



Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

"EFECTOS DE LA TOPOGRAFIA EN LAS MEDIDAS
GEOELECTRICAS"

TESIS PROFESIONAL

Que para obtener el Título de
INGENIERO GEOFISICO
P r e s e n t a

MARIO BENHUMEA LEON



México, D. F.

1984



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

EFFECTOS DE LA TOPOGRAFIA EN LAS MEDIDAS GEOELECTRICAS

INDICE	PAGINA
PROLOGO	i
CAP. I. INTRODUCCION	1
CAP. II. EFECTOS TOPOGRAFICOS EN POTENCIAL NATURAL.	4
II.1. Breve descripción del método de SP.	5
II.2. Formulación matemática del problema.	6
II.2.1. Efecto de encabe (Overburden).	6
II.2.2. Ecuación electrostática de Poisson.	7
II.2.3. Relación Empírica entre K y σ	10
II.3. Interpretación de anomalías de SP.	12
II.3.1. Métodos clásicos.	12
II.3.2. Interpretación computarizada.	16
II.3.2.A. Programa " SPINV "	16
II.3.2.B. Programa " TARSOV "	19
II.3.2.C. Programa " FA "	19
II.3.2.D. Programa " LAMINA "	24
II.4. Término error.	25
II.4.1. Error promedio (EP).	25
II.4.2. Error cuadrático medio (ECM)	26
II.4.3. Error medio porcentual (EMP)	26
II.4.4. Error medio porcentual de interpretación (EMPI).	27

II.5.	Corrección topográfica de curvas de SP.	29
II.5.1.	Planteamiento del problema.	29
II.5.2.	Proposición de una metodología para realizar la corrección topográfica de curvas de SP.	30
II.5.3.	Corrección topográfica para anomalías monopolares.	33
II.5.4.	Corrección topográfica para cuerpos esferoidales.	34
II.6.	Conclusiones.	39
	Referencias citadas Cap. II.	41
	Figuras Cap. II.	44
CAP. III.	EFFECTOS TOPOGRAFICOS EN METODOS DE - CORRIENTE DIRECTA.	71
III.1.	Campos eléctricos.	71
III.1.1.	Arreglo Schlumberger.	71
III.1.2.	Arreglo Wenner.	72
III.1.3.	Arreglo Polo-Dipolo.	72
III.1.4.	Arreglo Dipolo-Dipolo.	73
III.1.5.	Dispositivo de gradiente.	74
III.1.6.	El método de polarización Inducida.	75
III.2.	Modelado en resistividad.	76
III.2.1.	Método de relajación en resistividad.	77
III.2.2.	Condiciones de frontera.	79
III.2.3.	Programa REL2D.	81
III.2.4.	Programa MUFTI.	83

III.2.5.	Programa RELMUF.	86
III.2.6.	Programa TARSOV.	88
III.2.7.	Consideraciones prácticas en los modelos de relajación.	91
III.3.	Corrección topográfica en métodos de DC.	93
III.3.1.	Planteamiento del problema.	93
III.3.2.	Expresión general de la corrección topográfica en metodos de DC.	95
III.3.3.	Corrección topográfica de un sondeo Polo-Dipolo.	97
III.3.4.	Corrección topográfica de un sondeo Dipolo-Dipolo.	100
III.3.5.	Corrección topográfica de sondeos -- Wenner.	103
III.3.6.	Corrección topográfica de sondeos -- Schlumberger.	105
III.3.7.	Corrección topográfica de sondeos -- de PI.	108
III.4.	Conclusiones.	111
	Referencias citadas Cap. III.	113
	Figuras Cap. III.	114
CAP. IV.	EFFECTOS TOPOGRAFICOS EN METODOS ELECTROMAGNETICOS.	162
IV.1.	Ecuaciones del campo electromagnético.	162
IV.2.	Métodos electromagnéticos.	167
IV.2.1.	Métodos electromagnéticos de campo natural.	168

IV.2.1.A.	Método Magnetotelúrico.	168
IV.2.1.B.	Método Telúrico.	169
IV.2.1.C.	Método AFMAG.	171
IV.2.2.	Métodos electromagnéticos por inducción.	172
IV.2.2.A.	Sondeos electromagnéticos.	173
IV.2.2.A.2.	Sondeos Melos (SM).	174
IV.2.2.A.3.	Sondeos por transitorios (ST)	175
IV.2.2.B.	Calicatas electromagnéticas.	176
IV.2.2.B.1.	Calicatas terrestres.	177
IV.2.2.B.2.	Calicatas aéreas.	181
IV.3.	Comentarios sobre la corrección topográfica.	185
IV.4.	Efectos topográficos y correcciones de dispositivo.	186
IV.4.1.	Cuantificación de efectos topográficos.	186
IV.4.1.1.	Métodos de simulación.	186
IV.4.1.1.A.	Modelos eléctricos.	186
IV.4.1.1.B.	Experimentos en tanque.	188
IV.4.1.2.	Método generalizado de inversión -- lineal.	189
IV.4.1.2.A.	Perfilaje magnetotelúrico.	189
IV.4.1.2.B.	AFMAG terrestre.	190
IV.4.1.3.	Métodos analíticos.	190
IV.4.1.4.	Método de diferencias finitas.	191
IV.4.2.	Correcciones de dispositivo.	193

IV.4.2.1.	Método SLINGRAM.	193
IV.4.2.2.	Método TURAM.	194
IV.4.2.3.	Sondeos electromagnéticos.	194
IV.5.	Conclusiones.	194
	Referencias citadas Cap. IV.	196
	Figuras Cap. IV.	197
BIBLIOGRAFIA.		218
APENDICE A.	Significado físico del Laplaciano.	224
APENDICE B.	El método de relajación.	227
APENDICE C.	Modelos analíticos.	233
TABLA C.1.	Soluciones analíticas de potencial - natural.	234
TABLA C.2.	Soluciones analíticas de campo polar.	238
TABLA C.3.	Soluciones analíticas de campo uniforme.	241
APENDICE D.	Analogía eléctrica entre campos electromagnéticos y líneas de transmisión.	242
APENDICE E.	Método generalizado de inversión lineal.	253
APENDICE F.	Programas implementados en lenguaje Basic para el sistema HP-9845B.	255

PROLOGO

Puede considerarse que los métodos eléctricos de prospección tuvieron sus orígenes en los siguientes años:

1830, Robert W. Fox realiza las primeras observaciones de potencial natural (SP), al medir diferencias de potencial eléctrico en las minas de cobre de Cornwall.

1912, Conrad Schlumberger introduce el método de resistividad para explorar el subsuelo a través de campos eléctricos estacionarios.

1917, Harry W. Conklin registra la primera patente en los métodos de prospección electromagnética.

A partir de entonces, los métodos eléctricos se han venido desarrollando muy irregularmente:

El método de potencial natural ha quedado casi en desuso y se cree aplicable únicamente a cuerpos sulfurosos.

Los métodos de resistividad y polarización inducida (PI) han sido los más aventajados, logrando desarrollar métodos numéricos que calculan las curvas de resistividad aparente para cualquier configuración electródica y para cualquier tipo de modelo: Madden (1972) introdujo el método de líneas de transmisión, Jepsen (1969) el método de relajación o de diferencias finitas y Coggon (1971) el método del elemento finito. Por otro lado, la inversión de los datos de resistividad se está desarrollando a partir de trabajos como el de Zodhy (1975) quien elaboró un método de interpretación automática, Ghosh (1971) quien desarrolló mejores algoritmos para la inversión, Koefoed (1968) quien los aplicó a diferentes arreglos, Backus y Gilbert (1967) quienes introdujeron el método generalizado de inversión lineal e Inmann et al (1973) quienes demostraron que este último método constituye la mejor técnica para estimar, en un medio estratificado, parámetros de inversión.

Por lo que respecta a los métodos electromagnéticos, estos se han desarrollado más lentamente, no se dispone de algoritmos que realicen la inversión de sus datos, pero si existen soluciones analíticas para una variedad de modelos simples.

En base a lo anterior, puede asegurarse que el desarrollo y aplicación de los métodos geoelectricos se incrementará notablemente en los próximos años. Sin embargo, en la actualidad es común interpretar las mediciones geoelectricas a partir de los datos originales de campo (que pueden encontrarse alterados por diversos factores como variaciones laterales, to-

pografía rugosa o ruidos industriales) sin realizarles ningún tipo de corrección o procesado que los depure. Aunque muchos -- autores han cuantificado estos efectos, no existe en la actualidad una técnica que los elimine o minimice: las variaciones laterales se corrigen linealizando un fenómeno que no es lineal - a través de la técnica gráfica de traslapes, la distorsión que produce el relieve topográfico en los campos potenciales se realiza a través de la técnica del elemento finito, procesando un modelo para cada configuración electródica, lo cual hace incosteable este tipo de procesado, y aún no se diseñan filtros que separen de la señal de interés los ruidos eléctricos ocasionados por plantas industriales, vías férreas, líneas de transmisión, etc. El presente trabajo pretende analizar el problema de la distorsión que sufren las medidas geoelectricas por efecto - del relieve topográfico y sugerir, para algunos casos, una metodología que las corrija aunque sea parcialmente.

CAPITULO I

I N T R O D U C C I O N

Es común en los métodos de Prospección Eléctrica interpretar los datos de campo directamente, sin efectuarles ningún tipo de procesado o corrección que mejore, aunque sea parcialmente, el comportamiento de los datos recabados; aunque sea del conocimiento del geofísico que pueden estar alterados por muchas causas, como son: variaciones laterales, efecto de encape, topografía rugosa, ruido eléctrico, etc.

En ocasiones, algunos de estos factores pueden distorsionar notablemente la curva de campo, haciendo inoperante el método, o bien producir anomalías artificiales que conduzcan a resultados equívocos.

Esta tesis esta enfocada a discutir, tanto cualitativa como cuantitativamente, el efecto que ejerce la topografía en los métodos de Prospección Eléctrica, por ser el que influye más directamente en la distorsión de los parámetros geoelectricos.

Dos son los objetivos de esta tesis:

1) Demostrar que la topografía rugosa es un factor que produce anomalías artificiales que alteran, distorsionan o enmascaran las anomalías reales de un estudio geoelectrico.

2) Deducir una fórmula analítica que corrija, de una forma aceptable las curvas de campo que se encuentren distorsionadas por este efecto.

Debido a la variedad de métodos geoelectricos existente, se decidió alcanzar estos objetivos en 3 capítulos:

El capítulo II aborda el problema para el Método de Potencial Natural (SP), haciendo una reseña del mismo y de las técnicas más conocidas para su interpretación.

El planteamiento del problema topográfico se enfoca desde el punto de vista computacional que repercute en las siguientes aportaciones al método:

i) Dedución de una relación empírica entre la constante dieléctrica K de un medio, y su valor de conductividad eléctrica σ .

ii) Elaboración de una nueva técnica de interpretación para anomalías monopolares.

iii) Proposición de una metodología para corregir topográficamente las anomalías de SP.

La metodología presentada en este capítulo se comprobó prácticamente en muchas de las anomalías publicadas por diversos autores. Resultando en todos los casos una mejor interpretación, la cual se evaluó en base a diferentes parámetros de error.

En el capítulo III se plantea el problema de realizar la corrección topográfica para todos aquellos métodos geoelectricos que usan corriente directa (DC), incluyéndose aquí los de Polarización Inducida.

En este capítulo se entra de lleno al modelado en resistividad, dado que es la única manera de poder calcular la distorsión que sufren las anomalías o curvas de resistividad en diferentes condiciones topográficas. Las soluciones que se obtienen utilizando esta técnica de modelado no son exactas, pero si muy aproximadas a las deducidas mediante métodos analíticos, como lo demuestran numerosos autores citados en la bibliografía. Análogamente, todos los programas elaborados para esta tesis, y cuyos listados aparecen en el apéndice F, se comprobaron con modelos, cuyas expresiones analíticas son conocidas. En general, la comparación de los resultados arrojó un error medio cuadrático RMS % < 5 %; error que puede disminuirse especificando una tolerancia de ajuste menor a la indicada (TOL = 0.001).

Las anomalías topográficas se pueden computar por los siguientes métodos:

- i) El método de relajación o de diferencias finitas.
- ii) El método del elemento finito.

Para nuestro caso, ambas técnicas calculan la distribución del campo eléctrico potencial en los nodos de una determinada malla.

Como es sabido, el método del elemento finito es una técnica poderosa y de mucha precisión, que involucra el tener acceso a una computadora, disponer de capacidad suficiente para el almacenamiento de datos y mucho tiempo de procesado. En la práctica, estos factores hacen incosteable un procesado de corrección topográfica, razón por la cual se decidió calcular las anomalías mediante el método de relajación, sacrificando un poco de exactitud pero disponiendo de un algoritmo fácil de entender, con una matemática sencilla y que requiere de poco almacenamiento de datos, así como de tiempo de procesado.

Al igual que en el capítulo anterior, se plantea una metodología para realizar la corrección topográfica en sondeos y pseudosecciones de resistividad aparente para diversos arreglos o dispositivos geoelectricos que operan con campos electricos estacionarios. Esta metodología puede emplearse usando cualquiera de las dos técnicas de modelado, como se ilustra en el apartado III.3.7, en donde se corrigen pseudosecciones de resistividad aparente calculadas por R. Fox et al (1980) mediante la técnica del elemento finito.

En el capítulo IV el problema se enfoca a aquellos métodos que prospectan mediante el uso de campos electromagneticos. Se presenta una clasificación que agrupa a todos estos métodos y se estima cualitativamente, y en algunos casos cuantitativamente, la distorsión que sufren los campos eléctrico y magnético por efecto del relieve topográfico, mediante la recopilación de todos los artículos publicados sobre el tema. En términos generales se concluye que los efectos topográficos en la prospección electromagnética son de mucha importancia pero no existe una metodología que elimine, aunque sea parcialmente, estas distorsiones. Sin embargo, se han hecho algunos intentos y el problema se ha atacado mediante distintas técnicas de modelado, las cuales se explican brevemente y ofrecen una herramienta muy útil para la interpretación de los datos electromagneticos.

Aunque cada capítulo trae al final sus propias conclusiones, cabe aquí recalcar que las anomalías topográficas son, en algunos métodos, de mayor intensidad que las anomalías de cuerpos o estructuras de interés, y que los métodos de interpretación cuantitativa deben de considerar estos efectos para zonas de topografía rugosa, sobre todo aquellos de uso tan común que superponen a las curvas de los datos de campo, las curvas teóricas calculadas con algoritmos matemáticos basados en una topografía plana. Para estos casos, la experiencia e interpretación cualitativa del geofísico pueden ofrecer mejores soluciones.

Finalmente, cabe señalar que todos los programas elaborados para esta tesis están escritos en lenguaje BASIC y acondicionados para el Sistema HP-9845B.

CAPITULO II

EFFECTOS TOPOGRAFICOS EN POTENCIAL NATURAL

Cualquiera que haya empleado el Método de Potencial Natural, habrá notado lo ruidoso y distorsionadas que aparecen las curvas de potencial; y también sabrá que esto es debido a la suma de diferentes potenciales y efectos, entre los que cabe señalar:

a) Potenciales electroquímicos, producidos por la oxidación y reducción de cuerpos mineralizados.

b) Potenciales de difusión, ocasionados por el contacto de dos electrolitos diferentes o por las diferencias de concentración en un mismo electrolito.

c) Potenciales de electrofiltración, generados por el movimiento de electrolitos (aguas subterráneas) en el subsuelo.

d) Potenciales telúricos, debidos a las corrientes telúricas que son corrientes eléctricas subterráneas de gran extensión.

e) Efecto topográfico, distorsión ocasionada por la topografía superficial.

f) Efecto de encape superficial (overburden)

Aunque todos los potenciales mencionados anteriormente son de origen natural, es decir, propios del subsuelo, generalmente se emplea la expresión de potencial natural para referirse a los potenciales electroquímicos dado que son los de mayor amplitud y estabilidad (Sato y Mooney, 1960). Igualmente, --- también nosotros adoptaremos esta terminología en los sucesivos.

La separación de estos potenciales puede efectuarse, de una forma más o menos fácil, teniendo en cuenta que oscilan en diferentes rangos de amplitud y de frecuencia. Esto dará curvas menos ruidosas pero aún distorsionadas si es que la anomalía se encuentra alterada por el efecto topográfico, o el efecto de encape o ambos. Una curva de SP se encuentra distorsionada por efectos topográficos, cuando el levantamiento del campo potencial se ha hecho sobre una superficie irregular. Por otro lado, el efecto de " overburden " le ocasiona una distorsión si la superficie presenta un encape muy resistivo, a tal grado, que el método de SP no puede emplearse en comarcas donde la capa superficial es mala conductora de la electricidad, por estar constituida por roca cristalina seca, suelo congelado, --

etc. (1); o bien, en suelos muy conductores como arcillas, zonas pantanosas, etc. (33).

II.1. BREVE DESCRIPCION DEL METODO DE SP.

Como su nombre lo indica, el potencial natural es un campo potencial del subsuelo de origen natural. Se le mide fácilmente por medio de un voltmetro que indica la diferencia de potencial entre dos puntos del terreno, en los cuales se hincan electrodos impolarizables conectados con el aparato.

Estos potenciales se deben a cuerpos conductores del subsuelo, los cuales en condiciones favorables, se polarizan y establecen un campo eléctrico a su alrededor. Estas corrientes producen una distribución de potenciales observable en la superficie del terreno, que delata la presencia del cuerpo polarizado.

La figura II.1.1 indica esquemáticamente, como una mineralización asociada con sustancias oxido-reductoras puede establecer un flujo de electrones e iones, que producen un campo natural de varias centenas de milivolts, que los fenómenos de electrofiltración, difusión, electro-ósmosis, etc., no pueden alcanzar.

Sato y Mooney (1960) llegaron a la conclusión de que los potenciales espontáneos no pueden ser debidos únicamente a la oxidación-reducción de un yacimiento, sino también a la capacidad de oxidación de las aguas próximas al techo y a las paredes del yacimiento, dentro del cual la conducción eléctrica es del tipo electrónico. Esta teoría lleva a pensar que la polarización espontánea puede darse en condiciones que anteriormente no se estimaban favorables para la aparición, del fenómeno, como son las mineralizaciones diseminadas o la ausencia del nivel freático.

Orellana (1972) menciona solamente como condición necesaria que la roca que rodea al cuerpo conductor este un tanto meteorizada, de modo que los iones puedan desplazarse adecuadamente. De acuerdo con esta condición asegura que en rocas muy sanas y compactas, la polarización espontánea no puede darse. Lo mismo ocurre en zonas heladas, pues la baja temperatura retrasa las reacciones y las capas de congelación impiden el movimiento iónico. Las zonas desérticas tampoco son favorables para la aparición del fenómeno, entre otros motivos por la escasa humedad. Por lo que la polarización espontánea encuentra las condiciones más favorables en las zonas templadas (2).

II.2. FORMULACION MATEMATICA DEL PROBLEMA

Las anomalías de potencial obtenidas mediante el método de SP se deben fundamentalmente a cuerpos o estructuras mineralizadas. Los cuerpos generalmente son de escasas dimensiones y de formas redondeadas y laminares; mientras que las estructuras pueden ser de kilómetros y estar asociadas a fallas o flujos subterráneos, por lo que es notorio que en la minería se -- use generalmente este método para localizar cuerpos, mientras -- que en la exploración geotérmica se aplique en la determinación de estructuras. En lo sucesivo, se enfocará el problema de la -- distorsión topográfica a la prospección minera, dado que es la -- más afectada por trabajar casi exclusivamente en zonas de topografía abrupta. La tabla C.1., del apéndice C, muestra esquemáticamente todos los modelos y sus soluciones para diferentes -- tipos de cuerpos y estructuras. Como se puede apreciar, existe una complejidad de las ecuaciones en los modelos de los últimos años que contrasta con la simplicidad de los primeros modelos, -- los cuales no consideran condiciones de frontera para la interfase tierra-aire. Esto no quiere decir que los métodos de interpretación de antaño esten en desuso o que sean ineficaces, sino que ha sido la necesidad de los prospectores el diseñar soluciones adecuadas a modelos más complejos y particulares. Un error en la interpretación radica en adjudicar modelos diferentes a -- aquellos que producen las anomalías.

II.2.1. EFFECTO DE ENCAPE (OVERBURDEN)

En 1960, G.A. Tarasov encontró que la resistividad ρ_1 de la capa superficial puede distorsionar o enmascarar la anomalía de un cuerpo encajonado en una roca de resistividad ρ_2 . La forma en que actuó este efecto es la siguiente:

Si la primera capa es más resistiva que la de la roca encajonante, las anomalías observadas en superficie se hacen un poco más intensas. Esto es debido a que la mayor conducción -- iónica o electrónica está en la roca encajonante. Por el contrario, cuando la primera capa es más conductora que la de la roca encajonante, existe una mayor conducción para esta primera capa que enmascara y disminuye notablemente las anomalías de los --- cuerpos subterráneos. (3)

A este efecto se le conoce mundialmente como "overburden" y afecta no solamente a las anomalías de SP sino a todos -- los métodos geoelectrónicos, por lo que es recomendable, en una --

primera interpretación de SP, asumir un valor de conductividad de la roca encajonante que este determinado mediante la ecuación de Mufti (4):

$$\sigma_E = \frac{L_1 + L_2}{L_1/\sigma_1 + L_2/\sigma_2} \quad \dots \text{(II.2.1)}$$

en donde: L_1 = espesor de la primera capa.

L_2 = espesor de la roca encajonante, medido de la fuente al contacto con la primera capa.

σ_1 = conductividad del encape.

σ_2 = conductividad de la roca encajonante.

σ_E = conductividad efectiva.

La figura (II.2.1.) muestra esquemáticamente el empleo de la ecuación de Mufti para dos y tres capas.

II.2.2. ECUACION ELECTROSTATICA DE POISSON

El potencial eléctrico ϕ satisface la ecuación:

$$\bar{E} = -\nabla\phi \quad \dots \text{(II.2.2)}$$

y el campo eléctrico \bar{E} satisface la ecuación de Maxwell:

$$\nabla \cdot \bar{E} = \rho / \epsilon \quad \dots \text{(II.2.3)}$$

en donde ρ es la densidad de carga eléctrica y ϵ la constante de permitividad del medio. Sustituyendo (II.2.2) en (II.2.3) obtenemos la ecuación diferencial:

$$\nabla^2\phi = -\rho / \epsilon \quad \dots \text{(II.2.4)}$$

que es llamada Ecuación de Poisson. Su solución en cualquier caso depende de las condiciones de frontera y generalmente es necesario contar con la ayuda de un computador para resolverla.

Para darnos una idea de que es lo que representa la ecuación de Poisson, podemos con base en el apéndice A, discu--

tir la relación entre la densidad de carga eléctrica q y el valor de una pequeña esfera alrededor del punto en cuestión. Existen 3 posibilidades:

a) Si $q=0$ entonces $\nabla^2\phi=0$. Aquí el valor promedio del potencial en la esfera $\bar{\phi}$, es igual al valor del potencial en el centro ϕ_0 , y la ecuación se reduce a la ecuación de Laplace, lo que significa que cualquier punto está libre de carga.

b) Si $q>0$ entonces $\nabla^2\phi<0$. Aquí hay una deficiencia del potencial ϕ en la esfera: $\bar{\phi}$ es menor que ϕ_0 , lo que significa que el punto tiene una carga positiva dado que el potencial tiene un valor mayor que el valor promedio de los potenciales en los puntos vecinos.

c) Si $q<0$ entonces $\nabla^2\phi>0$. Aquí $\bar{\phi}$ en la esfera es mayor que ϕ_0 en el centro, lo que representa un punto con carga negativa de menor potencial que el valor promedio del potencial de los puntos vecinos. (5)

Frecuentemente, los problemas son tratados en regiones ausentes de fuentes (en donde existen campos conservativos gobernados por la ecuación de Laplace) debido a que esto facilita la obtención de la solución. A continuación se discutirá un método analítico para la solución de la ecuación de Laplace en dos dimensiones con condiciones de frontera.

Considérese la variable compleja $Z = X + iY$ en donde X e Y son las coordenadas real e imaginaria respectivamente de un punto en el plano complejo XY , en el cual es posible definir un campo $W(X,Y)$. Si W es compleja, y puede ser representada en términos de su parte real μ , y de una parte imaginaria ν mediante la relación:

$$W(x,y) = \mu(x,y) + i \nu(x,y) \quad \dots (II.2.5)$$

Si dw/dz existe y está determinado, W es una función analítica y esto es una condición necesaria y suficiente para asegurar la veracidad de las ecuaciones de Cauchy-Riemann:

$$\frac{\delta \mu}{\delta x} = \frac{\delta \nu}{\delta y} \quad \dots (II.2.6)$$

$$\frac{\delta \mu}{\delta y} = - \frac{\delta \nu}{\delta x} \quad \dots (II.2.7)$$

La comprobación de esta aseveración se efectúa tomando $\delta/\delta x$ de (II.2.6) y $\delta/\delta y$ de (II.2.7), que al sumarse dan:

$$\nabla^2 \mu = 0 \quad \dots \text{(II.2.8)}$$

y similarmente

$$\nabla^2 \nu = 0 \quad \dots \text{(II.2.9)}$$

Dado que las componentes real e imaginaria de W satisfacen la ecuación de Laplace, W también satisface la ecuación de Laplace. Además, las dos familias de curvas $\mu = \text{conste}$, y $\nu = \text{conste}$ son ortogonales entre sí, dado que $\nabla \mu$ es ortogonal a $\mu = \text{conste}$, $\nabla \nu$ es ortogonal a $\nu = \text{conste}$, y $\nabla \mu$ es ortogonal a $\nabla \nu$. Hecho que se demuestra mediante la siguiente ecuación de ortogonalidad:

$$\nabla \mu \cdot \nabla \nu = 0 \quad \dots \text{(II.2.10)}$$

Supongamos ahora que queremos determinar la función potencial $\phi(x,y)$ en alguna región con condiciones de frontera particulares. Si podemos encontrar una función compleja W cuya parte real μ satisfaga los valores de frontera, entonces μ representará el potencial ϕ en la región y ν las líneas de campo eléctrico \vec{E} . Por otro lado, si podemos encontrar una función compleja W cuya parte imaginaria ν satisfaga las condiciones de frontera, entonces ν representará el potencial eléctrico ϕ y μ las líneas de campo eléctrico \vec{E} (6).

Un ejemplo de esto lo tenemos en la figura (II.2.2), en donde se muestran esquemáticamente las componentes μ y ν de la función $W = z^2$ para el primer cuadrante. Como se puede apreciar las componentes son ortogonales entre sí. Las líneas equipotenciales están representadas por la parte real μ mientras que las líneas de flujo de corriente por la parte imaginaria ν .

En la prospección geoelectrica esto es de interés, ya que la superficie terrestre, cualquiera que sea su forma, representa un plano de líneas de corriente (7). Por lo que la figura (II.2.2) bien puede representar la distorsión de las líneas equipotenciales al pasar por una loma en un campo uniforme, como se muestra en la figura (II.2.3).

Las irregularidades en la forma de la tierra, producen agrupamientos o separaciones de las superficies equipotenciales como se muestra en la figura (II.2.4).

Estas distorsiones son lo suficientemente grandes para ser registradas por los aparatos y en áreas con relieves topográficos moderados o fuertes, este efecto topográfico puede fácilmente distorsionar la forma de una anomalía (8).

II.2.3. RELACION EMPIRICA ENTRE K Y σ

En la prospección minera es muy frecuente usar los modelos polares y dipolares que se muestran en la tabla C.1 del apéndice C. Algunos de estos modelos están derivados de la teoría electrostática y muestran en su concepción al parámetro ϵ_0 , que representa la constante de permitividad del vacío, y que debe de sustituirse por la ϵ que corresponda al sistema formado por los materiales dieléctricos del subsuelo. Desafortunadamente para la prospección geoelectrica, las tablas de valores de coeficientes de permitividad para diferentes tipos de materiales son muy escasas y particulares, por lo que es necesario correlacionarlos con la constante dieléctrica relativa de acuerdo con la ecuación:

$$\epsilon = K \epsilon_0 \quad \dots \text{(II.2.11)}$$

en donde:

ϵ = constante de permitividad en farad/m.

K = constante dieléctrica.

ϵ_0 = constante de permitividad del vacío.

= 8.854×10^{12} farad/m.

Algunos autores como Keller y Orellana confunden la constante dieléctrica con la constante de permitividad del material, y aunque sus mediciones de constante de permitividad son correctas, dimensionalmente cometen errores ya que la constante dieléctrica es adimensional, mientras que la permitividad posee dimensiones de farad/m.

El diccionario enciclopédico de la exploración geofísica, publicado por la SEG, establece estas diferencias conceptuales en sus páginas 51 y 161, por lo que considero adecuado seguir haciendo estas distinciones en lo sucesivo.

Grant y West (9) hacen referencia a la constante dieléctrica K, llamándola capacitancia dieléctrica en remembranza a su definición electrostática:

" En un capacitor, la capacitancia $C = q/v$ aumenta si se coloca un dieléctrico entre sus placas. Suponiendo que llena completamente el espacio entre las placas, la relación de la capacitancia con el dieléctrico a la capacitancia sin él se llama la constante dieléctrica K del material " (10).

Los valores que toma la constante dieléctrica en diferentes materiales son muy escasos en la literatura. Sin embargo, a partir de las tablas publicadas por Keller (11) y Resnick (12) junto con los valores de resistividad de ciertos materiales tomados de Orellana (13), se logró hallar una correlación entre la conductividad eléctrica y la constante dieléctrica para un mismo material. La figura (II.2.5) muestra esta relación para valores de K comprendidas en el intervalo de 1 a 16. Como se puede apreciar, existe una correspondencia entre ambos parámetros que es directamente proporcional y se establece, cualitativamente, que la mayoría de los cuerpos rocosos que conforman los materiales del subsuelo, poseen una constante dieléctrica que oscila entre 8 y 12; por lo que bien podemos decir que, en promedio la constante dieléctrica de las rocas es de 10, dato que corrobora E. Orellana (1972) en su libro " Prospección Eléctrica por Campos Variables ". (14)

El ajuste de la gráfica que aparece en la figura (II.2.5) por medio de una curva potencial y usando el método de mínimos cuadrados condujo a la ecuación:

$$\sigma = (K-4)^{5/3} \times 10^{-4}, \quad 4 < K < 16 \quad \dots \text{(II.2.12)}$$

en donde:

σ = conductividad eléctrica en mhos/m.

K = constante dieléctrica del material.

Prácticamente, trabajar con conductividad es poco común, por lo que es conveniente expresar (II.2.12) en función de su recíproco, que es la resistividad:

$$\rho = 10\,000 (K-4)^{-5/3}, \quad 4 < K < 16 \quad \dots \text{(II.2.13)}$$

Despejado K de esta última ecuación, obtenemos:

$$K = 4 + 250 \rho^{-3/5}, \quad \rho > 150 \quad \dots \text{(II.2.14)}$$

Ecuación que nos proporciona los valores de constante dieléctrica esperados para rocas o minerales de alta resistividad.

Por su parte, la figura (II.2.6) muestra la correspondencia lineal que puede existir para las rocas y minerales de conductividad muy alta, la cual queda expresada mediante la relación:

$$\sigma = \left[2 + \frac{5}{6} (K-10) \right] \times 10^{-3}, \quad K > 10 \quad \dots \text{(II.2.15)}$$

que en términos de resistividad equivaldría a:

$$\rho = \frac{6000}{12 + 5(K-10)}, \quad K > 10 \quad \dots \text{(II.2.16)}$$

y despejando K obtenemos:

$$K = 7.6 + 1200 \rho^{-1}, \quad 0 < \rho < 500 \quad \dots \text{(II.2.17)}$$

Esta sencilla ecuación nos proporciona los valores de constante dieléctrica esperados para rocas y minerales de muy alta conductividad, y confirma con mucha precisión los resultados mostrados por Orellana para la constante de permitividad -- (15). De acuerdo con esto, cabe esperar un valor menor de K en las rocas sedimentarias silíceas que en las carbonatadas, debido a que el cuarzo es de menor K que las calcitas o dolomitas. Finalmente, por lo que respecta a rocas ígneas la ecuación --- (II.2.17) nos dice que la constante dieléctrica es mayor en las rocas básicas que en las ácidas debido a la mayor conductividad de los elementos oscuros.

II.3 INTERPRETACION DE ANOMALIAS DE SP

II.3.1. METODOS CLASICOS

A continuación se da una sinopsis de los métodos de interpretación más conocidos y usados en el tratamiento de las -- anomalías de SP:

a) Estimadores de Petrowsky.- El primer artículo -- que trató la interpretación cuantitativa en este campo se debe a Petrowsky (16). Quién en 1928 obtuvo las expresiones de la -- anomalía de SP y sus derivadas espaciales para una esfera conductora polarizada, y dedujo métodos gráficos para obtener la -- profundidad de la esfera. Posteriormente, elaboró los paráme -- tros estimadores de las curvas de SP, basados en las anomalías

calculadas para diferentes modelos teóricos, y a partir de los cuales se pueden estimar las profundidades de dipolos verticales, cilindros horizontales o láminas polarizadas.

b) Relaciones de Stern.- En 1945, Walter Stern dedujo las fórmulas para simular el comportamiento de las vetas mineras como si fueran barras polarizadas. Enfocó su trabajo exclusivamente a la prospección minera y estableció las relaciones que existían entre las curvas de SP y la profundidad, tamaño y echados de los cuerpos. (17).

c) Abacos de Witte.- La primera interpretación cuantitativa de curvas de SP por medio de abacos se debe a De Witte quien en 1948 ideó un método eficiente para la interpretación de los datos de campo. Mostró que para una interpretación adecuada, el máximo positivo de las curvas de SP es tan importante como el máximo negativo, por lo que había de buscarlo cuidadosamente durante el trabajo de campo. Su método únicamente puede ser aplicado en anomalías provocadas por esferas que no tengan polarización vertical. La localización y profundidad de la esfera resultan precisos para ángulos de polarización mayores de 10° de inclinación. (18).

d) Método de Yüngül.- En 1949, el geofísico turco - Sulhi Yüngül volvió a tratar el problema de la esfera polarizada (19), pero implementó en su método el uso de las derivadas espaciales como parte importante de la interpretación, y que actualmente manejamos con el nombre de gradiente. También dió un método generalizado de correcciones regionales y topográficas que deben hacerse a los datos de SP. Comprobó su método en varios ejemplos de campo, con resultados precisos en cuerpos sulfurosos de formas esferoidales. Introdujo una serie de abacos para obtener la profundidad, tamaño y dirección de polarización a través de unas distancias características; y demostró que las correcciones topográficas son necesarias y no pueden ser pasadas por alto.

e) Distancias Características de Roy y Choudhury.- Años más tarde, en 1959, Roy y Choudhury trataron 4 casos por separado: (i) una barra infinita polarizada, (ii) dos barras infinitas polarizadas, (iii) una barra finita polarizada y (iv) dos barras finitas polarizadas. En los 3 primeros casos se obtuvieron las distancias características y las relaciones que terminan los parámetros físicos de las barras. El último caso se modeló con la ayuda de un tanque conductor en donde se elaboraron las anomalías para las diferentes combinaciones de inclinación, longitud y profundidad de las barras. Su método propuesto consiste en ajustar el perfil de la anomalía de campo a uno de los perfiles del modelo. En la literatura no se encuentran trabajos de campo interpretados por este método. (20).

f) Ajuste de Meiser.- En 1962, Paul Meiser calculó una serie de perfiles teóricos para dos casos: una esfera conductora polarizada y para dos barras infinitas polarizadas. Al igual que los geofísicos Roy y Choudhury, realizó sus experimentos en un tanque conductor en el cual variaba la profundidad tamaño e inclinación de las barras o esferas (21). Propuso un método de ajuste, punto por punto, de una de sus curvas teóricas con la curva de campo original, en papel doble logarítmico, para obtener alguna similaridad que condujera al conocimiento de los parámetros físicos del cuerpo productor. El método -- tiene la desventaja de que es necesario conocer de antemano, alguna estimación de la forma, conductividad, polarización e inclinación del cuerpo que será modelado; parámetros que como se sabe se obtienen mediante la interpretación. Además la variación y combinación de estos parámetros conduce a la elaboración de un gran número de diagramas para conseguir uno de ajuste satisfactorio, lo cual pone en desuso el método.

g) Método Iterativo de Paul.- Un nuevo método para la interpretación cuantitativa de anomalías de SP, fué propuesto por M.K.Paul en 1965. El método consiste en una técnica iterativa que converge en los parámetros físicos de profundidad, anchura y dirección de polarización de los cuerpos laminares -- por él modelados. Su teoría se enfoca exclusivamente a cuerpos laminares inclinados de longitud infinita y también hace uso, como investigadores anteriores, de las derivadas espaciales del potencial que genera la lámina (22). La desventaja de este método es lo tedioso de la iteración si es que no se cuenta con un computador digital.

h) Estimadores de Banerjee.- En 1971, el geofísico Indú Buddhadelo Banerjee ensayó por separado los siguientes 6 casos: (i) polo único, (ii) dipolos verticales e inclinados, (iii) un par de polos únicos separados una distancia horizontal (iv) una barra finita polarizada, (v) una barra infinita polarizada y (vi) dos barras infinitas polarizadas separadas por una distancia horizontal. En los primeros 5 casos propuso estimadores basados en los puntos medios de las curvas de SP, máximos y mínimos y, derivadas espaciales. Para el último caso elaboró un sistema iterativo de interpretación que no solamente toma en cuenta los puntos anteriores, sino también la integral de la curva de potencial y los valores límite de ésta curva de potencial y los valores límites de ésta curva en el infinito. (23);- de tal forma que para calcular la profundidad de las barras es necesario hallar con anterioridad las siguientes relaciones:

$$\int_0^{\infty} V(x) dx = -A$$

$$\pi \left| \lim_{x \rightarrow \infty} x^2 V(x) \right| = K$$

y la profundidad queda H queda determinada mediante la razón:

$$H = K / 2A$$

Obviamente, este método iterativo es inaceptable si no se cuenta con la ayuda de un computador. En la literatura publicada, no se encontraron casos de la aplicación de éste método a trabajos de exploración.

i) Método Computacional de Fitterman.- El uso de las técnicas computacionales, en los métodos de interpretación de SP, empiezan con David Fitterman. Quién en 1979 computó las anomalías de SP debidas a contactos verticales (24). Su trabajo está enfocado básicamente a la exploración geotérmica, ya que la fuente de voltaje que usa su modelo es producida por las diferencias en el acoplamiento electrocinético de los materiales que se hallan a ambos lados del contacto-falla. Su método estriba en suavizar los datos de campo y ajustarles una curva teórica, mediante el método de mínimos cuadrados y la linealización de la ecuación de su modelo, que reduzca al máximo la diferencia en el acoplamiento de las curvas. La validez de este empalme lo realiza mediante el análisis de la matriz de correlación de los parámetros físicos del modelo. De tal forma que cualquier desproporción entre ellos o relaciones negativas entre sus parámetros, positivos de profundidad, anchura, longitud y contraste de resistividad, indicarán que la solución no es única y que se deberá de ensayar con otro modelo que esté más de acuerdo con las condiciones geológicas. El mismo Fitterman asegura que las técnicas de inversión automáticas no pueden ser vistas como la panacea de los geofísicos, sino que deben de tomarse como una herramienta que le da alternativas en la interpretación de los datos hacia un conocimiento geológico más significativo (25). Su método fue probado en 1982, en el campo geotérmico de Cerro Prieto, México con no muy buenos resultados debido a la complejidad estructural del área y a que tuvieron que tomarse muchas simplificaciones en algunos casos y complicaciones en otros, -- como es el hecho de escoger una fuente de $- 340 \pm 40$ mv debida a efectos electrocinéticos y termoeléctricos, por estar constituida por flujo de calor, flujo de fluidos y corriente eléctrica.

j) Nomogramas de Roy y Bhattacharya.- En 1981, éstos autores publicaron un nomograma para la interpretación cuantitativa de las anomalías de SP, producidas por el efecto de --

una esfera polarizada o de un cilindro horizontal polarizado. - Usando únicamente la curva potencial y la relación que existe - entre el máximo negativo al máximo positivo, deducen que está - razón solo es función de la inclinación de la polarización e in - dependiente de los restantes parámetros físicos. Una vez deter - minada, la inclinación de la polarización los parámetros de pro - fundidad y momento magnético vienen por añadidura. En si, el mē - todo ofrece una optimización de los ábacos de Petrowsky y ---- Yüngül, pero sin hacer las correcciones regionales y topográfi - cas de éste último. Para variar, el nomograma se probó en dos - anomalías de los campos de Turquía, en donde el Dr. Sulhi Yüngül comprobó sus métodos, dando resultados satisfactorios. La des - ventaja que ofrece este método es que solamente considera dos - puntos de la curva: el máximo y el mínimo, así como la separa - ción que hay entre ellos; por lo que la anomalía que se escoja para interpretar por éste método deberá de ser muy bien compor - tada. (26)

Las expresiones analíticas de todos los modelos expues - tos en este apartado, se muestran en la tabla C.1 del apéndice - C.

II.3.2. INTERPRETACION COMPUTARIZADA

A partir de la década de los setentas, los métodos com - putacionales han venido acaparando el procesado y la interpreta - ción de los datos geofísicos; reflejándose esto en una mayor -- eficiencia y calidad de trabajo. No es remoto suponer que en la presente década, los métodos de interpretación que funcionan a través de ábacos, gráficas o estimadores queden en desuso, debi - do a que la computadora ofrece rapidez y precisión en los cálcu - los, mejora la presentación y abate costos; sin embargo este -- influjo no se ha dejado sentir en los métodos de interpretación de las anomalías de SP, probablemente por que sea un método des - deñado por muchos autores que lo consideran aplicable únicamen - te a sulfuros. Esta impopularidad del método ha repercutido en que las técnicas de interpretación cuantitativa, de las anoma - lias de SP, no se hayan desarrollado suficientemente. Al respec - to los programas SPINV y FA, implementados para el sistema ---- HP9845B, constituyen un pequeño intento para solucionar esta de - ficiencia.

A) PROGRAMA SPINV.

Este programa realiza la interpretación de una anoma - lía de SP debida a fuentes monopolares y para una topografía --

plana. El modelo que utiliza el programa se muestra en la figura (II.3.1), en donde la fuente monopolar F produce un campo -- potencial que en la superficie se representa por la ecuación:

$$V = \frac{1}{2\pi} \frac{\rho I}{r} \quad \dots \text{ (II.3.1)}$$

El programa calcula, para una terna de puntos de la -- anomalía, las coordenadas (X,Z) de la fuente y una estimación -- de la intensidad de corriente. Básicamente, consiste en imple-- mentar un sistema de 3 ecuaciones con 3 incógnitas y resolverlo mediante la interpretación de 2 ecuaciones cuadráticas.

El sistema de ecuaciones está formado por la aplicación de la ecuación (II.3.1) en cada uno de los 3 puntos seleccionados de la anomalía, mientras que las 3 incógnitas son las coordenadas (Xf y Zf) de la fuente F y la intensidad de corriente I. Operacionalmente, el sistema es:

$$I = (2\pi/\rho) V_1 r_1 \quad \dots \text{ (II.3.2)}$$

$$I = (2\pi/\rho) V_2 r_2 \quad \dots \text{ (II.3.3)}$$

$$I = (2\pi/\rho) V_3 r_3 \quad \dots \text{ (II.3.4)}$$

Por igualación resultan las siguientes expresiones:

$$V_1 r_1 = V_2 r_2 \quad \dots \text{ (II.3.5)}$$

$$V_1 r_1 = V_3 r_3 \quad \dots \text{ (II.3.6)}$$

$$V_2 r_2 = V_3 r_3 \quad \dots \text{ (II.3.7)}$$

y como:

$$r_i = \sqrt{(X_i - X_F)^2 + Z_F^2} \quad \dots \text{ (II.3.8)}$$

las ecuaciones (II.3.5), (II.3.6) y (II.3.7) representan a 3 -- circunferencias que se intersectan en 2 puntos: uno es la fuente que se localiza en el subsuelo, y otro es la imagen de la -- fuente que analíticamente se localiza por arriba del perfil topográfico, obviamente, este último punto es descartado.

La intensidad de corriente I se calcula a partir de -- las ecuaciones (II.3.2), (II.3.3) y (II.3.4.) dado que ya se co

nocen las coordenadas X_f y Z_f de la fuente y se presupone un valor de resistividad ρ para la roca encajonante.

Considerando la teoría de Sato y Mooney (1960), el campo potencial se genera por una carga estática Q que produce en la superficie una anomalía gobernada por la ecuación:

$$V = \frac{1}{2\pi k \epsilon_0} \frac{q}{r} \quad \dots \text{ (II.3.9)}$$

en donde: k = constante dieléctrica de la roca encajonante
 ϵ_0 = constante de permitividad en el vacío.

La igualación de las ecuaciones (II.3.1) y (II.3.9) conducen a la relación:

$$q = \rho k \epsilon_0 I \quad \dots \text{ (II.3.10)}$$

la cual es dimensionalmente correcta y cumple con la definición del coulomb (29), expresada operacionalmente por la ecuación:

$$q = I t \quad \dots \text{ (II.3.11)}$$

en donde T es el tiempo que se necesita emplear la corriente de intensidad I para lograr una carga q en el cuerpo conductor (mineralización). Algebraicamente, este tiempo se obtiene por la igualación de las ecuaciones (II.3.10) y (II.3.11):

$$t = \rho k \epsilon_0 \quad \dots \text{ (II.3.12)}$$

El programa SPINV también estima el valor de carga q y el tiempo de aplicación de corriente t mediante la aplicación de las ecuaciones (II.3.11) y (II.3.12), en donde el valor de la constante dieléctrica k se calcula a partir de la resistividad de la roca encajonante por medio de las ecuaciones (II.2.14) y (II.2.17) que se explicaron anteriormente.

Aunque el programa está diseñado para operar eficazmente en topografías planas, puede dar resultados aceptables en topografías poco abruptas, en las cuales la distorsión de las líneas equipotenciales no altera fuertemente la forma de las anomalías la figura (II.3.2) muestra esquemáticamente esta situación. Sin embargo, cuando los datos de entrada son inconsistentes, el programa tiene una salida que anuncia la incompatibilidad del sistema. Esto sucederá cuando se escojan puntos topográficos de igual abscisa, cuando la topografía distorsione fuertemente la forma de la anomalía o cuando se quieran inter-

pretar por este método curvas de SP generadas por fuentes no - monopolares. En este último caso, el programa puede tomarse como una herramienta que ayude a discernir la validez del modelo considerado.

La comprobación práctica del programa consistió en interpretar la anomalía " KIMHEDEN " (27) publicada por Parasnis (1971), la cual corresponde a un yacimiento de sulfuros que se encuentra en la región minera de Shellefte, en el Norte de Suecia. El yacimiento se manifiesta por filones que yacen a profundidades de 10 m ó más (29). La figura (II.3.3) muestra la anomalía de este yacimiento, la terna de puntos escogidos para el programa SPINV y las coordenadas calculadas para el punto F, que como puede observarse coinciden muy exactamente con el extremo superior del filón. Por otra parte, el tiempo de aplicación resultó de 4.42×10^{-8} seg, que es extremadamente corto y conduce a considerar la mineralización " KIMHEDEN " como una enorme pila enterrada que se carga instantáneamente y produce un campo potencial estacionario.

B) PROGRAMA TARSOV

Este programa calcula la distribución del campo potencial en el subsuelo mediante el método de relajación (ver apéndice B). La teoría de este método, así como las variables que maneja el programa, se explican detalladamente en el subcapítulo (III.2), que aborda el tema de modelado en resistividad. Sin embargo, también se puede aplicar para el modelado de las curvas de SP, implantando las condiciones de frontera que se indican en la figura (II.3.4). Los resultados de este proceso para la anomalía monopolar, presentada en la figura (II.3.1), y afectada tanto por una loma como por un valle se muestran en la figura (II.3.5). Como se puede apreciar, los accidentes topográficos producen una distorsión del campo potencial que altera la forma real de la anomalía, aunque en la mayoría de los yacimientos sulfurosos, la anomalía de SP es de mayor amplitud que la distorsión causada por su topografía, persistiendo su forma original y permitiendo que los métodos de interpretación, descritos en el apartado (II.3.11), den una solución estimativamente aceptable.

C) PROGRAMA FA

Este programa está basado en el algoritmo de Roy y -- Bhattacharya (26), y resuelve el problema inverso en la interpretación de la anomalía causada por un cuerpo esférico o cilíndrico.

Los datos que necesita el programa son: el punto máxi-

mo positivo, el punto mínimo negativo y la distancia horizontal que hay entre ellos. El programa interpreta estos datos de acuerdo con 2 rutinas: una para el cuerpo esférico y otra para el cilindro horizontal. La selección de la rutina, así como la tolerancia empleada en los resultados, son dadas por el usuario.

Básicamente, el programa FA encuentra la solución a la anomalía causada por una esfera, representada por la ecuación:

$$V = M \frac{x \cos \alpha - h \operatorname{sen} \alpha}{(x^2 + h^2)^{3/2}} \quad \dots \text{ (II.3.13)}$$

o bien, a la anomalía causada por un cilindro horizontal que tiene por ecuación:

$$V = M \frac{x \cos \alpha - h \operatorname{sen} \alpha}{x^2 + h^2} \quad \dots \text{ (II.3.14)}$$

en donde x y h son coordenadas espaciales, α es la inclinación del vector polarización y M el momento del dipolo eléctrico.

El programa FA calcula los siguientes parámetros: inclinación del vector de polarización α , profundidad al centro de la esfera o del cilindro h , y X_0 que es la distancia horizontal que hay entre el punto de potencial cero de la anomalía y la proyección del centro de la esfera o del cilindro, según sea el caso. La geometría de todos estos parámetros se muestra en la figura (II.3.6).

El programa FA se comprobó teórica y prácticamente.

La comprobación teórica consistió en interpretar una anomalía calculada por la expresión de Petrowsky:

$$V = \frac{E \alpha^2}{2} \frac{h \cos \alpha + X \operatorname{sen} \alpha}{(x^2 + h^2)^{3/2}} \quad \dots \text{ (II.3.15)}$$

y que aparece en la parte superior de la figura (II.3.6).

No obstante que la ecuación de Petrowsky es diferente a la ecuación (II.3.13) que usa el programa FA, los resultados mostraron ser muy precisos, como se indican en la propia figura (II.3.5).

Para la comprobación práctica se utilizaron 4 de las anomalías halladas en la literatura, de las cuales 3 corresponden a cuerpos esferoidales y una a un cuerpo tabular:

i) Anomalia Sariyer.- La figura (II.3.7) muestra esta anomalia y la geometria del cuerpo productor. Como se habia mencionado anteriormente, pertenece a un yacimiento de cobre -- en el cual se han hecho multiples perforaciones que comprueban su geometria.

Los resultados de la interpretacion de esta anomalia son: $\alpha = 25.3^\circ$, $h = 33.2$ m y $X_0 = 15.7$ m., con una desviacion en las coordenadas del centro de 10 m., como se indica en la figura (II.3.8). En la misma figura, tambien podemos observar que la distorsion topografica de la anomalia es muy grande, sobretodo en su parte izquierda, en donde presenta un maximo ficticio y divergencia con el empalme de la curva calculada. Posteriormente veremos la mejoría que presenta la interpretacion de esta anomalia despues de habersele hecho la correccion topografica.

ii) Anomalia Weiss.- La interpretacion de esta anomalia ha sido publicada por varios autores. Yüngül (19), Roy y -- Bhattacharya (26) coinciden en sus resultados, por lo que pueden tomarse como " Sinodales " que evalúen la eficiencia del -- programa FA.

Esta anomalia pertenece al distrito minero de cobre de Ergani, Turquía, y se muestra junto con su perfil topografico e interpretacion en la figura (II.3.9). Como puede apreciarse, la interpretacion del programa FA es muy buena, maxime si consideramos que la topografia es tan abrupta como en el ejemplo anterior.

Los parametros calculados por el programa fueron: $\alpha = 30.1^\circ$, $X_0 = 30.7$ m y $h = 53$ m, los cuales coinciden e inclusive mejoran un poco la interpretacion dada por los autores arriba mencionados.

iii) Anomalia Sülleymanköy.- Esta anomalia pertenece al mismo distrito minero que la anterior y ha sido interpretada tambien por los autores anteriores.

Los resultados dados por el programa FA coinciden muy aproximadamente con los publicados, por lo que considero que el programa es eficiente. Estos resultados se muestran junto con -- el perfil topografico e interpretacion en la figura (II.3.10)

iv) Anomalia Hope.- Esta anomalia fue publicada por E. Poldini en 1939 (31) y reproducida e interpretada por De -- Witte en 1948. Corresponde a un cuerpo mineralizado de la Columbia Británica, cuya forma tabular ha sido comprobada mediante -- barrenacion, como se ilustra en la parte inferior de la figura (II.3.11).

La interpretación de esta anomalía mediante el programa FA es ligeramente desproporcionada: el centro calculado dista 34.6 m del centro del cuerpo; el radio calculado es de 52.7 m, lo cual delimita una esfera ligeramente grande que abarca -- las 4/5 partes de la mineralización. Por otra parte, la anomalía del cuerpo no es muy suave, por lo que cabe esperar un cuerpo de poca profundidad. Al respecto, la cima de la esfera se encuentra a una profundidad igual a su radio, es decir, poco profundo, cumpliendo la interpretación con este punto.

La comparación de las anomalías real y calculada, para este ejemplo, se muestra en la parte superior de la figura --- (II.3.11) y, como se puede apreciar, existe una coincidencia en algunas partes de la curva, pero también es notorio el desajuste existente en la parte inferior de la anomalía, provocado por una mala simulación del polo negativo de la esfera.

Todo esto evidencia que el programa FA es exclusivo de cuerpos esferoidales, y que cualquier suposición, ajuste, cambio o idealización de la forma del cuerpo repercutirá en imprecisiones de los parámetros físicos calculados.

Con estos ejemplos he querido demostrar la fidelidad - que tiene el programa FA, en la interpretación de cuerpos esferoidales; mientras que para otros cuerpos sus resultados son - desproporcionados, sirviendo esto de ayuda para el esclarecimiento de la forma real del cuerpo.

El programa FA tiene también implementada a la subrutina RADIO, la cual hace una estimación del radio de la esfera, - parámetro geométrico muy importante que nunca ha sido determinada por ningún método. Para su estimación, considero que el campo eléctrico potencial, cartografiado en la superficie y producido por una esfera polarizada, es la suma de los potenciales - generados por cada polo de la esfera: a saber un positivo y un negativo. Al considerar a la esfera polarizada como un dipolo - eléctrico, el potencial en cualquier punto alejado de ella, está dado por la relación:

$$\nabla^2 \left(\frac{1}{r^2} \right) = 0 \quad \dots \text{(II.3.16)}$$

Ecuación que gobierna la distribución del campo potencial cuando $r \gg 2a$, siendo "a" el radio de la esfera.

Cuando $r/2a < 2$, la esfera no se puede considerar como un dipolo y el potencial deja de ser inversamente proporcional al cuadrado de la distancia; o sea que el campo eléctrico deja de ser dipolar para transformarse en un campo polar en donde -- los potenciales están gobernados por la ecuación:

$$\nabla^2 V \left(\frac{1}{r} \right) = 0 \quad \dots \text{(II.3.17)}$$

Cuando la esfera es somera, $h/a < 3$, y el potencial - esta dado por la relación:

$$V = \sum^N V_N = V^+ + V^- \quad \dots \text{(II.3.18)}$$

que para que satisfaga a (II.3.17) debe de ser de la forma:

$$V = C \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right) \quad \dots \text{(II.3.19)}$$

en donde r_1 y r_2 son las distancias a los polos positivo y negativo, respectivamente, mientras que C es una constante de proporcionalidad.

En los puntos máximo y mínimo de la anomalía:

$$\frac{dV}{dx} = \frac{1}{r_1^2(x)} \frac{dr_1(x)}{dx} - \frac{1}{r_2^2(x)} \frac{dr_2(x)}{dx} = 0 \quad \dots \text{(II.3.20)}$$

o sea:

$$\frac{x+a \cos \alpha}{r_1^3} + \frac{x-a \cos \alpha}{r_2^3} = 0 \quad \dots \text{(II.3.21)}$$

en donde:

$$r_1 = [(x+a \cos \alpha)^2 + (h+a \sin \alpha)^2]^{1/2}$$

$$r_2 = [(x-a \cos \alpha)^2 + (a \sin \alpha - h)^2]^{1/2}$$

como se puede deducir de la geometría mostrada por la figura - (II.3.12).

La interdependencia que existe entre los parámetros - α, h, x y a se muestra en la gráfica que aparece en la figura -- (II.3.13); en donde se ha tomado para x la distancia horizontal al polo más cercano, en nuestro caso al polo negativo de la --- anomalía, dada por:

$$X = X_N = h \left\{ \frac{3}{4} \operatorname{tg} \alpha - \frac{1}{4} \sqrt{\operatorname{tg}^2 \alpha + 8 \sec^2 \alpha} \right\} \quad \dots \text{(II.3.22)}$$

Como se puede apreciar en las gráficas de la figura -
(II.3.13):

$$X_N < a < h \quad \dots \text{ (II.3.23)}$$

ecuación que en la práctica se cumple fielmente, como lo demuestran los valores de los radios encontrados en la interpretación de las anomalías Sariyer, Weiss, Sülleymanköy y Hope.

Teóricamente los valores calculados por la subrutina, deben de corresponder con los presentados en las gráficas de la figura (II.3.13). Cualquier desviación de estos parámetros involucrará un error en la interpretación. Error que será cuantificado por el índice EMPI, el cual se discutirá posteriormente.

La función RADIO se encarga de hallar la solución de la ecuación (II.3.21) en el intervalo $h/3 < a < h$, si en este intervalo, no hay un valor de " a " que satisfaga la ecuación -- entonces el programa mostrará el enunciado " CAMPO DIPOLAR " y continuará calculando los índices de error EMP y EMPI entre el modelo propuesto y la anomalía en cuestión.

D) PROGRAMA LAMINA

Este programa es totalmente conversional y realiza la interpretación de una curva de SP producida por un cuerpo finito de forma laminar, como son las provocadas por diques, fallas o contactos verticales. El programa utiliza el método iterativo propuesto por M.K. Paul (1965), el cual converge a la solución deseada de acuerdo con la tolerancia de error previamente especificada.

El programa LAMINA se comprobó teóricamente con la -- anomalía que aparece en el artículo de Paul (1965), pero no fue posible aplicarlo en la interpretación de una anomalía de campo debido a que no se encontró en la literatura una curva de este tipo.

Más detalles de los programas SPINV, TARSOV, FA y --- LAMINA, así como sus listados, pueden encontrarse en el apéndice F.

II.4 TERMINO ERROR

El error cometido en la interpretación de las curvas de SP, mediante el uso de los programas SPINV, LAMINA y FA, fue evaluado a través de 4 índices: Error promedio, Error cuadrático medio, Error medio porcentual y Error medio porcentual de interpretación.

II.4.1 ERROR PROMEDIO (EP)

Un criterio para juzgar el grado de aproximación entre dos curvas es el error promedio, el cual se define como:

$$EP = \frac{1}{N} \sum^N (V_o - V_c) \quad \dots (II.4.1)$$

en donde N es el número de puntos comparados entre las curvas de potencial de campo (V_o) y potencial calculado (V_c).

La aplicación de éste índice, a las anomalías interpretadas con anterioridad, dió los siguientes resultados:

<u>ANOMALIA</u>	<u>EP</u>
Kimheden	6.41 mv
Teórica de Petrowsky	0.01 mv
Sariyer	28.28 mv
Weiss	13.88 mv
Sülleymanköy	12.07 mv
Hope	-1.55 mv

Este término error tiene el inconveniente de que existe cancelación entre los errores positivos y negativos. Inconveniente que no aparece en los siguientes índices.

II.4.2 ERROR CUADRATICO MEDIO (ECM)

Este índice se define como:

$$ECM = \frac{1}{N} \sum^N |V_o - V_c| \quad \dots (II.4.2)$$

en donde los parámetros corresponden con la definición dada anteriormente.

La aplicación de este índice a las anomalías interpretadas con anterioridad, dió los siguientes resultados:

<u>ANOMALIA</u>	<u>ECM</u>
Kimheden	19.82 mv
Teórica de Petrowsky	0.01 mv
Sariyer	31.76 mv
Weiss	38.96 mv
Sülleybanköy	17.98 mv
Hope	2.42 mv

II.4.3 ERROR MEDIO PORCENTUAL (EMP)

Este índice cuantifica el desajuste entre las curvas - real y calculada, a partir de la siguiente relación:

$$EMP = \frac{100}{N} \sum^N \left| \frac{V_o - V_c}{V_o} \right| \quad \dots (II.4.3)$$

en donde:

- EMP = Error Medio Porcentual
- V_o = Potencial de la curva de campo.
- V_c = Potencial calculado.
- N = Número de puntos comparados.

En la práctica, se ha comprobado que un EMP < 30% re - presenta un ajuste muy bueno que garantiza una interpretación - satisfactoria para curvas de SP, mientras que para las de resis - tividad es suficiente un EMP < 15% (30).

La aplicación de este índice a las anomalías tratadas con anterioridad, dió los siguientes resultados:

<u>ANOMALIA</u>	<u>EMP</u>
Kimheden	42%
Teórica de Petrowsky	0%
Sariyer	103%
Weiss	75%
Sülleygmanköy	32%
Hope	76%

II.4.4 ERROR MEDIO PORCENTUAL DE INTERPRETACION (EMPI)

Este índice evalúa la desproporción que existe en la distribución de los parámetros físicos de un modelo, y lógicamente tiene una expresión diferente para cada tipo de modelo.

En el programa SPINV este índice está dado por la relación:

$$EMPI = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left| 1 - \frac{V_i r_i}{V_{min} r_{min}} \right| \quad \dots (II.4.4)$$

La cual se deduce a partir de la ecuación (II.3.1), que puede expresarse en la siguiente forma:

$$Vr = \rho I / 2\pi = \text{conste.} \quad \dots (II.4.5)$$

ecuación que gobierna la distribución armónica de los parámetros V y r para un campo polar. De acuerdo con esto, 2 puntos A y B en un campo polar estarán relacionados por la expresión:

$$\frac{V_A r_A}{V_B r_B} = 1 \quad \dots (II.4.6)$$

En la práctica, esta ecuación no coincide, para todos los puntos de una curva, debido a la desproporción de alguno de sus parámetros.

La ecuación (II.4.4) también puede expresarse como:

$$\frac{V_i r_i}{V_{\min} r_{\min}} - 1 = \frac{V_i r_i - V_{\min} r_{\min}}{V_{\min} r_{\min}} = 0 \quad \dots \text{(II.4.7)}$$

en donde el numerador representa las diferencias ocasionadas - por todos los puntos desproporcionados de la curva con respecto al punto mínimo, que es el más confiable por ser de mayor amplitud, mientras que el denominador racionaliza estas diferencias en un porcentaje.

Para el programa FA, el EMPI se calcula a través de la ecuación:

$$\text{EMPI} = \frac{100}{N} \sum_{i=1}^N \left| 1 - \frac{V_{\min} \cos(\theta_i)}{V_i \cos(\theta_{\min})} \left(\frac{r_{\min}}{r_i} \right)^2 \right| \dots \text{(II.4.8)}$$

en donde, θ es el ángulo que forma r con el vector de polarización, como se ilustra en la figura (II.3.12)

La deducción de la ecuación (II.4.8) sigue la misma -- secuencia que se utilizó en la deducción de la ecuación (II.4.4), y se basa en la distribución armónica de todos los parámetros -- físicos involucrados, como se muestra en la figura (II.3.12), y en la ecuación del potencial eléctrico para campos dipolares -- (32):

$$V = \frac{1}{2\pi\epsilon} \frac{p \cos \theta}{r^2} \quad \dots \text{(II.4.9)}$$

en donde ϵ es la constante de permitividad, θ es el ángulo formado por los vectores de posición y polarización y p es el momento del dipolo eléctrico, representado por la ecuación:

$$p = 2a q \quad \dots \text{(II.4.10)}$$

y que no hay que confundir, con el momento del dipolo eléctrico inducido, representado por la ecuación:

$$M = E_0 a^3 / 2 \quad \dots \text{(II.4.11)}$$

De la ecuación (II.4.9) se deduce que, para todos los puntos de la curva:

$$\frac{V r^2}{\cos \theta} = \frac{p}{2\pi\epsilon} = \text{conste.} \quad \dots \text{(II.4.12)}$$

expresión que gobierna la armonía de los parámetros V , r y Θ en un campo dipolar. A partir de aquí, se deduce directamente la expresión (II.4.8), tomando en cuenta que el punto mínimo es el más confiable.

Los EMPI calculados en las 6 anomalías interpretadas con anterioridad fueron:

<u>ANOMALIA</u>	<u>EMPI</u>
Kimheden	34%
Teórica de Petrowsky	0%
Sariyer	73%
Weiss	223%
Sülleymanköy	27%
Hope	65%

De esta tabla de valores, junto con los mostrados anteriormente para EMP, se deduce que una buena interpretación es aquélla que posee un EMPI $< 25\%$ y que se encuentra respaldado por un EMP $< 30\%$ en el ajuste de las curvas real y calculada.

II.5 CORRECCION TOPOGRAFICA DE CURVAS DE SP

II.5.1 PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Corregir topográficamente las curvas de SP equivale a transformar las curvas de campo, que pudieran estar distorsionadas por la topografía, en otras carentes de estos efectos, que correspondan a una topografía plana y horizontal, sobre la cual los métodos de interpretación explicados anteriormente, tengan una mayor confiabilidad. Operacionalmente, la corrección topográfica se calcula por medio de la función de transformación $f(*)$, tal que:

$$V_C = f(*) V_R \quad \dots \text{(II.5.1)}$$

en donde V_R representa el potencial de la curva real de campo,-

que puede estar distorsionada por la topografía, mientras que V_c equivale al potencial de la curva corregida topográficamente

La función de transformación $f(*)$ evalúa indirectamente el grado de distorsión que presentan los campos potenciales por efecto de la topografía, y su cálculo dependerá de la forma del relieve topográfico, de las resistividades del subsuelo, -- del tipo de cuerpo que genere el campo, sus dimensiones y de la profundidad a la que se encuentre. Para considerar todos estos factores es necesario realizar un modelado en resistividad, tanto para la sección con relieve topográfico como para la que no lo tiene, con el objeto de relacionar sus potenciales superficiales mediante la ecuación:

$$f(*) = V_p / V_t \quad \dots \text{ (II.5.2)}$$

en donde V_p representa la curva de potencial calculada para una topografía plana y V_t equivale a la curva de potencial calculada que involucra efectos topográficos. El cálculo de estas curvas teóricas de potencial puede hacerse mediante técnicas de modelado como son las de elemento finito, o bien, las de relajación, aunque para ello debe tenerse una estimación previa de la forma, dimensiones y profundidad a la que se encuentra el cuerpo productor del campo potencial. Por lo que, para realizar la corrección topográfica, se necesita contar con un modelo inicial que bien puede obtenerse a partir de una interpretación -- preliminar de las curvas de SP.

II.5.2 PROPOSICION DE UNA METODOLOGIA PARA REALIZAR LA CORRECCION TOPOGRAFICA DE CURVAS DE SP.

De acuerdo con lo expuesto anteriormente, se deduce -- que la corrección topográfica, para anomalías de SP, puede seguir la siguiente serie de pasos:

- 1) Seleccionar el tipo adecuado de cuerpo o estructura que produce la anomalía.
- 2) Hacer una interpretación preliminar.
- 3) Usar los parámetros geométricos de esta interpretación para modelar las curvas potenciales V_t y V_p .
- 4) Calcular la función de transformación correspondiente mediante la ecuación (II.5.2).

5) Hacer la corrección de la curva de campo mediante el uso de la ecuación (II.5.1).

Cuando el relieve topográfico no es muy abrupto o la profundidad del cuerpo supera en dos veces su diámetro, no existe mucha distorsión de las líneas equipotenciales en la superficie y el punto 3 de la metodología propuesta puede sustituirse por la siguiente relación geométrica:

$$f(*) = \frac{V_p (1/r')}{V_t (1/r)} = f \left(\frac{r}{r'} \right) \quad \dots \text{ (II.5.3)}$$

La determinación de estas funciones de transformación geométricas se describirán en detalle posteriormente.

Para la selección del tipo adecuado de cuerpo o estructura que produce la anomalía puede consultarse la tabla C.1 del apéndice C; mientras que las funciones de transformación geométricas, deducidas de la ecuación (II.5.3), para cada uno de esos modelos están contenidas en el siguiente formulario:

i) FUENTE PUNTUAL

$$f(*) = \left[\frac{x^2 + (z-h)^2}{x^2 + h^2} \right]^{1/2}$$

ii) BARRA POLARIZADA Y DIPOLO INCLINADO

$$f(*) = \left(\frac{r_2 - r_1}{r_1 r_2} \right) \left(\frac{r'_1 r'_2}{r'_2 - r'_1} \right)$$

iii) BARRA HORIZONTAL

$$f(*) = \ln \frac{f(-L) + f(L) + 2L}{f(-L) + f(L) - 2L} - \ln \frac{f(-L) + f(L) + 2L}{f(-L) + f(L) - 2L}$$

$$f(\pm L) = \sqrt{(x \pm L)^2 + H^2}$$

$$f(\pm L) = \sqrt{(x \pm L)^2 + (H-z)^2}$$

iv) ESFERA POLARIZADA

$$f(*) = \frac{x \cos \alpha - h \operatorname{sen} \alpha}{x \cos \alpha - (h-z) \operatorname{sen} \alpha} \left[\frac{x^2 + (h-z)^2}{x^2 + h^2} \right]^{3/2}$$

v) CILINDRO POLARIZADO

$$f(*) = \frac{x \cos \alpha - h \operatorname{sen} \alpha}{x \cos \alpha - (h-z) \operatorname{sen} \alpha} \frac{x^2 + (h-z)^2}{x^2 + h^2}$$

vi) LAMINA INCLINADA

$$f(*) = \operatorname{Ln} \left[\frac{(x-a \cos \alpha)^2 + (h-a \operatorname{sen} \alpha)^2}{(x+a \cos \alpha)^2 + (h+a \operatorname{sen} \alpha)^2} \right] \cdot \left[\frac{(x+a \cos \alpha)^2 + (h-z+a \operatorname{sen} \alpha)^2}{(x-a \cos \alpha)^2 + (h-z-a \operatorname{sen} \alpha)^2} \right]$$

vii) LAMINA HORIZONTAL FINITA

$$f(*) = \frac{f(x+L, H) - f(x-L, H)}{f(x+L, H-z) - f(x-L, H-z)}$$

$$f(\alpha, \beta) = \operatorname{senh}^{-1} (\alpha/\beta)$$

Las funciones de transformación aquí señaladas, están acordes con los sistemas de referencia que utilizan los modelos mostrados en la tabla C.1

II.5.3. CORRECCION TOPOGRAFICA PARA ANOMALIAS MONOPOLARES

La figura (II.5.1) muestra la geometría que existe entre los parámetros de un cuerpo, cuya anomalía pueda ser simulada o corresponde con la de una fuente puntual. Como se puede observar, el origen del sistema de referencia está localizado en la intersección del plano topográfico con la vertical trazada desde el punto fuente F, por lo que el plano del nivel de referencia será el de ecuación $Z=0$. De la misma figura, también podemos deducir que:

$$V_o = V_{min} \cos \beta \quad \dots \text{ (II.5.4)}$$

en donde β es el ángulo de inclinación del plano topográfico, y V_{min} corresponde al potencial mínimo, generado por la fuente $-I$, en el punto A de la figura.

El problema consiste en transformar los potenciales V_A , del plano topográfico, a potenciales V_A' , correspondientes al plano del nivel de referencia. Prácticamente, la corrección topográfica puede realizarse mediante el uso de la ecuación ---- (II.5.3), tal que:

$$V_A' = f(*) V_A \quad \dots \text{ (II.5.5)}$$

De acuerdo con la geometría de la figura (II.5.1), trigonómicamente se puede deducir que:

$$f(*) = \left[\frac{X_A^2 + (Z_A - h)^2}{X_A^2 + h^2} \right]^{1/2} \quad \dots \text{ (II.5.6)}$$

en donde h es la profundidad a la que se localiza la fuente y, (X_A, Z_A) son las coordenadas topográficas del punto A.

Todos los parámetros que involucra la ecuación (II.5.6) -- son previamente conocidos, con excepción de h , el cual se puede -- estimar a través de 2 maneras: la primera consiste en hacer una interpretación preliminar de la anomalía, mediante el uso del programa SPINV; mientras que la segunda, consiste en hacer el siguiente trazo geométrico:

- i) Determinar el punto mínimo de la anomalía, V_{min} .
- ii) Mediante la ecuación (II.5.4) calcular el potencial V_o .

iii) Buscar en la anomalía el punto al cual corresponde el potencial V_0 , y bajar una vertical.

iv) Trazar una perpendicular al relieve topográfico, en el punto de potencial V_{min} , hasta intersectar a la vertical del punto de potencial V_0 .

v) Esta intersección determina, de acuerdo con la figura (II.5.1), el punto fuente F.

La figura (II.5.2) muestra la anomalía generada, por una fuente puntual en un plano inclinado 26.57° con respecto a la horizontal. Las coordenadas del punto fuente son $(0, -10)$, y el valor mínimo del potencial es de -167.7 milivolts. Esta anomalía fue calculada, en varios puntos del plano inclinado, con la ecuación (II.3.1) y los siguientes datos: $\rho = 500$ ohm-m e $I = -19$ mA.

Con estos mismos datos, se calculó otra anomalía al nivel de referencia $Z = 0$, la cual también se muestra en la figura (II.5.2).

El programa CVT (ver apéndice F) realiza la corrección topográfica de las curvas de SP. El $JOB = 0$ le indica que la anomalía es monopolar y utiliza la función de transformación geométrica (II.5.6). La corrección topográfica hecha con este programa, a la anomalía teórica mencionada anteriormente, constituye la curva corregida de potencial que se muestra en la misma figura con índices EMP y EMPI del 0%. Desafortunadamente, la comprobación práctica de esta corrección no se pudo hacer, por no encontrar en la literatura publicada una anomalía de esas características, es decir, que fuera monopolar y se localiza en una topografía abrupta.

II.5.4 CORRECCION TOPOGRAFICA PARA CUERPOS ESFEROIDALES

Para este tipo de cuerpos, la distribución del potencial en la superficie se calcula a través de las ecuaciones (II.3.13) y (II.3.15), y al igual que en el caso anterior, la corrección topográfica consiste en encontrar la función de transformación que satisfaga la ecuación (II.5.1).

En la figura (II.5.3), se puede apreciar la distribución geométrica que guardan los parámetros físicos involucrados en la determinación del potencial eléctrico producido por cuerpos polarizados de forma esferoidal. De acuerdo con esta geometría y siguiendo el mismo razonamiento anterior, se deduce que la --

función de transformación buscada esta representada por la ecuación:

$$f(*) = \frac{X \cos \alpha - h \operatorname{sen} \alpha}{X \cos \alpha - (h-z) \operatorname{sen} \alpha} \left[\frac{x^2 + (h-z)^2}{x^2 + h^2} \right]^{3/2} \dots \text{(II.5.7)}$$

en donde (X,Z) son las coordenadas del punto cuyo potencial se va a corregir, α la inclinación del vector de polarización y h la profundidad del centro de la esfera. El sistema de referencia tiene como origen el punto de intersección que forman la vertical, trazada desde el centro de la esfera, y la superficie topográfica.

Para hacer la corrección topográfica de la anomalía producida por una esfera, es necesario conocer todos los parámetros involucrados en la función geométrica de transformación (II.5.7). Como α y h son inicialmente desconocidos es necesario hacer una interpretación preliminar de la anomalía, lo cual es posible mediante el uso del programa FA, que fue creado con ese objeto y además proporciona los índices de error cometidos en la interpretación. Si esos índices (EMP y EMPI) son bajos, puede no ser necesario corregir la curva topográficamente; pero si esto se hace, mejorará aún más la calidad de interpretación.

Los parámetros h y α así obtenidos, llevan consigo un error debido a que fueron deducidos de la interpretación de una curva distorsionada por varios efectos. Los efectos de potencia les menores pueden quitarse mediante un filtrado, como se discutió al principio de este capítulo, pero para mejorar en la estimación de los parámetros h y α es muy conveniente hacer los siguientes ajustes geométricos (19):

$$h'' = h / \cos^2 \beta \dots \text{(II.5.8)}$$

$$\alpha'' = \operatorname{sen}^{-1} (\operatorname{sen} \alpha \cos \beta - \operatorname{sen} \beta \cos \alpha) = \alpha - \beta \dots \text{(II.5.9)}$$

en donde h'' y α'' son los nuevos valores de profundidad y ángulo de polarización, respectivamente, en tanto que β es el ángulo de inclinación de la superficie topográfica.

Las ecuaciones (II.5.8) y (II.5.9) son válidas en 2 dimensiones, pero si existe un buzamiento de la superficie topográfica que sea perpendicular a la sección, las ecuaciones que deben tomarse para el ajuste de los parámetros son:

$$h'' = h / \cos \beta \cos \delta \dots \text{(II.5.10)}$$

$$\alpha'' = \text{sen}^{-1} (\text{sen } \alpha \cos \beta - \text{sen } \delta \cos \alpha) \quad \dots \text{ (II.5.11)}$$

relaciones en las cuales δ es el ángulo de buzamiento máximo de la superficie, β es el ángulo de buzamiento aparente de la sección, y α el ángulo de polarización.

Además, el origen del sistema de referencia se debe recorrer una distancia horizontal $00''$, con dirección ascendente, en el perfil topográfico. Operacionalmente dicha distancia se expresa como:

$$00'' = h \text{ sen } \delta / \cos \beta \quad \dots \text{ (II.5.12)}$$

que para el caso bidimensional se reduce a:

$$00'' = h \text{ tg } \beta \quad \dots \text{ (II.5.13)}$$

Estos ajustes se pueden omitir si se desconoce el ángulo δ , o bien si β no tiene un valor constante a lo largo de todo el perfil topográfico.

Mediante el $\text{JOB} = 1$, el programa CVT realiza la corrección topográfica de las anomalías de SP producidas por cuerpos esferoidales utilizando la función de transformación (II.5.7) y la relación general de la corrección topográfica, representada por la ecuación (II.5.1). El programa tiene también implementada la subrutina ERROR, la cual calcula el EMP entre las curvas real y corregida, obteniendo con esto una estimación de la magnitud del potencial de distorsión ocasionado por el efecto topográfico, y calculado mediante las expresiones:

$$V(\text{DIST}) = V(\text{REAL}) - V(\text{NR}) \quad \dots \text{ (II.5.14)}$$

$$\% V(\text{DIST}) = \left| \frac{V(\text{REAL}) - V(\text{NR})}{V(\text{NR})} \right| \quad \dots \text{ (II.5.15)}$$

en donde $V(\text{DIST})$ es el potencial de distorsión, $V(\text{REAL})$ el potencial de la anomalía de campo y $V(\text{NR})$ el potencial de la anomalía corregida, para el nivel de referencia $Z = 0$.

La figura (II.5.4) muestra la anomalía teórica calculada para un plano inclinado 19.65° , con $\alpha = 30^\circ$ y $h = 35$ m. También

se muestra el potencial de distorsión y la curva corregida de la anomalía.

Los resultados de la interpretación de las curvas real y corregida, mediante el programa FA, son:

<u>PARAMETRO</u>	<u>ANOMALIA REAL</u>	<u>ANOMALIA CORREGIDA</u>
α	49.59°	30,0°
Xo	36.39 m	20,89 m
h	30.98 m	36,18 m
a	15.82 m	20,88 m
EP	- 16.27 mv	0.01 mv
ECM	16.93 mv	0.01 mv
EMP	15.70 %	0.01 %
EMPI	36.40 %	4.45 %

Como puede apreciarse, se mejoró visiblemente la interpretación preliminar, logrando mayor exactitud en los resultados.

La comprobación práctica consistió en efectuar la corrección topográfica a las anomalías Sariyer, Weiss y Sülleymanköy, las cuales son típicas de cuerpos esferoidales, para posteriormente realizarles una segunda interpretación que, comparada con la primera, ayude a evaluar los beneficios de la corrección.

i) Anomalía Sariyer.- La figura (II.5.5) muestra esta anomalía, junto con la anomalía de la curva corregida y sus --- interpretaciones. Los resultados para su comparación son los siguientes:

<u>PARAMETRO</u>	<u>ANOMALIA REAL</u>	<u>ANOMALIA CORREGIDA</u>
α	25.27°	42,16°
Xo	15.67 m	32,80 m
h	33.19 m	25,50 m
a	16.48 m	14,98 m
EP	28.28 mv	- 1.24 mv
ECM	31.76 mv	9.01 mv
EMP	103.04 %	24,22 %
EMPI	72.81 %	59,51 %

En la misma figura, también se muestra la anomalía calculada sobre el perfil topográfico utilizando los parámetros físicos arrojados de la interpretación de la curva corregida. Comparando esta anomalía con la de la figura (II.3.8) se puede apreciar la mejoría que ofrece esta metodología. Por otro lado, la desviación del centro de la esfera, calculado en la interpretación, al centro del cuerpo esferoidal, que era de 10 m en la primera interpretación, se redujo a 2 m mediante este procesamiento; además de que el nuevo radio de esfera estimado abarca, casi en su totalidad, a todo el cuerpo. Sin embargo, aunque se logró disminuir los índices de error EMP y EMPI, estos no llegaron a ser menores del 15% debido al fuerte ruido que ofrece la anomalía en su parte izquierda, el cual no es atribuible solamente a la topografía.

ii) Anomalía Weiss.- La figura (II.5.6) muestra esta anomalía, junto con las anomalías corregida y computada de la nueva interpretación. Los resultados antes y después de hacer la corrección topográfica son los siguientes:

<u>PARAMETRO</u>	<u>ANOMALIA REAL</u>	<u>ANOMALIA CORREGIDA</u>
α	30.11°	49,90°
Xo	29.69 m	57,43 m
h	51.19 m	48,36 m
a	32.95 m	16,00 m
EP	13.88 mv	6.91 mv
ECM	38.96 mv	29,78 mv
EMP	75.12 %	41.89 %
EMPI	222.98 %	43.28 %

Los resultados indican una notable mejoría en la interpretación, debido al hecho de que los datos originales fueron interpretados con una fuerte distorsión topográfica, producida del lugar en donde fueron recolectados.

iii) Anomalía Sülleybanköy.- La segunda interpretación de esta anomalía se muestra en la figura (II.5.7), así como las anomalías real, corregida y computada. Los resultados antes y después de hacer la corrección topográfica son los siguientes:

<u>PARAMETRO</u>	<u>ANOMALIA REAL</u>	<u>ANOMALIA CORREGIDA</u>
α	14.40°	11,80°
Xo	10.34 m	5,77 m
h	40.25 m	27,61 m
a	26.49 m	25,42 m
EP	12.07 mv	4.99 mv
ECM	17.98 mv	15.81 mv
EMP	32.16 %	24.84 %
EMPI	27.50 %	21.50 %

En este caso, el contraste entre los parámetros de las anomalías real y corregida no es muy grande debido al hecho de que la topografía es menos abrupta que la del caso anterior, como se puede apreciar en la figura (II.5.7). Sin embargo, existe una ligera mejora en la reducción de los índices de error, lo que determina una mejor interpretación.

II.6 C O N C L U S I O N E S

De lo expuesto en este capítulo, cabe concluir los siguientes puntos:

1) El método de SP, aplicado a la Prospección Minera, se ha estancado en las últimas décadas.

2) Los métodos de interpretación computarizados, mediante los programas SPINV, LAMINA y FA, resultaron ser muy satisfactorios. Sobre todo al probarseles prácticamente con anomalías reales.

3) La corrección topográfica es importante en las anomalías de SP, ya que mejora notablemente la calidad de interpretación. Esto se observó en todas las anomalías estudiadas.

4) La corrección topográfica depende de varios factores, pero se puede hacer mediante la aplicación de la fórmula (II.5.1):

$$V_c = f(*) V_R ,$$

en donde la función de transformación $F(*)$, es diferente y exclusiva para cada modelo.

5) Para hacer la corrección topográfica en SP, se necesita de la estimación de parámetros físicos obtenidos mediante una interpretación preliminar.

6) La calidad en la interpretación se juzga a través de los índices de error. Los errores porcentuales EMP y EMPI resultaron ser más confiables, debido a que son más rigoristas que los errores promedio.

REFERENCIAS CITADAS CAP. II

- (1) Parasnis, D.S., 1971, Geofísica Minera, p. 94
- (2) Orellana, E., 1972, Prospección Geoeléctrica en Corriente continua, p. 467.
- (3) Orellana, E., 1972, Prospección Geoeléctrica en Corriente continua, p. 487.
- (4) Mufti, I.R., 1978, Geophysics, Vol. 43, No. 5, p. 937.
- (5) Shadowitz, A., 1975, The electromagnetic field, p. 49.
- (6) Shadowitz, A., 1975, The electromagnetic field, p. 349 - 353
- (7) Grant and West, 1965, Interpretation theory in applied Geophysics, p. 441. ----
- (8) Grant and West, 1965, Interpretation theory in applied Geophysics, p. 442. ----
- (9) Grant and West, 1965, Interpretation theory in applied Geophysics, p. 468. ----
- (10) Resnick y Halliday, 1972, Física, Parte II, p. 1077.
- (11) Keller y Frischknecht, 1966, Electrical Methods in Geophysical Prospecting, p. 53.
- (12) Resnick y Halliday, 1972, Física, Parte II, p. 1078.
- (13) Orellana, E., 1972, Prospección Geoeléctrica en Corriente continua, p. 71.
- (14) Orellana, E., 1972, Prospección Geoeléctrica por campos variables, p. 41.
- (15) Orellana, E., 1972, Prospección Geoeléctrica en Corriente continua, p. 84 - 85.
- (16) Petrowsky, A., 1928, Problem of hidden polarised sphere, Phil. Mag., Vol. 5, p. 334, 914 y 927. --
- (17) Stern, W., 1945, Relation between Spontaneous polarization curves for depth, size and dip of orebodies, A.I.M.E. Geophysics, p. 189 - 196. ---
- (18) De Witte, L., 1948, A new method of interpretation of self-potential field data, Geophysics, Vol. 13, p. 600 - 608. ---

- (19) Yüngül, S., 1950, Interpretation of spontaneous polarization anomalies caused by spheroidal orebodies, *Geophysics*, Vol. 15, p. 237 - 246.
- (20) Roy and Choudhury, 1959, Interpretation of self potential - data for tabular bodies, *Journal of Sciences and Engineering Resources*, Vol. 3, No.1, p. 35 - 54.
- (21) Meiser, P., 1962, A method for quantitative interpretation - of self potential measurements, *Geophysical Prospecting*, Vol. 10, No. 2, p. 203 - 218.
- (22) Paul, M., 1965, Direct interpretation of self potential anomalies caused by inclined sheets of infinity horizontal extensions, *Geophysics*, Vol. 30, No. 2 --- p. 418 - 423.
- (23) Banerjee, B., 1971, Quantitative interpretations of self potential anomalies of some specific geometrics --- bodies, *Pure and Applied Geophysics*, Vol. 90, --- p. 138 - 152.
- (24) Fitterman, D., 1979, Calculations of self potential anomalies near vertical contacts, *Geophysics*, Vol. 44, p. 195 - 205.
- (25) Fitterman, D., 1982, Inversion of self-potential data from - the Cerro Prieto geothermal field, México, *Geophysics*, Vol. 47, No. 6, p. 938 - 845.
- (26) Bhattacharya, B., y Roy, N., 1981, A note on the use of a - nomogram for self potential anomalies, *Geophysical Prospecting*, Vol. 29, p. 102 - 107.
- (27) Parasnis, D.S., 1971, *Geofísica Minera*, p. 102.
- (28) Dobrin, M., 1969, *Introducción a la Prospección Geofísica*, - p. 381.
- (29) Resnick, R. y Halliday, D., 1972, *Física, Parte II*, P. 957 - 958.
- (30) Pérez, R.A., 1980, *Prospección Geofísica aplicando métodos - geoelectricos y de sismología de refracción en el Vaso Doña Juana; Joquicingo de León Guzmán, México*, p. 54.
- (31) Poldini, E., 1939, *The Mining Magazine*, No. 60, p. 25.

- (32) Resnick, R., y Halliday, D., 1972, Física, Parte II, P. 1040.
- (33) Telford, W., y Otros, 1976, Applied Geophysics, p. 466 - 468.

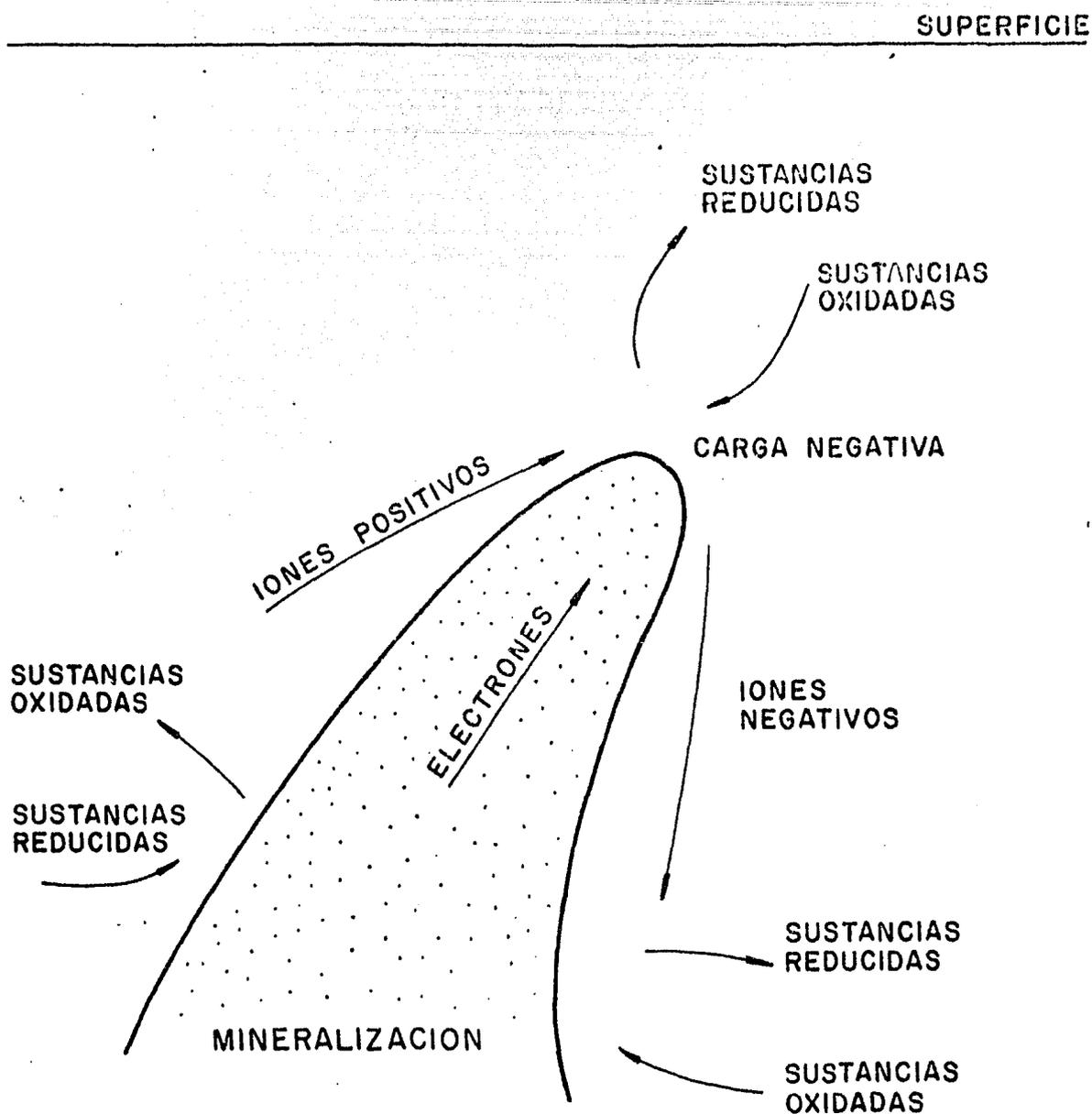
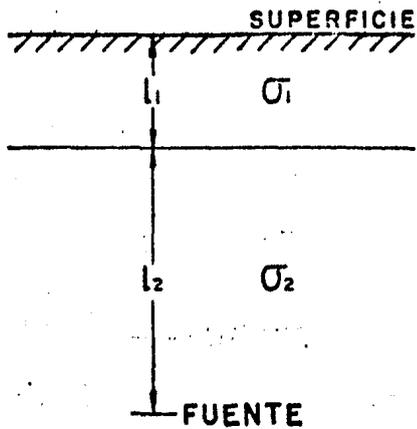


FIG. II. 1.1. EXPLICACION DE SATO Y MOONEY
AL FENOMENO DE POLARIZACION
ESPONTANEA.

a) DOS CAPAS

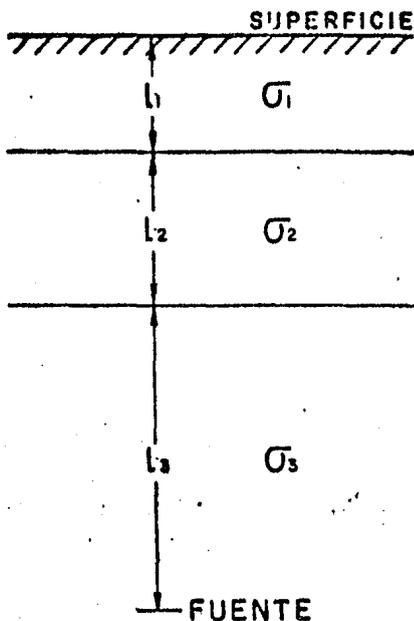


$$L = l_1 + l_2$$

$$\sigma_E = \frac{l_1 + l_2}{\frac{l_1}{\sigma_1} + \frac{l_2}{\sigma_2}}$$

$$\sigma_E = \frac{\sigma_1 \sigma_2 L}{l_2 \sigma_1 + l_1 \sigma_2}$$

b) TRES CAPAS

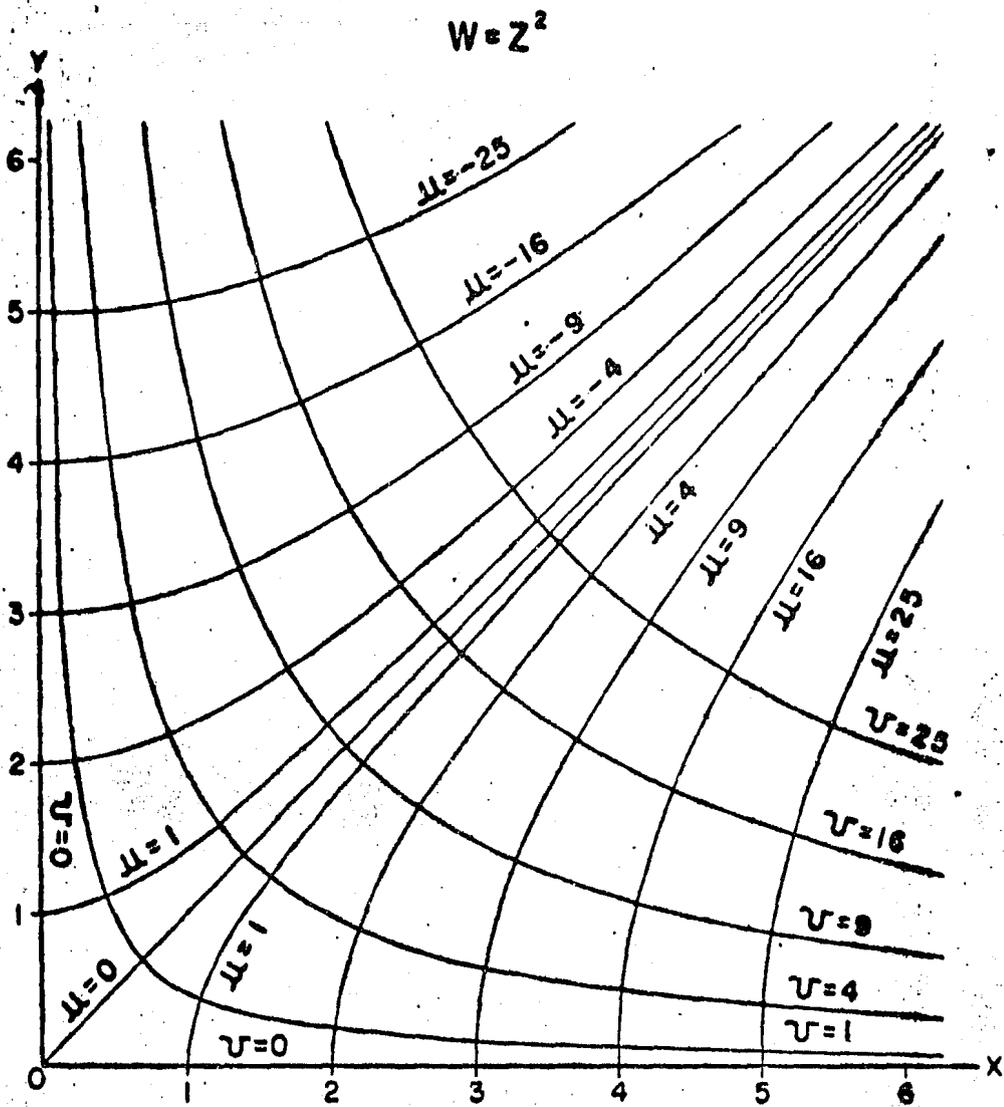


$$L = l_1 + l_2 + l_3$$

$$\sigma_E = \frac{l_1 + l_2 + l_3}{\frac{l_1}{\sigma_1} + \frac{l_2}{\sigma_2} + \frac{l_3}{\sigma_3}}$$

$$\sigma_E = \frac{\sigma_1 \sigma_2 \sigma_3 L}{l_1 \sigma_2 \sigma_3 + l_2 \sigma_1 \sigma_3 + l_3 \sigma_1 \sigma_2}$$

FIG. II. 2. 1. CONDUCTIVIDAD EFECTIVA PARA DOS Y TRES CAPAS. ECUACION DE MUFTI.



$$\mu = x^2 - y^2$$

$$\nu = 2xy$$

μ = familia de curvas equipotenciales.

