

1977



Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

**“ METODO ELECTRICO RESISTIVO APLICADO
A LA BUSQUEDA DE CAVIDADES
EN ZONAS URBANAS ”**

TESIS PROFESIONAL

**Que para obtener el título de
INGENIERO GEOFISICO**

**P r e s e n t a n
ALBERTO MARIO MONTES MATA
JOSE LUIS ARROYO FRANCO**

MEXICO, D. F.

1981



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

	PROLOGO	1
CAPITULO I	INTRODUCCION	2
CAPITULO II	ALGUNOS METODOS EMPLEABLES EN LA LOCALIZACION DE CAVIDADES EN ZONAS URBANAS	
	II.1 <u>INTRODUCCION</u>	3
	II.2 <u>RECONOCIMIENTO SUPERFICIAL</u>	4
	II.3 <u>METODOS DIRECTOS</u>	5
	II.4 <u>METODOS SEMIDIRECTOS</u>	7
	II.5 <u>METODOS INDIRECTOS</u>	8
	II.5.1 METODO GRAVIMETRICO	9
	- Discusión	11
	- Microgravimetría	11
	II.5.2 METODOS SISMICOS	12
	- Método de Reflexión	13
	- Discusión	13
	- Método de Refracción	13
	- Discusión	18
	- Método Ultrasónico	19
	- Discusión	22
	II.5.3 METODOS ELECTRICOS	22
	- Método de Potencial	22
	- Método Eléctrico de Resistividad	24
	- Discusión	25
	II.5.4 METODOS TERMoeLECTRICOS	26
	- Discusión	27
	II.5.5 METODOS DE PERCEPCION REMOTA	27
	- Discusión	27
	II.5.6 METODOS POR TRAZADORES RADIOACTIVOS	28
	II.5.7 METODO DE DENSIDAD POR EMISION RADIOACTIVA	28

CAPITULO III	METODO ELECTRICO RESISTIVO EN CORRIENTE CONTINUA	
III.1	<u>INTRODUCCION</u>	29
III.2	<u>PROPIEDADES ELECTRICAS DE LAS ROCAS</u>	29
III.2.1	INTRODUCCION	29
III.2.2	RESISTIVIDAD	30
III.2.3	TIPOS DE CONDUCTIVI- DAD	30
III.2.4	RESISTIVIDAD DE SISTE- MAS HETEROGENEOS	31
III.2.5	RESISTIVIDAD DE LAS RO- CAS	32
III.2.6	LA ANISOTROPIA DE LAS ROCAS	34
III.2.7	FACTORES QUE AFECTAN LA RESISTIVIDAD	35
III.3	<u>FUNDAMENTOS TEORICOS</u>	35
III.3.1	INTRODUCCION	36
III.3.2	ECUACIONES FUNDAMEN- TALES	36
	- Ecuaciones de Maxwell	36
	- Ecuación de Continuidad	37
	- Ley de OHM	37
III.3.3	CARACTERIZACION DE UN MEDIO HOMOGENEO E ISOTROPO	38
III.3.4	CARACTERIZACION DE UN SEMIESPACIO HOMOGENEO Y ANISOTROPO	40
III.3.5	CARACTERIZACION DE UN SEMIESPACIO ESTRATIFICA- DO	45
III.4	<u>ARREGLOS ELECTRODICOS</u>	54
III.4.1	DEFINICION Y GENERALI- DADES	54
III.4.2	RESISTIVIDAD APARENTE	54
III.4.3	TIPOS DE ARREGLOS ELEC- TRODICOS	55
III.4.4	SCHLUMBERGER VS WENNER	62

III.5	<u>SONDEO ELECTRICO VERTICAL</u>	62
III.5.1	<u>DEFINICION Y PARTICU-</u> <u>LARIDADES</u>	62
III.5.2	<u>CORTES GEOELECTRICOS</u>	63
III.5.3	<u>PARAMETROS Y FUNCIO-</u> <u>NES DE DAR ZARROUK</u>	65
III.5.4	<u>PRINCIPIO DE EQUIVALEN-</u> <u>CIA</u>	74
III.5.5	<u>PRINCIPIO DE SUPRESION</u>	76
III.6	<u>INTERPRETACION</u>	76
III.6.1	<u>INTRODUCCION</u>	76
III.6.2	<u>INTERPRETACION GEOFISICA</u>	76
III.6.3	<u>INTERPRETACION CUALITA-</u> <u>TIVA</u>	77
III.6.4	<u>INTERPRETACION CUANTITA-</u> <u>TIVA</u>	78
III.6.5	<u>METODO DE SUPERPOSICION</u>	78
III.6.6	<u>METODO DE REDUCCION</u>	81
III.6.7	<u>METODO ANALITICO DE IN-</u> <u>TERPRETACION</u>	84
III.6.8	<u>METODO AUTOMATICO DE</u> <u>INTERPRETACION</u>	89
III.6.9	<u>INTERPRETACION GEOLO--</u> <u>GICA</u>	96
CAPITULO IV	PLANEACION DEL TRABAJO DE CAMPO	98
CAPITULO V	EJEMPLO PRACTICO	
V.1	<u>INTRODUCCION</u>	100
V.2	<u>DESCRIPCION DE LA CAMPAÑA</u>	100
V.3	<u>TRATAMIENTO DE LA INFORMA-</u> <u>CION</u>	104
V.4	<u>INTERPRETACION</u>	104
V.5	<u>SECCIONES</u>	105
V.6	<u>DISCUSION Y CONCLUSIONES</u>	109
	BIBLIOGRAFIA	114

PROLOGO

La presencia de zonas minadas en el poniente de la Ciudad de México, representa ya un serio problema para la estabilidad de los terrenos de esta área, así como un peligro para la población que la habita. Lo anterior condujo a que el Departamento del Distrito Federal creara en años pasados, la Comisión de Zonas Minadas, con el propósito de establecer la magnitud del problema. Entre otras cosas la Comisión concluyó que gran parte de estas zonas constituyen un grave riesgo que es necesario resolver de forma inmediata.

Dado que la disposición de estas oquedades, producidas por el hombre, presentan en la mayoría de los casos una dirección muy irregular, el primer punto a resolver lo es la localización y delimitación de las cavidades, para que posteriormente se evalúe su grado de peligrosidad y se tomen las medidas necesarias para su solución.

Este trabajo, por lo tanto, está enfocado a la localización de cavidades en zonas urbanas, utilizando una rama de la Ingeniería Geofísica como lo es el método eléctrico resistivo en corriente continua, sin que esto quiera decir que la técnica aquí propuesta sea la única y la más segura, ya que en la actualidad existe una gran variedad de métodos para este fin; los cuales son complementarios de una u otra manera con el método que proponemos.

De este modo nuestro propósito queda claramente definido, ya que con este trabajo hemos querido presentar una forma potencialmente viable de dar solución a tal problema, solución que atañe directamente a las autoridades, ingenieros y arquitectos que construyen en zonas minadas, así como a las congregaciones humanas que las habitan. Además esta tesis puede considerarse como un intento por mostrar la diversidad del campo de acción de la Ingeniería Geofísica.

CAPITULO I

INTRODUCCION

Los materiales pumfíticos presentaron, a fines del siglo pasado, una gran demanda, debido a que éstos constituyeron uno de los elementos básicos para las construcciones de esa época. Lo anterior condujo a que se realizaran túneles de explotación, principalmente en los lomeríos del poniente de la Ciudad de México. Lamentablemente la explotación se realizó de manera irracional, desmedida y con técnicas prácticamente rudimentarias; teniendo como resultado que la explotación por este método se desarrollará de manera anárquica.

En otro orden, como consecuencia de factores sociopolíticos y económicos han surgido asentamientos humanos de forma irregular, así como algunos fraccionamientos de tipo residencial, sobre las zonas minadas; subestimando de esta manera la presencia de cavidades en el subsuelo, ya sea por ignorancia o de manera intencional, de tal forma que en la actualidad representa ya un serio problema para un sector importante de la población.

Como consecuencia de la inestabilidad de los terrenos minados, el Departamento del Distrito Federal decidió formar el 6 de febrero de 1974 la Comisión de Zonas Minadas, con el objeto de determinar las áreas de peligro situadas arriba de las minas subterráneas y evaluar su problemática. Con tal fin se efectuaron reconocimientos en 98 colonias de las delegaciones: Alvaro Obregón, Miguel Hidalgo, Contreras, Coyoacán, Tláhuac, Iztapalapa, Venustiano Carranza y Milpa Alta. Del número anterior 77 casos están asociados con zonas minadas de las cuales un 72% están localizadas en la delegación Alvaro Obregón. Asimismo se evaluó una zona-problema en 100 km² aproximadamente, en la que posiblemente reside un número de 300,000 personas que habitan 51,000 viviendas. Además se observó que la mayor área de la zona minada está localizada en el poniente de la ciudad, precisamente en la delegación Alvaro Obregón.

Como ya se mencionó, la presencia de cavidades en determinadas áreas de la Ciudad de México representa ya un serio problema para las construcciones y personas que las habitan, debido a que con el transcurso del tiempo el

subsuelo y en especial el que constituye las bóvedas y pilares de las zonas minadas, ha sufrido un gran intemperismo por la acción de diversos agentes, provocando esto grandes problemas de estabilidad de dichos terrenos manifestándose en la forma de fallas alrededor de las cimentaciones y construcciones que sobre ella yacen.

Evidentemente el principal punto a resolver para solucionar el problema de las zonas minadas, es el de localizar y delimitar las oquedades que afectan en el comportamiento de las construcciones y ponen en peligro la seguridad de las personas que las habitan. Para esto es necesario desarrollar una metodología que nos permita localizar con el mayor grado de confiabilidad estas discontinuidades del subsuelo.

Aunque con el transcurso de los años los avances tecnológicos han permitido que los métodos para la exploración de cavidades mejoren notablemente, en la actualidad aún no existe un método único que sea totalmente eficaz y seguro para este fin, sino más bien se han venido utilizando una serie de técnicas que son complementarias entre sí. Por tanto, la variedad de métodos que potencialmente puedan ser usados en la exploración de cavidades tienen sus limitaciones así como sus ventajas en determinados casos.

En años anteriores, la prospección geofísica fue utilizada casi exclusivamente con fines petroleros, sin embargo actualmente se está aplicando exitosamente para resolver problemas de: geohidrología, geotermia, minería, arqueología e ingeniería civil, entre otras. Precisamente este trabajo expone la posibilidad de aplicar el método eléctrico resistivo en corriente continua para la exploración en zonas urbanas.

Una vez expuestas las anteriores consideraciones, se pasará a comentar brevemente lo referente a la preparación y presentación de este trabajo, el cual puede considerarse dividido en cuatro partes, como sigue:

La primera parte lo constituye el Capítulo II que expone la metodología de trabajo y los métodos de investigación que potencialmente puedan ser usados; clasificándolos en directos, semidirectos e indirectos. Los primeros se basan en la inspección y levantamientos directos de las cavidades, los segundos en sondeos hechos con equipo mecánico de perforación y los terceros en principios geofísicos.

Además se cuestionan las ventajas y limitaciones de cada método. Asimismo, con lo que respecta a los métodos geofísicos se comenta de manera muy general sus principios teóricos.

Los fundamentos teóricos en los que se basa el método eléctrico resistivo en corriente continua, están contenidos en el Capítulo III, el que además incluye lo referente a las propiedades electromagnéticas de las rocas.

El Capítulo número IV explica la manera de programar el trabajo de campo.

En el Capítulo V se ejemplifica todo lo anterior, mediante un trabajo realizado en la colonia Barrio Norte de la Delegación Alvaro Obregón, finalizando con una serie de conclusiones y recomendaciones.

CAPITULO II

ALGUNOS METODOS EMPLEABLES EN LA LOCALIZACION DE CAVIDADES EN ZONAS URBANAS

II.1 INTRODUCCION

Este capítulo, tiene como objetivo fundamental, el vertir algunos conceptos esenciales de las diferentes técnicas que potencialmente pueden ser aplicadas a la localización de cavidades subterráneas en zonas urbanas, de tal modo que nos permitan entender su aplicabilidad a tal problema.

En general estas técnicas, están comprendidas dentro de las siguientes tres categorías:

- 1) Métodos directos; basados en observaciones y mediciones hechas en el interior de las cavidades.
- 2) Métodos semidirectos; consistentes en sondeos mecánicos de diámetros convencionales.
- 3) Métodos indirectos; apoyados en procedimientos geofísicos.

Debido a la gran cantidad de dificultades implicadas en la búsqueda de cavidades, las fases de que se compone ésta (exploración, localización y definición), deberán ser llevadas a cabo en etapas sucesivas en donde se usará dos ó tres métodos de exploración. Actualmente no existe una técnica que de solución por sí sola al problema en cuestión, de ahí la necesidad de auxiliarse de más de un método para llegar al resultado deseado. Los métodos que a continuación se expondrán, ofrecerán ventajas y limitaciones en determinados casos como se podrá observar.

Enseguida se presenta en primer término, la metodología del reconocimiento superficial que debe preceder a toda exploración tendiente a la detección de cavidades, para posteriormente pasar a los métodos propiamente dichos de exploración.

11.2 RECONOCIMIENTO SUPERFICIAL

El punto de partida de cualquier campaña tendiente al estudio del subsuelo, es el reconocimiento superficial de la zona de interés, para posteriormente planear de una manera adecuada, la aplicación del método o métodos que mejor se adapten a las circunstancias.

Este reconocimiento inicial, consta fundamentalmente de los siguientes pasos:

- 1) Recorrido de la zona potencialmente minada, para localizar las bocas de las minas, así como materiales de relleno. Para esto, durante el recorrido, se prestará mayor interés a las borran-cas, cañadas y a los cortes cercanos al predio. Una vez localizadas las bocas de las minas, se procederá a inspeccionarlas, para determinar su grado de peligrosidad con respecto a la zona poblada o por habitar.
- 2) Localización de evidencias en la superficie, tales como hundimientos, grietas en el terreno y daños en las construcciones.
- 3) Análisis de fotografías aéreas antiguas de la zona, en las que posiblemente localicemos bocaminas y frentes de explotación.
- 4) Realización de una encuesta, entre los habitantes, que nos ayude a obtener datos sobre la existencia de minas.
- 5) Delineamiento preliminar del área en estudio.

11.3 METODOS DIRECTOS

Una vez hecho el reconocimiento superficial, se estará en la posibilidad de decidir, si las cavidades representan o no un peligro para el predio o la zona en cuestión. En caso de que las oquedades no afecten a la zona de interés, el estudio se dará por terminado. En cambio si éstas constituyen un riesgo para el predio, será necesario aplicar los métodos directos para su mayor determinación.

El primer método directo para aplicar, es el levantamiento topográfico (hasta donde las circunstancias lo permitan) de la mina, el cual se efectuará preferentemente con tránsito y cinta, y tendrá que estar referido a la superficie del área bajo estudio.

De igual manera, se localizarán y referirán las zonas de las minas donde existan derrumbes, rellenos y sedimentos depositados por aguas infiltradas.

Si con estos resultados se llega a la conclusión de que la zona minada no afecta al predio, se dará por terminada la investigación. En el caso contrario, será imperativo precisar dicho levantamiento, prestando mayor atención al contorno de las cavidades en el área que interesen, y realizando una nivelación minuciosa del piso y techo de las minas. Una vez más este levantamiento, deberá ligarse adecuadamente al levantamiento topográfico superficial, para lo cual podrán efectuarse excavaciones o perforaciones, las que ayudarán a conocer espesores y características de rellenos superficiales.

Por otro lado, también es importante conocer las características de los materiales explotados, como lo son: el grado de alteración, fisuramientos del techo, paredes y pilares de soporte.

11.4 MÉTODOS SEMIDIRECTOS

Dentro de las técnicas dirigidas a la exploración de cavidades, desde el punto de vista de ingeniería civil, se encuentran los métodos semidirectos, los cuales, como en el caso anterior, solo se utilizarán cuando el reconocimiento superficial o los resultados obtenidos con los procedimientos directos, no hayan sido del todo satisfactorios, o bien para apoyar a éstos últimos.

Las técnicas más comunes para el análisis de cavidades, son los sondeos o perforaciones, con o sin recuperación de muestras, proporcionándonos éstos datos, acerca del cuerpo anómalo y su posición relativa a la superficie del terreno. Por todo lo anterior, es obvio que el éxito de la aplicación de este procedimiento, dependerá en gran medida, de la densidad de ellos.

Para el estudio de cavidades prácticamente, se utilizan dos tipos de sondeos, los cuales se ejecutan de pre-

ferencia con equipo rotatorio. El primero, es sin recuperación de muestras y nos proporciona datos acerca de la existencia de discontinuidades, así como de la procedencia de material que comúnmente se explota. El otro tipo de sondeo, es con recuperación de muestras, proporcionándonos información de la estratigrafía y de las propiedades mecánicas del subsuelo que son de gran interés para la ingeniería civil.

En el momento de registrarse una cavidad, en un sondeo, se procederá a investigar sus condiciones de accesibilidad, con el fin de realizar su levantamiento por medio de los métodos directos, así como para la aplicación de sondeos en el piso de la cavidad para detectar la existencia de sedimentos. Para lograr lo anterior, pueden utilizarse algunos aparatos como periscopios, cámaras fotográficas o de cine, y si las condiciones de la cavidad lo permiten, podrán efectuarse excavaciones de gran diámetro que permitan el acceso de un hombre.

En otro orden, si las dimensiones de la cavidad, son reducidas o no pueden efectuarse levantamientos topográficos, podrá aplicarse la técnica de interpretación de fotografías estereoscópicas, para conocer de una manera aproximada, su geometría.

También es importante mencionar que al aplicar los métodos semidirectos, se combinen los sondeos con muestreo con las perforaciones sin recuperación de muestras, para lograr mayor información del problema tratado y un menor costo del estudio.

11.5 MÉTODOS INDIRECTOS

Como es sabido, la geofísica aplicada, tiene como fin la investigación de la corteza terrestre a través de procedimientos indirectos, que resuelven hasta cierto grado, las condiciones estructurales existentes en el subsuelo.

Se puede decir en general que la aplicabilidad de los métodos geofísicos de investigación en uno u otro caso, varía de acuerdo con la propiedad física del tipo de roca en que se halle la estructura a definir y localizar. Si se emplean estos métodos a la localización de cavidades en zonas urbanas, la elección del método dependerá, además de lo anterior, de las dimensiones de las estructuras, de las limitaciones que surgen por la precisión del equipo empleado y de las restricciones de operación a que obliga el lugar.

A continuación, se presentará un breve esbozo teórico de los diferentes métodos geofísicos que potencialmente pueden ser empleados a la localización de cavidades, se discutirá además las ventajas y desventajas que presentan éstos para tal efecto.

11.5.1 METODOS GRAVIMETRICOS

De entre las varias técnicas de exploración indirecta de que dispone el ingeniero para derivar las condiciones de las rocas en el subsuelo, existe el método gravimétrico, el cual puede rendir datos útiles que nos hablen de la distribución de densidades en la corteza.

Los aspectos teóricos, se basan en la mecánica newtoniana, desarrollada fundamentalmente por Laplace y Poisson.

Así el campo gravitacional, dado por el potencial escalar ϕ , cumple la siguiente ecuación de Poisson.

$$\nabla^2 \phi = -4\pi\rho \quad (11.1)$$

donde ρ es la densidad del medio.

Ahora si el medio es el vacío, el campo gravitacional, satisface la ecuación de Laplace.

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (11.2)$$

La fuerza de atracción F , en cualquier punto del campo gravitacional, está dado por:

$$F = -\rho \nabla \phi \quad (11.3)$$

La fuerza de atracción F , existente entre dos masas (M_1 y M_2), es según la ley de Newton.

$$F = \gamma \frac{M_1 M_2}{r^2} \quad (11.4)$$

donde r es la distancia que separa las masas y γ es la constante gravitacional, cuyo valor numérico es aproximadamente de $6.673 \times 10^{-8} \text{ cm}^3/\text{gr} \text{ seg}^2$.

En prospección gravimétrica lo que se mide es la componente vertical del campo gravitacional terrestre.

El instrumento empleado para tal fin es el gravímetro. Al utilizar cualquier tipo de gravímetro para efectuar las mediciones, la masa M_2 que acciona el resorte del aparato es constante. Por tanto, la fuerza F será directamente proporcional a la masa M_1 (masa terrestre). Si se divide la ecuación (11.4) entre la masa M_2 del sensor del gravímetro, se obtendrá la aceleración (la intensidad del campo gravitacional) medida por dicho gravímetro.

$$g = \gamma \frac{M_1}{r^2} \quad (11.5)$$

No se hablará aquí de la técnica de operación en campo de esta prospección, esto se evita por ser conocida y para no hacer demasiado extensa la sección.

A continuación, presentaremos una tabla que resume algunas características del método gravimétrico.

METODO GRAVIMETRICO

Mediciones: en 10^{-5} gales.

Cubrimiento: esférico, alrededor de un punto.

Medio ambiente geológico: cualquiera.

Profundidad efectiva: la intensidad de la señal, decrece con el cuadrado de la profundidad.

Aplicación: medición de cambios laterales de tipo de roca, localización de cavidades.

Limitaciones: no provee una medición directa de la geometría de las rocas.

Fuente de energía: medio ambiente.

Costo por estudio: intermedio.

- Discusión:

El éxito de la aplicación del método gravimétrico, depende en gran medida del contraste de densidad existente y para el caso de localización de oquedades, del tamaño de éstas.

Si las oquedades se encuentran en tobas volcánicas, como lo es en nuestro caso, la aplicabilidad del método no resulta del todo satisfactoria, ya que el contraste de densidades entre la oquedad y la roca encajonante, es del orden de 2 gr/cm^3 y los cuerpos anómalos son más bien pequeños. Además frecuentemente existe una capa superficial de "tepetate" que produce fluctuaciones de densidad y por ende un enmascaramiento de las anomalías profundas.

En otro orden, los efectos topográficos, pueden causar una anomalía gravitacional, del tamaño comparable en términos de centésimos de miligal, al efecto de una caverna.

Todo lo anterior quedó manifestado en el estudio realizado por algunos compañeros geofísicos, tendiente a la localización de cavidades por medio del método gravimétrico. Ahí se puso en evidencia la poca resolución del método, dada las dimensiones de las estructuras a localizar y la precisión de los gravímetros más comunes. Todo esto trajo como consecuencia que la interpretación de las anomalías, o pesar del tratamiento de los datos con operadores para enfatizarlas, no posará de ser una interpretación puramente cualitativa.

Sin embargo, en algunos casos como lo son las cavidades en coladas basálticas o cavernas de disolución en terrenos cársticos, el método puede rendir mejores resultados, ya que el contraste de densidades, es mayor y frecuentemente las cavernas son más grandes, el terreno más plano y geológicamente más homogéneo.

- Microgravimetría:

Con el reciente surgimiento de gravímetros Lacoste, equipados con un sistema electrónico, que permiten hacer mediciones con una sensibilidad del orden de fracción de microgal, el método gravimétrico, ha tomado nuevas perspectivas para la localización de cavidades.

Sin embargo, es posible debido a la poca experiencia que se tiene con este tipo de equipo, que su uso en la detección de cavidades en tobas y cenizas volcánicas, sea poco eficaz, debido principalmente a las dificultades que se presentan en el terreno. Para terrenos planos, este método sería el ideal, dado su bajo costo y su efectividad potencial.

11.5.2 METODOS SISMICOS

Las técnicas de exploración sísmológica, ofrecen una forma de obtener información detallada de los parámetros físicos y de la geometría de las rocas que componen el subsuelo. Sin embargo, esto en ocasiones no es posible, ya que no todo ambiente geológico rindrá información sísmica adecuada.

Los métodos sísmicos usualmente trabajan muy bien en un área de rocas sedimentarias, donde la estratificación sea notable y la secuencia de capas de diferentes tipos de rocas esté presente. En zonas donde las capas de rocas estén formadas de rocas ígneas o metamórficas, yaciendo en o muy cerca de la superficie, la respuesta sísmica puede ser mínimo. Por tanto la eficacia del método sísmico, es controlada por el tipo de rocas existente y su relación estratigráfica.

Dos tipos de datos asociados con las rocas del subsuelo pueden ser obtenidos de las mediciones sísmicas:

- 1) Datos de la actitud estructural y configuración de las capas de roca, con su correspondiente localización de discontinuidad geológica asociada con esto.
- 2) Datos de algunas propiedades mecánicas de las rocas de aquellas formaciones penetradas por la energía sísmica, incluyendo velocidades de ondas transversales y longitudinales, así como transmisión relativa de energía; de las cuales es posible derivar información en forma de constantes elásticas de las rocas.

Esencialmente la exploración sísmica, es llevada a cabo por la introducción de energía elástica dentro del subsuelo, con ayuda de algún tipo de fuente, y por la medición del tiempo requerido por las ondas de energía creadas para viajar a través de los diferentes capas de ro

cas y regresar a la superficie. La figura (11.1) muestra una representación en dos dimensiones de este principio.

Cualquiera que sea la fuente de energía usada, ésta se expande aproximadamente en forma esférica desde la fuente y es refractada o reflejada en cada interfase acústica.

Atendiendo a la trayectoria que sigue la energía cuando viaja por el subsuelo hasta arribar a la superficie, se distinguen dos métodos sismológicos que brevemente expandremos a continuación:

- Método de Reflexión

En este método se evalúa el tiempo que invierte una onda en recorrer la trayectoria entre la fuente de origen de la energía y el receptor, después de haberse reflejado sobre una superficie de contacto entre dos capas de naturaleza distintas.

El dispositivo de recepción puede estar localizada en la misma posición que la fuente de energía o puede estar muy separada de ella. En uno u otra caso se puede definir con precisión el tiempo t de ida y vuelta de la onda, y así obtener la profundidad h en función del tiempo y de la distancia X entre la emisión y la recepción de la onda, teniendo en cuenta la velocidad de la capa superior.

- Discusión:

Desafortunadamente el empleo de esta técnica a poca profundidad, es relativamente difícil y rara vez se usa para solucionar problemas de ingeniería civil.

Así pues, en el caso de túneles, éstas no representan superficies en que se pueda reflejar las ondas sísmicas, las cuales atraviesan las cavidades sin alterar notablemente su trayectoria. En caso de existir cavidades de gran tamaño, el techo de éstas, puede dar lugar a una reflexión, sin embargo ésta rara vez se presenta.

- Método de Refracción

Esta técnica, se basa fundamentalmente en el principio de Fermat, Huygens y la ley de Snell. El primera

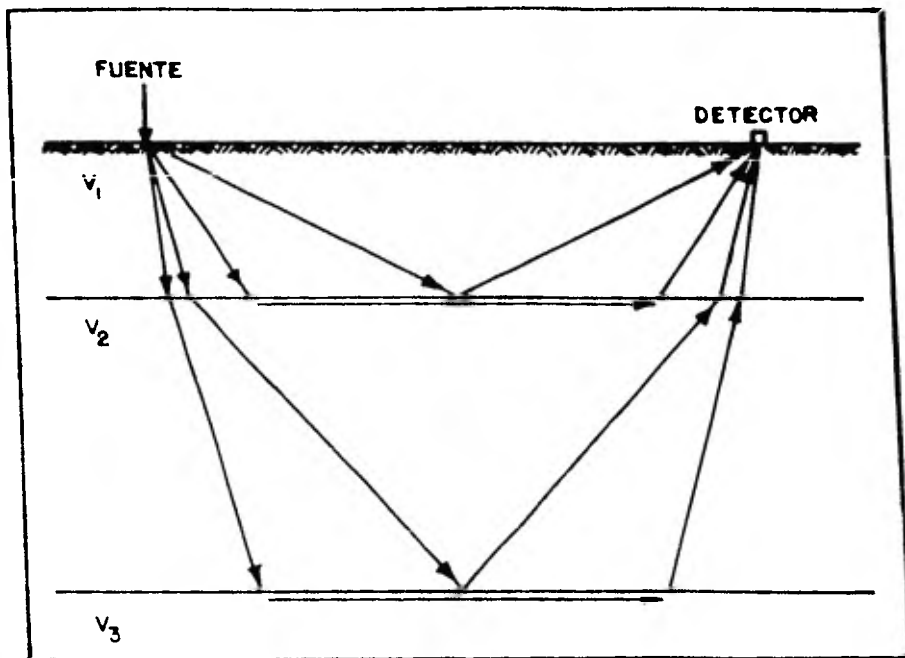


FIGURA N(11.1)

de ellos, establece que el tiempo de propagación entre dos puntos, es mínimo. El segundo dice que cualquier punto de un frente de onda será un punto generador de ondas secundarias y la envolvente de cada punto será un nuevo frente de onda; y la última establece que en medios homogéneos e isotrópos, la relación de velocidades de propagación es igual al cociente de los senos de los ángulos de incidencia y refracción de las ondas sobre el plano de separación entre ambos (Fig. 11.2).

$$\frac{\text{sen } \alpha}{\text{sen } \beta} = \frac{V_1}{V_2} = n \quad (11.6)$$

donde n es el índice de refracción.

El hecho de que los rayos viajen hacia abajo y hacia arriba y estén asociados con puntos geográficamente diferentes en la superficie de la capa refractante, tiene el efecto de disminuir la precisión de las mediciones en este método.

Las dos técnicas de exploración sísmológica que anteriormente mencionamos, pueden tener diferentes fuentes de energía. Para el caso de detección de cavidades en zonas urbanas el sistema Vibroseis puede ser la fuente de energía más indicada a aplicar, dada sus características técnicas de manejo. En este sistema, la señal de entrada, que es administrada por medio de vibradores móviles, es de forma senoidal con una frecuencia que varía progresivamente dentro de límites predefinidos y con una duración de varios segundos.

Puesto que la señal de Vibroseis es de varios segundos de duración y los tiempos de viaje para las profundidades involucradas son menores que ésta por uno a tres órdenes de magnitud, las observaciones iniciales presentan arribos simultáneos (o que se sobreponen) por las muchas trayectorias de energía. Esta confusión es resuelta por la correlación de la señal registrada con la señal de salida, comprimiéndose así efectivamente la señal a un pulso y proveer de este modo una medición precisa de tiempo equivalente a cada señal de trayectorias de viaje. En este proceso las frecuencias no contenidas en el ancho de banda de la señal son excluidas.

El equipo usado en estudios a gran escala, incluye de dos a cuatro vibradores, un camión trailer de grabación, etc. Para la operación en un medio urbano, es posible trabajar a lo largo de las calzadas sin tener in-

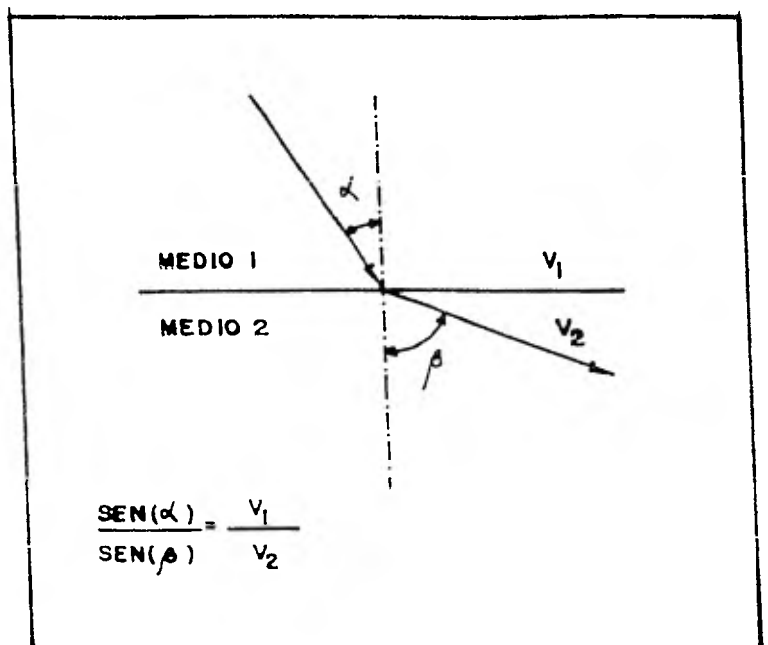


FIGURA N.(V.2)

terferencia del tráfico de vehículos utilizados por el público en sus actividades normales.

