

5  
2 eg



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

---

FACULTAD DE INGENIERIA

**Triangulación de un Cuadrilatero en la Ciudad de  
Tuxtla Gutiérrez, para obtener un  
Control Topográfico.**

**T E S I S**

**Que para obtener el Título de:**

**INGENIERO TOPOGRAFO Y GEODESTA**

**P r e s e n t a:**

**MARTIN VILLARREAL VICTORIO**



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N T R O D U C C I O N

El Estado de Chiapas se situa en la porción meridional de la República Mexicana, entre los 14°14' y 17°45' de Latitud Norte y entre los 92°10' y 93°50' de Longitud al W del Meridiano de Greenwich. Por su extensión territorial (73,887km<sup>2</sup>), ocupa el octavo lugar del país, lo que representa el 3.8% del territorio Nacional. Tiene como límites a Tabasco hacia el N, a Guatemala por el E, al Oceano Pacífico por el S y a los Estados de Veracruz y Oaxaca hacia el W.

El clima de Chiapas es tropical y templado lluvioso, con precipitación en Verano; la vertiente meridional de la Sierra Madre recibe vientos monzónicos de mayo a noviembre y prevalece la sequía el resto del año. El N del Valle Central es seco

y el S es húmedo; en el área septentrional de Chiapas la precipitación pluvial anual es de 5,000 mm. La media anual es de 1810mm. La temperatura oscila entre los 0° y los 40°C.

Tuxtla Gutiérrez se encuentra situada en la parte NW de la depresión central de Chiapas, en el Valle de Tuxtla, al W de la margen izquierda del Rio Grande de Chiapas, aprox. a una latitud N de 16°45' y Longitud W 93°06'. El municipio está conformado de la siguiente forma: 46% de valles o planicies, 12% de lomeríos, 19% de terrenos montañosos y 23% de terrenos accidentados. Los suelos predominantes en el municipio son el arcilloso de poco espesor y el arenoso, generalmente contienen hidrosilicatos. La altitud promedio del municipio es de 550 mts. sobre el nivel del mar.

El municipio es regado por las aguas de los ríos Sabinal y San Roque.

El clima de enero a abril en Chiapas es semi-frío seco; de mayo a septiembre cálido lluvioso y de octubre a diciembre templado seco. Las temperaturas medias en el municipio son: primavera: 25.5°C; Verano: 24.2°C; Otoño 22°C e Invierno: 20°C. La temperatura media anual es de 24.07°C. La estación "de secas", es de noviembre a mayo, siendo los meses de junio y septiembre los de mayos precipitación pluvial. La media anual es de 948.2 mm. Una parte considerable del año sopla por las tardes un viento moderado en dirección W - E.

El tema principal de este trabajo consiste en una triangulación topográfica desarrollada durante mi estancia en la Escuela de Topografía del Instituto de Ciencias y Artes de Chiapas.

El tema elegido, a la vez que fue una necesidad para las -- Prácticas de Topografía y Geodesia en la Escuela, serviría de control para realizar trabajos de ingeniería que se apoyarían en los vértices establecidos por la triangulación.

Antes de elaborar este trabajo el único dato registrado en el Anuario del Observatorio Astronómico Nacional es un vértice establecido en el Aeropuerto (actualmente de la Defensa Nacional) de la Ciudad de Tuxtla Gutiérrez. En la actualidad este vértice es insuficiente para la Ciudad, ya que ésta se ha expandido considerablemente. Por lo tanto el objetivo de la triangulación topográfica fue la de establecer los vértices en diferentes puntos de la Ciudad para posteriormente ligarlos a un vértice conocido. Esto último ya no nos fue posible terminarlo, pero se pretende concluirlo próximamente.

La triangulación es un procedimiento planimétrico que consiste en cubrir la zona que se va a levantar con redes o cadenas de triángulos, en los cuales se hace la medición directamente de uno de sus lados, llamado "base", así como la de los ángulos de los triángulos, lo cual permite poder resolver éstos y fijar la posición de los vértices. Con los vértices que contiene la base se conoce un lado y los ángulos adyacentes, con lo cual se calculan los otros dos lados. Como los triángulos están unidos entre sí, por una parte resulta que, una vez calculado sirve de base para proseguir el cálculo en el triángulo inmediato y así sucesivamente.

Este procedimiento difiere del de poligonales en que no se van midiendo todos los lados y se hace el levantamiento por medio de triángulos ligados entre sí.

