



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Ingeniería

DIFRACCION DE ONDAS ELASTICAS

T E S I S

Que para obtener el título de:

INGENIERO GEOFISICO

P r e s e n t a :

FRANCISCO JOSE CHAVEZ GARCIA



México, D. F.

1984



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

RESUMEN

1.	INTRODUCCION	1
2.	FORMULACION DEL PROBLEMA	10
3.	METODOS DE SOLUCION	16
3.1	<i>Cavidad semielipsoidal</i>	16
3.2	<i>Depósito aluvial semielipsoidal</i>	18
3.3	<i>Promontorios axisimétricos de forma arbitraria</i>	18
4.	EJEMPLOS DE APLICACION	20
5.	CONCLUSIONES	24
	AGRADECIMIENTOS	26
	REFERENCIAS	27
	FIGURAS	32

RESUMEN

Se presenta un modelo de medio elástico simplificado para estudiar la difracción de ondas P por irregularidades tridimensionales en la superficie de un semiespacio. El modelo simplificado se obtiene al suponer nulos los desplazamientos horizontales. Las ecuaciones elásticas se transforman bajo esta hipótesis y conducen a una ecuación escalar de fácil solución; en algunos casos admite solución analítica. Se presentan resultados para varias irregularidades y se discuten las ventajas y limitaciones del modelo.

1. INTRODUCCION

Dentro de los campos de estudio tanto de la Ingeniería Sísmica como de la Sismología reviste gran interés establecer el papel que juegan la topografía y la geología de un sitio en su respuesta a la excitación sísmica. Las amplitudes y formas de las ondas sísmicas generadas en un temblor dependen del mecanismo focal y de la cantidad de energía liberada en la zona de ruptura. Los parámetros de la fuente controlan la manera en que las ondas son irradiadas en el espacio y en el tiempo. No obstante, una vez emitidas por la fuente, las ondas sísmicas sufren modificaciones en su trayecto que dependen de las propiedades mecánicas de los medios en que se propagan y de las dimensiones de las inhomogeneidades o irregularidades con que se encuentren. Si la variación de las propiedades en una interfase es grande o si el tamaño de las irregularidades es comparable o mayor que la longitud de onda predominante de las ondas incidentes se generarán cambios significativos en el movimiento debidos a reflexión, refracción y difracción de las ondas. Interesa entender la naturaleza de estos cambios porque

pueden ser la causa de grandes amplificaciones locales y de variaciones significativas del movimiento del terreno en distancias relativamente pequeñas (Davis y West, 1973; Griffiths y Bollinger, 1979). Estos efectos cobran particular importancia en la evaluación del riesgo sísmico, en estudios de microregionalización y en la planeación y diseño sísmico de estructuras importantes (Esteva, 1977). En particular, las irregularidades locales pueden ser relevantes en el cálculo de la respuesta sísmica de estructuras largas tales como presas, puentes o líneas de transmisión (e.g. Esquivel y Sánchez-Sesma, 1980). Se trata de estructuras que pueden ser muy sensibles a movimientos diferentes en los apoyos.

Existe evidencia de la importancia de los efectos de las condiciones locales en estudios de la distribución espacial del daño en temblores. Por ejemplo, la distribución de daños en el temblor de Skopje, Yugoslavia, del 26 de julio de 1963 (Poceski, 1969) y la falla de tuberías enterradas durante el temblor de Miyagiken-Oki, Japón, del 12 de junio de 1978 (Kubo e Isoyama, 1980) han sido atribuidas, en parte, a condiciones locales.

En muchos casos se han utilizado con éxito modelos de propagación unidimensional de ondas de cortante cuando la configuración del sitio en estudio está formada por estratos aproximadamente horizontales. Debe notarse, sin embargo, que el uso indiscriminado de modelos unidimensionales puede dar lugar a errores de importancia cuando las variaciones laterales son significativas pues en realidad se está ignorando la naturaleza física del problema.

Los temblores fuertes, aquellos que son de interés en Ingeniería Sísmica, tienen componentes importantes en la banda de frecuencias de 0.1 Hz a 15 o 20 Hz. Por otra parte, las velocidades de propagación cerca de la superficie de la tierra varían

de unos 200 m/s a casi 2 km/s; de manera que las correspondientes longitudes de onda caen en el rango de las decenas de metros a las decenas de kilómetros (Trifunac, 1980).

Las irregularidades geológicas y topográficas de dimensiones comparables con las longitudes de onda predominantes tendrán, entonces, considerable influencia en el movimiento. La extensión y detalle con que deben estudiarse las condiciones locales podrán estimarse en términos de las longitudes de onda asociadas con los periodos de oscilación que son más significativos para un análisis particular. Para un edificio alto, una presa o un puente, por ejemplo, las dimensiones locales pueden ser de varios kilómetros. Para una estructura pequeña y rígida, en cambio, esas dimensiones pueden ir de las decenas a los cientos de metros.

El problema de calcular el movimiento en la vecindad de una irregularidad topográfica o estratigráfica ante incidencia de ondas sísmicas ha sido tratado como un problema de difracción de ondas elásticas. Denominamos difracción a cualquier cambio en la trayectoria de las ondas que no puede describirse como reflexión o refracción (Mow y Pao, 1971). Para estudiar la difracción de las ondas elásticas es necesario resolver un problema de valores en la frontera para las ecuaciones de la elasticidad lineal (e.g. Achenbach, 1973; Aki y Richards, 1980).

Los métodos que se han empleado para estudiar el problema son de varios tipos (de acuerdo con cada caso particular) y algunos son de reciente desarrollo. A continuación se enumeran algunas de las soluciones analíticas más importantes que se han obtenido.

Los problemas más simples en la difracción de ondas elásticas

son los problemas bidimensionales de propagación de ondas SH , ya que éstos pueden analizarse sin incluir otras ondas de cuerpo. La ecuación que gobierna este fenómeno es la ecuación escalar de onda, la cual, para algunas geometrías de la irregularidad, permite obtener soluciones analíticas usando el método de separación de variables (Mow y Pao, 1971). De esta manera se han obtenido soluciones para la difracción de ondas SH por cañones y valles aluviales de sección semicircular (Trifunac, 1971, 1973) y semielíptica (Wong y Trifunac, 1974 a,b). Los resultados para valles aluviales muestran la importancia del comportamiento bidimensional pues presentan amplificaciones mucho mayores que las obtenidas con modelos unidimensionales.

En los casos de incidencia de ondas P o SV las funciones de onda ortogonales de la física clásica no son separables para la superficie del semiespacio debido al acoplamiento de las condiciones de frontera. Lee (1978) atacó esta dificultad para un cañón semiesférico desarrollando las funciones de ondas esféricas en series de potencias que satisfacen las condiciones de frontera. Sin embargo, su método está muy limitado ya que las ecuaciones matriciales infinitas que obtiene sólo pueden resolverse con la suficiente aproximación para frecuencias bajas.

Se han obtenido otras soluciones analíticas usando funciones de onda ortogonales y haciendo hipótesis simplificadoras. Para un medio acústico se obtuvieron expresiones exactas para los campos difractados generados por la incidencia de ondas P en cañones de forma semicircular y semiesférica (Singh y Sabina, 1977). Sus resultados, empero, tienen poca utilidad pues la suposición acústica está muy alejada de los problemas reales. Basándose en la suposición de que las irregularidades tienen pendientes muy suaves, se obtuvo una solución para el campo difractado por geometrías bidimensionales (Gilbert y Knopoff,

1960). Esta aproximación se basa en la sustitución de la irregularidad por una distribución de esfuerzos equivalente. Este método se ha aplicado a irregularidades tridimensionales de pendiente suave (Hudson, 1967). Las estimaciones obtenidas de esta forma para las ondas de Rayleigh difractadas concuerdan razonablemente con observaciones aún en casos en que los ángulos de la pendiente llegan a 25 o 30° (Hudson y Boore, 1980).

