19/0

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

" APLICACION DEL FENOMENO DE DISPERSION A LA CARACTERIZACION DE YACIMIENTOS DE ACEITE "

T E S I S

Que para obtener el título de:
I N G E N I E R O G E O F I S I C O
p r e s e n t a

JOSE CARMEN TREJO LUGO

MEXICO, D. F. 1 9 8 1

TESIS CON FALLA DE ORIGEN

C O N T E N I D O

CAPITULO I

I N T R O D U C C I O N

Uno de los principales problemas durante la explotación de un yacimiento de petróleo es el de la extracción de la mayor cantidad de petróleo contenido en él. La recuperación de petróleo de los yacimientos es considerablemente baja, los porcentajes del petróleo original que se recuperan por producción primaria van de un 2-3% para yacimientos de petróleo muy viscoso a un 60-70 % para yacimientos con buena entrada de agua, mojabilidad favorable o yacimientos con casquetes de gas y buena segregación gravitacional. Como promedio la recuperación de hidrocarburos es alrededor de un 30% del petróleo originalmente presente en los yacimientos. Para tratar de aumentar la cantidad de petróleo que se recupera mediante mecanismos naturales de producción se ha recurrido a las llamadas técnicas de recuperación secundaria las cuales básicamente consisten en la inyección de fluídos los cuales proveen de energía adicional al yacimiento, sirviendo esta energía para desplazar a los hidrocarburos. Los fluídos más utilizados en la recuperación secundaria han sido tradicionalmente agua o gas.

La cantidad de petróleo original que se recupera mediante la combinación de recuperación primaria y secundaria es en promedio del orden del 50% lo cual indica que se queda la mitad de petróleo en el yacimiento.

Este es uno de los principales problemas que ha preocupado a los investigadores por lo cual se han dedicado ha diseñar nuevas técnicas de recuperación a las cuales se les ha llamado recuperación terciaria y recientemente Procesos de Recuperación Mejorada.

Dentro de los Procesos de Recuperación Mejorada se incluyen la inyección de vapor, inyección de agentes químicos, inyección de solventes, inyección de gas etc.

La principal finalidad de los Procesos de Recuperación Mejorada es aumentar la recuperación del petróleo que se encuentra originalmente en el yacimiento. Algunas de las dificultades que presenta la aplicación de un Proceso de Recuperación Mejorada es el desconocimiento adecuado de las condiciones que prevalecen en el yacimiento al tiempo de la aplicación, así como las características del medio poroso.

Una de las técnicas que nos puede proporcionar información del - -

medio antes de aplicar un Proceso de Recuperación Mejorada es la Técnica de Trazadores, que consiste en la inyección de un agente químico o radioactivo disuelto en el agua de inyección, el cual es detectado después de un tiempo considerablemente corto en los pozos de producción.

Dado que una descripción cuantitativa del comportamiento de un -- trazador en un yacimiento de hidrocarburos es requerida para evaluar las ca_ racterísticas del fluído contenido en el yacimiento, y las caracteríticas - del yacimiento mismo, un modelo matemático es necesario para describir el - movimiento del trazador dentro del yacimiento y éste es la ecuación de dis_ persión (difusión convección).

El principal objetivo de este trabajo es obtener y evaluar la -- ecuación de dispersión para un sistema de coordenadas radiales, y a partir- de la solución, obtener un algoritmo que nos permita determinar porosidades y permeabilidades del yacimiento, tiempos de irrupción, espesor del yacimien_ to. Un ejemplo de la aplicación del modelo planteado en este trabajo - es presentado en el capítulo V.

En el capítulo II se presenta una breve revisión de la literatura existente sobre el problema de dispersión en medios porosos. En ésta se in_ cluye, para el modelo unidimensional, un método de solución más sencillo que el reportado en la literatura.

En este capítulo también se presenta la verificación de la solu - ción de los modelos mostrados. Los resultados son presentados mediante grá_ ficas hechas por computadora.

CAPITULO II

REVISION DE LITERATURA

2.1 Dispersión hidrodinámica

Transporte hidrodinámico y dispersión en medios porosos son los fenómenos físicos más significantes en la determinación de la distribución y concentración del trazador dentro del yacimiento.

Consideremos un medio poroso saturado de un cierto fluído en movimiento, y dejemos una porción del fluído conteniendo una cierta masa de soluto.- Este soluto puede ser referido como Trazador. El Trazador puede ser calificado como una porción del mismo líquido, el cual puede ser identificado por las siguientes características: densidad, color, conductividad eléctrica, radioactividad etc.

Experiencias efectuadas demuestran como el fluído que no contiene -- trazador comienza a ser invadido por el trazador el cual empieza a extenderse gradualmente y tiende a ocupar con mayor o menor rapidez el fluído sin trazador, dependiendo ésto, de la dirección promedio de flujo. Este fenómeno es llamado dispersión hidrodinámica en medios porosos (dispersión, desplazamiento miscible), el cual es un proceso no estacionario e irreversible.

Dispersión hidrodinámica es el resultado macroscópico del movimiento de las partículas individuales de trazador a través de los poros, y de varios fenómenos físicos y químicos los cuales tienen lugar dentro de los poros. En general estos movimientos y fenómenos son el resultado de:

(a) Fuerzas externas que actuan en el fluído, (b) la compleja geometría micorscópica del sistema poroso, (c) difusión molecular causada por los gradientes de concentración del trazador, (d) variaciones en las propiedades del fluído tales como densidad, viscocidad, las cuales afectan el patrón de flujo, (e) cambios en la concentración de trazador debido a los procesos químicos y físicos dentro de la fase liquida, y (f) interacciones entre las fases liquida y sólida.

2.2 Ecuación de dispersión

La ecuación de difusión-convección (conocida tambien como ecuación de dispersión) para el transporte de soluto a través de un medio poroso saturado de fluído en movimiento ha sido deducida por varios investigadores (Sheidegger, 1961; Bear y Bachmat , 1970 entre otros)

La ecuación de dispersión para un sistema de coordenadas cartesianas esta dada por:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_1}\left[D_{11}\frac{\partial c}{\partial x_1} + D_{12}\frac{\partial c}{\partial x_2} + D_{13}\frac{\partial c}{\partial x_3}\right] - V_1\frac{\partial c}{\partial x_1} +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x_2}\left[D_{21}\frac{\partial c}{\partial x_1} + D_{22}\frac{\partial c}{\partial x_2} + D_{23}\frac{\partial c}{\partial x_3}\right] - V_2\frac{\partial c}{\partial x_2} + \qquad [2.1]$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x_3}\left[D_{31}\frac{\partial c}{\partial x_1} + D_{32}\frac{\partial c}{\partial x_2} + D_{33}\frac{\partial c}{\partial x_3}\right] - V_3\frac{\partial c}{\partial x_3}$$

La ecuación anterior puede ser representada en notación tensorial - quedando de la siguiente forma:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left[D_{i,j}\frac{\partial c}{\partial x_j}\right] - V_i\frac{\partial c}{\partial x_i} \qquad [2.2]$$

Donde:

c = concentración del soluto en el fluído, $M\ L^{-3}$

t = Tiempo , T

Dij (i = 1,2,3; j=1,2,3) = coeficiente de dispersión hidrodinámica, el cual es un tensor de segundo rango $L^2\ T^{-1}$

Vi = componente del vector velocidad del fluído LT^{-1}

x_i = coordenadas cartesianas del sistema L

Discusiones detalladas de la aplicación de la ecuación de dispersión a flujo en medios porosos, y algunas soluciones para determinados problemas - son dadas por:

Bear (1972), Fried y Combarnous (1972)

2.3 Soluciones de la ecuación de dispersión

La existencia de soluciones de la ecuación de dispersión puede ser dividida en dos grupos:

Soluciones analíticas

Soluciones numéricas

2.3.1 Soluciones analíticas

Muchas de las soluciones analíticas disponibles fueron obtenidas para condiciones de frontera simplificadas y principalmente para el caso de una dimensión.

Gershon y Nir (1969), Ogata (1958), Fried y Combarnous (1971) y Bear (1972) presentan diversas soluciones analíticas para la ecuación de dispersión en el caso de una dimensión y bajo diferentes condiciones de frontera.

A. Ogata (1958) presenta una solución analítica de la ecuación de -- dispersión en medios porosos para el caso de una dimensión. El considera - una columna semi-infinita de arena, la cual inicialmente está saturada de - agua pura.

Al tiempo $t \geq 0$ se considera que el fluído contiene una concentración C_o de sustancia transportable (ejemplo sal, material químico etc.)

El problema consiste en la caracterización de la concentración C como una función de la distancia longitudinal x y el tiempo t.

La ecuación que gobierna el fenómeno en una dimensión puede ser deducida de la ecuación [2.1] si en ésta se considera flujo solo en la dirección longitudinal. Haciendo esta consideración (flujo solo en dirección - longitudinal) [2.1] queda como:

$$D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} - V \frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial t} \qquad [2.3]$$

Donde:

D = coeficiente de dispersión longitudinal (se considera constante); $L^2 T^{-1}$

C = concentración del soluto ; $M L^{-3}$

V = velocidad media del fluído en la dirección x (velocidad superficial/porosidad del medio), $L T^{-1}$

t = tiempo ; T

x = distancia longitudinal; L

Las condiciones de frontera para este problema son las siguientes:

$$C(0,t) = Co \quad ; \quad t \geq 0$$
$$C(x,0) = 0 \quad ; \quad x \geq 0 \qquad [2.4]$$
$$C(\infty,t) = 0 \quad ; \quad t \geq 0$$

El problema se puede resolver de la siguiente manera: Hagamos un cambio de variable en el cual

$$C(x,t) = G(x,t) \exp\left(\frac{Vx}{2D} - \frac{V^2 t}{4D} \right) \qquad [2.5]$$

Introduciendo [2.5] en [2.3] se tiene:

$$\frac{\partial G(x,t)}{\partial t} = D \frac{\partial^2 G(x,t)}{\partial x^2} \qquad [2.6]$$

En donde [2.6] tiene la forma de la ecuación de calor

Transformando las condiciones de frontera, considerando (2.5) estas quedan de la siguiente forma:

$$G(0,t) = C_o \exp\left(\frac{V^2 t}{4D}\right) \quad ; t \geq 0$$
$$G(x,0) = 0 \quad ; \quad x \geq 0 \qquad [2.7]$$
$$G(\infty,t) = 0 \quad ; \quad t \geq 0$$

La solución de la ecuación [2.6] con las condiciones de frontera [2.7] es dada por A. Ogata (1958, 1961), para obtener dicha solución utilizó - -

el teorema de Duhamel y la evaluación de Horenstein.

Una forma más sencilla de obtener la solución de [2.6] con las condiciones [2.7], se presenta a continuación.

Resolviendo [2.6] por transformación de Laplace se tiene:

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\partial G(x,t)}{\partial t}\right\} = SG(x,s) - G(x,0) \qquad [2.8]$$

$$\mathcal{L}\left\{\frac{\partial^2 G(x,t)}{\partial x^2}\right\} = \frac{d^2G(x,s)}{dx^2}$$

Transformando las condiciones de frontera [2.7] se tiene:

$$G(0,s) = \frac{Co}{s - \frac{V^2}{4D}} \quad ; \quad s > \frac{V^2}{4D} \qquad [2.9]$$

$$G(x,0) = 0 \quad ; \quad x \geq 0$$

$$G(\infty,s) = 0 \quad ; \quad s \geq 0$$

Sustituyendo [2.8] en [2.6] se tiene

$$SG(x,s) - G(x,0) = D\,\frac{d^2G(x,s)}{dx^2} \qquad [2.10]$$

Utilizando la segunda condición de [2.9] en [2.10] esta queda como :

$$D\,\frac{d^2G(x,s)}{dx^2} - SG(x,s) = 0 \qquad [2.11]$$

La cual tiene como solución a

$$G(x,s) = A \exp\left(\sqrt{\frac{s}{D}}\; x\right) + B \exp\left(-\sqrt{\frac{s}{D}}\; x\right) \qquad [2.12]$$

Donde A y B son dos constantes arbitrarias

Utilizando la tercera condición de [2.9] en [2.12] se llega a:

$$0 = A \exp\left(\sqrt{\frac{s}{D}}\; x\right) \qquad [2.13]$$

Como $\exp\left(\sqrt{\frac{s}{D}}\; x\right)$ no puede ser cero en [2.13] para que esta relación se cumpla necesariamente $\underline{A = 0}$ por lo que la ecuación [2.12] queda como:

$$G(x,s) = B \exp\left(-\sqrt{\frac{s}{D}}\; x\right) \qquad [2.14]$$

Considerando la primera condición de [2. 9] en [2.14] se llega a

$$B = \frac{Co}{s - \frac{V^2}{4D}}$$

Por lo que la solución de [2.6] será

$$G(x,s) = \frac{Co \exp\left(-\sqrt{\frac{s}{D}}\; x\right)}{s - \frac{V^2}{4D}} \qquad [2.15]$$

La inversión de la ecuación [2.15] se hizo utilizando tablas de transformadas de Laplace (ejemplo Carslaw y Jaeger, p. 495)

La antitransformada de [2.15] es:

$$\frac{G(x,t)}{Co} = \frac{1}{2} \exp\left(\frac{V^2 t}{4D}\right)\left\{\exp\left(-x\sqrt{\frac{V^2}{4D^2}}\right)\operatorname{erfc}\left[\frac{x}{2\sqrt{Dt}} - \sqrt{\frac{V^2 t}{4D}}\right] + \right.$$

$$\left. + \exp\left(x\sqrt{\frac{V^2}{4D^2}}\right)\operatorname{erfc}\left[\frac{x}{2\sqrt{Dt}} + \sqrt{\frac{V^2 t}{4D}}\right]\right\} \qquad [2.16]$$

En donde [2.16] es la solución de [2.6] en el dominio del tiempo. Para encontrar la solución de [2.3] solo hay que volver a la variable original C(x,t) por lo que sustituyendo en [2.16] la ecuación [2.5], se tiene

$$\frac{C(x,t)}{Co} = \frac{1}{2}\left[\operatorname{erfc}\left(\frac{x-vt}{2\sqrt{Dt}}\right) + \exp\left(\frac{vx}{D}\right)\operatorname{erfc}\left(\frac{x+vt}{2\sqrt{D\,t}}\right)\right] \quad [2.17]$$

Donde erfc es la función error complementaria y se define como:

$$\operatorname{erfc}(z) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^z e^{-p^2}dp \quad [2.18]$$

La ecuación [2.17] es la solución del fenómeno de dispersión para el caso unidimensional con inyección constante de trazador.

Las figuras 1 y 2 muestran el comportamiento de esta solución. -- En la figura 1 se puede observar como se comportaría el trazador para un caso ideal en el cual se muestreara el trazador a una distancia fija, y a diversos tiempos.

La figura 2 nos muestra el comportamiento que seguiría este mismo trazador cuando fuera muestreado a diferentes distancias, pero referidas todas estas a un mismo tiempo.

Los datos empleados en la obtención de estas gráficas se encuentran en el extremo superior de las mismas, estos datos fueron tomados de la literatura.

Un modelo más general que el anterior es el que se presenta a continuación.

D.E. Holly, N.L. Guinasso y E.H. Essington (1971) plantean y resuelven un modelo matemático para el problema unidimensional del transporte de material radioactivo en medios porosos. Su principal objetivo es evaluar la solución de la ecuación de transporte. Este problema es resuelto mediante la reducción de la ecuación de transporte a una ecuación de calor mediante algunos cambios de variable.

La solución resulta de transformar mediante los mismos cambios de variable los valores de las condiciones de frontera.

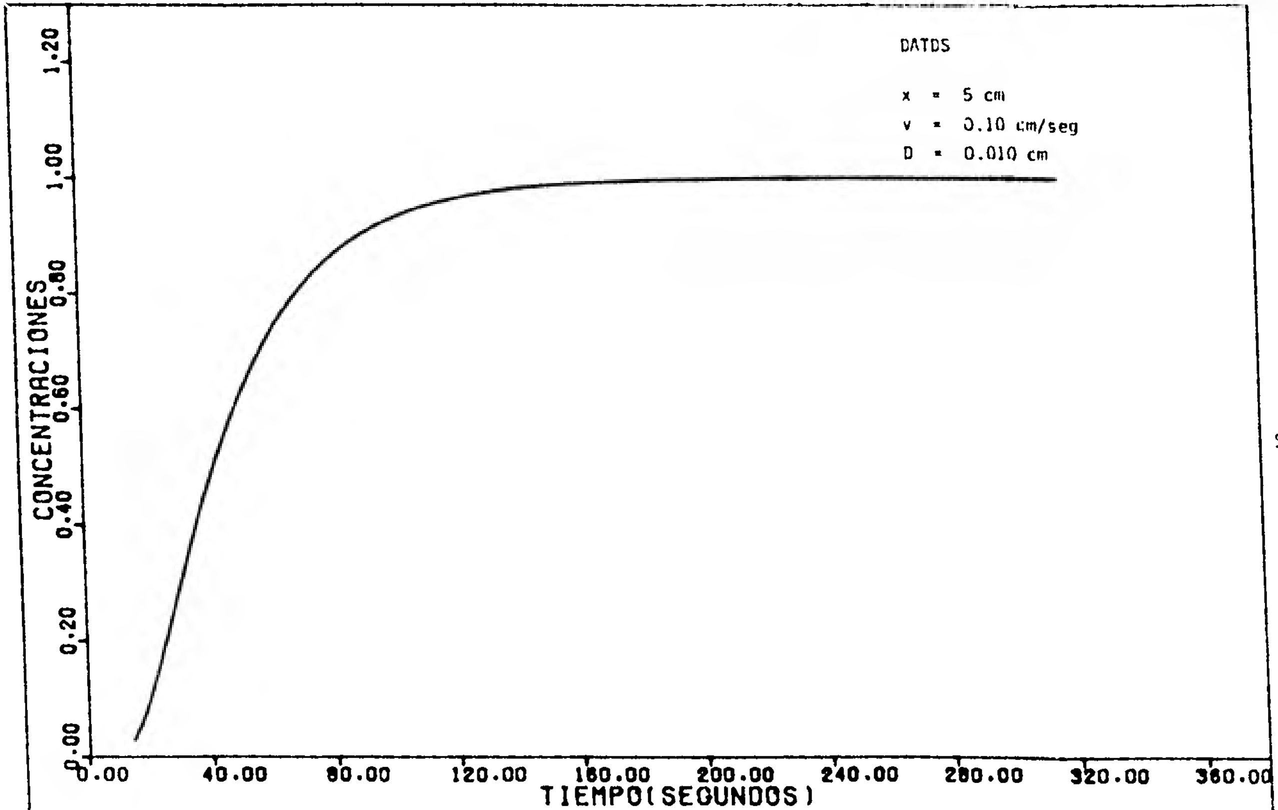

DATOS
x = 5 cm
v = 0.10 cm/seg
D = 0.010 cm
CONCENTRACIONES
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
1.20
0.00
40.00
80.00
120.00
160.00
200.00
240.00
280.00
320.00
360.00
TIEMPO(SEGUNDOS)

Figura 1

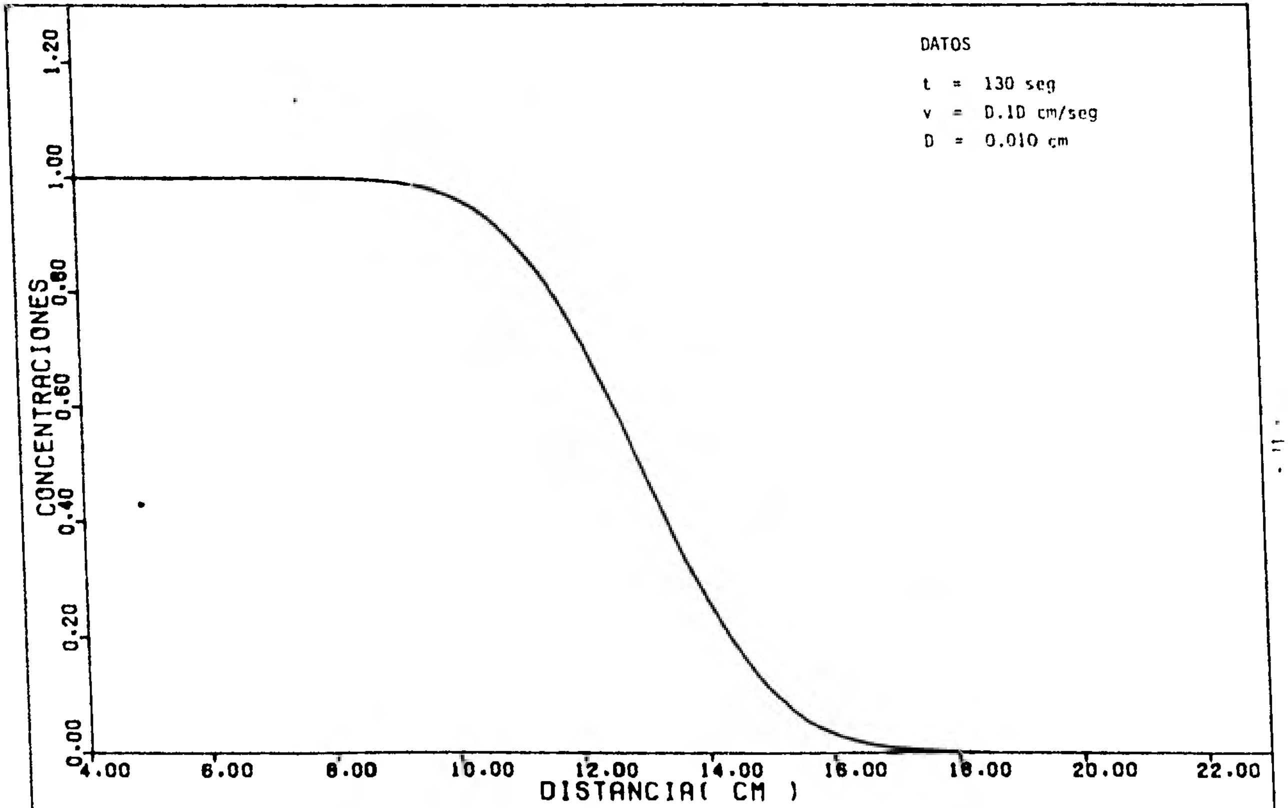

DATOS
t = 130 seg
v = 0.10 cm/seg
D = 0.010 cm
CONCENTRACIONES
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
1.20
4.00
6.00
8.00
10.00
12.00
14.00
16.00
18.00
20.00
22.00
DISTANCIA(CM)

Figura 2

Ellos incorporan a la ecuación de transporte el fenómeno de adsorción.
La ecuación deducida por ellos es la siguiente

$$B \frac{\partial C(x,t)}{\partial t} = - B\lambda C(x,t) + D \frac{\partial^2 C(x,t)}{\partial x^2} - V \frac{\partial c(x,t)}{\partial x} \qquad [2.19]$$

Donde:

$$B = 1 + \frac{1 - \phi}{\phi} K$$

$$K = \frac{q}{C}$$

ϕ = porosidad del medio; adimensional

λ = Constante de decaimiento radioactivo ; T^{-1}

t = tiempo; T

q = Concentración radioactiva en la fase sólida; ML^{-3}

C = Concentración radioactiva en la fase líquida; ML^{-3}

D = Coeficiente de dispersión longitudinal; L^2T^{-1}

K = Constante de proporcionalidad ; adimensional

V = Velocidad media del fluido en la dirección x ; LT^{-1}

Para el planteamiento de la ecuación [2.19] se consideró que existe una relación lineal entre la concentración de material radioactivo en la fase líquida y la concentración en la fase sólida.