En trabajos de triangulación que requieren mayor precisión se emplean figuras más rígidas como son: cuadriláteros con diagonales y polígonos con punto central, ya que éstos quedan sujetos a más condiciones respecto a los ángulos de las figuras. Puesto que dentro de estos ángulos se forman otras figuras adyacentes y además en todas y cada una de estas figuras se debe cumplir la condición de que los ángulos deben sumar  $180^\circ (n-2)$ , siendo  $n$  igual al número de lados.

Por lo regular la triangulación se emplea en levantamientos

de grandes extensiones de terreno, en los cuales se van fijando puntos con cierta precisión, los cuales sirven de apoyo a las poligonales que después se levantan con objeto de completar la topografía de la región.

En extensiones muy grandes, los errores inherentes a los levantamientos, por medio de poligonales se van propagando con la distancia, por lo cual las posiciones de los puntos alejados del de partida quedan marcados con una incertidumbre bastante grande, pero sí se apoyan cada cierta distancia en puntos fijos de un modo mucho más preciso, se pueden localizar los errores. Sin embargo, es posible levantar poligonales con una precisión comparable a la de las mejores triangulaciones pero con menos economía que éstas, ya que por un lado nos lleva más tiempo realizarlas y por otro el esfuerzo es mayor.

En las triangulaciones se debe procurar que la formación de triángulos se acerque lo más posible a un triángulo equilátero, esto es, debido a que en los cálculos se emplea la función del seno de los ángulos y por lo tanto no conviene que los valores angulares sean menores de  $30^\circ$  o mayores de  $120^\circ$ .

En los trabajos de precisión se debe considerar la rigidez de las figuras para compararlas entre sí y seleccionar las que más se ajusten al propósito que se persigue.

Las triangulaciones se dividen en tres clases: de Primer, Segundo y de Tercer Orden.

De acuerdo con la tabla de la página siguiente, referente a las normas para clasificar las triangulaciones, podemos considerar el trabajo empleado en nuestra triangulación como topográfica por estar dentro del rango de tercer orden.

NORMAS PARA CLASIFICAR LAS TRIANGULACIONES						
	PRIMER ORDEN			SEGUNDO ORDEN		TERCER ORDEN
	1a. CLASE	2a. CLASE	3a. CLASE	1a. CLASE	2a. CLASE	
	ESPECIAL	OPTIMA	NORMAL			
USOS PRINCIPALES	Estudios Científicos	Red Básica	Todas las demas	Redes suplementarias Arcos transversales en redes nacionales	Areas costeras Levantamientos hidrográficos -- continentales Trabajos de Ingeniería	Mapas Topográficos
RESISTENCIA DE FIGURAS EN UNA SOLA FIGURA						
LIMITE DESEABLE:	R <sub>1</sub>	5	10	15	25	25
	R <sub>2</sub>	10	30	50	80	100
LIMITE MAXIMO:	R <sub>1</sub>	10	25	25	40	50
	R <sub>2</sub>	15	60	80	120	170
MEDIDA DE BASES:						
El error real no excede de:	1:300,000	1:300,000	1:300,000	1:300,000	1:150,000	1:75,000
El error probable no debe exceder de:	1:100,000	1:100,000	1:100,000	1:100,000	1:50,000	1:25,000
CIERRE DE TRIANGULOS:						
El promedio no debe exceder de:	1"	1"	1"	1'5"	3"	5"
De máximo no debe exceder de:	3"	3"	3"	5"	5"	10"

## CAPITULO I

### RECONOCIMIENTO

El reconocimiento es la primera y una de las etapas más importantes de la triangulación, porque controla la ubicación y distribución de estaciones y la forma de las figuras y por consiguiente la conformación de la red en sí misma. Esta operación exige gran y plena comprensión de los principios y propósitos del trabajo que se realiza. El reconocimiento debe ser ejecutado con el fin de satisfacer las estaciones de control horizontal, que se requieran para los trabajos cartográficos, levantamientos y obras de ingeniería.

De las figuras adoptadas depende la facilidad y rapidez en

las observaciones posteriores, así como en la precisión de los resultados. Las visuales de los puntos "posibles" que después resultan irrealizables tienen más graves consecuencias, sobre todo si éstos datos negativos vienen a descubrirse hasta el desarrollo de las observaciones, ya que esto puede obligar a repeticiones en las mismas o hasta del reconocimiento mismo, con -- pérdida de tiempo y de mayor inversión monetaria. Por lo anterior fue necesaria para el desarrollo de este trabajo la compilación de todos los datos del terreno. Esta operación fue el -- factor más importante para el éxito del trabajo a efectuar.