Veamos ahora brevemente las soluciones de tipo numérico que se han aplicado en problemas de difracción de ondas elásticas. Entre las aproximaciones numéricas, una de las más flexibles se debe a Aki y Larner (1970). Esta técnica se basa en la hipótesis de Rayleigh y por ello está limitada a irregularidades de pendiente suave y a frecuencias no muy altas. No obstante lo anterior, ha sido posible extender el planteamiento original de difracción de ondas *SH* al estudio de los efectos de topografías bidimensionales irregulares (Bouchon, 1973), valles aluviales (Bard y Bouchon, 1980a, b) y elevaciones topográficas (Bard, 1982) bajo incidencia de ondas *SH*, *SV* y *P*.

Otra herramienta poderosa en estudios de propagación de ondas es el método de diferencias finitas. Este se ha aplicado en el modelado de interfaces irregulares bidimensionales (Boore et al., 1971) y promontorios (Boore, 1972) para el caso *SH* y también para incidencia de ondas *P* y *SV* en una cuenca sedimentaria (Harmsen y Harding, 1981) y en topografías tipo escalón (Boore et al., 1981). Teóricamente, el método de diferencias finitas no tiene límites en cuanto a detalle de los modelos y comportamiento no lineal de los materiales, pero las dimensiones del problema pueden fácilmente exceder la capacidad de cualquier computadora.

También el método del elemento finito permite una descripción detallada de la topografía y estratigrafía del sitio de interés. Con esta técnica es posible calcular la respuesta de configuraciones bidimensionales de materiales con propiedades reales. La mayor desventaja del método es su restricción a bajas frecuencias y su alto costo. Requiere asimismo precauciones especiales en las fronteras artificiales para evitar reflexiones y en la definición de la excitación. Bajo condiciones idealizadas ha sido utilizado para estudiar problemas de difracción por estratificación irregular (Lysmer y Drake, 1972) y por irregularidades topográficas bidimensionales (Castellani et al., 1982). Un análisis detallado de casos reales, sin embargo, sería excesivamente costoso.

En los últimos años son los métodos de frontera los que han cobrado mayor auge debido en gran parte a la disponibilidad de computadoras de alta velocidad. Los métodos de frontera tienen además la ventaja de evitar la introducción de fronteras inexistentes y de reducir la dimensionalidad del problema.

Existen dos enfoques básicos para la formulación de los métodos de frontera; el primero está basado en el uso de ecuaciones integrales de frontera, y el segundo en la utilización de sistemas completos de soluciones. La difracción de ondas SH ha sido formulada con ecuaciones integrales para topografías irregulares por Wong y Jennings (1975) en el caso de cañones de perfil arbitrario y por Sills (1978) para promontorios y formas mixtas. Este método ha sido aplicado con éxito al cálculo de los efectos de una capa buzante de aluvión teniendo como excitación una fuente de ondas SH en la superficie (Wong et al., 1977). Los resultados mostraron un acuerdo satisfactorio con observaciones obtenidas durante una prueba a gran escala de propagación de ondas de baja amplitud.

El segundo enfoque ha cobrado importancia recientemente y ha sido aplicado al estudio de la difracción bidimensional de ondas elásticas armónicas por cañones (Sánchez-Sesma, 1978; Sánchez-Sesma y Rosenblueth, 1979; Wong, 1979, 1982; England et al., 1980; Sánchez-Sesma et al., 1982a), depósitos aluviales (Sánchez-Sesma y Esquivel, 1979; Dravinski, 1982a, b; 1983) y promontorios (Sánchez-Sesma y Esquivel, 1980; Sánchez-Sesma et al., 1982b) para diferentes tipos de ondas y formas de los difractores. El método consiste en construir los campos difractados con combinaciones lineales de miembros de una familia c-completa o T-completa (en honor a Trefftz) de funciones de onda (Herrera y Sabina, 1978; Herrera, 1984). Los coeficientes de las series se determinan de manera que en puntos de colocación se satisfagan las condiciones de frontera en un sentido de mínimos cuadrados. Este enfoque ha sido extendido a problemas tridimensionales (Sánchez-Sesma, 1983a). Para la formulación de la incidencia de ondas elásticas en irregularidades axisimétricas sobre la superficie de un semiespacio elástico se utilizó una descomposición azimutal. Los campos difractados se construyeron con soluciones multipolares de las ecuaciones reducidas de Navier en coordenadas esféricas.

Hasta aquí el panorama de los métodos que se han utilizado para el estudio de la influencia de las condiciones locales. Como puede observarse no se dispone de muchos resultados para geometrías tridimensionales del difractor o para incidencia de ondas de potencial vectorial (P y SV) a causa de las considerables dificultades que plantea el problema. Debido a esta complejidad y a las incertidumbres en el conocimiento de las trayectorias reales de las ondas sísmicas parece justificado el utilizar hipótesis simplificadoras que permitan mejorar nuestra comprensión de los fenómenos involucrados (recordamos nuevamente el estudio de Singh y Sabina, 1977). Este trabajo tiene como ob

jetivo profundizar un poco en las aplicaciones de una aproximación, más realista que la acústica, al problema.

La idea fue presentada por Sánchez-Sesma (1983) y aplicada al estudio de ondas P incidiendo verticalmente sobre cavidades semicirculares, semielípticas y semielipsoidales. La característica básica del modelo utilizado es que sólo se requiere estudiar el equilibrio en una dirección. Esto es consecuencia de restringir arbitrariamente los desplazamientos en las otras dos direcciones. De esta forma se desacoplan las ecuaciones del equilibrio y solamente una es necesaria para obtener una aproximación en la que la única componente distinta de cero del campo de desplazamiento es la vertical. La ecuación resultante es de tipo escalar y al efectuar una transformación simple se convierte en la bien conocida ecuación escalar de onda.

Se presentan soluciones analíticas obtenidas bajo esas hipótesis para el caso de incidencia vertical de ondas P en cañones y valles aluviales semielipsoidales con una relación de forma particular. Estas dos geometrías permiten obtener formas analíticas para el campo de desplazamientos verticales, ya que la transformación mencionada mapea esta geometría a una semiesfera. Asimismo se incluyen resultados para incidencia vertical de ondas P en promontorios tridimensionales axisimétricos de forma arbitraria. En este caso la geometría del problema proscribía las soluciones analíticas por lo que se recurre al método de colocación y mínimos cuadrados, descrito anteriormente, para el cálculo de los desplazamientos. La comparación de resultados con soluciones conocidas para medios elásticos es satisfactoria.

Este modelo ha sido aplicado con éxito al estudio de la respuesta dinámica de una capa de suelo confinada por un muro de retención (Arias et al., 1981). De hecho el modelo que discutimos

aquí fué propuesto por Westergaard (1939) para estudiar la distri
bución de esfuerzos en una arcilla estratificada idealizada como
material blando reforzado en dos direcciones.

2. FORMULACION DEL PROBLEMA

Consideremos un semiespacio elástico cuya superficie libre $z=0$ contiene una irregularidad (cavidad, depósito aluvial o promontorio). El semiespacio ocupa la región $z > 0$. De aquí en adelante supondremos que la dependencia del tiempo es armónica, esto es, obtendremos soluciones en función de la frecuencia. La incidencia vertical de una onda P armónica genera un campo libre de desplazamientos, esto es, el campo en ausencia de la irregularidad, dado por

$$w^{(0)} = 2w_0 \cos(qz) e^{i\omega t} \quad (1)$$

donde w_0 = amplitud de desplazamiento vertical de la onda incidente, $q = \omega/\alpha$ = número de onda P , ω = frecuencia circular, $\alpha = \sqrt{(\lambda + 2\mu)/\rho}$ = velocidad de la onda P , λ , μ = constantes de Lamé, ρ = densidad, t = tiempo, e $i = \sqrt{-1}$. Nótese que en ausencia de la irregularidad la ecuación (1) indica un factor de amplificación de dos en la superficie libre.