ν = familia de curvas de líneas de corriente.

FIG. II. 2. 2. GRAFICADO DE LAS COMPONENTES $\mu(x,y)$
Y $\nu(x,y)$ DE LA FUNCION COMPLEJA W .

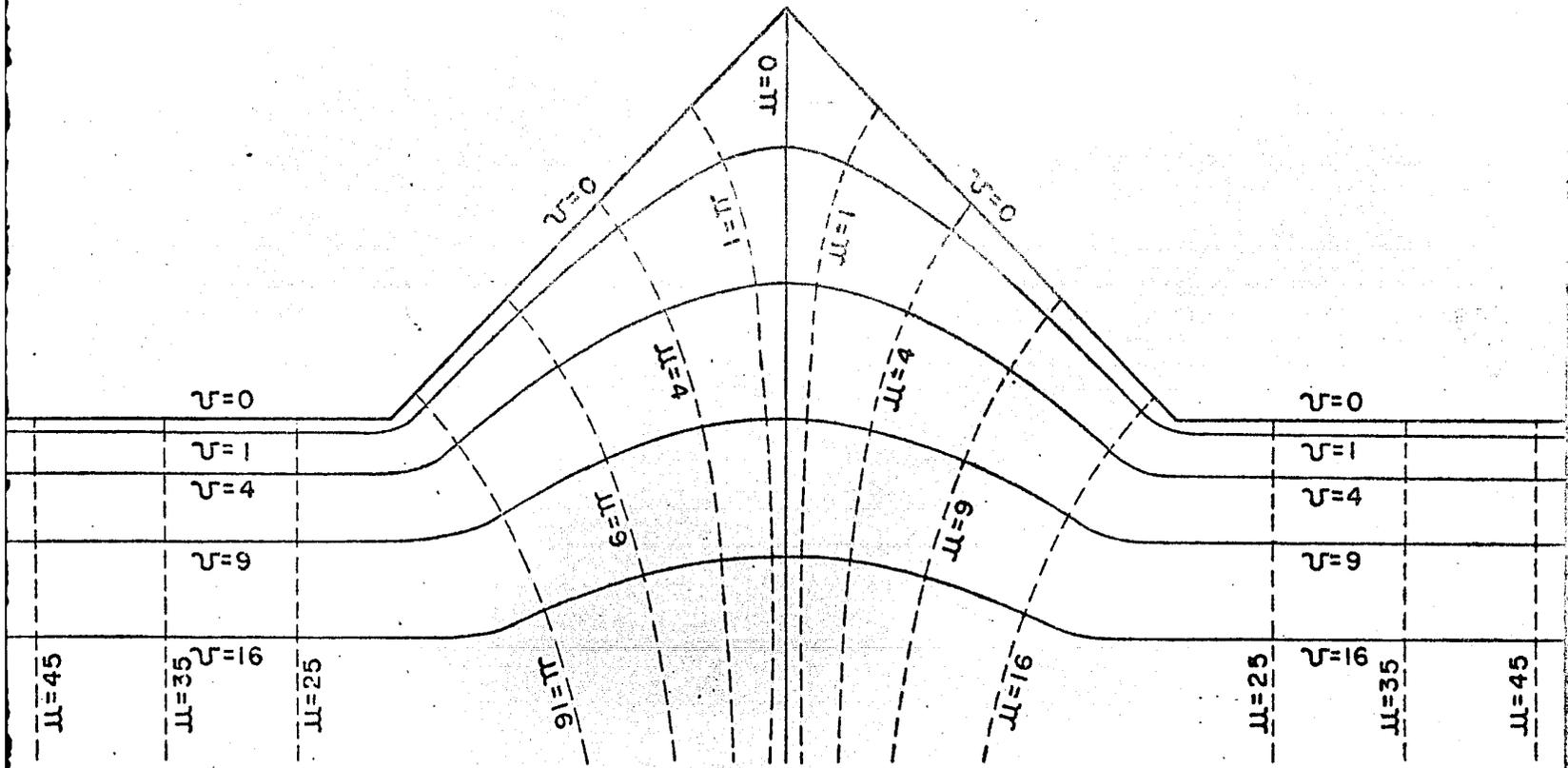


FIG. II. 2.3. DISTORSION DE LAS CURVAS EQUIPOTENCIALES POR LA PRESENCIA DE UNA LOMA EN CAMPO ELECTRICO UNIFORME.

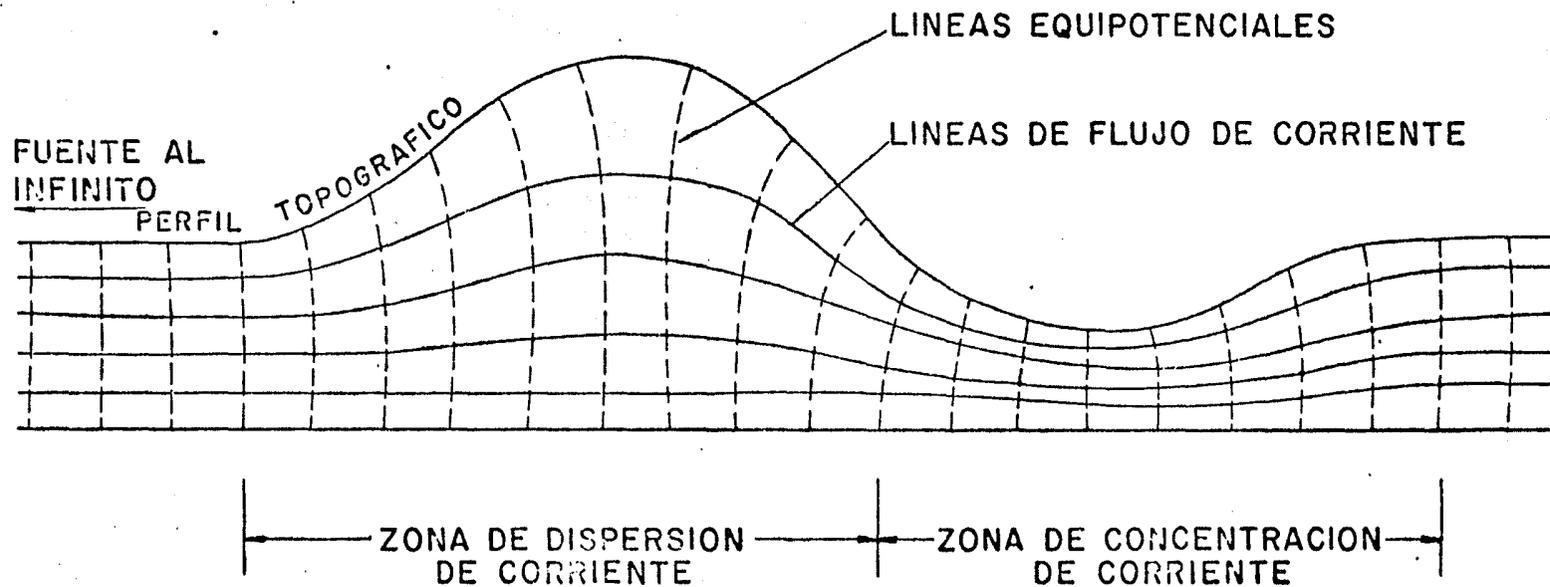


FIG. II. 2. 4. DISTORSION DE LAS LINEAS DE CORRIENTE Y EQUIPOTENCIALES DEBIDO A EFECTOS TOPOGRAFICOS.

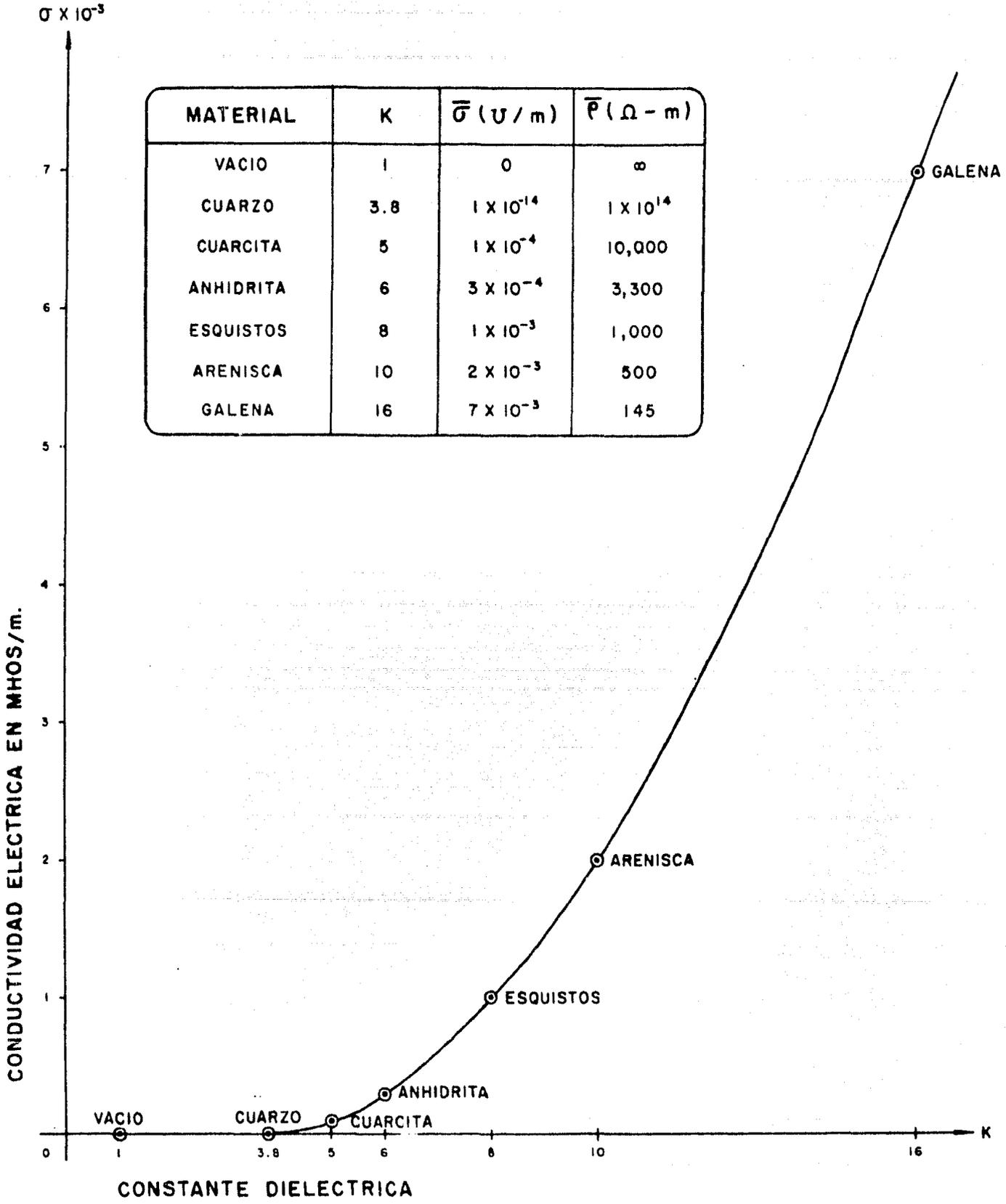


FIG. II. 2.5. RELACION EMPIRICA ENTRE K y σ

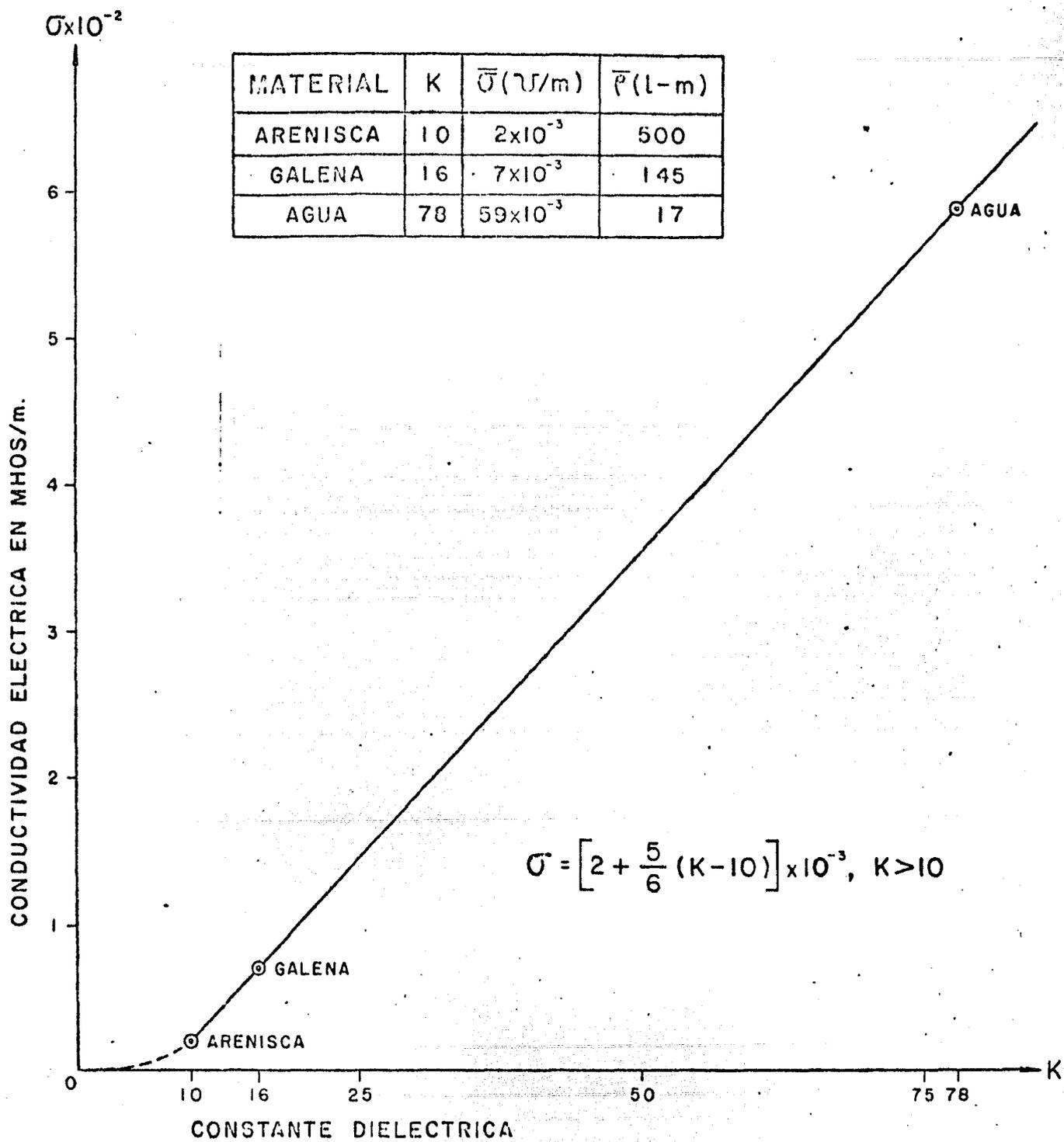


FIG. II.2.6. RELACION EMPIRICA ENTRE K Y σ
 PARA $K > 10$.

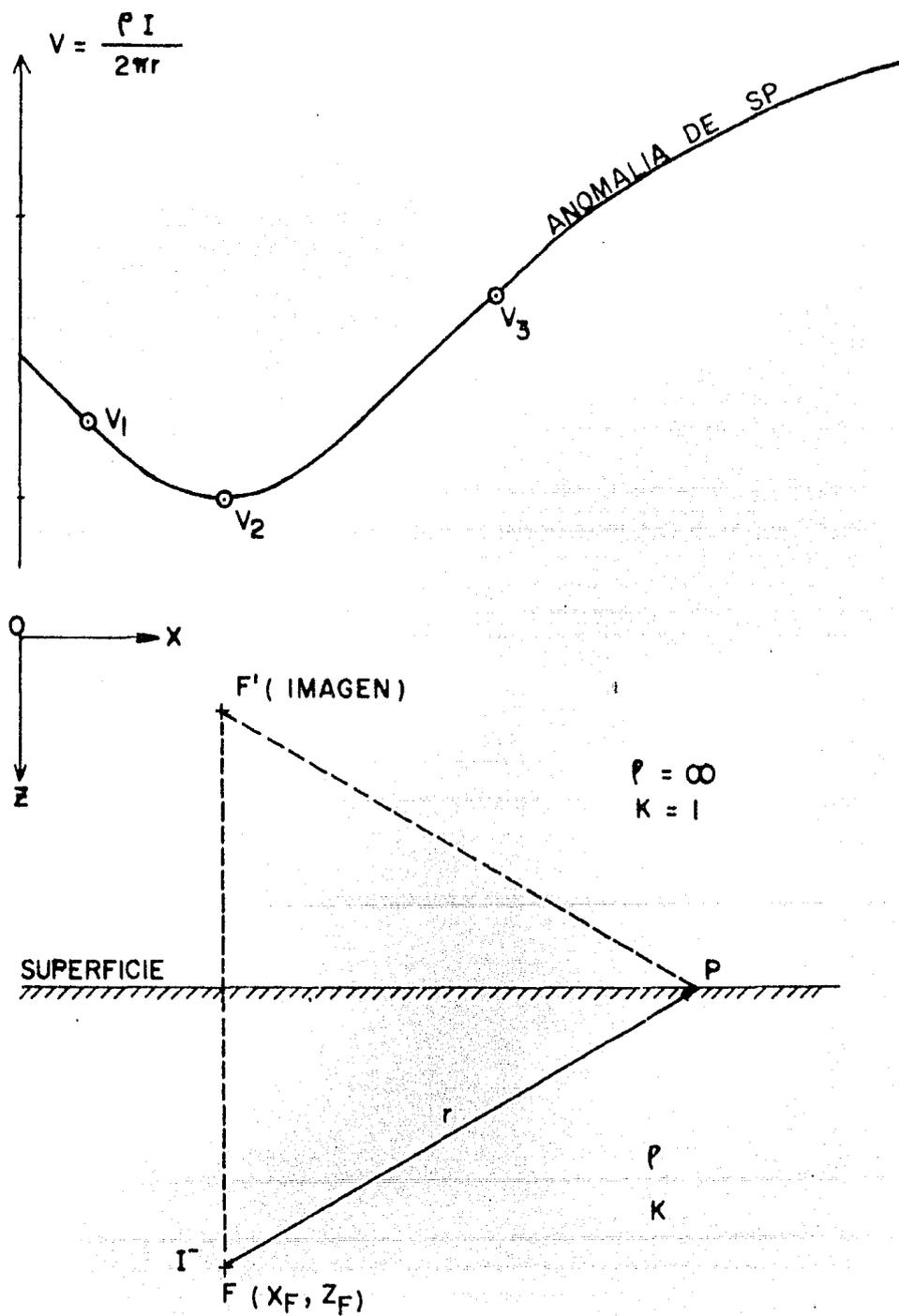


FIG. II. 3.1. ANOMALIA DE SP PRODUCIDA POR UNA FUENTE MONOPOLAR

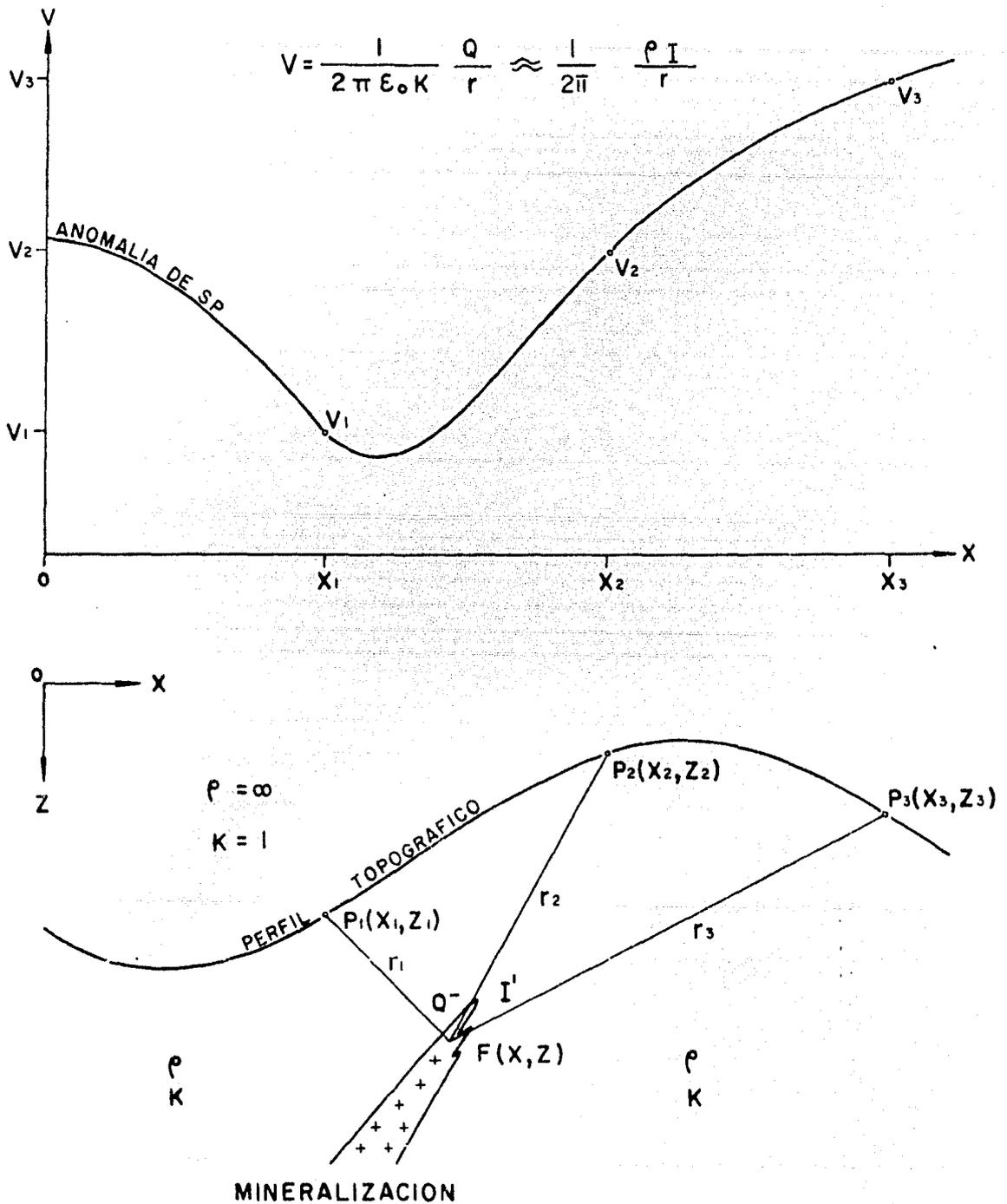
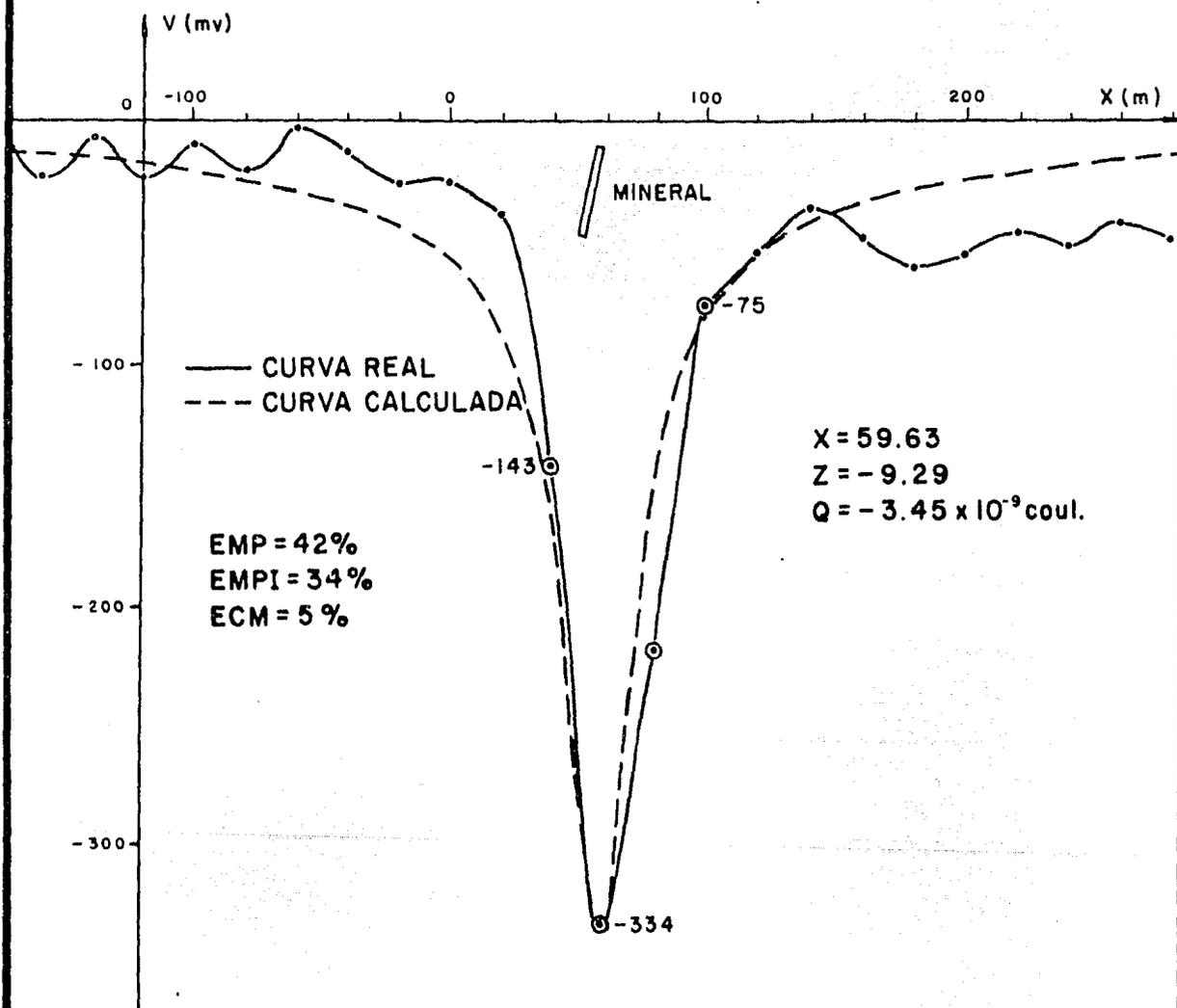


FIG. II. 3. 2. PARAMETROS UTILIZADOS EN EL PROGRAMA SPINV.

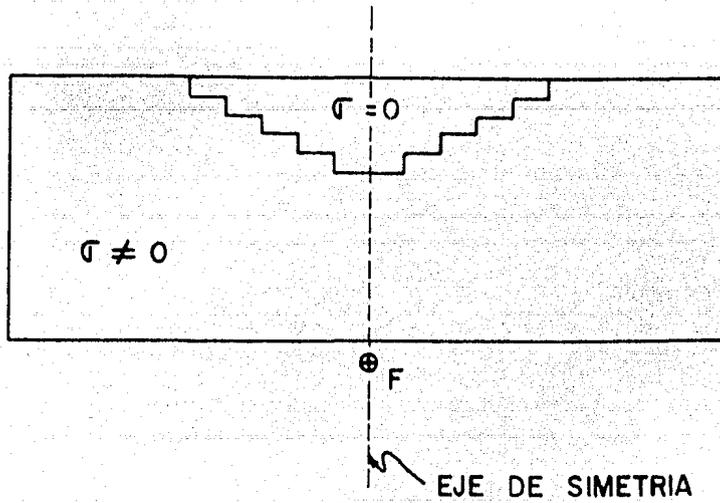
ANOMALIA KIMHEDEN.



⊙ PUNTOS ESCOGIDOS PARA EL PROGRAMA SPINV.

FIG. II.3.3. CURVA DE SP DE UN YACIMIENTO DEL NORTE DE SUECIA. (PARASNIS, 1971)

a) MODELO ORIGINAL



b) MODELO SECCIONADO

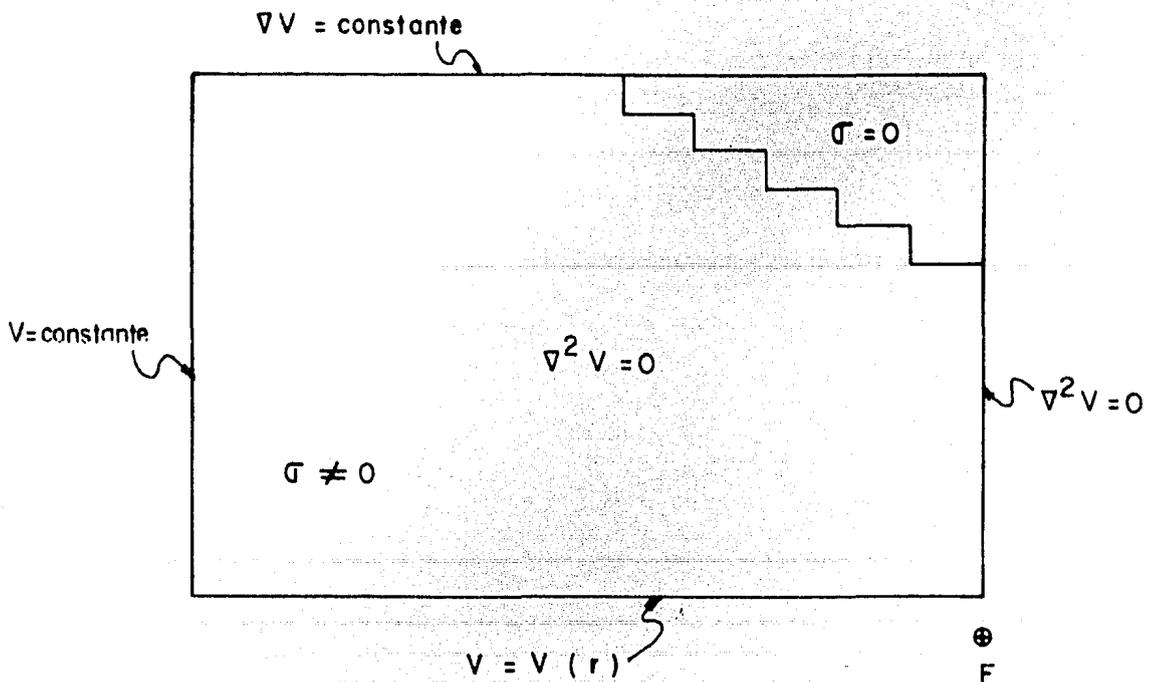


FIG. II. 3. 4. CONDICIONES DE FRONTERA PARA MODELADO DE CURVAS DE SP POR EL METODO DE RELAJACION

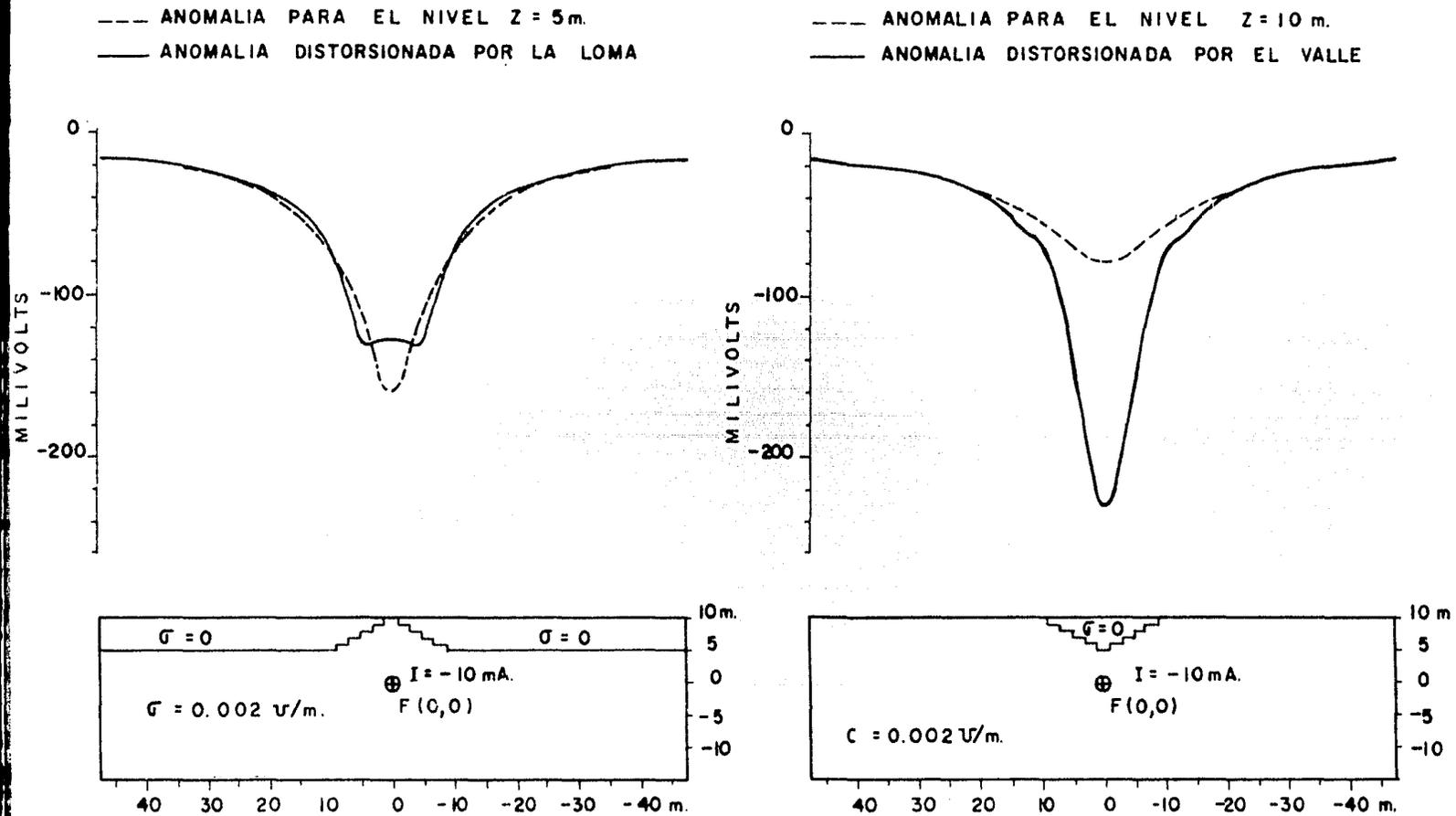


FIG. II.3.5. ANOMALIAS DE SP PRODUCIDAS POR UNA FUENTE MONOPOLAR
 Y DISTORSIONADAS POR ACCIDENTES TOPOGRAFICOS.

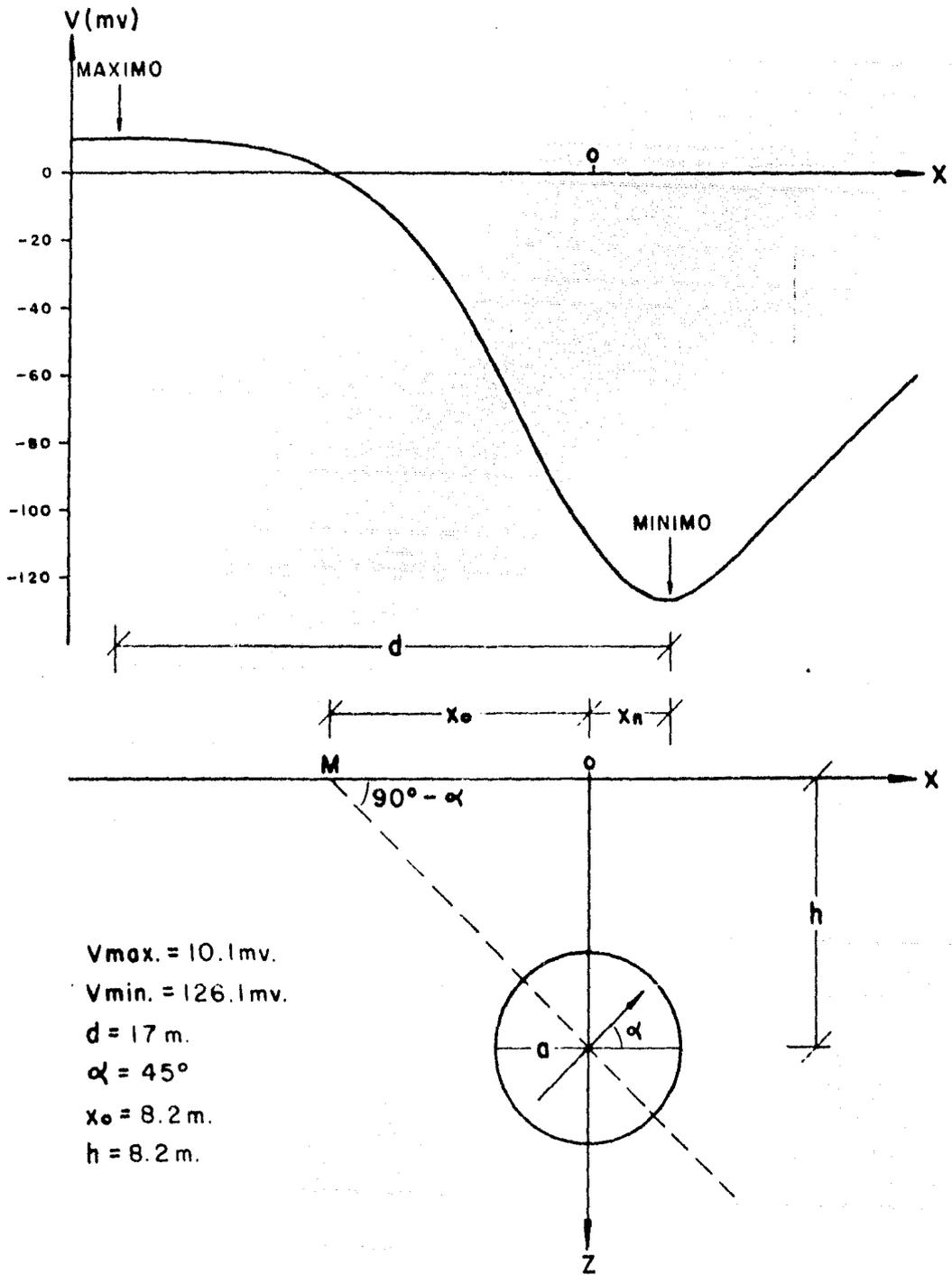


FIG. II. 3.6. ANOMALIA TEORICA DE UNA ESFERA POLARIZADA.

ANOMALIA SARIYER, TURQUIA.

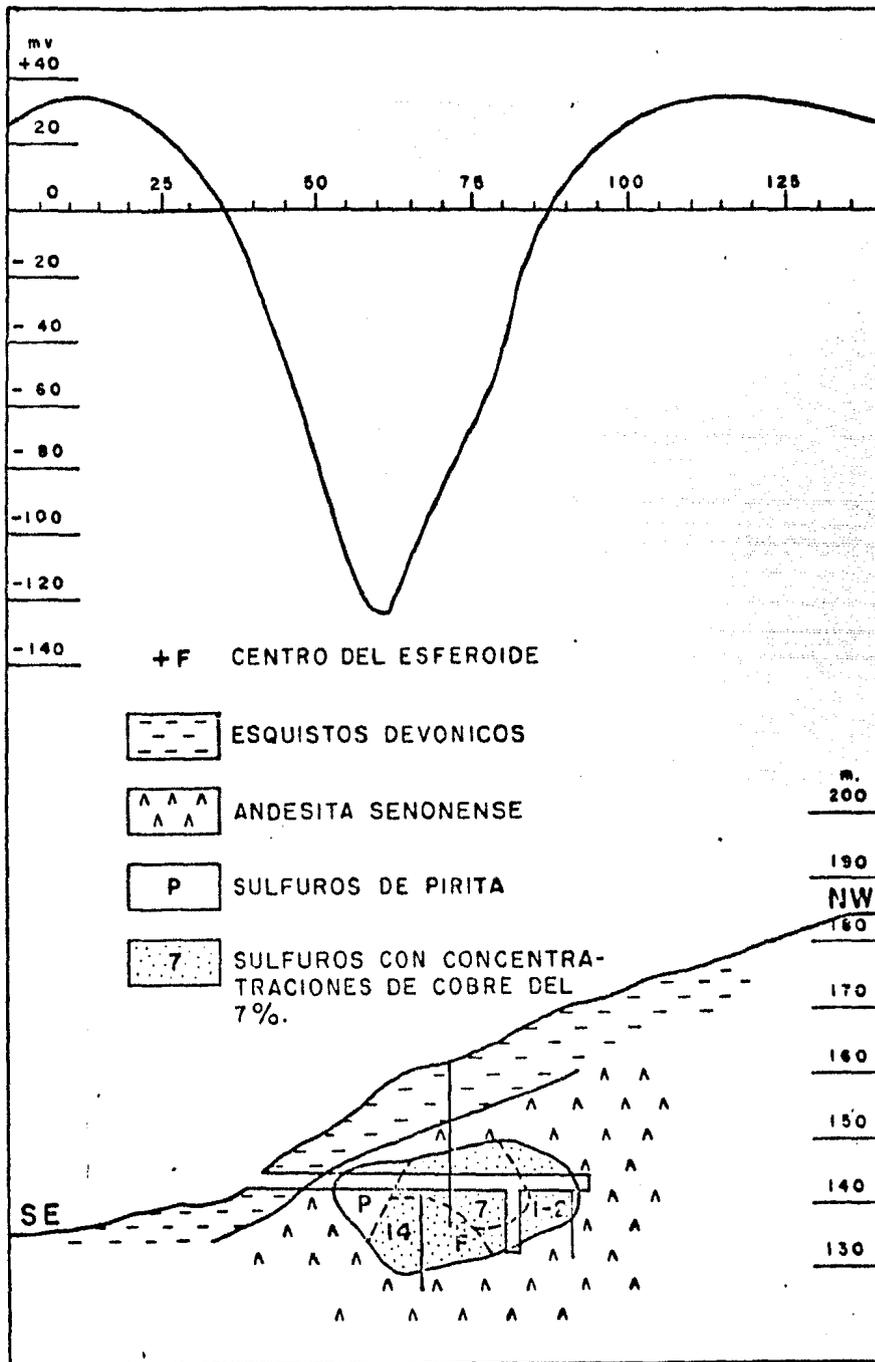


FIG. II.3.7. ANOMALIA DE SP DE UN YACIMIENTO DE COBRE EN TURQUIA. (YÜNGÜL, 1954)

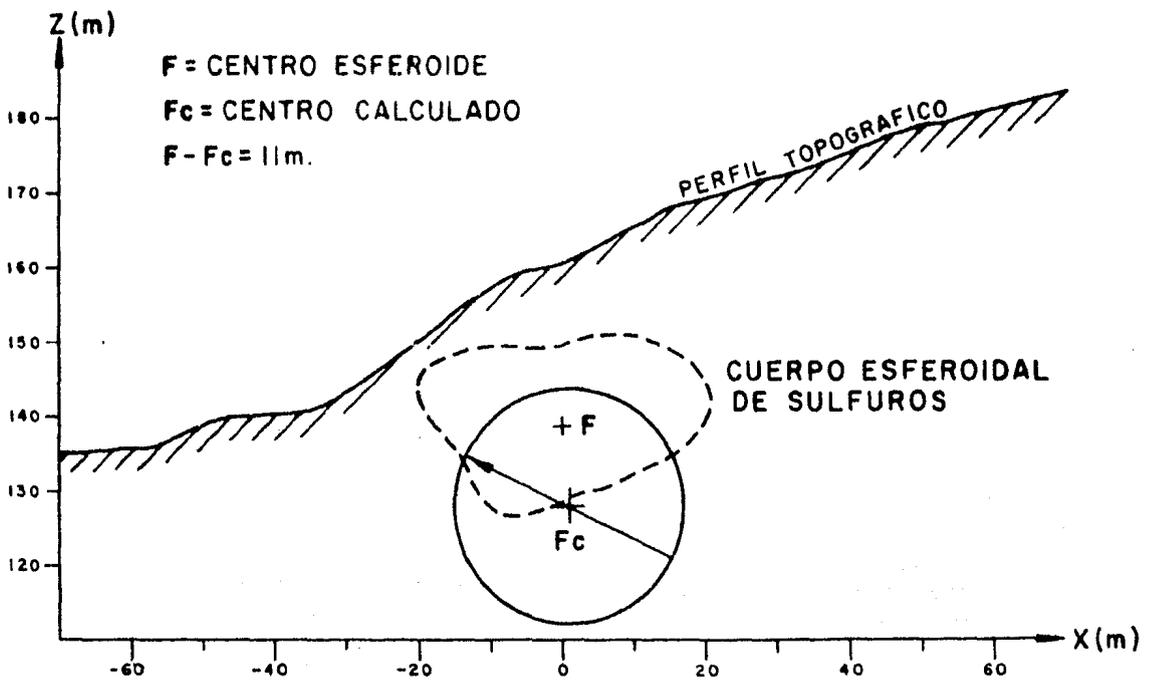
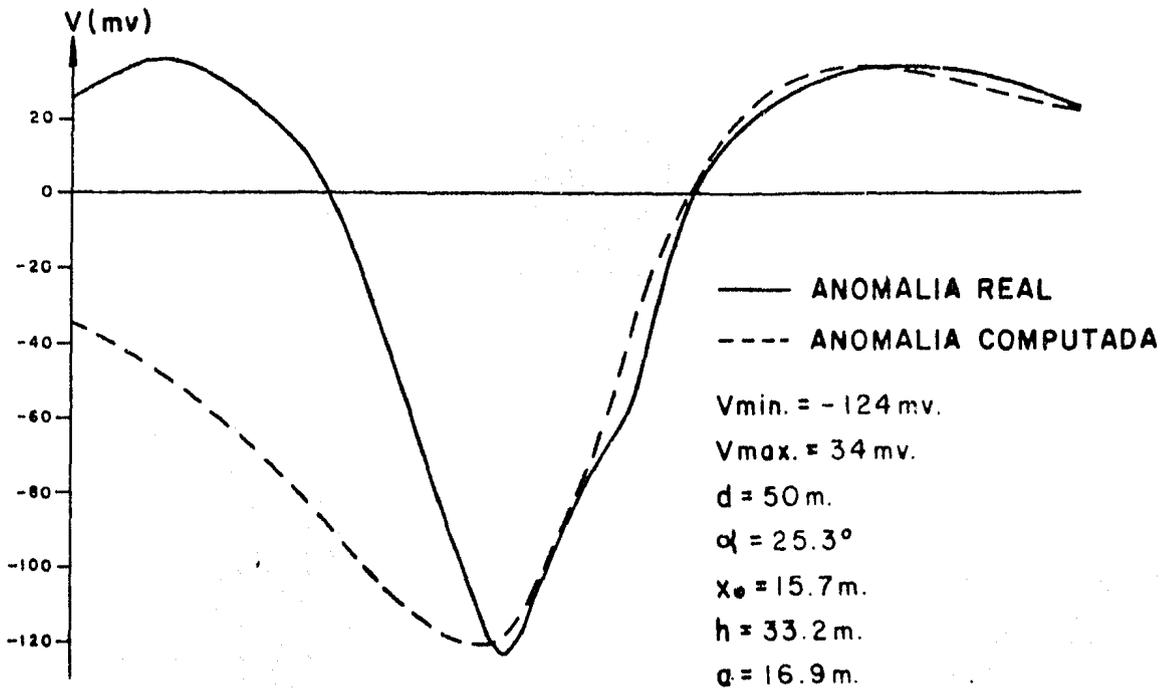


FIG. II. 3. 8. INTERPRETACION DE LA ANOMALIA SARIYER POR EL PROGRAMA FA.

ANOMALIA WEISS, TURQUIA.

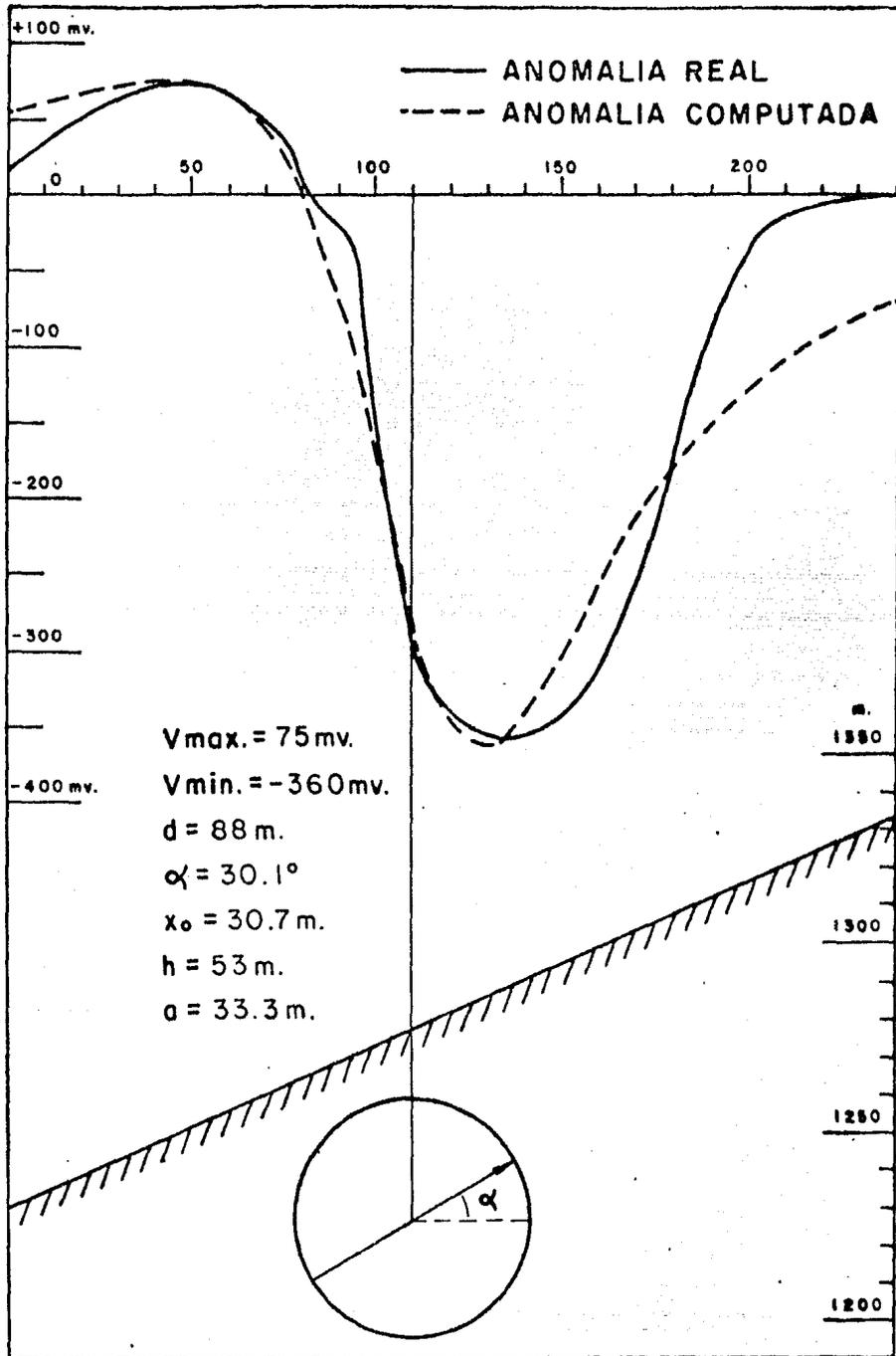


FIG. II.3.9. INTERPRETACION DE UNA ANOMALIA DE SP POR EL PROGRAMA FA.

ANOMALIA SÜLLEYMANKÖY, TURQUIA.

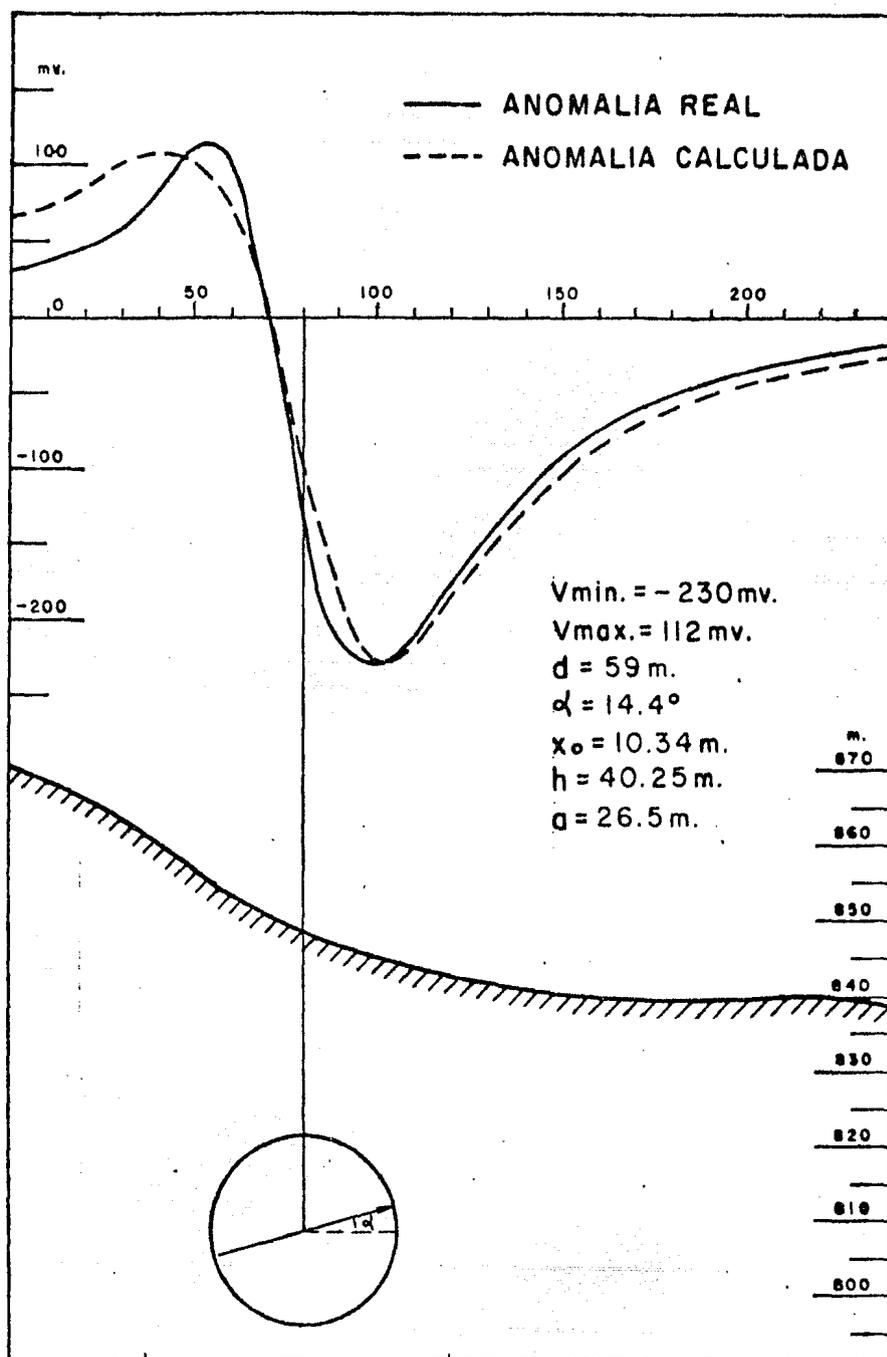


FIG. II. 3. 10. INTERPRETACION COMPUTARIZADA DE UNA ANOMALIA DE SP.

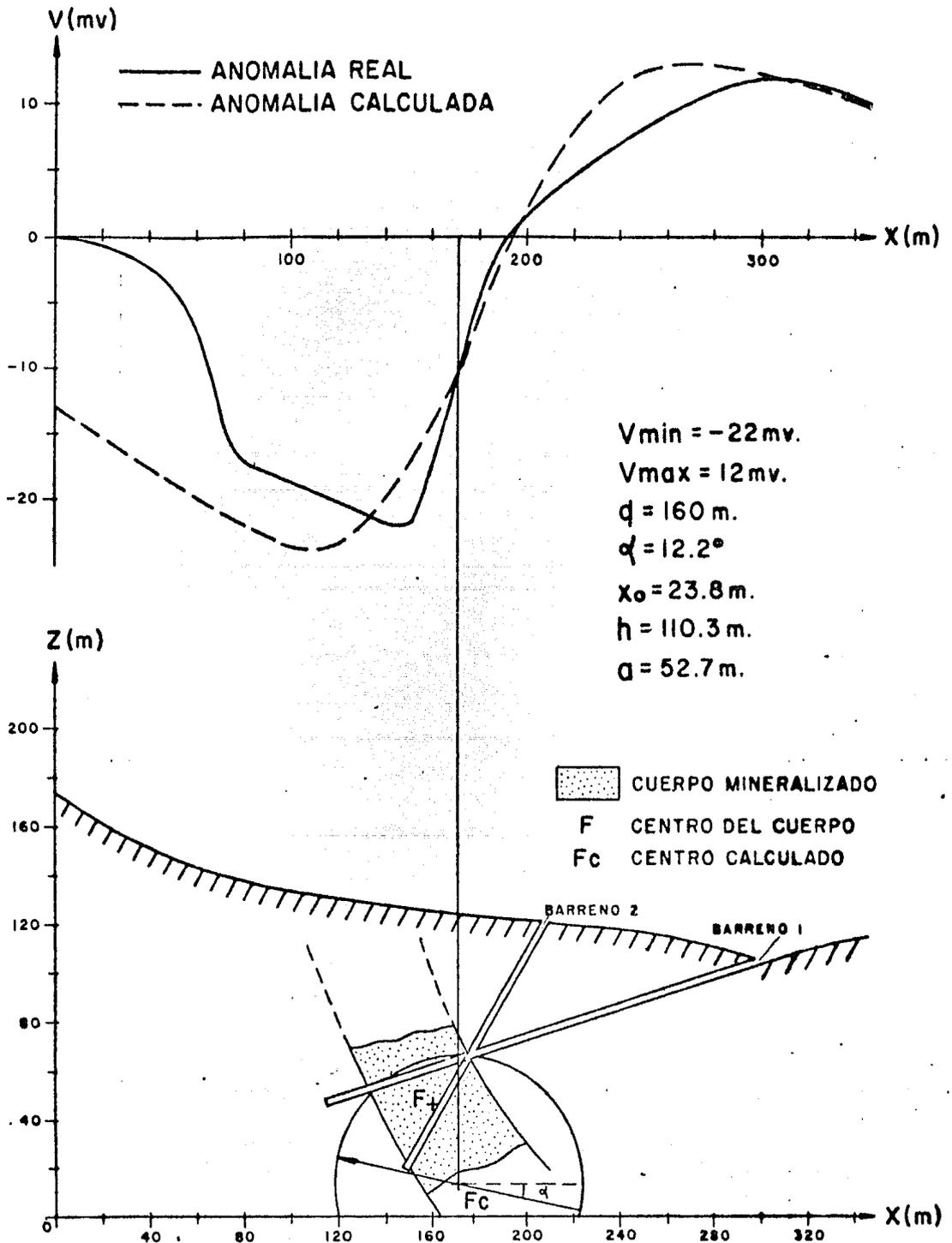


FIG. II.3.II. INTERPRETACION DE LA ANOMALIA HOPE POR EL PROGRAMA FA.

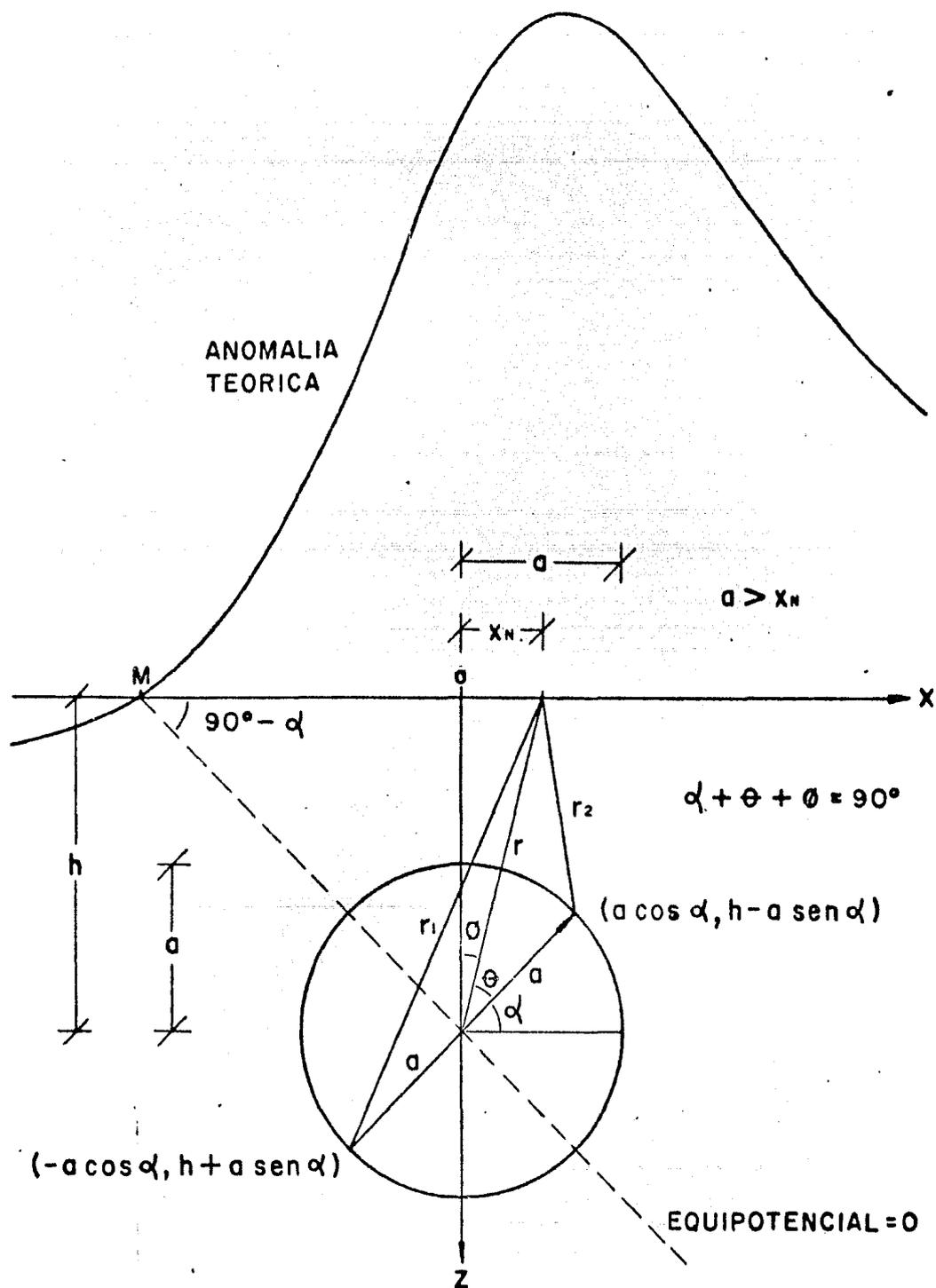


FIG. II. 3. 12. DISTRIBUCION DE LOS PARAMETROS FISICOS UTILIZADOS POR LA SUBROUTINA RADIO.

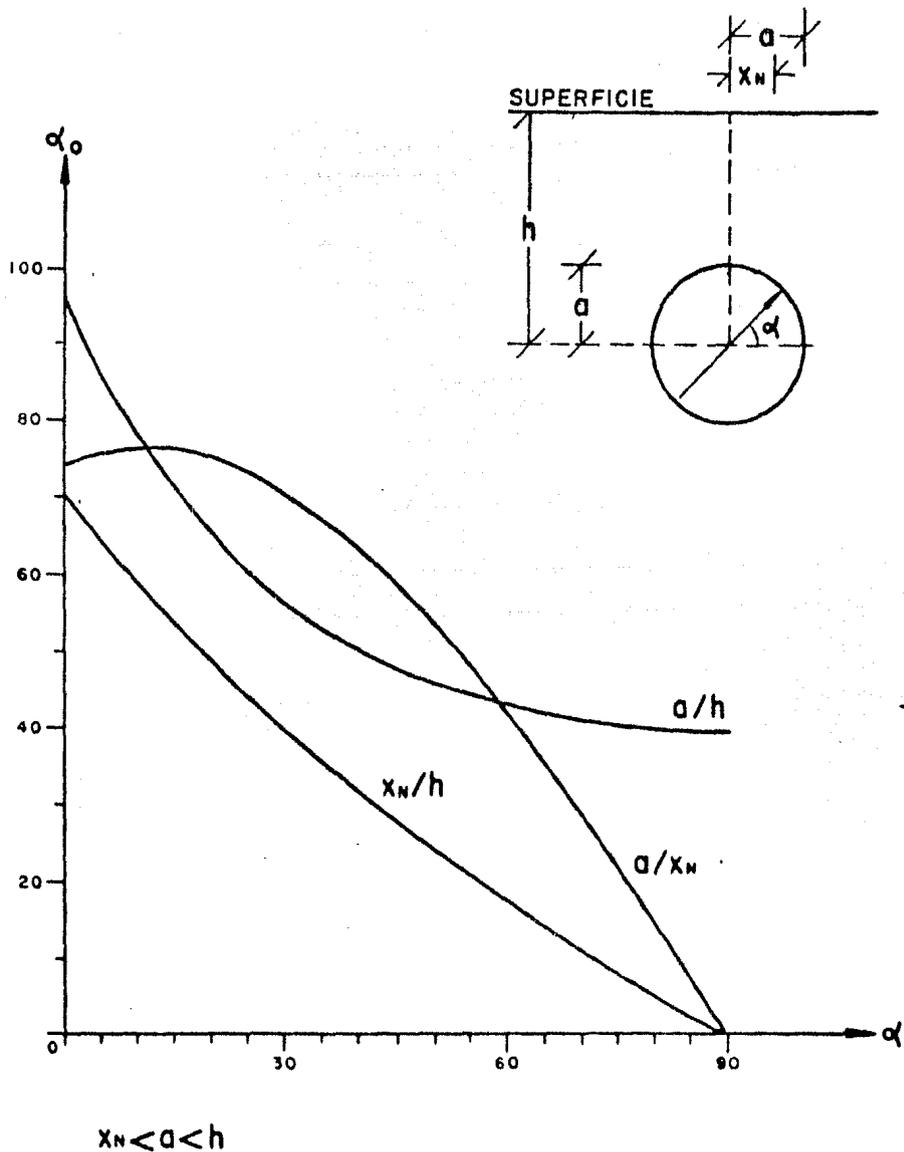


FIG. II. 3.13. RELACION ENTRE LOS PARAMETROS α , x_N , a y h PARA UNA ESFERA SOME-
RA ($a/h > 1/3$) Y POLARIZADA.

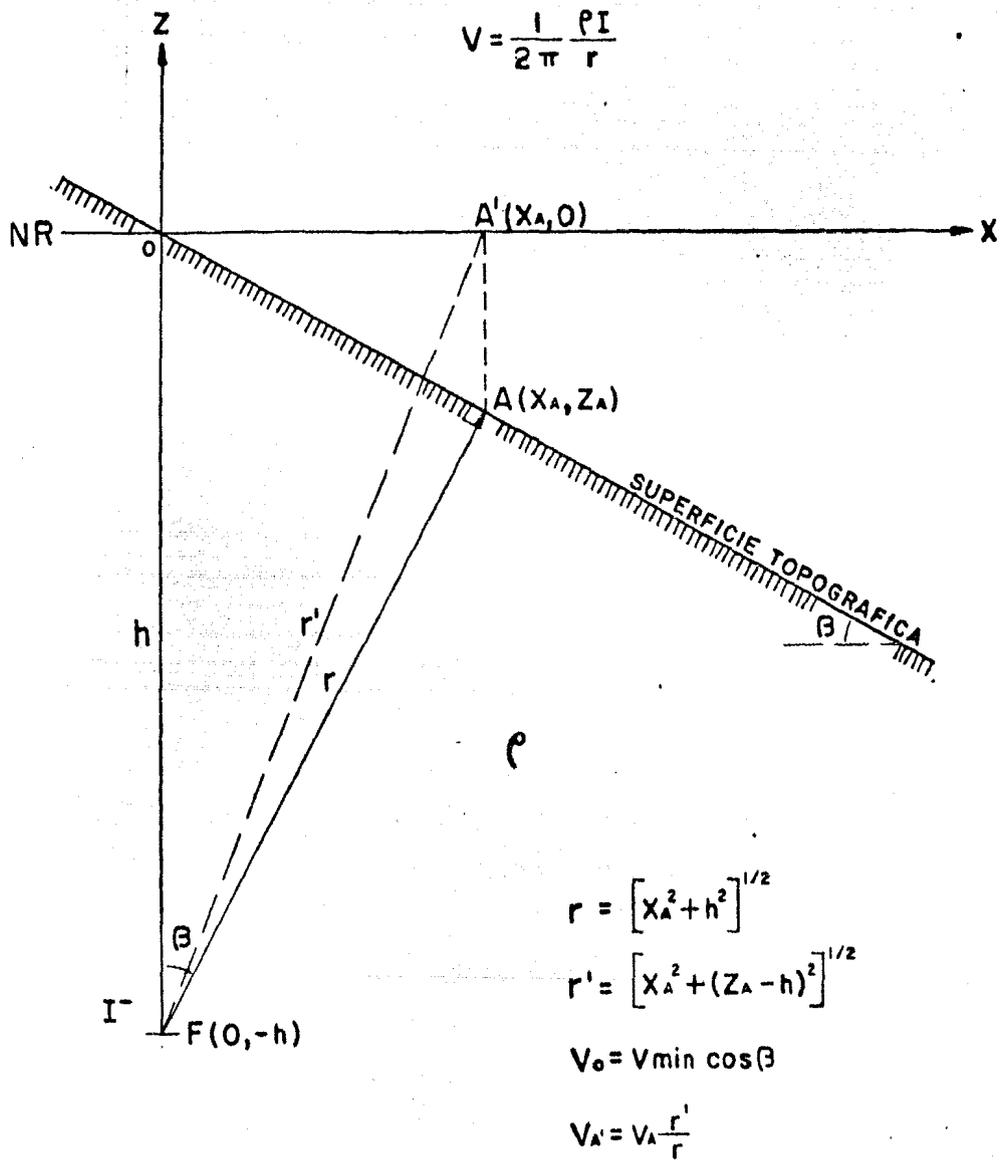


FIG. II.5.1. DISTRIBUCION DE PARAMETROS EN ANOMALIAS MONOPOLARES.

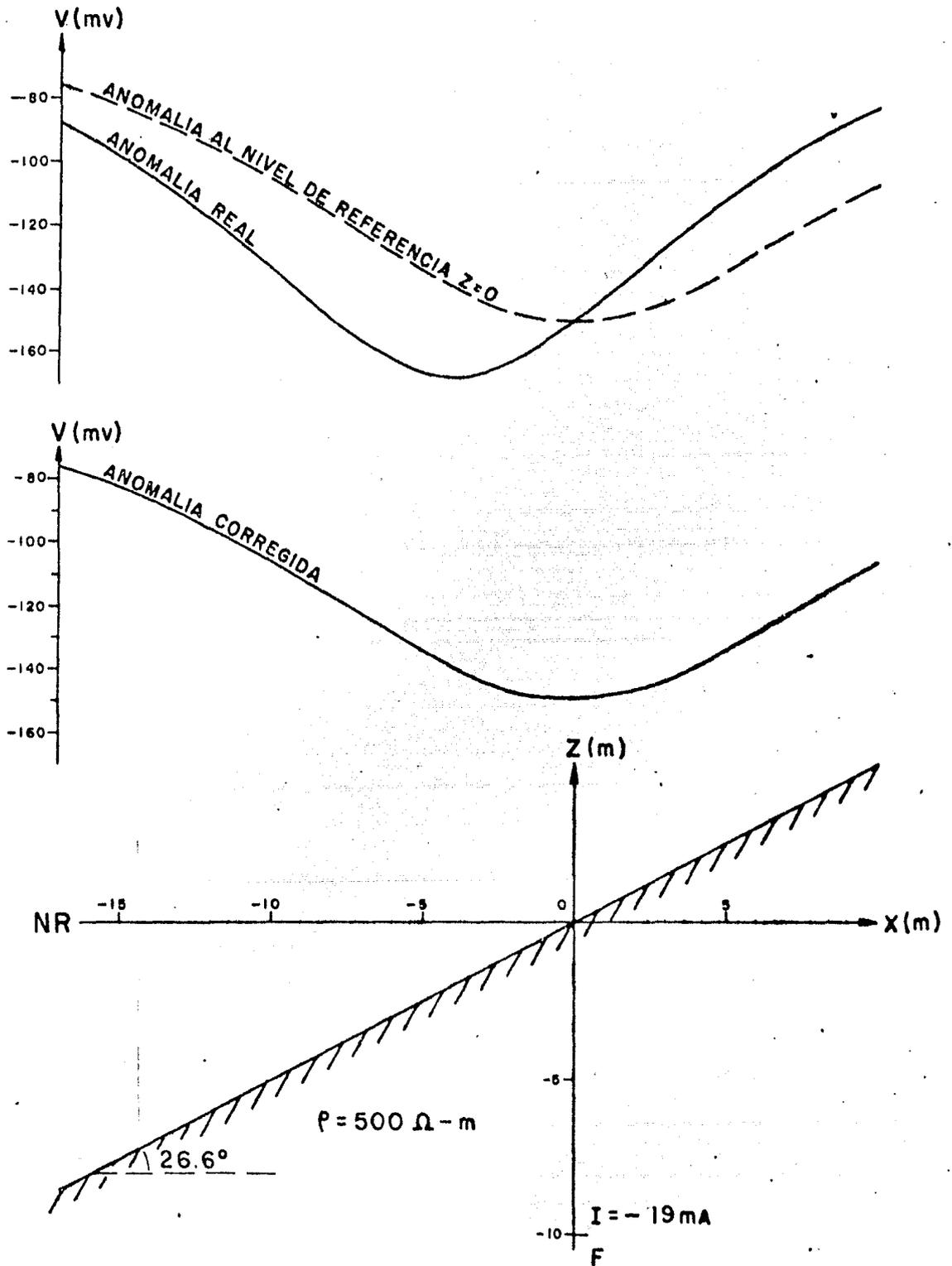
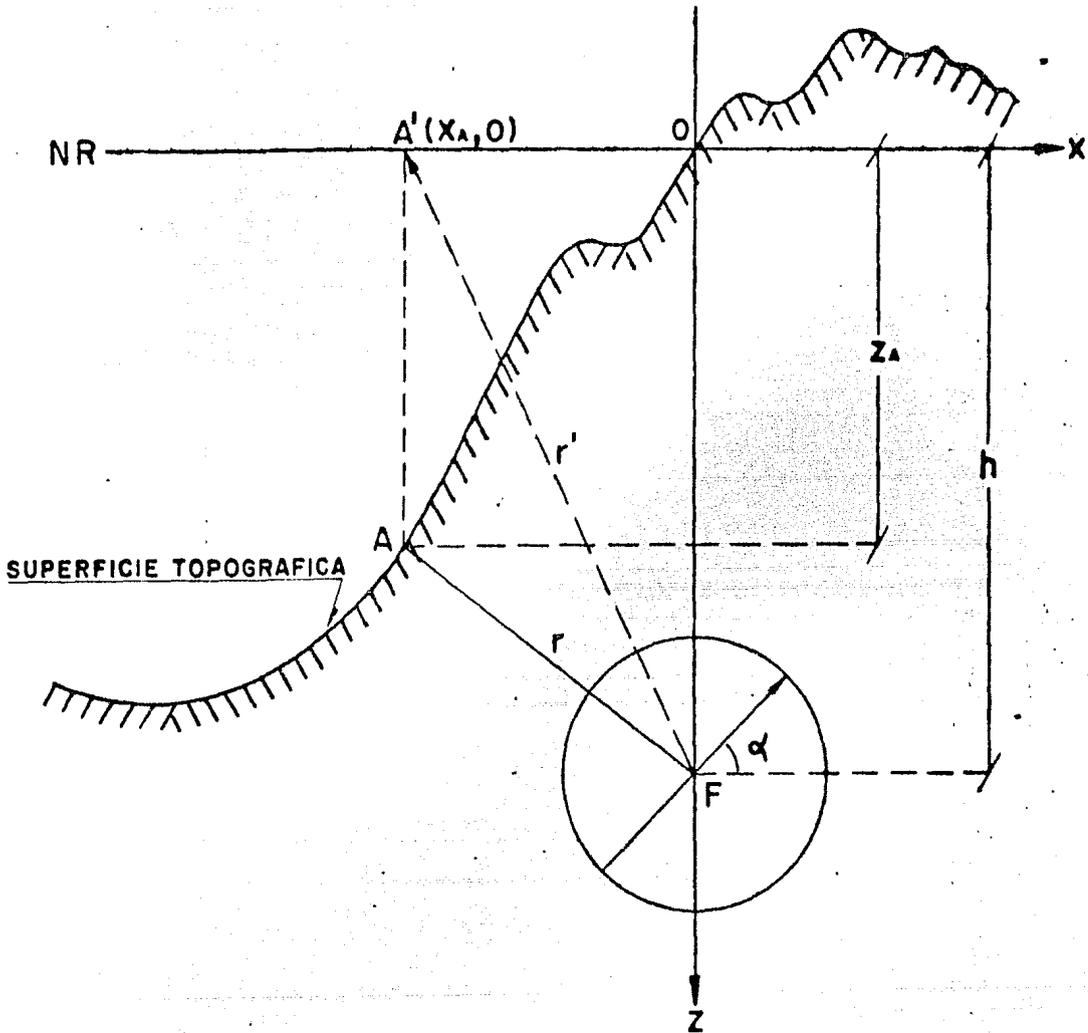


FIG. II. 5. 2. CORRECCION TOPOGRAFICA DE UNA ANOMALIA MONOPOLAR EN SP.



$$V_A = M \frac{X_A \cos \alpha - (h - z_A) \sin \alpha}{r^3}$$

$$V_A \approx \frac{X_A \cos \alpha - h \sin \alpha}{X_A \cos \alpha - (h - z_A) \sin \alpha} \left(\frac{r}{r'} \right)^3$$

FIG. II. 5.3. DISTRIBUCION DE PARAMETROS EN ANOMALIAS PRODUCIDAS POR CUERPOS ESFEROIDALES.

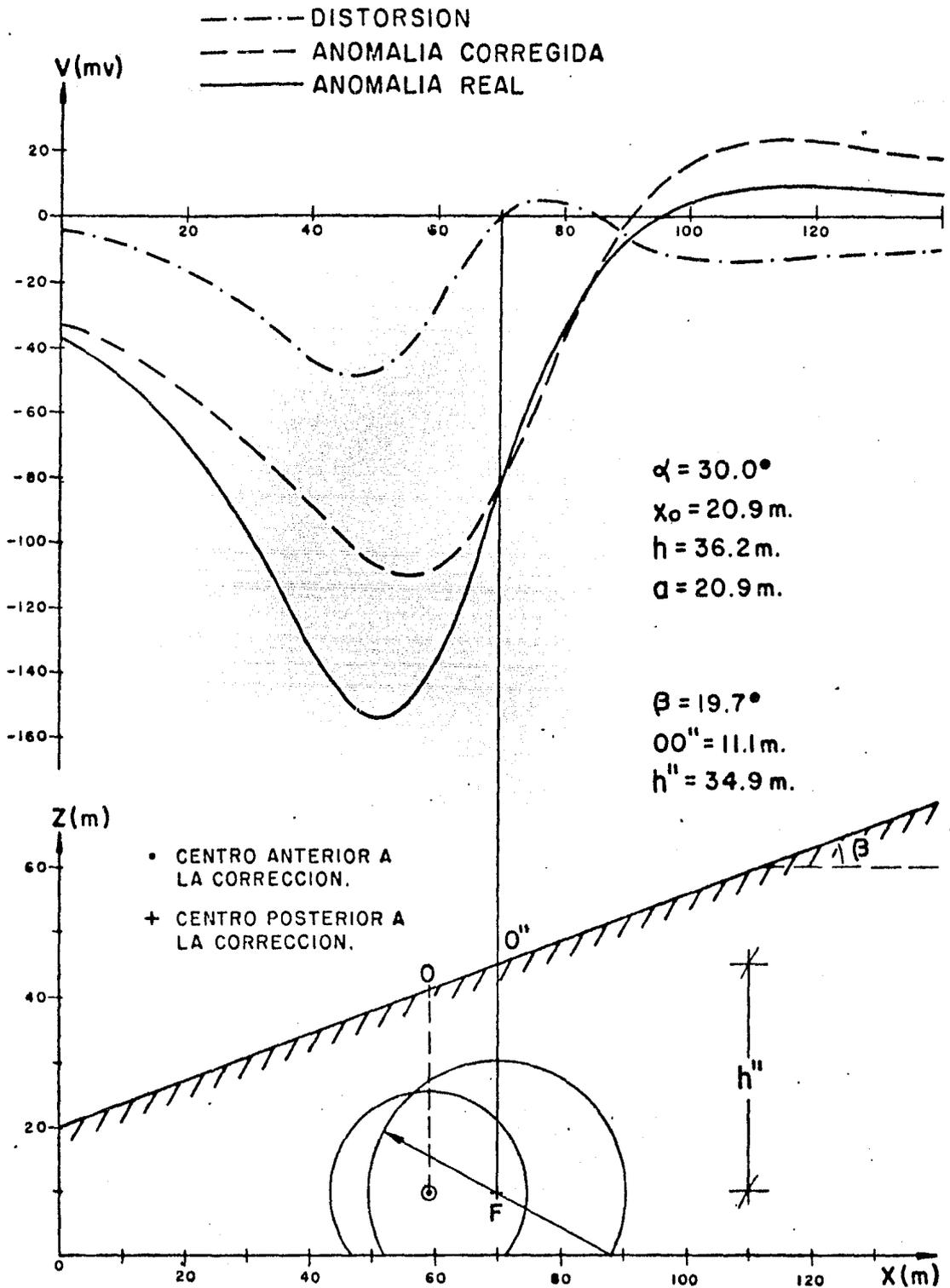
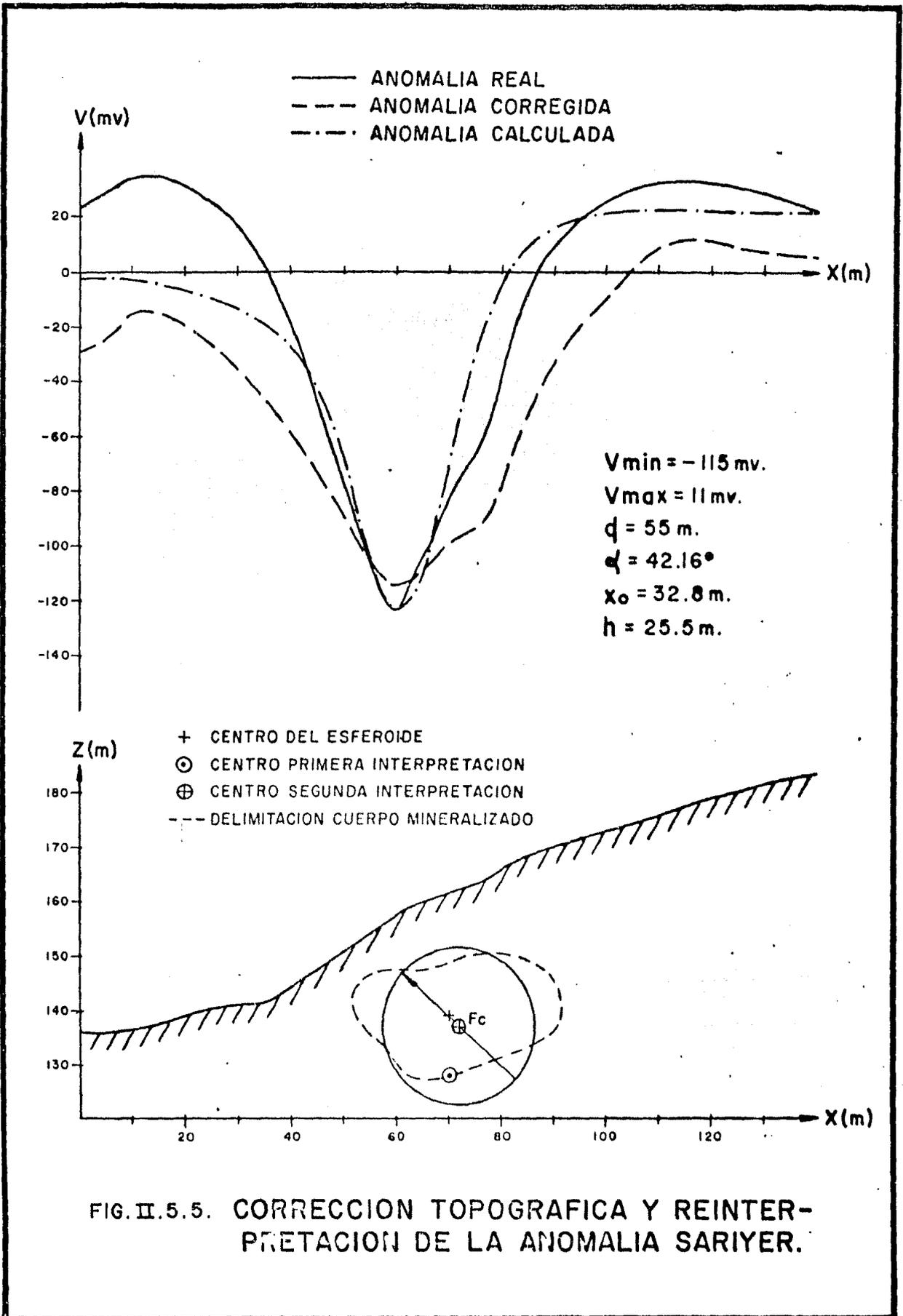


FIG. II. 5. 4. INTERPRETACION Y CORRECCION TOPOGRAFICA DE UNA ANOMALIA TEORICA EN SP.



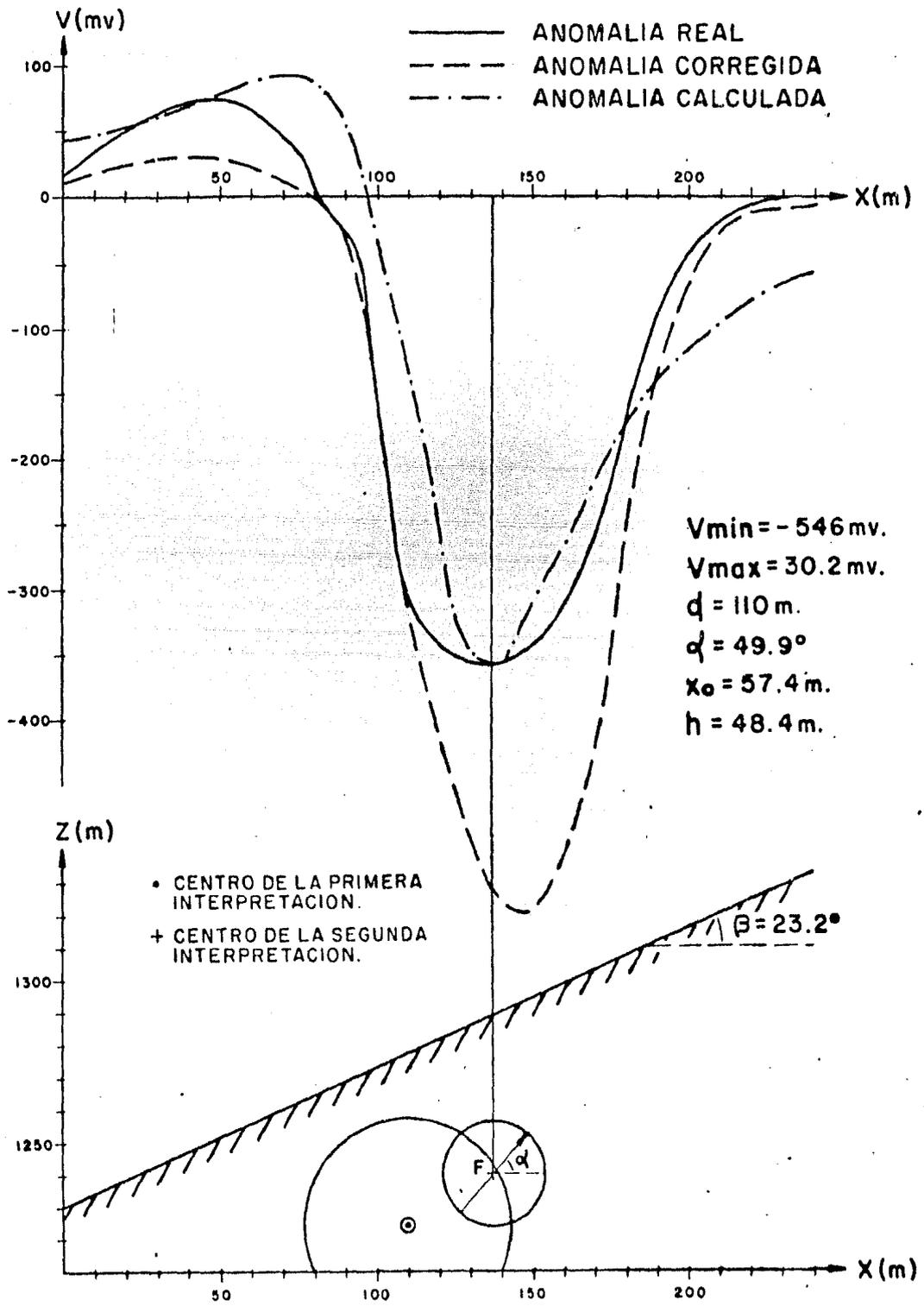


FIG. II. 5. 6. CORRECCION TOPOGRAFICA E INTERPRETACION DE LA ANOMALIA WEISS.

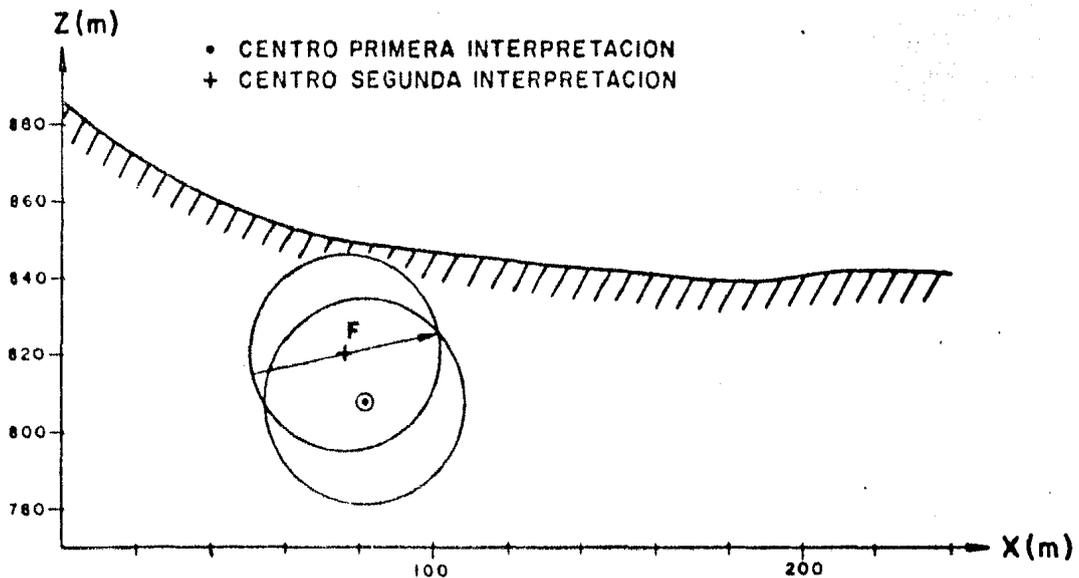
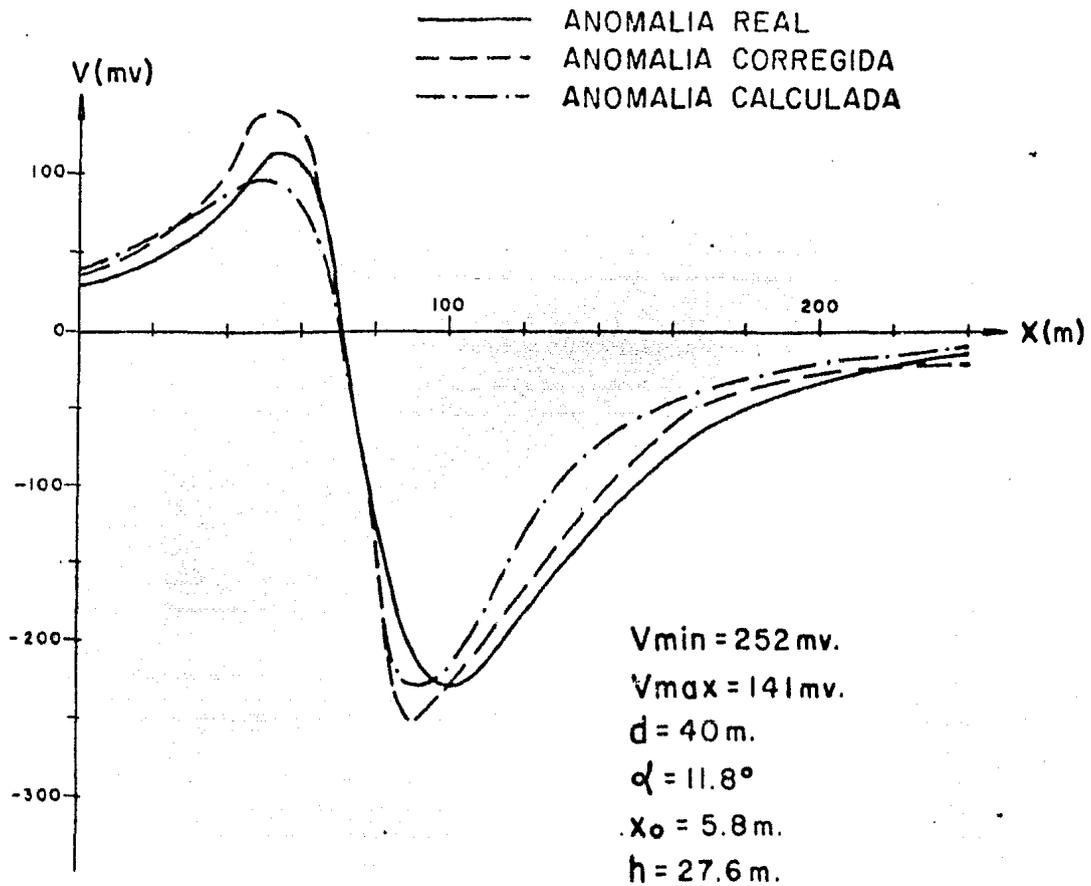


FIG. II. 5.7. CORRECCION TOPOGRAFICA E INTERPRETACION DE LA ANOMALIA SÜLLEYMANKÖY.

CAPITULO III

EFFECTOS TOPOGRAFICOS EN METODOS DE CORRIENTE DIRECTA

" Probablemente, ningún otro grupo de métodos geofísicos se ve tan adversamente afectado por la topografía y las condiciones cercanas a la superficie, como los métodos de resistividad en corriente continua. "

Grant y West, 1965.

III.1. CAMPOS ELECTRICOS

En DC, un campo eléctrico se forma al introducir corriente al subsuelo a través de un par de electrodos conectados a un motogenerador o transmisor. El campo eléctrico así formado, es monitoreado por otro par de electrodos que miden las diferencias de potencial. Existen 3 regiones en las que se puede hacer este monitoreo: la región del campo uniforme, la región del campo polar y la región del campo dipolar, como se ilustra en la figura (III.1.1)

Al ordenamiento que guardan entre sí los electrodos de potencial y de corriente, se le denomina configuración electródica o arreglo electródico. Existen diferentes tipos de arreglos diseñados para operar en alguna de las 3 regiones. A continuación mencionaré brevemente, los arreglos principales que se usan en Occidente.

III.1.1. ARREGLO SCHLUMBERGER

Este dispositivo es usado muy frecuentemente y emplea un par de electrodos de corriente localizados en los extremos, y suficientemente alejados de los electrodos de potencial, localizados en la región central del arreglo, tal que guarden una simetría con el centro del arreglo y una razón $< 1/5$, entre las aberturas de los dipolos de potencial y corriente, respectivamente. La figura (III.1.2a) muestra gráficamente este dispositivo.

Las ventajas de este arreglo son dos: facilidad y economía en el trabajo de campo, debido a que los electrodos de potencial casi permanecen estáticos mientras que los de corriente son

los que se distancian, y segunda, mayor penetración de la corriente eléctrica debido a la gran separación de los electrodos de corriente.

La mayor desventaja, inherente al método, es su poca habilidad para detectar cuerpos conductores verticales, dado que no existe distorsión de las líneas equipotenciales, manteniéndose éstas paralelas al perfil topográfico y otorgando menor resolución que otros métodos, sobretodo si el cuerpo vertical es delgado.

III.1.2. ARREGLO WENNER

Este arreglo es de uso muy común y emplea dos electrodos de potencial centrados simétricamente entre dos electrodos de corriente, como se ilustra en la figura (III.1.2b). La distancia "a" entre cada electrodo es constante.

El arreglo Wenner puede ser usado en dos formas: como una herramienta transversal para buscar inhomogeneidades laterales, o como un arreglo en expansión para detectar inhomogeneidades verticales.