El método de solución de [2.19] es el siguiente
Haciendo un cambio de variable en el cual

$$C(x,t) = F(x,t) \exp(-\lambda t)$$

e introduciendo en [2.19] se tiene

$$B \frac{\partial F(x,t)}{\partial t} - D \frac{\partial^2 F(x,t)}{\partial x^2} + V \frac{\partial F(x,t)}{\partial x} = 0 \qquad [2.20]$$

Si ahora cambiamos la escala del tiempo de tal forma que

$t = B\tau$ se obtiene la siguiente ecuación

$$\frac{\partial F(x,\tau)}{\partial \tau} - D\frac{\partial^2 F(x,\tau)}{\partial x^2} + V\frac{\partial F(x,\tau)}{\partial x} = 0 \qquad [2.21]$$

Finalmente hagamos un nuevo cambio de variable en el cual

$$F(x,\tau) = \exp\left(\frac{Vx}{2D} - \frac{V^2\tau}{4D}\right) G(x,\tau)$$

e introduciendo en [2.21] tenemos:

$$\frac{\partial G(x,\tau)}{\partial \tau} - D\frac{\partial^2 G(x,\tau)}{\partial x^2} = 0 \qquad [2.22]$$

La ecuación [2.22] tiene la forma de la ecuación de calor, su solución depende de las condiciones de frontera que se le den.

D.E. Holly, N.L. Guinasso y E.H. Essington obtienen tres diferentes soluciones de [2.22] de acuerdo a tres diferentes problemas de inyección de trazador radioactivo.

En la solución de estos tres problemas las condiciones de frontera sufren los mismos cambios de variable efectuados a [2.19].

Los tres diferentes problemas de inyección junto con sus respectivas condiciones de frontera, así como las soluciones de cada problema se presentan a continuación.

Definición de las condiciones de frontera

Tres condiciones de frontera deben ser especificadas para poder resolver [2.22], en este caso para los tres diferentes problemas de dispersión dos condiciones son mantenidas para todas las soluciones.

La primera condición es aquella en la cual se asegura que la concentración, a medida que crece la distancia tiende a ser nula.

La segunda condición es la que nos especifica que la concentración, a un tiempo cero y a cualquier distancia mayor que cero es nula.

Estas dos condiciones se pueden expresar algebraicamente como:

$$C(\infty,t) = 0 \qquad ; \qquad t \geq 0 \qquad [2.23]$$

$$C(x,0) = 0 \qquad ; \qquad x \geq 0$$

La tercera condición de frontera es la que expresa el valor de la concentración en el origen y a cualquier tiempo, $C(0,t)$, esta condición es una función de el tipo de inyección inicial en la fuente, y es tratada independientemente para los tres diferentes tipos de inyección que se muestran aquí.

INYECCION CONSTANTE

Consideremos que el trazador radioactivo es introducido al sistema con un gasto constante, la condición de frontera será:

$$C(0,t) = Co \quad ; \quad t \geq 0 \qquad [2.24]$$

La solución de la ecuación [2.20] utilizando las condiciones de frontera [2.23] y [2.24] y utilizando Transformada de Laplace en la ecuación [2.22], es la siguiente:

$$\frac{C(x,t)}{Co} = \frac{1}{2}\left\{\exp\left[\frac{Vx}{2D}\quad(1 - H)\right] \operatorname{erfc}\left(\frac{x-VtH|B}{2\sqrt{Dt|B}}\right) + \exp\left[\frac{Vx}{2D}\quad(1+H)\right]\operatorname{erfc}\left(\frac{x+VtH|B}{2\sqrt{Dt|B}}\right)\right\} \qquad [2.25]$$

En donde

$$H = \sqrt{1 + \frac{4\lambda BD}{V^2}}$$

Es importante hacer notar que si en [2.25] hacemos $\lambda = 0$, $B = 1$ se está considerando trazador químico, y este es el caso tratado anteriormente, es decir:

$$\frac{C(x,t)}{Co} = \frac{1}{2}\operatorname{erfc}\left(\frac{x-vt}{2\sqrt{Dt}}\right) + \frac{1}{2}\exp\left(\frac{Vx}{D}\right)\operatorname{erfc}\left(\frac{x+Vt}{2\sqrt{Dt}}\right) \qquad [2.26]$$

Que es la solución obtenida anteriormente para el caso de trazador químico.

Las figuras 3 y 4 muestran las gráficas obtenidas mediante un programa de computadora para la ecuación [2.25] .

La figura 3 muestra el caso de inyección constante de trazador radioactivo (tritio), en la figura 4 se grafica el mismo caso solo que el trazador es químico, los datos utilizados en la obtención de estas gráficas fueron tomados de la literatura.

Inyección de un "bache" con mezclado

Si un trazador radioactivo es inyectado en un medio poroso de manera lenta y en un período de tiempo considerablemente grande (años por ejemplo), si además el trazador es capaz de mezclarse con el fluído contenido por el medio poroso, el trazador mezclado con el fluído se moverá a través del sistema (el cual originalmente tenia una concentración cero), y la concentración en el punto de inyección variará con el tiempo.

Esta dependencia del tiempo puede ser definida del balance de materia alrededor de la fuente, el cual da como resultado lo siguiente:

$$C(0,t) = Co \exp\left(- \frac{V\varepsilon/L + \lambda B}{B} t\right) \qquad [2.27]$$

Donde:

ε = eficiencia de mezclado en la fuente

L = diámetro de la fuente

La solución de la ecuación [2.20] utilizando las condiciones de frontera [2.23] y [2.27] es:

$$\frac{C(x,t)}{Co} = \frac{1}{2} \exp(-\lambda t) \exp\left(-\frac{Vt\varepsilon}{BL}\right)\left[\exp\left(\frac{Vx}{2D}(1-M)\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x - VtM|B}{2\sqrt{Dt|B}}\right) + \right.$$

$$\left. + \exp\left(\frac{Vx}{2D}(1+M)\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x + VtM|B}{2\sqrt{Dt|B}}\right)\right] \qquad [2.28]$$

Donde: $M = \sqrt{1 - \frac{4D\varepsilon}{LV}}$

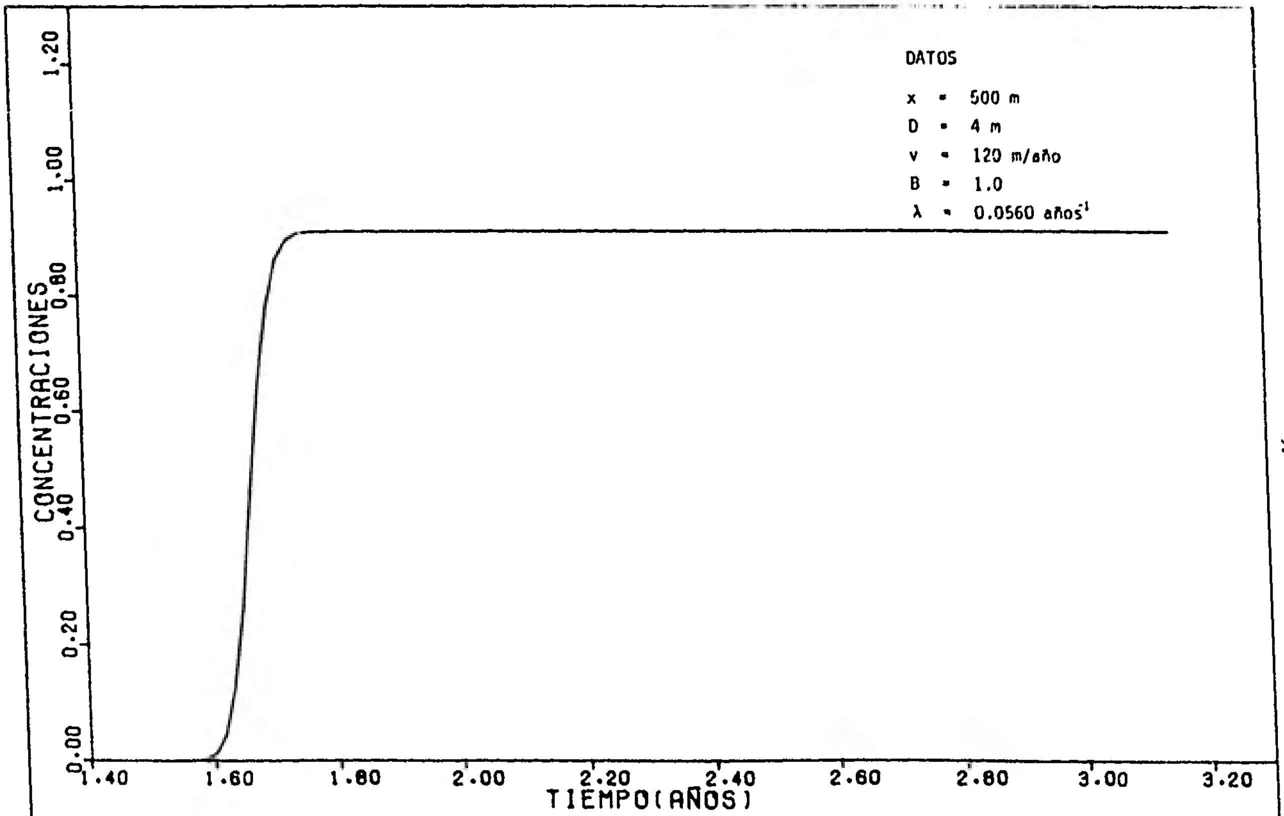

DATOS
x = 500 m
D = 4 m
v = 120 m/año
B = 1.0
λ = 0.0560 años⁻¹
CONCENTRACIONES
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
1.20
1.40
1.60
1.80
2.00
2.20
2.40
2.60
2.80
3.00
3.20
TIEMPO(AÑOS)

Figura 3

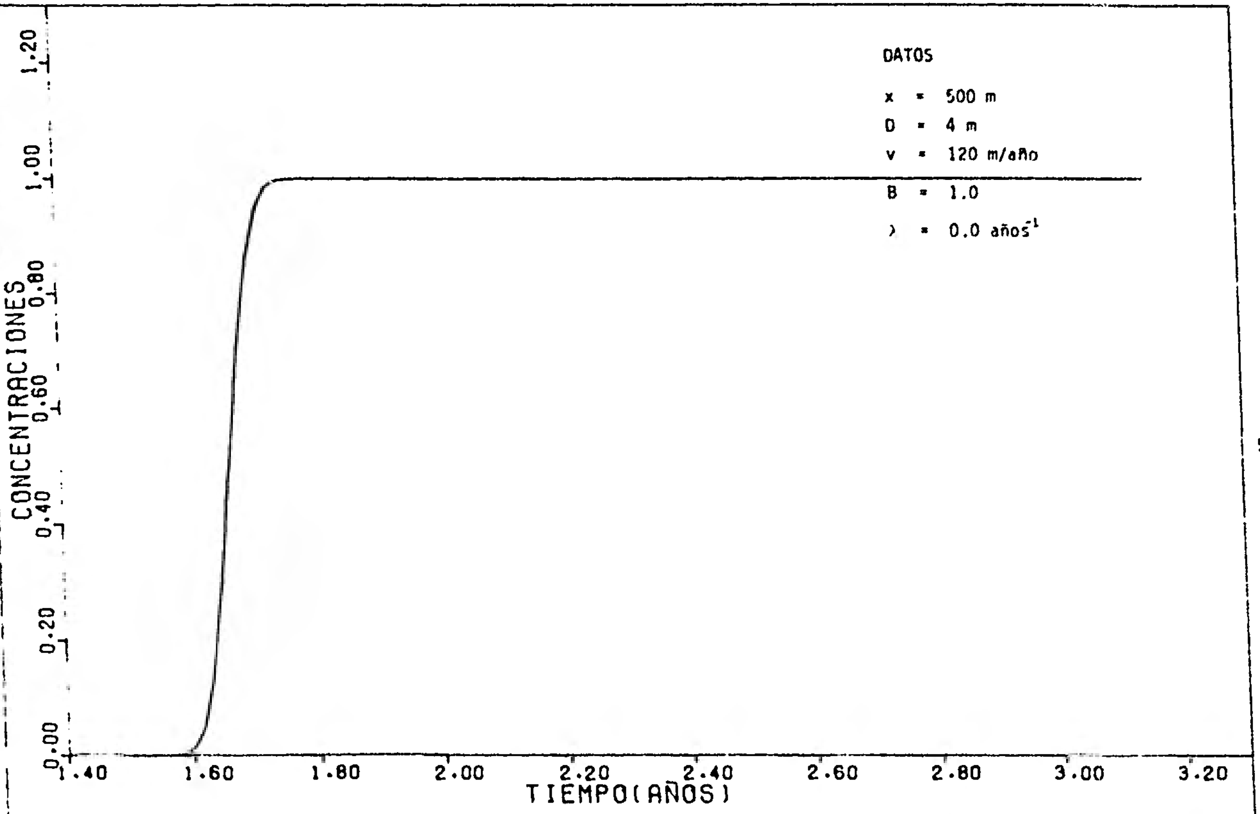

DATOS
x = 500 m
D = 4 m
v = 120 m/año
B = 1.0
λ = 0.0 años⁻¹
CONCENTRACIONES
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
1.20
1.40
1.60
1.80
2.00
2.20
2.40
2.60
2.80
3.00
3.20
TIEMPO(AÑOS)

FIGURA 4

Las figuras 5 y 6 muestran las gráficas de la solución [2.28] , para obtener la gráfica 5 se consideró un trazador radioactivo, para la gráfica 6 un trazador químico. Los datos fueron tomados de la literatura.

INYECCION DE "BACHE" SIN MEZCLADO

Si dentro del medio poroso no ocurre mezcla del Trazador con el fluído, y si no hay adsorción en la fase solida, la concentración en la fuente estará dada por un pulso de entrada el cual será:

$$C(0,t) = Co \exp(-\lambda t) \qquad 0 \leq t \leq t_0 \qquad [2.29]$$

$$C(0,t) = 0 \qquad t > t_0 \qquad [2.30]$$

Donde: $t_o = \frac{L}{V}$

La solución de la ecuación [2.20] utilizando las condiciones de frontera [2.23] , [2.29] y [2.30] es:

$$\frac{C(x,t)}{Co} = \frac{1}{2} \exp(-\lambda t)\left[\operatorname{erfc}\left(\frac{x-vt|B}{2\sqrt{Dt|B}}\right) + \exp\left(\frac{Vx}{D}\right) \operatorname{erfc}\left(\frac{x+Vt|B}{2\sqrt{Dt|B}}\right)\right] \qquad [2.31]$$

Para $t \leq t_o$, y

$$\frac{C(x,t)}{Co} = \frac{1}{2} \exp(-\lambda t) \left\{\operatorname{erfc}\left(\frac{x - Vt|B}{2\sqrt{Dt|B}}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{x - V(t-to)|B}{2\sqrt{D(t-to)|B}}\right) + \right.$$

$$\left. + \exp\left(\frac{Vx}{D}\right)\left[\operatorname{erfc}\left(\frac{x + Vt|B}{2\sqrt{Dt|B}}\right) - \operatorname{erfc}\left(\frac{x + V(t-to)|B}{2\sqrt{D(t-to)|B}}\right)\right]\right\} \qquad [2.32]$$

Para $t > t_o$.

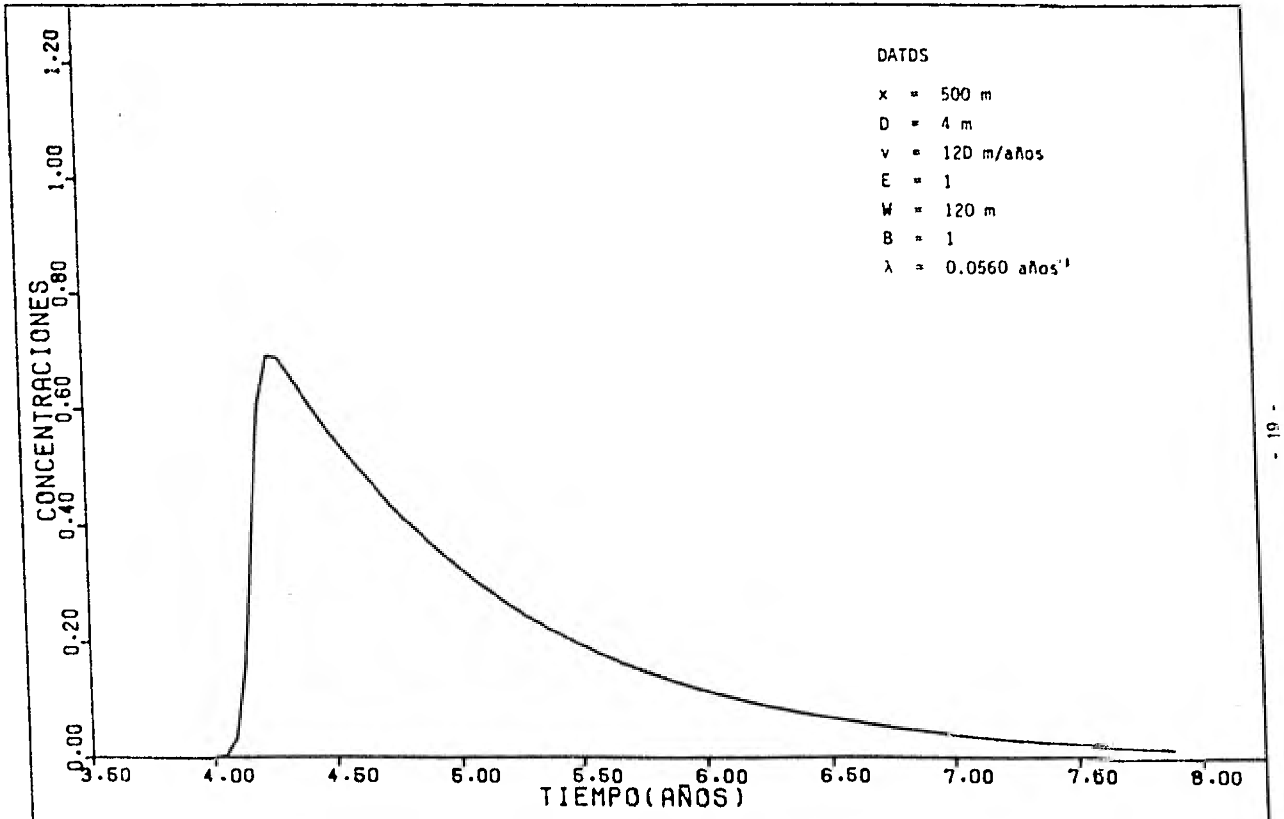

DATDS
x = 500 m
D = 4 m
v = 120 m/años
E = 1
W = 120 m
B = 1
λ = 0.0560 años⁻¹
CONCENTRACIONES
TIEMPO(AÑOS)
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
1.20
3.50
4.00
4.50
5.00
5.50
6.00
6.50
7.00
7.50
8.00

Figura 5

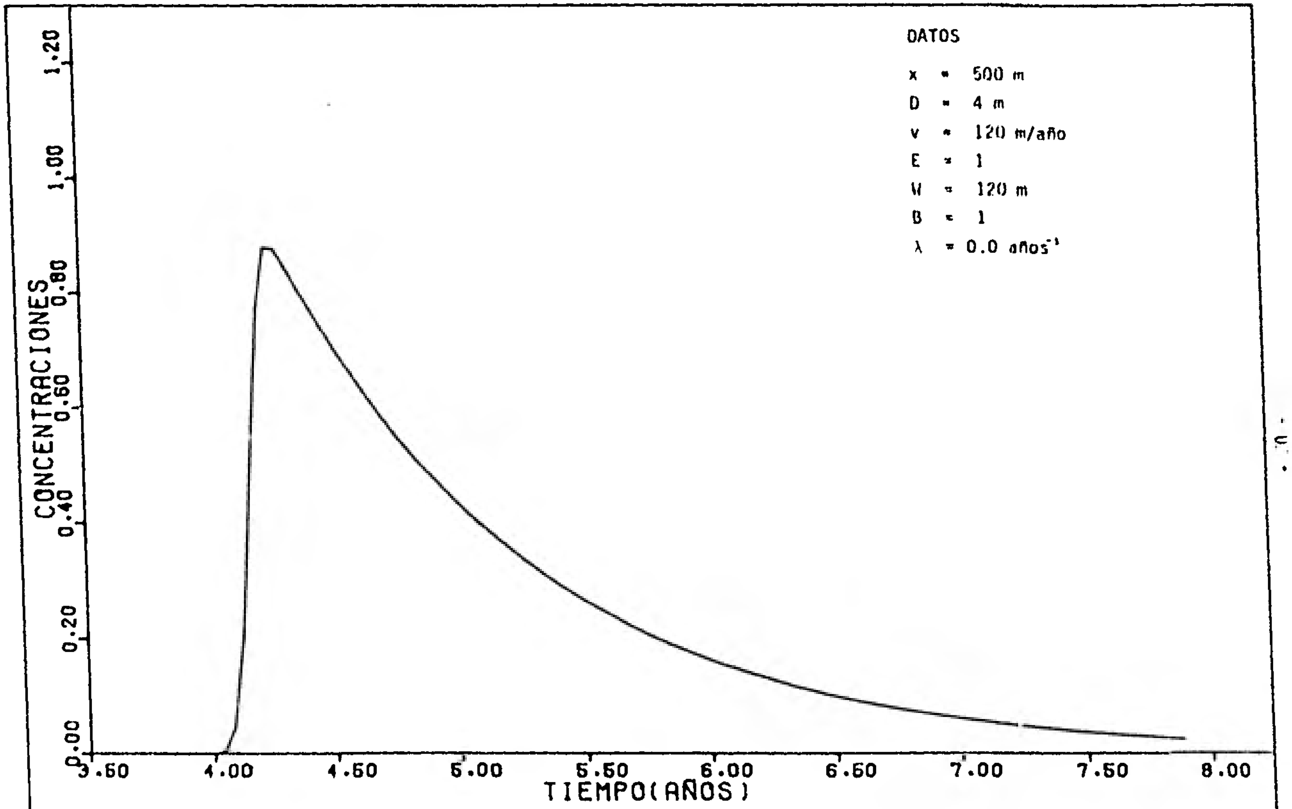

DATOS
x = 500 m
D = 4 m
v = 120 m/año
E = 1
W = 120 m
B = 1
λ = 0.0 años⁻¹
CONCENTRACIONES
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
1.20
3.50
4.00
4.50
5.00
5.50
6.00
6.50
7.00
7.50
8.00
TIEMPO(AÑOS)

FIGURA 6

Las gráficas 7 y 8 muestran el comportamiento de las soluciones [2.31] y [2.32] . La gráfica 7 fue obtenida para el uso de trazador radioactivo, - la gráfica 8 para trazador químico. Los datos utilizados para la obtención de las gráficas fueron tomados de la literatura.