A continuación, se presenta una tabla en donde se resumen algunas características de los métodos de exploración sísmológica, lo cual da una idea de su aplicabilidad a la localización de cavidades en zonas urbanas.

SISMICO DE REFRACCION

Mide tiempos de viaje, o de otra fuente, de energía inducida por explosivos o vibradores. Mediciones en milésimas (10^{-3}) de segundo. Precisión 2×10^{-3} segundos.

Cubrimiento: es lineal en cualquier espacio horizontal deseado.

Medio ambiente geológica: rocas sedimentarias, ígneas y metamórficas.

Profundidad efectiva: variable. Grandes profundidades requieren excesiva extensión horizontal de operación.

Aplicaciones: medición de la profundidad de capas de rocas a lo largo de líneas. Determinación de las ondas S y P en zonas de refracción, de las cuales se pueden derivar ciertas propiedades de las rocas. Revela continuidad y configuración de una interfase de roca.

Limitaciones: requiere una calibración vertical de velocidades para la determinación de profundidades. Da pobres resultados para echados muy inclinados.

Fuente de energía: vibradores, explosivos en pozos, etc.

Costo por estudio: alto, pero cubre extensas áreas.

SISMICO DE REFLEXION

Mide tiempos de viaje de energía inducida por varias fuentes. Medición en milésimas (10^{-3}) de segundo. Precisión 2×10^{-3} segundo. Decrece con la profundidad.

Cubrimiento: lineal en cualquier espacio horizontal deseado.

Medio ambiente geológico: principalmente rocas sedimentarias.

Profundidad efectiva: de 500 piés hasta una profundidad sin límite.

Aplicaciones: mide profundidades de varias capas de rocas, su continuidad y localiza discontinuidades, tales como fallas. También provee datos acerca de las condiciones estratificadas.

Limitaciones: requiere calibración vertical de velocidades para determinar profundidades.

Fuente de energía: vibradores, explosivos en pozas, etc., los vibradores única fuente compatible con el medio urbano.

Costo por estudio: alto (el costo por "punto" se reduce con el incremento del área).

- Discusión

La técnica sísmica por refracción aplicada o la localización de cavidades subterráneas, adolece de varios inconvenientes técnicos y económicos. En efecto, una cavidad no puede ser conada con una superficie continua de separación entre dos medios de características mecánicas diferentes, sino más bien debe ser entendida como una variación de compacidad dentro de un mismo medio, lo cual se reflejará en un ligero y local retraso en el tiempo de propagación de las ondas.

Para esclarecer lo anterior, supongamos un medio homogéneo e isótropo, en cuyo interior exista una cavidad representada por un cilindro hueco de longitud indefinida. Los casos extremos que aquí se pueden presentar son: Primero, que la dirección en la cual se va a efectuar la medición sea paralela al eje del cilindro y segundo, que dicha dirección sea perpendicular al eje.

En el primer caso (Fig. 11.3), si el diámetro de la cavidad es mucho mayor que la distancia de su techo a la superficie del terreno, los tiempos de propagación van a aumentar, lo cual se manifiesta como un retraso de las ondas en la gráfica. Ahora, si el diámetro del túnel es pequeño comparado con el espesor del techo, la propagación va a presentar tiempos de retraso muy pequeños, lo cual hace casi imposible la detección de la cavidad. También hay que tomar en cuenta la suposición ideal de la coincidencia entre el eje de medida y el de excavación, cosa que no sucede con frecuencia en la realidad; teniendo como resultado que el efecto de la cavidad sea menor que la sensibilidad del aparato de medición.

Para el segundo caso (Fig. 11.4), el cuerpo anómalo, se reflejará en la gráfica por un retraso local en el tiempo de propagación de las ondas sísmicas, siendo este retraso mayor cuando el cociente d/β disminuye. Este retraso va a presentarse no sobre una vertical sobre la cavidad, sino a una distancia mayor desde el origen del movimiento. Lo anterior repercute al interpretar los datos; ya que para esto no son válidos los criterios de interpretación, pudiéndose solucionar sólo por medio de la computadora y de modelos analógicos.

Es obvio que desde el punto de vista económico, los métodos sísmológicos, no son recomendables para la localización de cavidades, dado su alto costo de operación, así como por el uso de tiempo de computadora para el tratamiento de los datos.

- Método Ultrasónico

La metodología para ejecutar las mediciones por medio de esta técnica es la siguiente: en primera instancia, en el lugar donde se realicen las mediciones deben existir dos perforaciones que sobrepasen la profundidad de los posibles cavidades. En una de estas perforaciones, se introduce un mecanismo provocador de oscilaciones y en la otra, un receptor al mismo nivel que la emi

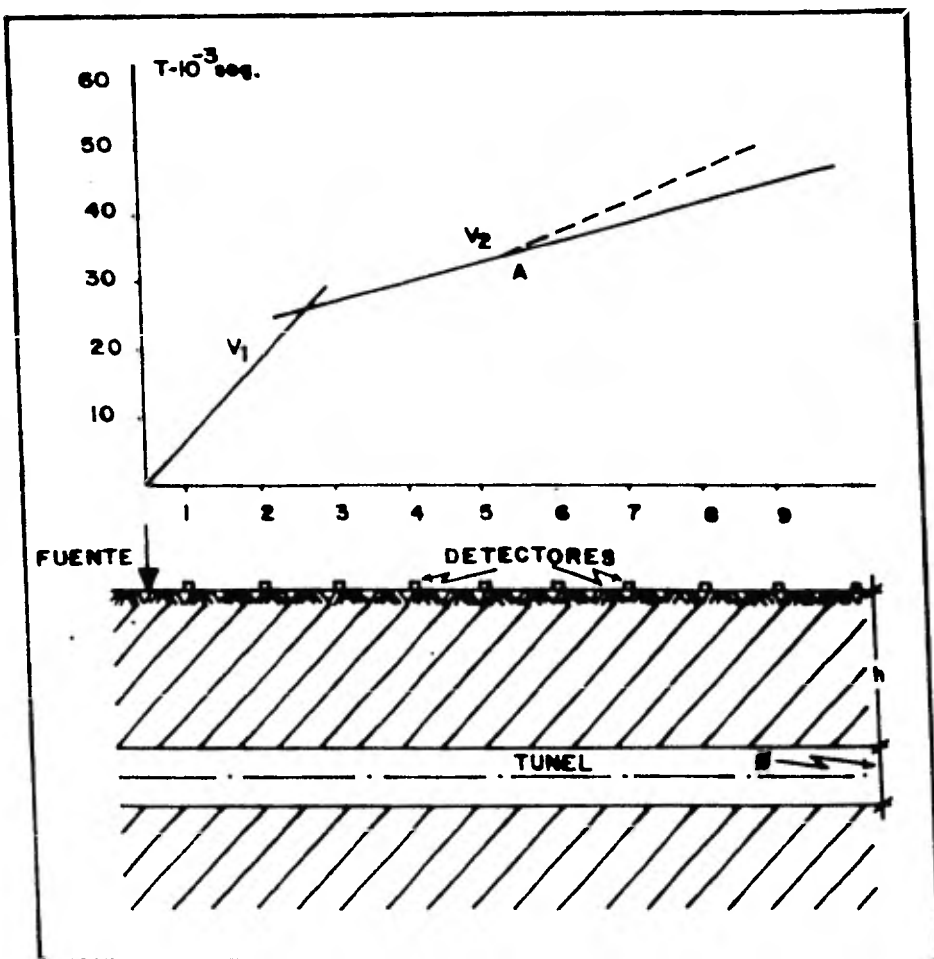


FIGURA N.(V.3)

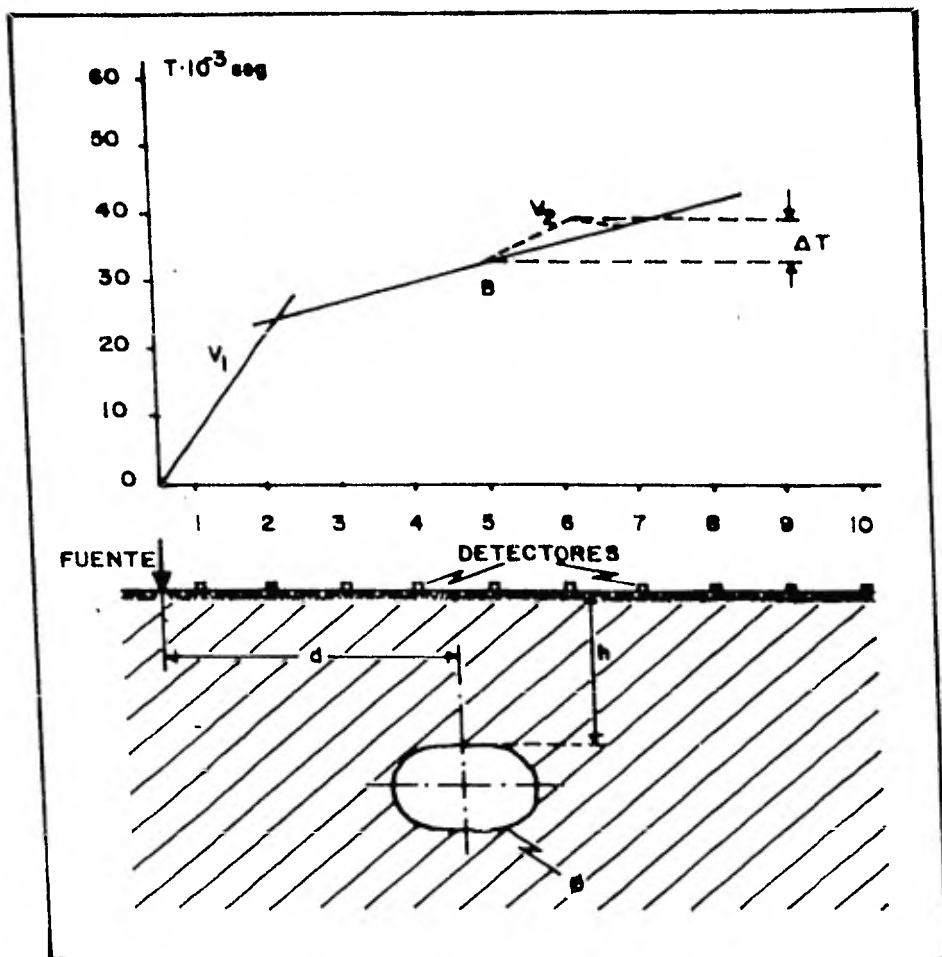


FIGURA N.(V.4)

sión de ondas, con el propósito de medir los tiempos directos de propagación. Con las mediciones anteriores, se obtiene una gráfica (Fig. 11.5), en la que se podrá determinar el nivel donde están localizadas las posibles anomalías, pero sin poder situarlas en planta con exactitud.

- Discusión

En algunos casos excepcionales, este método de propagación sónica, da resultados satisfactorios, sin embargo no es recomendable su utilización para la detección de cavidades, por no convenir totalmente a esta finalidad. Además, el sólo hecho de realizar perforaciones que sobrepasen a la profundidad de las cavidades, hacen que este método eleve su costo relativo con relación a otras técnicas indirectas.

11.5.3 METODOS ELECTRICOS

Los métodos eléctricos de prospección, tienen sus fundamentos en el análisis de la distribución en el subsuelo del campo eléctrico potencial, creado por una corriente de intensidad conocida.

Las técnicas geoeléctricas más viables para la localización de cavidades, prácticamente son dos: los métodos de potencial, natural o artificial, y el método de resistividad.

- Métodos de Potencial

Esta técnica, estriba en medir la diferencia de potencial natural o artificial existente entre dos electrodos clavados en la superficie del terreno.

Para el caso del método de potencial natural, el valor obtenido, es del orden de varios milivolts y las anomalías detectados son de la misma magnitud que el límite de sensibilidad de los aparatos de medición, a menos que las oquedades sean poco profundas. Sin embargo a esta profundidad, la interpretación es un tanto difícil, debido principalmente al efecto del horizonte superficial y al drenado.

Para coleccionar los datos por medio del método de potencial artificial, es necesario inyectar una corriente

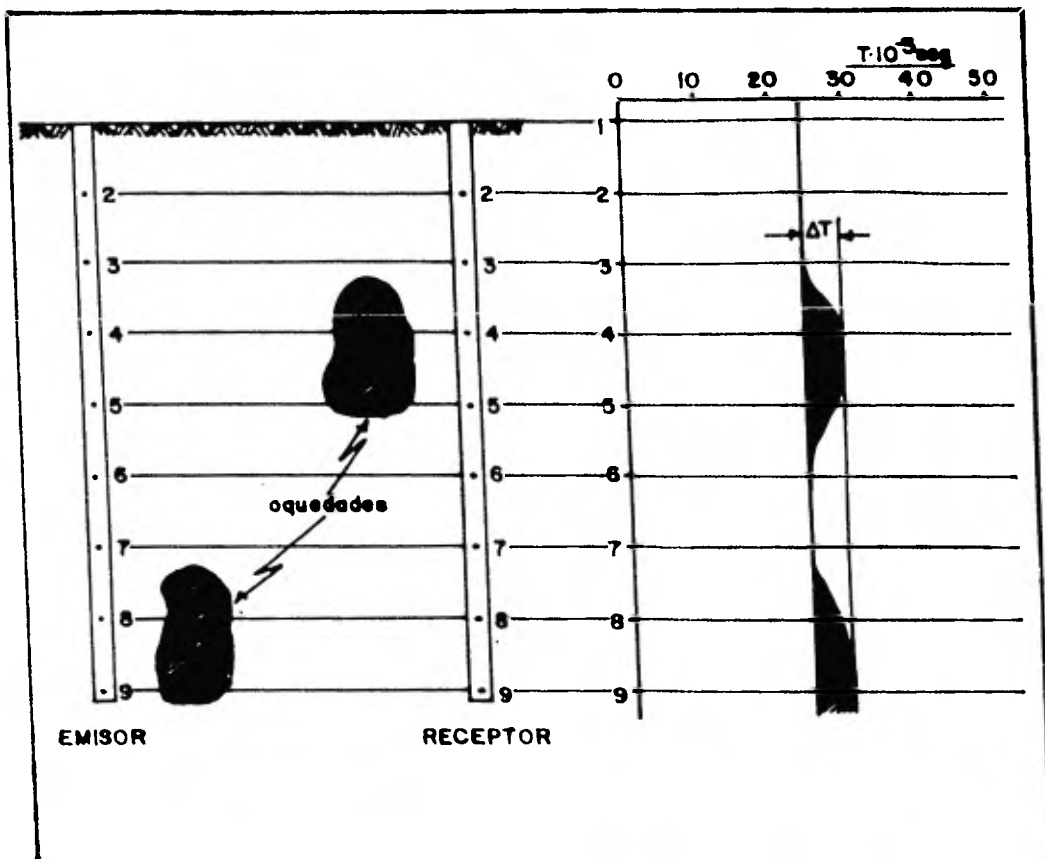


FIGURA N.(V.5)

constante de intensidad conocida por medio de dos electrodos de corriente, para posteriormente medir la diferencia de potencial entre otros dos electrodos que sirven para tal efecto.

A partir de los datos obtenidos en el campo, se procede a realizar un plano de curvas de igual potencial. Estas curvas se interpretan analizando sus distorsiones, lo cual permite trazar los ejes de las zonas conductoras o resistivas y dar así una idea de la forma y disposición en planta de los cuerpos anómalos.

Es importante mencionar, también, que en general este método, no resulta del todo satisfactorio para la obtención de las profundidades de las anomalías detectadas, si no más bien sirve para la localización de éstas en planta.

- Método Eléctrico de Resistividad

El método eléctrico de resistividad de corriente continua, en su modalidad de sondeo eléctrico vertical (SEV), es otra de las técnicas que rinde información concreta de la posición de las capas de roca en el subsuelo.

La interpretación cuantitativa de los datos obtenidos por esta técnica de exploración, se hace en la forma de un conjunto de espesores y resistividades; es decir capas que componen el terreno estudiado hasta la profundidad del sondeo.

La metodología general, consiste en crear un campo eléctrico en la tierra con la ayuda de dos electrodos "A" y "B", que se suponen fuentes puntuales de corriente eléctrica. Por medio de otros dos electrodos, "M" y "N" se mide la diferencia de potencial V en la superficie. El valor de esta diferencia depende directamente de la longitud del segmento MN, de la distancia de "M" y "N" a cada uno de los electrodos "A" y "B" y de la distribución de resistividades presentes. Para evitar la dependencia de V a tantas distancias, se utilizan arreglos de los electrodos que hacen que sólo una distancia sea importante.

Conociendo valores de intensidad de corriente, de distancia de mayor peso y de diferencias de potencial, se procede a calcular las resistividades "aparentes" con

las fórmulas que más adelante se estudiarán. Por convención se asignan estos valores de resistividad a la vertical del punto medio del segmento MN. Esto se hace por razones de simetría.

La interpretación, se hace asumiendo que el subsuelo se halla compuesto de medios parciales homogéneos o isótropos, con extensión lateral infinita.

Hasta donde llevamos escrito, se ha presentado a muy grandes rasgos, los aspectos fundamentales del método eléctrico de resistividad. Su aplicabilidad a la solución del problema de localización de cavidades en zonas urbanas, se discutirá a continuación.

- Discusión

En todos los métodos geoelectricos aquí tratados, una cavidad se distingue por un aumento del valor de la resistividad. Ahora este aumento, puede deberse tanto a cavidades como a intrusiones geológicas del tipo lenticular a filónica, y la única forma para diferenciarlas, sería tomar en cuenta el mayor valor de las resistividades, debido a un efecto de drenaje del medio que rodea a la cavidad, el cual es mucho más intenso que en el caso de una lente o filón.

Una cavidad, considerada en su forma más simple como un cilindro de resistividad infinita o conductividad cero, cuando es atravesada transversalmente por un perfil de sondeos, creará un efecto que sólo se presentará en unos cuantos sondeos, dada su pequeña dimensión lateral. La manifestación de su presencia en esos pocos sondeos, será apreciable y no dejará duda de su existencia debido al alto contraste entre la resistividad de la estructura y la del medio circundante.

Bajo esas condiciones, si bien la cavidad no puede ser interpretada como una capa de alta resistividad a lo largo del perfil, si se determinará su posición como aquella correspondiente a los sondeos que presentan muy altas resistividades en sus curvas de resistividades aparentes. Además de esta interpretación cualitativa, se puede realizar la cuantitativa, esperando produzca una configuración de la distribución de resistividades en el perfil, que se aproxima lo bastante a la geometría de la distribución real. Si esto se cumple, igualmente espera

mos tener elementos para estimar, en forma aproximada, las dimensiones y posición de la cavidad. Si los resultados de la interpretación cuantitativa, no son los satisfactorios para hacer lo anterior, estudios semidirectos, como sondeos mecánicos en los puntos característicos permitirán tener conocimientos de la profundidad del túnel.

Es conveniente mencionar que la prospección geoelectrica por medio de corriente alterna, no es recomendable para este caso, ya que como lo hemos mencionado este estudio se realizó en una zona urbana, en donde existen líneas de alta tensión o ductos enterrados superficialmente, lo cual provocaría que las medidas se vean afectadas por fenómenos inductivos que falsean la información.

Si se suma a todo lo anterior el bajo costo de operación, la relativa facilidad de aplicarlo y la utilización de poco personal para ejecutarlo, el método eléctrico de resistividad (en su modalidad de SEV) es el más recomendable para la búsqueda de cavidades en zonas que imponen restricciones de operación, como lo es la urbana.

11.5.4 METODOS TERMoeLECTRICOS

Esta técnica termoelectrica de exploración, tiene sus fundamentos en la realización de mediciones de la temperatura del subsuelo, para lo cual se utilizan los conceptos de gradiente vertical y grado geotérmico. El primero de ellos, se define como el cociente de la diferencia de la temperatura entre la diferencia de profundidades en dos puntos.

$$G_v = \frac{\theta_B - \theta_A}{Z_B - Z_A} \quad (11.7)$$

El segundo concepto se precisa por la distancia que se debe incrementar a la profundidad donde se realiza la medida, para que la temperatura se incremente en un grado.

Como es sabido, la temperatura del subsuelo, está en función de la acción solar, de las características térmicas de las formaciones geológicas y del flujo proveniente del interior de la tierra. Y los cuerpos anómalos estarán definidos por su calor específico y su conductibilidad térmica.

Para realizar las mediciones, es imprescindible disponer de perforaciones de unos cuatro metros de profundidad, espaciadas adecuadamente.

Con los datos obtenidos en el campo se procederá a realizar las correcciones convenientes, para posteriormente interpretarlas. Para esto, se utilizan como mínimo series de mediciones en épocas diferentes del año y se superponen los diagramas obtenidos. La diferencia observada en la superposición de los diagramas, estará asociada a las anomalías del subsuelo.

- Discusión

De toda la anterior está clara que el sólo hecho de disponer de perforaciones, hacen que el costo de operación de este método, se incremente notablemente. Si a esto le sumamos la necesidad de realizar por lo menos dos series de medidas en un período de tiempo de dos a tres meses, lo que repercute en el tiempo de obtención de las datos (que será demasiado lento), harán que la técnica termométrica, no sea conveniente para la detección de cavidades.

11.5.5 METODOS DE PRECEPCION REMOTA

Estas técnicas, consisten en la adquisición de características específicas del subsuelo, por medio de dispositivos en posiciones remotas.

La obtención de la información, se logra por medio de fotografías tomadas por satélites o vuelos de baja altura. Por la regular estas placas fotográficas, se realizan en blanca y negro, blanca y negro infrarrojo, emulsiones de calor y calor infrarrojo.

Los vuelos son apoyadas por estaciones terrestres que permiten tener un perfil de temperaturas para la calibración de los datos obtenidos en las vuelos.

- Discusión

Los inconvenientes primordiales de que adolece esta técnica, son que las anomalías termométricas detectadas, no corresponden exclusivamente a cavernas, sino que pueden deberse también a casas, calles, rellenos artificiales, depósitos de basura y en general vida humana, lo cual viene a complicar la interpretación de la informa--

ción. Si a todo lo anterior, le aunamos la poca penetración y el alto costo de operación, hacen que este método sea prácticamente desechado para la localización de cavidades en zonas urbanas.

11.5.6 METODOS POR TRAZADORES RADIACTIVOS

Estas técnicas se aplican sólo cuando las cavidades se encuentran enlazados y en circulaciones de agua. Es obvio que, la aplicación de este método no es posible en zonas donde el nivel freático se encuentre a mayor profundidad que las cavidades, por lo que su uso implicaría la inyección de fluidos a las cavidades y esto a su vez presupone que se conoce su existencia.

11.5.7 METODOS DE DENSIDAD POR EMISION RADIACTIVA

Estos métodos, se aplican para la localización de cavidades de dimensiones pequeñas y superficiales, ya que su radio de acción, es tan sólo de centímetros.

CAPITULO III

METODO ELECTRICO RESISTIVO EN CORRIENTE CONTINUA

III.1 INTRODUCCION

En este capítulo no se va a hablar muy ampliamente de los conceptos involucrados en la teoría del Método Eléctrico Resistivo en Corriente Continua. Más bien se intentará presentar lo más esencial de cada uno de ellos, de forma tal que nos permita entender cual es el papel que juega cada uno en la teoría general. Con este objetivo en mente se empezó con una disertación acerca de la resistividad. Más adelante se continuó con un delineamiento de la síntesis de varios modelos, siendo los sistemas o caracterizar los siguientes: medio homogéneo e isotropo, medio homogéneo y anisotropo, y medio estratificado compuesto de medios parciales homogéneos e isotropos. Se finaliza con la presentación de algunas técnicas de interpretación.

III.2 PROPIEDADES ELECTRICAS DE LAS ROCAS

III.2.1 INTRODUCCION

Dado que la prospección Geofísica se encarga de resolver problemas Geológicos, por medio de la Física, es importante conocer ciertas propiedades físicas de los materiales constituyentes de la tierra, ya que las interpretaciones se hacen primeramente en términos de una propiedad de la materia; para más tarde pasar a una segunda que es la geológica.

En prospección geoelectrica las propiedades electromagnéticas de las rocas ocupan el lugar de las propiedades de interés; fundamentalmente son: resistividad eléctrica, constante dieléctrica y permeabilidad magnética. A continuación explicaremos muy someramente la función que desempeña la resistividad en el comportamiento Eléctrico de las rocas, ya que para este estudio, dicho parámetro destaca de entre los demás.

III.2.2 RESISTIVIDAD

Un conductor eléctrico puede ser definido como un material dentro del cual las cargas pueden fluir, es decir puede establecerse en él una corriente eléctrica. Ahora para mantener una corriente en un medio ha de haber un campo eléctrico ó un gradiente de potencial dentro de él. Para un campo eléctrico dado, los materiales difieren entre sí en la magnitud de la densidad de corriente que éste establece. La propiedad de la materia que gobierna el fenómeno de la conducción se le ha llamado Resistividad y relaciona la densidad de corriente con la intensidad de campo eléctrico de la forma:

$$\vec{J} = \frac{1}{\rho} \vec{E} \quad (III.1)$$

cuanto mayor es la Resistividad, tanto menor es la Densidad de corriente para un campo eléctrico. Así pues la Resistividad se puede definir como una medida de la oposición que presenta un medio al paso de la corriente eléctrica. La Resistividad depende de la naturaleza y estado físico del material en cuestión, sus dimensiones son Ohm-metro.

En términos de la Resistividad de una sustancia se define la conductividad de la misma que se obtiene de la manera siguiente:

$$\sigma = \frac{1}{\rho} \quad (III.2)$$

III.2.3 TIPOS DE CONDUCTIVIDAD

La conductividad de los cuerpos se debe a que éstos permiten el paso de portadores de cargas eléctricas, que pueden ser en uno u otro caso electrones ó iones. Atendiendo a esto se distinguen dos tipos de conductividad a saber:

- A) ELECTRONICA: Aquí la corriente eléctrica se compone de electrones, los materiales que presentan esta clase de conductividad se agrupan en dos categorías; los metales y los semiconductores. En los primeros, debido a su estructura atómica, la conductividad es muy elevada y además escasa, ya que sólo se da en algunos metales nativos, los cuales presentan un grado de variación de 10^{-8} a 10^{-7} Ohm-m. Por otro lado, en los segundos se manifiestan dos tipos de conduc-

tividad: una creciente con la temperatura y que predomina a bajas temperaturas, llamada intrínseca y otra debido a la presencia de impurezas, denominada extrínseca, que es la que destaca a altas temperaturas.

- B) IONICA: En este caso la conductividad, es débil y se realiza por medio de iones, originándose se también dos tipos de conductores. Los primeros, denominados electrolitos sólidos (dieléctricos), presentan resistividades superiores a los 10^7 Ohm-m, y son a éstos a los que pertenecen la mayoría de los minerales, los segundos llamados electrolitos líquidos, deben su conductividad a los aniones y cationes, dependiendo en gran medida de la temperatura, ya que al aumentar ésta, la resistividad disminuye.

Como conclusión, se puede decir que de los dos tipos de conductividad, anteriormente mencionadas, la más importante para la prospección eléctrica, es la conductividad iónica, ya que la mayoría de las rocas se comportan como electrolitos.

Por otro lado, es importante mencionar que la mayoría de las aguas existentes en la naturaleza, presentan una conductividad apreciable, debido a la presencia de sales disueltas. Siendo los iones más abundantes el Cl y Na.

III.2.4 RESISTIVIDAD DE SISTEMAS HETEROGENEOS

Ya que las rocas en términos estrictos son medios heterogéneos, se hace necesario estudiar el comportamiento de la resistividad en dichas condiciones. Este problema fué analizado por J.C. Maxwell, él que partió de un sistema como el mostrado en la Fig. (III.1). En donde pequeñas esferas de resistividad " ρ_1 " se hallan distribuidas aleatoriamente en un medio de resistividad " ρ_2 ". Maxwell logró demostrar la validez de la ecuación.

$$\rho_{12} = \frac{2\rho_1 + 1 + P(\rho_1 - 1)}{2\rho_1 + 1 - 2P(\rho_1 - 1)} \rho_2 \quad (III.3)$$

Donde $\rho_1 = \rho_1 / \rho_2$, P es la porosidad y ρ_{12} la resistividad del medio heterogéneo.

Ahora, si las inclusiones conductoras de un medio heterogéneo, están en contacto entre sí, la resistividad de este medio disminuye considerablemente. Par lo que es conveniente tratar este problema en una forma particular. La resistencia de un conductor, como el mostrado en la Fig. (III.2) vale:

$$R = \rho_r \frac{l}{\Delta} \quad (III.4)$$

Donde ρ_r es la resistividad media de la roca (Matriz y Poros).

Pero como la conducción es sólo efectuada a través de los poros, llenos de electrolitas de resistividad ρ_a se tendrá que:

$$R = \rho_a \frac{l_e}{\Delta_e} \quad (III.5)$$

Donde l_e es la longitud media de los poros, y Δ_e la sección total de los mismos.

Igualando (III.4 y III.5), obtendremos lo siguiente:

$$\rho_r = \left(\frac{l_e}{l}\right)^2 \rho_a \frac{\Delta l}{\Delta_e l_e} = \frac{T^2}{P} \rho_a = F \rho_a \quad (III.6)$$

Aquí T es la tortuosidad, F el factor de formación y P la porosidad.

III.2.5 RESISTIVIDAD DE LAS ROCAS

En términos estrictos, la mayoría de las rocas, se podrían considerar como aislantes, ya que los minerales que constituyen las rocas como lo es el cuarzo, los silicatos, la calcita y las sales, son aislantes. Sin embargo todas las rocas tienen poros, las cuales están ocupados total o parcialmente por electrolitos, comportándose así como un conductor iónico de resistividad muy variable.

La resistividad que presentan las rocas ígneas y metamórficas, suelen tener un rango de variación de 10^2 a 10^5 Ohm-m, aumentando en las segundas con el grado de metamorfismo. En las rocas sedimentarias el rango de variación de la resistividad, es mucho mayor. Correspondiendo de este modo los valores más altas a las evaporitas, cuya resistividad oscila entre 10^4 y 10^6 Ohm-m. Más conductora es la caliza, que tiene un rango de variación de resistividad, comprendida entre 10^2

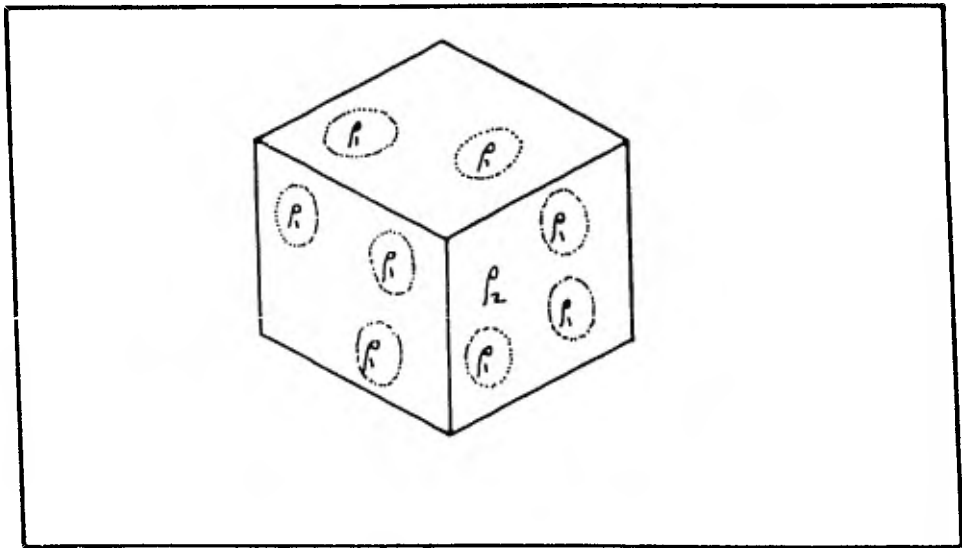


FIGURA N.(III.1)

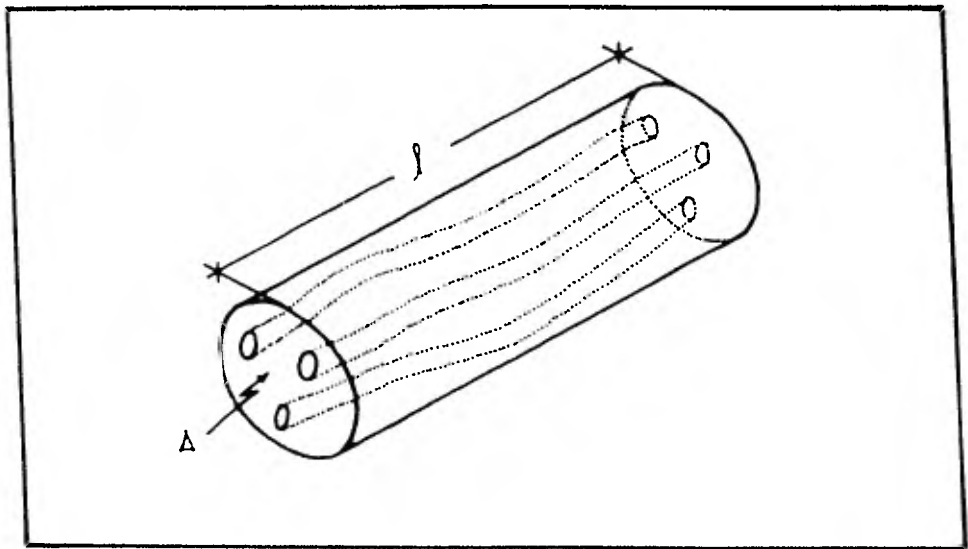


FIGURA N.(III.2)

y 5×10^3 Ohm-m. La resistividad de las rocas detríticas y clásticas, crece con el tamaño del grano, siendo para las arcillas de 1 a 50 Ohm-m, de 10 a 10^2 Ohm-m, para los limos de 10^2 a 10^3 Ohm-m, para las arenas y de 10^2 a 10^4 Ohm-m para las gravas. Todo esto suponiendo que el electrolita sea agua dulce.