Particularmente nunca nos debemos confiar en la vaga certidumbre de que un punto es visible de otro. Hay que visualizar la señal o el vértice con el teodolito con absoluta nitidez. -- Unos días empleados para llegar a este buen resultado puede economizar algunas semanas de trabajo efectivo.

El reconocimiento de la triangulación tuvo principalmente los objetivos siguientes:

- 1.- Seleccionar los sitios para las estaciones principales y suplementarias.
- 2.- Probar la intervisibilidad entre las estaciones, estableciendo la altura de las señales.
- 3.- Determinar el carácter de las figuras y que las mismas estuvieran bien conformadas.

- 4.- Establecer la resistencia de las figuras.
- 5.- Procurar que los lados tengan la longitud conveniente.
- 6.- Cubrir de la mejor manera posible, la zona que se va a levantar.
- 7.- Determinar la frecuencia de las bases.
- 8.- Localizar los sitios para medir las bases.
- 9.- Procurar el mayor número de conexiones con las triangulaciones existentes.
- 10.- Recabar información sobre los caminos de acceso, tanto para las observaciones como para la utilización y la conservación.
- 11.- Recabar datos acerca de las condiciones climatológicas y cualquier otro dato que facilite el trabajo, como -- abastecimiento de agua, alimentación, pasturas, guías, etc.
- 12.- Entrevistarse con los propietarios para asegurar los permisos y en general para allanar el camino de las brigadas de observación.

El reconocimiento del terreno se desarrolló bajo los siguientes aspectos:

#### I.1 Operaciones de Campo.

En las operaciones de campo el desarrollo del reconocimiento fue efectuado en dos formas:

a).- Mediante planos y mapas.

Este desarrollo se llevó a cabo en gabinete. En este caso obtuvieron planos y mapas de la región por levantar y se procedió a elegir los vértices y ligarlos entre sí, mediante líneas rectas. Al mismo tiempo se midió la longitud media que deben tener los lados de la triangulación en proyecto. El siguiente paso consistió en estudiar los polígonos y figuras que van formando las redes de triangulación, para ésto se calcularon las resistencias de cada figura y se escogió preferentemente aquellas que estuvieron mejor conformadas y que tuvieran mejor resistencia.

Una vez terminado el anteproyecto, las brigadas se trasladaron al campo con la finalidad de localizar los vértices previamente elegidos en gabinete, de esta manera se efectuó el reconocimiento llevando consigo el equipo necesario e indispensable.

b).- Haciéndolo directamente en el campo.

En este aspecto se visitaron todos los lugares y se tomaron varias visuales a diferentes puntos, anotando en la libreta de campo los datos respectivos, como son: nombre de los cerros, ángulos, rumbos y distancias aproximadas. En el caso de que no existiera nombre en algunos de los cerros, éstos se --

"bautizaron", para que posteriormente fueran identificados con facilidad.

La manera de operación fue la siguiente:

Previamente se eligieron dos puntos o vértices, uno que sirvió para hacer estación y el otro que se tomó como punto de partida o de origen. Una vez centrado y nivelado el tránsito en el vértice que se escogió como estación, se visó el vértice de partida, teniendo los movimientos general y particular sujetos con el vernier del círculo horizontal en  $0^{\circ}00'$ , enseguida se liberó el movimiento particular y se visó el siguiente punto elegido; se apretó el movimiento particular y con el tangencial de ese mismo se afinó la visual, luego se leyeron los datos siguientes: círculo horizontal y rumbo magnético, anotando éstos en el registro de campo. Inmediatamente se soltó nuevamente el movimiento particular y se repitieron las mismas operaciones anteriores y así sucesivamente se visaron todos los puntos necesarios para el proyecto, hasta llegar al último vértice o completar la vuelta de horizonte en sentido positivo.

### I.2 Localización de Coordenadas para el Primer Vértice.

Para la determinación de las coordenadas ortogonales del vértice inicial se ligó la triangulación a un vértice o puntos existentes en coordenadas conocidas. La finalidad principal de este método estuvo basada en el criterio de la economía tanto

monetaria como de tiempo, por tal motivo no se perdió ninguna oportunidad de establecer la unión con levantamientos existentes, como: mediciones de control, estaciones astronómicas, mojoneras, límitrofes, vértices geodésicos, etc.

Para poder apreciar bien en la medida de los ángulos, así como de la distancia se utilizaron armazones ligeros de cuatro postes, cubriendo la porción superior con lona para aumentar su visibilidad. La baliza para hacer las lecturas se montó en la armazón con una bandera en su extremo superior. Con este dispositivo se hicieron lecturas hasta de 3kms. Los mástiles para señales se debieron sostener firmemente con retenidas de cable; debiendo estar suficientemente elevadas sobre el terreno y tener el tamaño suficiente para que se pudiera instalar el tránsito dentro de su armazón sobre la señal que marcó la estación.