Existen otras soluciones analíticas para casos muy especiales, así como otras apoyadas en las soluciones anteriormente presentadas. Las que se consideran más importantes fueron mostradas en este capítulo.

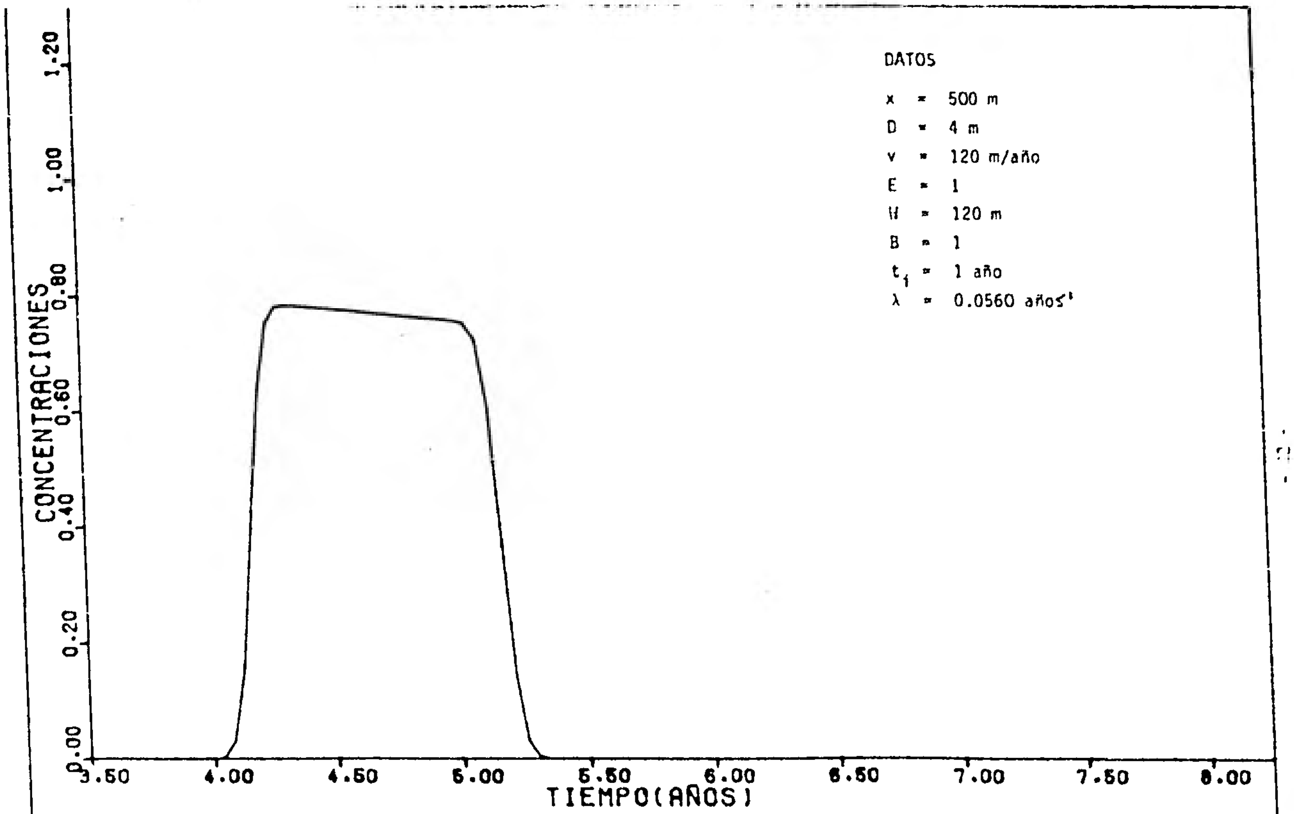

DATOS
x = 500 m
D = 4 m
v = 120 m/año
E = 1
W = 120 m
B = 1
t_i = 1 año
λ = 0.0560 años⁻¹
CONCENTRACIONES
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
1.20
3.50
4.00
4.50
5.00
5.50
6.00
6.50
7.00
7.50
8.00
TIEMPO(AÑOS)

FIGURA 7

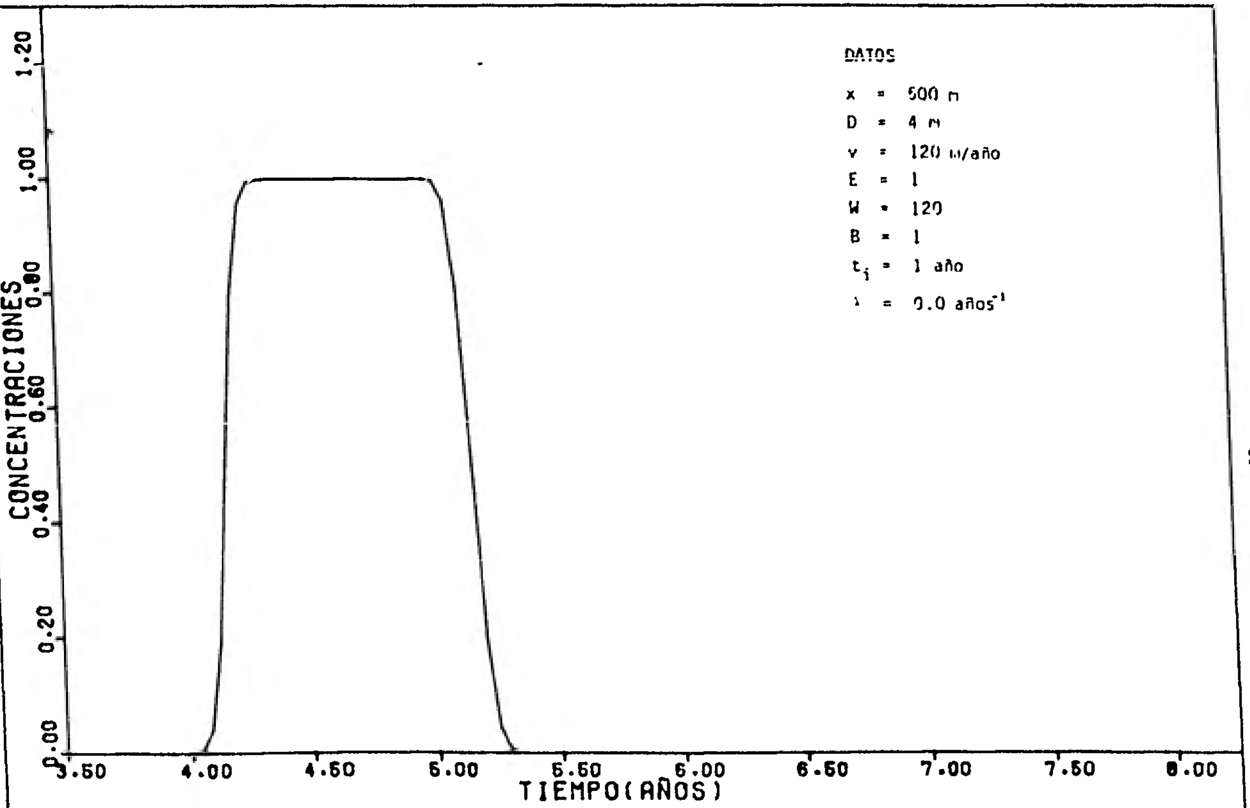

DATOS
x = 500 m
D = 4 m
v = 120 m/año
E = 1
W = 120
B = 1
t_i = 1 año
λ = 0.0 años^-1
CONCENTRACIONES
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
1.20
3.50
4.00
4.50
5.00
5.50
6.00
6.50
7.00
7.50
8.00
TIEMPO(AÑOS)

FIGURA 8

2.3.2. Soluciones Numéricas

La existencia de soluciones numéricas para la ecuación de dispersión es extensa debido a que las soluciones analíticas solo son posibles para algunos casos muy simplifacados, y aún en estos la solución analítica presenta una gran complejidad.

A continuación se presentan en una forma breve los pricipales -- trabajos reportados en la literatura sobre la solución de la ecuación de dispersión mediante técnicas numéricas.

Entre las técnicas numéricas más usadas para resolver la ecuación de dispersión tenemos el método de diferencias finitas y recientemente la técnica del elemento finito, Peaceman y Rachford (1962) fueron probablemente los primeros en aplicar la técnica de diferencias finitas para resolver la ecuación de flujo y la ecuación de dispersión en forma simultánea. El propósito de su trabajo fue simular el desplazamiento de aceite por solvente.

Las ecuaciones diferenciales por ellos usadas fueron

$$\nabla . \frac{k}{\mu} (\nabla P + \rho g \nabla h) = 0 \qquad [2.33]$$

$$D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + \nabla . \frac{ck}{\mu} (\nabla P + \rho g \nabla h) = \phi \frac{\partial c}{\partial t} \qquad [2.34]$$

Donde

k = permeabilidad , L^2

μ = viscosidad , $M L^{-2} T^{-1}$

ρ = densidad , $M L^{-3}$

D_x = Coeficiente de dispersión en la dirección de flujo, $L^2 T^{-1}$

D_y = Coeficiente de dispersión en la dirección transversal, $L^2 T^{-1}$

Dada la distribución de concentración en el tiempo t_n, $C_{i,\,j,\,n}$, para pasar de t_n a t_{n+1} con la ecuación [2.33] en diferencias finitas se calcula $P_{i,\,j,\,n}$, usando los valores de μ, ρ, evaluados con $C_{i,\,j,\,n}$.

Con estos valores de $P_{i,\,j,\,n}$, $\mu_{i,j,n}$ y $\rho_{i,\,j,\,n}$ y la ecuación [2.34] en diferencias finitas se calcula la nueva distribución de concentración - - $C_{i,\,j,\,n+1}$.

Los resultados obtenidos por Peaceman y Rachford son muy similares a los obtenidos con la solución analítica en una dimensión de la ecuación de-dispersión (solución [2.17])

Ellos prueban sus soluciones para el caso de dos dimensiones con un-modelo de laboratorio. El modelo consiste de un paquete de lucita con arena uniforme de Ottawa el cual contine aceite, y es inundado por el solvente.

Shamir y Harleman (1966, 1967) presentan un esquema de diferencias finitas para resolver el problema de dispersión en un campo de flujo potencial estable en un medio poroso en el cual los fluídos miscibles tienen la misma densidad y viscosidad.

Ellos prueban su método numérico para flujo de dos dimensiones, la extensión a tres dimensiones también es presentada por ellos, más no es verificada. La ecuación de dispersión fue usada en líneas equipotenciales de co-- rriente en un sistema coordenado (ϕ,ψ) quedando como:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + V^2 \frac{\partial c}{\partial \phi} = V^2 \frac{\partial}{\partial \phi}\left[(\alpha_L V + Dm)\frac{\partial c}{\partial \phi}\right] + V^2 \frac{\partial}{\partial \psi}\left[(\alpha_T V + Dm)\frac{\partial c}{\partial \psi}\right] \qquad [2.35]$$

Donde

V = Velocidad de filtración a lo largo de la línea de corriente LT^{-1}

D_m = Difusividad molecular L^2T^{-1}

α_L = Constante de dispersión longitudinal L

α_T = Constante de dispersión transversal L

El esquema de diferencias finitas por ellos usado es el de Crank-Nichoson.

Ellos compararon sus soluciones con las ya exixtentes para los casos de una dimensión y radial, y los resultados fueron satisfactorios.

M. Shariatmadar-Taleghani (1975) desarrolla y resuelve un modelo matemático capaz de predecir el perfil de concentración de sal en un acuifero de agua dulce el cual esta cercano a la costa, y comienza a ser invadido por agua salada.

El perfil de concentración es simulado como una función del tiempo.

Las ecuaciones usadas son:

$$\frac{\rho}{r}\frac{\partial p}{\partial r} + \frac{\partial}{\partial r}\left(\rho\frac{\partial p}{\partial r}\right) + \frac{\partial}{\partial z}\left[\rho\left(\frac{\partial p}{\partial z} + \rho g\right)\right] = \frac{\mu}{k}\rho_o \phi_o (\beta + C_F)\frac{\partial p}{\partial t} + \frac{\mu}{k}\phi_o\alpha\frac{\partial c}{\partial t} \qquad [2.36]$$

$$\phi = \phi_o\left[1 + C_F(p-p_o)\right] \qquad [2.37]$$

$$\rho = \rho_o + \beta\rho_o(p-p_o) + \alpha(C-Co) \qquad [2.38]$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\rho}{\rho-\alpha c}\frac{1}{r}\left(D_1\frac{\partial c}{\partial r} + D_2\frac{\partial c}{\partial z}\right) + \frac{\rho}{\rho-\alpha c}\frac{1}{\phi}\frac{\partial}{\partial r}\left[\phi\left(D_1\frac{\partial c}{\partial r} + D_2\frac{\partial c}{\partial z}\right)\right] + \frac{\rho}{\rho-\alpha c}\frac{1}{\phi}\frac{\partial}{\partial z}\left[\phi\left(D_2\frac{\partial c}{\partial z} + D_1\frac{\partial c}{\partial r}\right)\right] - V_r\frac{\partial c}{\partial r} - V_z\frac{\partial c}{\partial z} \qquad [2.39]$$

Donde [2.36] es la ecuación de flujo en un sistema de coordenadas cilindricas, [2.37] y [2.38] son las ecuaciones de estado, [2.39] es la ecuación de dispersión en coordenadas cilíndricas y:

r, z Coordenadas cilindricas, L

p = Presión, $F L^{-2}$

p_o = Valor inicial de presión, $F L^{-2}$

ρ = Densidad del fluído , $M L^{-3}$

ρ_o = Valor inicial de la densidad del fluído, $M L^{-3}$

g = Aceleración de la gravedad, $L T^{-2}$

h = Altura piezometrica, L

μ = Viscocidad del fluído, $M L^{-1} T^{-1}$

K = Permeabilidad , L^2

ϕ = Porosidad (adimensional)

ϕ_o = Valor inicial de porosidad (adimensional)

β = Compresibilidad del fluído, $L^2 F^{-1}$

C_F = Factor de compresibilidad de la formación, $L^2 F^{-1}$

t = Tiempo, T

α = Factor de proporcionalidad

C = Concentración de trazador $M L^{-3}$

C_o = Concentración inicial de trazador $M L^{-3}$

D_{11} , D_{12}, D_{21}, D_{22} = Componentes del coeficiente de dispersión hidrodinámica $L^2 T^{-1}$

V_r, V_z = componentes de la velocidad media en las direcciones r, y z respectivamente.

El método de solución empleado es el de diferencias finitas combinado con el método de las características.

El resuelve la ecuación de flujo y la ecuación de dispersión y los resultados se comparan con soluciones analíticas ya existentes obteniéndose una buena aproximación.

Este modelo es aplicado a algunos problemas de campo en Pakistan obteniéndose resultados satisfactorios, el modelo solo funciona para dos fluídos inmiscibles.

V. Murty (1975) desarrolla un modelo matemático para predecir el movimiento y la distribución de soluto introducido en acuiferos. El modelo es planteado en un sistema de coordenadas cartesianas, las ecuaciones planteadas son las siguientes.

$$\frac{\partial c}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i}\left(D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} - V_i\, C\right) \qquad [2.40]$$

$$\frac{\partial}{\partial x_1}\left(K_{x_1} \frac{\partial h}{\partial x_1}\right) + \frac{\partial}{\partial x_2}\left(K_{x_2} \frac{\partial h}{\partial x_2}\right) + q\,(x_1, x_2) = \phi \frac{\partial h}{\partial t} \qquad [2.41]$$

Donde la ecuación [2.40] es la ecuación de dispersión, la ecuación [2.41] la ecuación de flujo y :

C = Concentración

D_{ij} = Coeficiente de dispersión hidrodinámica

V_i = Velocidad en la dirección i

ϕ = Porosidad

K_{x_1} = Conductividad hidrálulica en la dirección x_1

K_{x_2} = Conductividad hidráulica en la dirección x_2

$q(x_1, x_2)$ = Termino el cual indica si hay fuente o sumidero

h = Altura piezométrica

El resuelve simultaneamente la ecuación de flujo y la ecuación de dispersión basándose en el método del elemento finito. La solución del modelo es aplicada en la determinación de patrones de flujo bajo diferentes condiciones de frontera.

Además en este trabajo formula un método para determinar los parámetros (constantes de dispersividad) del modelo de transporte, como una función de la velocidad de filtración, considerando que las concentraciones del soluto son conocidas en el acuifero. Se compararon los resultados obtenidos con algunas soluciones analíticas ya existentes y se observó una gran aproximación de su modelo, de tal forma que en la mayoria de las comparaciones los resultados son los mismos, por lo cual se concluye la validez de su método.

2.3.3 Determinación de los coeficientes de dispersión

La exactitud de los resultados obtenidos usando la ecuación de transporte y dispersión hidrodinámica depende en gran parte de los valores de los coeficientes de dispersión usados.

Sheidegger (1957) mediante observaciones en laboratorio concluye que en flujo en medios porosos los coeficientes de dispersión generalmente son proporcionales a la velocidad del fluído. El desarrolla dos modelos teóricos y sugiere que:

$$D \propto V \qquad [2.42]$$

$$D \propto V^2 \qquad [2.43]$$

D = Coeficiente de dispersión

V = Velocidad del fluído

Donde la constante de proporcionalidad es llamada constante de dispersividad del medio (la cual es característica de cada medio poroso). Si denotamos con α a la constante de dispersividad las ecuaciones [2.42] y [2.43] quedan como

$$D = \alpha V \qquad [2.42']$$

$$D = \alpha V^2 \qquad [2.43']$$

Experimentos realizados por el mismo Sheidegger demostraron que la ecuación [2.42'] es la que corresponde a la realidad física, esta relación también ha sido obtenida por posteriores investigadores; por tal razón la mayoría de los autores consideran esta ecuación en la determinación del valor del coeficiente de dispersión hidrodinámica.

En investigaciones posteriores Sheidegger (1961) concluye que para un medio poroso isotrópico, de dos dimenciones (x, y) existen dos coeficientes de dispersión, el coeficiente de dispersión longitudinal y el coeficiente de dispersión transversal los cuales están dados por:

$$D_L = \alpha_1 V \qquad [2.44]$$

$$D_T = \alpha_2 V \qquad [2.45]$$

Donde

D_L = Coeficiente de dispersión longitudinal

D_T = Coeficiente de dispersión transversal

α_1 = Constante de dispersividad longitudinal

α_2 = Constante de dispersividad transversal

Las constantes de dispersividad generalmente se determinan por pruebas de laboratorio, y a partir de éstas, se determinan los coeficientes de dispersión. Un nuevo método para la determinación de estas constantes es propuesto por V. Murty (1975), este método se basa en el conocimiento de la distribución inicial de concentración en el medio poroso.

CAPITULO III

PLANTEAMIENTO DEL MODELO MATEMATICO

En esta parte del trabajo se describe un modelo matemático para el problema de transporte y dispersión hidrodinámica de soluto en medios porosos, el modelo es descrito tanto para coordenadas cartesianas como para coordenadas radiales.

3.1 Obtención del Modelo

La ecuación de dispersión para un sistema de coordenadas cartesianas fue descrita en el capítulo II (ecuación [2.2]). Si a esta incorporamos el efecto del decaimiento radioactivo (Eldor y Dagan (1972)) tenemos lo siguiente:

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \lambda C = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(D_{ij} \frac{\partial c}{\partial x_j} \right) - V_i \frac{\partial c}{\partial x_i} \qquad [3.1]$$

o en notación vectorial

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \lambda C = \mathrm{div}\,(D\ \mathrm{grad}\ C) - V\ \mathrm{grad}\ C \qquad [3.2]$$

donde

λ = constante de decaimiento radioactivo T^{-1}

(depende del material radioactivo que se utilice)

Las demás variables fueron definidas en el capítulo II.

Si al tensor de dispersión D_{ij} lo representamos en forma matricial se tiene

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & D_{13} \\ D_{21} & D_{22} & D_{23} \\ D_{31} & D_{32} & D_{33} \end{bmatrix} \qquad [3.3]$$

donde D_{ij} está definido como el tensor de dispersión para un medio anisotrópico y heterogéneo.

En un medio homogéneo e isotrópico A. Ogata (1970) demuestra que el tensor de dispersión solo tendrá componentes en las direcciones principales por lo que la matriz de dispersión (ecuación [3.3]) quedará de la siguiente forma:

$$D_{ij} = \begin{bmatrix} D_{11} & 0 & 0 \\ 0 & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{33} \end{bmatrix} \qquad [3.4]$$

En donde D_{11} , D_{22}, D_{33} son los coeficientes de dispersión en las direcciones principales.

Sustituyendo [3.4] en [3.1] y considerando constantes los coeficientes de dispersión se tiene

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \lambda c = D_{11} \frac{\partial^2 c}{\partial x_1^2} + D_{22} \frac{\partial^2 c}{\partial x_2^2} + D_{33} \frac{\partial^2 c}{\partial x_3^2} -$$

$$- V_1 \frac{\partial c}{\partial x} - V_2 \frac{\partial c}{\partial x_2} - V_3 \frac{\partial c}{\partial x_3} \qquad [3.5]$$

Refiriendo la ecuación [3.5] al sistema cartesiano (x,y,z) esta queda como

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \lambda c = D_x \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} -$$

$$- V_x \frac{\partial c}{\partial x} - V_y \frac{\partial c}{\partial y} - V_z \frac{\partial c}{\partial z} \qquad [3.6]$$

donde

D_x = Coeficiente de dispersión en la direccion x

D_y = Coeficiente de dispersión en la dirección y

D_z = Coeficiente de dispersión en la dirección z

3.2 Ejemplo de flujo en el plano x, y

Si en la ecuación [3.6] consideramos que solo existe dispersión en las direcciones x, y ($D_z = 0$) y que solo existe velocidad en la dirección x ($V_y = V_z = 0$) la ecuación [3.6] queda como

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \lambda c = Dx \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_y \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} - Vx \frac{\partial c}{\partial x} \qquad [3.7]$$

En donde el coeficiente de dispersión D_y es una función de la velocidad en la dirección x.