Por otra lado, la capa superficial meteorizada suele presentar menor resistividad que la roca sana, debida a la parasidad. Sin embargo a veces, suele presentarse la paradoja de las suelos, según la cual en zonas desérticas, la resistividad baja y en zonas húmedas la resistividad aumenta. Esta se debe a que en un clima seco el contenido iónico de las capas superficiales aumenta con la ascensión del agua a la superficie, y en las regiones húmedas, el contenido iónico de las capas se ve empobrecida por la circulación del agua.

III.2.6 LA ANISOTROPIA DE LAS ROCAS

En general la anisotropía, es un fenómeno que consiste en la variación de ciertas propiedades físicas con la dirección considerada. La resistividad, en muchos casos, varía con la trayectoria en que se evalúen sus efectos. Esta tiene como consecuencia que la resistividad, se expresa por un tensor simétrica ρ_{ij} . Sin embargo si los ejes de coordenadas son elegidos adecuadamente, ocurre que $\rho_x = \rho_y \neq \rho_z$, quedando así la resistividad definida sólo por dos cantidades.

De lo dicho anteriormente, resultan los conceptos de resistividad longitudinal $\rho_{||}$ ($\rho_{||} = \rho_x = \rho_y$) y resistividad transversal ρ_{\perp} ($\rho_{\perp} = \rho_z$) derivándose de éstas, el coeficiente de anisotropía λ y el de resistividad media ρ_m , que se expresan por:

$$\lambda = \sqrt{\rho_{\perp} / \rho_{||}} \quad (III.7)$$

$$\rho_m = \sqrt{\rho_{\perp} \rho_{||}}$$

De las ecuaciones anteriores, se puede deducir que:

$$\rho_{||} = \rho_m / \lambda$$

$$\rho_{\perp} = \rho_m \cdot \lambda \quad (III.8)$$

Ya que en la mayoría de los casos ocurre que $\rho_{\perp} > \rho_{||}$ el valor de λ siempre es mayor que 1.

III.2.7 FACTORES QUE AFECTAN A LA RESISTIVIDAD

El estudio de estos factores, es de sumo interés para la prospección eléctrica, ya que al conocer los efectos que éstos causan en la resistividad, estaremos en mayor posibilidad de analizar satisfactoriamente cualquier medio. A continuación se enumeran algunos factores que repercuten en el comportamiento de la resistividad.

- A) La existencia de minerales conductores diseminados en las rocas, puede disminuir considerablemente la resistividad.
- B) La resistividad también varía en un margen muy grande como consecuencia del modo de distribución de los poros, del agua contenida en éstos y de su salinidad.
- C) La presencia de elementos arcillosos en la roca, puede repercutir de una manera apreciable, en la resistividad total de ésta. Este fenómeno, se manifiesta de dos diferentes maneras, a saber: La primera, denominada conducción superficial, disminuye la resistividad de los electrolitos poco conductores, y aumenta la resistividad de los conductores. Y la segunda llamada ionización de las minerales de arcilla, hace que la resistividad del agua contenida en los poros, disminuya también.
- D) Otro factor importante en la variación de la resistividad, es la temperatura, ya que ésta aumenta o disminuye la movilidad de los iones. En general la resistividad de las rocas con aguas aumenta de diez a mil veces al pasar de +20°C a -20°C, y decrece al aumentar la temperatura.
- E) El efecto de la presión sobre la resistividad es menor que el de la temperatura. Sin embargo se ha observado que la resistividad, bajo con el aumento de la presión.

III.3 FUNDAMENTOS TEORICOS

III.3.1 INTRODUCCION

Se habla de caracterización, síntesis o modelado de un sistema, cuando se llega a una expresión que relaciona la señal de entrada con la señal de salida del sistema. Hay algunos sistemas que pueden ser caracterizados por diferentes modelos. El modelo resultante en cada caso, la determinará la naturaleza misma de las señales de entrada y salida, así como la técnica matemática de síntesis empleada, la cartaza terrestre tomada como sistema, es un ejemplo del tipo de sistema arriba considerada.

La división del estudio de la cartaza terrestre en prospecciones, puede ser vista como una división hecha en base a la naturaleza de las señales usadas, dado que la relación entre fenómeno de estudio y señales, es estrecha. En el método eléctrico resistivo, corriente y potencial eléctrico, son las señales de entrada y salida, respectivamente.

Se presentan a continuación los desarrollos de algunas modelos y algunas caracterizaciones que serán útiles en secciones posteriores cuando se trate el problema de interpretación.

III.3.2 ECUACIONES FUNDAMENTALES

Antes de pasar a la síntesis de algunos modelos, discutiremos un poco acerca de las leyes que rigen el flujo de corriente eléctrica en un medio. Las expresiones de estas leyes, las llamamos aquí ecuaciones fundamentales, por ser a partir de ellas de donde se arranca para derivar otras expresiones y relaciones que forman el cuerpo de ecuaciones con que se trabaja en la prospección eléctrica. Tales ecuaciones básicas son las ecuaciones de Maxwell, la ecuación de continuidad y la ley de Ohm.

- Ecuaciones de Maxwell

Una generalización de las leyes fundamentales de los fenómenos eléctricos y electromagnéticos, la es la teoría desarrollada por Maxwell, esta teoría permite determinar las campos eléctricos y magnéticos, conocida la distribución de cargas y corriente eléctrica que las crean.

De las cuatro ecuaciones que forman el sistema de Maxwell, las dos primeras son:

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial B}{\partial t} \quad (III.9)$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial D}{\partial t} \quad (III.10)$$

La primera de ellas expresa que un campo magnético alterno, crea en cualquier punto del espacio, un campo eléctrico rotacional. Para un campo magnético invariable en el tiempo (régimen estacionario), el campo eléctrico que puede existir, deberá ser irrotacional o conservativo, es decir se derivará de un potencial escalar V . La relación entre ellas será:

$$\vec{E} = -\nabla V \quad (III.11)$$

Ecuación que será útil más adelante.

- Ecuación de Continuidad

En electricidad se establece que las cargas eléctricas no se crean ni desaparecen, se afirma que el decremento de cargas q en un volumen cerrado V por unidad de tiempo es igual a la intensidad de la corriente:

$$I = - \frac{\partial q}{\partial t} \quad (III.12)$$

Este es el principio de conservación de cargas, en donde I es la intensidad de corriente. La forma diferencial del principio, es la ecuación de continuidad para densidad volumétrica de las cargas:

$$\nabla \cdot \vec{j} = \frac{\partial \rho}{\partial t} \quad (III.13)$$

Donde \vec{j} es densidad de corriente eléctrica, ρ densidad espacial de las cargas.

- Ley de OHM

Para mantener una corriente eléctrica, en un medio conductor, deberá existir un campo eléctrico. Las sustancias difieren entre sí en el valor de la densidad de corriente establecida por un campo eléctrico dado. Para relacionar la densidad \vec{j} con el campo \vec{E} se recurre a la constante σ que es la conductividad eléctrica de la sustancia que ocupa el espacio o a su valor inverso ρ , la resistividad de la misma. De la combina-

ción, resulta una expresión que es la relación fundamental de la conducción eléctrica:

$$\vec{J} = \nabla \bar{E} = \frac{1}{\rho} \bar{E} \quad (III.14)$$

Que es la Ley de OHM para la densidad de corriente.

Para medios homogéneos ∇ es independiente de la posición, por lo que:

$$\nabla \nabla = 0$$

Si el medio es isótropo \vec{J} y \bar{E} , tienen la misma dirección para un cierto punto. Cuando el medio es anisótropo, la conductividad es un tensor simétrico y \vec{J} en general no tiene la misma dirección de \bar{E} , además la Ley de Ohm se modifica adoptando la siguiente forma para un sistema de coordenadas rectangular:

$$\begin{aligned} \dot{J}_x &= \nabla_{xx} E_x + \nabla_{xy} E_y + \nabla_{xz} E_z \\ \dot{J}_y &= \nabla_{yx} E_x + \nabla_{yy} E_y + \nabla_{yz} E_z \\ \dot{J}_z &= \nabla_{zx} E_x + \nabla_{zy} E_y + \nabla_{zz} E_z \end{aligned} \quad (III.15)$$

Donde ∇_{ik} puede ser definido como el campo eléctrico en la dirección k cuando la unidad de densidad de corriente está en la dirección de i , se puede demostrar, con ayuda del principio de conservación que:

$$\nabla_{ik} = \nabla_{ki}$$

El número de componentes del tensor, es por tanto de seis.

III.3.3 CARACTERIZACION DE UN MEDIO HOMOGENEO E ISOTROPO

Empezaremos la síntesis de algunos modelos con el correspondiente a un medio infinito, homogéneo e isótropo. Repetimos nuevamente que las señales de entrada y salida, son corriente y potencial eléctrico, respectivamente. El fenómeno a estudiar será el flujo de la corriente y la distribución del potencial en el medio. Se pasará ahora a hacer el desarrollo correspondiente a este caso.

Sea un manantial puntual de corriente, colocado en un punto P de un medio con las características ya anotadas, sea I la intensidad de la corriente para cual--

quier instante (régimen estacionario). Dada la invariancia con respecto al tiempo, la ecuación de continuidad (III.13) adopta la forma:

$$\nabla \cdot \vec{J} = 0 \quad (III.16)$$

De la Ley de Ohm y la expresión que relaciona el campo eléctrico \vec{E} con el potencial V obtenemos:

$$\vec{J} = -\frac{1}{\rho} \nabla V \quad (III.17)$$

En (III.17) ρ es la resistividad del medio.

Sustituyendo (III.17) en (III.16):

$$\nabla \cdot \left(\frac{1}{\rho} \nabla V \right) = 0 \quad (III.18)$$

$$\nabla \left(\frac{1}{\rho} \right) \cdot \nabla V + \frac{1}{\rho} \nabla \cdot \nabla V = 0 \quad (III.19)$$

Esta última relación, es considerada la ecuación fundamental del método eléctrico con corriente continua. Ahora como el medio es homogéneo, se cumple: que el $\nabla(1/\rho) = 0$ por lo que:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \nabla V &= 0 \\ \nabla^2 V &= 0 \end{aligned} \quad (III.20)$$

Vemos de (III.20) que la distribución del potencial para corriente continua en un medio homogéneo e isótropo satisface la ecuación de Laplace.

Se ha supuesto un manantial puntual de corriente, y es de esperarse que el valor del potencial en cualquier punto del medio, sea función de la distancia r entre el punto y el manantial. Usando coordenadas esféricas en (III.20), se llega a:

$$\frac{d^2 V}{dr^2} + \frac{2}{r} \frac{dV}{dr} = 0$$

Una función solución a esta ecuación diferencial lo es:

$$V = C_1 + \frac{C_2}{r} \quad (III.21)$$

Por convenio se le atribuye a un punto en el infinito, el valor de potencial cero, aplicado esto a (III.21) tenemos que: $C_1 = 0$. Además, es obvio que las líneas de corriente son radiales, al igual que las de intensidad de campo y que las superficies equipotenciales son esféricas. Si se construye alrededor del manantial una superficie esférica de radio R y evaluamos la

corriente total que fluye hacia afuera a través de ella, se tendrá:

$$I = 4\pi R^2 (J_R)$$

$$J_R = -\frac{1}{\rho} \nabla V|_R = -\frac{1}{\rho} \left(\frac{d}{dr} V \right)_R = \frac{1}{\rho} C_2 / R^2$$

$$I = 4\pi R^2 C_2 / R^2 \quad \therefore C_2 = I\rho / 4\pi$$

Para un medio semi-infinito, como el caso de un subsuelo homogéneo, y una fuente colocada en la superficie límite, en la interfase aire-tierra (se asume que la resistividad del aire es infinita), la corriente total será la misma y la superficie por la que atraviesa se reduce a una semi-esfera, así la constante C_2 toma el valor de:

$$C_2 = \frac{I\rho}{2\pi}$$

Y el potencial:

$$V = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{r} \quad (III.22)$$

La relación (III.22) es finalmente el modelo matemático de nuestro sistema subsuelo homogénea e isotrópica. El valor de la expresión anterior y el de su equivalente para otros medios menos sencillos, radica en: Proporciona una relación entre magnitudes de fácil medición (V, I, ρ) en medios reales y hacer determinable el valor de la resistividad ρ . En los casos prácticos, la corriente es introducida en el subsuelo, utilizando dos electrodos puntuales A(+I), B(-I) (Fig. III.3), una "fuente" y un "pozo" respectivamente. Para la medición del potencial se emplean otros dos electrodos: M y N. La diferencia de potencial ΔV entre estos dos últimos, es substituida en la Ec. (III.22), de donde ρ es despejable fácilmente.

$$\Delta V = \frac{I\rho}{2\pi} \left\{ \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} \right) - \left(\frac{1}{AN} - \frac{1}{BN} \right) \right\} \quad (III.23)$$

La forma de la ecuación anterior se explica si recordamos que los campos eléctricos se superponen, de ahí que el potencial en M sea la suma de los campos debidos a A y B.

III.3.4 CARACTERIZACION DE UN SEMIESPACIO HOMOGENEO Y ANISOTROPO

Se vió en la Sección (III.3.2) que en un medio anisótropo, la conductividad, es un tensor simétrico de

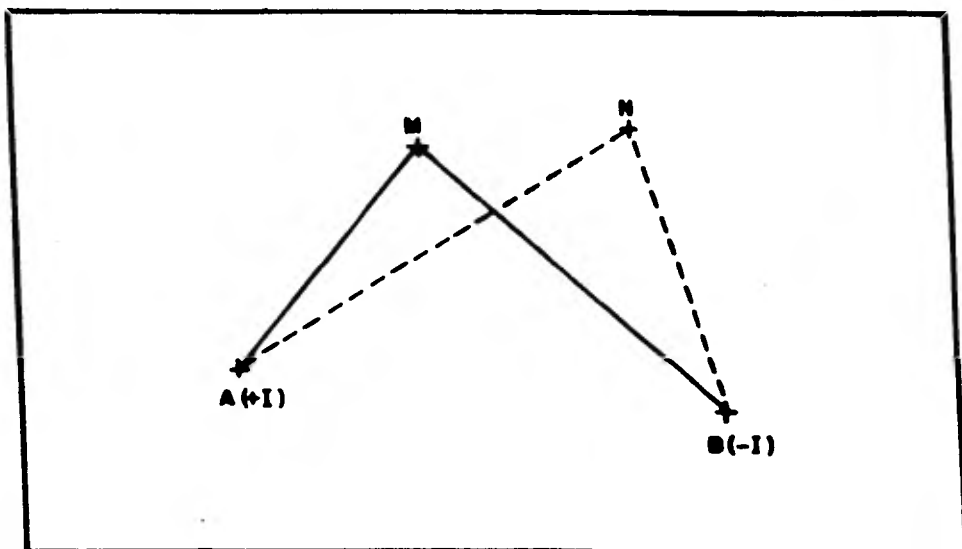


FIGURA N.(III.3) Distribucion de los electrodos de corriente (A,B) y de potencial (M,N), en la superficie del subsuelo

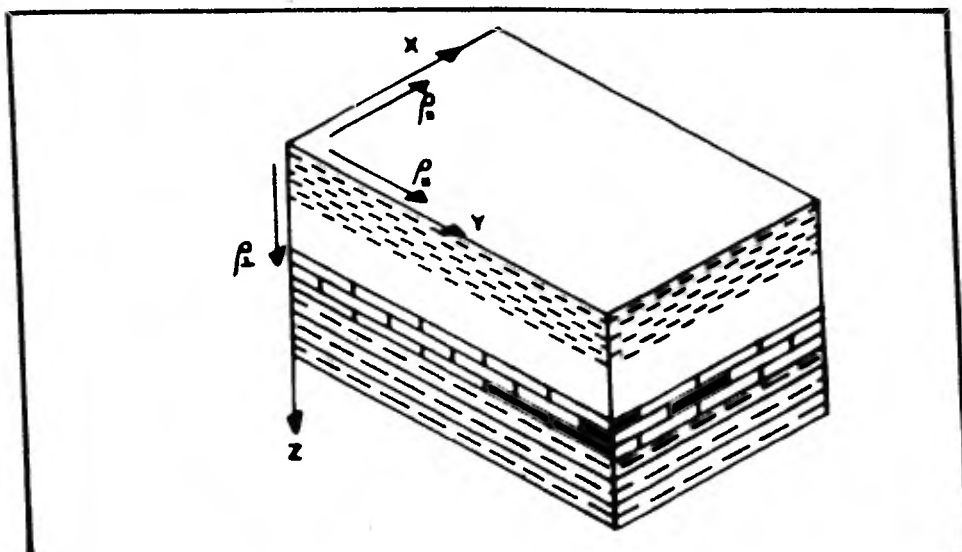


FIGURA N.(III.4)

seis componentes. Sin embargo es posible orientar los ejes de coordenadas de forma que las componentes ∇_{xy} , ∇_{yz} , ∇_{zx} tomen el valor cero, tales ejes que cumplen esa condición son llamados "ejes principales de anisotropía".

Los valores principales de \vec{J} y E estarán dados por:

$$\vec{J}_x = \frac{1}{\rho_x} E_x ; \vec{J}_y = \frac{1}{\rho_y} E_y ; \vec{J}_z = \frac{1}{\rho_z} E_z \quad (III.24)$$

En donde X, Y, Z, son los ejes principales. Dado que el medio es homogéneo, la ecuación de continuidad descrito, en términos de estos ejes toma la forma:

$$\frac{1}{\rho_x} \frac{\partial}{\partial X}(E_x) + \frac{1}{\rho_y} \frac{\partial}{\partial Y}(E_y) + \frac{1}{\rho_z} \frac{\partial}{\partial Z}(E_z) = 0 \quad (III.25)$$

Haciendo el cambio de variables:

$$\xi = X\sqrt{\rho_x} ; \eta = Y\sqrt{\rho_y} ; \zeta = Z\sqrt{\rho_z}$$

Substituyendo en (III.25) que se simplifica a:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial \xi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial \eta^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial \zeta^2} = 0$$

Con solución:

$$V = \frac{C}{(\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2)^{3/2}}$$

En donde C es la constante de integración. Regresando a las variables originales se obtiene:

$$V = \frac{C}{(\rho_x X^2 + \rho_y Y^2 + \rho_z Z^2)^{3/2}} \quad (III.26)$$

Si se considera un valor constante de potencial, de la ecuación anterior, resulta:

$$\rho_x X^2 + \rho_y Y^2 + \rho_z Z^2 = k^2$$

Expresión que define las superficies equipotenciales, con forma de elipsoides, cuyos ejes coinciden con los ejes principales. Por derivación de (III.26) para X, Y y Z, y substituyendo en (III.24), hallamos los componentes de \vec{J} , componentes que satisfacen lo siguiente:

$$\frac{\vec{J}_x}{X} = \frac{\vec{J}_y}{Y} = \frac{\vec{J}_z}{Z}$$

Se puede ver de esas relaciones que las líneas de corriente son líneas rectas. Como las superficies equipotenciales son elipsoides, concluimos que las líneas de intensidad de campo son curvilíneas, debido a su ortogonalidad a las superficies.

Si se considera ahora el caso de la corriente fluyendo en un medio en donde sólo existe anisotropía en dos direcciones normales (como en el caso de una roca estratificada), este medio quedará caracterizado por dos resistividades: una resistividad transversal ρ_{\perp} (para una dirección normal al plano de estratificación), y una resistividad longitudinal ρ_{\parallel} (para una dirección paralela al plano de estratificación). La resistividad correspondiente a la dirección normal al plano definido por las dos anteriores, se tomará igual ρ_{\parallel} (en rocas estratificadas las resistividades en dos direcciones mutuamente normales y ambas paralelas al plano de estratificación, tienen diferencias que no se toman en cuenta en la práctica).

Si se considera el plano YX como el de las capas (Fig. III.4), (III.25) se transforma en:

$$\frac{1}{\rho_{\parallel}} \left(\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} \right) + \frac{1}{\rho_{\perp}} \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (III.27)$$

Cuya solución es:

$$V = \frac{C}{(\rho_{\parallel} x^2 + \rho_{\parallel} y^2 + \rho_{\perp} z^2)^{1/2}} \quad (III.28)$$

En la Sección (III.2.6) se definieron:

$$\lambda = \sqrt{\rho_{\perp}/\rho_{\parallel}} \quad ; \quad \rho_m = \sqrt{\rho_{\perp} \rho_{\parallel}} \quad (III.7)$$

Donde λ es anisotropía y ρ_m resistividad media, haciendo uso de estos parámetros, reescribiremos (III.28) obteniendo:

$$V = \frac{C}{\rho_m^{1/2} (x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2)^{1/2}} \quad (III.29)$$

Así las superficies equipotenciales: estarán dadas por:

$$x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2 = k^2$$

Que es la ecuación de un elipsoide de revolución al rededor del eje z . Por su parte la densidad de corriente, se expresa en la forma:

$$\vec{j} = (j_x^2 + j_y^2 + j_z^2)^{1/2} = \frac{C(X^2 + Y^2 + Z^2)^{1/2}}{\rho^{3/2}(X^2 + Y^2 + \lambda Z^2)^{3/2}} \quad (III.30)$$

En donde :

$$j_x = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial X} ; j_y = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial Y} ; j_z = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial V}{\partial Z}$$

Para calcular el valor de la constante de integración C , construimos alrededor del manantial puntual de corriente una superficie esférica y evaluaremos la corriente que fluye a través de ella. Es obvio que es igual a la corriente total del manantial, entonces:

$$I = \int_S \vec{j} \cdot \vec{n} ds \quad (III.31)$$

La integral anterior, se resuelve fácilmente usando coordenadas esféricas y empleando los límites apropiados, de esta forma, se obtiene la expresión:

$$I = \frac{4\pi C}{\lambda \rho^{3/2}}$$

Par tanto:

$$C = \frac{I}{4\pi} \lambda \rho^{3/2} \quad (III.32)$$

Por la que (III.29) y (III.30) quedan finalmente:

$$V = \frac{I \lambda \rho}{4\pi(X^2 + Y^2 + \lambda Z^2)^{1/2}} \quad (III.33)$$

$$\vec{j} = \frac{I \lambda (X^2 + Y^2 + \lambda Z^2)^{1/2}}{4\pi(X^2 + Y^2 + \lambda Z^2)^{3/2}} \quad (III.34)$$

Pensemos ahora que la fuente puntual de corriente, está colocada en un punto de la superficie límite, entre el aire y el subsuelo. Si asumimos que este último es homogéneo y anisótropo y que el aire tiene conductividad igual a cero, los valores de \vec{j} y V para un medio como este seguirán estando dados por (III.29) y (III.30), sólo el valor de C se alterará:

$$C = \frac{I}{2\pi} \lambda \rho^{3/2}$$

Con esta nueva constante se obtiene, substituyendo la en (III.29) y (III.30) lo siguiente:

$$V = \frac{I \rho}{2\pi} \frac{1}{(X^2 + Y^2 + \lambda Z^2)^{1/2}} \quad (III.35)$$

$$\bar{j} = \frac{I\lambda}{2\pi} \frac{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}}{(x^2 + y^2 + \lambda^2 z^2)^{3/2}} \quad (III.36)$$

Al igual que en el caso de un medio infinito, también aquí las superficies son elipsoides de revolución alrededor del eje Z, que se halla perpendicular al plano de estratificación.

Para llegar a las ecuaciones (III.35) y (III.36), se ha asumido que la estratificación es la principal causa de la anisotropía, y que ella es paralela a la frontera aire-subsuelo. Si se considera la no existencia de este paralelismo, la relación (III.35) se modifica, adoptando la forma:

$$V = \frac{I\rho_m}{2\pi} \frac{1}{\{x^2 + [1 + (\lambda^2 - 1)\text{sen}^2 \alpha]y^2\}^{1/2}} \quad (III.37)$$

Expresión para valores del potencial en la superficie ($z=0$) y en la que α es el ángulo del buzamiento de las capas.

haciendo $Y^2 = x^2 + y^2$; $\text{tg } \phi = \frac{x}{y}$ ver Fig. (III.5)

se llega a:

$$V = \frac{I\rho_m}{2\pi Y} \frac{1}{\{1 + (\lambda^2 - 1)\text{sen}^2 \phi \text{sen}^2 \alpha\}^{1/2}} \quad (III.38)$$

En la Fig. (III.5) M es el punto de observación, y el origen del sistema de coordenadas es el punto donde se halla la fuente de corriente.

III.3.5 CARACTERIZACION DE UN SEMIESPACIO ESTRATIFICADO

En esta sección, se obtendrá el modelo correspondiente a un medio estratificado, compuesto de medios parciales (capas) homogéneos e isotropos, con extensión lateral infinita y superficies límite horizontales. Sea n el número de capas, sean h_1, h_2, \dots, h_{n-1} y $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_n$ los espesores y las resistividades de las diferentes capas y H_1, H_2, \dots, H_{n-1} las profundidades a las bases de las mismas (Fig. III.6). Se asumirá además que el espesor de la n -ésima capa es igual a infinito.

Si se toma como origen de un sistema de coordenadas cilíndricas, al punto en donde se halla la fuente de corriente de intensidad I , la ecuación de Laplace será:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial r} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = 0 \quad (III.39)$$

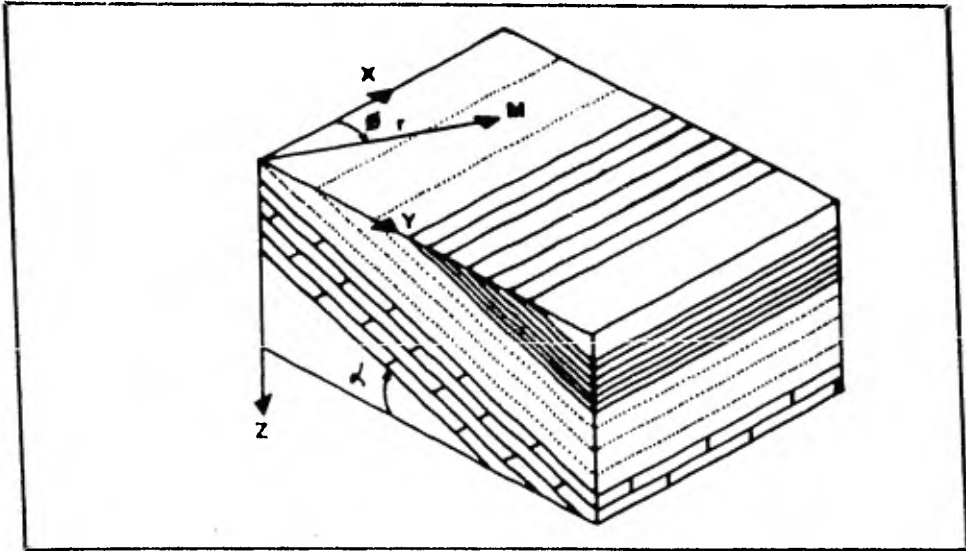


FIGURA N.(III.5)

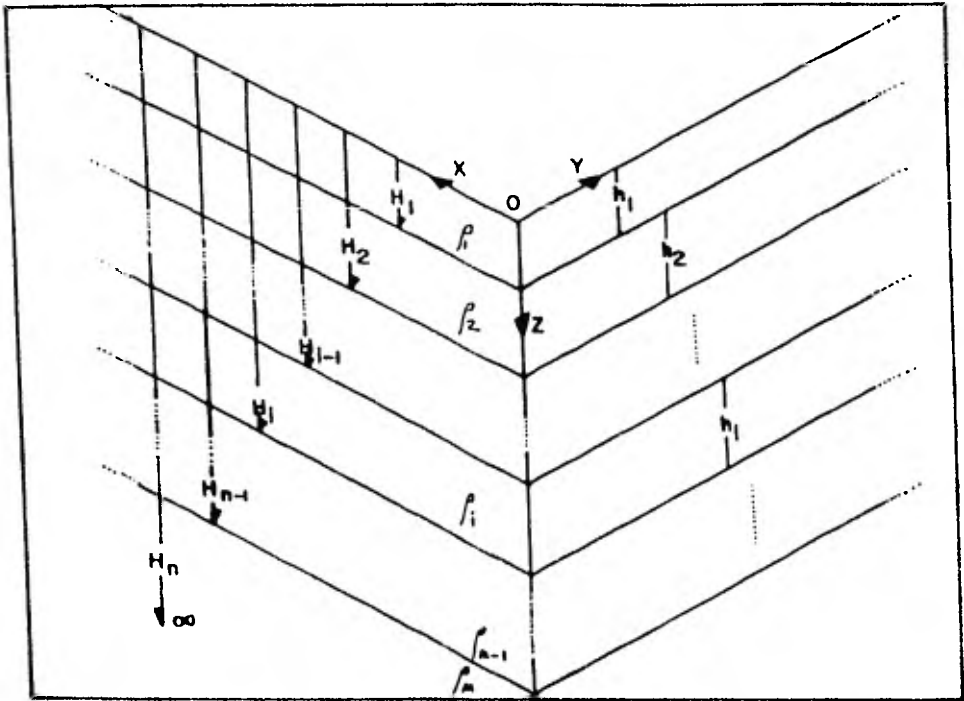


FIGURA N.(III.6)

Igualdad que se satisface en todos los puntos del espacio, a excepción del origen. Debido a esto, la solución de la ecuación (III.39) será por lo tanto la suma de la solución general de la ecuación homogénea (llamada también solución de fuente libre o respuesta natural del sistema que se obtiene con un estímulo de entrada igual a cero) y una solución particular a la ecuación no homogénea (también llamado componente resultante de la fuente, por depender del estímulo de entrada).

Una función solución particular, lo es la hallada para el potencial en un medio homogéneo e isótropo con una resistividad ρ , la cual en nuestro sistema de coordenadas adopto la siguiente forma:

$$V = \frac{I \rho}{2\pi} \frac{1}{(r^2 + z^2)^{3/2}} \quad (III.40)$$

Si hacemos:

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{(r^2 + z^2)^{3/2}}$$

Esto se puede expresar en términos de la integral de Weber:

$$\frac{1}{(r^2 + z^2)^{3/2}} = \int_0^\infty e^{-m|z|} J_0(mr) dm \quad (III.41)$$

Por el momento sólo se usará el miembro izquierdo de la ecuación anterior, reemplazándose más adelante por su expresión integral equivalente.