Para el caso transversal, todos los electrodos se mueven de estación a estación sobre la superficie, generalmente en pasos de una unidad "a". La resistividad aparente obtenida en cada movimiento es graficada, junto con el gradiente del potencial, contra la posición; suponiendo que la posición corresponde al punto medio del arreglo entre los electrodos N y M.

Cuando el arreglo se expande para sondear inhomogeneidades verticales, el punto central del arreglo permanece inalterable, y la resistividad aparente es graficada contra la abertura "a".

En general, este arreglo es más susceptible a variaciones laterales que el Schlumberger, debido a que su campo eléctrico central es menos uniforme. Esto se convierte en una ventaja cuando se trata de prospeccionar cuerpos de forma vertical.

El trabajo de campo es laborioso, ya que implica mover los 4 electrodos a la vez, sin embargo su penetrabilidad es grande comparada con la de otros dispositivos.

III.1.3. ARREGLO POLO - DIPOLO

El arreglo electródico polo-dipolo difiere de los arre-

glos anteriores en que uno de los electrodos de corriente está en el área de interés, mientras que el otro está instalado en una estación remota, tal que la distancia entre ellos es prácticamente infinita. La distribución del campo potencial alrededor del polo singular es medido por los electrodos de potencial y los datos presentados en una de las siguientes dos formas: cada electrodo de corriente es mantenido en una localización y toda el área alrededor es examinada, como se indica en la figura --- (III.1.2c); o bien, el electrodo de corriente y los dos electrodos de potencial son transversales al cuerpo anómalo, constituyendo solamente una línea. En el primer caso, los datos son presentados como configuraciones de líneas de iso-resistividad aparente; mientras que en el último caso, los datos son presentados como un perfil de resistividad aparente contra posición del centro de los electrodos de potencial.

El uso de este arreglo ofrece las siguientes dos ventajas: facilidad y economía en el trabajo de campo y gran precisión en la búsqueda de cuerpos u oquedades subterráneas.

Sus principales desventajas son: poca penetrabilidad y mayor influencia de variaciones laterales.

III.1.4. ARREGLO DIPOLO-DIPOLO

El arreglo dipolo-dipolo es una configuración transversal diseñada primariamente para localizar inhomogeneidades laterales, y es en la actualidad una de las más populares herramientas de exploración, especialmente cuando lo usamos como arreglo básico para un reconocimiento de polarización inducida.

Como se ilustra en la figura (III.1.2d), los electrodos de potencial miden la distribución del campo potencial fuera del dipolo electródico de corriente. Ambos dipolos tienen el mismo espaciamiento "a", y las medidas son hechas en línea recta para distancias entre los dos dipolos de NA , donde N generalmente varía de 1 a 4.

Como para cada posición del dipolo potencial N varía de 1 a 4, la resistividad aparente medida se exhibe en forma de una pseudo-sección, en donde los valores de medida son punteados en la intersección de líneas dibujadas a 45° y 135° , de inclinación, que parten de los puntos centrales de los dipolos electródicos de corriente y potencial. Como su nombre lo indica, una pseudo-sección no puede ser relacionada directamente con la sección geológica, sobre la cual las resistividades son mapeadas, sino que se debe de hallarse en ella alguna relación, a la distribución de los valores de resistividad, que corresponda con la sección geológica.

La mayor ventaja de éste método es su resolución y habilidad para detectar cuerpos verticales o inclinados, contactos de rocas o diques conductores, típicos de zonas de contacto de depósitos minerales. Su mayor desventaja es la falta de profundidad de penetración debido al decaimiento tan rápido del campo potencial.

III.1.5 DISPOSITIVO DE GRADIENTE

En este arreglo los dos electrodos de corriente están permanentemente colocados muy lejos uno del otro (2 ó 3 km), -- manteniendo los electrodos de potencial en la zona central de interés, como se ilustra en la figura (III.1.2e).

El gradiente del potencial es medido en el área central con un espaciado entre electrodos de 5 a 10 m, hasta totalizar 50 ó 100 m. Esta configuración es una variante del arreglo Schlumberger, en el cual el espaciado entre los electrodos de potencial es 1/5 parte o menos del espaciado entre los electrodos de corriente.

En el arreglo de gradiente se supone, que debido al --- gran espaciado entre los electrodos de corriente, el campo eléctrico en el área central es uniforme, a menos que algunas inhomogeneidades locales lo distorsionen. Así, el gradiente del potencial, en el área central, indicará las desviaciones del campo eléctrico con respecto al caso homogéneo.

Las ventajas del dispositivo de gradiente son dos: por un lado, facilidad y economía en el trabajo de campo dado que solamente los electrodos de potencial son movidos; y por otra, -- debido al gran espaciado de los electrodos de corriente, -- hay una mayor penetración de la corriente eléctrica, por lo que el método profundiza.

Generalmente, los datos se muestran como resistividad -- aparente contra posición del centro del dipolo eléctrico de potencial. Como se mostrará en la siguiente sección, este arreglo es el más fácil para modelar analítica y numéricamente.

La mayor desventaja de este arreglo es su poca habilidad para detectar cuerpos conductores verticales, para los cuales mentirían las líneas equipotenciales paralelas, pues no mostrarían distorsión.

En las tablas C2 y C3, del apéndice C, se han compendiado los resultados analíticos de modelos regulares establecidos en los campos uniforme y polar. Posteriormente haré referencia a

estos apéndices.

III.1.6. EL METODO DE POLARIZACION INDUCIDA

Este método consiste en determinar resistividades aparentes a dos diferentes frecuencias, y calcular el porcentaje del efecto de frecuencia (PFE) y el Factor Metal (MF) de acuerdo con las ecuaciones:

$$PFE = \frac{\rho_{DC} - \rho_{AC}}{\rho_{DC}} \times 100 \quad \dots (III.1.1)$$

$$MF = 2\pi \left(\frac{1}{\rho_{AC}} - \frac{1}{\rho_{DC}} \right) \times 10^5 \quad \dots (III.1.2)$$

en donde ρ_{DC} y ρ_{AC} son las resistividades aparentes a baja y alta frecuencia, respectivamente.

Hay un segundo método que emplea una alternancia de pulsos eléctricos y mide su decaimiento con el tiempo, para calcular los parámetros de cargabilidad (M) y efecto de frecuencia (FE), de acuerdo con las siguientes expresiones:

$$M = \frac{V_s}{V_p} \times 1000 \quad \dots (III.1.3)$$

$$FE = \frac{M}{1+M} \quad \dots (III.1.4)$$

en donde V_s y V_p son los potenciales secundario y primario de los pulsos, respectivamente. Desgraciadamente, este segundo método no se considerará en esta tesis.

Cualquiera de los arreglos electródicos, mencionados -- anteriormente para calcular la resistividad aparente de las rocas, puede ser usado para medir la polarización inducida, con solo hacer medidas a dos frecuencias diferentes. Sin embargo, en la práctica el método se ha limitado al arreglo dipolo-dipolo, y los datos han sido presentados como pseudo-secciones de PFE y MF.

La selección de las frecuencias está gobernada por el - deseo de obtener la máxima polarización inducida, puesto que a - más bajas frecuencias, mayor es el ruido telúrico inducido en - el espectro del campo natural terrestre. Por lo que es común, - en la práctica emplear frecuencias de 0.3 y 5 hz, las cuales -- son suficientemente bajas para evitar los efectos de inducción, y suficientemente altas, para evitar los efectos de las corrien - tes telúricas. En el mercado existen equipos capaces de generar a 6 diferentes frecuencias.

III.2. MODELADO EN RESISTIVIDAD

Definición.- La resistividad es una propiedad intrínseca de la materia, que cuantifica la dificultad que tiene la corriente eléctrica para fluir a través de un medio.

Operacionalmente se define como:

$$\rho = \frac{RA}{L} = \frac{1}{\sigma} \quad \dots \text{(III.2.1)}$$

en donde R es la resistencia en ohms de un material de área --- transversal A, y longitud L; mientras que σ es la conductivi-- dad eléctrica en mhos/m.

El modelado en resistividad se usa para todos aquellos problemas geoelectrónicos que no pueden resolverse de una manera - analítica.

El problema de la corrección topográfica en DC, es un - problema que no se puede modelar analíticamente y es necesario emplear técnicas numéricas para una solución aproximada.

Básicamente existen 3 tipos de modelado en resistividad modelado por elemento finito, modelado a través de un sistema - de ecuaciones y modelado por relajación o diferencias finitas.

El primer tipo emplea mucha capacidad y tiempo de máqui - na, aunque sus resultados son muy precisos. Fue introducido por primera vez en 1971 por el Dr. Coggon (1), y posteriormente em - pleado por varios autores, entre ellos Fox, R., Hohmann, G. y - Rijo, L. (2). Desafortunadamente excede los límites de ésta --- tesis y solo se les hará referencia.

El segundo tipo de modelado establece las condiciones - geométricas, conductividades y campos potenciales en una malla. Establece un sistema de ecuaciones interdependientes y lo re---

suelve en función de los potenciales para cada nodo de la malla y una posición de la fuente de corriente. Tiene la gran ventaja de que solamente es necesario invertir una sola vez la matriz del sistema, por lo que la distribución potencial para las diferentes posiciones de la fuente, se logra fácilmente a través de un producto de matrices, sin tener que establecer e invertir la matriz para cada posición de la fuente. Necesita mucha capacidad pero poco tiempo de máquina. Fue introducido por primera vez en 1976 por Dey y Morrison (3), y posteriormente, en 1978, empleado por Ishrad Mufti (4). El programa MUFTI, que aparece en apéndice F, discutirá en detalle este tipo de modelado posteriormente.

El más elemental tipo de modelado, en resistividad, es el del tercer tipo y se debe a Frede Jepsen (5), quien en 1969 introdujo los principios geoelectricos al método de relajación. En este método, la computadora es programada para evaluar sucesivamente los potenciales de los nodos interiores, superiores e inferiores de la malla. Para empezar, los potenciales en todos los nodos desconocidos valen cero; la computadora considera --- cada nodo en turno, se reevalúa el potencial en el nodo en función de sus vecinos y se guarda este nuevo valor de potencial en lugar del anterior. Los límites izquierdo y derecho permanecen inalterables como se especificaron por la condición de frontera de Dirichlet, mientras que los nodos desconocidos relajan o convergen a sus correctos potenciales. El control del proceso iterativo se mantiene a través del residuo, el cual se define como el cambio máximo entre el anterior y el nuevo valor de potencial, en cada nodo, para una recorrida completa de la rejilla. El método emplea poca capacidad y poco tiempo de máquina, por lo que considero es el más adecuado para los fines de esta tesis. Además, su precisión no decrece ya que fue probado para interpolar un campo armónico, en la tesis del Ing. Adolfo Vázquez (6), comparando los resultados con los del Kriging Universal. Las interpolaciones fueron idénticas salvo una cierta anomalía local. En el apéndice B se discute el método de relajación con más detalle; asimismo, en el programa RELMUF se mencionará más operativamente su funcionamiento y las causas del por qué es el método más adecuado para realizar el modelado de corrección topográfica en DC.

III.2.1. METODO DE RELAJACION EN RESISTIVIDAD

El método de relajación, también conocido como el método de las diferencias finitas, consiste en la solución numérica de la ecuación de Laplace, sobre una región, cuando se conocen los valores del potencial en las fronteras que la delimitan --- (ver apéndice B).

Por otro lado, la distribución de corriente, en esa región, está gobernada por la ecuación de continuidad:

$$\nabla \cdot \bar{J} + \frac{\delta \lambda}{\delta t} = 0 \quad \dots \text{(III.2.2)}$$

en donde \bar{J} = vector densidad de corriente eléctrica.
 λ = densidad de carga eléctrica.

$$\text{Además,} \quad \bar{J} = \sigma \bar{E} \quad \dots \text{(III.2.3)}$$

$$\bar{E} = -\nabla \phi \quad \dots \text{(III.2.4)}$$

Entonces, la ecuación de continuidad puede escribirse, para el caso bidimensional, como:

$$\frac{\delta}{\delta x} \left\{ \sigma(x, z) \frac{\delta \phi}{\delta x} \right\} + \frac{\delta}{\delta z} \left\{ \sigma(x, z) \frac{\delta \phi}{\delta z} \right\} = \frac{\delta \lambda}{\delta t} \quad \dots \text{(III.2.5)}$$

ecuación que describe la distribución del campo potencial en cualquier modelo con valores de frontera.

En el caso de que la fuente esté en un punto singular de coordenadas (x_0, z_0) , como un simple electrodo en la superficie de la tierra, el término de la fuente puede escribirse, a través de la función de la delta de Dirac, como:

$$\frac{\delta \lambda}{\delta t} \delta(x_0) \delta(z_0) \quad \dots \text{(III.2.6)}$$

Si el medio es homogéneo, la ecuación (III.2.5) representa la ecuación de Poisson:

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{\sigma} \frac{\delta \lambda}{\delta t} \quad \dots \text{(III.2.7)}$$

Si el modelo está libre de fuentes, obtenemos la ecuación de Laplace:

$$\frac{\delta}{\delta x} \left\{ \sigma \frac{\delta \phi}{\delta x} \right\} + \frac{\delta}{\delta z} \left\{ \sigma \frac{\delta \phi}{\delta z} \right\} = 0 \quad \dots \text{(III.2.8)}$$

ecuación que de acuerdo con el apéndice A y considerando la figura (III.2.1a) puede desglosarse como:

$$\sigma \frac{\delta \phi}{\delta x} \Big|_{x=L} = \frac{\sigma_1}{L} (\phi_1 - \phi_0) \quad \dots \text{(III.2.9)}$$

análogamente:
$$\sigma \frac{\partial \phi}{\partial x} \Big|_{x=-L} = \frac{\sigma_3}{L} (\phi_0 - \phi_3) \quad \dots \text{(III.2.10)}$$

consecuentemente:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left\{ \sigma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right\} \Big|_{x=0} \approx \frac{\sigma_1 (\phi_1 - \phi_0)/L - \sigma_3 (\phi_0 - \phi_3)/L}{L} \quad \dots \text{(III.2.11)}$$

$$\approx [\sigma_1 \phi_1 + \sigma_3 \phi_3 - (\sigma_1 + \sigma_3) \phi_0] / L^2 \quad \dots \text{(III.2.11)}$$

y por la misma razón:

$$\frac{\partial}{\partial z} \left\{ \sigma \frac{\partial \phi}{\partial z} \right\} \Big|_{z=0} \approx [\sigma_2 \phi_2 + \sigma_4 \phi_4 - (\sigma_2 + \sigma_4) \phi_0] / L^2 \quad \dots \text{(III.2.12)}$$

Entonces, la ecuación de Laplace (III.2.8) se puede escribir como:

$$\nabla^2 \phi \Big|_0 \approx \frac{1}{L^2} [\sigma_1 \phi_1 + \sigma_2 \phi_2 + \sigma_3 \phi_3 + \sigma_4 \phi_4 - (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4) \phi_0] = 0 \quad \dots \text{(III.2.13)}$$

De donde se desprende que el potencial en el nodo central es función de los potenciales y conductividades de los nodos que lo rodean, de acuerdo con la expresión:

$$\phi_0 = \frac{\sigma_1 \phi_1 + \sigma_2 \phi_2 + \sigma_3 \phi_3 + \sigma_4 \phi_4}{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 + \sigma_4} \quad \dots \text{(III.2.14)}$$

la cual describe el potencial en un intervalo nodal de un medio no homogéneo, en términos de los potenciales de los nodos en de rredor y de las conductividades que hay entre ellos, como se - aprecia en la figura (III.2.1a). El uso de la ecuación (III.2.14) permite calcular las anomalías de inhomogeneidades de forma arbitraria al especificar las conductividades anómalas, para las apropiadas líneas internodales del modelo, y obtener la solu--- ción por el método de relajación. En la figura (III.2.1), tam-- bién se muestran algunos otros tipos de estrellas irregulares - usados en los modelos de relajación.

III.2.2 CONDICIONES DE FRONTERA

Una región en la que se satisfacen las ecuaciones de - Poisson o de Laplace, está sujeta a las siguientes dos condicio nes universales de frontera:

a) La condición de Dirichlet, que establece que el potencial es continuo en la superficie de frontera, y que operacionalmente se representa como:

$$\phi = g(x, y, z) \text{ sobre } S, \quad \dots \text{ (III.2.15)}$$

en donde $g(x, y, z)$ es una función continua de posición.

b) La condición de Newmann, que establece que la componente normal del vector densidad de corriente J , debe ser también continua, y que operacionalmente se representa como:

$$\frac{\delta \phi}{\delta n} = h(x, y, z) \text{ sobre } S, \quad \dots \text{ (III.2.16)}$$

donde $h(x, y, z)$ es una función continua de posición y \bar{n} es la normal unitaria de S .

En el caso particular del modelado geoelectrico por corriente continua, estas dos condiciones deben de satisfacerse en cualquier frontera que separe dos medios de diferente conductividad (7).

Para las mallas utilizadas en los modelos de relajación también se tienen en cuenta estas condiciones:

La condición de Dirichlet se establece en las fronteras izquierda y derecha, asignando a cada nodo un potencial específico de acuerdo con su condición límite, esto es, despreciando los campos secundarios propios de los cuerpos anómalos, y considerando únicamente los potenciales del campo primario generado por los electrodos.

La condición de Newmann se especifica en las fronteras superior e inferior del modelo, a través de las cuales no puede haber flujo de corriente, es decir:

$$\bar{n} \cdot \bar{J} = \sigma \bar{n} \cdot \nabla \phi = 0 \quad \dots \text{ (III.2.17)}$$

y por lo tanto, en la frontera $Z=0$, la condición de Newmann queda establecida por la ecuación:

$$\left. \frac{\delta \phi}{\delta z} \right|_{z=0} = 0 \quad \dots \text{ (III.2.18)}$$

condición que en el modelo equivale a poner un renglón de nodos imaginarios, fuera del modelo, con valores de potencial iguales a los de los nodos opuestos que están dentro del modelo. Esto para evitar que haya flujo de corriente a través de la frontera.

El potencial en la frontera superior es entonces:

$$\phi_0 = \frac{\phi_1 + 2\phi_2 + \phi_3}{4} \quad \dots \text{ (III.2.19)}$$

en donde ϕ_4 (fuera del modelo) tiene igual valor que ϕ_2 (dentro del modelo), bajo las condiciones de frontera especificadas por la ecuación (III.2.18), y como se ilustra en la figura (III.2.-1b).

Similarmente, el potencial a lo largo del límite inferior es:

$$\phi_0 = \frac{\phi_1 + \phi_3 + 2\phi_4}{4} \quad \dots \text{ (III.2.20)}$$

La condición de Newmann requiere la revaluación de los nodos frontera con cada iteración, mientras que la condición de Dirichlet asume que los nodos frontera influyen en la distribución interna del potencial, pero permanecen invariables en la frontera (8).

En los modelos de relajación, los campos primarios son inducidos en dos formas: a través de las condiciones frontera o por medio de puntos fuente; mientras que los campos secundarios, propios de las inhomogeneidades, se asume que valen cero en las fronteras izquierda y derecha de los modelos.

III.2.3. PROGRAMA REL2D

Este programa realiza el proceso de relajación, en dos dimensiones, en una región rectangular de I_x por I_z nodos, y -- con las condiciones de frontera expuestas anteriormente.

En todo modelo de relajación, el ancho y largo de la -- red, la densidad de la malla, la tolerancia de relajación y las propias condiciones de frontera, son factores importantes en la solución final.

En general, los modelos estudiados se corrieron en ma-- llas de 11×21 nodos, con una tolerancia $TOL=0.001$ y un tiempo de procesado, en el minip procesador HP9845B, de aproximadamente 5 min.

En el programa existen dos variables: CONX y CONZ, las cuales se usan separadamente para especificar las conductividades en cada una de las dos direcciones. Esto permite el modelado de cualquier cuerpo de forma arbitraria, así como de conduc-

tividades anisotrópicas.

Lo que es de particular interés, es el gradiente del potencial a lo largo del límite superior, dado que es equivalente al voltaje que es medido por un arreglo de electrodos de potencial sobre la superficie, y por consiguiente, a la resistividad aparente, dado que $\rho \propto \Delta V$.

El gradiente de potencial horizontal, se obtiene tomando las diferencias de potencial entre nodos sucesivos sobre el límite superior. La diferencia es entonces normalizada y graficada como la ordenada contra la abscisa x , equivalente al punto medio entre cada par de nodos.

Teóricamente, el programa se comprobó con dos tipos de anomalías: la que produce una lente semicilíndrica conductora - parcialmente enterrada, y la anomalía que produce un cuerpo laminar, conductor e inclinado en un campo uniforme. Analíticamente, la ecuación de estas anomalías se muestran en la tabla C2 del apéndice C. Los resultados modelados fueron los siguientes:

a) Lente semicilíndrica.- La figura (III.2.1a) muestra el modelo analítico de la lente semicilíndrica de longitud infinita. La anomalía ha sido calculada a partir de la ecuación dada por Van Nostrand y Cook, y que aparece en la tabla C2 del apéndice C.

La figura (III.2.2b) muestra el modelo de relajación -- usado para simular la lente semicilíndrica y su anomalía computada.

Como se puede apreciar, de la comparación de ambas anomalías, la única diferencia que existe entre las dos es el redondeamiento de la anomalía al terminar el cilindro, y esto es atribuible a la naturaleza finita del modelo de relajación que simula burdamente los contactos de los cuerpos modelados.

b) Dique inclinado.- De los modelos analíticos encontrados en la bibliografía, solamente existe uno análogo al dique inclinado y es el de la barra conductora en un campo uniforme, cuya solución analítica ha sido desarrollada por Grant y West (9)

La figura (III.2.3a) muestra la anomalía de campo eléctrico de una barra conductora inclinada 60° en un campo uniforme; mientras que la figura (III.2.3b), representa la anomalía - computada por el método de relajación de una barra inclinada - 63° en un campo uniforme. La solución analítica supone una conductividad infinita para la barra, mientras que la solución por relajación específica que la barra tiene 10,000 más conductividad que el de la roca encajonante. Fue conveniente modelar un -

dique inclinado 63° , dado que tiene una simple fórmula en la rejilla cuadrada: dos unidades abajo y una lateral.

La comparación de las anomalías analítica y computada presenta ciertas diferencias debido a las siguientes causas:

i) la inclinación en el modelo analítico es de 60° mientras que en el de relajación de 63° .

ii) el contraste de conductividad del modelo analítico es infinito, mientras que en el de relajación de 10,000.

iii) el espesor de la barra en el modelo analítico es despreciable, mientras que en el modelo de relajación la conductividad registrada tiene influencia en media unidad.

Tomando en cuenta estas restricciones, el empalme entre las dos anomalías puede considerarse muy bueno, maxime si consideramos que en la práctica, cualquier interpretación de los datos reales de campo debe de tratar de usar la solución analítica como una guía para deducir sus verdaderas condiciones geológicas, y no simplificar el problema en el modelado de unos -- cuantos parámetros.

III.2.4. PROGRAMA MUFTI

Al igual que el programa anterior, este programa calcula la distribución del potencial eléctrico en una rejilla rectangular de I_x por I_z nodos, pero usando el algoritmo dado por ---- Irshad Mufti (9), el cual proporciona las siguientes ventajas al trabajar con los sondeos geoelectricos:

i) el tamaño de las celdas es variable, tanto vertical como horizontalmente.

ii) no es necesario hacer una corrida para cada posición de los electrodos de corriente, como se requiere en el programa REL2D para modelar sondeos geoelectricos, sino que es suficiente con hacer una multiplicación de matrices para cada posición de los electrodos fuente.

En este programa, la ecuación de Poisson (III.2.5) se -- representa a través de sus potenciales nodales como:

$$\alpha_E V_E + \alpha_N V_N + \alpha_W V_W + \alpha_S V_S - \alpha_P V_P = q_p \quad \dots \text{ (III.2.21)}$$

en donde los coeficientes de conductividad α , están definidos por las expresiones:

$$\alpha_E(i,j) = \frac{\sigma(i,j) + \sigma(i,j+1)}{2} \left(\frac{1}{h_E} \right) \left(\frac{h_N + h_S}{2} \right) \quad \dots \text{ (III.2.22)}$$

$$\alpha_N(i,j) = \frac{\sigma(i,j) + \sigma(i-1,j)}{2} \left(\frac{1}{h_N} \right) \left(\frac{h_E + h_W}{2} \right) \quad \dots \text{ (III.2.23)}$$

$$\alpha_W(i,j) = \frac{\sigma(i,j) + \sigma(i,j-1)}{2} \left(\frac{1}{h_W} \right) \left(\frac{h_N + h_S}{2} \right) \quad \dots \text{ (III.2.24)}$$

$$\alpha_S(i,j) = \frac{\sigma(i,j) + \sigma(i+1,j)}{2} \left(\frac{1}{h_S} \right) \left(\frac{h_E + h_W}{2} \right) \quad \dots \text{ (III.2.25)}$$

$$\alpha_P(i,j) = \alpha_E(i,j) + \alpha_N(i,j) + \alpha_W(i,j) + \alpha_S(i,j) \quad \dots \text{ (III.2.26)}$$

mientras que el término fuente q , está representado por:

$$q_p = q(i,j) \left(\frac{h_E + h_W}{2} \right) \left(\frac{h_N + h_S}{2} \right) \quad \dots \text{ (III.2.27)}$$

Los parámetros h_e , h_n , h_w y h_s están delimitados por las longitudes de las celdas; mientras que $\sigma(i,j)$ representa la conductividad para cada una de ellas, como se representa en la figura (III.2.4).

El programa MUFTI se comprobó teóricamente para un modelo estratigráfico de 3 capas horizontales, con las siguientes relaciones de resistividad y espesor:

$$E_1 : E_2 : E_3 :: 1.0 : 3.0 : 00$$

$$\rho_1 : \rho_2 : \rho_3 :: 1.0 : 0.2 : 5.0$$

La figura (III.2.5) muestra el registro de campo, utilizado en C.F.E., para calcular los SEV en la modalidad Schlumberger. De acuerdo con este registro, se decidió calcular el sondeo Schlumberger, para el modelo de 3 capas, con las mismas medidas de largo (AB/2) y corto (MN/2) que aparecen en el primer ciclo del registro.

Para ello se utilizó una matriz nodal de 6 x 11 con las siguientes especificaciones:

- i) La fuente se colocó en el nodo $i=j=1$
- ii) El eje $j=j_{\max} = 11$ se usó como eje de simetría -- con potencial cero en cada uno de sus nodos.
- iii) Las distancias horizontales, a partir del nodo -- fuente, fueron 3,2,1,1,0.5,0.5,0.5,0.5,0.75 y 0.25 m.
- iv) Las distancias verticales, a partir del nodo fuente, fueron: 1,1,2,2 y 2 m.

La resistividad aparente es obtenida a partir de los valores de potencial de los nodos superficiales, por medio de la expresión:

$$\rho_a = \pi \left(\frac{L^2}{2L} - \frac{L}{2} \right) \frac{\Delta V}{I} \quad \dots \text{(III.2.28)}$$

en donde, para nuestro caso, $I = \text{constante} = 548 \text{ m A.}$; dado que para el nodo fuente $\rho = 100 \Omega\text{-m}$ y $V = 16,613 \text{ mv.}$

Los resultados son presentados en la figura (III.2.6), con una correspondencia muy buena con respecto a los datos analíticos calculados a partir del algoritmo de Gosh. (10).

El tiempo estimado para invertir la matriz resultante, en el miniprosesador HP9845B, fue de aproximadamente 5 seg; operación que se realiza internamente en la máquina a través de la instrucción $\text{MAT(B)} = \text{INV(A)}$. Para un sistema más grande, la inversión de la matriz se necesita hacer mediante subprogramas. Las subrutinas HECOM y HOLVE, que aparecen en el apéndice F y que están codificadas en BASIC, resuelven esta dificultad.

Desgraciadamente, este programa tiene dos inconvenientes muy serios para emplearse en la corrección topográfica de los métodos de DC:

i) No se pueden modelar varios puntos de un perfil en un miniprosesor, e inclusive en una computadora, dado que se necesita gran capacidad de almacenamiento.

ii) El programa solo funciona para topografías planas.

III.2.5. PROGRAMA RELMUF

Este programa ha sido diseñado, a partir de los programas REL2D y MUFTI, para realizar la corrección topográfica de los métodos geoelectrónicos de DC en un miniprosesor, sin tener que recurrir a la técnica del elemento finito, a una computadora y hacer incosteable el procesado por medio de algoritmos muy precisos, pero superfluos en la práctica.

El programa RELMUF, es un programa híbrido que al igual que los anteriores, resuelve la distribución del campo potencial en una región, representada por una malla, a través de los parámetros geométricos del arreglo y las condiciones de frontera especificadas. Como su nombre lo indica, realiza un proceso de relajación empleando los coeficientes de conductividad de Irshad Mufti, lo cual disminuye en mucho la capacidad de almacenamiento, otorga flexibilidad en el tamaño de las celdas y se puede modelar relieves topográficos.

El algoritmo se basa en la representación de la ecuación de Poisson (III.2.5) como función de los coeficientes de conductividad, a través de la relación (III.2.21):

$$\alpha_E \phi_E + \alpha_N \phi_N + \alpha_W \phi_W + \alpha_S \phi_S - \alpha_0 \phi_0 = I_0 \delta(x_0) \delta(z_0) \dots \text{(III.2.29)}$$

en donde $I_0 = I(l, j)(h_E + h_W)(h_N + h_S)/4$; y $\delta(x_0) \delta(z_0)$ es la función Delta de Dirac.

Para los nodos localizados fuera de los puntos fuente, la relajación del campo potencial estará gobernado por la condición:

$$\phi_0 = \frac{1}{\alpha_0} \left[\alpha_E \phi_E + \alpha_N \phi_N + \alpha_W \phi_W + \alpha_S \phi_S \right] \dots \text{(III.2.30)}$$

y en la superficie, en donde $\delta\phi/\delta z = 0$, la condición (III.2.19) - puede representarse como:

$$\phi_0 = \frac{\alpha_E \phi_E + \alpha_W \phi_W + 2\alpha_S \phi_S}{\alpha_E + \alpha_W + 2\alpha_S} \quad \dots \text{ (III.2.31)}$$

de igual manera, el potencial a lo largo del límite inferior es:

$$\phi_0 = \frac{\alpha_E \phi_E + 2\alpha_N \phi_N + \alpha_W \phi_W}{\alpha_E + 2\alpha_N + \alpha_W} \quad \dots \text{ (III.2.32)}$$

El control topográfico del perfil, se realiza tomando en cuenta que la superficie topográfica es un plano de líneas de corriente (11), que separa a dos medios de diferentes características: uno conductivo y otro aislante. De acuerdo con esto, debe de cumplir con la condición de frontera de Neumann que establece $\delta\phi/\delta z = 0$; por lo que el cálculo de las estrellas irregulares estará sujeto a las siguientes expresiones:

i) FALTA NODO N.

$$\phi_0 = \frac{\alpha_E \phi_E + \alpha_W \phi_W + 2\alpha_S \phi_S}{\alpha_E + \alpha_W + 2\alpha_S} \quad \dots \text{ (III.2.33)}$$

ii) FALTA NODO E.

$$\phi_0 = \frac{\alpha_N \phi_N + 2\alpha_W \phi_W + \alpha_S \phi_S}{\alpha_N + 2\alpha_W + \alpha_S} \quad \dots \text{ (III.2.34)}$$

iii) FALTA NODO W.

$$\phi_0 = \frac{2\alpha_E \phi_E + \alpha_N \phi_N + \alpha_S \phi_S}{2\alpha_E + \alpha_N + \alpha_S} \quad \dots \text{ (III.2.35)}$$

iv) FALTAN NODOS N Y E.

$$\phi_0 = \frac{\alpha_W \phi_W + \alpha_S \phi_S}{\alpha_W + \alpha_S} \quad \dots \text{ (III.2.36)}$$

v) FALTAN NODOS N Y W.

$$\phi_0 = \frac{\alpha_E \phi_E + \alpha_S \phi_S}{\alpha_E + \alpha_S} \quad \dots \text{ (III.2.37)}$$

El programa de relajación toma en cuenta a estas estrellas irregulares, y a las condiciones de frontera, de acuerdo con los siguientes valores $L(i)$ de la matriz de control del proceso:

Para	$L(i) = 1,$	salta nodo.
Para	$L(i) = 2,$	falta nodo N.
Para	$L(i) = 3,$	falta nodo E.
Para	$L(i) = 4,$	falta nodo W.
Para	$L(i) = 5,$	faltan nodos N y E.
Para	$L(i) = 6,$	faltan nodos N y W.
Para	$L(i) = 7,$	estrella completa.
Para	$L(i) = 8,$	falta nodo S.
Para	$L(i) = 9,$	faltan nodos S y W.

Como se verá más adelante, este programa es el más adecuado para la corrección topográfica de los sondeos Wenner y Schlumberger, así como también de las anomalías de Polarización Inducida calculadas con estos dispositivos.

Teóricamente, el programa RELMUF se comprobó con el modelo computado por Hohmann, Fox y Rijo (12) por el método de elemento finito, el cual consiste de dos lomas separadas por un valle, como se indica en la figura (III.2.7)

Como se puede apreciar, en la parte inferior de la figura, aparece la curva computada de resistividad aparente, la cual se encuentra fuertemente distorsionada por la topografía, y que dista mucho de corresponder con la resistividad de $100 \Omega\text{-m}$ del medio homogéneo.

Los resultados son sumamente parecidos con los modelos por el elemento finito y conducen a las mismas conclusiones cualitativas; el valle localizado en el centro, produce un bajo resistivo flanqueado por zonas de muy alta resistividad aparente; mientras que las lomas producen justamente la anomalía opuesta: altos resistivos flanqueados por zonas de baja resistividad aparente. Estos efectos se deben a que en los valles existe concentración de corriente eléctrica; mientras que en las lomas existe dispersión de la corriente eléctrica. Estas características se muestran, junto con la configuración de las líneas de corriente y equipotenciales, en la figura (II.2.4).

Cuantitativamente, los resultados no son iguales debido a que el modelo, en el método de elemento finito, corresponde a un arreglo dipolo-dipolo; mientras que en el modelo de relajación, está representado por un arreglo de gradiente con campo uniforme en su parte central.

III.2.6. PROGRAMA TARSOV

Este programa es una optimización del programa ante--

rior, reduciendo en mucho la capacidad de almacenamiento y el tiempo de procesado. Esta diseñado para realizar la corrección topográfica en sondeos hechos en campos polares o dipolares, -- o sea, diseñado especialmente para sondeos dipolo-dipolo y ---- polo-dipolo, así como para corregir topográficamente las anomalías de Polarización Inducida recolectadas mediante estos arreglos.

En este programa, el tamaño de las celdas es constante, como en REL2D, y el algoritmo de relajación actúa de igual forma que en los programas REL2D y RELMUF, pero con la ventaja de reducir el tiempo de procesado.

El modelado del perfil topográfico esta gobernado por la matriz L, de control del proceso, de igual forma que en el programa RELMUF.

También, la condición de frontera de Neumann se aplica a la superficie topográfica, dando lugar a estrellas irregulares de relajación sujetas a las siguientes expresiones:

i) FALTA NODO N.

$$\phi_o = \frac{\sigma_E \phi_E + \sigma_W \phi_W + 2\sigma_S \phi_S}{\sigma_E + \sigma_W + 2\sigma_S} \quad \dots \text{ (III.2.38)}$$

ii) FALTA NODO E.

$$\phi_o = \frac{\sigma_N \phi_N + 2\sigma_W \phi_W + \sigma_S \phi_S}{\sigma_N + 2\sigma_W + \sigma_S} \quad \dots \text{ (III.2.39)}$$

iii) FALTA NODO W.

$$\phi_o = \frac{2\sigma_E \phi_E + \sigma_N \phi_N + \sigma_S \phi_S}{2\sigma_E + \sigma_N + \sigma_S} \quad \dots \text{ (III.2.40)}$$

iv) FALTAN NODOS N y E.

$$\phi_o = \frac{\sigma_W \phi_W + \sigma_S \phi_S}{\sigma_W + \sigma_S} \quad \dots \text{ (III.2.41)}$$

v) FALTAN NODOS N y W.

$$\phi_o = \frac{\sigma_E \phi_E + \sigma_S \phi_S}{\sigma_E + \sigma_S} \quad \dots \text{ (III.2.42)}$$

expresiones en donde:

$$\sigma_N = \sigma_z (I-1, J) \quad \dots \text{ (III.2.43)}$$

$$\sigma_E = \sigma_x(I, J) \quad \dots \text{ (III.2.44)}$$

$$\sigma_W = \sigma_x(I, J-1) \quad \dots \text{ (III.2.45)}$$

$$\sigma_S = \sigma_z(I, J) \quad \dots \text{ (III.2.46)}$$

$$\phi_o = \phi(I, J) \quad \dots \text{ (III.2.47)}$$

$$\phi_N = \phi(I-1, J) \quad \dots \text{ (III.2.48)}$$

$$\phi_E = \phi(I, J+1) \quad \dots \text{ (III.2.49)}$$

$$\phi_W = \phi(I, J-1) \quad \dots \text{ (III.2.50)}$$

$$\phi_S = \phi(I+1, J) \quad \dots \text{ (III.2.51)}$$

que son las relaciones usadas para el cómputo, de la distribución de potencial, en los programas de relajación, o sea: REL2D, RELMUF y TARSOV.

Teóricamente, el programa TARSOV se comprobó con el modelo de dos lomas separadas por un valle de Hohmann, Fox y Rijo con resultados muy coincidentes tanto cualitativa como cuantitativamente.

La figura (III.2.8) muestra los resultados computacionales para ese modelo, en el arreglo dipolo-dipolo, por medio de las técnicas de elemento finito y relajación.

III.2.7. CONSIDERACIONES PRACTICAS EN LOS MODELOS DE RELAJACION

La precisión en los resultados del método de relajación, depende del respeto que se tenga a las siguientes consideraciones.

i) El tamaño de la matriz nodal no debe de ser muy chico, dado que el cuerpo, estructura o inhomogeneidad estudiada afectaría, por su cercanía, a las condiciones de frontera.

ii) La tolerancia en el modelo de relajación, no debe ser muy grande, dado que cancelaría el proceso antes de su convergencia con la solución adecuada.

iii) La condición de frontera de Neumann, debe de satisfacerse en la superficie topográfica de cualquier modelo geoelectrico.

iv) Los potenciales secundarios, propios de las inhomogeneidades, valen cero en los límites izquierdo y derecho de los modelos de relajación. Esto quiere decir que si alguno de estos límites no es un plano de simetría, debe de estar lo suficientemente alejado de la homogeneidad, de tal forma que los potenciales inducidos o secundarios del cuerpo no influyan o alteren la precisión de la solución final.

v) Los potenciales en un plano de simetría valen cero.

vi) El límite inferior, de cualquier modelo geoelectrico, satisface la condición de frontera de Neumann.

vii) Las condiciones de Dirichlet, en los límites izquierdo y derecho del modelo, deben de ser acordes con el tipo de campo establecido: polar, uniforme o dipolar.

viii) En un campo uniforme, los potenciales en las fronteras izquierda y derecha son constantes, como se indica en la figura (III.2.9)

ix) En un campo polar, los potenciales en las fronteras izquierda y derecha son inversamente proporcionales a la distancia con la fuente, como se indica en la figura (III.2.10)

x) Un campo dipolar se forma por la resta de dos campos polares, como se muestra en la figura (III.2.11) y de acuerdo con la relación:

$$\phi(A, B)_{\text{DIPOLAR}} = \phi(A)_{\text{POLAR}} - \phi(B)_{\text{POLAR}} \dots \text{(III.2.52)}$$

en donde los índices suscritos A y B corresponden a las posiciones de los electrodos de corriente.

xi) La solución de un modelo, con un electrodo fuente, proporcionará la distribución del campo potencial polar; -- por lo que una sección polo-dipolo puede prepararse directamente modelando un conjunto de configuraciones polares de la inhomogeneidad. Generalmente, es más conveniente cambiar la inhomogeneidad de lado a lado bajo el electrodo, que mover el electrodo. Esto permite la retención de los parámetros del modelo, simulando el recorrido del electrodo sobre la inhomogeneidad. Debe tenerse cuidado en evitar la aproximación a la frontera, donde los campos secundarios de la inhomogeneidad valen cero, afectando cualquier anomalía potencial con su vecindad inmediata.

xii) Para obtener las curvas de resistividad aparente en los arreglos dipolo-dipolo, Wenner o Schlumberger, se necesita modelar un conjunto de configuraciones polares, en donde la inhomogeneidad se mueva de lado a lado bajo el electrodo. Estas soluciones son sumadas o restadas en la combinación apropiada -- para obtener la distribución del campo potencial dipolar en la superficie, y calcular a través del gradiente del potencial, la anomalía correspondiente a la inhomogeneidad.

xiii) En modelos estratificados se deben de cumplir -- las condiciones de frontera de Dirichlet y Neumann, pero además para cada plano geoelectrico, se debe de satisfacer la condición:

$$\sigma_i \left. \frac{\partial \phi_i}{\partial z} \right|_{z=z_i} = \sigma_{i+1} \left. \frac{\partial \phi_{i+1}}{\partial z} \right|_{z=z_i} \dots \text{(III.2.53)}$$

Esta ecuación exige la continuidad en las interfases -- de las componentes normales del vector densidad de corriente \vec{J} para las profundidades de los contactos $Z=Z_i$ (13).

En los límites izquierdo y derecho, de los modelos de relajación, la ecuación anterior queda representada como:

$$\phi_0 = \frac{\sigma_N \phi_N + \sigma_S \phi_S}{\sigma_N + \sigma_S} \dots \text{(III.2.54)}$$

Esta ecuación es muy útil para establecer las condiciones a la frontera de Dirichlet en modelos de campo polar o dipolar.

xiv) En los modelos de Polarización Inducida, es necesario hacer dos corridas para las mismas posiciones de fuente e inhomogeneidad, pero variando la resistividad del cuerpo productor en cada una de ellas. Esta razón dará indirectamente el PFE del cuerpo mineral o inhomogeneidad modelada. De acuerdo con esto, para modelar una anomalía de PI por el método de relajación, de un cuerpo mineral con un PFE = 20%, se necesita hacer dos corridas con diferente resistividad de la inhomogeneidad, que para nuestro caso pueden ser de 25 y 20 ohm - m., que de acuerdo con la ecuación (III.1.1) dará un PFE del 20% según la operación:

$$PFE = \frac{\rho_{DC} - \rho_{AC}}{\rho_{DC}} \times 100 = \frac{25 - 20}{25} \times 100 = 20\%$$

III.3. CORRECCION TOPOGRAFICA EN METODOS DE DC

Para hacer la corrección topográfica, en métodos de DC, es necesario hacer un modelado en resistividad, por lo que es necesario contar con la ayuda de un computador.

A continuación expondré la única metodología publicada para realizar la corrección topográfica en métodos de DC, y que se debe a Hohmann, Fox, Killpack y Rijo (12)

III.3.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

La corrección topográfica consiste en quitar las distorsiones, ocasionadas por los efectos topográficos, a las curvas, sondeos o secciones de resistividad prospectadas.

Los efectos topográficos son debidos a efectos geométricos ocasionados por las posiciones relativas en el perfil topográfico, de los electrodos de corriente y potencial. La figura (II.2.4) ilustra los efectos generales de la topografía en un campo uniforme. Como se puede apreciar, las superficies equipotenciales, que son perpendiculares a las líneas de corriente, divergen bajo las colinas, produciendo pequeñas diferencias de potencial y, por consiguiente, bajos resistivos. Hecho que contrasta con los valles, en donde existe una concentración de líneas equipotenciales que ocasionan altos resistivos.

Las líneas de flujo de corriente y superficies equipo-

tenciales, son mucho más complejas en los campos polares y dipolares. La figura (III.3.1) muestra el campo eléctrico dipolar para una topografía plana, el cual contrasta con el de la figura (III.3.2), en donde se aprecia la distorsión de este campo en una superficie irregular. Para los dipolos electródicos mostrados, las zonas de concentración y dispersión de corriente -- crean diferencias, mayores o menores, en los potenciales que -- los observados para una topografía plana. Estos efectos repercuten en distorsiones y anomalías artificiales en las curvas de resistividad, que deben de ser considerados en la interpretación.

Los efectos topográficos están relacionados directamente con el dispositivo electródico empleado, y son función de la constante geométrica del arreglo, como se demostrará a continuación.

La resistividad aparente en un material homogéneo es igual a su resistividad real o intrínseca, y los efectos topográficos creados en este material homogéneo, son debidos solamente al empleo de un factor geométrico inapropiado para calcular las resistividades aparentes, dado que estos factores están deducidos en base a una topografía plana.

La resistividad aparente, ρ_a se calcula de acuerdo con la fórmula.

$$\rho_a = K \frac{\Delta V}{I} \quad \dots \text{(III.3.1)}$$

en donde ΔV es la diferencia de potencial observado, I es la corriente aplicada y K es el factor geométrico del arreglo, cuya expresión general es:

$$K = 2\pi \left[\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right]^{-1} \quad \dots \text{(III.3.2)}$$

en donde A y B son las posiciones de los electrodos de corriente, mientras que M y N son las posiciones de los electrodos de potencial.

El factor geométrico K aumenta, conforme el potencial disminuye, con la separación de los electrodos de corriente y varía para cada dispositivo electródico utilizado.

Generalmente, las resistividades aparentes son calculadas suponiendo una topografía plana, en donde se conoce la expresión analítica del campo eléctrico.

El campo eléctrico bajo una superficie irregular no puede definirse analíticamente, por lo que es necesario computar secciones de % de resistividad, como la mostrada en la figura (III.3.3), para corregir, aunque sea parcialmente, los efectos topográficos creados por esa topografía.

El criterio para crear esas secciones es el siguiente: si en topografías abruptas conociéramos los verdaderos valores de los factores geométricos, entonces las resistividades aparentes calculadas serían igual a las reales, siempre y cuando se tratara de un material homogéneo. Por otro lado, debido a que los factores geométricos están calculados bajo la suposición de una topografía plana, las resistividades aparentes estarán distorsionadas en un tanto por ciento, por lo que podemos computar secciones de por ciento de resistividad que corrigen los valores de resistividad aparente. Así, en un modelo homogéneo de 100 ohm - m de resistividad, un valor computado de 125 ohm - m, indica un incremento del 25% en la resistividad aparente, con respecto a la de una topografía plana.

En la actualidad existe un catálogo muy completo de pseudosecciones de resistividad aparente, elaboradas para el arreglo dipolo-dipolo exclusivamente. Este catálogo ha sido publicado por la Universidad de Utah, USA (2) y constituye una buena guía para una interpretación cualitativa preliminar.

III.3.2. EXPRESION GENERAL DE LA CORRECCION TOPOGRAFICA EN METODOS DE DC.

Para hacer la corrección topográfica, en los métodos de DC, es necesario contar con un computador que calcule las curvas de resistividad aparente para dos tipos de modelos: uno con topografía plana, y otro con la topografía real del levantamiento.

Los valores de resistividad aparente del primer modelo son divididos entre los del segundo modelo para hallar una función de transformación, expresada por la relación:

$$f(x_i) = \frac{(\rho_a)_{\text{PLANA}}}{(\rho_a)_{\text{IRREGULAR}}} \Big|_{x=x_i} \quad \dots \text{ (III.3.3)}$$

en donde x_i representa la abscisa de cada nodo superficial del método de relajación, o bien, del elemento finito.

La ecuación (III.3.3) también puede escribirse como:

$$f(x_i) = \frac{(\varnothing)_{\text{PLANA}}}{(\varnothing)_{\text{IRREGULAR}}} \quad \left| \quad \dots \text{ (III.3.4)} \right. \\ x = x_i$$

debido a que la resistividad es directamente proporcional al potencial eléctrico generado.

De acuerdo con lo anterior, la expresión general para la corrección topográfica, en métodos de DC, puede representarse mediante la ecuación:

$$(\rho_a)_{\text{CORREGIDA}} = f(x_i) \cdot (\rho_a)_{\text{CAMPO}} \quad \dots \text{ (III.3.5)}$$

en donde la función de transformación, $f(x_i)$ puede representar una curva, o bien, un plano: $f(x_i, z_i)$ para corregir una pseudo-sección.

Las funciones de transformación que aparecen en esta tesis, y que se mostrarán más adelante, fueron calculadas a partir de la ecuación (III.3.4). En donde, la distribución del campo potencial en un medio homogéneo y para una topografía plana, esta representada por la expresión:

$$\varnothing = \frac{I\rho}{2\pi r} \quad , \quad r \neq 0 \quad \dots \text{ (III.3.6)}$$

La figura (III.3.4) muestra el decaimiento de esta ecuación y el obtenido mediante el método de relajación. Como se puede apreciar, existe una similitud muy buena entre las curvas analítica y computada con un EMP = 16.5%. Para realizar la corrección topográfica, este ajuste es satisfactorio, pero puede aún mejorarse reduciendo la tolerancia o aumentando el número de iteraciones en el programa.

En lo sucesivo, utilizaré la expresión (III.3.6) para evaluar el campo potencial en un medio homogéneo y con topografía plana. Con el fin de ahorrar tiempo de máquina y hacer más simple la corrección topográfica en medios homogéneos, solo será necesario computar el campo potencial del perfil irregular.

A continuación doy unos ejemplos utilizando esta metodología.

III.3.3. CORRECCION TOPOGRAFICA DE UN SONDEO POLO - DIPOLO

Utilizando este dispositivo, se computaron en resistividad las anomalías producidas por un valle, un valle con un -- cuerpo conductor y una loma con un cuerpo conductor.

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

i) VALLE

La figura (III.3.5a) muestra el modelo utilizado para computar la distorsión, que produce la topografía de un valle, - en un sondeo polo-dipolo.

Para este modelo, las condiciones de frontera de Dirichlet se establecieron de acuerdo con la ecuación (III.3.6), que rige en un medio homogéneo.

Las curvas de resistividad aparente para dipolos de 1 - y 3 unidades, que aparecen en los incisos b y c de la misma figura, se calcularon de acuerdo con la relación:

$$\rho_a = \frac{2\pi}{I} n\alpha(n+1) \Delta V \quad \dots (III.3.7)$$

la cual, en nuestro caso se reduce a:

$$\rho_a = n\alpha(n+1) \Delta V \quad \dots (III.3.8)$$

puesto que

$$\frac{2\pi}{I} = 1 \quad \dots (III.3.9)$$

expresión que se deduce de la ecuación (III.3.6) para $r = 1$, dado que para esa distancia: $\emptyset = 100$ m y la resistividad del modelo es de 100 ohm - m.

La figura (III.3.5b) muestra el sondeo de resistividad obtenido con un dipolo de una unidad. Como se puede observar, - existen picos de máxima resistividad en las partes bajas de las terrazas, que corresponden a zonas de concentración de corriente, mientras que los picos de baja resistividad se localizan en la parte superior de las terrazas y se correlacionan con zonas de dispersión de corriente como se ejemplifica en la figura --- (II,2,4). Regionalmente, también se puede observar que el lecho del valle, así como su flanco izquierdo (que es el más cercano a la fuente), constituyen las zonas de mayor concentración de corriente que repercuten en altos resistivos; mientras que el -

flanco derecho es una zona de dispersión de corriente, que ocasiona una distorsión de bajos resistivos.

La figura (III.3.5c) muestra el mismo sondeo de resistividad, pero obtenido con un dipolo de 3 unidades. Como se puede apreciar, regionalmente existe una gran similitud con el anterior y se diferencian fácilmente las zonas de concentración y dispersión de corriente, correlacionadas con altos y bajos resistivos, respectivamente. Por otra parte, con este espaciamiento, se han suavizado los picos que producen las terrazas, aunque sigue persistiendo su anomalía.

La corrección topográfica de estas anomalías, se realizó con la metodología explicada anteriormente y con las funciones de transformación calculadas en base a la ecuación (III.3.4).

La figura (III.3.6) muestra la función de transformación calculada para el dipolo de una unidad y el sondeo corregido con esta función. Como se puede apreciar, en un medio homogéneo esta metodología resulta muy adecuada. Idénticos resultados se obtienen con el sondeo de 3 unidades, cuya corrección y función de transformación se muestra en la figura (III.3.7).

ii) VALLE CON CUERPO CONDUCTOR

La figura (III.3.8a) muestra el modelo utilizado para computar la curva de resistividad aparente, en un arreglo polo-dipolo de un cuerpo prismático y conductor que se localiza una unidad abajo del fondo del valle mostrado previamente en la figura (III.3.5a).

Este modelo se computó con el programa TARSOV, mediante la matriz de control que se muestra en la figura (III.3.8b) en donde cada dígito representa el tipo de estrella que será computada de acuerdo con los valores establecidos anteriormente para $L(i)$.

La distribución del campo potencial en ésta matriz de 11×29 nodos se calculó, en el miniprosesor HP 9845B, con una tolerancia de 0.001 mv y 101 iteraciones. El tiempo de procesado para este modelo fue de 13.5 minutos.

La figura (III.3.8c) muestra la curva de resistividad aparente computada para un dipolo de una unidad. Como se puede apreciar, existe un ligero parecido con la curva de resistividad aparente computada para el valle y mostrado en las figuras (III.3.5b) y (III.3.6a).

La corrección topográfica para esta anomalía, se realizó de acuerdo con la metodología explicada anteriormente y uti-

lizando la función de transformación calculada para el valle - del modelo anterior. Como el modelo dipolar es de una unidad, - se utilizó la función de transformación que aparece en la figura (III.3.6b).

La curva de resistividad aparente corregida por la topografía se muestra en la figura (III.3.9c), y como se puede -- observar, constituye la anomalía típica de un cuerpo subterrá-- neo con ausencia de ruido y distorsiones, que dista mucho de pa-- recerse a la curva original mostrada en la figura (III.3.9a).

iii) LOMA CON CUERPO CONDUCTOR

La figura (III.3.10a) muestra el modelo de relajación- utilizado para modelar la distribución del campo potencial en - una loma, con pendientes de 14° , que cubre a un cuerpo prismáti- co y conductor. Este cuerpo se ubicó 3 unidades abajo de la --- cima, con el objeto de comparar la curva de resistividad aparen- te corregida con la obtenida en el modelo anterior .

En el inciso b de la misma figura aparece la matriz de control utilizada para el proceso, el cual tuvo una duración de 13 minutos en el Sistema HP 9845B.

La curva de resistividad aparente se obtuvo mediante - la ecuación (III.3.8) y se muestra en la figura (III.3.10c). Co- mo se puede apreciar, existe una serie de máximos y mínimos -- que distorsionan y enmascaran la anomalía del cuerpo conductor. Al igual que los ejemplos anteriores, estos picos son debidos - a zonas de concentración y dispersión de corriente, las cuales pueden corregirse medianamente a través de un filtrado que eli- mine las altas frecuencias de estas distorsiones, si es que no se cuenta con un miniprosesor, computadora o sistema que mode- le y corrija estos efectos.

En la figura (III.3.11b) se muestra la función de trans- formación calculada de acuerdo con la ecuación (III.3.4) para la misma loma, pero con ausencia del cuerpo conductor. Como puede - apreciarse, es muy similar a las obtenidas anteriormente, con va- lores que por lo general varían de 0 a 1.5, y un pico máximo que corresponde a la zona de mayor dispersión de corriente o de más baja resistividad.

La corrección topográfica para este sondeo, se muestra en la figura (III.3.11c), que corresponde con la anomalía típica de un cuerpo conductor subterráneo y salvo el pico que se encuen- tra en su flanco derecho, que es resultado de una sobrestimación de la zona de mayor dispersión de corriente, pero que fácilmen- te se delata como un punto error dado que se dispara y no se cor- relaciona con la tendencia de sus puntos vecinos.

El parecido de esta curva corregida con la calculada en el ejemplo anterior, indica un mismo tipo de anomalía que corresponde a el mismo tipo de cuerpo conductor.

III.3.4. CORRECCION TOPOGRAFICA DE SONDEOS DIPOLO - DIPOLO

En esta sección trataré la corrección topográfica de sondeos DIPOLO-DIPOLO en su dispositivo AXIL, por ser el más frecuentemente empleado en Occidente y el de más fácil modelado mediante el programa TARSOV. Dicho dispositivo consiste en hacer mediciones del campo dipolar sobre el eje que forman los dipolos de corriente y potencial. La abertura de ambos dipolos es la misma, por lo que la resistividad aparente se calcula a partir de la ecuación:

$$\rho_a = \pi n a (n+1)(n+2) \frac{\Delta V}{I} \quad \dots \text{ (III.3.10)}$$

que en nuestro caso se reduce a:

$$\rho_a = n a (n+1)(n+2) \frac{\Delta V}{2} \quad \dots \text{ (III.3.11)}$$

dado que $2\pi/I=1$, como se explicó anteriormente al tratar la ecuación (III.3.9).

Al igual que en los ejemplos anteriores, las condiciones de frontera de Dirichlet, en los límites izquierdo y derecho, son calculadas a partir de la ecuación (III.3.6), cuando se trata de medios homogéneos, y a partir del programa CF, cuando se trata de medios estratificados. Dicho programa se incluye también en el apéndice G.

Los modelos estudiados son los siguientes:

i) CUERPO CONDUCTOR Y VALLE

La figura (III.3.12) muestra la curva de resistividad aparente calculada para un cuerpo prismático y conductor mediante el dispositivo dipolar axil. Dicha anomalía se encuentra distorsionada por la presencia del valle estudiado anteriormente, como se indica en la parte superior de la misma figura.

El parecido de esta anomalía con la calculada mediante el dispositivo polo-dipolo es muy grande, especialmente en la zona cercana al cuerpo. Hecho que corrobora las zonas de concentración y dispersión de corriente, detectadas con anterioridad para este modelo. Por otra parte, la amplitud de las distorsio-

nes es mayor en los arreglos dipolares, como se muestra en la figura (III.3.12b).

La corrección topográfica de la curva de resistividad aparente calculada para el dispositivo axil se muestra en la figura (III.3.13). Para este caso, la función de transformación es más suave que las anteriores, con valores que oscilan de 0.19 a 1.49, como se indica en el inciso b de la misma figura; mientras que en el inciso c, se muestra la curva de resistividad aparente para el sondeo corregido. Como se puede apreciar, existe un parecido muy grande con la anomalía corregida del dispositivo polo-dipolo, que se ilustró en la figura (III.3.9c), aunque su amplitud es mayor en el arreglo axil.

ii) CUERPO CONDUCTOR Y LOMA

La figura (III.3.14a) muestra el modelo utilizado para calcular la curva de resistividad aparente, con el dispositivo dipolar axil, de un cuerpo conductor que se halla bajo una loma.

La distorsión topográfica que ocasiona la loma a la anomalía del cuerpo conductor, se muestra en la figura (III.3.14b), en donde se puede apreciar una anomalía casi simétrica con cuatro puntos máximos de resistividad, que representan las zonas de mayor concentración de corriente, y tres mínimos resistivos intercalados entre los anteriores, que corresponden a las zonas de mayor dispersión de corriente.

La corrección topográfica de esta anomalía se muestra en la figura (III.3.15), en donde se puede apreciar una función de transformación tan suave como la del ejemplo anterior, con valores que oscilan de 0.26 a 1.42, y que indirectamente indican un menor grado de distorsión que los ejemplos anteriores, ya que es menor la desviación de sus puntos con respecto a la unidad.

La figura (III.3.15c) ilustra la curva de resistividad aparente corregida para el modelo en cuestión, y como se puede observar, representa una curva casi simétrica con un mínimo de 41 ohm - m, sobre el cuerpo conductor, y dos máximos resistivos laterales que se amortiguan rápidamente para converger con la resistividad de la roca encajonante, que en este caso es de 100 ohm - m.

Teóricamente, esta curva corregida debería de ser idéntica con la corregida en el ejemplo anterior, puesto que ambas son ocasionadas por el mismo cuerpo conductor. En nuestro caso esto no es así, debido a que el proceso numérico empleado sólo corrige las distorsiones topográficas del campo potencial primario, y no toma en cuenta las distorsiones del campo poten-

cial secundario, producidas por heterogeneidades en el medio y que son de una amplitud mucho más pequeña. Sin embargo, esto no es muy problemático, dado que la forma de la anomalía del cuerpo conductor se conserva y, en términos generales, existe una correspondencia o grado de similitud entre ambas curvas corregidas, esto es: una anomalía casi simétrica con el mínimo resistivo sobre el cuerpo conductor, y dos máximos laterales que se amortiguan rápidamente hacia la resistividad de la roca encajonante. Figuras (III.3.13c) y (III.3.15c).

iii) LOMA Y VALLE EN MEDIO ESTRATIFICADO

La figura (III.3.16a) muestra el modelo utilizado para computar la distribución del campo eléctrico potencial en un medio estratificado. Como se puede apreciar, este modelo es más complejo que los anteriores, puesto que involucra rasgos topográficos conjugados de loma con valle en una secuencia estratigráfica.

La curva de resistividad aparente, calculada para un dipolo de dos unidades en dispositivo axil, se muestra en la figura (III.3.16b). Como se puede apreciar, la asociación topográfica de loma con valle ocasiona gran distorsión en la curva de resistividad aparente con una mayor dispersión de corriente en la cima de la loma, mientras que en el fondo del valle aparece la zona de mayor concentración de corriente caracterizada por altos resistivos.

La corrección topográfica para este sondeo dipolar, se ilustra en la figura (III.3.17), en donde aparece una función de transformación muy suave con valores que oscilan entre 0.067 y 1.110, lo que determina corregir una anomalía distorsionada por gran concentración de corriente.

Al igual que en los casos anteriores, esta función de transformación se calculó a partir de la ecuación (III.3.4) pero también se pudo haber hecho mediante el cociente de las resistividades, como lo indica la ecuación (III.3.3).

La curva corregida para este sondeo, se muestra en la figura (III.3.17c), en donde se distingue una curva de dos capas un poco distorsionada con respecto a la curva teórica y completamente diferente a la curva original.

El grado de error de este procesado se puede cuantificar comparando la curva corregida de la figura (III.3.17c) con la anomalía del mismo modelo estratificado, pero en una topografía plana. La figura (III.3.18a) muestra este modelo, mientras que en los incisos b y c se exhiben las curvas semianalíticas correspondientes. Como se puede apreciar, el parecido entre la

curva corregida de la figura (III.3.17c) y la computada y representada por la figura (III.3.18b) es muy grande con un EMP < 10%. Sin embargo, no es teóricamente igual a la analítica puesto que existen también distorsiones topográficas de los potenciales -- secundarios, o propios a las heterogeneidades, que el procesado no puede corregir; por lo que se puede concluir que la metodología antes expuesta solo realiza la corrección topográfica parcial de la anomalía, pero mejorando en todos los casos la forma distorsionada de éstas.

III.3.5. CORRECCION TOPOGRAFICA DE SONDEOS WENNER

En esta sección se mostrará la aplicación de la metodología expuesta con anterioridad, para realizar la corrección topográfica de sondeos eléctricos en el arreglo Wenner.

En este dispositivo la distribución del campo potencial se computó mediante el programa TARSOV y se utilizaron modelos simétricos que son los que requieren de un menor tiempo de procesado, dado que el tamaño de malla se disminuye considerablemente a la mitad como se ilustra en la figura (III.3.19). Analíticamente esto es posible debido a que el eje de simetría del modelo -- coincide con la línea equipotencial $\phi = 0$, por lo que es posible relajar solo la mitad del modelo si asignamos la condición de -- Dirichlet $\phi = 0$ para el extremo que coincida con dicho eje, como se muestra en la figura (III.3.19b).

El cálculo de la resistividad aparente para sondeos --- Wenner queda determinado mediante la ecuación:

$$\rho_a = 2\pi a \frac{\Delta V}{I} \quad \dots \text{(III.3.12)}$$

que en los modelos computados se reduce a:

$$\rho_a = a \Delta V^* \quad \dots \text{(III.3.13)}$$

en donde ΔV^* representa el doble de la diferencia de potencial -- computada en modelos con simetría.

Al igual que en los casos anteriores, las condiciones -- de frontera de Dirichlet se computaron con ayuda de la ecuación (III.3.6) o mediante el uso del programa CF.

Los modelos computados fueron los siguientes:

i) VALLE CON CUERPO CONDUCTOR

La figura (III.3.20a) muestra el modelo utilizado para computar la curva de resistividad aparente de un sondeo Wenner que tiene el punto de atribución sobre el cauce de un valle. Como se puede apreciar, solo es necesario relajar la mitad del modelo debido a que existe simetría en el arreglo.

La curva de resistividad aparente computada para este modelo se muestra en la figura (III.3.20b), en donde se puede apreciar una notable distorsión provocada por las terrazas del valle en las lecturas de $a < 12$, para posteriormente disminuir lentamente hasta hacerse asintótico con el valor de 100 ohm - m que es el de la roca encajonante.

La corrección topográfica para este sondeo, se ilustra en la figura (III.3.21), con una función de transformación oscilante entre los valores de 0.4 a 2, lo que indica zonas alternadas de concentración y dispersión de corriente.

Esta función de transformación se calculó a partir de la ecuación (III.3.3) y con una resistividad de 100 ohm - m, para la roca encajonante, por lo que operacionalmente queda determinada por la expresión:

$$f(a_i) = 100 / \rho_a(a_i) \quad \dots \text{(III.3.14)}$$

La curva corregida de este sondeo se muestra en la figura (III.3.21c), en donde se distingue la anomalía del cuerpo conductor representada por el mínimo resistivo del 0.5 ohm - m en $a = 2$. Esta anomalía es típica de un cuerpo conductor ya que rápidamente incrementa a 80 ohm - m en $a = 4$ para de ahí converger con el valor resistivo de la roca encajonante.

ii) LOMA EN MEDIO ESTRATIFICADO

En este segundo modelo se utilizó un medio estratificado de dos capas con contraste de resistividad $\rho_1/\rho_2 = 1/5$, como se indica en la figura (III.3.22a).

Al igual que en el modelo anterior, se utilizó la propiedad de simetría del arreglo Wenner para relajar solo la mitad del modelo, y computar la distorsión que ocasiona la loma, en la curva de resistividad aparente, la cual se muestra en la figura (III.3.22b).

La corrección topográfica de este sondeo se realizó de acuerdo con la metodología expuesta anteriormente y usando la expresión (III.3.14) para calcular la función de transformación

correspondiente, la cual aparece en la figura (III.3.23b) con valores que por lo general son menores a la unidad e indican zonas de concentración de corriente.

La curva corregida para este sondeo se muestra en la figura (III.3.23c), la cual corresponde a una curva de dos capas con contraste de resistividad $\rho_1/\rho_2 = 1/4$, resistividad de la primera capa ρ_1 ohm-m y espesor $E_1 = 4$ unidades. El análisis cuantitativo de esta curva indica una diferencia en el contraste de resistividad entre las curvas corregida y teórica de dos capas, que ocasiona un EMP = 7%. Esta diferencia en los resultados es debida a los potenciales secundarios que provoca la segunda capa e influyen en la curva de resistividad aparente del sondeo. No obstante esto, el proceso de corrección topográfica modifica notablemente la curva original, realizando al menos la corrección parcial del sondeo.

III.3.6. CORRECCION TOPOGRAFICA DE SONDEOS SCHLUMBERGER

Como se mencionó anteriormente, los sondeos Schlumberger son arreglos simétricos con la particularidad de que la abertura de los electrodos de corriente es mucho mayor que la de los electrodos de potencial. Esta propiedad permite reducir a la mitad el tamaño de malla en modelos simétricos, siempre y cuando se considere que el punto de atribución del SEV coincide con el eje de simetría. Los modelos que se computaron para este arreglo aprovechan esta propiedad.

La distribución del campo eléctrico potencial se computó mediante el programa RELMUF, el cual combina el algoritmo de relajación del programa TARSOV con la elasticidad en el tamaño de malla del programa MUFTI. Todos estos programas se muestran detalladamente en el apéndice F.

El programa RELMUF necesita mucho menos tiempo de procesamiento que el programa TARSOV, empleando aproximadamente 30 seg para relajar un modelo de 10 x 13 nodos en el Sistema -- HP 9845B.

En los SEV Schlumberger, el cálculo de la resistividad aparente se determina por la ecuación:

$$\rho_a = \pi \left(\frac{L^2}{2l} - \frac{l}{2} \right) \frac{\Delta V}{I} \quad \dots \text{(III.3.15)}$$

en donde $L = AB/2$ y $l = MN/2$

Ecuación que en los modelos aquí computados se representa por:

$$\rho_a = \frac{L^2 - l^2}{L} \cdot \frac{L-1}{2L-1} \Delta V^* \quad \dots \text{(III.3.16)}$$

en donde ΔV^* es el doble de la diferencia de potencial computada en modelos con simetría.

La ecuación (III.3.16) se deduce a partir de los valores asignados en las condiciones de frontera, en donde el potencial es de 100 mv a un metro del electrodo emisor y en un medio homogéneo de 100 ohm - m de resistividad. Esto operacionalmente se representa, según la ecuación (III.3.15) como:

$$100 = \pi \left[\frac{L^2}{2(L-1)} - \frac{(L-1)}{2} \right] \frac{100}{I} \quad \dots \text{(III.3.17)}$$

de donde:

$$I = \pi \frac{2L-1}{2(L-1)} \quad \dots \text{(III.3.18)}$$

ecuación que al sustituirse en (III.3.15) conduce directamente a la ecuación (III.3.16).

Los modelos que se computaron para este arreglo mediante el uso del programa RELMUF fueron los siguientes:

i) VALLE EN MEDIO ESTRATIFICADO

La figura (III.3.24a) muestra el modelo utilizado para computar la curva de resistividad aparente de un valle con el arreglo Schlumberger. Como se puede apreciar, este modelo abarca solo la mitad del valle dado que se utiliza el principio de simetría, por lo que el punto de atribución del SEV coincide con el cauce del valle.

La estratificación del modelo consta de dos capas cuyo contraste de resistividad es $\rho_1/\rho_2 = 1/5$, mientras que el espesor de la primera capa en el punto de atribución del sondeo es de 1 m.

La curva de resistividad aparente computada para este modelo se muestra en la figura (III.3.24b), la cual se encuentra distorsionada por las terrazas del valle, especialmente en las lecturas de 5 y 15 m.

La corrección topográfica de este sondeo se muestra en la figura (III.3.25), en donde aparece una función de transformación con valores menores a la unidad, lo que indica corregir

un sondeo distorsionado por concentración de corriente.

En la figura (III.3.25c) se muestra la curva de resistividad aparente corregida para este sondeo. Como se puede apreciar, corresponde a una curva de dos capas con contraste de resistividad $\rho_1/\rho_2 = 1/5$ y espesor de la primera capa $E_1 = 1.3$ unidades.

La comparación de esta curva corregida con la teórica de dos capas determinó un EMP < 7%, ocasionado principalmente por los siguientes factores:

- a) influencia de los potenciales secundarios de la segunda capa.
- b) falta de mayor precisión en el algoritmo de relajación que usa el programa RELMUF.

Para fines prácticos esta corrección es satisfactoria dado que modifica notablemente a la curva original.

ii) LOMA EN MEDIO ESTRATIFICADO

Este modelo se muestra en la figura (III.3.26a), la cual presenta un medio estratificado de dos capas con contraste de resistividad $\rho_1/\rho_2 = 1/5$ y espesor de la primera capa, en el punto de atribución, de 4 unidades.

La variación en el tamaño de las celdas va acorde con las medidas de $AB/2$ utilizadas en un SEV Schlumberger normal.

La curva de resistividad aparente se computó a través de la ecuación (III.3.16) y se muestra en la figura (III.3.26b) Como se puede apreciar existe un decaimiento de la curva después de la lectura de $AB/2 = 3$ unidades y que se intensifica a partir de la lectura de $AB/2 = 10$. La interpretación de esta curva correspondería estratigraficamente con un modelo de 4 capas.

La corrección topográfica de este sondeo se muestra en la figura (III.3.27), con una función de transformación que incrementa gradualmente a partir de la lectura $AB/2 = 3$ unidades. Cualitativamente, esta función de transformación está compuesta de dos partes: la primera con valores menores a la unidad y comprendida hasta la lectura $AB/2 = 6$ unidades, que representa una zona de alta concentración de corriente, mientras que la segunda parte, delimitada por las lecturas mayores a $AB/2 = 6$ unidades, posee valores mayores a la unidad que determinan una zona de alta dispersión de corriente.

La curva de resistividad aparente corregida para este sondeo se muestra en la figura (III.3.27c), la cual corresponde a una curva de dos capas con contraste de resistividad $\rho_1/\rho_2 = 1/5$ y espesor de primera capa $E_1 = 4.5$ unidades.

La diferencia entre la curva corregida y la teórica de dos capas, se cuantificó a través del EMP, siendo en este caso menor al 7 %, lo cual es muy satisfactorio.

La principal aportación de este proceso radica en la modificación de la curva original de resistividad aparente. Para este caso, esta modificación es muy grande, cambiando totalmente la interpretación del SEV.

III.3.7. CORRECCION TOPOGRAFICA DE SONDEOS DE PI

El método de Polarización Inducida (PI) puede emplearse en cualquiera de los dispositivos electródicos discutidos anteriormente. Sin embargo, en la práctica es común encontrarlo asociado con el dispositivo axil del arreglo dipolo-dipolo. La corrección topográfica de estos sondeos se realiza de acuerdo con la metodología aplicada en los sondeos, de los apartados anteriores, pero utilizando la misma función de transformación para la corrección de las curvas de resistividad aparente (ρ_a), porcentaje de efecto de frecuencias (PFE) o cargabilidad (M). Esta consideración no es aventurada dado que la distorsión que ocasiona la topografía en el campo eléctrico potencial, es proporcional a la que sufren los parámetros de ρ_a , PFE y M, como lo señala R.C. Fox en su artículo sobre efectos topográficos (12).

Por lo general, los resultados de PI se presentan a través de pseudosecciones, cuya corrección topográfica se realiza con la misma metodología que se utilizó para la corrección de los sondeos.

Algunas de las pseudosecciones publicadas por R.C. Fox (12) se corrigieron topográficamente, utilizando la ecuación (III.3.3) para el cálculo de la función de transformación. Los resultados fueron los siguientes:

i) VALLE CON CUERPO CONDUCTOR

La figura (III.3.28b) muestra la pseudosección de resistividad aparente producida por un cuerpo conductor, de 25 ohm - m en el dispositivo axil. Esta pseudosección se encuentra distorsionada topográficamente por el cauce de un valle con la-

deras inclinadas 30°, como se muestra en la figura (III.3.28a).

Mediante la técnica de Elemento Finito, R.C.Fox (12)-calculó la pseudosección de resistividad aparente, producida por el valle de la figura (III.3.28a), en un medio homogéneo de 100 ohm - m. Los resultados se muestran en la figura (III.3.29a), en donde se puede observar la anomalía artificial producida por dicho valle, la cual en el dispositivo axial está formada por un mínimo resistivo bajo el cauce y flanqueada por altos resistivos.

En la figura (III.3.29b) se muestra la función de transformación correspondiente, la cual se calculó en base a la ecuación (III.3.3) y utilizando una resistividad de 100 ohm - m para la roca encajonante, por lo que operacionalmente queda determinada mediante la expresión:

$$f(x_i, z_i) = \frac{100}{\rho_a(x_i, z_i)} \quad \dots \text{ (III.3.19)}$$

en donde $\rho_a(x_i, z_i)$ representan los valores de resistividad aparente de la pseudosección.

La pseudosección original de la figura (III.3.28a) corresponde a la anomalía del cuerpo conductor distorsionada por el valle. Para la corrección topográfica de esta pseudosección se utilizó la función de transformación que aparece en la figura (III.3.29b), la cual previamente se calculó mediante la ecuación (III.3.19). La pseudosección corregida topográficamente, de acuerdo con la metodología expuesta anteriormente, se muestra en la figura (III.3.30c). Como se puede observar existe una gran diferencia entre las pseudosecciones de resistividad aparente original y corregida; teniendo esta última un mejor parecido con la anomalía que produce el mismo cuerpo conductor en una topografía plana, como se muestra en la figura (III.3.31). La comparación entre estas pseudosecciones arrojó los siguientes índices de error.

$$\text{EMP} = 2.87 \%$$

$$\text{ECM} = 3.70 \%$$

lo cual indica que la metodología empleada es confiable en un alto porcentaje.

También cabe comentar que la pseudosección corregida topográficamente por R.C.Fox es idéntica a la que aparece en la figura (III.3.31c), lo cual confirma la validez de la metodología expuesta en esta tesis.

ii) LOMA CON CUERPO CONDUCTOR

La figura (III.3.32b) muestra la pseudosección de resistividad aparente de un cuerpo tabular de 25 ohm - m que se encuentra encajonado en un medio de 100 ohm - m de resistividad. Esta pseudosección se encuentra distorsionada topográficamente por la loma que aparece en la figura (III.3.32a) con laderas inclinadas 30°. Al igual que en el ejemplo anterior, la profundidad del cuerpo tabular es de una unidad, mientras que la abertura de los dipolos es de 2 unidades.

En la figura (III.3.33a) se muestra la pseudosección de resistividad aparente correspondiente a la loma y en un medio de 100 ohm - m. de resistividad. Como se puede apreciar, existe una distorsión del campo potencial que generan, en el dispositivo axial, altos resistivos bajo la cima de la loma, flanqueados por bajos resistivos.

La función de transformación que aparece en la figura (III.3.33b) se calculó a partir de la ecuación (III.3.19), utilizando como valores de resistividad aparente los que se muestran en la figura (III.3.33a).

La corrección topográfica de la pseudosección original figura (III.3.32b) - se realizó multiplicando, elemento por elemento, los valores de resistividad aparente de la pseudosección original por sus correspondientes de la función de transformación. El resultado de este proceso aparece en la figura (III.3.34c), y como se puede observar, existe una notoria diferencia entre las pseudosecciones de resistividad aparente original y corregida.

La figura (III.3.35) compara la pseudosección corregida topográficamente con la pseudosección que produce el mismo cuerpo conductor en una topografía plana. Como se puede apreciar, existe una notable mejoría en el parecido de las pseudosecciones que cualitativamente arroja los siguientes índices de error:

$$EMP = 7.49 \%$$

$$ECM = 9.50 \%$$

La magnitud de estos errores indica que el proceso de corrección topográfica es adecuado.

Cabe hacer notar que las pseudosecciones corregidas tanto para el valle como para la loma no son iguales, aunque sean producidas por el mismo cuerpo conductor, debido a que los potenciales secundarios, propios del cuerpo, son diferentes en cada topografía y no se pueden corregir mediante el uso de esta metodología.

Al igual que en el ejemplo anterior, la pseudosección corregida topográficamente, para este caso por R.C.Fox (12), es idéntica a la que se muestra en la figura (III.3.34c), lo cual confirma nuevamente la validez de esta metodología.

III.4. C O N C L U S I O N E S

De lo expuesto en este capítulo se pueden concluir - los siguientes puntos:

1) La topografía irregular distorsiona los campos potenciales en los arreglos geoelectricos que manejan DC, y produce anomalías artificiales que enmascaran, o en su defecto distorsionan, a la señal.

2) Los modelos teóricos ensayados para diferentes dispositivos geoelectricos, indican que la topografía debe de ser incluida en la interpretación de los datos de resistividad. Sobre todo en aquellas zonas que cuentan con una topografía ---abrupta.

3) Para realizar la corrección topográfica, en los diferentes métodos geoelectricos de DC, es necesario hacer un modelado en resistividad. Los programas REL2D, RELMUF y TARSOV subsanan esta necesidad, utilizando el método de diferencias --finitas.

4) Parcialmente, es posible realizar la corrección topográfica mediante la ecuación (III.3.5):

$$(\rho_a)_{\text{CORREGIDA}} = f(x_i) \cdot (\rho_a)_{\text{CAMPO}}$$

en donde la función de transformación se calcula a partir de - las ecuaciones (III.3.3) ó (III.3.4).

5) La distorsión del campo eléctrico potencial por efecto de la topografía es diferente en cada tipo de arreglo, - siendo los más afectados aquellos que monitorean campos dipola - res o polares. En términos generales se pueden catalogar los - siguientes arreglos:

<u>ARREGLO:</u>	<u>CAMPO:</u>	
DIPOLO-DIPOLO	DIPOLAR	MAYOR DISTORSION
POLO-DIPOLO	POLAR	↑
WENNER	UNIFORME	↓
SCHLUMBERGER	UNIFORME	
GRADIENTE	UNIFORME	MENOR DISTORSION

REFERENCIAS CITADAS. CAP. III

- (1) Coggon, J.H., 1971, Electromagnetic and Electrical modeling by the finite element method, Geophysics, V. 36, p. 132 - 155.
- (2) Fox, C.R., y otros, 1978, Topographic effects in resistivity surveys, Earth Science Laboratory, University of Utah Research Institute.
- (3) Dey, A., Morrison, H.F., 1976, Resistivity modeling for arbitrarily shaped Two - dimensional structures, Lawrence Berkeley Laboratory Report No. LBL - 5223.
- (4) Mufti, I.R., 1978, A practical approach to finite difference resistivity modeling, Geophysics, V. 43, p. 930 - 942.
- (5) Jepsen, F., 1969, Numerical Modeling in resistivity Prospecting, Ph. D. Thesis, University of California, Berkeley.
- (6) Vázquez, C. y Ramos, M., 1981, La técnica del Kriging - en la interpolación de variables geofísicas, - Tesis Profesional, Fac. de Ing. U.N.A.M.
- (7) Grant, F., and West, G., 1965, Interpretation Theory in applied Geophysics, p. 404.
- (8) Jepsen, F., 1969, Numerical Modeling in resistivity Prospecting, Ph. D. Thesis, p. 27, 28 y 41.
- (9) Mufti, I.R., 1978, A practical approach to finite difference resistivity modeling, Geophysics, Vol. -- 43, p. 930 - 942.
- (10) Gosh, D.P., 1971, Inverse filter coefficients for the --- computation of apparent resistivity standard -- curves for a horizontally stratified earth, Geophysical Prospecting, V. 19, p. 769 - 775.
- (11) Grant, F., and West, G., 1965, Interpretation Theory in - applied Geophysics, p.441.
- (12) Fox, C.R., Hohmann, G.W., Killpack, T.J. y Rijo, L., 1980 Topographic effects in resistivity and Induced Polarization surveys, Geophysics, V. 45, No. 1, p. 75 - 93.
- (13) Orellana, E., 1972, Prospección Geoeléctrica en corriente continua, p. 169 y 490.

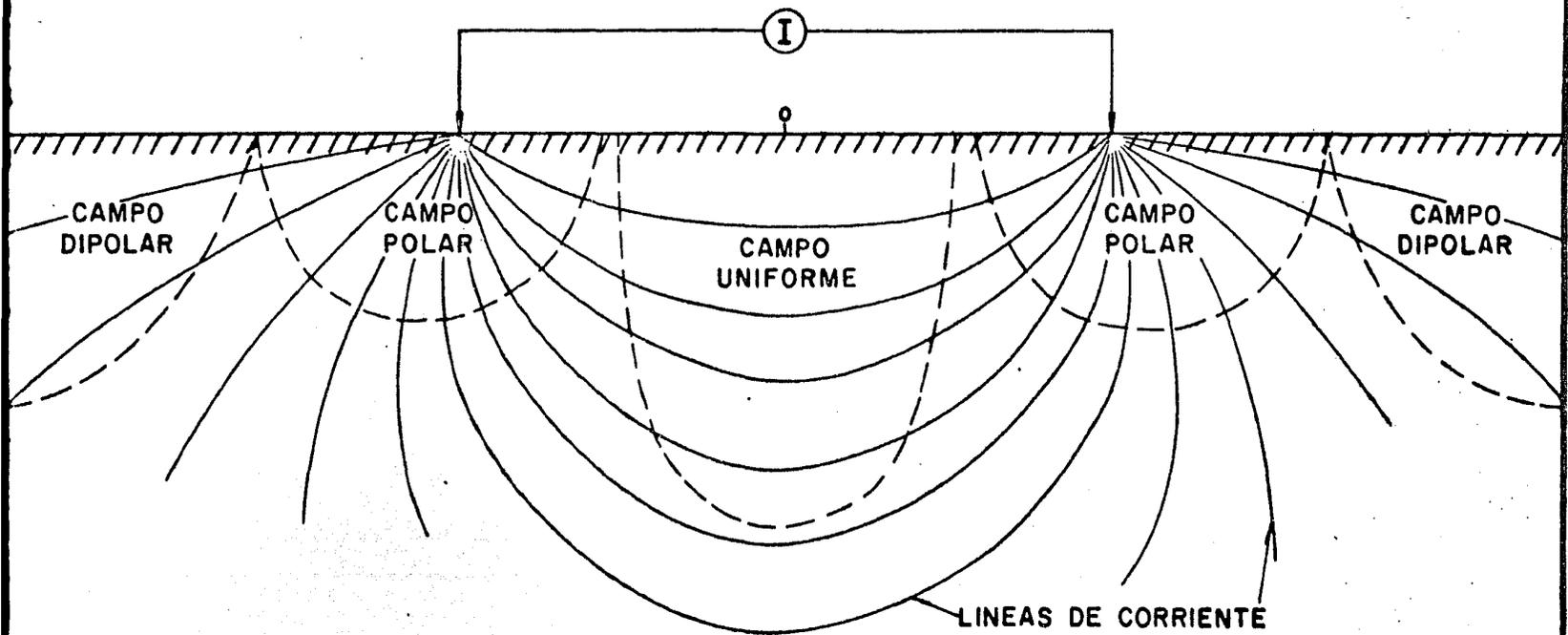
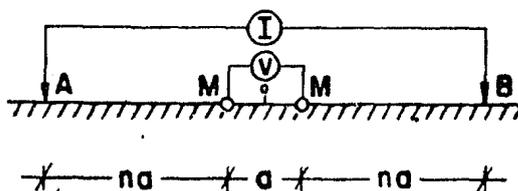


FIG. III. I. I. REGIONES DE CAMPO ELECTRICO EN UN DIPOLO ELECTRODICO DE CORRIENTE.

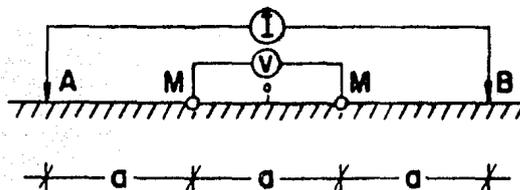
a) ARREGLO SCHLUMBERGER.

$$\rho = \pi \frac{V}{I} n(n+1)a$$



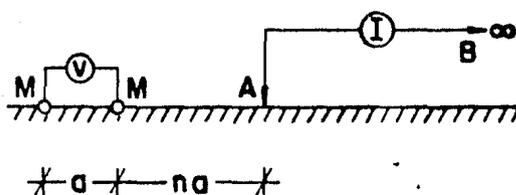
b) ARREGLO WENNER.

$$\rho = 2\pi \frac{V}{I} a$$



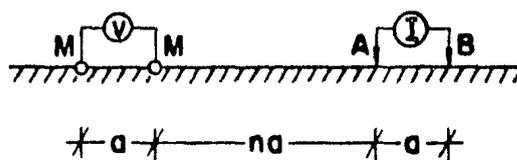
c) ARREGLO POLO-DIPOLO.

$$\rho = 2\pi \frac{V}{I} n(n+1)a$$



d) ARREGLO DIPOLO-DIPOLO.

$$\rho = \pi \frac{V}{I} n(n+1)(n+2)a$$



e) ARREGLO DE GRADIENTE.

$$\rho = \kappa \frac{V}{I}$$

$$K = 2\pi \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{AN} - \frac{1}{BM} + \frac{1}{BN} \right)^{-1}$$

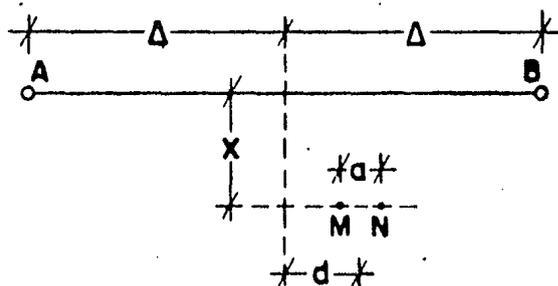
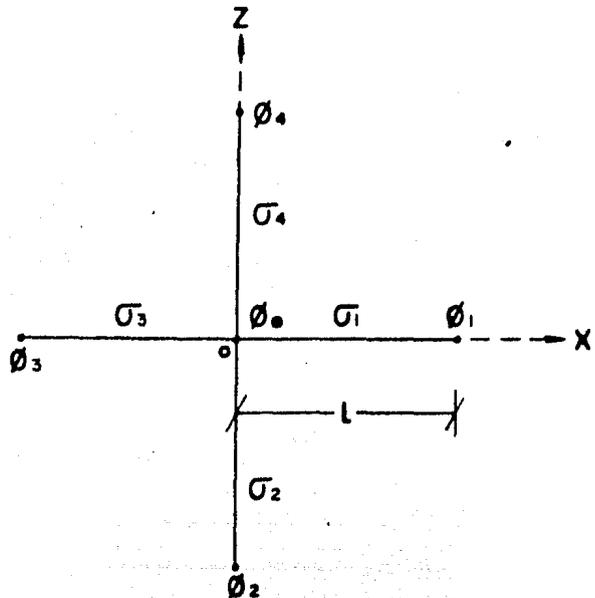


FIG. III.1.2. DISPOSITIVOS ELECTRODICOS.

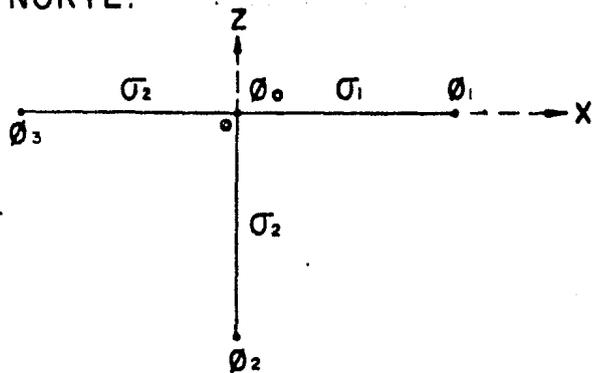
a) ESTRELLA COMPLETA.

$$\varphi_0 = \frac{\sum \sigma_i \varphi_i}{\sum \sigma_i}$$



b) ESTRELLA SIN NODO NORTE.

$$\varphi_0 = \frac{\sigma_1 \varphi_1 + 2\sigma_2 \varphi_2 + \sigma_3 \varphi_3}{\sigma_1 + 2\sigma_2 + \sigma_3}$$



c) ESTRELLA SIN NODOS NORTE Y ESTE.

$$\varphi_0 = \frac{\sigma_2 \varphi_2 + \sigma_3 \varphi_3}{\sigma_2 + \sigma_3}$$

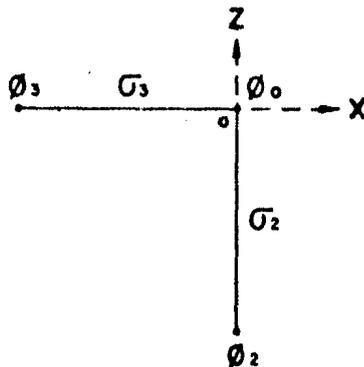
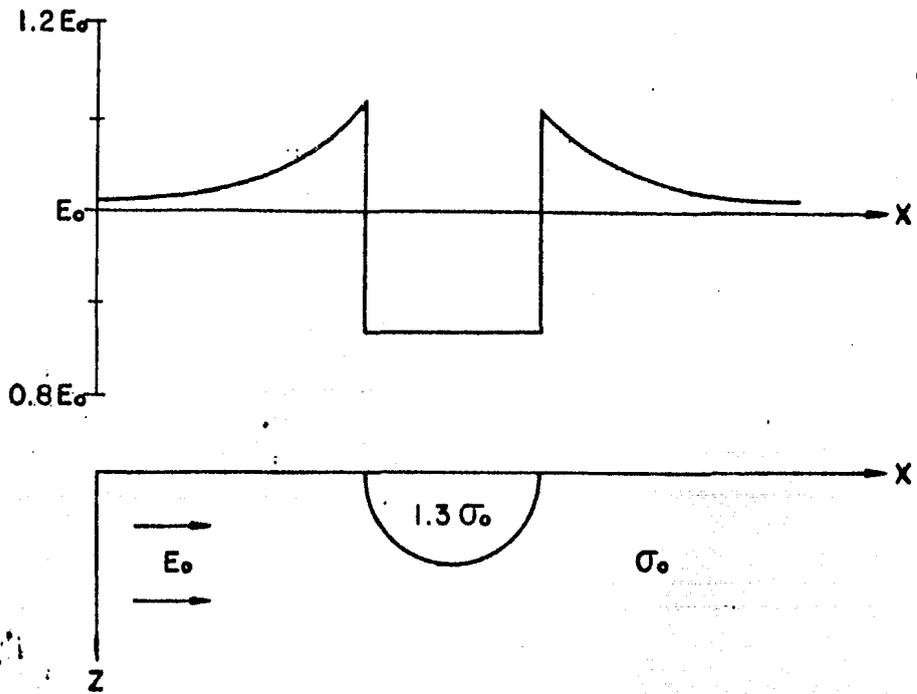


FIG. III. 2.1. ESTRELLAS NODALES.

a) MODELO ANALITICO



b) MODELO DE RELAJACION

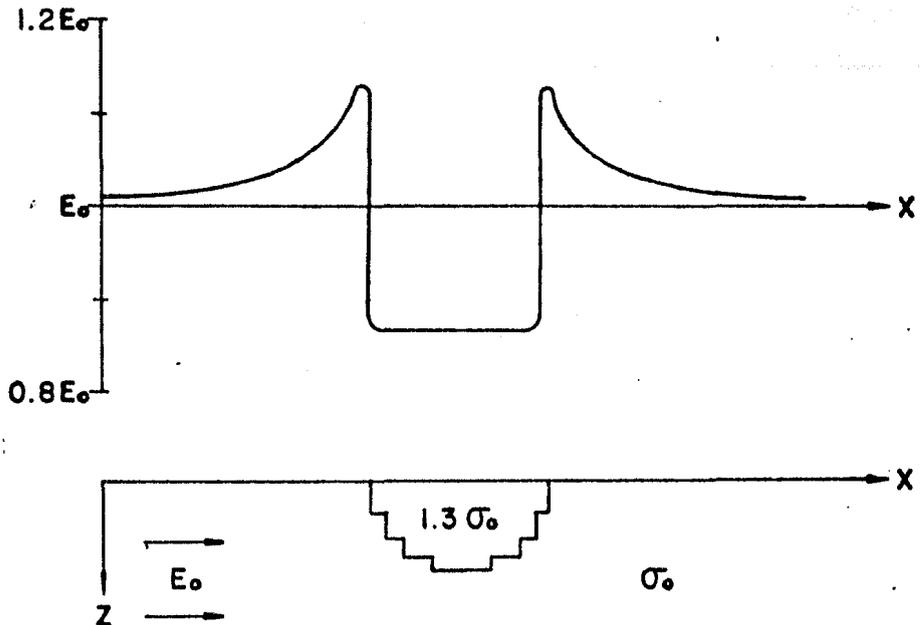
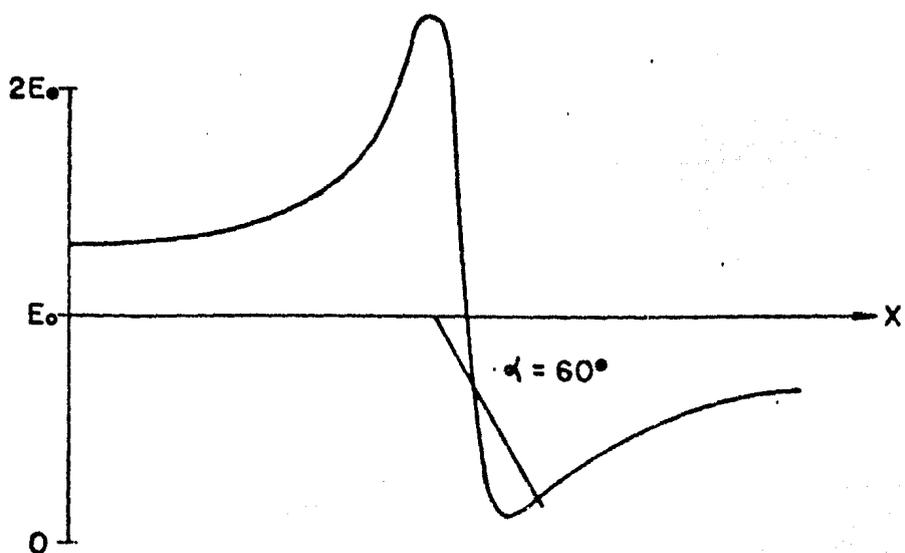


FIG. III. 2. 2. MODELADO DE UNALENTE SEMICILINDRICA POR EL METODO DE RELAJACION.

a) MODELO ANALITICO



b) MODELO DE RELAJACION

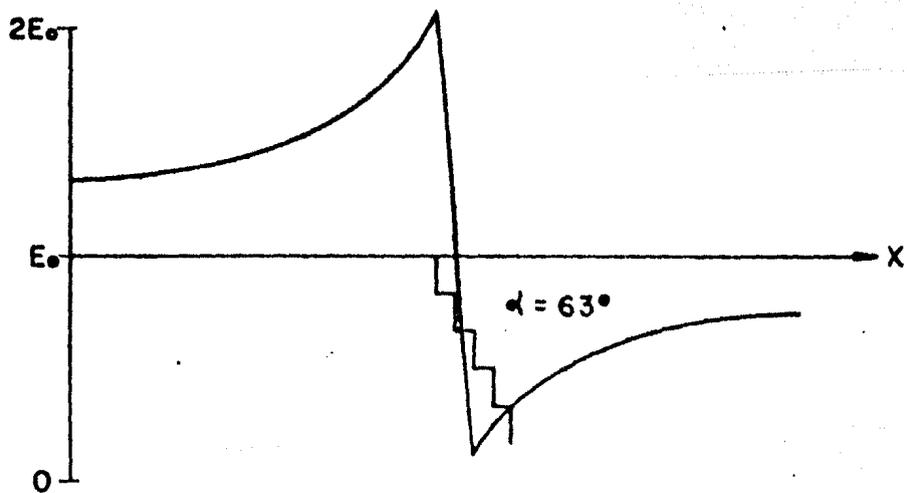


FIG. III.2.3. MODELADO DE UN DIQUE INCLINADO POR EL METODO DE RELAJACION.