Para el proyecto de triangulación se requirió del personal siguiente:

- Un ingeniero.
- Un hombre-guía.
- Un auxiliar.
- Número variable de peones.

**Equipo:**

- Tránsito con aproximación de 1'
- Brújula de reflexión
- Altimetro
- Libreta de campo
- Anteojos binoculares.
- Un reloj con manecilla marcadora de segundos.
- Martillo, cinceles, hacha, machetes, etc.

## C A P I T U L O   I I

### P R O Y E C T O

#### II.1 Anteproyecto.

El anteproyecto se efectuó en el gabinete usando para ello el mejor mapa de la región y los catálogos de posiciones geográficas existentes.

En este aspecto se debieron considerar algunos factores determinantes, como son: topografía del terreno, personal y equipo, precisión del trabajo, presupuesto y tiempo para el desarrollo del mismo.

La localización, al igual que el proyecto y la construcción, son producto de la experiencia de individuos y brigadas especializadas, no es una ciencia exacta en la cual los problemas se resuelven mediante fórmulas dadas, tampoco se puede decir que para cada caso haya una sola solución, pues todos los detalles considerados desde distintos puntos de vista (topográficos, sociales, económicos, etc.) pueden dar lugar a distintas soluciones.

El criterio general que debe normar la formación de un anteproyecto valga la redundancia es el de proyectar una red o cadena de triángulos, que se ajuste a los objetivos generales de la operación ya citada, cubriendo el terreno para fines cartográficos o desarrollo lineal para la medida de linderos o estudios teórico-geodésicos. Este anteproyecto, elaborado en el gabinete, es confirmado o se modificará posteriormente, de acuerdo con las observaciones que se realicen en campo.

Por último, al efectuar en el campo el reconocimiento preliminar, se tomó en cuenta un aspecto de suma importancia como es la elección de la línea base. Para ésto se tomaron en consideración varios datos que se explican en el Capítulo IV.

### II.1.1 Resistencia de Figuras.

En el proyecto de triangulación se hizo el enlace de puntos para la correspondiente estructuración de figuras, de acuerdo con la siguiente fórmula:

$$R = \frac{D - NcT}{D} (d_1^2 + d_1d_2 + d_2^2)$$

donde:

$$\frac{D - NcT}{D} \quad \text{es el factor de figura.}$$

$(d_1^2 + d_1d_2 + d_2^2)$  es el factor de forma.

Para calcular la resistencia o rigidez de la figura calculamos indistintamente el factor de figura y el factor de forma (F. F.) para después efectuar el producto.

De la fórmula de resistencia de figura tenemos:

R<sub>1</sub> : Que es la rigidez de la figura cuando se calcula con los ángulos mejor configurados.

R<sub>2</sub> : Es el valor de la rigidez calculada por ángulos menos conformados.

En las tablas siguientes se explica el factor de figura y de forma, para obtener el cálculo de la resistencia de la misma.

### FACTOR DE FIGURA

$$\frac{D - C}{D} \quad \text{donde:}$$

D = número de direcciones observadas.  
 C = número total de ecuaciones de condición.

El número total de ecuaciones de condición está determinada a su vez por la siguiente fórmula:

$$C = k + k' - V' - 2(V - v') + L + L' - 2K$$

k = número de lados de la figura observada en una dirección.  
 k' = número de lados de la figura observados en dos direcciones.

V' = número de estaciones ocupadas.

V = número de vértices totales de la figura.

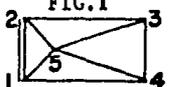
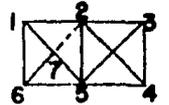
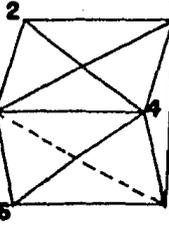
v' = número de vértices conocidos.

L = número de lados de longitud conocida.

L' = número de lados de azimut o dirección conocida.

K = número de lados fijos.