La ecuación de equilibrio de la elasticidad lineal o ecuación

de Navier puede escribirse vectorialmente como

$$(\lambda + \mu) \nabla \nabla \cdot \bar{u} + \mu \nabla \cdot \nabla \bar{u} + \bar{F} = \rho \ddot{\bar{u}} \quad (2)$$

donde $\bar{u} = (u, v, w)$ = vector de desplazamientos, \bar{F} = vector de fuerzas de cuerpo y $\nabla = (\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z})$ = operador gradiente en coordenadas rectangulares. Nótese que la ecuación (1) satisface la ecuación (2) sin fuerzas de cuerpo.

Supongamos que los campos de desplazamientos difractados por la irregularidad estarán formados únicamente por desplazamientos verticales, es decir

$$\bar{u}^{(d)} = (0, 0, w^{(d)}) = w^{(d)} \quad (3)$$

Entonces, los campos de desplazamiento para el semiespacio y para el interior de la irregularidad estarán dados por

$$w_1 = w^{(0)} + w^{(d)} \quad (4)$$

$$w_2 = w^{(r)} \quad (5)$$

donde $w^{(d)}$ = como vertical de desplazamientos difractado por la irregularidad hacia el semiespacio y $w^{(r)}$ = campo vertical de desplazamientos difractado al interior de la irregularidad. Bajo esta hipótesis la ecuación (2) se reduce a

$$\beta_j^2 \frac{\partial^2 w_j}{\partial x^2} + \beta_j^2 \frac{\partial^2 w_j}{\partial z^2} + \omega^2 w_j = 0 \quad (6)$$

donde $\beta_j = \sqrt{\mu_j / \rho_j}$ = velocidad de la onda S y $j = 1, 2$ se refiere ya sea al semiespacio o a la irregularidad, respectivamente. Naturalmente, en el caso de que la irregularidad sea una cavidad, w_2 carece de sentido. Evidentemente, al pasar de la ecua

ción (2) a la (6), no consideramos fuerzas de cuerpo. Por otra parte, requerimos fuerzas de cuerpo horizontales para mantener los desplazamientos horizontales (u y v) iguales a cero. Estas fuerzas de cuerpo por unidad de masa están dadas por

$$f_{x_j} = (\beta_j^2 - \alpha_j^2) \frac{\partial^2 w_j}{\partial x \partial z} \quad j = 1, 2 \quad (7)$$

$$f_{y_j} = (\beta_j^2 - \alpha_j^2) \frac{\partial^2 w_j}{\partial y \partial z} \quad j = 1, 2 \quad (8)$$

en las direcciones x e y , respectivamente. Podemos denominar éstas como "fuerzas de fijación".

Consideremos ahora las condiciones de frontera. La componente vertical de la tracción asociada a un plano con vector unitario normal $\bar{n} = (n_x, n_y, n_z)$ puede escribirse como

$$t_{z_j} = \rho_j \beta_j^2 \frac{\partial w_j}{\partial x} n_x + \rho_j \beta_j^2 \frac{\partial w_j}{\partial y} n_y + \rho_j \alpha_j^2 \frac{\partial w_j}{\partial z} n_z \quad j=1,2 \quad (9)$$

Las componentes horizontales de la tracción "de fijación" son

$$t_{x_j} = \rho_j (\alpha_j^2 - 2\beta_j^2) \frac{\partial w_j}{\partial z} n_x + \rho_j \beta_j^2 \frac{\partial w_j}{\partial x} n_z \quad j=1,2 \quad (10)$$

$$t_{y_j} = \rho_j (\alpha_j^2 - 2\beta_j^2) \frac{\partial w_j}{\partial z} n_y + \rho_j \beta_j^2 \frac{\partial w_j}{\partial y} n_z \quad j=1,2 \quad (11)$$

El grado de aproximación de nuestro modelo estará dado, entonces, por la validez de despreciar, como haremos de aquí en adelante, los efectos de las fuerzas y tracciones horizontales de fijación dadas en las ecs (7, 8, 10 y 11).

Introduzcamos ahora un nuevo conjunto de variables espaciales dadas por

$$x = \frac{\alpha_j}{\beta_j} x, \quad y = \frac{\alpha_j}{\beta_j} y, \quad z = z \quad j = 1, 2 \quad (12)$$

Esta transformación mapea el espacio original en otro que se ha "expandido" horizontalmente. Puede demostrarse que, con esta transformación, podemos reescribir la ecuación (6) como

$$\frac{\partial^2 w_j}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w_j}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w_j}{\partial z^2} + q^2 w_j = 0 \quad j = 1, 2 \quad (13)$$

que es la ecuación escalar reducida de onda en tres dimensiones. También puede demostrarse que la expresión para la tracción es ahora

$$t_{z_j} = \rho \alpha^2 \left\{ \frac{\partial w_j}{\partial x} N_x + \frac{\partial w_j}{\partial y} N_y + \frac{\partial w_j}{\partial z} N_z \right\} \quad j = 1, 2 \quad (14)$$

donde N_x , N_y , N_z = componentes de un vector normal unitario N en el espacio transformado. El factor que falta a la igualdad es el factor de normalización del vector N .

Podemos resumir, entonces, las condiciones de frontera que deben cumplirse en los diversos casos que estudiamos. En el caso de que la irregularidad sea una cavidad (w_2 inexistente) la ecuación (14) nos lleva a la conocida condición de Neumann de derivada normal nula en la superficie del espacio transformado.

$$\frac{\partial w_1}{\partial N} = 0 \quad (15)$$

Por lo tanto, de las ecuaciones (4), (13) y (15) es evidente que el campo difractado $w^{(d)}$ debe ser solución de la ecuación (13) con una condición de frontera dada por

$$\frac{\partial w(d)}{\partial N} = - \frac{\partial w(0)}{\partial N} \quad (16)$$

En el caso de depósito aluviales o promontorios el campo difractado al interior de la irregularidad, $w(r)$, debe cumplir la condición de derivada normal nula en la superficie libre de la misma, esto es

$$\frac{\partial w(r)}{\partial N} = 0 \quad (17)$$

Adicionalmente deben satisfacerse condiciones de continuidad de desplazamientos y de tracciones verticales entre el semiespacio y el difractor. Esto es, en la superficie que limita al semiespacio de la irregularidad debe cumplirse

$$w_1 = w_2 \quad (18)$$

$$t_{Z_1} = t_{Z_2} \quad (19)$$

Podemos reescribir esta última expresión utilizando la ecuación (14) e introduciendo el factor de normalización del vector N como

$$\sqrt{\left(\frac{\beta_1}{\alpha_1} n_x\right)^2 + \left(\frac{\beta_1}{\alpha_1} n_y\right)^2 + (n_z)^2} \rho_1 \alpha_1^2 \frac{\partial w_1}{\partial N} = \sqrt{\left(\frac{\beta_2}{\alpha_2} n_x\right)^2 + \left(\frac{\beta_2}{\alpha_2} n_y\right)^2 + (n_z)^2} \rho_2 \alpha_2^2 \frac{\partial w_2}{\partial N} \quad (20)$$

Si imponemos ahora la condición de que tanto el semiespacio como la irregularidad se "expandan" en la misma proporción, esto es, si

$$\frac{\alpha_1}{\beta_1} = \frac{\alpha_2}{\beta_2} \quad (21)$$

la ecuación (20) se reduce a

$$\mu_1 \frac{\partial w_1}{\partial N} = \mu_2 \frac{\partial w_2}{\partial N} \quad (22)$$

Finalmente, los campos difractados $w^{(d)}$ y $w^{(r)}$ deben satisfacer la condición de Sommerfeld (1949) de irradiación al infinito. Esta puede escribirse como

$$\lim_{r \rightarrow \infty} r \left| \frac{\partial w}{\partial r} + iqw \right| = 0 \quad (23)$$

3. METODOS DE SOLUCION

3.1 *Cavidad semielipsoidal*

Durante el análisis tanto de éste como de los dos casos subsiguientes consideraremos el sistema de coordenadas esférico que se muestra en la figura 1. Este sistema se considerará válido en el espacio transformado.