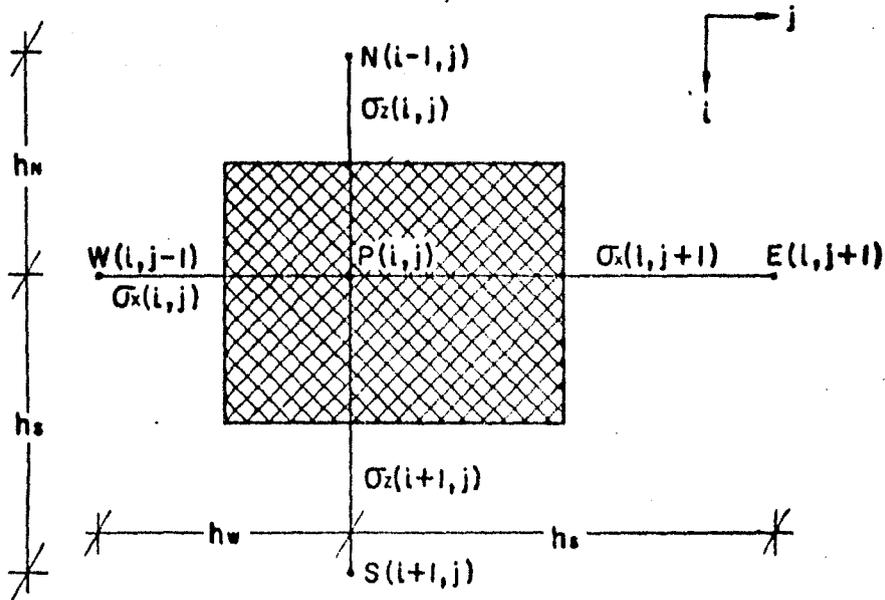
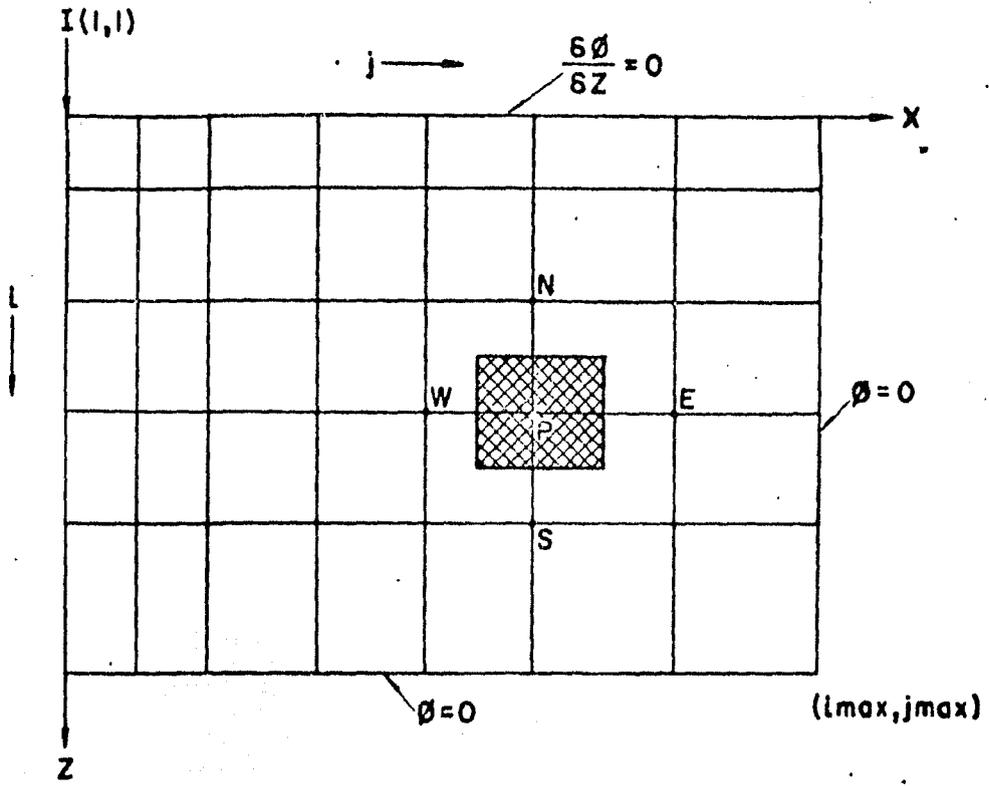


FIG. III. 2. 4. DISTRIBUCION GEOMETRICA DE LOS PARAMETROS FISICOS QUE INTERVIENEN EN LOS PROGRAMAS MUFTI Y RELMUF.

SONDEO SCHLUMBERGER

CAMPO _____ FECHA _____
 LINEA _____ OPERADOR _____
 SONDEO _____ COTA _____
 OBSERVACIONES _____

COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD

— SONDEO ELECTRICO —

CAMPO _____ COTA S N M _____ FECHA _____
 LINEA _____ UBICACION _____ OPERADOR _____
 NUMERO _____ OBSERVACIONES _____

LARGO	CORTO	K	I	ΔV	C_a	OBSERVACIONES
1	0.25	5.89				
1.5	0.25	13.74				
2	0.25	24.74				
3	0.25	56.16				
	1	12.57				
4	1	23.56				
5	1	37.70				
7	1	75.40				
10	1	156.51				
	2.5	58.90				
15	2.5	137.4				
20	2.5	247.4				
30	2.5	581.6				
40	2.5	1000.3				
50	2.5	1566.8				
	10	377.0				
70	2.5	3074.8				
	10	754.0				
100	10	1555.1				
150	10	3518.5				
	10	6267.4				
200	40	1508.0				
	10	1421.4				
300	40	3171.4				
	10	25117.0				
400	40	6220.3				
	40	9751.6				
500	40	22026.4				
	100	8678.6				
750	150	5654.8				
	40	39207.0				
1000	100	15550.8				
	150	10236.3				

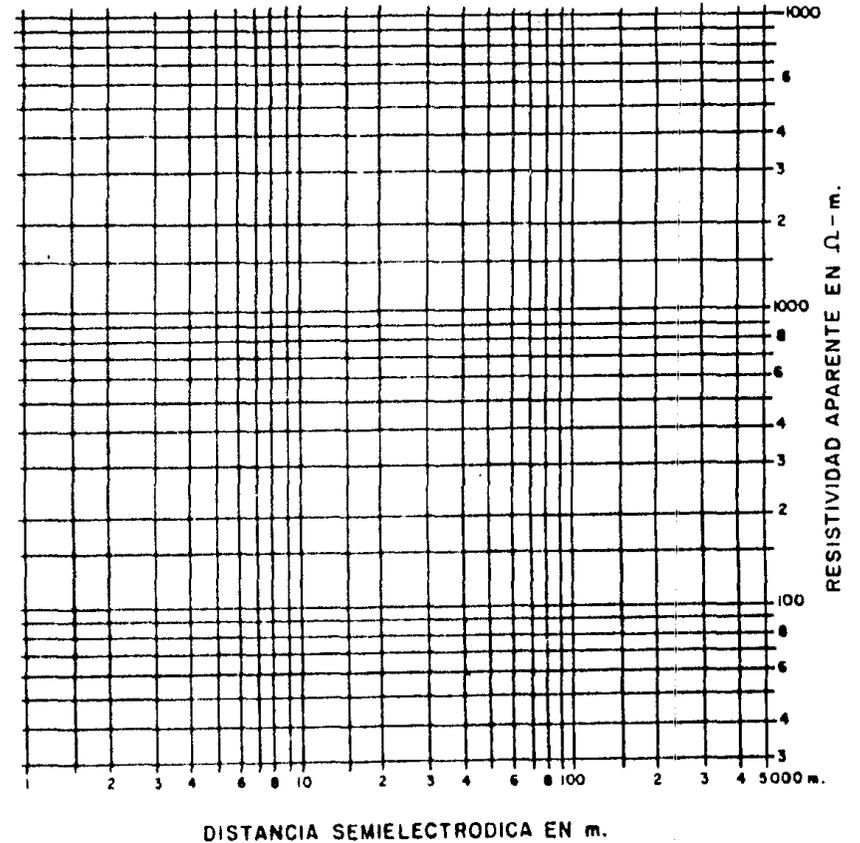
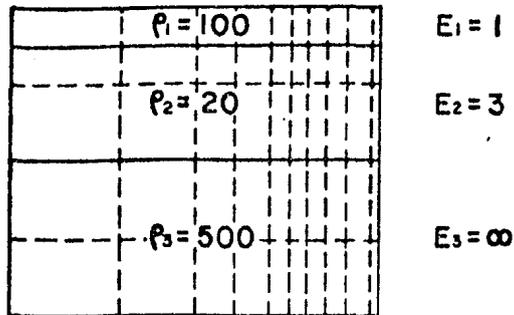


FIG. III. 2. 5. REGISTRO DE CAMPO PARA SEV SCHLUMBERGER.



MODELO USADO POR
EL PROGRAMA MUFTI

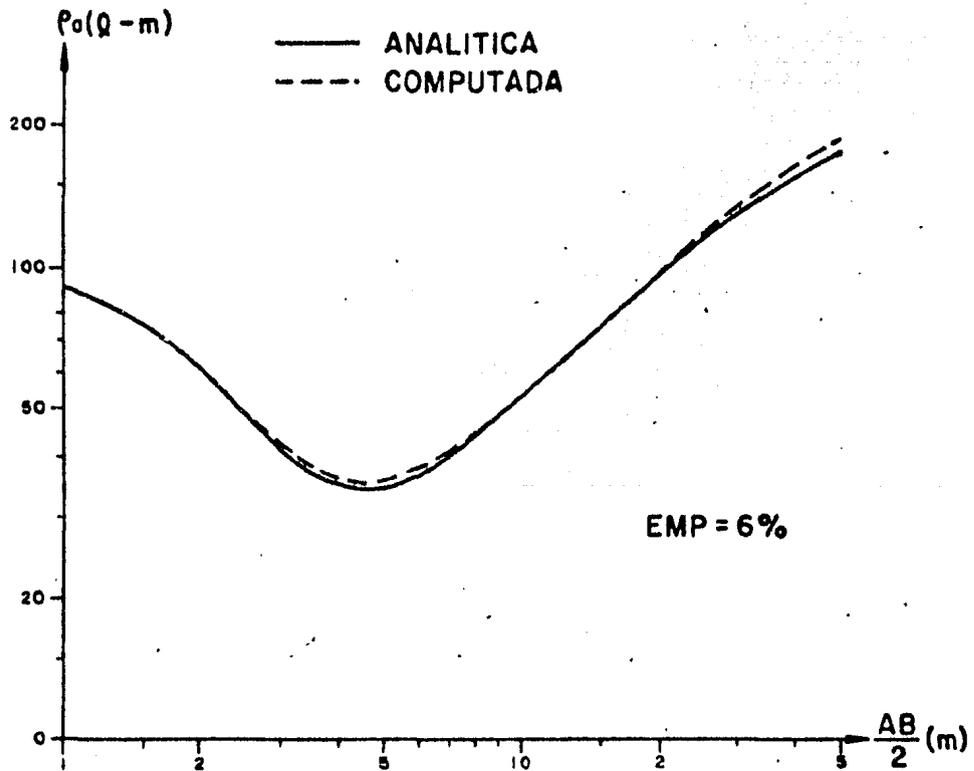
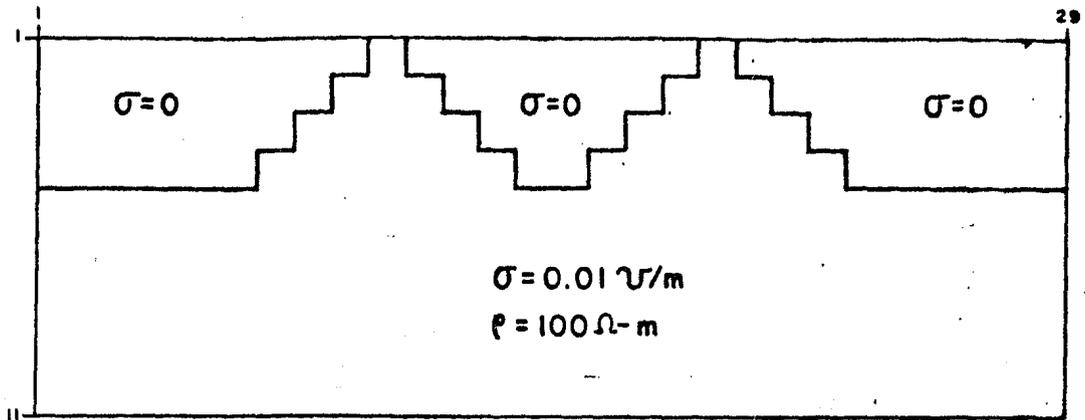


FIG. III. 2. 6. COMPARACION ENTRE LOS RESULTADOS ANALITICO Y COMPUTACIONAL PARA UN MODELO DE TRES CAPAS HORIZONTALES.

a) MODELO DE RELAJACION.



b) ANOMALIAS TOPOGRAFICAS.

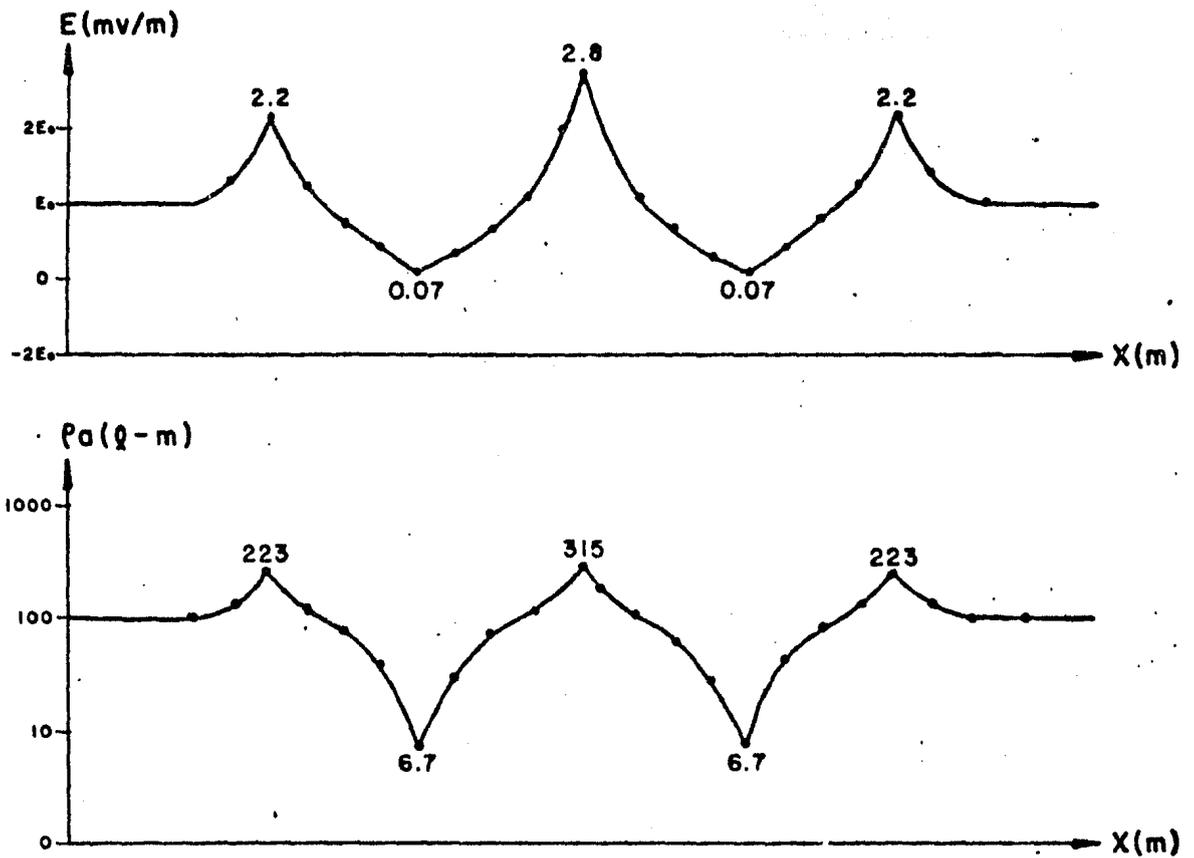
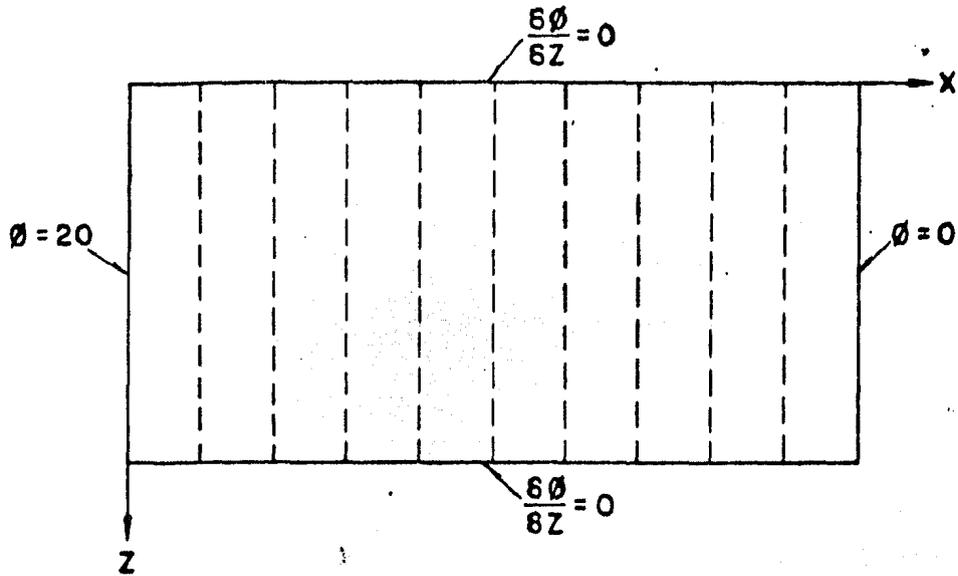


FIG. III.2.7. MODELADO DE DOS LOMAS SEPARADAS POR UN VALLE EN CAMPO UNIFORME.

a) CONDICIONES DE FRONTERA EN CAMPO UNIFORME.



b) DISTORSION DEL CAMPO UNIFORME POR EFECTO DE UNA INHOMOGENEIDAD.

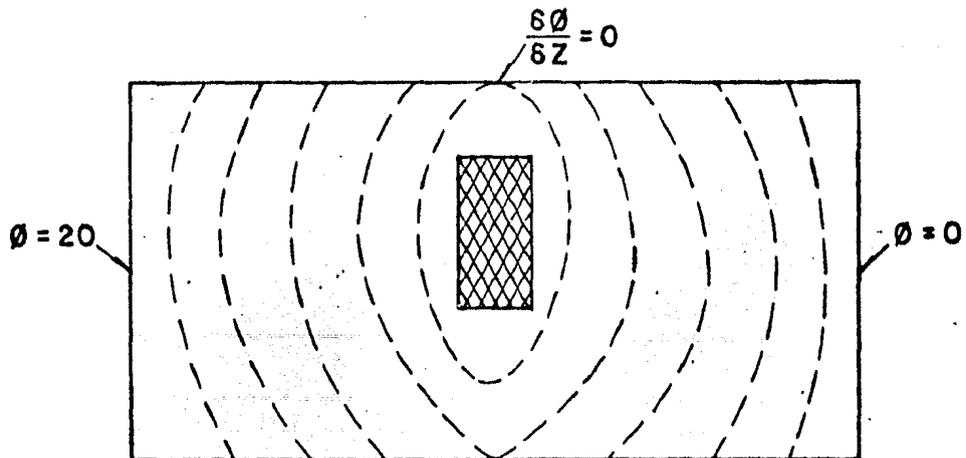
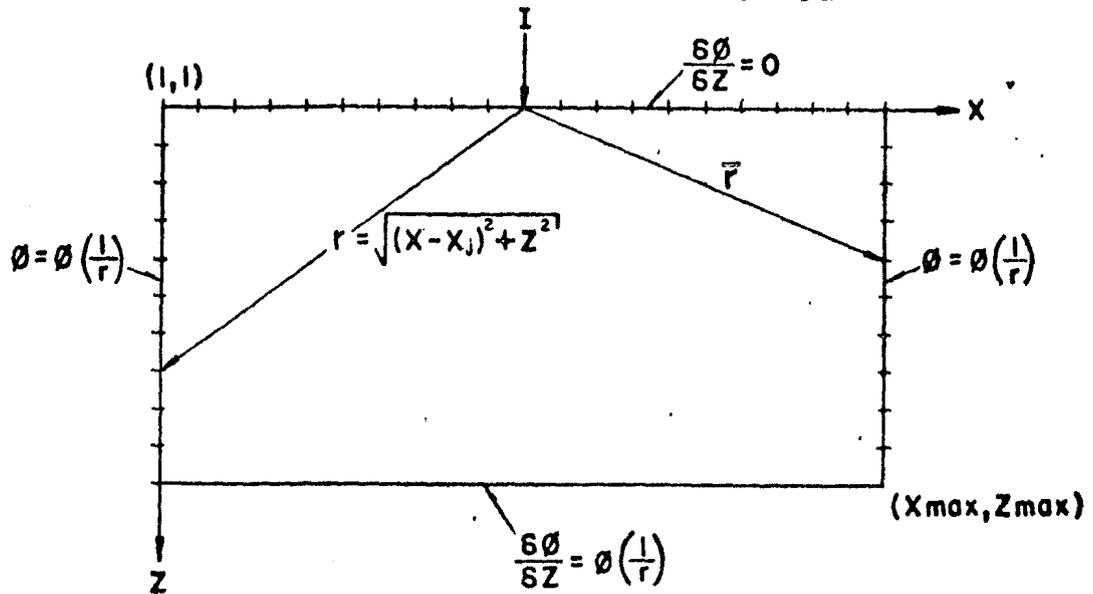


FIG. III.2.9. CONDICIONES DE FRONTERA PARA UN MODELO DE CAMPO UNIFORME.

a) CONDICIONES DE FRONTERA EN CAMPO POLAR.



b) DECAIMIENTO DEL CAMPO POLAR.

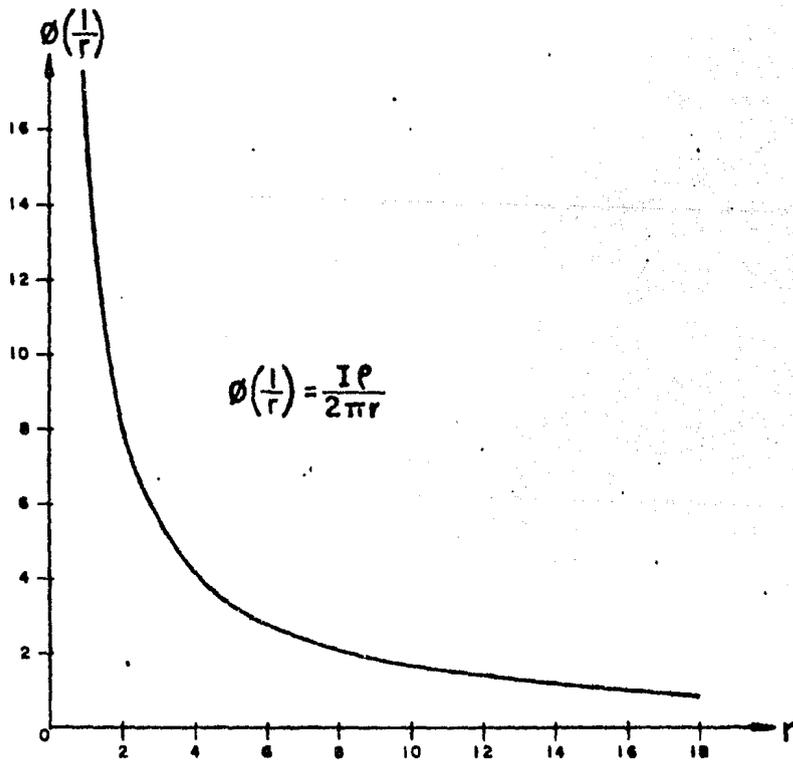
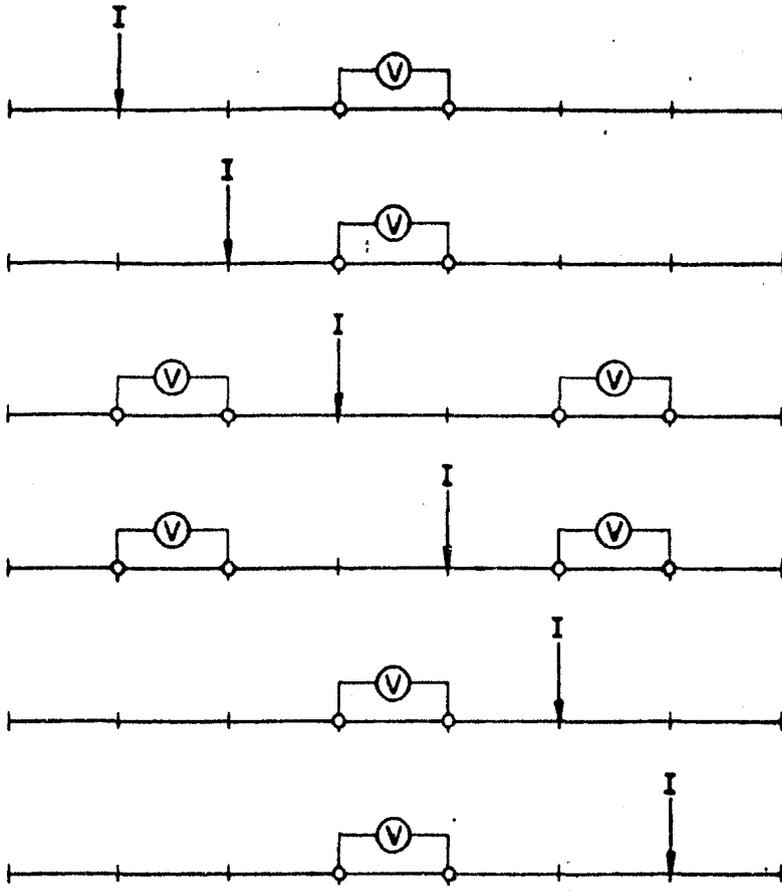


FIG. III. 2.10. CONDICIONES DE FRONTERA EN CAMPO POLAR.

a) CAMPO POLAR

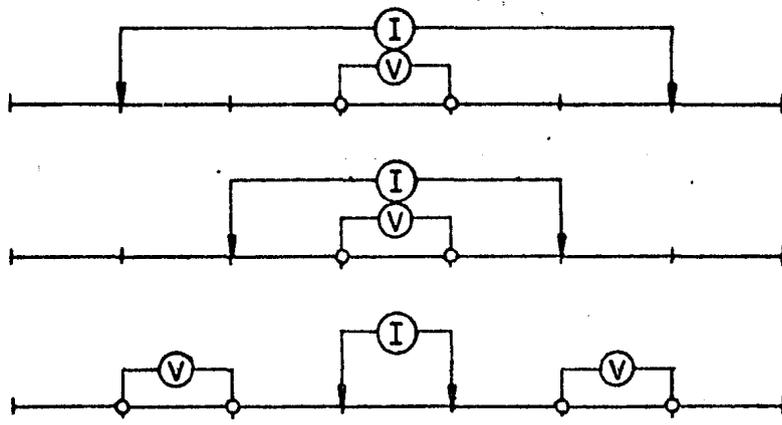
SOLUCION



- 1
- 2
- 3
- 4
- 5
- 6

b) CAMPO DIPOLAR

COMBINACION



- SCHLUMBERGER
1-6
- WENNER
2-5
- DIPOLO-DIPOLO
3-4

FIG. III.2.11. SOLUCIONES DE CAMPO POLAR REQUE-
RIDAS PARA ARREGLOS DIPOLARES.

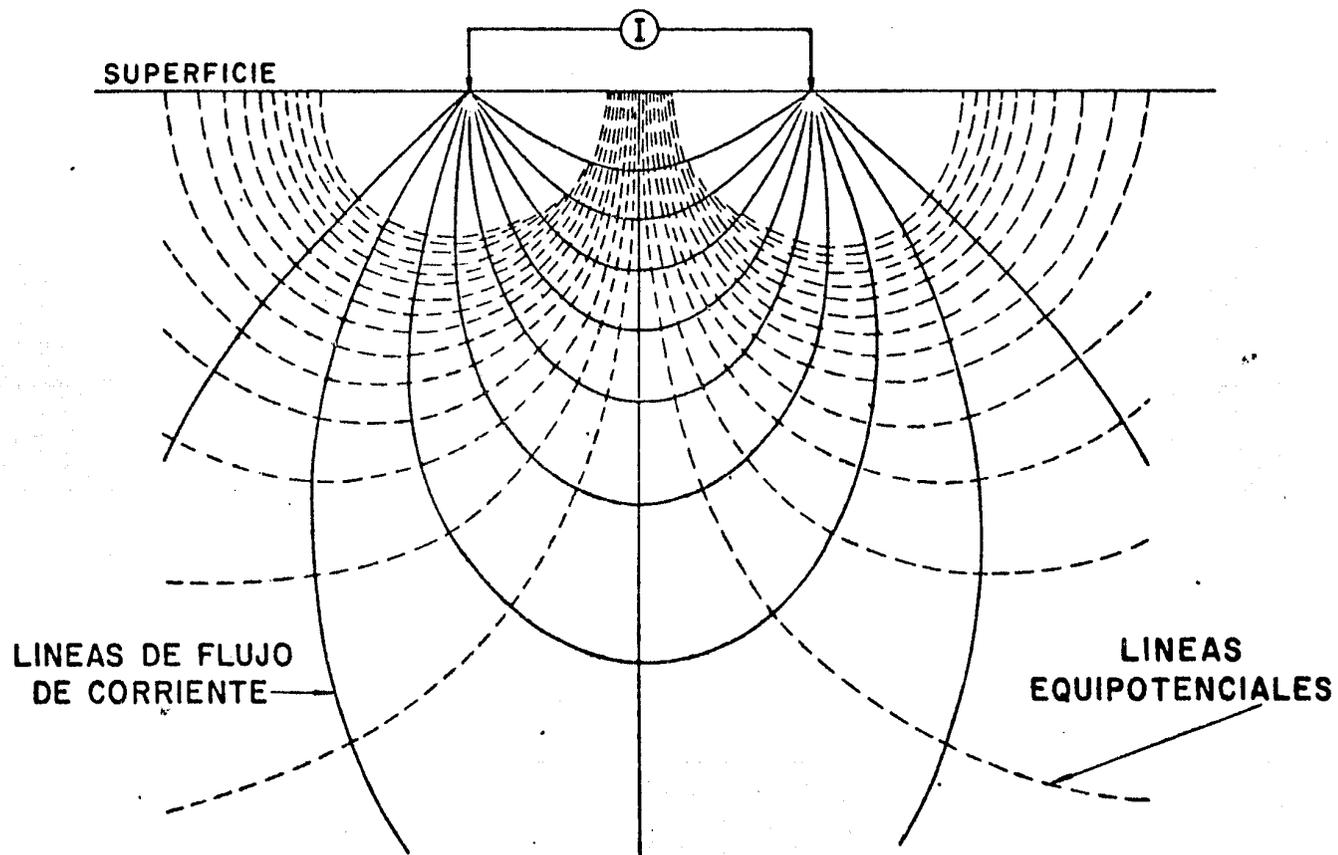


FIG. III.3.1. CAMPO ELECTRICO DIPOLAR PARA UNA TOPOGRAFIA PLANA.

NOTA: TOMADO DE FOX,
HOHMANN Y RIJO.

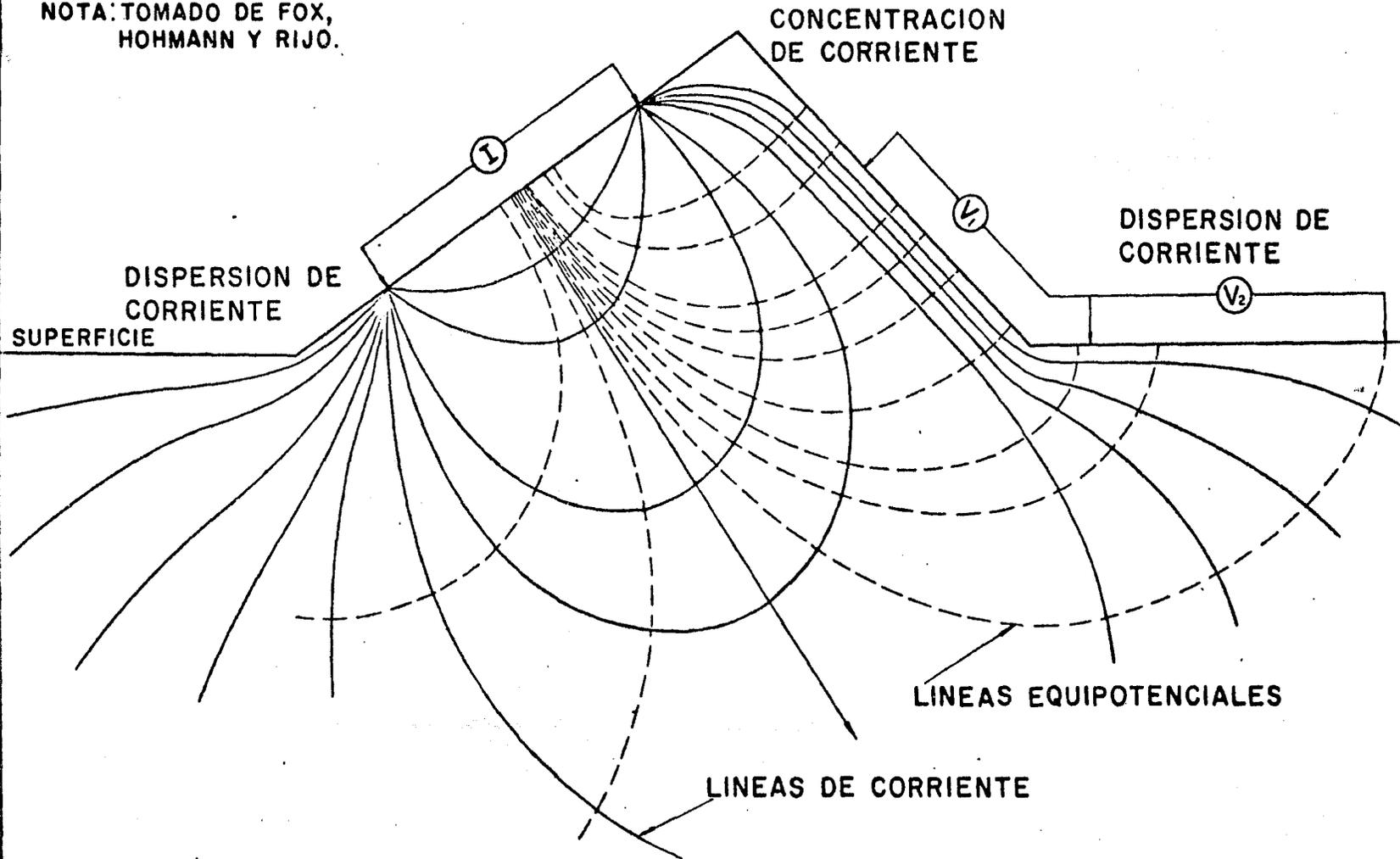
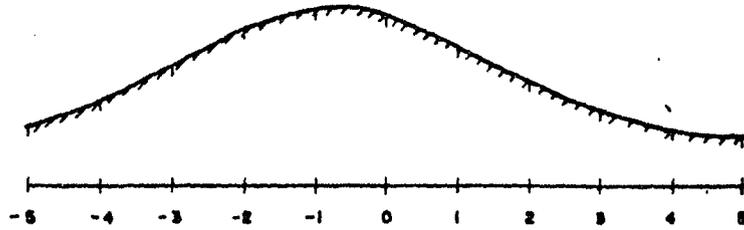


FIG. III. 3. 2. DISTORSION DEL CAMPO ELECTRICO DIPOLAR DEBIDO A UNA TOPOGRAFIA IRREGULAR.

NOTA: TOMADO DE J.S. SUMMER

a) - SECCION TOPOGRAFICA



b) - PSEUDOSECCION DE PORCENTAJE DE VARIACION DE RESISTIVIDAD CON RESPECTO A UNA TOPOGRAFIA PLANA

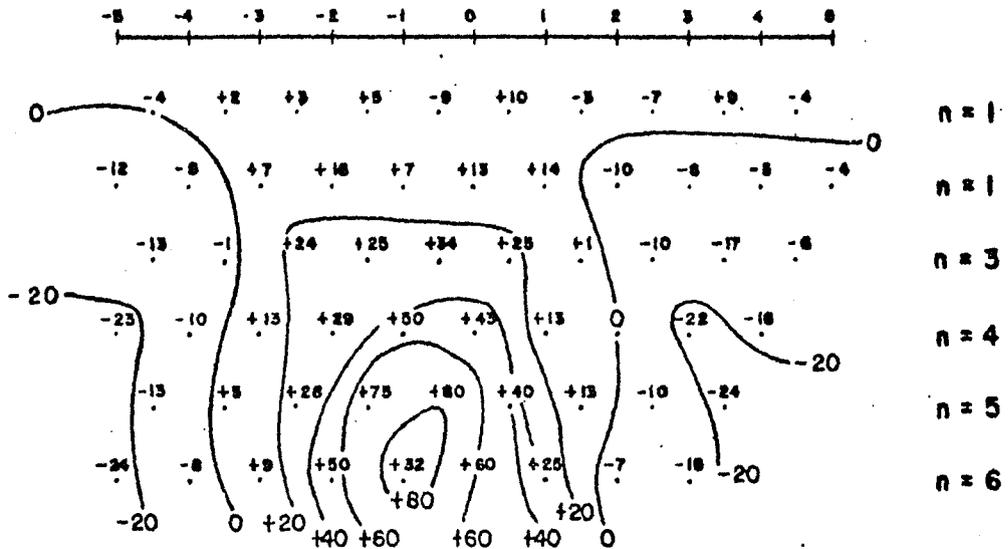


FIG.III.3.3. PORCENTAJE DE DISTORSION EN LA RESISTIVIDAD OCASIONADO POR UNA LOMA EN EL DISPOSITIVO DIPOLO-DIPOLO

EXPRESION
ANALITICA:

$$\phi = \frac{IP}{2\pi r}$$

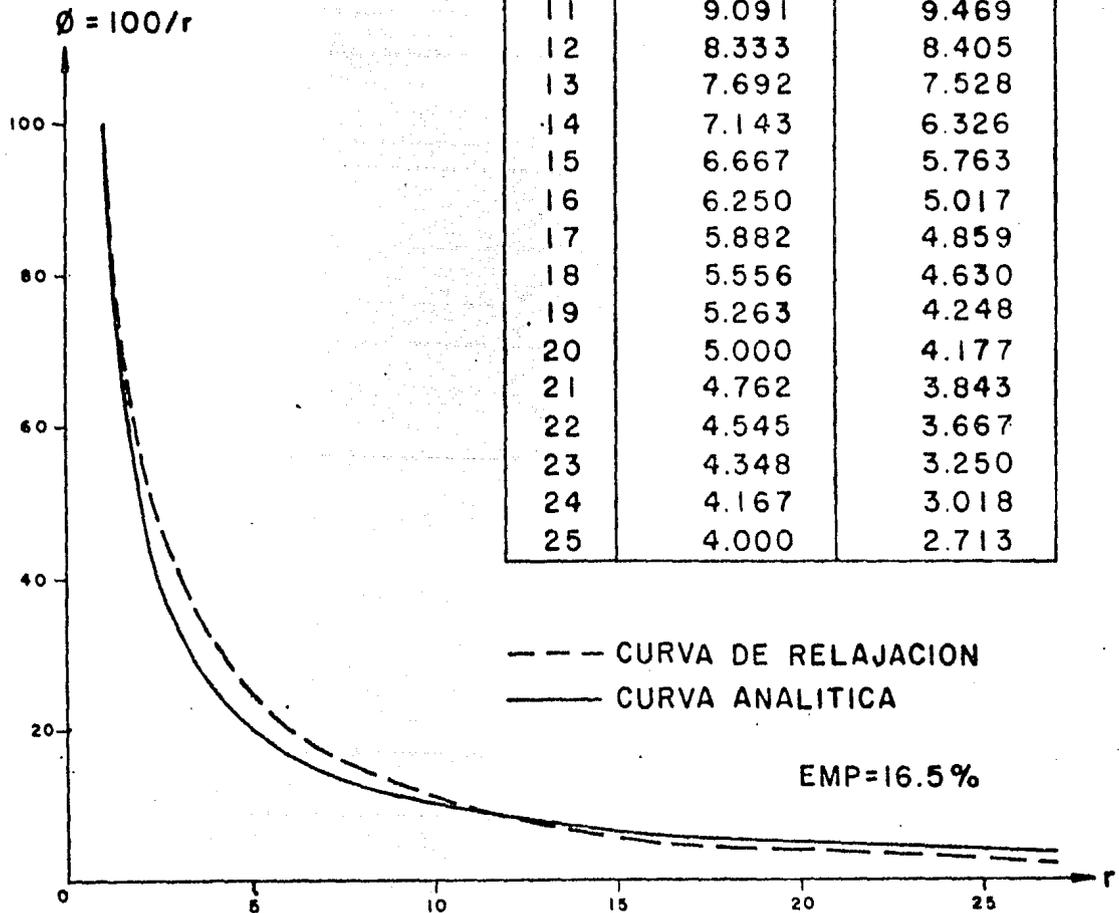


FIG. III. 3.4. DISTRIBUCION DEL CAMPO POTENCIAL
EN UN MEDIO HOMOGENEO.

a) MODELO DE RELAJACION

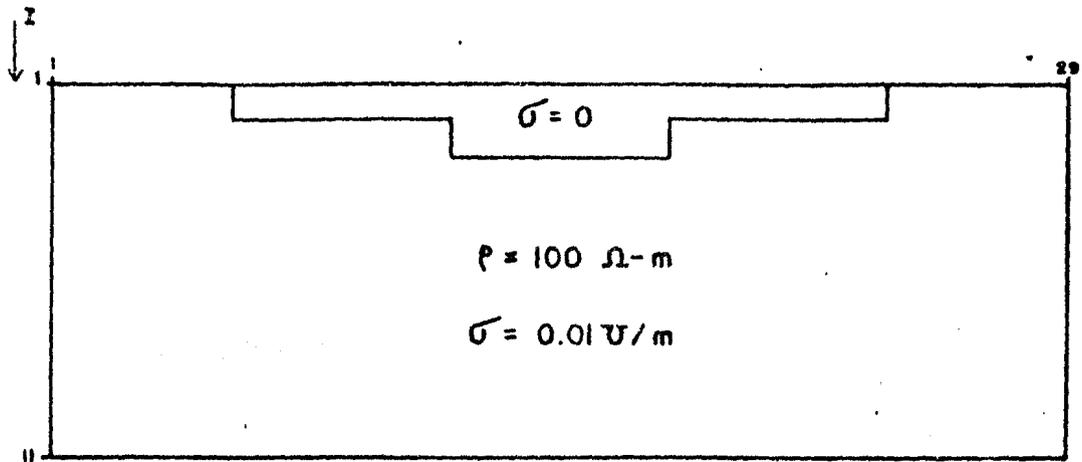
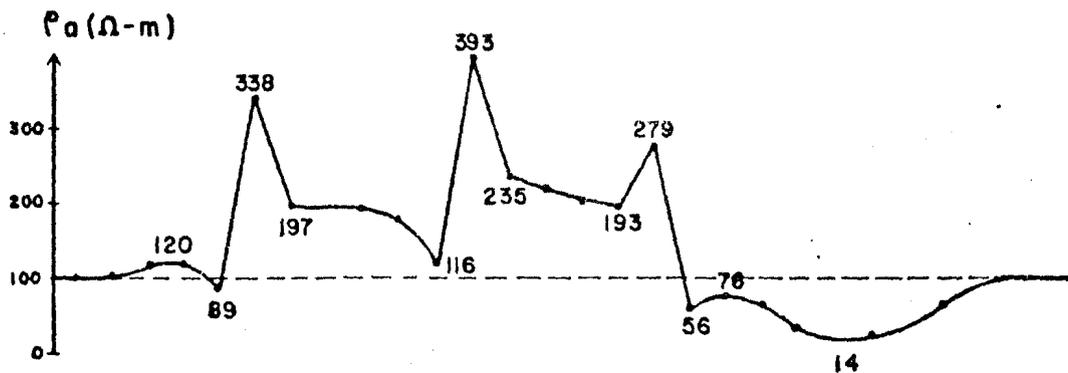
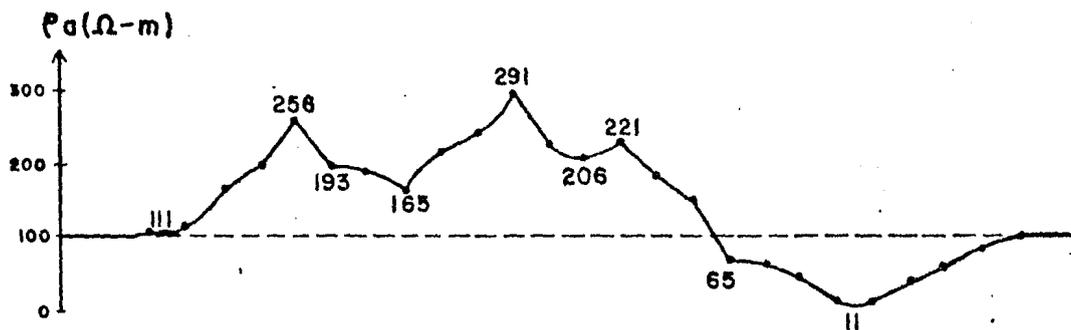
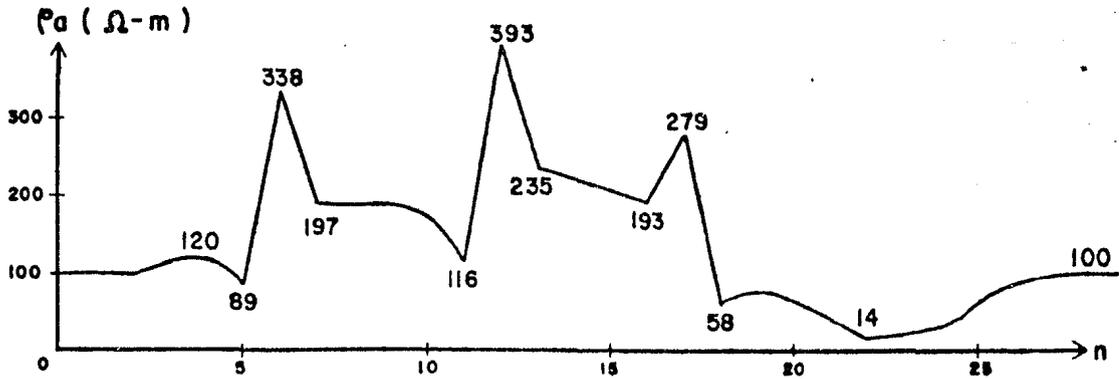
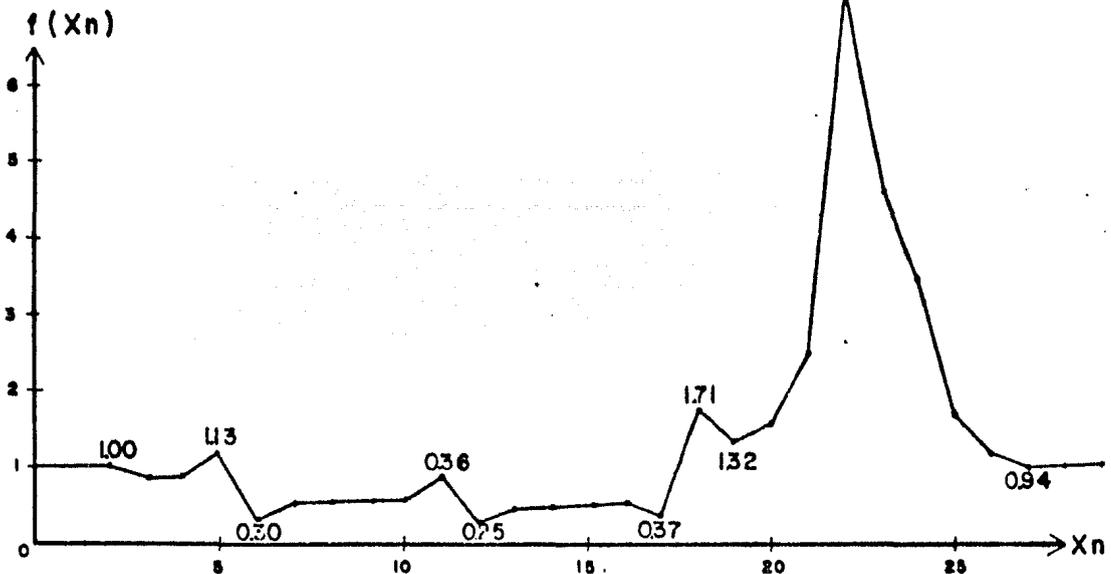
b) ANOMALIA DE RESISTIVIDAD APARENTE ($a=1$)c) ANOMALIA DE RESISTIVIDAD APARENTE ($a=3$)

FIG. III.3.5. DISTORSION DEL CAMPO POTENCIAL POR UN VALLE EN EL ARREGLO POLO-DI POLO

a) SONDEO POLO-DIPOLO ($a=1$)

b) FUNCION DE TRANSFORMACION



c) SONDEO CORREGIDO

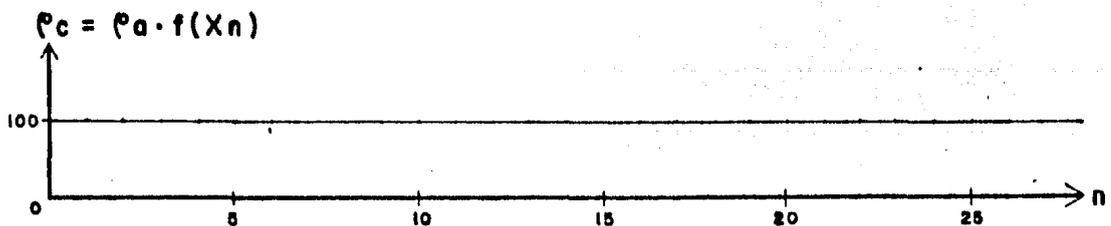
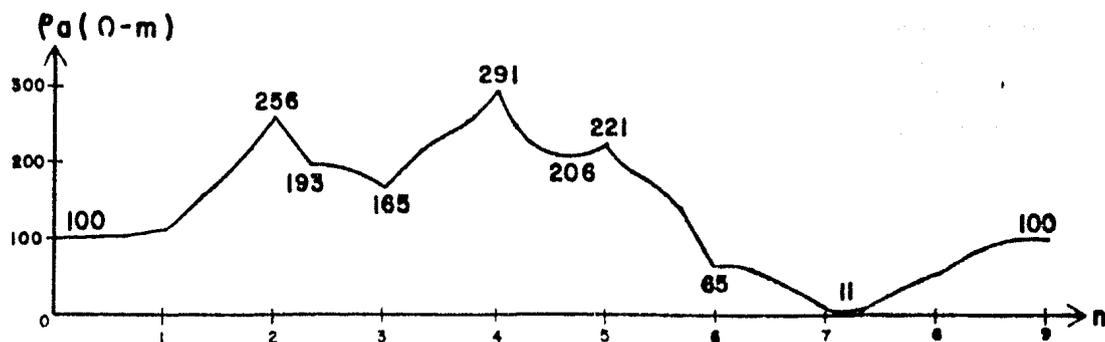
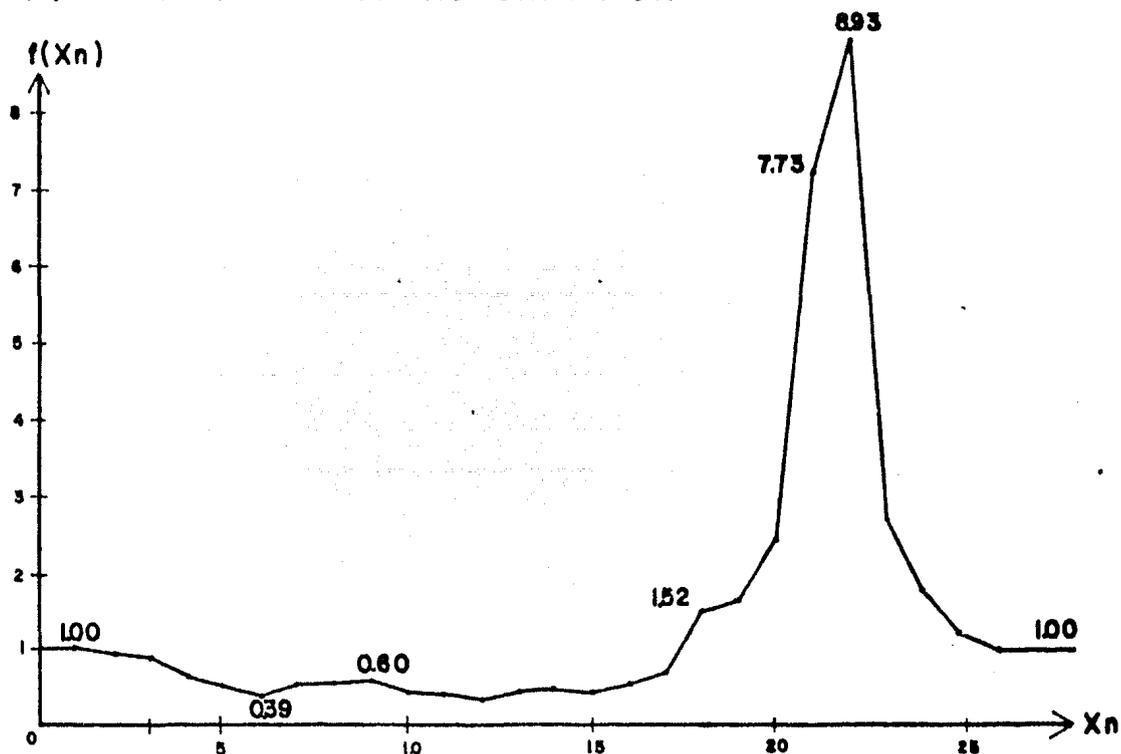


FIG. III. 3. 6. CORRECCION TOPOGRAFICA DE UN SONDEO POLO-DIPOLO ($a=1$)

a) SONDEO POLO-DIPOLO ($a=3$)

b) FUNCION DE TRANSFORMACION

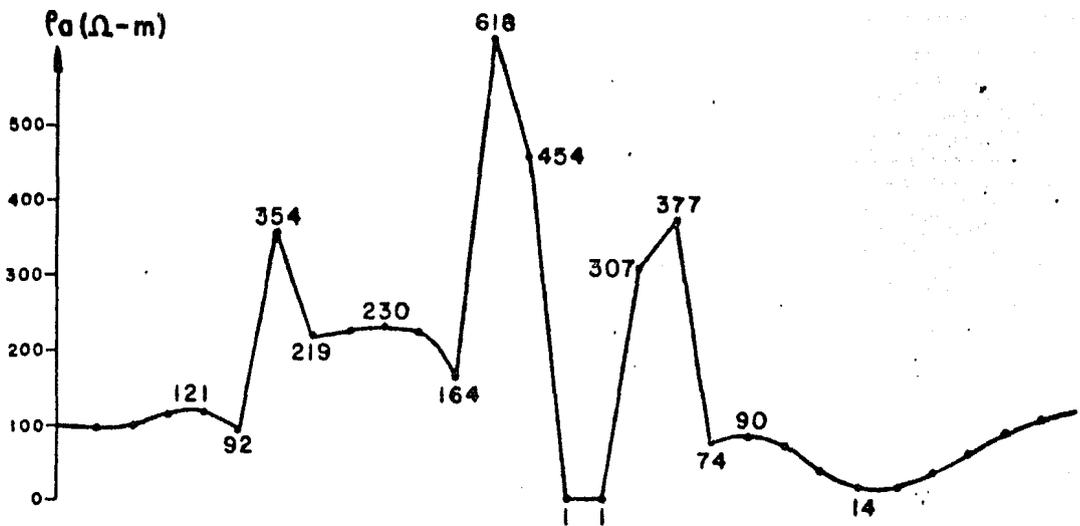


c) SONDEO CORREGIDO

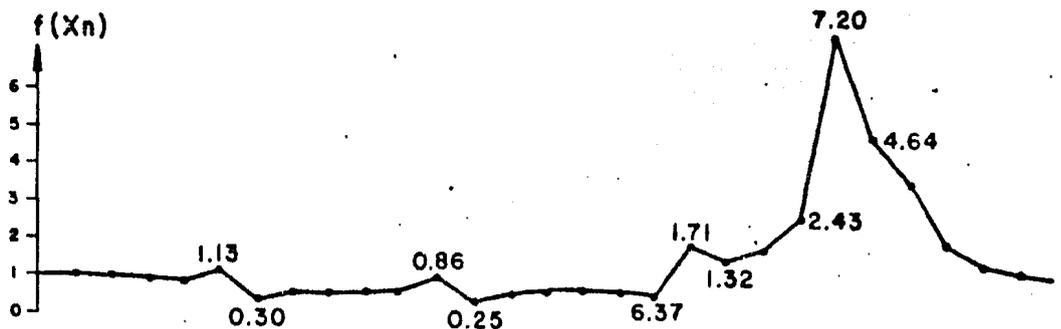


FIG. III.3.7. CORRECCION TOPOGRAFICA DE UN SONDEO POLO-DIPOLO ($a=3$)

a) ANOMALIA DE RESISTIVIDAD APARENTE.



b) FUNCION DE TRANSFORMACION.



c) SONDEO CORREGIDO.

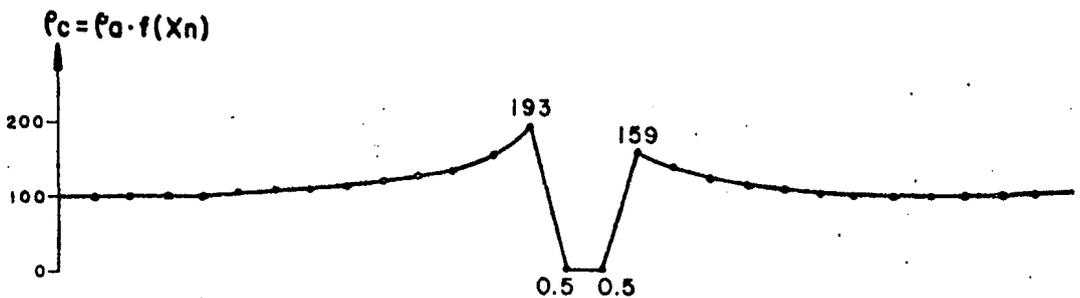
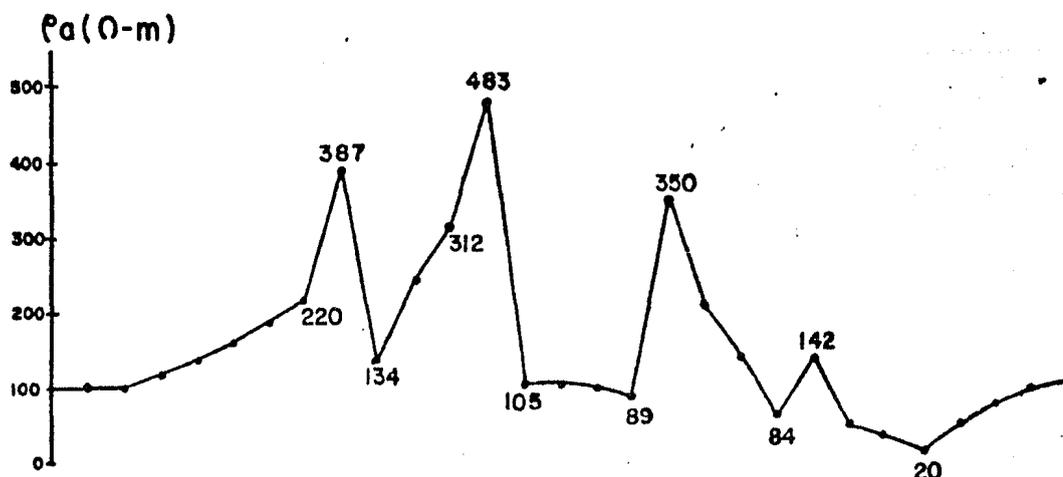
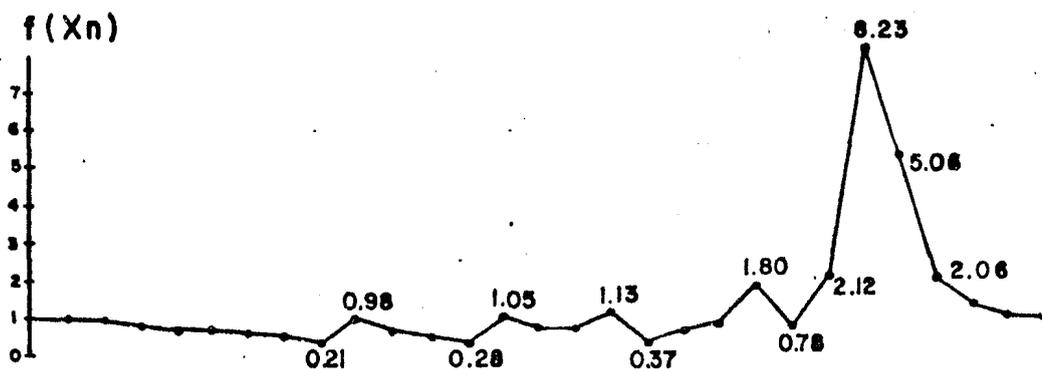


FIG. III.3.9. CORRECCION TOPOGRAFICA DE LA ANOMALIA DE UN CUERPO CONDUCTOR EN ARREGLO POLO-DIPOLO.

a) ANOMALIA DE RESISTIVIDAD APARENTE



b) FUNCION DE TRANSFORMACION



c) SONDEO CORREGIDO

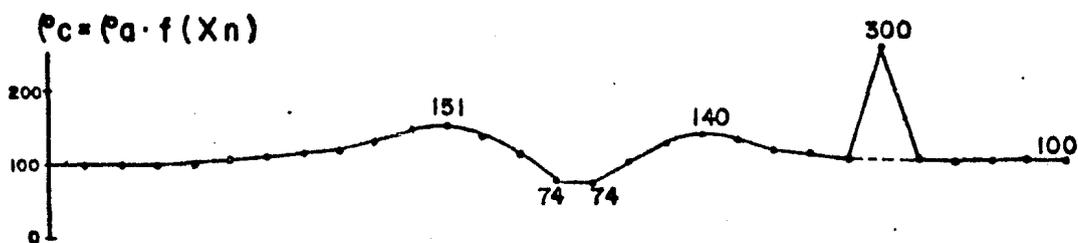
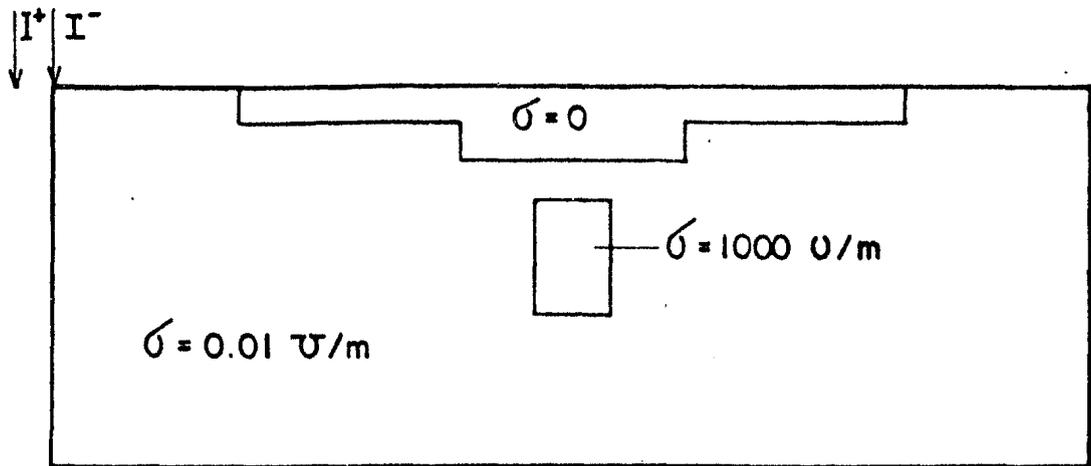


FIG. III.3. II. CORRECCION TOPOGRAFICA DE LA ANOMALIA DE UN CUERPO CONDUCTOR EN UNA LOMA CON EL DISPOSITIVO POLO-DIPOLO

a) MODELO DE RELAJACION



b) ANOMALIA DE RESISTIVIDAD APARENTE

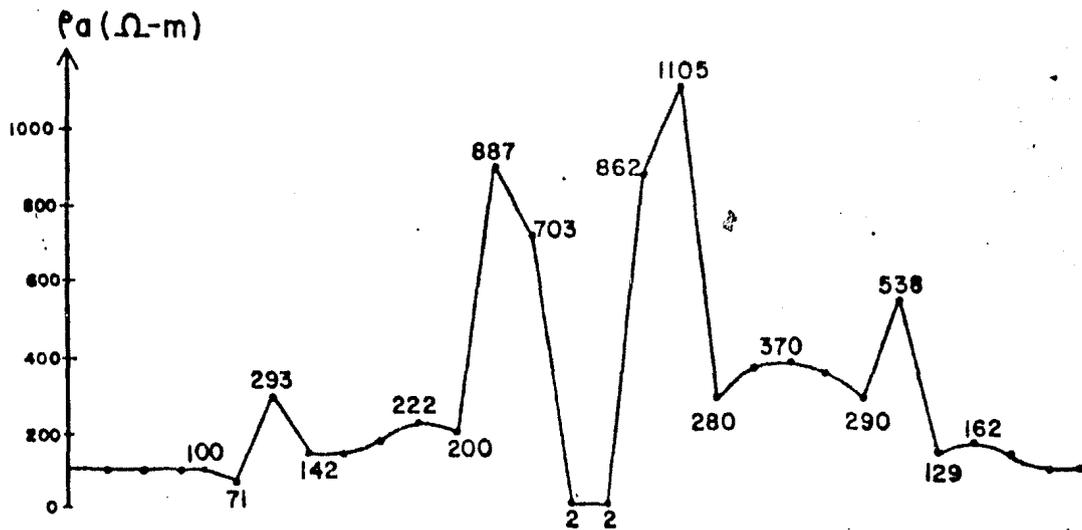
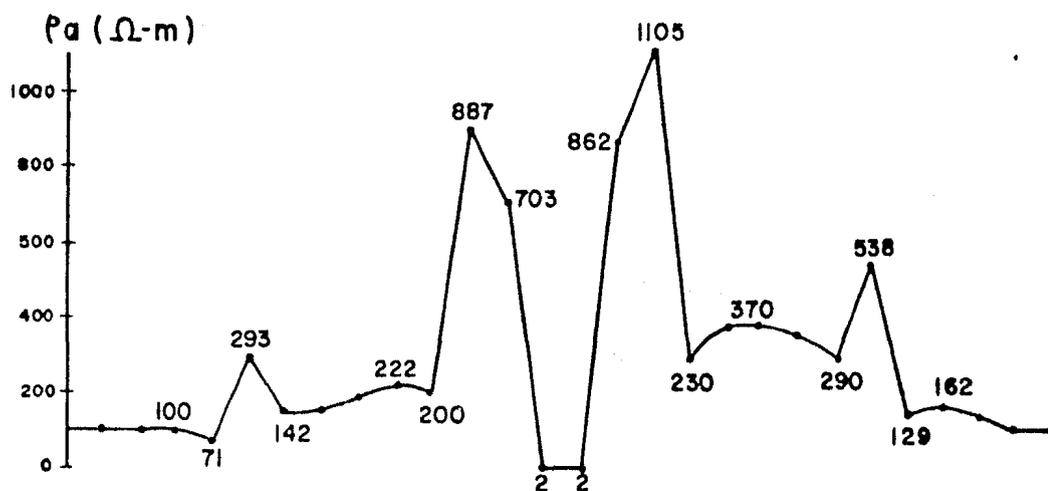
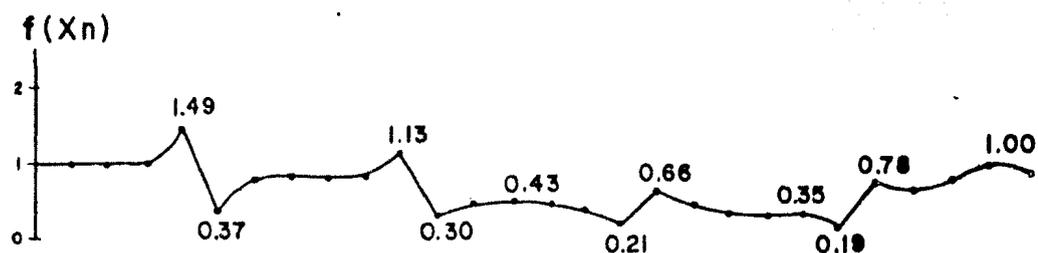


FIG. III.3.12'. ANOMALIA DE RESISTIVIDAD APARENTE DE UN CUERPO CONDUCTOR DISTORSIONADA POR UN VALLE EN EL DISPOSITIVO AXIL

a) ANOMALIA DE RESISTIVIDAD APARENTE



b) FUNCION DE TRANSFORMACION



c) SONDEO CORREGIDO

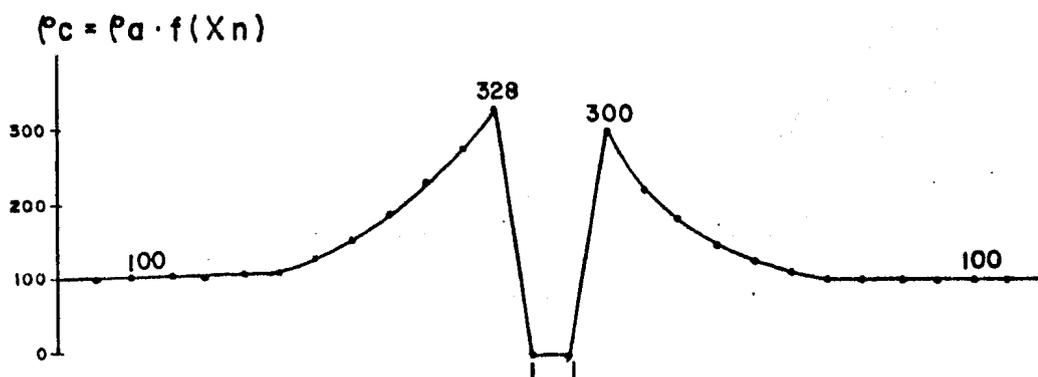
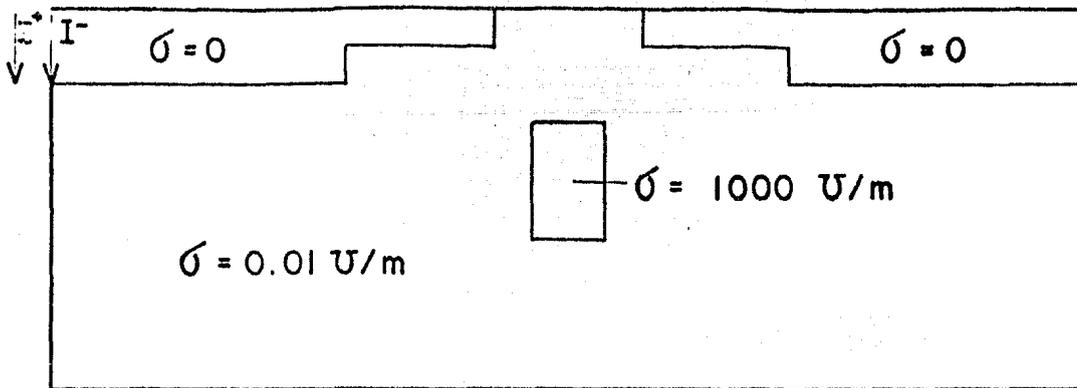


FIG. III. 3. 13. CORRECCION TOPOGRAFICA DE LA ANOMALIA DE UN CUERPO CONDUCTOR CON EL DISPOSITIVO AXIL

a) MODELO DE RELAJACION



b) ANOMALIA DE RESISTIVIDAD APARENTE

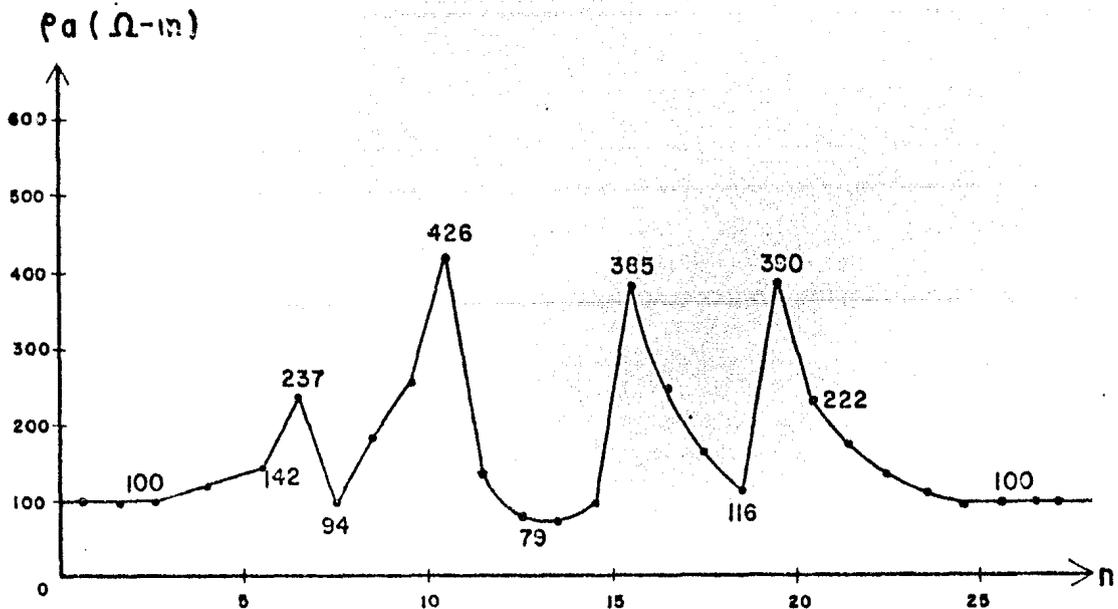
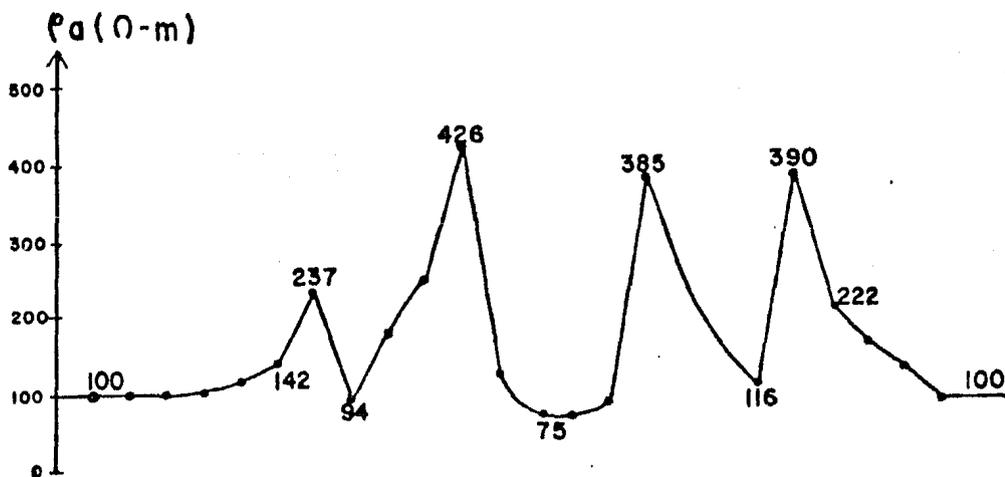
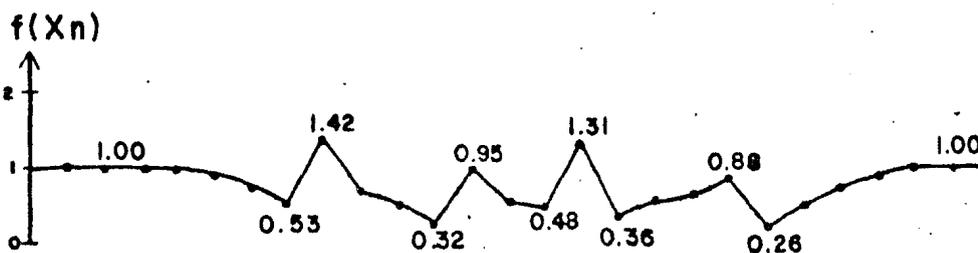


FIG. III . 3 . 14. ANOMALIA DE RESISTIVIDAD APARENTE DE UN CUERPO CONDUCTOR DISTORSIONADA POR UNA LOMA EN EL DISPOSITIVO AXIL

a) CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE



b) FUNCION DE TRANSFORMACION



c) CURVA CORREGIDA

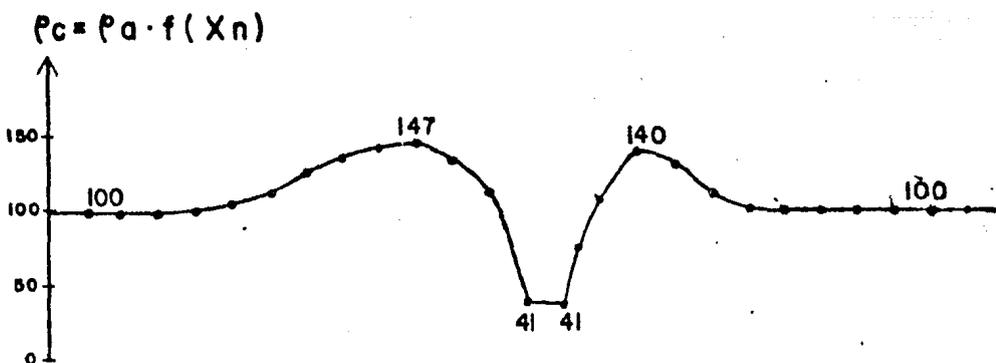


FIG. III. 3. 15. CORRECCION TOPOGRAFICA DE LA ANOMALIA DE UN CUERPO CONDUCTOR DISTORSIONADA POR UNA LOMA EN EL DISPOSITIVO AXIL

a) MODELO DE RELAJACION.

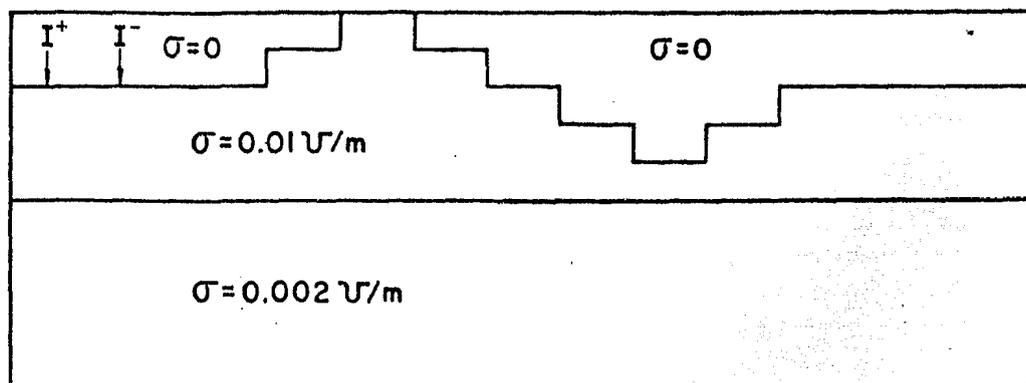
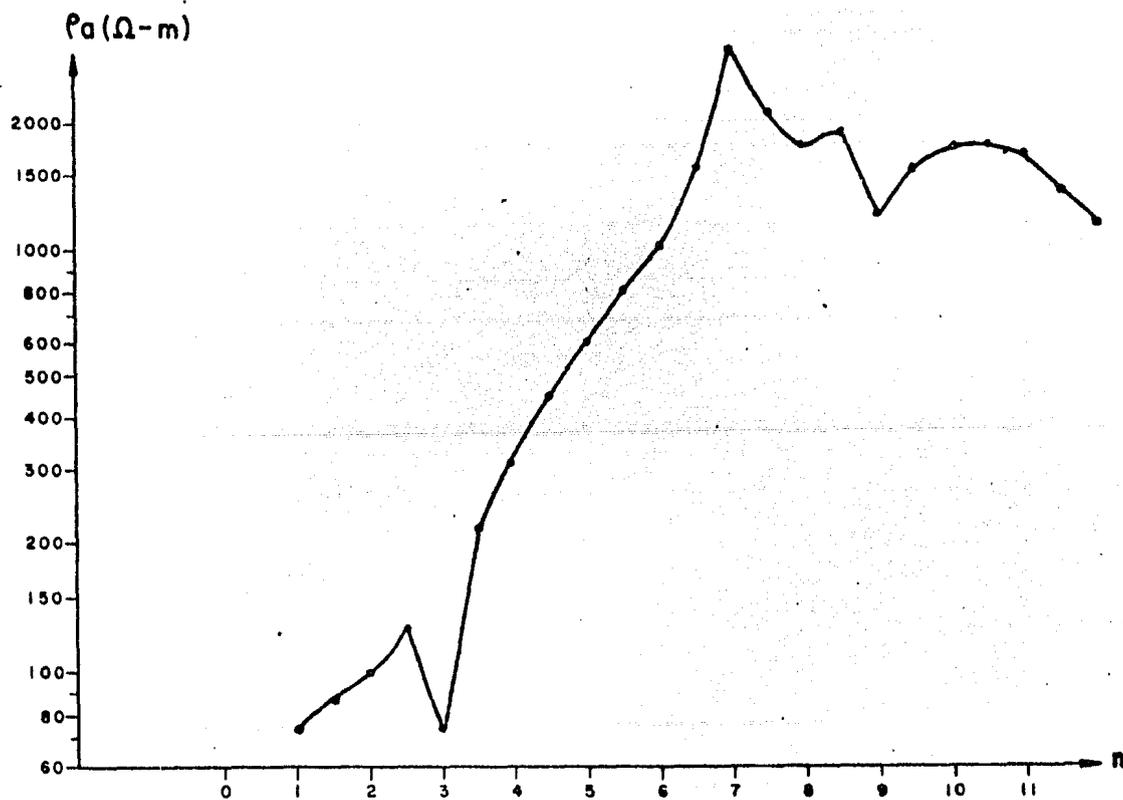
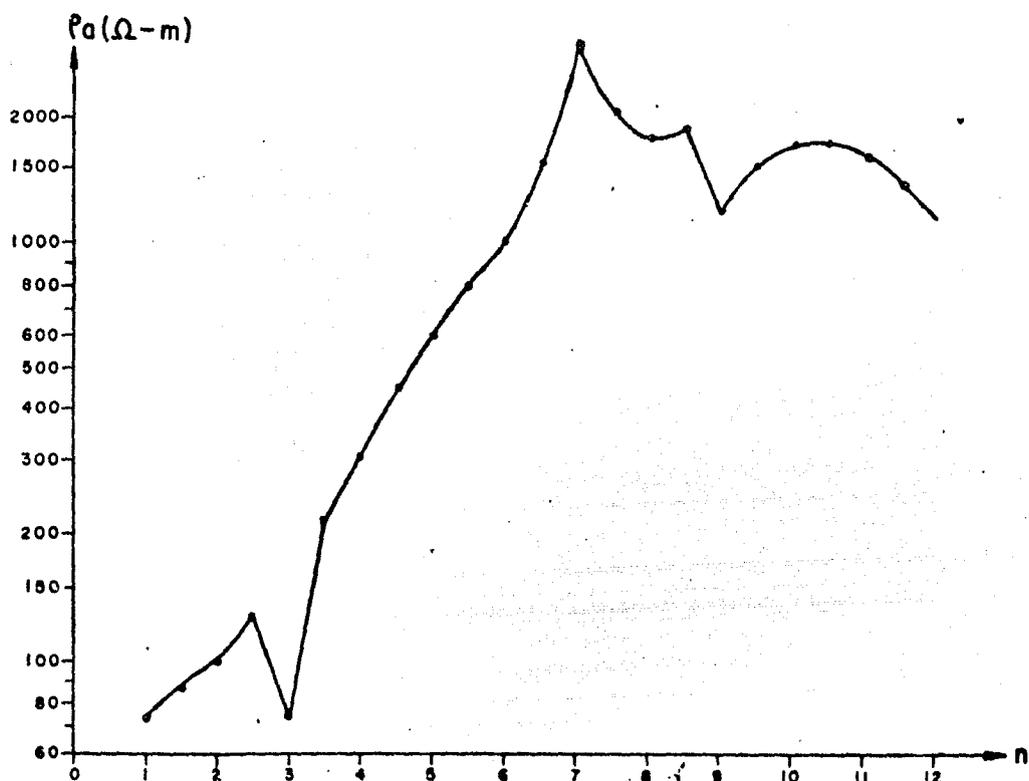
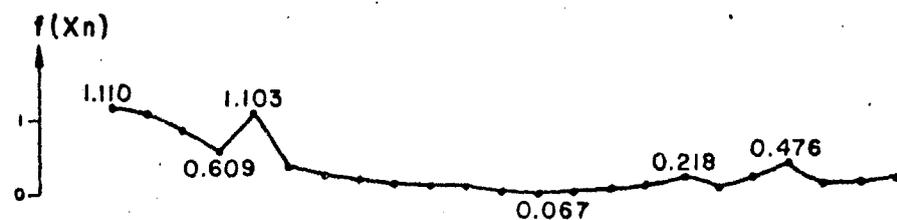
b) CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE ($\alpha=2$).

FIG. III.3.16. ANOMALIA DE DOS ESTRATOS DISTORSIONADA POR UNA LOMA Y UN VALLE EN EL DISPOSITIVO AXIL.

a) CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE ($\sigma=2$).



b) FUNCION DE TRANSFORMACION.



c) CURVA CORREGIDA.

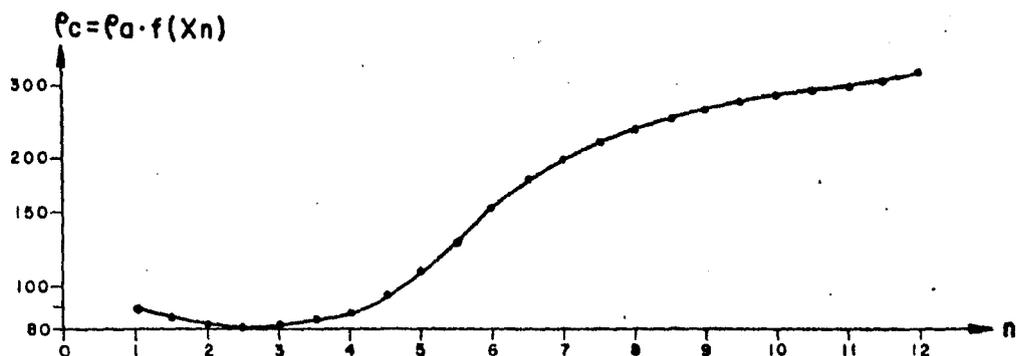
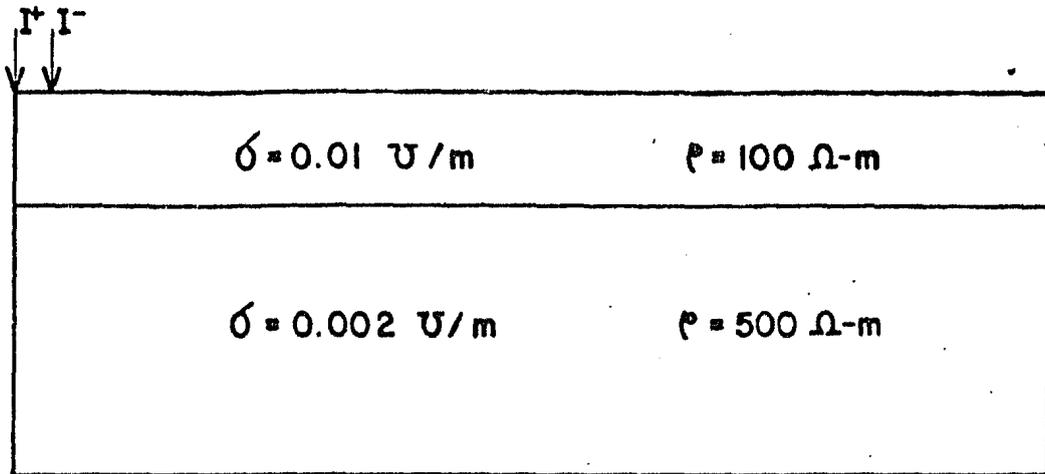
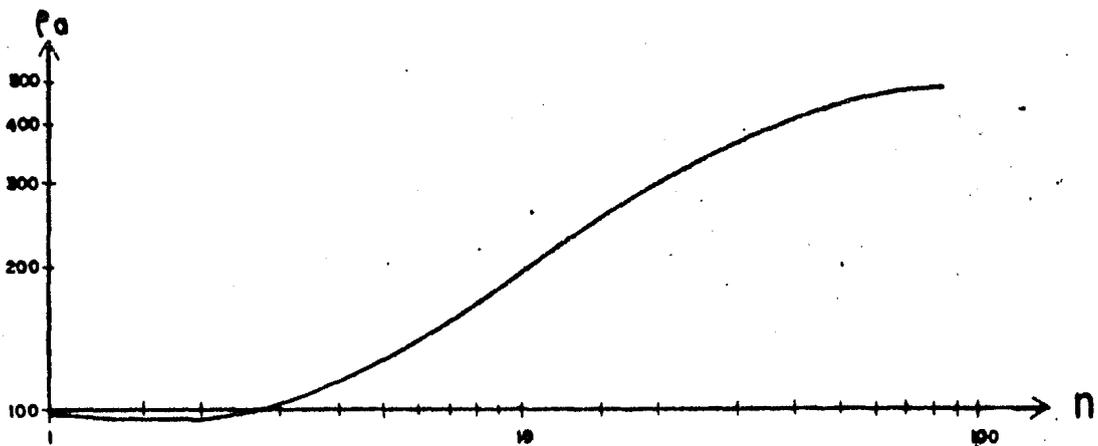


FIG. III. 3. 17. CORRECCION TOPOGRAFICA DE LA ANOMALIA COMPUESTA POR LOMA Y VALLE EN DISPOSITIVO AXIL.

a) MODELO DE RELAJACION



b) CURVA LOGARITMICA DE RESISTIVIDAD APARENTE



c) CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE

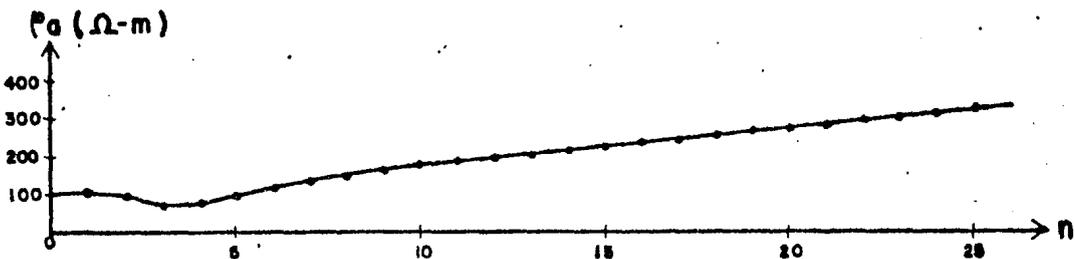


FIG. III.3.18. ANOMALIA DE DOS ESTRATOS HORIZONTALES CON EL DISPOSITIVO AXIL.

