11. El programa IDOMUKE obtiene resultados excelentes para medios comprendidos en los rangos estipulados en el apartado IV.4.

12. La inversión en el dominio de la función de transformación de resistividades utiliza menor tiempo de cómputo que la inversión en el dominio de la función de resistividad aparente.

13. La interpretación cuantitativa de curvas de resistividad aparente de sondeos eléctricos verticales, es realmente un arte, que no debe limitarse al mero proceso mecánico de la inversión.

14. El proceso de inversión iterativo automático debe de ser, siempre, cotejado con la información geológica de la zona de estudio; de lo contrario se tiene el riesgo de obtener medios que matemáticamente igualen la curva de resistividad aparente observada, pero que física y geológicamente no son los que la provocaron.

15. El ingeniero geofísico requiere una gran dosis de ingenio, de información confiable sobre geología en el área de estudio, así como un conocimiento sólido de los conceptos físicos y matemáticos que fundamentan la teoría del S.E.V., para resolver exitosamente los problemas relacionados con el estudio del subsuelo.

## APENDICE I

## PROGRAMAS DE COMPUTO :

1. Programa ELEC.
2. Programa MG.
3. Programa PRUFIL.
4. Programa CAFUKE.

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C ***** P R O G R A M A E L E C ***** C
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C
C
C PROGRAMA ORIGINAL DE J.L. SEARA (1979) C
C MODIFICADO POR P. ANGUIANO Y E. AMADOR(1985) C
C
C
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C
C
C PROGRAMA PARA CALCULAR LOS COEFICIENTES DE FILTRO LINEAL INVERSO O
C DIRECTO PARA ARREGLO SCHLUMBERGER O WENNER PARA CUALQUIER INTERVA-
C LO DE MUESTREO DESEADO, USANDO TRANSFORMADA DE FOURIER.
C
C DATOS DE ENTRADA:
C TFI= PARAMETRO SELECCIONADOR, SI TFI=-1.0 SE CALCULA EL FILTRO LI
C NEAL DIRECTO, SI TFI=1.0 EL FILTRO LINEAL INVERSO
C NX= PARAMETRO SELECCIONADOR, SI NX=1 SE CALCULA EL FILTRO LINEAL PA
C RA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER, SI NX=2 SE CALCULA EL FILTRO LINEAL -
C PARA DISPOSITIVO WENNER.
C P1= NO. DE MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO
C
C DIMENSION FIC(300),FC(300),S(300),R(1030),T(1030),ZI(1030)
C *,FR(1030),AMP(600),FZ(600)
C DOUBLE PRECISION PI,TFILT,SAMPC,SI,DISP,B
C COMPLEX*16 R,T,ZI,ZINY
C
C LECTURA DE DATOS
41 READ(5,*) TFI,NX,P1
IF(TFI.EQ.0.0) GO TO 21
IF(TFI=-1.) 6,7,7
6 WRITE(6,105)
105 FORMAT(9X,'FILTRO LINEAL DIRECTO')
GO TO 8
7 WRITE(6,106)
106 FORMAT(9X,'FILTRO LINEAL INVERSO')
8 IF(NX-1) 10,9,10
9 WRITE(6,107)
107 FORMAT(14X,'SCHLUMBERGER')
GO TO 17
10 WRITE(6,108)
108 FORMAT(18X,'WENNER')
17 WRITE(6,109) P1
109 FORMAT(7X,'INTERVALO DE MUESTREO= LN(10.)//,F4.1)
TFILT=DBLE(TFI)

```

```

      PI=DBLE(4.)*DATAN(DBLE(1.))
      B=DBLE(0.0)
      P2=2.*PI
      SAMPC=DBLE(P2)
C N ES LA POTENCIA DE 2 PARA LA FFT
      N=10
      L=2**N
      XL=L
C SE CALCULA EL INTERVALO DE MUESTREO
      SI=DLOG(DBLE(10.))/SAMPC
C SE CALCULA LA CORRESPONDIENTE FRECUENCIA DE NYQUIST
      NFREQ=XL/4.+1.
      FINT=1./(XL*SI)
      DO 11 I=1,NFREQ
11      FR(I)=(I-1)*FINT
C SE ESPECIFICA EL DESPLAZAMIENTO
      DISP=DBLE(0.0)
      DO 100 J=1,2
C SE CALCULA LA FUNCION DE SALIDA Y SU TRANSFORMADA.
      IF(NX.EQ.1) GO TO 31
      CALL WENER(SAMPC,L,DISP,R)
      GO TO 35
31      CALL DISCH(SAMPC,L,DISP,B,R)
35      CALL NLOGN(N,R,-1.0)
C SE CALCULA LA FUNCION DE ENTRADA.
      CALL RTFUN(SAMPC,L,T)
C SE CALCULA LA TRANSFORMADA DE LA FUNCION DE ENTRADA
      CALL NLOGN(N,T,-1.0)
C SE CALCULA EL ESPECTRO DE FRECUENCIA DEL FILTRO DIRECTO O INVERSO
      IF(TFILT.EQ.-1.DO) GO TO 1000
      IF(TFILT.EQ.1.DO) GO TO 2000
1000      DO 1 I=1,L
1          ZI(I)=T(I)/R(I)
          GO TO 3000
2000      DO 2 I=1,L
2          ZI(I)=R(I)/T(I)
3000      IF(J.GT.1) GO TO 200
C SE CALCULA EL NUEVO ESPACIAMIENTO DE MUESTREO
      SAMPC=DBLE(P1)
      SI=DLOG(DBLE(10.))/SAMPC
      ZINY=ZI(NFREQ)
C SE CALCULA LA FASE CORRESPONDIENTE A LA FRECUENCIA DE NYQUIST PARA
C EL INTERVALO P1
      PHNY=ATAN2( SNGL( DIMAG(ZINY) ),SNGL( DREAL(ZINY) ) )
C SE CALCULA EL DESPLAZAMIENTO
      DISP=TFILT*(PHNY/PI)*SI
C SE CALCULA LA FRECUENCIA DE NYQUIST CORRESPONDIENTE AL INTEVALO P1
      NFREQ=XL/2.+1.
      FINT=1./(XL*SI)
      DO 13 I=1,NFREQ
13      FR(I)=(I-1)*FINT
100      CONTINUE
200      CONTINUE
C SE ACORTA EL FILTRO EN EL DOMINIO DE LAS FRECUENCIAS

```

```

N=7
L2=2**N
XL2=L2
NFREQ=XL2/2.+1,
INC=L/L2
DO 12 I=2,L2
FR(I)=FR(INC*(I-1)+1)
12  ZI(I)=ZI(INC*(I-1)+1)
C   WRITE(6,110)
110  FORMAT(1H1,10X,'ESPECTRO DE FRECUENCIAS',//,4X,'FRECUENCIAS',
*3X,'AMPLITUD RELATIVA',3X,'FASE',//)
CALL PTAMP(ZI,FR,NFREQ,PI,AMP,FZ)
C SE CALCULA LA TRANSFORMADA INVERSA
CALL NLOGN(N,ZI,1.0)
DO 3 I=1,L2
3    FC(I)=SNGL( DREAL(ZI(I)) )
C NUMERO TOTAL DE COEFICIENTES DE FILTRO
NPF=L2
C NUMERO DE COEFICIENTES DESPUES DE X=0
NF=L2/2
C NUMERO DE COEFICIENTES ANTES DE X=0
NE=NPF-NF
C SE CALCULA LA ABCISA DE LOS COEFICIENTES
IF(TFILT.EQ.1.D0) SN=-1.
IF(TFILT.EQ.-1.D0) SN=1.
S(1)=- (XL2/2.) *SI+SN*DISP
DO 15 I=1,NPF
15  S(I+1)=S(I)+SI
C REPOSICION DE LOS COEFICIENTES DE FILTRO A SU CORRESPONDIENTE
C ABCISA
DO 4 I=1,NF
4    FIC(NE+I)=FC(I)
DO 5 I=1,NE
5    FIC(I)=FC(NF+I)
SUM=0.0
C IMPRESION DE DATOS DE SALIDA:
WRITE(6,113)
113  FORMAT(2(//),4X,'ABSCISA LOGARITMICA',4X,'COEFICIENTES DE',//
*9X,'(LN X)',13X,'FILTRO LINEAL',2(//))
DO 16 I=1,NPF
SUM=SUM+FIC(I)
WRITE(6,114) S(I),FIC(I)
16  CONTINUE
114  FORMAT(8X,F9.4,9X,E20.13)
WRITE(6,115) DISP,SUM
115  FORMAT(5X,'VALOR DEL DESPLAZAMIENTO=',F10.7,2(//),5X,
*'SUMA DE LOS COEFICIENTES=',F12.10)
GO TO 41
21  CALL EXIT
END
SUBROUTINE RTFUN(SAMPC,L,T)
C SUBROUTINA PARA CALCULAR LA FUNCION DE ENTRADA TRANSFORMADA
C DE RESISTIVIDAD.
DIMENSION T(1024)

```



```

COMPLEX*16 T
DOUBLE PRECISION SAMPC,SI,XL,XD,AT,BT,CT,DT
DOUBLE PRECISION RETRA
SI=DLOG(10.00)/SAMPC
XL=L
XD=-(XL/2.00)*SI
DO 1 I=1,L
IF(XD.LT.-.66D1.OR.XD.GT..6758D3) GO TO 3
AT=DEXP(XD)
BT=DEXP(-XD)
CT=DEXP(BT)
DT=.3D1*AT
RETRA=DBLE(1.)/(DT*CT)
T(I)=DCMPLX(RETRA,0.0D0)
GO TO 2
3 T(I)=DCMPLX(0.0D0,0.0D0)
2 XD=XD+SI
1 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE DISCH(SAMPC,L,DISP,B,R)
C SUBRUTINA PARA CALCULAR LA FUNCION DE SALIDA SCHLUMBERGER.
DIMENSION R(1024)
COMPLEX*16 R
DOUBLE PRECISION SAMPC,SI,XL,XD,B,B1,B2
DOUBLE PRECISION XTT,DISP,AR,BR,CR,DR,RODSC
SI=DLOG(10.000)/SAMPC
XL=L
XD=-(XL/2.000)*SI
B1=2.00*B+1.000
B2=1.00-3.00*B
DO 1 I=1,L
XTT=XD-DISP
IF(XTT.LT.-.965D2.OR.XTT.GT..1059D3) GO TO 2
AR=DEXP(3.00*XTT)
BR=DEXP(2.00*XTT)
CR=B1*BR+B2
DR=(1.00+BR)**(-3.5D0)
RODSC=(AR*CR)*DR
R(I)=DCMPLX(RODSC,0.0D0)
GO TO 3
2 R(I)=DCMPLX(0.0D0,0.0D0)
3 XD=XD+SI
1 CONTINUE
RETURN
END
SUBROUTINE NLOGN(N,X,SGNN)
C SUBRUTINA PARA CALCULAR LA TRANSFORMADA DISCRETA DIRECTA O INVERSA
C DE FOURIER.
DIMENSION M(25)
COMPLEX*16 X(1024),WK,HOLD,Q
DOUBLE PRECISION TPI,V
TPI=DBLE(8.)*DATAN(DBLE(1.0))
LX=2**N

```

```

DO 1 I=1,N
M(I)=2*(N-I)
DO 4 L=1,N
NBLOCK=2*(L-1)
LBLOCK=LX/NBLOCK
LRHALF=LBLOCK/2
K=0
DO 4 IBLOCK=1,NBLOCK
FK=K
FLX=LX
V=SGNN*TPI*FK/FLX
WK=DCMPLX(DCOS(V),DSIN(V))
ISTART=LBLOCK*(IBLOCK-1)
DO 2 J=1,LRHALF
J=ISTART+I
JH=J+LRHALF
R=X(JH)*WK
X(JH)=X(J)-R
X(J)=X(J)+R
CONTINUE
DO 3 I=2,N
II=I
IF(K.LT.M(I)) GO TO 4
3 K=K-M(I)
4 K=K+M(II)
K=0
DO 7 J=1,LX
IF(K.LT.J) GO TO 5
HOLD=X(J)
X(J)=X(K+1)
X(K+1)=HOLD
5 DO 6 I=1,N
II=I
IF(K.LT.M(I)) GO TO 7
6 K=K-M(I)
7 K=K+M(II)
IF(SGNN.LT.0.0) RETURN
DO 8 I=1,LX
8 X(I)=X(I)/FLX
RETURN
END
SUBROUTINE PTAMP(ZAF,FR,NFREQ,PI,AMP,FZ)
C SUBROUTINA PARA CALCULAR EL ESPECTRO DE FRECUENCIAS DEL FILTRO
C LINEAL.
DIMENSION AMP(1024),FZ(1024),FR(1024)
COMPLEX*16 ZAF(1024)
DO 1 I=1,NFREQ
AMP(I)=SNGL( CDABS(ZAF(I)) )
FZ(I)=ATAN2(SNGL( DIMAG( ZAF(I) ) ),SNGL( DREAL( ZAF(I) ) ) )
1 CONTINUE
CALL DRUM(PI,NFREQ,FZ)
DO 2 I=1,NFREQ
2 FZ(I)=FZ(I)*(180./PI)
VFN=FZ(NFREQ)/180.

```

```

DO 1 I=1,N
M(I)=2**(N-I)
DO 4 L=1,N
NBLOCK=2**(L-1)
LBLOCK=LX/NBLOCK
LBHALF=LBLOCK/2
K=0
DO 4 IBLOCK=1,NBLOCK
FK=K
FLX=LX
V=SGNN*TPI*FK/FLX
WK=DCMPLX(DCOS(V),DSIN(V))
ISTART=LBLOCK*(IBLOCK-1)
DO 2 I=1,LBHALF
J=ISTART+I
JH=J+LBHALF
Q=X(JH)*WK
X(JH)=X(J)-Q
X(J)=X(J)+Q
CONTINUE
DO 3 I=2,N
II=I
IF(K.LT.M(I)) GO TO 4
K=K-M(I)
K=K+M(II)
K=0
DO 7 J=1,LX
IF(K.LT.J) GO TO 5
HOLD=X(J)
X(J)=X(K+1)
X(K+1)=HOLD
DO 6 I=1,N
II=I
IF(K.LT.M(I)) GO TO 7
K=K-M(I)
K=K+M(II)
IF(SGNN.LT.0.0) RETURN
DO 8 I=1,LX
X(I)=X(I)/FLX
RETURN
END
SUBROUTINE PTAMP(ZAF,FR,NFREQ,PI,AMP,FZ)
C SUBROUTINA PARA CALCULAR EL ESPECTRO DE FRECUENCIAS DEL FILTRO
C LINEAL.
DIMENSION AMP(1024),FZ(1024),FR(1024)
COMPLEX*16 ZAF(1024)
DO 1 I=1,NFREQ
AMP(I)=SNGL( CDABS(ZAF(I)) )
FZ(I)=ATAN2(SNGL( DIMAG( ZAF(I) ) ),SNGL( DREAL( ZAF(I) ) ) )
CONTINUE
CALL DRUM(PI,NFREQ,FZ)
DO 2 I=1,NFREQ
FZ(I)=FZ(I)*180./PI
VFN=FZ(NFREQ)/180.

```

```

C      WRITE(6,*) 'VFN=',VFN
      RETURN
      END
      SUBROUTINE DRUM(P1,LPHZ,PHZ)
C SUBROUTINA PARA CALCULAR LAS FASES.
      DIMENSION PHZ(LPHZ)
      PJ=0.0
      DO 40 I=2,LPHZ
      IF(ABS(PHZ(I)+PJ-PHZ(I-1))-PI) 40,40,10
10     IF(PHZ(I)+PJ-PHZ(I-1)) 20,40,30
20     PJ=PJ+PI*2.
      GO TO 40
30     PJ=PJ-PI*2.
40     PHZ(I)=PHZ(I)+PJ
      RETURN
      END
      SUBROUTINE WENER(SAMPFC,L,DISP,R)
C SUBROUTINA PARA CALCULAR LA FUNCION DE SALIDA WENNER.
      DIMENSION R(1024)
      COMPLEX*16 R
      DOUBLE PRECISION SAMPFC,SI,XL,XD,XTT,DISP,AR,BR,CR,DR
      DOUBLE PRECISION ROWEN
      SI=DLG(10.0D0)/SAMPFC
      XL=L
      XD=-(XL/2.0D0)*SI
      DO 1 I=1,L
      XTT=XD-DISP
      IF(XTT.LT.-.225D3.OR,XTT.GT..247D3) GO TO 2
      AR=DEXP(XTT)
      BR=AR*AR
      CR=AR*((DSQRT(1.0D0 + BR))**3.)
      DR=AR*((DSQRT(1.0D0+4.0D0*BR))**3.)
      ROWEN=2.0D0*(CR-DR)/3.0D0
      R(I)=DCMPLX(ROWEN,0.0D0)
      GO TO 3
2     R(I)=DCMPLX(0.0D0,0.0D0)
3     XD=XD+SI
      CONTINUE
1     RETURN
      END

```

FILTRO LINEAL DIRECTO  
 SCHLUMBERGER  
 INTERVALO DE MUESTREO= LN(10.) / 6.0

| ABSCISA LOGARITMICA<br>(LN X) | COEFICIENTES DE<br>FILTRO LINEAL |
|-------------------------------|----------------------------------|
| -24.3070                      | -0.6773304139784E-11             |
| -23.9241                      | 0.1600114336138E-10              |
| -23.5403                      | -0.1794636327606E-10             |
| -23.1565                      | 0.2792207437485E-10              |
| -22.7728                      | -0.3674942641865E-10             |
| -22.3890                      | 0.525685467378E-10               |
| -22.0053                      | -0.7216877095928E-10             |
| -21.6215                      | 0.1010809630442E-09              |
| -21.2377                      | -0.1401894433872E-09             |
| -20.8540                      | 0.1953655709430E-09              |
| -20.4702                      | -0.2716171176864E-09             |
| -20.0864                      | 0.3780654955765E-09              |
| -19.7027                      | -0.5259344626474E-09             |
| -19.3189                      | 0.7318407546641E-09              |
| -18.9351                      | -0.1018223505511E-08             |
| -18.5514                      | 0.1416767370088E-08              |
| -18.1676                      | -0.1971241392340E-08             |
| -17.7838                      | 0.2742760241148E-08              |
| -17.4001                      | -0.3816210014662E-08             |
| -17.0163                      | 0.5309800599207E-08              |
| -16.6326                      | -0.7387936040715E-08             |
| -16.2488                      | 0.1027941376464E-07              |
| -15.8650                      | -0.1430254314982E-07             |
| -15.4813                      | 0.1990023612564E-07              |
| -15.0975                      | -0.2768873663683E-07             |
| -14.7137                      | 0.3852547791894E-07              |
| -14.3300                      | -0.5360346833072E-07             |
| -13.9462                      | 0.7458263695526E-07              |
| -13.5624                      | -0.1037725709807E-06             |
| -13.1787                      | 0.1443867887474E-06              |
| -12.7949                      | -0.2008964656852E-06             |
| -12.4111                      | 0.2795222737400E-06              |
| -12.0274                      | -0.3889215349773E-06             |
| -11.6436                      | 0.5411365009422E-06              |
| -11.2599                      | -0.7529249614890E-06             |
| -10.8761                      | 0.1047602495419E-05              |
| -10.4923                      | -0.1457610096622E-05             |
| -10.1086                      | 0.2028085418715E-05              |
| -9.7248                       | -0.2821831230904E-05             |
| -9.3410                       | 0.3926230874640E-05              |
| -8.9573                       | -0.5462865374284E-05             |
| -8.5735                       | 0.7600898243254E-05              |
| -8.1897                       | -0.1057569170371E-04             |
| -7.8060                       | 0.1471469477110E-04              |

|         |                       |
|---------|-----------------------|
| -7.4222 | -0.2047342604783E-04  |
| -7.0384 | 0.2848538315448E-04   |
| -6.6547 | -0.3963103154092E-04  |
| -6.2709 | 0.5513220094144E-04   |
| -5.8872 | -0.76678226139368E-04 |
| -5.5034 | 0.1065844242484E-03   |
| -5.1196 | -0.1479542406742E-03  |
| -4.7359 | 0.2047083398793E-03   |
| -4.3521 | -0.2809216384776E-03  |
| -3.9683 | 0.3771722258534E-03   |
| -3.5846 | -0.4731216758955E-03  |
| -3.2008 | 0.4344328772277E-03   |
| -2.8170 | 0.5749663105235E-03   |
| -2.4333 | -0.7770267780870E-02  |
| -2.0495 | 0.4387804120779E-01   |
| -1.6657 | -0.1224028542638E+00  |
| -1.2820 | 0.3189487910241E-01   |
| -0.8982 | 0.1968641281128E+00   |
| -0.5145 | 0.2200977590685E+00   |
| -0.1307 | 0.1856304705143E+00   |
| 0.2531  | 0.1374948505640E+00   |
| 0.6368  | 0.9818574786186E-01   |
| 1.0206  | 0.6791961183085E-01   |
| 1.4044  | 0.4582411253452E-01   |
| 1.7881  | 0.3194561973214E-01   |
| 2.1719  | 0.2185455337167E-01   |
| 2.5557  | 0.1487342640758E-01   |
| 2.9394  | 0.1015412248671E-01   |
| 3.3232  | 0.6909346207976E-02   |
| 3.7070  | 0.4713446732229E-02   |
| 4.0907  | 0.3207999747247E-02   |
| 4.4745  | 0.2187601523474E-02   |
| 4.8582  | 0.1489252703358E-02   |
| 5.2420  | 0.1015296205878E-02   |
| 5.6258  | 0.6913191755302E-03   |
| 6.0095  | 0.4712219524663E-03   |
| 6.3933  | 0.3209046262782E-03   |
| 6.7771  | 0.2187089557992E-03   |
| 7.1608  | 0.1489583955845E-03   |
| 7.5446  | 0.1015112575260E-03   |
| 7.9284  | 0.6914297409821E-04   |
| 8.3121  | 0.4711582732853E-04   |
| 8.6959  | 0.3209421995233E-04   |
| 9.0797  | 0.2186870733567E-04   |
| 9.4634  | 0.1489712303737E-04   |
| 9.8472  | 0.10150375640137E-04  |
| 10.2309 | 0.6914736331944E-05   |
| 10.6147 | 0.4711322255347E-05   |
| 10.9985 | 0.3209572014384E-05   |
| 11.3822 | 0.2186782921854E-05   |
| 11.7660 | 0.1489763576501E-05   |
| 12.1498 | 0.1015007569549E-05   |
| 12.5335 | 0.6914912091815E-06   |
| 12.9173 | 0.4711223198228E-06   |

|         |                     |
|---------|---------------------|
| 13.3011 | 0.3209632097878E-06 |
| 13.6848 | 0.2186747849464E-06 |
| 14.0686 | 0.1489784153819E-06 |
| 14.4524 | 0.1014995518744E-06 |
| 14.8361 | 0.6914982009221E-07 |
| 15.2199 | 0.4711102199912E-07 |
| 15.6036 | 0.3209655830005E-07 |
| 15.9874 | 0.2186734171516E-07 |
| 16.3712 | 0.1489791667808E-07 |
| 16.7549 | 0.1014991823922E-07 |
| 17.1387 | 0.6914994796990E-08 |
| 17.5225 | 0.4711187884254E-08 |
| 17.9062 | 0.3209636112445E-08 |
| 18.2900 | 0.2186767655843E-08 |
| 18.6738 | 0.1489742995621E-08 |
| 19.0575 | 0.1015040147047E-08 |
| 19.4413 | 0.6914038785943E-09 |
| 19.8251 | 0.4712524259709E-09 |
| 20.2088 | 0.3207770993274E-09 |
| 20.5926 | 0.2186766882233E-09 |
| 20.9763 | 0.1486125389416E-09 |
| 21.3601 | 0.1020090262260E-09 |
| 21.7439 | 0.6844121103189E-10 |
| 22.1276 | 0.4809716187009E-10 |
| 22.5114 | 0.3072589752073E-10 |
| 22.8952 | 0.2377521096664E-10 |
| 23.2789 | 0.1224126008892E-10 |
| 23.6627 | 0.1384942160954E-10 |
| 24.0465 | 0.1763755808071E-11 |
| 24.4302 | 0.1188284193265E-10 |

VALOR DEL DESPLAZAMIENTO= 0.2530764

SUMA DE LOS COEFICIENTES=1.0000000000