Consideremos la cavidad semielipsoidal que se muestra en la figura 2. Nótese que la relación de los semiejes mayor y menor está dada por α/β . Utilizamos esta forma particular porque ante la transformación de coordenadas (ecuación 12) se mapea en una semiesfera, forma que permite encontrar una solución analítica al problema. Podemos escribir la solución para el campo libre (ecuación 1) en función de las coordenadas de la figura 1 como (Abramowitz y Stegun, 1970)

$$w^{(0)} = \sum_{n=0}^{\infty} 2w_0 (4n + 1) (-1)^n P_{2n}(\cos \theta) j_{2n}(qr) \quad (24)$$

donde $P_n(\cdot)$ = polinomio de Legendre de orden n , $j_n(\cdot)$ = función de Bessel esférica de primera especie y orden n . Aquí

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = \sqrt{\frac{\alpha^2}{\beta^2} x^2 + \frac{\alpha^2}{\beta^2} y^2 + z^2} \quad (25)$$

$$\tan \theta = \frac{x}{z} = \frac{\alpha x}{\beta z} \quad (26)$$

Al aplicar el método de separación de variables el campo difractado se puede escribir en términos de funciones de Hankel esféricas de segunda especie, $h_n^{(2)}(\cdot)$, como

$$w^{(d)} = \sum_{n=0}^{\infty} 2w_0 (4n+1) (-1)^n A_n h_{2n}^{(2)}(qr) P_{2n}(\cos \theta) \quad (27)$$

Si aplicamos la condición de frontera correspondiente (ecuación 16) podemos determinar fácilmente la expresión para los coeficientes complejos A_n .

Finalmente, con la ecuación (4) podemos escribir la solución completa para la cavidad semielipsoidal (semiesférica en el espacio transformado) como

$$w = 2w_0 \sum_{n=0}^{\infty} (4n+1) (-1)^n \left| j_{2n}(qr) - \frac{j'_{2n}(qa)}{h_{2n}^{(2)'}(qa)} h_{2n}^{(2)}(qr) \right| P_{2n}(\cos \theta) \quad (28)$$

donde, como es usual, la prima indica derivada con respecto al argumento. Puede demostrarse que para longitudes de onda grandes ($qa, qr \rightarrow 0$) tenemos que

$$w \rightarrow 2w_0 \quad (29)$$

que muestra la habitual amplificación de dos. Esto es lo que esperábamos cuando las longitudes de onda son demasiado grandes para "ver" la irregularidad.

3.2 Depósito aluvial semielipsoidal

En el caso del depósito aluvial de la figura 3 debemos calcular dos campos difractores, $w^{(d)}$ y $w^{(r)}$, correspondientes al semiespacio y a la irregularidad respectivamente. El campo difractado para el semiespacio lo escribimos en términos de funciones de Hankel esféricas de segunda especie, mientras que el correspondiente al interior ($w^{(r)}$), lo hacemos en términos de funciones de Bessel esféricas de primera especie. De este modo tenemos

$$w_1 = 2w_0 \sum_{n=0}^{\infty} (4n+1) (-1)^n \left| j_{2n}(q_1 r) + A_n h_{2n}(q_1 r) \right| P_{2n}(\cos \theta) \quad (30)$$

$$w_2 = 2w_0 \sum_{n=0}^{\infty} (4n+1) (-1)^n B_n j_{2n}(q_2 r) P_{2n}(\cos \theta) \quad (31)$$

donde $q_2 = q_1$, $\alpha_1/\alpha_2 =$ número de onda P en el interior del depósito y $A_n, B_n =$ constantes complejas. Puesto que tanto la ecuación (30) como la (31) satisfacen la condición de esfuerzo nulo en $z = 0$, la superficie libre, resta únicamente imponer las condiciones de continuidad de desplazamientos y esfuerzos entre el depósito y el semiespacio (ecuaciones (18) y (22)). De ahí se obtienen directamente las expresiones para A_n y B_n que completan la solución para este caso.

3.3 Promontorios axisimétricos de forma arbitraria

Estudiamos finalmente el caso de promontorios axisimétricos de forma arbitraria, tal como el que se muestra en la figura 4. En estos casos no es posible encontrar solución analítica y recurrimos al procedimiento de colocación y mínimos cuadrados que ya ha sido estudiado en detalle en otras publicaciones (e. g. Sánchez-Sesma y Rosenblueth, 1979). Debemos notar que, dada

la simetría del problema, el tratamiento numérico sólo es necesario en una parte reducida de la frontera.

Como puede observarse en la figura 4 hemos dividido artificialmente el problema en dos regiones. Tenemos por consiguiente dos campos difractados. Nuevamente formamos los campos como combinaciones lineales de funciones de Bessel y Hankel esféricas mediante

$$w_1 = 2w_0 \sum_{n=0}^{\infty} (4n+1) (-1)^n |j_{2n}(q_1 r) + A_n h_{2n}(q_1 r)| P_{2n}(\cos \theta) \quad (32)$$

$$w_2 = 2w_0 \sum_{m=0}^{\infty} (2m+1) (i)^m B_m j_m(q_2 r) P_m(\cos \theta) \quad (33)$$

Como puede verse, la ecuación (32) es idéntica a la (30), ya que la frontera artificial con que hemos dividido la región 1 de la 2 es el mismo semielipsoide de la figura 3. Notamos también que la ecuación (33) incluye los términos impares de la serie puesto que ahora la superficie libre no es $z=0$.

La imposición de condiciones de frontera en L puntos distribuidos en la frontera de la irregularidad y el semiespacio y en la frontera libre del promontorio permite formar un sistema de ecuaciones para A_n y B_m . Los valores obtenidos al resolverlo permiten calcular el campo de desplazamiento vertical en cualquier punto con las ecuaciones (32) o (33).

4. EJEMPLOS DE APLICACION

Para poner a prueba la bondad de la aproximación que aquí se presenta se calcularon los desplazamientos debidos a incidencia vertical de ondas P para los tres casos estudiados: cañones, depósitos aluviales y promontorios; y diferentes valores de la frecuencia normalizada η . Esta frecuencia normalizada está dada por $\eta = qa/\pi = 2a/\lambda$, donde λ = longitud de la onda incidente, a = dimensión característica de la irregularidad. De esta forma η es el doble de la proporción entre dimensión característica de la irregularidad y longitud de onda.

En la figura 5 se presentan resultados obtenidos con la ecuación (28). Los desplazamientos verticales normalizados se calcularon para distintos puntos sobre la superficie. La irregularidad es una cavidad semielipsoidal de profundidad a y anchura $2\beta a/\alpha$. Puede observarse una fuerte dependencia de la frecuencia para puntos en el interior de la cavidad, con amplificaciones de hasta 50%.

En las figuras 6 y 7 se muestran comparaciones entre resultados

obtenidos con la aproximación expuesta en este trabajo y las amplitudes de desplazamiento que resultan de aplicar un mode lo totalmente elástico. Los resultados corresponden a una ca vidad semielipsoidal de profundidad $\sqrt{3}$ a y anchura 2a. Las frecuencias normalizadas están dadas por $\eta = 0.5, 0.75$ para las figuras 6 y 7 respectivamente. Los desplazamientos vertical y horizontal (este último mostrado únicamente como referencia) del modelo elástico se calcularon para un coeficiente de Poisson $\nu = 0.25$ usando un método de frontera (Sánchez-Sesma 1983a). Puede apreciarse un acuerdo satisfactorio en los desplazamientos verticales en casi toda la superficie libre aún cuando el desplazamiento horizontal sea grande. Esta concordancia es particularmente notable en el interior de la irregularidad, en donde, como muestra la figura 5, se presentan las máximas amplificaciones.