La solución general homogénea, es obtenida resolviendo la ecuación (III.38), por el método de separación de variables. Dicha solución es:

$$V = \int_0^\infty \{ A(m) e^{-mz} + B(m) e^{mz} \} J_0(mr) dm \quad (III.42)$$

por tanto la suma de las igualdades (III.39) y (III.41) es la solución general buscada al problema no homogéneo.

En las ecuaciones (III.41) y (III.42) $J_0(mr)$ es la función Bessel de primero especie y orden cero, A y B se ha supuesto que son funciones del parámetro m poro mayor generalidad de la solución.

Hasto ahora la solución de la ecuación (III.39) se ha visto bajo los conceptos de análisis de sistemas li-

neales. Un enfoque diferente, y más apropiado del fenómeno físico que se estudia, es aquel que ve al potencial debido a una fuente puntual de corriente en cualquier punto del medio estratificado, como compuesto de dos potenciales: Uno existente en un medio homogéneo V_0 y el otro como un potencial perturbador, causado por la existencia de las superficies límite de las capas. Si esto es tomado así, resulta que:

$$V_1 = V_0 + V'_1; \quad V_2 = V_0 + V'_2; \quad V_i = V_0 + V'_i; \quad V_m = V_0 + V'_m$$

Donde V_1, V_2, \dots, V_m son los potenciales totales en los diferentes estratos y V'_1, V'_2, \dots, V'_m son los potenciales perturbadores. En general:

$$V_i = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{(r^2+z^2)^{3/2}} + \int_0^\infty \left\{ \Delta_i(\mu) e^{-\mu z} + B_i(\mu) e^{\mu z} \right\} J_0(\mu r) \mu d\mu \quad (III.43)$$

Δ_i, B_i son determinables con ayuda de las condiciones de frontera. En la interfase aire-subsuelo se debe cumplir:

$$\frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial V_i}{\partial z} \right|_{z=0} = 0$$

Es decir no debe existir componente normal de campo eléctrico, ya que la conductividad del aire es igual a cero. Ahora puesto que:

$$V_i = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{(r^2+z^2)^{3/2}} + \int_0^\infty (\Delta_i e^{-\mu z} + B_i e^{\mu z}) J_0(\mu r) \mu d\mu$$

entonces:

$$\begin{aligned} \left. \frac{\partial V_i}{\partial z} \right|_{z=0} &= \left. \left[\frac{I\rho z}{2\pi(r^2+z^2)^{3/2}} + \int_0^\infty (-\Delta_i e^{-\mu z} + B_i e^{\mu z}) J_0(\mu r) \mu d\mu \right] \right|_{z=0} \\ &= \int_0^\infty (B_i - \Delta_i) J_0(\mu r) \mu d\mu = 0 \end{aligned}$$

esta expresión debe ser cierta para cualquier valor r , por lo tanto: $\Delta_i = B_i$ enseguida tenemos:

$$V_i = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{(r^2+z^2)^{3/2}} + \int_0^\infty \Delta_i(\mu) (e^{-\mu z} + e^{\mu z}) J_0(\mu r) \mu d\mu$$

Para un punto en el infinito, el potencial deberá ser igual a cero. Luego entonces para la última capa:

$$V_M \Big|_{z=\infty} = \left\{ \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{(r^2+z^2)^{3/2}} + \int_0^\infty \left[\Delta_M(\mu) \bar{z}^{-Mz} + B_M(\mu) z^{Mz} \right] J_0(\mu r) d\mu \right\}_{z=\infty} = 0$$

para que se cumpla lo anterior, es necesario que $B_M(\mu) = 0$ así:

$$V_M = \frac{I\rho}{2\pi} \frac{1}{(r^2+z^2)^{3/2}} + \int_0^\infty \Delta_M(\mu) \bar{z}^{-Mz} J_0(\mu r) d\mu$$

Existen además, otras condiciones de contorno que deben ser satisfechas en cualquier superficie límite, éstas son:

$$\left. \begin{aligned} V_i &= V_{i+1} \\ \frac{1}{\rho_i} \frac{\partial V_i}{\partial z} \Big|_{z=h_i} &= \frac{1}{\rho_{i+1}} \frac{\partial V_{i+1}}{\partial z} \Big|_{z=h_i} \end{aligned} \right| \quad (III.44)$$

Es claro que para resolver nuestro problema de determinación del potencial, debemos definir las constantes Δ_i y B_i las que en conjunto hacen un total de $2M$ incógnitas. Con ayuda de las relaciones (III.44), se puede derivar un sistema de $2M$ ecuaciones, que resuelto, soluciana nuestro problema.

Utilizando el miembro derecho de (III.41) y haciendo $\varphi = I\rho/2\pi$ se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} V_i &= \varphi \int_0^\infty \bar{z}^{-Mh_i} J_0(\mu r) d\mu + \int_0^\infty \Delta_i(\mu) (\bar{z}^{-Mz} + z^{Mz}) J_0(\mu r) d\mu \\ V_i &= \varphi \int_0^\infty \bar{z}^{-Mh_i} J_0(\mu r) d\mu + \int_0^\infty (\Delta_i(\mu) \bar{z}^{-Mz} + B_i(\mu) z^{Mz}) J_0(\mu r) d\mu \\ V_M &= \varphi \int_0^\infty \bar{z}^{-Mh_M} J_0(\mu r) d\mu + \int_0^\infty (\Delta_M(\mu) \bar{z}^{-Mz} + B_M(\mu) z^{Mz}) J_0(\mu r) d\mu \end{aligned} \right| \quad (III.45)$$

Recurriendo simultáneamente a las relaciones (III.44) y (III.45) se llega fácilmente al sistema de ecuaciones:

$$\left. \begin{aligned} \int_0^\infty \Delta_i(\mu) (\bar{z}^{-Mh_i} + z^{Mh_i}) J_0(\mu r) d\mu &= \int_0^\infty (\Delta_{i+1}(\mu) \bar{z}^{-Mh_{i+1}} + B_{i+1}(\mu) z^{Mh_{i+1}}) J_0(\mu r) d\mu \quad (III.46.a) \\ \frac{\varphi}{\rho_i} \int_0^\infty \bar{z}^{-Mh_i} J_0(\mu r) d\mu + \frac{1}{\rho_i} \int_0^\infty \Delta_i(\mu) (\bar{z}^{-Mh_i} - z^{Mh_i}) J_0(\mu r) d\mu &= -\frac{\varphi}{\rho_{i+1}} \int_0^\infty \bar{z}^{-Mh_{i+1}} J_0(\mu r) d\mu \\ &+ \frac{1}{\rho_{i+1}} \int_0^\infty (-\Delta_{i+1}(\mu) \bar{z}^{-Mh_{i+1}} + B_{i+1}(\mu) z^{Mh_{i+1}}) J_0(\mu r) d\mu \end{aligned} \right|$$

$$\int_0^{\infty} (\Delta_i(\omega) \bar{z}^{-\mu h_i} + B_i(\omega) z^{\mu h_i}) \tilde{J}_0(\omega r) d\omega = \int_0^{\infty} (\Delta_{i+1}(\omega) \bar{z}^{-\mu h_i} + B_{i+1}(\omega) z^{\mu h_i}) \tilde{J}_0(\omega r) d\omega$$

$$- \frac{q}{\rho_i} \int_0^{\infty} \bar{z}^{-\mu h_i} \tilde{J}_0(\omega r) d\omega + \frac{1}{\rho_i} \int_0^{\infty} (-\Delta_i(\omega) \bar{z}^{-\mu h_i} + B_i(\omega) z^{\mu h_i}) \tilde{J}_0(\omega r) d\omega \quad (III.46.b)$$

$$= -\frac{q}{\rho_{i+1}} \int_0^{\infty} \bar{z}^{-\mu h_i} \tilde{J}_0(\omega r) d\omega + \frac{1}{\rho_{i+1}} \int_0^{\infty} (-\Delta_{i+1}(\omega) \bar{z}^{-\mu h_i} + B_{i+1}(\omega) z^{\mu h_i}) \tilde{J}_0(\omega r) d\omega$$

$$\int_0^{\infty} (\Delta_{i+1}(\omega) \bar{z}^{-\mu h_{i+1}} + B_{i+1}(\omega) z^{\mu h_{i+1}}) \tilde{J}_0(\omega r) d\omega = \int_0^{\infty} \Delta_i(\omega) \bar{z}^{-\mu h_{i+1}} \tilde{J}_0(\omega r) d\omega$$

$$\frac{1}{\rho_{i+1}} \int_0^{\infty} (-\Delta_i(\omega) \bar{z}^{-\mu h_{i+1}} + B_i(\omega) z^{\mu h_{i+1}}) \tilde{J}_0(\omega r) d\omega - \frac{q}{\rho_{i+1}} \int_0^{\infty} \bar{z}^{-\mu h_{i+1}} \tilde{J}_0(\omega r) d\omega \quad (III.46.c)$$

$$= -\frac{q}{\rho_i} \int_0^{\infty} \bar{z}^{-\mu h_{i+1}} \tilde{J}_0(\omega r) d\omega - \frac{1}{\rho_i} \int_0^{\infty} \Delta_i(\omega) \bar{z}^{-\mu h_{i+1}} \tilde{J}_0(\omega r) d\omega$$

Como las expresiones anteriores (III.46.a, b, c) deben de ser válidas para todos los valores de γ .

$$\Delta_1 \bar{z}^{-\mu h_1} + B_1 z^{\mu h_1} - \Delta_2 \bar{z}^{-\mu h_1} + B_2 z^{\mu h_1} = 0 \quad (III.47.a)$$

$$\Delta_1 \rho_2 (\bar{z}^{-\mu h_1} - \bar{z}^{-\mu h_1}) + \Delta_2 \rho_1 \bar{z}^{-\mu h_1} - B_2 \rho_1 z^{\mu h_1} - q (\rho_2 - \rho_1) \bar{z}^{-\mu h_1} = 0$$

$$\Delta_i \bar{z}^{-\mu h_i} + B_i z^{\mu h_i} - \Delta_{i+1} \bar{z}^{-\mu h_i} - B_{i+1} \bar{z}^{-\mu h_i} = 0 \quad (III.47.b)$$

$$\rho_{i+1} (-\Delta_i \bar{z}^{-\mu h_i} + B_i z^{\mu h_i}) + \rho_i \Delta_{i+1} \bar{z}^{-\mu h_i} - \rho_i B_{i+1} z^{\mu h_i} - q (\rho_{i+1} - \rho_i) \bar{z}^{-\mu h_i} = 0$$

$$\Delta_i \rho_{i+1} \bar{z}^{-\mu h_{i+1}} - B_i \rho_{i+1} z^{\mu h_{i+1}} - \Delta_i \bar{z}^{-\mu h_{i+1}} = 0$$

$$-\Delta_i \rho_{i+1} \bar{z}^{-\mu h_{i+1}} + B_{i+1} \rho_i z^{\mu h_{i+1}} + \Delta_{i+1} \rho_{i+1} \bar{z}^{-\mu h_{i+1}} - q (\rho_{i+1} - \rho_i) \bar{z}^{-\mu h_{i+1}} = 0 \quad (III.47.c)$$

El interés en geoelectrónica, se limita sólo a conocer el potencial en la superficie, tomando esto en cuenta,

nuestro problema, se reduce a determinar el valor de la incógnita Δ_1 del conjunto de ecuaciones (III.47), en virtud de depender únicamente de ella el potencial en el plano aire-tierra. A continuación se presenta un ejemplo especial de interés práctico de solución del sistema para Δ_1 , cuando el semiespacio estratificado está compuesto de tres capas.

Tenemos que $\mu=3$ y $h_3=\infty$, por lo que el sistema de ecuaciones (III.47.a,b,c) se simplificará en:

$$\begin{aligned} \Delta_1(\bar{e}^{-\mu h_1} + e^{\mu h_1}) - \Delta_2 \bar{e}^{-\mu h_1} - B_2 e^{\mu h_1} &= 0 \\ \Delta_1 \rho_2(-\bar{e}^{-\mu h_1} + e^{\mu h_1}) + \Delta_2 \rho_2 \bar{e}^{-\mu h_1} - \rho(\rho_2 - \rho_1) \bar{e}^{-\mu h_1} &= 0 \\ \Delta_2 \bar{e}^{-\mu h_2} + B_2 e^{\mu h_2} - \Delta_3 \bar{e}^{\mu h_2} &= 0 \\ -\Delta_2 \rho_3 \bar{e}^{\mu h_2} + B_2 \rho_3 e^{\mu h_2} + \Delta_3 \rho_2 \bar{e}^{-\mu h_2} - \rho(\rho_3 - \rho_2) \bar{e}^{-\mu h_2} &= 0 \end{aligned} \quad (III.48)$$

Resolviendo estas ecuaciones y haciendo las sustituciones pertinentes de:

$$K_{12} = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}; \quad K_{23} = \frac{\rho_3 - \rho_1}{\rho_3 + \rho_1}$$

llegamos a:

$$\Delta_1(\mu) = \rho \frac{K_{12} \bar{e}^{-2\mu h_1} + K_{23} \bar{e}^{-2\mu h_2}}{1 - K_{12} \bar{e}^{-2\mu h_1} - K_{23} \bar{e}^{-2\mu h_2} + K_{12} K_{23} \bar{e}^{-2\mu(h_2 - h_1)}} \quad (III.49)$$

Así:

$$V = \frac{I \rho}{2\pi} \left[\frac{1}{(r^2 + z^2)^{3/2}} + \int_0^{\infty} \frac{(K_{12} \bar{e}^{-2\mu h_1} + K_{23} \bar{e}^{-2\mu h_2})(\bar{e}^{-\mu z} + e^{\mu z}) J_0(\mu r) d\mu}{1 - K_{12} \bar{e}^{-2\mu h_1} - K_{23} \bar{e}^{-2\mu h_2} + K_{12} K_{23} \bar{e}^{-2\mu(h_2 - h_1)}} \right] \quad (III.50)$$

A continuación procedamos a expresar la ecuación (III.50) en una forma más conveniente. Definamos $P_1 = H_1/H_0$ y $P_2 = H_2/H_0$ tal que sean números enteros y H_0 sea un valor constante. Hecho esto podemos, además, escribir $q = e^{-2\mu H_0}$

De esta forma la ecuación (III.49) puede ser escrita como sigue:

$$\Delta_1(\mu) = q \frac{K_{12} q^{P_1} + K_{23} q^{P_2}}{1 - K_{12} q^{P_1} - K_{23} q^{P_2} + K_{12} K_{23} q^{(P_2 - P_1)}} \quad (III.51)$$

Como P_1 y P_2 son números enteros $\Delta_1(\mu)$ es una función racional de q , esto es:

$$\Delta_1(\mu) = q (b_1 q + b_2 q^2 + b_3 q^3 + \dots)$$

$$= q \sum_{M=1}^{\infty} b_M q^M = q \sum_{M=1}^{\infty} b_M e^{-2\mu M H_0} \quad (III.52)$$

comparando las ecuaciones (III.51) y (III.52):

$$K_{12} q^{P_1} + K_{23} q^{P_2} = [1 - K_{12} q^{P_1} - K_{23} q^{P_2} + K_{12} K_{23} q^{(P_2 - P_1)}] \sum_{M=1}^{\infty} b_M q^M \quad (III.53)$$

igualdad que se cumple sólo si los coeficientes de cualquier orden de q son idénticamente iguales en ambas partes. Es casi obvio que los coeficientes de potencias de q mayores que P_2 serán cero, por ser q^{P_2} el orden mayor que aparece en el miembro izquierdo de (III.53). Sea ahora ρ un número entero y positivo, entonces los coeficientes de $q^{P_2 + \rho}$ deberán satisfacer que:

$$b_{P_2 + \rho} - K_{12} b_{P_2 - \rho} - K_{23} b_{\rho} + K_{12} K_{23} b_{P_1 + \rho} = 0$$

Expresión que nos proporciona la fórmula de recurrencia

$$b_{P_2 + \rho} = K_{12} b_{P_2 - \rho} + K_{23} b_{\rho} - K_{12} K_{23} b_{P_1 + \rho}$$

que permite hallar los valores de $b_{P_2 + \rho}$ conocidos: $b_{P_2 - \rho}$, b_{ρ} y $b_{P_1 + \rho}$. Los coeficientes de b_{P_2} hasta b_{P_1} pueden ser determinados a partir de la ecuación (III.53). El resto ($b_{P_2 + \rho}$, $\rho \geq 1$) con la ayuda de la fórmula de recurrencia.

Ahora substituyendo (III.52) en (III.53)

$$V_i = \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{1}{(\gamma^2 + z^2)^{3/2}} + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \int_0^{\infty} g^m (e^{-mz} + e^{mz}) J_0(mr) dm \right]$$

y recordando que $g^m = e^{-2mH_0}$ tenemos:

$$\begin{aligned} V_i &= \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{1}{(\gamma^2 + z^2)^{3/2}} + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \int_0^{\infty} e^{-2mH_0} (e^{-mz} + e^{mz}) J_0(mr) dm \right] \\ &= \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{1}{(\gamma^2 + z^2)^{3/2}} + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \int_0^{\infty} [e^{-m(H_0+z)} + e^{-m(H_0-z)}] J_0(mr) dm \right] \\ &= \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{1}{(\gamma^2 + z^2)^{3/2}} + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \int_0^{\infty} e^{-m(H_0+z)} J_0(mr) dm \right. \\ &\quad \left. + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \int_0^{\infty} e^{-m(H_0-z)} J_0(mr) dm \right] \end{aligned}$$

utilizando la fórmula de Weber (III.41) resulta:

$$\begin{aligned} V_i &= \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{1}{(\gamma^2 + z^2)^{3/2}} + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \frac{1}{\{\gamma^2 + (2mH_0 + z)^2\}^{3/2}} \right. \\ &\quad \left. + \sum_{m=1}^{\infty} b_m \frac{1}{\{\gamma^2 + (2mH_0 - z)^2\}^{3/2}} \right] \end{aligned}$$

que nos da el potencial en cualquier punto de la primera capa. Para finalizar como en la superficie $Z=0$:

$$V = \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{1}{\gamma} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} b_m \frac{1}{\{\gamma^2 + (2mH_0)^2\}^{3/2}} \right] \quad (III.54)$$

además:

$$E = \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{1}{\gamma^2} + 2 \sum_{m=1}^{\infty} b_m \gamma \frac{1}{\{\gamma^2 + (2mH_0)^2\}^{3/2}} \right] \quad (III.55)$$

Las ecuaciones (III.54) y (III.55) son las expresiones que caracterizan a nuestro sistema estratificado.

III.4 ARREGLOS ELECTRODICOS

III.4.1 DEFINICION Y GENERALIDADES

El éxito de una campaña geoelectrica, depende entre otras cosas, de la elección del arreglo electrodico adecuado a las necesidades reales de la prospección. A continuación enunciamos diferentes tipos de arreglos electrodicos, así como sus características y leyes matemáticas que los rigen.

Se entiende por arreglo electrodico, a la distribución geométrica de un conjunto de electrodos sobre un plano que representa la superficie del terreno (Fig. III.3).

En general este conjunto consta de cuatro electrodos: dos de los cuales A y B, van conectados a un generador eléctrico o su equivalente, denominados comúnmente electrodos de corriente. Y los otros dos M y N, están unidos a un instrumento que mide la diferencia de potencial entre ellos, producida por los electrodos A y B, los cuales son llamados electrodos de potencial.

III.4.2 RESISTIVIDAD APARENTE

Es importante definir el concepto de resistividad aparente, debido a que es esto lo que obtenemos al efectuar las mediciones en el campo. Como ya lo hemos tratado en apartados anteriores, el potencial V en la superficie de un semiespacio homogéneo e isotrópico, a una distancia Y de un electrodo puntual es:

$$V = \frac{\rho I}{2\pi} \frac{1}{Y} \quad (III.22)$$

Ahora, si suponemos un arreglo de electrodos como el mostrado en la Fig. (III.3). La resistividad del medio sobre el cual descansan se puede obtener empleando la ecuación (III.23), el valor de ΔV medido e I usada. Obteniéndose:

$$\rho = 2\pi \left(\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right)^{-1} \frac{\Delta V}{I} \quad (III.56)$$

Ecuación que se satisface sólo para medios homogéneos e isotrópicos. Sin embargo, ésta puede ser utilizada para el caso de sistemas heterogéneos, obteniendo como resultado una ρ diferente, así como una resistividad suelta, llamada resistividad aparente $\bar{\rho}$, la cual para la mayoría de los casos, es diferente en cada zona

de electrodos. Su valor tampoco podrá ser considerado como un promedio de las diferentes resistividades existentes en las heterogeneidades, sino más bien dependerá de éstas, al igual que de la disposición de los electrodos.

De este modo, la resistividad aparente de una formación geológica, puede definirse como la resistividad verdadera de un medio homogéneo e isótropo, en el cual para un arreglo electrodico dado y una intensidad de corriente I , la caída de potencial observada, sería la misma que la dada por el medio heterogéneo. Esto se puede expresar de la siguiente forma:

$$\frac{\bar{\rho} \text{ sobre medios heterogéneos para determinada posición de electrodos. } \frac{\bar{\rho} I \left[\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right]}{2\pi}}{\rho \text{ con las mismas condiciones pero en medios homogéneos y con resistividad unitaria. } \frac{I \left[\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right]}{2\pi}} = \bar{\rho}$$

Para un sistema estratificado, compuesto de capas horizontales a la superficie, existe otro concepto llamado resistividad aparente reducida, la cual está dada por

$$\rho' = \frac{\bar{\rho}}{K} \quad (III.57)$$

III.4.3 TIPOS DE ARREGLOS ELECTRODICOS

En cualquiera de los dispositivos, si se conoce la distancia entre los electrodos, la intensidad de corriente I que pasa por los electrodos A y B y la diferencia de potencial ΔV entre M y N , podemos obtener la resistividad aparente por medio de la siguiente ecuación:

$$\bar{\rho} = K \frac{\Delta V}{I} \quad (III.58)$$

En donde K es un coeficiente que depende únicamente de la geometría del arreglo electrodico, cuyas dimensiones son de longitud. En el caso de que los cuatro electrodos dispuestos de una forma cualquiera (Fig. III.3), el potencial está dado por la ecuación (III.23) y la resistividad aparente $\bar{\rho}$, por la ecuación (III.56). En este caso el coeficiente K vale:

$$K = \left[\frac{1}{AM} - \frac{1}{BM} - \frac{1}{AN} + \frac{1}{BN} \right]^{-1} \cdot 2\pi \quad (III.59)$$

Prácticamente existen tres tipos de arreglos eléctricos, que a continuación describiremos brevemente.

A) Simétricos

En éste los electrodos AMNB, se encuentran sobre una misma recta (Fig. III.7) y las distancias AO y OB son iguales.

Substituyendo los valores de las distancias consideradas de este arreglo, en la ecuación (III.23), se obtendrán las expresiones para la diferencia de potencial y para la resistividad aparente, respectivamente.

$$\Delta V = \frac{4\rho I}{\pi} \left(\frac{a^2}{L^2 + a^2} \right)$$

$$\bar{\rho} = \frac{\pi}{4} \frac{(L^2 - a^2)}{a} \frac{\Delta V}{I} \quad (III.60)$$

Esta última ecuación, es válida para medios homogéneos e isótropos.

Por otra parte, si las distancias AM, MN y NB son iguales, resultará un dispositivo llamado Wenner. Cuya resistividad aparente puede ser calculada a partir de la ecuación (III.60)

$$\text{Si: } \Delta M = MN = NB = a$$

$$L = 3a$$

de donde resulta que la ecuación para la resistividad aparente de un dispositivo Wenner tiene la forma:

$$\bar{\rho} = \frac{\pi}{4} a \frac{\Delta V}{I} \quad (III.61)$$

Dentro de los dispositivos lineales simétricos, existe un arreglo denominado Schlumberger, el cual se caracteriza por tener una distancia MN muy pequeña, la resistividad aparente puede calcularse haciendo tender a cero el valor de a en la ecuación (III.60), resultando de esto lo siguiente:

$$\bar{\rho} = \lim_{a \rightarrow 0} \left\{ \frac{\pi}{4} \frac{(L^2 - a^2)}{a} \frac{\Delta V}{I} \right\} = \frac{\pi}{4} L^2 \frac{1}{I} \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\Delta V}{a}$$

ya que el límite de $\Delta V/a$, cuando $a \rightarrow 0$

es el gradiente del potencial, o sea el campo eléctrica \underline{E} .

$$\bar{\rho} = \frac{\pi}{4} L^2 \frac{E}{I} \quad (III.62)$$

Sin embargo en la práctica usa $L \gg 5a$, por lo que la anterior ecuación se puede simplificar:

$$\bar{\rho} \approx \frac{\pi}{4a} L^2 \frac{\Delta V}{I} \quad (III.63)$$

cometiendo un error con esta suposición del 4%.

B) Dipolares

Estos dispositivos o arreglos, tienen la particularidad de que los electrodos de corriente A y B , están lo suficientemente cerca entre sí, respecto la distancia a la cual se miden sus efectos.

Ahora cuando existen las condiciones mostradas en la Fig. (III.8), el potencial en un punto P cualquiera:

$$V_p = \frac{\rho I}{2\pi} \left(\frac{1}{Y_1} - \frac{1}{Y_2} \right) \quad (III.64)$$

Con ayuda de la trigonometría se puede evaluar Y_1 y Y_2 en función de Y , L , y θ . Si se substituyen estos valores en la ecuación (III.64) resulta:

$$V = \frac{\rho I}{2\pi Y} \left\{ \left(1 + \frac{L^2}{4Y^2} - \frac{L}{Y} \cos\theta \right)^{-1/2} - \left(1 + \frac{L^2}{4Y^2} + \frac{L}{Y} \cos\theta \right)^{-1/2} \right\} \quad (III.65)$$

Por medio del binomio de Newton, se puede desarrollar en serie los binomios presentes en la expresión anterior. Si despreciamos los términos de tercer orden en adelante, y si hacemos las simplificaciones pertinentes llegamos a:

$$V = \frac{\rho I}{2\pi} \frac{L \cos\theta}{Y^2} \quad (III.66)$$

En esta ecuación, si $Y > 3L$, el error cometido es menor o igual que el 3%.

Así pues, podemos conocer la componente radial y tangencial del campo eléctrico \underline{E} , por medio de

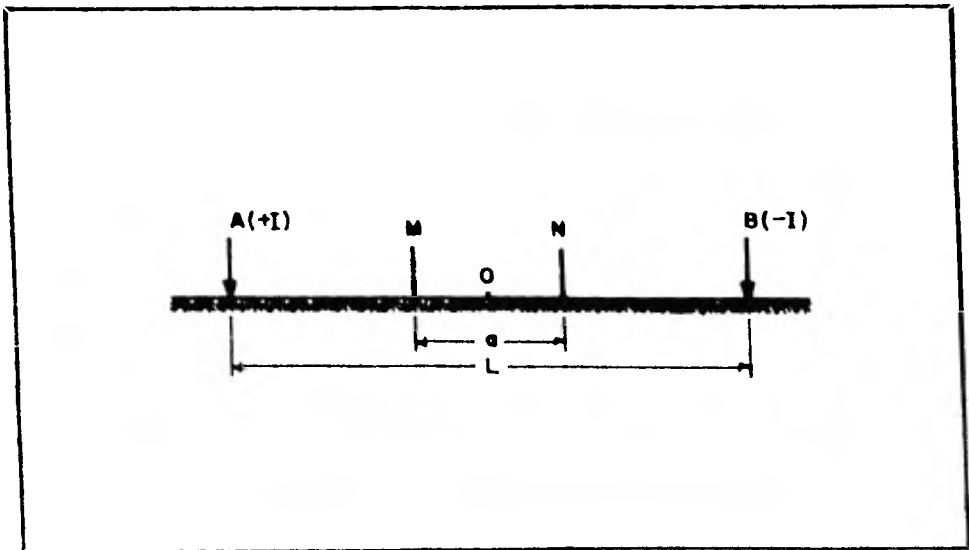


FIGURA N.(III.7)

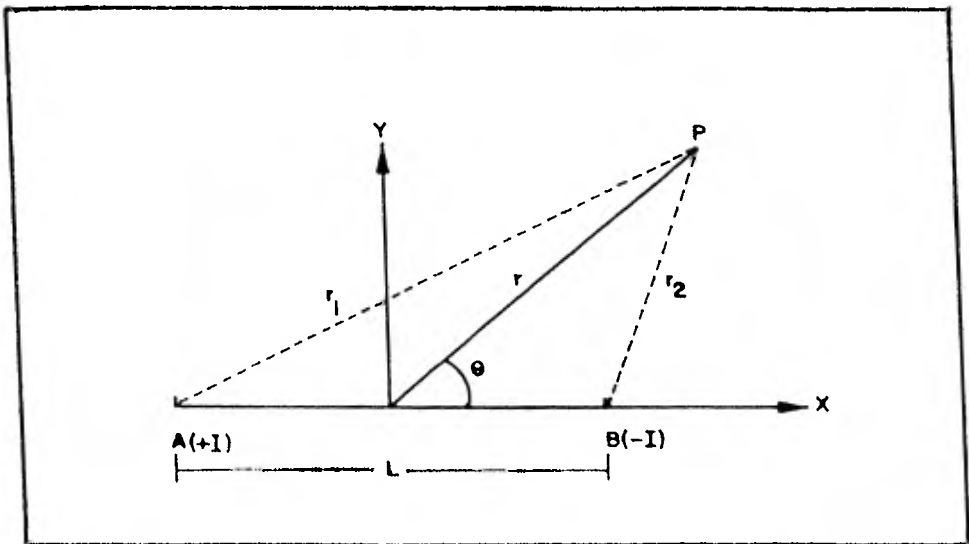


FIGURA N.(III.8)

las siguientes ecuaciones:

$$E_r = - \frac{\partial V}{\partial r} = \frac{\rho I L \cos \theta}{2\pi r^2} \quad (III.67)$$

$$E_\theta = - \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} = \frac{\rho I L \sin \theta}{2\pi r^2} \quad (III.68)$$

Dentro de los arreglos dipolares, existe una gran variedad de éstos, que debido a sus propiedades, vale la pena mencionarlos.

1) Dispositivo paralelo

En este, los dipolos, son paralelos (Fig. III.9-a) y su resistividad aparente, está dada por:

$$\bar{\rho} = \frac{2\pi\gamma^3}{L\alpha(3\cos^2\theta-1)} \frac{\Delta V}{I}$$

donde α es la distancia entre \underline{M} y \underline{N} .