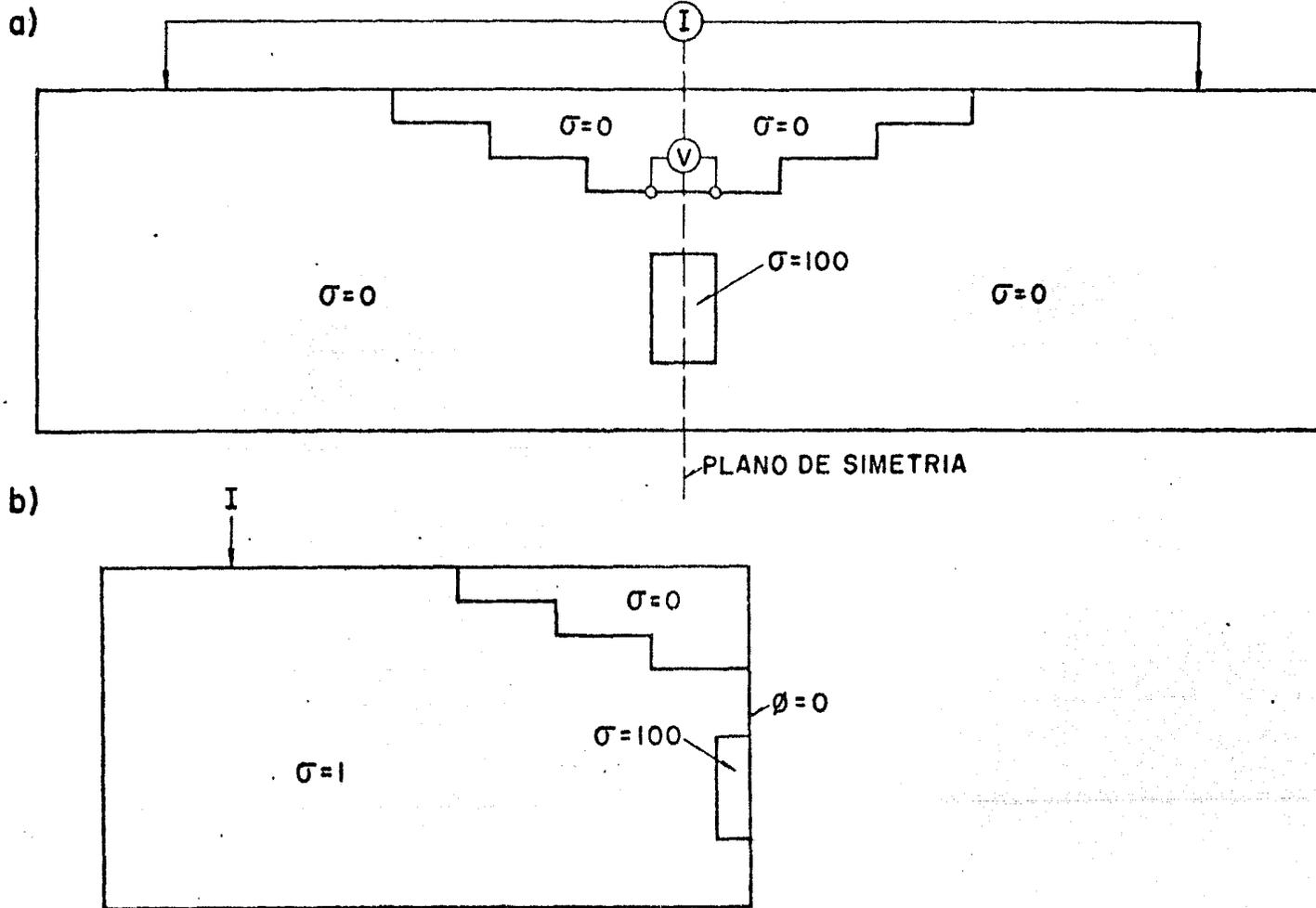
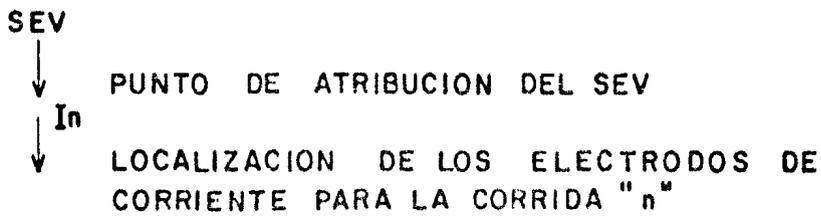
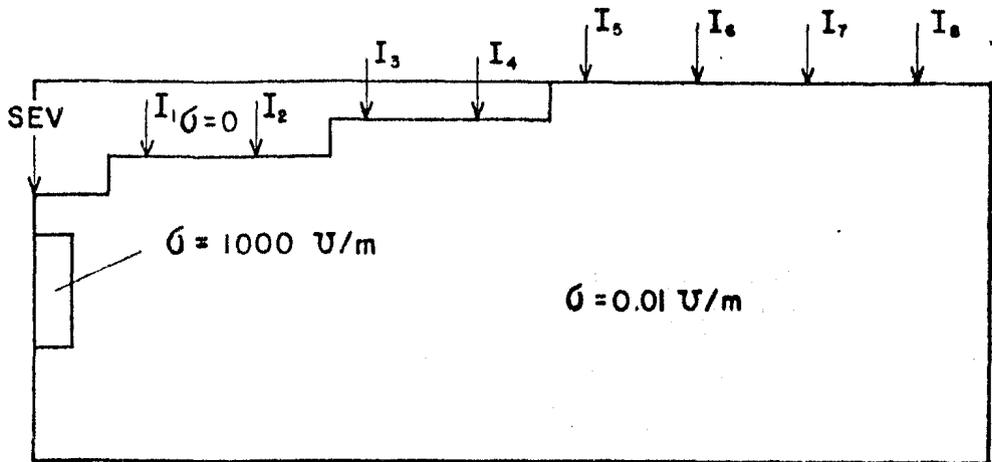


FIG. III. 3.19. REDUCCION DEL TAMAÑO DE MALLA EN MODELOS DE RELAJACION SIMETRICOS.

a) - MODELO DE RELAJACION



b) - CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE

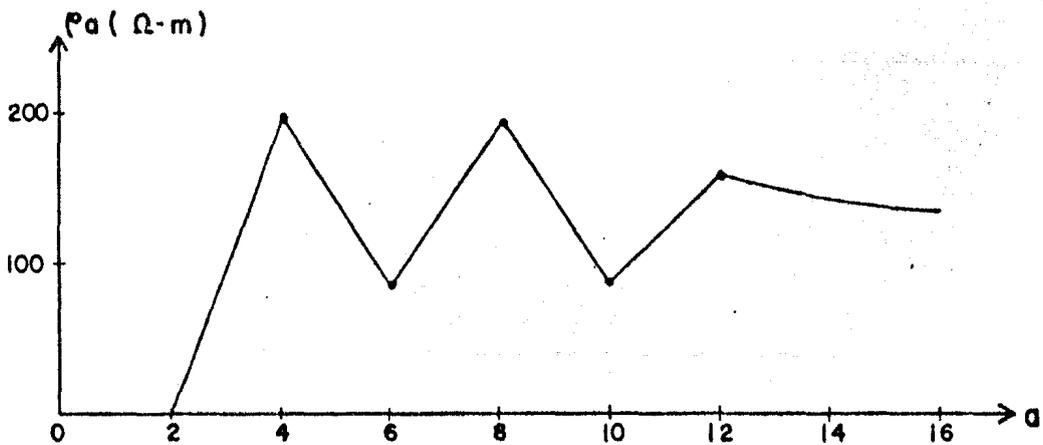
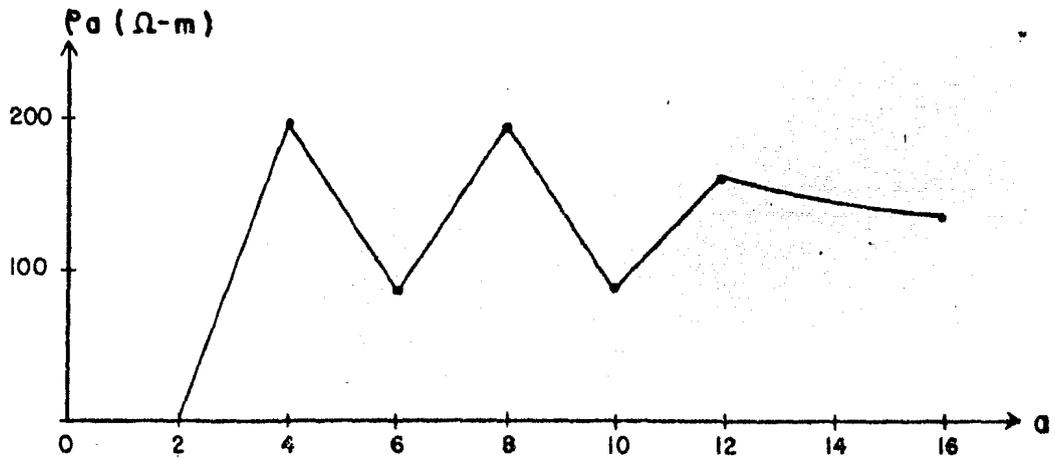
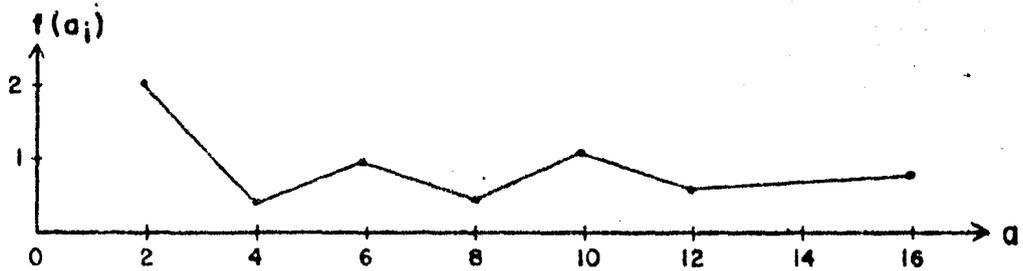


FIG. III. 3. 20. MODELO UTILIZADO Y CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE DE UN SONDEO WENNER DISTORSIONADO TOPOGRAFICAMENTE POR UN VALLE

a) CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE



b) FUNCION DE TRANSFORMACION



c) CURVA CORREGIDA

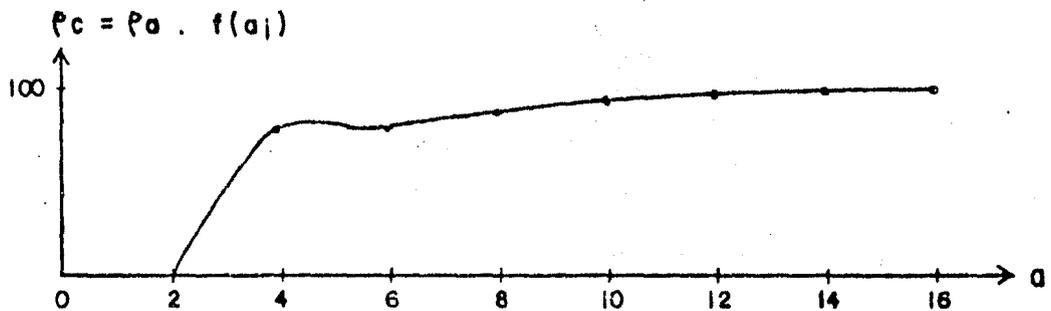
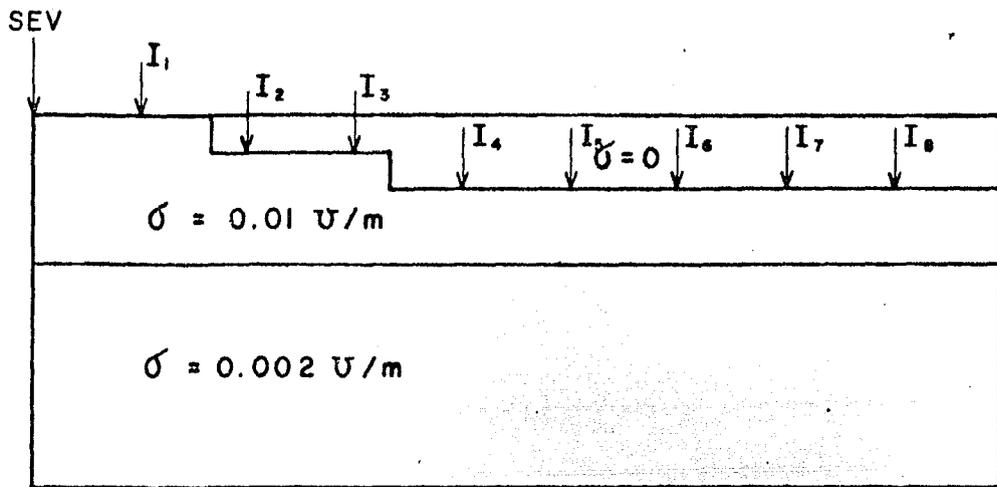


FIG. III.3.21. CORRECCION TOPOGRAFICA DE UN SONDEO WENNER DISTORSIONADO POR UN VALLE.

a) MODELO DE RELAJACION



SEV

↓ PUNTO DE ATRIBUCION DEL SEV

↓ I_n
 ↓ LOCALIZACION DE LOS ELECTRODOS DE
 CORRIENTE PARA LA CORRIDA "n"

b) CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE

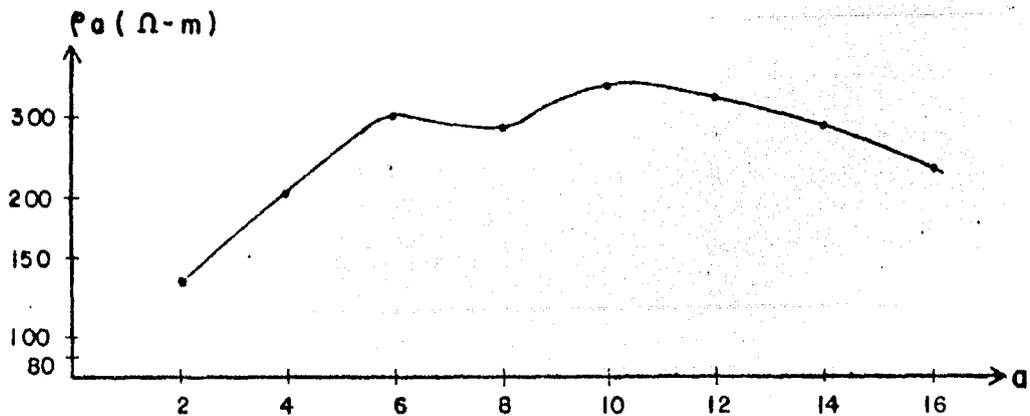
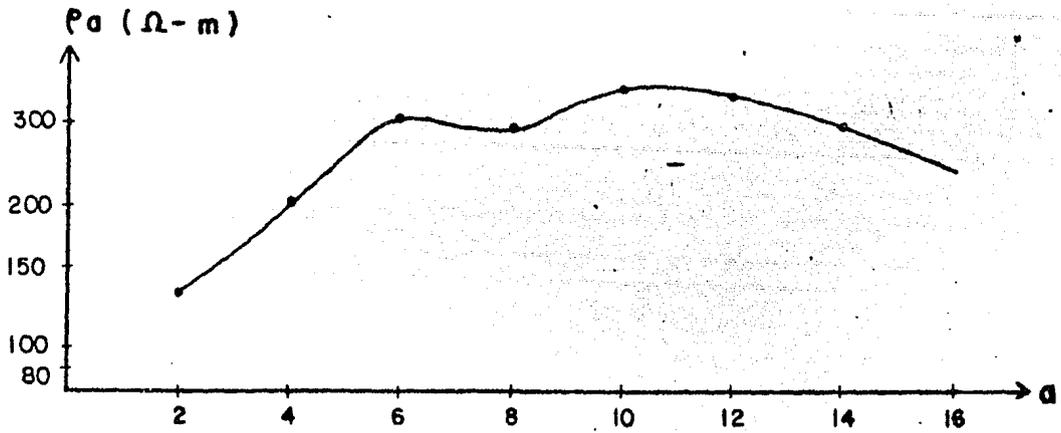
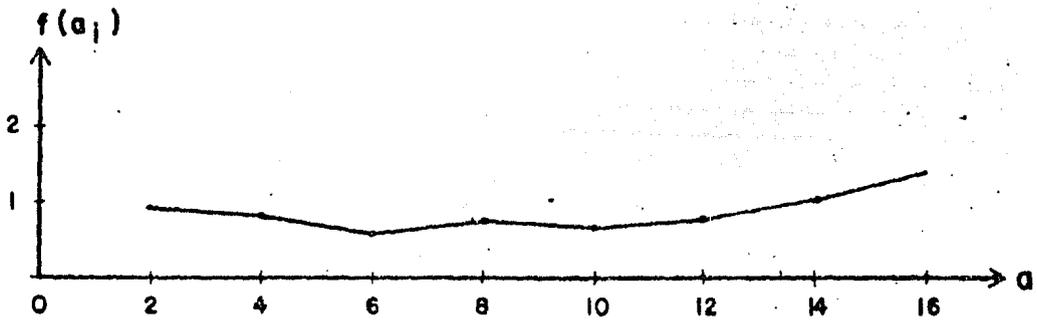


FIG. III.3.22. MODELO UTILIZADO Y CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE DE UN SONDEO WENNER DISTORSIONADO TOPOGRAFICAMENTE POR UNA LOMA.

a)- CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE



b)- FUNCION DE TRANSFORMACION



c)- CURVA CORREGIDA

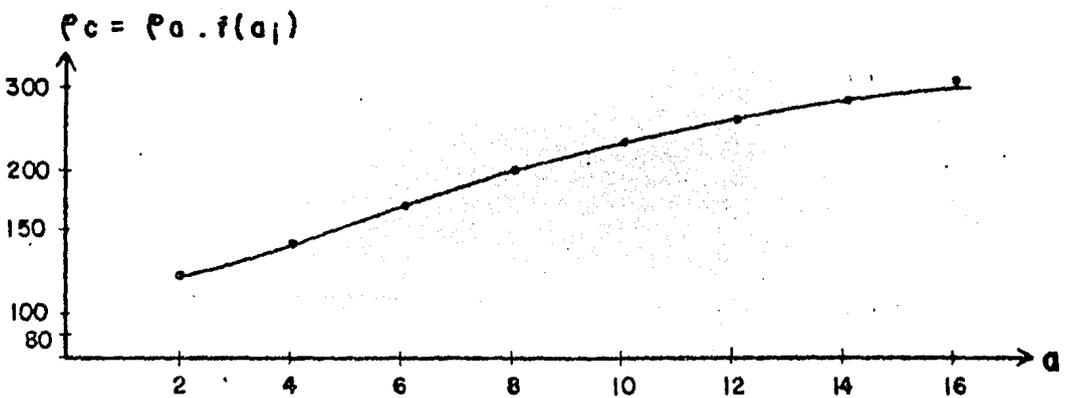
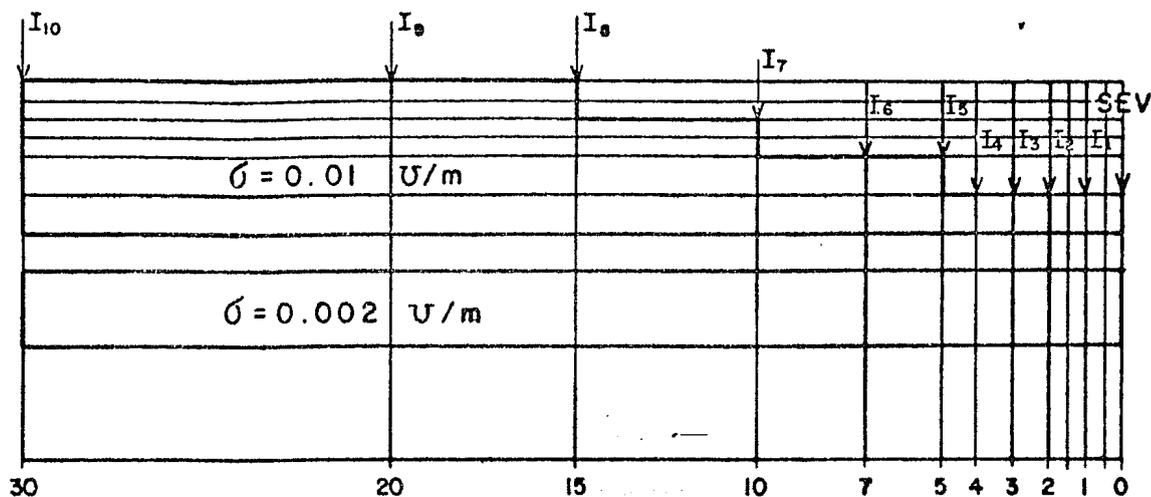


FIG. III. 3.23. CORRECCION TOPOGRAFICA DE UN SONDEO WENNER DISTORSIONADO POR UNA LOMA

a) - MODELO DE RELAJACION



SEV

↓ PUNTO DE ATRIBUCION DEL SEV

↓ I_n LOCALIZACION DE LOS ELECTRODOS DE
CORRIENTE PARA LA CORRIDA "n"

b) - CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE

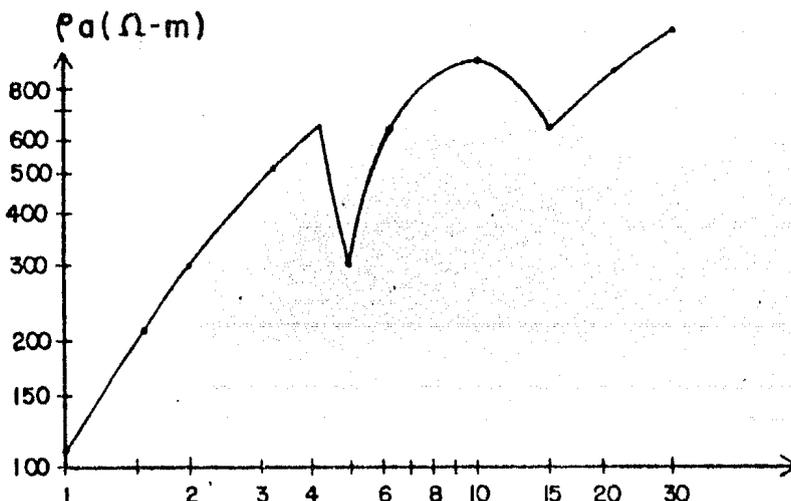
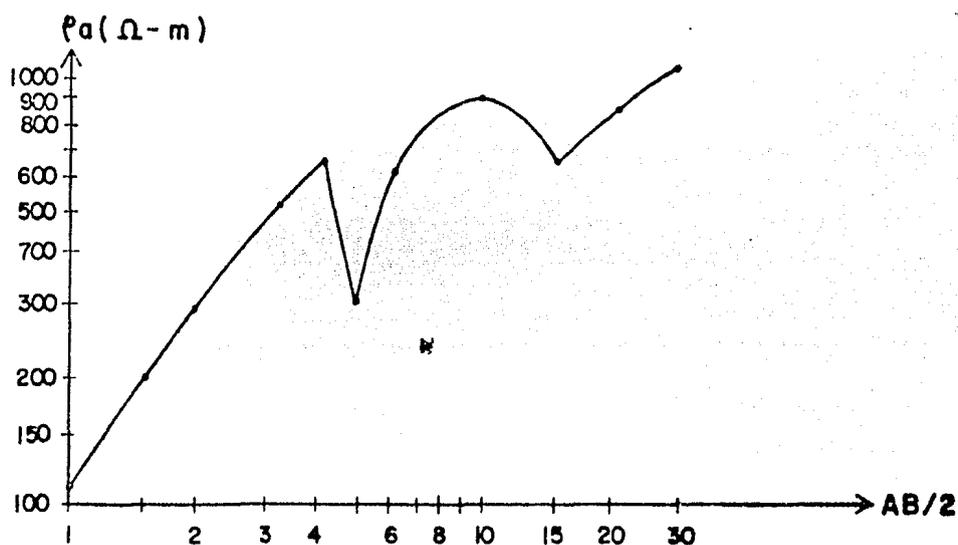
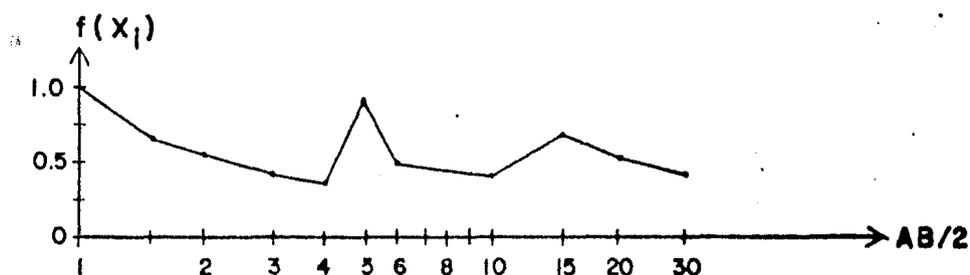


FIG. III.3.24. MODELO UTILIZADO Y CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE DE UN SONDEO SCHLUMBERGER DISTORSIONADO TOPOGRAFICAMENTE POR UN VALLE

a) - CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE



b) - FUNCION DE TRANSFORMACION



c) - CURVA CORREGIDA

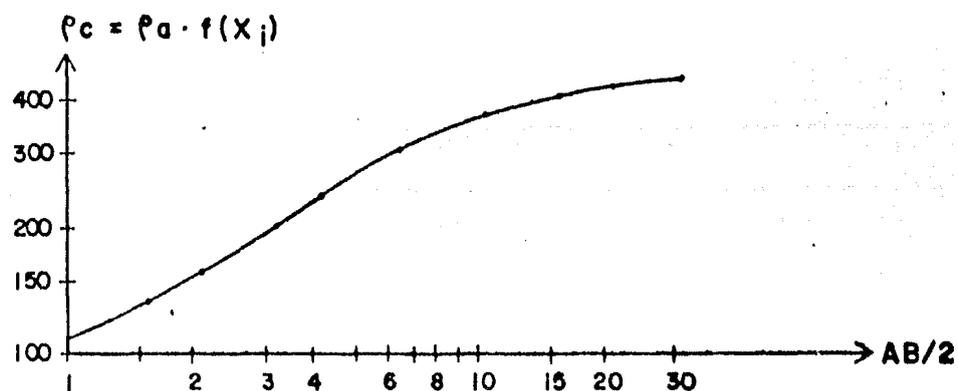
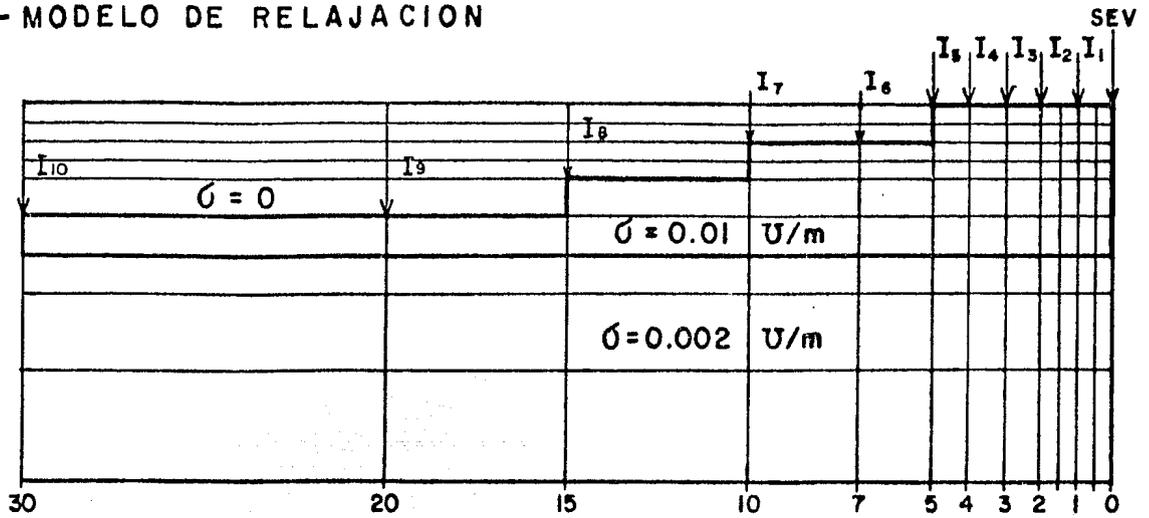


FIG. III.3.25. CORRECCION TOPOGRAFICA DE UN SONDEO SCHLUMBERGER DISTORSIONADO POR UN VALLE

a)- MODELO DE RELAJACION



SEV

↓ PUNTO DE ATRIBUCION DEL SEV

I_n

↓ LOCALIZACION DE LOS ELECTRODOS DE CORRIENTE PARA LA CORRIDA "n"

b)- CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE

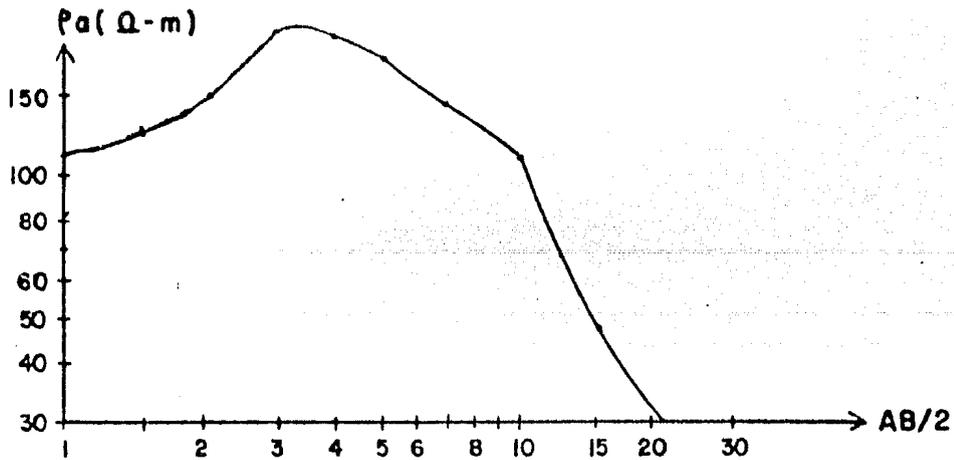
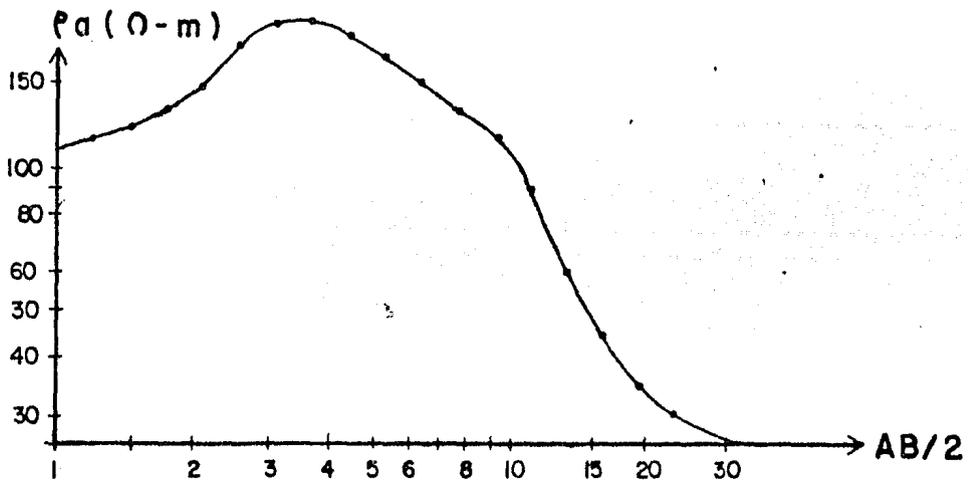
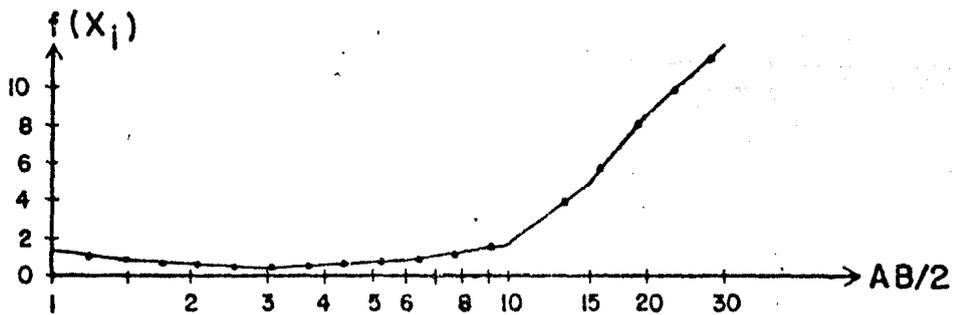


FIG. III.3.26. MODELO UTILIZADO Y CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE DE UN SONDEO SCHLUMBERGER DISTORSIONADO TOPOGRAFICAMENTE POR UNA LOMA

a) - CURVA DE RESISTIVIDAD APARENTE



b) - FUNCION DE TRANSFORMACION



c) - CURVA CORREGIDA

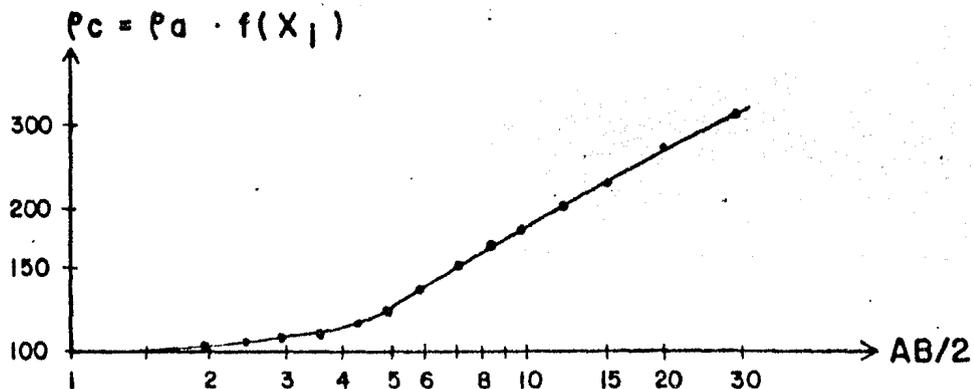
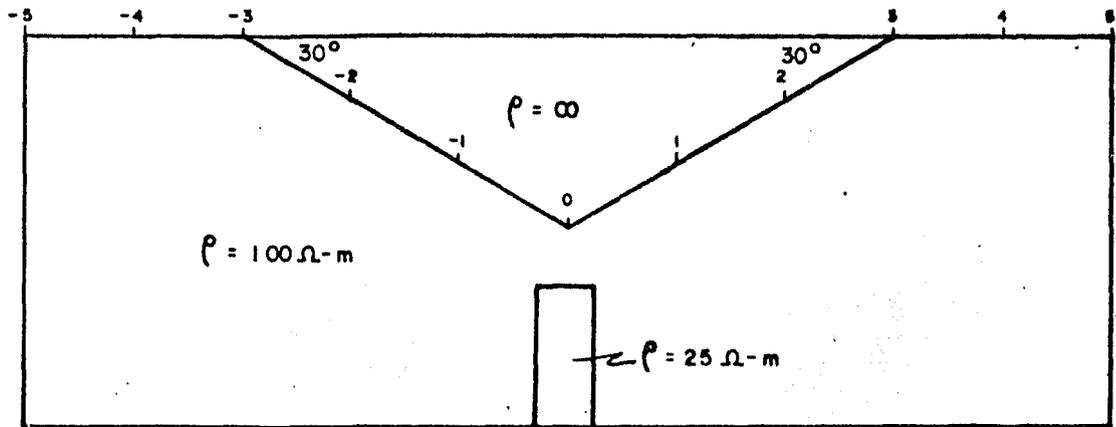


FIG. III.3.27. CORRECCION TOPOGRAFICA DE UN SONDEO SCHLUMBERGER DISTORSIONADO POR UNA LOMA

a) MODELO UTILIZADO POR R.C. FOX



b) PSEUDOSECCION DE RESISTIVIDAD APARENTE

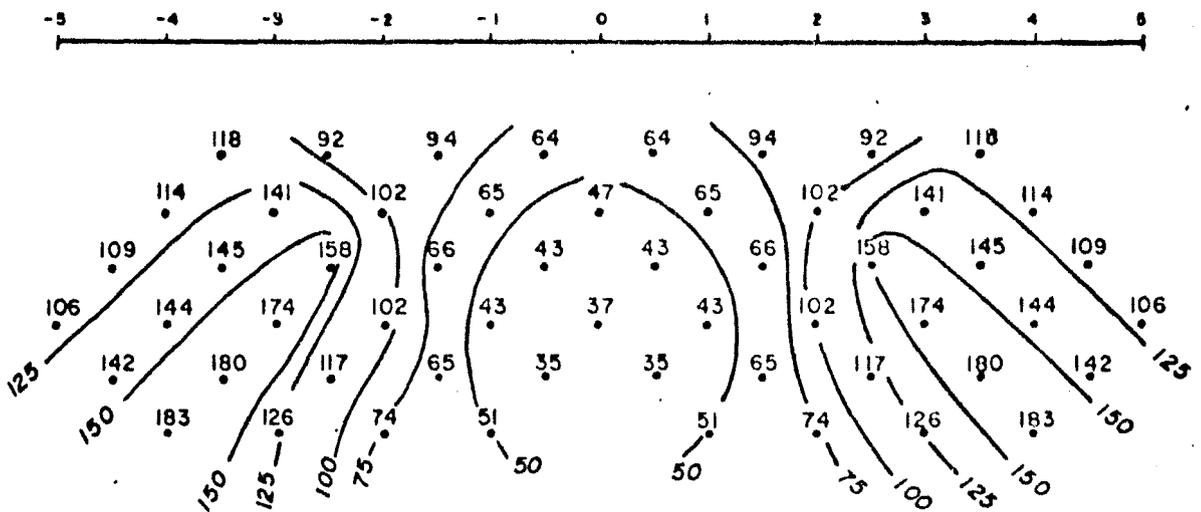
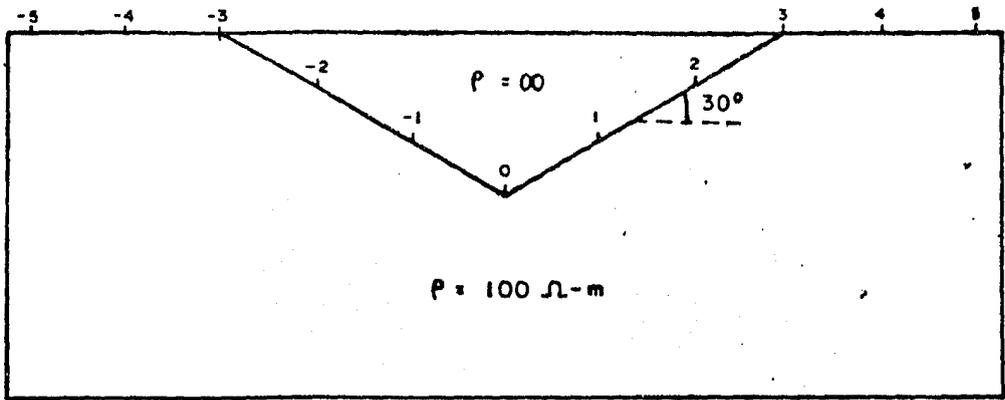
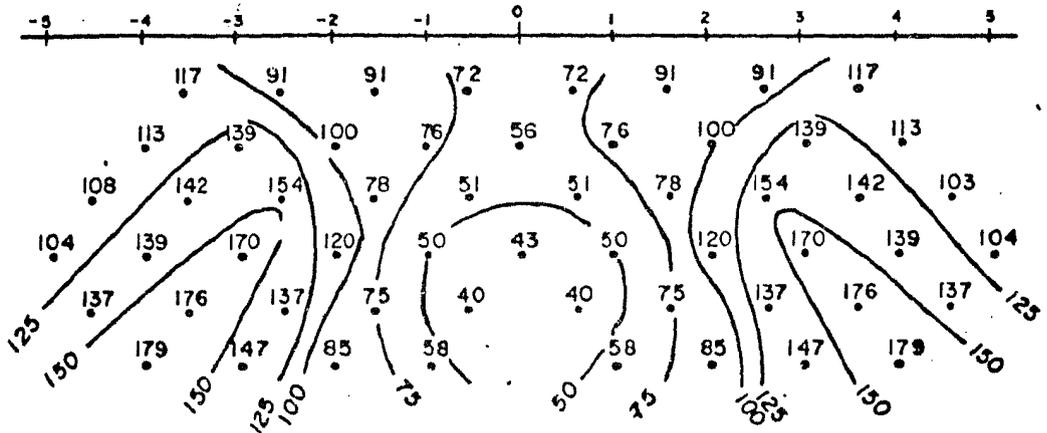


FIG. III. 3. 28. PSEUDOSECCION DE RESISTIVIDAD APARENTE EN DISPOSITIVO AXIL CORRESPONDIENTE A UN DIQUE Y DISTORSIONADA POR UN VALLE.



a) PSEUDOSECCION DE RESISTIVIDAD APARENTE.



b) FUNCION DE TRANSFORMACION

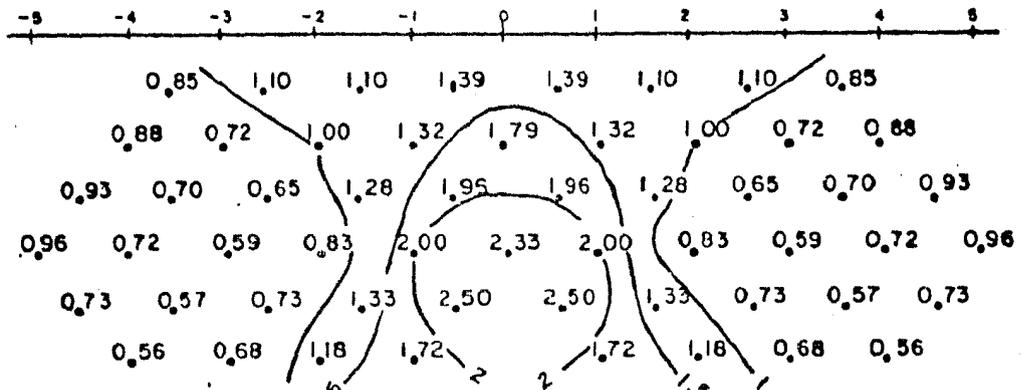
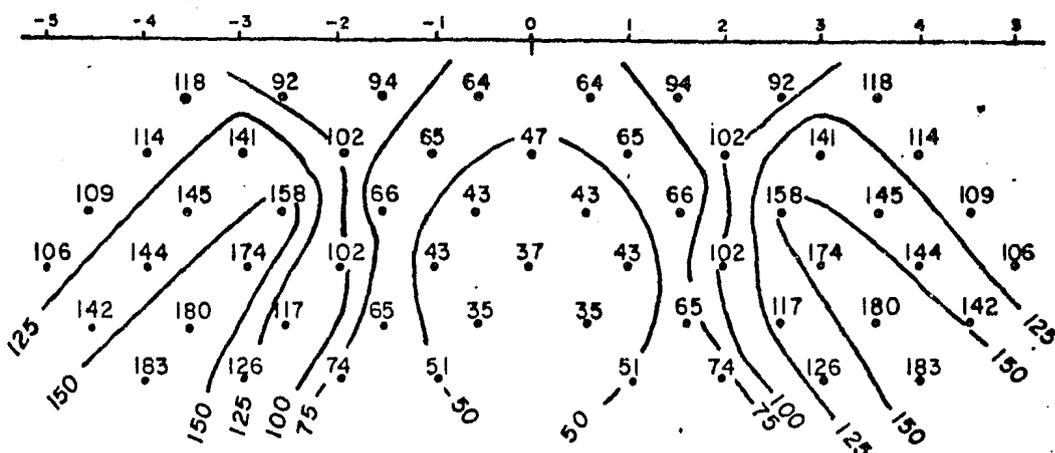
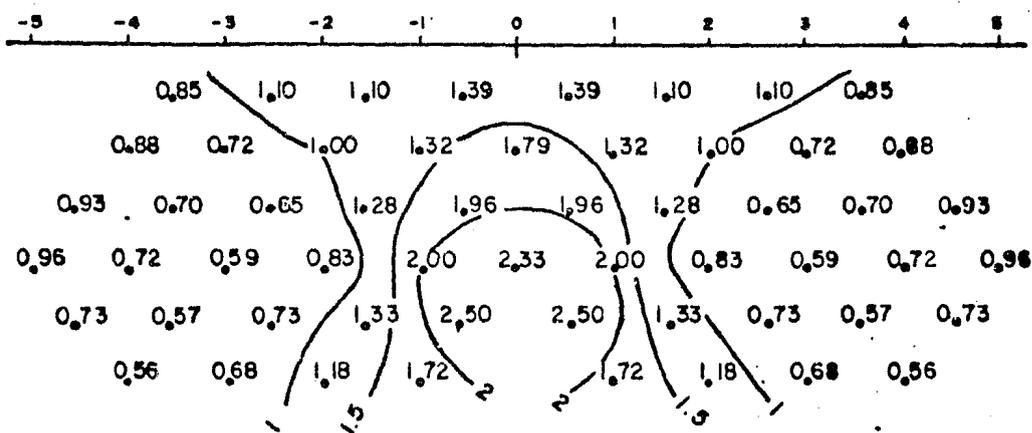


FIG. III. 3. 29. PSEUDOSECCION DE RESISTIVIDAD APARENTE Y FUNCION DE TRANSFORMACION DE UN VALLE EN DISPOSITIVO AXIL.

a) PSEUDOSECCION DE RESISTIVIDAD APARENTE.



b) FUNCION DE TRANSFORMACION



c) PSEUDOSECCION CORREGIDA

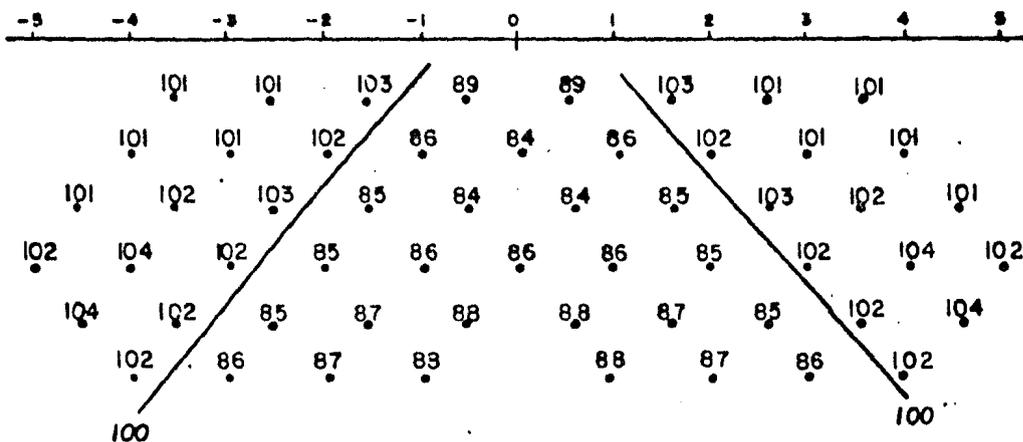
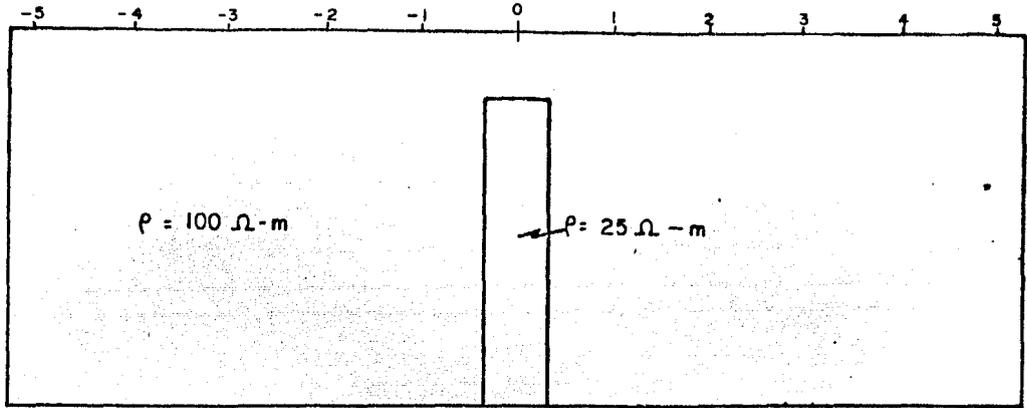
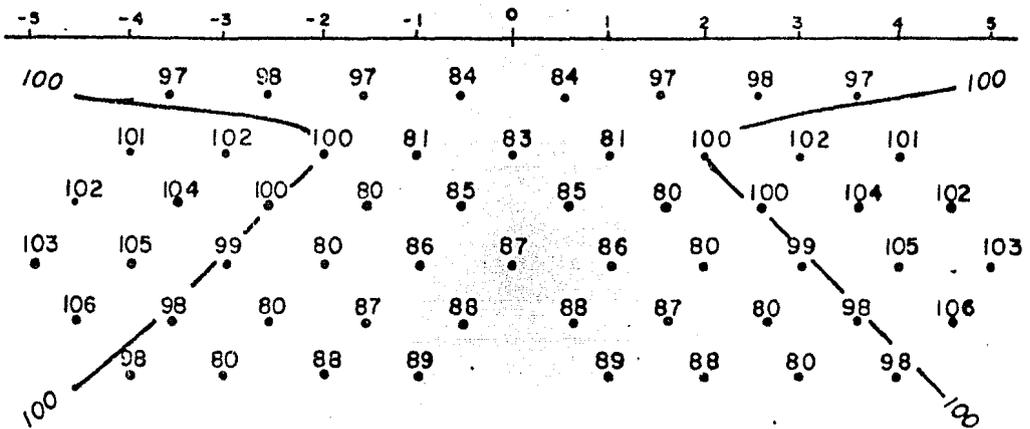


FIG. III. 3. 30. CORRECCION TOPOGRAFICA DE UNA PSEUDOSECCION DE PI. EN DISPOSITIVO AXIL.



a) PSEUDOSECCION DE RESISTIVIDAD APARENTE



b) PSEUDOSECCION CORREGIDA

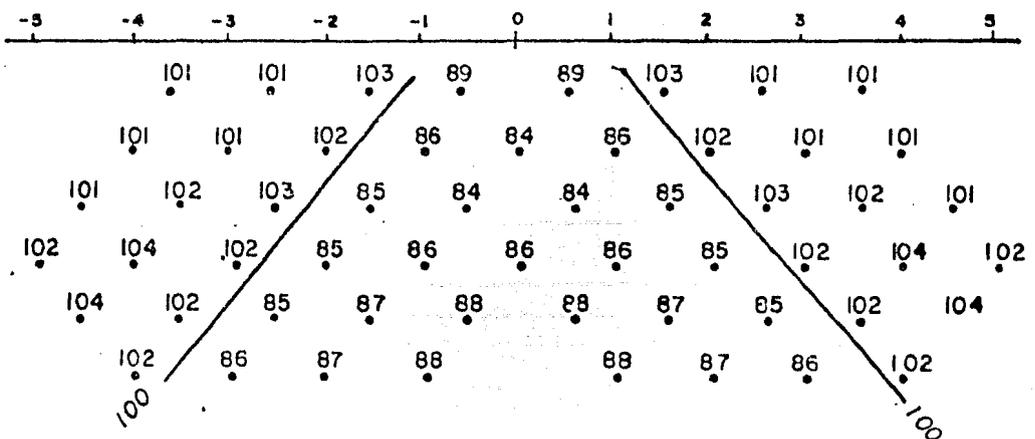
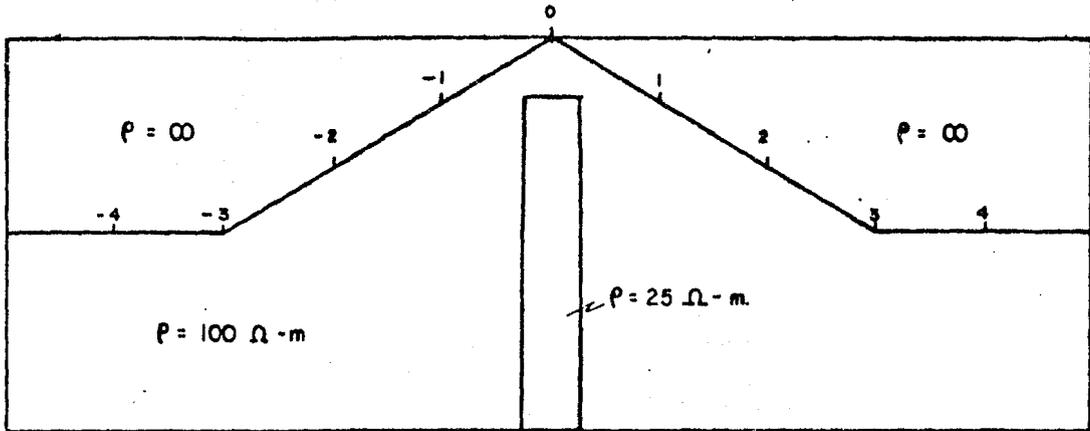


FIG. III . 3. 31 . PSEUDOSECCIONES TEORICA Y CORREGIDA PARA UN VALLE EN DISPOSITIVO AXIL.

a) MODELO UTILIZADO POR R.C. FOX



b) PSEUDOSECCION DE RESISTIVIDAD APARENTE

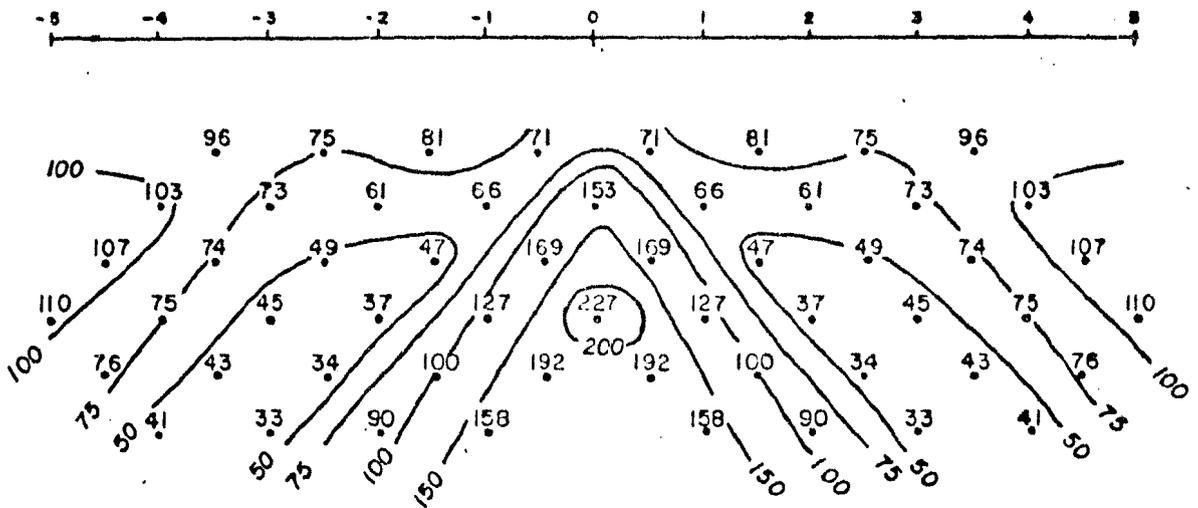
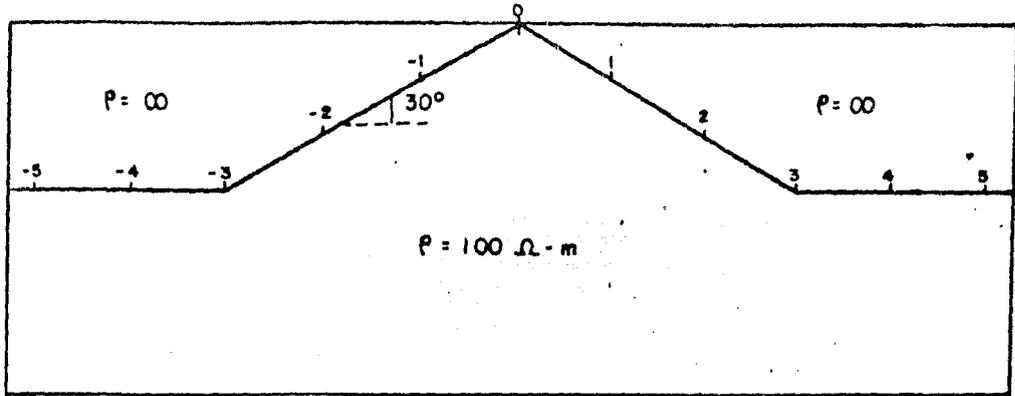
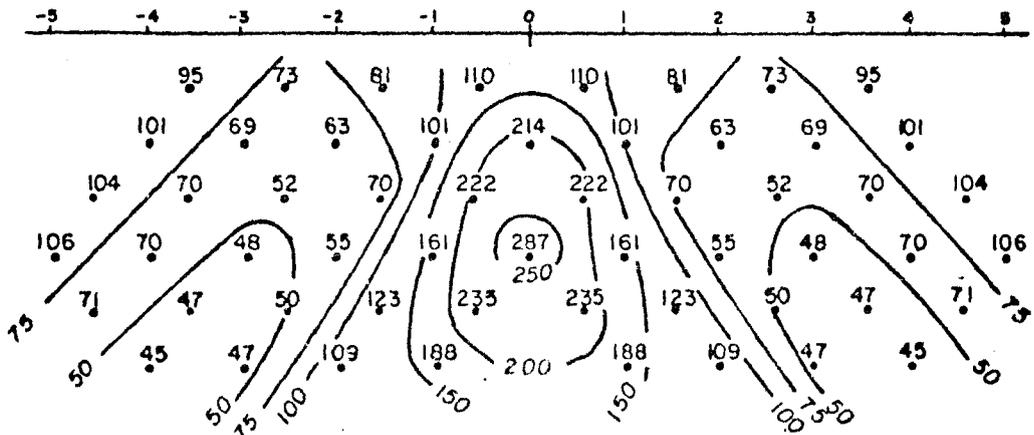


FIG. III . 3. 32. PSEUDOSECCION DE RESISTIVIDAD APARENTE EN DISPOSITIVO AXIL CORRESPONDIENTE A UN DIQUE Y DISTORSIONADA POR UNA LOMA.



a) PSEUDOSECCION DE RESISTIVIDAD APARENTE



b) FUNCION DE TRANSFORMACION

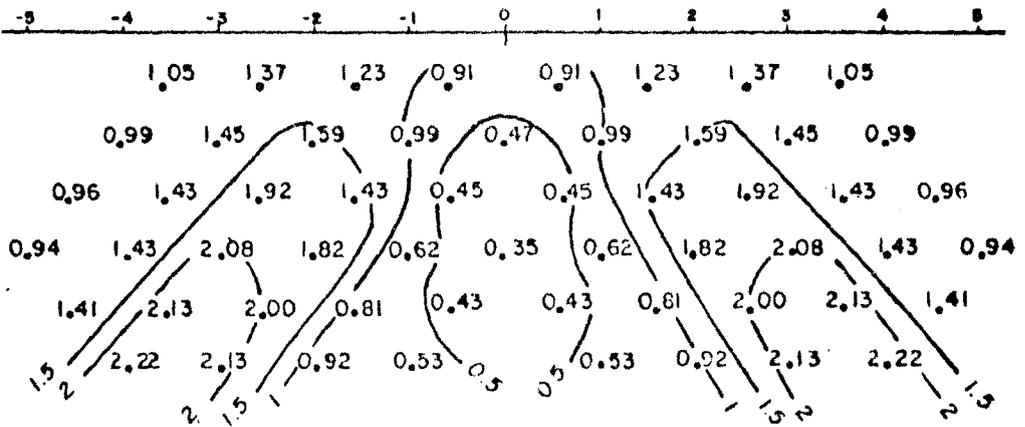
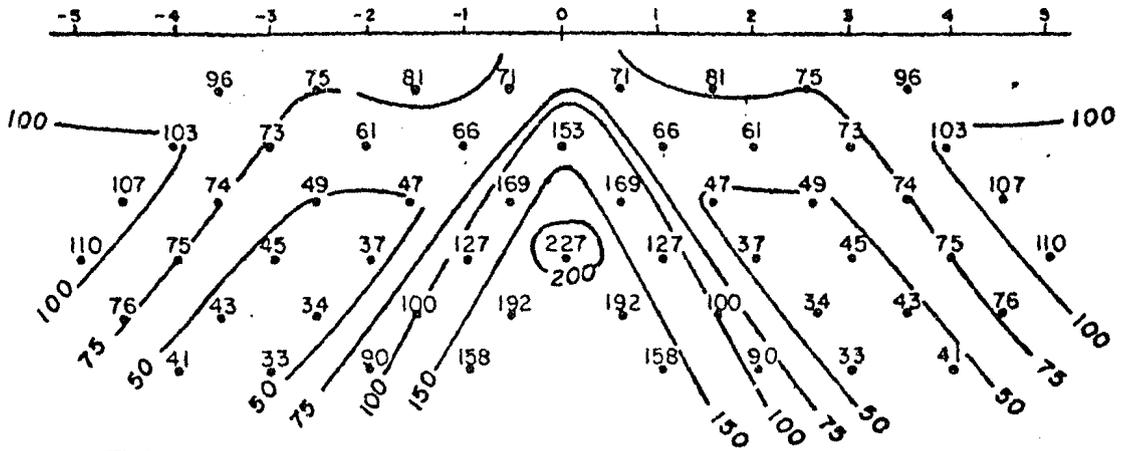
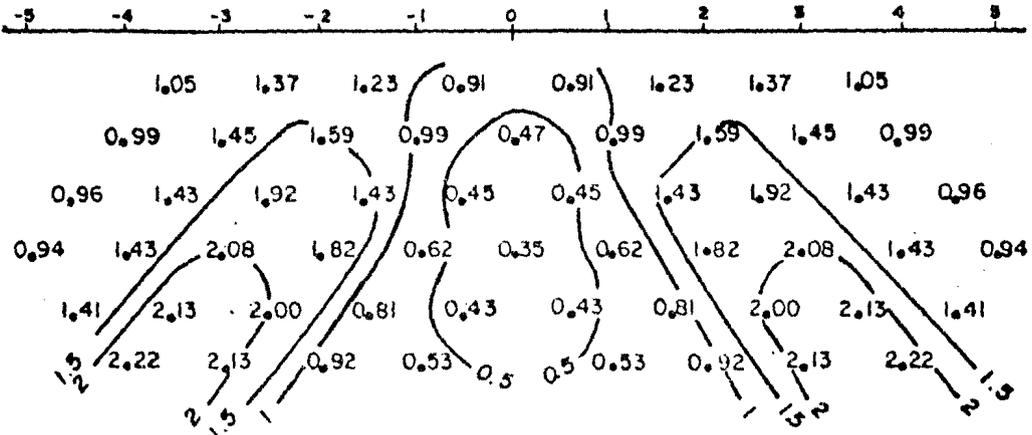


FIG. III. 3. 33. PSEUDOSECCION DE RESISTIVIDAD APARENTE Y FUNCION DE TRANSFORMACION DE UNA LOMA EN DISPOSITIVO AXIL.

a) PSEUDOSECCION DE RESISTIVIDAD APARENTE



b) FUNCION DE TRANSFORMACION



c) PSEUDOSECCION CORREGIDA

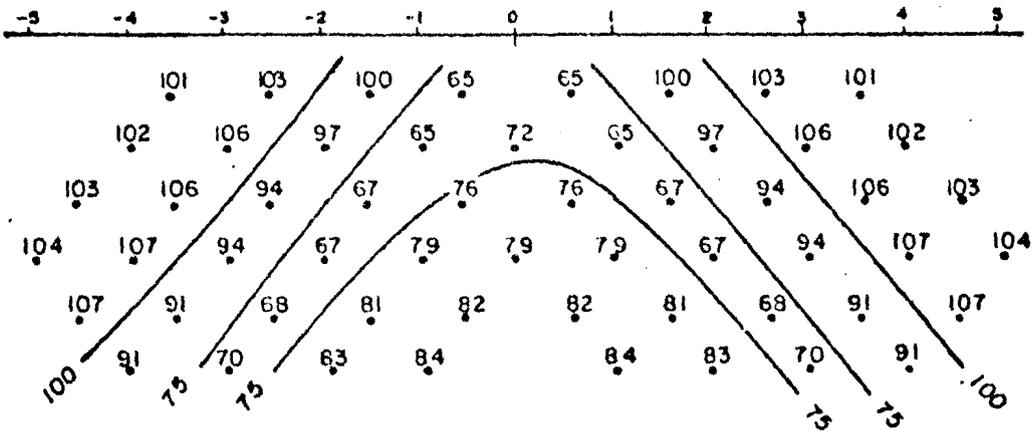
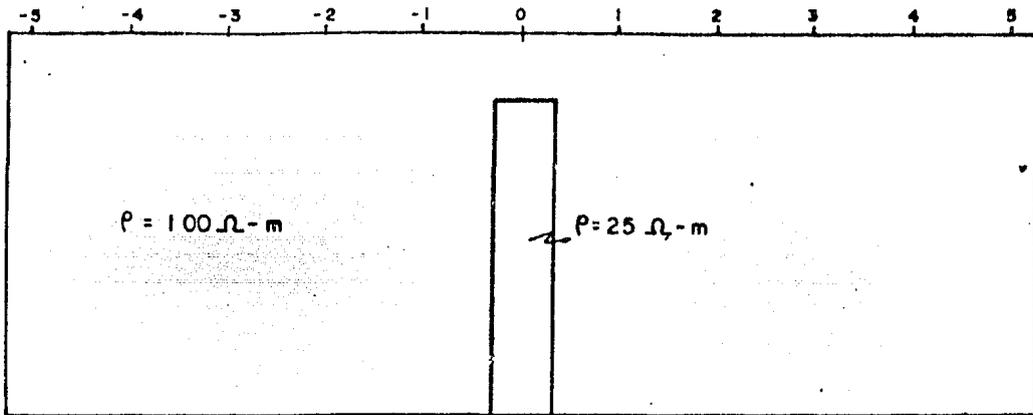
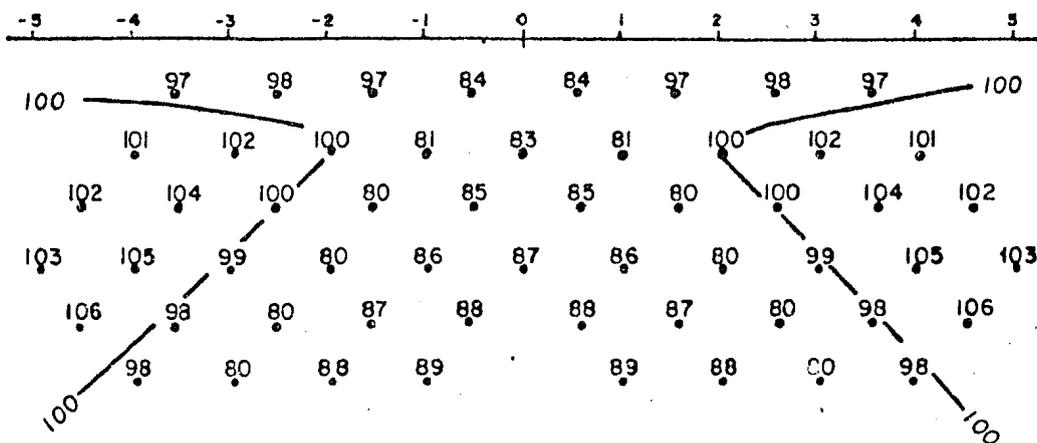


FIG. III. 3. 34. CORRECCION TOPOGRAFICA DE UNA PSEUDOSECCION DE PI EN DISPOSITIVO AXIL.



a) PSEUDOSECCION DE RESISTIVIDAD APARENTE.



b) PSEUDOSECCION CORREGIDA.

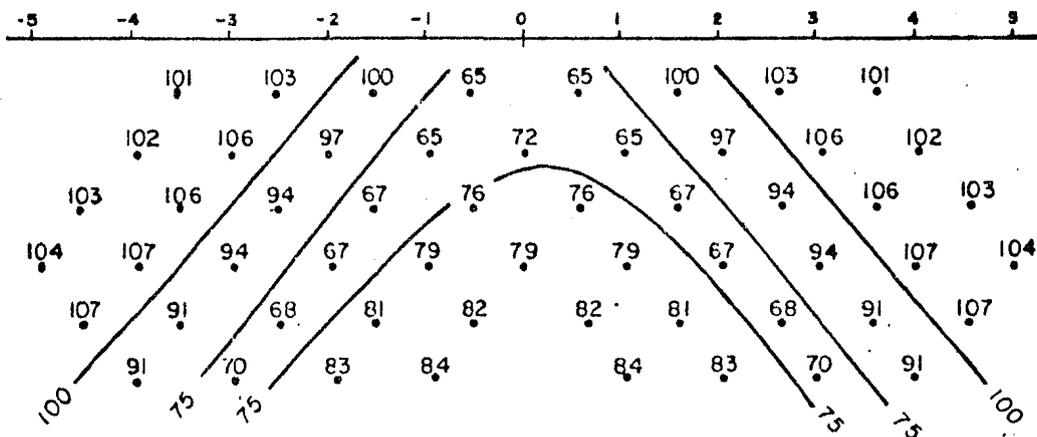


FIG. III. 3.35. PSEUDOSECCIONES TEORICA Y CORREGIDA PARA UNA LOMA EN DISPOSITIVO AXIL.

CAPITULO IV

EFFECTOS TOPOGRAFICOS EN METODOS ELECTROMAGNETICOS

Los métodos electromagnéticos estudian simultáneamente la asociación que existe entre los campos eléctrico y magnético del subsuelo.

IV.1 ECUACIONES DEL CAMPO ELECTROMAGNETICO

El comportamiento de los campos eléctrico y magnético, dentro de una región determinada, está gobernada por las ecuaciones de Maxwell:

a) La Ley de Faraday.- establece que un campo magnético variante en el tiempo produce un campo eléctrico perpendicular a él. Operacionalmente esto es:

$$\nabla \times \bar{E} = - \frac{\delta \bar{B}}{\delta t} \quad \dots \text{(IV.1.1)}$$

en donde \bar{E} = campo eléctrico, [volt/m.], [ML/QT²]

\bar{B} = campo magnético inducido, [weber/m²], [M/TQ]

un nombre más adecuado para \bar{B} sería intensidad de campo magnético, pero esa denominación ha sido usurpada por razones históricas por otro vector relacionado con el campo magnético (1).

b) La Ley de Ampere.- establece que un campo eléctrico variante en el tiempo induce un campo magnético perpendicular a él. Matemáticamente se define como:

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} + \epsilon \frac{\delta \bar{E}}{\delta t} \quad \dots \text{(IV.1.2)}$$

en donde \bar{H} = intensidad de campo magnético, [amper-vueltas/m]

\bar{J} = densidad de corriente, [amper/m²]

ϵ = constante de permitividad, [farad/m]

c) La Ley de Gauss para el Magnetismo.- establece - que el flujo magnético que entra a una superficie gaussiana -- cerrada es igual al que sale de ella, por lo que no existen polos magnéticos aislados. Operacionalmente esto se representa -- como:

$$\nabla \cdot \bar{B} = 0 \quad \dots (IV.1.3)$$

d) La Ley de Gauss para la Electricidad.- esta ley - manifiesta que el flujo eléctrico que atraviesa una superficie gaussiana cerrada es directamente proporcional a la carga eléctrica neta encerrada por la superficie. Matemáticamente esto se representa por:

$$\nabla \cdot \bar{E} = q / \epsilon \quad \dots (IV.1.4)$$

en donde q = carga neta, [coul]

Estas cuatro ecuaciones gobiernan el comportamiento de los campos electromagnéticos inducidos, pero en la forma en -- que usualmente se presentan no resultan muy útiles para resolver problemas geofísicos de interpretación, siendo necesario -- reagruparlas adecuadamente. Esto se logra, primero, expresando las ecuaciones de Maxwell en función de \bar{E} y \bar{H} , que son los -- campos que se miden en la exploración, con ayuda de las expresiones:

$$\bar{B} = \mu \bar{H} \quad \dots (IV.1.5)$$

$$\bar{J} = \sigma \bar{E} \quad \dots (IV.1.6)$$

en donde μ = permeabilidad magnética, [henry/m]

σ = conductividad eléctrica, [mhos/m]

Sustituyendo (IV.1.5) y (IV.1.6) en (IV.1.1) y (IV.1.2) respectivamente, obtenemos:

$$\nabla \times \bar{E} = -\mu \frac{\delta \bar{H}}{\delta t} \quad \dots (IV.1.7)$$

$$\nabla \times \bar{H} = \sigma \bar{E} + \epsilon \frac{\delta \bar{E}}{\delta t} \quad \dots (IV.1.8)$$

Estas ecuaciones relacionan el comportamiento de los - campos y en el subsuelo, pero para expresarlas en función de una sola variable (que en la práctica es lo que puede controlarse) es necesario usar la identidad:

$$\nabla \times (\nabla \times \bar{A}) = \nabla (\nabla \cdot \bar{A}) - \nabla^2 \bar{A} \quad \dots \text{(IV.1.9)}$$

donde $\nabla^2 \bar{A}$ representa el operador laplaciano actuando en las componentes rectangulares de \bar{A} , o sea:

$$\nabla^2 \bar{A} = \nabla^2 A_x \underline{i} + \nabla^2 A_y \underline{j} + \nabla^2 A_z \underline{k} \quad \dots \text{(IV.1.10)}$$

Tomando los rotacionales de (IV.1.7) y (IV.1.8) y sustituyéndolos en (IV.1.9), se obtiene:

$$\nabla^2 \bar{E} - \sigma \mu \frac{\partial \bar{E}}{\partial t} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \bar{E}}{\partial t^2} = 0 \quad \dots \text{(IV.1.11)}$$

$$\nabla^2 \bar{H} - \sigma \mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t} - \epsilon \mu \frac{\partial^2 \bar{H}}{\partial t^2} = 0 \quad \dots \text{(IV.1.12)}$$

que son conocidas como ecuaciones de onda y gobiernan el comportamiento de los campos \bar{E} y \bar{H} en el subsuelo.

En la mayoría de los métodos electromagnéticos de prospección la intensidad de las fuentes varía sinusoidalmente con el tiempo, lo mismo que con los diversos vectores electromagnéticos. De esta manera los campos eléctrico y magnético pueden representarse como:

$$\bar{E} = \bar{E}_0 \text{ sen}(\omega t) = \text{Im} (\bar{E}_0 \exp(i\omega t)) \quad \dots \text{(IV.1.13)}$$

$$\bar{H} = \bar{H}_0 \text{ sen}(\omega t) = \text{Im} (\bar{H}_0 \exp(i\omega t)) \quad \dots \text{(IV.1.14)}$$

donde ω = frecuencia angular, [rad/seg]

Sustituyendo (IV.1.13) en (IV.1.11) y (IV.1.14) en (IV.1.12) se obtiene una forma particular de las ecuaciones de onda:

$$\nabla^2 \bar{E} = i \sigma \mu \omega \bar{E} - \epsilon \mu \omega^2 \bar{E} \quad \dots \text{(IV.1.15)}$$

$$\nabla^2 \bar{H} = i \sigma \mu \omega \bar{H} - \epsilon \mu \omega^2 \bar{H} \quad \dots \text{(IV.1.16)}$$

En ambas ecuaciones el coeficiente de la parte real de \bar{E} o \bar{H} es tan pequeño, en relación con la parte imaginaria, que puede despreciarse. Esto es:

$$\sigma\mu\omega \gg \epsilon\mu\omega^2 \quad \dots \text{(IV.1.17)}$$

Lo cual es fácil de comprobar si se considera el rango de valores que presentan en la naturaleza estos parámetros:

$$\mu \doteq \mu_0 \doteq 1.3 \times 10^{-6} \quad \text{henry / m.}$$

$$\epsilon \doteq 9\epsilon_0 \doteq 8 \times 10^{-11} \quad \text{farad / m.}$$

$$\sigma \text{ varía de } 10^{-3} \text{ a } 10^4 \quad \text{mhos / m.}$$

ω depende del instrumento utilizado para medirlo; una frecuencia típica es de 1000 cps. (6,000 rad/seg).

La sustitución de estos valores en (IV.1.17) conduce a los siguientes resultados:

$$7.8 \times 10^{-6} \langle \sigma\mu\omega \rangle < 78 \quad [\text{m}^{-2}]$$

$$\epsilon\mu\omega^2 \doteq 3.7 \times 10^{-9} \quad [\text{m}^{-2}]$$

Considerando la desproporción que existe entre los coeficientes de las partes real e imaginaria en las ecuaciones de onda, éstas pueden simplificarse a:

$$\nabla^2 \bar{E} = i\sigma\mu\omega \bar{E} \quad \dots \text{(IV.1.18)}$$

$$\nabla^2 \bar{H} = i\sigma\mu\omega \bar{H} \quad \dots \text{(IV.1.19)}$$

que son conocidas como ecuaciones de difusión; en su forma más general se representan como:

$$\nabla^2 \begin{pmatrix} \bar{E} \\ \bar{H} \end{pmatrix} = \sigma\mu \frac{\partial}{\partial t} \begin{pmatrix} \bar{E} \\ \bar{H} \end{pmatrix} \quad \dots \text{IV.1.20}$$

Esta expresión puede reducirse aún más para el caso en que se exploren zonas muy resistivas, en las cuales la conductividad es muy pequeña y, por consiguiente, la parte imaginaria también es despreciable. En regiones no conductoras los campos prácticamente obedecen la ecuación de Laplace:

$$\nabla^2 \begin{pmatrix} \bar{E} \\ \bar{H} \end{pmatrix} = 0 \quad \dots \text{(IV.1.21)}$$

Resumiendo, los campos electromagnéticos del subsuelo - están gobernados por la ecuación de onda (que incluye desplazamientos de corriente). En muchos casos puede considerarse que los campos se comportan de acuerdo con la ecuación de difusión (la cual ignora desplazamientos de corriente) y en zonas muy - resistivas los campos obedecen la ecuación de Laplace (la cual ignora efectos de inducción).

Como se mencionó anteriormente, las ecuaciones de onda (IV.1.11) y (IV.1.12) sólo son válidas si están referidas a un sistema de ejes cartesianos, en donde se cumple la identidad -- (IV.1.9). De acuerdo con esto, es posible seleccionar como di-- rección X a aquélla que establece el flujo de la corriente eléc-- trica (paralela a la superficie en el caso de ondas electromag-- néticas que penetran verticalmente) y como direcció-- n Z a aqué-- lla que representa la profundidad. En estas circunstancias la - ecuación (IV.1.11) se reduce a:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \mu \sigma \frac{\partial E_x}{\partial t} + \epsilon \mu \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad \dots \text{(IV.1.22)}$$

Una solución de esta ecuación de onda está dada por la función periódica (2):

$$E_x = E_0 \exp(i\omega t) \exp(-\gamma z) \quad \dots \text{(IV.1.23)}$$

que representa una onda eléctrica de forma sinusoidal viajando en la dirección Z con atenuación exponencial.

Sustituyendo (IV.1.23) en (IV.1.22) se puede observar - que γ está definida por la relación:

$$\gamma = \pm \sqrt{i\omega\mu\sigma - \epsilon\mu\omega^2} \quad [m^{-1}] \quad \dots \text{(IV.1.24)}$$

y de acuerdo con sus unidades se le denomina número de onda por radian, debido a que es el recíproco de la longitud de onda por radian.

Como se puede apreciar, a bajas frecuencias la conducti- vidad es más importante que la constante de permitividad o que

la permeabilidad magnética en las determinaciones del número de onda, por lo que la ecuación anterior se reduce a:

$$\gamma = \pm \sqrt{i\omega\mu\sigma} \quad \dots \text{(IV.1.25)}$$

expresión en la cual los desplazamientos de corriente han sido despreciados.

El número de onda es un número complejo cuyas partes -- real e imaginaria son:

$$\pm \gamma = \sqrt{\omega\mu\sigma} \sqrt{i} = (1+i) \sqrt{\omega\mu\sigma/2} \quad \dots \text{(IV.1.26)}$$

Definiendo la profundidad de encape como:

$$\delta = \sqrt{\frac{2}{\omega\mu\sigma}} \quad [m] \quad \dots \text{(IV.1.27)}$$

se puede escribir la solución de la ecuación de onda (IV.1.23)- como:

$$E_x = E_0 \exp(-z/\delta) \exp[i(\omega t - z/\delta)] \quad \dots \text{(IV.1.28)}$$

la cual muestra explícitamente que la amplitud de la onda se atenúa por un factor de $e = 2.718$ para cada profundidad de encape (3).

Físicamente la profundidad SKIN representa la penetración a la cual el campo eléctrico o magnético se atenúa en un factor del 37% (1/e) de su intensidad en la superficie. Por otra parte, la inhabilidad de ondas de alta frecuencia para penetrar un material conductor es conocido como efecto superficial de encape.

IV.2. METODOS ELECTROMAGNETICOS

En este apartado se expondrán brevemente los métodos electromagnéticos más usados en el trabajo de exploración, los cuales globalmente se indican en la tabla (IV.2.1). Como se puede observar, se ha tomado en cuenta para su clasificación el tipo de fuente que los produce.

IV.2.1 METODOS ELECTROMAGNETICOS DE CAMPO NATURAL

A) METODO MAGNETOTELURICO

Este método emplea como fuente las fluctuaciones del campo geomagnético (micropulsaciones) y las corrientes eléctricas que, inducidas por ellas, circulan a través de la corteza terrestre (telúricas).

El mecanismo de las micropulsaciones aún no está aclarado en detalle, pero se sabe que se producen por fluctuaciones del viento solar, el cual al chocar con la magnetosfera produce ondas hidromagnéticas. Estas ondas a su vez se transforman, al llegar al límite inferior de la ionosfera, en ondas electromagnéticas que viajan hasta la superficie terrestre e inducen, en la corteza, corrientes eléctricas de gran extensión denominadas corrientes telúricas.

Debido a que la ionosfera se encuentra separada aproximadamente 60 km. de la superficie terrestre, se considera que las ondas electromagnéticas son planas y viajan en la dirección de Z; mientras que los campos eléctrico y magnético inducidos en la corteza terrestre viajan perpendicularmente entre si en el plano horizontal XY y pueden representarse por la ecuaciones:

$$\bar{E} = E_x \hat{i} = E_0 \exp(i\omega t) \exp(\rho z) \hat{i} \quad \dots \text{(IV.2.1)}$$

$$\bar{H} = H_y \hat{j} = H_0 \exp(i\omega t) \exp(\rho z) \hat{j} \quad \dots \text{(IV.2.2)}$$

que están relacionadas por la ley de Faraday mediante la ecuación (IV.1.7):

$$\nabla \times \bar{E} = -\mu \frac{\partial \bar{H}}{\partial t}$$

o sea:

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} \hat{j} = -i\mu\omega H_y \hat{j} \quad \dots \text{(IV.2.3)}$$

y como
$$\rho = \pm \sqrt{i\omega\mu/\rho} \quad \dots \text{(IV.2.4)}$$

se deduce:

$$\rho_a = \frac{i}{\mu\omega} \left(\frac{E_x}{H_y} \right)^2 \quad \dots \text{(IV.2.5)}$$

en donde ρ_a representa la resistividad aparente en ohm-m para una frecuencia de $\omega = 2 \pi f$; mientras que el número imaginario " i " indica un defasamiento de 45° entre los campos E y H.

En la práctica, las mediciones de ρ_a se determinan para frecuencias menores a 3 hz, debido a que las variaciones con periodos menores a un milisegundo tienen muy poca penetrabilidad por el efecto SKIN.

En el trabajo de campo existen efectos de anisotropía, por lo que es recomendable realizar las mediciones de E_x y E_y que se relacionarán con las componentes del campo magnético --- H_y y H_x , respectivamente. La observación de las componentes --- eléctricas se realiza por medio de líneas MN, análogas a las -- empleadas en los SEV largos, con longitudes que oscilan entre - 100 y 1000 m. Simultáneamente, la medición de las componentes - magnéticas se realiza con magnetómetros de gran sensibilidad -- (que tengan resoluciones de centésima o milésima de gamma) a -- través de bobinas, instaladas cerca del centro de las líneas MN y enterradas perpendicularmente con menos de un grado de inclinación. Las bobinas suelen ser cilíndricas con un diámetro de - 2 cm y uno o dos metros de longitud.

B) METODO TELURICO

Este método mide las componentes horizontales del campo eléctrico producido por las corrientes telúricas en dos o más - estaciones diferentes; por lo que en realidad constituye un método de calicáteo electromagnético regional, en donde una de -- las estaciones, llamada base, sirve para normalizar las lectu-- ras hechas en otras. En la práctica, las mediciones del campo - eléctrico se realizan simultáneamente, debido a que las corrien-- tes telúricas cambian constantemente de intensidad y dirección. De acuerdo con esto, para un instante determinado, los vectores del campo eléctrico de la base y de las estaciones de campo pue-- den representarse por:

$$\vec{E}_{\text{BASE}} = a E_x \hat{i} + b E_y \hat{j} \quad \dots \text{(IV.2.6)}$$

$$\vec{E}_{\text{CAMPO}} = c E_\mu \hat{i} + d E_\nu \hat{j} \quad \dots \text{(IV.2.7)}$$

en donde los coeficientes a, b, c y d son constantes para cada par de mediciones y expresan la diferencia en el comportamiento eléctrico del terreno entre ambas estaciones.

Las ecuaciones (IV.2.6) y (IV.2.7) representan elipses cuyas áreas se relacionan mediante la ecuación:

$$\frac{A_{uv}}{A_{xy}} = K^2 = |ad - bc| \quad \dots \text{ (IV.2.8)}$$

en donde el parámetro K es denominado relación de áreas.

Físicamente, las corrientes telúricas circulan a través de las rocas conductoras que cubren al basamento. Suponiendo -- que este basamento es muy resistivo, el flujo total de la co-- rriente en el encape debe de conservarse, y por consiguiente, - la densidad de corriente será inversamente proporcional al espesor de la cubierta conductora. Operacionalmente, esto se representa por la ley de Ohm, la cual indica que el campo eléctrico medido en la superficie es directamente proporcional a la resistividad del encape e inversamente proporcional a su espesor; -- por lo que se puede establecer la relación:

$$\bar{E} \propto \rho_a \propto 1/S \quad \dots \text{ (IV.2.9)}$$

en donde S representa la conductancia longitudinal del paquete de rocas conductoras.

De acuerdo con las relaciones (IV.2.8) y (IV.2.9) se puede demostrar:

$$K^2 = \frac{A_{CAMPO}}{A_{BASE}} = \frac{\rho_a(CAMPO)}{\rho_a(BASE)} = \frac{S_{BASE}}{S_{CAMPO}} \quad \dots \text{ (IV.2.10)}$$

por lo que el método telúrico puede determinar relaciones de resistividad entre diferentes estaciones, pero no el valor absoluto de resistividad en cada una de ellas si no cuenta con información auxiliar.

La ecuación (IV.2.10) también establece que el área de la elipse en cada estación es inversamente proporcional a la -- conductancia longitudinal de la cubierta conductora que recubre el basamento; mientras que el eje mayor de cada elipse determina de acuerdo con la ecuación (IV.2.7), la dirección de flujo del campo eléctrico.

Finalmente, cabe señalar que en la práctica las diferencias de potencial, medidas en las direcciones X y Y, se realizan en el rango de frecuencia comprendido de 0.1 a 0.01 hertz, -- y bajo la suposición de que el comportamiento de la corriente -- a esas frecuencias no difiere mucho del comportamiento de la corriente continua.

C) METODO AFMAG

Este método utiliza los efectos eléctricos de los fenómenos que acompañan a las tormentas para realizar un calicateo electromagnético en el rango de las audiofrecuencias. Su nombre deriva de la expresión "audio frequency magnetic", y como se puede observar en la tabla (IV.2.2), opera en las bandas ELF y VLF del espectro electromagnético con un rango de frecuencias - que oscila de 1 Hz a 10 KHz.

El campo primario esta constituido principalmente por - los relámpagos que se producen durante las tormentas, los cua-- les representan impulsos eléctricos, de pocos milisegundos de - duración, y cuyos efectos se propagan por la atmósfera alrede-- dor del mundo, aprovechando que es un estrato no conductor (por lo que no absorbe mucha energía) intercalado entre dos medios - relativamente conductores: la tierra y la ionosfera. Esta cuali-- dad determina lo que se conoce como guía o canal de ondas, que es el estrato atmosférico aislante por el que viajan también -- las ondas hertzianas. En regiones distantes a la zona de tormen-- tas, el campo electromagnético es prácticamente un frente de -- ondas planas cuyos campos eléctrico y magnético se ubican en -- las direcciones vertical y horizontal, respectivamente. Si el - terreno es homogéneo, las componentes horizontales del campo -- magnético formarían una elipse de muy poca excentricidad, cuyo - eje mayor indica la dirección de mayor conductividad. Esta di-- rección se conoce como azimut del campo magnético y varía alea-- toriamente con el tiempo pero conserva una preponderancia cerca de los contactos laterales de resistividad, y particularmente - en la vecindad de cuerpos o zonas altamente conductoras, cuya - presencia induce una componente magnética vertical, que confor-- ma con las horizontales un elipsoide de polarización. El eje -- mayor de este elipsoide tiene las siguientes características: el azimut tiende a orientarse perpendicularmente al eje del --- cuerpo, mientras que la inclinación con respecto a la vertical es nula sobre el cuerpo. Con estas características, el método - AFMAG, se emplea principalmente para localizar cuerpos conducto-- res como son: menas metálicas, fallas o zonas de fracturamiento y en áreas donde la topografía es abrupta o la vegetación muy - exuberante que impiden emplear con éxito otros métodos.

Debido a que la intensidad del campo primario es prácti-- camente uniforme, las frecuencias empleadas por el método AFMAG son las más bajas de las utilizadas en los métodos de inclina-- ción de campo; pero al igual que ellos es difícil determinar si la anomalía de un cuerpo conductor se debe a una alta conducti-- vidad o a una pequeña profundidad. En la mayoría de los casos, esta ambigüedad puede solucionarse haciendo mediciones a dos -- diferentes frecuencias.

El trabajo de campo consiste en hacer mediciones del azimut y la inclinación, del eje mayor del elipsoide de polarización, a través de dos bobinas ortogonales que se giran primero horizontal y luego verticalmente para orientarse con la máxima intensidad magnética de la estación. Comúnmente, las frecuencias utilizadas son de 150 y 510 Hz, aunque en algunos países suelen emplearse las de 175 y 475 Hz. Las lecturas suelen hacerse a lo largo de líneas que cruzan perpendicularmente las direcciones presupuestas de los cuerpos conductores. El rango entre lecturas oscila de 30 a 60 m, dependiendo del espesor del cuerpo, para posteriormente detallar en las zonas de interés.

El calicateo del método AFMAG también se registra desde el aire. Sus fundamentos son los mismos que en la modalidad terrestre, aunque solo se mide la inclinación del campo magnético en la dirección de vuelo, por medio de dos bobinas ortogonales cuyos ejes están inclinados 45° a uno y otro lado de un plano horizontal. Las frecuencias empleadas son de 150 y 510 Hz, 690 y 340 Hz. Su limitación más importante, al igual que en la modalidad terrestre, es que sólo puede aplicarse en aquellas épocas del año en que las señales son suficientemente intensas: de mayo a septiembre en el Hemisferio Norte y de noviembre a marzo en el Sur. En las regiones ecuatoriales es posible trabajar durante todo el año (4).

IV.2.2. MÉTODOS ELECTROMAGNÉTICOS POR INDUCCIÓN

Estos métodos están representados por todas aquellas técnicas de prospección geoelectrica que usan, como fuente de energía, un campo magnético variable establecido mediante el paso de corriente eléctrica alterna a través de una bobina o de un cable recto muy largo. Sin embargo, algunos autores prefieren definirlos como aquellos métodos cuyos campos eléctrico y magnético satisfacen la ecuación de difusión, aunque en ella involucren al método AFMAG (que utiliza como fuente de energía un campo natural), considerándolo como un método de transmisor fijo en el infinito (5).

El campo magnético generado se conoce como campo primario e induce en cuerpos conductores y/o magnéticos otro campo denominado secundario, que distorsiona al campo magnético original como se muestra en la figura (IV.2.1). Estas anomalías son registradas a través de una bobina receptora que mide, para diferentes estaciones, la componente vertical u horizontal del campo magnético total mediante la siguiente proporcionalidad:

$$(f_{em})_{RECEPTOR} \propto -i\omega\mu \bar{H}_t \propto -i\omega\mu (\bar{H}_p + \bar{H}_s) \dots (IV.2.11)$$

En la práctica, la distancia entre la fuente y el receptor se diseña de acuerdo con las dimensiones del cuerpo que se piensa detectar; generalmente varía entre 100 y 1000 m, según sea la intensidad de corriente que se aplique en el circuito emisor. El rango de frecuencias utilizado en estos métodos es de 100 a 5000 Hz, dependiendo de la profundidad a la que se espera detectar el cuerpo, al equipo que se piensa utilizar y al método prospectivo seleccionado.

Los métodos electromagnéticos por inducción se subdividen en grupos que contienen técnicas para estudiar las variaciones de la conductividad con la profundidad (sondeos) y técnicas para estudiar los cambios laterales de la conductividad (calicatas).

A) SONDEOS ELECTROMAGNETICOS

A.1.) Sondeos de Frecuencia (SF)

Este tipo de sondeos se caracteriza porque los circuitos transmisor y receptor permanecen fijos en sus estaciones y el único parámetro que se hace variar es la frecuencia del circuito emisor, que de acuerdo con el efecto superficial, alcanzará mayor penetrabilidad conforme disminuya. Esto no quiere decir que a cada frecuencia que se aplique corresponda una profundidad determinada sino que el efecto superficial se disminuye conforme se disminuye la frecuencia, siendo en algunas ocasiones necesario, para detallar en la forma de la curva del sondeo, realizar varias mediciones de frecuencia para diferentes espaciamientos entre los circuitos emisor y receptor.

El circuito emisor produce el campo magnético primario a través de un cable largo y aterrizado, o bien, mediante una bobina que puede colocarse vertical u horizontalmente; mientras que el circuito receptor está constituido por una bobina que también puede colocarse vertical u horizontalmente. Las variantes entre estas bobinas, más comúnmente usadas en los sondeos de frecuencia, se muestran en la figura (IV.2.2).

Las lecturas realizadas, para cada frecuencia, se utilizan para calcular la curva de resistividad aparente, mediante la siguiente relación:

$$\rho_a(\omega) = K \frac{\Delta V(\omega)}{I(\omega)} \quad \dots \text{ (IV.2.12)}$$

donde, $\rho_a(\omega)$ es la resistividad aparente en ohm-m para una frecuencia ω . K es el coeficiente del dispositivo, que tiene las dimensiones de una longitud, y que depende la variante empleada así como de sus dimensiones geométricas. $\Delta V(\omega)$ es la tensión medida en milivolts en el circuito receptor, mientras que $I(\omega)$ representa la intensidad de corriente que circula en el circuito emisor. Generalmente, las lecturas de $\Delta V(\omega)$ como $I(\omega)$ se miden en valores eficaces RMS, aunque también pueden utilizarse los valores de cresta máximos. Tanto $I(\omega)$ como $V(\omega)$ son magnitudes complejas cuya diferencia de fase $\phi\omega$, puede utilizarse para trazar una segunda curva de sondeo, la cual se interpreta independientemente de la curva de $\rho_a(\omega)$. Esta posibilidad constituye una ventaja adicional del SF sobre el SEV, aunque su ventaja principal es la posibilidad de atravesar capas muy resistentes.

Las curvas de resistividad aparente $\rho_a(\omega)$ se interpretan de forma análoga a las de corriente directa, determinándose tanto cualitativa como cuantitativamente la distribución vertical de resistividades, o corte geoelectrico, sobre el que se ha efectuado el SF.

Los SF se han aplicado tanto en la minería como en la exploración petrolera. Para la primera, la distancia entre el receptor y el emisor varía de 100 a 1000 m con mediciones de frecuencia comprendidas en el rango de 100 Hz a 1 MHz; mientras que para la segunda, la distancia entre el receptor y el emisor oscila entre 10 y 20 km, lo que obliga a utilizar un campo primario muy intenso de 100 a 150 ampers y con lecturas para frecuencias comprendidas en el rango de 0.04 a 250 Hz.

A.2.) Sondeos Melos (SM)

En este tipo de sondeos, el emisor está constituido por una bobina o bucle horizontal para formar el campo magnético primario B_z ; mientras que el receptor consta de una bobina con núcleo ferrítico, para la medición de H_z , y de un corto dipolo MN para la medición del campo eléctrico, E_ϕ .

Las resistividades aparentes se calculan mediante la siguiente expresión:

$$\rho_a(\omega) = \frac{K\mu_0}{\omega} \left(\frac{E_\theta}{B_r} \right)^2 \quad \dots \text{(IV.2.13)}$$

ecuación muy parecida a la (IV.2.5), en donde K representa un factor que se determina a través de la relación B_r/B_z .

Las curvas de resistividades aparentes se interpretan por medio de curvas patrón y los resultados se atribuyen a la vertical del receptor.

Generalmente, este tipo de sondeos se aplica en investigaciones mineras para profundidades de hasta 250 m, empleando un rango de frecuencias que oscila de 35 Hz a 35 KHz y una distancia entre emisor y receptor de 50 a 250 m; sin embargo, también se emplea en prospección petrolera, para profundidades de hasta 1000 m utilizando el rango de frecuencias de 1.5 Hz a 1.5 KHz, y un bucle horizontal de 300 m. de diámetro.

A.3.) Sondeos por Transitorios (ST)

En los ST el circuito emisor está constituido por una bobina o un dipolo eléctrico AB que emiten señales no periódicas como impulsos, pulsos, funciones escalón, funciones rampa etc. Estas señales que son función del tiempo, pueden representarse a través de su espectro de frecuencia obtenido mediante la transformada de Fourier:

$$F(\omega) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) \exp(i\omega t) dt \quad \dots \text{(IV.2.14)}$$

por lo que la respuesta del subsuelo corresponderá a una serie de señales sinusoidales de diferente frecuencia, aplicadas todas simultáneamente durante un período corto de tiempo. Esta respuesta es registrada por el circuito receptor, el cual mide la tensión $\Delta V(t)$ generada a través de una bobina horizontal o bien mediante un dipolo eléctrico de potencial MN. La figura (IV.2.3a) muestra el dispositivo empleado más comúnmente en ST; mientras que en la figura (IV.2.3b) ilustra las curvas $\Delta V(t)$, registradas por el circuito receptor, para una función escalón en sus zonas transitoria y estacionaria.

Para este tipo de sondeos, los valores de resistividad aparente $\rho_a(\omega)$ se determinan por la ecuación:

$$\rho_a(\tau) = K \frac{\Delta V(t)}{I} \quad \dots \text{(IV.2.15)}$$

en donde K es la constante geométrica del arreglo empleado e I la intensidad de corriente de la señal transmitida.

En la práctica es común utilizar funciones escalón o trenes de pulsos como señales excitadoras y registrar los valores de tensión en intervalos cortos de tiempo (de 0.1. a 10 - seg.). Las curvas de resistividad aparente se construyen en papel bilogaritmico, graficando en las ordenadas los valores de $\rho_a(\tau)$ y en las abscisas t/α^2 , que es conocido como el parámetro transitorio de la función escalón o de Heaviside (6), y en el cual:

$$\alpha = \sqrt{\sigma \mu_0} \quad r \quad \dots \text{(IV.2.16)}$$

en donde r es la separación entre los dipolos emisor y receptor. La figura (IV.2.2c) ilustra una de estas curvas de resistividad aparente, las cuales se interpretan por superposición con curvas patrón.

En los ST, los campos capturados por el receptor durante los momentos iniciales del proceso contienen información de las capas someras, mientras que el registro de la etapa final informará acerca de las capas más profundas, para posteriormente alcanzar su estado estacionario, en donde la $\rho_a(\tau)$ medida coincide con la determinada a través del SEV. De acuerdo con esto, la profundidad máxima alcanzada por un ST, no podrá ser superior a la de un SEV efectuado con el mismo dispositivo y para las mismas aberturas. Si se desea profundizar es necesario aumentar la distancia entre los dipolos receptor y transmisor, o en su caso, entre bobinas. Sin embargo, la ventaja principal de los ST sobre los otros sondeos es que el campo primario no interfiere en las mediciones del campo secundario, aunque en las cercanías de cuerpos conductores, los datos se distorsionan por efectos de polarización inducida.

B) CALICATAS ELECTROMAGNETICAS

Las calicatas electromagnéticas también son conocidas como electromagnéticos de perfilaje y consisten en determinar variaciones laterales de la conductividad mediante el estudio

de los campos eléctrico y magnético inducidos en el subsuelo. - Para conocer totalmente el comportamiento de estos campos es necesario medirlos, en cada estación, las tres componentes así -- como sus ángulos de defasamiento con respecto al campo primario. Los métodos de calicateo miden sólo algunos de estos parámetros o bien, las relaciones que guardan entre sí. Las mediciones más empleadas son las de ángulo de inclinación, relación de amplitudes y defasamiento entre componentes.

Las calicatas electromagnéticas pueden realizarse tanto en tierra como en el aire. Para su estudio se clasificarán de acuerdo con esta característica y se subclasificarán de acuerdo con los parámetros medidos.

B.1.) Calicatas Terrestres

B.1.1.) Métodos de Inclinación.

Estos métodos miden el azimut e inclinación del eje mayor de la elipse de polarización, que se produce por la inducción del campo magnético primario en cuerpos conductores, a través de dos bobinas: la emisora, que generalmente se coloca en el plano vertical y puede estar fija o en movimiento; y la receptora, que a través de dos mediciones sucesivas determina, para cada estación, la verdadera orientación del campo magnético total (primario más secundario). El azimut es el primer parámetro que se determina al girar la bobina, en el plano vertical, hasta obtener un mínimo de señal; para posteriormente hacerla girar, sobre el eje horizontal y perpendicular al azimut, hasta que la intensidad sea mínima. La inclinación de la bobina así orientada, corresponde al ángulo buscado. Los métodos más populares que aplican esta técnica trabajan con frecuencia de 500 a 2000 Hz, y son los siguientes:

B.1.1.1.) Método de las Líneas Paralelas.

En este método, las bobinas emisora y receptora se mueven simultáneamente sobre dos líneas paralelas. Cada bobina ocupa una línea y las mediciones de azimut e inclinación se hacen, por lo general, a intervalos regulares. La bobina emisora se ubica en un plano vertical y perpendicular a la dirección de las líneas, cuya separación depende de las dimensiones del cuerpo que se quiere prospectar. En minería es común usar separaciones de 100 m con estaciones a cada 10 m.

En ausencia de cuerpos conductores no se formará elipse de polarización, por lo que el azimut medido en el receptor corresponderá con la orientación del eje de la bobina trans

misora y su inclinación será nula. Las ventajas principales que presenta este método son: la detectabilidad de cuerpos conductores poco inclinados y realizar mediciones, sin pérdida o amortiguamiento de la señal, a todo lo largo de las líneas paralelas. Su desventaja principal es la distorsión que crea en sus lecturas el ruido electromagnético inducido por el encape y/o la diferencia de elevación entre las bobinas.

B.1.1.2.) Método de Transmisor Fijo.