```

CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C
C   P R O G R A M A           M   C
C
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C
C   ORIGINAL DE OTTO KOEFOED (1979)
C   MODIFICADO POR:
C           PEDRO ANGUIANO ROJAS
C           Y   EDUARDO AMADOR TERRAZAS (1985)
C
C
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C
C PROGRAMA PARA OBTENER LOS PESOS DEL FILTRO POR EL METODO DE MINIMOS
C CUADRADOS
C
C           DIMENSION X(50),Y(50),Z(50),B(50),R(50),A(50),WS(50)
C
C ESTE PROGRAMA DETERMINA LOS PESOS DE FILTROS UTILIZADOS EN LOS SON-
C DEOS DE RESISTIVIDAD POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS DE WIENER-
C HOPF
C
C EN LA PRIMERA PARTE DEL PROGRAMA LA INFORMACION REQUERIDA ES DADA
C A LA COMPUTADORA.
C
2       WRITE(6,104)
        TYPE 104
        READ (5,* ) NUMU
        WRITE(6,101)
        WRITE(6,102)
        READ(5,* ) XF,N
        WRITE(6,103)
        WRITE(6,102)
        READ(5,* ) XA,KA
        KT=KA+N-1
        FORMAT (FF)
C 100   FORMAT(/,' DAME LOS DATOS DEL FILTRO ')
C 101   FORMAT(' PRIMERA ABSCISA Y NUMERO DE PUNTOS')
C 102   FORMAT(/,' DAME LOS DATOS DE LA FUNCION DE ENTRADA')
C 103   FORMAT(/,' DIME EL NUMERO DE MUESTRAS POR CICLO')
        CALL SAMPLINGDISTANCE(SP,NUMU)
C EN LA SIGUIENTE SECCION DEL PROGRAMA LAS FUNCIONES DE
C ENTRADA Y SALIDA SON CALCULADAS , ALMACENADAS Y SI SE
C DESEA IMPRESAS.
        XX=XA
        DO 22 J=1,KA
            CALL INPUT(XX,P)
            Y(J)=P
C 22   XX=XX+SP
        XX=XA-XF
        DO 24 J=1,KT
            CALL OUTPUT(XX,P)

```



```

Z(J)=P
24 XX=XX+SP
WRITE(6,105)
READ(5,*)MM
IF (MM)30,26,30
26 WRITE(6,106)
DO 27 J=1,KA
27 WRITE(6,108)Y(J)
WRITE(6,107)
DO 29 J=1,KT
29 WRITE(6,108)Z(J)
105 FORMAT(/,' DESEA LA IMPRESION DE LAS FUNCIONES? SI=0')
106 FORMAT(/,' FUNCION DE ENTRADA',/)
107 FORMAT(/,' FUNCION DE LA SALIDA DESEADA')
108 FORMAT(F10.6)
C
C EN LA SIGUIENTE SECCION DEL PROGRAMA LA FUNCION DE CORRELACION Y
C LA FUNCION DE AUTOCORRELACION SON CALCULADAS Y ALMACENADAS.
C
30 DO 40 I=1,N
R(I)=0.0
DO 32 J=1,KA
32 B(I)=B(I)+Y(J)*Z(J+I-1)
R(I)=0.0
IF (I-KA) 35,35,40
35 DO 37 J=I,KA
37 R(I)=R(I)+Y(J)*Y(J+1-I)
40 CONTINUE
C
C EN LA SIGUIENTE SECCION DEL PROGRAMA EL SISTEMA DE ECUACIONES NOR-
C MALES ES RESUELTO POR MEDIO DEL ALGORITMO DE LEVINSON.
C
A(1)=1.0
ALFK=R(1)
BETK=R(2)
X(1)=R(1)/R(1)
GAMK=X(1)*R(2)
DO 20 K=2,N
RK=-BETK/ALFK
A(K)=0.0
DO 5 I=2,K
L=K+1-I
5 WS(I)=A(I)+RK*A(L)
DO 7 I=2,K
7 A(I)=WS(I)
ALFK=ALFK+RK*BETK
RK=(B(K)-GAMK)/ALFK
X(K)=0.0
DO 6 I=1,K
L=K+1-I
6 X(I)=X(I)+RK*A(L)
IF(K-N) 10,11,11
10 I=K+1
J=K

```

```

BETK=0.0
GAMK=0.0
DO 15 L=2, I
  BETK=A(J)*R(L)+BETK
  GAMK=X(J)*R(L)+GAMK
15  J=J-1
20  CONTINUE
11  WRITE(6,110)
    XX=-XF
    SI1=0.0
    DO 42 J=1,N
      WRITE(6,111) XX,X(J)
      SI1=SI1+X(J)
      XX=XX+SP
42  WRITE(6,116)
    WRITE(6,117) SI1
110  FORMAT(/,' ARCSISA      COEFICIENTES DEL FILTRO',/)
111  FORMAT(2F20,12)
116  FORMAT(/,' SUMA DE LOS PESOS DEL FILTRO',/)
117  FORMAT(F20,12)

```

EN LA SIGUIENTE SECCION DEL PROGRAMA LA FUNCION DE SALIDA REAL  
Y LA RAIZ DEL ERROR MEDIO CUADRATICO SON CALCULADAS.

```

Q=0.0
DO 44 I=1,50
  A(I)=0.0
  B(I)=0.0
44  DO 60 I=1,KT
    DO 54 J=1,N
      L=I+1-J
      IF(L) 55,55,46
46  IF(L-KA) 48,48,54
48  IF(I-50) 50,50,52
50  A(I)=A(I)+X(J)*Y(L)
      GO TO 54
52  K=I-50
      B(K)=B(K)+X(J)*Y(L)
54  CONTINUE
55  IF(I-50) 56,56,58
56  Q=Q+(A(I)-Z(I))*(A(I)-Z(I))
      GO TO 60
58  K=I-50
      Q=Q+(B(K)-Z(I))*(B(K)-Z(I))
60  CONTINUE
    Q=SQRT(Q/FLOAT(KT))
    WRITE(6,112) Q
112  FORMAT(/,' E.M.C. ERROR=',F12.8)
      WRITE(6,113)
      READ(5,*) MB
113  FORMAT(/,' DESEA LA IMPRESION INDIVIDUAL DE LOS ERRORES? SI=0')
      IF(MB) 72,62,72
62  WRITE(6,114)
114  FORMAT(/,' SALIDA ERROR',/)

```

```
      DO 70 I=1,KT
      IF(I-50) 64,64,66
64     P=A(I)
      GO TO 68
66     P=B(I-50)
68     Q=P-Z(I)
      WRITE(6,115) P,Q
115    FORMAT(2F10.6)
70     CONTINUE
      GO TO 2
72     STOP
      END
```

```
      SUBROUTINE SAMPLINGDISTANCE(SP,NUMU)
      SP=ALOG(10.)/NUMU
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE OUTPUT(XX,P)
      T=EXP(-XX)
      P=T*EXP(-T)
      RETURN
      END
```

```
      SUBROUTINE INPUT(XX,P)
      T=EXP(XX)
      Q2=SQRT(1.+T*T)
      P=3.*T*(Q2**5.)*T*T
      RETURN
      END
```

FILTRO LINEAL DIRECTO  
 SCHLUMBERGER  
 INTERVALO DE MUESTRO= LN(10.)/ 4.0

| ABSCISA         | COEFICIENTES DEL FILTRO |
|-----------------|-------------------------|
| -7.844999790192 | 0.000000253095          |
| -7.269353389740 | -0.000000829937         |
| -6.693706989288 | 0.000001408045          |
| -6.118060588837 | -0.000001341727         |
| -5.542414188385 | -0.000000488949         |
| -4.966767787933 | 0.000008852462          |
| -4.391121387482 | -0.000037318794         |
| -3.815475225449 | 0.000127060368          |
| -3.239829063416 | -0.000347796507         |
| -2.664182901382 | 0.000234139508          |
| -2.088536739349 | 0.010295531712          |
| -1.512890458107 | -0.107966803014         |
| -0.937244176865 | 0.273100942373          |
| -0.361597895622 | 0.316072344730          |
| 0.214048385620  | 0.214193120599          |
| 0.789694666862  | 0.126988753676          |
| 1.365340948105  | 0.073184184730          |
| 1.940987229347  | 0.040969923139          |
| 2.516633510590  | 0.023408796638          |
| 3.092279911041  | 0.012916403823          |
| 3.667926311493  | 0.007459401619          |
| 4.243572711945  | 0.004046517890          |
| 4.819219112396  | 0.002389324829          |
| 5.394865512848  | 0.001255286857          |
| 5.970511913300  | 0.000775960856          |
| 6.546158313751  | 0.000379494362          |
| 7.121804714203  | 0.000259843015          |
| 7.697451114655  | 0.000110664507          |
| 8.273097038269  | 0.000080479833          |
| 8.848743438721  | 0.000055413646          |

SUMA DE LOS PESOS DEL FILTRO

0.999959468842

E.M.C. ERROR= 0.00000099

-----  
PROGRAMA --- PRUFIL ---  
-----

ESTE PROGRAMA SIRVE PARA PROBAR LA EFICIENCIA DE LOS FILTROS DIRECTOS OBTENIDOS POR MEDIO DE LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER.

-----  
CC  
C AUTORES: PEDRO ANGUIANO ROJAS C  
C Y C  
C EDUARDO H. AMADOR TERRAZAS. C  
C CCC  
C ULTIMA REVISION: MAYO DE 1985. C  
C CCC  
-----

DATOS DE ENTRADA:

NF-- NUMERO DE FILTRO QUE SE DESEA UTILIZAR.  
NA-- NUMERO DE ABCISAS DE LA FUNCION DE SALIDA.

-----  
FILTROS POR TRANSFORMADA DE FOURIER PARA ARREGLO SCHLUMBERGER:

NF=1 FILTRO PARA TRES MUESTRAS POR CICLO Y 32 COEFICIENTES  
APILADOS DEL FILTRO DE 128 COEFICIENTES.  
NF=2 FILTRO PARA SEIS MUESTRAS POR CICLO Y 64 COEFICIENTES  
APILADOS DEL FILTRO DE 128 COEFICIENTES.  
NF=3 FILTRO PARA SEIS MUESTRAS POR CICLO Y 128 COEFICIENTES.  
NF=4 FILTRO PARA OCHO MUESTRAS POR CICLO Y 128 COEFICIENTES.

FILTROS POR TRANSFORMADA DE FOURIER PARA ARREGLO WENNER:

NF=5 FILTRO PARA TRES MUESTRAS POR CICLO Y 32 COEFICIENTES  
APILADOS DEL FILTRO DE 128 COEFICIENTES.  
NF=6 FILTRO PARA SEIS MUESTRAS POR CICLO Y 128 COEFICIENTES.  
NF=7 FILTRO PARA OCHO MUESTRAS POR CICLO Y 128 COEFICIENTES.

FILTRO OBTENIDOS POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER:

NF=8 FILTRO PARA TRES MUESTRAS POR CICLO.  
NF=9 FILTRO PARA CUATRO MUESTRAS POR CICLO.

CC

```

----- INICIO DEL PROGRAMA.
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION X(300),AFK(200),RE(300),TRANS(200),TR(200),DIF(200)
      COMMON CF (128)
----- SE ELIGE EL FILTRO Y EL
      5 READ(5,*) NF,NA
----- NUMERO DE ABCISAS.

----- SE ELIGE LA ABCISA
      READ(5,*) XOR
----- INICIAL EN CICLOS LOG.

----- SE INTRODUCE LOS VALORES
      READ (5,*) RO1,RO2
----- DE RHO1 Y DE RHO2 .

----- SE SELECCIONA EL
      Filtro
----- FILTRO ADECUADO.

      IF (NF.LT.1.OR.NF.GE.10) GO TO 6
      WRITE(6,103)
      CALL FILTRO(NF,ND,DINC,DES,NPF)
      WRITE(6,*)
      WRITE(6,*) ' RESISTIVIDADES UTILIZADAS PARA LA
*FUNCION KERNEL TEORICA'
      WRITE(6,102) RO1,RO2
      NAR = NPF + NA - 1
      OR = XOR*DL06(10.000)
      X(ND+1) = OR
      DO 1 I=1,ND
      X(ND+1-I)=X(ND+2-I)-DINC
1 CONTINUE
      DO 2 I=1,NAR-ND
      X(ND+I+1) = X(ND+I) + DINC
2 CONTINUE
      DO 3 I=1,NA
      AFK(I) = DEXP( X(ND+I) )
3 CONTINUE

----- SE LLAMA A LA FUNCION DE
      FUR
----- RESISTIVIDAD TEORICA.

      CALL FUR(NF,NAR,X,DES,RO1,RO2,RE)

----- SE REALIZA LA CONVOLUCION.----
      CALL CONU(NA,NPF,RE,TRANS)

```

```

----- SE LLAMA A LA FUNCION KERNEL-----
-----TEORICA,-----
CALL FTR(NA,ND,X,RD1,RD2,TR)
WRITE(6,104)
WRITE(6,*)'   ABSCISA:
1   TRANSFORMACION   TRANSFORMACION   E R R O R
WRITE(6,*)'   1/LAMBDA
1   DE RESISTIVIDAD   DE RESISTIVIDAD   RELATIVO(%)'
WRITE(6,*)'
1   E X A C T A   O B S E R V A D A
WRITE(6,104)
DO 4 I=1,NA
      DIF(I) = ((TR(I) - TRANS(I))*100.DO)/TR(I)
      WRITE(6,101) AFK(I),TR(I),TRANS(J),DIF(I)
4   CONTINUE
GO TO 5
6   CALL EXIT
101  FORMAT(3X,E11.5,7X,F12.5,7X,F12.5,7X,E14.7)
102  FORMAT('   RHO1 = ',F10.2,5X,'   RHO2 = ',F10.2)
103  FORMAT(///// )
104  FORMAT(/// )
END

```

```

-----
SUBROUTINA PARA MUESTREAR LA FUNCION DE
TRANSFORMADA DE RESISTIVIDAD TEORICA.
-----

```

```

SUBROUTINE FTR(NA,ND,X,A,B,TR)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION X(NA+ND),TR(NA)
IF(A.GE.B) GO TO 2
TYPE *, ' C A S O   A S C E N D E N T E '
DO 1 I=1,NA
      X(I) = X(I+ND)
      TT = X(I)
      IF(TT.GE.20.DO)THEN
          TR(I) = B
      ELSE
          AT = DEXP(-TT)
          BT = DEXP(-AT)
          TR(I) = A + (B - A)*(1 - BT)/AT
      ENDIF
1   CONTINUE
GO TO 4
2   TYPE *, ' C A S O   D E S C E N D E N T E '
DO 3 I=1,NA
      X(I) = X(I+ND)
      TT = X(I)
      AT = DEXP(-TT)
      BT = AT*AT
      TR(I) = B + (A - B)*AT/((1 + BT)**0.5DO)
3   CONTINUE
4   RETURN
END

```

-----  
 SUBROUTINA PARA MUESTREAR LA FUNCION  
 DE RESISTIVIDAD APARENTE TEORICA.  
 -----

```

SUBROUTINE FUR(NF,NAR,X,DES,A,B,RE)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION X(NAR),Y(300),RE(NAR)
IF(NF.GT.4.AND.NF.LT.8) GO TO 3
DO 2 I=1,NAR
  Y(I) = X(I) - DES
  XT = Y(I)
  IF (XT.GT.29.DO) XT=29.DO
  AR = DEXP(XT)
  IF (A.GE.B) GO TO 1
  RE(I) = A + (B - A)*AR/((1.DO + AR**2.DO)**0.5DO)
  GO TO 2
1  BR = DEXP(-AR)
  RE(I) = B + (A - B)*BR*(1 + AR)
2  CONTINUE
  GO TO 7
3  DO 6 I=1,NAR
  Y(I) = X(I) - DES
  XT = Y(I)
  IF (XT.GT.18.DO) GO TO 5
  AR = DEXP(XT)
  AR2 = AR*2.DO
  IF (A.GE.B) GO TO 4
  AR3 = DEXP(-XT)
  AR4 = AR3*0.5DO
  DR1 = DLOG(AR3 + ((AR3**2.DO + 1.DO)**.5DO))
  DR2 = DLOG(AR4 + ((AR4**2.DO + 1.DO)**.5DO))
  RE(I) = A + (B - A)*AR2*(DR1 - DR2)
  GO TO 6
4  BR = DEXP(-AR)
  BR2 = DEXP(-AR2)
  RE(I) = B + (A - B)*(2.DO*BR - BR2)
  GO TO 6
5  RE(I) = B
6  CONTINUE
7  RETURN
END

```

-----  
 SUBROUTINA PARA REALIZAR LA  
 CONVOLUCION.  
 -----

```

SUBROUTINE CONV(NA,NPF,RE,TRANS)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION TRANS(NA+1),RE(NA+NPF)
COMMON CF(128)
DO 2 J=1,NA
  TRANS(J) = 0.000
  SUM=0.000

```



```

      J1 = J - 1
      DO 1 K=1, NPF
          KK = K + J1
          KKK = NPF + 1 - K
          TRANS(J) = TRANS(J) + (CF(KKK)*RE(KK))
          SUM=SUM+CF(K)
1      CONTINUE
2      PRINT *, 'SUM', SUM
      RETURN
      END

```

-----  
 SUBROUTINA QUE CONTIENE LOS COEFICIENTES  
 DE LOS FILTROS RESPECTIVOS.  
 -----

```

SUBROUTINE FJLTRO(NF,ND,DIN,DES,NPF)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION A(128),C(128),D(128),G(128),
*      D(128),F(128),T(30),U(30)
COMMON CF(128)

```

-----  
 \* A CONTINUACION SE ENUNCIAN LOS COEFICIENTES  
 \* DE TODOS LOS FILTROS QUE UTILIZA ESTE  
 \* PROGRAMA. SE ENCONTRARAN ENLISTADOS EN  
 \* LAS INSTRUCCIONES DATA EN ORDEN NORMAL.  
 -----

DATA A/