2) Dispositivo perpendicular

Los dos dipolos, forman un ángulo recto (Fig. III.9-b) y en el cual la resistividad aparente vale:

$$\bar{\rho} = \frac{2\pi\gamma^3}{3L\alpha \sin\theta \cos\theta} \frac{\Delta V}{I}$$

3) Dispositivo radial

El dipolo MN se encuentra situado sobre la recta que une los centros de ambos dipolos - (Fig. III.9-c). Aquí $\bar{\rho}$ está dado por:

$$\bar{\rho} = \frac{\pi\gamma^3}{L\alpha \cos\theta} \frac{\Delta V}{I}$$

4) Dispositivo azimutal

El dipolo MN es perpendicular a la recta que une los centros de ambos dipolos (Fig. III.9-d). Siendo la resistividad aparente:

$$\bar{\rho} = \frac{2\pi\gamma^3}{L\alpha \sin\theta} \frac{\Delta V}{I}$$

5) Dispositivo ecuatorial

Aquí ambos dipolos, son paralelas entre sí y perpendiculares al eje que pasa por sus centros (Fig. III.10-e). En este arreglo, la re-

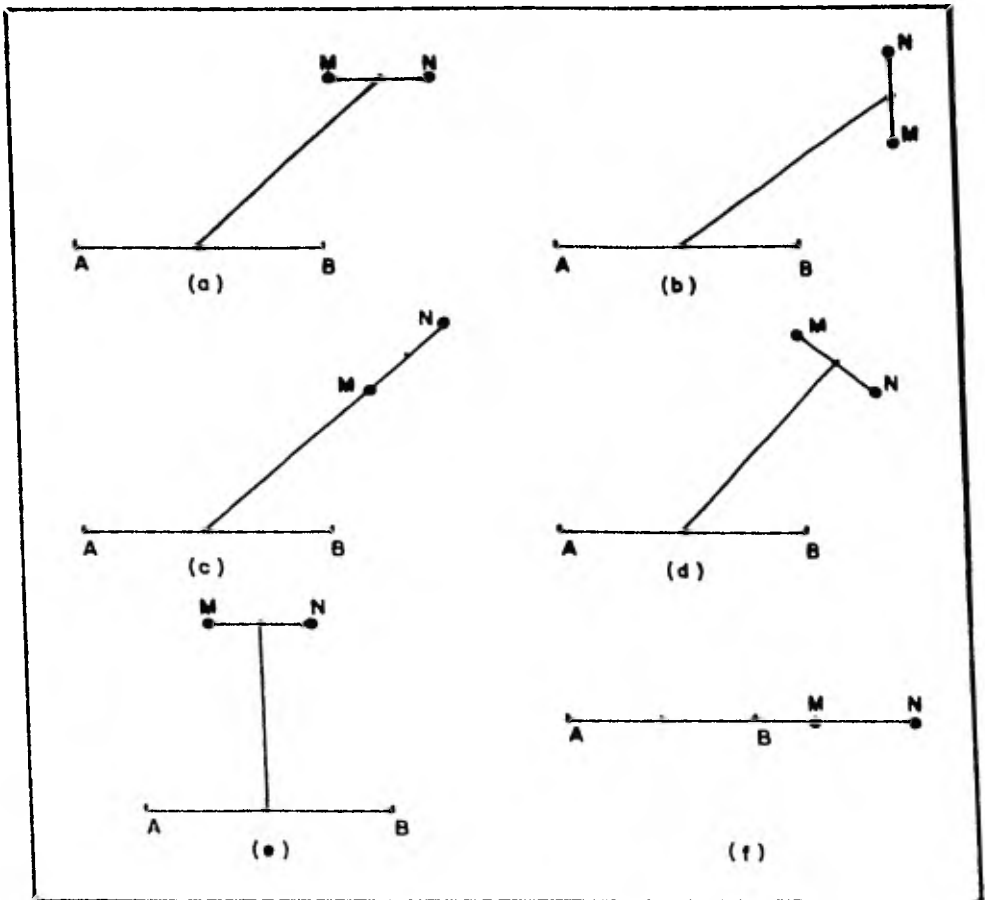


FIGURA N.(III.9)

sistividad aparente vale :

$$\bar{\rho} = \frac{2\pi Y^2}{L\alpha} \frac{\Delta V}{I}$$

6) Dispositivo axial

Los cuatro electrodos, están en la misma recta. Quedando la ecuación para la resistividad aparente de la siguiente forma:

$$\bar{\rho} = \frac{\pi Y^3}{2\alpha} \frac{\Delta V}{I}$$

Todo lo anterior permite hacer las siguientes observaciones:

- I) Sobre un mismo radio vector $\theta = cte.$ el potencial decrece en: $1/r^2$
- II) Si $Y = cte.$., el potencial V es máximo en el eje X y nulo en el eje Y .
- III) Si $\theta = cte.$ el campo eléctrico E decrece en $1/r^3$.
- IV) El ángulo β , entre el vector E y el radio vector PQ , es constante para cada radio vector, por lo que: $\tan \beta = 1/2 \tan \theta$

C) Compuestos

Estos dispositivos, se derivan de todos los anteriormente mencionados, por el aumento de algún electrodo de corriente o de potencial. Según Blokh, éstos se pueden dividir en:

- 1) Dispositivos de agrupación: Que son aquellos que tienen más de dos electrodos de potencial.
- 2) Dispositivos apantallados: Estos poseen un electrodo de corriente adicional.
- 3) Dispositivos apantallados de agrupación: Son los que reúnen las dos características anteriores.

De este modo, pueden idearse un gran número de dispositivos compuestos como se quiera. Sin embargo éstos no han alcanzado una gran difusión,

restringiéndose por la tanta a investigaciones horizontales.

III.4.4 SCHLUMBERGER vs WENNER

En este apartado, se compararan las características de estas dos tipos de dispositivos electródicos. Ambas en la actualidad son los más usadas.

SCHLUMBERGER

Curvas teóricas ligeramente más sensibles y significativas a las características del corte geoelectrico.

La calidad de las curvas de campo es mucho mayor, debida al poco movimiento de las electrodos de potencial, existiendo por tanto menos empalmes.

Mover en cada paso dos - electrodos.

WENNER

Curvas teóricas ligeramente menos sensibles y expresivas a las características del subsuelo.

Calidad de curvas de campo menor, o sea hay más empalmes debido al constante movimiento de las electrodos de potencial.

Mover en cada caso cuatro electrodos.

Sin embargo, toda lo anterior no quiere decir que tal o cual dispositivo es el mejor, sino que el éxito de un dispositivo en una campaña depende en gran medida del objetivo de la misma, siendo en algunos casos uno más adecuado que el otro.

III.5 SONDEO ELECTRICO VERTICAL

III.5.1 DEFINICION Y PARTICULARIDADES

Se entiende como sondeo eléctrico vertical, al conjunto de mediciones de resistividad aparente, realizadas con un arreglo electródico dado, ya sea simétrico o asimétrico, permaneciendo durante la ejecución de la medición, fijos el centro y el azimut del mismo. La aplicación del sondeo eléctrico vertical (SEV), se restringe principalmente a zanjas con estratificación aproximadamente horizontal (30°), en la que las propiedades eléctricas, varían principalmente con la profundidad. La finalidad del SEV en una campaña, es determinar las profundidades de las capas del subsuelo y la resistividad o

conductividad eléctrica de la misma. Siendo el arreglo Schlumberger el de más uso para esta finalidad.

III.5.2 CORTES GEOELECTRICOS

En la sección anterior, se estudió el fenómeno de conducción eléctrica en medios estratificados, los cuales se caracterizaban por la resistividad y espesor de los diferentes capas que los componen. En lo que sigue, las llamaremos capas geoelectricas a cada uno de estos medios parciales. Asimismo se define como corte geoelectrico, al conjunto de especificaciones de resistividad y espesores para un medio estratificado en particular. Si el corte consta de n capas, deberemos dar n resistividades y $n-1$ espesores o el mismo número de profundidades a los contactos entre capas. Con lo que respecta a la última capa, se supone que se extiende indefinidamente hacia abajo, por lo que su espesor se considera infinito. De esta forma, es necesario $2n-1$ parámetros para describir un corte geoelectrico de n capas.

La clasificación de los cortes, se inicia atendiendo al número de capas que lo forman, agrupándose así los cortes de una, dos, tres, etc., capas. Ahora, para un mismo número se subdividen de acuerdo al orden en que aparezcan en los sucesivos contactos, resistividades mayores o menores que en la capa suprayacente. La notación para esta clasificación, es la siguiente :

- A) Para cortes de dos capas, no existen símbolos especiales, por ser dos los tipos posibles :

$$\rho_1 < \rho_2 ; \rho_1 > \rho_2$$

- B) Para cortes de tres capas, se distinguen los cuatro tipos siguientes:

RELACION ENTRE RESISTIVIDADES	TIPO DE CORTE
$\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$	H
$\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$	K
$\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$	Q
$\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$	A

TABLA (III.1)

- C) Para cortes de cuatro capas en adelante, se emplean combinadamente los símbolos anteriores en la siguiente forma :

Se toman las tres primeras resistividades y se asigna el símbolo correspondiente, de acuerdo a la tabla (III.1). Se descarta la primera de estas tres y se toman ρ_2 , ρ_3 conjuntamente con ρ_4 , obteniéndose el segundo símbolo. Para cortes de más capas, se repite la operación anterior, tomando cada vez ρ_i , ρ_{i+1} , ρ_{i+2} , hasta llegar a $\rho_{(n-2)}$, $\rho_{(n-1)}$, ρ_n , última combinación que proporciona el $(n-2)$ -ésimo símbolo para un corte de n capas. Teniendo el símbolo resultante la siguiente forma:

$$F_1, F_2, \dots, F_{n-2}$$

En donde F_i (para una "i" en particular) es alguno de los cuatro símbolos individuales (H, K, Q, A). Así para un corte de cinco capas con una combinación de resistividades: $\rho_1 < \rho_2 < \rho_3 > \rho_4 > \rho_5$ se tiene:

$$\begin{aligned} F_1 &= \Delta \\ F_2 &= K \\ F_3 &= H \end{aligned}$$

El símbolo compuesto para este corte es:

$$\Delta K H$$

La distribución de resistividades para un corte geoelectrico, se puede representar gráficamente usando ordenadas para resistividades y abscisas para profundidades. Se acostumbra emplear escalas logarítmicas, obteniéndose una gráfica escalonada como la mostrada en la Fig. (III.10). A estos gráficos logarítmicos, se les conoce con el nombre de curvas de resistividades verdaderas.

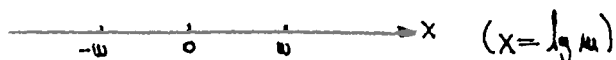
De logaritmos, se sabe que para un número M si su logaritmo en alguna base es w , es decir:

$$\lg M = w$$

Para su inverso:

$$\begin{aligned} \lg\left(\frac{1}{M}\right) &= \lg 1 - \lg M \\ &= 0 - \lg M \\ \lg\left(\frac{1}{M}\right) &= -\lg M \end{aligned}$$

Que representado en el eje logarítmico :



Por lo que, si para un corte en particular, cambiamos sus resistividades ρ_1, ρ_2, \dots , etc., por sus valores inversos $\rho_1^{-1}, \rho_2^{-1}, \dots$, etc., y conservamos fijos los espesores, la gráfica de este nuevo corte, que es llamado recíproco del primero, es la imagen espejo de la correspondiente al corte original, en virtud de la propiedad de los logaritmos, anteriormente mostrada.

III.5.3 PARAMETROS Y FUNCIONES DE DAR ZARROUK

En la sección precedente, se ha definido el concepto de corte geoelectrico.

Ahora se verá la definición de ciertos parámetros que resultan de combinar el espesor y la resistividad de cada capa de un corte. Más adelante cuando nos ocupemos del problema de interpretación, se resaltará el valor y la importancia de estos parámetros. A continuación se pasará a la definición de dichos parámetros.

Sea $\rho(z)$ una función de la profundidad z que nos da el valor de la resistividad, en un semiespacio estratificado. Sea $\lambda(z)$ otra función de z que nos define el valor de la anisotropía del medio. Si el medio presenta anisotropía transversal, las resistividades ρ_{11}, ρ_{12} que darán en términos de las funciones anteriores :

$$\rho_{11}(z) = \frac{\rho(z)}{\lambda(z)} ; \rho_{12}(z) = \lambda(z)\rho(z) \quad (III.69)$$

Para llegar a (III.69) se utilizaran las ecuaciones (IV.8) de la primera sección de este capítulo.

A continuación, delimitemos en el semiespacio estratificado, un prisma recto de sección cuadrada (de lados iguales a la unidad de longitud), con eje perpendicular a la estratificación de las capas (ver Fig. III.11).

Si aplicamos una corriente eléctrica a través de su eje, de la ley de Ohm, tendremos que la resistencia transversal de un elemento diferencial del prisma será :

$$dR = \rho_{12}(z) \frac{1}{A} = \rho_{12}(z) \frac{dz}{1 \times 1} = \rho_{12}(z) dz$$

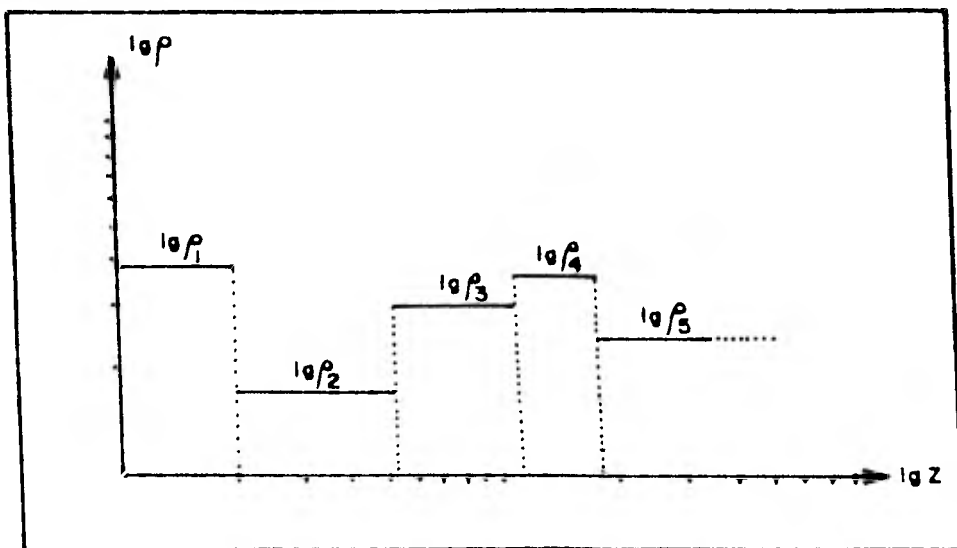


FIGURA N.(III.10)

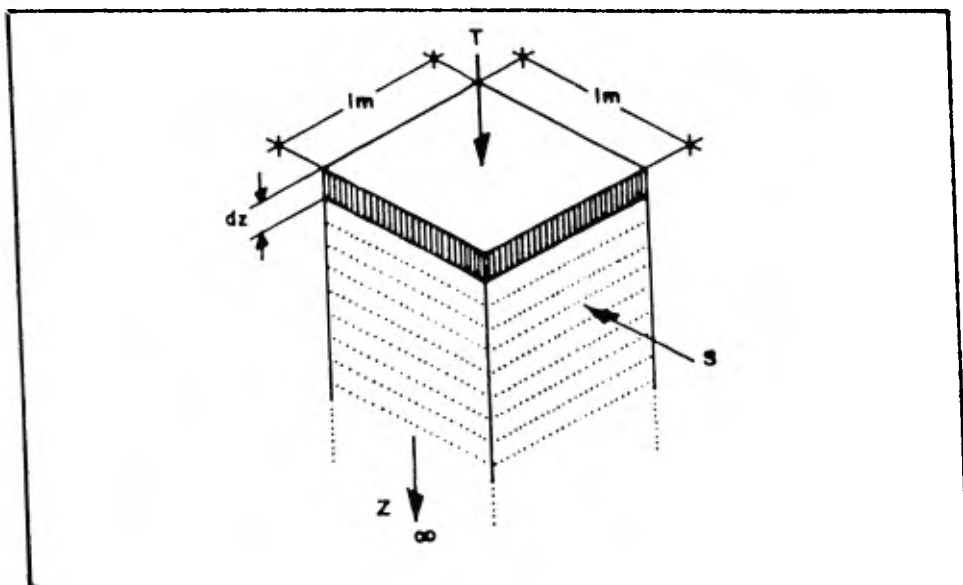


FIGURA N.(III.11)

La resistencia total, hasta una profundidad z será:

$$R(z) = \int_0^z \rho(z) \lambda(z) dz$$

Puesto que han sido tomados como resistencias en serie los elementos diferenciales, cambiando $\rho_1(z)$ por su expresión equivalente, dada en (III.69), y cambiando \underline{T} por \underline{R} (por estar más generalizado su uso), queda:

$$T(z) = \int_0^z \rho(z) \lambda(z) dz \quad (III.70)$$

La ecuación (III.70), fué llamada por Mailliet (1945), variable de Dar Zarrouk o resistencia transversal unitaria.

Consideramos en el mismo prisma, una corriente fluyendo normalmente a su eje (entrando y saliendo totalmente por dos de sus caras). Enfocando el fenómeno en forma similar, la resistencia longitudinal de un elemento diferencial será:

$$dR = \rho_{||}(z) \frac{l}{\Delta} = \rho_{||}(z) \frac{1}{dz} = \rho_{||}(z) \frac{1}{dz}$$

Estas resistencias no se pueden sumar (por estar en paralelo), pasando al inverso de la resistencia, es decir a la conductancia, denotándola con la letra S , resulta:

$$dS = \frac{dz}{\rho_{||}(z)}$$

Ya que las conductancias, sí poseen propiedad aditiva para elementos en paralelo, la expresión anterior, sí puede integrarse para cualquier z

$$S(z) = \int_0^z \frac{dz}{\rho_{||}(z)} = \int_0^z \frac{\lambda(z)}{\rho(z)} dz \quad (III.71)$$

La relación (III.71), define lo que Mailliet llamó función de Dar Zarrouk o conductancia longitudinal unitaria.

Ambas expresiones (III.70) y (III.71) representan los parámetros de Dar Zarrouk en su forma más general. Ahora derivaremos unas formas más particulares para los medios estratificados con los que se ha trabajado hasta ahora.

Tomemos un corte geoelectrico con ρ_1, ρ_2, \dots , resistividades, y h_1, h_2, \dots , etc., espesores. Delimitemos en él el mismo prisma (Fig. III.12), si cada medio parcial es homogéneo e isotrópico:

$$\lambda(z) = 1; \forall z$$

Por su parte la función $\rho(z)$ de resistividades tendrá valores constantes para intervalos discretos z (Fig. III.13). Las ecuaciones se reducen a:

$$\begin{aligned} T(z) &= \int_0^z \rho(z) dz \\ S(z) &= \int_0^z \frac{dz}{\rho(z)} \end{aligned} \quad \left| \quad (III.72) \right.$$

Para una z en particular localizada en la i -ésima capa obtenemos:

$$T(z) = \int_0^{h_1} \rho_1 dz + \int_{h_1}^{h_2} \rho_2 dz + \dots + \int_{h_{i-1}}^z \rho_i dz$$

$$S(z) = \int_0^{h_1} \frac{dz}{\rho_1} + \int_{h_1}^{h_2} \frac{dz}{\rho_2} + \dots + \int_{h_{i-1}}^z \frac{dz}{\rho_i}$$

$$T(z) = \rho_1 z \Big|_0^{h_1} + \rho_2 z \Big|_{h_1}^{h_2} + \dots + \rho_i z \Big|_{h_{i-1}}^z$$

$$S(z) = \frac{z}{\rho_1} \Big|_0^{h_1} + \frac{z}{\rho_2} \Big|_{h_1}^{h_2} + \dots + \frac{z}{\rho_i} \Big|_{h_{i-1}}^z$$

$$T(z) = \rho_1 h_1 + \rho_2 h_2 + \dots + (z - h_{i-1}) \rho_i$$

$$S(z) = \frac{h_1}{\rho_1} + \frac{h_2}{\rho_2} + \dots + \frac{(z - h_{i-1})}{\rho_i}$$

finalmente:

$$\begin{aligned} T(z) &= \sum_{k=1}^{i-1} \rho_k h_k + (z - h_{i-1}) \rho_i \\ S(z) &= \sum_{k=1}^{i-1} \frac{h_k}{\rho_k} + \frac{(z - h_{i-1})}{\rho_i} \end{aligned} \quad \left| \quad (III.73) \right.$$

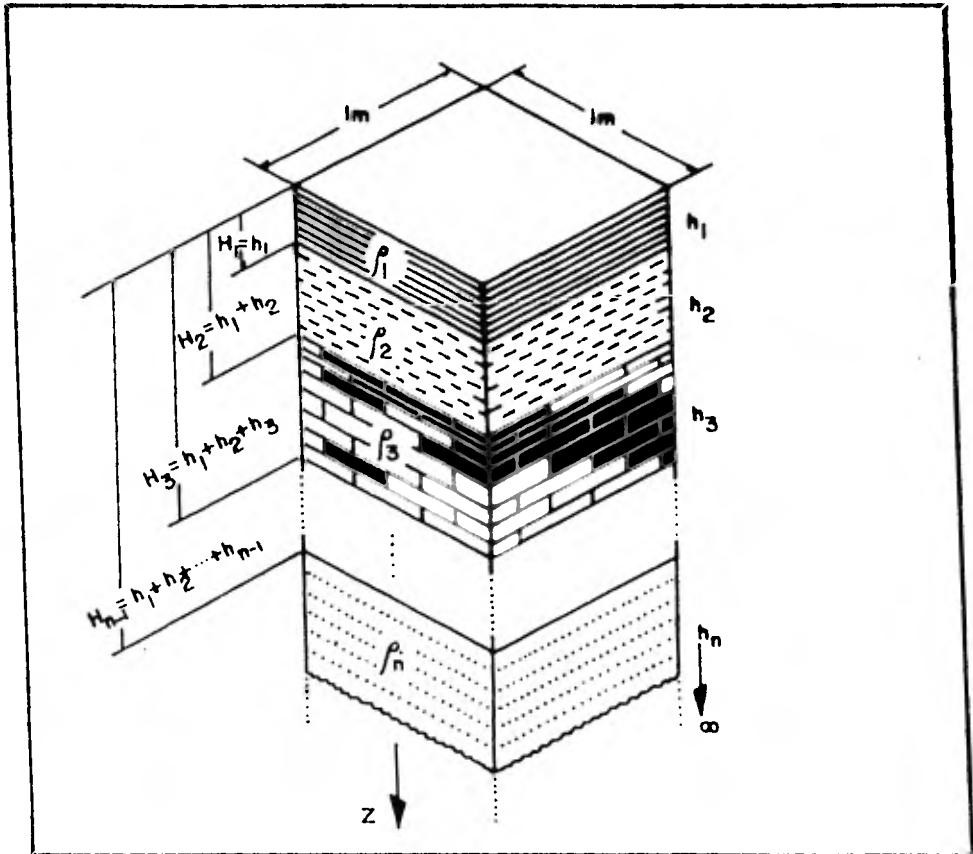


FIGURA N.(III 12)

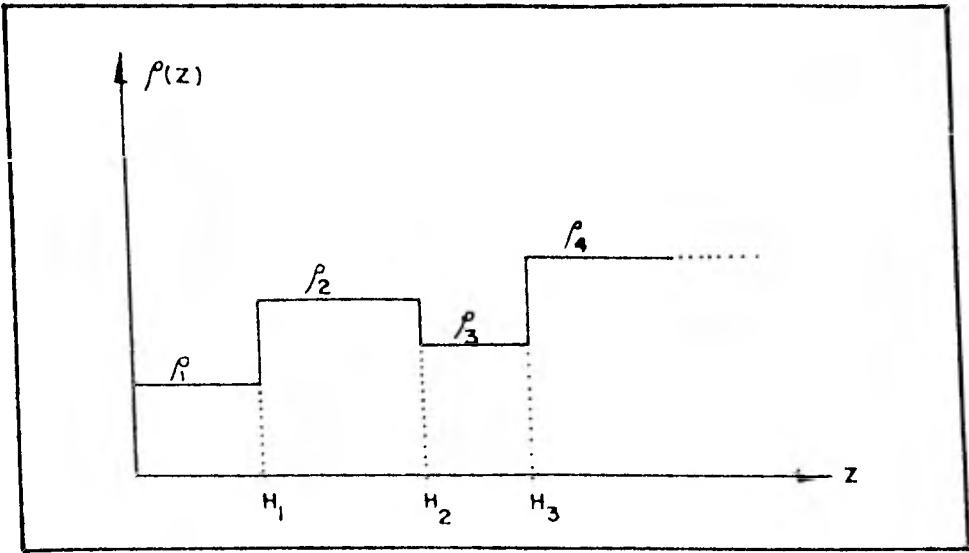


FIGURA N.(III.13)

haciendo: $\rho_k h_k = T_k ; \frac{h_k}{\rho_k} = S_k$

$$\left. \begin{aligned} T(z) &= \sum_{k=1}^{i-1} T_k + (z - H_{i-1}) \rho_i \\ S(z) &= \sum_{k=1}^{i-1} S_k + \frac{(z - H_{i-1})}{\rho_i} \end{aligned} \right| \quad (III.74)$$

para la base de la capa i

$$\left. \begin{aligned} T(z) \Big|_{z=H_i} &= \sum_{k=1}^i T_k \\ S(z) \Big|_{z=H_i} &= \sum_{k=1}^i S_k \end{aligned} \right| \quad (III.75)$$

Es admisible considerar las relaciones (III.74) como las ecuaciones paramétricas de una función $S=S(T)$. Esta función así obtenida, es conocida como la función de Dar Zarrouk, para un medio estratificado con las simplificaciones hechas inicialmente.

Consideremos ahora las μ primeras capas de un corte geoelectrico. Sea H el espesor total del conjunto y sean \underline{T} y \underline{S} su resistencia transversal y su conductancia longitudinal, respectivamente. Tratemos de encontrar una capa homogénea que posea las mismas \underline{T} , \underline{S} y H del corte. La resistencia transversal para una corriente fluyendo a lo largo del eje del prisma será:

$$T = H \rho_{\perp} \quad (III.76)$$

análogamente para la conductancia longitudinal:

$$S = \frac{H}{\rho_{\parallel}} \quad (III.77)$$

Si las resistencias ρ_{\perp} , ρ_{\parallel} resultasen iguales, la capa equivalente buscada, sería homogénea e isotrópica. Sin embargo normalmente para cortes compuestos por capas homogéneas e isotrópicas, los valores ρ_{\perp} , ρ_{\parallel} no son iguales, por lo que es claro que el medio buscado será homogéneo pero no isotrópico.

Si multiplicamos por H y H^{-1} las relaciones (III.8) de la sección (III.2.6) y teniendo en cuenta (III.76) y (III.77), se llega a:

$$\left. \begin{aligned} T &= \lambda H \rho_{\mu} \\ S &= \frac{\lambda H}{\rho_{\mu}} \end{aligned} \right| \quad (III.78)$$

que demuestra que una sola capa de espesor λH y resistividad ρ_{μ} tiene la misma T y S del paquete de capas original.

Con las ecuaciones (III.78), se obtiene:

$$\left. \begin{aligned} \lambda H &= (TS)^{1/2} \\ \rho_{\mu} &= (T/S)^{1/2} \end{aligned} \right| \quad (III.79)$$

cambiando H por una profundidad cualquiera :

$$\left. \begin{aligned} \lambda z &= (TS)^{1/2} \\ \rho_{\mu} &= (T/S)^{1/2} \end{aligned} \right| \quad (III.80)$$

los términos λz y ρ_{μ} son conocidos como profundidades y resistividad de Dar Zorrouk, respectivamente. Una forma más desarrollada de las ecuaciones (III.80) es:

$$\left. \begin{aligned} \lambda z &= \left[\left(\sum_{k=1}^i \rho_k h_k + (z - H_i) \rho_{i+1} \right) \left(\sum_{k=1}^i \frac{h_k}{\rho_k} + \frac{(z - H_i)}{\rho_{i+1}} \right) \right]^{1/2} \\ \rho_{\mu} &= \left[\left(\sum_{k=1}^i \rho_k h_k + (z - H_i) \rho_{i+1} \right) / \left(\sum_{k=1}^i \frac{h_k}{\rho_k} + \frac{(z - H_i)}{\rho_{i+1}} \right) \right]^{1/2} \end{aligned} \right| \quad (III.81)$$

igualdades válidas para toda $z \in [H_i, H_{i+1}]$

Las relaciones (III.81) o (III.75) a su vez, pueden ser consideradas como las ecuaciones paramétricas de una curva $\rho_{\mu} = \rho_{\mu}(\lambda z)$ que es generalmente conocida como curva de Dar Zorrouk (CDZ) por su dependencia de las funciones $T(z)$ y $S(z)$.

La representación de una CDZ es normalmente en escalas logarítmicas. Asignando ρ_{μ} a las ordenadas y λz a las abscisas. La CDZ de un corte de μ capas está compuesta de μ arcos, cada uno de los cuales termina en un punto cuyas coordenadas $(\lambda z)_i$ y $(\rho_{\mu})_i$ representan el espesor y resistividad de una capa ficticia, que reemplaza a todas las capas que sobreyacen a la profundidad z .

La ecuación general $\rho_{\mu} = \rho_{\mu}(\lambda z)$ de las CDZ se obtie

ne de la siguiente manera: Sean T y S los valores de las funciones de Dar Zarrouk, para una profundidad Z. Sean X y Y la coordenadas del punto correspondiente en el gráfico logarítmico. Se tiene entonces:

$$X = \int_{\mu}(\chi z) = \frac{1}{2} (\int_{\mu} T + \int_{\mu} S)$$

$$Y = \int_{\mu}(\rho_{\mu}) = \frac{1}{2} (\int_{\mu} T - \int_{\mu} S)$$

derivando con respecto a Z, y tomando en cuenta la expresión (III.74)

$$\frac{dX}{dz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{T} + \frac{1}{\rho S} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{S\rho^2 + T}{TS\rho} \right)$$

$$\frac{dY}{dz} = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho}{T} - \frac{1}{\rho S} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{S\rho^2 - T}{TS\rho} \right)$$

de donde:

$$\frac{dY}{dX} = \frac{S\rho^2 - T}{S\rho^2 + T} = \frac{\rho^2 T/S}{\rho^2 + T/S} = \frac{\rho^2 - \rho_{\mu}^2}{\rho^2 + \rho_{\mu}^2} = \frac{\rho^2 - Q^{2Y}}{\rho^2 + Q^{2Y}}$$

$$\frac{dY}{dX} = \frac{\rho^2 - Q^{2Y}}{\rho^2 + Q^{2Y}}$$

La relación anterior representa la ecuación diferencial del arco de la CDZ, correspondiente a una capa de resistividad: ρ

Separando variables:

$$dX = \frac{\rho^2 + Q^{2Y}}{\rho^2 - Q^{2Y}} dY$$

entonces:

$$X + K = \int \frac{\rho^2 + Q^{2Y}}{\rho^2 - Q^{2Y}} dY$$

haciendo: $Q^Y = w$

$$dw = dY Q^Y \quad \therefore \frac{dw}{w} = dY$$

por lo que:

$$X + K = \int \frac{\rho^2 + w^2}{\rho^2 - w^2} \cdot \frac{dw}{w}$$

resultando:

$$X + K = \int_{\mu} \left(\frac{w}{w^2 - \rho^2} \right)$$

asimismo:

$$C Z^X = \frac{W}{W^2 - \rho^2}$$

$$C Z^X = \frac{Z^Y}{Z^{2Y} - \rho^2}$$

pasando a antilogaritmos:

$$C(\lambda z) = \frac{\rho_{\mu}}{\rho_{\mu}^2 - \rho^2} \quad (III.82)$$

que es la ecuación general buscado para las CDZ.

Estas curvas poseen algunas propiedades que se deducen de estudiar su comportamiento para los diferentes valores de ρ . Una propiedad de gran importancia, es que las CDZ están compuestas de arcos, donde cada uno de ellos es segmento de uno de dos curvas fundamentales. Esto permite la construcción gráfica de los CDZ utilizando un óboco que incluyo las dos curvas fundamentales.

Todo lo anterior, nos permite especificar un corte geoelectrico de tres modos diferentes:

- A) Dando la función $\rho(z)$ (ver Fig. III.13).
- B) Dando la función de Dor Zarrauk $S=S(T)$.
- C) Dando la curva de resistividades medias (CDZ)

$$\rho_{\mu} = \rho_{\mu}(\lambda z)$$

Con las ecuaciones establecidos, se puede fácilmente pasar de un tipo de especificación a otra.

A continuación, se estudiarán algunos principios que señalan lo no propiamente dicha relación biunívoca entre un corte geoelectrico y su CDZ. Más adelante se verá como la información proporcionado por los SEV reflejan con más fidelidad lo CDZ del corte que se estudia, que su distribución vertical de resistividades $\rho = \rho(z)$.