En la figura 8 se presentan resultados para incidencia vertical de ondas P en un semiespacio con un depósito aluvial semielipsoidal. Los desplazamientos verticales se calcularon con las ecuaciones (30) y (31). Pueden observarse grandes diferencias con la figura 5. Es particularmente notable la amplificación del desplazamiento en puntos situados en el interior del depósito que alcanza valores de 700%. Esta amplificación está relacionada con fenómenos de resonancia en el interior del depósito y, por lo tanto, las frecuencias para las que la amplificación es máxima están relacionadas a su vez con los modos na turales de vibración de depósito. En contraste, el desplazamiento en el exterior de depósito presenta variaciones relativamente pequeñas y amplificación casi nula. Dado el contraste de propiedades de los materiales ($\rho_1/\rho_2 = 1.5, \beta_1/\beta_2 = 2.0$) la mayor parte de la energía queda "atrapada" en el interior del depósito.

En la figura 9 se muestra la influencia del contraste de las

propiedades de los materiales en la amplitud de los desplazamientos en la superficie de un valle aluvial. La profundidad de depósito es $\alpha a/\beta$ y la anchura $2a$, la frecuencia normalizada de las ondas incidentes es $\eta = \sqrt{3}/4$. Pueden observarse ampliificaciones cada vez mayores conforme aumenta el contraste de propiedades, que llegan a alcanzar casi un orden de magnitud. Aparecen asimismo variaciones laterales que pueden ser muy importantes en el interior del depósito.

Como último resultado para valles aluviales, la figura 10 presenta la comparación entre los valores de desplazamiento obtenidos de nuestro modelo tridimensional y los que resultan de aplicar un modelo unidimensional. La aproximación unidimensional está dada por (Roesset y Whitman, 1969).

$$\left| \frac{w}{w_0} \right| = \frac{2}{\sqrt{\cos^2(q_2 H) + \left(\frac{\mu_2 \beta_1}{\mu_1 \beta_2}\right)^2 \sin^2(q_2 H)}} \quad (34)$$

donde H = espesor de la capa uniforme. La frecuencia normalizada es $\eta = 0.5$. Pueden apreciarse efectos tridimensionales importantes que no predice el modelo unidimensional. Especialmente importante es la amplificación máxima del modelo tridimensional que llega a más del 350% mientras que la del modelo unidimensional apenas llega a 200%. La irregularidad es nuevamente un depósito aluvial de profundidad $\sqrt{3}a$ y anchura $2a$.

Finalmente se calcularon resultados para incidencia vertical de ondas P en un promontorio axisimétrico. La forma de la superficie libre de la irregularidad está dada por

$$z = -h \left| 1 - 3\xi^2 + 2\xi^3 \right| \quad (35)$$

donde $0 \leq \xi \leq 1$, $h = 0.5$, a = altura del promontorio y

$\xi = (z^2 + y^2)^{1/2}/a$. En la figura 11 se muestran resultados obtenidos con las ecuaciones (32) y (33) para varios puntos en la superficie. Es notable la semejanza de esta figura con las obtenidas por Boore (1972) y Sills (1978) para el caso bidimensional de incidencia de ondas SH. Al igual que sucede en las gráficas de estos dos autores, es el punto en la cima del promontorio el que experimenta las amplificaciones mas grandes. Sin embargo, en el caso tridimensional, la amplificación en este punto se acentúa hasta casi llegar al 200%. Este efecto es consecuencia, indudablemente, de la mayor focalización de la energía por la forma tridimensional del promontorio. Cabe apuntar, por último la concordancia entre el factor de amplificación para la cima del promontorio que muestra esta figura y el factor de 1.8 que menciona Rosenblueth (1977) para una colina de 10m de alto en la República Popular China. Si bien desconocemos los parámetros involucrados (frecuencia, velocidad de las ondas, ángulo de incidencia, etc.) es notable que para un rango amplio de frecuencias la figura 11 presenta valores de amplificación muy cercanos.

5. CONCLUSIONES

Se ha presentado una aproximación que permite estimar el campo de desplazamientos verticales en la vecindad de un difractor tridimensional para incidencia vertical de ondas P. Esta aproximación se obtiene al restringir los desplazamientos horizontales.

Los resultados que aquí se presentan pueden ser de interés en sismología ya que las ondas P telesísmicas llegan casi verticalmente.

Es posible, utilizando este modelo, obtener estimaciones de los desplazamientos horizontales si se aplican tracciones que cancelen a las de "fijación" en las direcciones horizontales. Por supuesto sólo puede calcularse una componente del campo de desplazamientos a la vez. Sin embargo, al hacerlo se perdería la simplicidad de la solución y la aplicación del modelo, al incrementar su complejidad, disminuiría su utilidad.

Las soluciones analíticas obtenidas en este trabajo se compor-

tan adecuadamente para longitudes de onda grandes y medianas. Aunque no se calcularon las fuerzas de fijación, se ha podido ilustrar la utilidad de la aproximación con algunos resultados que concuerdan satisfactoriamente con los obtenidos para un medio totalmente elástico. En el caso de difractores de pendiente más suave, es de esperar una concordancia todavía mejor con soluciones más completas, si bien, para esos problemas no se podrían obtener formas cerradas de la solución.

Por otra parte, y dentro de las aplicaciones a la Ingeniería Sísmica, seguirán faltando durante algún tiempo criterios para formular excitaciones en términos de tipos de ondas incidentes, ángulos de incidencia, contenidos de frecuencias, etc. No obstante, en tanto estos criterios se formulan, se continúa el desarrollo de las técnicas de análisis de difracción. De este modo parece justificada la aplicación de modelos sencillos y muy económicos para obtener estimaciones razonables del movimiento en la superficie en la vecindad de topografías irregulares.

AGRADECIMIENTOS

Deseo expresar mi agradecimiento al Dr. Francisco J. Sánchez-Sesma por su atinada y entusiasta dirección de este trabajo así como por su constante apoyo.

Agradezco también a la Sra. Celia Juárez su fiel transcripción del manuscrito.

Parte de este trabajo se realizó en el Instituto de Ingeniería. Agradezco a su personal las facilidades que proporcionaron para su realización.

8. REFERENCIAS

- Abramowitz, M e I. Stegun (eds) (1970). *Handbook of mathematical functions*, Dover Publications, Nueva York.
- Achenbach, J. D. (1973). *Wave propagation in elastic solids*, North-Holland Publishing Co., Amsterdam.
- Aki, K y Richards, P.G. (1980). *Quantitative seismology, theory and methods*, W.H. Freeman and Co., San Francisco.
- Aki, K. y L. Larner (1970). Surface motion of a layered medium having an irregular interface due to incident plane SH waves, *J. Geophys. Res.*, 75, 933-954.
- Arias, A., F. J. Sánchez-Sesma y E. Ovando-Shelley (1981). A simplified elastic model for seismic analysis of earth-retaining structures with limited displacements. *Proc. Int. Conf. Recent Adv. Geotech. Earthquake Engrg. 1st*, st. Louis, Mo. 1, 235-240.
- Bard, P.Y. (1982). Diffracted waves and displacement field over two-dimensional elevated topographies. *Geophys J.R. astr. Soc.* 71, 731-760.
- Bard, P.Y. y M. Bouchon (1980a). The seismic response of sediment filled valleys. Part 1. The case of incident SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 70, 1263-1286.
- Bard, P.Y. y M. Bouchon (1980b). The seismic response of sediment-filled valleys. Part 2. The case of incident P and SV waves, *Bull.*

Seism. Soc. Am., 70, 1921-1941.

Boore, D.M. (1972). A note on the effect of simple topography on seismic SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 62, 275-284.

Boore, D.M., K.L. Larner, y K.Aki (1971). Comparison of two independent methods for the solution of wave scattering problems: response of a sedimentary basin to incident SH waves, *J. Geophys. Res.*, 76, 558-569.

Boore, D.M., S.C. Harmsen, y S.T. Harding (1981). Wave scattering from a steep change in surface topography, *Bull. Seism. Soc. A.*, 71, 117-125.

Bouchon, M. (1973). Effect of topography on surface motion *Bull. Seism. Soc. Am.*, 63, 615-632.