La ecuación [3.7] se puede expresar de la siguiente forma

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \lambda c = V \left[\alpha_1 \cdot \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \alpha_2 \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} - \frac{\partial c}{\partial x} \right] \qquad [3.8]$$

donde

α_1 = Constante de dispersividad en la dirección x

α_2 = Constante de dispersividad en la dirección y

V = Velocidad del fluído en la dirección x

3.3. Flujo radial

La ecuación [3.8] puede ser cambiada a otro sistema coordenados por ejemplos a un sistema de coordenadas polares r, θ mediante la siguiente transformación.

$$x = r \cos\theta$$
$$y = r \operatorname{sen} \theta \qquad [3.9]$$
$$r = (x^2 + y^2)^{1/2}$$

Por lo que

$$\frac{\partial c}{\partial x} = \frac{\partial c}{\partial r} \frac{\partial r}{\partial x} + \frac{\partial c}{\partial \theta} \frac{\partial \theta}{\partial x}$$
$$= \frac{\partial c}{\partial r} \frac{x}{(x+y)^{1/2}} - \frac{\partial c}{\partial \theta} \frac{y}{(x^2 + y^2)} \qquad [3.10]$$

Análogamente

$$\frac{\partial c}{\partial y} = \frac{\partial c}{\partial r}\ \frac{\partial r}{\partial y} + \frac{\partial c}{\partial \theta}\ \frac{\partial \theta}{\partial y}$$

$$= \frac{\partial c}{\partial r}\ \frac{y}{(x^2+y^2)^{1/2}}\ \frac{\partial c}{\partial \theta}\ \frac{x}{(x^2+y^2)} \qquad [3.11]$$

Y

$$\frac{\partial}{\partial x} = \cos\theta\ \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\text{sen}\,\theta}{r}\ \frac{\partial}{\partial \theta}$$

$$[3.12]$$

$$\frac{\partial}{\partial y} = \text{sen}\,\theta\ \frac{\partial c}{\partial r} + \frac{\cos\theta}{r}\ \frac{\partial}{\partial \theta}$$

sustituyendo [3.10] , [3.11] y [3.12] en [3.8] se llega a

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \lambda c = V\Big[\alpha_1\Big(\cos\theta\,\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\text{sen}\,\theta}{r}\ \frac{\partial}{\partial \theta}\Big)\cdot\Big(\cos\theta\,\frac{\partial c}{\partial r} + \frac{\text{sen}\,\theta}{r}\ \frac{\partial c}{\partial r}\Big) +$$

$$+ \alpha_2\Big(\text{sen}\,\theta\,\frac{\partial}{\partial r} + \frac{\cos\theta}{r}\ \frac{\partial}{\partial \theta}\Big)\cdot\Big(\text{sen}\,\theta\,\frac{\partial c}{\partial r} + \frac{\cos\theta}{r}\ \frac{\partial c}{\partial \theta}\Big) -$$

$$- \cos\theta\,\frac{\partial c}{\partial r} - \frac{\text{sen}\,\theta}{r}\ \frac{\partial c}{\partial \theta}\Big] \qquad [3.13]$$

Si en la ecuación [3.13] se considera que existe simetria radial (los valores de la concentración no dependen del ángulo θ, dependen unicamente de la distancia r), por lo tanto θ será igual a 0 o π (dependiendo si el flujo es convergente o divergente), la ecuación [3.13] para flujo divergente se transforma en

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \lambda c = V\Big[\alpha_1\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} - \frac{\partial c}{\partial r}\Big] \qquad [3.14]$$

La velocidad en la ecuación [3.14] esta dada por

$$V = \frac{Q}{A}$$

Donde

A = área que atravieza el fluído ($2\pi r \phi h$)

h = espesor

Q = gasto

ϕ = porosidad

Sustituyendo el valor de la velocidad y considerando flujo divergente [3.14] queda como

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \lambda c = \frac{Q}{2\pi r \phi h} \left[\alpha_1 \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} - \frac{\partial c}{\partial r} \right] \qquad [3.15]$$

donde α es la constante de dispersividad del medio

Haciendo $W = \frac{Q}{2\pi\phi h}$ la ecuación [3.15] queda como

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \lambda c = \frac{W}{r} \alpha_1 \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} - \frac{W}{r} \frac{\partial c}{\partial r} \qquad [3.16]$$

La ecuación [3.16] es el modelo matemático que simula el fenómeno de dispersión en un sistema de coordenadas radiales considerando que no hay adsorción y que el trazador es radioactivo.

CAPITULO IV

SOLUCION DEL MODELO MATEMATICO PLANTEADO

En este capítulo se presenta una solución analítica para la ecuación [3.16] deducida en el capítulo anterior.

Para resolver esta ecuación se aplicaron dos cambios de variable, mediante los cuales se logra reducir a la ecuación original en una ya conocida. De esta manera se logró resolver la ecuación [3.16] aplicando un procedimiento analítico.

4.1 Transformación de la ecuación

Debido a que mediante técnicas analíticas la ecuación [3.16] es difícil de resolver, se procedió mediante cambios de variable reducida a una ya conocida.

La ecuación [3.16] es

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \lambda c + \frac{W}{r} \frac{\partial c}{\partial r} = \frac{W}{r} \alpha_1 \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} \qquad [4.1]$$

Si en la ecuación [4.1] se supone que la influencia de α_1 es pequeña en comparación con el efecto del movimiento del trazador lejos del punto de inyección, se puede considerar que

$$\frac{r}{W} \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\lambda c r}{W} + \frac{\partial c}{\partial r} \simeq 0 \qquad [4.2]$$

de donde

$$\frac{\partial c}{\partial r} \cong - \frac{r}{W} \frac{\partial c}{\partial t} - \frac{\lambda c r}{W}$$

$$\frac{\partial}{\partial r} \cong - \frac{r}{W} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{\lambda r}{W} \qquad [4.3]$$

Y

$$\frac{\partial^2 c}{\partial r^2} \cong \frac{\partial}{\partial r}\left[- \frac{r}{W} \quad \frac{\partial c}{\partial t} - \frac{\lambda c r}{W}\right]$$

$$\frac{r^2}{W^2} \quad \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} + \frac{2r^2\lambda}{W^2} \quad \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\lambda^2 r^2 c}{W^2} \qquad [4.4]$$

Sustituyendo [4.4] en [4.1] tenemos

$$a_1\left(\frac{r^2}{W^2} \quad \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} + \frac{2\ r^2\lambda}{W^2} \quad \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\lambda^2 r^2 c}{W^2}\right) = \frac{r}{W} \quad \frac{\partial c}{\partial t} + \frac{\lambda c r}{W} + \frac{\partial c}{\partial r} \qquad [4.5]$$

Si ahora definimos una nueva variable la cual este dada por:

$$C(r,t) = F(r,t) \exp(-\lambda t) \qquad [4.6]$$

Y sustituyendo [4.6]en [4.5] se obtiene

$$\frac{a_1 r}{W^2} \quad \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} - \frac{r}{W} \quad \frac{\partial F}{\partial t} - \frac{\partial F}{\partial r} = 0 \qquad [4.7]$$

4.2 Condiciones de Frontera

Las condiciones de frontera de la ecuación [4.1] son las siguientes

$$\begin{array}{lll} C(0,t) = Co \exp(-\lambda t) & ; & t \geq 0 \\ C(r,0) = 0 & ; & r \geq 0 \\ C(\infty,t) = 0 & ; & t \geq 0 \\ C_t(r,0) = 0 & ; & r \geq 0 \end{array} \qquad [4.8]$$

donde Co es una constante

Aplicando la ecuación [4.6] a las condiciones de frontera estas quedan como:

$$F(0,t) = Co$$
$$F(r,0) = 0 \qquad [4.9]$$
$$F(\infty,0) = 0$$
$$F_t(r,0) = 0$$

4.3 Solución del Modelo

La solución de la ecuación [4.7] con las condiciones de frontera [4.9] puede ser obtenida mediante transformada de Laplace de la siguiente forma:

Tomando transformadas de Laplace en [4.7] esta se convierte en

$$S\,F(r,s)-F(r,0) + \frac{W}{r}\,\frac{dF(r,s)}{dr} = \frac{\alpha_1 r}{W}\left[S^2 F(r,s) - SF(r,0)-F_t(r,0)\right] \qquad [4.10]$$

Introduciendo [4.9] en [4.10] tenemos

$$\frac{W}{r}\,\frac{dF(r,s)}{dr} = \frac{\alpha_1 \quad rs^2}{W}\,F(r,s) - sF(r,s) \qquad [4.11]$$

de donde

$$\frac{dF(r,s)}{F(r,s)} = \left(\frac{\alpha_1 r^2 s^2}{W^2} - \frac{r\,s}{W}\right) dr \qquad [4.12]$$

Integrando ambos miembros se tiene

$$F(r,s) = C_1 \exp\left(\frac{\alpha_1 \; r^3 s^2}{3W^2} - \frac{r^2\,s}{2W}\right) \qquad [4.13]$$

Usando la primera condición de [4.9] encontramos el valor de C_1 y [4.13] queda como

$$F(r,s) = C_o \exp\left(\frac{\alpha_1 r^3 s^2}{3W^2} - \frac{r^2 s}{2W}\right) \qquad [4.14]$$

Donde [4.14] es la solución de [4.7] en el dominio de Laplace, por lo que antitransformando tendremos la solución en el dominio del tiempo, la cual es

$$F(r,t) = \frac{Co}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{Wt - r^2/2}{2\ \alpha_1 r^3/3}\right) \qquad [4.15]$$

Sustituyendo [4.6] en [4.15] volvemos a la variable original

$$\frac{C(r,t)}{C_o} = \frac{1}{2} \exp(-\lambda t) \operatorname{erfc}\left(\frac{Qt/2\pi\emptyset\ h - r^2/2}{2\sqrt{\alpha_1 r^3/3}}\right) \qquad [4.16]$$

La ecuación [4.16] es la solución del modelo matemático que simula la distribución de la concentración de un trazador radioactivo considernado un sistema radial e inyección constante.

Si en la ecuación [4.16] hacemos $\lambda=0$ (no hay decaimiento radioactivo) se considera inyección de trazador químico y [4.16] se transforma en

$$\frac{C(r,t)}{C_o} = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}\left(\frac{Qt/2\pi\emptyset h - r^2/2}{2\sqrt{\alpha_1 r^3/3}}\right) \qquad [4.17]$$

La figura 10 nos muestra el comportamiento de la ecuación [4.17] para un juego de datos tomados de la literatura.

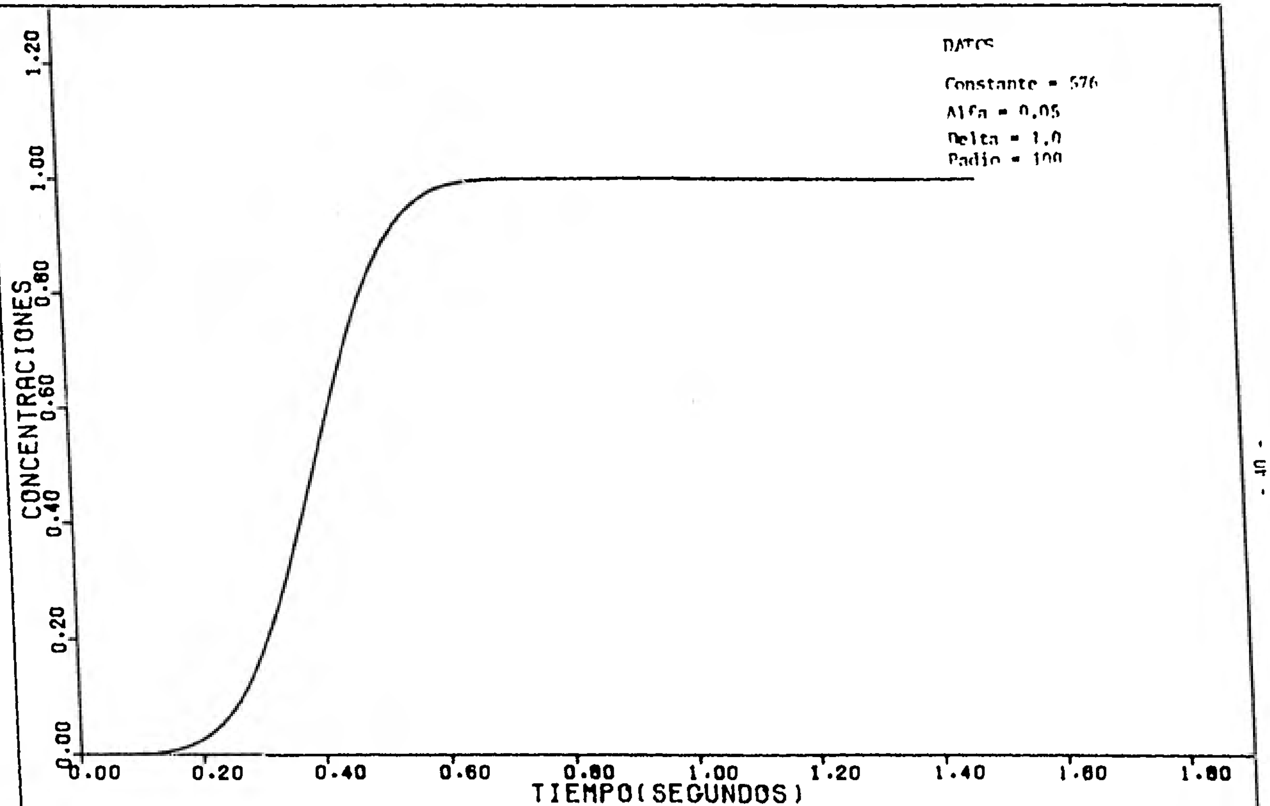

DATOS
Constante = 576
Alfa = 0,05
Delta = 1,0
Radio = 100
CONCENTRACIONES
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
1.20
TIEMPO(SEGUNDOS)
0.00
0.20
0.40
0.60
0.80
1.00
1.20
1.40
1.60
1.80

Figura 9

La ecuación (4.16), como se vió anteriormente, se refiere a un trazador radiactivo, sin embargo; dicha ecuación no fue posible aplicarla a un problema de campo para comprobar su comportamiento dado que no se cuenta con información para este tipo de pruebas. Por tal razón, en -- [4.16] se eliminó el decaimiento radiactivo, obteniendo la ecuación --- [4.17] para trazador químico y que es la que Brigham y Smith, Hoopes y Harleman presentan en sus trabajos .

En el siguiente capítulo se muestra el desarrollo y aplicación -- del algoritmo dado por Dexter L. Yuen (1978), mediante el cual se puede determinar concentración, porosidad y permeabilidad, entre otros parámetros.

CAPITULO V

VERIFICACION DEL MODELO

En este capítulo se presenta un método para calcular la capacidad de almacenamiento y la conductancia de los diferentes estratos de un yacimiento para un patrón de inyección de cinco pozos. El método está basado en un trabajo desarrollado por W.E.Brigham y D.H. Smith (1965) (el original de este artículo es mostrado en el apendice A).

Brigham y Smith derivan una ecuación integral basada en la ecuación [4.17], esta ecuación integral relaciona la concentración del trazador medida en el pozo productor con el volumen del fluído inyectado en un estrato, la ecuación por ellos derivada es

$$\frac{C}{C_{mp}}(PV) = \int_{a}^{b} \frac{dF_D}{dQ_i} \exp\left[\frac{-3L(Qi-PV)^2}{\pi^2 \alpha}\right] dQ_i \qquad [5.1]$$

donde

C = concentración del trazador medida en el pozo productor

C_{mp} = Concentración máxima de trazador en el estrato del yacimiento.

L = Distancia del pozo productor al pozo inyector ft

α = Constante de dispersión ft

F_D = fracción del fluído inyectado en la corriente de producción

Q_i = Volumen poroso desplazable (es una variable de integración en unidades de volumen poroso)

ϕ = Porosidad

a,b = límites de integración (dependen del patrón de inyección)

PV = Volumenes porosos desplazables de fluído inyectado

Para un patrón de inyección de cinco pozos Brigham y Smith empiricamente relacionan a F_D y Q_i por la ecuación

$$\log \left[\log \left(\frac{1.07}{1.07-F_D} \right) \right] = -0.0410 + 0.581 \ \log(Q_i - 0,72) \qquad [5.2]$$

Válida unicamente para $0.72 < Q_i < 2.29$

Obteniendo $\frac{dF_D}{dQ_i}$ en la ecuación [5.2] y sustituyendo en [5.1]

Se obtiene una expresión aplicable a un patrón de inyección de cinco pozos

$$\frac{C}{C_{mp}} PV = \int_{0.72}^{2.29} \left\{ 1.302728 \left[(Q_i - 0.72)^{-0.419} \right] \left[10^{-0.909913 \ (Q_i - 0.72)^{0.581}} \right] \right.$$

$$\left. \exp \left[- \frac{3L(Q_i - PV)^2}{\pi^2 \ \alpha} \right] \right\} dQ_i \qquad [5.3]$$

Dexter L. Yuen (1978) desarrollo un algoritmo para computadora basado en la ecuación [5.3] . Este algoritmo determina la capacidad de almacenamiento y la conductancia de un yacimiento estratificado compuesto de n estratos. En el desarrollo se considera un modelo de yacimiento como el mostrado en la figura 10.

Considerando que el gasto de inyección i en el estrato j es proporcional al $(Kh)_j$ se tiene

$$i_j = i \cdot \frac{(Kh)_j}{\Sigma Kh} \qquad [5.4]$$

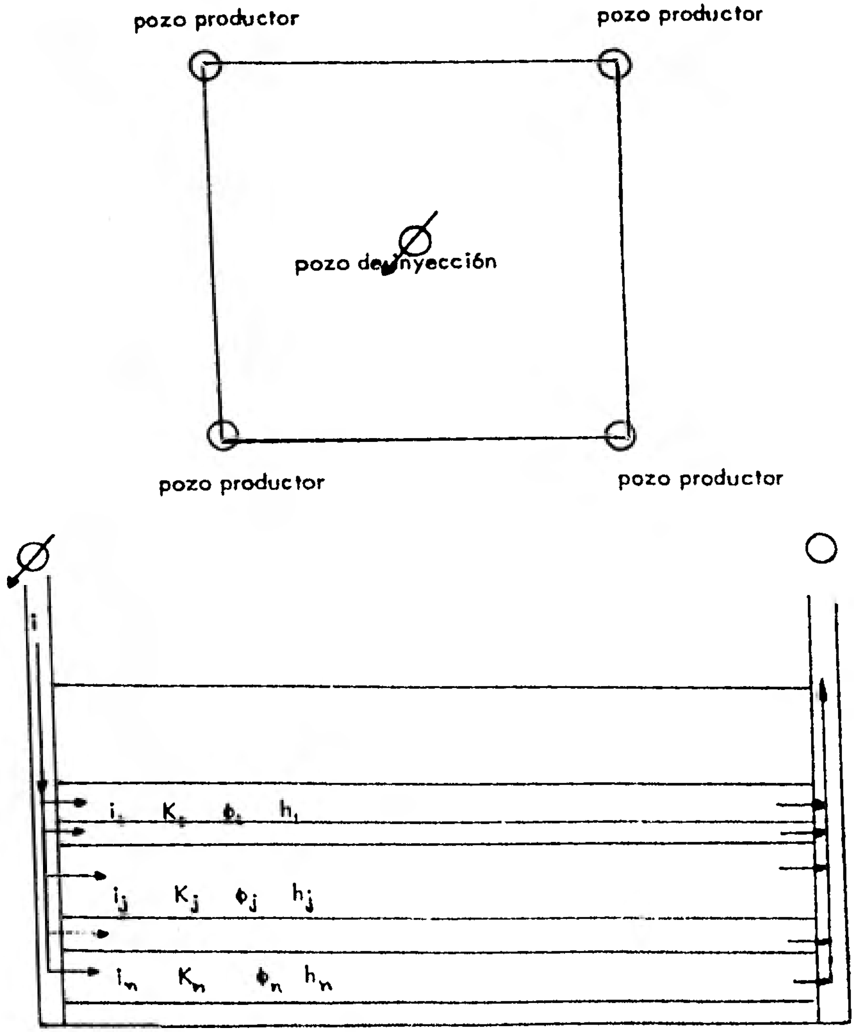

pozo productor
pozo productor
pozo de inyección
pozo productor
pozo productor
i
i_1 K_1 ϕ_1 h_1
i_j K_j ϕ_j h_j
i_n K_n ϕ_n h_n

Figura 10

el fluído inyectado en el estrato j, V_j es

$$V_j = i_j \cdot \text{tiempo} = i \cdot \frac{(Kh)_j}{\Sigma Kh} \cdot \text{tiempo} = V \cdot \frac{(Kh)_j}{\Sigma Kh} \qquad [5.5]$$

donde V es el total de volumen inyectado en barriles.

El volúmen poroso inyectado en la capa j, PV_j se puede describir como

$$PV_j = \frac{V_j \cdot 5.615}{A(h\phi)_j Sw} = \frac{5.615}{A(h\phi)_j Sw} \cdot V \frac{(Kh)_j}{\Sigma Kh} = \frac{5.615\ K_j}{\phi_j \Sigma Kh\ \ A S_w} \cdot V \qquad [5.6]$$

En el desarrollo de este algoritmo se supone que la aparición de un pico de concentración en las curvas de campo corresponde a un pico de concentración de un estrato (esta suposición no es del todo válida, pero se -- acerca en gran parte a la realidad), por lo que si hay n picos en las curvas de campo se pueden considerar que existen n capas. La localización - de un pico de concentración varía con L/α, L.Yuen empíricamente encontró la siguiente relación

$$PV_p = 0.72 + 0.580541 \left(\frac{L}{\alpha}\right)^{-0.430043} \qquad [5.7]$$

La ecuación [5.6] puede ser puesta en función del volumen poroso -- inyectado al cual ocurre el pico de concentración, y de PV_p quedando como

$$\frac{K_j}{\phi_j \Sigma Kh} = \frac{PV_p}{V_{pi}} \cdot \frac{A Sw}{5.615} \qquad [5.8]$$

Tomando en cuenta la ecuación (15) del trabajo de Brigham y Smith la cual nos relaciona a C_{mp} con la cantidad de trazador que entra en el estrato, se tiene

$$m = 400\ h\phi\ Sw\ C_{mp} L^{1.5}\ \alpha^{0.5} \qquad [5.9]$$

donde m = masa del trazador medida en libras

Si en la ecuación [5.9] despejamos a C_{mp}, medida en partes por millón, para el estrato j se tendrá

$$C_{mpj} = \frac{m}{0.0004\,(h\phi)_j SwL^{1.5}\ \alpha^{0.5}} \qquad [5.10]$$

y el valor de la concentración de trazador en la capa j C_j se puede expresar como

$$C_j = \frac{C_j}{C_{mpj}} \cdot C_{mpj} = \frac{C_j}{C_{mpj}} \cdot \frac{m_j}{0.0004\,(h\phi)_j SwL^{1.5}\ \alpha^{0.5}} \qquad [5.11]$$

la cantidad de trazador que invade al estrato j, m_j se puede considerar como

$$m_j = m \cdot \frac{(Kh)_j}{\Sigma Kh} \qquad [5.12]$$

combinando [5.12] con [5.11] C_j queda como

$$C_j = \frac{C_j}{C_{mpj}} \cdot \frac{m}{0.0004 SwL^{1.5}\ \alpha^{0.5}} \cdot \frac{K_j}{\phi j \Sigma Kh} \qquad [5.13]$$

Por lo que la cantidad total de trazador que se tendrá en el pozo productor será

$$C = \Sigma C_j \cdot \frac{(Kh)_j}{\Sigma Kh} \qquad [5.14]$$

sustituyendo [5.13] en [5.14] se llega a

$$C = \Sigma \frac{C_j}{C_{mpj}} \cdot \frac{m}{0.0004 SwL^{1.5} \alpha^{0.5}} \cdot \frac{K_j}{\phi_j \Sigma Kh} \cdot \frac{(Kh)_j}{\Sigma Kh} \qquad [5.15]$$

en la ecuación anterior la incógnita es $\frac{(Kh)_j}{\Sigma Kh}$ de tal forma que si se tienen n valores de C se tendrán n ecuaciones similares a [5.15]

Si se utiliza el valor de los picos de concentración de las curvas de campo (C_{pi} donde i = 1,2,..., n) [5.15] queda como

$$C_{pi} = \Sigma \left(\frac{C_j}{C_{mpj}} \right)_i \cdot \frac{m}{0.0004\ Sw\ L^{1.5}\ \alpha^{0.5}} \cdot \frac{K_j}{\phi_j \Sigma Kh} \cdot \frac{(Kh)_j}{\Sigma Kh} \qquad [5.16]$$

De donde la ecuación [5.16] nos genera un sistema de n ecuaciones con n incógnitas, donde n es el número de picos que se tienen en las curvas de campo. El $(\phi h)_j$ característico de cada estrato puede ser calculado como

$$(\phi h)_j = \frac{(Kh)_j}{\Sigma Kh} \div \frac{K_j}{\phi_j \Sigma Kh} \qquad [5.17]$$

donde $(\phi h)_j$ es la capacidad de almacenamiento del estrato j y a $\frac{(kh)_j}{\Sigma Kh}$ se le denomina conductancia del estrato j

Un diagrama de bloques en el cual se indica como se calcula $(\emptyset h)_j$ y $\frac{(Kh)_j}{\Sigma Kh}$ mediante un programa de computadora, es presentado en la figura 11.