III.5.4 PRINCIPIO DE EQUIVALENCIA

Es un hecho observado que para ciertas relaciones de parámetros de tres capas consecutivas, cambios en resistividad y espesor de la capa intermedia, no producen notables diferencias en la forma de las curvas del SEV. Aún en las CDZ la manifestación de tales cambios, no

es apreciable. Como consecuencia de esta particularidad y de su estudio se ha establecido el principio de equivalencia, que dice lo siguiente:

Dos cortes geoelectricos de tres capas del tipo H ($\rho_1 > \rho_2 < \rho_3$) o del tipo A ($\rho_1 < \rho_2 < \rho_3$), pueden ser equivalentes si el espesor de la segunda capa, es relativamente pequeño, y el valor de $S_2 = h_2 / \rho_2$ es igual en ambas secciones (equivalencia para \underline{S}). Además enuncia que dos cortes geoelectricos del tipo K ($\rho_1 < \rho_2 > \rho_3$) o del tipo Q ($\rho_1 > \rho_2 > \rho_3$) pueden ser equivalentes si el espesor de la segunda capa es relativamente pequeña, y el valor de $T_2 = h_2 \rho_2$ es igual en ambas secciones (equivalencia para \underline{T}).

En el enunciado anterior, se ha hablado de equivalencia entre cortes, cuando sus curvas SEV son altamente iguales (o casi iguales).

Ahora el principio de equivalencia para las CDZ, se enuncia de la siguiente manera:

- A) Cuando la conductancia longitudinal S_k de una capa es mucho menor que la total $S(H_{k-1})$ de las capas suprayacentes, puede dividirse su espesor y multiplicarse su resistividad por un mismo número mayor que uno, sin que la CDZ del corte se modifique notablemente (equivalencia en T).
- B) Cuando la resistencia transversal T_k de una capa es mucho menor que la total $T(H_{k-1})$ del conjunto de capas suprayacentes, puede dividirse su espesor y resistividad por un mismo número mayor que uno, sin que la CDZ del corte se altere apreciablemente (equivalencia en S).

Como se comentó en la sección anterior, la consecuencia del principio de equivalencia es que a cortes geoelectricos diferentes, corresponden CDZ parecidos entre sí.

En los enunciados A y B, está implícito que $\rho_{k-1} \gg \rho_k$
 $h_{k-1} \gg h_k \ll h_{k+1}$ (para el enunciado A), $\rho_{k-1} \ll \rho_k$,
 $h_{k-1} \gg h_k \ll h_{k+1}$ (para la parte B).

III.5.5 PRINCIPIO DE SUPRESION

En la construcción de las curvas de Dar Zarrouk, se presenta un fenómeno llamado de supresión, que consiste en que una capa relativamente delgada, con resistividad intermedia entre las dos capas que la limitan tiene muy corto su arco de DZ o sea que esta capa casi no es detectable por medio de sondeos eléctricos verticales.

III.6 INTERPRETACION

III.6.1 INTRODUCCION

La interpretación en Geofísica Aplicada es un proceso que engloba más de una etapa. Se inicia con una primera interpretación de los datos de campo, que se efectúa teniendo en mente que ellos son testimonio de una cierta distribución en el subsuelo de alguna propiedad de la materia. El resultado de esta fase es precisamente una distribución de la propiedad en cuestión, que es siempre aquella que producirá los datos observados; a esta primer etapa se le conoce comunmente como Problema Inverso. Pero al ingeniero geofísico se le exige aún más y se le pide que presente los resultados en términos geológicos. De ahí que el geofísico debe, en una segunda fase de interpretación, explicar (justificar) los resultados de la primera, empleando para ella los conceptos de la geología. Esta tarea debe hacerla dando una justificación que sea lo más coherente y consistente con dichos conceptos.

III.6.2 INTERPRETACION GEOFISICA

La interpretación tal como se hace en Geofísica Aplicada, en forma general, ha sido descrita en el apartado precedente. Se señaló el que se realizan dos interpretaciones, una susceptible de ser llamada Física y otra, por su lado, Geológica. De la interpretación puramente física se hablará a continuación.

Para el estudio del subsuelo se empieza por asumir algunas simplificaciones que permitan modelarlo (caracterizarlo, sintetizarlo) en una forma más sencilla, sin dejar de presentarse, por ello, dificultades. El valor de tales simplificaciones resalta cuando se está enfrente del problema de hallar la expresión que relacione, señal de entrada con señal de salida (Problema Directo).

Ahora, el ingeniero geofísico al interpretar trata con los valores de la señal de respuesta del sistema. Además para definir un sistema, en la forma de una distribución de una propiedad de la materia, se parte de la señal de entrada y señal de respuesta, que son ambas conocidas. Lo que busca entonces es la función característica del sistema, que le permitirá definir (describir) a éste; esto se pone de especial manifiesto en Prospección Sismológica y Prospección Eléctrica. Lo anterior constituye lo que normalmente es llamado Problema inverso, porque prácticamente a eso se reduce, a una inversión. En Eléctrica la inversión consiste en: conocida la curva de resistividades aparentes, caracterizar el corte geoelectrico (definir las resistividades y espesores de las capas que lo componen) de que proviene. Diferentes inversiones se hacen en las otras prospecciones. Semejante tarea, en ningún caso, es sencilla; de algunos métodos que se ocupan de resolver este problema se hablará en lo que sigue. Pero antes se disertará un poco acerca de las diferencias básicas entre dos modalidades de interpretación que son: La Cualitativa y La Cuantitativa, ambas vistas como se usan en Geofísica.

III.6.3 INTERPRETACION CUALITATIVA

Consiste esencialmente en identificar aquellos valores, de entre los datos, que se caracterizan por ser apreciablemente pequeños o grandes y que se asocian, a un contraste negativo (ó pequeño) de la propiedad, o a un contraste grande y positivo de la misma, respectivamente. Se establece que unos valores son grandes o pequeños observando la relación, en magnitud, que guardan con los que los rodean. Un notable incremento o disminución, en los valores observados, es síntoma de una variación de la propiedad medida indirectamente, en el sentido respectivo. Con esta interpretación se obtiene un panorama general de la distribución de la propiedad y se puede también, con base en ella, proponer posibles estructuras geológicas; no se va más allá de indicar lugares de posible interés, en espera de que las fases posteriores de interpretación den mayor seguridad. No se cuantifica nada, no se dan profundidades, contrastes de propiedad, etc.

En sondeos eléctricos verticales se emplea esta modalidad de interpretación en las formas siguientes: Clasificación de Curvas de SEV, Mapas de Conductancia Longitudinal (5), Mapas de Resistividad Aparente y Perfiles de Resistividad Aparente.

III.6.4 INTERPRETACION CUANTITATIVA

Este tipo de interpretación, como su nombre lo indica, tiene la tarea de proponer sus resultados en la forma de cantidades. Debe especificar profundidades, dimensiones de las estructuras, valores de contraste de propiedad o valores de la propiedad misma. Es por lo tanto su labor muy difícil por la ambigüedad siempre presente.

En sondeos eléctricos desde sus inicios se han venido usando varias técnicas de interpretación; con el paso de los años algunas han sido excluidas, debido a sus bases tan poco científicas en algunos casos; y a su difícil aplicación a medios estratificados más complejos en otros. Otros métodos han gozado de modificaciones que los han hecho más eficaces y de más fácil aplicación. En los apartados siguientes serán descritas algunas técnicas, se hablará sólo de aquellas que se considere dignas de ser mencionadas.

III.6.5 METODOS DE SUPERPOSICION

Estos se basan en la comparación de curvas de campo, representadas en escalos bilogarítmicas de igual módulo, con curvas teóricas hasta lograr la coincidencia de ambas, y así poder leer directamente el espesor h y la resistividad de la primera capa. Para el caso de más de dos capas, el espesor h y la resistividad ρ , correspondientes a dichos estratos, se determinan por simples multiplicaciones. Para poder realizar todo lo anterior, existen colecciones de curvas teóricas, de entre las que sobresalen las siguientes: Compagnie Generale de Geophysique, para dispositivos Schlumberger (dos, tres y cuatro capas), Orellana y Mooney, para dispositivos Schlumberger (dos, tres y cuatro capas), así como las realizadas por Rijkswaterstaat, para dispositivos Schlumberger (tres capas).

Es importante hacer notar que el método de superposición, es una técnica de los más difundidas dentro del ámbito geofísico, debido a su relativa facilidad para aplicarlo. Enseguida se presentará la metodología para los casos de dos y tres capas.

PASOS PARA LA INTERPRETACION DE CURVAS DE DOS CAPAS

- 1) Sobrepóngase la lámina en papel transparente, que contiene la curva de campo sobre la lámina de curvas patrón de dos capas.
- 2) Desplácese una lámina con respecto a la otra, manteniendo paralelos los ejes, hasta que coincida la curva de campo con alguna de las curvas patrón. Es válida la interpolación.
- 3) Anote sobre el papel transparente, la cruz de los curvas patrón (punto $AB/2=1$, $\rho =1$), y la marca de resistividad (señales numeradas que aparecen sobre el eje vertical de las curvas patrón, que corresponden a las resistividades verdaderas de las capas) para la cual se obtuva coincidencia.
- 4) El espesor de la primera capa, estará dado por la abscisa de la cruz en la misma gráfica. La resistividad de la segunda capa es igual a la ordenada, en la lámina de campo, de la marca de resistividad (Fig. III.14).

PASOS PARA LA INTERPRETACION DE CURVAS DE TRES CAPAS

- 1) Efectúense uno y dos para el caso de dos capas, sólo que utilizando curvas patrón de tres capas.
- 2) Cálquese sobre el papel la cruz de la curva patrón y las dos marcas de resistividad, anotando la relación de espesores de la curva patrón elegida.
- 3) El espesor de la primera capa, estará dado por la abscisa de la cruz en la gráfica de campo. Y el espesor de la segunda capa, se encuentra multiplicando la relación de espesores por el de la primera capa.
- 4) La resistividad de la primera capa, se da por la ordenada de la cruz en la gráfica de campo, y la resistividad de la segunda capa será igual a la ordenada de la marca de resistividad. Análogamente se lee la resistividad de la tercera capa, usando la marca como se muestra en la Fig. (III.15).

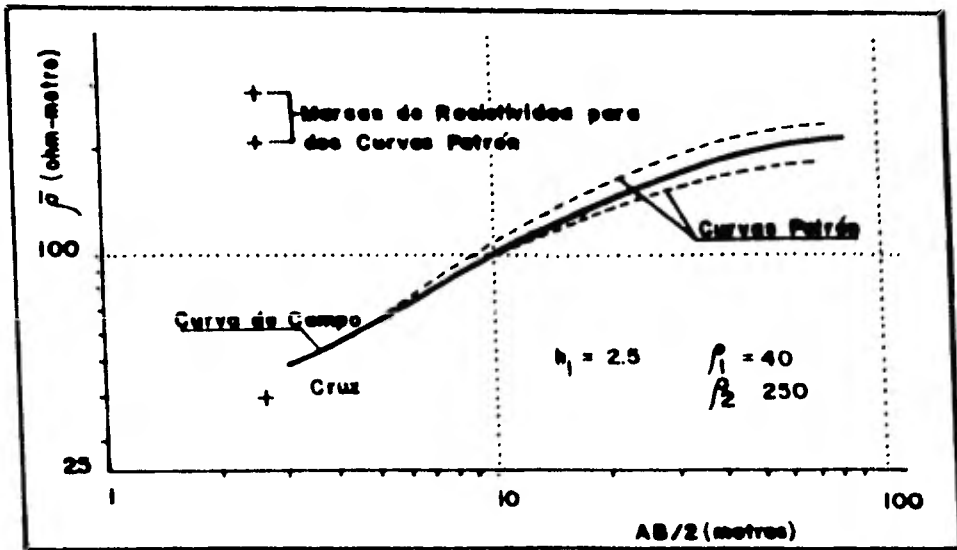


FIGURA N.(III.14) Interpretación de una curva de campo de dos capas

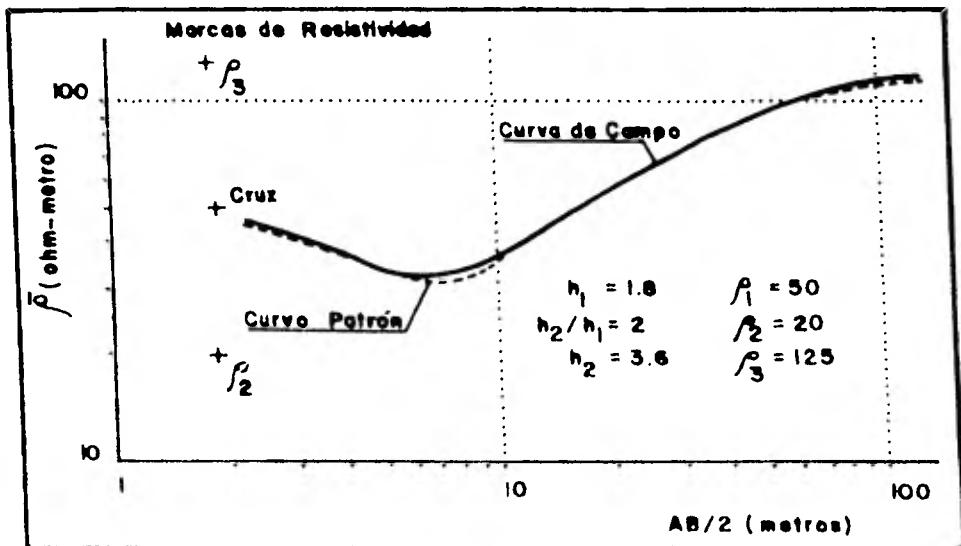


FIGURA N.(III.15) Interpretación de una curva de campo de tres capas

III.6.6 METODOS DE REDUCCION

En esencia, este método consiste en la sustitución sucesiva del número de capas de la curva de campo, por una equivalente a ellas, lo cual permite la aplicación del método de superposición con curvas maestras de dos o tres capas salamente.

El procedimiento interpretativo más usada en estos métodos, es el denominado Método de Punto Auxiliar, debido al alemán A. Ebert (1943), y perfeccionado posteriormente por varios autores. A continuación se presenta el método desarrollado por Ebert y Orellana, sólo para tres capas.

PASOS PARA LA INTERPRETACION DE CURVAS DE TRES CAPAS POR MEDIO DE CURVAS PATRON DE DOS, POR EL PROCEDIMIENTO DE ORELLANA

Debido a sus fundamentos teóricos, este método, sólo es válido para curvas de campo del tipo H y A.

- 1) Interprétese la parte izquierda de la curva de campo, con una curva patrón de dos capas.
- 2) En la lámina de la curva de campo se traza una línea horizontal de ordenada ρ_2 .
- 3) Sobrepóngase las dos láminas (conservando paralelos los ejes), y desplácese ambas curvas, pero cuidando que la cruz de la curva de patrón quede siempre en la línea horizontal trazada en (2), posteriormente se sigue desplazando hasta que la parte derecha de la curva se empalme con una de las curvas patrón de dos capas.
- 4) Marque sobre la curva de campo, el origen de las coordenadas (segunda cruz) y la marca de resistividad de la curva patrón. Proporcionando la marca de resistividad el valor de la resistividad de la tercera capa ρ_3 .
- 5) Coloque la lámina de la curva de campo, sobre una hoja limpia de papel logarítmico del mismo módulo. Y sobrepóngase la primera cruz al origen, conservándose paralelos los ejes.

- 6) Se leen en el papel logarítmico, los valores correspondientes a las coordenadas de la segunda cruz, dependiendo estos valores de la posición con respecto al origen.
- 7) Se calcula el espesor h_2 , mediante la siguiente relación $h_2 = (X - S)h_1$. Pero esto a partir del punto (5) se leen los coordenados (X, Y) en el papel logarítmico, se efectúa la diferencia y se multiplica por el espesor de la primera capa, resultando el espesor de la segunda capa (Fig. III.16).

PASOS PARA LA INTERPRETACION DE CURVAS DE TRES CAPAS POR MEDIO DE CURVAS PATRON DE DOS, MEDIANTE EL METODO DESARROLLADO POR EBERT

Este procedimiento, es válido para curvas del tipo H, K, Q o A.

- 1) Elíjase el diagrama auxiliar correspondiente.
- 2) Coincida la parte izquierda de la curva de campo con la curva teórica de dos capas, y marque sobre la lámina de campo, la marca de resistividad y la cruz (primera cruz). De esta forma se determina h_1 , ρ_1 , y una aproximación del valor de ρ_2 . Léase también el valor de la relación ρ_2/ρ_1 .
- 3) Sobrepongase la lámina de la curva de campo sobre el diagrama auxiliar, (manteniendo paralelo los ejes). En caso de que las curvas sean del tipo H y Q, la primera cruz se coloca sobre el origen de coordenadas del diagrama auxiliar. Para las curvas del tipo A y K, la primera cruz se pone sobre el eje vertical de la izquierda del diagrama, en la posición que corresponde al valor de ρ_2/ρ_1 .
- 4) Del diagrama auxiliar, se toma la curva que corresponda al valor de ρ_2/ρ_1 , y que arranque de la posición de la primera cruz. Se coloca esta curva de sobre el papel transparente.
- 5) La lámina con la curva de campo, se sobrepone sobre la lámina patrón de dos capas. Posterior-

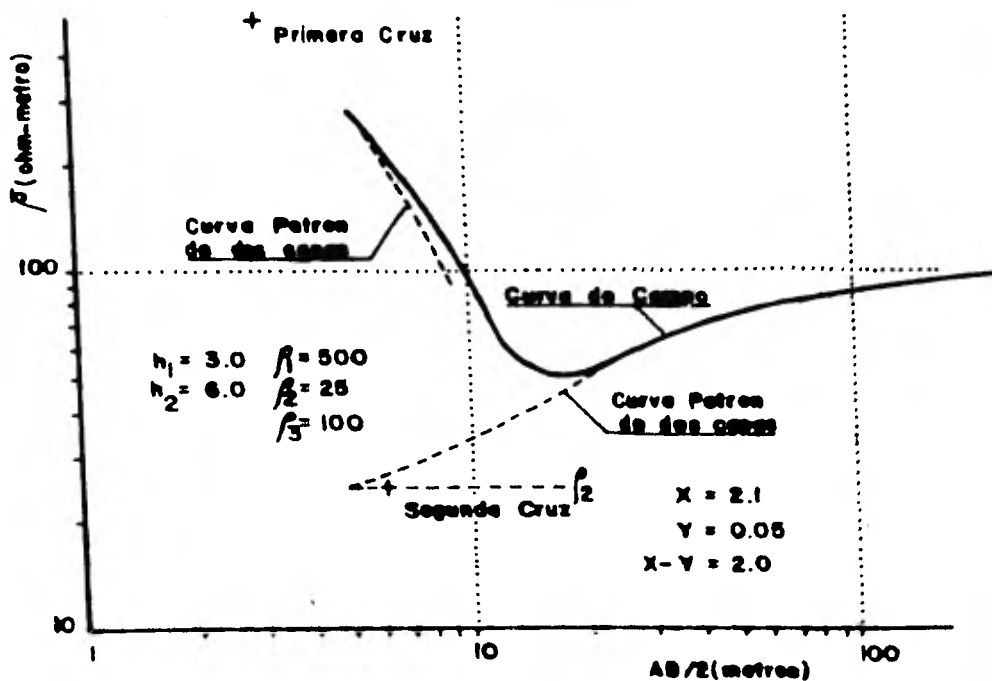


FIGURA N.(III.16) Interpretación de una curva de campo de tres capas tipo M por medio de curvas patrón (método de Orellana)

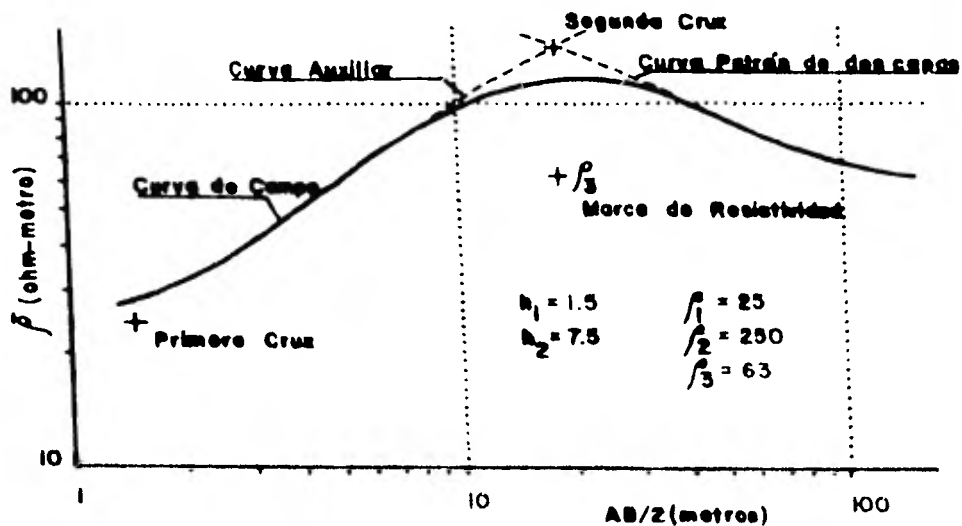


FIGURA N.(III.17) Interpretación de una curva de campo de tres capas tipo K por medio de curvas patrón de dos (método de Ebert)

mente, se mueve una con respecto a otra hasta lograr que la parte derecha de la curva de campo, coincida con una de las curvas patrón. Aquí hay que mantener la cruz de la lámina patrón en coincidencia con la curva auxiliar trazada anteriormente.

- 6) En la lámina que contiene la curva de campo, se marca la posición de la segunda cruz, y la marca de resistividad de la curva patrón la marca de la resistividad, de la tercera capa ρ_3 .
- 7) Sobrepóngase una vez más la curva de campo sobre el diagrama auxiliar. Coloque la primera cruz en la posición del paso (3). La segunda cruz quedará cerca o sobre de una de las líneas de trazos, teniendo esta línea, un número que es igual a k_2/k_1 . Posteriormente se calcula k_2 a partir de k_2/k_1 y de k_1 . Como se muestra en la Fig. (III.17).

Es importante hacer notar que tanto los métodos de superposición como los de reducción, tienen una base rigurosamente matemática, basada principalmente en la fórmula de Stefanescu, que como ya lo hemos mencionado, determina la distribución del potencial V sobre la superficie de un semiespacio estratificado, a una distancia r de una fuente puntual de corriente de intensidad I .

III.6.7 METODO ANALITICO DE INTERPRETACION

Como un ejemplo de los métodos analíticos se presentará, al llamado Método de Tagg. Este es aplicable principalmente, en interpretaciones de dos y tres capas. En forma muy general, consiste en establecer varias ecuaciones que nos dan la profundidad h_1 como una función del factor K , cuyo valor es ya bien conocido:

$$K = \frac{\rho_2 - \rho_1}{\rho_2 + \rho_1}$$

En la sección (III.3.5) hallamos el potencial creado por una fuente puntual en la superficie de un semiespacio estratificado, compuesto por tres capas. Para el caso de dos capas, es fácil llegar en la misma forma a la expresión para el potencial:

$$V = \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{1}{Y} + 2 \sum_{M=1}^{\infty} \frac{K^M}{\{Y^2 + (2Mh_1)^2\}^{1/2}} \right]$$

como $E = -\left(\frac{\partial V}{\partial Y}\right)$ entonces:

$$E = \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{1}{Y} + 2 \sum_{M=1}^{\infty} \frac{MK^M}{\{Y^2 + (2Mh_1)^2\}^{3/2}} \right]$$

Para un arreglo Wenner, la diferencia de potencial entre M y N es:

$$\Delta V = \frac{I\rho}{2\pi} \left[\frac{1}{a} + 4 \sum_{M=1}^{\infty} \frac{K^M}{\{a^2 + (2Mh_1)^2\}^{3/2}} - 4 \sum_{M=1}^{\infty} \frac{K^M}{\{4a^2 + (2Mh_1)^2\}^{3/2}} \right]$$

haciendo: $\delta = a/h_1$

$$\Delta V = \frac{I\rho}{2\pi a} \left[1 + 4 \sum_{M=1}^{\infty} \frac{K^M}{\{1 + (2M/\delta)^2\}^{3/2}} - 4 \sum_{M=1}^{\infty} \frac{K^M}{\{4 + (2M/\delta)^2\}^{3/2}} \right]$$

si:

$$\bar{\rho} = 2\pi a \frac{\Delta V}{I} = \rho_i \left[1 + 4 \sum_{M=1}^{\infty} \frac{K^M}{\{1 + (2M/\delta)^2\}^{3/2}} - 4 \sum_{M=1}^{\infty} \frac{K^M}{\{4 + (2M/\delta)^2\}^{3/2}} \right]$$

Pasando ρ_i al miembro izquierdo:

$$\frac{\bar{\rho}}{\rho_i} = \left[1 + 4 \sum_{M=1}^{\infty} \frac{K^M}{\{1 + (2M/\delta)^2\}^{3/2}} - 4 \sum_{M=1}^{\infty} \frac{K^M}{\{4 + (2M/\delta)^2\}^{3/2}} \right]$$

Es fácil ver de la igualdad anterior, que para un valor fijo de K , se puede hacer a $\bar{\rho}/\rho_i$ función de h_1/a . Además es claro que para los diferentes valores de ρ_1 y ρ_2 , K varía dentro del intervalo $[-1, +1]$. Considerando ésto, se han construido familias de curvas de $\bar{\rho}/\rho_i$ contra h_1/a , para K de 0.1 a 1, con incremento de 0.1 y de $\bar{\rho}/\rho_i$ contra h_1/a , para valores de K de -1. a -0.1 con el mismo incremento. Ambos grupos de curvas se muestran en las figuras (III.18-a,b).

De las mediciones en el campo conocemos pares de $\bar{\rho}$ con a , y la resistividad de la primera capa - puede ser conocida por suavizamiento. Así como para un cociente $\bar{\rho}/\rho_i$, se hallan todos los h_1/a posibles con ayuda de las familias de curvas. De los valores de

(k) negativo $\rho_1 > \rho_2$

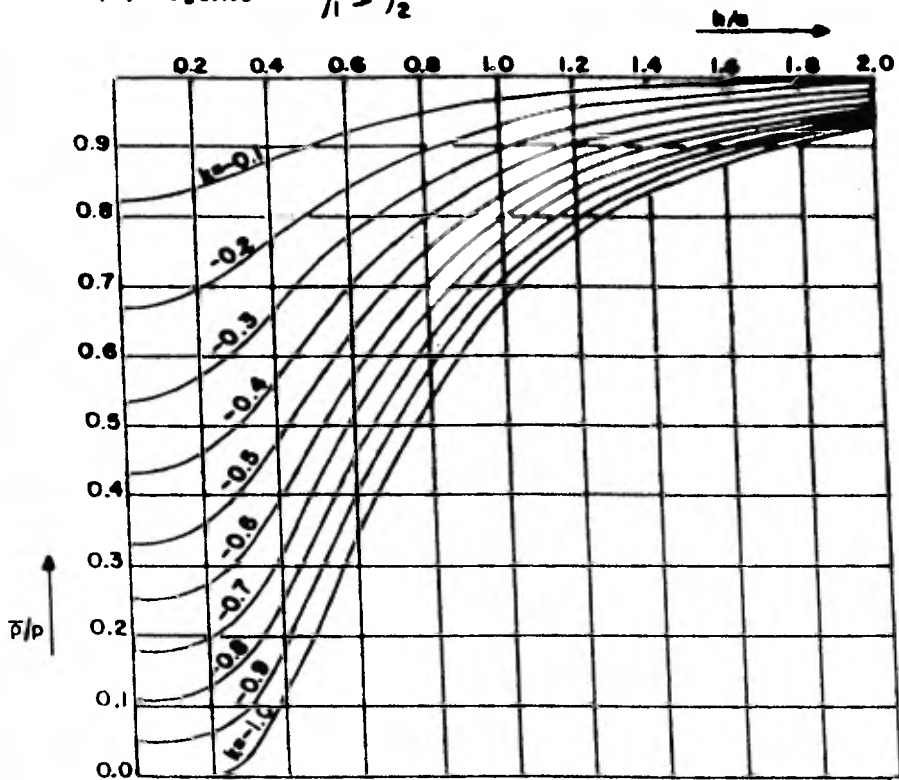


FIGURA N.(III.16.e)

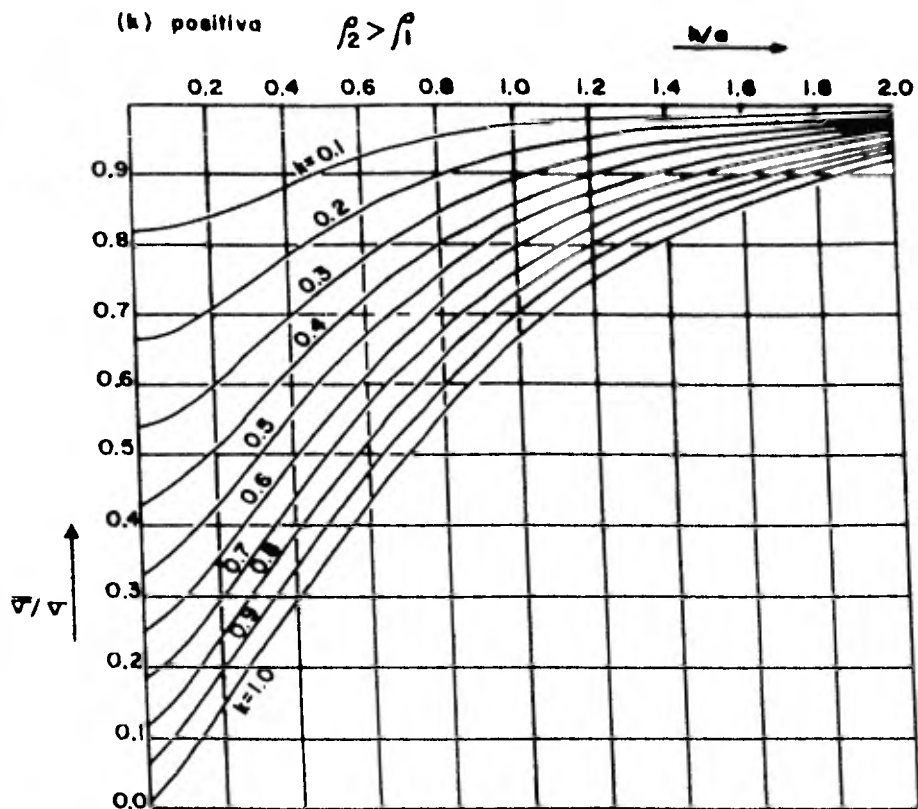


FIGURA N.(III.18.b)

h/α se obtiene un conjunto de h . Se repiten los mismos pasos para cada $\bar{\rho}$ y α .

Los diagramas para la relación de resistividades, son empleados cuando $\rho_1 > \rho_2$. Los correspondientes a la relación de conductividades son usados si la resistividad de la segunda capa, es la mayor.

Los pasos del método y la forma de utilizar las familias de curvas, se describen a continuación.