Castellani, A., A. Peano, y L. Sardella (1982). On analytical and numerical techniques for seismic analysis of topographic irregularities, *Proc. 5th European Conf. Earthquake Engg.*, Greece.

Davis, L.L. y L.R. West (1973). Observed effects of topography on ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 63, 283-298.

Dravinski, M. (1982a). Scattering of SH waves by subsurface topography, *J. Engrg. Mech. Div., Proc. ASCE*, 108, 1-17.

Dravinski, M. (1982b). Influence of interface depth upon strong ground motion, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 72, 597-614.

Dravinski, M. (1983). Amplification of P, SV, and Rayleigh Waves by two alluvial valleys, *Soil Dynamics and Earthquake Engg.*, 2, 66-77.

England, R., F.J. Sabina, e I. Herrera (1980). Scattering of SH waves by surface cavities of arbitrary shape using boundary methods, *Phys. Earth Planet. Ints.*, 21, 148-157.

Esquivel, J. A. y F.J. Sánchez-Sesma (1980). Effects of canyon topography on dynamic soil-bridge interaction for incident plane SH waves, *Proc. World Conf. Earthquake Engg.*, 7th, Istanbul, 2, 153-160.

Esteva, L. (1977). Microzoning: models and reality, *Proc. World Conf. Earthquake Engg.*, 6th, New Delhi.

Gilbert, F. y L. Knopoff (1960). Seismic scattering from topographic irregularities, *J. Geophys. Res.*, 65, 3437-3444.

Griffiths, D.W. y G.A. Bollinger (1979). The effect of the Appalachian mountain topography on seismic waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 69, 1081-1105

- Harmsen, S.C. y S.T. Harding (1981). Surface motion over a sedimentary valley for incident plane P and SV waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, *71*, 655-670.
- Herrera, I. (1979). Theory of connectivity: a systematic formulation of boundary element methods, *Applied Math. Modelling*, *3*, 151-156.
- Herrera, I. (1984). *Boundary methods. An algebraic theory*, Pitman Publishing Co.
- Herrera, I. (1980a). Variational principles for problems with linear constraints, prescribed jumps and continuation type restrictions, *J. Inst. Maths. and Applies*, *25*, 67-96.
- Herrera, I. (1980b). Boundary methods. A criterion for completeness, *Proc. Nat'l. Acad. Sci. U.S.A.*, *77*, 4395-4398.
- Herrera, I. y F.J. Sabina (1978). Connectivity as an alternative to boundary integral equations. Construction of bases, *Proc. Nat'l. Acad. Sci. U.S.A.*, *75*, 2059 - 2963.
- Hudson, J.A. (1967). Scattered surface waves from a surface obstacle, *Geophys. J.R. astr. Soc.*, *13*, 441-458.
- Hudson, J.A. y D.M. Boore (1980). Comments on 'Scattered surface waves from a surface obstacle', *Geophys. J.R. astr. Soc.*, *60*, 123-127.
- Jackson, P.S. (1971). The focusing of earthquakes, *Bull. Seism. Soc. Am.*, *61*, 686-695.
- Kubo, K. y R. Isoyama (1980). Damage to buried utility pipes in the 1978 Miyagiken-Oki earthquake. *Proc. World Conf. Earthquake Engrg.*, *7th*, Istanbul, *8*, 225-232.
- Lee, V.W. (1978). Displacements near a three-dimensional hemispherical canyon subjected to incident plane waves. *Report CE 78-16*, Department of Civil Engineering, University of Southern California, Los Angeles, California.
- Lysmer, J. y L. A. Drake (1972). A finite element method for seismology, in *Methods of Computational Physics*, Vol. 11, B.A. Bolt, Editor, Academic Press, New York.
- Mow, C.C. y Y.H. Pao (1971). The diffraction of elastic waves and dynamic stress concentrations, *Report R-482-PR*, The Rand Corporation, Santa Monica, California.
- Poceski, A. (1969). The ground effects of the Skopje July 26, 1963 earthquake, *Bull. Seism. Soc. Am.*, *59*, 1-29.

Roesset, J.M. y R.V. Whitman (1969). Theoretical background for soil amplification studies. Inf. R69-15, Dept. of Civil Engrg. M.I.T., Cambridge, Mass.

Rosenblueth, E. (1977). Predicción e ingeniería sísmica en China, *Ingeniería*, 47, 1-34.

Sabina, F.J., R. England e I. Herrera (1979). Theory of connectivity: Applications to scattering of seismic waves. I. SH wave motion, *Proc. 2nd International Conference on Microzonation*, San Francisco, 2, 813-824.

Sánchez-Sesma, F.J. (1978). Ground motion amplification due to canyons of arbitrary shape. *Proc. Int. Conf. on Microzonation*, 2nd, San Francisco, 2, 729-738.

Sánchez-Sesma, F.J. (1981). A boundary method applied to elastic scattering problems, *Arch. Mech.*, 33, 167-179.

Sánchez-Sesma, F.J. (1983). Diffraction of elastic waves by three-dimensional surface irregularities, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 73, 1621-1636.

Sánchez-Sesma, F.J. (1984). Ground motion on three-dimensional depressions for vertically incident P waves using a simplified elastic medium, en proceso.

Sánchez-Sesma, F.J. y E. Rosenblueth (1979). Ground motion at canyons of arbitrary shape under incident SH waves, *Int. J. Earthquake Engrg. Struct. Dyn.*, 7, 441-450.

Sánchez-Sesma, F.J. y J.A. Esquivel (1979). Ground Motion on alluvial valleys under incident plane SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 69, 1107-1120.

Sánchez-Sesma, F.J. y J. A. Esquivel (1980). Ground motion on ridges under incident SH waves, *Proc. World Conf. Earthquake Engrg.*, 7th, Istanbul, 1, 33-40.

Sánchez-Sesma, F.J., I. Herrera y M.A. Bravo (1982a). Difracción de ondas P, SV y de Rayleigh en un semiespacio elástico. *Instituto de Ingeniería, UNAM, México*.

Sánchez-Sesma, F.J., I. Herrera, y J. Avilés (1982b). A boundary method for elastic wave diffraction. Application to scattering of SH waves by surface irregularities, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 72, 473-490.

Sills, L. B. (1978). Scattering of horizontally polarized shear waves by surface irregularities, *Geophys. J.R. astr. Soc.*, 54, 319-348.

- Singh, S.K. y F.J. Sabina (1977). Ground motion amplification by topographic depressions for incident P waves under acoustic approximation, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 67, 345-352.
- Sommerfeld, A. (1949). *Partial differential equations in physics*, Academic Press, Inc., New York.
- Trifunac, M.D. (1971). Surface motion of a semi-cylindrical alluvial valley for incident plane SH waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 61, 1755-1770.
- Trifunac, M.D. (1973). Scattering of plane SH waves by a semi-cylindrical canyon, *Int. J. Earthquake Engrg. Struct. Dyn.*, 1, 267-281.
- Trifunac, M.D. (1980). Effects of site geology on amplitudes of strong motion, *Proc. World. Conf. Earthquake Engrs.*, 7th, Istanbul, 2, 145-152.
- Westergaard, H.M. (1939). A problem of elasticity suggested by a problem of soil mechanics: soft material reinforced by numerous horizontal sheets. *60th Anniversary Volume of S. Timoshenko, Contributions of Mechanics of Solids*, Mc Millan Pub. Co., Nueva York.
- Wong, H.L. (1979). Diffraction of P, SV, and Rayleigh waves by surface topographies, Report CE 79-05, Department of Civil Engineering, University of Southern California, Los Angeles, California.
- Wong, H.L. (1982). Effect of surface topography on the diffraction of P, SV, and Rayleigh waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 72, 1167-1183.
- Wong, H.L. y M.D. Trifunac (1974a). Scattering of plane SH wave by a semi-elliptical canyon, *Int. J. Earthquake Engrg. Struct. Dyn.*, 3, 157-169.
- Wong, H. L. y M.D. Trifunac (1974b). Surface motion of a semi-elliptical alluvial valley for incident plane SH wave, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 64, 1389-1408.
- Wong, H.L. y P.C. Jennings (1975). Effect of canyon topography on strong ground motion. *Bull. Seism. Soc. Am.*, 65, 1239-1257.
- Wong, H.L., Trifunac, M.D. y B. Westermo (1977). Effects of surface and subsurface irregularities on the amplitude of monochromatic waves, *Bull. Seism. Soc. Am.*, 67, 353-368.