El programa de computadora que realiza los cálculos anteriores es presentado en el apendice B.

A continuación se presenta un ejemplo de aplicación del método dado en este capítulo, para este ejemplo se consideraron los datos aportados por la prueba de trazado descrita en el artículo de Brigham y Smith, En esta prueba ellos usaron como trazador tiocianato de amonio, para la aplicación del modelo presentado en este trabajo se eligió el pozo D, la gráfica de campo obtenida para este pozo es mostrada en la figura 12.

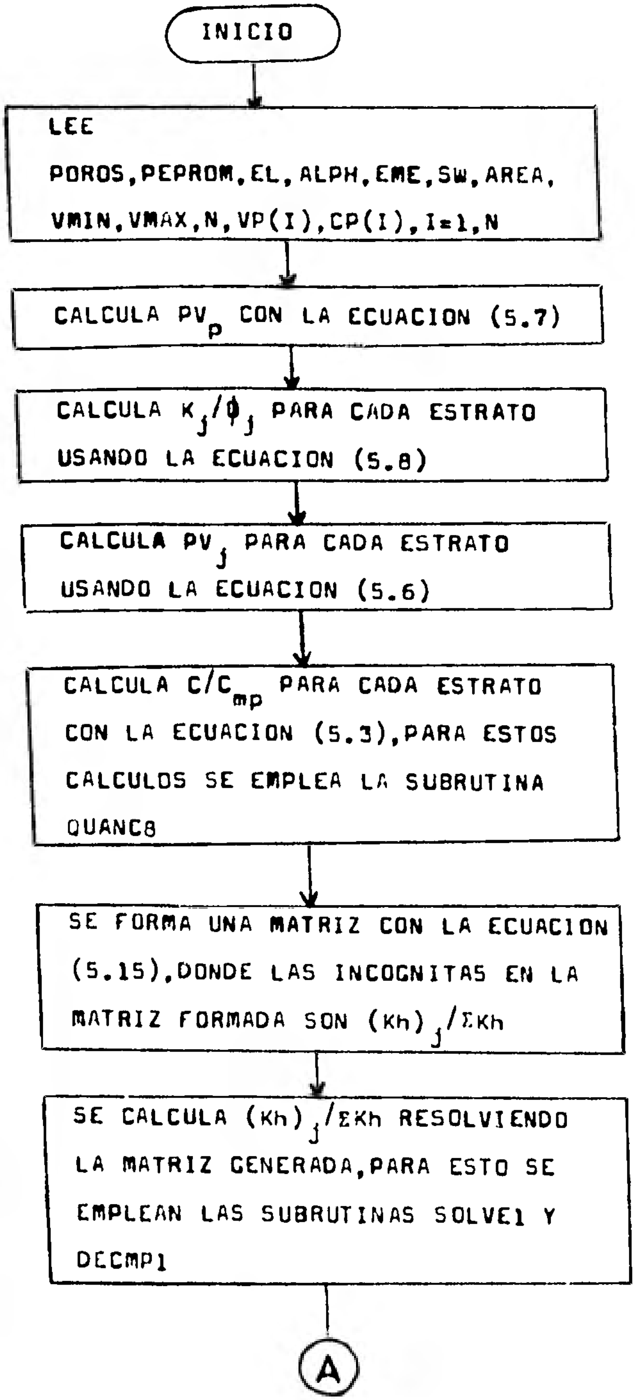
Tomando como base la curva de campo del pozo D se hicieron dos ajustes aplicando el modelo descrito en este trabajo para calcular la capacidad de flujo y la conductancia que más se aproximará a los datos de campo.

En el primer ajuste se localizaron cinco picos en la curva de campo (figura 12) con las siguientes coordenadas:

Localización de pico (barriles)	Altura de pico (ppm)
2600	29.90
3040	28.60
3220	31.60
3600	27.30
3860	21.35

En el segundo ajuste se varió la localización de los picos de la figura 12 proponiéndose cinco picos con las siguientes coordenadas:

FIGURA 11


INICIO
LEE
POROS,PEPROM,EL,ALPH,EME,SW,AREA,
VMIN,VMAX,N,VP(I),CP(I),I=1,N
CALCULA PV_p CON LA ECUACION (5.7)
CALCULA K_j/ϕ_j PARA CADA ESTRATO
USANDO LA ECUACION (5.8)
CALCULA PV_j PARA CADA ESTRATO
USANDO LA ECUACION (5.6)
CALCULA C/C_{mp} PARA CADA ESTRATO
CON LA ECUACION (5.3),PARA ESTOS
CALCULOS SE EMPLEA LA SUBRUTINA
QUANC8
SE FORMA UNA MATRIZ CON LA ECUACION
(5.15),DONDE LAS INCOGNITAS EN LA
MATRIZ FORMADA SON $(Kh)_j/\Sigma Kh$
SE CALCULA $(Kh)_j/\Sigma Kh$ RESOLVIENDO
LA MATRIZ GENERADA,PARA ESTO SE
EMPLEAN LAS SUBRUTINAS SOLVE1 Y
DECMP1
A

A

SE CALCULA $(h\phi)_J$ CON LA ECUACION (5.17)

SE GENERA UNA CURVA CALCULADA DE CONCENTRACION VS. VOLUMEN INYECTADO ENTRE LOS RANGOS DE VMIN Y VMAX UTILIZANDO LAS ECUACIONES (5.6), (5.3), (5.15)

NOMENCLATURA

POROS= POROSIDAD PROMEDIO DEL YACIMIENTO

PEPROM= ESPESOR PROMEDIO DEL YACIMIENTO MULTIPLICADO POR LA PERMEABILIDAD PROMEDIO DEL YACIMIENTO

EL= DISTANCIA ENTRE EL POZO PRODUCTOR Y EL POZO INYECTOR

ALPH= CONSTANTE DE DISPERSION

EME= CANTIDAD DE TRAZADOR INYECTADO

SW= SATURACION DE AGUA EN EL YACIMIENTO

VMIN= VALOR MINIMO DE VOLUMEN INYECTADO PARA EL CUAL SE ANALIZA LA CURVA DE CAMPO

VMAX= VALOR MAXIMO DE VOLUMEN INYECTADO PARA EL CUAL SE ANALIZA LA CURVA DE CAMPO

N= NUMERO DE PICOS LOCALIZADOS EN LA CURVA DE CAMPO

VP(I)= ABSISAS A LAS CUALES SE LOCALIZAN LOS PICOS

CP(I)= ORDENADAS A LAS CUALES SE LOCALIZAN LOS PICOS

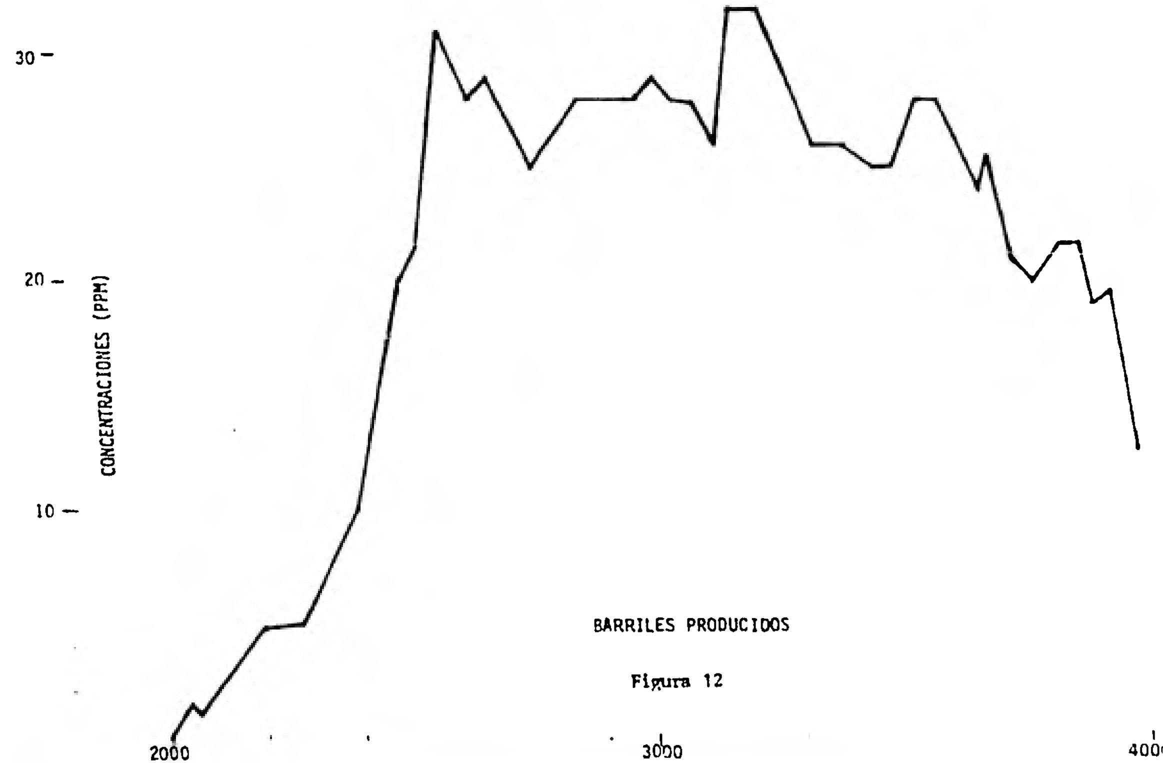

30
20
10
CONCENTRACIONES (PPM)
2000
3000
4000
BARRILES PRODUCIDOS

Figura 12

Localización de pico (barriles)	Altura de pico (ppm)
2600	31.00
2950	28.50
3250	31.50
3600	28.00
3850	21.35

Como es recomendado en el artículo de Brigham y Smith antes de que los datos sean análizados deben ser corregidos para poder considerar la - influencia de fluídos de afuera del patrón de inyección. Por ejemplo el pozo D produce un promedio de 240 BWPD y se estima que el pozo inyector contribuye con 205 BWPD para la producción del pozo D, por lo que los otros 35 BWPD llegan de afuera del patrón de inyección.

Considerando lo anterior, la concentración dada en los datos de -- campo debe ser multiplicada por un factor de 240/205 para hacerla compatible con lo que se debe de proporcionar al modelo.

Los datos de campo dan la localización de los picos de concentración como una función del fluído producido por el pozo en lugar de darlos como - una función del fluído inyectado en el patrón, que es como los necesita el- modelo, por lo que los "volumenes inyectados" fueron determinados por la -- multiplicación de los "volumenes producidos" por 205/240.

Otra consideración que se hace es que, después de inyectar en el patrón, el fluído no es igualmente distribuido entre los pozos productores, - por lo que el valor original de la cantidad de trazador inyectado debe de - ser modificado.

Por ejemplo para el patrón de inyección que estamos considerando se inyectaron 600 BWPD, y si éstos fueron igualmente distribuídos el pozo D recibiría exactamente 150 BWPD, como el pozo D recibe 205 BWPD del fluído inyectado en lugar de 150 BWPD la cantidad de trazador inyectado sera de 200 libras multiplicadas por el factor de 205/150.

Después de hacer las correcciones anteriores los datos quedaron de la siguiente forma

Datos para el primer ajuste

Localización de pico (barriles)	Altura de pico (ppm)
2220	35.00
2597	33.50
2750	37.00
3070	32.00
3300	25.00

Datos para el segundo ajuste

Localización de pico (barriles)	Altura de pico (ppm)
2220	36.30
2519	33.37
2776	36.88
3075	32.78
3288	25.00

La cantidad de trazador inyectado ya corregido fué de 273 libras, el valor de la saturación de agua de 0.55, la constante de dispersión α de 0.05, la distancia entre el pozo inyector y el pozo productor fue 233.30ft

Los resultados de estos dos ajustes son presentados en el capítulo siguiente.

CAPITULO VI

R E S U L T A D O S

En este capítulo se presentan los resultados obtenidos al aplicar el algoritmo descrito en el capítulo anterior al problema de campo presentado en el artículo de Brigham y Smith.

Los resultados de este análisis son dados en las tablas I y II así como en las figuras 13 y 14. La tabla I y la figura 13 corresponden al primer ajuste, la tabla II y la figura 14 corresponden al segundo ajuste.

Del análisis de las tablas I y II y de las gráficas proporcionadas por las figuras 13 y 14 podemos observar que en el primer ajuste los valores de permeabilidad obtenidos por el modelo para los estratos 2 y 3 tienen muy poca variación, al igual que los obtenidos para los estratos 4 y 5, por este motivo es que al observar la gráfica dada en la figura 13 solo localizamos tres picos, cosa que pareciera errónea ya que nosotros habíamos propuesto un ajuste de una curva de cinco picos, lo que sucede es que los picos producidos por los estratos 2 y 3 se confunden en uno solo al igual que los producidos por los estratos 4 y 5 razón por la cual solo se observan tres picos en la gráfica de la figura 13. Para el segundo ajuste como se puede observar en la tabla II los valores de permeabilidad calculados por el modelo tienen muy poca variación en los estratos 4 y 5, en los demas estratos la variación es mayor, esto puede explicar el porque en la gráfica de la figura 14 solo aparecen 4 picos en la curva calculada por el modelo.

Como también se puede observar de las figuras 13 y 14 la curva calculada que más se acerca a las curvas de campo es la proporcionada por el segundo ajuste, para el cual los rangos de permeabilidad calculados por el modelo varian entre 4133.95 y 2791.11 milidarcis los cuales coinciden en gran parte con los proporcionados por Brigham y Smith para la misma prueba los cuales varian entre 4110 y 2980 milidarcis.

TABLA I

CANTIDAD DE TRAZADOR(LBS)= 273.000
Sw= .550
AREA(PIES CUADRADOS)= 27225.00000

ESTRATO NO.	LOCALIZACION DE PICO (BBLS)	ALTURA DE PICO (PPM)
1	2220.00	35.00
2	2597.00	33.50
3	2750.00	37.00
4	3070.00	32.00
5	3300.00	25.00

L(FT) = 233.30 ALPHA(FT) = .05 1/ALPHA (FT)= 4666.00

INFORMACION GENERADA A PARTIR DE LOS DATOS DE ENTRADA

ESTRATO NO.	KH/KH TOTAL	POROSIDAD*H(PIES)
1	.0972	.1100
2	.0652	.0864
3	.0638	.0895
4	.0566	.0887
5	.0240	.0404

ESTRATO NO.	ESPESOR(FT)	KH (MILIDARCIS-FT)	PERMEABILIDAD(MILIDARCIS)
1	.423031	1748.7909	4133.9587
2	.332209	1173.9742	3533.8422
3	.344147	1148.4988	3337.2321
4	.341007	1019.3990	2989.3773
5	.155382	432.1202	2781.0268

@FIN

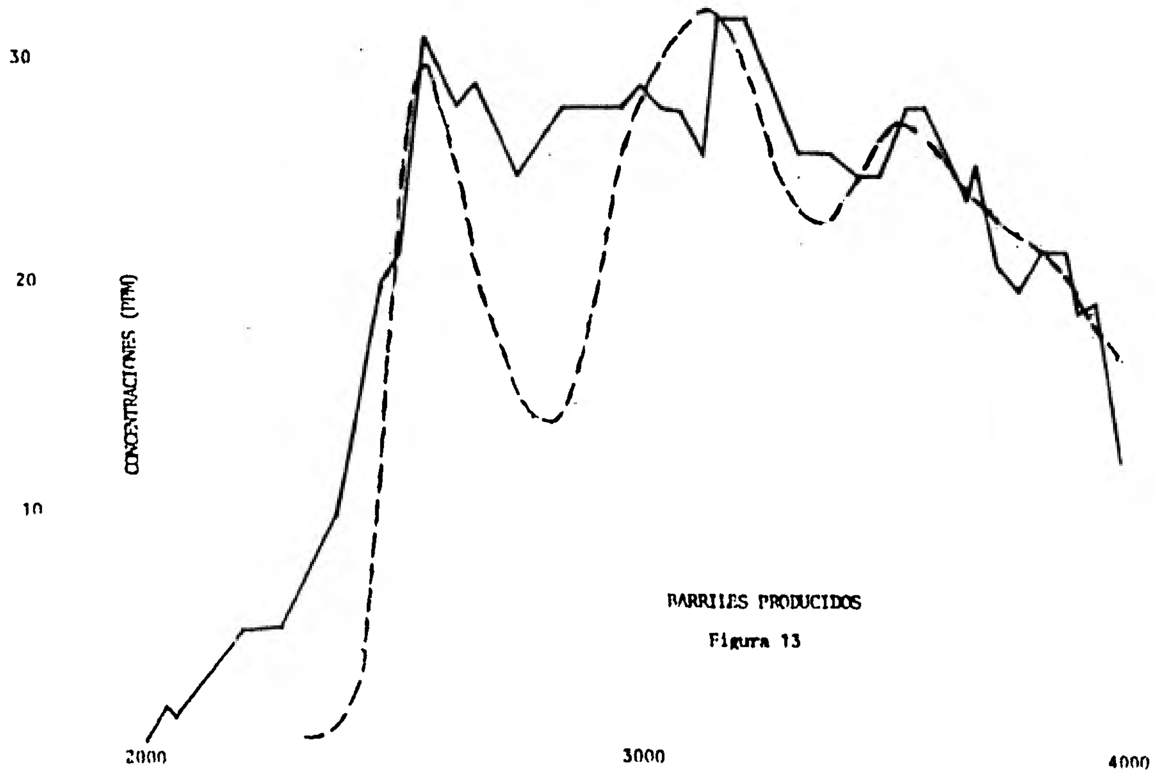

30
20
10
CONCENTRACIONES (PPM)
BARRILES PRODUCIDOS
2000
3000
4000

Figura 13

TABLA II

CANTIDAD DE TRAZADOR(LBS)= 273.00
SW= .50
AREA(PIES CUADRADOS)= 27225.0000

ESTRATO NO.	LOCALIZACION DE PICO (BBLS)	ALTURA DE PICO (PPM)
1	2221.00	36.30
2	2517.00	33.30
3	2776.00	36.80
4	3175.00	32.70
5	3233.00	25.00

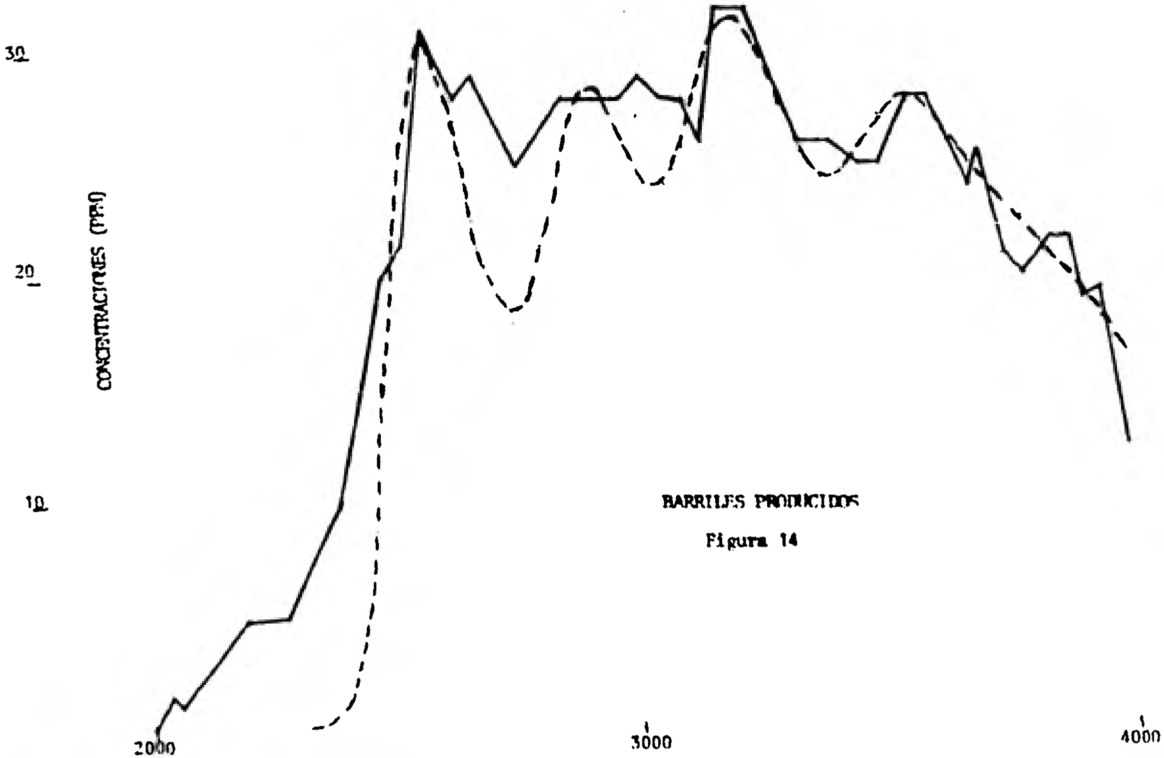
L(FT) = 233.33 ALPHA(FT) = .05 L/ALPHA (FT)= 4666.00

INFORMACION GENERADA A PARTIR DE LOS DATOS DE ENTRADA

ESTRATO NO.	KH/KH TOTAL	POROSIDAD*H(PIES)
1	.1723	.1141
2	.2571	.0862
3	.1728	.1031
4	.1985	.0873
5	.1194	.0325

ESTRATO NO.	ESPESOR(FT)	KH (MILIDARCIS-FT)	PERMEABILIDAD(MILIDARCIS)
1	.423607	1813.3267	4133.9587
2	.331573	1203.5106	3543.2665
3	.379534	1311.2313	3335.9756
4	.324532	994.3253	2984.5165
5	.174957	343.7943	2791.1765

*FIN


30
20
10
CONCENTRACIONES (PPM)
2000
3000
4000
BARRILES PRODUCIDOS
Figura 14

CAPITULO VII

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El estudio del movimiento real de un fluído a través de un medio poroso mediante un trazador presenta complicaciones en cuento a su formulación y solución, siendo esto último lo más problemático, por lo que se hace necesario hacer ciertas suposiciones en el comportamiento del fenómeno de tal manera que el modelo matemático que lo simula pueda solucionarse y que la solución obtenida no sea tan ideal que resulte alejada de la realidad. En muchos casos las suposiciones hechas permitiran inclusive obtener soluciones analíticas de los modelos planteados. Por ejemplo en este trabajo se presentaron las soluciones analíticas de modelos matemáticos que describen el fenómeno de dispersión en una dimensión (flujo solo en la dirección longitudinal) soluciones que simulan en fenómeno de una manera simple pero que sin embargo ilustran mucho acerca de su comportamiento. Cabe mencionar que dichas soluciones presentaron algunas complicaciones en su determinación pero los resultados obtenidos fueron bastante satisfactorios. A continuación y a manera de resumen mencionaremos los aspectos más importantes de los modelos resueltos.