```

* -0.8326672684689E-16, 0.8326672684689E-16,-0.5551115123126E-16
* 0.7632783294298E-16,-0.5898059818321E-16, 0.3989863994747E-16
* -0.4423544863741E-16, 0.1040834085586E-16,-0.1301042606983E-17
* -0.4147073309757E-16, 0.3106239224171E-16,-0.3058805379125E-16
* 0.2803340242233E-16,-0.3152656629681E-16,-0.4577366046962E-17
* 0.2446977960170E-17,-0.2446437615951E-16,-0.3314461098430E-16
* 0.5373254086070E-16,-0.8942571516461E-16, 0.9244162891287E-16
* -0.8248602716731E-16, 0.8913324395235E-16,-0.7683202930483E-16
* 0.6995811209240E-16,-0.6062865960077E-16, 0.3838042272502E-16
* -0.3279195411066E-16, 0.3024006883371E-16,-0.9828635071097E-17
* 0.3180401921787E-16,-0.2642865879909E-16, 0.1534146074067E-16
* -0.1150091078742E-16, 0.7090194336930E-17,-0.3217658798321E-16
* 0.7044890151087E-16,-0.3623641028195E-16, 0.3488624969020E-16
* -0.3354885414965E-16, 0.4990197001436E-16, 0.6484561312868E-16
* -0.3330466050666E-15, 0.1523912857273E-14,-0.6412938959705E-14
* 0.2676835193934E-13,-0.1114908404314E-12, 0.4645149824685E-12
* -0.1935621584889E-11, 0.8065798896839E-11,-0.3360982672729E-10
* 0.1400514287675E-09,-0.5835918970298E-09, 0.2431817414106E-08
* -0.1013333061906E-07, 0.4222504301765E-07,-0.1759409826718E-06
* 0.7328765150305E-06,-0.3046850451938E-05, 0.1251058256457E-04
* -0.4722167432192E-04, 0.6569364632014E-04, 0.3135937964544E-02
* -0.7093933969736E-01, 0.4077324271202E+00, 0.3439262509346E+00

```

\*. 0.1632107645273E+00, 0.8408172428608E-01, 0.3531472012401E-01  
 \*. 0.1845572854877E-01, 0.7356124930084E-02, 0.4171989392489E-02  
 \*. 0.1496782642789E-02, 0.9500044980086E-03, 0.2927687892225E-03  
 \*. 0.2219164744020E-03, 0.5306443199515E-04, 0.5362194860736E-04  
 \*. 0.8058649655140E-05, 0.1351104765490E-04, 0.5991907414682E-06  
 \*. 0.3570923354346E-05, -0.2540895991388E-06, 0.9917795433001E-06  
 \*. -0.1838790382180E-06, 0.2886401944124E-06, -0.8313442041458E-07  
 \*. 0.8745074353556E-07, -0.3257829916947E-07, 0.2735535709064E-07  
 \*. -0.1196178422820E-07, 0.8763086256636E-08, -0.4242945550459E-08  
 \*. 0.2855024437487E-08, -0.1475530253536E-08, 0.9410142665089E-09  
 \*. -0.5070976416558E-09, 0.3125738001764E-09, -0.1730152132673E-09  
 \*. 0.1043589936689E-09, -0.58764437531027E-10, 0.3495863321046E-10  
 \*. -0.1990258652329E-10, 0.1173589177228E-10, -0.6728555646679E-11  
 \*. 0.3945274830924E-11, -0.2272140375154E-11, 0.1327474371746E-11  
 \*. -0.7666923194406E-12, 0.4468836867395E-12, -0.2585891841368E-12  
 \*. 0.1505101246543E-12, -0.8724093767277E-13, 0.5074274198524E-13  
 \*. -0.2943551977684E-13, 0.1711398052082E-13, -0.9926748415238E-14  
 \*. 0.5741300277806E-14, -0.3338171032931E-14, 0.1928491368265E-14  
 \*. -0.1090391336352E-14, 0.6036114012625E-15, -0.3451320446882E-15  
 \*. 0.1789102991191E-15, -0.9531153535684E-16, 0.2533644951827E-16  
 \*. -0.4618701254788E-16, 0.6245004513517E-16/

## DATA C/

\* -0.6773304139784E-11, 0.1608114336138E-10, -0.1784636327606E-10  
 \*. 0.2792207437485E-10, -0.3674942441863E-10, 0.5256854623785E-10  
 \*. -0.7216877095928E-10, 0.1010809630442E-09, -0.1401894433872E-09  
 \*. 0.1953655709430E-09, -0.2716171176864E-09, 0.3780654955765E-09  
 \*. -0.5259344626474E-09, 0.7318407546641E-09, -0.1018223505511E-08  
 \*. 0.1416767370088E-08, -0.1971241392340E-08, 0.2742760241148E-08  
 \*. -0.3816210014662E-08, 0.5309800599207E-08, -0.7387936040715E-08  
 \*. 0.1027941376464E-07, -0.1430254314982E-07, 0.1990023612564E-07  
 \*. -0.2768673663683E-07, 0.3852547791894E-07, -0.5360346833072E-07  
 \*. 0.7458268695526E-07, -0.1037725709807E-06, 0.1443867887474E-06  
 \*. -0.2008964666852E-06, 0.2795227374008E-06, -0.3089215349773E-06  
 \*. 0.5411365009422E-06, -0.7529249614890E-06, 0.1047602495419E-05  
 \*. -0.1457610096622E-05, 0.2028085418715E-05, -0.2621831230904E-05  
 \*. 0.3926230874640E-05, -0.5462845374284E-05, 0.7600898243254E-05  
 \*. -0.1057569170371E-04, 0.1471469477110E-04, -0.2047342604783E-04  
 \*. 0.2848538315448E-04, -0.3963103154092E-04, 0.5513220094144E-04  
 \*. -0.7667826179388E-04, 0.1065344262684E-03, -0.1479542406742E-03  
 \*. 0.2047083398793E-03, -0.2809216384776E-03, 0.3771722258534E-03  
 \*. -0.4731214758955E-03, 0.4544328722277E-03, 0.5749663105235E-03  
 \*. -0.7770267780870E-03, 0.4387864120777E-03, -0.1224028542638E+00  
 \*. 0.3187487010241E-01, 0.1768641281128E+00, 0.2200097590685E+00  
 \*. 0.1856304705143E+00, 0.1376948505640E+00  
 \*. 0.9818574286186E-01, 0.6791941193085E-01, 0.4482411253452E-01  
 \*. 0.3194561973214E-01, 0.2185455337167E-01, 0.1487342440758E-01  
 \*. 0.1015412248471E-01, 0.6909346207976E-02, 0.4713467322290E-02  
 \*. 0.3207999747247E-02, 0.2187601523474E-02, 0.1489252783358E-02  
 \*. 0.1015296205878E-02, 0.6913191785302E-03, 0.4712219524663E-03  
 \*. 0.3209044667782E-03, 0.2187089557992E-03, 0.1489583955845E-03  
 \*. 0.1015112575240E-03, 0.4914297409821E-04, 0.4711582732853E-04  
 \*. 0.3209421998233E-04, 0.2186870733567E-04, 0.1489712303737E-04  
 \*. 0.1015037560137E-04, 0.6914736331964E-05, 0.4711326255347E-05

\* 0.3209572014384E-05, 0.2186782921854E-05, 0.1489763576501E-05  
 \* 0.1015007569549E-05, 0.6914912091815E-06, 0.4711223198228E-06  
 \* 0.3209632097876E-06, 0.218674784.464E-06, 0.1489784153819E-06  
 \* 0.1014923510744E-06, 0.6914982009221E-07, 0.4711182199912E-07  
 \* 0.3209655030005E-07, 0.2186734171516E-07, 0.1489791667808E-07  
 \* 0.1014991823922E-07, 0.6914.44798990E-08, 0.4711187884254E-08  
 \* 0.3209636112445E-08, 0.2186767655845E-08, 0.1489742995631E-08  
 \* 0.1015069147047E-08, 0.6914038785943E-09, 0.4712524259709E-09  
 \* 0.3207720993924E-09, 0.2189366882233E-09, 0.1486125389416E-09  
 \* 0.1020020248260E-09, 0.68844121103189E-10, 0.4899716167009E-10  
 \* 0.3027580752973E-10, 0.2377521096664E-10, 0.1224126008892E-10  
 \* 0.1384942160254E-10, 0.1763755803071E-11, 0.1188284192365E-10/

## DATA D/

\* 0.0201602730294E-09, 0.1351367906466E-08, 0.5215114451396E-10  
 \* 0.1293921747535E-08, 0.6627553510127E-09, 0.1637610158589E-08  
 \* -0.1563414086920E-08, 0.2421597371212E-08, -0.2903447260394E-08  
 \* 0.4042333578152E-08, 0.5082122722455E-08, 0.6770293099223E-08  
 \* -0.8235661083322E-08, 0.1147991213202E-07, -0.1492815826509E-07  
 \* 0.1989899427500E-07, -0.2544149424631E-07, 0.3326091047029E-07  
 \* -0.43399630568700E-07, 0.5636606384125E-07, -0.7395978227982E-07  
 \* 0.9655224175231E-07, -0.1260302998978E-06, 0.1645197897915E-06  
 \* -0.2147891754206E-06, 0.280433372550E-06, -0.3659396565148E-06  
 \* 0.4776859441336E-06, 0.6245534897314E-06, 0.8139656415551E-06  
 \* -0.1023521505246E-05, 0.1386978983335E-05, -0.1810511207633E-05  
 \* 0.2363377333950E-05, 0.3085057642238E-05, 0.4027104296256E-05  
 \* -0.5256286153031E-05, 0.6861891051813E-05, -0.8958943020166E-05  
 \* 0.1149127335743E-04, -0.1525940024294E-04, 0.1991423414438E-04  
 \* -0.2598344620311E-04, 0.3388567844473E-04, -0.4416531010065E-04  
 \* 0.57247484101448E-04, 0.7458667094216E-04, 0.9626257087803E-04  
 \* -0.1228461187566E-03, 0.1529195578769E-03, -0.1787072635527E-03  
 \* 0.1856681527212E-03, 0.1119790725201E-04, -0.9720939770999E-03  
 \* 0.5541476655412E-02, -0.2350310049951E-01, 0.6508437544107E-01  
 \* -0.4236447333927E-01, -0.7598526030729E-01, 0.46227410610318E-01  
 \* 0.1387266773480E+00, 0.1672858149813E+00, 0.1584376245737E+00  
 \* 0.1350435614565E+00, 0.1081024592810E+00  
 \* 0.6446687422252E-01, 0.6446525054821E-01, 0.4899882897735E-01  
 \* 0.3662992259836E-01, 0.2783361634102E-01, 0.2088584378362E-01  
 \* 0.15700206837277E-01, 0.1174741116230E-01, 0.8837486617267E-02  
 \* 0.6621453214097E-02, 0.4970907233655E-02, 0.3724567126483E-02  
 \* 0.2795448759571E-02, 0.2094704914059E-02, 0.1571958768182E-02  
 \* 0.1128035067045E-02, 0.8839433687307E-03, 0.6624900852330E-03  
 \* 0.4970591393807E-03, 0.3725605492946E-03, 0.2795072214212E-03  
 \* 0.2095142292166E-03, 0.1571737084305E-03, 0.1178213060484E-03  
 \* 0.8838796344038E-04, 0.6625740234396E-04, 0.4970027293894E-04  
 \* 0.3726005828894E-04, 0.2794797546812E-04, 0.2095324816764E-04  
 \* 0.1571603349311E-04, 0.1178305865324E-04, 0.8837651876092E-05  
 \* 0.6624188678638E-05, 0.4969715973857E-05, 0.3726222075784E-05  
 \* 0.2794447344762E-05, 0.2095128953908E-05, 0.1571531811351E-05  
 \* 0.1178355660159E-05, 0.8837509906085E-06, 0.6626421509281E-06  
 \* 0.4969560436514E-06, 0.3726322006514E-06, 0.2794588453980E-06  
 \* 0.2093456324014E-06, 0.1571530248197E-06, 0.1178333874918E-06  
 \* 0.8837740290172E-07, 0.6625717217322E-07, 0.4970563338702E-07  
 \* 0.3724958145934E-07, 0.2796418918649E-07, 0.2093034545680E-07

\* 0.1574715449133E-07, 0.1174158104078E-07, 0.8892405934544E-08  
 \* 0.4654283338289E-08, 0.5043888755143E-08, 0.3503083609249E-08  
 \* 0.2955930487014E-08, 0.1685318567922E-08, 0.1845881336671E-08

## DATA G/

\* -0.6106224635438E-15, 0.4143536242344E-15, -0.2914335439641E-15  
 \* 0.2359223927328E-15, -0.127138045894535E-15, 0.15265546588260E-15  
 \* -0.1049507209266E-15, 0.44883753385137E-16, -0.2016616020823E-15  
 \* -0.1447409900268E-15, 0.2634811279140E-16, -0.3160972828967E-16  
 \* 0.170544729418E-15, -0.1665366298750E-16, -0.7197099941937E-17  
 \* 0.2232843852257E-16, -0.5464665238285E-16, 0.4992835707590E-17  
 \* 0.3974029772589E-16, -0.8078894394787E-16, 0.9828129994615E-16  
 \* -0.1019793707176E-15, 0.1095227479328E-15, -0.1068040283165E-15  
 \* 0.7690844755854E-16, -0.4954754089271E-16, 0.4520356428073E-16  
 \* -0.4120848558824E-16, 0.3691485342805E-16, -0.8164310696207E-17  
 \* 0.24123114524600E-16, -0.4511461278995E-16, 0.1908195823874E-16  
 \* -0.1566920274727E-17, 0.3972738108891E-17, -0.6184607197886E-18  
 \* 0.1637664707708E-15, -0.407884072385E-15, 0.1365080441316E-14  
 \* -0.4389496404936E-15, 0.1508904640353E-15, -0.5178250880931E-15  
 \* 0.1785815554678E-17, -0.8195529266044E-17, 0.212860287333E-11  
 \* -0.7330102470677E-11, 0.2528731911366E-10, -0.8723625294360E-10  
 \* 0.3009476434404E-09, -0.1038209740400E-08, 0.3581617468113E-08  
 \* -0.1235887099302E-07, 0.4882530950427E-07, -0.147048938503E-06  
 \* 0.5072899398328E-06, -0.1780057208484E-06, 0.6037480536359E-05  
 \* -0.2083058732937E-04, 0.7190517499112E-04, -0.2488508471288E-03  
 \* 0.8727062732485E-03, -0.3368264932558E-02, 0.1572357476923E-01  
 \* -0.10688640183954E+00, 0.4420371651649E+00  
 \* 0.3393542468548E+00, 0.164580586712E+00, 0.8146009594202E-01  
 \* 0.3571458954024E-01, 0.1797632873058E-01, 0.7485521491617E-02  
 \* 0.4009002353926E-02, 0.1528440743345E-02, 0.9160320432778E-03  
 \* 0.2948179469462E-03, 0.2125678964704E-03, 0.5128131746207E-04  
 \* 0.5468516246765E-04, 0.6213814050149E-05, 0.1480019273004E-04  
 \* -0.5377619913816E-06, 0.4335098280051E-05, -0.8409894007855E-06  
 \* 0.1389044768905E-05, -0.4613987498576E-06, 0.4734509473199E-06  
 \* -0.2076882310575E-06, 0.1683143758530E-06, -0.96388864940793E-07  
 \* 0.6248925643604E-07, -0.3482472266114E-07, 0.2351456807048E-07  
 \* -0.1375122948843E-07, 0.8950330254720E-08, -0.5377211564908E-08  
 \* 0.3429790185153E-08, -0.2091553814232E-08, 0.1318850251231E-08  
 \* -0.8111813443179E-09, 0.5042797516209E-09, -0.3140983306782E-09  
 \* 0.1961208417889E-09, -0.1215135492227E-09, 0.7572370508413E-10  
 \* -0.4658587382825E-10, 0.3274828761947E-10, -0.1816307174107E-10  
 \* 0.1129944315198E-10, -0.7020063733073E-11, 0.4365722500459E-11  
 \* -0.2712056558926E-11, 0.1386975320721E-11, -0.1048607923583E-11  
 \* 0.6519589013619E-12, -0.4052587800930E-12, 0.2519441361286E-12  
 \* -0.1546143184107E-12, 0.9734633211285E-13, -0.6050935712773E-13  
 \* 0.3762438020101E-13, -0.2339194139225E-13, 0.1450905774648E-13  
 \* -0.9021354897918E-14, 0.5633080807366E-14, -0.3526530196335E-14  
 \* 0.2192907314069E-14, -0.1398187121637E-14, 0.9159339953158E-15/

## DATA H/

\* 0.1774722875325E-06, -0.2194270507516E-06, 0.2713269111609E-06  
 \* -0.3354840314661E-04, 0.4148243293489E-04, -0.5129189730724E-04  
 \* 0.6342146328887E-06, -0.7841953788557E-06, 0.96964534654405E-06  
 \* -0.1198945255965E-05, 0.1482473408032E-05, -0.1833049850575E-05

\* 0.2246531510031E-05, -0.2802522885759E-05, 0.3465266217972E-05  
 \* -0.4284735496185E-05, 0.5297993993736E-05, -0.6550863874911E-05  
 \* 0.8100024388114E-05, -0.1001552664093E-04, 0.1238400818693E-04  
 \* -0.1531258931209E-04, 0.1893372609629E-04, -0.2341119215998E-04  
 \* 0.2884749377447E-04, -0.3579302574508E-04, 0.4425739825820E-04  
 \* -0.5472345400470E-04, 0.6766449223505E-04, -0.8366587280761E-04  
 \* 0.1034512897604E-03, -0.1279156131204E-03, 0.1581653632456E-03  
 \* -0.1955687330337E-03, 0.2418175718049E-03, -0.2970039356519E-03  
 \* 0.3697149513795E-03, -0.4571501049213E-03, 0.5652667605318E-03  
 \* -0.689606190473E-03, 0.8642899920033E-03, -0.1068756333552E-02  
 \* 0.1321655348875E-02, -0.1634523388930E-02, 0.2021709922701E-02  
 \* -0.2501130104065E-02, 0.3095286665484E-02, -0.3832714632154E-02  
 \* 0.4750140011311E-02, -0.5895901937038E-02, 0.7335715927184E-02  
 \* -0.9142910282412E-02, 0.1151743624357E-01, -0.1462236512452E-01  
 \* 0.1885586418211E-01, -0.2489647082984E-01, 0.3402327373724E-01  
 \* -0.4874853417277E-01, 0.7411041110754E-01, -0.1193804219345E+00  
 \* 0.1908868253231E+00, -0.2256568074226E+00, 0.1110903266817E-01  
 \* 0.1914422280426E+00, 0.2358577698469E+00  
 \* 0.1925524920225E+00, 0.1475644930645E+00, 0.1024069488049E+00  
 \* 0.7266430556774E-01, 0.489282223445E-01, 0.3413445129991E-01  
 \* 0.2286422252655E-01, 0.15817622612715E-01, 0.1063367945532E-01  
 \* 0.7368702441454E-02, 0.4940150771290E-02, 0.3418645588481E-02  
 \* 0.2294488949701E-02, 0.1585961203091E-02, 0.1065596472472E-02  
 \* 0.7357649737949E-03, 0.4948549903929E-03, 0.3413499216549E-03  
 \* 0.2297979808645E-03, 0.1583707780810E-03, 0.1067086122930E-03  
 \* 0.7347915379796E-04, 0.4954945325153E-04, 0.3409303919000E-04  
 \* 0.2300727646796E-04, 0.1581908145454E-04, 0.1068263645720E-04  
 \* 0.7340230240516E-05, 0.4959958905813E-05, 0.3406023901059E-05  
 \* 0.2302763732587E-05, 0.1580663251843E-05, 0.1068967890205E-05  
 \* 0.7337000056395E-06, 0.4960339745603E-06, 0.3407953670376E-06  
 \* 0.2298916825794E-06, 0.1584434166256E-06, 0.1061166869931E-06  
 \* 0.7437821381018E-07, 0.4832813615963E-07, 0.3567514994529E-07  
 \* 0.2100390972225E-07, 0.1832715135208E-07, 0.7561156145641E-08  
 \* 0.1121319748145E-07, 0.1623505913040E-09, 0.9343954943120E-08  
 \* -0.5043057083043E-08, 0.1066610444411E-07, -0.1016663020437E-07  
 \* 0.14622736598512E-07, -0.1668391469423E-07, 0.2158392753415E-07  
 \* -0.2605713156191E-07, 0.3263751224836E-07, -0.4005351428304E-07  
 \* 0.4973108147510E-07, -0.6135129382301E-07, 0.7595517104164E-07  
 \* -0.9385202304202E-07, 0.1160905398478E-06, -0.1435135125143E-06/

## DATA P/

\* -0.3238258994287E-08, 0.2925566455758E-07, -0.5117870571780E-07  
 \* 0.7360203404978E-07, -0.7267278334666E-07, 0.4102743744738E-07  
 \* 0.3763353717545E-07, -0.1544344387361E-06, 0.2940986973954E-06  
 \* -0.3963194501466E-06, 0.3891862547789E-06, -0.1892345125043E-06  
 \* -0.2568981471995E-06, 0.9294448659602E-06, -0.1684263565949E-06  
 \* 0.2228421408290E-05, -0.2142225866919E-05, 0.9827656413108E-06  
 \* 0.1524350750515E-05, -0.5222549589234E-05, 0.9265184417018E-05  
 \* -0.1198242717108E-04, 0.1103700287786E-04, -0.4016438197141E-05  
 \* -0.1048132162396E-04, 0.3140450644423E-04, -0.5385586700868E-04  
 \* 0.6845581083326E-04, -0.6234797911020E-04, 0.2264166696266E-04  
 \* 0.5745671294609E-04, -0.1706590264803E-03, 0.2881073451135E-03  
 \* -0.3563293430489E-03, 0.3035069385078E-03, -0.5922701345912E-04  
 \* -0.4109371511731E-03, 0.1062056049705E-02, -0.1729663228616E-02

\* 0.2116448245943E-02, -0.1831661560573E-02, 0.5058886599727E-03  
 † 0.20149846239374E-02, -0.5427364285995E-02, 0.8756524883211E-02  
 ‡ -0.1029570400715E-01, 0.78432951624667E-02, 0.6400307174772E-03  
 § -0.1595845818520E-01, 0.3635526821017E-01, -0.5640185251832E-01  
 ¶ 0.6678064912553E-01, -0.5572245354652E-01, 0.1307409163564E-01  
 \* 0.6403191387683E-01, -0.1632017791271E+00, 0.2507350146770E+00  
 † -0.2711355686188E+00, 0.1647231363773E+00, 0.5838444454558E-01  
 ‡ -0.1267666190263E+00, -0.4563686281640E-01, 0.8526019752026E-01  
 § 0.1462951721048E+00, 0.1717271655798E+00  
 ¶ 0.1571718901396E+00, 0.1271421015263E+00, 0.1018027588725E+00  
 \* 0.773536007286E-01, 0.5972227454185E-01, 0.4475219175220E-01  
 † 0.3401123359799E-01, 0.2538464590907E-01, 0.1919294893742E-01  
 ‡ 0.1432004154209E-01, 0.1080076023936E-01, 0.8063500398600E-02  
 § 0.6023231806841E-02, 0.4532670407444E-02, 0.3414310049266E-02  
 ¶ 0.2552341324359E-02, 0.1919471775182E-02, 0.1436016755179E-02  
 \* 0.1079136505723E-02, 0.8077225647867E-03, 0.6067221402191E-03  
 † 0.45429294720393E-03, 0.3411301586311E-03, 0.2555084647611E-03  
 ‡ 0.1918020047395E-03, 0.1434995090439E-03, 0.1078499917639E-03  
 § 0.8081554591609E-04, 0.6064358240110E-04, 0.4544921466731E-04  
 ¶ 0.3410019417041E-04, 0.2555944229243E-04, 0.1917496410897E-04  
 \* 0.1452379009103E-04, 0.1078242894437E-04, 0.8083280590654E-05  
 † 0.6063196906332E-05, 0.4545204996417E-05, 0.3409494411244E-05  
 ‡ 0.2554286290201E-05, 0.1917290319398E-05, 0.1437480705135E-05  
 § 0.1078218133443E-05, 0.8083092666311E-06, 0.6063371529308E-06  
 ¶ 0.4546092014922E-06, 0.3407973201355E-06, 0.2559284553172E-06  
 \* 0.1912544965320E-06, 0.1442184611733E-06, 0.1075022808550E-06  
 † 0.8073432411423E-07, 0.6142053621261E-07, 0.4382497209576E-07  
 ‡ 0.3644402823946E-07, 0.2306016178011E-07, 0.2075859306672E-07  
 § 0.1516721806817E-07, 0.6152608644783E-08, 0.1731020482509E-07  
 ¶ -0.6920520156939E-08, 0.1800432672016E-07, -0.4469993264422E-08/

## DATA T/

# 0.000003513048, -0.000011465278, 0.000025686631  
 \* -0.000051580460, 0.000100246187, -0.000192949519  
 † 0.000370536553, -0.000712584995, 0.001391656930  
 ‡ -0.002005312756, 0.010733475909, -0.085566401482  
 § 0.352689198256, 0.3519578887411, 0.174643978477  
 ¶ 0.684649018945, 0.0320018183746, 0.018251657486  
 \* 0.908437862620, 0.003926535603, 0.001819804544  
 † 0.600845483679, 0.000322158196, 0.000182190313  
 ‡ 0.000084367712, 0.000039488510, 0.00001742128  
 § 0.00009256922, 0.000002675489, 0.000003311819/

## DATA U/

# 0.000000253095, -0.000000820937, 0.000001408845,  
 † -0.000001341727, -0.000000488949, 0.000008852462,  
 ‡ -0.000037418794, 0.000127060368, -0.000347796507,  
 § 0.000234139588, 0.010295531712, -0.107966803014,  
 ¶ 0.275100942373, 0.316072344780, 0.214193120599,  
 \* 0.126988253676, 0.073164184730, 0.040969923139,  
 † 0.023408796638, 0.012916403823, 0.007459401619,  
 ‡ 0.004046517890, 0.002389324829, 0.001255286857,  
 § 0.000775960856, 0.000379494362, 0.000259843015,  
 ¶ 0.000110664507, 0.000080479833, 0.000055413666/

```

GO TO (1,2,3,4,5,6,7,8,9),NF
1  NPF=32
   DO 21 I=1,128
21  CF(I)=A(I)
   DO 22 I=1,48
   CF(49)=CF(49)+CF(I)
   CF(80)=CF(80)+CF(128-I+1)
22  CONTINUE
   DO 23 I=1,NPF
23  CF(I)=CF(49+I-1)
   ND=15
   DTNC=DLDB(10.0D0)/3.0D0
   DES=-0.7446292D0
   WRITE(6,*) ' FILTRO PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER '
   WRITE(6,*) ' DE 3 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO. '
   WRITE(6,*) ' POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER. '
   WRITE(6,*) ' NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 32 '
   WRITE(6,*) ' APILADO DEL FILTRO CORRESPONDIENTE DE '
   WRITE(6,*) ' 128 COEFICIENTES. '
   RETURN
2  NPF=64
   DO 24 I=1,128
24  CF(I)=C(I)
   DO 25 I=1,32
   CF(33)=CF(33)+CF(I)
   CF(96)=CF(96)+CF(128-I+1)
25  CONTINUE
   DO 26 I=1,NPF
26  CF(I)=CF(33+I-1)
   ND=31
   DTNC=DLDB(10.0D0)/6.0D0
   DES=0.2530704D0
   WRITE(6,*) ' FILTRO PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER '
   WRITE(6,*) ' DE 6 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO. '
   WRITE(6,*) ' POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER. '
   WRITE(6,*) ' NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 64 '
   WRITE(6,*) ' APILADO DEL FILTRO CORRESPONDIENTE DE '
   WRITE(6,*) ' 128 COEFICIENTES. '
   RETURN
3  NPF=128
   DO 27 I=1,NPF
27  CF(I)=C(I)
   ND=63
   DTNC=DLDB(10.0D0)/6.0D0
   DES=0.2530704D0
   WRITE(6,*) ' FILTRO PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER '
   WRITE(6,*) ' DE 6 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO. '
   WRITE(6,*) ' POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER. '
   WRITE(6,*) ' NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 128 '
   RETURN
4  NPF=128
   DO 28 I=1,NPF
28  CF(I)=D(I)

```

```

ND=63
DINC=DI LOG(10.000)/8.000
DES=-0.199856900
WRITE(6,*) '      FILTRO PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER '
WRITE(6,*) '      DE 8 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO. '
WRITE(6,*) '      POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER. '
WRITE(6,*) '      NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 128 '
RETURN
5  NPF=32
   DO 29 I=1,128
32  CF(I)=R(I)
   DO 30 I=1,48
      CF(49)=CF(48)+CF(I)
      CF(50)=CF(49)+CF(128-I+1)
30  CONTINUE
   DO 31 I=1,NPF
33  CF(I)=CF(49+I-1)
ND=15
DINC=DI LOG(10.000)/3.000
DES=-0.444118500
WRITE(6,*) '      FILTRO PARA DISPOSITIVO W E N N E R '
WRITE(6,*) '      DE 3 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO. '
WRITE(6,*) '      POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER. '
WRITE(6,*) '      NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 32 '
WRITE(6,*) '      APILADO DEL FILTRO CORRESPONDIENTE DE '
WRITE(6,*) '      128 COEFICIENTES. '
RETURN
6  NPF=128
   DO 32 I=1,NPF
32  CF(I)=R(I)
ND=63
DINC=DI LOG(10.000)/4.000
DES=-0.28279300
WRITE(6,*) '      FILTRO PARA DISPOSITIVO WENNER '
WRITE(6,*) '      DE 4 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO. '
WRITE(6,*) '      POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER. '
WRITE(6,*) '      NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 128 '
RETURN
7  NPF=128
   DO 33 I=1,NPF
33  CF(I)=P(I)
ND=63
DINC=DI LOG(10.000)/8.000
DES=-0.284953200
WRITE(6,*) '      FILTRO PARA DISPOSITIVO WENNER '
WRITE(6,*) '      DE 8 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO. '
WRITE(6,*) '      POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER. '
WRITE(6,*) '      NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 128 '
RETURN
8  NPF=30
   DO 34 I=1,NPF
34  CF(I)=T(I)
ND=15
DINC=DI LOG(10.000)/3.000

```