Como su nombre lo indica, en este método la bobina emisora permanece fija en una estación y contenida en un plano vertical, mientras que la receptora se mueve a intervalos regulares sobre una línea recta cercana al transmisor. Para cada observación, el plano de la bobina transmisora debe ser girado de tal forma que siempre contenga a la bobina receptora. Esto se logra calculando previamente los ángulos requeridos para cada estación.

Las ventajas principales de este método son: el buen acoplamiento con los cuerpos conductores de fuerte buzamiento (más de 30°) y la poca influencia de los ruidos electromagnéticos inducidos por la capa superficial. Por otra parte, sus principales desventajas son: la distorsión que crea en sus lecturas la diferencia de elevación entre sus bobinas, el poco acoplamiento de la bobina transmisora con cuerpos conductores de buzamiento débil y el amortiguamiento o pérdida de la señal para distancias grandes.

Algunos autores consideran al método AFMAG (descrito previamente en el apartado IV.2.1.c) como un método de emisor fijo, en el cual el emisor se localiza en el infinito y determina un campo uniforme, a lo largo de toda el área de exploración, que satisface la ecuación de difusión. Por lo que no es raro encontrarlo intercalado con los métodos electromagnéticos por inducción.

B.1.1.3.) Método de Mediciones Alternadas ("SHOT-BACK")

Orellana (1972) denomina a este método como "de rebote", debido a que ambas bobinas funcionan indistintamente como transmisora o receptora (7). Su principal aplicación es que puede usarse en terrenos con topografía abrupta, en donde los métodos de calicateo, discutidos con anterioridad, se ven fuertemente distorsionados. Su modo de operar es el siguiente: sobre una línea que atraviesa, de preferencia perpendicularmente, al cuerpo conductor que se quiere prospectar, se realizan mediciones del ángulo de inclinación a intervalos regulares pero conservando la misma separación entre ambas bobinas o trans-

ceptores. En cada estación se determinan dos ángulos de inclinación. El primero se obtiene orientando el eje de una de las bobinas con el rumbo de la línea e inclinándola 15° abajo de la horizontal para transmitir el campo magnético cuya inclinación se registrará en la otra bobina que también se encuentra orientada con el rumbo de la línea. Para la determinación del segundo ángulo se procede a la inversa: la bobina receptora constituye ahora la bobina transmisora con el eje orientado en la dirección de la línea y transmitiendo con una inclinación de 15° sobre la horizontal; mientras que la bobina que transmitía resulta ser ahora la receptora con su eje orientado con el rumbo de la línea y encargada de medir el segundo ángulo. Si entre las bobinas, que generalmente se encuentran separadas de 50 a 60 m, no existen cuerpos conductores, las mediciones de los ángulos serán muy similares y su diferencia casi nula; pero en presencia de cuerpos conductores los ángulos son diferentes y su diferencia se usa como un índice de la anomalía. El valor de 15° -- usado en las bobinas transmisoras se ha elegido por ser el que mejor acoplo produce con los cuerpos conductores, aunque en determinados casos, otro valor puede dar mejores resultados.

B.1.2.) Métodos de Amplitud y Defasamiento.

La distorsión del campo magnético, producida por un cuerpo conductor, es difícil de determinar si solamente se cuenta con mediciones de la intensidad, debido a que el campo primario cambia rápidamente en cada posición. Por esta razón -- varios métodos de calicateo electromagnético realizan, junto -- con las mediciones de intensidad, una comparación entre los campos observado y transmitido. El campo observado, compuesto por el primario más el secundario, puede diferir del primero en dirección, amplitud y fase, pero no en la frecuencia, por lo que el desfaseamiento entre los campos primario y observado representa un retraso entre los máximos o mínimos de las corrientes senoidales que se puede expresar a través de un ángulo, o bien -- mediante la descomposición del campo observado en dos partes: una en fase con el campo primario, que es conocida como componente real, y otra en cuadratura con él, conocida como componente imaginaria. Esta descomposición puede aplicarse tanto al campo total como a cada una de sus componentes espaciales. Los métodos de calicateo más empleados que usan estas técnicas trabajan emitiendo corrientes sinusoidales comprendidas en el rango de 20 a 5000 Hz y son los siguientes:

B.1.2.1.) Método de Sundberg.

Este método, también conocido como el del compensador, utiliza como circuito primario un cable recto aterrizado en sus extremos o bien un rectángulo, de grandes dimensiones, -

que hace las veces de bobina. El circuito receptor esta constituido por un par de bobinas unidas por un puente compensador -- que compara en amplitud y fase las tensiones inducidas en ellas. Una de las bobinas, denominada alimentadora, es fija y se coloca horizontalmente cerca del cable; mientras que la otra, denominada exploradora, es movil y puede orientarse indistintamente según sea la componente del campo magnético total que se quiera medir. Las mediciones se realizan a intervalos regulares sobre líneas perpendiculares al tendido del cable y se expresan mediante las componentes real e imaginaria con respecto al campo primario, debido a que las relaciones de amplitud y fase determinadas por el compensador, para cada estación N, son:

$$R_N = \frac{|H_P|}{|H_T|_N} \quad \dots \text{ (IV.2.17)}$$

y:

$$\Delta\phi = \phi_N - \phi_P \doteq \phi_N \quad \dots \text{ (IV.2.18)}$$

Estas relaciones determinan el carácter semiabsoluto de las mediciones, debido a que los resultados se expresan en función del campo primario.

La interpretación de los resultados se realiza mediante la comparación de los valores obtenidos con respecto a los calculados para el vacío. Si existen cuerpos conductores en el subsuelo, las componentes real e imaginaria obtenidas en el campo diferirán de las calculadas para el vacío.

B.1.2.2.) Método Turam.

El método Turam puede considerarse como una variante del anterior con la particularidad de que sus mediciones se realizan conservando una separación constante entre las bobinas exploradas, que están igualmente orientadas y se mueven simultáneamente, a intervalos regulares, sobre las líneas transversales al circuito primario. El campo alterno captado por una de ellas se compara con el detectado en la otra mediante un puente compensador que determina las siguientes relaciones de amplitud y fase:

$$R_i = \frac{|H_i|}{|H_{i+1}|} \quad \dots \text{ (IV.2.19)}$$

y:

$$\Delta\phi_i = \phi_{i+1} - \phi_i \quad \dots \text{ (IV.2.20)}$$

Estas expresiones determinan el carácter relativo de las mediciones para cada estación " L ". Sin embargo, el análisis de los datos obtenidos permite establecer la distorsión del campo observado con respecto al calculado para el vacío. Estas distorsiones o anomalías se manifiestan tanto en los valores de relación como en los de fase, debido a que si no existieran cuerpos conductores en el subsuelo la diferencia en las fases sería cero y la relación de amplitudes correspondería con una función que se amortigua suavemente conforme aumenta la distancia al transmisor. Al igual que en el método anterior, estos resultados se descomponen en sus partes real e imaginaria para su modelado e interpretación.

B.1.2.3.) Método Slingram.

Este método es uno de los más populares y también es conocido como " método de la bobina horizontal " o " método de emisor y receptor móviles ". Utiliza dos bobinas horizontales, separadas a una distancia constante, que se desplazan conjuntamente para cada medición. La bobina receptora mide las componentes real e imaginaria del campo secundario como un porcentaje de la intensidad del campo primario, para esto se auxilia de una señal de referencia que viaja a través de un cable que une las bobinas transmisora y receptora, y que también sirve para controlar su separación. Generalmente, las lecturas se realizan a intervalos regulares y en terrenos planos en donde alcanzan una precisión del 1 por ciento.

B.2.) Calicatas Aéreas.

En este tipo de perfilaje los campos electromagnéticos son registrados en el aire a través de equipos muy sofisticados que se encuentran instalados en un helicóptero o avioneta. Las principales ventajas que presenta esta modalidad son: rapidez en la recolección de datos de campo, contar con registros continuos de las magnitudes medidas y ser más económicas en zonas de estudio extensas. Sin embargo, también posee desventajas con respecto a las calicatas terrestres, como son: mayor complicación en la elaboración, procesado e interpretación de los datos de campo, requerimientos de sistemas de navegación adecuados, imprecisiones en la localización de las anomalías, y nuevas fuentes de ruido como son las vibraciones de los soportes de las bobinas e inducciones producidas por los motores.

Sería lógico suponer que las calicatas aéreas no se encuentran distorsionadas por la topografía del terreno, ya que en su interpretación se considera a la altura de vuelo como nivel de referencia; sin embargo, los accidentes topográficos pueden influir desfavorablemente en las mediciones de dos maneras: la primera obligando al avión o helicóptero a volar más alto con la consiguiente pérdida de sensibilidad en el registro de la señal, y la segunda ocasionada por las conductividades que presentan los materiales que constituyen el relieve topográfico.

B.2.1.) Sundberg Aéreo.

Este tipo de calicata es la variante aérea del método de Sundberg. Consiste en medir las intensidades de las componentes real e imaginaria del campo secundario y representarlas como una fracción de la intensidad del campo primario. En este tipo de levantamiento las bobinas receptora y emisora están montadas en las alas de la avioneta, o bien en dos puntos del helicóptero, conservando la misma orientación y a distancias no mayores de 20 m. Las frecuencias utilizadas son de 300 a 600 Hz. para vuelos altos (100m). y de 1000 a 4000 Hz -- para vuelos bajos (20 a 40 m.).

B.2.2.) Slingram Aéreo.

Esta calicata corresponde a la modalidad aérea del método Slingram, y como él, consiste en determinar las componentes real e imaginaria del campo secundario para una frecuencia que oscila en el rango de 320 a 4000 Hz. El campo magnético primario se genera a través de un cable recto muy largo que tiene sus extremos aterrizados, o bien mediante una espira cuadrada muy grande. Las inducciones que provoca este campo en cuerpos conductores se registran en el circuito receptor, el cual va montado en el avión y consiste de una bobina que puede colocarse horizontal o verticalmente. Se utiliza también un servomecanismo que opera como un puente compensador o radiómetro y cuya finalidad es determinar la relación que existe entre los fasores de voltaje o corriente en los circuitos receptor y transmisor. En el trabajo de campo el radiómetro se ajusta de tal manera que el campo magnético primario se cancele en la bobina receptora, por lo que el voltaje medido por esta bobina es proporcional al campo secundario inducido por cuerpos conductores. Generalmente, es más usado el arreglo de bobina vertical para el circuito receptor, debido a que es más sensible al efecto de conductores inclinados, mientras que el arreglo de bobina horizontal es más sensible a lechos conductores que se encuentren emplazados en forma horizontal. El proceso e interpretación de estos datos se realiza usando las mismas ecuaciones, modelos y técnicas del método Slingram. En muchos casos, no es posible

diferenciar entre los conductores que representan un potencial económico de interés de las zonas conductoras que no tienen ningún valor, debido a que en el trabajo de campo únicamente se -- realizan mediciones a una sola frecuencia; por esta razón, en algunas ocasiones se realiza conjuntamente un levantamiento aeromagnético o radiométrico de rayos gamma para auxiliar en la interpretación de esas zonas.

B.2.3. Método Turair.

Este método representa la modalidad aérea del método Turam, ya que el emisor es un cable recto muy largo con -- sus extremos a tierra, o una espira cuadrada muy grande tendida también en el suelo; mientras que el circuito receptor está constituido por un par de bobinas horizontales que son remolcadas -- por el avión y que registran la relación de amplitudes y diferencia de fase entre ellas. El procesado e interpretación de -- estos datos sigue la misma secuencia explicada para el método -- Turam pero aplicada a registros continuos.

B.2.4.) Método de la Componente Imaginaria.

Este método mide la componente de cuadratura de -- una señal transmitida a dos diferentes frecuencias, que generalmente son de 400 a 2300 Hz. En la recolección de los datos las bobinas emisora y receptora se encuentran orientadas perpendicularmente y separadas una distancia de 150 m. aproximadamente. La bobina emisora se coloca en el vehículo aéreo con su eje --- orientado verticalmente, mientras que la bobina receptora se lo caliza en un sensor remolque que cuelga del avión y cuyo eje -- está orientado horizontalmente en la dirección del vuelo. Según Orellana (8), este método parece haber caído ya en desuso debido a que no detecta aquellos cuerpos que por su mayor espesor -- o su menor resistividad son de interés minero.

B.2.5.) Método Abem.

Esta técnica de calicateo realiza mediciones del campo electromagnético a través de dos aviones que vuelan simultáneamente sobre una misma línea cuya altura oscila de 40 a --- 180 m. dependiendo de los objetivos y de las condiciones del terreno. La separación entre los aviones es constante y varía de 150 a 330 m. dependiendo de la profundidad de penetración que -- se quiera alcanzar. Ambos aviones están provistos de un par de bobinas ortogonales cuyos ejes de rotación están formados por -- la intersección de los planos de las bobinas y se encuentran -- orientados en la dirección del vuelo. Las bobinas del avión -- tra sero emiten un campo electromagnético polarizado circularmente,

con frecuencias que oscilan de 300 a 5000 Hz, al generar cada una de ellas un campo magnético de igual amplitud pero defasados 90° . Las bobinas receptoras del avión delantero registran estas señales, se amplifican las tensiones de salida y una de ellas se defasa 90° para obtener la diferencia entre las dos señales. En ausencia de campos secundarios esta diferencia teóricamente será igual a cero, mientras que la presencia de cuerpos conductores crean campos secundarios cuya anomalía se expresa como una parte porcentual del campo normal registrado en una de las bobinas. La ventaja principal de este método es su gran penetración, controlada por la separación entre emisor y receptor, mientras que su principal desventaja es su poco poder resolutivo, por lo que cuerpos conductores próximos entre sí producen una sola anomalía.

B.2.6.) Afmag Aéreo.

Como se mencionó en el apartado IV.2.1C, el método AFMAG también puede realizarse desde el aire a través de dos bobinas ortogonales idénticas que están montadas en un pájaro remolque que cuelga del avión por medio de un cable de aproximadamente 70 m. Las bobinas están inclinadas 45° con sus ejes orientados en la dirección de vuelo y registran señales con frecuencias de 140 y 510 Hz, las cuales son comparadas y cuya variación es proporcional al ángulo de inclinación. Generalmente, la dirección de las líneas de vuelo se escoge perpendicular al rumbo de las estructuras geológicas, con el objeto de que la comparación de las anomalías, registradas a dos diferentes frecuencias, pueda dar una indicación de la conductividad del cuerpo como en el método de la componente imaginaria, por otro lado su penetrabilidad es mayor que la de los sistemas semiaéreos como el Turair, Slingram ó Sundberg.

B.2.7.) Método Input.

Este método opera con pulsos transitorios que generalmente consisten de ondas sinusoidales rectificadas alternadamente como se indica en la figura (IV.2.4a). La frecuencia de este pulso, es de 143 Hz y se emite a través de una bobina plana triangular, colocada sobre el avión con dos de sus vértices coincidiendo con las puntas de las alas. En los intervalos "muertos" de 2 ms. de duración, en que no hay transmisión del campo primario, es cuando actúa la bobina receptora vertical, la cual va remolcada por un cable de 150 m. de longitud. Esta bobina registra el efecto de los campos secundarios, que en ausencia del primario, van amortiguándose exponencialmente con el tiempo como se indica en la figura (IV.2.4b). El decaimiento del campo secundario se registra, como en el método de cargabilidad, muestreando la curva en barras de 100 o 200 microsegun-

dos y registrando estas tensiones en canales independientes. La figura (IV.2.4c) muestra un ejemplo de graficado de estas tensiones y su posible interpretación. El primer canal informa de conductores someros, por lo que resulta más distorsionado por el efecto de la conductividad del encape y algunas veces detecta conductores de poco interés. La comparación de las anomalías registradas en los canales sirve para estimar la conductividad del cuerpo del mismo modo que la comparación de anomalías detectadas a diferentes frecuencias. Por último, el tamaño y forma del cuerpo se interpreta en base a modelos experimentales, o mediante la verificación con otro método.

IV. 3. COMENTARIOS SOBRE LA CORRECCION TOPOGRAFICA

El problema de la corrección topográfica en los métodos electromagnéticos no se ha llegado aún a definir completamente. En general se manejan diferentes aspectos de ella bajo el mismo nombre, por lo que se considera adecuado definir previamente -- cada uno de estos conceptos:

Definición.- Se entiende por corrección topográfica --- aquella técnica o metodología que tiene por objeto separar el efecto que produce el relieve topográfico en la anomalía prospectada.

Definición.- Se entiende por efecto topográfico la distorsión que produce el relieve topográfico en la anomalía prospectada.

Cabe comentar que a la fecha los artículos publicados - sobre el particular solo cuantifican el efecto topográfico que produce el relieve en algunos de los métodos electromagnéticos, pero no existe ninguno que proponga una metodología para la separación, aunque sea parcial, de esos efectos de las anomalías de interés. Al respecto, algunos autores denominan como corrección topográfica a la corrección del dispositivo utilizado, la cual se define como:

Definición.- Se entiende por corrección de dispositivo aquella técnica que, para un determinado arreglo, relaciona geométricamente la posición relativa que guardan los elementos --- transmisores y receptores en una topografía no plana con respecto a la que guardarían si la topografía fuera plana.

La corrección de dispositivo no involucra las conductividades del subsuelo ni las distorsiones que produce el relieve topográfico en los campos electromagnéticos. Sin embargo, es --

útil porque ayuda a disminuir parte del efecto topográfico que enmascara a las anomalías.

Cae fuera de los objetivos de esta tesis desarrollar un tipo de modelado que cuantifique esos efectos o implementar una metodología que conduzca a corregir topográficamente las anomalías electromagnéticas, debido a que el autor no cuenta con --- experiencia en este tipo de levantamientos: no obstante, para - subsanar esta deficiencia, se recopiló toda la bibliografía escrita sobre el tema con el objeto de sintetizar los resultados principales y promover de esta forma su desarrollo.

IV.4. EFFECTOS TOPOGRAFICOS Y CORRECCIONES DE DISPOSITIVO

En este apartado se expondrá brevemente las técnicas em- pleadas por diferentes autores para el modelado y cuantifica- --- ción de efectos topográficos, así como también las correcciones de dispositivo conocidas a la fecha.

IV.4.1. CUANTIFICACION DE EFECTOS TOPOGRAFICOS

Las distorsiones que sufren los campos electromagnéti- --- cos por efecto del relieve topográfico han sido cuantificadas - por diferentes técnicas, las cuales se explicarán a continua- --- ción:

IV.4.1.1. METODOS DE SIMULACION

Analizan el comportamiento de los campos electromagné- --- ticos que se inducen en el subsuelo a través de la analogía que existe con otros métodos.

A) MODELOS ELECTRICOS

En la naturaleza, el comportamiento de algunos fe- --- nómenos se describen mediante un mismo tipo de ecuaciones dife- --- renciales, lo que establece analogías importantes para la reso- --- lución de estos sistemas ya que la solución encontrada en uno - de ellos es una solución análoga para los demás. En el caso de la propagación de ondas electromagnéticas, Dulaney y Madden --

(1962) desarrollaron una técnica para relacionar el comportamiento de estos campos con los parámetros de voltaje y corriente que se presentan en una línea de transmisión (ver apéndice D); posteriormente, diversos autores usaron esta analogía para calcular la anomalía que producen diferentes estructuras en algunos métodos electromagnéticos, hasta que en 1972 se aplicó al cálculo de efectos topográficos (C.C.Ku et al, 1972). Estos autores encontraron que el relieve topográfico influye considerablemente en la distribución de los campos electromagnéticos y especialmente en aquellos que usan frecuencias más altas como el VLF o el AFMAG. Modelaron para dos tipos de polarizaciones.

i) Polarización TE.- En esta modalidad, el campo eléctrico fluye perpendicularmente a la sección, por lo que caracteriza a métodos como magnetotelúrico, Turam, Slingram, etc.

ii) Polarización TM.- En este tipo de modelos, el campo magnético fluye perpendicularmente a la sección, por lo que involucra a métodos como telúrico, magnetotelúrico, Afmag, etc.

Los resultados encontrados mediante esta técnica son los siguientes:

A.1.) Método Telúrico.

Wescott, E y Hessler, P. (1962) fueron los primeros en calcular efectos topográficos mediante el uso de analogías eléctricas; enfocando su trabajo exclusivamente en el método de las corrientes telúricas. La figura (IV.4.1) muestra el tipo de curvas de campo eléctrico que pueden provocar los accidentes topográficos. Como se puede observar, un valle produce un alto en el campo eléctrico, que se caracteriza por una zona de concentración de corriente, que se encuentra flanqueado por dos mínimos de casi igual amplitud que el máximo, que representan zonas de dispersión de corriente. Por otro lado, el efecto que produce una loma es el de un bajo en el campo eléctrico que se encuentra flanqueado por dos máximos de poca amplitud. Estas " pseudoanomalías " pueden confundirse muy fácilmente con las producidas por los cuerpos conductores o resistivos que se muestran en la figura (IV.4.2), por lo que es muy aconsejable tener en cuenta los principales accidentes topográficos de una zona en la interpretación de anomalías electromagnéticas.

A.2.) Método Magnetotelúrico.

Como se mencionó anteriormente este método puede modelarse en ambas polarizaciones, dependiendo de las direccio-

nes que guarden entre sí el flujo de campo eléctrico y la línea de levantamiento. Los resultados encontrados por Ku et al (1972) para una rampa inclinada 20° , con resistividad de 1000 ohm-m y considerando una frecuencia de 20 Khz se muestran, para ambas polarizaciones en la figura (IV.4.3). Como se puede apreciar, para la polarización TM, la curva de resistividad aparente se encuentra afectada considerablemente por variaciones en la topografía, produciéndose en los extremos de la rampa anomalías artificiales de 500 y 1500 ohm-m, mientras que la fase cambia muy pocos grados y delinea en forma general las variaciones del perfil topográfico. Para la polarización TE, las curvas de resistividad aparente y defasamiento son totalmente diferentes a las obtenidas en la polarización TM. Como se puede observar, la curva de resistividad aparente es de menor amplitud con puntos anómalos de 980 y 1055 ohm-m en los extremos de la rampa, mientras que su variación en la fase decae en dirección opuesta a la inclinación de la rampa. De la comparación de estas anomalías se deduce que el método magnetotelúrico da una respuesta más intensa en la polarización TM.

Un segundo modelo, calculado por estos autores en el método magnetotelúrico, es el que se muestra en la figura (IV.4.4). Se trata de un cuerpo conductor de 10 ohm-m, que se encuentra encajonado por roca de 1000 ohm-m de resistividad y cubierto en la superficie por una loma de 100 m de altura. Este modelo se computó a una frecuencia de 8 Hz y en la polarización TM. Como se puede apreciar, el cuerpo conductor produce una anomalía en las curvas de resistividad aparente y fase, las cuales en presencia de la loma adquieren mayor intensidad y enmascaran completamente a las anomalías reales, lo cual demuestra que algunos accidentes topográficos pueden distorsionar o enmascarar completamente anomalías de interés. Según Parry y Ward (1971) este mismo efecto puede aplicarse a los métodos AFMAG, en donde un cerro de 100 m de elevación puede producir anomalías apreciables, a 150 m de altura de vuelo, aunque su resistividad sea de 100 ohm-m.

B) EXPERIMENTOS EN TANQUE

Los soviéticos Faradzhev et al (1972) son los únicos que han empleado el uso de esta técnica para calcular los efectos que produce el relieve topográfico en los sondeos magnetotelúricos (SMT) y calicatas magnetotelúricas (CMT). Para sus experimentos usaron un tanque electrolítico de 2.40 m de largo, 1.80 m de ancho y 0.95 m de alto que contenía un material conductor de 10 ohm-m de resistividad que poseía como electrolito una solución de sulfato de cobre. El campo "telúrico" fue creado con ayuda de un par de electrodos planos (1.80 x 0.95 m) insta

lados en los extremos del tanque y una base aislante de plástico de 2.40 x 1.80 m. La figura (IV.4.5a) muestra la disposición de estos elementos y el circuito empleado para medir el campo eléctrico. Los autores ensayaron en varios tipos de formas del terreno, sin embargo solamente se publican las anomalías obtenidas para relieves de forma prismática o piramidal. La figura (IV.4.5b) muestra los resultados del modelado, en campo eléctrico, para un relieve prismático en donde E es la intensidad de campo eléctrico aplicada al modelo y E_n es la intensidad del campo eléctrico medido en la superficie del tanque; como se puede observar la forma de esta anomalía es muy similar a la calculada por Wescott y Hessler (1962) aunque omite los altos de concentración de corriente. Por otro lado, cuando la forma del relieve es piramidal la anomalía cambia totalmente como lo demuestra la anomalía de campo eléctrico normalizado de la figura (IV.4.5c); sin embargo, persiste la premisa que establece que los altos topográficos se relacionan en campos uniformes, con zonas de dispersión de corriente que producen bajos resistivos o pérdidas en la intensidad del campo eléctrico. Por último, los autores concluyen que en zonas de topografía rugosa es muy conveniente hacer este tipo de modelado como auxilio en la interpretación de anomalías.

IV.4.1.2. METODO GENERALIZADO DE INVERSION LINEAL

El método consiste en invertir una matriz no lineal a través de un criterio de linealización que consiste en la aplicación de series de Taylor y mínimos cuadrados. El planteamiento matemático de esta técnica se encuentra desarrollada brevemente en el apéndice E y ha sido aplicada, para el cálculo de efectos topográficos, en los métodos de calicateo AFMAG y Magne totelúrico por S. Ward et al (1974).

A) PERFILAJE MAGNETOTELURICO

El modelo utilizado por estos autores se muestra en la figura (IV.4.6) y consiste de una loma de 90 m. de alto y 1000 ohm-m de resistividad que descansa sobre un horizonte resistivo de 10,000 ohm-m, el ancho de la loma es de 600 m y lateralmente se prolonga en ambos sentidos conservando un espesor constante de 30 m. El cálculo de las curvas de resistividad aparente se realizó, para ambas polarizaciones (TE y TM), utilizando el método generalizado de inversión lineal y para una frecuencia de 1000 Hz. Los resultados aparecen en la parte superior de la misma figura, confirmando lo dicho anteriormente: las lomas producen en un campo uniforme bajos resistivos que representan zonas de dispersión de corriente y que la polariza-

ción TM, para el método magnetotelúrico, ofrece una respuesta - más intensa que la polarización TE.

B) AFMAG TERRESTRE

Este método de calicateo se aplicó en la polarización TE al mismo modelo descrito anteriormente para una frecuencia de 1000 Hz. Los resultados se muestran en la figura --- (IV.4.7.), en donde se observa que el ángulo de inclinación varía de -10° a 10° ubicándose estos valores pico en las laderas de la loma. De igual forma, la elipticidad, definida como la -- relación del eje menor al mayor de la elipse de polarización, -- alcanza valores pico de 0.14 en las mismas posiciones. Estas -- anomalías artificiales, producidas por rasgos topográficos, pue -- den enmascarar anomalías de interés o complicar su interpreta-- ción debido a que poseen, para algunos casos una respuesta de -- mayor intensidad y amplitud, como lo demuestra el dique verti-- cal de 100 ohm-m de resistividad que se muestra en la figura -- (IV.4.8.). Nótese el gran parecido que existe entre las anoma-- lías de este cuerpo y las de los efectos topográficos ocasiona-- dos por la loma.

IV.4.1.3. METODOS ANALITICOS

Las soluciones analíticas desarrolladas para el cálculo de efectos topográficos son muy escasas. El primer desarrollo analítico se debe a Parry y Ward (1971), quienes calcularon los efectos topográficos que producía una loma de 100 m de altura y 100 ohm-m de resistividad a través de una formulación de ecuaciones integrales que resolvieron mediante una técnica numérica. Como se mencionó anteriormente, este modelo se computó -- para una altura de vuelo de 150 m y una frecuencia de 1000 Hz. Sus resultados son semejantes a los mostrados en la figura --- (IV.4.7.) para el método AFMAG. Posteriormente, R.Thayer (1975) -- desarrolló otra técnica analítica para calcular la distorsión -- que sufrían las corrientes telúricas ocasionada por la topografía. El modelo utilizado por él consiste de un estrato conductor de espesor " h ", que engrosa debido a una función escalón de salto " d ", y que sobreyace a un horizonte aislante ó mucho muy resistivo como se indica en la figura (IV.4.9a). Considerando la geometría de este modelo como una función compleja en el plano $w(u,v)$, y estableciendo que el flujo de corriente va de -- lo más estrecho a lo más abierto en el estrato conductor, se -- puede transformar esta función al plano complejo $z(x,y)$ como se indica en la figura (IV.4.9b). Aquí, los nodos 1 y 5 represen--

tan sumideros de corriente, mientras que los polos 4 y 6 corresponden a fuentes de corriente. Considerando que el origen del plano w está en el punto 2, Thayer (1975) encuentra las siguientes relaciones para el campo eléctrico:

$$\frac{\mu}{d} = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{h+d}{d} \ln \left(\frac{s+p}{s-p} \right) - \frac{h}{d} \ln \left(\frac{s+1}{s-1} \right) \right\}, \quad \mu < 0 \quad \dots \text{(IV.4.1)}$$

$$\frac{\mu}{d} = \frac{1}{\pi} \left\{ \frac{h+d}{d} \ln \left(\frac{p+s}{p-s} \right) - \frac{h}{d} \ln \left(\frac{1+s}{1-s} \right) \right\}, \quad \mu > 0 \quad \dots \text{(IV.4.2)}$$

en donde $p = h / (d+h)$

$$s = E / E_0$$

En la figura (IV.4.10a.) se muestra graficada la función (IV.4.1); como se puede observar, para valores de $h/d < 1$ existe una zona de alta concentración de corriente que físicamente nos producirá altos resistivos al pie del cantil, pero -- también se observa que para valores de $u/d > 2.5$ la distorsión del campo eléctrico debido a la topografía es menor al 10%. Por otro lado, arriba del cantil existe una zona de alta dispersión de corriente, como se muestra en la figura (IV.4.10b), en donde para valores de $h/d < 1$ se producirán bajos resistivos o pérdida en la intensidad del campo eléctrico; sin embargo, se observa también que para valores $u/d > 4$, la distorsión del campo eléctrico será menor al 10%. Estos resultados están calculados para el modelo de la figura (IV.4.9a), en donde se considera -- que el flujo de corriente va paralelo a la sección (polarización TM), y confirman los resultados presentados anteriormente de Hessler y Wescott (1962) o los modelados por Ru et al (1974) -- pero difieren de las conclusiones presentadas por Faradzhev et al (1972) en el sentido de que los campos eléctricos en las partes bajas de las funciones escalón permanecen invariables. Por último Thayer (1975) concluye que la principal ventaja de su -- desarrollo analítico es el hecho de que constituye una herramienta para la planificación geofísica de trabajos eléctricos -- en zonas de topografía abrupta.

IV.4.1.4 METODO DE DIFERENCIAS FINITAS

Como se mencionó anteriormente, el método de diferen

cias finitas es una técnica numérica iterativa que resuelve la distribución espacial de un campo potencial. Ramaswamy et al (1976) la ha aplicado para el estudio tridimensional de los efectos topográficos en campos electromagnéticos. El modelo considerado para ellos consiste de un cuerpo conductor de 10 ohm-m de resistividad que se encuentra a 200 m. de profundidad y en una roca encajonante con resistividad de 1000 ohm-m. Las dimensiones del cuerpo son 400 m de largo, 400 m de ancho y 200 m, de espesor; se encuentra localizado en el centro del modelo y precisamente abajo de una loma de 800 m de alto como se indica en la figura (IV.4.11).

Mediante la técnica de relajación, los autores calculan las componentes horizontales y verticales de los campos eléctrico y magnético, las cuales son representadas como $E_x \exp(i\psi x)$, $E_y \exp(i\psi y)$, $E_z \exp(i\psi z)$, $H_x \exp(i\theta x)$, $H_y \exp(i\theta y)$ y $H_z \exp(i\theta z)$, en donde los módulos corresponden a la amplitud y el argumento al ángulo de fase. Por otro lado, la resistividad aparente se calculó mediante la expresión:

$$\rho_a = \frac{2}{f} \left(\frac{E_x}{H_y} \right)^2 \quad \dots \text{(IV.4.3)}$$

La figura (IV.4.12) muestra las curvas de resistividad aparente y de fase para la sección $x = 0$, como se puede observar la anomalía que produce el cuerpo corresponde a un mínimo resistivo que se encuentra totalmente enmascarado por el efecto topográfico que presenta la loma, a la cual corresponde un máximo resistivo que se encuentra flanqueado por dos mínimos relativos; mientras que en la anomalía de fase se observa una distorsión considerable ocasionada por la topografía, pero no tan contrastante como en la curva de resistividad aparente en donde predomina el efecto de la loma.

La figura (IV.4.13) muestra las curvas de resistividad aparente para las secciones $x = -200$ m y $x = -400$ m. Como se puede apreciar, para la sección $x = -200$ m, las anomalías de resistividad aparente son muy parecidas a las calculadas para la sección $x = 0$, predominando notablemente el efecto topográfico sobre la anomalía del conductor. Por otro lado, para la sección $x = -400$ m, la anomalía del cuerpo conductor es muy pequeña con un valor mínimo en la parte central de 1000 ohm-m, mientras que el efecto topográfico que produce la loma es el de mayor amplitud, predominando totalmente sobre la anomalía de interés. Lo anterior demuestra que las anomalías topográficas pueden cubrir, enmascarar o distorsionar las anomalías de cuerpos conductores de interés, sobretodo si los métodos empleados para su interpretación consisten en las técnicas comúnmente usadas de superponer a las curvas de campo las anomalías teóricas deri

vadas de un modelo que no tome en cuenta el relieve topográfico. Por último, los autores concluyen que para levantamientos telúricos, magnetotelúricos o AFMAG, las componentes de los campos --- eléctrico y magnético registradas se deben, en áreas con topografía rugosas, principalmente a efectos topográficos que a contri--- buciones de los cuerpos conductores, sobretodo cuando la línea --- de prospección se haya lateralmente alejada de ellos.

IV.4.2 CORRECCIONES DE DISPOSITIVO

Como se mencionó anteriormente, en el apartado IV.3., la corrección por dispositivo únicamente se enfoca al aspecto geométrico que guardan entre sí los circuitos emisor y receptor -- sin involucrar las conductividades del subsuelo, ni las distor--- siones que produce el relieve topográfico en los campos electromagnéticos; sin embargo, es muy útil porque ayuda a disminuir -- parte del efecto topográfico que enmascara a las anomalías. Las correcciones de dispositivo publicadas a la fecha son las siguientes:

IV.4.2.1 METODO SLINGRAM

Bosschart y Seigel (1966) aseguraron que el nivel de ruido en los métodos de calicateo que usan puente compensador es en gran parte debido al acoplamiento que existe entre las bobinas transmisora y receptora. Según ellos, un error del 5% en la separación horizontal de las bobinas causa un cambio del 15% en la componente imaginaria, y en presencia de campos secundarios, ambas componentes son afectadas, por lo que esos métodos son --- poco recomendables en áreas de apreciable relieve topográfico -- (9). Como se mencionó anteriormente, los métodos que usan puente compensador son el Sundberg, el Slingram y el TURAM; sin embargo estos autores consideran que esos porcentajes son aplicables --- solo a los dos primeros, mientras que para el tercero descienden notablemente. Para subsanar un poco esta deficiencia, M.H. Konings (1979) elaboró una corrección de dispositivo para el método ---- Slingram o HLEM, como se le conoce en Occidente. El planteamiento de la geometría que guardan entre sí las bobinas transmisora y receptora, así como el factor de corrección, en porciento, --- para cada estación se muestra en la figura (IV.4.14). Según este autor, el relieve topográfico acorta o reduce la distancia efectiva entre las bobinas provocando grandes variaciones en la componente imaginaria debido a la diferencia de elevaciones, pero --- su técnica no corrige los corrimientos en la dirección horizontal, por lo que es menester tomar lecturas a distancias equiespa

ciadas horizontalmente como se indica en la figura (IV.4.14).

IV.4.2.2 METODO TURAM

Para este método, Bosschart y Seigel (1966) estiman que un error del 5% en la separación horizontal de las bobinas causa un cambio del 2% en la componente imaginaria a una distancia de 300 ft de la fuente, de 0.5% a 500 ft y de 0.2% a 1000 ft; mientras que las diferencias de elevación entre ellas

efectos muy pequeños debido a que el campo magnético en la superficie es predominantemente vertical, por lo que el efecto del relieve topográfico en las mediciones es prácticamente despreciable con excepción de las áreas con topografía muy rugosa (9). Sin embargo, cuando las correcciones se requieren, se pueden realizar mediante la técnica expuesta por A. Cuevas (1982), cuyo planteamiento de la geometría y fórmulas principales aparecen en la figura (IV.4.15).

IV.4.2.3 SONDEOS ELECTROMAGNETICOS

Para los sondeos electromagnéticos que se discutieron en el apartado IV.2.2.2A., R.K.Verma (1973) ha planteado -- correcciones de dispositivo similares a las anteriores y cuyas expresiones dependen del dispositivo o arreglo entre bobinas -- (ver figura (IV.2.2.)) seleccionado. Sin embargo, debido a --- este número grande de combinaciones, el autor no cuantifica o - estima, el porcentaje de distorsión que ocasionan los efectos -- del relieve topográfico en las mediciones de los campos electro magnéticos, pero si constituye un punto de partida para todos - los interesados.

IV.5 CONCLUSIONES

De lo comentado en este capítulo se desprenden las - siguientes conclusiones:

1) Las distorsiones que crea el relieve topográfico en los distintos métodos electromagnéticos oscila de muy pequeña, como en el caso del método de mediciones alternadas, a muy fuerte, como es el caso de los métodos Sundberg y Slingram.

2) Las anomalías de los efectos topográficos en los

métodos electromagnéticos que utilizan el campo natural (telúrico, magnetotelúrico o AFMAG) pueden interpretarse cualitativamente, como producidas por un campo eléctrico uniforme, de esta manera los valles estarán asociados con zonas de concentración de corriente que producirán altos resistivos o incremento en la intensidad del campo eléctrico, mientras que las lomas estarán asociadas con zonas de dispersión de corriente que producirán bajos resistivos o pérdida de la intensidad del campo eléctrico.

3) Debido a que en la Prospección Electromagnética - los cuerpos y estructuras conductoras son de particular interés, numerosos autores comparan y discuten sus anomalías con las anomalías artificiales producidas por el relieve topográfico.

4) Existen muchas técnicas para calcular los efectos topográficos; sin embargo, debido a la complejidad del problema parece ser que las técnicas que utilizan procesos numéricos, -- como el método generalizado de inversión o el método de relajación, presentan una forma más adecuada de modelar el efecto que la proporcionada por los métodos analíticos.

5) Para los métodos electromagnéticos por inducción existen correcciones de dispositivo que ayudan a eliminar parcialmente el enmascaramiento o distorsión que provocan en las anomalías los efectos topográficos, pero que no deben confundirse con la corrección topográfica de dichos métodos ya que -- esta involucra un proceso de modelado que elimina, aunque sea parcialmente, la distorsión que sufren los campos eléctrico y magnético en su recorrido por el subsuelo. Hasta la fecha ningún método contempla este tipo de corrección.

6) De acuerdo con los resultados presentados por diferentes autores se deduce que los efectos topográficos son de menor envergadura para aquellos métodos que utilizan una menor frecuencia de operación.

7) En zonas con topografía rugosa es muy criticable la interpretación cuantitativa de las anomalías de campo a partir de la técnica de superposición o parecido con las anomalías teóricas calculadas mediante un algoritmo que considere una topografía plana. En estos casos, es más confiable la interpretación cualitativa.

8) En la planeación de un trabajo de prospección geoelectrica deben de tomarse en consideración los principales accidentes topográficos de la zona, con el objeto de no invadir las zonas de alta distorsión que les rodea, y que introduciría ruido en parte de nuestros datos.

9) Para algunos métodos, las anomalías topográficas son de mayor intensidad que las anomalías de interés, por lo -- que es conveniente interpretar en base a una técnica de modelado.

REFERENCIAS CITADAS CAP. IV

- (1) Resnick y Halliday, 1972, Física, parte II, p. 1160.
- (2) Keller y Frischknecht, 1966, Electrical Methods in Geophysical Prospecting, p. 212.
- (3) Elmore y Heald, 1969, Physics of Waves, p. 265.
- (4) Orellana, E., 1972, Prospección Geoeléctrica por campos variables, -- p. 426.
- (5) Grant y West, 1965, Interpretation theory in applied Geophysics, p. -- 451.
- (6) Keller y Frischknecht, 1966, Electrical Methods in Geophysical Prospecting, p. 350.
- (7) Orellana, E., 1972, Prospección Geoeléctrica por campos variables, -- p. 343.
- (8) Orellana, E., 1972, Prospección Geoeléctrica por campos variables, -- p. 449.
- (9) Boschart y Seigel, 1966, Some aspects of the TURAM Electromagnetic -- Method, p. 160 - 161.

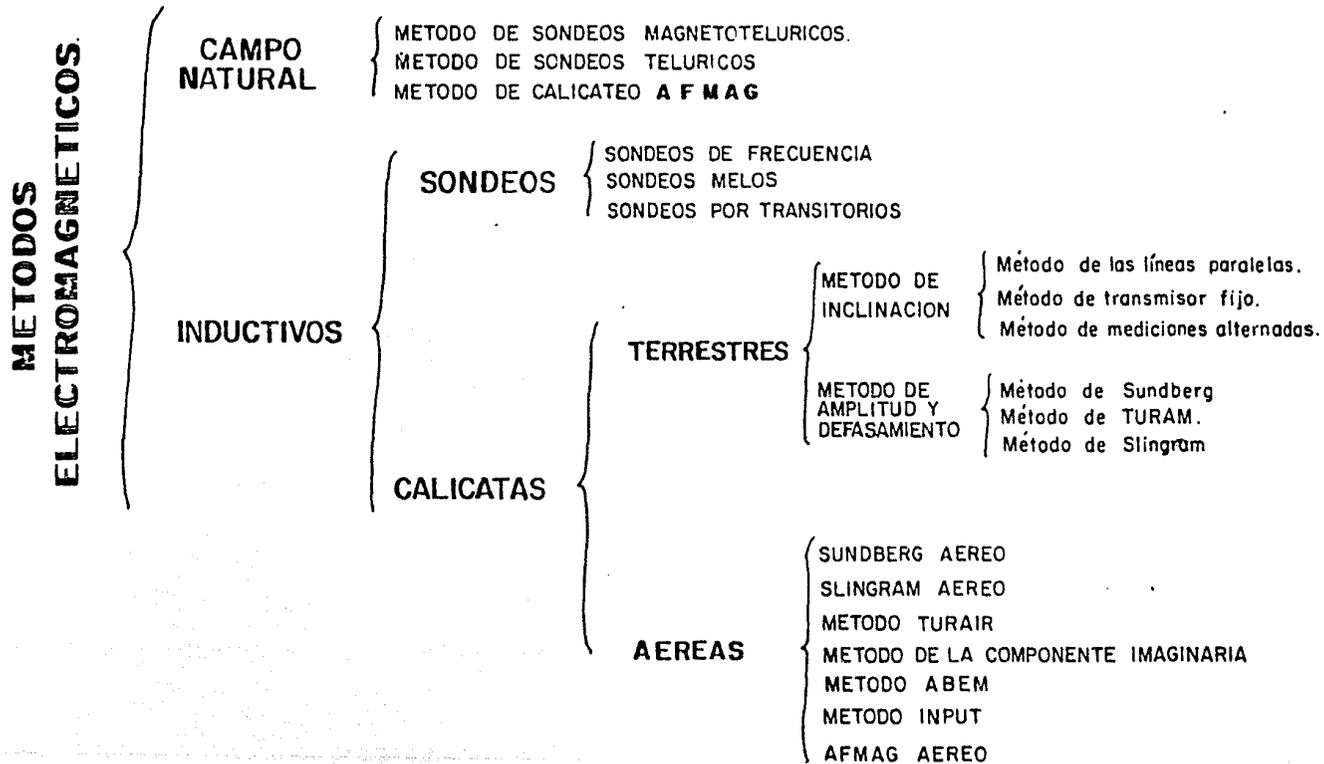


TABLA IV. 2.1. CLASIFICACION GENERAL DE LOS METODOS ELECTROMAGNETICOS.

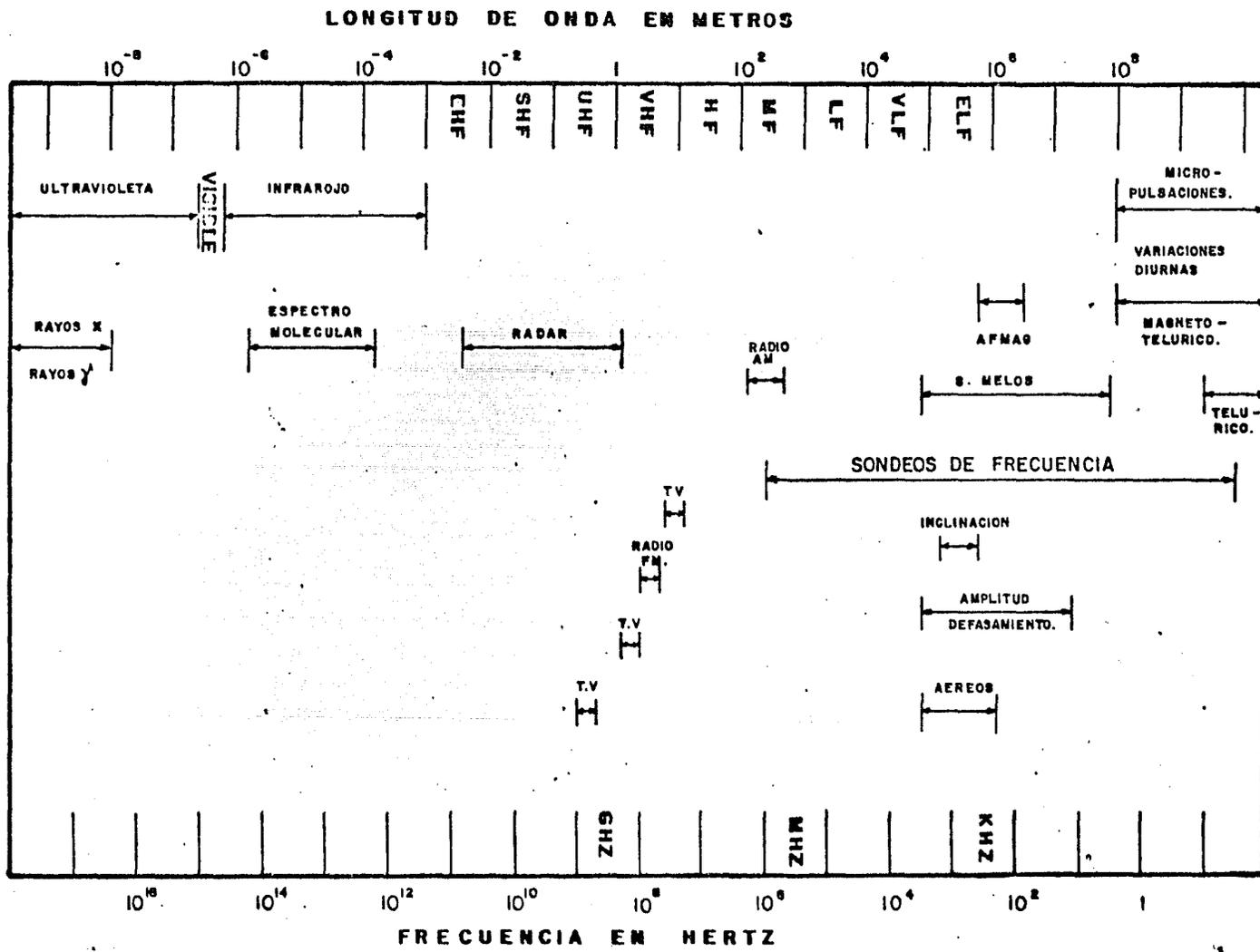


TABLA. IV. 2.2.

ESPECTRO ELECTROMAGNETICO

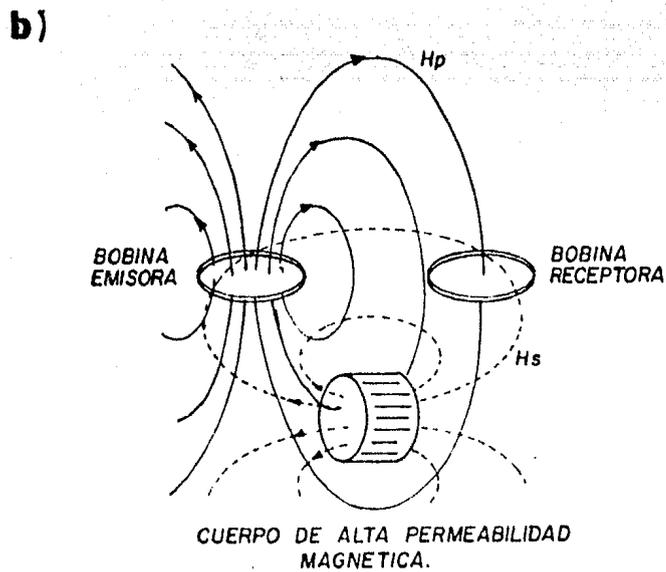
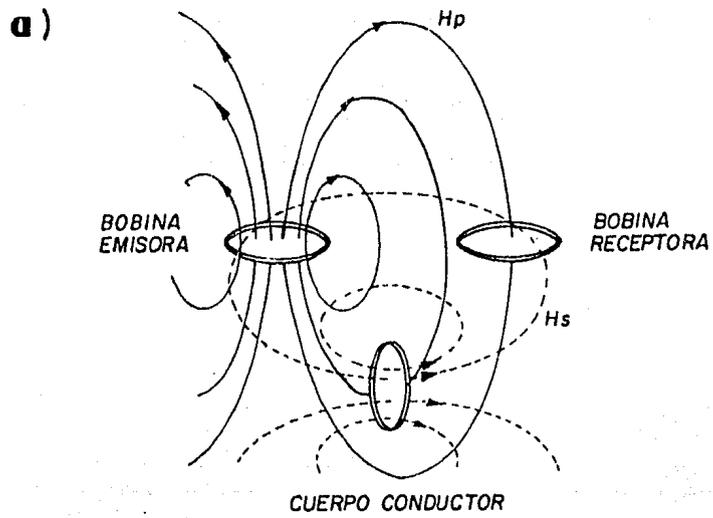


FIG. IV. 2. I. CAMPOS MAGNETICOS SECUNDARIOS CREADOS POR INDUCCION EN a) UN CUERPO CONDUCTOR , b) UN CUERPO MAGNETICO.

a) COPLANAR HORIZONTAL



b) COPLANAR VERTICAL



c) COAXIAL VERTICAL



d) PERPENDICULAR



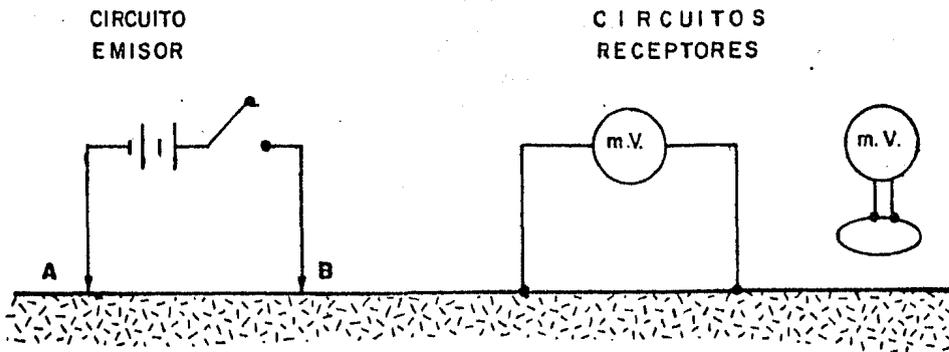
e) MIXTO (BOBINA Y ALAMBRE.)



FIG. IV.2.2. CONFIGURACIONES DE BOBINAS PARA SONDEOS ELECTROMAGNETICOS.

NOTA: TOMADO DE ORELLANA, 1973.

a)



b)

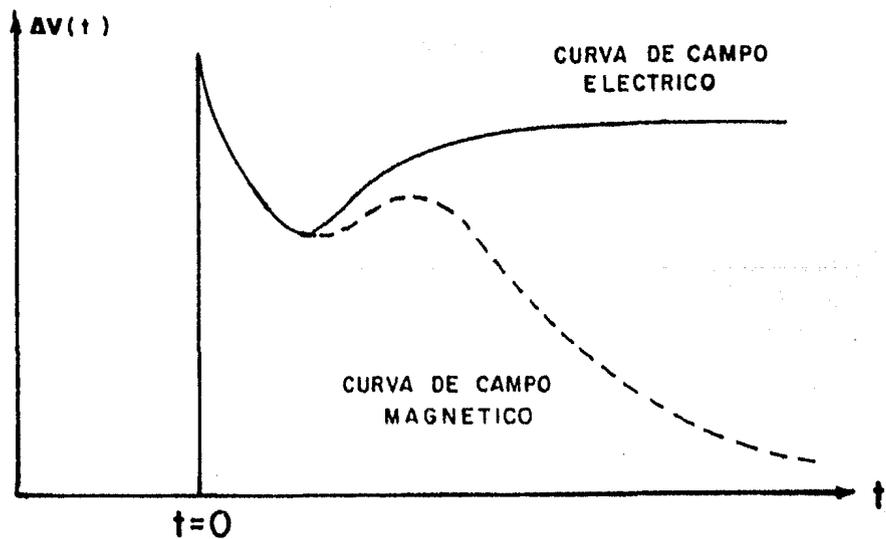


FIG. IV.2.3 PRINCIPIOS OPERATIVOS DE LOS SONDEOS POR TRANSITORIOS.

NOTA: TOMADO DE TELFORD ET AL, 1976.

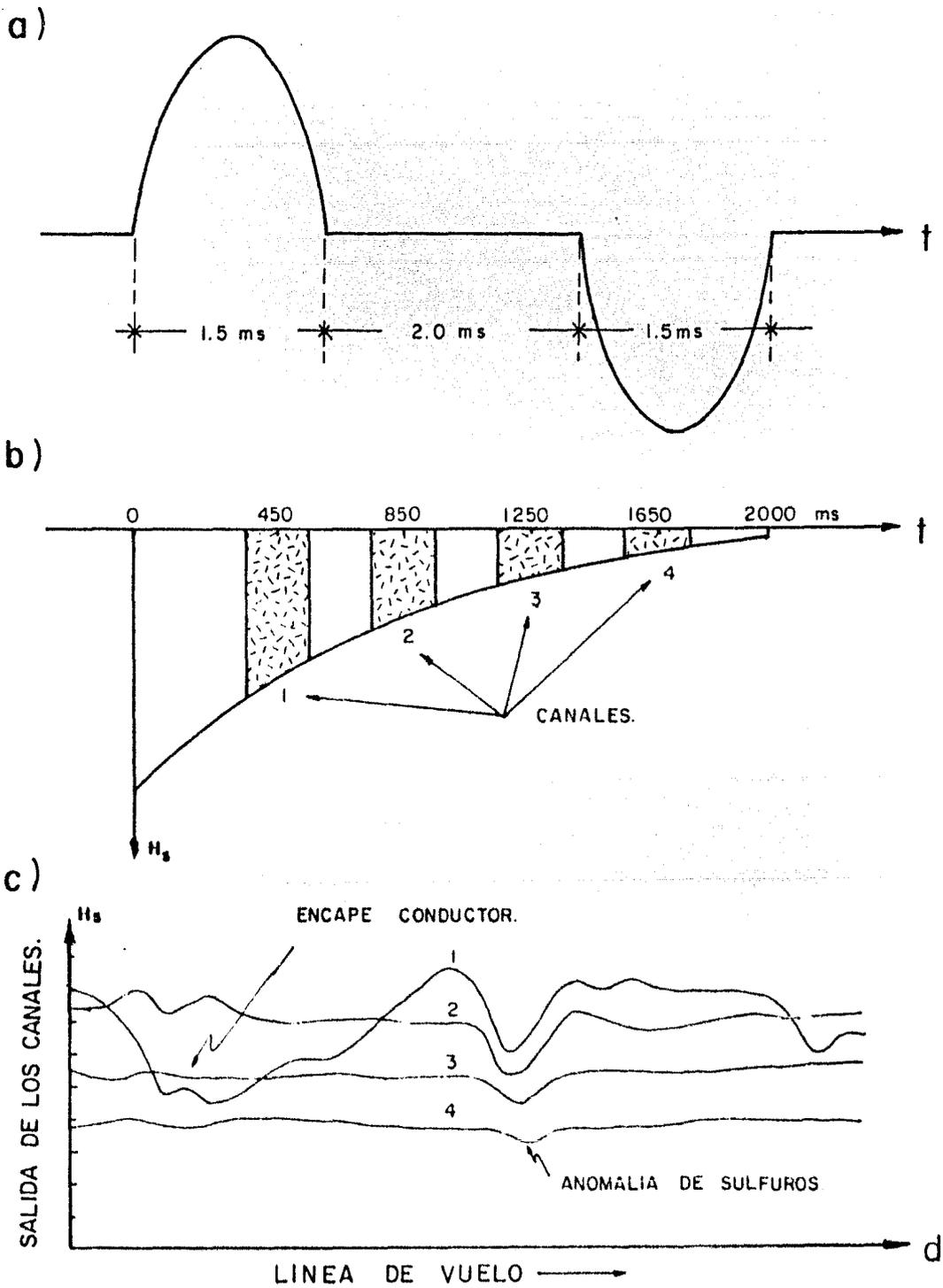


FIG. IV.2.4 SISTEMA ELECTROMAGNETICO INPUT.

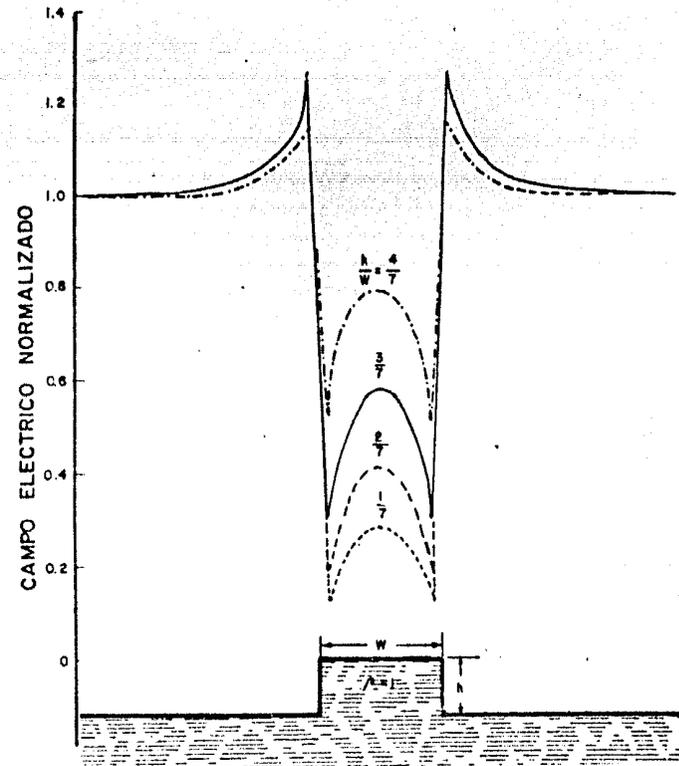
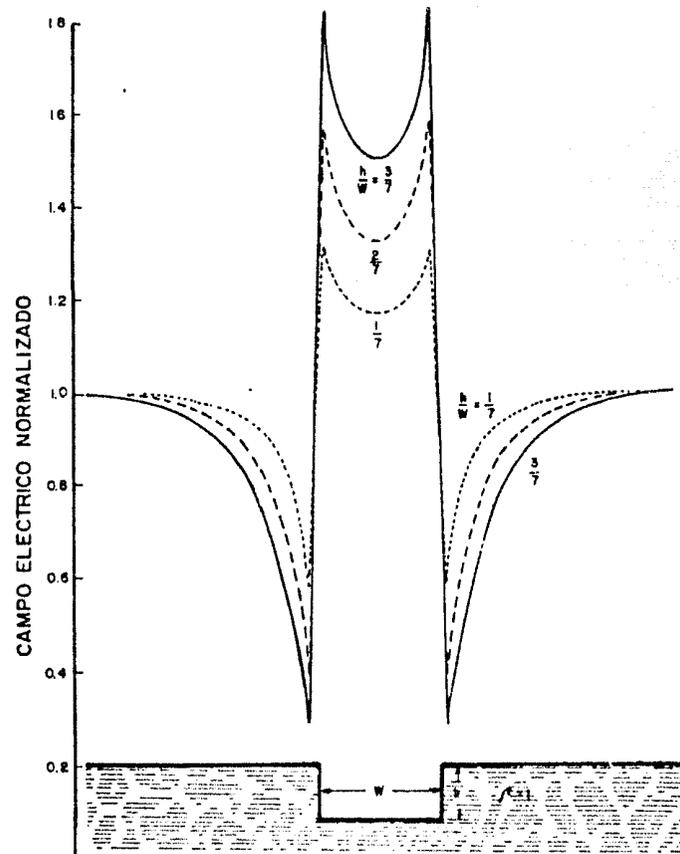


FIG. IV. 4. 1. EFECTOS TOPOGRAFICOS DE ACCIDENTES RECTANGULARES EN EL METODO DE LAS CORRIENTES TELURICAS.

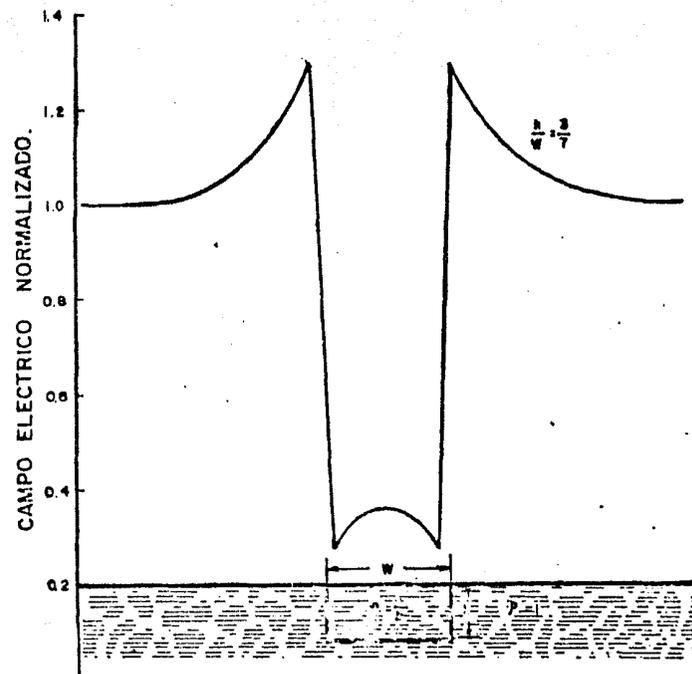
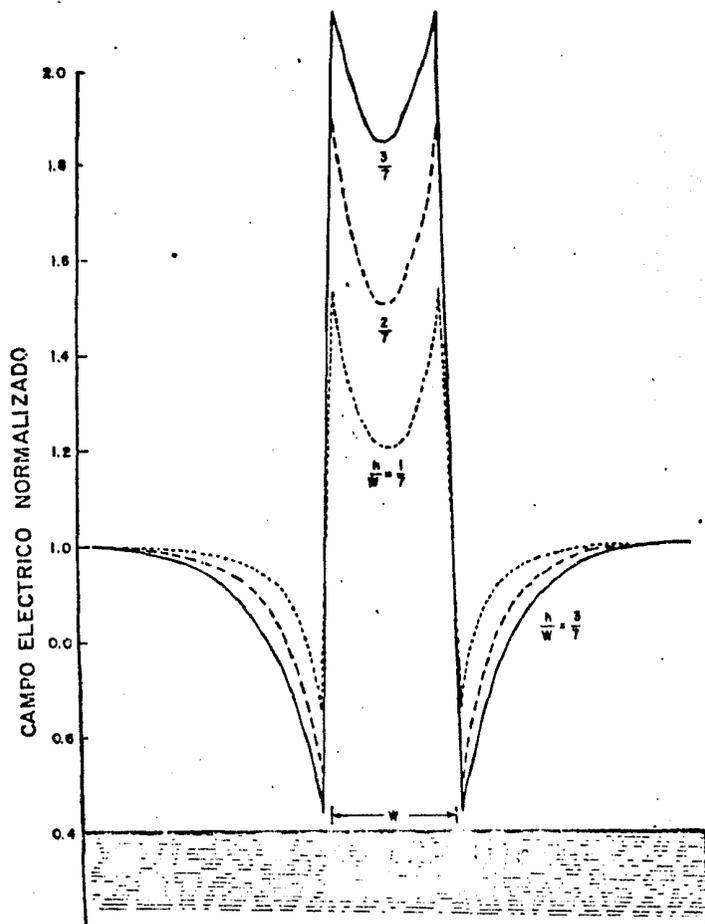
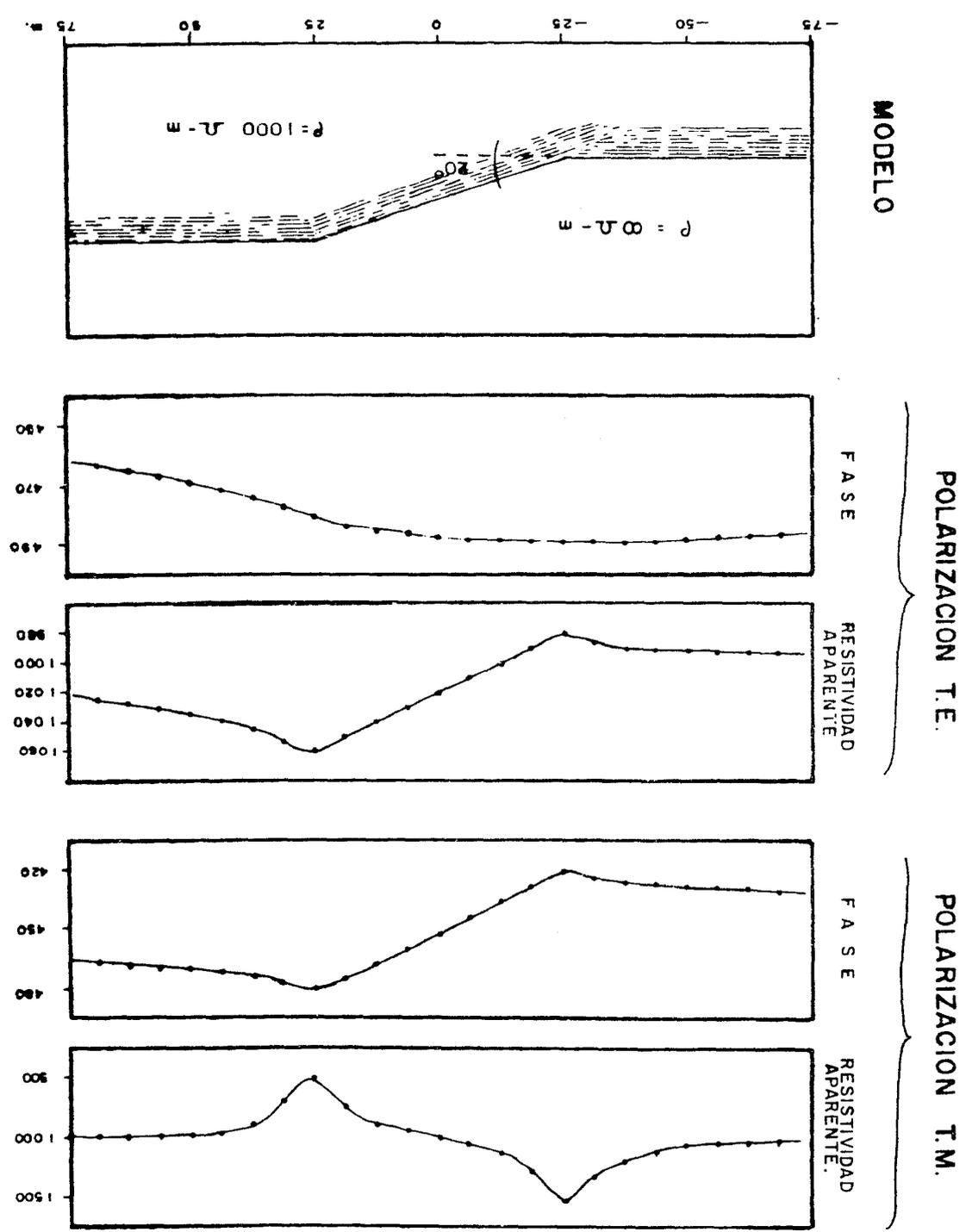


FIG. IV. 4. 2. ANOMALIAS PRODUCIDAS POR CUERPOS RECTANGULARES, CONDUTORES Y RESISTIVOS, EN EL METODO DE LAS CORRIENTES TELURICAS.

FIG. IV. 4. 3. EFECTOS TOPOGRAFICOS EN EL METODO MAGNETOTELURICO.



NOTA: TOMADO DE C. KU ET AL., 1972

NOTA : TOMADO DE C. KU ET AL , 1972.

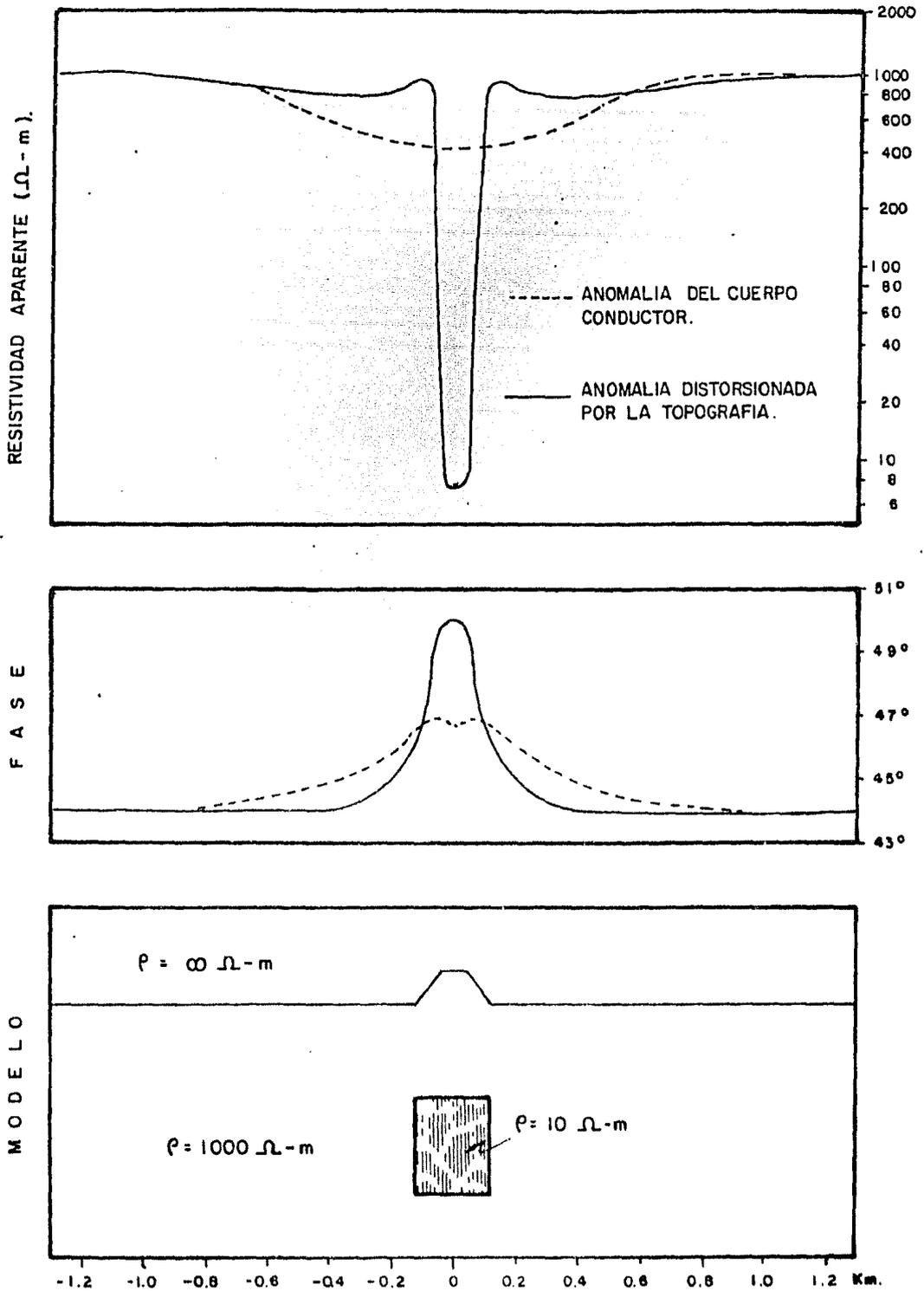
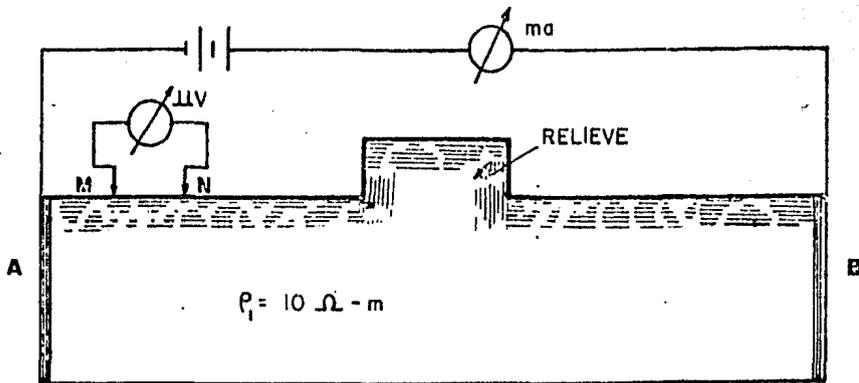


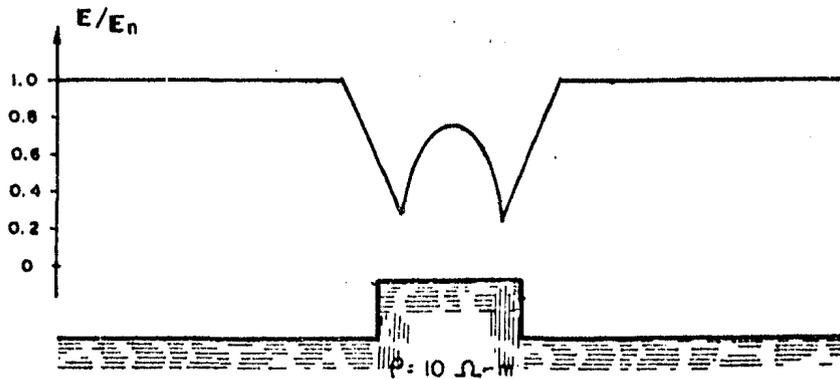
FIG. IV. 4. 4. EFECTOS TOPOGRAFICOS EN EL METODO MAGNETOTELURICO.

NOTA: TOMADO DE S. FARADZHEV ET AL, 1972.

a) TANQUE ELECTROLITICO.



b) RELIEVE PRISMATICO.



c) RELIEVE PIRAMIDAL.

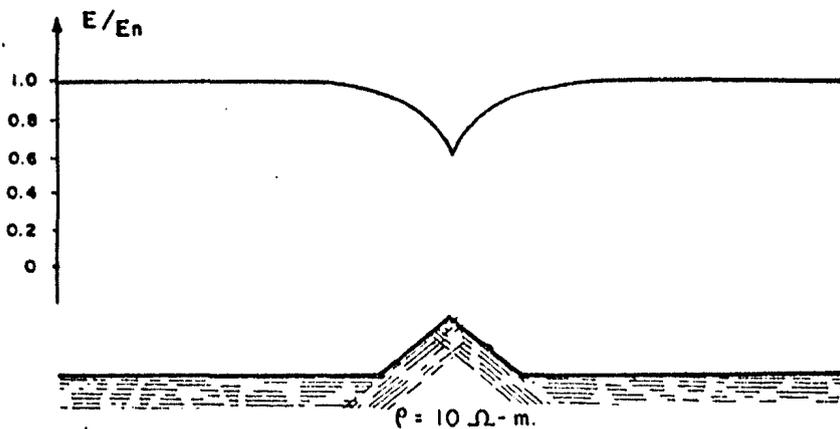


FIG. IV.4.5. EFECTOS TOPOGRAFICOS EN LOS METODOS TELURICO Y MAGNETOTELURICO.

NOTA : TOMADO DE S. WARD ET AL , 1974 .

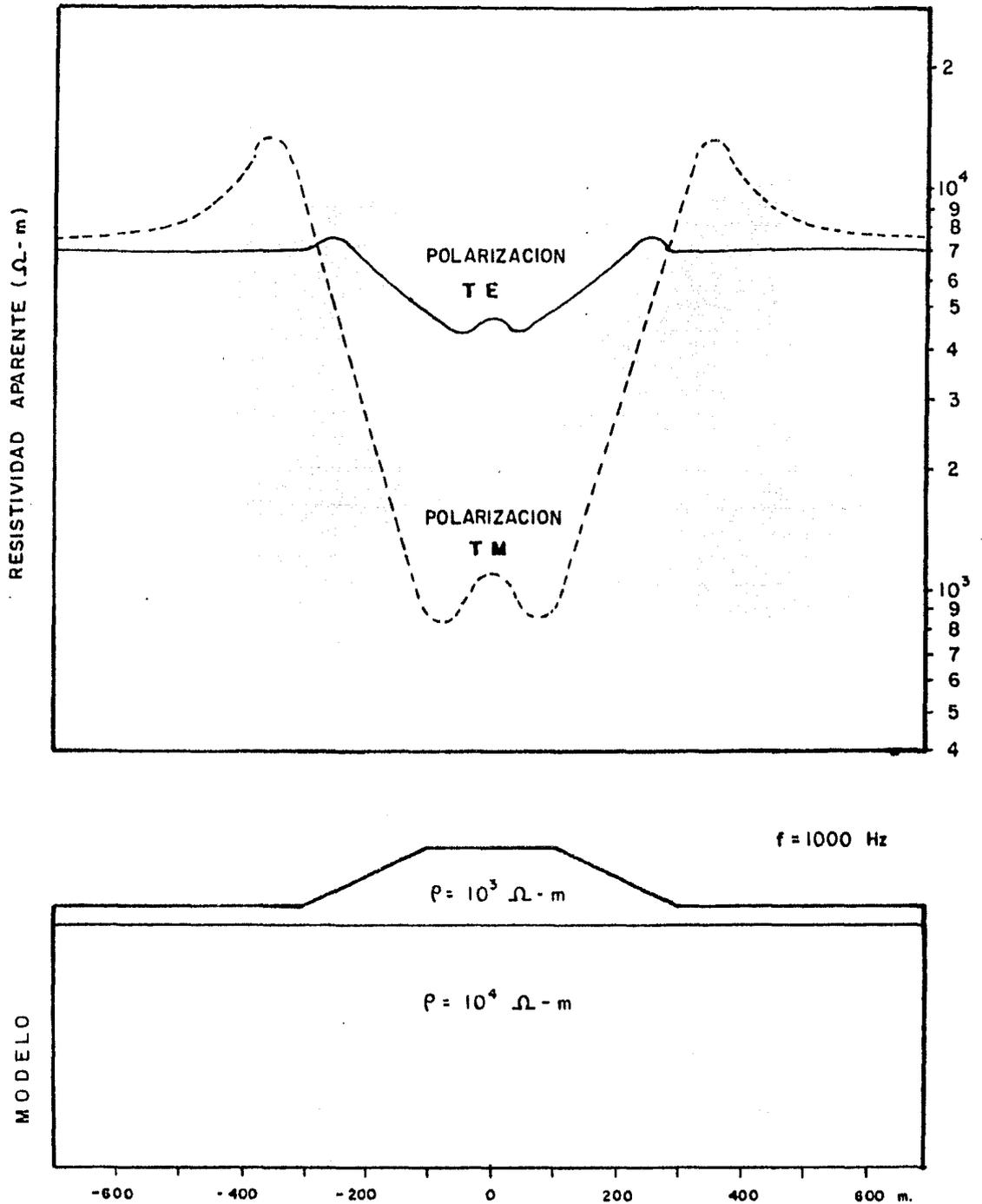


FIG. IV.4.6. EFECTOS TOPOGRAFICOS EN EL METODO MAGNETOTELURICO.

NOTA: TOMADO DE S. WARD ET AL, 1974.

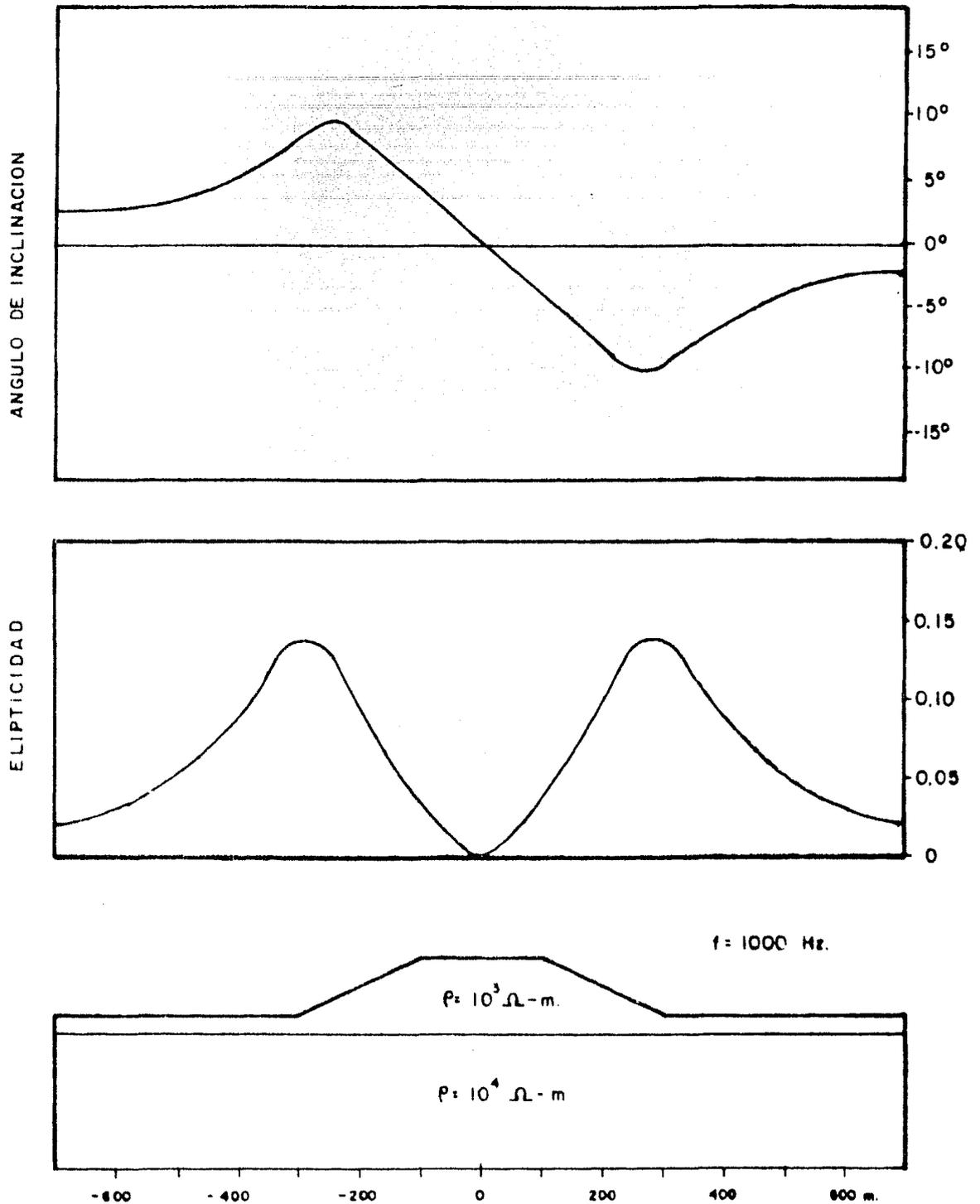


FIG. IV. 4.7. EFECTOS TOPOGRAFICOS EN EL METODO A F M A G

NOTA: TOMADO DE S. WARD ET AL, 1974.

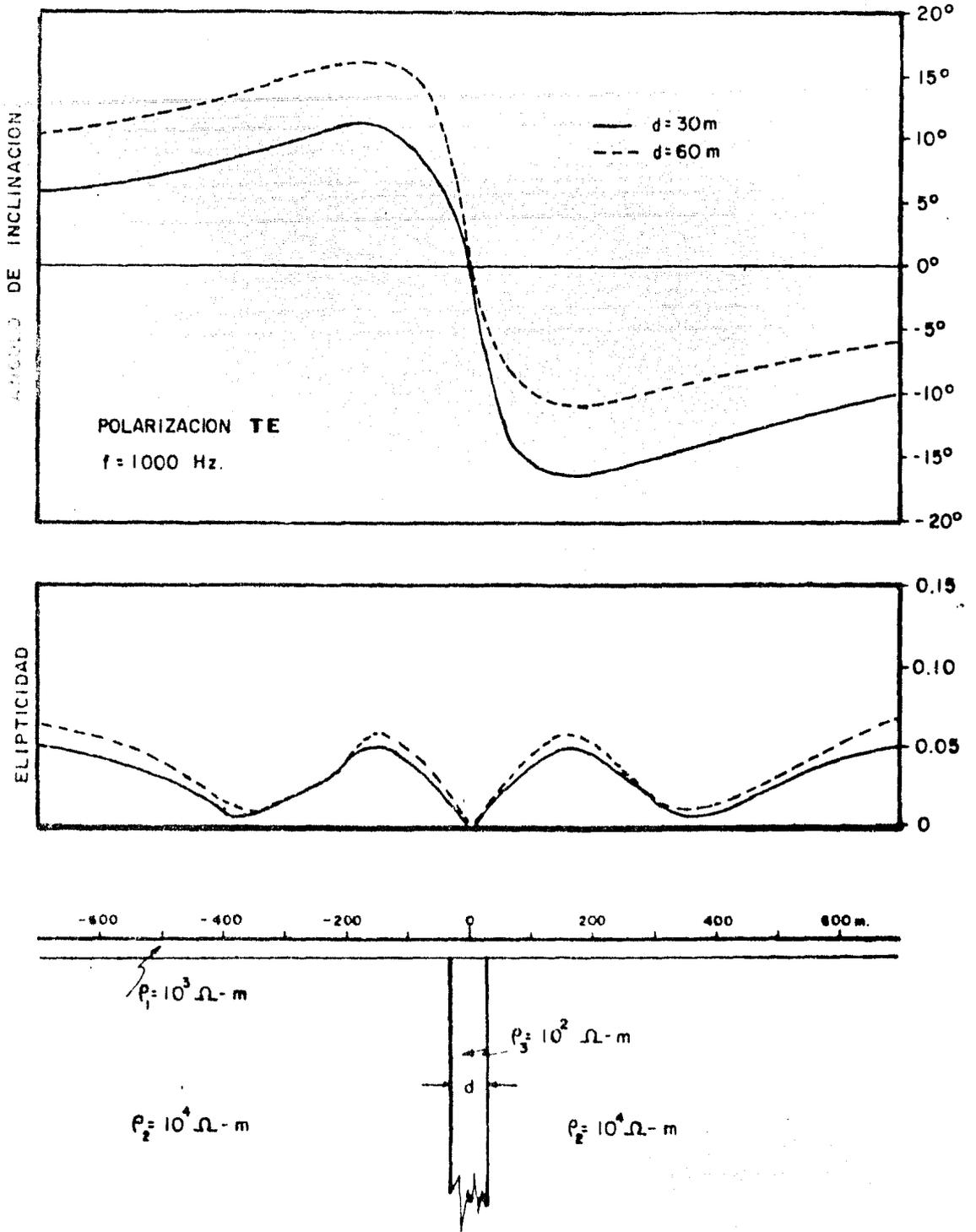


FIG. IV. 4. 8. ANOMALIAS DE UN DIQUE VERTICAL EN EL METODO AFMAG.

NOTA : TOMADO DE THAYER, 1975.

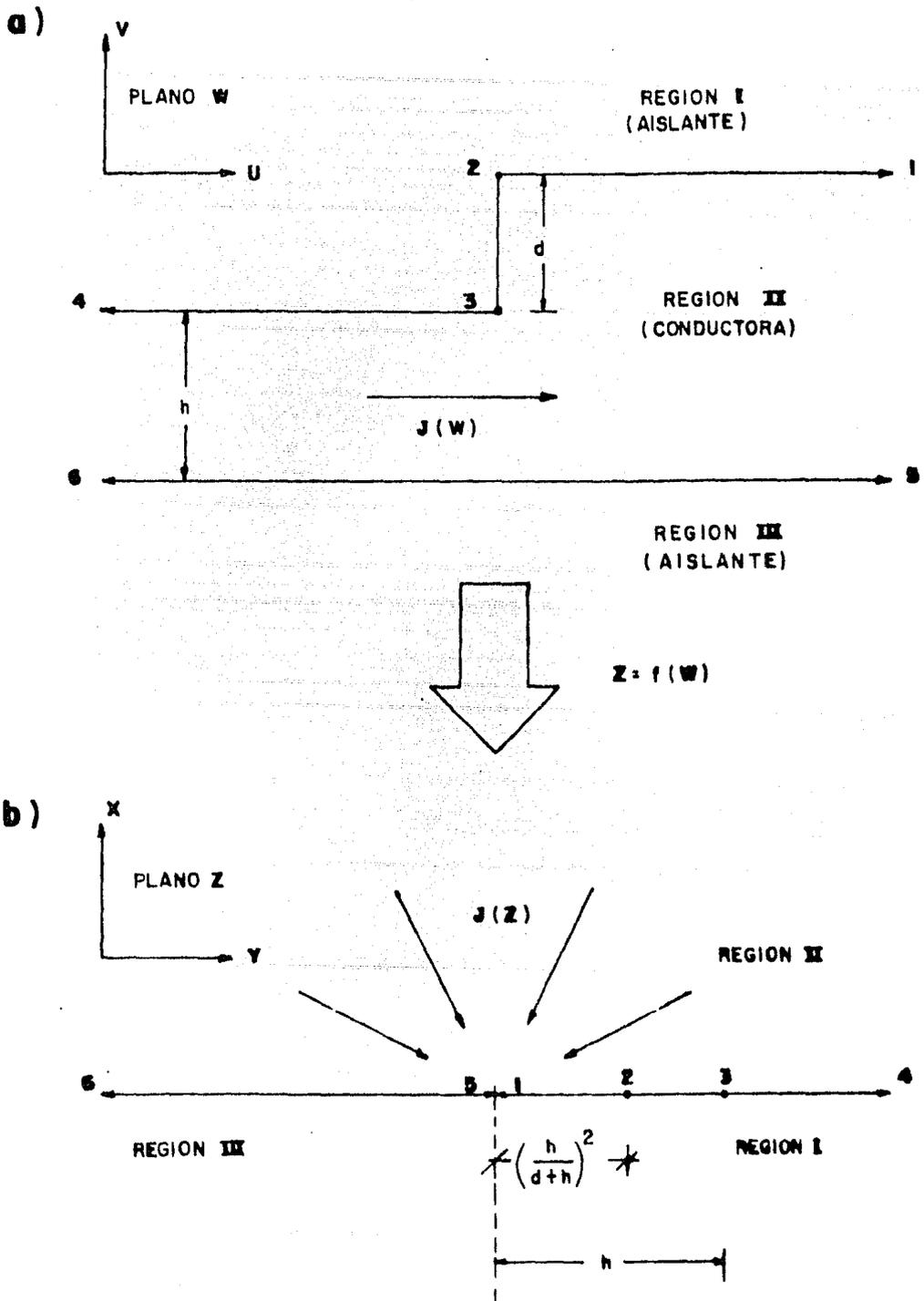
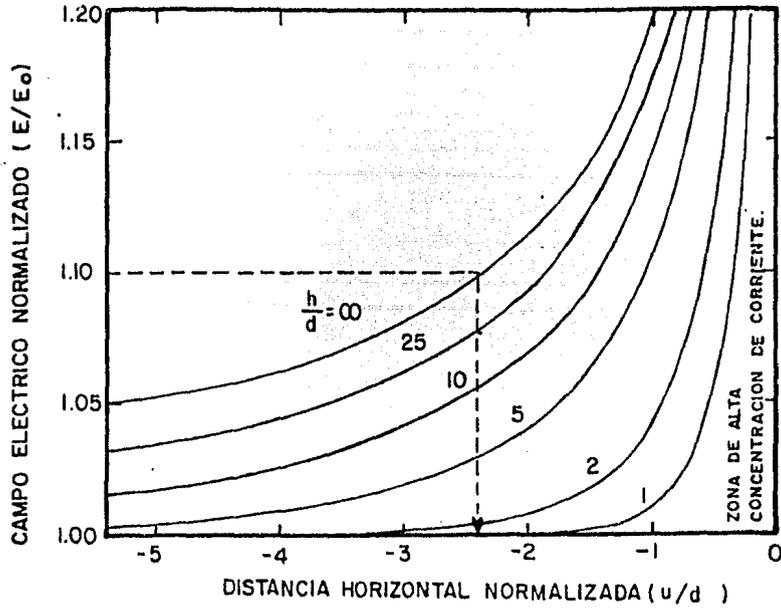


FIG. IV.4.9. METODO ANALITICO DE TRANSFORMACION PARA CORRIENTES TELURICAS.

NOTA: TOMADO DE R. THAYER, 1975.

a)



b)

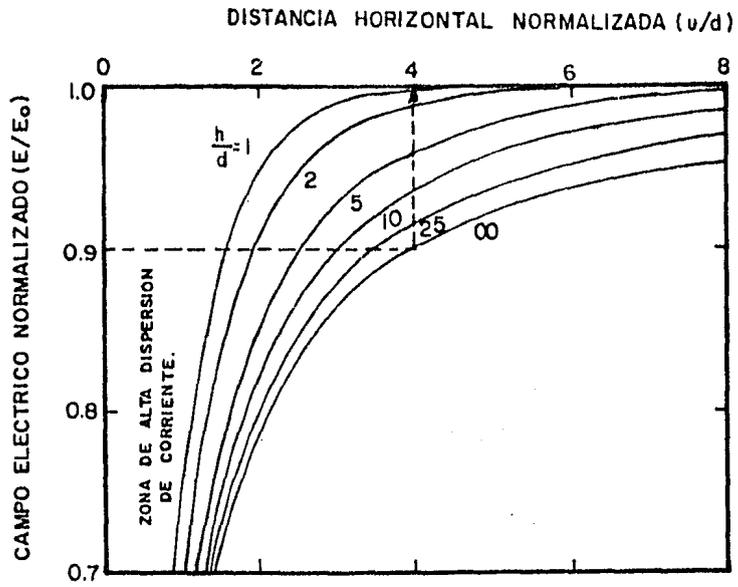


FIG. IV. 4.10. DISTORSION TOPOGRAFICA DEL CAMPO ELECTRICO PARA UNA FUNCION ESCALON LOCALIZADA EN $U=0$.

NOTA: TOMADO DE RAMASWAMY ET AL, 1976.

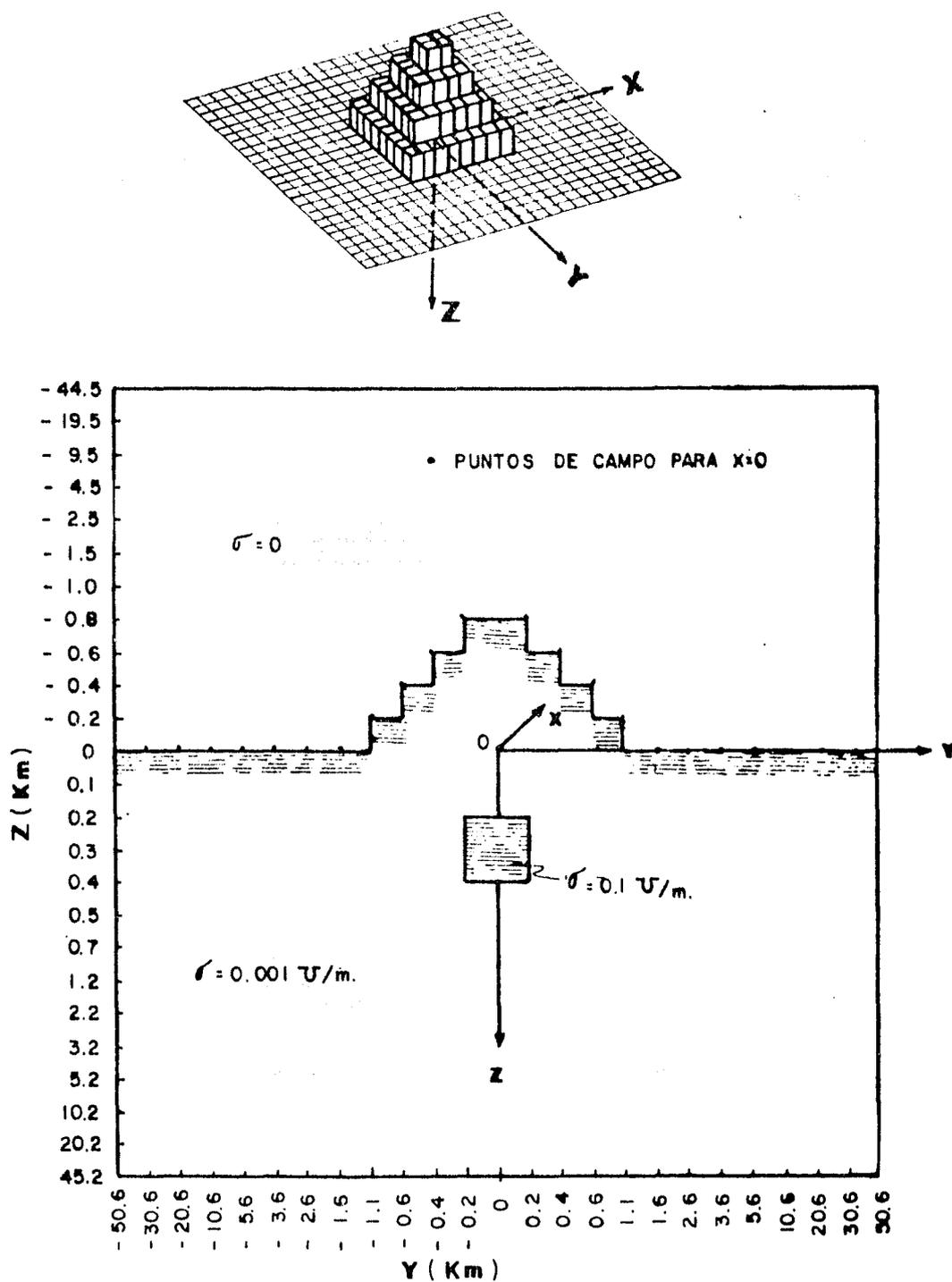


FIG. IV. 4. II. MODELO UTILIZADO EN EL METODO DE RELAJACION PARA CALCULO DE EFECTOS TOPOGRAFICOS.