- La solución unidemensional lineal fue obtenida aplicando la técnica de transformada de Laplace, dicha técnica resultó ser más simple que la utilizada por A. Ogata y otros investigadores.

- De las gráficas de concentración contra tiempo se puede observar como es el comportamiento del fenómeno para los diferentes tipos de inyección considerados.

- Se obtuvo la solución de la ecuación de dispersión considerando trazador radiactivo para un sistema de coordenadas radiales aplicando la técnica de Transformada de Laplace. Tal solución no ha sido reportada en la literatura existente sobre el tema.

La validación de esta solución no fue posible hacerla por no contar con la información requerida por tal razón; se eliminó el decaimiento radiactivo ($\lambda = 0$) reduciéndose la ecuación a la obtenida por Hoopes y Harleman, Brigham y Smith para trazador químico y que en forma indirecta valida la solución para trazador radiactivo.

. Se adaptó y complementó un programa de computadora que determina la capacidad de almacenamiento y la conductancia para un yacimiento estratificado de un arreglo de cinco pozos. Las suposiciones hechas en el desarrollo del algoritmo fueron:

a) La permeabilidad y la porosidad son homogéneas en cada estrato.

b) La relación de movilidades es igual a uno

c) La saturación de agua es constante en cada estrato

d) La constante de dispersión α es la misma para todo el yacimiento

e) No hay flujo cruzado entre estratos

f) La distribución del fluído inyectado en cada estrato es proporcional a la capacidad de flujo (Kh) del mismo

g) La distribución del trazador en el yacimiento es proporcional a la capacidad del flujo (Kh) de cada estrato.

A pesar de las suposiciones hechas el algoritmo presentado en este trabajo puede ser aplicado a situaciones reales de campo obteniéndose resultados bastante satisfactorios.

Dado que el arreglo de 5 pozos no es utilizado en la Industria Petrolera Nacional, se propone generalizar el procedimiento empleado por Brigham y Smith para cualquier tipo de arreglo de pozos. Lo anterior puede lograrse si se obtienen ecuaciones similares a la ecuación 16 del artículo de Brigham para los diferentes patrones de inyección que se desee.

CAPITULO VIII

B I B L I O G R A F I A

- Bachmat, Y., and J. Bear, 1964, The general equations of hydrodynamic dispersion in homogeneous, isotropic, porous mediums, Journal of Geophysical Research, Vol. 69, No. 12, June 1964, pp-2561-2567.

- Bashbush-Bauza, J.L., Apuntes del Curso Internacional Recuperación Mejorada Fase I, I.M.P., junio 1980

- Bear, J., 1972 Dynamics of fluids in porous media, American Elsevier, New York.

- Brigham, W.E., and Smith, D.H., Prediction of Tracer Behavior in Five-Spot Flow, Paper SPE 1130, Oct. 1965.

- Carslaw, H.S., and Jaeger, J.C., 1959, Conduction of heat in solids, Oxford University Press

- Churchill, R.V., 1958, Operational Mathematics, Mc Graw-Hill Book Company, New York.

- Churchill, R.V., 1977, Series de Fourier y Problemas de Contorno, Segunda Edición, McGraw-Hill Book Company, México

- Dagan, G., 1971, Perturbation solutions of the dispersion equation in porous mediums, Water Resources Research, Vol. 7, No. 1, Feb. 1971, pp. 135-142

- de Josselin de Jong, G., Longitudinal and transverse diffusion in granular deposits, Transactions, American Geophysical Union, Vol. 39, No. 1, pp 67-74

- Eldor, M., and G. Dagan, 1972, Solutions of hydrodynamic dispersion in porous media, Water Resources Research, Vol. 8, No. 5 oct. 1972, pp. 1316-1331

- Fried, J.J., and M.A.Combarnous, 1971, Dispersion in porous media, in Advances Hydroscience, Vol. 7, pp. 169- 282, Academic Press, New York.

- Garder, O.A., D.W. Peaceman, and A.L. Pozzi, 1964, Numerical Calculation of multidimensional miscible displacement by the method of -- characteristics, Society of Petroleum Engineers Journal, Vol. 4, No. 1 March 1964, pp. 26-36

- Gerson, N.D., and A. Nir, 1969, Effects of Boundary conditions of models on tracer distribution in Flow Through porous Mediums, Water Resources Research, Vol. 5, No. 4 Aug. 1969, pp. 830-839.

- Holly, D.E., N.L. Guinasso, and E.H. Essington, Hydrodynamic Transport of Radionuclides: One-dimensional case with two dimensional approximation, Prepared for: U.S. Atomic Energy Commission - Nevada Operations office, Las Vegas Nevada, September 1971.

- Hoopes, J.A., and D.R.F. Harleman, Waste water recharge and dispersion in porous media, Journal of the Hydraulics Division, Proceeding of the American Society of Civil Engineers, September 1967

Hoopes, J.A., and D.R.F. Harleman, Dispersion in radial flow from a - - recharge well, Journal of Geophysical Research, Vol. 72, No. 14, July 1967, pp. 3595-3607

- Ogata, A., Dispersion in porous media, Ph. D. dissertation, Northwestern University, Evanston, Illinois August 1958

- Ogata, A., and R.B. Banks, A solution of the differential equation of longitudinal dispersión in porous media, professional paper 411-A, U.S. Geological Survey, U.S. Government Printing Office, Washington D.C.,1961

- Ogata, A., 1970, Theory of dispersion in a granular medium, U.S. Geological Survey Professional paper 411-I

- Peaceman, D.W., and H.H. Rachford, Jr., 1962, Numerical Calculation of multidimensional miscible displacement, Society of Petroleum Engineers Journal, Vol. 2, No.4, Dec. 1962, pp. 327-339

- Perkins, T.K., and O.C. Johnston, 1963 A review of diffusion and dispersion in porous media, Society of Petroleum Engineers Journal, Vol. 3, No. 1, March 1963 pp. 70-84

- Sheidegger, A.E., General Theory of dispersion in porous media, Journal of Geophysical Research, Vol. 66 , No. 10, Oct. 1961, pp. 3275-3278

- Shamir, V.Y., and D.R.F. Harleman, Numerical Solutions for dispersion in porous mediums, water Resources Research, Vol. 3, No. 2, 1967, pp. 557-581

- Spiegel, M.R., 1970, Transformadas de Laplace, Serie de Compendios Shaum, Libros Mc Graw-Hill de México.

- Yuen, D.L., Analysis of five-spot tracer tests to determine reservoir layering, Master of Science, Thesis Stanford University, August 1978

- Murty, V., A finite element model for miscible displacement in ground water aquifers, Ph.D dissertation, University of California, Davis, 1975

- Shariatmadar-Taleghani, M., Transient flow of nonhomogeneous fluids to wells, Ph.D. dissertation, Colorado State University, 1975.

A G R A D E C I M I E N T O S

Expreso mi especial agradecimiento al M. en I. Teódulo Gutiérrez Acosta por las facilidades otorgadas en el desarrollo de este trabajo, por su valiosa cooperación, sus comentarios críticos y acertadas sugerencias en la elaboración del mismo, así como por la colaboración y ayuda proporcionada durante mi formación profesional.

APENDICE A

" PREDICTION OF TRACER BEHAVIOR IN FIVE-SPOT FLOW "

[illegible] OF PETROLEUM ENGINEERS OF AIME
[illegible]rth Central Expressway
[illegible], Texas 75206

PAPER NUMBER SPE 1130

THIS IS A PREPRINT --- SUBJECT TO CORRECTION

PREDICTION OF TRACER BEHAVIOR IN FIVE-SPOT FLOW

By

W. E. Brigham, Member AIME, and D. H. Smith, Jr. Member AIME,
Continental Oil Co., Ponca City, Okla.

ABSTRACT

Equations are developed to predict the time of tracer breakthrough, the peak concentration of the tracer, and the general form of the breakthrough curve in a 5-spot flood. It is shown that these results depend on the amount of stratification of the reservoir, the volumes injected and produced, the natural dispersion coefficient of the tracer in the reservoir, the amount of tracer injected, plus all the reservoir volume parameters (i.e. well spacing, porosity, thickness).

Many laboratory data are available on the breakthrough characteristics of a 5-spot flood, also much data is available on the natural linear dispersion coefficients of reservoir rock. To derive the equations, these data were combined and several assumptions were made. It was also necessary to graphically differentiate the breakthrough data. Thus it should be recognized that the final equations likely have some error. However, this should not invalidate their use, for the method and logic behind the derivation are sound, and thus the form of the final equations should be close to correct. In this paper, the prediction equations are used in a reverse sense. That is, the detailed tracer production history from a field test is used to estimate per- [illegible] variation in a 5-spot.

[illegible]

[illegible] have been used for [illegible] years in reservoir floods to help the operating engineer understand the flow characteristics. Generally this use has been entirely qualitative. The results of time-of-flight, peak concentrations at the producing wells, concentration history, and directional flow have been used only to substantiate that channelling does or does not exist. No attempts have been made to predict quantitatively the tracer breakthrough behavior that might be expected from different reservoir characteristics.

In the past couple of years it has become apparent that some prediction technique could be well used to supplement the other tools available to the reservoir engineer. It is becoming increasingly important that maximum recovery be obtained from a flood, and any quantitative information about the reservoir can be of help in achieving this maximum. The work reported here is a step in this direction -- an attempt to quantify the tracer behavior.

Equations are developed to predict the time of tracer breakthrough, the peak concentration of the tracer, and the general form of the breakthrough curve in a 5-spot flood. Tracer production history from a field test are compared to the behavior as predicted by the equations. As more field data become available, and more sophisticated [illegible] are made, the equation constants [illegible] and better predictions are [illegible]ations will be possible in the future.

These calculations were directed for use of tracers where the mobility ratio is near unity. In general, this is valid in many waterfloods and almost all gas cycling projects. The method of approach, however, can be used whenever the reservoir coverage and dispersion characteristics can be approximated. In systems where the mobility ratio is inherently unfavorable and fingering is predominant, the approach cannot yet be used because of the limited knowledge of dispersion in these systems. Thus, at present, this approach would be only partially successful in miscible flooding calculations.

DEVELOPMENT OF EQUATIONS

This section of the paper covers the method of calculating tracer behavior in a homogeneous -spot system when the mobility ratio is 1:1. Two characteristics affect the breakthrough history of the tracer; the mixing due to dispersion, and the pattern sweep efficiency. These effects are treated separately and then mathematically combined.

Dispersion or Mixing

When one material miscibly displaces another in a porous medium, mixing occurs in a manner similar to Fick diffusion, except the constant of mixing is changed. In radial flow this equation can be expressed as follows:

$$\frac{\partial C}{\partial r} + \frac{2\pi r}{Q}\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{2\pi r K}{Q}\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} \qquad (1)$$

where C = Concentration (any consistent units)
K = Dispersion coefficient - analogous to the Fick diffusion coefficient (ft^2/sec)
r = Radius (ft)
t = Time (sec)
Q = Volumetric injection rate (ft^3/sec-ft)

For convenience in writing, the term, $Q/2\pi$, can be called Q'. Another simplification can be made if the dispersion coefficient is assumed proportional to velocity. Experimental evidence shows this is a close approximation[1]. Then the term, $2\pi rK/Q$ (or rK/Q'), can be replaced by α ([illegible] constant for any given porous medium). The resulting equation is

$$\frac{\partial C}{\partial r} + \frac{r}{Q'}\frac{\partial C}{\partial t} = \alpha\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} \qquad (2)$$

Raimondi et al[2] have shown that this equation can be solved if one realizes that the term on the right hand side of the equation is quite small compared to the other terms. The value of the second partial can then be approximately calculated by assuming the right hand side is zero.

$$\frac{\partial C}{\partial r} + \frac{r}{Q'}\frac{\partial C}{\partial t} \simeq 0 \qquad (3)$$

The expression for the second partial then becomes,

$$\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} \simeq \frac{-1}{Q'}\frac{\partial C}{\partial t} + \frac{r^2}{(Q')^2}\frac{\partial^2 C}{\partial t^2} \qquad (4)$$

and Equation 2 can be replaced by,

$$\frac{\partial C}{\partial r} + \frac{r}{Q'}\frac{\partial C}{\partial t} \simeq -\frac{\alpha}{Q'}\frac{\partial C}{\partial t} + \alpha\left(\frac{r}{Q'}\right)^2\frac{\partial^2 C}{\partial t^2} \qquad (5)$$

In Equation 5 there are two multipliers on $\partial C/\partial t$: r/Q' and α/Q'. Experimental data on α (Ref. 1) shows that it is always considerably smaller than one foot; so it can properly be neglected compared to r, and Equation 5 can be simplified to:

$$\frac{\partial C}{\partial r} + \frac{r}{Q'}\frac{\partial C}{\partial t} = \alpha\left(\frac{r}{Q'}\right)^2\frac{\partial^2 C}{\partial t^2} \qquad (6)$$

The equation can be further simplified by changing variables.

Define:

$$\tau = t - \frac{r^2}{2Q}$$

and

$$\rho = \frac{r^3}{3}$$

The resulting expression is:

$$\frac{\partial C}{\partial \rho} = \frac{\alpha}{Q'^2}\frac{\partial^2 C}{\partial \tau^2} \qquad (7)$$

When one fluid is displacing another in an infinite, radial porous medium, the solution to Equation 7 is:

$$\frac{C}{C_o} = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{\tau}{2\sqrt{\alpha\rho/Q'^2}}\right)$$

$$= \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left([illegible]\right) \qquad ([illegible])$$

When a tracer is injected, it is necessary to include both the front and back edges of the tracer slug. The solution will then contain two terms of the form similar to Equation 8. For symmetry it is convenient to have the reference point at the middle of the tracer slug. If the tracer is injected for a time, t_1, the reference points will be at $t \pm t_1/2$, and the result is;

$$\frac{C}{C_o} = \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{Q'(t+t_1/2) - r^2/2}{2\sqrt{\alpha r^3/3}}\right)$$

$$- \frac{1}{2}\,\mathrm{erfc}\left(\frac{Q'(t-t_1/2) - r^2/2}{2\sqrt{\alpha r^3/3}}\right) \tag{9}$$

We wish to know the peak concentration, or midpoint concentration, C_{mp}, of the tracer slug. At this point $Q't_{mp} = r^2/2$, and the result is,

$$\frac{C_{mp}}{C_o} = \mathrm{erf}\left(\frac{Q't_1}{4\sqrt{\alpha r^3/3}}\right) \tag{10}$$

The term $Q't_1$ is a measure of the amount of tracer injected. For easier visualization of the variables it might be simpler to look at this term in relation to a width of tracer slug. If the slug moved out into the reservoir without mixing, its undiluted "width", W, would be expressed as $rW = Q't_1$, and Equation 10 could be written,

$$\frac{C_{mp}}{C_o} = \mathrm{erf}\left(\frac{\sqrt{3}\,W}{2\sqrt{\alpha r}}\right) \tag{11}$$

By comparison, for dispersion of a tracer in a linear flow for a distance, L, the result is,

$$\frac{C_{mp}}{C_o} = \mathrm{erf}\left(\frac{W}{4\sqrt{\alpha L}}\right) \tag{12}$$

so the radial and linear equations differ only in the factor $\sqrt{3}$. $2\sqrt{3}$

When the argument of the error function is less than about 0.1, the function becomes linear with the constant 1.13. In tracer work, the desired output concentration is almost always less than one tenth of the input concentration, so Equation 11 can be simplified to,

$$\frac{C_{mp}}{C_o} = \frac{1.13\sqrt{3}\,W}{2\sqrt{\alpha r}} \tag{13}$$

Flow in a 5-spot is not radial, but it is possible to approximate the geometry of a 5-spot system with a radial model. If a circle is drawn with its center at the injection well and the circumference cutting the four surrounding producing wells, and then the circle is folded back on itself as shown in Figure 1, the shape of the front is very similar to the actual front in a 5-spot displacement at breakthrough. Of great importance is that the length of the front thus formed is very close to the length of the actual front in 5-spot flow. And a study of Equation 13 shows that the front length is the most important parameter affecting the mid-point concentration.

The mass of tracer injected is equal to the perimeter times: width, height, porosity saturation, concentration and density. For a waterflood tracer this is

$$m = 2\pi LWh\phi S_w C_o(62.4) \tag{14}$$

Where L = Distance from injector to producer (ft)
C_o = Injected concentration (weight fraction)

Equations 13 and 14 can now be combined to determine the amount of tracer to inject for a desired peak concentration, remembering that r, in Equation 13 is now the interwell distance, L.

$$m = 400\, h\phi S_w C_{mp} L^{1.5} \alpha^{.5} \tag{15}$$

Areal Sweep Effects

Equation 15 gives us the concentration of the tracer flowing in the reservoir. However, this is not the same as the concentration flowing out of the wellbore, for the geometry of the 5-spot system causes the tracer front to be diluted at the wellbore. This can be explained as follows.

Assume we have a homogeneous 5-spot filled with fluid "A" and inject fluid "B" which has the same mobility. Also assume no mixing takes place at the front (later the areal sweep effects will be combined with the mixing effects). Thus "B" is injected as a sharp front and will remain as a sharp front. The resulting breakthrough curve looks like curve, 1, in Figure 2a. Note that the percent "B" rises after breakthrough, but it requires a large injection volume before the producing concentration climbs to 100 percent "B". The "B" that is flowing in the reservoir, however, is at 100 percent concentration.

Now consider a case where a slug of "B" is injected and this in turn is followed by "A". Again assume no dispersion occurs and slug "B" remains sharp and undiluted. The breakthrough curve for the front of the "B" slug will remain the same, and the breakthrough curve for "A" following "B" will be identical in shape--merely lagging the first curve as shown in curve 2, Figure 2a. At any point in the production history, the concentration of "B" being <u>produced</u> is equal to the vertical distance in the "B" area of Figure 2a, and the resulting "B" concentration production curve looks like Figure 2b. Notice that the peak producing concentration of "B" is considerably less than 100 percent, <u>even though the concentration of "B" flowing in the reservoir is 100 percent.</u>

When the tracer becomes dispersed (or mixed) in the reservoir it is convenient to think of the tracer being composed of many small slugs, each with a different concentration. The highest concentration is in the center and progressively lower values are ahead and behind. This concept is shown in Figure 2c. In this case the "B" output concentration curve can be calculated by vertically summing the concentration contributions of each small segment, and the resulting curve looks something like Figure 2d. The general shape of this curve is similar to the undiluted [illegible] of Figure 2b, but it is less sharply peaked; and, of course, has a lower concentration due to the mixing.

The problem now is to develop these qualitative concepts into numbers and equations. For the 5-spot areal sweep information the data of [illegible] Erickson; Caudle and Witte[4]; [illegible] were used. Since these data [illegible], they were averaged and the resultant curve plotted in Figure 3. This curve could not be conveniently fit to an equation, so it was differentiated graphically, plotted as the solid stair-step line of Figure 4, and emperically fit to the following equation.

$$\log\left[\log\left(\frac{1.07}{1.07 - F_D}\right)\right] = -.0410 + .581\log(Q_i - .72)$$

$$\text{for } .72 < Q_i < 2.29 \qquad (16)$$

Where F_D = Fraction of displacing fluid in the producing stream
Q_i = Volume injected and produced (effective pore volumes)

This is plotted as the dashed line of Figure 4.

Combining the Breakthrough and Dispersion Data

Equations 11 or 13 predict the concentration at the midpoint, but the concentration ahead of and behind the midpoint is also needed. This is an e^{-x^2} type term, which can be extracted from Equations 11 or 13 as follows.

$$\frac{C_1}{C_{mp}} = e^{-\frac{3(\Delta r)^2}{\alpha L}} \qquad (17)$$

Where C_1 = Concentration at some point r_1 near the midpoint, L
$\Delta r = L - r_1$

Since Equation 16 is in pore volume units, and we wish to combine it with Equation 17, it will be necessary to change Equation 17 to pore volume units. The volume of a tracer segment is $2\theta\phi\Delta r L h$ and one pore volume is $2\theta L^2 h$, so an increment in pore volume is,

$$\Delta(PV) = \frac{2\theta\phi\Delta r L h}{2\theta L^2 h} = \frac{\phi\Delta r}{L} \qquad (18)$$

and the concentration profile becomes,

$$\frac{C_1}{C_{mp}} = e^{-\frac{3L(\Delta PV)^2}{\alpha \phi^2}} \qquad (19)$$

Assume now that a tracer slug has been injected, it is followed by a volume of water (V_i) and the midpoint of the tracer is along the front at V_i. Equation 19 states that the tracer is distributed everywhere in the reservoir at a concentration proportional to $e^{-(\Delta PV)^2}$. According to Equation 16, any tracer at a location 2.29 [illegible] volumes out from the injection [illegible] have already been produced, [illegible] at a location less than .72 [illegible] that not yet started to be produced. The rest of the tracer is being produced at a rate depending on its location. To determine the total tracer production it is necessary to sum all contributions from .72 to 2.29 pore volumes, thusly.

$$\frac{C(V_i)}{C_{mp}} = \int_{.72}^{2.29} \frac{dF_D}{dQ_i} e^{-\frac{3L(Q_i-V_i)^2}{\cancel{X}\pi^2\alpha}} dQ_i \qquad (20)$$

Where $C(V_i)$ = Producing concentration as a function of volume injected.
F_D = Fraction displacing fluid.
V_i = Volume injected (pore volumes).
Q_i = Location volume (pore volumes).

This is the same "summing" used earlier to get from Figure 2c to Figure 2d.

Unfortunately, Equation 20 cannot be integrated analytically due to the complex relationship between F_D and Q; so it was integrated numerically, giving C versus V_i for various values of L/α. The results of these calculations are plotted in Figure 5. Note that, for all spacings and dispersion coefficients, the peak concentration producing from the well is considerably less than the peak concentration in the reservoir.

The peak concentrations of Figure 5 were plotted on log-log paper in Figure 6. Empirically they were found to fit a straight line with the following equation.

$$\frac{C_p}{C_{mp}} = 1.89 \left(\frac{L}{\alpha}\right)^{-.235} \qquad (21)$$

Where C_p = Peak concentration produced from the reservoir.

Equation 21 can now be combined with Equation 15 to give us a working equation for 5-spot geometry.

$$n = 216\, S_w C_p \alpha^{.265} L^{1.735} \qquad (22)$$

For convenience, it is easier to use the concentration, C_p, in parts per million. This is the usual method of expressing tracer concentration. The inter-well distance is more usually handled in hundreds of feet. With these changes, the equation becomes,

$$n = 0.625\, S_w C_p \alpha^{.265} L^{1.735} \qquad (23)$$

Where C_p = Peak concentration producing from the well (ppm)
L = Distance from injector to producer (hundreds of feet)

Effect of Outside Wells

Only the flow in the pattern has been included so far in the calculations. In a developed 5-spot pattern, each producing well receives fluids from four wells. Thus, if the pattern is balanced, the tracer is further diluted by a factor of four.