```
DES=0.745397984982000
WRITE(6,*) /      FILTRO PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER /
WRITE(6,*) /      DE 3 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO /
WRITE(6,*) /      POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS /
WRITE(6,*) /      NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 30 /
RETURN
9  NPF=30
DO 35 I=1,NPF
35 CF(I)=0(T)
ND=15
DINC=DLOG(10.000)/4.000
DES=0.21404838542000
WRITE(6,*) /      FILTRO PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER /
WRITE(6,*) /      DE 4 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO /
WRITE(6,*) /      POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS /
WRITE(6,*) /      NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 30 /
RETURN
END
```

FILTRO PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER  
DE 6 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO,  
POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER.  
NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 128

RESISTIVIDADES UTILIZADAS PARA LA FUNCION KERNEL TEORICA  
RH01 = 1.00 RH02 = 100000.00

| ABSCISA:<br>1/LAMBDA | TRANSFORMACION<br>DE RESISTIVIDAD<br>E X A C T A | TRANSFORMACION<br>DE RESISTIVIDAD<br>O B S E R V A D A | E R R O R<br>RELATIVO(%) |
|----------------------|--|--|--------------------------|
| 0.10000E-10          | 1.00000  | 1.00000  | -0.4595408E-05           |
| 0.14478E-10          | 1.00000  | 1.00000  | -0.7018562E-05           |
| 0.21544E-10          | 1.00000  | 1.00000  | -0.1121226E-04           |
| 0.31623E-10          | 1.00000  | 1.00000  | -0.1757468E-04           |
| 0.46416E-10          | 1.00000  | 1.00000  | -0.2539940E-04           |
| 0.68129E-10          | 1.00001  | 1.00001  | -0.3329912E-04           |
| 0.10000E-09          | 1.00001  | 1.00001  | -0.4020985E-04           |
| 0.14478E-09          | 1.00001  | 1.00002  | -0.4572410E-04           |
| 0.21544E-09          | 1.00002  | 1.00002  | -0.4987624E-04           |
| 0.31623E-09          | 1.00003  | 1.00003  | -0.5289661E-04           |
| 0.46416E-09          | 1.00005  | 1.00005  | -0.5504015E-04           |
| 0.68129E-09          | 1.00007  | 1.00007  | -0.5654573E-04           |
| 0.10000E-08          | 1.00010  | 1.00010  | -0.5758410E-04           |
| 0.14478E-08          | 1.00015  | 1.00015  | -0.5830725E-04           |
| 0.21544E-08          | 1.00022  | 1.00022  | -0.5879077E-04           |
| 0.31623E-08          | 1.00032  | 1.00032  | -0.5913479E-04           |
| 0.46416E-08          | 1.00046  | 1.00046  | -0.5934379E-04           |
| 0.68129E-08          | 1.00068  | 1.00068  | -0.5951048E-04           |
| 0.10000E-07          | 1.00100  | 1.00100  | -0.5957243E-04           |
| 0.14478E-07          | 1.00147  | 1.00147  | -0.5965942E-04           |
| 0.21544E-07          | 1.00215  | 1.00216  | -0.5961624E-04           |
| 0.31623E-07          | 1.00316  | 1.00316  | -0.5966989E-04           |
| 0.46416E-07          | 1.00464  | 1.00464  | -0.5950357E-04           |
| 0.68129E-07          | 1.00681  | 1.00681  | -0.5954372E-04           |
| 0.10000E-06          | 1.01000  | 1.01000  | -0.5917048E-04           |
| 0.14478E-06          | 1.01468  | 1.01468  | -0.5919856E-04           |
| 0.21544E-06          | 1.02154  | 1.02154  | -0.5843165E-04           |
| 0.31623E-06          | 1.03162  | 1.03162  | -0.5842593E-04           |
| 0.46416E-06          | 1.04642  | 1.04642  | -0.5689955E-04           |
| 0.68129E-06          | 1.06813  | 1.06813  | -0.5679993E-04           |
| 0.10000E-05          | 1.10000  | 1.10000  | -0.5386722E-04           |
| 0.14478E-05          | 1.14678  | 1.14678  | -0.5358016E-04           |
| 0.21544E-05          | 1.21544  | 1.21544  | -0.4830380E-04           |
| 0.31623E-05          | 1.31622  | 1.31623  | -0.4783673E-04           |
| 0.46416E-05          | 1.46415  | 1.46415  | -0.3940730E-04           |
| 0.68129E-05          | 1.68129  | 1.68129  | -0.3924858E-04           |
| 0.10000E-04          | 1.99999  | 1.99999  | -0.2794534E-04           |
| 0.14478E-04          | 2.46778  | 2.46779  | -0.2921005E-04           |

|             |             |             |                |
|-------------|-------------|-------------|----------------|
| 0.21544E-04 | 3.15441     | 3.15441     | -0.1671410E-04 |
| 0.31623E-04 | 4.16225     | 4.16225     | -0.2024627E-04 |
| 0.46416E-04 | 5.64154     | 5.64154     | -0.8323705E-05 |
| 0.68129E-04 | 7.81285     | 7.81285     | -0.1384806E-04 |
| 0.10000E-03 | 10.99990    | 10.99990    | -0.3294978E-05 |
| 0.14678E-03 | 15.67785    | 15.67785    | -0.9915498E-05 |
| 0.21544E-03 | 22.54413    | 22.54413    | -0.7795948E-06 |
| 0.31623E-03 | 32.62246    | 32.62246    | -0.7692887E-06 |
| 0.46416E-03 | 47.41542    | 47.41542    | 0.2461127E-05  |
| 0.68129E-03 | 69.12853    | 69.12853    | -0.6463666E-05 |
| 0.10000E-02 | 100.99900   | 100.99900   | 0.5162562E-06  |
| 0.14678E-02 | 147.77846   | 147.77847   | -0.5748043E-05 |
| 0.21544E-02 | 216.44131   | 216.44131   | 0.4614551E-06  |
| 0.31623E-02 | 317.22460   | 317.22462   | -0.5286368E-05 |
| 0.46416E-02 | 465.15424   | 465.15424   | 0.3078615E-06  |
| 0.68129E-02 | 682.28526   | 682.28529   | -0.5003574E-05 |
| 0.10000E-01 | 1000.99000  | 1000.99000  | 0.2357097E-06  |
| 0.14678E-01 | 1468.78459  | 1468.78466  | -0.5045452E-05 |
| 0.21544E-01 | 2155.41315  | 2155.41313  | 0.6779784E-06  |
| 0.31623E-01 | 3163.24604  | 3163.24622  | -0.5886759E-05 |
| 0.46416E-01 | 4642.54242  | 4642.54235  | 0.1348450E-05  |
| 0.68129E-01 | 6813.84969  | 6813.84987  | -0.2702850E-05 |
| 0.10000E+00 | 10000.44601 | 10000.44695 | -0.9397295E-05 |
| 0.14678E+00 | 14662.70794 | 14662.70685 | 0.7435472E-05  |
| 0.21544E+00 | 21337.39507 | 21337.39602 | -0.4434994E-05 |
| 0.31623E+00 | 30284.90630 | 30284.90748 | -0.3890416E-05 |
| 0.46416E+00 | 41033.68637 | 41033.68644 | -0.1831765E-06 |
| 0.68129E+00 | 52430.53001 | 52430.53109 | -0.2059064E-05 |
| 0.10000E+01 | 63212.42376 | 63212.42433 | -0.8901955E-06 |
| 0.14678E+01 | 72515.01435 | 72515.01536 | -0.1391061E-05 |
| 0.21544E+01 | 80002.18973 | 80002.18956 | -0.1034701E-05 |
| 0.31623E+01 | 85731.57269 | 85731.57367 | -0.1136200E-05 |
| 0.46416E+01 | 89961.59123 | 89961.59213 | -0.9998239E-06 |
| 0.68129E+01 | 93007.34741 | 93007.34835 | -0.1008975E-05 |
| 0.10000E+02 | 95162.63034 | 95162.63124 | -0.9510395E-06 |
| 0.14678E+02 | 96669.63291 | 96669.63382 | -0.9475701E-06 |
| 0.21544E+02 | 97714.72285 | 97714.72376 | -0.9259915E-06 |
| 0.31623E+02 | 98435.41255 | 98435.41346 | -0.9237297E-06 |
| 0.46416E+02 | 98930.48784 | 98930.48875 | -0.9156359E-06 |
| 0.68129E+02 | 99269.68526 | 99269.68616 | -0.9141198E-06 |
| 0.10000E+03 | 99501.66749 | 99501.66840 | -0.9106083E-06 |
| 0.14678E+03 | 99660.12965 | 99660.13055 | -0.9093574E-06 |
| 0.21544E+03 | 99768.28153 | 99768.28244 | -0.9076162E-06 |
| 0.31623E+03 | 99842.05423 | 99842.05514 | -0.9069143E-06 |
| 0.46416E+03 | 99892.35666 | 99892.35757 | -0.9062345E-06 |
| 0.68129E+03 | 99926.64666 | 99926.64757 | -0.9059856E-06 |
| 0.10000E+04 | 99950.01716 | 99950.01807 | -0.9057556E-06 |
| 0.14678E+04 | 99965.94347 | 99965.94438 | -0.9056632E-06 |
| 0.21544E+04 | 99976.79588 | 99976.79678 | -0.9055674E-06 |
| 0.31623E+04 | 99984.19044 | 99984.19134 | -0.9055218E-06 |
| 0.46416E+04 | 99989.22871 | 99989.22961 | -0.9054782E-06 |
| 0.68129E+04 | 99992.66144 | 99992.66234 | -0.9054559E-06 |
| 0.10000E+05 | 99995.00022 | 99995.00112 | -0.9054377E-06 |
| 0.14678E+05 | 99996.59365 | 99996.59456 | -0.9054195E-06 |

|             |             |              |                |
|-------------|-------------|--------------|----------------|
| 0.21544E+05 | 99997.67926 | 99997.68017  | -0.9054251E-06 |
| 0.31623E+05 | 99998.41889 | 99998.41980  | -0.9054073E-06 |
| 0.44416E+05 | 99998.92280 | 99998.92371  | -0.9054263E-06 |
| 0.68129E+05 | 99999.26611 | 99999.26702  | -0.9053752E-06 |
| 0.10000E+06 | 99999.50001 | 99999.50091  | -0.9053378E-06 |
| 0.14675E+06 | 99999.65936 | 99999.66026  | -0.9053038E-06 |
| 0.21544E+06 | 99999.76792 | 99999.76883  | -0.9053156E-06 |
| 0.31623E+06 | 99999.84189 | 99999.84279  | -0.9054031E-06 |
| 0.44416E+06 | 99999.89228 | 99999.89318  | -0.9052627E-06 |
| 0.68129E+06 | 99999.92661 | 99999.92752  | -0.9052241E-06 |
| 0.10000E+07 | 99999.95000 | 99999.95091  | -0.9055857E-06 |
| 0.14675E+07 | 99999.96594 | 99999.96684  | -0.9061124E-06 |
| 0.21544E+07 | 99999.97679 | 99999.97770  | -0.9059162E-06 |
| 0.31623E+07 | 99999.98419 | 99999.98509  | -0.9066278E-06 |
| 0.44416E+07 | 99999.98923 | 99999.99013  | -0.9069719E-06 |
| 0.68129E+07 | 99999.99266 | 99999.99357  | -0.9085161E-06 |
| 0.10000E+08 | 99999.99501 | 99999.99591  | -0.8985144E-06 |
| 0.14675E+08 | 99999.99659 | 99999.99750  | -0.9076878E-06 |
| 0.21544E+08 | 99999.99768 | 99999.99858  | -0.9057688E-06 |
| 0.31623E+08 | 99999.99843 | 99999.99933  | -0.8916685E-06 |
| 0.44416E+08 | 99999.99922 | 99999.99983  | -0.9074717E-06 |
| 0.68129E+08 | 99999.99929 | 100000.00017 | -0.8857788E-06 |

-----  
PROGRAMA --- C A F I L T R O S ---  
-----

ESTE PROGRAMA SIRVE PARA PROBAR LA EFICIENCIA DE LOS FILTROS DIRECTOS OBTENIDOS POR MEDIO DE LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER.

-----  
CC  
C AUTORES: PEDRO ANTONIO ROLAS C  
C Y C  
C EDUARDO N. AMADOR TERRAZAS. C  
C C  
CC  
C ULTIMA REVISION: MAYO DE 1985. C  
C C  
CC

DATOS DE ENTRADA:

NF-- NUMERO DE FILTRO QUE SE DESEA UTILIZAR.  
NA-- NUMERO DE ARCSISAS DE LA FUNCION DE SALIDA.

-----  
FILTROS POR TRANSFORMADA DE FOURIER PARA ARREGLO SCHLUMBERGER:

NF=1 FILTRO PARA TRES MUESTRAS POR CICLO Y 32 COEFICIENTES  
APILADOS DEL FILTRO DE 128 COEFICIENTES.  
NF=2 FILTRO PARA SEIS MUESTRAS POR CICLO Y 64 COEFICIENTES  
APILADOS DEL FILTRO DE 128 COEFICIENTES.  
NF=3 FILTRO PARA SEIS MUESTRAS POR CICLO Y 128 COEFICIENTES.  
NF=4 FILTRO PARA OCHO MUESTRAS POR CICLO Y 128 COEFICIENTES.

FILTROS POR TRANSFORMADA DE FOURIER PARA ARREGLO MENNER:

NF=5 FILTRO PARA TRES MUESTRAS POR CICLO Y 32 COEFICIENTES  
APILADOS DEL FILTRO DE 128 COEFICIENTES.  
NF=6 FILTRO PARA SEIS MUESTRAS POR CICLO Y 128 COEFICIENTES.  
NF=7 FILTRO PARA OCHO MUESTRAS POR CICLO Y 128 COEFICIENTES.

FILTRO OBTENIDOS POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS PARA DISEÑOS  
TIPO SCHLUMBERGER:

NF=8 FILTRO PARA TRES MUESTRAS POR CICLO.  
NF=9 FILTRO PARA CUATRO MUESTRAS POR CICLO.

-----

----- INICIO DEL PROGRAMA.

```

TRIPLET REAL XR (A-H,0-7)
REAL E4 ARX(300),AR(300),AR(300),ALAC(300)
DIMENSION RE(500),TRANS(500)
COMMON /C/ (12R)
REAL(N) RE,NAR
WRITE(4,100)
CALL CONU(NA,NR,NDINC,RES,NPF)
DO 1 T=1,NAR
    RE(NAR+T)=AR(NDIT),RE(NDIT)
    AR(NAR+T)=ALAC(AR(NDIT))
1 CONTINUE
    DO 2 T=1,ND
        RE(ND+NAR+T)=RE(ND+NAR)
        AR(NAR+NAR+T)=AR(NAR+NAR+T)+DINC
2 CONTINUE
    DO 3 T=1,NAR
        RE(NAR+NAR+T)=RE(ND+NAR)
        AR(NAR+NAR+T)=AR(NAR+NAR+T)+DINC
3 CONTINUE
    CALL TRANS(NAR,NPF,RE,TRANS)
    DO 4 T=1,NAR
        AR(T)=EXP(-ARX(NAR+T)-DES)
        ALAC(T)=ZACK(T)
4 CONTINUE
    WRITE(4,101)
    WRITE(4,102)
    DO 5 T=1,NAR
        WRITE(4,101) ALAC(T),TRANS(T)
5 CONTINUE
101 FORMAT(12X,F16.2,15X,F16.6)
102 FORMAT(12X,'ABSCISA 1/LAMBDA',12X,'TRANSFORMACION DE RESISTIVIDAD',
    & //)
103 FORMAT(14X,'OBTENCION DE LA CURVA TRANSFORMACION DE //',
    & //,14X,'RESISTIVIDADES MEDIANTE LA APLICACION //,14X',
    & //,'(REI 1 //)')

CALL EXIT
END

```

-----  
SUBROUTINE PARA REALIZAR LA  
CONDUCCION.

```

SUBROUTINE CONU(NA,NR,RE,TRANS)
TRIPLET REAL XR (A-H,0-7)
DIMENSION TRANS(NA+1),RE(NA+NR)
COMMON /C/ (12R)

```

```

DO 2 J=1,NA
  TRANS(J) = 0.000
  J1 = J - 1
  DO 1 K=1, NPF
    KK = K + J1
    KKK = NPF + 1 - K
    TRANS(J) = TRANS(J) + (CF(KKK))*RE(KK)
  1 CONTINUE
2 CONTINUE
RETURN
END

```

-----  
 SUBROUTINA QUE CONTIENE LOS COEFICIENTES  
 DE LOS FILTROS RESPECTIVOS.  
 -----

```

SUBROUTINE FT TRO(NE,ND,BINC,DF,NPF)
  IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
  DIMENSION A(128),B(128),C(128),D(128),
  *          E(128),F(128),T(32),U(32)
  COMMON CF(128)

```

-----  
 \* A CONTINUACION SE ENUNCIAN LOS COEFICIENTES  
 \* DE TODOS LOS FILTROS QUE UTILIZA ESTE  
 \* PROGRAMA. SE ENCONTRARAN ENLISTADOS EN  
 \* LAS INSTRUCCIONES DATA EN BLOQUE NORMAL.  
 -----