- A) La curva de resistividad aparente contra separación de electrodos, es suavizada en sus primeros puntos, para los valores más pequeños de α . De este modo se obtiene un aceptable valor promedio de la resistividad superficial, $\bar{\rho}_1$.
- B) Para α 's mayores a los del suavizamiento, calculamos los cocientes $\bar{\rho}/\bar{\rho}_1$ y \bar{V}/\bar{V}_1 . De las dos grupos resultantes se toma el conjunto compuesto por valores menores que la unidad para el siguiente paso.
- C) El primero de los cocientes calculados, es llevado al eje $\bar{\rho}/\bar{\rho}_1$ o \bar{V}/\bar{V}_1 , según sea el caso. Desde este punto, se traza una recta paralelo al eje h/α . De las gráficas obtenemos los valores h/α asociados a los puntos donde la recta corta a las curvas. Con estas nuevas cantidades, se obtienen las diferentes h_1 , correspondientes a las K de las curvas intersectadas. Se forma con estas cantidades una tabla. Se repite todo esto con cada uno de los pares de valores $(\bar{V}/\bar{V}_1, \alpha)$ y $(\bar{\rho}/\bar{\rho}_1, \alpha)$.
- D) Se grafican en un sistema de coordenadas rectangulares, las h_1 en las ordenadas y las K en las abscisas, obtenidos en el paso anterior. Las coordenadas del punto donde se intersectan las curvas, serán la h_1 y la K , que caracterizan al corte geoelectrico de dos capas con que hemos estado trabajando. La obtención de ρ_2 es de lo más sencilla, ya que :

$$\rho_2 = \bar{\rho}_1 \frac{(1+K)}{(1-K)} \quad (III.83)$$

El método de Tagg, puede ser extendido al caso de tres capas, a condición de que la tercera capa de espe-

sor infinita, no influya demasiado en la primera parte de la curva de resistividades aparentes. Este requerimiento, se satisface cuando el espesor de la segunda capa, es dos a tres veces el espesor de la primera. El procedimiento a seguir, es equivalente a una reducción del problema de tres capas a uno de dos; los pasos a seguir son los siguientes:

- A) Promediar los valores de resistividad para las α de 2 a 10 metros. Así obtenemos la resistividad ρ_1 .
- B) Se lleva ρ_1 al eje de resistividades y se dibuja una línea desde ese punto, hasta encontrar tangencialmente la primera parte de la curva de resistividad aparente.
- C) Se leen las resistividades en seis u ocho puntos de la curva dibujada, y se aplica el método de Tagg a esa parte de la curva. De esta forma resulta ρ_2 y h_1 .
- D) Se estima la profundidad de la tercera capa, por aplicación de la aproximación $h_1 + h_2 = (2/3)d$, donde d es la distancia al punto de inflexión (entre los dos puntos de máxima curvatura).
- E) Se calcula la resistividad aparente ρ_1' de las dos capas anteriores, ρ_1 y ρ_2 en la forma paralela $(h_1 + h_2) / \rho_1' = h_1 / \rho_1 + h_2 / \rho_2$.
- F) Se aplica el método de Tagg a la parte final de la curva, entre las dos últimas puntos de máxima curvatura. De esta forma un valor más aproximado de la profundidad es obtenida $(h_1 + h_2)$. Determine la resistividad de la última capa ρ_3 de:

$$K_2 = \frac{\rho_3 - \rho_2}{\rho_3 + \rho_2}$$
- G) Repetir el paso anterior con mejores valores de ρ_1' para obtener un valor más aproximado para $(h_1 + h_2)$ y así sucesivamente hasta obtener la exactitud deseada.

III.6.8 METODO AUTOMATICO DE INTERPRETACION

El método automático de interpretación de curvas de SEV, con un arreglo Schlumberger, que aquí expone--

mos, es el desarrollado por Adel A. R. Zohdy. Esta técnica de inversión de una curva de SEV en los espesores y resistividades de su corte geoelectrico correspondiente, tiene el adjetivo automático por recurrir al uso de una computadora digital para la ejecución de las muchas operaciones que exige su realización. En este apartado se presentarán algunos de los principios en que se apoya el método y se delinearán en forma general su mecánica.

En la sección (III.5.3) se habló de las CDZ, se dijo que ellas estaban compuestas de n arcos, cada uno de los cuales termina en un punto cuyas coordenadas (L_{m_i}, ρ_{m_i}) representan el espesor y la resistividad de una capa ficticia, que reemplaza a todas las capas que sobreyacen a la profundidad Z_i . Estando relacionadas L_{m_i} y Z_i de la siguiente manera:

$$\lambda Z_i = L_{m_i} \quad (III.84)$$

Es claro de la ecuación (III.80), que define la profundidad y la resistividad de Dar Zarrouk (L_{m_i}, ρ_{m_i}) , que ellas son función de los espesores y resistividades de las capas sobreyacentes a la profundidad Z_i , y son además independientes de los parámetros de las capas subyacentes. Por otro lado las coordenadas de curva de SEV son calculadas de una expresión (Ec. III.43) que involucra todos los espesores y resistividades presentes en el corte. A pesar de esta diferencia de dependencia, se manifiesta una alta similitud entre una curva teórica de SEV Schlumberger y su correspondiente CDZ (ver Fig. III.19).

Ahora bien, hasta el momento, se ha hablado de la construcción gráfico de una CDZ a partir de las especificaciones de un corte geoelectrico. La operación inversa es realizable de manera sencilla si usamos las ecuaciones (III.74) y (III.75) para obtener las relaciones que solucionan la dificultad. Puesto que:

$$\begin{aligned} T_k &= h_k / \rho_k \\ S_k &= h_k / \rho_k \end{aligned} \quad (III.85)$$

y:

$$\rho_{M_i} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^i T_k}{\sum_{k=1}^i S_k}} \quad (III.86)$$

$$L_{M_i} = \sqrt{\sum_{k=1}^i T_k \cdot \sum_{k=1}^i S_k}$$

es fácil llegar de (III.86) a:

$$L_{M_i} \rho_{M_i} = \sum_{k=1}^i T_k \quad (III.87)$$

$$L_{M_i} / \rho_{M_i} = \sum_{k=1}^i S_k$$

así para $i=1$ (primera capa)

$$\begin{aligned} \rho_{M_1} &= \rho_1 \\ L_{M_1} &= h_1 \end{aligned} \quad (III.88)$$

Para una $i \geq 2$ en particular se hace lo siguiente: se toman los puntos extremos P_{i-1}, P_i del arco de interés (ver Fig. III.20), cuyas coordenadas son $P_{i-1}(L_{M_{i-1}}, \rho_{M_{i-1}})$ y $P_i(L_{M_i}, \rho_{M_i})$. Así de acuerdo con (III.84):

$$\begin{aligned} L_{M_i} \rho_{M_i} - L_{M_{i-1}} \rho_{M_{i-1}} &= \sum_{k=1}^i T_k - \sum_{k=1}^{i-1} T_k \\ &= \sum_{k=1}^{i-1} T_k + T_i - \sum_{k=1}^{i-1} T_k \end{aligned}$$

$$L_{M_i} \rho_{M_i} - L_{M_{i-1}} \rho_{M_{i-1}} = h_i \rho_i$$

en forma análoga se obtiene:

$$\frac{L_{M_i}}{\rho_{M_i}} - \frac{L_{M_{i-1}}}{\rho_{M_{i-1}}} = h_i / \rho_i$$

Con las dos igualdades anteriores se obtiene finalmente:

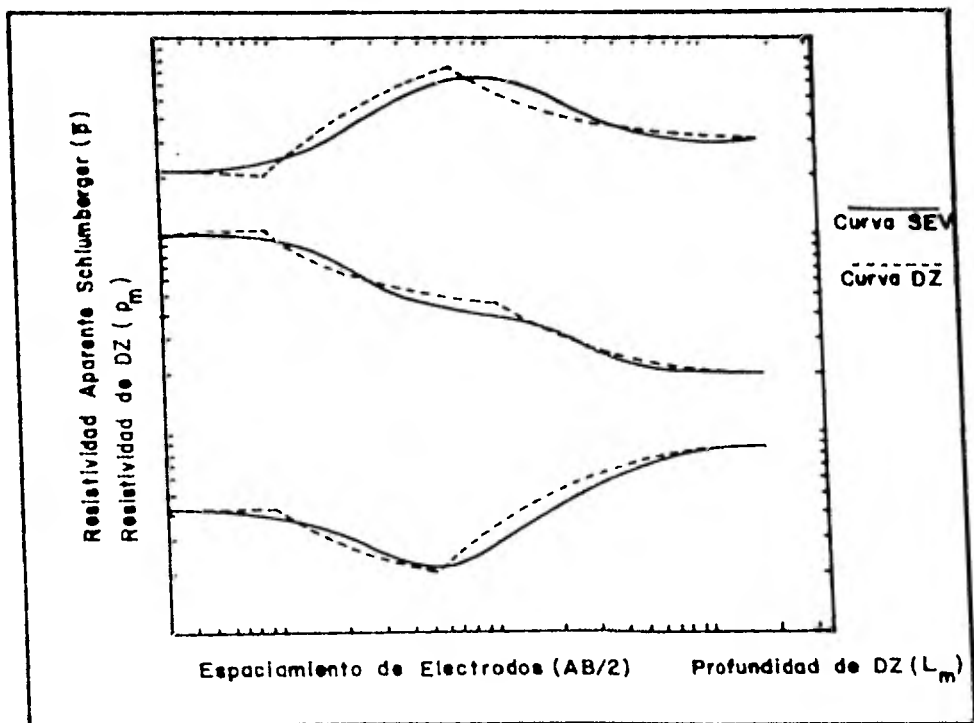


FIGURA N.(III.19)

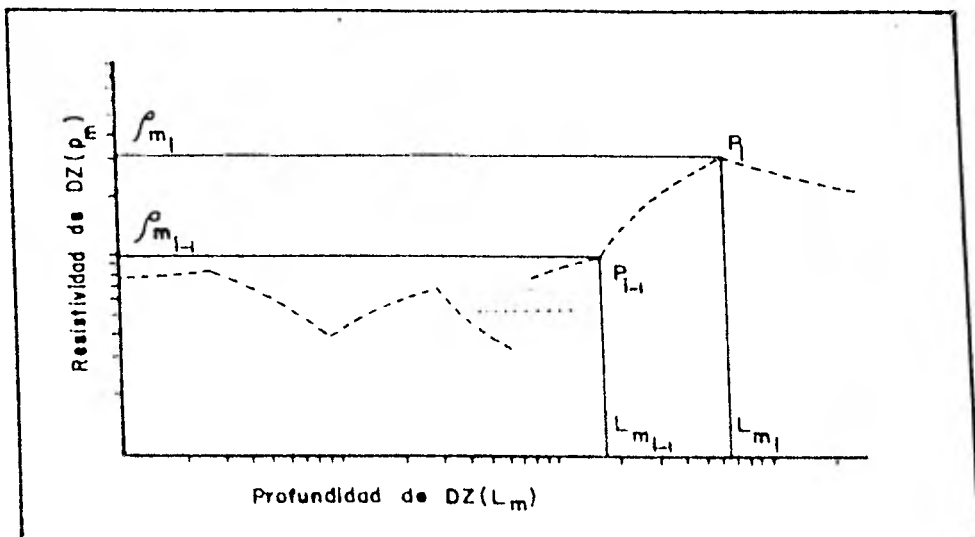


FIGURA N.(III.20)

$$\rho_T = \sqrt{\frac{L_{M_0} \rho_{M_0} - L_{M_{T-1}} \rho_{M_{T-1}}}{\frac{L_{M_T}}{\rho_{M_T}} - \frac{L_{M_{T-1}}}{\rho_{M_{T-1}}}}} \quad (III.89)$$

$$h_T = \rho_T \left(L_{M_0} / \rho_{M_0} - L_{M_{T-1}} / \rho_{M_{T-1}} \right)$$

Si se toman dos puntos que no sean los extremos de un arco, es obvio que podemos calcular, aún a pesar de ésto, una resistividad y un espesor correspondiente al segmento CDZ entre tales puntos. Más adelante se harán algunas consideraciones, tomando en cuenta ésto.

Olvidando por un momento las CDZ, se pasará ahora a estudiar en una forma un poco diferente, la expresión del potencial para un medio estratificado.

Como se vió en la sección (III.3.5) la caracterización para un subsuelo estratificado, con señales de entrada y salida, corriente y potencial eléctrico, es la relación:

$$V(\gamma) = \frac{I \rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{\gamma} + 2 \int_0^{\infty} \Delta_1(u) \tilde{J}_0(u\gamma) du \right] \quad (III.90)$$

De las ecuaciones (III.49) y (III.51) se ve claro que $\Delta_1(u)$, es función de los espesores de las capas h , de los coeficientes de reflexión K , y de la variable de integración u . Por esto una notación más apropiada será:

$$\Delta_1(u) = \Delta(u, h, K) \quad (III.91)$$

Substituyendo (III.91) en (III.90), se obtiene:

$$V(\gamma) = \frac{I \rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{\gamma} + 2 \int_0^{\infty} \Delta(u, h, K) \tilde{J}_0(u\gamma) du \right] \quad (III.92)$$

La parte $\Delta(u, h, K)$ del integrando, es conocida como la función característica (FC) de Estefanescu. Existe una FC más completa que la anterior, llamada FC de Slichter $T(u, h, K)$ o función Kernel total. La relación entre ambas es:

$$T(u, h, K) = \rho_1 \left[1 + 2 \Delta(u, h, K) \right] \quad (III.93)$$

entonces :

$$\Delta(\omega, h, k) = \frac{1}{2} \left[\frac{T(\omega, h, k)}{\rho_1} - 1 \right] \quad (III.94)$$

por lo tanto (III.92) se transforma en:

$$V(\gamma) = \frac{I \rho_1}{2\pi} \left[\frac{1}{\gamma} + \int_0^{\infty} \frac{T(\omega, h, k)}{\rho_1} J_0(\omega r) d\omega - \int_0^{\infty} J_0(\omega r) d\omega \right] \quad (III.95)$$

Utilizando la integral de Weber (III.41), la ecuación (III.95) se reduce a :

$$V(\gamma) = \frac{I}{2\pi} \int_0^{\infty} T(\omega, h, k) J_0(\omega r) d\omega \quad (III.96)$$

Derivando con respecto a γ y substituyendo en la expresión para la resistividad aparente :

$$\bar{\rho}(\gamma) = - \frac{2\pi}{I} \gamma^2 \frac{dV}{d\gamma} \quad (III.97)$$

se llega a :

$$\bar{\rho}(\gamma) = \gamma^2 \int_0^{\infty} T(\omega, h, k) J_1(\omega r) d\omega \quad (III.98)$$

Sunde (1949) obtuvo un algoritmo que calcula la función Kernel total (FKT), parte del factor de reflexión

K_{n-1} correspondiente a las dos últimas capas, y va calculando sucesivamente expresiones $P_i, M_i, \dots, P_i, M_i$ hasta llegar a : $M_{n-1} = T(\omega, h, k)$

Las fórmulas son :

$$\begin{aligned} P_n &= \frac{\rho_n - \rho_{n-1}}{\rho_n + \rho_{n-1}} = K_{n-1} \\ M_n &= \frac{1 + P_n e^{-2z_n h_{n-1}}}{1 - P_n e^{-2z_n h_{n-1}}} \\ P_{i-1} &= \frac{\rho_{n-i+1} - \rho_{n-i} M_{i-1}}{\rho_{n-i+1} + \rho_{n-i} M_{i-1}} \\ M_{i-1} &= \frac{1 + P_{i-1} e^{-2z_{n-i} h_{n-i}}}{1 - P_{i-1} e^{-2z_{n-i} h_{n-i}}} \end{aligned} \quad (III.99)$$

$$\begin{aligned}
 P_{M-1} &= \frac{\rho_2 - \rho_1 M_{M-2}}{\rho_2 + \rho_1 M_{M-2}} \\
 M_{M-1} &= \frac{1 + P_{M-1} Q^{-(2Mh)} }{1 - P_{M-1} Q^{-(2Mh)}}
 \end{aligned}
 \quad (III.99)$$

Ghash (1971) publicó dos conjuntos de coeficientes de filtros inversos para el cálculo de las curvas de SEV Schlumberger y Wenner por convolución de $T(\omega, h, k)$ con ellos. El empleo de la operación convolución, para la obtención de la curva de SEV, es de rápida ejecución en computadora.

Esta técnica y la anterior forman parte del método automático de interpretación. La manera en que se usan, será comentada más tarde. Se pasará por el momento a examinar algunas características de las CDZ.

Se señala en la sección (III.5.3) la existencia de ciertas propiedades de las CDZ que se manifiestan cuando ρ toma valores especiales. Dos de estas propiedades son de interés ahora. Primero para una capa con resistividad de valor extremo $\rho = 0$ (conductividad infinita), el arco correspondiente es un segmento de recta de pendiente -1; segundo, para una capa con $\rho = \infty$ (conductividad cero), el arco asociado es un segmento de recta de pendiente +1.

Ahora la idea de utilizar una curva de SEV Schlumberger, observada como la CDZ del corte para la inversión en espesores y resistividades, no parece muy recomendable, dado que una curva del SEV de campo llega a presentar pendientes que se salen del intervalo $[-1, +1]$, siendo la causa principal de esto, las heterogeneidades laterales del subsuelo real. Para salvar esta dificultad, el autor del método automático de interpretación (Zahdy) obtuvo las ecuaciones, de lo que dió en llamar curvas modificadas de Dar Zarrauk (CMDZ), cuyas pendientes positivas y negativas no están limitadas por +1 y -1 respectivamente. Entonces para cualquier curva de SEV, existirá una CMDZ que casi coincidirá con ella. La inversión de una CMDZ, en las especificaciones de un corte, da resultados que son factibles. Así, la utilización de las CMDZ, hace posible la inversión de muchas curvas de SEV, que con CDZ producirán valores de espesores y resistividad negativos y hasta imaginarios.

Se ha estado discutiendo acerca de algunos aspectos, que aún cuando no se ha declarado abiertamente que ellas constituyen el método automática de interpretación, ha quedado implícita. Toda lo anterior se ha visto en una forma muy simplificada, por ello se ha pasado por alta muchas cosas y no se han justificado -
atras tantas, ya que el tratarla con la extensión que lo exige, haría necesario extender demasiado esta sección y no siendo este el tema principal de la tesis, nos hemos conformado con presentarlo en la forma expuesta. Ojalá y lo escrito sirva para hacer más comprensible el delineamiento de la mecánica del método que a continuación se expone:

El método de interpretación está basado en la inversión de las curvas de SEV Schlumberger, en las especificaciones del corte, sin una primera transformación en su correspondiente FKT. La curva de SEV, es digitizada (a un intervalo de seis puntos por ciclo logarítmica), y el número de capas es automáticamente fijado como igual al número de puntos de la curva digitizada. Para la primera aproximación, los puntos de la curva de SEV digitizada son considerados ser puntos de una curva modificada de Dar Zarrouk (CMDZ), la cual es resuelta en espesores y resistividades. La curva FKT, de este corte geoelectrico, es calculada con ayuda del algoritmo de Sunde, y la curva de SEV es calculada por convolución usando los coeficientes de Ghosh. La calculada y observada curva de SEV, son comparadas a través de una fórmula interativa. Una nueva CMDZ, es calculada para el corte y una segunda curva de SEV es estimado. La interpretación continua hasta que un ajuste (dentro de una tolerancia preestablecida) es obtenido entre la observada y calculada curva de SEV.

Para más detalles del método, se remite al interesado a las obras que aparecen en la bibliografía.

III.6.9 INTERPRETACION GEOLOGICA

La prospección geofísica en general, y por ende la prospección eléctrica, depende en gran medida de la relación que puedan guardar los campos anómalos con las estructuras geológicas en cuestión.

Así pues, una vez interpretada la distribución de la resistividad en el subsuelo, desde un punto de vista neto

mente geofísico, es imperativa explicar esta distribución en términos geológicos sostenibles, que nos permitan inferir la geología del subsuelo.

Es obvio, por todo lo anteriormente dicho, que el intérprete de datos geofísicos, no sólo debe tener, conocimientos del fenómeno físico y de las leyes matemáticas que lo rigen, sino que es importante que éste tenga amplios conocimientos geológicos, para poder así, correlacionar satisfactoriamente los parámetros físicos con los testimonios geológicos.

Como sinopsis, se puede decir que la interpretación de los sondeos eléctricos verticales, y en general la de todos los métodos geofísicos, no debe realizarse de una manera impersonal; como lo sería la aplicación mecanizada de ciertas técnicas interpretativas, o lo utilización de procedimientos automáticos. Sino que, debe desarrollarse de una forma complementaria, para que sea factible, de este modo, la transferencia de un corte geoelectrico a uno geológico, y realizar así una interpretación final que más se aproxime a la realidad geológica del subsuelo.

CAPITULO IV

PLANEACION DEL TRABAJO DE CAMPO

En el Capítulo II, se discutió la aplicabilidad de varios métodos a la localización de cavidades en zonas urbanas. Se observó que todos éstos, el que reunía más cualidades tanto de carácter económico como técnico, lo es el método eléctrico de resistividad, en su variante de sondeo eléctrico vertical (SEV).

Toda campaña geofísica, se compone de un grupo de etapas que son dependientes entre sí, de la calidad de los resultados obtenidos en cada una de ellas dependerá la calidad de los resultados finales. Dentro de este conjunto de fases de una exploración destaca, por el lugar que ocupa en la secuencia como por su efecto sobre las demás, la denominada planteamiento del problema. Para el caso que nos ocupa, la búsqueda está dirigida a la localización de cavidades en el subsuelo de una zona urbano, es decir se espera encontrar un cuerpo de sección burdamente circular que se continua horizontalmente en una dirección, de resistividad infinita o significativamente alto (en caso de estar rellena), colocado en un medio de resistividad baja.

El estudio se iniciará con una etapa de reconocimiento superficial de la zona. Se explorarán con especial interés las barrancas, cañadas o cortes cercanos, con el objeto de investigar la existencia de entradas a antiguas minas, así como rellenos y alteraciones del terreno natural que pudiera ocultarlas. Para esto se recomienda echar mano de toda información documental existente, tal como fotos aéreas, planos o croquis de la ubicación de minas en el área. Los probables resultados de esta fase de investigación serán:

- A) Seguridad de que no existen minas.
- B) Seguridad de que existan minas.
- C) Duda de que existan minas.

En caso de verificarse (C) el uso de la geofísica es necesario. Si se presente (B) y no son o no pueden hacer

se accesibles para su exploración y determinación, también la geofísica será indispensable.

Establecida la necesidad de emplear geofísica, se procederá a recabar la información.

La técnica de operación cuando utilizamos el método eléctrico de resistividad en su modalidad de SEV, es la siguiente: La toma de datos deberá realizarse sobre las vías públicas, ya que la presencia de construcciones, impide el uso de procedimiento de rejillas que sería el más deseable.

La prospección se iniciará a lo largo de líneas paralelas a las barrancas, cañadas o cortes, en los que se conoce o sospecha que hubo minas. Estas líneas quedarán remotas a una distancia suficiente del borde, a fin de evitar su influencia.

La profundidad máxima de investigación teórica será tal, que permita obtener los resultados a la profundidad efectiva deseada.

La distancia entre centros de sondeos, no será menor que tres metros ni mayor que cinco.

Si en la etapa de interpretación se detectan anomalías atribuibles a oquedades, se procederá a emplear los métodos semidirectos, tales como sondeos mecánicos, conducentes a comprobar la presencia de la cavidad. Su uso se restringirá a los puntos singulares.

Si la existencia de galerías o cavidades rellenas se confirma, se continuará la investigación con la exploración directa de las túneles seguida de un levantamiento topográfico de la mina, con control vertical y horizontal, referida a puntos de apoyo en el levantamiento superficial del área. En caso de no ser factible el levantamiento total de la mina o de la parte que interesa, se recurrirá nuevamente a los métodos semidirectos.

CAPITULO V

EJEMPLO PRACTICO

V.1 INTRODUCCION

En el área sur-oeste de la Ciudad de México existió años atrás una zona de explotación subterránea. Después de ser suspendida la explotación, el lugar fue habitado por grupos humanos. En la zona de que hablamos están hoy establecidos alrededor de 100 colonias que se reparten entre las delegaciones Alvaro Obregón y Cuajimalpa, principalmente.

La Comisión de Zonas Minadas durante su período de existencia se dedicó a estudiar estas colonias para localizar los antiguos minos y establecer el peligro que representan para los habitantes. Con base en los resultados de sus reconocimientos y exploraciones, la Comisión clasificó los colonios de acuerdo con algunos criterios: peligro para los habitantes, como para las estructuras ahí construidas, tanto por ciento del área afectada por los minos, etc. De entre las colonias que encabezan la lista de esta clasificación está la colonia Barrio Norte, que es una de las que mayores riesgos presentan para los que ahí se encuentran viviendo.

La Facultad de Ingeniería se propuso estudiar con métodos indirectos la colonia Barrio Norte. Siendo el método a emplear inicialmente el Eléctrico de Resistividad en Corriente Continua. A continuación se expondrán algunos detalles de la exploración efectuada, se discutirán también los resultados de la interpretación de los datos.

V.2 DESCRIPCION DE LA CAMPAÑA

La colonia Barrio Norte (de la delegación Alvaro Obregón) se halla ocupando una loma en el sur-oeste de la Ciudad de México. La loma está limitada al norte por una cañada, lo mismo que al sur, al oriente tiene una ladera de pendiente suave. En la colonia las etapas de reconocimiento habían llevado a la conclusión de la existencia de cavidades ocultas, para dar solución al problema de la localización de éstas se planteó como fase inicial el levantamiento de cuatro perfiles de SEV: uno para

lela a la cañada norte, un segundo paralelo a la cañada sur, otra que dividiría a la lama a lo largo de su eje mayor (con la misma orientación general que las dos anteriores), y un último normal a estas tres que pasaría por la pendiente oriente. Aquí sólo nos ocuparemos del levantamiento del perfil de la cañada norte, este perfil se hizo a la larga de la calle Ladera. El perfil constó de 111 sondeos empleando el arreglo schlumberger, hubo entre centros de sondeo una distancia de 4 m. El valor inicial de AB fué de 4m, incrementando en 8 m cada vez; la longitud máxima del segmento AB fué de 100 m.

Las cavidades normalmente no constan de un sólo túnel, generalmente se componen de una red que en ocasiones se extiende subterráneamente en una área de 200 x 100 metros. La distancia entre centros de sondeo usada, se eligió con el objeto de evitar la posible no detección de túneles. Los tipos de cavidades a veces encontrados en otras áreas de esta misma zona se ilustran en la Fig. (V.1) y Fig. (V.2).

Gran parte de las cavidades halladas en el área se han localizado dentro de la formación Tarango, esta formación se compone de materiales granulares; los materiales tienen su origen en abanicos aluviales y depósitos pracedentes de nubes ardientes, derivados de la actividad volcánica de la Serranía de las Cruces. Sobreyaciendo a éstos se encuentran los suelos Becerra y Tacubaya que son gravas y arenas de la serie fluvial y aluvial, descansando sobre ellos están los suelos Totolsingo. Con la esperanza de localizar y seguir algún horizonte de los sedimentos anteriores se realizó un reconocimiento en la cañada norte. La existencia de viviendas en ella impidió grandemente tal tarea. El reconocimiento no fué del todo inútil ya que se descubrió un lugar en que la probable presencia de una oquedad era alta.

La calle Ladera es una calle no pavimentada, su posición aproximada tanto en planta como en corte se muestra en las Figs. (V.3) y (V.4). En la Fig. (V.3) no se han dibujado curvas para valores en particular, de hecho sólo se trazaron para dar una idea general de la topografía del terreno. Ahí mismo se tiene representado la línea del perfil de SEV. Se ve en las figuras que las condiciones ideales para la realización de SEV's no estaban presentes del todo, se suma a esto otras peculiaridades como la existencia de charcos y caños de agua en algunos tramos de la calle, además de lluvias durante la parte última de ex-

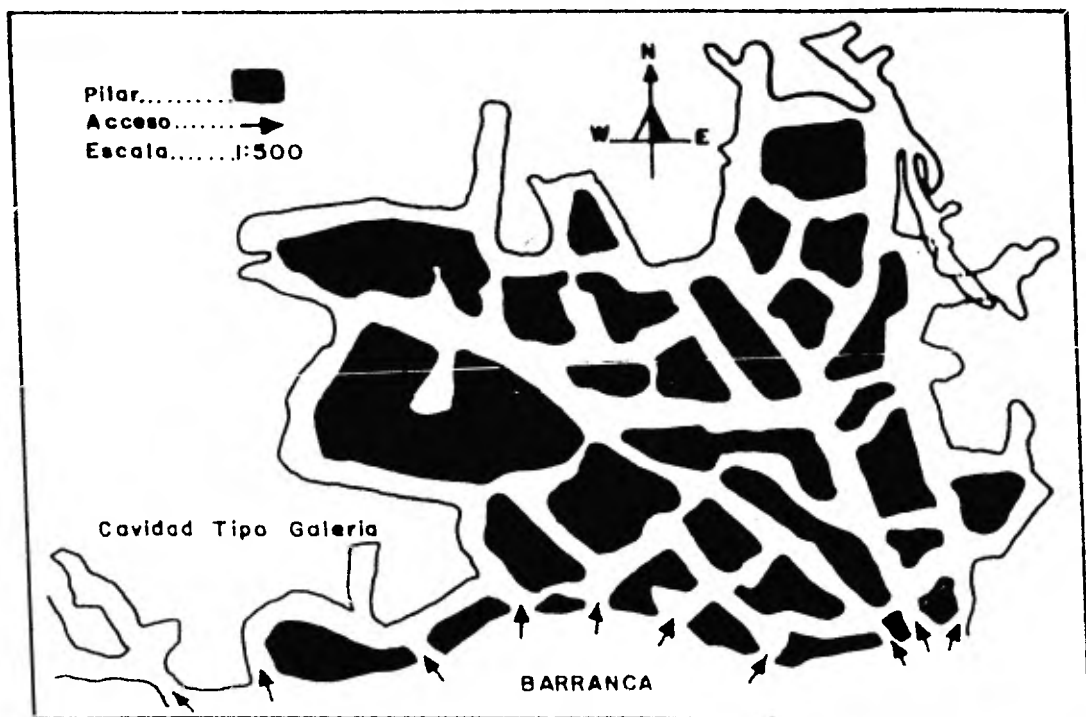


FIGURA N.(V.1)

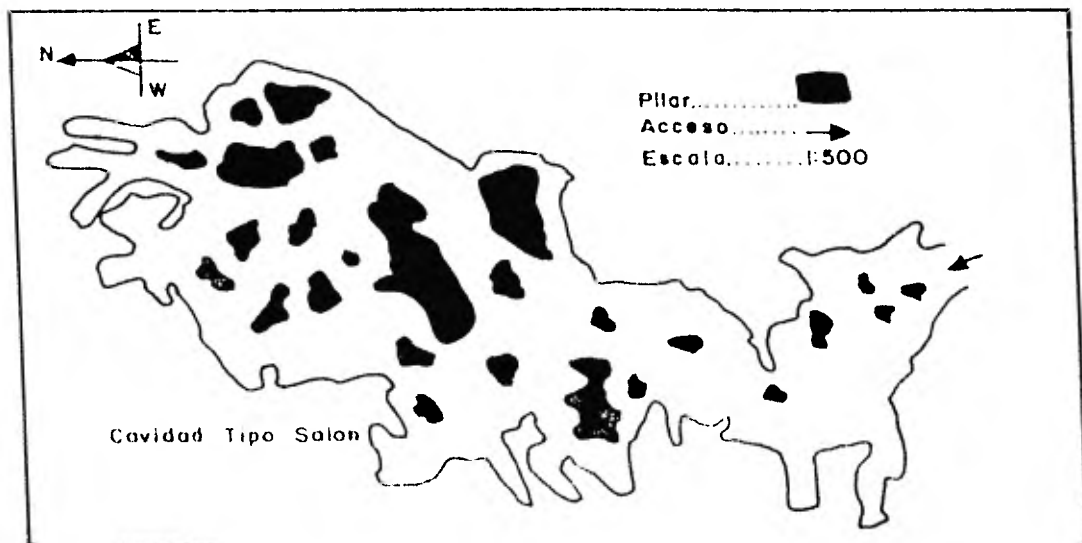
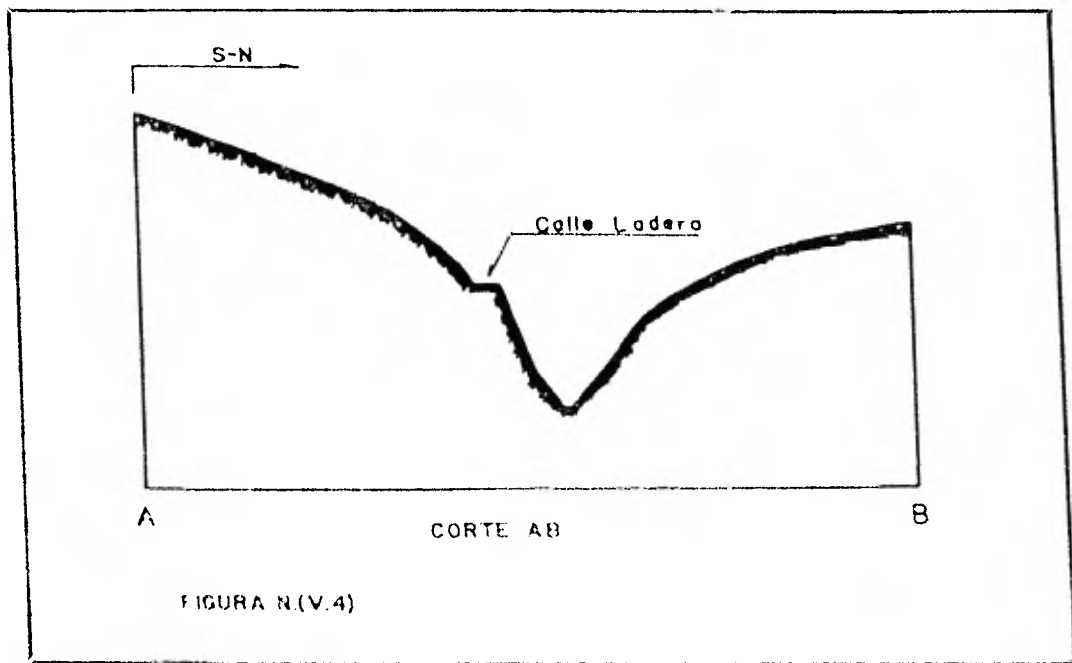
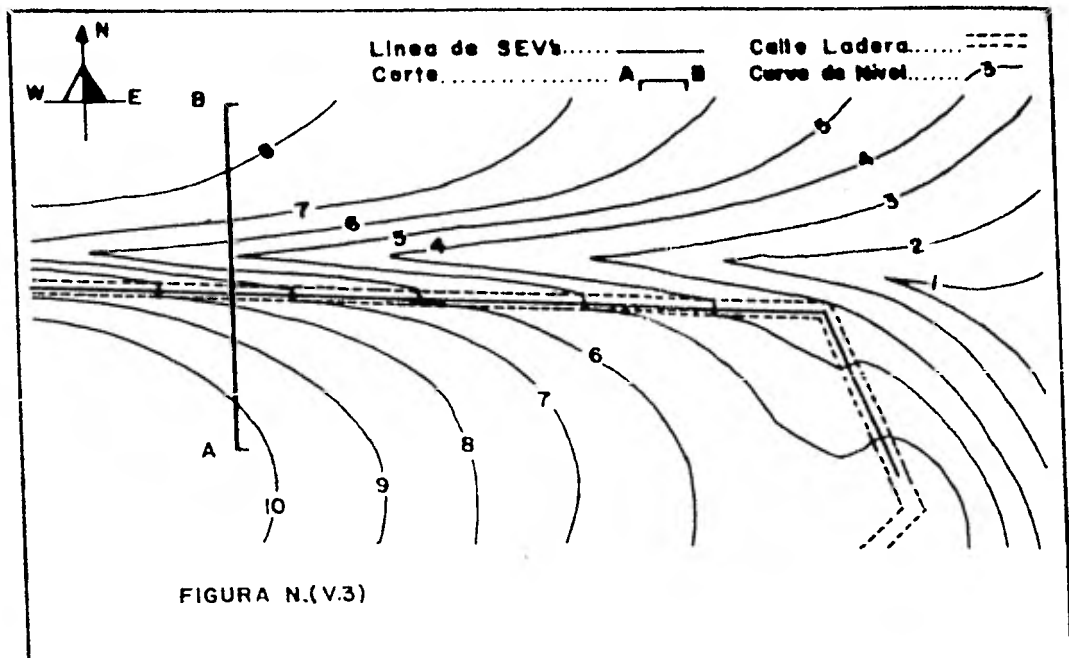


FIGURA N.(V.2)



ploración. A pesar de todas estas condiciones adversas al método, en los datos se presentaron valores de interés, adjudicables a la presencia de cavidades.