If the pattern is not balanced, the flow system is not so simple, for the basic sweep pattern will be changed from that used to arrive at Equation 23. The effect of the sweep pattern change cannot be properly calculated because data are not available. However, the equations can be partially corrected by accounting for the total volumes injected and produced. This is shown in the following example.

For instance, assume that an injection well is taking 1000 B/D, and it is surrounded by four producers making 600 B/D each. If the reservoir is liquid filled and there is dynamic balance of flow, each producer will get 250 B/D from the injector and 350 B/D from outside the pattern. Thus the actual peak concentration is smaller than calculated from Equation 23 by the ratio 250/600.

If the pattern is balanced, each producer will make 1000 B/D. Each producer will be getting 250 B/D from the injector and 750 B/D from outside the pattern. The peak concentration will be smaller by the ratio 250/1000.

These examples illustrate the idea, but they are considerably simpler than the usual field case.

Stratification of Reservoir

All the previous calculations were based on a homogeneous reservoir. Unfortunately, such does not exist. But it is possible to make some allowance for the heterogeneity of the actual reservoir with some further assumptions.

One of the most common methods of handling inhomogeneity is to mathematically divide the reservoir into layers, assign a permeability to each layer, and assume no cross flow. We should not believe these assumptions too wholeheartedly, but this model has a history of passable reservoir predictions to back up its usage.

If a reservoir is divided into layers, the amount of tracer going into each layer is proportional to its permeability. So, from Equation 15, the concentration flowing in that layer will also be proportional to its permeability. At the producing wellbore the tracer from a given layer will be diluted by flow coming in from other layers. The dilution is proportional to the kh product of the layer compared to the total kh of the reservoir. So the resulting producing concentration is as follows

$$C_i = C_p \frac{k_i}{k_{avg}} \left(\frac{h_i k_i}{\Sigma h_i k_i} \right) = C_p \frac{h_i}{h} \left(\frac{k_i}{k_{avg}} \right)^2 \qquad (24)$$

C_i = Concentration peak from the ith layer
C_p = Peak concentration if the reservoir is homogeneous (from Equation 23)
k_i = Permeability of the ith layer
k_{avg} = Average permeability of the reservoir
h_i = Height of the ith layer
h = Height of the reservoir

Since the flow rate through the ith layer is proportional to its permeability, the time to breakthrough of that layer is inversely proportional to its permeability, as follows.

$$t_i = t_{avg} \frac{k_{avg}}{k_i} \qquad (25)$$

Where t_i = Time to breakthrough of the ith layer
t_{avg} = Time to breakthrough of the homogeneous reservoir

When Equations 23, 24 and 25 and Figure 5 are used in conjunction with the effect of the outside wells, the peak concentration, the concentration profile, and breakthrough time of each layer can be calculated for any given 5-spot condition. In actual practice the contribution from the most permeable layer, or layers, will be most important.

FIVE-SPOT FIELD TEST

A 2 1/2 acre inverted 5-spot having approximately 12 feet of net pay was chosen for a test. The average porosity was 26 percent and water saturation was 55 percent. From core data, the average air permeability of the core was 1500 md with indications of a 5000 md streak approximately one foot thick. Laboratory [illegible] data on the core gave an α of 0.05 ft. The orientation of the pattern wells is shown in Figure 7. Further data on the test is given in [illegible] 6.

[illegible] of [illegible] thiocyanate [illegible] the test.

the injection well averaged 600 BWPD and the producing rates were as follows: Well A, 260 BWPD; Well B, 160 BWPD; Well C, 140 BWPD; and Well D, 240 BWPD; for a total of 800 BWPD. The data on breakthrough of the tracers is shown in Figures 8, 9 and 10 for Wells A, C and D. No tracer was ever detected from Well B.

Since no tracer was found in Well B, it was assumed that only fifty barrels per day of the injected water were moving toward this well. The remaining water was distributed among the other three wells according to their production rate; Well A 225 BWPD, Well C 120 BWPD, and Well D 205 BWPD. The total tracer produced from these wells indicates that this assumption is sound, for about equal volumes were produced from Wells A and D with considerably less from Well C.

The ammonium thiocyanate curve of Well D was chosen for detailed analysis. Since the injection well was down for about four days, it was felt that it would be meaningless to attempt to match the concentration curve during and after that period. So the tracer elution curve was approximated from the period of 2000 bbls to 4000 bbls production using Equations 23, 24 and 25 and Figure 5. The resulting match is shown in Figure 11.

Three permeable streaks were used to arrive at Figure 11; 4110 md, 0.99 ft thick; 3420 md, 1.00 ft thick; and 2980 md, .59 ft thick. Notice that the shape of the curve is quite close to the thiocyanate curve of Figure 10. Although the detailed spikes and peaks are missing, the curve basically consists of two major peaks as shown. On the other hand the potassium iodide curve of Figure 10 is basically a single broad hump covering the same production interval as the thiocyanate. So the "double peak" approximation of Figure 11 is not valid for the iodide. Since the percentage of iodide and thiocyanate recovered was virtually the same in all three wells, we must conclude the iodide curve is as valid as the thiocyanate curve. Rather than emphasizing the exact values calculated for the permeability streaks of Figure 11, the curves should be considered in a broader sense to conclude there is a zone about 2 1/2 feet thick which ranges from about 2 to 3 times the average permeability.

Since the curves for Well A are similar to Well D, the conclusions should be the same for this quadrant.

The injection well was down during the [illegible] when Well C was [illegible] [illegible] [illegible] tration in all three wells [illegible] was attempted on Well C.

It is obvious that a Northwest-Southeast permeability trend exists in this pattern. This could possibly have been expected from the differing production rates of the four wells; but it was dramatically pointed out by these tracer results. This is especially interesting in view of the fact that the core analysis data indicated no such permeability trend.

CONCLUSIONS

Equations have been derived for use in predicting tracer flow behavior in reservoirs. The specific equations were developed to handle 5-spot flow of water tracers at a 1:1 mobility ratio. Although these conditions limit the scope of the equations; the method of approach is general enough to be used wherever areal coverage, dispersion and flow pattern is known or can be approximated.

Using the equations and the detailed tracer production history, the degree of stratification in a reservoir can be calculated.

The field test data indicate that the stratification and producing concentration values calculated from these equations are realistic, giving some confidence in the use of these equations in reservoir analysis.

ACKNOWLEDGEMENT

The authors wish to thank the management of Continental Oil Company for permission to publish this paper, and the members of Continental's Production Research Division for their advice and stimulating discussions on the ideas presented in the paper.

NOMENCLATURE

- C = Concentration (any units are permissible as long as they are consistent - generally weight fraction or ppm are used)
- C_i = Peak concentration due to flow from the ith layer
- C_1 = Concentration at r_1, near the midpoint L
- C_o = Injected concentration
- C_p = Peak concentration flowing from a homogeneous reservoir
- $C(V_i)$ = Producing concentration as a function of volume injected (V_i)
- F_D = Fraction of displacing fluid in the producing stream
- h = Height of reservoir (ft)
- h_i = Height of the ith layer (ft)
- K = Dispersion coefficient for miscible displacement in a porous medium (ft^2/sec)
- [illegible] ability of the reservoir ([illegible])
- k_i = Permeability of the ith layer (md)
- L = Total length of displacement, also distance from injector to producer (ft)
- m = Amount of water tracer injected (lb)
- PV = Effective pore volumes (dimensionless)
- Q = Volumetric injection rate ($ft^3/sec\text{-}ft$)
- Q' = $Q/2\pi$
- Q_i = Location volume on the F_D curve (effective pore volumes)
- r = Radius (ft)
- Δr = $L-r_1$
- r_1 = Radius near the tracer midpoint, L, (ft)
- S_w = Water saturation (fraction)
- t_1 = Time for injection of a tracer slug (sec)
- t_i = Time for breakthrough of the ith layer (sec)
- t_{avg} = Time for breakthrough of a homogeneous reservoir (sec)
- V_i = Volume injected (effective pore volumes)
- W = Width of tracer slug (ft)
- α = Dispersion constant $\pi K/Q'$ (ft)
- ϕ = Porosity (fraction)

REFERENCES

(1) Brigham, W. E.; Reed, P. W. and Dew, J. N., "Experiments on Mixing During Miscible Displacement in Porous Media" SPE Jour. V1, No. 1, p 1 (March 1961).

(2) Raimondi, P., Gardner, G. H. F., and Patrick, C. B., "Effect on Pore Structure and Molecular Diffusion on the Mixing of Miscible Liquid Flow in Porous Media," Preprint 43 presented at the AIChE-SPE Joint Symposium on Fundamental Concepts of Miscible Displacement, Part II, San Francisco (Dec. 6-9, 1959).

(3) Dyes, A. B., Caudle, B. H., and Erickson, R. A., "Oil Production after Breakthrough as Influenced by Mobility Ratio," Trans. AIME (1954) 201, p 27.

(4) Caudle, B. H., and Witte, M. D., "Production Potential Changes During Sweep-Out in a Five-Spot System," Trans. AIME (1959) 216, p. 446.

(5) Fay, C. H., and Prats, M., "The Application of Numerical Methods to Cycling and Flooding Problems," Proceedings from Third World Petroleum Congress, Section II, p. 555 (1951)

(6) Smith, D. H. and Brigham, W. E., "Field Evaluation of Waterflood Tracers in a Five-Spot" API Division of Production, Mid-continent District Meeting, Wichita, Kansas (March 31-April 2, 1965)

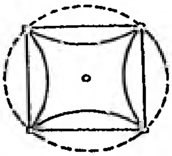


Figure 1. APPROXIMATION OF FIVE-SPOT GEOMETRY USING A CIRCLE

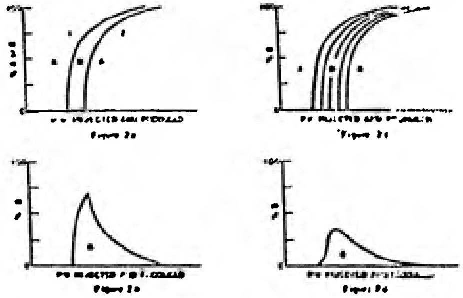


Figure 2 EFFECTS OF AREAL SWEEP ON BREAKTHROUGH

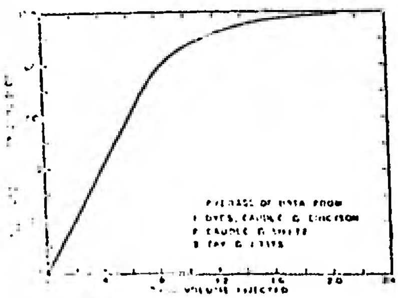


Figure 3 5-SPOT SWEEP EFFICIENCY MOBILITY RATIO 1.0

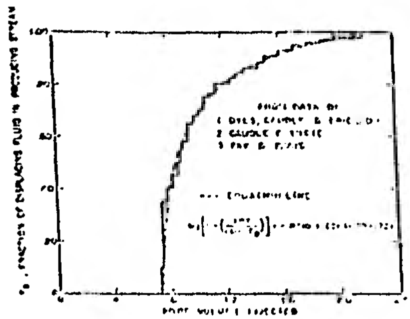


Figure 4 5-SPOT BREAKTHROUGH CURVE

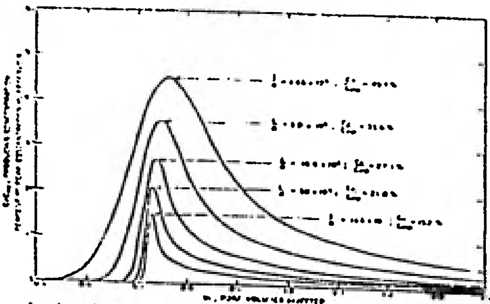


Figure 5 EFFECT OF SPACING AND DISPERSION COEFFICIENT ON BREAKTHROUGH HISTORY

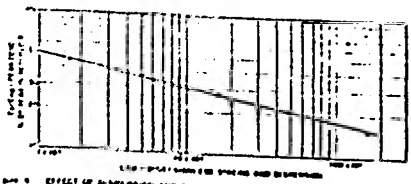
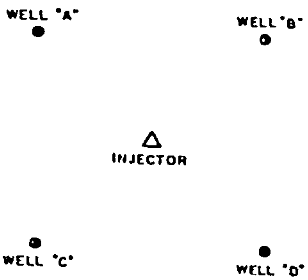


Figure 6 EFFECT OF DISPERSION AND SPACING ON PEAK PRODUCING CONCENTRATION



TRACER TEST PATTERN

Figure 7

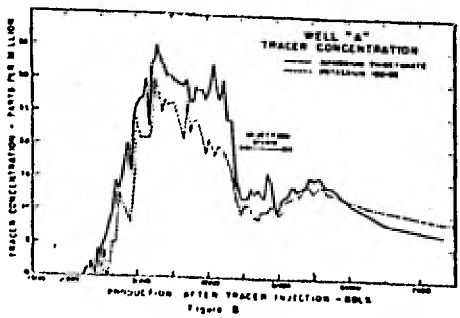


Figure 8

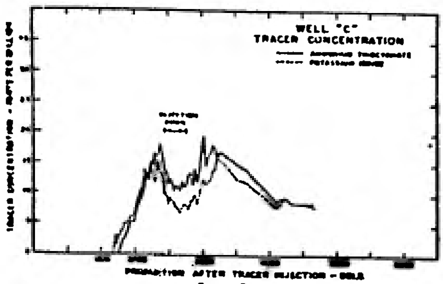


Figure 9

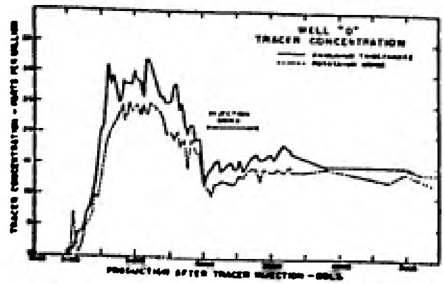
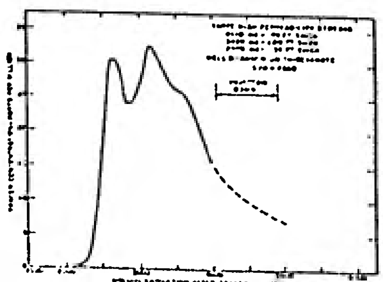