```

DATA A/
* -0.8326672684689E-16, 0.8326672684689E-16,-0.5551115103126E-16
* 0.7632783294296E-16,-0.5693059818321E-16, 0.3969863974747E-16
* -0.4423544863741E-16, 0.1040834085584E-16,-0.1301042604983E-17
* -0.4147073307757E-16, 0.3106279224171E-16,-0.3058905379125E-16
* 0.2803340242233E-16,-0.1315265662968E-16,-0.4577366046962E-17
* 0.7644977940170E-17,-0.2446437615951E-16,-0.3314461098430E-16
* 0.5373254086072E-16,-0.8242521516461E-16, 0.9244163891287E-16
* -0.8248602716731E-16, 0.8915324395235E-16,-0.7683202930483E-16
* 0.6995811209243E-16,-0.6042865940027E-16, 0.3838042272502E-16
* -0.3279195411046E-16, 0.3024006883371E-16,-0.9878635071997E-17
* 0.3180401221787E-16,-0.2642865879909E-16, 0.1534146074067E-16
* -0.1150091078713E-16, 0.7090194336930E-17,-0.3212858798321E-16
* 0.7044890151089E-16,-0.3623641028195E-16, 0.3488624979070E-16
* -0.3354885414945E-16, 0.4990197001436E-16, 0.6484561312848E-16
* -0.3330464050665E-15, 0.1523912057273E-14,-0.6412938959705E-14
* 0.2676835197974E-13,-0.1114908404314E-12, 0.4645149824605E-12
* -0.1935621884889E-11, 0.80757988926839E-11,-0.3360982672229E-10
* 0.1400514287873E-09,-0.5835918970798E-09, 0.2431817414106E-08
* -0.1013333061796E-07, 0.4222504301765E-07,-0.1759409826718E-06
* 0.7328765150305E-06,-0.6044850451938E-05, 0.1251058256457E-04
* -0.4722162427197E-04, 0.6569364632014E-04, 0.3135937964544E-02
* -0.7093933949736E-01, 0.4072324271207E+00, 0.3439262509346E+00

```

W. 0.1432107445273E+00, 0.8408172428A08E-01, 0.3531472012401E-01  
 X. 0.1848572854877E-01, 0.7356124930094E-02, 0.4171989392489E-02  
 Y. 0.1484795492789E-02, 0.9500044980096E-03, 0.2927487892225E-03  
 Z. 0.2275144744020E-03, 0.5306443199515E-02, 0.5342194840934E-04  
 AA. 0.46688442455140E-05, 0.1351104745496E-04, 0.5491907414682E-06  
 AB. 0.3576923353344E-05, -0.2540895991388E-06, 0.9217796433001E-06  
 AC. 0.18337903892180E-06, 0.7884401944123E-06, -0.8313642041458E-07  
 AD. 0.34950274353854E-07, -0.3257829918947E-07, 0.2735535709064E-07  
 AE. 0.1129471842283E-07, 0.87630842956436E-08, -0.4242945550459E-08  
 AF. 0.285634437487E-08, -0.1475530253534E-08, 0.9410142665089E-09  
 AG. 0.5670974414858E-09, 0.3125738001744E-09, -0.1730152132673E-09  
 AH. 0.1642588934489E-09, -0.5876437531027E-10, 0.3495863321044E-10  
 AI. 0.4990981858329E-10, 0.1123339177299E-10, -0.6728555646679E-11  
 AJ. 0.2949333830924E-11, -0.2227140375154E-11, 0.132747451746E-11  
 AK. 0.7546923194404E-12, 0.4445836867395E-12, -0.2585891841368E-12  
 AL. 0.1562101946840E-12, -0.8724093767227E-13, 0.5074274198254E-13  
 AM. 0.69423551277684E-13, 0.1711398052092E-13, -0.9267484152336E-14  
 AN. 0.8741500272606E-14, -0.3338171032931E-14, 0.1928491368265E-14  
 AO. 0.16460911343459E-14, 0.6034114012425E-15, -0.3451320446882E-15  
 AP. 0.178912292181E-15, -0.9541153354684E-16, 0.2533644951827E-16  
 AQ. 0.19201254788E-16, 0.6245004513517E-16/

## DATA D/

R. 0.16773304139284E-11, 0.1406114334138E-10, -0.1284636327604E-10  
 S. 0.729202743495E-10, -0.3674942641863E-10, 0.5256854673785E-10  
 T. 0.3016872095979E-09, 0.1010809630447E-09, -0.1401894433872E-09  
 U. 0.1983555709436E-09, -0.2714171176844E-09, 0.3780654955765E-09  
 V. 0.6459344439479E-09, 0.2818407546641E-09, -0.1018223505511E-08  
 W. 0.1416787320088E-08, -0.1871241892340E-08, 0.2742760241148E-08  
 X. 0.3814010013468E-08, 0.5309800599220E-08, -0.7389936040715E-08  
 Y. 0.1027294476444E-07, -0.1430254314982E-07, 0.1990023612564E-07  
 Z. 0.2148873642483E-07, 0.3052547791894E-07, -0.5360346833072E-07  
 AA. 0.7858223695536E-07, -0.1037705709807E-06, 0.1443867887474E-06  
 AB. 0.7008944652852E-06, 0.2725227374008E-06, -0.3889215349773E-06  
 AC. 0.5411365009427E-06, -0.7529249614890E-06, 0.1047602495419E-05  
 AD. 0.3457410326422E-06, 0.10288985418715E-05, -0.2821831230904E-05  
 AE. 0.3926730974640E-05, -0.5462865374284E-05, 0.7600898243254E-05  
 AF. 0.1057569170327E-04, 0.1475469477110E-04, -0.2047342604783E-04  
 AG. 0.28485708315448E-04, -0.3963101154092E-04, 0.5513220074144E-04  
 AH. 0.7447226139538E-04, 0.1045841562404E-03, -0.1479542406742E-03  
 AI. 0.2047693395293E-03, -0.2809216384776E-03, 0.3771722258534E-03  
 AJ. 0.4231214788938E-03, 0.4344528722772E-03, 0.5749663105235E-03  
 AK. 0.2770947780832E-03, 0.4387804120779E-03, -0.1224028542638E+00  
 AL. 0.21185487016241E-01, 0.1268641281128E+00, 0.2200097590685E+00  
 AM. 0.1956394705143E+00, 0.1376548505640E+00  
 AN. 0.9812574706116E-01, 0.6791961193085E-01, 0.4689411253452E-01  
 AO. 0.3194561973914E-01, 0.2185455337162E-01, 0.1487342640758E-01  
 AP. 0.1015641224367E-01, 0.69093466207974E-02, 0.4713467322290E-02  
 AQ. 0.3007992747247E-02, 0.2187601523474E-02, 0.1489252783358E-02  
 AR. 0.1615294205878E-02, 0.6913191755302E-02, 0.4712219524663E-03  
 AS. 0.4909044262782E-03, 0.2187089597922E-03, 0.1489583955845E-03  
 AT. 0.1015112575240E-03, 0.6914297409821E-04, 0.4711582732853E-04  
 AU. 0.3009421993236E-04, 0.218870733567E-04, 0.148971230337E-04  
 AV. 0.1015037560137E-04, 0.6914736331964E-05, 0.4711326255347E-05



\*. 0.3209572014384E-05, 0.2186782921854E-05, 0.1409763576501E-05  
 \*. 0.1015007569549E-05, 0.6914917091815E-06, 0.4711223198228E-06  
 \*. 0.32096320927878E-06, 0.2186747849464E-06, 0.1489784153819E-06  
 \*. 0.1014995518744E-06, 0.6914989009221E-07, 0.4711182199912E-07  
 \*. 0.3209655830005E-07, 0.2186734171518E-07, 0.1489791667808E-07  
 \*. 0.1014991823922E-07, 0.6914994798990E-08, 0.4711187881254E-08  
 \*. 0.3209676411944E-08, 0.2186727655843E-08, 0.1489742995631E-08  
 \*. 0.1015060147047E-08, 0.6914038785943E-09, 0.4712524289709E-09  
 \*. 0.3207770993274E-09, 0.2189326882233E-09, 0.1486125389416E-09  
 \*. 0.1020090262860E-09, 0.6844121103189E-10, 0.48097216187009E-10  
 \*. 0.3072589782073E-10, 0.2377521094664E-10, 0.1224124008892E-10  
 \*. 0.1384942160954E-10, 0.1763755808071E-11, 0.1188284193265E-10

DATA II/

\*. 0.8201402730296E-09, 0.1351367906466E-08, 0.5215114451396E-10  
 \*. 0.1293921747529E-08, -0.6672552510137E-09, 0.1437610188589E-08  
 \*. -0.1563414286920E-08, 0.2471597371212E-08, -0.2903447260394E-08  
 \*. 0.403233578152E-08, -0.508212722655E-08, 0.472079809923E-08  
 \*. -0.8735661083392E-08, 0.1142991213202E-07, -0.1492815826509E-07  
 \*. 0.1952989942540E-07, -0.2546149443631E-07, 0.3336091642939E-07  
 \*. -0.4339940568700E-07, 0.5666606384125E-07, -0.7395970229852E-07  
 \*. 0.9455224175731E-07, 0.1260302798078E-06, 0.1445197897915E-06  
 \*. -0.2147551754206E-06, 0.290336332550E-06, -0.3658394569148E-06  
 \*. 0.4776857441333E-06, -0.6235634897314E-06, 0.61326564416551E-06  
 \*. -0.1062521505446E-05, 0.138682883335E-05, -0.1810511207423E-05  
 \*. 0.3263374733250E-05, -0.5085057642238E-05, 0.4327104226256E-05  
 \*. -0.5256786153041E-05, 0.6861891051813E-05, -0.8954943020166E-05  
 \*. 0.1169127355743E-04, -0.1525940024294E-04, 0.1991423414438E-04  
 \*. -0.259834469041E-04, 0.3688867844478E-04, -0.4416531010065E-04  
 \*. 0.5747484101448E-04, -0.7458667096216E-04, 0.9626257087803E-04  
 \*. -0.1228461197564E-03, 0.1529195578769E-03, -0.1787077635527E-03  
 \*. 0.1684698322712E-03, 0.1119790725201E-04, -0.9742093970999E-03  
 \*. 0.5541476655412E-02, -0.2350310049951E-01, 0.5509347544107E-01  
 \*. -0.6733647733927E-01, -0.7598526030779E-01, 0.4622410610318E-01  
 \*. 0.1357263773680E+00, 0.1672858148813E+00, 0.1534372645737E+00  
 \*. 0.1350435614586E+00, 0.1081094892810E+00  
 \*. 0.843568742752E-01, 0.6446525454521E-01, 0.4899802897735E-01  
 \*. 0.762292259836E-01, 0.2783361636102E-01, 0.2088804378362E-01  
 \*. 0.157009083777E-01, 0.1176743116230E-01, 0.8837496617267E-02  
 \*. 0.4621653214097E-02, 0.4970907233655E-02, 0.3724567126483E-02  
 \*. 0.2795448759571E-02, 0.2094724914059E-02, 0.1571958768182E-02  
 \*. 0.1178033067643E-02, 0.8839438687307E-03, 0.6624900852330E-03  
 \*. 0.4970591398887E-03, 0.3725405492946E-03, 0.2795072214212E-03  
 \*. 0.2095132222166E-03, 0.1571737084305E-03, 0.1178213060484E-03  
 \*. 0.8838296344038E-04, 0.4625740934396E-04, 0.4970527293894E-04  
 \*. 0.372600588893E-04, 0.2794797546812E-04, 0.2095324816764E-04  
 \*. 0.1571603924381E-04, 0.1178305865324E-04, 0.8837451876092E-05  
 \*. 0.6626188678638E-05, 0.4969715973857E-05, 0.372622075784E-05  
 \*. 0.2794647343762E-05, 0.2095428983908E-05, 0.1571531811351E-05  
 \*. 0.1178355660155E-05, 0.8837309906085E-06, 0.66264271509281E-06  
 \*. 0.4969560326574E-06, 0.3726322006514E-06, 0.2794588453980E-06  
 \*. 0.2095454324014E-06, 0.1571530248157E-06, 0.1178333174918E-06  
 \*. 0.8837760390179E-07, 0.6625717219322E-07, 0.4970563338702E-07  
 \*. 0.3724953145934E-07, 0.2796418918649E-07, 0.2093034545680E-07

\* 0.1574715469173E-07, 0.1174153104078E-07, 0.8892405034544E-08  
 F, 0.8554207338289E-08, 0.5063895755163E-08, 0.3603083409249E-08  
 J, 0.2955530437014E-08, 0.1885318567229E-08, 0.1845881336671E-08/

## DATA D/

\* -0.6106326655438E-15, 0.4163376342344E-15, -0.2914335439641E-15  
 X, 0.2359223927328E-15, -0.1838606884535E-15, 0.1526554658860E-15  
 Y, -0.1049507202966E-15, 0.4683753385137E-16, -0.2016616040823E-16  
 Z, -0.1447409960268E-16, 0.26534611279140E-16, -0.2160272898677E-16  
 A, 0.1785744772412E-16, -0.1465364998750E-16, -0.7107029943937E-17  
 B, 0.3232863552257E-16, -0.5466665938828E-16, 0.42922835707590E-17  
 C, 0.3397402972258E-16, -0.8270694394787E-16, 0.96878129994615E-16  
 D, -0.1019793997176E-16, 0.1085227479398E-16, -0.1068063283165E-16  
 E, 0.7690844255854E-16, -0.4954754089271E-16, 0.45203564282273E-16  
 F, -0.1120868508824E-16, 0.3601685669505E-16, -0.8164310696207E-17  
 G, 0.2413311452600E-16, -0.4311461228995E-16, 0.1908195823574E-16  
 H, -0.1564962074722E-17, 0.7877738108891E-17, -0.6183607197986E-16  
 I, 0.1487664907708E-15, -0.4078640723855E-15, 0.1306080441316E-14  
 J, -0.4389294306975E-14, 0.1505904440353E-13, -0.51782508809231E-13  
 K, 0.1785318554678E-12, -0.6159529266844E-12, 0.2124802287243E-11  
 L, -0.2330102870687E-11, 0.2528273121136E-10, -0.9723625294360E-10  
 M, 0.3008474834104E-09, -0.1058202742040E-08, 0.3531617669113E-08  
 N, -0.123538709303E-07, 0.4262530950427E-07, -0.1470488939503E-06  
 O, 0.597889919438E-06, -0.1750057208483E-05, 0.6037485036359E-05  
 P, 0.2083087532337E-04, 0.3120517499112E-04, -0.2488508471288E-03  
 Q, 0.8727862332405E-03, -0.3268264932558E-02, 0.1572357676293E-01  
 R, -0.1082046183854E+00, 0.3420371651649E+00  
 S, 0.3795542469548E+00, 0.1645305686713E+00, 0.8146009594202E-01  
 T, 0.35716588954024E-01, 0.1797632873058E-01, 0.7485521491617E-02  
 U, 0.4009092357994E-02, 0.1538640743343E-02, 0.9160320233778E-03  
 V, 0.2968179367462E-02, 0.2175673964704E-03, 0.5138131746207E-04  
 W, 0.5446514746465E-04, 0.6213816050149E-05, 0.1486019273004E-04  
 X, -0.5372419913814E-06, 0.43550962890051E-05, -0.8409874007855E-06  
 Y, 0.1489044768935E-05, -0.4613987698574E-06, 0.4734509673199E-06  
 Z, -0.2075862310575E-06, 0.1623143258530E-06, -0.8658886940793E-07  
 A, 0.62484825543004E-07, -0.3462472266114E-07, 0.2351456807048E-07  
 B, -0.1375129948847E-07, 0.8950330254720E-06, -0.5377211564905E-08  
 C, 0.3429294155153E-08, -0.2091559814232E-08, 0.1318850251231E-08  
 D, -0.8111313431179E-09, 0.5082797516209E-09, -0.3140985306782E-09  
 E, 0.1964200417889E-09, -0.1215135492222E-09, 0.7572370508413E-10  
 F, -0.449853258535E-10, 0.2924028781947E-10, -0.1816307174107E-10  
 G, 0.112994451579E-10, -0.7026083233073E-11, 0.4365772500459E-11  
 H, -0.2713054588224E-11, 0.1686975320721E-11, -0.1048607923583E-11  
 I, 0.6919899115419E-12, 0.4052587800930E-12, 0.2519441361264E-12  
 J, -0.1564143180107E-12, 0.9734633211285E-13, -0.6050935712773E-13  
 K, 0.3762438020101E-13, -0.2339194139225E-13, 0.14509057146648E-13  
 L, -0.9021354097918E-14, 0.5633080807366E-14, -0.3526530196335E-14  
 M, 0.21229203414069E-14, -0.1398187121637E-14, 0.9159339953158E-15/

## DATA D/

\* 0.1774722878325E-06, -0.2194270507516E-06, 0.2713269111609E-06  
 X, -0.3354840316661E-06, 0.4148240293489E-06, -0.5129189730724E-06  
 Y, 0.6342146329887E-06, -0.7841953788557E-06, 0.9696435654405E-06  
 Z, -0.1198945255965E-05, 0.1482473402803E-05, -0.1833049850575E-05

\* 0.2264531510031E-05, -0.2802592005759E-05, 0.3465766217972E-05  
 \* -0.4284735496185E-05, 0.5727993293736E-05, -0.4550868874911E-05  
 \* 0.8100024388114E-05, -0.1001552664093E-04, 0.1238400018693E-04  
 \* -0.1531258931209E-04, 0.1893372609629E-04, -0.2341119215598E-04  
 \* 0.2824749327427E-04, -0.3572302574508E-04, 0.4425739825820E-04  
 \* -0.5472347400470E-04, 0.6766449223505E-04, -0.8364587280761E-04  
 \* 0.1034512497604E-03, -0.1279156131204E-03, 0.1581653632456E-03  
 \* -0.1955867370337E-03, 0.2418175718049E-03, -0.2990049335651E-03  
 \* 0.3697149515750E-03, -0.4571501049213E-03, 0.5652667609318E-03  
 \* -0.6989666190473E-03, 0.8642672220233E-03, -0.1068756333552E-02  
 \* 0.1321485348875E-02, -0.1634524388930E-02, 0.2021709922701E-02  
 \* -0.2501150104065E-02, 0.3095796465484E-02, -0.3832714632154E-02  
 \* 0.4750140011311E-02, -0.589591937038E-02, 0.7335718927184E-02  
 \* -0.9162910282612E-02, 0.1151745424359E-01, -0.1462236512453E-01  
 \* 0.1885506440211E-01, -0.2489447082984E-01, 0.3407307323624E-01  
 \* -0.4874653417277E-01, 0.7411041110754E-01, -0.1193804219566E+00  
 \* 0.1908868253231E+00, -0.2256568074236E+00, 0.1110903266817E-01  
 \* 0.191440272804264+00, 0.2358577698449E+00  
 \* 0.19285249200225E+00, 0.1425444260645E+00, 0.1024069408049E+00  
 \* 0.7266430556774E-01, 0.8822821237445E-01, 0.3413457122921E-01  
 \* 0.2284402252655E-01, 0.1587622612715E-01, 0.1063357945532E-01  
 \* 0.7268702441454E-02, 0.4940150721290E-02, 0.3418445588691E-02  
 \* 0.2294468949701E-02, 0.1565941263091E-02, 0.1063594472472E-02  
 \* 0.7377649737969E-03, 0.4940549903929E-03, 0.3413499246549E-03  
 \* 0.2297979808645E-03, 0.1563707780810E-03, 0.1067064122920E-03  
 \* 0.7347915379796E-04, 0.4954945325153E-04, 0.3409305919800E-04  
 \* 0.230027544798E-04, 0.1581908145454E-04, 0.1058263645770E-04  
 \* 0.7340230240516E-05, 0.4959936905213E-05, 0.34060927901059E-05  
 \* 0.2302743732587E-05, 0.1580663251843E-05, 0.1068867390205E-05  
 \* 0.7337000056395E-06, 0.4960329765603E-06, 0.3407553470376E-06  
 \* 0.2299916825792E-06, 0.1586434166256E-06, 0.1061166869931E-06  
 \* 0.7437821381018E-07, 0.4832813615963E-07, 0.3564251492529E-07  
 \* 0.2100390972259E-07, 0.1832715135208E-07, 0.7561156145641E-08  
 \* 0.1121319748145E-07, 0.1623505913040E-09, 0.9343954943120E-08  
 \* -0.5043057083042E-08, 0.1066410444411E-07, -0.1016660204437E-07  
 \* 0.1462736598512E-07, -0.1668391469423E-07, 0.2158392753415E-07  
 \* -0.2603713156191E-07, 0.3263751224836E-07, -0.4005551498304E-07  
 \* 0.4973108147510E-07, -0.6135129382301E-07, 0.75955517104164E-07  
 \* -0.9385202304207E-07, 0.1160905398478E-06, -0.1435135175143E-06

## DATA F1.

\* -0.3238058994287E-08, 0.2925566455758E-07, -0.5117870571780E-07  
 \* -0.7360028340497E-07, -0.7267276334666E-07, 0.4102743744738E-07  
 \* 0.3763353717545E-07, -0.1564344387361E-06, 0.2940986973954E-06  
 \* -0.3943194501466E-06, 0.3891862547789E-06, -0.1092345125043E-06  
 \* -0.2568981471925E-06, 0.2294446659602E-06, -0.1684263565949E-06  
 \* 0.2228421408790E-05, -0.2142225866919E-05, 0.9927656413108E-06  
 \* 0.1524350750515E-05, -0.5222549589234E-05, 0.9265184417018E-05  
 \* -0.1198342171085E-04, 0.1103700787786E-04, -0.40164381977141E-05  
 \* -0.1048132162396E-04, 0.3140450644423E-04, -0.5385566700868E-04  
 \* 0.6845561083326E-04, -0.6234797911020E-04, 0.2264186686266E-04  
 \* 0.5745571296609E-04, -0.1706590264803E-03, 0.2881073451135E-03  
 \* -0.3563223430489E-03, 0.3035069385078E-03, -0.5927201345912E-04  
 \* -0.4109371511731E-03, 0.10620556049705E-02, -0.1729663228616E-02

\* 0.2116448245943E-02, -0.1831661560573E-02, 0.5058886599727E-03  
 \* 0.2014986239374E-02, -0.5427364259950E-02, 0.8756524883211E-02  
 \* -0.1029570400715E-01, 0.7843951694667E-02, 0.6400307174772E-03  
 \* -0.1595045818520E-01, 0.3635526821017E-01, -0.5640185251832E-01  
 \* 0.6678064912598E-01, -0.5577245354652E-01, 0.1307409163564E-01  
 \* 0.6403191387653E-01, -0.1632017791271E+00, 0.2507350146770E+00  
 \* -0.2711335686188E+00, 0.1647731363773E+00, 0.5838444456458E-01  
 \* -0.1767664190863E+00, -0.4563686251640E-01, 0.8526019752026E-01  
 \* 0.1463851721043E+00, 0.1717271655798E+00  
 \* 0.1571718901396E+00, 0.1271421015263E+00, 0.1018027588725E+00  
 \* 0.7755360007283E-01, 0.5972227454185E-01, 0.4475219175220E-01  
 \* 0.3401123359799E-01, 0.2538444590907E-01, 0.1919294893742E-01  
 \* 0.1432006154209E-01, 0.1080076023936E-01, 0.8063600398600E-02  
 \* 0.6073031803841E-02, 0.4537670407444E-02, 0.3414310049266E-02  
 \* 0.2552841324359E-02, 0.1919471775182E-02, 0.1436016755179E-02  
 \* 0.1078136505723E-02, 0.8077225647867E-03, 0.6047221402191E-03  
 \* 0.4542994720396E-03, 0.3411301586311E-03, 0.2555084647611E-03  
 \* 0.1918070047295E-03, 0.1436995080439E-03, 0.1078499917639E-03  
 \* 0.8081053551609E-04, 0.6064358240110E-04, 0.4544921466731E-04  
 \* 0.3110019417061E-04, 0.2555944229243E-04, 0.1917496410897E-04  
 \* 0.1477379069102E-04, 0.1078242894437E-04, 0.8083280590654E-05  
 \* 0.6063136906325E-05, 0.4545704996417E-05, 0.3409494411244E-05  
 \* 0.255628629201E-05, 0.1917290319398E-05, 0.1437480705135E-05  
 \* 0.1078218133443E-05, 0.8083092666311E-06, 0.6063371529308E-06  
 \* 0.4546093034997E-06, 0.3407973281355E-06, 0.2559284553172E-06  
 \* 0.1912936496320E-06, 0.1442184511733E-06, 0.1075022808550E-06  
 \* 0.8073432411473E-07, 0.6142053621261E-07, 0.4382497209576E-07  
 \* 0.3644402823966E-07, 0.2306016178011E-07, 0.207589306672E-07  
 \* 0.1516731806317E-07, 0.6152608644783E-08, 0.1731020482509E-07  
 \* -0.692050156929E-08, 0.1800429672016E-07, -0.4469993264422E-08/

## DATA I/

\* 0.000003513048, -0.000011465278, 0.000025686631  
 \* -0.000051580460, 0.000100246187, -0.000192949519  
 \* 0.000370536553, -0.000712584995, 0.001391656930  
 \* -0.003005312756, 0.010735475909, -0.085566401482  
 \* 0.392689198256, 0.351957887411, 0.174643978477  
 \* 0.084647018743, 0.039001818746, 0.018251657486  
 \* 0.008447862620, 0.003926535603, 0.001819804544  
 \* 0.000845483679, 0.000392158196, 0.000182190313  
 \* 0.000094367712, 0.000039488510, 0.000017742128  
 \* 0.000009256922, 0.000002675689, 0.000003311819/

## DATA II/

\* 0.000000253095, -0.000000820937, 0.000001408845,  
 \* -0.000001341727, -0.000000488749, 0.000008852462,  
 \* -0.000037318794, 0.000127060368, -0.000347796507,  
 \* 0.000234139588, 0.010295531712, -0.107966803014,  
 \* 0.2731009423373, 0.316072344780, 0.214193120599,  
 \* 0.124988753676, 0.073184184730, 0.0409669923139,  
 \* 0.073408796630, 0.012916403823, 0.007459401619,  
 \* 0.004046517890, 0.002389324829, 0.001255286857,  
 \* 0.000775960854, 0.000378494362, 0.000259843015,  
 \* 0.000110644507, 0.000080479833, 0.000055413646/

```

GO TO (1,2,3,4,5,6,7,8,9),NF
1  NPF=32
   DO 21 I=1,128
21  CF(I)=A(I)
   DO 22 I=1,48
   CF(49)=CF(49)+CF(I)
   CF(80)=CF(80)+CF(128-I+1)
22  CONTINUE
   DO 23 I=1,NPF
23  CF(I)=CF(49+I-1)
   ND=15
   DINC=DLOG(10.0D0)/3.0D0
   DES=-0.7446292D0
   WRITE(6,*) '
   WRITE(6,*) '
   WRITE(6,*) '
   WRITE(6,*) '
   WRITE(6,*) '
   WRITE(6,*) '
   RETURN
2  NPF=64
   DO 24 I=1,128
24  CF(I)=C(I)
   DO 25 I=1,32
   CF(33)=CF(33)+CF(I)
   CF(96)=CF(96)+CF(128-I+1)
25  CONTINUE
   DO 26 I=1,NPF
26  CF(I)=CF(33+I-1)
   ND=31
   DINC=DLOG(10.0D0)/6.0D0
   DES=0.2530704D0
   WRITE(6,*) '
   WRITE(6,*) '
   WRITE(6,*) '
   WRITE(6,*) '
   WRITE(6,*) '
   WRITE(6,*) '
   RETURN
3  NPF=128
   DO 27 I=1,NPF
27  CF(I)=C(I)
   ND=63
   DINC=DLOG(10.0D0)/6.0D0
   DES=0.2530704D0
   WRITE(6,*) '
   WRITE(6,*) '
   WRITE(6,*) '
   WRITE(6,*) '
   RETURN
4  NPF=128
   DO 28 I=1,NPF
28  CF(I)=D(I)

```

FILTRO PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER  
DE 3 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO,  
POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER.  
NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 32  
AFILADO DEL FILTRO CORRESPONDIENTE DE  
128 COEFICIENTES.

FILTRO PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER  
DE 6 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO,  
POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER.  
NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 64  
AFILADO DEL FILTRO CORRESPONDIENTE DE  
128 COEFICIENTES.

FILTRO PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER  
DE 6 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO,  
POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER.  
NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 128

```

ND=63
DINC=DLOG(10.000)/8.000
DES=0.1998569D0
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
RETURN
5 NPF=32
DO 29 I=1,128
29 CF(I)=G(I)
DO 30 I=1,48
CF(49)=CF(49)+CF(I)
CF(80)=CF(80)+CF(128-I+1)
30 CONTINUE
DO 31 I=1,NPF
31 CF(I)=CF(49+I-1)
ND=15
DINC=DLOG(10.000)/3.000
DES=-0.4441185D0
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
RETURN
6 NPF=128
DO 32 I=1,NPF
32 CF(I)=O(I)
ND=63
DINC=DLOG(10.000)/6.000
DES=-0.2822783D0
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
RETURN
7 NPF=128
DO 33 I=1,NPF
33 CF(I)=P(I)
ND=63
DINC=DLOG(10.000)/8.000
DES=-0.2869337D0
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
RETURN
8 NPF=30
DO 34 I=1,NPF
34 CF(I)=T(I)
ND=15
DINC=DLOG(10.000)/3.000

```

FILTRO PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER  
DE 8 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO,  
POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER,  
NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 128

FILTRO PARA DISPOSITIVO W E N N E R  
DE 3 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO,  
POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER,  
NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 32  
APILADO DEL FILTRO CORRESPONDIENTE DE  
128 COEFICIENTES.

FILTRO PARA DISPOSITIVO WENNER  
DE 6 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO,  
POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER,  
NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 128

FILTRO PARA DISPOSITIVO WENNER  
DE 8 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO,  
POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER,  
NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 128

```
DES=0.7453979849820D0
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
RETURN
9 NPF=30
DO 35 I=1,NPF
35 CF(I)=U(I)
ND=15
DINC=DLOG(10.0D0)/4.0D0
DES=0.214048385620D0
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
WRITE(6,*) '
RETURN
END
FILTRO PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER'
DE 3 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO,'
POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS'
NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 30 '
```