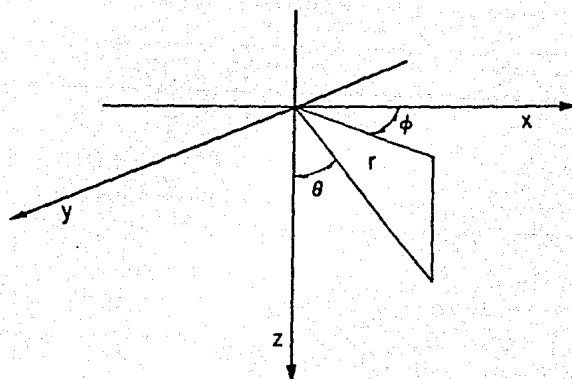


Fig. 1. Sistema de coordenadas esféricas para el espacio transformado.

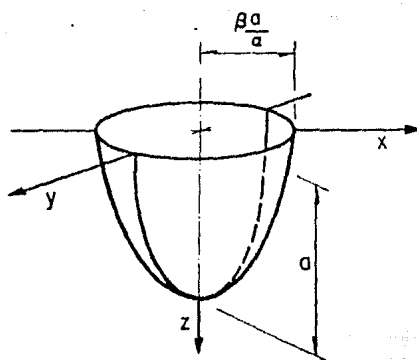


Fig. 2. Cavidad semielipsoidal

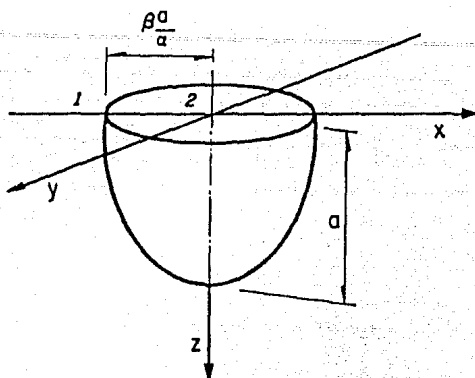


Fig. 3. Depósito aluvial semielipsoidal

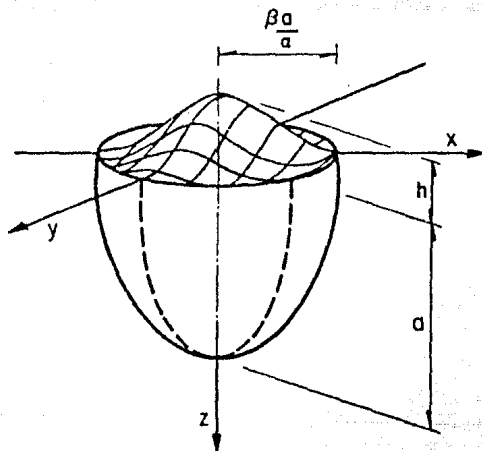
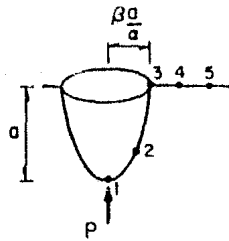
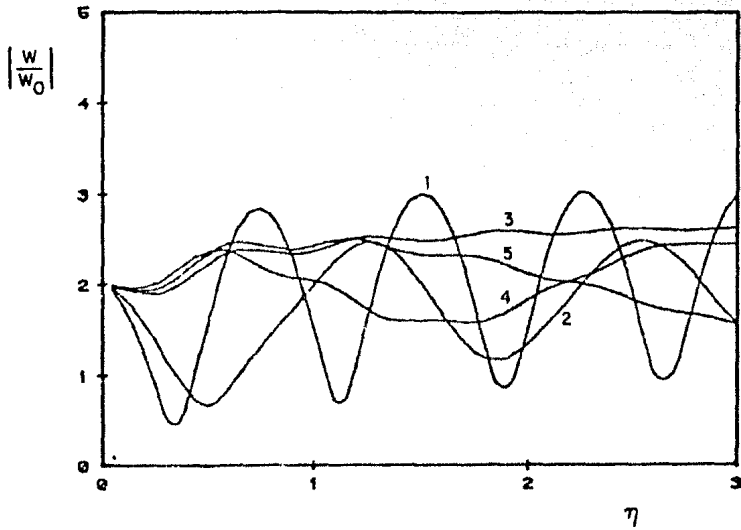


Fig. 4. Promontorio axisimétrico



Punto	$\frac{x a}{\beta a} = x/a$
1	0.00
2	0.71
3	1.00
4	1.50
5	2.00

Fig. 5. Cavidad semielipsoidal ante incidencia vertical de ondas P. Amplitud de los desplazamientos verticales en función de la frecuencia normalizada para algunos puntos en la superficie.

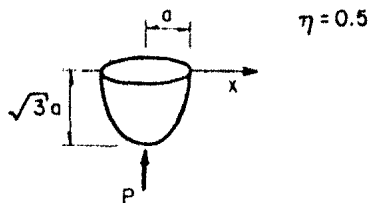
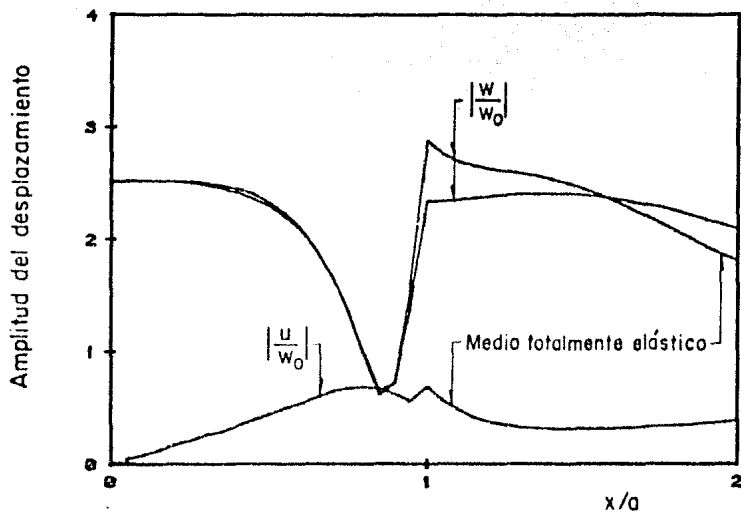


Fig. 6 Cavity semielipsoidal ante incidencia vertical de ondas P. Amplitud de los desplazamientos verticales calculados con el modelo aproximado. Amplitud de los desplazamientos verticales calculados con un modelo totalmente elástico para $\nu = 0.25$. La frecuencia normalizada es $\eta = 0.5$