Figure 10



APENDICE B

En este apéndice se presentan los listados de dos programas de computadora, el primero evalua las soluciones unidimensionales de la ecuación de dispersión, y el segundo nos calcula la capacidad de almacenamiento y la conductancia de un yacimiento de aceite.

```
@RUN PATITA,0406-1/OPBAOR,DOC1984,5,70        J.C. TREJO LUGO  EXT 2518
@QUAL DD
@FOR,IS TPF$.JCLUGO,TPF$.JCLUGO
C          ==================================================
C          =        UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO        =
C          =                FACULTAD DE INGENIERIA                 =
C          =                                                       =
C          =                  TESIS PROFESIONAL                    =
C          ==================================================
C
C
C      ************************************************************
C      *                                                          *
C      *  SOLUCION DE LA ECUACION QUE SIMULA EL COMPORTAMIENTO DEL *
C      *  FENOMENO DE DISPERSION PARA TRAZADOR RADIOACTIVO         *
C      *  EN UNA DIMENSION  (3 CASOS)                              *
C      *  A)-INYECCION CONSTANTE                                   *
C      *  B)-INYECCION  DE UN "BACHE" DE  TRAZADOR CON MEZCLADO    *
C      *  C)-INYECCION  DE UN "BACHE" DE  TRAZADOR SIN MEZCLADO    *
C      *     VARIABLES QUE INTERVIENEN EN EL PROGRAMA              *
C      *  NI= NUMERO DE INCREMENTOS DE X                           *
C      *  NT= NUMERO DE INCREMENTOS DE TIEMPO                      *
C      *  D = COEFICIENTE DE DISPERSION LONGITUDINAL               *
C      *  E = EFICIENCIA DE MEZCLADO                               *
C      *  W = RADIO EFECTIVO DE LA FUENTE                          *
C      *  V = VELOCIDAD DEL  LIQUIDO                               *
C      *  B = FACTOR DE RETARDAMIENTO                              *
C      *  DEC=CONSTANTE DE DECAIMIENTO RADIACTIVO                  *
C      *  XI= POSICION INICIAL "X"                                 *
C      *  DELX=TAMANO DEL INCREMENTO "X"                           *
C      *  TI= TIEMPO DE INICIO DE SALIDA DE FLUJO                  *
C      *  A= RAPIDEZ DE CAMBIO DE CONCENTRACION DE LA FUENTE       *
C      *  TP= TIEMPO DE INICIO DE SALIDA DE FLUJO                  *
C      *                                                          *
C      ************************************************************
C
C
C
      DIMENSION  PILC(80),TIME(80),S(80),T(80)
      NP=0
      READ(5,1)NC
    2 READ(5,1)L
      GO TO (3,103,203),L
    3 READ(5,4)NI,NT,D,E,W,V,B,XI,DEC,DELX
      WRITE(6,5)
      WRITE(6,6)
      WRITE(6,7)D,E,W,V,B,DEC
      AM=SQRT(1.0-4.0*D*E/(W*V))
      G=DEC*V*E/(B*W)
      H=.5*V*(1.0-AM)/D
      DO 30 I=1,NT
      IF(I-1)8,8,9
    8 X=XI
      GO TO 10
    9 X=X+DELX
   10 TO=X*B/(V*AM)
      Z=X/(2.0*SQRT(D*TO/B))
      T(1)=0.0
      S(1)=0.10
      DO 19 J=1,NT
```

```
      IF(N-1)16,16,15
   15 T(N)=T(N-1)+.01
      S(N)=S(N-1)-.01
   16 TIME(N)=T(N)*T0
      IF(N-11)17,18,17
   17 Y=Z*S(N)/SQRT(T(N))
      GO TO 19
   18 Y=0.0
   19 RELC(N)=.5*EXP(-D*TIME(N)+H*X)*ERFC(Y)
      WRITE(6,20)X
      WRITE(6,21)
      WRITE(6,22)(TIME(N),RELC(N),N=1,NT)
      CALL GRAPH(RELC,-1.,1.,NT,0.,1.)
   30 CONTINUE
C
C
      NP=NP+1
      IF(NP-NC)3,31,31
  103 READ(5,104)NI,NT,D,B,V,XI,TI,DEC,DELX
      WRITE(6,105)
      WRITE(6,106)
      WRITE(6,107)D,V,B,DEC,TI
      DO 130 I=1,NI
      IF(I-1)111,111,112
  111 X=XI
      GO TO 113
  112 X=X+DELX
  113 T0=X*B/V
      T2=TI/T0
      Z=.5*X*SQRT(B/(T0*D))
      T(1)=.90
      S(1)=.10
      DO 120 N=1,NT
      IF(N-1)116,116,115
  115 T(N)=T(N-1)+.01
      S(N)=S(N-1)-.01
  116 TIME(N)=T(N)*T0
      IF(N-11)117,118,117
  117 Y=Z*S(N)/SQRT(T(N))
      Y1=Z*(S(N)+T2)/SQRT(T(N)-T2)
      GO TO 119
  118 Y=0.0
      Y1=Z*T2/SQRT(T(N)-T2)
  119 IF(TI ME(N)-TI)121,121,120
  120 RELC(N)=.5*EXP(-DEC*TIME(N))*(ERFC(Y)-ERFC(Y1))
      GO TO 129
  121 RELC(N)=.5*EXP(-DEC*TIME(N))*ERFC(Y)
C
  129 CONTINUE
      WRITE(6,20)X
      WRITE(6,21)
      WRITE(6,22)(TIME(N),RELC(N),N=1,NT)
      CALL GRAPH(RELC,-1.,1.,NT,0.,1.)
  130 CONTINUE
      NP=NP+1
      IF(NP-NC)2,31,31
  203 READ(5,204)NI,NT,D,B,V,XI,DEC,DELX
      WRITE(6,205)
      WRITE(6,206)
      WRITE(6,207)D,B,V,DEC
```

```
      H=SQRT(1.+4.*D*G*D/V**2)
      G=V*(1.-H)/(2.*D)
      DO 230 I=1,NI
      IF(I-1)211,211,212
  211 X=XI
      GO TO 213
  212 X=X+DELX
  213 TO=X*R/(V*H)
      Z=X/(2.*SQRT(TO*D/R))
      T(1)=0.90
      S(1)=0.10
      DO 220 N=1,NT
      IF(N-1)216,216,215
  215 T(N)=T(N-1)+.01
      S(N)=S(N-1)-.01
  216 TIME(N)=T(N)*TO
      IF(M-1)217,218,217
  217 Y=Z*S(N)/SQRT(T(N))
      GO TO 219
  218 Y=0.0
  219 RELC(N)=.5*EXP(G*X)*ERFC(Y)
  220 CONTINUE
      WRITE(6,20)X
      WRITE(6,21)
      WRITE(6,22)(TIME(N),RELC(N),N=1,NT)
      CALL GRAPH(RELC,-1.,1.,NT,0.,1.)
  230 CONTINUE
      NP=NP+1
      IF(NP-NC)2,31,31
    1 FORMAT(I5)
    4 FORMAT(2I5,4E12.5,/,4E12.5)
    5 FORMAT(////,20X,'CONCENTRACIONES RELATIVAS PARA LIBERACION SUBITA
     *CON MEZCLADO')
    6 FORMAT(///,2X,'**DATOS DE ENTRADA**',/)
    7 FORMAT(3H D=,E12.5,4H  G=,E12.5,4H  H=,E12.5,4H  V=,E12.5,4H  B=,E
     112.5,6H, DEC=,E12.5,/)
   20 FORMAT(1H1,/,2X,4H X =,F10.2,/)
   21 FORMAT(2X,'LOS TIEMPOS Y LAS CONCENTRACIONES RELATIVAS SON',/)
   22 FORMAT(5(F11.2,2X,E11.5))
  174 FORMAT(2I5,4E12.5,/,3E12.5)
  175 FORMAT(////,20X,'CONCENTRACIONES RELATIVAS SIN MEZCLADO',//)
  176 FORMAT(20X,'DATOS DE ENTRADA',/)
  177 FORMAT(5H    D=,E12.5,5H   V=,E12.5,5H   F=E12.5,7H   DEC=E12.5,6H
     1   TI=,E12.5,//)
  214 FORMAT(2I5,4E12.5,/,2E12.5)
  215 FORMAT(///,20X,'CONCENTRACIONES RELATIVAS INYECCION CONSTANTE',//)
  216 FORMAT(20X,'DATOS DE ENTRADA',/)
  227 FORMAT(2X,3H D=,E12.5,4H  D=,E12.5,5H   V=,E12.5,6H  DEC=,E12.5/)
  375 FORMAT(5H    A=,E12.5,6H   TP=,E12.5,5H  V=,E12.5,5H   B=,E12.5,7H
C
   31 CALL EXIT
      END
@FOR,IS TPF$.GRAPH,.GRAPH
      SUBROUTINE GRAPH(Y,YMINN,YMAXX,N,BEGINX,DELTAX)
C
C
C        ***************************************************
C        *                                                 *
C        *     SUBRUTINA PARA GRAFICAR POR IMPRESORA       *
C        *          ARREGLOS UNIDIMENSIONALES              *
```

```
C      *                                                            *
C      ************************************************************
C
C
       REAL Y(N),CHAR(101),BIG/1.E75/
       DATA NSPACE,DASH,EYE,STAR,BLANK,CHAR/1,1H-,1HI,1H*,102*1H /
       YMIN=YMINN
       YMAX=YMAXX
       NABS=IABS(N)
       IF(N.LT.0)GO TO 11
       IF(YMAX.GT.BIG)YMAX=BIG
       DO 1 I=1,NABS
       IF(Y(I).GT.BIG)GO TO 1
       IF(YMAX.LT.Y(I))YMAX=Y(I)
       IF(YMIN.GT.Y(I))YMIN=Y(I)
     1 CONTINUE
    11 XMAX=BEGINX+FLOAT(NABS-1)*DELTAX
       YINT=(YMAX-YMIN)/100.0
       NAX=0
       IF(XMAX*BEGINX.LE.0) NAX=1.5-BEGINX/DELTAX
       NAY=0
       IF(YMAX*YMIN.LE.0)NAY=1.5-YMIN/YINT
       IF(NAY.NE.0)CHAR(NAY)=EYE
       WRITE(6,5)BEGINX,DELTAX
     5 FORMAT(1H ,//,9X,5HXTOP=,G12.4,67X,5HYINC=,G12.4/10X,1H.,51(2H .))
       DO 6 I=1,NABS
       X=BEGINX+FLOAT(I-1)*DELTAX
       IF(I.NE.NAX)GO TO 3
       DO 4 J=1,101
     4 CHAR(J)=DASH
     3 IF(Y(I).GT.YMAX.OR.Y(I).LT.YMIN)GO TO 10
       NSPACE=(Y(I)-YMIN)/YINT+1.5
       CHAR(NSPACE)=STAR
    10 WRITE(6,2)CHAR,Y(I),X
     2 FORMAT(1H/,9X,1H.,101A1,1H.,E10.6,T2,F10.3)
       IF(I.NE.NAX)GO TO 7
       DO 9 J=1,101
     9 CHAR(J)=BLANK
     7 CHAR(NSPACE)=BLANK
     6 IF(NAY.NE.0)CHAR(NAY)=EYE
       IF(NAY.NE.0)CHAR(NAY)=BLANK
       WRITE(6,8)XMAX,YINT,YMIN,YMAX
     8 FORMAT(1H/,9X,1H.,17(6H . . .)/1H/,9X,5HXBOT=,G12.4,67X,5HYINC=,
      1G12.4/1H/9X,5HYMIN=,G12.4,67X,5HYMAX=,G12.4)
       RETURN
       END
@FOR,IS TPF$.ERFC,.ERFC
       FUNCTION ERFC(S)
C
C      EVALUACION DE LA FUNCION ERFC POR APROXIMACION RACIONAL
C
       EF(S)=1.0/(1.0+S*(A1+S*(A2+S*(A3+S*(A4+S*(A5+S*A6))))))**16
       A1=0.7052307840E-1
       A2=0.4228201230E-1
       A3=0.9270527200E-2
       A4=0.1520143E-3
       A5=0.2765672E-3
       A6=0.430638E-4
       IF(S)401,411,421
   411 ERF=0
```

```
      IF(S2-12.)402,403,403
  402 ERFC=2.0-EF(S2)
      RETURN
  403 ERFC=2.0
      RETURN
  411 ERFC=1.0
      RETURN
  421 IF(S-12.)422,423,423
  422 ERFC= EF(S)
      RETURN
  423 ERFC=0.0
      RETURN
      END
@XQT
    3
    1
   50   40         0.010        1.0        0.100       120.0
         1.0          1.0       0.056       500.0
    2
   50   40         0.017        1.0        0.10        500.0
         1.0        0.0560      200.0
    3
   50   40          4.0         1.0        120.0        0.0
      0.0560        200.0
@FIN

END ONSITE PRINTOUT ON NOVEMBER 19, 1969 AT 11 52 03
DD*TRELU(1).TETC(S)
```

```
@RUN JCLUGO,LA-21/IDE SUP,FEP1904,9,70
@DUAL DD
@FOR,IS TPF$.JCLUGO,TPF$.JCLUGO
C
C
C      ***************************************************
C      *                                                 *
C      *     UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO     *
C      *            FACULTAD DE INGENIERIA               *
C      *              TESIS PROFESIONAL                  *
C      *                                                 *
C      *  PROGRAMA PARA CALCULAR LA CAPACIDAD DE ALMACENAMIENTO *
C      *  Y LA CONDUCTANCIA DE UN YACIMIENTO DE ACEITE   *
C      *  MEDIANTE LA INYECCION DE UN TRAZADOR QUIMICO   *
C      *  EL PATRON DE INYECCION ES DE CINCO POZOS SIENDO EL *
C      *  POZO CENTRAL EL INYECTOR .    EL PROGRAMA ES UNA *
C      *  ADAPTACION DEL ORIGINAL ESCRITO POR DEXTER L.YUEN *
C      *                                                 *
C      *                                                 *
C      ***************************************************
C
C
       DOUBLE PRECISION EME,SW,POROS,PEPROM
       DOUBLE PRECISION ELALPH,Z(5),ZZ(5),PV,PVP,CCMP,CPCMP
       DOUBLE PRECISION ERFEST,FLAG,Y
       DOUBLE PRECISION A(5,5),LU(5,5),PERM(5),CAPAC(5)
       DIMENSION VP(5),CP(5),IPS(5),CNCL(5)
       EXTERNAL FUN
C
C      PARAMETROS DE ENTRADA
C
       READ(5,777)POROS,PEPROM
       READ(5,1000)EL,ALPH
       READ(5,1001)EME,SW,AREA
       WRITE(6,100)EME,SW,AREA
       READ(5,1002)VMIN,VMAX
       READ(5,1003)N
       WRITE(6,200)
       DO 1 L=1,N
       READ(5,1004)VP(L),CP(L)
       WRITE(6,201)L,VP(L),CP(L)
     1 CONTINUE
C
C      CALCULO DE CONSTANTES
C
       IDIM=N
       ELALPH=EL/ALPH
       WRITE(6,300)EL,ALPH,ELALPH
       Y=EME/(POROS*.00*4D3*SW*(EL**1.5)*(ALPH**.5))
       PVP=.720000*.56.341D0*(ELALPH**(-.43024D0))
C
C
C      CALCULO DE K/POROSIDAD*KH TOTAL (=ZZ)
C
       DO 2 L=1,N
       Z(L)=PVP/VP(L)
       ZZ(L)=Z(L)*AREA*SW/5.615
     2 CONTINUE
C
C      CREAR ELEMENTOS DE MATRIZ
```

```
C
      CALL QUANC8(FUN,.72000100,2.2900,1.0-7,1.0-7,CPCMP,ERREST,NOFUN,
     1FLAG,PVP,ELALPH)
      DO 5 L=1,N
      DO 4 K=1,N
      IF (L.EQ.K) GO TO 3
      PV = VP(L)*Z(K)
      CALL QUANC8(FUN,.72000100,2.2900,1.0-7,1.0-7,CCMP,ERREST,NOFUN,
     1FLAG,PV,ELALPH)
      A(L,K) = CCMP*Y*ZZ(K)
      GO TO 4
    3 A(L,K)=CPCMP*Y*ZZ(K)
    4 CONTINUE
    5 CONTINUE
C
C     RESOLVER LA ECUACION MATRICIAL PARA OBTENER KH/KH TOTAL (=PERM)
C
      CALL DECMP1(N,A,IDIM,LU,IPS,$50,$60)
      CALL SOLVE1(N,LU,IDIM,CP,PERM,IPS)
C
C     CALCULAR H*POROSIDAD (=CAPAC)
C
      WRITE(6,400)
      DO 6 L=1,N
      CAPAC(L)=PERM(L)/ZZ(L)
      WRITE(6,401)L,PERM(L),CAPAC(L)
    6 CONTINUE
      WRITE(6,500)
      DELTV=(VMAX-VMIN)/80.
      DO 11 II=1,81
      W=0.0
      V=VMIN+FLOAT(II-1)*DELTV
      DO 10 L=1,N
      PV=V*Z(L)
      CALL QUANC8(FUN,.72000100,2.2900,1.0-7,1.0-7,CCMP,ERREST,
     *NOFUN,FLAG,PV,ELALPH)
      W=(CCMP*ZZ(L)*PERM(L))+W
      CNCL(L)=CCMP*ZZ(L)*Y
   10 CONTINUE
      C=W*Y
      WRITE(6,501)V,C,(CNCL(JJ),JJ=1,5)
   11 CONTINUE
      IF(POROS.EQ.0)GO TO 80
      CALL TRFLU(POROS,PETROM,CAPAC,PERM,N)
   80 STOP
   50 WRITE(6,51)
      STOP
   60 WRITE(6,61)
      STOP
   51 FORMAT('ZERO ROW FOUND')
   61 FORMAT('ZERO PIVOT FOUND')
  700 FORMAT(2F10.0)
  500 FORMAT(//,3X,'INJ.VOL.(BBLS)',5X,'OVERALL TRACER CONC(PPM)',
     *5X,'ESTRATO 1',5X,'ESTRATO 2',5X,'ESTRATO 3',5X,'ESTRATO 4',
     *5X,'ESTRATO 5')
  501 FORMAT(7X,F10.2,17X,F7.2,14X,F7.2,5X,F7.2,5X,F7.2,5X,F7.2,
     *5X,F7.2)
  300 FORMAT(3(/),3X,'CANTIDAD DE TRAZADOR(LBS)=',F10.3,/,5X,'SV=',F7.3,
     1/,5X,'AREA(PIES CUADRADOS)=',F16.5)
  400 FORMAT(//,5X,'ESTRATO NO.',5X,'LOCALIZACION DE PICO (BBLS)',5X,
```

```
     1'ALTURA DE PICO (PPM)')
  301 FORMAT(2X,I3,14X,F1.2,10X,F1.4)
  302 FORMAT(//,3X,'L(FT) =',F12.2,7X,'ALPHA(FT) = ',F7.2,7X,'L/ALPHA
     1(FT)=',F12.2,)
  400 FORMAT(5(/),33X,'INFORMACION GENERADA A PARTIR DE LOS DATOS DE  LN
     1TRADA',2(/),13X,'ESTRATO No.',5X,'KH/KH TOTAL',5X,'POROSIDAD*H(PIE
     2S)')
  401 FORMAT(9X,I3,8X,F13.4,9X,F13.4)
 1000 FORMAT(2F10.4)
 1001 FORMAT(3F10.4)
 1002 FORMAT(2F10.4)
 1003 FORMAT(I4)
 1004 FORMAT(2F10.4)
      END
@FOR,IS TRES.QUANC8,.QUANC8
      SUBROUTINE QUANC8(FUN,A,B,ABSERR,RELERR,RESULT,ERREST,NOFUN,FLAG,V
     *I,ELALPH)
C
      DOUBLE PRECISION FUN,A,B,ABSERR,RELERR,RESULT,ERREST,FLAG
      DOUBLE PRECISION VI,ELALPH
      INTEGER NOFUN
      DOUBLE PRECISION W0,W1,W2,W3,W4,AREA,X0,F0,STONE,STEP,COR11,TEMP
      DOUBLE PRECISION QPREV,QNOW,QDIFF,QLEFT,ESTERR,TOLERR
      DOUBLE PRECISION QRIGHT(31),F(16),X(16),FSAVE(8,30),XSAVE(8,30)
      INTEGER LEVMIN,LEVMAX,LEVOUT,NOMAX,NOFIN,LEV,NIM,I,J
C
C     ESTIMAR LA INTEGRAL DE FUN(X) DESDE A HASTA B CON UNA TOLERANCIA
C     PROPORCIONADA POR EL USUARIO.UNA RUTINA ADAPTATIVA AUTOMATICA BA-
C     SADA EN LA REGLA DE NEWTON-COTES DE 8 PUNTOS.
C
C     ENTRADA...
C
C     FUN     EL NOMBRE DEL SUBPROGRAMA FUNCION INTEGRANDO FUN(X).
C     A       EL LIMITE INFERIOR DE INTEGRACION.
C     B       EL LIMITE SUPERIOR DE INTEGRACION.(B PUEDE SER MENOR QUE A)
C     RELERR  UNA TOLERANCIA DE ERROR RELATIVO.(DEBE SER NO-NEGATIVA).
C     ABSERR  UNA TOLERANCIA DE ERROR ABSOLUTO.(DEBE SER NO-NEGATIVA).
C
C
C
C     RESULT  UNA APROXIMACION A LA INTEGRAL LA CUAL ES DE ESPERAR QUE
C             SATISFAGA LA MENOS RESTRICTIVA DE LAS DOS TOLERANCIAS DE
C             ERROR
C     ERREST  UNA ESTIMACION DE LA MAGNITUD DEL ERROR REAL
C     NOFUN   EL NUMERO DE VALORES DE FUNCION USADOS EN EL CALCULO DE
C             RESULT
C     FLAG    UN INDICADOR DE CONFIABILIDAD.SI FLAG ES CERO,ENTONCES EL
C             RESULTADO PROBABLEMENTE SATISFACE LA TOLERANCIA DE ERROR.SI
C             FLAG ES XXX.YYY,ENTONCES XXX=NUMERO DE INTERVALOS QUE NO
C             HAN CONVERGIDO Y 0.YYY=FRACCION DEL INTERVALO AL QUE SE LE
C             PERMITE HACERLO CUANDO EL LIMITE DE NOFUN FUE ALCANZADO
      LEVMIN=1
      LEVMAX=30
      LEVOUT=6
      NOMAX=5000
      NOFIN=NOMAX-8*(LEVMAX-LEVOUT+2**(LEVOUT+1))
      W0=3956.0D0/14175.0D0
      W1=23552.0D0/14175.0D0
      W2=-3712.0D0/14175.0D0
      W3=41984.0D0/14175.0D0
```

```
      W4=-16160.0D0/14175.0D0
      FLAG=0.0D0
      RESULT=0.0D0
      COR11=0.0D0
      ERREST=0.0D0
      AREA=0.0D0
      NOFUN=0
      IF(A.EQ.B)RETURN
      LEV=0
      NIM=1
      X0=A
      X(16)=B
      QPREV=0.0D0
      F0=FUN(VI,X0,ELALPH)
      STONE=(B-A)/16.0D0
      X(8)=(X0+X(16))/2.0D0
      X(4)=(X0+X(8))/2.0D0
      X(12)=(X(8)+X(16))/2.0D0
      X(2)= (X0+X(4))/2.0D0
      X(6)= (X(4)+X(8))/2.0D0
      X(10)=(X(8)+X(12))/2.0D0
      X(14)=(X(12)+X(16))/2.0D0
      DO 25 J=2,16,2
      F(J)=FUN(VI,X(J),ELALPH)
   25 CONTINUE
      NOFUN=9
   30 X(1)=(X0+X(2))/2.0D0
      F(1)=FUN(VI,X(1),ELALPH)
      DO 35 J=3,15,2
      X(J)= (X(J-1)+X(J+1))/2.0D0
      F(J)= FUN(VI,X(J),ELALPH)
   35 CONTINUE
      NOFUN=NOFUN+8
      STEP=(X(16)-X0)/16.0D0
      QLEFT=(W0*(F0+F(8))+W1*(F(1)+F(7))+W2*(F(2)+F(6))+W3*(F(3)+F(5))
     1+W4*F(4))*STEP
      QRIGHT(LEV+1)=(W0*(F(8)+F(16))+W1*(F(9)+F(15))+W2*(F(10) +F(14))
     2+W3*(F(11)+F(13))+W4*F(12))*STEP
      QNOW=QLEFT+QRIGHT(LEV+1)
      QDIFF=QNOW-QPREV
      AREA=AREA+QDIFF
      ESTERR=DABS(QDIFF)/1023.0D0
      TOLERR=DMAX1(ABSERR,RELERR*DABS(AREA))*(STEP/STONE)
      IF(LEV.LT.LEVMIN)GO TO 50
      IF(LEV.GE.LEVMAX)GO TO 62
      IF(NOFUN.GT.NOFIN)GO TO 60
      IF(ESTERR.LE.TOLERR)GO TO 70
   50 NIM=2*NIM
      LEV=LEV+1
      DO 52 I=1,8
      FSAVE(I,LEV)=F(I+8)
      XSAVE(I,LEV)=X(I+8)
   52 CONTINUE
      QPREV=QLEFT
      DO 55 I=1,8
      J=-I
      F(2*J+18)=F(J+9)
      X(2*J+18)=X(J+9)
   55 CONTINUE
      GO TO 30
```

```
    60 NOFIN=2*NOFIN
       LEVMAX=LEVOUT
       FLAG= FLAG+(B-X0)/(B-A)
       GO TO 70
    62 FLAG= FLAG+1.D0
    70 RESULT=RESULT+SROM
       ERREST=ERREST+ESTERR
       COR11= COR11+DDIFF/1023.D0
    72 IF(NIM.EQ.2*(NIM/2))GO TO 75
       NIM=NIM/2
       LEV=LEV-1
       GO TO 72
    75 NIM=NIM+1
       IF(LEV.LE.0)GO TO 80
       QPREV=QRIGHT(LEV)
       X0=X(16)
       F0=F(16)
       DO 78 I=1,8
       F(2*I)=FSAVE(I,LEV)
       X(2*I)=XSAVE(I,LEV)
    78 CONTINUE
       GO TO 30
    80 RESULT=RESULT+COR11
       IF(ERREST.EQ.0.0D0)RETURN
    82 TEMP=DABS(RESULT)+ERREST
       IF(TEMP.NE.DABS(RESULT))RETURN
       ERREST=2.0D0*ERREST
       GO TO 82
       END
@FOR,IS TPFS.FUN,.FUN
       FUNCTION FUN(VI,QI,ELALPH)
       DOUBLE PRECISION VI,QI,ELALPH,AA,BB,CC,FUN,EXP
       AA=(QI-.72)**(-.419)
       BB=10.**((-.979513)*(QI-.72)**.581)
       EXP=(((QI-VI)/3.14159265)**2)*(-3.)*ELALPH
       IF(EXP.LE.(-170.))GO TO 501
       CC=DEXP(EXP)
       FUN=1.302729*AA*BB*CC
       GO TO 502
   501 FUN=0.0
   502 RETURN
       END
@FOR,IS TPF1.DECMP1,.DECMP1
       SUBROUTINE DECMP(N,A,IDIM,LU,IPS,5,5)
       INTEGER N,IDIM,IPS(N)
       DOUBLE PRECISION A(5,5),LU(5,5)
       INTEGER I,J,K,IP,KP,KP1,NM1,IDXPIV
       REAL SCALES(100),EM,BIG,SIZE,PIVOT
       DOUBLE PRECISION ROWNRM
       DO 5 I=1,5
       IPS(I)=I
       ROWNRM=0.0D0
       DO 2 J=1,N
       LU(I,J)=A(I,J)
       ROWNRM=DMAX1(ROWNRM,DABS(LU(I,J)))
     2 CONTINUE
       IF(ROWNRM.EQ.0) RETURN 6
       SCALES(I)=1.0/ROWNRM
     5 CONTINUE
       NM1=N-1
```

```
      DO 17 K=1,NM1
      BIG=0.0
      DO 11 I=K,N
      IP=IPS(I)
      SIZE=DABS(LU(IP,K))/SCALES(IP)
      IF(SIZE.LE.BIG)GO TO 11
   10 BIG=SIZE
      IDXPIV=I
   11 CONTINUE
      IF(BIG.EQ.0) RETURN 7
      IF(IDXPIV.EQ.K)GO TO 15
      J=IPS(K)
      IPS(K)=IPS(IDXPIV)
      IPS(IDXPIV)=J
   15 KP=IPS(K)
      PIVOT=LU(KP,K)
      KP1=K+1
      DO 16 I=KP1,N
      IP=IPS(I)
      EM=LU(IP,K)/PIVOT
      LU(IP,K)=EM
      DO 16 J=KP1,N
      LU(IP,J)=LU(IP,J)-EM*LU(KP,J)
   16 CONTINUE
   17 CONTINUE
      LUCI=IPS(N)
      IF(LU(LUCI,N).EQ.0)RETURN 7
      RETURN
      END
@FOR,IS IPFS.SOLVE1,.SOLVE1
      SUBROUTINE SOLVE1(N,LU,IDIM,B,X,IPS)
      INTEGER N,IDIM,IPS(N)
      DOUBLE PRECISION LU(5,5),X(N)
      REAL B(N)
      INTEGER I,J,IP,IP1,IM1,NP1,IBACK
      REAL SUM
      NP1=N+1
      LUPA=IPS(1)
      X(1)=B(LUPA)
      DO 2 I=2,N
      IP=IPS(I)
      IM1=I-1
      SUM=0.0
      DO 1 J=1,IM1
    1 SUM=SUM+LU(IP,J)*X(J)
    2 X(I)=B(IP)-SUM
      LUPN=IPS(N)
      X(N)=X(N)/LU(LUPN,N)
      DO 4 IBACK=2,N
      I=NP1-IBACK
      IP=IPS(I)
      IP1=I+1
      SUM=0.0
      DO 3 J=IP1,N
    3 SUM=SUM+LU(IP,J)*X(J)
    4 X(I)=(X(I)-SUM)/LU(IP,I)
      RETURN
      END
@FOR,IS IPFS.TRELU,.TRELU
      SUBROUTINE TRELU(POROS,PERROR,CAPAC,PERM,N)
```

```
C
C
C        ESTA SUBRUTINA CALCULA LA POROSIDAD Y LA PERMEABILIDAD
C        DE CADA ESTRATO UTILIZANDO UNA POROSIDAD Y PERMEABILIDAD
C        PROMEDIO DEL YACIMIENTO
C
C      PORPOS= POROSIDAD PROMEDIO
C      PEPROM=KH PROMEDIO DEL YACIMIENTO (PERMEABILIDAD PROM.*ESPESOR PROM.)
C      EN CASO DE NO CONTAR CON ESTOS DATOS UTILIZAR UNA TARJETA
C      EN BLANCO EN DATOS DE LECTURA
C
       DOUBLE PRECISION POROS,PEPROM,CAPAC(5),PERM(5),H(5),TKH(5),TK(5)
       WRITE(6,700)
       DO 40 I=1,N
       H(I)=CAPAC(I)/POROS
       TKH(I)=PEPROM*PERM(I)
       TK(I)= TKH(I)/H(I)
       WRITE(6,701)I,H(I),TKH(I),TK(I)
    40 CONTINUE
   700 FORMAT(3(/),10X,'ESTRATO NO.',5X,'ESPESOR(FT)',5X,'KH (MILIDARCIS-
      1FT)',5X,'PERMEABILIDAD(MILIDARCIS)')
   701 FORMAT(9X,I5,11X,F10.6,11X,F10.4,12X,F11.4)
       RETURN
       END
@XQT
        0.26  16000.0
      235.3    0.05
      273.0     0.55    27205.0
     1776.37  3415.77
     5
     2220.00        37.00
     2597.00        37.10
     2750.00        37.00
     3070.00        32.00
     3320.00        29.00
@FIN

END ONSITE PRINTOUT ON NOVEMBER 14, 1980 AT 11 06 21
OD*TRELU(1).TES1(7)
```