```
FILTRO PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER'
DE 4 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO,'
POR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS'
NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 30 '
```

OBTENCION DE LA CURVA TRANSFORMACION DE  
RESISTIVIDADES MEDIANTE LA APLICACION  
DEL:

FILTRO PARA DISPOSITIVO SCHLUMBERGER  
DE 4 MUESTRAS POR CICLO LOGARITMICO,  
POR LA TRANSFORMADA RAPIDA DE FOURIER.  
NUMERO DE COEFICIENTES DEL FILTRO= 128

| ABSCISA 1/LAMBDA | TRANSFORMACION DE RESISTIVIDAD |
|------------------|--------------------------------|
| 0.128797400E+01  | 99.998568                      |
| 0.189074588E+01  | 99.997951                      |
| 0.277429581E+01  | 99.967895                      |
| 0.407257366E+01  | 99.687392                      |
| 0.597877598E+01  | 98.515575                      |
| 0.877486624E+01  | 95.749403                      |
| 0.128797388E+02  | 91.406565                      |
| 0.189048843E+02  | 86.282634                      |
| 0.277481117E+02  | 81.338793                      |
| 0.407295990E+02  | 77.541716                      |
| 0.597826042E+02  | 76.498423                      |
| 0.877483978E+02  | 80.514393                      |
| 0.128797409E+03  | 91.643413                      |
| 0.189048843E+03  | 111.108041                     |
| 0.277486298E+03  | 139.262160                     |
| 0.407293457E+03  | 175.493063                     |
| 0.597824768E+03  | 218.015895                     |
| 0.877487732E+03  | 263.903110                     |
| 0.128797522E+04  | 309.601037                     |
| 0.189048938E+04  | 351.799179                     |
| 0.277485913E+04  | 388.204929                     |
| 0.407293481E+04  | 417.842450                     |
| 0.597825098E+04  | 440.860123                     |
| 0.877487305E+04  | 458.095411                     |
| 0.128797529E+05  | 470.645873                     |
| 0.189048945E+05  | 479.622566                     |
| 0.277485918E+05  | 485.934761                     |
| 0.407293672E+05  | 490.310427                     |
| 0.597825391E+05  | 493.317971                     |
| 0.877487734E+05  | 495.375610                     |



APENDICE II  
METODO DE GRADIENTE

Si consideramos el modelo a ser ajustado como:

$$\begin{aligned} E\{y\} &= f(x_1, x_2, \dots, x_m, \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k) \\ E &= f(\bar{x}, \bar{\beta}) \end{aligned} \quad (\text{AII.1})$$

donde:

$x_1, x_2, \dots, x_m$  son las variables independientes,  
 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$  son los valores de los parámetros  
 y  $E\{y\}$  es el valor esperado de la variable dependiente  $y$ .

Se tendrá que buscar los valores de los parámetros que minimicen la expresión:

$$\bar{\Phi} = \sum_{i=1}^n [\gamma_i - \hat{\gamma}_i]^2 = \|\bar{\gamma} - \bar{\gamma}\|^2 \quad (\text{AII.2})$$

donde  $\hat{\gamma}_i$  es el valor de  $y$  obtenido de (AII.2) en el  $i$ -ésimo punto.

El método de gradiente consiste en avanzar, a partir del punto considerado, en dirección opuesta y proporcionalmente al gradiente de  $\bar{\Phi}$ . Es decir, el vector de parámetros  $\bar{\beta}$  será corregido en un  $\bar{e}_g$ ; siendo:

$$\bar{e}_g = -c \left( \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \beta_1}, \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \beta_2}, \dots, \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial \beta_k} \right)^T \quad (\text{AII.3})$$

donde:  $c$  es una constante positiva que indica la magnitud del avance.

El valor de esta última constante ha sido ampliamente estudiado, con la finalidad de compensar la pobremente condicionada superficie  $\bar{\Phi}$ ; y, por tanto, lenta convergencia de este método.

El método de gradiente puede rondar ineficientemente en las cercanías del mínimo de una función.

La figura AII.1 muestra el caso de una función de dos variables; la cual es descrita por sus contornos o curvas de nivel.

En dicha figura puede apreciarse la lenta convergencia del método de gradiente.

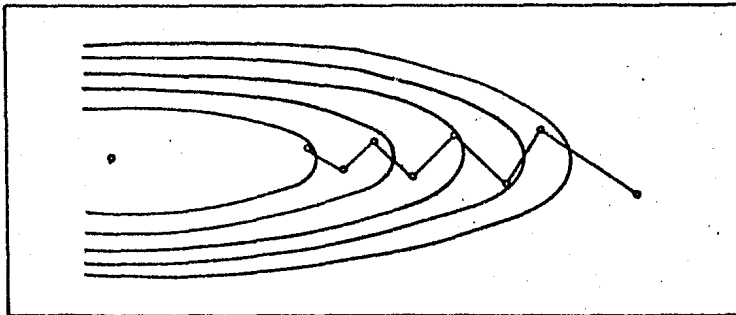


Fig. AII.1.- Caso de una función de dos variables, en la que se muestra la lenta convergencia del método de gradiente.

### APENDICE III.

#### METODO DE SOLUCION DE ECUACIONES MATRICIALES.

En su forma más antigua este método es debido a Newton y a Gauss. Marquardt (1963) modificó en forma importante el método.

Considérese el modelo, a ser ajustado por los datos, como:

$$E\{y\} = f(x_1, x_2, \dots, x_m; \beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k) = f(\bar{x}, \bar{\beta}) \quad (\text{AIII.1})$$

donde

$x_1, x_2, \dots, x_m$  son las variables independientes,  
 $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_k$  son los valores de los  $k$  parámetros  
 y  $E\{y\}$  es el valor esperado de la variable dependiente  $y$ .

Si se escriben los puntos datos como:

$$(Y_i, X_{1i}, X_{2i}, \dots, X_{mi}) \quad i=1, 2, \dots, n. \quad (\text{AIII.2})$$

El problema es calcular los valores de los parámetros que minimicen la expresión:

$$\Phi = \sum_{i=1}^n [Y_i - \hat{y}_i]^2 = \|\bar{Y} - \bar{y}\|^2 \quad (\text{AIII.3})$$

donde  $\hat{y}_i$  es el valor de  $y$  obtenido de (A II.1) en el  $i$ -ésimo punto.

El método de Gauss-Newton hace una expansión de  $f$ , en Series de Taylor, en sus términos lineales:

$$\langle Y(\bar{X}_i, \bar{\delta} + \bar{\delta}_i) \rangle = f(\bar{X}_i, \bar{\delta}) + \sum_{j=1}^k \left( \frac{\partial f_i}{\partial \delta_j} \right) (\delta_i)_j \quad (\text{AIII.4})$$

6

$$\langle Y \rangle = f_0 + \tau \bar{\delta}_i \quad (\text{AIII.4a})$$

en la ecuación (A III.4),  $\vec{\beta}$  es remplazado notacionalmente por  $\vec{\delta}$ , donde el valor de convergencia de  $\vec{\delta}$  es la estimación de mínimos cuadrados de  $\vec{\beta}$ . El vector  $\vec{\epsilon}_t$ , es una pequeña corrección al vector  $\vec{\delta}$ , el subíndice  $t$  indica su cálculo por el método de Series de Taylor.

Los paréntesis  $\langle \rangle$  son utilizados para distinguir las predicciones hechas con el modelo linealizado, de aquéllas del verdadero modelo no lineal.

Así, el valor de  $\vec{\Phi}$  predicho por (A III.4) es:

$$\vec{\Phi} = \sum_{i=1}^n [\bar{Y}_i - \langle \bar{Y}_i \rangle]^2 \quad (\text{AIII.5})$$

Ahora,  $\vec{\epsilon}_t$  aparece linealmente en (A III.4), y puede, por tanto, ser encontrada por el método normal de mínimos cuadrados, al igualar  $\partial \langle \vec{\Phi} \rangle / \partial \delta_t = 0$  para todas las  $j$ .

Así,  $\vec{\epsilon}_t$  es encontrada al solucionar:

$$A \vec{\epsilon}_t = \vec{g} \quad (\text{AIII.6})$$

donde:

$$A^{[k \times k]} = P^T P \quad (\text{AIII.7})$$

$$P^{[n \times k]} = \left( \frac{\partial f_i}{\partial b_j} \right); \quad \begin{array}{l} i=1, 2, \dots, n. \\ j=1, 2, \dots, k. \end{array} \quad (\text{AIII.8})$$

$$\vec{g}^{[k \times 1]} = \left( \sum_{i=1}^n (Y_i - f_i) \frac{\partial f_i}{\partial b_j} \right); \quad j=1, 2, \dots, k.$$

$$\vec{g} = P^T (\vec{Y} - \vec{f}_c) \quad (\text{AIII.9})$$

APENDICE IV

CALCULO DE LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ JACOBIANA, D.

Para obtener las derivadas parciales de la Función de Transformación de Resistividades, respecto a los parámetros del corte geoelectrico, se utiliza la relación de recurrencia de Pekeris (ecuación III.3). Derivando esta expresión tendremos, para espesores:

$$\frac{\partial T_i(\lambda)}{\partial t_i} = \frac{\rho_i - \frac{T_{i+1}^2(\lambda)}{\rho_i}}{\left[1 + \frac{T_{i+1}(\lambda)}{\rho_i} \tanh(\lambda t_i)\right]^2} \frac{\lambda}{\cos^2(\lambda t_i)} \quad (\text{AIV.1})$$

y para resistividades:

$$\frac{\partial T_i(\lambda)}{\partial \rho_i} = \frac{\left[1 + \frac{T_{i+1}^2(\lambda)}{\rho_i^2} + 2 \frac{T_{i+1}(\lambda)}{\rho_i} \tanh(\lambda t_i)\right] \tanh(\lambda t_i)}{\left[1 + \frac{T_{i+1}(\lambda)}{\rho_i} \tanh(\lambda t_i)\right]^2} \quad (\text{AIV.2})$$

donde :  $\rho_i$  es la resistividad de la i-ésima capa.  
 $t_i$  es el espesor de la i-ésima capa.

Si  $i \neq k$  entonces  $t_k$  y  $\rho_k$  sólo tienen influencia en  $T_i(\lambda)$ , a través de  $T_{i+1}(\lambda)$ . Así, para estos valores:

$$\frac{\partial T_i(\lambda)}{\partial t_k} = \frac{\partial T_i(\lambda)}{\partial T_{i+1}(\lambda)} \frac{\partial T_{i+1}(\lambda)}{\partial t_k} \quad (\text{AIV.3})$$

$$\frac{\partial T_i(\lambda)}{\partial \rho_k} = \frac{\partial T_i(\lambda)}{\partial T_{i+1}(\lambda)} \frac{\partial T_{i+1}(\lambda)}{\partial \rho_k} \quad (\text{AIV.4})$$

donde: 
$$\frac{\partial T_i(\lambda)}{\partial T_{i+1}(\lambda)} = \frac{1 - \tanh^2(\lambda t_i)}{\left[1 + \frac{T_{i+1}(\lambda)}{\rho_i} \tanh(\lambda t_i)\right]^2} \quad (\text{AIV.5})$$

APENDICE IV

PROGRAMA IDOFUKE



```

C NF=8 FILTRO PARA TRES MUESTRAS POR CICLO.
C
C NF=9 FILTRO PARA CUATRO MUESTRAS POR CICLO.
C
CCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCCC
C
C----- INICIO DEL PROGRAMA.
C
C
DIMENSION ARX(300),AFK(100),RE(300),TRANS(100),AR(300),
1  RHO(30),ESPESOR(30),TKERCAL(100),ALA(100),AFT(300),
2  RECAL(300),CH(30)
REAL*8 X(60),DIF(60),SSF,EXAC
COMMON CF (128)
5  READ(5,10B)CH
   READ(5,*) NF,NAR
   IF (NF .GE. 10)GO TO 6
   CALL FILTRO(NF,ND,DINC,DES,NPF)
   DO 1 I=1,NAR
     READ(5,*)AR(ND+I),RE(ND+I)
     ARX(ND+I)=ALOG( AR(ND+I) )
1  CONTINUE
   DO 2 I=1,ND
     RE(I)=RE(ND+1)
     ARX(ND-I+1)=ARX(ND-I+2)-DINC
2  CONTINUE
   NI=NPF-ND-1
   DO 3 I=1,NI
     RE(ND+NAR+I)=RE(ND+NAR)
     ARX(ND+NAR+I)=ARX(ND+NAR+I-1)+DINC
3  CONTINUE
   CALL CONV(NAR,NPF,RE,TRANS)
   DO 4 I=1,NAR
     AFK(I)=EXP( -ARX(ND+I)-DES )
     AFT(I)= AR(ND+I)
     ALA(I)=1/AFK(I)
4  CONTINUE

C
C
READ (5,*) NCAPAS,EXAC,ITERMAX
DO I=1,NCAPAS-1
  READ(5,*) ESPESOR(I),RHO(I)
ENDDO
READ(5,*) RHO(NCAPAS)
WRITE(6,201)
WRITE(6,10B)CH
WRITE(6,201)
WRITE(6,111)
WRITE(6,202)
WRITE(6,112)
WRITE(6,*)
DO I=1,NCAPAS-1
  WRITE(6,102) I,ESPESOR(I),RHO(I)
ENDDO

```



```

WRITE(6,103) NCAFAS,RHO(NCAFAS)
ITER=0
NER=NCAFAS*2-1
DO I=1,NCAFAS-1
  K=2*I-1
  X(K)=DLOG( DBLE(RHO(I)) )
  X(K+1)=DLOG( DBLE(ESPESOR(I)) )
ENDDO
X(NER)=DLOG( DBLE(RHO(NCAFAS)) )
CALL TKERNEL (NAR,NCAFAS,AFK,TKERCAL,X,NER)
DO I=1,NAR
  DIF(I)=DBLE( (TRANS(I)-TKERCAL(I))/TRANS(I) )
ENDDO
SSF=DDPROD(NAR,DIF)
WRITE(6,202)
WRITE(6,104) SSF
CALL MARQUARIT(NCAFAS,NAR,NER,SSF,AFK,TRANS,TKERCAL,X,DIF,
* EXAC,ITERMAX,ITER,ESPESOR,RHO)
WRITE(6,201)
WRITE(6,113)
WRITE(6,202)
WRITE(6,112)
WRITE(6,*)
DO I=1,NCAFAS-1
  K=2*I-1
  RHO(I)=SNGL( DEXP(X(K)) )
  ESPESOR(I)=SNGL( DEXP(X(K+1)) )
  WRITE(6,102) I,ESPESOR(I),RHO(I)
ENDDO
RHO(NCAFAS)=SNGL( DEXP(X(NER)) )
WRITE(6,103) NCAFAS,RHO(NCAFAS)
WRITE(6,202)
WRITE(6,105) SSF
WRITE(6,*)
WRITE(6,107) ITER
WRITE(6,201)
WRITE(6,114)
WRITE(6,115)
WRITE(6,117)
WRITE(6,119)
WRITE(6,202)
DO I=1,NAR
  WRITE(6,101) ALA(I),TRANS(I),TKERCAL(I),DIF(I)*100,DO
ENDDO
WRITE(6,201)
WRITE(6,201)
CALL RESTS(NAR,NCAFAS,NER,AFT,X,RECAL,DIF)
WRITE(6,114)
WRITE(6,116)
WRITE(6,118)
WRITE(6,119)
WRITE(6,202)
DO I=1,NAR
  DIF(I)=DBLE( (RE(ND+I)-RECAL(I))/RE(ND+I) )

```



END

```

-----
SUBROUTINA QUE CONTIENE LOS COEFICIENTE
DE LOS FILTROS RESPECTIVOS.
-----

```

```

SUBROUTINE FILTRO(NF,NI,DINC,DES,NPF)
DIMENSION A(120),C(120),D(120),G(120),
*          O(120),P(120),T(30),U(30)
COMMON CF(120)

```

```

-----
*   A CONTINUACION SE ENUNCIAN LOS COEFICIENTE
*   DE TODOS LOS FILTROS QUE UTILIZA ESTE
*   PROGRAMA. SE ENCONTRARAN ENLISTADOS EN
*   LAS INSTRUCCIONES DATA EN ORDEN NORMAL.
-----

```

DATA A/