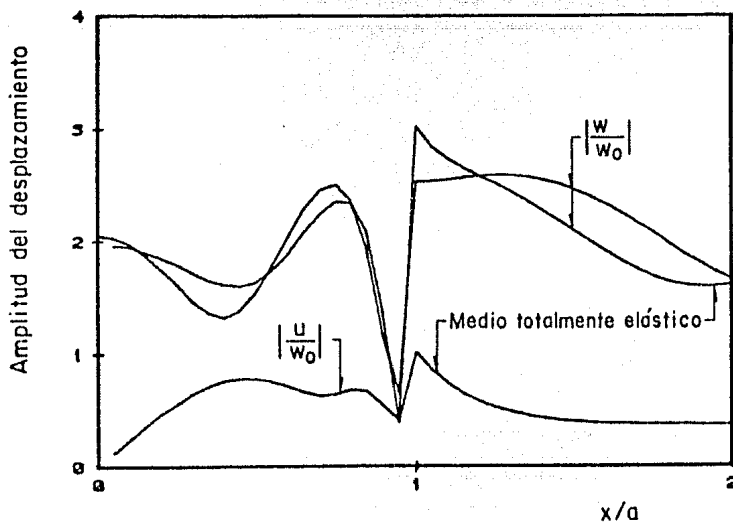
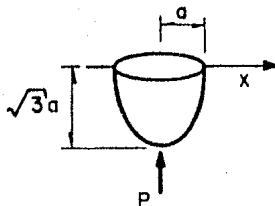
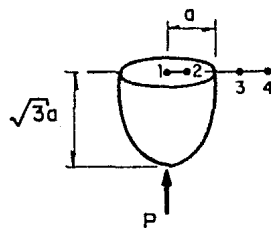
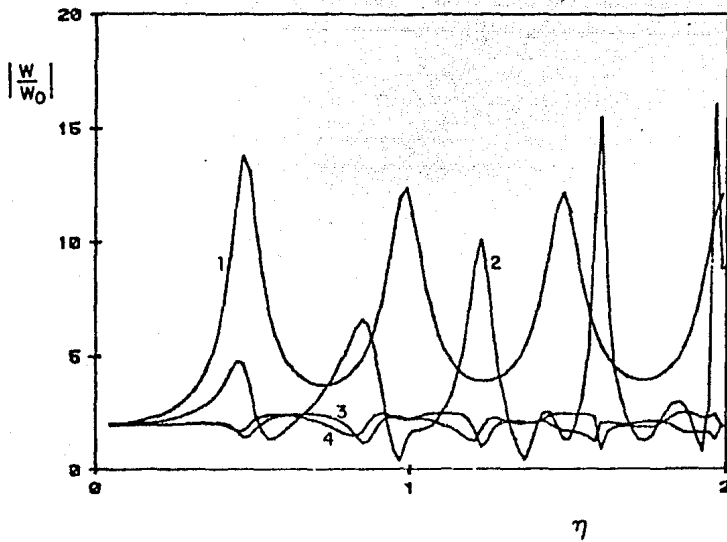

 $\eta = 0.75$


Fig. 7. Cavity semielipsoidal ante incidencia vertical de ondas P . Amplitud de los desplazamientos verticales calculados con el modelo aproximado. Amplitud de los desplazamientos verticales calculados con un modelo totalmente elástico para $\nu = 0.25$. La frecuencia normalizada es $\eta = 0.75$.



Punto	$\frac{\alpha a}{\beta a} = x/a$
1	0.00
2	0.46
3	1.50
4	2.00

Fig. 8. Depósito aluvial semielipsoidal ante incidencia vertical de ondas P . Amplitud de los desplazamientos verticales en función de la frecuencia normalizada para varios puntos en la superficie.

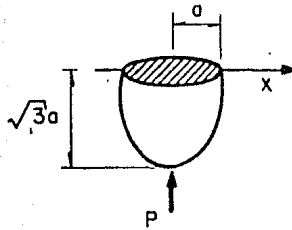
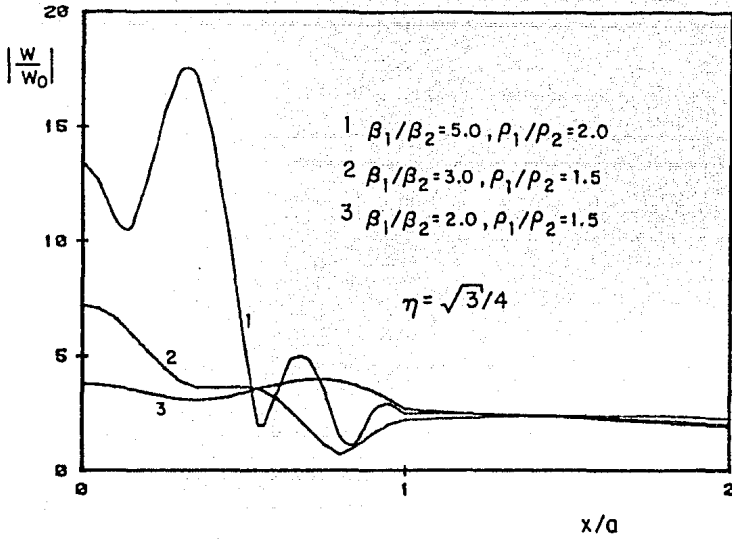


Fig. 9. Depósito aluvial semielipsoidal ante incidencia vertical de ondas P . Amplitud de los desplazamientos verticales para tres contrastes de propiedades de los medios. La frecuencia normalizada es $\eta = \sqrt{3}/4$.

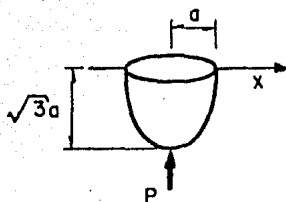
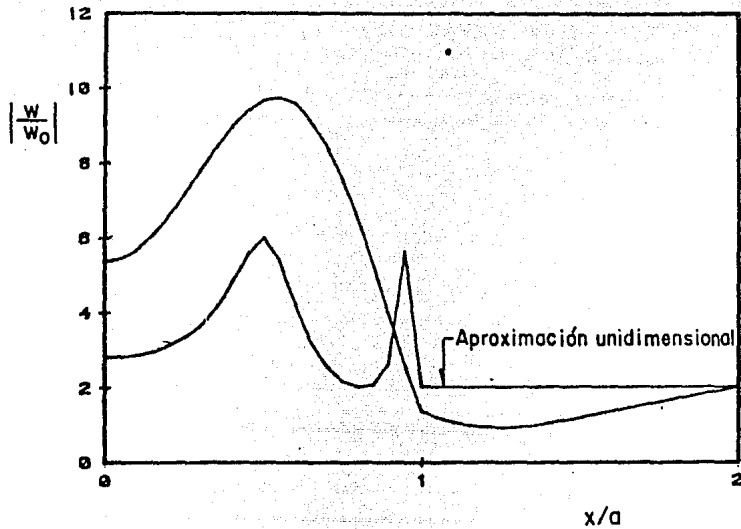
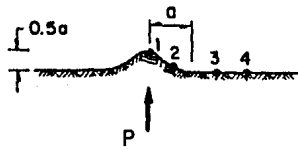
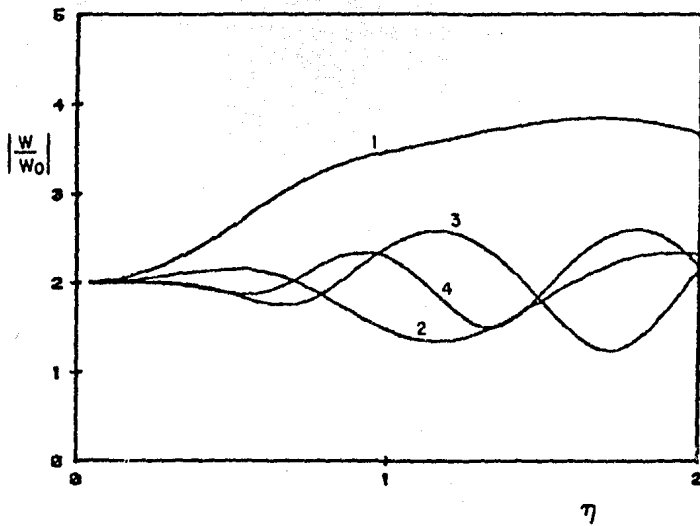


Fig. 10. Depósito aluvial semielipsoidal ante incidencia vertical de ondas P. Amplitud de los desplazamientos verticales en la superficie. La frecuencia normalizada es $\eta = 0.5$.



Punto	$\frac{x_0}{\beta a} = \eta/a$
1	0.00
2	0.80
3	1.50
4	2.00

FIG. 11 Promontorio axisimétrico ante incidencia vertical de ondas P. Amplitud de los desplazamientos verticales en función de la frecuencia normalizada para varios puntos en la superficie.