NOTA: TOMADO DE RAMASWAMY ET AL, 1976.

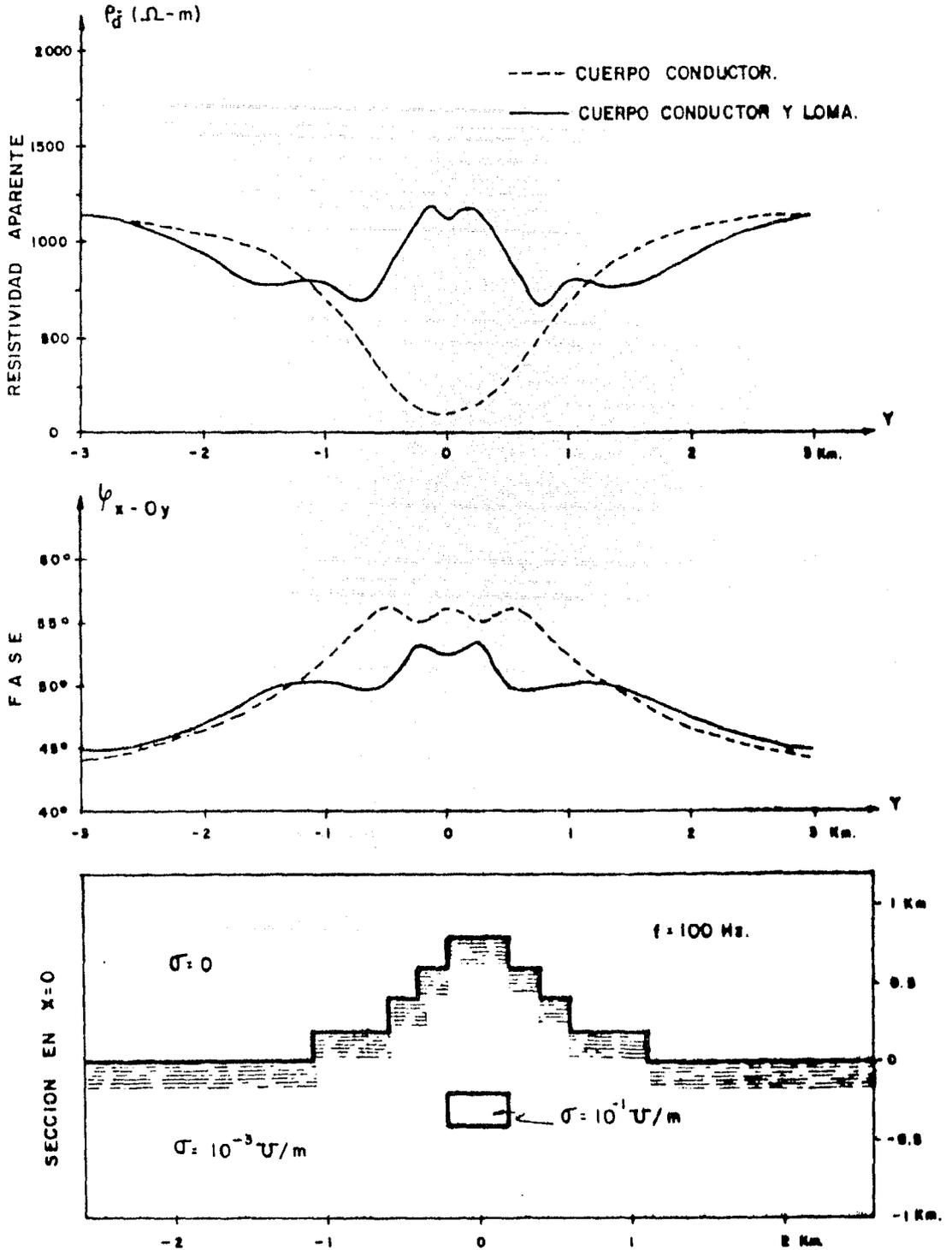
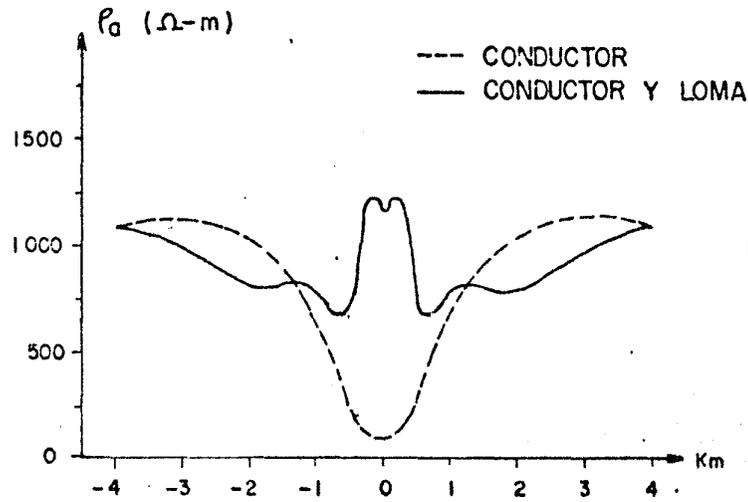
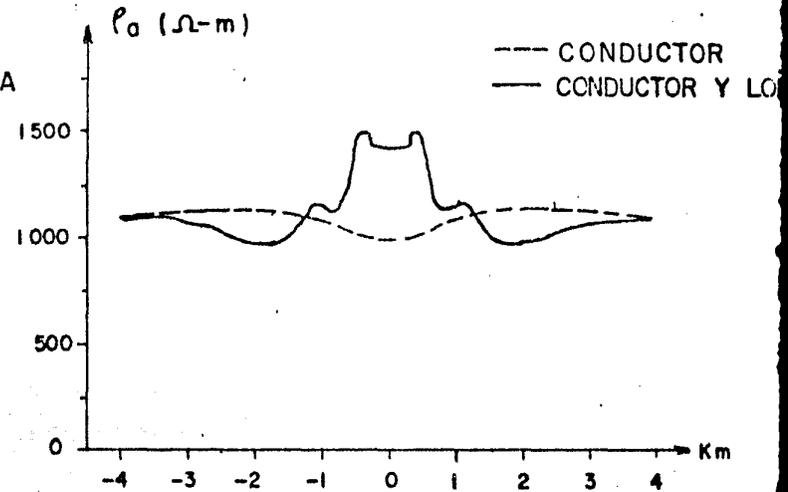
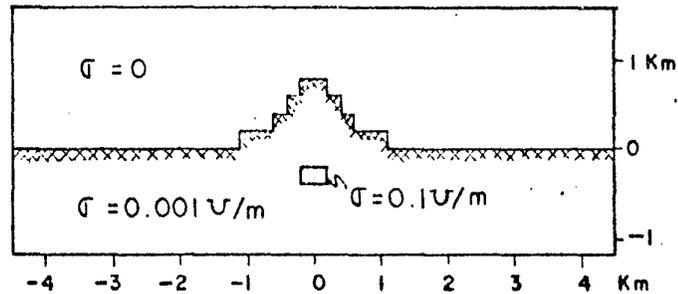


FIG. IV. 4.12. EFECTOS TOPOGRAFICOS CALCULADOS POR RELAJACION EN CAMPOS ELECTROMECHANICOS.

NOTA. TOMADO DE RAMASWAMY ET AL, 1976.



SECCION X=200 m.



SECCION X=-400 m.

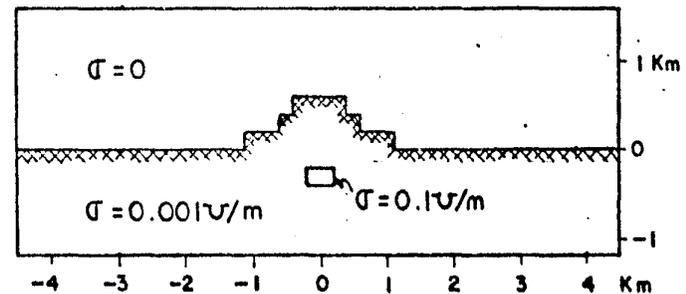
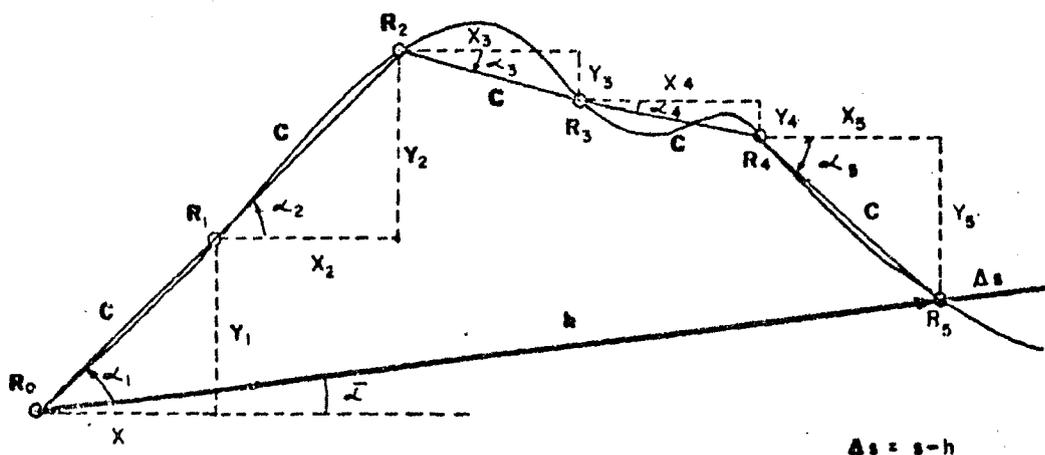


FIG. IV.4.13. EFECTOS TOPOGRAFICOS CALCULADOS POR EL METODO DE RELAJACION EN CAMPOS ELECTROMAGNETICOS

NOTA: TOMADO DE H. KONINGS, 1979.



$$f = 100 \left[\left(\frac{h}{s} \right)^3 - 1 \right]$$

donde:

$$h = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^K X_i \right)^2 + \left(\sum_{i=1}^K Y_i \right)^2}$$

f = FACTOR DE CORRECCION (%) PARA LA COMPONENTE IMAGINARIA

$s = KC$, K = entero.

$$\alpha_i = \text{tg}^{-1} \left(\frac{Y_i}{X_i} \right)$$

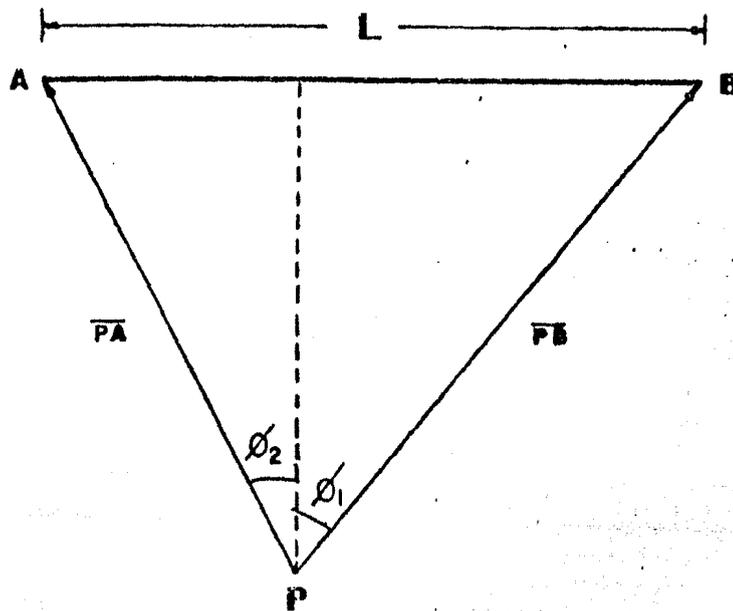
Y_i = INCLINACION (%) entre R_{i-1} y R_i

$$X_i = C \cos \alpha_i$$

$$Y_i = C \text{ Sen } \alpha_i$$

FIG. IV. 4.14 CORRECCION DE DISPOSITIVO EN EL METODO SLINGRAM.

NOTA: TOMADO DE A. CUEVAS, 1982.



$$\overline{H} = \sum_{i=1}^n \frac{DIDT}{4\pi} \cdot \frac{L_i}{|\overline{C}|^2} (\text{Sen } \phi_2 - \text{Sen } \phi_1) \cdot \underline{u}_i$$

$$\overline{E} = \sum_{i=1}^n 10^{-7} \cdot DIDT \cdot L_n \left\{ \frac{(1 + \text{Sen } \phi) |\overline{PA}|}{(1 + \text{Sen } \phi_1) |\overline{PB}|} \right\}_i \underline{w}_i$$

donde: DIDT: Forma de Onda.

$$\overline{C} = \overline{PA} \times \overline{PB}$$

\underline{u}_i : VECTOR UNITARIO EN DIRECCION DE \overline{H} .

\underline{w}_i : VECTOR UNITARIO EN DIRECCION DE \overline{E} .

L: LONGITUD DEL SEGMENTO.

P: PUNTO EN DONDE SE CALCULA \overline{H} y \overline{E}

FIG. IV. 4.15. CORRECCION DE DISPOSITIVO EN EL METODO TURAM.

BIBLIOGRAFIA

- 1) Alfano, I.L., 1960, The influence of surface formations on the apparent resistivity values in electrical -- prospecting, Geophysical Prospecting, V. 9, p. - 576.
- 2) Banerjee, B., 1971, Quantitative interpretation of self - potential anomalies of some specific geometric - bodies, Pure and Applied Geophysics, V. 90, p. - 138 - 152.
- 3) Bhattacharya, B.B. y Roy, N., 1981, A note on the use of a nomogram for self potential anomalies, Geophysical Prospecting, V. 29, p. 102 - 107.
- 4) Bosschart, R.A. 1961, On the occurrence of low resistivity geological conductors, Geophysical Prospecting, - V. 9, p. 203 - 212.
- 5) Bosschart, R.A. y Seigel, H.O., 1966, Some aspects of the TURAM Electromagnetic method, transactions, V. - 69, p. 156 - 161.
- 6) Coggon, J.H., 1971, Electromagnetic and electrical mode -- ling by the finite element method, Geophysics, - V. 36, p. 132 - 155.
- 7) Cook, K. y Van Nostrand, R.G., 1954, Interpretation of re- sistivity data over filled sinks, Geophysics, -- V. 19, p. 761 - 790.
- 8) Cuevas, C.A., 1982, Análisis de los efectos topográficos - en el procesamiento de los datos del método --- TURAM, Tesis profesional, Fac. Ingeniería, UNAM.
- 9) D'Erceville, I. y Kunetz, G., 1962, The effect of a fault on the natural earth's electromagnetic field, - Geophysics, V. 27, p. 651 - 665.
- 10) De Witte L., 1948, A new method of interpretation of self potential field data, Geophysics, V. 13, p. 600 608.
- 11) Dey, A. y Morrison, H.F., 1976, Resistivity modeling for - arbitrary shaped two-dimensional structures, --- Part I: Theoretical Formulation, Lawrence Berke- ley Laboratory report No. LBL-5223.

- 12) Dey, A. y Morrison, H.F., 1976, Resistivity modeling for arbitrary shaped two-dimensional structures, --- Part II: User's guide to the FORTRAN algorithm -- RESIS 2D, Lawrence Berkeley Laboratory report -- No. LBL-5223.
- 13) Dey, A. y Morrison, H.F., 1977, Resistivity modeling for arbitrary shaped three-dimensional structures, -- Engineering Geoscience Berkeley report No. LBL - 7010.
- 14) Dey, A. y Morrison, H.F., 1979, Resistivity modeling for arbitrary shaped three-dimensional structures, - Geophysics, V. 44, p. 753 - 780.
- 15) Dobrin, B.M., 1969, Introducción a la Prospección Geofísica, Ed. Omega.
- 16) Dulaney, E.N., y Madden, T.R., 1962, Analog relaxation net calculation of two-dimensional magnetotelluric response curves, Abstract 31 st annu. int. meet. SEG, p. 265.
- 17) Elmore, W.C. y Heald, M.A., 1969, Physics of Waves, Mc. -- Graw Hill.
- 18) Faradzhev, A.S., Kakhramanov, K.K., Sarkisov, G.A. y Khali nova, N.E., 1972, On effect of terrain on results of magneto-telluric sounding (MTS) and profiling (MTP), Izvest. Earth Physics, p. 329 - 330.
- 19) Fitterman, D.V., 1979, Calculations of self potential anomalies near vertical contacts, Geophysics, V. 44 p. 195 - 205.
- 20) Fitterman, D.V. y Corwin, R.F., 1982, Inversion of self -- potential data from the Cerro Prieto geothermal field, México, Geophysics, V. 47, No. 6, p. 938 945.
- 21) Fox, C.R., Hohmann, W.G., y Rijo, L., 1978, Topographic -- effects in resistivity surveys, Earth Science - Laboratory, University of UTAH Research Institute.
- 22) Fox, C.R., Hohmann, W.G., Killpack, T.J. y Rijo, L., 1980, Topographic effects in resistivity and Induced - Polarization surveys, Geophysics, V. 45, p. 75 - 93.

- 23) Gosh, D.P. 1971, Inverse filter coefficients for the computations of apparent resistivity standard curves for a horizontally stratified earth, Geophysical Prospecting, V. 19, p. 769 - 775.
- 24) Grant, F.S. y West, G.F., 1965, Interpretation theory in applied geophysics, Mc. Graw Hill.
- 25) Hedstrom, E.H. y Parasnis, D.S. 1958, some model experiments relating to electromagnetic prospecting -- with especial reference to airborne work, Geophysical Prospecting, V. 4, p. 322 - 341.
- 26) Hohmann, G.W., 1971, Electromagnetic scattering by conductors in the Earth near a line source of current, Geophysics, V. 36, p. 101 - 131.
- 27) Inman Jr, J.R., Ryu, J. y Ward, S.H., 1973, Resistivity -- inversion, Geophysics, V. 38, No. 6, p. 1083 -- 1108.
- 28) Javid, M. y Brenner, E., 1963, Analysis, transmission and filtering of signals, Mc. Graw Hill.
- 29) Jepsen, A.F., 1969, Numerical modeling in resistivity prospecting, Ph. D. Thesis, University of California Berkeley.
- 30) Keller, V.G. y Frischknecht, C.F., 1966, Electrical methods in geophysical prospecting, Pergamon Press.
- 31) Konings, M.H., 1979, HLEM Topographic corrections, Manual of geophysical hand calculator programs, SEG.
- 32) Ku, C.C., Hsieh, M.S. y Lim, S.H., 1973, The topographic effect on electromagnetic fields, Canadian Journal Earth Sciences, V. 10, p. 645 - 656.
- 33) Kunetz, G., 1966, Principles of direct current resistivity prospecting, Berlin.
- 34) Le Roy, L.W., Le Roy, D.O. y Raese, J.W., 1977, Subsurface geology, Colorado School of Mines, Golden, Colorado.
- 35) Lowrie, W. y West, G.F., 1965, The effect of conducting overburden on electromagnetic prospecting measurements, Geophysics, V. 30, p. 624 - 632.

- 36) Meiser, P., 1962, A method for quantitative interpretation of self potential measurements, *Geophysical Prospecting*, V. 10, No. 2, p. 203 - 218.
- 37) Mufti, I.R., 1978, A practical approach to finite difference resistivity modeling, *Geophysics*, V. 43, p. - 930 - 942.
- 38) Naidu, P. 1966, Theoretical analysis of apparent resistivity over a dyke of arbitrary shape, *Geophysical Prospecting*, V. 14, p. 119 - 123.
- 39) Orellana, E., 1972, *Prospección Geoeléctrica en corriente continua*, Biblioteca técnica Phillips, Madrid.
- 40) Orellana, E., 1972, *Prospección Geoeléctrica por campos -- variables*, Biblioteca técnica Phillips, Madrid.
- 41) Parasnis, D.S., 1971, *Geofísica Minera*, Paraninfo, Madrid.
- 42) Parry, J. R. y Ward, S.H., 1971, Electromagnetic scattering from cylinders of arbitrary cross-section in a conductive half space, *Geophysics*, V. 36, - p. 67 - 100.
- 43) Paul, M.K., 1965, Direct Interpretation of self potential anomalies caused by inclined sheets of infinite horizontal extensions, *Geophysics*, V. 30. p. --- 418 - 423.
- 44) Paul, M.K., Datta, S. y Banerjee, B., 1965, Interpretations of self potential anomalies due to localised causative bodies, *Pure and Applied Geophysics*, V. 61 p. 95 - 100.
- 45) Pennington, R.H., 1965, *Introductory computer methods and numerical analysis*, The Macmillan Company, New -- York.
- 46) Pérez, A. R., 1980, *Prospección geofísica aplicando métodos geoeléctricos y de sismología de refracción en el Vaso Doña Juana, Joquicingo de León Guzmán, México* Tesis profesional. Fac. de Ingeniería, UNAM.
- 47) Petrowsky, A., 1928, Problem of hidden polarized sphere, - *Phil. Mag.*, V. 5, p. 334, 914 y 927.

- 48) Ramaswamy, V., Jones, F.W. y Dosso, H.W., 1976, A numerical study of the topographic effect on electromagnetic fields in a three-dimensional conductivity model. Pure and Applied Geophysics, V. 114, p. 653 - 662.
- 49) Rao, B.S., Murthy, I.V. y Reddy, S.J., 1970, Interpretation of self potential anomalies of some simple geometric bodies, Pure and Applied Geophysics, V. 78, p. 66 - 77.
- 50) Roy, A. y Choudhury, D.K., 1959, Interpretation of self potential data for tabular bodies, Journal of sciences and Engineering Resources, V. 3, No. 1, p. 35 - 54.
- 51) Sato, M. y Mooney, H.M., 1960, The electrochemical mechanism of sulphide self potentials, Geophysics, V. 25, p. 226 - 249.
- 52) Shadowitz, A., 1975, The electromagnetic field, Mc. Graw - Hill.
- 53) Shaw, F.S., 1953, An introduction to relaxation methods, - Dover.
- 54) Sheriff, R.E., 1976, Encyclopedic dictionary of exploration geophysics, SEG.
- 55) Slankis, J.A., Telford, W.M. y Becker, A., 1972, 8 Hz telluric and magnetotelluric prospecting, Geophysics, V. 37, p. 862 - 878.
- 56) Smith, B.D., Glenn, W.E. y Ward, S.H., 1975, Terrain effect in electromagnetic sounding surveys, Geophysics, V. 40, p. 156 - 157 (abstract).
- 57) Southwell, R.V., 1949, Relaxation methods in theoretical physics, Oxford, London.
- 58) Stern, W., 1945, Relation between spontaneous polarization curves for depth, size and dip of orebodies, AIME Geophysics, p. 189 - 196.
- 59) Summer, J.S., 1976, Principles of induced polarization for geophysical exploration, Elsevier Scientific Publishing Co. Developments in economic geology, No. 5.

- 60) Summer, J.S., 1976, Principles of induced polarization for geophysical exploration, Elsevier Scientific -- Publishing Co., Developments in economic geology No. 5.
- 61) Swift, C.M., 1971, Theoretical magnetotelluric and Turam - response from two-dimensional inhomogeneities, - Geophysics, V. 36, p. 38 - 52.
- 62) Thayer, R.E., 1975, Topographic distortion of telluric -- currents: a simple calculation, Geophysics, V. - 40, p. 91 - 95.
- 63) Telford, W.M., Geldart, L.P., Sheriff, R.E. y Keys, D.A., - 1976, Applied Geophysics, Cambridge University - Press.
- 64) Van Nostrand, R.G. y Cook, K.L., 1966, Interpretation of - resistivity data, USGS, paper 499, pp. 310.
- 65) Vázquez, C.A. y Ramos, M.L., 1981, La Técnica del Kriging en la interpolación de variables geofísicas, --- tesis profesional, Fac. de Ingeniería, UNAM.
- 66) Verma, R.K., 1973, Topographic effects on electromagnetics depth sounding systems, Geophysical Prospecting, V. 21, p. 1 - 25.
- 67) Vozoff, K., 1971, The effect of overburden on vertical component anomalies in AFMAG and VLF exploration: a computer model study, Geophysics, V. 36, p. 53 - 57.
- 68) Ward, S.H., Ryu, J., Glenn, W.E., Hohmann, G.W., Dey, A. - y Smith, B.D., 1974, Electromagnetic methods in conductive terrains, Geoexploration, V. 12, -- p. 121 - 183.
- 69) Wescott, E.M. y Hessler, V.P., 1962, The effect of topographic and geology in telluric currents, Journal of Geophysical Research, V. 67, p. 4813 - -- 4823.
- 70) Yüngül, S., 1950, Interpretation of spontaneous polarization anomalies caused by spheroidal ore bodies, - Geophysics, V. 15, p. 237 - 246.

SIGNIFICADO FISICO DEL LAPLACIANO

Supongamos que tomamos la divergencia de una función vectorial \vec{F} , la cual es el gradiente de una función escalar f . Es decir, $\nabla \cdot \vec{F} = \nabla \cdot (\nabla f)$, que puesto en coordenadas cartesianas da:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \vec{F} &= \left(i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z} \right) \cdot \left(i \frac{\partial f}{\partial x} + j \frac{\partial f}{\partial y} + k \frac{\partial f}{\partial z} \right) \\ &= \frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = \nabla^2 f \quad \dots (A.1) \end{aligned}$$

el cual se define como el Laplaciano de f .

Además, se observa que $\nabla \cdot (\nabla f) = (\nabla \cdot \nabla) f$ es verdadera solamente en coordenadas cartesianas, pero el símbolo ∇^2 se emplea para representar el Laplaciano en cualquier sistema de coordenadas.

El operador Laplaciano también puede aplicarse a una función vectorial $\vec{F}(\vec{r})$, dando por resultado la divergencia del gradiente de cada una de las componentes de \vec{F} , multiplicadas por el correspondiente vector unitario. Operacionalmente, en coordenadas cartesianas tenemos:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \nabla \vec{F} &= \nabla^2 \vec{F} = \nabla^2 (i F_x + j F_y + k F_z) \quad \dots (A.2) \\ &= i \nabla^2 F_x + j \nabla^2 F_y + k \nabla^2 F_z \end{aligned}$$

En otro sistema de coordenadas, esto es mucho más complejo.

El significado físico del Laplaciano puede entenderse a partir de la figura (A.1.), en donde ϕ_0 es el valor de una función en el origen 0; y $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_6$ son los valores de la función en seis puntos igualmente espaciados de 0 por una distancia L . Por otro lado, los puntos a, b, c, d, e y f son los puntos medios entre estos puntos y 0. Entonces:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_a \approx \frac{\phi_1 - \phi_0}{L} \quad \dots (A.3)$$

Análogamente:

$$\left(\frac{\delta\phi}{\delta x}\right)_c \approx \frac{\phi_0 - \phi_3}{l} \quad \dots (A.4)$$

Y consecuentemente:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\delta^2\phi}{\delta x^2}\right)_0 &\approx \frac{(\phi_1 - \phi_0)/l - (\phi_0 - \phi_3)/l}{l} \quad \dots (A.5) \\ &\approx (\phi_1 + \phi_3 - 2\phi_0)/l^2 \end{aligned}$$

Por la misma razón:

$$\left(\frac{\delta^2\phi}{\delta y^2}\right)_0 \approx (\phi_2 + \phi_4 - 2\phi_0)/l^2 \quad \dots (A.6)$$

$$\left(\frac{\delta^2\phi}{\delta z^2}\right)_0 \approx (\phi_5 + \phi_6 - 2\phi_0)/l^2 \quad \dots (A.7)$$

Entonces:

$$(\nabla^2\phi)_0 \approx 6(\bar{\phi} - \phi_0)/l^2 \quad \dots (A.8)$$

donde $\bar{\phi} = (\phi_1 + \phi_2 + \phi_3 + \phi_4 + \phi_5 + \phi_6)/6$ es el valor promedio de ϕ en los seis puntos igualmente espaciados -- de 0.

El signo \approx en vez de un signo $=$ significa que las relaciones anteriores solamente son aproximadas, debido a que -- otros términos de orden l^{-4} también están presentes.

Por una extensión de este desarrollo a un número infinito de puntos muy cercanos e igualmente espaciados del origen 0 -- (sobre la superficie de una pequeña esfera de radio r y centro -- en 0), el Laplaciano de ϕ en 0 se encuentra que satisface la ecuación:

$$\nabla^2\phi = -\frac{6}{r^2}(\phi_0 - \bar{\phi}) \quad \dots (A.9)$$

Maxwell llamó a $-\nabla^2\phi$ la concentración ϕ . Cuando $-\nabla^2\phi$ es cero en un punto, el valor promedio de la función sobre una pequeña esfera alrededor del punto es el mismo que el valor de la función en el punto; cuando $-\nabla^2\phi$ es positivo en un punto, el valor de ϕ en el punto excede al valor promedio cerca del punto; y si $-\nabla^2\phi$ es negativo, el valor de la función en el punto es menor que el valor promedio sobre la pequeña esfera. (Shadowitz, 1975).

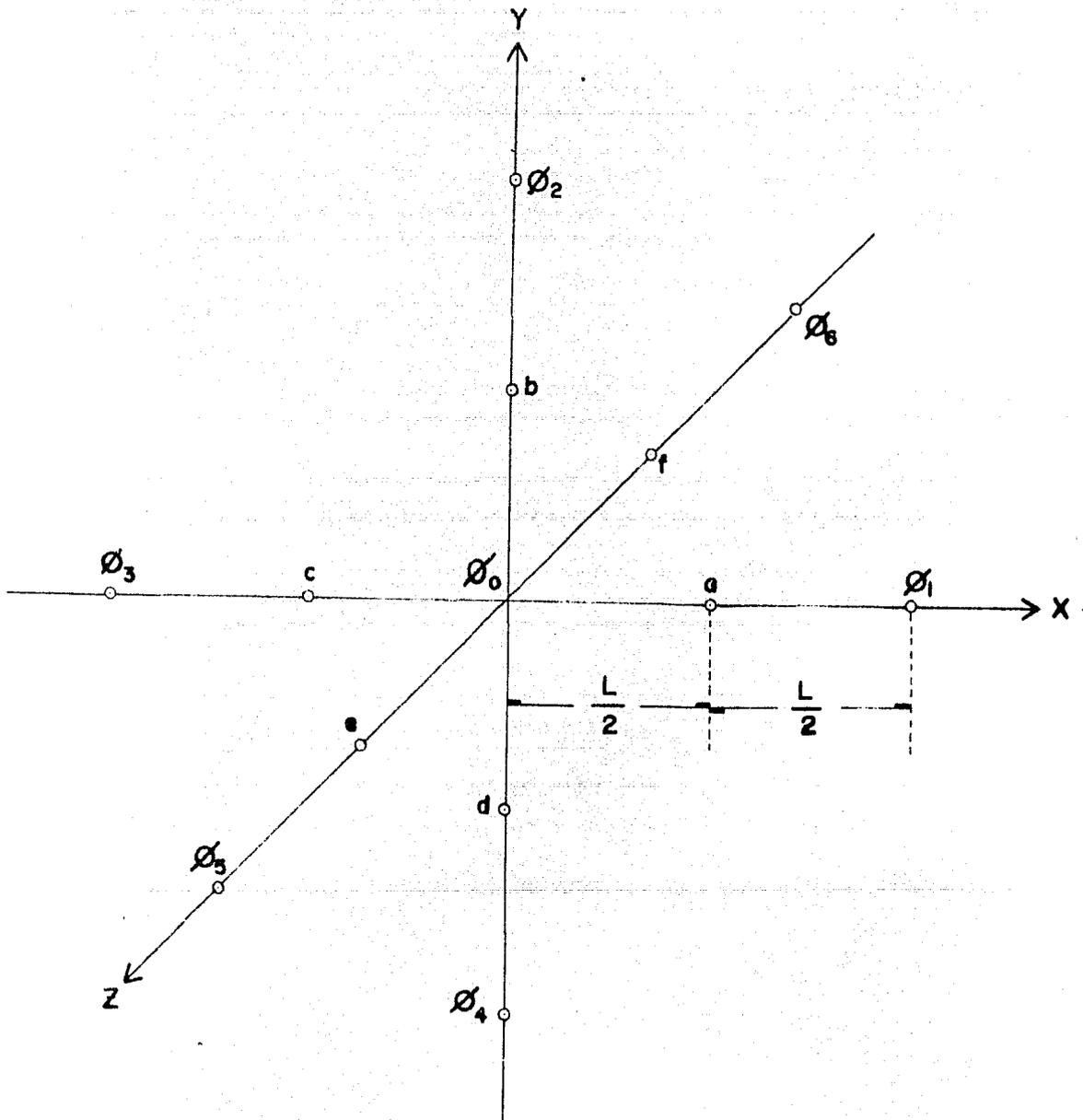


FIG. A.I. SIGNIFICADO FISICO DEL LAPLACIANO.

EL METODO DE RELAJACION

El método de relajación, también conocido como el método de las diferencias finitas, consiste en la solución numérica de la ecuación de Laplace sobre una región cuando se conocen los valores del potencial en las fronteras que la delimitan.

La base de este método consiste en que el Laplaciano -- del potencial en un punto es aproximadamente proporcional a la -- diferencia entre el promedio del potencial de seis puntos equi-- distantes y el potencial del punto en cuestión; lo cual anterior-- mente se había representado, en el apéndice A, mediante la ecua-- ción (A.8):

$$(\nabla^2 \phi)_0 \approx \frac{6}{L^2} (\bar{\phi} - \phi_0)$$

donde L es la distancia de O a cada uno de los seis puntos. Obviamente, la exactitud de la aproximación se incrementa conforme L se decrementa (Shadowitz, 1975).

En una región donde se satisfaga el Laplaciano: $\nabla^2 \phi = 0$ como puede ser una región libre de cargas eléctricas, tenemos -- que el potencial en un punto es igual al promedio del potencial de otros puntos igualmente espaciados, es decir, $\phi_0 = \bar{\phi}$. Esto origina que en una retícula donde exista un campo potencial, cada nodo se evaluará de acuerdo con los valores de los nodos que lo rodean.

La evaluación de los potenciales interiores desconocidos se realiza de acuerdo al método de iteración de Gauss-Seidel (Pennington, 1965), hasta que los valores en cada nodo relajan o convergen en sus correctos potenciales. La secuencia que se ejecuta es la siguiente:

1) Para empezar, los potenciales en todos los nodos desconocidos valen cero.

2) Se reevalúa el potencial, para el nodo en turno, -- en función de los valores de sus vecinos y se guarda este nuevo valor del potencial en lugar del anterior.

3) El control del proceso iterativo se mantiene a través del residuo, el cual se define como el cambio máximo del anterior al nuevo valor del potencial, en cada nodo, para una re corrida completa de la rejilla.

4) El proceso se suspende cuando el residuo es menor que la tolerancia deseada.

El siguiente ejemplo aclarará la mecánica empleada: consideremos la malla que se muestra en la figura (B.1.), en la cual no existen variaciones en la dirección perpendicular a este plano y las condiciones a la frontera son constantes como se especifican en cada uno de los lados.

Para el caso bidimensional la ecuación (A.8.) se reduce a:

$$(\nabla^2 \phi)_o \approx \frac{4}{h^2} (\bar{\phi} - \phi_o) \quad \dots (B.1)$$

en donde $\bar{\phi}$ es el promedio del potencial de los 4 nodos que rodean a 0.

Para el caso particular de la figura (B.1.), el potencial en la esquina C vale.

$$\phi_C = \frac{1}{4} (0.0 + 100.0) = 50.0$$

y por simetría, todos los potenciales en el lado izquierdo de la línea vertical que pasa por el punto A serán igual a su correspondiente del lado derecho.

Ahora, usando la fórmula (B.1.) y tomando los valores a la frontera dados, encontramos que:

$$\phi_A = \frac{1}{4} (100.0 + 0.0 + 0.0 + 0.0) = 25.0$$

Observamos que el resultado es idéntico si se tomaran las diagonales, en cuyo caso tomaríamos los potenciales de las 4 esquinas:

$$\phi_A = \frac{1}{4} (50.0 + 50.0 + 0.0 + 0.0) = 25.0$$

El potencial en el punto B lo podemos calcular usando las diagonales y promediando los potenciales en C, A₄, A y A₁:

$$\phi_B = \frac{1}{4} (50.0 + 100.0 + 25.0 + 0.0) = 43.8$$

Similarmente, promediando los potenciales de los puntos A₁, A, A₃ y el de la esquina inferior izquierda encontramos el potencial en el punto D.

$$\phi_D = \frac{1}{4} (0.0 + 25.0 + 0.0 + 0.0) = 6.2$$

Finalmente, los potenciales en los puntos E, F y G los podemos calcular en base a la fórmula (B.1.) obteniendo:

$$\phi_E = \frac{1}{4} (43.8 + 100.0 + 43.8 + 25.0) = 53.2$$

$$\phi_F = \frac{1}{4} (6.2 + 25.0 + 6.2 + 0.0) = 9.4$$

$$\phi_G = \frac{1}{4} (0.0 + 43.8 + 25.0 + 6.2) = 18.8$$

Esto completa nuestra primera corrida. Procediendo del mismo modo y reevaluando cada nodo, de acuerdo con la fórmula --- (B.1.), obtenemos para las siguientes corridas.

SEGUNDA CORRIDA

$$\phi_B = \frac{1}{4} (0.0 + 100.0 + 53.2 + 18.8) = 43.0 \quad \text{DIF} = 0.8$$

$$\phi_E = \frac{1}{4} (43.0 + 100.0 + 43.0 + 25.0) = 52.8 \quad \text{DIF} = 0.6$$

$$\phi_G = \frac{1}{4} (0.0 + 43.0 + 25.0 + 6.2) = 18.6 \quad \text{DIF} = 0.2$$

$$\phi_A = \frac{1}{4} (18.6 + 52.8 + 18.6 + 9.4) = 24.8 \quad \text{DIF} = 0.2$$

$$\phi_D = \frac{1}{4} (0.0 + 18.6 + 9.4 + 0.0) = 7.0 \quad \text{DIF} = 0.8$$

$$\phi_F = \frac{1}{4} (7.0 + 24.8 + 7.0 + 0.0) = 9.7 \quad \text{DIF} = 0.3$$

$$\text{RES} = 0.8$$

TERCERA CORRIDA

$\phi_B = \frac{1}{4} (0.0 + 100.0 + 52.8 + 18.6) = 42.8$	DIF = 0.2
$\phi_E = \frac{1}{4} (42.8 + 100.0 + 42.8 + 24.8) = 52.6$	DIF = 0.2
$\phi_G = \frac{1}{4} (0.0 + 42.8 + 24.8 + 7.0) = 18.6$
$\phi_A = \frac{1}{4} (18.6 + 52.6 + 18.6 + 9.7) = 24.9$	DIF = 0.1
$\phi_D = \frac{1}{4} (0.0 + 18.6 + 9.7 + 0.0) = 7.1$	DIF = 0.1
$\phi_F = \frac{1}{4} (7.1 + 24.9 + 7.1 + 0.0) = 9.8$	DIF = 0.1
	RES = 0.2

CUARTA CORRIDA

$\phi_B = \frac{1}{4} (0.0 + 100.0 + 52.6 + 18.6) = 42.8$
$\phi_E = \frac{1}{4} (42.8 + 100.0 + 42.8 + 24.9) = 52.6$
$\phi_G = \frac{1}{4} (0.0 + 42.8 + 24.9 + 7.1) = 18.7$	DIF = 0.1
$\phi_A = \frac{1}{4} (18.7 + 52.6 + 18.7 + 9.8) = 25.0$	DIF = 0.1
$\phi_D = \frac{1}{4} (0.0 + 18.7 + 9.8 + 0.0) = 7.1$
$\phi_F = \frac{1}{4} (7.1 + 25.0 + 7.1 + 0.0) = 9.8$
	RES = 0.1

QUINTA CORRIDA

$\phi_B = \frac{1}{4} (0.0 + 100.0 + 52.6 + 18.7) = 42.8$
$\phi_E = \frac{1}{4} (42.8 + 100.0 + 42.8 + 25.0) = 52.6$
$\phi_G = \frac{1}{4} (0.0 + 42.8 + 25.0 + 7.1) = 18.7$
$\phi_A = \frac{1}{4} (18.7 + 52.6 + 18.7 + 9.8) = 25.0$

$$\begin{array}{rcl}
 \phi_D & = & \frac{1}{4} (0.0 + 18.7 + 9.8 + 0.0) = 7.1 \quad \dots\dots\dots \\
 \phi_F & = & \frac{1}{4} (7.1 + 25.0 + 7.1 + 0.0) = 9.8 \quad \dots\dots\dots \\
 & & \hline
 & & \text{RES} = 0.0
 \end{array}$$

en donde: DIF = Diferencia con respecto al valor anterior.
 RES = Residuo = Diferencia máxima.
 TOL = Tolerancia especificada.

Obsérvese que para una TOL = 0.1 se realizan 5 corridas en cambio, para una TOL = 0.5 se necesita solamente de 3 corridas, puesto que el proceso se suspende cuando TOL > RES.

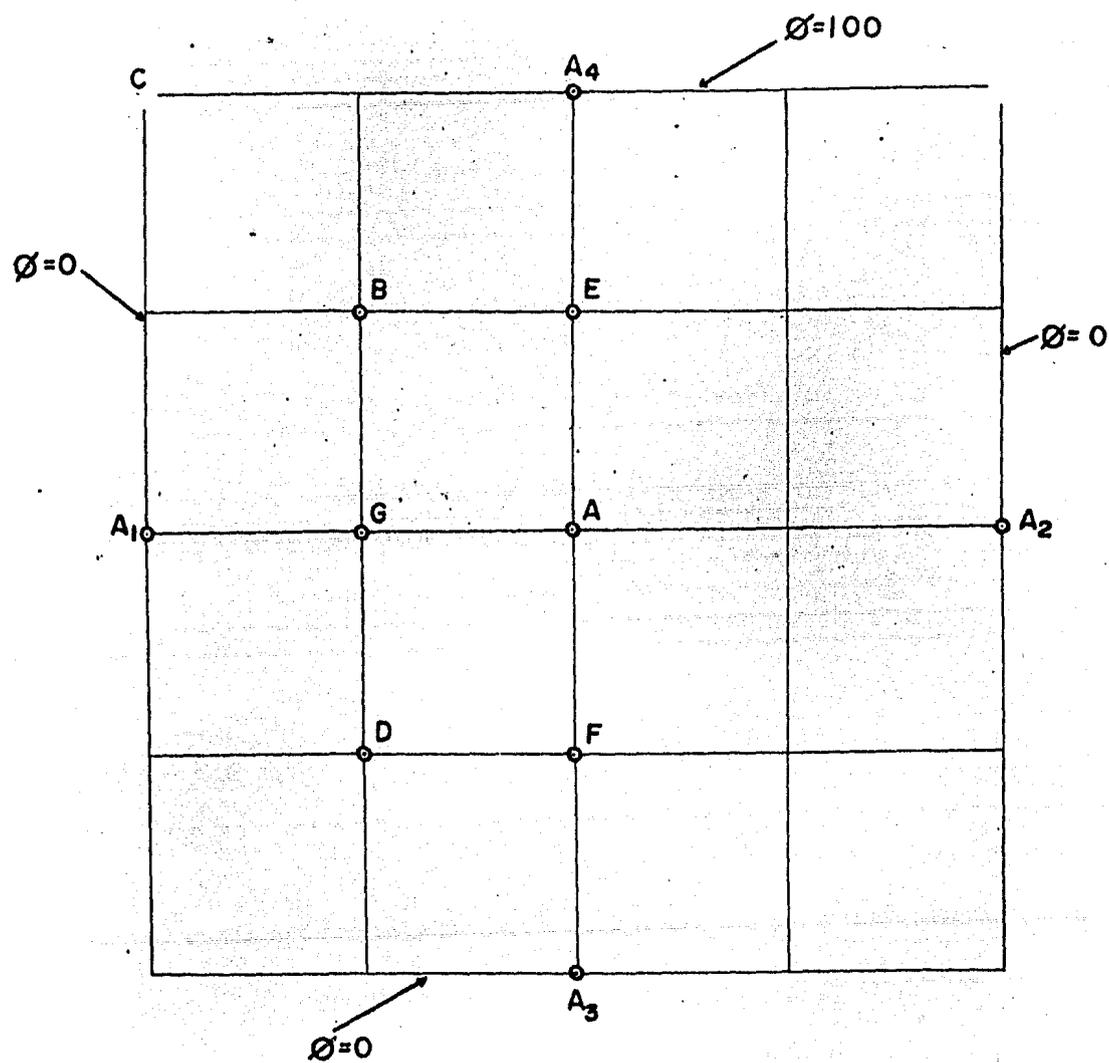


FIG. B.I. MALLA EMPLEADA EN EL METODO DE RELAJACION

MODELOS ANALITICOSTabla C.1. Soluciones Analíticas de potencial natural

- a) Cargas Estáticas.
- b) Carga Puntual.
- c) Barra Polarizada.
- d) Barra Horizontal.
- e) Dipolo Inclinado.
- f) Esfera Polarizada.
- g) Cilindro Polarizado.
- h) Lámina Inclínada.
- i) Lámina Horizontal Finita.
- j) Falla Vertical.

Tabla C.2. Soluciones Analíticas de campo polar.

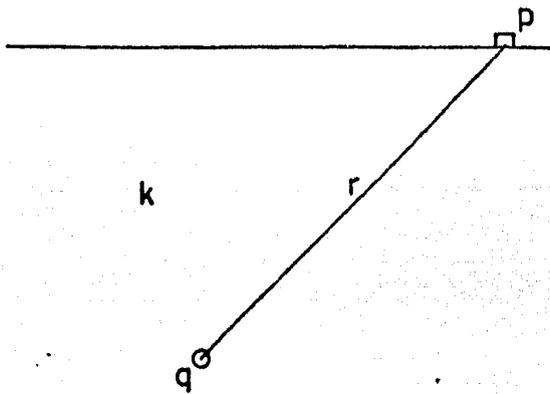
- a) Medio Homogéneo.
- b) Falla Vertical.
- c) Hemisferio Conductor.
- d) Dos Capas Horizontales.
- e) n Capas Horizontales.
- f) Contactos Inclínados.

Tabla C.3. Soluciones Analíticas de campo Uniforme.

- a) Cilindro Conductor.
- b) Barra Conductor.
- c) Esfera Conductor.

SOLUCIONES ANALITICAS DE POTENCIAL NATURAL

a) CARGAS ESTATICAS (Resnick y Holliday, 1972, p.1037)

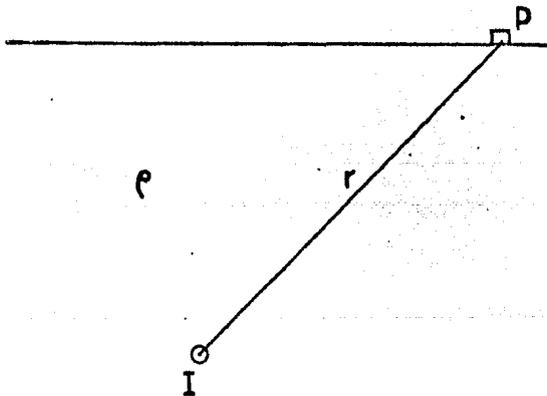


$$V = \frac{1}{4\pi k \epsilon_0} \frac{q}{r}$$

en donde

k = constante dieléctrica

b) CARGA PUNTUAL (Keller, 1965, p.68)



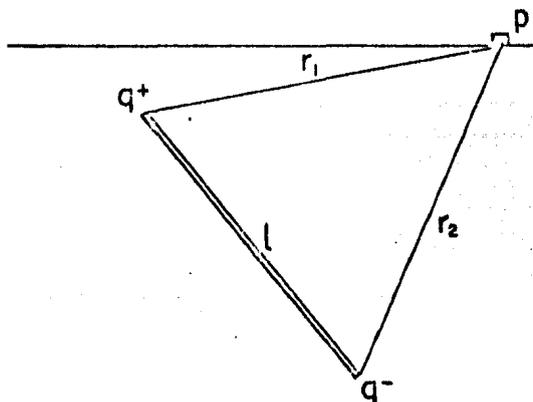
$$V(r) = \frac{\rho I}{4\pi} \frac{1}{r}$$

en donde

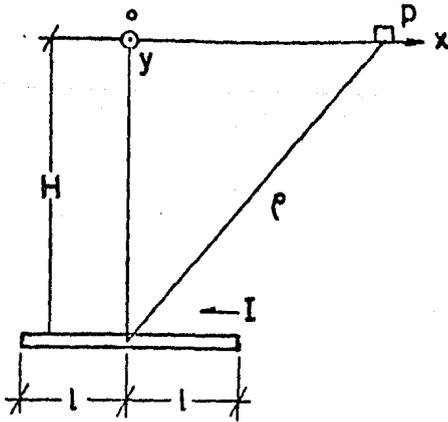
I = corriente eléctrica

ρ = resistividad de la roca encajonante

c) BARRA POLARIZADA (Telford y otros, 1976, p.465)



$$V = q \left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right)$$



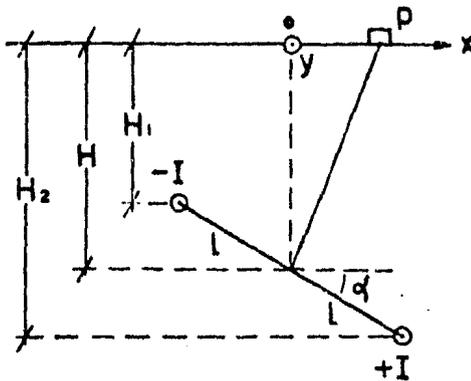
$$V(x,y) = \frac{\rho I}{2\pi} \ln \frac{\sqrt{(x-l)^2 + y^2 + H^2} + \sqrt{(x+l)^2 + y^2 + H^2} + 2l}{\sqrt{(x-l)^2 + y^2 + H^2} + \sqrt{(x+l)^2 + y^2 + H^2} - 2l}$$

en donde

$2l$ = longitud de la barra

I = corriente eléctrica

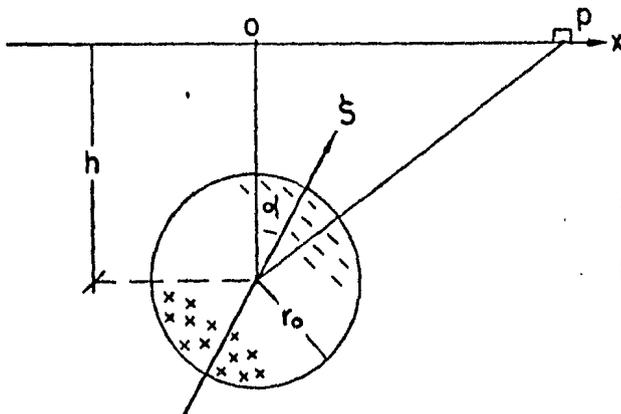
e) DIPOLO INCLINADO (Rao, 1970, p.69)



$$V(x,y) = \frac{\rho I}{2\pi} \left[\frac{l}{\sqrt{(x+l \cos \alpha)^2 + y^2 + H_1^2}} - \frac{l}{\sqrt{(x-l \cos \alpha)^2 + y^2 + H_2^2}} \right]$$

en donde α = inclinación del dipolo

f) ESFERA POLARIZADA (Petrovski, 1928, p.334, 914 y 927)



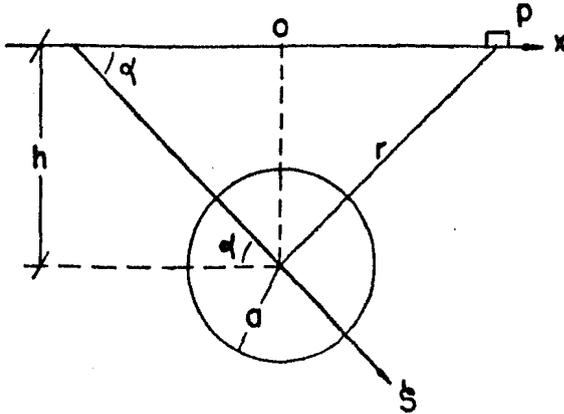
$$V = \frac{E \rho_0^2}{2} \frac{h \cos \alpha + x \sin \alpha}{(x^2 + h^2)^{3/2}}$$

en donde

E = fuerza electromotriz

S = dirección de polarización

g) CILINDRO POLARIZADO (Bhattacharya y Roy, 1979, p.103)

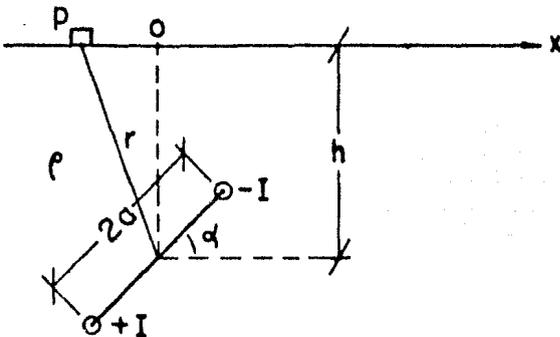


$$V = M \frac{x \cos \alpha - h \sin \alpha}{x^2 + h^2}$$

en donde

M = momento del dipolo eléctrico

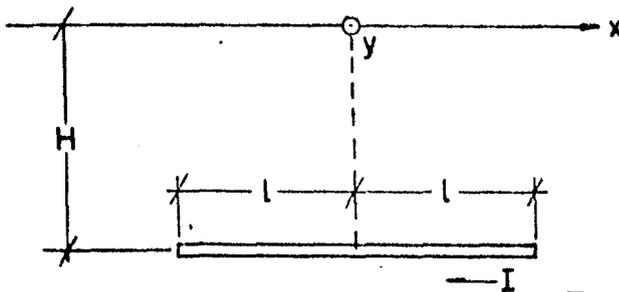
h) LAMINA INCLINADA (Paul, 1965, p. 419)



$$V = \frac{\rho I}{2\pi} \left[\ln \left\{ (x - a \cos \alpha)^2 + (h - a \sin \alpha)^2 \right\} - \ln \left\{ (x + a \cos \alpha)^2 + (h + a \sin \alpha)^2 \right\} \right]$$

en donde ρ = resistividad de la roca encajonante

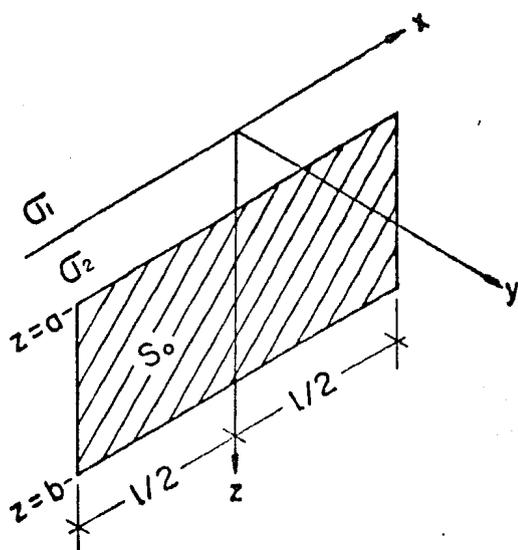
i) LAMINA HORIZONTAL FINITA (Rao, 1970, p. 76)



$$V(x,y) = \frac{\rho I}{2\pi} \left[\operatorname{sen} h^{-1} \frac{x+l}{\sqrt{y^2 + H^2}} - \operatorname{sen} h^{-1} \frac{x-l}{\sqrt{y^2 + H^2}} \right]$$

en donde $2l$ = longitud de la barra

I = corriente eléctrica

j) FALLA VERTICAL (Fitterman, 1979, p. 200)

$$V(x,y,0) = \frac{S_0}{\pi \left(1 + \frac{\sigma_1}{\sigma_2}\right)} \left[f(x,y;l/2,b) - f(x,y;l/2,a) - f(x,y;-l/2,b) + f(x,y;-l/2,a) \right]$$

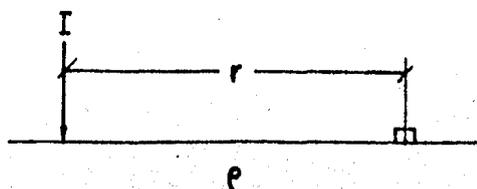
en donde $f(x,y;d,\beta) = \operatorname{tg}^{-1} \frac{(x+d)\beta}{y[(x+d)^2 + y^2 + \beta^2]^{1/2}}$

cuando $y > 0$ se usan los subscritos superiores de la conductividad σ , mientras que para $y < 0$ se usan los inferiores.

TABLA C.2.

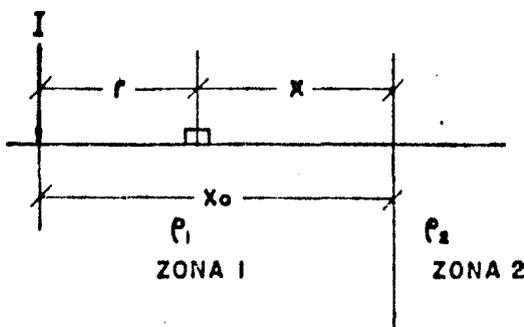
SOLUCIONES ANALITICAS DE CAMPO POLAR

a) MEDIO HOMOGENEO (Grand y West, 1965, p.406)



$$V(r) = \frac{I\rho}{2\pi r}$$

b) FALLA VERTICAL (Van Nostrand y Cook, 1966, p.52)

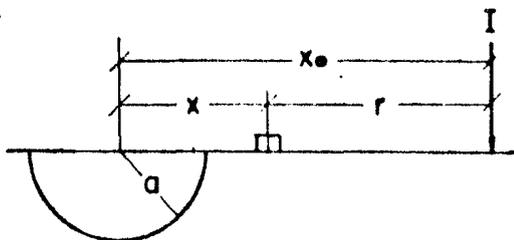


$$V(r)_{\text{ZONA 1}} = \frac{I\rho_1}{2\pi} \left(\frac{1}{r} + \frac{k}{x_0 + x} \right)$$

$$V(r)_{\text{ZONA 2}} = \frac{I\rho_1}{2\pi} (1 + k)$$

$$\text{en donde } k = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

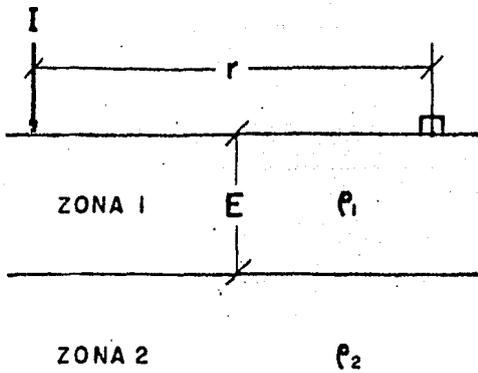
c) HEMISFERIO CONDUCTOR (Van Nostrand y Cook, 1966, p.60)



$$V(r) = \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{1}{\sqrt{(x_0 - x)^2 + y^2}} - \frac{a}{x_0 \sqrt{\left(\frac{a^2}{x^2} - x\right)^{1/2} + y^2}} + \frac{a}{x_0 \sqrt{x^2 + y^2}} \right]$$

en donde \$a\$ = radio del hemisferio

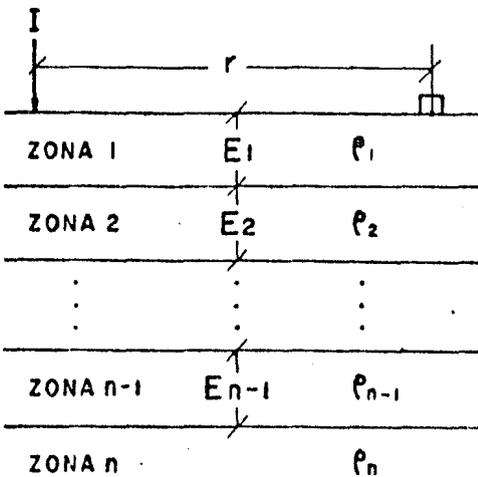
d) DOS CAPAS HORIZONTALES (Orellana, 1972, p. 165)



$$V(r) = \frac{\rho_1 I}{2\pi} \left[\frac{1}{r} + 2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{K^n}{(r^2 + 4n^2 E^2)^{1/2}} \right]$$

en donde $K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$

e) n CAPAS HORIZONTALES (Orellana, 1972, p. 170)

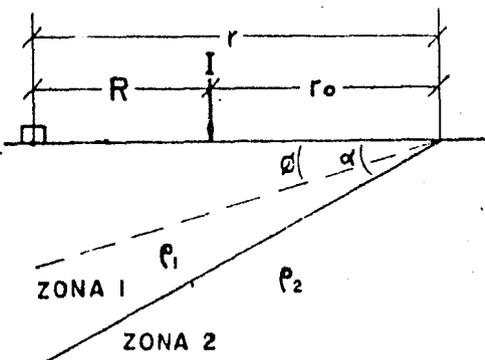


$$V(r) = \frac{I \rho_1}{2\pi} \int_0^{\infty} N_n(\lambda) J_0(\lambda r) d\lambda$$

en donde

$N_n(\lambda)$ = función característica que depende de los espesores E_i y de las resistividades ρ_i de las capas del corte.

f) CONTACTOS INCLINADOS (Orellana, 1972, p. 207)



$$V(r) = \frac{I \rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{R} + \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} A(\lambda, \mu) \cdot \cos \lambda z \cdot \text{Ch} \mu \theta \cdot K_{1\mu}(\lambda r) d\mu d\lambda \right\}$$

$$V(r)_{\text{ZONA 2}} = \frac{I \rho_1}{2\pi} \left\{ \frac{1}{R} + \frac{4}{\pi^2} \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} B(\lambda, \mu) \cdot \cos \lambda z \cdot \text{Ch} \mu \phi \cdot K_{1\mu}(\lambda r) d\mu d\lambda \right\}$$

en donde

$$A(\lambda, \mu) = \frac{K \text{Sh} 2\mu(\pi - \alpha)}{\text{Sh} \mu \pi + K \text{Sh} \mu(2\alpha - \pi)} K_{1\mu}(\lambda r_0)$$

$$B(\lambda, \mu) = \frac{K [\text{Sh} \mu \pi - \text{Sh} \mu(2\alpha - \pi)]}{\text{Sh} \mu \pi + K \text{Sh} \mu(2\alpha - \pi)} K_{1\mu}(\lambda r_0)$$

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1} = \text{factor de reflexión}$$

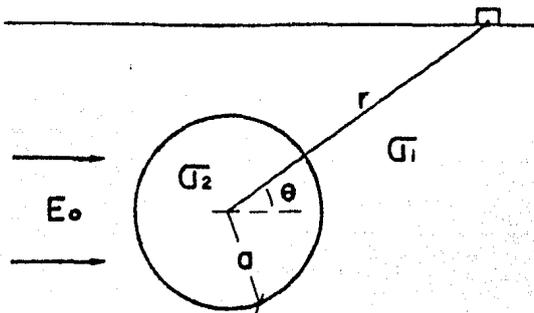
$\lambda, \mu =$ variables mudas

$K_{1\mu}(\lambda r) =$ funciones de Bessel modificadas de segundo género y orden imaginario.

TABLA C.3.

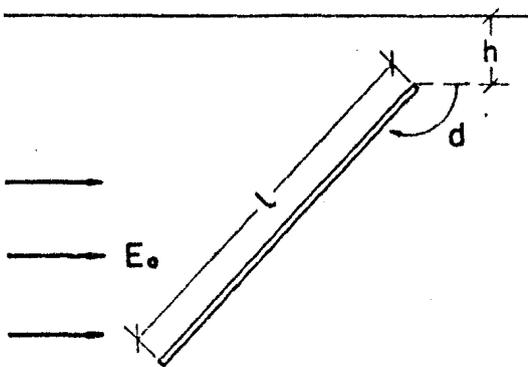
SOLUCIONES ANALITICAS DE CAMPO UNIFORME

a) CILINDRO CONDUCTOR (Ward, 1967, p. 68)



$$V(r)_{\text{ext}} = \left[-E_0 r + E_0 \frac{a^2}{r} \left(\frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{\Gamma_2 + \Gamma_1} \right) \right] \cos \theta$$

b) BARRA CONDUCTORA (Grant y West, 1965, p. 428)



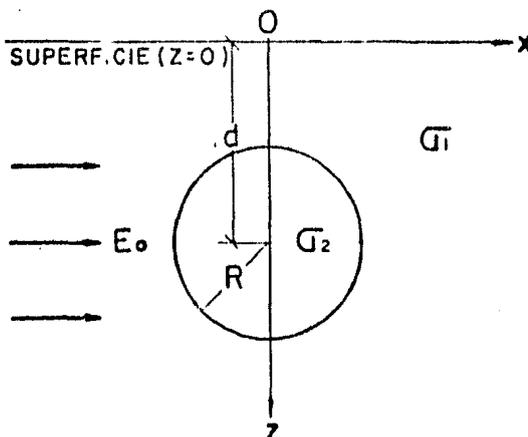
$$V = \frac{E_0}{2} e^{-\mu} (l \cos d \cos D - w \sin d \sin D)$$

en donde

w = espesor de la barra

μ, D = coordenadas elípticas

c) ESFERA CONDUCTORA (Grant y West, 1965, p. 425)



$$V = -2 \left(\frac{\Gamma_2 - \Gamma_1}{\Gamma_2 + 2\Gamma_1} \right) \frac{E_0 R^3 x}{(x^2 + d^2)^{3/2}}$$

ANALOGIA ELECTRICA ENTRE CAMPOS ELECTROMAGNETICOS Y LINEAS DE TRANSMISION

A continuación se presenta la técnica desarrollada por Dulaney y Madden (1962) para correlacionar el comportamiento de campos electromagnéticos con los parámetros de voltaje y corriente que se presentan en una línea de transmisión.

Si los campos eléctrico y magnético varían sinusoidalmente con el tiempo pueden representarse como:

$$\bar{E}(t) = E_0 \exp(i\omega t) \quad \dots (D.1)$$

$$\bar{B}(t) = B_0 \exp(i\omega t) \quad \dots (D.2)$$

Aplicando las leyes de Faraday y Ampere a estos campos resulta:

$$\nabla \times \bar{E} = i\omega \bar{B} = i\omega \mu \bar{H} \quad \dots (D.3)$$

$$\nabla \times \bar{H} = \bar{J} - i\omega \epsilon \bar{E} = (\sigma - i\omega \epsilon) \bar{E} \quad \dots (D.4)$$

Para modelos bidimensionales, estas ecuaciones se pueden conformar de acuerdo con las siguientes polarizaciones:

a) Campo eléctrico fluyendo perpendicularmente a la sección (modo TE).

b) Campo magnético fluyendo perpendicularmente a la sección (modo TM).

La figura (D.1.) muestra esquemáticamente estas polarizaciones y las componentes de los campos eléctrico y magnético existentes en cada una de ellas.

Para la polarización TE, $H_y = 0$, por lo que las ecuaciones (D.3.) y (D.4.) se representan como:

$$\frac{\partial H_z}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial z} = (\sigma - i\omega \epsilon) E_y \quad \dots (D.5)$$

$$\frac{\delta E_y}{\delta z} = i\omega\mu H_x \quad \dots (D.6)$$

$$\frac{\delta E_y}{\delta x} = -i\omega\mu H_z \quad \dots (D.7)$$

mientras que para la polarización TM, $E_y = 0$ y las ecuaciones (D.3.) y (D.4.) quedan representadas como:

$$\delta E_z / \delta x - \delta E_x / \delta z = i\omega\mu H_y \quad \dots (D.8)$$

$$\delta H_y / \delta z = (\sigma - i\omega\epsilon) E_x \quad \dots (D.9)$$

$$\delta H_y / \delta x = -(\sigma - i\omega\epsilon) E_z \quad \dots (D.10)$$

Por otro lado, las ecuaciones para una línea de transmisión eléctrica están representadas por las ecuaciones:

$$\nabla \nabla = -Z \bar{I} \quad \dots (D.11)$$

$$\nabla \cdot \bar{I} = -Y \nabla \quad \dots (D.12)$$

donde $\nabla \in \bar{I}$ son respectivamente voltaje y corriente de la línea, mientras que Z y Y representan la impedancia y admitancia de la línea respectivamente.

No obstante que el concepto de línea de transmisión es unidimensional, puede extenderse a dos dimensiones mediante la descomposición de las ecuaciones (D.11.) y (D.12.), obteniéndose:

$$\delta I_x / \delta x + \delta I_z / \delta z = -Y \nabla \quad \dots (D.13)$$

$$\delta \nabla / \delta z = -Z I_z \quad \dots (D.14)$$

$$\delta \nabla / \delta x = -Z I_x \quad \dots (D.15)$$

La analogía entre los campos electromagnéticos y las ecuaciones de una superficie de transmisión se hace evidente al comparar el conjunto de ecuaciones (D.13.), (D.14.) y (D.15.) -- con las ecuaciones (D.5.), (D.6.) y (D.7.) , o bien, con las ecuaciones (D.8.), (D.9.) y (D.10.).

Esta comparación, para la polarización TE, conduce a la siguiente relación de parámetros:

$$H_z \leftrightarrow I_x \quad \dots \text{ (D.16)}$$

$$H_x \leftrightarrow I_z \quad \dots \text{ (D.17)}$$

$$E_y \leftrightarrow V \quad \dots \text{ (D.18)}$$

$$\sigma - i\omega\epsilon \leftrightarrow -Y \quad \dots \text{ (D.19)}$$

$$i\omega\mu \leftrightarrow Z \quad \dots \text{ (D.20)}$$

Para la polarización TM, la relación de parámetros es:

$$E_z \leftrightarrow I_x \quad \dots \text{ (D.21)}$$

$$E_x \leftrightarrow -I_z \quad \dots \text{ (D.22)}$$

$$H_y \leftrightarrow V \quad \dots \text{ (D.23)}$$

$$\sigma - i\omega\epsilon \leftrightarrow Z \quad \dots \text{ (D.24)}$$

$$i\omega\mu \leftrightarrow -Y \quad \dots \text{ (D.25)}$$

Los circuitos equivalentes para ambas polarizaciones son sistemas pasa bajas como lo requiere la propagación de las ondas electromagnéticas en el subsuelo y como se indica en los incisos a y b de la figura (D.2.).

Para ambas polarizaciones, el modelo empleado consta de una malla rectangular que simula un corte geoelectrico del subsuelo. La obtención de esta malla consiste en seccionar la estructura o perfil geoelectrico en una red de rectángulos, en donde sus tamaños varían de 5 a 10 m. para los que están cerca de la superficie o de cuerpos anómalos y de cientos de metros a pocos kilómetros para los que están en la base o en los extremos de la sección.

A cada celda le corresponde un voltaje V_0 y está conectada con las celdas que le rodean a través de la admitancia Y_0 y de las impedancias Z_{0i} , $i = 1, 2, 3$ y 4 como se ilustra en la figura (D.3.). El diseño de este modelo proviene de la ecuación de continuidad, la cual se obtiene al sustituir las ecuaciones (D.14.) y (D.15.) en la (D.16.):

$$\frac{\delta^2 V}{\delta x^2} + \frac{\delta^2 V}{\delta z^2} = ZYV \quad \dots \text{ (D.26)}$$

la cual por diferencias finitas (ver apéndices A y B) puede escribirse como:

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 - 4V_0 = a^2 \sum Y V_0 \quad \dots (D.27)$$

donde "a" representa la separación internodal, mientras que los subíndices corresponden a las posiciones que se indican en la figura (D.3.). Esta simulación se ejemplifica en la figura (D.4.) en la cual el inciso (A) muestra un volumen diferencial del subsuelo que para un flujo eléctrico bidimensional se encuentra discretizado en el inciso (B) y que es equivalente al circuito eléctrico del inciso (c) en que cada resistor representa la resistencia que pone el subsuelo para el fluir de la corriente eléctrica, mientras que la admitancia capacitiva representa una carga específica orientada en dirección perpendicular a la sección.

Aplicando la 1^{ra}. Ley de Kirchhoff que establece que el flujo de corriente que entra a un nodo es igual al que sale de él, obtenemos para el circuito de la figura (D.4c):

$$\frac{V_1 - V_0}{R_1} + \frac{V_2 - V_0}{R_2} + \frac{V_3 - V_0}{R_3} + \frac{V_4 - V_0}{R_4} = Y V_0 \quad \dots (D.28)$$

y si los resistores son iguales en valor, la ecuación se reduce a:

$$\sum_{i=1}^4 V_i - 4V_0 = R Y V_0 \quad \dots (D.29)$$

que corresponde con una forma simplificada de la ecuación (D.27.). La similitud entre las ecuaciones (D.27.) y (D.29.) demuestra la correspondencia que existe entre la superficie de transmisión y el modelo empleado, en el cual las impedancias Z_{oi} son proporcionales a los segmentos que unen y la admitancia Y_c es proporcional al área de la celda a la que está conectada; mientras que las impedancias que se localizan en la base de la malla, por considerarse de longitud semi-infinita, se calculan a partir de la teoría de las líneas de transmisión como impedancias características:

$$Z_{ic} = \frac{1}{h_x(m)} \sqrt{\frac{Z}{Y}} \quad \dots (D.30)$$

El uso de esta impedancia es correcto solamente cuando no existen fuentes a profundidad.

Las condiciones de frontera para el modelo se establecen en base a que el campo es uniforme de la siguiente manera:

a) En los extremos de la sección se presupone que $\delta^2/\delta x^2 = 0$, aunque algunos autores (C.Ku et al, 1972) consideran que las variaciones en la dirección "x" son muy pequeñas por lo que es suficiente suponer que $\delta/\delta x = 0$.

b) En el límite superior del modelo se aplica una fuente constante cuya posición depende del tipo de polarización:

* Para la polarización TE se utiliza una fuente de corriente constante que fluye verticalmente hacia abajo, por lo que el límite superior de la malla puede representar, aunque no necesariamente, la interfase entre tropósfera y ionósfera caracterizada por una línea equipotencial $H_x = \text{constante}$ ó $\delta E_y / \delta z = \text{constante} = 1$.

* Para la polarización TM, el relieve topográfico representa una línea equipotencial de voltaje constante, debido a que no existe flujo de corriente en el aire; para el modelo, esto se representa como $H_y = \text{constante} = 1$.

Las figuras (D.5.) y (D.6.) muestran las condiciones de frontera para cada polarización. Como es lógico suponer, estas condiciones satisfacerán al modelo siempre y cuando las fronteras, a las que son asignadas, se encuentren lo suficientemente alejadas de las estructuras anómalas, por lo que es conveniente diseñar una malla que sea 2 ó 3 veces más grande que la profundidad de encape ("SKIN") alcanzada.

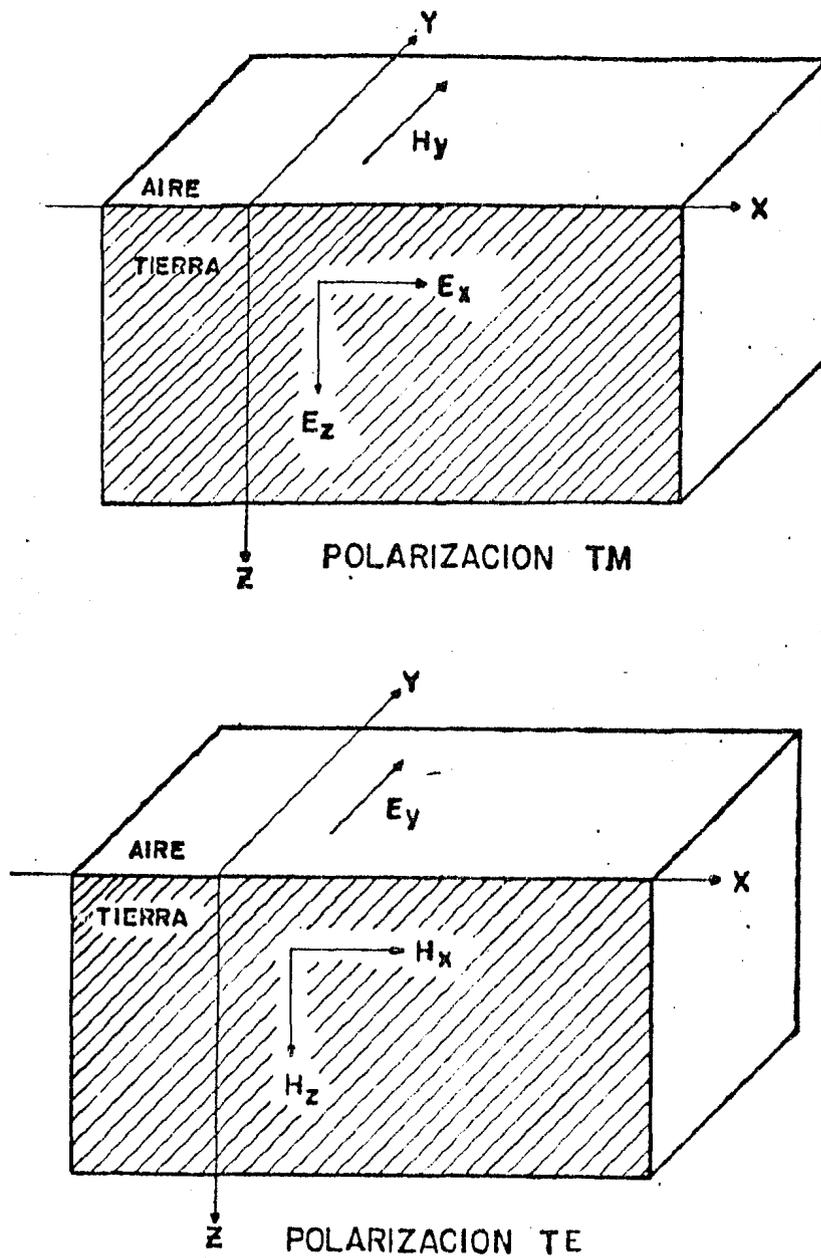
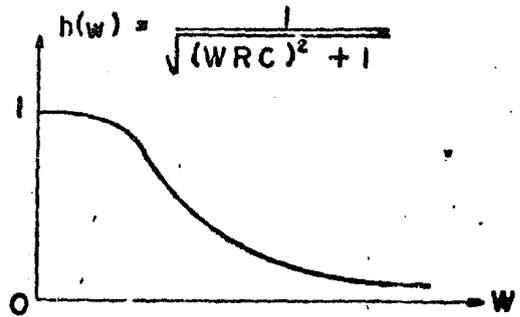
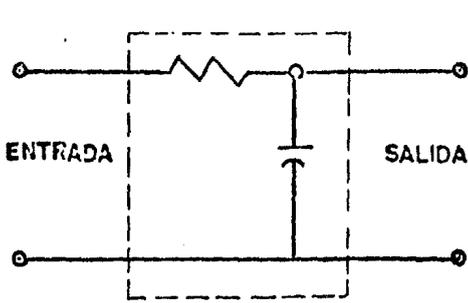
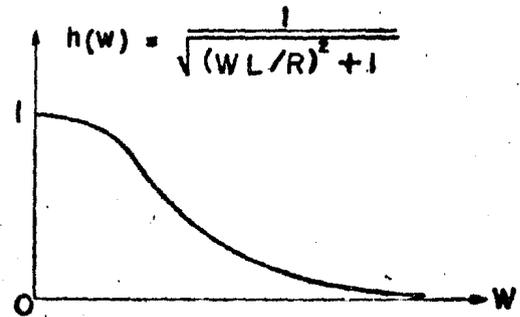
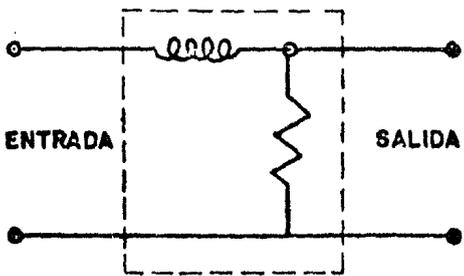


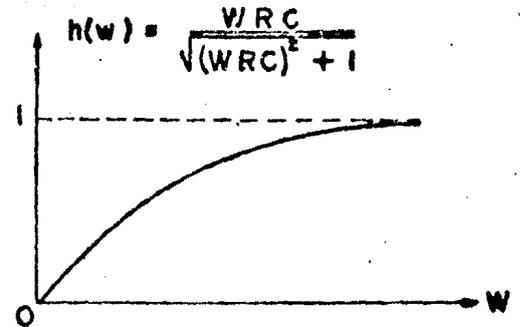
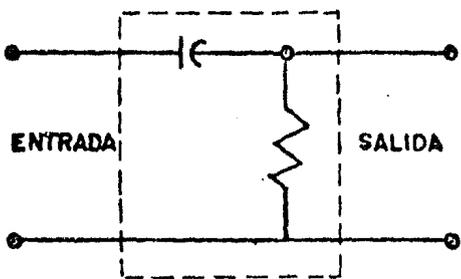
FIG. D.1. POLARIZACIONES ELECTROMAGNETICAS



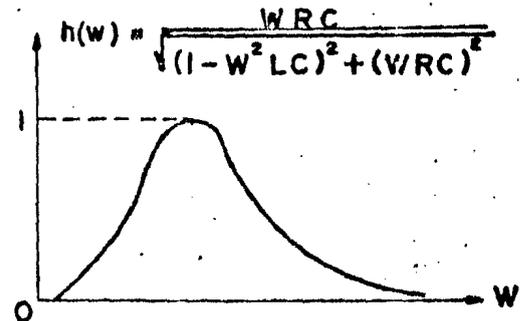
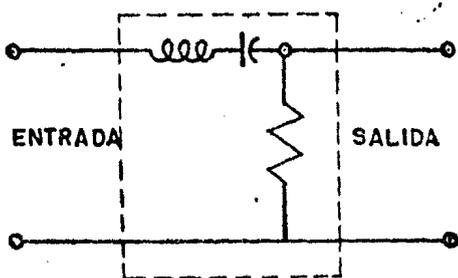
(A)



(B)



(C)



(D)

FIG. D. 2. CIRCUITOS ELECTRICOS Y SU RESPUESTA EN FRECUENCIA.

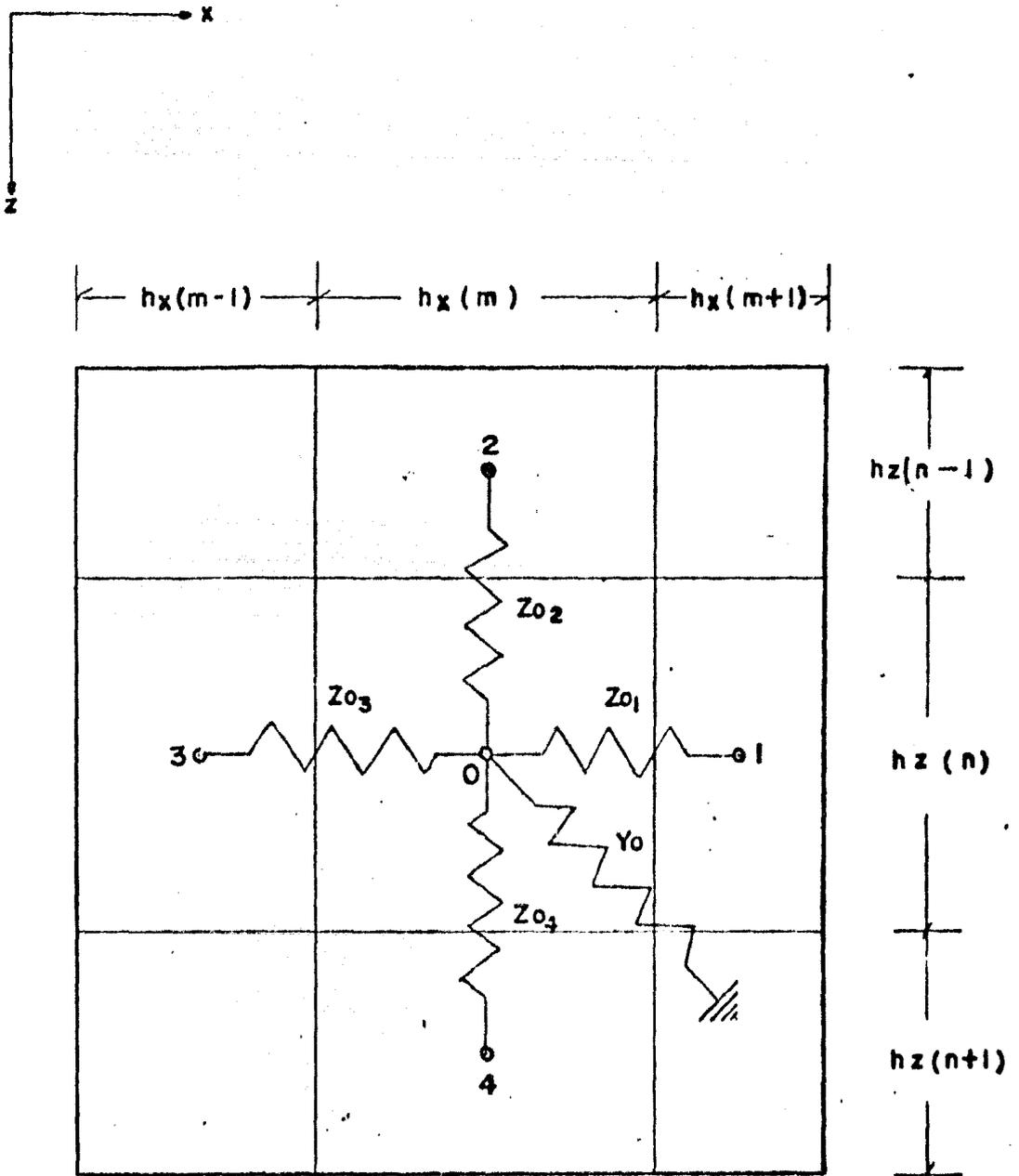
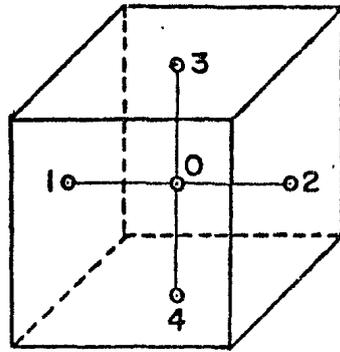
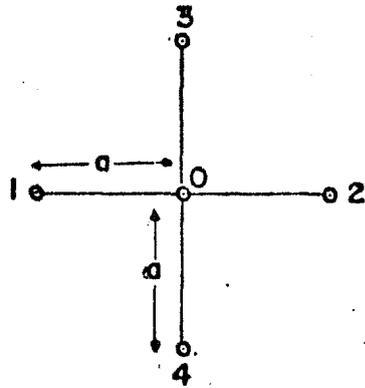


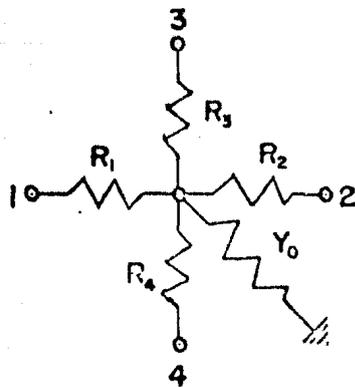
FIG. D. 3. . CIRCUITO ELECTRICO EQUIVALENTE PARA FLUJO ELECTRICO BIDIMENCIONAL.



(A)



(B)



(C)

FIG. D.4. FLUJO ELECTRICO BIDIMENSIONAL.

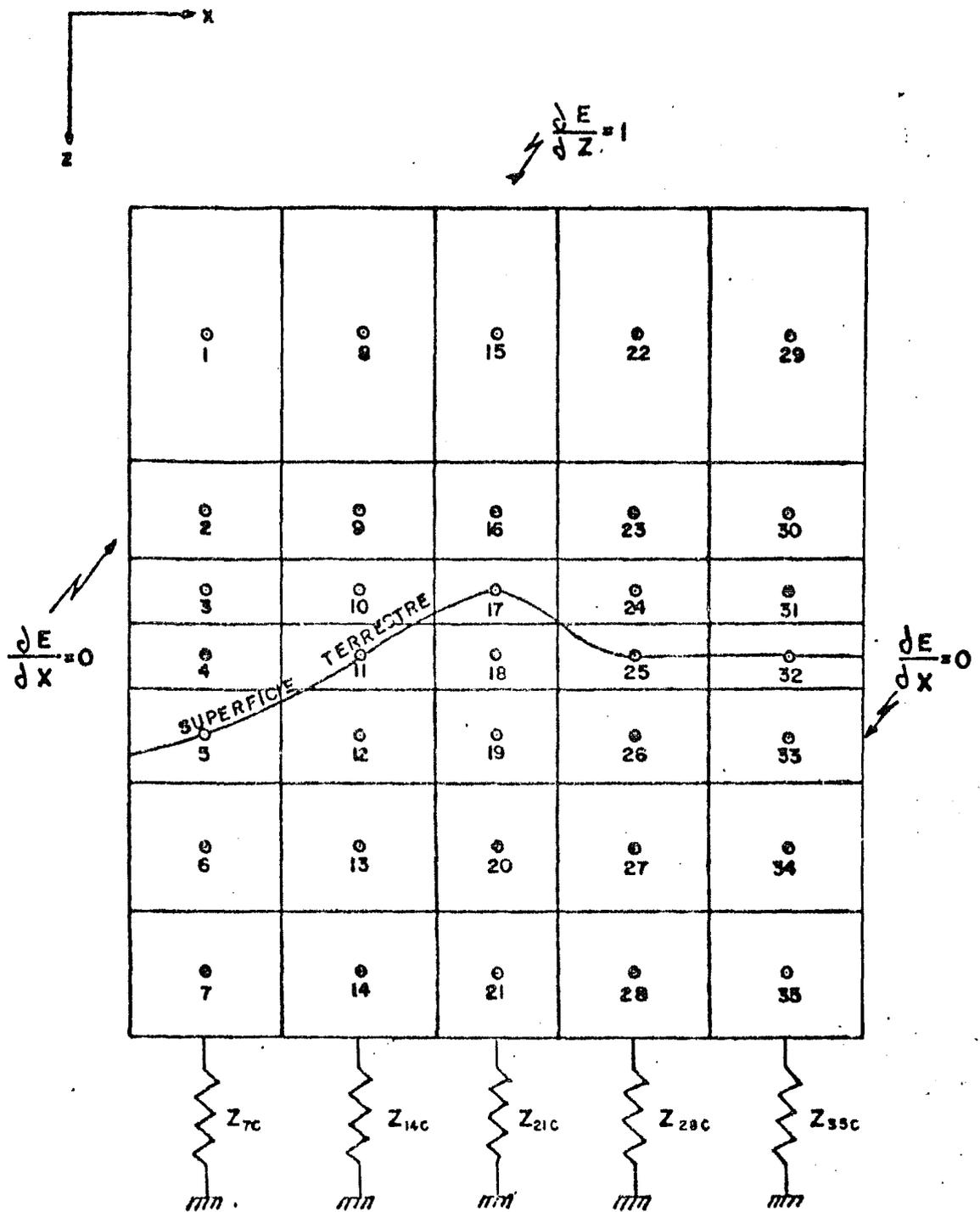


FIG. D.5. MALLA UTILIZADA PARA LA POLARIZACION TE CON SUS CONDICIONES DE FRONTERA.

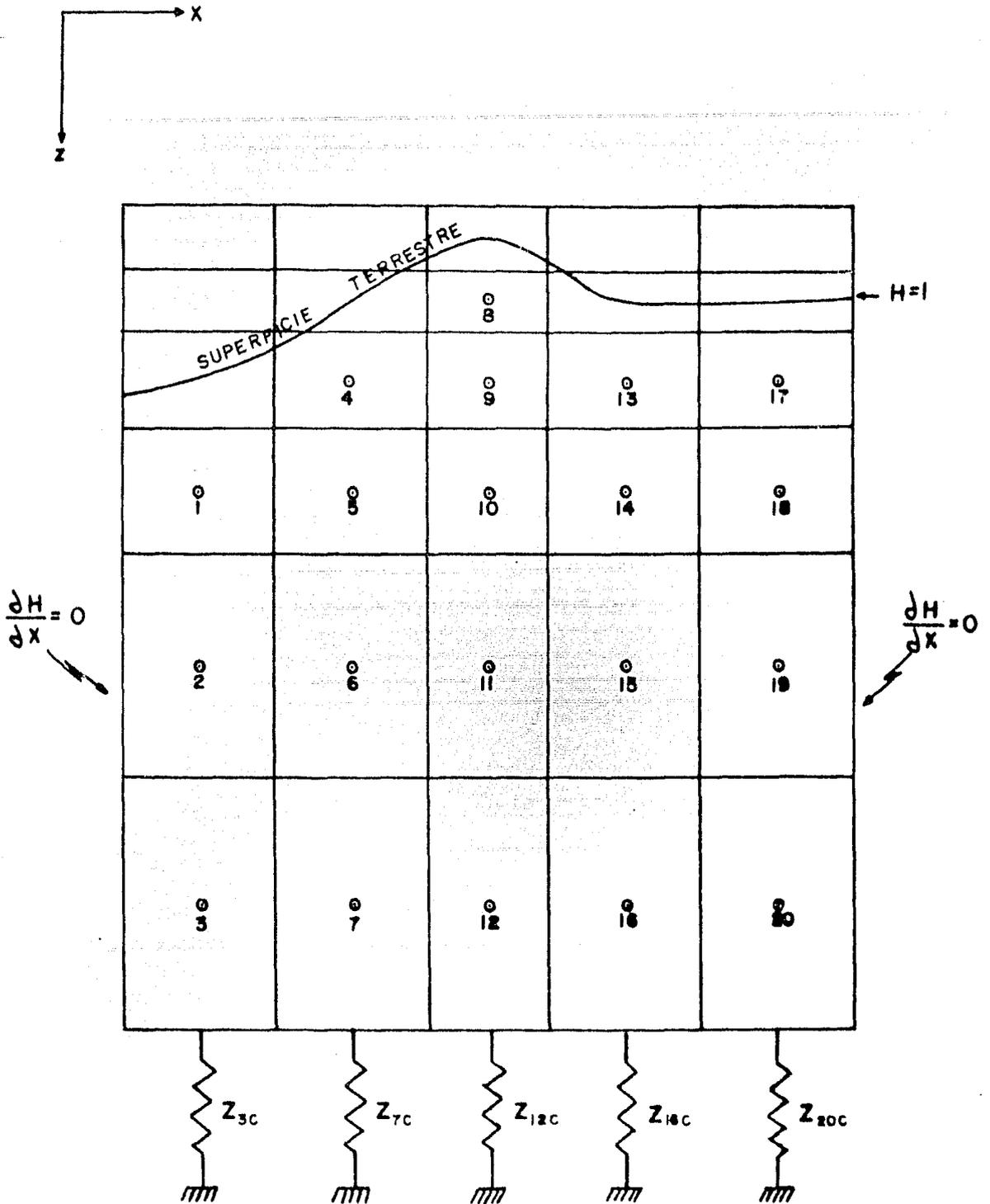


FIG. D.6. MALLA UTILIZADA PARA LA POLARIZACION TM CON SUS CONDICIONES DE FRONTERA.

METODO GENERALIZADO DE INVERSION LINEAL

Este método fue desarrollado por Backus y Gilbert durante los años de 1967 a 1970. En esencia el método trata de linealizar un conjunto de salidas Y_j producidas por un conjunto de entradas x_i en un modelo de "n" parámetros terrestres. Operacionalmente este sistema se representa como:

$$Y_j = L_j(x_i) \quad \begin{matrix} i = 1, n \\ j = 1, m \end{matrix} \quad \dots \text{ (E.1)}$$

donde el operador L_j es una función no lineal para la mayoría de los sistemas geoelectromagnéticos. Expandiendo la ecuación (E.1) en series de Taylor y despreciando los términos de segundo orden o mayores, obtenemos la linealización de la función no lineal.

$$(O_j - Y_j) = \sum_{i=1}^n \left. \frac{\partial L_j}{\partial x_i} \right|_{x_i = x_i^0} (x_i - x_i^0), \quad j = 1, m \quad \dots \text{ (E.2)}$$

donde O_j es la j-ésima medida y X^0 es un valor inicialmente supuesto del vector de parámetros desconocidos. La ecuación (E.2.) puede representarse en forma matricial como:

$$\Delta Y = A \Delta X \quad \dots \text{ (E.3)}$$

El problema de inversión requiere encontrar el modelo de parámetros x_i tal que minimice por mínimos cuadrados al vector de diferencias ΔY . En general, el número de medidas "m" no es igual al número de parámetros del modelo "n", por lo que la matriz A y su inversa natural H estarán representadas (según Lanczos, 1961) por las ecuaciones:

$$A = U \Lambda V^T \quad \dots \text{ (E.4)}$$

$$H = V \Lambda^{-1} U^T \quad \dots \text{ (E.5)}$$

donde la matriz U consiste de "p" eigenvectores de longitud m y V consiste de "p" eigenvectores de longitud n. La matriz Λ es una matriz diagonal que consiste de "p" eigenvalores, en donde "p" es el rango de la matriz A. Por lo que la solución de la ecuación (E.3.) puede escribirse:

$$\Delta \hat{X} = H \Delta Y \quad \dots (E.6)$$

en donde el sombrero (^) indica el nuevo conjunto de parámetros modificados después de cada iteración, pues como se mencionó anteriormente, la función (E.1.) es no lineal y requiere, para su linealización, de una mejora en la estimación de los parámetros del modelo de tal forma que el vector de diferencias ΔY converja hacia un mínimo global. De acuerdo con esto las ecuaciones ---- (E.6.) y (E.3.) pueden escribirse como:

$$\Delta \hat{X} = HA \Delta X = R \Delta X \quad \dots (E.7)$$

$$\Delta \hat{Y} = AH \Delta Y = S \Delta Y \quad \dots (E.8)$$

En la ecuación (E.7.) también se puede usar como matriz resolución a la siguiente expresión:

$$R = VV^T \quad \dots (E.9)$$

La matriz R se considera como una medida de la resolución de los parámetros, mientras que la matriz S informa acerca de la distribución de los puntos dato y se le denomina como matriz densidad de información.