```

* -0.8326672684689E-16, 0.8326672684689E-16, -0.5551115123126E-16
* 0.7632783294298E-16, -0.5898059818321E-16, 0.3989863994747E-16
* -0.4423544863741E-16, 0.1040834085586E-16, -0.1301042606983E-17
* -0.4147073309757E-16, 0.3106239224171E-16, -0.3058805379125E-16
* 0.2803340242233E-16, -0.3152656629681E-16, -0.4577366046962E-17
* 0.2646977960170E-17, -0.2446437615951E-16, -0.3314461098430E-16
* 0.5373254086070E-16, -0.8942571516461E-16, 0.9244162891287E-16
* -0.8248602716731E-16, 0.8913324395235E-16, -0.7683202930483E-16
* 0.6995811209240E-16, -0.6042865960077E-16, 0.3838042272502E-16
* -0.3279195411066E-16, 0.3024006883371E-16, -0.9878635071097E-17
* 0.3180401921787E-16, -0.2642865879909E-16, 0.1534146074067E-16
* -0.1150091078742E-16, 0.7090194336930E-17, -0.3217658798321E-16
* 0.7044890151089E-16, -0.3623641028195E-16, 0.3488624969020E-16
* -0.3354885414965E-16, 0.4990197001436E-16, 0.6484561312868E-16
* -0.3330466050666E-15, 0.1523912857273E-14, -0.6412938959705E-14
* 0.2676835193934E-13, -0.1114908404314E-12, 0.4645149824685E-12
* -0.1935621584889E-11, 0.8065798896839E-11, -0.3360982672729E-10
* 0.1400514287875E-07, -0.5835918970298E-09, 0.2431817414106E-08
* -0.1013333061906E-07, 0.4222504301765E-07, -0.1759409826719E-06
* 0.7329765150305E-06, -0.3046850451938E-05, 0.1251058256457E-04
* -0.4722167432182E-04, 0.6569364632014E-04, 0.3135937964544E-02
* -0.7093933969736E-01, 0.4077324271202E+00
* 0.3439262509346E+00, 0.1632107645273E+00, 0.8408172428609E-01
* 0.3531472012401E-01, 0.1865572854877E-01, 0.7356124930084E-02
* 0.4171989392489E-02, 0.1496782642789E-02, 0.9500044980086E-03
* 0.2927487892225E-03, 0.2219164744020E-03, 0.5306443199515E-04
* 0.5362194860936E-04, 0.8058649655140E-05, 0.1351104765490E-04
* 0.5991907414682E-06, 0.3570923354346E-05, -0.2540895991388E-06
* 0.9917796433001E-06, -0.1838790382180E-06, 0.2886401944124E-06
* -0.8313642041458E-07, 0.8745074353556E-07, -0.3257829916947E-07
* 0.2735535709044E-07, -0.1196178622620E-07, 0.8743086256636E-08
* -0.4242945550459E-08, 0.2855026437487E-08, -0.1475530253536E-08
* 0.9410142665089E-09, -0.5070976416555E-09, 0.3125738001764E-09

```

\* -0.1730152132673E-09, 0.1043589936689E-09, -0.5876437531027E-10  
 \* 0.3495863321046E-10, -0.1990258652329E-10, 0.1173589177228E-10  
 \* -0.6728555646679E-11, 0.3945276830924E-11, -0.2272140375154E-11  
 \* 0.1327474371746E-11, -0.7666923194406E-12, 0.4468836867395E-12  
 \* -0.2585991841368E-12, 0.1505101246543E-12, -0.8724093767277E-13  
 \* 0.5074274198524E-13, -0.2943551977684E-13, 0.1711398052082E-13  
 \* -0.9926748415238E-14, 0.5741300277806E-14, -0.3338171032931E-14  
 \* 0.1928491366265E-14, -0.1090391336352E-14, 0.6036114012625E-15  
 \* -0.3451320446082E-15, 0.1789102991191E-15, -0.9551153535684E-16  
 \* 0.2533644951827E-16, -0.4618701254788E-16, 0.6245004513517E-16/

## DATA C/

\* -0.6773304139784E-11, 0.1608114336138E-10, -0.1784636327606E-10  
 \* 0.2792207437485E-10, -0.3674942641863E-10, 0.5256854673785E-10  
 \* -0.7216877095922E-10, 0.1010809630442E-09, -0.1401894433872E-09  
 \* 0.1953655709430E-09, -0.2716171176864E-09, 0.3780654955765E-09  
 \* -0.5259314636474E-09, 0.7318407546641E-09, -0.1018223505511E-08  
 \* 0.1415767370088E-08, -0.1971241392340E-08, 0.2742760241148E-08  
 \* -0.3816210014662E-08, 0.5309800599207E-08, -0.7387936040715E-08  
 \* 0.1027941376464E-07, -0.1430254314982E-07, 0.1990023612564E-07  
 \* -0.2768873463683E-07, 0.3853547791894E-07, -0.5360346833072E-07  
 \* 0.7458263695526E-07, -0.1037225709807E-06, 0.1443867637474E-06  
 \* -0.2008964665685E-06, 0.2795227374008E-06, -0.3889215349773E-06  
 \* 0.5411385009422E-06, -0.7529249614890E-06, 0.1047602495419E-05  
 \* -0.14576100946622E-05, 0.2028085418715E-05, -0.2821831230904E-05  
 \* 0.3926230874640E-05, -0.5462865374284E-05, 0.7690898243254E-05  
 \* -0.1057569170371E-04, 0.1471469477110E-04, -0.2047326404783E-04  
 \* 0.2848538315448E-04, -0.3963103154092E-04, 0.5513220094144E-04  
 \* -0.7667826139368E-04, 0.1065844263484E-03, -0.147924206742E-03  
 \* 0.2047083398793E-03, -0.2809216384776E-03, 0.3771722259534E-03  
 \* -0.4731216759955E-03, 0.4344328772277E-03, 0.5749663105235E-03  
 \* -0.7770267780870E-02, 0.4387804120779E-01, -0.1224028542638E+00  
 \* 0.3189487010241E-01, 0.1966641281128E+00, 0.2200097590685E+00  
 \* 0.1856304705143E+00, 0.1376948505640E+00  
 \* 0.9818574786186E-01, 0.6791961193085E-01, 0.4682411253452E-01  
 \* 0.3194551973214E-01, 0.2185455337167E-01, 0.1487342640758E-01  
 \* 0.1015412248671E-01, 0.6909346207976E-02, 0.4713467322290E-02  
 \* 0.3207999747247E-02, 0.2187601523474E-02, 0.1489252783358E-02  
 \* 0.1015296205878E-02, 0.6913191755302E-03, 0.4712219524663E-03  
 \* 0.3209046626278E-02, 0.2187089557972E-03, 0.1489583955845E-03  
 \* 0.1015112575260E-03, 0.6914297409821E-04, 0.4711582732853E-04  
 \* 0.3209421993233E-04, 0.2186870733567E-04, 0.1489712303737E-04  
 \* 0.1015037560137E-04, 0.69147336331964E-05, 0.4711326255347E-05  
 \* 0.3209572014384E-05, 0.2186782927854E-05, 0.1489763576501E-05  
 \* 0.1015007569549E-05, 0.6914912091815E-06, 0.4711223198228E-06  
 \* 0.3209632097878E-06, 0.2186747849464E-06, 0.1489784153819E-06  
 \* 0.1014995518744E-06, 0.6914982009221E-07, 0.4711182199912E-07  
 \* 0.3209655830005E-07, 0.2186734171516E-07, 0.1489791667808E-07  
 \* 0.1014991823922E-07, 0.691494798990E-08, 0.4711187884254E-08  
 \* 0.3209636112445E-08, 0.2186767655843E-08, 0.1489742995631E-08  
 \* 0.1015060147047E-08, 0.6914038785943E-09, 0.4712524295709E-09  
 \* 0.3207770993274E-09, 0.2189366882233E-09, 0.1486125389416E-09  
 \* 0.1020090262260E-09, 0.6844121103187E-10, 0.48097716167009E-10  
 \* 0.3072589752073E-10, 0.2377521096664E-10, 0.1224126008992E-10

\* , 0.1384942160954E-10, 0.1763755808071E-11, 0.11882819193265E-10/

## DATA D/

\* , 0.8201602730296E-09, 0.1351367906466E-08, 0.5215114451396E-10  
 \* , 0.1293921747525E-08, -0.6677553510137E-09, 0.1637610158589E-08  
 \* , -0.1563414286920E-08, 0.2471597371212E-08, -0.29034472360394E-08  
 \* , 0.4032333578152E-08, -0.5082122722655E-09, 0.67202980999233E-08  
 \* , -0.8735661083392E-08, 0.1147991213202E-07, -0.1492815826509E-07  
 \* , 0.1952989747540E-07, -0.2546149424631E-07, 0.3326091047029E-07  
 \* , -0.4339960568700E-07, 0.5666606384125E-07, -0.7395978229852E-07  
 \* , 0.9655224175731E-07, -0.1260302298078E-06, 0.1645197879913E-06  
 \* , -0.2147551754206E-06, 0.2803363372550E-06, -0.3459394565148E-06  
 \* , 0.4776859441336E-06, -0.6235534897314E-06, 0.8139656419551E-06  
 \* , -0.1062521505446E-05, 0.1386970283335E-05, -0.1810511207423E-05  
 \* , 0.2363374733250E-05, -0.3085057642238E-05, 0.4027104296256E-05  
 \* , -0.5256786153041E-05, 0.6841891051813E-05, -0.8956943020166E-05  
 \* , 0.1169127335743E-04, -0.1525940074294E-04, 0.1991423414438E-04  
 \* , -0.2598344690341E-04, 0.33888614478E-04, -0.4416531010065E-04  
 \* , 0.5747484101448E-04, -0.7458667096216E-04, 0.9626257087803E-04  
 \* , -0.1228461187566E-03, 0.1529195578769E-03, -0.198707335527E-03  
 \* , 0.1684688322712E-03, 0.1119790795201E-04, -0.9742093970999E-03  
 \* , 0.5541676655412E-02, -0.2350310049951E-01, 0.6508437544107E-01  
 \* , -0.6733647733927E-01, -0.7598526030779E-01, 0.4622410610310E-01  
 \* , 0.1357263773680E+00, 0.1672858148813E+00, 0.1584376245737E+00  
 \* , 0.1350435614586E+00, 0.1081094592810E+00  
 \* , 0.8435687422752E-01, 0.6446525454521E-01, 0.4899682897735E-01  
 \* , 0.3692392259836E-01, 0.2783361636102E-01, 0.2088584378362E-01  
 \* , 0.1570090837777E-01, 0.1176743116230E-01, 0.8837486617267E-02  
 \* , 0.6621653214097E-02, 0.4970907233655E-02, 0.3724567126483E-02  
 \* , 0.2795448759571E-02, 0.2094724914059E-02, 0.1571950768182E-02  
 \* , 0.1178033067845E-02, 0.8839438087307E-03, 0.6624900852330E-03  
 \* , 0.4970591398887E-03, 0.3725605492946E-03, 0.2795072214212E-03  
 \* , 0.2095132222166E-03, 0.1571737084305E-03, 0.1178213064048E-03  
 \* , 0.8838296344038E-04, 0.6625740934396E-04, 0.4970027293894E-04  
 \* , 0.3726005888293E-04, 0.2794797546812E-04, 0.2095324816764E-04  
 \* , 0.1571403934281E-04, 0.1178305865324E-04, 0.8837651876097E-05  
 \* , 0.6626188678638E-05, 0.4969715973857E-05, 0.3726222075784E-05  
 \* , 0.2794647343762E-05, 0.2095428953908E-05, 0.1571531611351E-05  
 \* , 0.1178355660159E-05, 0.8837309906085E-06, 0.6626421509281E-06  
 \* , 0.4969560336576E-06, 0.3726322006514E-06, 0.2794588455980E-06  
 \* , 0.2095456324014E-06, 0.1571530248157E-06, 0.1178333874910E-06  
 \* , 0.8837780390179E-07, 0.6625717219322E-07, 0.4970563338702E-07  
 \* , 0.3724953145934E-07, 0.2796418918649E-07, 0.2093034545680E-07  
 \* , 0.1574715469133E-07, 0.1174158104078E-07, 0.8892405034544E-08  
 \* , 0.6554283338289E-08, 0.5063885755163E-08, 0.3683083609249E-08  
 \* , 0.2955530487014E-08, 0.1885318567729E-08, 0.1845881336671E-08/

## DATA G/

\* -0.6106226635438E-15, 0.4163336342344E-15, -0.2914335439641E-15  
 \* , 0.2359223927328E-15, -0.1838804884535E-15, 0.1526556658840E-15  
 \* , -0.1049507702964E-15, 0.4683753385137E-16, -0.2016616404823E-16  
 \* , -0.1447409902888E-16, 0.2634611279140E-16, -0.2150272828677E-16  
 \* , 0.1705246729412E-16, -0.1465364998750E-16, -0.7107029943937E-17  
 \* , 0.2232863552287E-16, -0.5466665938285E-16, 0.4992835707590E-17

\*, 0.3974029772589E-16, -0.8270694394787E-16, 0.9878129994615E-16  
 \*, -0.1019793787176E-15, 0.1085227479398E-15, -0.1068083293165E-15  
 \*, 0.7690844755854E-16, -0.4956754089271E-16, 0.4520356428273E-16  
 \*, -0.4120848558824E-16, 0.3601685669505E-16, -0.6164310896307E-17  
 \*, 0.2412311452600E-16, -0.4311461278995E-16, 0.1908195823574E-16  
 \*, -0.1566902074722E-17, 0.7877738108891E-17, -0.6183607197936E-16  
 \*, 0.1687664707708E-15, -0.4078644972385E-15, 0.1306080441316E-14  
 \*, -0.4389396366956E-14, 0.1505904640353E-13, -0.5178250083931E-13  
 \*, 0.1785815554678E-12, -0.6159529266844E-12, 0.2124802287243E-11  
 \*, -0.7330102670477E-11, 0.2594731911366E-10, -0.8723425291360E-10  
 \*, 0.3009476934404E-09, -0.1038209740400E-08, 0.3581417849113E-08  
 \*, -0.1235587099302E-07, 0.4262530950427E-07, -0.147048093503E-06  
 \*, 0.5072899398328E-06, -0.1750057208483E-05, 0.6237485076359E-05  
 \*, -0.2083053733337E-04, 0.7190517499112E-04, -0.2480508471288E-03  
 \*, 0.8727862732485E-03, -0.3368264932558E-02, 0.1572357678923E-01  
 \*, -0.1083360183954E+00, 0.4420371451649E+00  
 \*, 0.3393542468748E+00, 0.1645805686712E+00, 0.814600959202E-01  
 \*, 0.3571658954024E-01, 0.1797432873058E-01, 0.7493521491617E-02  
 \*, 0.4009002583996E-02, 0.1528640743345E-02, 0.9160320623778E-03  
 \*, 0.2948179469442E-03, 0.2175678964704E-03, 0.5138131746307E-04  
 \*, 0.5468516245765E-04, 0.5713816050149E-05, 0.1420019223004E-04  
 \*, -0.5377619913816E-06, 0.4355096280051E-05, -0.8489894001655E-06  
 \*, 0.138904768895E-05, -0.1613987698576E-06, 0.4734509673199E-06  
 \*, -0.2076882310575E-04, 0.1693143758730E-06, -0.8658886940793E-07  
 \*, 0.6248925643604E-07, -0.3482472266114E-07, 0.2351456807048E-07  
 \*, -0.1375122948843E-07, 0.8950330254720E-08, -0.5377211547905E-08  
 \*, 0.3429290185153E-08, -0.2091559814232E-08, 0.1319850251231E-08  
 \*, -0.8111813443179E-09, 0.5082797516209E-09, -0.3140983366782E-09  
 \*, 0.1961208417689E-09, -0.1215135492227E-09, 0.7572370508413E-10  
 \*, -0.4698587352525E-10, 0.2924928781947E-10, -0.1816307174107E-10  
 \*, 0.1129944345199E-10, -0.7020083733073E-11, 0.4365772560045E-11  
 \*, -0.2713056558924E-11, 0.1666975320721E-11, -0.1048507923583E-11  
 \*, 0.4519589013612E-12, -0.4052587800930E-12, 0.2519441361265E-12  
 \*, -0.1566143184107E-12, 0.9734633211285E-13, -0.6050935714273E-13  
 \*, 0.3762438020101E-13, -0.2339194139225E-13, 0.1450905774669E-13  
 \*, -0.2021354897918E-14, 0.5633080007366E-14, -0.3524530196335E-14  
 \*, 0.2192907314069E-14, -0.1398187121637E-14, 0.9159339953158E-15/

DATA 0/

\*, 0.1774228753325E-06, -0.2194270507516E-06, 0.2713269111609E-06  
 \*, -0.3354840316661E-04, 0.4148240293459E-06, -0.5129187730739E-06  
 \*, 0.6342156329887E-06, -0.7841953788557E-06, 0.9696435654405E-06  
 \*, -0.1198948255935E-05, 0.1482473409032E-05, -0.1833049355057E-05  
 \*, 0.2266531510031E-05, -0.2802522885759E-05, 0.3465266217972E-05  
 \*, -0.4284735496185E-05, 0.5292993993734E-05, -0.6559868874911E-05  
 \*, 0.8100024388114E-05, -0.1001552664093E-04, 0.1239400818693E-04  
 \*, -0.1531258931209E-04, 0.1893372607629E-04, -0.2341119215998E-04  
 \*, 0.2894749377447E-04, -0.3579302574508E-04, 0.442573925829E-04  
 \*, -0.5472343400470E-04, 0.6768449223505E-04, -0.8366587280761E-04  
 \*, 0.1034512897804E-03, -0.1279156131204E-03, 0.1581653632456E-03  
 \*, -0.195687330337E-03, 0.2418175718049E-03, -0.2970039356519E-03  
 \*, 0.3697149513755E-03, -0.4571501049213E-03, 0.5652647605318E-03  
 \*, -0.6989606190473E-03, 0.8642899920233E-03, -0.1068756333552E-02  
 \*, 0.1321655348875E-02, -0.1634523388930E-02, 0.2021709922701E-02

\*, -0.2501130104065E-02, 0.3095286445494E-02, -0.3832714632154E-02  
 \*, 0.4750140011311E-02, -0.5895901937038E-02, 0.7335715927184E-02  
 \*, -0.9162910282612E-02, 0.1151743624359E-01, -0.1462236512453E-01  
 \*, 0.1885586418211E-01, -0.2489647082984E-01, 0.3402327373624E-01  
 \*, -0.4874853417277E-01, 0.7411041110754E-01, -0.1193804219365E+00  
 \*, 0.1908868253231E+00, -0.2256568074226E+00, 0.1110903266917E-01  
 \*, 0.1914427280426E+00, 0.2358577698469E+00  
 \*, 0.1925524920225E+00, 0.1475644260545E+00, 0.1024069488049E+00  
 \*, 0.7266430556774E-01, 0.4892821237445E-01, 0.3413445129991E-01  
 \*, 0.2286422252655E-01, 0.1587622612715E-01, 0.1063357945532E-01  
 \*, 0.7368702441454E-02, 0.4940150771290E-02, 0.3418645588681E-02  
 \*, 0.2294488949701E-02, 0.1585961203071E-02, 0.1065596472742E-02  
 \*, 0.7357649737949E-03, 0.4948549903929E-03, 0.3413489216549E-03  
 \*, 0.2297979808645E-03, 0.1583707780810E-03, 0.1067086122930E-03  
 \*, 0.7347915379796E-04, 0.4954945325153E-04, 0.3409308919800E-04  
 \*, 0.2300727646798E-04, 0.1581908145454E-04, 0.10682636445720E-04  
 \*, 0.7340230240516E-05, 0.4959938905813E-05, 0.3406092901059E-05  
 \*, 0.2302763732587E-05, 0.1580663251843E-05, 0.1068967890205E-05  
 \*, 0.7337000056395E-06, 0.4960339765603E-06, 0.3407953590372E-06  
 \*, 0.2298916825794E-06, 0.1586434166256E-06, 0.1061166869931E-06  
 \*, 0.7437821381018E-07, 0.4832813615963E-07, 0.3567514974529E-07  
 \*, 0.2100390972259E-07, 0.1832715135208E-07, 0.7561153145641E-08  
 \*, 0.1121319748165E-07, 0.1623505913040E-07, 0.9343954943120E-08  
 \*, -0.5043057083043E-08, 0.106661044411E-07, -0.1016663020437E-07  
 \*, 0.1462736598512E-07, -0.1668391469423E-07, 0.2158392753415E-07  
 \*, 0.2603713156191E-07, 0.3263751224836E-07, -0.4005351428304E-07  
 \*, 0.4973108147510E-07, -0.6135129382301E-07, 0.7595517104164E-07  
 \*, -0.9385202304202E-07, 0.1160905398478E-06, -0.1435135175143E-06/

## DATA P/

\*, -0.3238258994287E-08, 0.2925566455758E-07, -0.5117870571780E-07  
 \*, 0.7360283404978E-07, -0.7267278334666E-07, 0.4102743744738E-07  
 \*, 0.3763353717545E-07, -0.1544344387361E-06, 0.2940986773954E-06  
 \*, -0.3963194501466E-06, 0.3891862547789E-06, -0.1892545125043E-06  
 \*, -0.2568981471995E-06, 0.9294448659602E-06, -0.1684263565949E-05  
 \*, 0.2228421408290E-05, -0.2142225866919E-05, 0.9827656413108E-06  
 \*, 0.1524350750515E-05, -0.5222549589234E-05, 0.9265184417018E-05  
 \*, -0.1198242171085E-04, 0.1103700287786E-04, -0.4016438197141E-05  
 \*, -0.1048132162396E-04, 0.3140450644423E-04, -0.5385584700868E-04  
 \*, 0.6845581083326E-04, -0.6234797911020E-04, 0.2264186696266E-04  
 \*, 0.5745671296609E-04, -0.1706590264803E-03, 0.2881073451135E-03  
 \*, -0.3563293430489E-03, 0.3035069385078E-03, -0.5927201345912E-04  
 \*, -0.4109371511731E-03, 0.1062056049705E-02, -0.1729663228616E-02  
 \*, 0.2116448245943E-02, -0.1831661560573E-02, 0.5059886599727E-03  
 \*, 0.2014986239374E-02, -0.5427364259958E-02, 0.8756524883211E-02  
 \*, -0.1029570400715E-01, 0.7843951694667E-02, 0.6400307174772E-03  
 \*, -0.1595845818520E-01, 0.3635526821017E-01, -0.5640185251833E-01  
 \*, 0.6678064912558E-01, -0.5577245354652E-01, 0.1307409153564E-01  
 \*, 0.6403191387653E-01, -0.1632017791271E+00, 0.2507350146770E+00  
 \*, -0.2711355686188E+00, 0.1647731363773E+00, 0.5838444456458E-01  
 \*, -0.1767666190863E+00, -0.4563686251640E-01, 0.8526019752026E-01  
 \*, 0.1662851721048E+00, 0.1717271655798E+00  
 \*, 0.1571718901396E+00, 0.1271421015263E+00, 0.1018027588725E+00  
 \*, 0.7755360007286E-01, 0.5972227454185E-01, 0.4475219175220E-01

```

* , 0.3401123359799E-01 , 0.2538464590707E-01 , 0.1919294893742E-01
* , 0.1432006154209E-01 , 0.1080074023936E-01 , 0.8063600398600E-02
* , 0.6073231808841E-02 , 0.4537670407444E-02 , 0.34143100492666E-02
* , 0.2552841324359E-02 , 0.1919471775182E-02 , 0.1436016755179E-02
* , 0.1079136505723E-02 , 0.8072225647867E-03 , 0.6067221402191E-03
* , 0.4542994720396E-03 , 0.3411301586311E-03 , 0.2555084647611E-03
* , 0.1918070047395E-03 , 0.1436995080439E-03 , 0.1078499917639E-03
* , 0.8081554551607E-04 , 0.6064358240110E-04 , 0.4544921466731E-04
* , 0.3410019417061E-04 , 0.2555944229243E-04 , 0.1917494410897E-04
* , 0.1437379069102E-04 , 0.1078242894437E-04 , 0.8083280590654E-05
* , 0.6063196906325E-05 , 0.4545704996417E-05 , 0.3409454411244E-05
* , 0.2556286290201E-05 , 0.1917290319398E-05 , 0.1437480705135E-05
* , 0.1078218133443E-05 , 0.8083092666311E-06 , 0.6063371529308E-06
* , 0.4546099034997E-06 , 0.3407973281355E-06 , 0.2559284557172E-06
* , 0.1912866495320E-06 , 0.1442184611733E-06 , 0.1075022808550E-06
* , 0.8073432111493E-07 , 0.6142053621261E-07 , 0.4382497209576E-07
* , 0.3644402823966E-07 , 0.2306016178011E-07 , 0.2075859306672E-07
* , 0.1514731806817E-07 , 0.6152608644783E-08 , 0.1731020482509E-07
* , -0.6920520156939E-08 , 0.1800429672016E-07 , -0.4469793264422E-08/

```

## DATA T/

```

* 0.000003513048, -0.000011465278, 0.000025685631
* -0.000051580460, 0.000100246187, -0.000192749519
* 0.000370536553, -0.000712584995, 0.001391656930
* -0.003005312756, 0.010733475909, -0.085566401482
* 0.392689198256, 0.351957807411, 0.174643978477
* 0.084649018943, 0.039001818746, 0.018251657486
* 0.008437862620, 0.003926535603, 0.001819804544
* 0.000845483679, 0.000392158196, 0.000182190313
* 0.000084367712, 0.000039488510, 0.000017742128
* 0.000009256922, 0.000002675689, 0.000003311819/

```

## DATA U/

```

* 0.000000253095, -0.000000820937, 0.000001406845,
* -0.000001341727, -0.000000488949, 0.000008852452,
* -0.000037318794, 0.000127040368, -0.000347796507,
* 0.000234139588, 0.010295531712, -0.107966803014,
* 0.273100942373, 0.316072344780, 0.214193120599,
* 0.126988753676, 0.073184184730, 0.040969923139,
* 0.023408796638, 0.012916403823, 0.007459401619,
* 0.004046517890, 0.002389324829, 0.001255286857,
* 0.000775960856, 0.000379494362, 0.000259843015,
* 0.000110664507, 0.000080479833, 0.000055413646/

```

GO TO (1,2,3,4,5,6,7,8,9),NF

```

1 NPF=32
DO 21 I=1,128
21 CF(I)=A(I)
DO 22 I=1,48
CF(49)=CF(49)+CF(I)
CF(80)=CF(80)+CF(128-I+1)
22 CONTINUE
DO 23 I=1,NPF
23 CF(I)=CF(49+I-1)

```



```

ND=15
DINC=ALOG(10.0)/3.0
DES=-0.7446292
RETURN
2  NPF=64
   DO 24 I=1,128
24  CF(I)=C(I)
   DO 25 I=1,32
   CF(33)=CF(33)+CF(I)
   CF(96)=CF(96)+CF(128-I+1)
25  CONTINUE
   DO 26 I=1,NPF
26  CF(I)=CF(33+I-1)
   ND=31
   DINC=ALOG(10.0)/6.0
   DES=0.2530704
   RETURN
3  NPF=128
   DO 27 I=1,NPF
27  CF(I)=C(I)
   ND=63
   DINC=ALOG(10.0)/6.0
   DES=0.2530704
   RETURN
4  NPF=128
   DO 28 I=1,NPF
28  CF(I)=D(I)
   ND=63
   DINC=ALOG(10.0)/8.0
   DES=0.1998569
   RETURN
5  NPF=32
   DO 29 I=1,128
29  CF(I)=B(I)
   DO 30 I=1,48
   CF(49)=CF(49)+CF(I)
   CF(80)=CF(80)+CF(128-I+1)
30  CONTINUE
   DO 31 I=1,NPF
31  CF(I)=CF(49+I-1)
   ND=15
   DINC=ALOG(10.0)/3.0
   DES=-0.4441185
   RETURN
6  NPF=128
   DO 32 I=1,NPF
32  CF(I)=O(I)
   ND=63
   DINC=ALOG(10.0)/6.0
   DES=-0.2822783
   RETURN
7  NPF=128
   DO 33 I=1,NPF
33  CF(I)=P(I)

```

```

ND=63
DINC=ALOG(10.0)/8.0
DES=-0.2869339
RETURN
B   NPF=30
DO 34 I=1,NPF
34  CF(I)=T(I)
    ND=15
    DINC=ALOG(10.0)/3.0
    DES=0.7453979849820
    RETURN
9   NPF=30
DO 35 I=1,NPF
35  CF(I)=U(I)
    ND=15
    DINC=ALOG(10.0)/4.0
    DES=0.714048385620
    RETURN
END
SUBROUTINE HARRQUARDIT (NCAPAS,NAR,NER,SSF,AFK,TRANS,TKERCAL,X,DIF,
1  FXAC,ITERMAX,ITER,ESFESOR,RHO)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION WORK(60,60),WORK1(60,60),XA(60),XD(60),DIFA(60)
DIMENSION X(NER),DIF(NAR)
REAL*4 ESFESOR(20),RHO(20)
REAL*4 TRANS(NAR),TKERCAL(NAR),TKERCALA(60),AFK(NAR)
DATA V,U/10.0D0,2.0D0/
C
C-----ENCUENTRA LA MATRIZ A INVERTIR
C
C   CALL MATRIZ (NAR,NER,AFK,TRANS,X,WORK)
C
C-----EMPIEZA PROCESO DE MINIMIZACION
C
ALPHA=0.0D0
DO I=1, NAR
  DO J=1, NER
    ALPHA=ALPHA+WORK(I,J)*WORK(I,J)
  ENDDO
ENDDO
ALPHA=DSQRT(ALPHA/(NER*NAR))
INDEX=1
SSI=SSF
ITER=0
DO WHILE (INDEX.EQ.1 .AND. SSF.GT.EXAC .AND. ITER.LE.ITERMAX)
  CALL ORFAC1 (NAR,NER,60,WORK)
  CALL ORFAC2 (NAR,NER,60,WORK,WORK1,ALPHA)
  CALL BACKSUB(NAR,NER,60,WORK,WORK1,DIF,XD)
  DO I=1,NER
    XA(I)=X(I)
    XA(I)=XA(I) + XD(I)
  ENDDO
  INDICE=0
  DO I=1,NER

```

```

REL = DABS(XD(I)/XA(I))
IF(REL .LE. 0.00001) INDEX=0
ENDDO
CALL TKERNEL (NAR,NCAPAS,AFK,TKERCAL,XA,NER)
DO I=1,NAR
  DIF(I)= DBLE(TRANS(I) - TKERCAL(I))/DBLE(TRANS(I))
ENDDO
SSF=DDPROD(NAR,DIF)
IF (SSF .GT. SSI ) THEN
C-----AUMENTA ALPHA
  JC=0
  INDEX2=1
  DO WHILE ( JC .LE. 30 .AND. INDEX2 .EQ. 1 )
    JC=JC+1
    ALPHA=ALPHA*U
    CALL DRFAC2 (NAR,NER,60,WORK,WORK1,ALPHA)
    CALL BACKSUB(NAR,NER,60,WORK,WORK1,DIF,XD)
    DO I=1,NER
      XA(I)=X(I)
      XA(I)=XA(I) + XD(I)
    ENDDO
    CALL TKERNEL (NAR,NCAPAS,AFK,TKERCAL,XA,NER)
    DO I=1,NAR
      DIFA(I)= DBLE(TRANS(I) - TKERCAL(I))/DBLE(TRANS(I))
    ENDDO
    SSF=DDPROD(NAR,DIFA)
    IF (SSF .LE. SSI ) THEN
      INDEX2=0
      DO I=1,NAR
        DIF(I)=DIFA(I)
        TKERCAL(I)=TKERCAL(I)
      ENDDO
    ENDIF
  ENDDO
  ELSE IF (SSF .LE. SSI) THEN
C-----DISMINUYE ALPHA
    ALPHA=ALPHA/U
  ENDIF
C
C-----CHECA PARA TERMINACION Y PREPARA PARA LA NUEVA ITERACION
IF (JC.LE.30 ) THEN
  SSI=SSF
  DO I=1,NER
    X(I)=XA(I)
  ENDDO
  IF ( SSF.GT.EXAC .AND. ITER.LE.ITERMAX)THEN
    ITER=ITER+1
    TYPE*, 'ITER=', ITER
    CALL MATRIZ (NAR,NER,AFK,TRANS,X,WORK)
  ENDIF
ELSE
  INDEX=0
  WRITE(6,6000)
ENDIF

```

```

      ENDDO
      IF(ITER .GT. ITERMAX) ITER=ITERMAX
C
      RETURN
6000  FORMAT(//, ' EL. MODELO DADO NO CONVERGE ')
      END

```