V.3 TRATAMIENTO DE LA INFORMACION

Con el objeto de quitar en lo posible el efecto de algunas de las condiciones presentes en el lugar de exploración, se trataron los datos en la forma que a continua-
ción se expone:

- 1) Las curvas de SEV cuando presentaban valores - que se salían de la tendencia general de la curva, se manejaron de la manera que se explica en los puntos 2 y 3.
- 2) Las curvas aludidas en el punto 1 se suavizaron tratando de darles la forma de una curva de tres capas, este suavizamiento no se hizo en forma - aislada; se tomaron en cuenta un mínimo de 8 curvas (4 adelante y 4 atrás).
- 3) Aquellas curvas que se salían de la tendencia general de las curvas vecinas y que eran un caso único y aislado dentro del conjunto, se ajusta-
ban al comportamiento de las demás.
- 4) Las curvas se digitizaron para los mismos valores de $AB/2$ con que se hicieron las mediciones de campo.
- 5) Los valores de resistividad aparente obtenidos en el punto anterior se emplearon para la obtención de secciones de curvas de isoresistividad aparente.

V.4 INTERPRETACION

Las secciones resultantes se interpretaron teniendo muy presente lo siguiente:

- A) Los valores de resistividad obtenidos no son representativos de algún material en particular o están asociados a un punto en especial a cierta profundidad. En realidad se estaba midiendo la distribución de las resistividades del subsuelo.

Por lo tanto las cavidades no se ubicaron por la medición de las resistividades del aire en ellas contenido, sino por la identificación de valores alterados por su presencia.

- B) Se tomaron en cuenta algunas características del terreno, tales como naturaleza del suelo, compactación, humedad, urbanización, etc. Estas mismas características se tuvieron en consideración en el momento del suavizamiento de las curvas.
- C) Las propiedades enunciadas en el inciso anterior, a pesar del suavizamiento, se esperaba que los valores de resistividad aparente siguieron conteniendo alteraciones con causa en ellas. Por lo que en caso de presentarse valores que no concordaban con el resto de resistividades (como un valor muy grande dentro de varios del mismo orden), se interpretaba con causa en una variable extraña y no se le daba mucha importancia en la configuración.

V.5 SECCIONES

Todas las secciones que serán presentadas tienen escala horizontal igual a 1:200 y escala vertical 1:400. Las curvas fueron trazadas para valores múltiples de 10 con línea continua, y de cinco con discontinua.

En la Fig. (V.5) se reproduce la configuración del sondeo 51 al 58, en donde se manifiesta el posible efecto de una cavidad. Debe observarse el incremento gradual, en forma concéntrica, de la resistividad aparente abajo de los S.54 y S.55.

La Fig. (V.6) corresponde a los sondeos 60 al 67. En esta sección el efecto de la presencia de la oquedad es más manifiesto. Nótese el incremento de valores de resistividad alrededor de un punto; la posición de la cavidad se fija bajo el S.64.

En la Fig. (V.7) se encuentra la configuración para los sondeos 68 al 74. Ahí se observan evidencias de la presencia de otra cavidad; en esta sección se nota la existencia de un mayor rango de resistividades que va de 10 a 45 ohm-metro, sensiblemente mayor que en el caso -

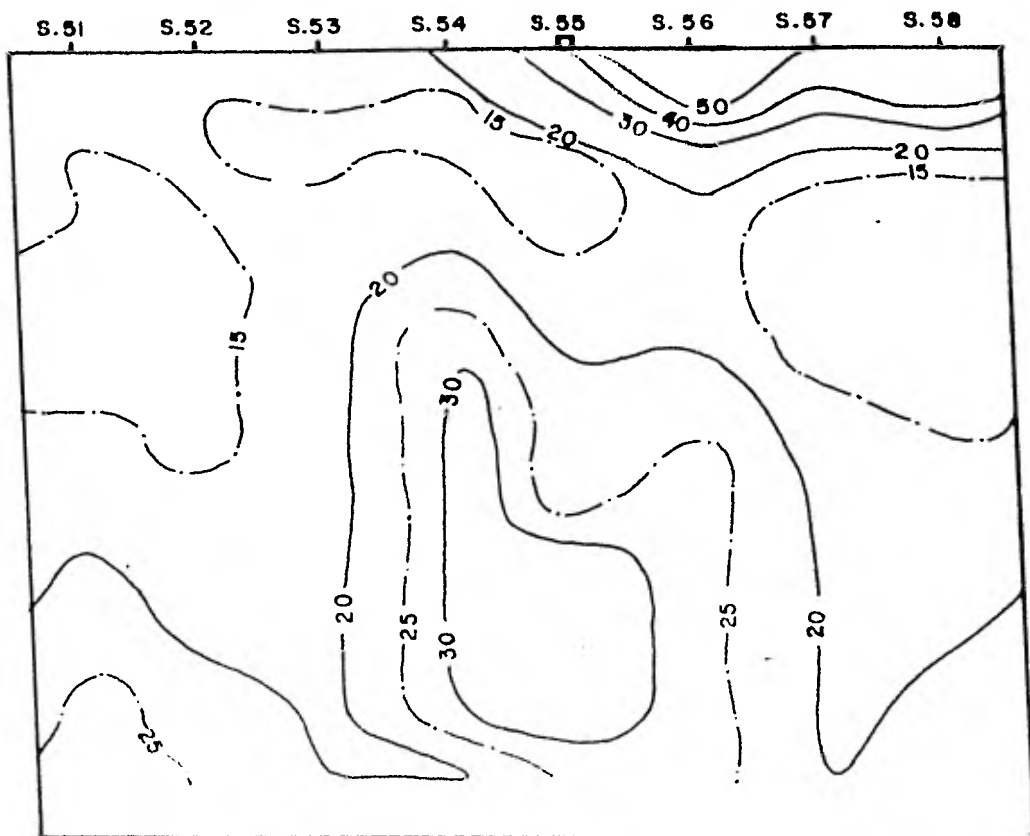


FIGURA N.(V.5) Seccion I

S. 60 S. 61 S. 62 S. 63 S. 64 S. 65 S. 66 S. 67

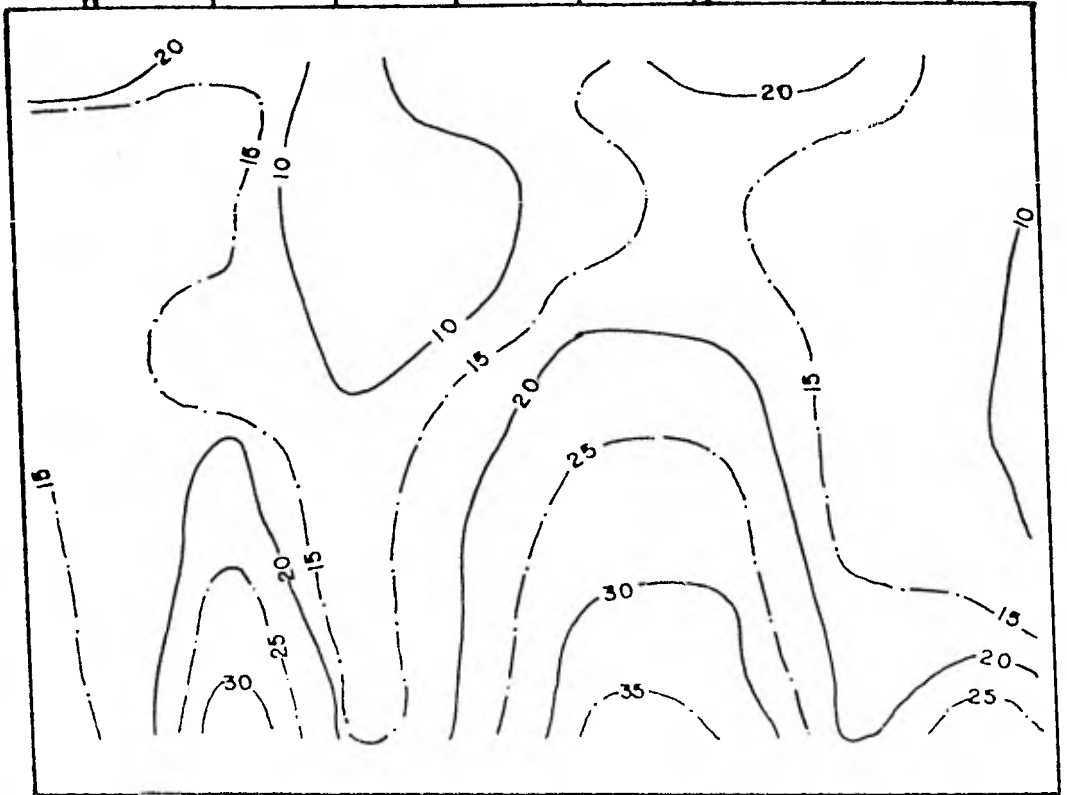


FIGURA N.(V 6) Seccion 2

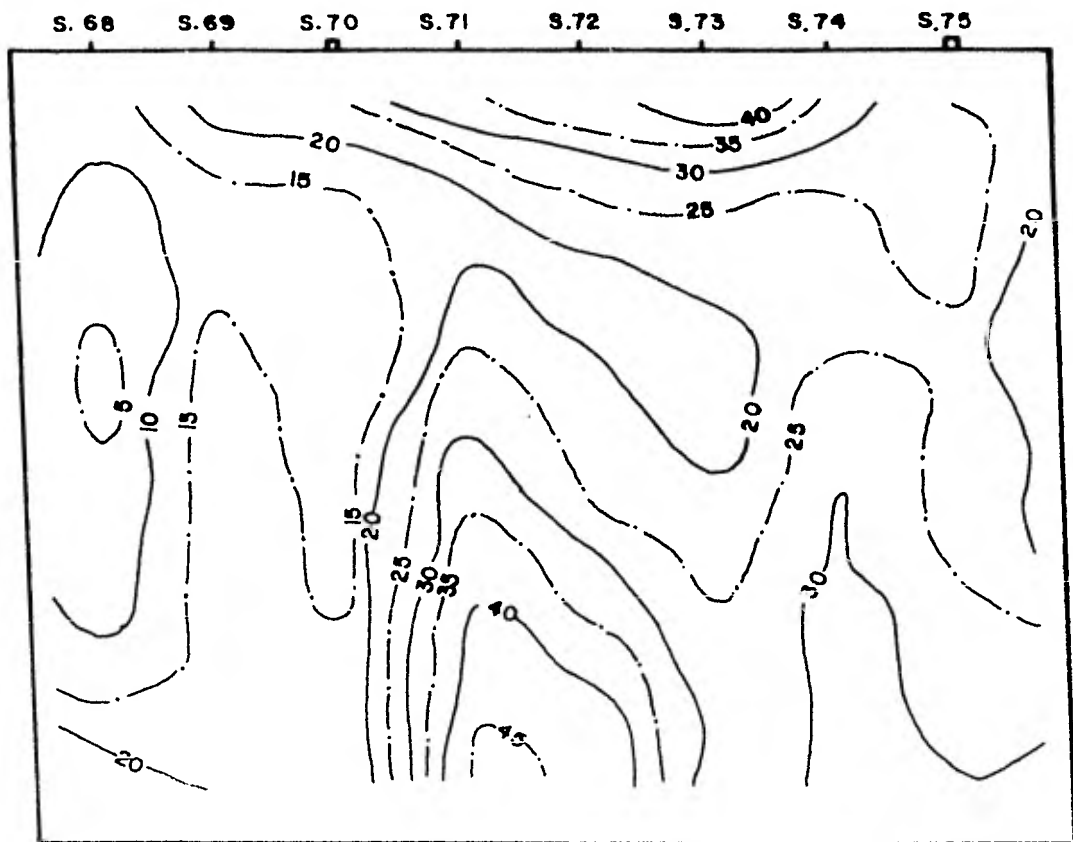


FIGURA N.(V.7) Seccion 3

anterior. La ubicación que se propone para esta cavidad es bajo el S.71, en verdad se puede decir poco acerca de la profundidad a que se halla.

Fig. (V.8) (sección 4), en esta sección están contenidos los sondeos numerados del 77 al 86. En ella aparece un agrupamiento de curvas atribuibles a la presencia de dos oquedades. El más convincente de estos dos es el localizado bajo el sondeo 80. El otro, que se halla bajo el S.84, parece no ser tan concluyente; a pesar de esto no se debe descartar totalmente la no presencia de una oquedad en ese lugar.

En la Fig. (V.9) (sección 5) se hallan los valores de resistividad obtenidos para los sondeos 87 al 96. Bajo el 89 se encuentra una anomalía, la poca área que cubre hace pensar en el diámetro del túnel que la produce. Además se observa que desde el S.91 se empieza a mostrar un aumento gradual de valores que llegan a su máximo en el S.94, el valor más alto presente ahí es de 230 ohm-metro, resistividad muy grande en relación con todas las demás obtenidas. La existencia de una oquedad en ese lugar es manifiesta.

La Fig. (V.10) corresponde a la sección 6, en ello se halla la configuración de los sondeos del 97 al 105. Se debe aclarar que este tramo del perfil es aquel que, como se dijo anteriormente, tiene una orientación NE-SW (N-S aproximadamente). Las anomalías presentes ahí se espera que deban contener alteraciones con origen en la misma causa que la anomalía observada en los sondeos del 92 al 94. Por tanto podemos pensar que las anomalías presentes en la sección 6 están asociadas a túneles laterales de acceso al gran túnel identificado en la sección anterior.

V.6 DISCUSION Y CONCLUSIONES

En los apartados anteriores se ha presentado la interpretación de la información de la exploración realizada en la colonia Barrio Norte, como ya se habrá podido observar no hemos realizado una interpretación cuantitativa de los datos, nos hemos conformado con una interpretación cualitativa. El no ir más allá de esta simple forma de concluir de los datos se ha considerado suficiente porque el aumentar procesos al tratamiento de la información, pensamos que no podría dar una imagen (aproximación) lo suficientemente cercana al subsuelo que justificase su aplicación. La aproximación más deseada sería aquella que dé la profundidad

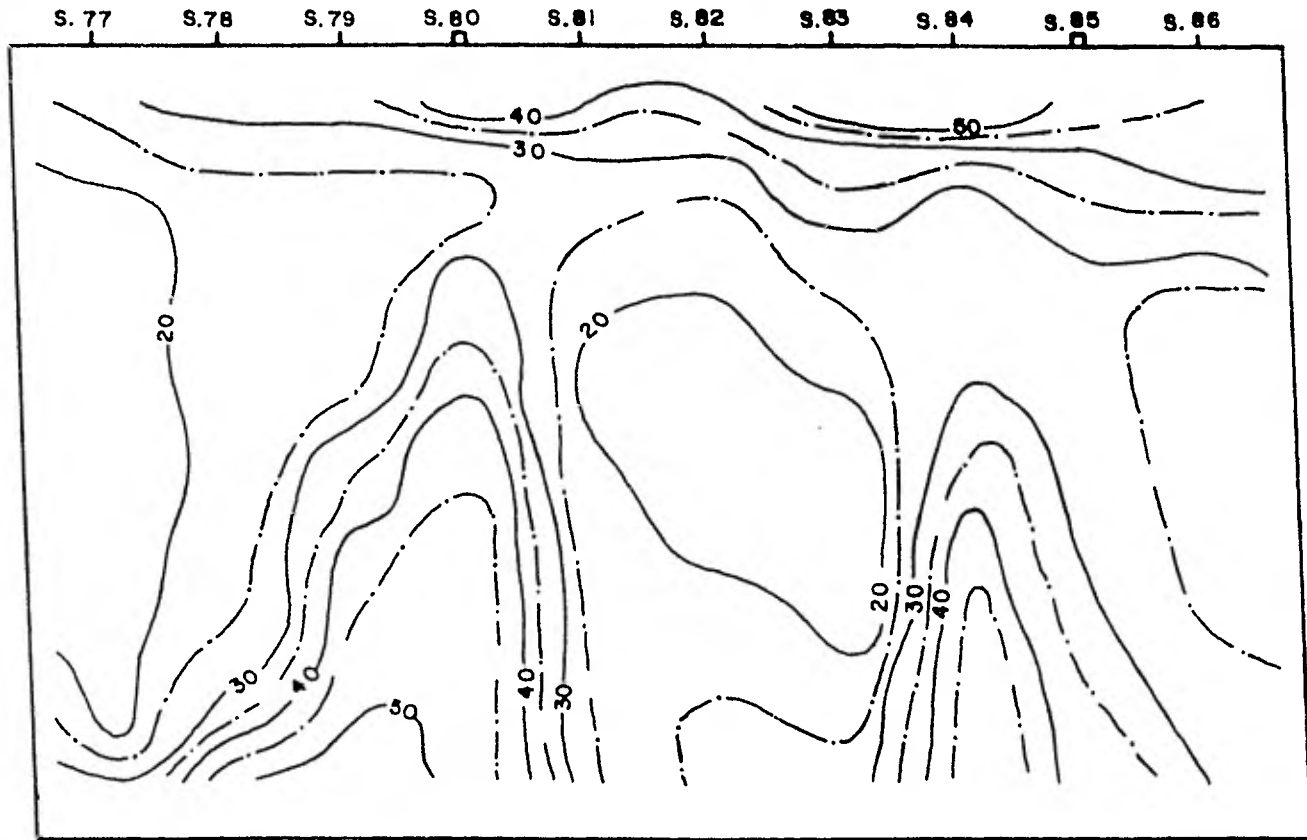


FIGURA N.(V.8) Sección 4

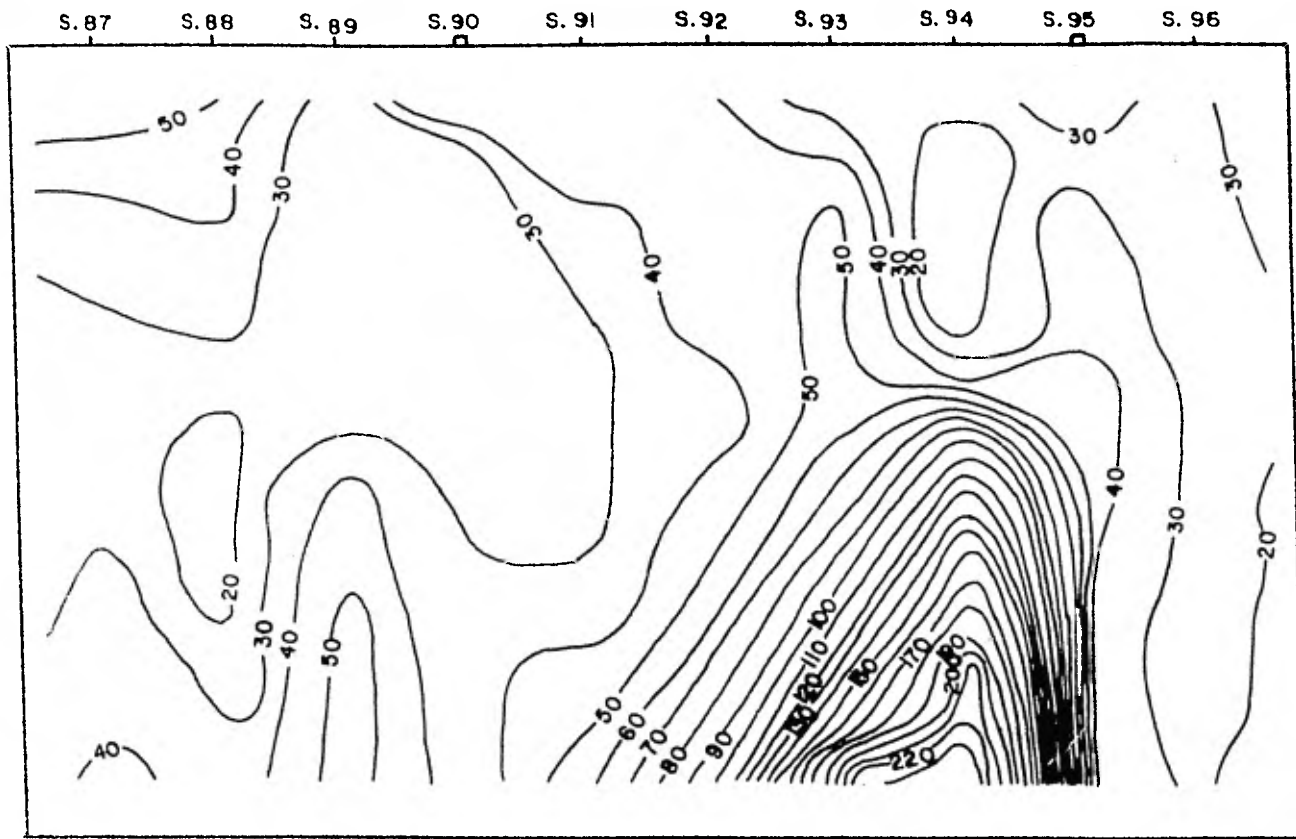


FIGURA N.(V.9) Seccion 5

S. 97 S. 98 S. 99 S. 100 S. 101 S. 102 S. 103 S. 104 S. 105

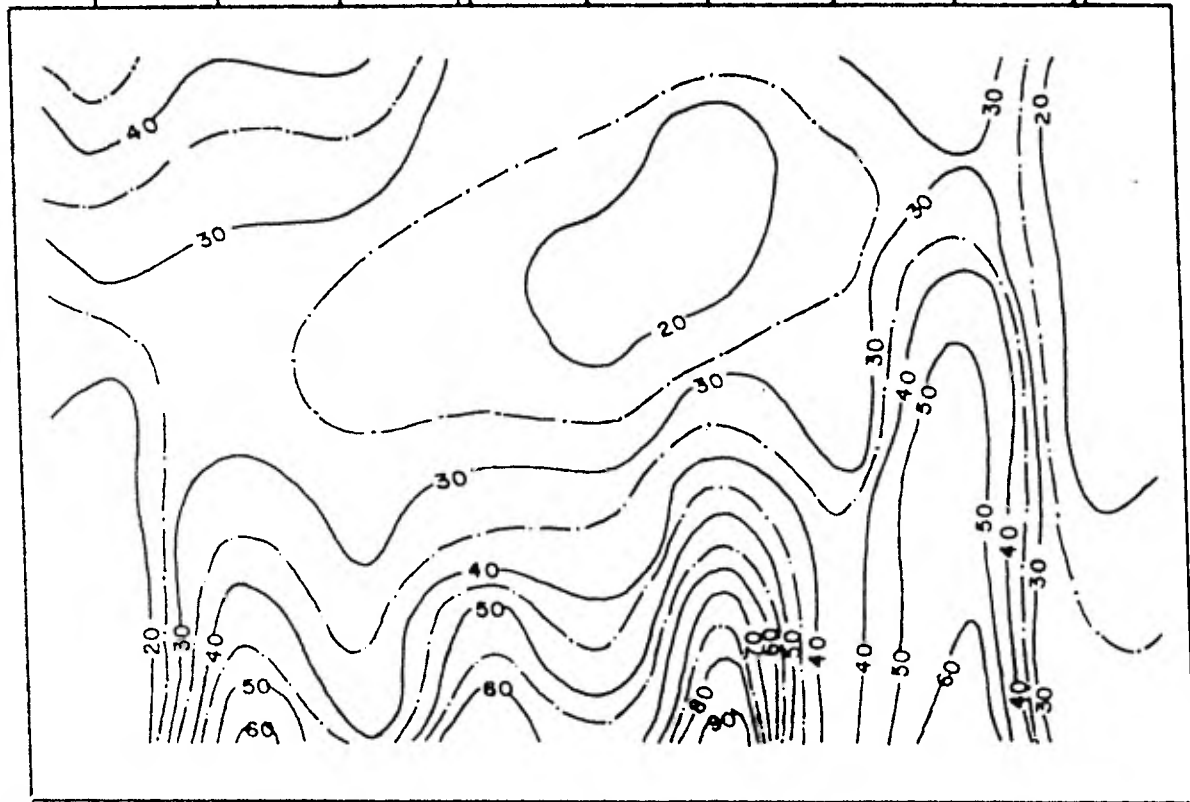


FIGURA N.(V.10) Sección 6

y diámetro de la cavidad con un margen aceptable de error. Obtener una solución como ésa es difícil, más si se trabajó en las condiciones tan adversas como en que se exploró. En la topografía del lugar, las condiciones del terreno, etc. Puede hallarse el porque no se emplearon las técnicas de interpretación cuantitativo, además de que ellas no pueden dar una solución como la deseada.

De ahí que se haya adoptado como criterio básico para la interpretación el enunciado siguiente: Una cavidad no se ubica por la medición de la resistividad del aire en ella contenido sino por la identificación de volúmenes alterados por su presencia; debido a que las resistividades medidas corresponden a volúmenes de terreno.

A pesar de los comentarios anteriores confiamos en que los resultados obtenidos y las anomalías identificadas corresponden a oquedades. Hasta el momento en que este trabajo fué escrito, aún no se realizaba la comprobación de la existencia de las cavidades, en los puntos señalados, con sondeos mecánicos. Confiamos en lo acertado de estas identificaciones por conocer los resultados de otros estudios similares y lo favorablemente buena que terminó siendo la comprobación.

Contemplando los datos obtenidos y comparándolos con los obtenidos con Gravimetría, cuando ésta se aplicó a la solución de este mismo problema, resulta marcadamente superior la manifestación de la anomalía en la información proporcionada con Eléctrica. Por lo tanto, por las ventajas de operación, ventajas de carácter económico, grado de resolución, etc. La aplicación del Método Resistivo en Corriente Continua se contempla como la mejor opción para la solución del problema aquí tratado.

BIBLIOGRAFIA

- Arfken, George Mathematical Methods for Physicists,
Academic Press, United States of Ame-
rica.
- Bhattacharya, P. K.
and Patra, H.P. Direct Current Geoelectric Sounding,
Elsevier, 1968.
- Comisión de Zonas
Minadas Informe, 1976.
- Dobrin, M. B. Introduction to Geophysical Prospec-
ting, McGraw Hill, New York, 1976.
- Heiland, C. A. Geophysical Exploration,
Prentice Hall, New York, 1946.
- Juárez Badillo
y Rico Rodríguez Fundamentos de la Mecánica de Suelas,
Tomo 1, Limusa, México, 1977.
- Keller, G. V.
Frischkecht Electrical Methods in Geophysical
Prospecting, Pergamon-Press, 1966.
- Lorrain, P.
and Corson, D. R. Electromagnetic Fields and Waves,
W. H. Freeman and Company, San Fran-
cisco, 1970.
- Mossman, R. W. and
Heim, George E. Seismic Exploration Applied to Under-
ground Excavation Problems:
Seismograph Service Corporation, Tul-
sa Oklahoma.
- Martín del Campo M.,
J. J. y Cortéz R.,
C. F. Aplicación de la Gravimetría a la De-
tección de Cavidades en Zonas Mina-
das: Tesis Profesional, Facultad de In-
geniería U.N.A.M., 1979.

- Orellana, E. Properties and Drawing of the So-Called Dar Zarrouk Curves: Geophysics 1963, V. 28, N° 1, p. 99-110.
- Orellana, E. Prospección Geoeléctrica en Corriente Continua: Paraninfo, Madrid, 1972.
- Orellana, E. and Maoney, H. M. Master Tables and Curves for Vertical Electrical Sounding Over Layered Structures: Interciencia, Madrid, 1966.
- Parasnis, D. S. Principios de Geofísica Aplicada: Paraninfo, Madrid, 1970.
- Sociedad Mexicana de Mecánica de Suelos. Simposio sobre Cimentaciones en Zonas Minadas de la Ciudad de México, 1976.
- Telford, W. M. Applied Geophysics: Cambridge University Press, United States of America, 1978.
- Geldart, L. P.
- Sheriff, R. E.
- Keys, D. A.
- Zohdy, A. A. R. The Auxiliary Point Method of Electrical Sounding Interpretation and Its Relationship to The Dar Zarrouk Parameters: Geophysics 1965, V. 30, N° 4, p. 644-660.
- Zohdy, A. A. R. Automatic Interpretation of Resistivity Sounding Curve Using Modified Dar Zarrouk Functions (Abstract): Geophysics 1974, V. 38, N° 1, p. 196-197.
- Zohdy, A. A. R. Use of Dar Zarrouk Curves in The Interpretation of Vertical Electrical Sounding Data: Geological Survey Bulletin, 1313-D, 1974.

Zohdy, A. A. R.

Automatic Interpretation of Schlumberger Sounding Curves, using Modified Dar Zarrouk Functions:
Geological Survey Bulletin, 1313-3,
1975.