En la mayoría de los sistemas geoelectromagnéticos ---- ocurre que el sistema representado por la ecuación (E.1.) es sobredeterminado, por lo que matemáticamente no existe solución -- única. Sin embargo, el método sí la otorga y es óptima de acuerdo con los valores asignados inicialmente, pero si existe bastante ruido en los datos probablemente nunca se encuentre esta solución.

Apéndice F.

PROGRAMAS IMPLEMENTADOS EN LENGUAJE BASIC PARA EL SISTEMA HP9845B.

* SPINV

* FA

* LAMINA

* CVT

* INVMAT

* REL 2D

* MUFTI

* RELMUF

* TARSOV

* CF

```

10   ! ***   PROGRAMA SPINV   ***
20   ! ESTE PROGRAMA CALCULA LAS COORDENADAS (X,Y) Y LA CORRIENTE (I)
    DE LA
30   ! FUENTE MONOPOLAR, A PARTIR DE 3 PUNTOS DE LA CURVA DE SP.
40   ! LOS DATOS DE POTENCIAL SE LEEN EN MILIVOLT Y LAS COORDENADAS E
    N METROS
50   OPTION BASE 1
60   DIM P(3,3),A(3,3),V(3)
70   MAT READ A
80   ! SE ORDENAN LOS DATOS
90   FOR I=1 TO 3
100  V(I)=ABS(A(I,3))
110  NEXT I
120  FOR I=1 TO 3
130  IF V(I)=MAX(V(1),V(2),V(3)) THEN GOTO 190
140  IF V(I)=MIN(V(1),V(2),V(3)) THEN GOTO 230
150  FOR J=1 TO 3
160  P(2,J)=A(I,J)
170  NEXT J
180  GOTO 260
190  FOR J=1 TO 3
200  P(3,J)=A(I,J)
210  NEXT J
220  GOTO 260
230  FOR J=1 TO 3
240  P(1,J)=A(I,J)
250  NEXT J
260  NEXT I
270  ! SE CALCULAN DISTANCIAS ENTRE PUNTOS.
280  D1=SQR((P(1,1)-P(2,1))^2+(P(1,2)-P(2,2))^2)
290  D2=SQR((P(2,1)-P(3,1))^2+(P(2,2)-P(3,2))^2)
300  D3=SQR((P(3,1)-P(1,1))^2+(P(3,2)-P(1,2))^2)
310  ! SE ESTIMA EL INTERVALO DE CORRIENTE
320  FOR I=1 TO 3
330  V(I)=ABS(P(I,3))
340  NEXT I
350  C1=D1*V(1)*V(2)/(V(1)+V(2))
360  C2=D2*V(2)*V(3)/(V(2)+V(3))
370  C3=D3*V(3)*V(1)/(V(3)+V(1))
380  IF P(1,3)=P(2,3) THEN GOTO 410
390  B1=D1*V(1)*V(2)/(V(1)-V(2))
400  GOTO 420
410  B1=100000
420  IF P(2,3)=P(3,3) THEN GOTO 450
430  B2=D2*V(2)*V(3)/(V(2)-V(3))
440  GOTO 460
450  B2=100000
460  IF P(1,3)=P(3,3) THEN GOTO 490
470  B3=D3*V(1)*V(3)/(V(1)-V(3))
480  GOTO 500
490  B3=100000

```

```

500 Ii=MAX(C1,C2,C3)
510 If=MIN(B1,B2,B3)
520 PRINT "EL INTERVALO DE CORRIENTE ES",LIN(1),"Ii= ";Ii,"If= ";If,
LIN(2)
530 IF Ii>If THEN GOTO 560
540 PRINT "SISTEMA INCOMPATIBLE"
550 END
560 ! SE INICIA EL CALCULO.
570 D=P(3,3)/P(1,3)
580 E=P(3,3)/P(2,3)
590 A1=(D*P(3,1)+P(1,1))/(D+1)
600 A2=(D*P(3,2)+P(1,2))/(D+1)
610 A3=(P(1,1)-D*P(3,1))/(1-D)
620 A4=(P(1,2)-D*P(3,2))/(1-D)
630 D1=(A1+A3)/2
640 D2=(A2+A4)/2
650 PRINT "COORDENADAS DEL CENTRO DE LA CIRCUNFERENCIA 1",LIN(1)
660 PRINT "X= ";D1,SPA(10),"Y= ";D2,LIN(2)
670 A5=(E*P(3,1)+P(2,1))/(E+1)
680 A6=(E*P(3,2)+P(2,2))/(E+1)
690 A7=(P(2,1)-E*P(3,1))/(1-E)
700 A8=(P(2,2)-E*P(3,2))/(1-E)
710 D3=(A5+A7)/2
720 D4=(A6+A8)/2
730 PRINT "COORDENADAS DEL CENTRO DE LA CIRCUNFERENCIA 2",LIN(1)
740 PRINT "X= ";D3,"Y= ";D4,LIN(2)
750 E1=(A1-D1)^2+(A2-D2)^2
760 R1=SQR(E1)
770 E2=(A5-D3)^2+(A6-D4)^2
780 R2=SQR(E2)
790 PRINT "LOS RADIOS DE LAS CIRCUNFERENCIAS SON",LIN(1)
800 PRINT "R1= ";R1,"R2= ";R2,LIN(2)
810 F1=D4-D2
820 F2=D1-D3
830 F3=E2-E1-F2^2
840 F4=D4^2-D2^2
850 Aa=-4*(F3^2+F1^2)
860 B=8*D2*F2^2-4*F3*F1+4*F1*F4
870 C=4*E1*F2^2-4*D2^2*F2^2-F3^2+2*F3*F4-F4^2
880 ! SE RESUELVE LA ECUACION CUADRATICA
890 Xa=-B/(2*Aa)
900 Dis=B*B-4*Aa*C
910 Ya=SQR(ABS(Dis))/(2*Aa)
920 N=SGN(Dis)+2
930 ON N GOTO Rcomplejas,Riguales,Rreales
940 Rcomplejas: PRINT "LAS RAICES SON COMPLEJAS"
950 PRINT LIN(1),"Y1= ";Xa,"+";Ya,"i"
960 PRINT LIN(1),"Y2= ";Xa,"-";Ya,"i"
970 END
980 Riguales: PRINT "LAS RAICES SON IGUALES"
990 Y1=Y2=Xa

```

```

1000 GOTO 1040
1010 Rreales: PRINT "LAS RAICES SON REALES "
1020 Y1=Xa+Ya
1030 Y2=Xa-Ya
1040 PRINT LIN(1),"Y1= ";Y1,SPA(10),"Y2= ";Y2,LIN(2)
1050 Y=MIN(Y1,Y2)
1060 G1=SQR(E1-(Y-D2)^2)
1070 G2=SQR(ABS(E2-(Y-D4)^2))
1080 X1=D1+G1
1090 X2=D1-G1
1100 X3=D3+G2
1110 X4=D3-G2
1120 X5=ABS(X1-X3)
1130 X6=ABS(X1-X4)
1140 X7=ABS(X2-X3)
1150 X8=ABS(X2-X4)
1160 X9=MIN(X5,X6,X7,X8)
1170 IF X5=X9 THEN 1220
1180 IF X6=X9 THEN 1240
1190 IF X7=X9 THEN 1260
1200 X=(X2+X4)/2
1210 GOTO 1270
1220 X=(X1+X3)/2
1230 GOTO 1270
1240 X=(X1+X4)/2
1250 GOTO 1270
1260 X=(X2+X4)/2
1270 PRINT "COORDENADAS DE LA FUENTE PUNTUAL, EN METROS",LIN(1)
1280 PRINT "X= ";X,SPA(10),"Y= ";Y,LIN(3)
1290 ! CALCULO DE LA CORRIENTE
1300 READ Rho
1310 I1=P(1,3)*SQR((Y-P(1,2))^2+(X-P(1,1))^2)*(2*PI)/Rho
1320 I2=P(2,3)*SQR((Y-P(2,2))^2+(X-P(2,1))^2)*(2*PI)/Rho
1330 I3=P(3,3)*SQR((Y-P(3,2))^2+(X-P(3,1))^2)*(2*PI)/Rho
1340 I=(I1+I2+I3)/3
1350 K=4+250*Rho^(-3/5)
1360 T=Rho*K*8.854E-12
1370 Q=T*I*.001
1380 PRINT "VALORES DE CORRIENTE, EN MILIAMPEROS",LIN(2)
1390 PRINT "I1= ";I1,LIN(1),"I2= ";I2,LIN(1),"I3= ";I3,LIN(2)
1400 PRINT "CORRIENTE= ";I;" mA.",LIN(2)
1410 PRINT "TIEMPO DE RECARGA EN SEGUNDOS",LIN(1)
1420 PRINT "t = ";T;" Seg",LIN(2)
1430 PRINT "CARGA EL COULOMBS",LIN(1)
1440 PRINT "q = ";Q;" Coul"
1450 DATA 7,10,-269.19
1460 DATA 15,10,-243.8
1470 DATA 25,7,-145.46
1480 DATA 500
1490 END

```

!RESISTIVIDAD DE LA ROCA ENCAJONANTE

RESULTADOS DEL PROGRAMA *** SPINV ***

EL INTERVALO DE CORRIENTE ES

Ii= 1723.2288335 If= -20678.5417881

COORDENADAS DEL CENTRO DE LA CIRCUNFERENCIA 1

X= -.42340215995 Y= 11.2372336933

COORDENADAS DEL CENTRO DE LA CIRCUNFERENCIA 2

X= -29.5078106554 Y= 10

LOS RADIOS DE LAS CIRCUNFERENCIAS SON

R1= 13.9273323648 R2= 40.3098340867

LAS RAICES SON REALES

Y1= 2.0005145347 Y2= 21.3258182715

COORDENADAS DE LA FUENTE PUNTUAL, EN METROS

X= 10.0003018833 Y= 2.0005145347

VALORES DE CORRIENTE, EN MILIAMPEROS

I1= -28.9008832762

I2= -28.9008832768

I3= -28.9008832762

CORRIENTE= -28.9008832764 mA.

TIEMPO DE RECARGA EN SEGUNDOS

t = 4.42948893466E-08 Seg

CARGA EL COULOMBS

q = -1.28016142675E-09 Coul

```

10  ! *** PROGRAMA FA ***
20  DEG
30  OPTION BASE 1
40  DIM Aa$(7)[80]
50  Aa$(1)="*****"
****"
60  Aa$(2)="****  ESTE PROGRAMA DETERMINA LOS PARAMETROS FISICOS
****"
70  Aa$(3)="****  QUE INTERVIENEN EN UNA ANOMALIA DE SP.
****"
80  Aa$(4)="****  SE CONSIDERA QUE LA ANOMALIA ES PRODUCIDA POR
****"
90  Aa$(5)="****  UN CUERPO DE FORMA CILINDRICA O ESFEROIDAL.
****"
100 Aa$(6)="*****"
****"
110 INPUT "TITULO ?",Aa$(7)
120 INPUT "POTENCIAL MINIMO ?",Vmin
130 INPUT "POTENCIAL MAXIMO ?",Vmax
140 INPUT " DISTANCIA HORIZONTAL ENTRE LOS PUNTOS DE POTENCIAL MAXIM
0 Y MINIMO ?",D
150 INPUT " DISTANCIA HORIZONTAL ENTRE LOS PUNTOS DE POTENCIAL CERO
Y MINIMO ?",Xn
160 INPUT " TIPO DE CUERPO: ESFERA=0; CILINDRO=1 ?",Job
170 K=ABS(Vmin)/Vmax
180 Alfa=0
190 Inc=10
200 Tol=.001
210 IF Job=0 THEN Esfera
220 Cildro: Fa=(1+SIN(Alfa))/(1-SIN(Alfa))
230 GOTO 300
240 Esfera: A=SQR(TAN(Alfa)^2+B/9)
250 B1=3*A*COS(Alfa)+SIN(Alfa)
260 B2=3*A*COS(Alfa)-SIN(Alfa)
270 C1=1+(3*(TAN(Alfa)+A)/4)^2
280 C2=1+(3*(TAN(Alfa)-A)/4)^2
290 Fa=B1/B2*(C1/C2)^1.5
300 IF K<Fa THEN 330
310 Alfa=Alfa+Inc
320 GOTO 210
330 IF ABS(K-Fa)<Tol THEN 370
340 Alfa=Alfa-Inc
350 Inc=Inc/10
360 GOTO 310
370 IF Job=0 THEN 400
380 H=D*COS(Alfa)/2
390 GOTO 410
400 H=2*D/(3*A)
410 Xo=H*TAN(Alfa)
420 FOR I=1 TO 6
430 PRINT Aa$(I)
440 NEXT I
450 PRINT LIN(3),"POTENCIAL MINIMO: Vmin= ";Vmin,LIN(1),"POTENCIAL M
AXIMO: Vmax= ";Vmax,LIN(1),"SEPARACION ENTRE ELLOS: D= ";D
460 PRINT LIN(2),"RESULTADOS: ",LIN(2),Aa$(7),LIN(1)

```

```

470 IF Job=0 THEN 500
480 Aa$(1)="ANOMALIA PRODUCIDA POR UN CILINDRO"
490 GOTO 510
500 Aa$(1)="ANOMALIA PRODUCIDA POR UNA ESFERA"
510 PRINT Aa$(1),LIN(1)
520 PRINT "ABSCISA DEL CENTRO DEL CUERPO: Xo= ";Xo,LIN(1),"PROFUNDID
AD AL CENTRO DEL CUERPO: H= ";H,LIN(1)
530 PRINT "INCLINACION DEL VECTOR DE POLARIZACION: Alfa= ";Alfa
540 Xn=ABS(Xn-Xo)
550 F1=FNRadio(Xn,Alfa,H,Xn)
560 F2=FNRadio(H,Alfa,H,Xn)
570 IF F1*F2>0 THEN Campo
580 X=Xn-F2*(H-Xn)/(F2-F1)
590 F3=FNRadio(X,Alfa,H,Xn)
600 IF Res=0 THEN 620
610 IF ABS(Res)>Tol THEN 660
620 PRINT "RADIO DEL CUERPO: a= ";X
630 GOTO 740
640 Campo: PRINT "RADIO INDETERMINADO",LIN(1),"CAMPO DIPOLAR"
650 GOTO 740
660 IF F2*F3>0 THEN 700
670 Ai=Af
680 F1=F2
690 GOTO 710
700 F1=F1/2
710 Af=X
720 F2=F3
730 GOTO 580
740 END
750 DEF FNR(X)
760 FNEND
770 DEF FNRad(X)
780 FNEND
790 DEF FNRa(X)
800 FNEND
810 DEF FNRadio(Aa,Alfa,H,Xn)
820 DEG
830 A=Xn+Aa*COS(Alfa)
840 B=Xn-Aa*COS(Alfa)
850 R1=(A*A+(H+Aa*SIN(Alfa))^2)^1.5
860 R2=(B*B+(Aa*SIN(Alfa)-H)^2)^1.5
870 Res=A/R1+B/R2
880 RETURN Res
890 FNEND

```

```
*****  
**** ESTE PROGRAMA DETERMINA LOS PARAMETROS FISICOS ****  
**** QUE INTERVIENEN EN UNA ANOMALIA DE SP. ****  
**** SE CONSIDERA QUE LA ANOMALIA ES PRODUCIDA POR ****  
**** UN CUERPO DE FORMA CILINDRICA O ESFEROIDAL, ****  
*****
```

POTENCIAL MINIMO: $V_{min} = -230$
POTENCIAL MAXIMO: $V_{max} = 112$
SEPARACION ENTRE ELLOS: $D = 59$

RESULTADOS:

ANOMALIA SULLEYMANKOY

ANOMALIA PRODUCIDA POR UNA ESFERA

ABSCISA DEL CENTRO DEL CUERPO: $X_0 = 10.3422661523$
PROFUNDIDAD AL CENTRO DEL CUERPO: $H = 40.2513008758$

INCLINACION DEL VECTOR DE POLARIZACION: $\alpha = 14.41$
RADIO DEL CUERPO: $a = 26.5480928469$

```

10   ! PROGRAMA      ***** LAMINA *****
20   ! 1984          ING. B.L.M., TEC. R.F.M.
30   ! ESTE PROGRAMA REALIZA LA INTERPRETACION DE UNA CURVA DE SP, CO
NSIDERANDO
40   ! QUE DICHA ANOMALIA ES PRODUCIDA POR UNA ESTRUCTURA LAMINAR.
50   ! ESTE ALGORITMO ESTA BASADO EN EL ARTICULO: M.K. PAUL, 1965, DI
RECT
60   ! INTERPRETATION OF SELF POTENTIAL ANOMALIES CAUSED BY INCLINED
SHEETS
70   ! OF INFINITE HORIZONTAL EXTENSIONES; GEOPHYSICS 30, 418-423 PP
80   PRINTER IS 16,WIDTH(160)
90   OPTION BASE 1
100  DEFAULT ON
110  DEG
120  Eps=Tol=.001
130  Sen1=0
140  DIM X(100),V(100),S(100),G(100),Work(100),A(100),B(100),D$(160),
A$(2)(60),Aa(100),Bb(100)
150  PRINT USING "@"
160  D$=""
170  BEEP
180  EDIT "IDENTIFICACION      (60 CARACTERES)
?" ,D$
190  IF LEN(D$)>60 THEN GOTO 170
200  A$(1)=D$
210  D$=""
220  BEEP
230  EDIT "OBSERVACIONES      (60 CARACTERES)
?" ,D$
240  IF LEN(D$)>60 THEN GOTO 220
250  A$(2)=D$
260  BEEP
270  LINPUT "NUMERO DE PUNTOS      ?" ,D$
280  IF D$="" THEN D$="0"
290  GOSUB Dat1
300  IF W1=1 THEN GOTO 270
310  N=VAL(D$)
320  REDIM S(N),V(N),S(N),G(N-1),Work(N-1),A(N),B(N),Aa(N),Bb(N)
330  Xx=Xii=Ax=M1=M2=X1=X2=Xo=0
340  BEEP
350  LINPUT "ABSCISA INICIAL      ?" ,D$
360  IF D$="" THEN D$="0"
370  GOSUB Dat2
380  IF W1=1 THEN GOTO 350
390  Xii=VAL(D$)
400  BEEP
410  LINPUT "ESPACIAMIENTO ENTRE LECTURAS      ?" ,D$
420  GOSUB Dat2
430  IF W1=1 THEN GOTO 410
440  Ax=VAL(D$)

```

```

450 MAT V=ZER
460 MAT X=ZER
470 U0=0
480 IF Xx=1 THEN U0=1
490 GOSUB 2690
500 FOR I=1 TO N
510 GOSUB Tem0
520 NEXT I
530 BEEP
540 LINPUT "QUE DATO DESEA CORREGIR      ?",D$
550 IF D$="" THEN GOTO 700
560 GOSUB Dat1
570 IF W1=1 THEN GOTO 540
580 C1v=VAL(D$)
590 IF (C1v<1) OR (C1v>N) THEN GOTO 530
600 BEEP
610 DISP "CUAL ES EL VALOR DEL POTENCIAL DE CAMPO V (";C1v;")      "
;
620 LINPUT D$
630 IF D$="" THEN D$=VAL$(V(C1v))
640 GOSUB Dat2
650 IF W1=1 THEN GOTO 610
660 Sen0=1
670 V(C1v)=VAL(D$)
680 U0=1
690 GOTO 490
700 U0=0
710 IF Xx=1 THEN U0=1
720 GOSUB 2690
730 FOR I=1 TO 5
740 ON I GOSUB 2730,2820,2910,3000,3090
750 NEXT I
760 BEEP
770 LINPUT "QUE DATO DESEA CORREGIR      ?",D$
780 IF D$="" THEN GOTO 860
790 GOSUB Dat1
800 IF W1=1 THEN GOTO 770
810 Y1=VAL(D$)
820 IF (Y1<1) OR (Y1>5) THEN GOTO 760
830 ON Y1 GOSUB 2750,2840,2930,3020,3110
840 U0=1
850 GOTO 720
860 FOR I=1 TO N
870 X(I)=Xii+(I-1)*Ax
880 NEXT I
890 X12=ABS(X1-X2)
900 FOR I=2 TO N-1
910 Xi=X(I)
920 Xim1=X(I-1)
930 Xip1=X(I+1)

```

```

940  Yi=V(I)
950  Yim1=V(I-1)
960  Yip1=V(I+1)
970  X=Xi-Xim1
980  H=Xip1-Xim1
990  Work(I)=.5*X/H
1000 T=((Yip1-Yi)/(Xip1-Xi)-(Yi-Yim1)/X)/H
1010 S(I)=2*T
1020 G(I)=3*T
1030 NEXT I
1040 S(1)=S(N)=0
1050 ! W ES EL FACTOR DE RELAJACION
1060 W=8-4*SGR(3)
1070 U=0
1080 FOR I=2 TO N-1
1090 T=W*(-S(I)-Work(I)*S(I-1)-(.5-Work(I))*S(I+1)+G(I))
1100 H=ABS(T)
1110 IF H>U THEN U=H
1120 S(I)=S(I)+T
1130 NEXT I
1140 IF U=>Eps THEN GOTO 1070
1150 FOR I=1 TO N-1
1160 G(I)=(S(I+1)-S(I))/(X(I+1)-X(I))
1170 NEXT I
1180 I=1
1190 T=Xo
1200 IF T>X(I) THEN GOTO 1240
1210 PRINT LIN(2);"ARGUMENTO FUERA DE LIMITES"
1220 INPUT "ABSCISA EN DONDE EL POTENCIAL ES IGUAL A CERO  ?",Xo
1230 GOTO 1180
1240 I=I+1
1250 IF I>N THEN GOTO 1210
1260 IF T>X(I) THEN GOTO 1240
1270 I=I-1
1280 H=Xo-X(I)
1290 T=Xo-X(I+1)
1300 Xa=H*T
1310 S=S(I)+H*G(I)
1320 Z=1/6
1330 U=Z*(S(I)+S(I+1)+S)
1340 W=(V(I+1)-V(I))/(X(I+1)-X(I))
1350 Deriv=W+(H+T)*U+Z*Xa*G(I)
1360 Rhoi1=10
1370 FOR I=1 TO 100
1380 N1=(M1-M2)*PI/(2*Rhoi1)
1390 N2=(M1+M2)*PI/(2*Rhoi1)
1400 Senhn1=(EXP(N1)-EXP(-N1))/2
1410 Senhn2=(EXP(N2)-EXP(-N2))/2
1420 Coshn1=(EXP(N1)+EXP(-N1))/2
1430 Coshn2=(EXP(N2)+EXP(-N2))/2

```

```

1440 Rhoi2=-PI*X12*Senhn2*Coshn2*Deriv/(4*(Senhn2^2-Senhn1^2))
1450 D=Rhoi2-Rhoi1
1460 IF ABS(D)<=To1 THEN GOTO 1490
1470 Rhoi1=Rhoi2
1480 NEXT I
1490 Aa=X12*SQR(Senhn2^2-Senhn1^2)/(2*Coshn2)
1500 H=X12*SQR(Senhn2^2-Senhn1^2)*Coshn1/(2*Coshn2*Senhn2)
1510 Alfa=ASN(Senhn1/Senhn2)
1520 IF X1>X2 THEN GOTO 1550
1530 Xp=Xo-H*TAN(Alfa)
1540 GOTO 1560
1550 Xp=Xo+H*TAN(Alfa)
1560 Acosa=Aa*COS(Alfa)
1570 Asena=Aa*SIN(Alfa)
1580 FOR I=1 TO N
1590 S(I)=Rhoi2*LOG(((X(I)-Acosa)^2+(H-Asena)^2)/((X(I)+Acosa)^2+(H+Asena)^2))/(2*PI)
1600 NEXT I
1610 Sum=0
1620 FOR I=1 TO N
1630 Sum=Sum+((V(I)-S(I))/V(I))^2
1640 NEXT I
1650 Error=100*SQR(Sum/N)
1660 Sen0=Ww=0
1670 PRINT USING "@"
1680 CALL Prin(A$(*),Xp,H,Alfa,Aa,Error,V(*),S(*),N,M1,M2,X1,X2,Xo)
1690 IF Sen0=0 THEN GOTO 1720
1700 PRINT PAGE;
1710 GOTO 2020
1720 BEEP
1730 LINPUT "QUE DESEA CORREGIR (DEL 1 AL 2) ?",D$
1740 IF D$="" THEN GOTO 2000
1750 GOSUB Dat1
1760 IF W1=1 THEN GOTO 1730
1770 Yy=VAL(D$)
1780 PRINTER IS 16,WIDTH(160)
1790 IF (Yy<1) OR (Yy>2) THEN GOTO 1720
1800 ON Yy GOTO 1830,1810
1810 Xx=1
1820 GOTO 480
1830 BEEP
1840 LINPUT "CLAVE DEL DATO QUE DESEA CORREGIR ?",D$
1850 IF D$="" THEN GOTO 1940
1860 GOSUB Dat1
1870 IF W1=1 THEN GOTO 1840
1880 Zz=VAL(D$)
1890 IF (Zz<1) OR (Zz>5) THEN GOTO 1830
1900 U0=0
1910 ON Zz GOSUB 2750,2840,2930,3020,3110
1920 Ww=1

```

```

1930 GOTO 1840
1940 IF Ww=0 THEN GOTO 1720
1950 U0=1
1960 FOR I=1 TO 5
1970 ON I GOSUB 2810,2820,2910,3000,3090
1980 NEXT I
1990 GOTO 1720
2000 IF Ww=1 THEN GOTO 860
2010 IF Sen0=1 THEN GOTO 2190
2020 BEEP
2030 LINPUT "DESEA IMPRIMIR ESTOS DATOS (S/N) ?",D$
2040 GOSUB Dat0
2050 IF W0=1 THEN GOTO 2030
2060 IF D$[1,1]="N" THEN GOTO 1720
2070 IF Sen1=1 THEN GOTO 2130
2080 BEEP
2090 LINPUT "SE ENCUENTRA LISTO EL PAPEL DE [11 X 8 5/8'' ] 12
(S/N) ?",D$
2100 GOSUB Dat0
2110 IF W0=1 THEN 2090
2120 IF D$="N" THEN GOTO 2020
2130 PRINTER IS 7,1,WIDTH(226)
2140 PRINT CHR$(27)&CHR$(69);
2150 PRINT CHR$(27)&CHR$(110);
2160 PRINT CHR$(27)&"&k4s";
2170 Sen1=Sen0=1
2180 GOTO 1680
2190 PRINTER IS 16,WIDTH(180)
2200 BEEP
2210 LINPUT "DESEA PROCESAR ESTE PROGRAMA DE NUEVO (S/N) ?",D$
2220 GOSUB Dat0
2230 IF W0=1 THEN GOTO 2210
2240 IF D$="S" THEN GOTO 150
2250 PRINT USING "@"
2260 PRINT TAB(20);" FIN DEL PROGRAMA *** LAMINA *** "
2270 END
2280 Dat0: W0=0
2290 IF D$="" THEN D$="N"
2300 IF (D$("<"S")) AND (D$("<"N")) THEN GOTO 2320
2310 RETURN
2320 W0=1
2330 FOR Jy=1 TO 80
2340 BEEP
2350 DISP " PRESIONE S PARA AFIRMAR, CONT O
N PARA NEGAR "
2360 NEXT Jy
2370 RETURN
2380 Dat1: W1=0
2390 ON ERROR GOTO 2530
2400 FOR J=1 TO LEN(D$)

```

```

2410 Y=VAL(D$(J,J))
2420 NEXT J
2430 OFF ERROR
2440 RETURN
2450 Dat2: W1=0
2460 ON ERROR GOTO 2530
2470 FOR J=1 TO LEN(D$)
2480 IF (D$(J,J)=".") OR (D$(J,J)="-") THEN GOTO 2500
2490 Y=VAL(D$(J,J))
2500 NEXT J
2510 OFF ERROR
2520 RETURN
2530 W1=1
2540 FOR Jy=1 TO 80
2550 BEEP
2560 DISP "          EL DATO TECLEADO ES INCORRECTO, DA EL CORRECTO
POR FAVOR          "
2570 NEXT Jy
2580 RETURN
2590 Tem0: PRINT I;TAB(5);").-  POTENCIAL DE CAMPO      V (";I;")";T
AB(52);
2600 IF U0=1 THEN GOTO 2670
2610 DISP "CUAL ES EL VALOR DEL POTENCIAL DE CAMPO      V (";I;")      ";
2620 LINPUT D$
2630 IF D$="" THEN D$=VAL$(V(I))
2640 GOSUB Dat2
2650 IF W1=1 THEN GOTO 2610
2660 V(I)=VAL(D$)
2670 PRINT USING "5DZ.3D";V(I)
2680 RETURN
2690 PRINT USING "@"
2700 PRINT "CLAVE";SPA(12);"C O N C E P T O";SPA(20);"DESCRIPCIO
N"
2710 PRINT
2720 RETURN
2730 PRINT I;TAB(5);").-  AMPLITUD DEL MINIMO";TAB(53);
2740 IF U0=1 THEN GOTO 2800
2750 LINPUT "CUAL ES EL VALOR DE LA AMPLITUD DEL MINIMO      ?";D$
2760 IF D$="" THEN D$=VAL$(M1)
2770 GOSUB Dat2
2780 IF W1=1 THEN GOTO 2750
2790 M1=VAL(D$)
2800 PRINT USING "3DZ.2D";M1
2810 RETURN
2820 PRINT I;TAB(5);").-  AMPLITUD DEL MAXIMO";TAB(53);
2830 IF U0=1 THEN GOTO 2890
2840 LINPUT "CUAL ES EL VALOR DE LA AMPLITUD DEL MAXIMO      ?";D$
2850 IF D$="" THEN D$=VAL$(M2)
2860 GOSUB Dat2
2870 IF W1=1 THEN GOTO 2840

```

```

2880 M2=VAL(D$)
2890 PRINT USING "3DZ.2D";M2
2900 RETURN
2910 PRINT I;TAB(5);").- ABSCISA DEL PUNTO MINIMO";TAB(53);
2920 IF U0=1 THEN GOTO 2980
2930 LINPUT "CUAL ES EL VALOR DE LA ABSCISA EN EL PUNTO MINIMO  ?";D
$
2940 IF D$="" THEN D$=VAL$(X1)
2950 GOSUB Dat2
2960 IF W1=1 THEN GOTO 2930
2970 X1=VAL(D$)
2980 PRINT USING "3DZ.2D";X1
2990 RETURN
3000 PRINT I;TAB(5);").- ABSCISA DEL PUNTO MAXIMO";TAB(53);
3010 IF U0=1 THEN GOTO 3070
3020 LINPUT "CUAL ES EL VALOR DE LA ABSCISA EN EL PUNTO MAXIMO  ?";D
$
3030 IF D$="" THEN D$=VAL$(X2)
3040 GOSUB Dat2
3050 IF W1=1 THEN GOTO 3020
3060 X2=VAL(D$)
3070 PRINT USING "3DZ.2D";X2
3080 RETURN
3090 PRINT I;TAB(5);").- ABSCISA DONDE EL POTENCIAL ES IGUAL A CERO"
;TAB(53);
3100 IF U0=1 THEN GOTO 3160
3110 LINPUT "CUAL ES EL VALOR DE LA ABSCISA EN DONDE EL POTENCIAL ES
IGUAL A CERO  ?";D$
3120 IF D$="" THEN D$=VAL$(X0)
3130 GOSUB Dat2
3140 IF W1=1 THEN GOTO 3110
3150 X0=VAL(D$)
3160 PRINT USING "3DZ.2D";X0
3170 RETURN
3180 SUB Prin(A$(*),Xp,H,Alfa,Aa,Error,Aa(*),Bb(*),N,M1,M2,X1,X2,X0)
3190 DIM Lin$(155)
3200 READ T1$,T2$,T4$
3210 Ea=Eb=Ec=Ed=0
3220 FOR I=1 TO N
3230 IF Aa(I)>Ea THEN Ea=Aa(I)
3240 IF Bb(I)>Eb THEN Eb=Bb(I)
3250 IF Aa(I)<Ec THEN Ec=Aa(I)
3260 IF Bb(I)<Ed THEN Ed=Bb(I)
3270 NEXT I
3280 Ec=ABS(Ec)
3290 Ed=ABS(Ed)
3300 IF Ea-Eb<=0 THEN Vmax=Eb
3310 IF Ea-Eb>0 THEN Vmax=Ea
3320 IF Ec>Ed THEN GOTO 3350
3330 Vmin=-Ed-.1

```

```

3340 GOTO 3360
3350 Vmin=-Ec-.1
3360 IF Vmax-Vmin<=0 THEN Hmax=Vmin
3370 IF Vmax-Vmin>0 THEN Hmax=Vmax
3380 ! SUB. PINTA          #####
3390 PRINT " Numero de puntos=";N,LIN(1)
3400 PRINT "IDENTIFICACION :";A$(1)
3410 PRINT
3420 PRINT "OBSERVACIONES :";A$(2)
3430 PRINT
3440 PRINT "LAS CARACTERISTICAS DE CUERPO DADO SON:"
3450 PRINT "ABSCISA DE CENTRO DE DIPOLO";TAB(50);
3460 PRINT USING "3DZ.3D";Xp
3470 PRINT "PROFUNDIDAD DE CENTRO DEL DIPOLO";TAB(50);
3480 PRINT USING "3DZ.3D";H
3490 PRINT "ANGULO DE POLARIZACION C/RESP. A LA HORIZONTAL";TAB(50);
3500 PRINT USING "3DZ.3D";Alfa
3510 PRINT "SEMILARGO DEL DIPOLO";TAB(50);
3520 PRINT USING "3DZ.3D";Aa
3530 PRINT LIN(1)
3540 PRINT TAB(10);"Error cuadratico medio =";Error,LIN(1)
3550 PRINT "PTOS Vcamp          **=POTENCIAL DE CAMPO          @@=MODELO
      Smod "
3560 PRINT
3570 Lin$[1,55]=" "
3580 Qa=Vmax-Vmin
3590 Ie=INT(55*(-Vmin/Qa)+.5)
3600 IF Ie=0 THEN Ie=1
3610 Lin$[Ie,Ie]=T2$
3620 FOR I=1 TO N
3630 Ii=INT(55*((Aa(I)-Vmin)/Qa)+.5)
3640 IF Ii=0 THEN Ii=1
3650 Ij=INT(55*((Bb(I)-Vmin)/Qa)+.5)
3660 IF Ij=0 THEN Ij=1
3670 IF Ii=Ij THEN GOTO 3760
3680 Lin$[Ii,Ij]=T1$
3690 Lin$[Ij,Ij]=T4$
3700 PRINT USING 3710;I,Aa(I),Lin$[1,55],Bb(I)
3710 IMAGE 22,4DZ.3D,X,55A,X,4DZ.3D
3720 Lin$[Ii,Ii]=T3$
3730 Lin$[Ij,Ij]=T3$
3740 Lin$[Ie,Ie]=T2$
3750 GOTO 3800
3760 Lin$[Ii,Ii]=T4$
3770 PRINT USING 3710;I,Aa(I),Lin$[1,55],Bb(I)
3780 Lin$[Ii,Ii]=T3$
3790 Lin$[Ie,Ie]=T2$
3800 NEXT I
3810 PRINT
3820 PRINT " 1).- DATOS GENERALES P/MODELO";TAB(45);"2).- POTENCIAL

```

```
DE CAMPO"
3830 PRINT
3840 PRINT "1).- AMPLITUD DEL MINIMO";TAB(55);
3850 PRINT USING "4DZ.3D";M1
3860 PRINT "2).- AMPLITUD DEL MAXIMO";TAB(55);
3870 PRINT USING "4DZ.3D";M2
3880 PRINT "3).- ABSCISA DEL PUNTO MINIMO";TAB(55);
3890 PRINT USING "4DZ.3D";X1
3900 PRINT "4).- ABSCISA DEL PUNTO MAXIMO";TAB(55);
3910 PRINT USING "4DZ.3D";X2
3920 PRINT "5).- ABSCISA EN DONDE EL POTENCIAL ES IGUAL A CERO";TAB(
55);
3930 PRINT USING "4DZ.3D";X0
3940 DATA *,+,@
3950 SUBEND
```

numero de puntos= 16

IDENTIFICACION : INTERPRETACION AUTOMATICA DE UNA ANOMALIA TEORICA DE SP

OBSERVACIONES :

LAS CARACTERISTICAS DE CUERPO DADO SON:

ABSCISA DE CENTRO DE DIPOLO	- .577
PROFUNDIDAD DE CENTRO DEL DIPOLO	29.852
ANGULO DE POLARIZACION C/RESP. A LA HORIZONTAL	29.287
SEMILARGO DEL DIPOLO	39.809

Error cuadratico medio = 6.12344836132

PTOS	Vcamp	**=POTENCIAL DE CAMPO	ee=MODELO	Smod
01	0.990		+ e	0.984
02	1.033		+ e*	1.028
03	1.067		+ e	1.064
04	1.081		+ e	1.081
05	1.058		+ e	1.063
06	0.976		+ e	0.985
07	0.808		+ e	0.822
08	0.529		+ e	0.549
09	0.128		+e	0.155
10	-.395		e +	-.360
11	-1.046		e +	-.999
12	-1.849		e +	-1.784
13	-2.859	*e	+ +	-2.762
14	-4.006 * e		+ +	-3.854
15	-4.138 *e		+ +	-4.000
16	-3.359	*e	+ +	-3.273

1).- DATOS GENERALES P/MODELO

2).- POTENCIAL DE CAMPO

1).- AMPLITUD DEL MINIMO	4.138
2).- AMPLITUD DEL MAXIMO	1.081
3).- ABSCISA DEL PUNTO MINIMO	35.000
4).- ABSCISA DEL PUNTO MAXIMO	-70.000
5).- ABSCISA EN PONDE EL POTENCIAL ES IGUAL A CERO	-17.320

```

10      ! ****  PROGRAMA CVT  ****
20      OPTION BASE 1
30      DIM X(50),Z(50),V(50),Vc(50),As$(6)[80]
40      As$(1)="#####"
#####
50      As$(2)="####  ESTE PROGRAMA REALIZA LA CORRECCION TOPOGRAFICA D
E      ####"
60      As$(3)="####  LAS ANOMALIAS DE SP PROBOCADAS POR FUENTES PUNTUA
-      ####"
70      As$(4)="####  LES, O PRODUCIDAS POR CUERPOS DE FORMA ESFEROIDAL
.      ####"
80      As$(5)="#####"
#####
90      INPUT "TITULO ?",As$(6)
100     INPUT "NUMERO DE MUESTRAS ?",N
110     INPUT "TIPO DE CUERPO ? : FUENTE PUNTUAL=0, ESFERA=1",Job
120     INPUT "PROFUNDIDAD DEL CUERPO, EN METROS ?",H
130     DEG
140     REDIM X(N),Z(N),V(N),Vc(N)
150     FOR I=1 TO N
160     READ X(I),Z(I),V(I)
170     NEXT I
180     IF Job=0 THEN Punto
190     INPUT "INCLINACION EN GRADOS DEL VECTOR DE POLARIZACION ?",Alfa
200     FOR I=1 TO N
210     A=((X(I)*COS(Alfa)-H*SIN(Alfa))/(X(I)*COS(Alfa)-(H-Z(I))*SIN(Alfa
))
220     B=((X(I)^2+(H-Z(I))^2)/(X(I)^2+H^2))^1.5
230     F=A*B
240     Vc(I)=F*V(I)
250     NEXT I
260     GOTO 300
270 Punto: FOR I=1 TO N
280     F=SQR((X(I)^2+(Z(I)-H)^2)/(X(I)^2+H^2))
290     Vc(I)=F*V(I)
300     FIXED 3
310     FOR I=1 TO 5
320     PRINT As$(I)
330     NEXT I
340     IF Job=0 THEN 370
350     As$(1)="LA ANOMALIA PERTENECE A UN CUERPO ESFEROIDAL"
360     GOTO 380
370     As$(1)="LA ANOMALIA ES PRODUCIDA POR UNA FUENTE PUNTUAL"
380     PRINT LIN(2),As$(6),LIN(1),As$(1)
390     PRINT LIN(1),"QUE SE ENCUENTRA A UNA PROFUNDIDAD DE ";H;" metros
",LIN(2)
400     PRINT SPA(5),"TABLA DE RESULTADOS ",LIN(2)
410     PRINT SPA(5),"-----"
-----"

```

```

420 PRINT SPA(5),"!      !      !      !      !
!"
430 PRINT SPA(5),"! I      ! X(I)      ! Z(I)      ! V(I)      ! Vc(I)
!"
440 PRINT SPA(5),"!      ! metros      ! metros      ! MV      ! MV
!"
450 PRINT SPA(5),"!      !      !      !      !
!"
460 PRINT SPA(5),"-----"
470 PRINT SPA(5),"!      !      !      !      !
!"
480 FOR I=1 TO N
490 PRINT USING 500;I,X(I),Z(I),V(I),Vc(I)
500 IMAGE ,5X,"! ",ZZZ," ! ",DDD.DD," ! ",DDD.DD," ! ",DDDD.DD,
" ! ",DDDD.DD," !"
510 NEXT I
520 PRINT SPA(5),"!      !      !      !      !
!"
530 PRINT SPA(5),"-----"
540 FOR I=1 TO N
550 Z(I)=Z(I)+H
560 NEXT I
570 INPUT "POTENCIAL MINIMO ?",Umin
580 INPUT "ABSCISA DEL POTENCIAL MINIMO ?",Xmin
590 INPUT "ORDENADA DEL POTENCIAL MINIMO ?",Zmin
600 Rmin=SQR(Xmin^2+Zmin^2)
610 Error=0
620 IF Job=0 THEN 700
630 Teta=90-Alfa-ASN(Xmin/Rmin)
640 K=Rmin^2*Umin/COS(Teta)
650 FOR I=1 TO N
660 R=SQR(X(I)^2+Z(I)^2)
670 Teta=90-Alfa-ASN(X(I)/R)
680 Error=Error+ABS(1-ABS(K*COS(Teta)/(V(I)*R^2)))
690 GOTO 740
700 K=Umin*Rmin
710 FOR I=1 TO N
720 R=SQR(X(I)^2+Z(I)^2)
730 Error=Error+ABS(1-ABS(V(I)*R/K))
740 Empi=100*Error/N
750 PRINT LIN(2),"ERROR MEDIO PORCENTUAL DE INTERPRETACION:",LIN(1),
"EMPI= ";Empi;" %"
760 DATA -69,57,23
770 DATA -64,55.036,26
780 DATA -59,53.072,30
790 DATA -54,51.108,31
800 DATA -49,49.144,33
810 DATA -44,47.180,34
820 DATA -39,45.216,34
830 DATA -34,43.252,31
840 DATA -29,41.288,26

```

850 DATA -19,37.360,11
860 DATA -14,35.396,-5
870 DATA -9,33.432,-40
880 DATA -4,31.468,-66
890 DATA 1,29.504,-84
900 DATA 6,27.540,-106
910 DATA 11,25.576,-123
920 DATA 16,23.612,-105
930 DATA 21,21.648,-77
940 DATA 26,19.684,-45
950 DATA 31,17.720,-20
960 DATA 41,13.792,16
970 DATA 46,11.828,34
980 DATA 51,9.864,40
990 DATA 56,7.900,44
1000 DATA 61,5.936,44
1010 DATA 66,3.972,29.5
1020 DATA 71,2.008,24
1030 END

 ##### ESTE PROGRAMA REALIZA LA CORRECCION TOPOGRAFICA DE #####
 ##### LAS ANOMALIAS DE SP PROBOCADAS POR FUENTES PUNTUA- #####
 ##### LES, O PRODUCIDAS POR CUERPOS DE FORMA ESFEROIDAL. #####
 #####

ANOMALIA SARIYER
 LA ANOMALIA PERTENECE A UN CUERPO ESFEROIDAL

QUE SE ENCUENTRA A UNA PROFUNDIDAD DE 26.000 metros

TABLA DE RESULTADOS

I	X(I) metros	Z(I) metros	V(I) mV	Vc(I) mV
001	-69.00	57.00	23.00	37.12
002	-64.00	55.04	26.00	41.52
003	-59.00	53.07	30.00	47.21
004	-54.00	51.11	31.00	47.82
005	-49.00	49.14	33.00	49.51
006	-44.00	47.18	34.00	49.08
007	-39.00	45.22	34.00	46.49
008	-34.00	43.25	31.00	39.21
009	-29.00	41.29	26.00	29.38
010	-24.00	39.32	20.00	19.13
011	-19.00	37.36	11.00	8.19
012	-14.00	35.40	-5.00	-2.56
013	-9.00	33.43	-40.00	-11.83
014	-4.00	31.47	-66.00	-12.93
015	1.00	29.50	-84.00	.98
016	6.00	27.54	-106.00	1.24
017	11.00	25.58	-123.00	.86
018	16.00	23.61	-105.00	-3.91
019	21.00	21.65	-77.00	-9.37
020	26.00	19.68	-45.00	-10.34

ERROR MEDIO PORCENTUAL DE INTERPRETACION:
 EMPI= 4.554 %

```

10  ! **** INUMAT ***
20  ! PROGRAMA PARA PRUEBA DE LAS SUBROUTINAS Hecomp Y Holve
30  ! REALIZA LA INVERSION DE UN SISTEMA LINEAL DE 'M' INCOGNITAS
40  ! POR 'N' ECUACIONES
50  !
60  OPTION BASE 1
70  LINK "Hecomp;HB,0,0",500
80  LINK "Holve;HB,0,0",1500
90  REAL A(20,20),U(20),B(20)
100 INTEGER Mdim,M,N
110 INPUT "DE EL NUMERO DE ECUACIONES      ?","M
120 INPUT "DE EL NUMERO DE INCOGNITAS     ?","N
130 REDIM A(1:M,1:N),U(1:M),B(1:M)
140 MAT READ A
150 MAT READ B
160 Mdim=M
170 CALL Hecomp(Mdim,M,N,A(*),U(*))
180 CALL Holve(Mdim,M,N,A(*),U(*),B(*))
190 !
200 ! VECTOR SOLUCION EN B(*)
210 !
220 PRINT "EL VECTOR SOLUCION ES EL SIGUIENTE:"
230 PRINT LIN(3)
240 FOR J=1 TO M
250 PRINT SPA(3);"X (";J;" )=      ";B(J)
260 NEXT J
270 END
280 DATA 1,5,4,3,8
290 DATA 7,8,5,4,8
300 DATA 2,0,4,7,3
310 DATA 7,4,8,5,1
320 DATA 1,2,2,4,0
330 DATA 6,9,6,3,0

```

```

10  SUB Hecomp(INTEGER Mdim,M,N,REAL A(*),U(*))
20  !
30  ! HOUSEHOLDER REDUCTION OF RECTANGULAR MATRIX TO UPPER
40  ! TRIANGULAR FORM. USE Holve FOR LEAST SQUARES.
50  !
60  !
70  ! Mdim = MAXIMUM NUMBER OF ROWS OF A
80  ! M    = NUMBER OF ROWS OF A
90  ! N    = NUMBER OF COLUMNS OF A
100 ! A    = M-BY-N MATRIX WITH M.GT.N
110 !     INPUT. MATRIX TO BE REDUCED
120 !     OUTPUT. REDUCED MATRIX AND INFORMATION ABOUT REDUCTION
130 ! U    = M - VECTOR
140 !     INPUT. IGNORED
150 !     OUTPUT. INFORMATION ABOUT REDUCTION
160 !
170 !
180 REAL Alfa,Beta,Gamma
190 FOR K=1 TO N
200 !
210 !     FIND REFLECTION WHICH ZEROES A(I,K), I=1K+1,.....,M
220 !
230 Alfa=0
240 FOR I=K TO M
250 U(I)=A(I,K)
260 Alfa=Alfa+U(I)^2
270 NEXT I
280 Alfa=SQR(Alfa)
290 IF U(I)<0 THEN Alfa=-Alfa
300 U(K)=U(K)+Alfa
310 Beta=Alfa*U(K)
320 A(K,K)=-Alfa
330 IF (Beta=0) OR (K=N) THEN 480
340 !
350 !     APPLY REFLECTIONS TO REMAINING COLUMNS OF A
360 !
370 Kp1=K+1
380 FOR J=Kp1 TO N
390 Gamma=0
400 FOR I=K TO M
410 Gamma=Gamma+U(I)*A(I,J)
420 NEXT I
430 Gamma=Gamma/Beta
440 FOR I=K TO M
450 A(I,J)=A(I,J)-Gamma*U(I)
460 NEXT I
470 NEXT J
480 NEXT K
490 !
500 !     TRIANGULAR RESULTS STORED IN A(I,J),I.LT.J
510 !     VECTORS DEFINING REFLECTIONS STORED IN U AND REST OF A
520 !
530 SUBEND

```

```

10  SUB Holve(INTEGER Mdim,M,N,REAL A(*),U(*),B(*))
20  !
30  ! LEAST SQUARES SOLUTION OF OVERDETERMINED SYSTEM
40  ! FIND X THAT MINIMIZES NORM(A*X-B)
50  !
60  ! Mdim,M,N,A,U.. RESULTS FROM Hecomp
70  ! B = M-VECTOR
80  !     INPUT. RIGHT HAND SIDE
90  !     OUTPUT. FIRST N COMPONENTS = THE SOLUTION X.
100 !     LAST M-N COMPONENTS = TRANSFORMED RESIDUAL
110 ! DIVISION BY ZERO IMPLIES A MOT OF FULL RANK
120 !
130 !     APPLY REFLECTIONS TO B
140 !
150 REAL Beta,Gamma,T
160 FOR K=1 TO N
170   T=A(K,K)
180   Beta=-U(K)*A(K,K)
190   A(K,K)=U(K)
200   Gamma=0
210   FOR I=K TO M
220     Gamma=Gamma+A(I,K)*B(I)
230   NEXT I
240   Gamma=Gamma/Beta
250   FOR I=K TO M
260     B(I)=B(I)-Gamma*A(I,K)
270   NEXT I
280   A(K,k)=T
290 NEXT K
300 !
310 !     BACK SUBSTITUTION
320 !
330 FOR Kb=1 TO N
340   K=N+1-Kb
350   B(K)=B(K)/A(K,K)
360   IF K=1 THEN 410
370   Km1=K-1
380   FOR I=1 TO Km1
390     B(I)=B(I)-A(I,K)*B(K)
400   NEXT I
410 NEXT Kb
420 SUBEND

```

RESULTADOS DEL PROGRAMA *** INVMAT ***

EL VECTOR SOLUCION ES EL SIGUIENTE:

X (1)=	.866050808307
X (2)=	-.717090069288
X (3)=	-.374133949161
X (4)=	.329099307131
X (5)=	1.15357967669

```

10   ! ***   PROGRAMA REL2D   ***
20   A$(1)="@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
@@@@@@@@@@@@@@@@"
30   A$(2)="@@ ESTE PROGRAMA CALCULA LA DISTRIBUCION DEL CAMPO POTEN
CIAL, POR @@"
40   A$(3)="@@ EL METODO DE RELAJACION, EN UNA REJILLA CUADRADA DE I
x POR Iz. @@"
50   A$(4)="@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@@
@@@@@@@@@@@@@@@@"
60   OPTION BASE 1
70   DIM A$(4)[80]
80   FOR I=1 TO 4
90   PRINT A$(I)
100  NEXT I
110  DIM Phi(231),Conx(231),Conz(231),Aname$(80)
120  Kat=200
130  Tol=.001
140  PRINT LIN(3)
150  LET Aname$="ANOMALIA DE UN DIQUE INCLINADO 63 GRADOS"
160  PRINT Aname$,LIN(3)
170  READ Ix,Iz
180  Iend=Ix*Iz
190  FOR I=1 TO Iend
200  Phi(I)=0
210  Conx(I)=1
220  Conz(I)=1
230  NEXT I
240  ! SE ESTABLECEN CONDICIONES A LA FRONTERA
250  FOR I=1 TO Iend STEP Ix
260  Phi(I)=Ix-6
270  NEXT I
280  FOR I=Ix TO Iend STEP Ix
290  Phi(I)=16-Ix
300  NEXT I
310  ! SE LEEN PUNTOS ANOMALOS
320  READ Jpts
330  FOR J=1 TO Jpts
340  READ Ii
350  READ Conx(Ii),Conz(Ii)
360  NEXT J
370  FOR K=1 TO Kat
380  BEEP
390  Res=0
400  Istop=Ix-1
410  FOR I=2 TO Istop
420  Ddf=(Conx(I)*Phi(I+1)+Conx(I-1)*Phi(I-1)+2*Conz(I)*Phi(I+Ix))/(C
onx(I)+Conx(I-1)+2*Conz(I))
430  Gaf=ABS(Ddf-Phi(I))
440  IF Gaf>Res THEN Res=Gaf
450  Phi(I)=1.8*Ddf-.8*Phi(I)
460  NEXT I
470  Iistrt=Ix+2
480  Iistop=Iend-2*Ix+2
490  FOR Ii=Iistrt TO Iistop STEP Ix
500  Istop=Ii+Ix-3

```

```

510  FOR I=Ii TO Istop
520  Ddf=(Conx(I)*Phi(I+1)+Conx(I-1)*Phi(I-1)+Conz(I+Ix)*Phi(I+Ix)+Co
nz(I-Ix)*Phi(I-Ix))/(Conx(I)+Conx(I-1)+Conz(I+Ix)+Conz(I-Ix))
530  Gaf=ABS(Ddf-Phi(I))
540  IF Gaf>Res THEN Res=Gaf
550  Phi(I)=1.8*Ddf-.8*Phi(I)
560  NEXT I
570  NEXT Ii
580  Istrt=Iend-Ix+2
590  Istop=Iend-1
600  FOR I=Istrt TO Istop
610  Ddf=(Conx(I)*Phi(I+1)+Conx(I-1)*Phi(I-1)+2*Conz(I-Ix)*Phi(I-Ix))
/(Conx(I)+Conx(I-1)+2*Conz(I-Ix))
620  Gaf=ABS(Ddf-Phi(I))
630  IF Gaf>Res THEN Res=Gaf
640  Phi(I)=1.8*Ddf-.8*Phi(I)
650  NEXT I
660  IF Res<Tol THEN GOTO 700
670  NEXT K
680  PRINT "RESIDUO= ";Res,"ITERACION= ";K
690  GOTO 720
700  PRINT "ITERACION= ";K,"RESIDUO= ";Res
710  PRINT LIN(3)
720  PRINT "DISTRIBUCION DEL CAMPO POTENCIAL",LIN(2)
730  FIXED 3
740  MAT PRINT Phi;
750  PRINT LIN(24),SPA(10),"TABLA DE RESULTADOS",LIN(2)
760  PRINT SPA(10);"NODO";SPA(10);"POTENCIAL";SPA(10);"CAMPO ELECTRIC
0"
770  PRINT SPA(10);"      ";SPA(10);" (mv)      ";SPA(10);"      (mv/m)";LI
N(1)
780  FOR I=1 TO Ix-1
790  J=I+Ix
800  Phi(J)=Phi(I)-Phi(I+1)
810  PRINT USING 820;I,Phi(I),Phi(J)
820  IMAGE ,10X,ZZ,12X,DDD.DDD,16X,DD.DD
830  NEXT I
840  I=I+1
850  PRINT USING 860;I,Phi(I)
860  IMAGE ,10X,ZZ,12X,DDD.DDD
870  DATA 21,11
880  DATA 14
890  DATA 9,1,100000
900  DATA 30,1,100000
910  DATA 51,100000,1
920  DATA 52,1,100000
930  DATA 73,1,100000
940  DATA 94,100000,1
950  DATA 95,1,100000
960  DATA 116,1,100000
970  DATA 137,100000,1
980  DATA 138,1,100000
990  DATA 159,1,100000
1000 DATA 180,100000,1
1010 DATA 181,1,100000
1020 DATA 202,1,100000
1030 END

```


TABLA DE RESULTADOS

NODO	POTENCIAL (MV)	CAMPO ELECTRICO (MV/M)
01	15.000	1.73
02	13.267	1.74
03	11.524	1.76
04	9.760	1.80
05	7.958	1.86
06	6.101	1.93
07	4.166	2.03
08	2.135	2.12
09	.011	.08
10	-.072	.25
11	-.323	.33
12	-.651	.38
13	-1.033	.42
14	-1.456	.46
15	-1.913	.48
16	-2.395	.50
17	-2.896	.51
18	-3.411	.52
19	-3.936	.53
20	-4.466	.53
22	1.733	

```

10  REM PROGRAMA MUFTI
20  OPTION BASE 1
30  DIM A$(4)[80]
40  A$(1)="XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX"
50  A$(2)="***          ESTE PROGRAMA REALIZA UN MODELADO EN RESISTIV
IDAD          ***"
60  A$(3)="***          POR EL METODO DE ISHRAD MUFTI
          ***"
70  A$(4)="XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX"
80  FOR I=1 TO 4
90  PRINT A$(I)
100 NEXT I
110 PRINT LIN(2)
120 SHORT A(40,40),B(40,40),Q(40),E(44)
130 DIM Aname$(80),Phi(40),V(44)
140 DIM Hx(10),Hz(4),Conx(44),Conz(44),As(44),Ae(44),Ap(44),Error(40
)
150 LET Aname$=" ANOMALIA DE DOS ESTRATOS HORIZONTALES"
160 PRINT Aname$,LIN(3)
170 READ Ix,Iz
180 Iend=Ix*Iz
190 MAT READ Hx,HZ
200 FOR I=1 TO 2*Ix
210 V(I)=0
220 Conx(I)=100
230 Conz(I)=100
240 NEXT I
250 FOR I=2*Ix+1 TO Iend
260 V(I)=0
270 Conx(I)=20
280 Conz(I)=20
290 NEXT I
300 ! *** SE CALCULAN LOS COEFICIENTES DE CONDUCTIVIDAD.
310 Ae(1)=(Conx(1)+Conx(2))*Hz(1)/(2*Hx(1)) ! PARA I=J=1
320 As(1)=(Conz(1)+Conz(1+Ix))*Hx(1)/(2*Hz(1))
330 FOR J=2 TO Ix-1 ! PARA I=1
340 Ae(J)=(Conx(J)+Conx(J+1))*Hz(1)/2*Hx(J)
350 As(J)=(Conz(J)+Conz(J+Ix))*(Hx(J)+Hx(J-1))/(4*Hz(1))
360 NEXT J
370 As(Ix)=(Conz(Ix)+Conz(Ix+Ix))*Hx(Ix-1)/(2*Hz(1)) ! PARA I=1, J
=Ix
380 FOR J=2 TO Iz-1 ! PARA J=1
390 N=(I-1)*Ix+1
400 Ae(N)=(Conx(N)+Conx(N+1))*(Hz(I)+Hz(I-1))/(4*Hx(1))
410 As(N)=(Conz(N)+Conz(N+Ix))*Hx(1)/(2*Hz(I))
420 FOR I=2 TO Iz-1 ! CASO GENERA
L
430 FOR J=2 TO Ix-1
440 N=(I-1)*Ix+J
450 Ae(N)=(Conx(N)+Conx(N+1))*(Hz(I-1)+Hz(I))/(4*Hx(J))
460 As(N)=(Conz(N)+Conz(N+Ix))*(Hx(J)+Hx(J-1))/(4*Hz(I))

```

```

470 NEXT J
480 NEXT I
490 FOR I=2 TO Iz-1 ! PARA J=Ix
500 N=I*Ix
510 As(N)=(Conz(N)+Conz(N+Ix))*Hx(Ix-1)/(2*Hz(I))
520 N=(Iz-1)*Ix+1 ! PARA I=Iz,
J =1
530 Ae(N)=(Conx(N)+Conx(N+1))*Hz(Iz-1)/(2*Hx(1))
540 FOR J=2 TO Ix-1 ! PARA I=Iz
550 N=(Iz-1)*Ix+J
560 Ae(N)=(Conx(N)+Conx(N+1))*Hz(Iz-1)/(2*Hx(J))
570 NEXT J
580 Ap(1)=Ae(1)+As(1)
590 FOR J=2 TO Ix-1
600 Ap(J)=Ae(J-1)+2*As(J)+Ae(J)
610 NEXT J
620 Ap(Ix)=Ae(Ix-1)+As(Ix)
630 FOR I=2 TO Iz-1
640 N=(I-1)*Ix+1
650 Ap(N)=As(N-Ix)+2*Ae(N)+As(N)
660 NEXT I
670 FOR I=2 TO Iz-1
680 FOR J=2 TO Ix-1
690 N=(I-1)*Ix+J
700 Ap(N)=Ae(N-1)+As(N-Ix)+Ae(N)+As(N)
710 NEXT J
720 NEXT I
730 FOR I=2 TO Iz-1
740 N=I*Ix
750 Ap(N)=2*Ae(N-1)+As(N-Ix)+As(N)
760 NEXT I
770 N=(Iz-1)*Ix+1
780 Ap(N)=As(N-Ix)+Ae(N)
790 FOR J=2 TO Ix-1
800 N=(Iz-1)*Ix+J
810 Ap(N)=2*As(N-Ix)+Ae(N-1)+Ae(N)
820 NEXT J
830 Ap(Iend)=2*As(Iend-Ix)+2*Ae(Iend-1)
840 ! *** SE REAGRUPAN LOS COEFICIENTES.
850 Ixx=Ix-1
860 M=Iz*Ixx
870 REDIM A(M,M),B(M,M),Phi(M),Q(M)
880 A(1,1)=-Ap(1)
890 A(1,2)=Ae(1)
900 A(1,Ix)=As(1)
910 FOR J=2 TO Ix-2
920 A(J,J)=-Ap(J)
930 A(J,J-1)=Ae(J-1)
940 A(J,J+1)=Ae(J+1)
950 A(J,J+Ixx)=2*As(J)
960 NEXT J
970 J=Ixx
980 A(J,J)=-Ap(J)
990 A(J,J-1)=Ae(J-1)
1000 A(J,J+Ixx)=2*As(J)

```

```

1010 FOR I=2 TO Iz-1
1020 K=(I-1)*Ixx+1
1030 N=(I-1)*Ix+1
1040 A(K,K)=-Ap(N)
1050 A(K,K+1)=2*Ae(N)
1060 A(K,K-Ixx)=As(N-Ix)
1070 A(K,K+Ixx)=As(N)
1080 NEXT I
1090 FOR I=2 TO Iz-1
1100 FOR J=2 TO Ix-2
1110 K=(I-1)*Ixx+J
1120 N=(I-1)*Ix+J
1130 A(K,K)=-Ap(N)
1140 A(K,K+1)=Ae(N)
1150 A(K,K-1)=Ae(N-1)
1160 A(K,K+Ixx)=As(N)
1170 A(K,K-Ixx)=As(N-Ix)
1180 NEXT J
1190 NEXT I
1200 FOR I=2 TO Iz-1
1210 K=I*Ixx
1220 N=I*Ix-1
1230 A(K,K)=-Ap(N)
1240 A(K,K-1)=Ae(N-1)
1250 A(K,K+Ixx)=As(N)
1260 A(K,K-Ixx)=As(N-Ix)
1270 NEXT I
1280 K=(Iz-1)*Ixx+1
1290 N=(Iz-1)*Ix+1
1300 A(K,K)=-Ap(N)
1310 A(K,K+1)=Ae(N)
1320 A(K,K-Ixx)=As(N-Ix)
1330 FOR J=2 TO Ix-2
1340 K=(Iz-1)*Ixx+J
1350 N=(Iz-1)*Ix+J
1360 A(K,K)=-Ap(N)
1370 A(K,K+1)=Ae(N)
1380 A(K,K-1)=Ae(N-1)
1390 A(K,K-Ixx)=2*As(N)
1400 NEXT J
1410 K=M
1420 N=Iend-1
1430 A(K,K)=-Ap(N)
1440 A(K,K-1)=Ae(N-1)
1450 A(K,K-Ixx)=2*As(N-Ix)
1460 ! *** SE INVIERTE LA MATRIZ.
1470 IF ABS(DET(A))>1E-12 THEN 1500
1480 PRINT "*** EL SISTEMA NO TIENE SOLUCION ***"
1490 END
1500 MAT B=INV(A)
1510 ! *** SE LEE LA INTENSIDAD DE CORRIENTE EN mA.
1520 READ Fuente
1530 FOR L=1 TO Ix-2

```

```

1540 PRINT "LA FUENTE ESTA LOCALIZADA EN EL NODO: ";L,LIN(1)
1550 MAT Q=(0)
1560 MAT Error=(0)
1570 MAT Phi=(0)
1580 Q(L)=Fuente
1590 Q(1)=-Q(1)*Hz(1)*Hx(1)
1600 FOR J=2 TO Ix-2
1610 Q(J)=-Q(J)*Hz(1)*(Hx(J)+Hx(J-1))/2
1620 NEXT J
1630 ! *** SE CALCULA LA SOLUCION
1640 MAT Phi=B*Q
1650 MAT Error=A*Phi
1660 MAT Error=Q-Error
1670 FOR I=1 TO Iz
1680 FOR J=1 TO Ixx
1690 N=(I-1)*Ix+J
1700 K=(I-1)*Ixx+J
1710 V(N)=Phi(K)
1720 E(N)=Error(K)
1730 NEXT J
1740 NEXT I
1750 PRINT LIN(1)
1760 PRINT "NODO                VECTOR SOLUCION                VECTOR ERROR ABSOLUTO
",LIN(1)
1770 FOR I=1 TO Iend
1780 PRINT I;TAB(16);V(I);TAB(45);E(I)
1790 NEXT I
1800 PAUSE
1810 NEXT L
1820 DATA 11,4
1830 DATA 3,2,1,1,1,.5,.5,.5,.25,.25
1840 DATA 1,1,2,4
1850 DATA 1000
1860 END

```

```

*****
*** ESTE PROGRAMA REALIZA UN MODELADO EN RESISTIVIDAD ***
*** POR EL METODO DE ISHRAD MUFTI ***
*****

```

ANOMALIA DE DOS ESTRATOS HORIZONTALES

LA FUENTE ESTA LOCALIZADA EN EL NODO: 1

NODO	VECTOR SOLUCION	VECTOR ERROR ABSOLUTO
1	49.038	.0611273
2	14.19939	-.0290985
3	11.14137	.03
4	7.84032	.012
5	5.07879	-.006
6	3.8958	-.0018
7	2.686536	.0033
8	1.65942	.001275
9	1.067157	.00015
10	.483699	-.000075
11	0	0
12	42.9087	-.140208
13	15.32835	.00132084
14	10.20294	-.0114
15	7.5705	-.0036
16	5.2635	.0024
17	3.51024	.00735
18	2.595429	-.00603
19	1.70877	.00108
20	.866799	-.0009
21	.433821	.001635
22	0	0
23	42.909	.054
24	12.78942	-.0125205
25	8.7165	.0104269
26	6.57846	.0156544
27	4.64841	.00053484
28	3.03717	-.00353813
29	2.256105	-.0006396
30	1.493064	.00037875
31	.746109	.000143775
32	.373062	-.00131513
33	0	0
34	.0000928209	-3.99999000000E-09
35	.0000928212	-.000000032
36	.000324876	.000000096
37	.000684558	.00000012
38	.001386516	-.00000072
39	.00278175	.000000201
40	.00400092	-.00000036
41	.00572025	-.00000039
42	.00815466	.00001035
43	.00975405	.00001065
44	0	0

LA FUENTE ESTA LOCALIZADA EN EL NODO: 2

NODO	VECTOR SOLUCION	VECTOR ERROR ABSOLUTO
1	12.09325	-.00942746
2	13.10885	-.00813318
3	9.73715	.045
4	6.6968	.01
5	4.30665	.00125
6	3.295775	-.00325
7	2.27009	.00525
8	1.40157	.001
9	.9012	.0003125
10	.408445	.000125
11	0	0
12	11.980425	.00161105
13	11.472675	.00657512
14	8.50265	-.0235
15	6.37165	-.009
16	4.44095	.0005
17	2.963775	.007375
18	2.191455	-.006675
19	1.442785	.001375
20	.7318675	-.000675
21	.3662875	.001
22	0	0
23	11.98045	.0045
24	9.622825	-.0140833
25	7.163175	.00976264
26	5.49605	.0194731
27	3.9089	.000799325
28	2.5602	-.00313112
29	1.9029525	.000255875
30	1.2597475	-.00057375
31	.62961	.000387656
32	.314825	-.00065325
33	0	0
34	.00007833075	-3.33333000000E-09
35	.000078331	2.33333000000E-08
36	.0002741575	-.000000145
37	.0005776925	.00000025
38	.0011700675	-.00000025
39	.0023474825	.0000014375
40	.003376325	-.00000335
41	.00482725	-.0000035
42	.006881625	.0000141875
43	.0082313	-.0000125
44	0	0

LA FUENTE ESTA LOCALIZADA EN EL NODO: 3

NODO	VECTOR SOLUCION	VECTOR ERROR ABSOLUTO
1	3.596625	.00042034
2	3.576195	.00042782
3	6.98109	-.0075
4	4.428555	.003
5	2.77086	.003
6	2.10135	-.001275
7	1.4407305	.0033
8	.887988	.0004125
9	.5706285	0
10	.258537	-.0001125
11	0	0
12	3.59889	-.00482067
13	3.60909	-.00158307
14	5.10189	-.0015
15	3.98112	-.0015
16	2.80209	.0024
17	1.875225	.00225
18	1.386759	-.00393
19	.9129495	.000825
20	.463086	-.000225
21	.231762	.00042
22	0	0
23	3.59892	.0054
24	3.168585	-.00168652
25	4.04454	.0039283
26	3.33252	.00580226
27	2.433825	.0020618
28	1.60956	-.0023421
29	1.1992275	.000162825
30	.7948845	-.000188025
31	.3974985	.000585731
32	.198789	-.00107636
33	0	0
34	.0000494607	-.000000002
35	.00004946085	-.0000000085
36	.0001731135	.000000018
37	.0003647745	.00000009
38	.0007388205	-.00000015
39	.0014822805	.0000002475
40	.002131935	-.00000189
41	.003048105	-.00000135
42	.004345305	.0000073875
43	.005197545	.000008325
44	0	0

LA FUENTE ESTA LOCALIZADA EN EL NODO: 4

NODO	VECTOR SOLUCION	VECTOR ERROR ABSOLUTO
1	1.83785	.000780009
2	1.77877	.004135
3	3.06185	-.017
4	5.93982	.01
5	3.20853	.0015
6	2.30769	.0025
7	1.53883	.00285
8	.938633	.000625
9	.601023	-.000175
10	.271785	-.000175
11	0	0
12	1.84441	-.00324766
13	1.87396	-.00356317
14	2.95797	.0048
15	3.7444	.0012
16	2.87022	-.0036
17	1.9634	-.0059
18	1.45447	.0022
19	.957589	.00019
20	.485698	-.0007225
21	.243062	.00185
22	0	0
23	1.84442	.0018
24	1.67786	.000115988
25	2.5132	.00120357
26	2.85303	.00521215
27	2.36083	.00202802
28	1.63647	-.000669075
29	1.23347	-.0000791
30	.822576	-.00025585
31	.412464	-.000225638
32	.206427	-.000150425
33	0	0
34	.0000513605	0
35	.0000513605	-.000000005
36	.000179762	-.00000003
37	.000378785	.0000001
38	.000767198	0
39	.00153921	-.00000017
40	.00221382	-.000001
41	.00316517	-.0000003
42	.00451217	.000001275
43	.00539717	-.00000195
44	0	0

LA FUENTE ESTA LOCALIZADA EN EL NODO: 5

NODO	VECTOR SOLUCION	VECTOR ERROR ABSOLUTO
1	1.2588	-.00137931
2	1.2087	-.00036094
3	1.9971	-.004
4	3.29899	.004
5	5.496	.005
6	3.4832	-.0045
7	2.15427	.0045
8	1.27553	.002875
9	.808385	-.000575
10	.363532	.000075
11	0	0
12	1.26437	.00137848
13	1.28942	-.000887661
14	2.08875	.0038
15	2.85141	.0018
16	3.47168	-.0074
17	2.58434	.0134
18	1.92913	-.0078
19	1.2718	-.0023
20	.645247	.0017325
21	.32287	.00037
22	0	0
23	1.26437	0
24	1.16308	-.0014184
25	1.83813	.000396345
26	2.34273	.00287821
27	2.61062	.0043313
28	2.02612	-.00419993
29	1.56829	.0006672
30	1.06048	-.0011635
31	.53506	.0006414
32	.268222	-.000617175
33	0	0
34	.000066736	0
35	.000066736	-.00000002
36	.000233577	.00000005
37	.000492179	.00000002
38	.00099687	.00000024
39	.00199999	-.00000095
40	.00287656	0
41	.0041127	-.0000026
42	.00586296	.0000074
43	.00701287	-.0000085
44	0	0

LA FUENTE ESTA LOCALIZADA EN EL NODO: 6

NODO	VECTOR SOLUCION	VECTOR ERROR ABSOLUTO
1	.508542	-.000153289
2	.4867395	.000379704
3	.790575	-.0009
4	1.21065	.00075
5	1.6689075	.001125
6	4.5004575	.00375
7	2.2592175	.003
8	1.2109125	-.00054375
9	.73968675	.00031875
10	.325905	-.00013125
11	0	0
12	.5109645	-.000252075
13	.52186575	-.00109442
14	.85311	.0022125
15	1.191555	-.0003
16	1.60737	-.0027
17	2.1352125	-.0005625
18	1.66272	.0021
19	1.1073	-.0015
20	.56345925	.00052125
21	.28196925	.00097875
22	0	0
23	.51096675	.000405
24	.4724235	-.0000500213
25	.765285	.0000547088
26	1.030785	.00193631
27	1.31814	.00121935
28	1.4661	-.00214723
29	1.2213375	-.0002127
30	.8574675	.000219263
31	.43985025	.000148134
32	.22145775	-.000673575
33	0	0
34	.000055100775	-9.99998000000E-10
35	.00005510085	.0000000055
36	.00019285275	-.0000000495
37	.0004063695	.00000024
38	.000823065	-.00000018
39	.0016512975	-.0000006375
40	.00237504	.0000012
41	.0033956475	-.000002925
42	.0048407475	.00000440625
43	.00579018	.00000015
44	0	0

LA FUENTE ESTA LOCALIZADA EN EL NODO: 7

NODO	VECTOR SOLUCION	VECTOR ERROR ABSOLUTO
1	.267699	-.0000307011
2	.255957	-.000276396
3	.4134145	.00025
4	.617	.00205
5	.788565	-.00275
6	1.572895	.00325
7	4.02448	.00575
8	1.63717	.00325
9	.87709	.000475
10	.355821	-.000075
11	0	0
12	.2690035	-.000239494
13	.2748745	-.000282658
14	.4505235	-.000095
15	.633	-.00055
16	.87542	-.0004
17	1.278565	.0031
18	1.44387	-.0069
19	1.042795	.00365
20	.54412	-.00202875
21	.2730985	.0002525
22	0	0
23	.269005	.00027
24	.24916	-.0000205613
25	.407204	.000495315
26	.55977	.0011826
27	.75231	.0008663
28	.949135	-.000646463
29	.91895	-.0000704
30	.702715	.000152625
31	.3747535	-.0000138563
32	.1905975	-.000499575
33	0	0
34	.00004742235	-1.33333000000E-09
35	.00004742245	-7.16667000000E-09
36	.000165979	.000000041
37	.0003497405	.00000009
38	.00070837	-.00000042
39	.001421195	.000000125
40	.00204408	0
41	.002922475	-.00000125
42	.004166195	.0000024625
43	.00498333	.00000355
44	0	0

LA FUENTE ESTA LOCALIZADA EN EL NODO: 8

NODO	VECTOR SOLUCION	VECTOR ERROR ABSOLUTO
1	.177924	-.000220306
2	.170063	.00066591
3	.274171	.00005
4	.4057545	.0006
5	.505425	-.00045
6	.88498	-.00025
7	1.673555	.00325
8	3.693665	.00075
9	1.65356	-.000875
10	.57889	.00035
11	0	0
12	.178798	.000130175
13	.1827285	-.000563283
14	.299715	-.000355
15	.421708	-.00005
16	.58673	-.0001
17	.87516	.00295
18	1.057755	-.00455
19	1.137155	.0064
20	.651725	-.0045475
21	.330993	.0013425
22	0	0
23	.1787985	.00009
24	.165719	.0000896375
25	.271737	.000425243
26	.376583	.00088843
27	.51656	-.0001024
28	.68815	-.000727088
29	.71954	-.00071175
30	.641625	-.0001065
31	.369171	.00029985
32	.1913685	-.000535
33	0	0
34	.00004761435	-.000000002
35	.0000476145	6.999990000000E-09
36	.0001666505	-.000000025
37	.000351157	.00000008
38	.00071124	-.00000008
39	.001426945	-.000000025
40	.00205235	-.0000001
41	.0029343	-.0000002
42	.00418304	-.0000016
43	.0050035	.0000086
44	0	0

LA FUENTE ESTA LOCALIZADA EN EL NODO: 9

NODO	VECTOR SOLUCION	VECTOR ERROR ABSOLUTO
1	.061053	.0000940939
2	.05834625	.000282586
3	.093986625	-.0001125
4	.138589125	.00045
5	.170742375	.00013125
6	.281387625	.00020625
7	.43810125	.00080625
8	.72298125	-.00046875
9	3.12901125	.00046875
10	.90930375	.00035625
11	0	0
12	.061353375	-.000136639
13	.062706375	-.000275107
14	.10287975	-.00000375
15	.1448115	-.0000525
16	.201842625	-.00024
17	.302911875	-.000105
18	.37401	.00027
19	.44466375	.00052125
20	.4729275	-.00193031
21	.25409475	.00082125
22	0	0
23	.06135375	.0000675
24	.0568845	.0000215128
25	.093429375	.000103118
26	.130017375	.000304493
27	.1802835	.000133725
28	.247394625	-.000213863
29	.27014475	-.0000618
30	.263383875	.0000342375
31	.187800375	.00013687
32	.102345	-.000318506
33	0	0
34	2.54644125000E-05	-9.99998000000E-10
35	2.54644875000E-05	5.12499000000E-09
36	.0000891255	-.00000002475
37	.00018780075	-.000000045
38	.0003803775	.00000012
39	.00076314	0
40	.00109761	.0000003
41	.0015692775	-.000001725
42	.00223712625	.00000214688
43	.0026759025	.0000031125
44	0	0

```

10  REM PROGRAMA RELMUF
20  OPTION BASE 1
30  DIM A$(6)[80],Phi(130)
40  A$(1)="XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX"
50  A$(2)="***          ESTE PROGRAMA REALIZA UN MODELADO EN RESISTIV
IDAD          ***"
60  A$(3)="***          POR DIFERENCIAS FINITAS, COMBINANDO LA RELAJA
CION          ***"
70  A$(4)="***          DEL PROGRAMA TARSOV CON LA ELASTICIDAD EN EL
TA-          ***"
80  A$(5)="***          MANO DE MALLA DEL PROGRAMA MUFTI.
          ***"
90  A$(6)="XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
XXXXXXXXXXXXXXXXXXXX"
100 FOR I=1 TO 6
110 PRINT A$(I)
120 NEXT I
130 PRINT LIN(2)
140 INTEGER L(130)
150 DIM Aname$(80)
160 DIM Hx(12),Hz(9),Conx(130),Conz(130),As(130),Ae(130)
170 LET Aname$="          ANOMALIA DE DOS ESTRATOS HORIZONTALES"
180 PRINT Aname$,LIN(2)
190 READ Ix,Iz
200 Iend=Ix*Iz
210 MAT READ Hx,HZ
220 FOR I=1 TO 4*Ix
230 Phi(I)=0
240 Conx(I)=100
250 Conz(1)=100
260 NEXT I
270 FOR I=4*Ix+1 TO Iend
280 Phi(I)=0
290 Conx(I)=10
300 Conz(I)=10
310 NEXT I
320 ! *** SE CALCULAN LOS COEFICIENTES DE CONDUCTIVIDAD.
330 Ae(1)=(Conx(1)+Conx(2))*Hz(1)/(2*Hx(1))
340 As(1)=(Conz(1)+Conz(1+Ix))*Hx(1)/(2*Hz(1))
350 FOR J=2 TO Ix-1
360 Ae(J)=(Conz(J)+Conz(J+1))*Hz(1)/(2*Hx(J))
370 As(J)=(Conz(J)+Conz(J+Ix))*(Hx(J)+Hx(J-1))/(4*Hz(1))
380 NEXT J
390 As(Ix)=(Conz(Ix)+Conz(Ix+Ix))*Hx(Ix-1)/(2*Hz(1))
400 FOR I=2 TO Iz-1
410 FOR J=2 TO Ix-1
420 N=(I-1)*Ix+J
430 Ae(N)=(Conx(N)+Conx(N+1))*(Hz(I-1)+Hz(I))/(4*Hx(J))
440 As(N)=(Conz(N)+Conz(N+Ix))*(Hx(J)+Hx(J-1))/(4*Hz(I))
450 NEXT J
460 NEXT I
470 FOR I=2 TO Iz-1
480 N=(I-1)*Ix+1

```

```

490 Ae(N)=(Conx(N)+Conx(N+1))*(Hz(I)+Hz(I-1))/(4*Hx(1))
500 As(N)=(Conz(N)+Conz(N+Ix))*Hx(1)/(2*Hz(I))
510 NEXT I
520 FOR I=2 TO Iz-1
530 N=I*Ix
540 As(N)=(Conz(N)+Conz(N+Ix))*Hx(Ix-1)/(2*Hz(I))
550 NEXT I
560 N=(Iz-1)*Ix+1
570 Ae(N)=(Conx(N)+Conx(N+1))*Hz(Iz-1)/(2*Hx(1))
580 FOR J=2 TO Ix-1
590 N=(Iz-1)*Ix+J
600 Ae(N)=(Conx(N)+Conx(N+1))*Hz(Iz-1)/(2*Hx(J))
610 NEXT J
620 ! *** SE ESTABLECEN CONDICIONES A LA FRONTERA.
630 FOR I=1 TO Iend STEP Ix
640 READ Phi(I)
650 NEXT I
660 FOR I=Ix TO Iend STEP Ix
670 READ Phi(I)
680 NEXT I
690 ! *** SE LEEN PUNTOS ANOMALOS.
700 READ Jpts
710 FOR I=1 TO Jpts
720 READ J,Conx(J),Conz(J),Phi(J)
730 NEXT I
740 ! *** SE LEE LA MATRIZ NODAL.
750 MAT READ L
760 ! *** SE INICIA LA RELAJACION.
770 Kat=100
780 Tol=.001
790 FOR K=1 TO Kat
800 Res=0
810 FOR I=1 TO Iend
820 Nnn=L(I)
830 ON Nnn GOTO 1020,840,860,880,900,920,940,960,980
840 Ddf=(Ae(I)*Phi(I+1)+Ae(I-1)*Phi(I-1)+2*As(I)*Phi(I+Ix))/(Ae(I)+Ae(I-1)+2*As(I))
850 GOTO 990
860 Ddf=(2*Ae(I-1)*Phi(I-1)+As(I-Ix)*Phi(I-Ix)+As(I)*Phi(I+Ix))/(2*Ae(I-1)+As(I-Ix)+As(I))
870 GOTO 990
880 Ddf=(2*Ae(I)*Phi(I+1)+As(I-Ix)*Phi(I-Ix)+As(I)*Phi(I+Ix))/(2*Ae(I)+As(I-Ix)+As(I))
890 GOTO 990
900 Ddf=(2*Ae(I-1)*Phi(I-1)+2*As(I)*Phi(I+Ix))/(2*Ae(I-1)+2*As(I))
910 GOTO 990
920 Ddf=(2*Ae(I)*Phi(I+1)+2*As(I)*Phi(I+Ix))/(2*Ae(I)+2*As(I))
930 GOTO 990
940 Ddf=(Ae(I)*Phi(I+1)+Ae(I-1)*Phi(I-1)+As(I-Ix)*Phi(I-Ix)+As(I)*Phi(I+Ix))/(Ae(I)+Ae(I-1)+As(I-Ix)+As(I))
950 GOTO 990

```

```

960 Ddf=(Ae(I)*Phi(I+1)+Ae(I-1)*Phi(I-1)+2*As(I-Ix)*Phi(I-Ix))/(Ae(I
)+Ae(I-1)+2*As(I-Ix))
970 GOTO 990
980 Ddf=(2*Ae(I)*Phi(I+1)+2*As(I-Ix)*Phi(I-Ix))/(2*Ae(I)+2*As(I-Ix))
990 Gaf=ABS(Ddf-Phi(I))
1000 IF Gaf>Res THEN Res=Gaf
1010 Phi(I)=Ddf
1020 IF K<10 THEN 1040
1030 IF Res<Tol THEN 1080
1040 NEXT I
1050 NEXT K
1060 PRINT SPA(5);"RESIDUO= ";Res,"ITERACION= ";K,LIN(2)
1070 GOTO 1090
1080 PRINT SPA(5);"ITERACION= ";K,"RESIDUO= ";Res,LIN(2)
1090 PRINT SPA(5);"DISTRIBUCION DEL CAMPO POTENCIAL",LIN(2)
1100 FIXED 3
1110 NAT PRINT Phi
1120 PRINT SPA(9);"NODO";SPA(10);"POTENCIAL";SPA(12);"Ae(I)";SPA(12);
"As(I)"
1130 PRINT SPA(27);"mv";SPA(14);"mohs/m";SPA(11);"mhos/m",LIN(1)
1140 FOR I=1 TO Ix-1
1150 PRINT USING 1160;I,Phi(I),Ae(I),As(I)
1160 IMAGE ,10X,ZZ,12X,DDD.DDD,12X,DDD.DDD,10X,DDD.DDD
1170 NEXT I
1180 DATA 13,10
1190 DATA 5,5,3,2,1,1,1,.5,.5,.5,.25,.25
1200 DATA 2,1,1,1,.5,.5,.5,.25,.25
1210 DATA 100,0,0,0,0,0,0,0,0,0
1220 DATA 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0
1230 DATA 1
1240 DATA 1,100,100,100
1250 DATA 1,2,2,2,2,2,2,2,2,2,2,1
1260 DATA 4,7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,1
1270 DATA 4,7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,1
1280 DATA 4,7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,1
1290 DATA 4,7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,1
1300 DATA 4,7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,1
1310 DATA 4,7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,1
1320 DATA 4,7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,1
1330 DATA 4,7,7,7,7,7,7,7,7,7,7,1
1340 DATA 9,8,8,8,8,8,8,8,8,8,8,1
1350 END

```

```

*****
***      ESTE PROGRAMA REALIZA UN MODELADO EN RESISTIVIDAD      ***
***      POR DIFERENCIAS FINITAS, COMBINANDO LA RELAJACION      ***
***      DEL PROGRAMA TARSOV CON LA ELASTICIDAD EN EL TA-      ***
***      MANO DE MALLA DEL PROGRAMA MUFTI.                      ***
*****

```

ANOMALIA DE DOS ESTRATOS HORIZONTALES

ITERACION= 10 RESIDUO= 0

DISTRIBUCION DEL CAMPO POTENCIAL

100.000	21.600	4.768	1.585
.627	.362	.198	.089
.055	.032	.014	.007
0.000	61.976	18.275	4.250
1.419	.557	.320	.174
.078	.048	.027	.012
.006	0.000	50.470	16.445
3.902	1.304	.509	.291
.158	.070	.043	.024
.010	.005	0.000	44.028
15.325	3.724	1.255	.492
.282	.153	.068	.041
.024	.010	.005	0.000
38.946	13.538	3.264	1.093
.426	.243	.132	.058
.035	.020	.009	.004
0.000	27.867	9.578	2.265
.747	.288	.163	.088
.038	.023	.013	.006
.003	0.000	19.052	6.428
1.487	.483	.183	.103
.055	.024	.014	.008
.003	.002	0.000	12.204
3.906	.857	.268	.099
.055	.029	.012	.007
.004	.002	.001	0.000
10.498	3.274	.699	.214
.077	.042	.022	.009
.005	.003	.001	.001
0.000	10.478	3.279	.701
.215	.078	.043	.022
.009	.006	.003	.001
.001	0.000		

NODO	POTENCIAL MV	Ae(I) Mohs/M	As(I) Mohs/M
01	100.000	40.000	250.000
02	21.600	40.000	250.000
03	4.768	66.667	200.000
04	1.585	100.000	125.000
05	.627	200.000	75.000
06	.362	200.000	50.000
07	.198	200.000	50.000
08	.089	400.000	37.500
09	.055	400.000	25.000
10	.032	400.000	25.000
11	.014	800.000	18.750
12	.007	800.000	12.500

```

10  REM PROGRAMA TARSOV
20  OPTION BASE 1
30  DIM Phi(319),Conx(319),Conz(319),Aname$(80)
40  INTEGER L(319),B(5)
50  Kat=100
60  Tol=.001
70  LET Aname$="ANOMALIAS TOPOGRAFICAS CON EL DISPOSITIVO AXIL"
80  PRINT Aname$,LIN(1)
90  READ Ix,Iz
100  Iend=Ix*Iz
110  FOR I=1 TO Iend
120  Phi(I)=0
130  Conx(I)=.2
140  Conz(I)=.2
150  NEXT I
151  FOR I=1 TO 3*Ix
152  Conx(I)=1
153  Conz(I)=1
154  NEXT I
160  ! SE ESTABLECEN CONDICIONES A LA FRONTERA
170  FOR I=1 TO Iend STEP Ix
180  READ Phi(I)
190  NEXT I
200  FOR I=Ix TO Iend STEP Ix
210  READ Phi(I)
220  NEXT I
230  ! SE LEEN PUNTOS ANOMALOS
240  READ Jpts
250  FOR J=1 TO Jpts
260  READ Ii
270  READ Conx(Ii),Conz(Ii),Phi(Ii)
280  NEXT J
290  ! SE LEE LA MATRIZ DE CONTROL
300  MAT READ L
310  FOR K=1 TO Kat
320  Res=0
330  FOR I=1 TO Iend
340  Nnn=L(I)
350  ON Nnn GOTO 360,360,380,400,420,440,460,480,500
360  Ddf=(Conx(I)*Phi(I+1)+Conx(I-1)*Phi(I-1)+2*Conz(I+Ix)*Phi(I+Ix))
/((Conx(I)+Conx(I-1)+2*Conz(I+Ix))
370  GOTO 510
380  Ddf=(2*Conx(I-1)*Phi(I-1)+Conz(I-Ix)*Phi(I-Ix)+Conz(I+Ix)*Phi(I+
Ix))/((2*Conx(I-1)+Conz(I-Ix)+Conz(I+Ix))
390  GOTO 510
400  Ddf=(2*Conx(I)*Phi(I+1)+Conz(I-Ix)*Phi(I-Ix)+Conz(I+Ix)*Phi(I+Ix
))/((2*Conx(I)+Conz(I-Ix)+Conz(I+Ix))
410  GOTO 510
420  Ddf=(Conx(I-1)*Phi(I-1)+Conz(I+Ix)*Phi(I+Ix))/((Conx(I-1)+Conz(I+
Ix))
430  GOTO 510

```


ANOMALIAS TOPOGRAFICAS CON EL DISPOSITIVO AXIL

RESIDUO= .253 ITERACION= 101.000

DISTRIBUCION DEL CAMPO POTENCIAL

0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	27.262	26.395	25.700
0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000
34.077	31.766	28.624	26.685
25.256	23.891	23.275	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	0.000
0.000	0.000	100.000	88.519
78.253	68.819	60.051	51.850
44.142	36.845	32.538	29.276
26.963	25.254	23.895	22.911
21.962	21.612	0.000	0.000
0.000	0.000	0.000	.998
.936	.847	.761	.690
.639	.611	.609	93.464
85.741	76.549	67.639	59.218
51.292	43.866	37.122	32.617
29.273	26.835	25.004	23.553
22.417	21.327	20.103	15.059
13.055	0.000	4.333	3.351
1.488	1.103	.931	.811
.721	.659	.625	.621
76.437	73.520	67.997	61.554
54.905	48.389	42.235	36.726
32.328	28.841	26.085	23.867
22.017	20.387	18.752	16.796
13.823	11.218	8.033	5.485
3.889	2.544	1.799	1.362
1.082	.896	.776	.712
.698	65.609	64.182	60.675
56.020	50.840	45.537	40.400
35.682	31.604	28.162	25.281
22.846	20.735	18.817	16.932
14.900	12.568	10.252	7.898
5.867	4.317	3.111	2.276

1.711	1.325	1.063	.892
.797	.774	58.112	57.268
54.866	51.399	47.312	42.953
38.599	34.469	30.720	27.405
24.508	21.973	19.719	17.652
15.671	13.679	11.630	9.612
7.677	5.966	4.557	3.434
2.587	1.966	1.517	1.200
.987	.864	.831	52.872
52.303	50.526	47.821	44.492
40.819	37.042	33.350	29.881
26.708	23.848	21.280	18.961
16.828	14.818	12.878	10.986
9.171	7.476	5.963	4.676
3.620	2.785	2.141	1.657
1.299	1.049	.896	.848
49.398	48.973	47.552	45.312
42.472	39.259	35.874	32.488
29.229	26.175	23.364	20.798
18.454	16.296	14.283	12.384
10.583	8.892	7.334	5.941
4.738	3.729	2.908	2.257
1.749	1.361	1.072	.875
.793	47.443	47.090	45.854
43.864	41.298	38.346	35.189
31.984	28.852	25.877	23.103
20.545	18.194	16.027	14.017
12.140	10.386	8.758	7.269
5.939	4.780	3.798	2.986
2.329	1.806	1.392	1.059
.785	.591	46.882	46.550
45.371	43.462	40.984	38.117
35.036	31.891	28.802	25.853
23.092	20.536	18.181	16.009
13.996	12.122	10.377	8.763
7.291	5.974	4.825	3.846
3.033	2.371	1.839	1.408
1.040	.653	0.000	

```

10   ! *** PROGRAMA CF ***
20   OPTION BASE 1
30   DIM X(200),Phi(200),Con(199),A$(6)[100]
40   A$(1)="XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
XXXXXXXXXX"
50   A$(2)="XXXX
XXXX"
60   A$(3)="XXXX   ESTE PROGRAMA CALCULA LAS CONDICIONES A LA FRONTER
A   XXXX"
70   A$(4)="XXXX           DE UN MEDIO ESTRATIFICADO O HETEROGENEO
XXXX"
80   A$(5)="XXXX
XXXX"
90   A$(6)="XXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXXX
XXXXXXXXXX"
100  PRINT LIN(2)
110  FOR I=1 TO 6
120  PRINT A$(I)
130  NEXT I
140  INPUT " NUMERO DE NODOS ?",N
150  REDIM X(N),Phi(N),Con(N-1)
160  FOR I=1 TO N
170  Phi(I)=0
180  NEXT I
190  INPUT " POTENCIAL DEL NODO INICIAL ?",A
200  Phi(1)=A
210  INPUT "POTENCIAL DEL NODO FINAL ?",B
220  Phi(N)=B
230  PRINT LIN(2),"NUMERO DE NODOS= ";N,LIN(1),"Phi(1)= ";A,LIN(1),"P
hi(N)= ";B,LIN(1)
240  MAT READ Con
250  Kat=100
260  Tol=.001
270  Res=0
280  FOR K=1 TO Kat
290  FOR I=2 TO N-1
300  Ddf=(Con(I-1)*Phi(I-1)+Con(I)*Phi(I+1))/(Con(I-1)+Con(I))
310  Gaf=ABS(Ddf-Phi(I))
320  IF Gaf>Res THEN Res=Gaf
330  Phi(I)=Ddf
340  IF K<10 THEN 360
350  IF Res<Tol THEN 380
360  NEXT I
370  NEXT K
380  PRINT "ITERACION= ";K,LIN(1),"RESIDUO= ";Res,LIN(2)
390  PRINT SPA(10),"          TABLA DE RESULTADOS          ",LIN(2)
)
400  PRINT SPA(10),"-----"
410  PRINT SPA(10),"|           |           |           |"

```

```

420 PRINT SPA(10), "I NODO | CONDUCTIVIDAD | POTENCIAL |"
430 PRINT SPA(10), " | (mhos/m) | (mv) |"
440 PRINT SPA(10), " | | |"
450 PRINT SPA(10), "-----"
460 PRINT SPA(10), " | | |"
470 FOR I=1 TO N-1
480 PRINT USING 510;I,Con(I),Phi(I)
490 NEXT I
500 PRINT USING 510;N,Con(N-1),Phi(N)
510 IMAGE ,10X," | ",ZZ," | ", DDD.DDD," | ", DDDDD.DD ,
" |"
520 PRINT SPA(10), " | | | |"
530 PRINT SPA(10), "-----"
540 DATA .01,.05,.05,.05,.002,.002,.002,.002,.002
550 END

```

```

*****
****
**** ESTE PROGRAMA CALCULA LAS CONDICIONES A LA FRONTERA ****
**** DE UN MEDIO ESTRATIFICADO O HETEROGENEO ****
****
*****

```

NUMERO DE NODOS= 9

Phi(1)= 100

Phi(N)= 0

ITERACION= 101

RESIDUO= 16.6666666667

TABLA DE RESULTADOS

NODO	CONDUCTIVIDAD (mhos/m)	POTENCIAL (MV)
01	.010	100.00
02	.050	95.12
03	.050	94.16
04	.050	93.22
05	.002	92.29
06	.002	69.21
07	.002	46.14
08	.002	23.07
09	.002	0.00