```

      REAL*8 FUNCTION DDPROD (NAR,DIF)
      IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
      DIMENSION DIF(NAR)
      DDPROD=0.000
      DO I=1,NAR
         DDPROD=DDPROD + DIF(I)**2
      ENDDO
      DDPROD=DSORT(DDPROD/NAR)*100.00
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE DRFAC1 (NAR,NER,NUCOL,WORK)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION WORK(NUCOL,NER)
N=NER
M=NAR
N3=N
IF(M.EQ.N)N3=N-1
DO 60 I=1,N3
  I2=I+1
  S3=0
  DO 10 J=1,M
10  S3=S3+WORK(J,I)*WORK(J,I)
  IF(S3.EQ.0)GO TO 60
  S3=DSORT(S3)
  IF(WORK(I,I).GT.0)S3=-S3
  S4=1./DSORT(2.*S3*(S3-WORK(I,I)))
  DO 20 J=I2,M
20  WORK(J,I)=-S4*WORK(J,I)
  WORK(M+1,I)=S4*(S3-WORK(I,I))
  WORK(I,I)=S3
  IF(I.EQ.N)GO TO 60
  DO 50 J=I2,M
  S1=WORK(I,J)*WORK(M+1,I)
  DO 30 K=I2,M
30  S1=S1+WORK(K,J)*WORK(K,I)
  S1=-2.*S1
  WORK(I,J)=WORK(I,J)+S1*WORK(M+1,I)
  DO 40 K=I2,M
40  WORK(K,J)=WORK(K,J)+S1*WORK(K,I)
50  CONTINUE
60  CONTINUE
      RETURN
      END

```

```

SUBROUTINE ORFAC2(NAR,NER,NWCOL,WORK,WORK1,ALPHA)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION WORK(NWCOL,NER),WORK1(NWCOL,NER)
N=NER
M=NAR
DO 80 I=1,N
I2=I+1
IF(I.EQ.N) GO TO 20
DO 10 J=I2,N
10 WORK1(I,J)=0
20 WORK1(I,I)=ALPHA
S3=WORK(I,I)*WORK(I,I)
DO 30 J=1,I
30 S3=S3+WORK1(J,I)*WORK1(J,I)
S3=DSQRT(S3)
IF(WORK(I,I).GT.0)S3=-S3
S4=1./DSQRT(2.*S3*(S3-WORK(I,I)))
WORK1(N+2,I)=S4*(S3-WORK(I,I))
DO 40 J=1,I
40 WORK1(J,I)=-S4*WORK1(J,I)
WORK1(I2,I)=S3
IF(I.EQ.N)GO TO 80
DO 70 J=I2,N
S1=WORK(I,J)*WORK1(N+2,I)
DO 50 K=1,I
50 S1=S1+WORK1(K,J)*WORK(K,I)
S1=-2.*S1
DO 60 K=1,I
60 WORK1(K,J)=WORK1(K,J)+S1*WORK1(K,I)
70 WORK1(J+1,I)=WORK(I,J)+S1*WORK1(N+2,I)
80 CONTINUE
RETURN
END

```

```

SUBROUTINE BACKSUB (NAR,NER,NWCOL,WORK,WORK1,DIF,P1)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION C(120),DIF(60),P1(60)
DIMENSION WORK(NWCOL,NER),WORK1(NWCOL,NER)
N=NER
M=NAR
N3=N
IF (M .EQ. N)N3=N-1
C
  CALCULA C1,C2
DO 10 I=1,M
10 C(I)=DIF(I)
DO 40 I=1,N3
S1=C(I)*WORK(M+1,I)
DO 20 J=I+1,M
20 S1=S1+C(J)*WORK(J,I)
S1=-2.*S1
C(I)=C(I)+S1*WORK(M+1,I)

```

```

DO 30 J=I+1,M
30 C(J)=C(J)+S1*WORK(J,I)
40 CONTINUE
C   CALCULA C(2), C(3) Y C(4). (c2,c3,c4).
DO 50 I=1,N
50 C(M+I)=0.
DO 80 I=1,N
S1=WORK1(N+2,I)*C(I)
DO 60 J=1,J
60 S1=S1+C(M+J)*WORK1(J,I)
S1=-2.*S1
C(I)=C(I)+S1*WORK1(N+2,I)
DO 70 J=1,I
70 C(M+J)=C(M+J)+S1*WORK1(J,I)
80 CONTINUE
C   CALCULA DELTA-F
DO 85 I=1,N
85 F1(I)=0.
F1(N)=C(N)/WORK1(N+1,N)
F1(N-1)=(C(N-1)-WORK1(N+1,N-1)*F1(N))/WORK1(N,N-1)
DO 100 I=3,N
J=N-I+1
S1=0.
DO 90 K=J+1,N
90 S1=S1+WORK1(K+1,J)*F1(K)
100 F1(J)=(C(J)-S1)/WORK1(J+1,J)
RETURN
END
SUBROUTINE MATRIZ(NAR,NER,AFK,TRANS,X,WORK)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*4 AFK(NAR),TRANS(NAR),ESPESOR(30),RHO(30)
DIMENSION WORK(60,60),WORK1(120,60)
DIMENSION X(NER)
C
C-----ENCUENTRA ARREGLO DE ESPESORES Y DE RESISTIVIDADES
C
NCAPAS=(NER+1)/2
RHO(NCAPAS)=SNGL( DEXP(X(NER)) )
DO I=1,NCAPAS-1
K=I*2-1
RHO(I)=SNGL( DEXP(X(K)) )
ESPESOR(I)=SNGL( DEXP(X(K+1)) )
ENDDO
C
C-----CALCULA LAS DERIVADAS DE RESISTI. APAREN. CONTRA RHO Y ESPESOR
C EN VARIABLES LOGARITMICAS Y NORMALIZA CONTRA RESISTI. OBSERVA.
C
CALL KERDER (120,NER,NCAPAS,NAR,WORK1,ESPESOR,RHO,AFK)
DO I=1,NAR
DO IDER=1,NCAPAS
K=IDER*2-1
WORK(I,K) =DBLE( RHO(IDER)/TRANS(I) )*WORK1(I,K)
WORK(I,K+1)=DBLE( ESPESOR(IDER)/TRANS(I) )*WORK1(I,K+1)
ENDDO

```

```

      ENDDO
C
      RETURN
      END

SUBROUTINE KERDER (NWCOL,NER,NCAPAS,NAR,WORK1,ESPESOR,RHO,AFK)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
DIMENSION WORK1(NWCOL,NER),TKER(30)
REAL*4 ESPESOR(NCAPAS),RHO(NCAPAS),AFK(NAR)
C
C-----CALCULA PARA CADA LAMBDA
C
      DO II=1,NAR
          TLAMBDA=DBLE(AFK(II))
          WORK1(II,NER)= 1.0D0
          TKER(NCAPAS)= RHO(NCAPAS)
          DO I=NCAPAS-1,1,-1
              K=2*I-1
              ARG=TLAMBDA*DBLE(ESPESOR(I))
              FAC=RHO(I)
              TTANH=TANH(ARG)
              SECH=1.0D0 - TTANH**2
              TKER=(1.0D0 + TKER(I+1)*TTANH/FAC)**2
C
C-----CALCULA FUNCION DE TRANSFORMACION DE RESISTIVIDADES
C
              TKER(I)=(TKER(I+1)+FAC*TTANH)/(1.0+TKER(I+1)*TTANH/FAC)
C
C-----CALCULA DERIVADA DE TKER(I) CONTRA TKER(I+1)
C
              TKERDER=(SECH/TKER)
C
C-----CALCULA LAS DERIVADAS RESPECTIVAS
C
              DTKERRO=1.0D0+(TKER(I+1)/FAC)**2+2.*TKER(I+1)*TTANH/FAC
              WORK1(II,K) =(DTKERRO*TTANH)/TKER
              DTKERES=(FAC - (TKER(I+1)**2)/FAC)*TLAMBDA
              WORK1(II,K+1)=(DTKERES*SECH)/TKER
C
C-----AFECTA POR TKERDER A LAS DERIVADAS PARA ENCONTRAR EL VALOR EXACTO
C
              DO J=K+2,NER
                  WORK1(II,J)=WORK1(II,J)*TKERDER
              ENDDO
          ENDDO
      ENDDO
C
      RETURN
      END

SUBROUTINE TKERNEL (NAR,NCAPAS,AFK,TKERCAL,X,NER)
IMPLICIT REAL*8 (A-H,O-Z)
REAL*4 ESPESOR(30),RHO(30),AFK(NAR),TKERCAL(NAR)

```

```

C
C-----CALCULA EL KERNEL
C
      DO I=1,NCAPAS-1
        K=2*I-1
        RHO(I)=SNGL( DEXP(X(K)) )
        ESPFSOR(I)=SNGL( DEXP(X(K+1)) )
        PRINT *, ESPFSOR(I),RHO(I)
      ENDDO
      RHO(NCAPAS)=SNGL( DEXP(X(NER)) )
      PRINT *, '          ', RHO(NCAPAS)
      DO II=1,NAR
        TLAMBDA=DBLE(AFK(II))
        TKER=DBLE(RHO(NCAPAS))
        DO I=NCAPAS-1,1,-1
          ARG=TLAMBDA*DBLE(ESPFSOR(I))
          TTANH=DTANH(ARG)
          FAC=DBLE(RHO(I))
          TKER=(TKER + FAC*TTANH)/(FAC + TKER*TTANH)
          TKER=DBLE(RHO(I))*TKER
        ENDDO
        TKERCAL(II)=SNGL(TKER)
      ENDDO

      RETURN
      END

      SUBROUTINE FILINVER(ND,DINC,DES,NPF)
      DIMENSION Z(24)
      COMMON CF(128)

      DATA Z/
      * 0.3078702404125E-08,-0.7279099101254E-08, 0.9976968584624E-08,
      *-0.1366947977033E-07, 0.1872351873544E-07,-0.2564134504723E-07,
      * 0.3511088308983E-07,-0.4807449016653E-07, 0.6582268241573E-07,
      *-0.9012211421577E-07, 0.1233911035570E-06,-0.1689404740546E-06,
      * 0.2313033604651E-06,-0.3166864530613E-06, 0.4335873597938E-06,
      *-0.5936403226769E-06, 0.8127742034958E-06,-0.1112797917913E-05,
      * 0.1523570631434E-05,-0.2085973619614E-05, 0.2855977754734E-05,
      *-0.3910215582437E-05, 0.5353605956770E-05,-0.7329798791034E-05,
      * 0.1003546913125E-04,-0.1373989016429E-04, 0.1881173557194E-04,
      *-0.2575575672381E-04, 0.3526305954438E-04,-0.4827975863009E-04,
      * 0.6610151467612E-04,-0.9050132939592E-04, 0.1239095872734E-03,
      *-0.1696445688140E-03, 0.2322787477169E-03,-0.3179796622135E-03,
      * 0.4354848733872E-03,-0.59582293913864E-03, 0.8170556393452E-03,
      *-0.1114586018957E-02, 0.1538876094855E-02,-0.2066216198727E-02,
      * 0.2957443939522E-02,-0.3642414922934E-02, 0.6268969271332E-02,
      *-0.4535188432783E-02, 0.1889011450112E-01, 0.1370163448155E-01,
      * 0.1018121764064E+00, 0.2154751569033E+00, 0.6502735086633E+00,
      * 0.1140035867691E+01, 0.4771710634232E+00,-0.3511433839798E+01,
      * 0.2769108057022E+01,-0.1195379257202E+01, 0.4493762552738E+00,
      *-0.1904475688934E+00, 0.9479013085365E-01,-0.5254027419958E-01,
      * 0.3087682090700E-01,-0.1869689673185E-01, 0.1149354595691E-01,

```



```

*-0.7117169458747E-02, 0.4426495172083E-02,-0.2757556270808E-02,
* 0.1719527412206E-02,-0.1072768238373E-02, 0.6694370531477E-03,
*-0.4177992523182E-03, 0.2607671194710E-03,-0.1627615565667E-03,
* 0.1015915840981E-03,-0.6341137486743E-04, 0.3958023444284E-04,
*-0.2470531580911E-04, 0.1542065729154E-04,-0.9625327948015E-05,
* 0.6007977390254E-05,-0.3750084488274E-05, 0.2340743321838E-05,
*-0.1461054353058E-05, 0.9119660830947E-06,-0.5692334639207E-06,
* 0.3553048486538E-06,-0.2217735897148E-06, 0.1384250367664E-06,
*-0.8639968740454E-07, 0.5392612578703E-07,-0.3365696343849E-07,
* 0.2100586726783E-07,-0.1310991670778E-07, 0.8182090560638E-08,
*-0.3152905492243E-08/

```

```

NPF=94
DO 33 I=1,NPF
CF(I)=Z(I)
ND=45
DINC=ALOG(10.)/6.
DES=.2530703914
RETURN
END

```

33

```

SUBROUTINE RESIS(NAR,NCAPAS,NER,AFT,X,RECAL,DIF)
DIMENSION AFT(300),AFTR(300),RECAL(NAR),TKERCAL(300)
REAL*8 X(NER)
COMMON CF(128)
CALL FILINVER(ND,DINC,DES,NPF)
DO I=1,NAR
  AFTR(ND+I)=EXP(-(ALOG(AFT(I))+DES))
ENDDO
DO I=1,ND
  AFTR(ND-I+1)=EXP(ALOG(AFTR(ND-I+2))+DINC)
ENDDO
NI=NPF-ND-1
DO I=1,NI
  AFTR(ND+NAR+I)=EXP(ALOG(AFTR(ND+NAR+I-1))-DINC)
ENDDO
NT=NAR+NPF-1
CALL TKERNEL (NT,NCAPAS,AFTR,TKERCAL,X,NER)
CALL CONV(NAR,NPF,TKERCAL,RECAL)
RETURN
END

```

## EJEMPLO SINTETICO

## MODELO INICIAL :

| CAPA | ESPESOR  | RESISTIVIDAD |
|------|----------|--------------|
| 1    | 13.0000  | 70.0000      |
| 2    | 130.0000 | 47.0000      |
| 3    |          | 350.0000     |

ERROR INICIAL EN LA CURVA DE TRANSFORMACION DE RESISTIVIDADES = 31.996%

## MODELO FINAL :

| CAPA | ESPESOR  | RESISTIVIDAD |
|------|----------|--------------|
| 1    | 9.4266   | 100.1559     |
| 2    | 102.6230 | 64.0907      |
| 3    |          | 500.3638     |

ERROR FINAL EN LA CURVA DE TRANSFORMACION DE RESISTIVIDADES = 0.164%

NUMERO TOTAL DE ITERACIONES = 24

| ABSCISA<br>1/LAMBDA: | CURVA DE<br>TRANSFORMACION<br>DE RESISTIVIDADES<br>OBSERVADA | CURVA DE<br>TRANSFORMACION<br>DE RESISTIVIDADES<br>CALCULADA | ERROR<br>RELATIVO |
|----------------------|--|--|-------------------|
| 0.1287974E+01        | 99.99858   | 100.15587  | -0.1573%          |
| 0.1890746E+01        | 99.99796   | 100.15397  | -0.1560%          |
| 0.2774296E+01        | 99.96790   | 100.10998  | -0.1421%          |
| 0.4072574E+01        | 99.68740   | 99.75602   | -0.0688%          |
| 0.5978776E+01        | 98.51559   | 98.41810   | 0.0990%           |
| 0.8774966E+01        | 95.74943   | 95.47945   | 0.2820%           |
| 0.1287974E+02        | 91.40456   | 91.08950   | 0.3469%           |
| 0.1890488E+02        | 86.28262   | 86.07974   | 0.2351%           |
| 0.2774811E+02        | 81.33879   | 81.34522   | -0.0079%          |
| 0.4072960E+02        | 77.54173   | 77.74348   | -0.2602%          |
| 0.5978262E+02        | 74.49844   | 75.78246   | -0.3713%          |
| 0.8774839E+02        | 80.51440   | 80.74747   | -0.2895%          |
| 0.1287974E+03        | 91.64342   | 91.74432   | -0.1101%          |
| 0.1890488E+03        | 111.10807  | 111.05070  | 0.0516%           |

|               |           |           |          |
|---------------|-----------|-----------|----------|
| 0.2774863E+03 | 139.26213 | 139.05467 | 0.1490%  |
| 0.4072934E+03 | 175.49306 | 175.16489 | 0.1870%  |
| 0.5978248E+03 | 218.01588 | 217.61417 | 0.1843%  |
| 0.8774877E+03 | 263.90320 | 263.48630 | 0.1580%  |
| 0.1287975E+04 | 309.60114 | 309.22675 | 0.1209%  |
| 0.1890489E+04 | 351.79929 | 351.51212 | 0.0816%  |
| 0.2774859E+04 | 388.20499 | 388.02853 | 0.0455%  |
| 0.4072936E+04 | 417.84259 | 417.78003 | 0.0150%  |
| 0.5978253E+04 | 440.86026 | 440.90094 | -0.0092% |
| 0.8774877E+04 | 458.09552 | 458.22089 | -0.0274% |
| 0.1287976E+05 | 470.64597 | 470.84271 | -0.0418% |
| 0.1890490E+05 | 479.62265 | 479.85757 | -0.0490% |
| 0.2774861E+05 | 485.93491 | 486.20428 | -0.0554% |
| 0.4072938E+05 | 490.31058 | 490.62741 | -0.0646% |
| 0.5978257E+05 | 493.31808 | 493.68823 | -0.0750% |
| 0.8774881E+05 | 495.37576 | 495.79599 | -0.0848% |

| ARSCISA<br>AB/21 | CURVA DE<br>RESISTIVIDAD<br>APARENTE<br>OBSERVADA | CURVA DE<br>RESISTIVIDAD<br>APARENTE<br>CALCULADA | ERROR<br>RELATIVO |
|------------------|---|---|-------------------|
| 0.1000000E+01    | 99.99484  | 100.14994   | -0.1551%          |
| 0.1468000E+01    | 99.98380  | 100.13719   | -0.1534%          |
| 0.2154000E+01    | 99.94930  | 100.09739   | -0.1482%          |
| 0.3162000E+01    | 99.84291  | 99.97511  | -0.1324%          |
| 0.4642000E+01    | 99.52395  | 99.61068  | -0.0871%          |
| 0.6813000E+01    | 98.62139  | 98.59277  | 0.0290%           |
| 0.1000000E+02    | 96.33750  | 96.07710  | 0.2703%           |
| 0.1467800E+02    | 91.59394  | 91.05036  | 0.5935%           |
| 0.2154400E+02    | 84.30611  | 83.72655  | 0.6874%           |
| 0.3162300E+02    | 76.71545  | 76.53522  | 0.2349%           |
| 0.4641600E+02    | 71.74702  | 72.08529  | -0.4715%          |
| 0.6812900E+02    | 70.79668  | 71.41890  | -0.8789%          |
| 0.1000000E+03    | 75.04273  | 75.62467  | -0.7755%          |
| 0.1467800E+03    | 87.42766  | 87.70004  | -0.3113%          |
| 0.2154440E+03    | 111.34563   | 111.21767   | 0.1149%           |
| 0.3162280E+03    | 147.16817   | 146.76898   | 0.2712%           |
| 0.4641590E+03    | 192.58401   | 192.05722   | 0.2735%           |
| 0.6812930E+03    | 244.95781   | 244.37354   | 0.2305%           |
| 0.1000001E+04    | 300.75558   | 300.18317   | 0.1903%           |
| 0.1467801E+04    | 355.07513   | 354.59235   | 0.1360%           |
| 0.2154437E+04    | 402.73300   | 402.40860   | 0.0806%           |
| 0.3162280E+04    | 440.01205   | 439.87579   | 0.0310%           |
| 0.4641593E+04    | 465.89548   | 465.93539   | -0.0086%          |
| 0.6812927E+04    | 481.92670   | 482.10239   | -0.0365%          |
| 0.1000001E+05    | 490.92163   | 491.18442   | -0.0535%          |
| 0.1467801E+05    | 495.59958   | 495.91287   | -0.0632%          |

|               |           |           |          |
|---------------|-----------|-----------|----------|
| 0.2154437E+05 | 497.91171 | 498.25098 | -0.0681% |
| 0.3162382E+05 | 499.02017 | 499.37231 | -0.0706% |
| 0.4641595E+05 | 499.54285 | 499.90131 | -0.0718% |
| 0.6812931E+05 | 499.78720 | 500.14858 | -0.0723% |

ERROR FINAL EN LA CURVA DE RESISITIVIDAD APARENTE = 0.319%

## BIBLIOGRAFIA.

- ANDERSON, W.L., (1979). Numerical integration of related Hankel transforms of orders 0 and 1 by adaptive digital filtering. *Geophysics*, 44: 1287-1305.
- BICHARA, M. y LAKSEMANAN, J., (1976). Fast automatic processing of resistivity soundings. *Geophysical Prospecting*, 26: 841-852.
- BRIGHAM, O.E., (1974). *The Fast Fourier transform*. Prentice-Hall Inc.
- CONTE, S.D. y BOOR, C. de, (1980). *Elementary numerical analysis*, McGraw-Hill Inc.
- DAVIS, P.A., (1979). Interpretation of resistivity sounding data; Information Circular No. 17. Minnesota - Geological Survey.
- GHOSH, D.P., (1971a). The application of linear filter theory to the direct interpretation of geoelectrical resistivity sounding measurements. *Geophysical Prospecting*, 19: 192-217.
- GHOSH, D.P., (1971b). Inverse filter coefficients for the computation of apparent resistivity standard curves for a horizontally stratified earth. *Geophysical Prospecting*, 19: 769-775.
- GOLUB, C.H. y REINSCH, C., (1979). Singular value decomposition and least square solution, *Numerical Mathematics*, vol. 14.
- GONZALEZ V., P., (1983). Interpretación automática de sondeos eléctricos: Tesis de Licenciatura. Facultad de Ingeniería de la U.N.A.M.

- GUPTASARMA, D., (1982). Optimization of short digital 11 near filters for increased accuracy. Geophysical -- Prospecting, 30: 501-514.
- JOHANSEN, H.K., (1975). An interactive computer/graphic-display-terminal system for interpretation of resistivity soundings. Geophysical Prospecting, 23: 449-458.
- JOHANSEN, H.K., (1977). A man/computer interpretation -- system for resistivity soundings over a horizontally stratified earth. Geophysical Prospecting, 25: 667-691.
- KARP, L., (1977). Optimización de funciones no lineales. Centro de Estudios Interdisciplinarios. E.N.E.P. Acatlán; U.N.A.M.
- KOEFOD, O. y DIRKS, F.J.H., (1979). Determination of resistivity sounding filters by the Wiener Hopf least square method. Geophysical Prospecting, 27: 245-250.
- KOEFOD, O., (1979). Geosounding principles I. Elsevier Scientific Publishing Company.
- MARQUARDT, D.W., (1963). An algorithm for least-squares estimation of nonlinear parameters. J. Soc. Ind. -- Appl. Math., 11: 431-441.
- MARSDEN, D., (1973). The automatic fitting of a resistivity sounding by a geometrical progression of depths. Geophysical Prospecting, 21: 266-280.
- MEINARDUS, H.A., (1970). Numerical interpretation of resistivity soundings over horizontal beds. Geophysical Prospecting, 18: 415-433.
- O'NEILL, D.J., (1975). Improved linear filter coefficients for application in apparent resistivity computations. Bulletin of Australian Society of Exploration Geophysicists, 6: 104-109.

- ORELLANA, E. y MOONEY, H.M., (1966). Master tables and - curves for vertical electrical soundings over layer\_ ed structures. Interciencia, Madrid.
- ORELLANA, E., (1982). Prospección geoelectrica en corrien\_ te continua. Paraninfo, Madrid.
- PEKERIS, C.L., (1940). Direct method of interpretation in resistivity prospecting. Geophysics, 5: 31-42.
- SEARA, J.L., (1977). Developments in electrical prospec-- ting methods. Master thesis. University of Western - Ontario.
- SEARA, J.L., (1979). Computer programs for resistivity in\_ terpretation. Scintrex publications.
- VOZOFF, K., (1958). Numerical resistivity analysis: hori- zontal beds. Geophysics, 23: 536-556.