EJEMPLO:

FIGURA	D	k	k'	V'	V	v'	L	L'	K	FACTOR DE FIGURA
FIG. 1 	14	8	8	5	5	2	1	1	1	0.64
FIG. 2 	23	13	12	7	7	2	1	1	1	0.65
FIG. 3 	21	12	11	6	6	2	1	1	1	0.57

De la figura (1):

$$\begin{aligned} C &= K + K' - V' - 2(V - v') + L + L' - 2K \\ &= 8 + 8 - 5 - 2(5 - 2) + 1 + 1 - 2 \\ &= 16 - 5 - 2(3) \end{aligned}$$

$$C = 5$$

$$\frac{D - C}{D} = \frac{14 - 5}{14} = \frac{9}{14} = 0.64$$

De la figura (2):

$$\begin{aligned} C &= 13 + 12 - 7 - 2(7 - 2) + 1 + 1 - 2 \\ &= 25 - 7 - 2(5) \end{aligned}$$

$$C = 8$$

$$\frac{D - C}{D} = \frac{23 - 8}{23} = \frac{15}{23} = 0.65$$

De la figura (3):

$$\begin{aligned} C &= 12 + 11 - 6 - 2(6 - 2) + 1 + 1 - 2 \\ &= 23 - 6 - 2(4) \end{aligned}$$

$$C = 9$$

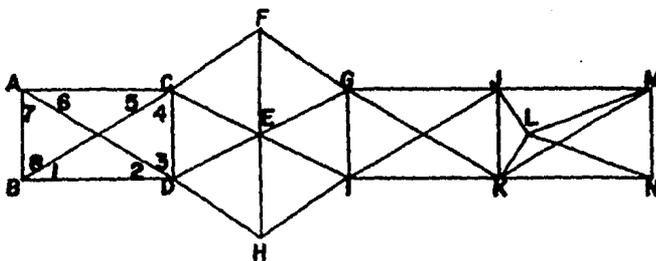
$$\frac{D - C}{D} = \frac{21 - 9}{21} = \frac{12}{21} = 0.57$$

### FACTOR DE FORMA (F.F.)

$(d_1^2 + d_1 d_2 + d_2^2)$  donde:

$d_1$  : Diferencias logarítmicas por 1", expresadas en unidades de la sexta cifra decimal, de los senos de los ángulos opuestos a los lados de partida de los triángulos.

$d_2$  : Idem, pero para los ángulos opuestos a los lados de llegada.



$\Delta ABD$

$$\frac{AB}{\text{Sen } 2} = \frac{BD}{\text{Sen } 7} \rightarrow BD = AB \frac{\text{Sen } 7}{\text{Sen } 2}$$

$\Delta BCD$

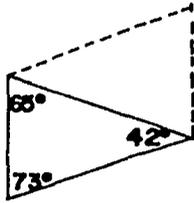
$$\frac{BD}{\text{Sen } 4} = \frac{CD}{\text{Sen } 1} \rightarrow BD = CD \frac{\text{Sen } 4}{\text{Sen } 1}$$

$\Delta ABC$

$$\frac{AB}{\text{Sen } 5} = \frac{AC}{\text{Sen } 8} \rightarrow AC = AB \frac{\text{Sen } 8}{\text{Sen } 5}$$

$\Delta ACD$

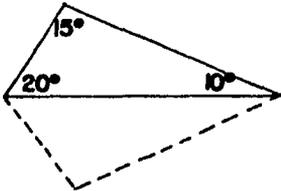
$$\frac{AC}{\text{Sen } 3} = \frac{CD}{\text{Sen } 6} \rightarrow AC = CD \frac{\text{Sen } 3}{\text{Sen } 6}$$



$$\begin{aligned} \text{Log Sen } 42^{\circ}00'01'' &= 9.8255132 \\ \text{Log Sen } 42^{\circ}00'00'' &= 9.8255109 \\ d_1 &= \underline{2.3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Log Sen } 73^{\circ}00'01'' &= 9.9805970 \\ \text{Log Sen } 73^{\circ}00'00'' &= 9.9805963 \\ d_2 &= \underline{0.7} \end{aligned}$$

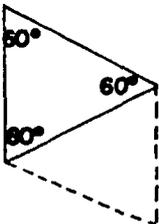
$$\{(2.3)^2 + (2.3)(0.7) + (0.7)^2\} = (5.3 + 1.6 + 0.5) = \underline{\underline{7.4}}$$



$$\begin{aligned} \text{Log Sen } 10^{\circ}00'01'' &= 9.2396822 \\ \text{Log Sen } 10^{\circ}00'00'' &= 9.2396702 \\ d_1 &= \underline{12.0} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Log Sen } 150^{\circ}00'01'' &= 9.6989664 \\ \text{Log Sen } 150^{\circ}00'00'' &= 9.6989700 \\ d_2 &= \underline{-3.6} \end{aligned}$$

$$\{(12)^2 + (12)(-3.6) + (-3.6)^2\} = \{144 - 43.2 + 13.0\} = \underline{\underline{113.8}}$$



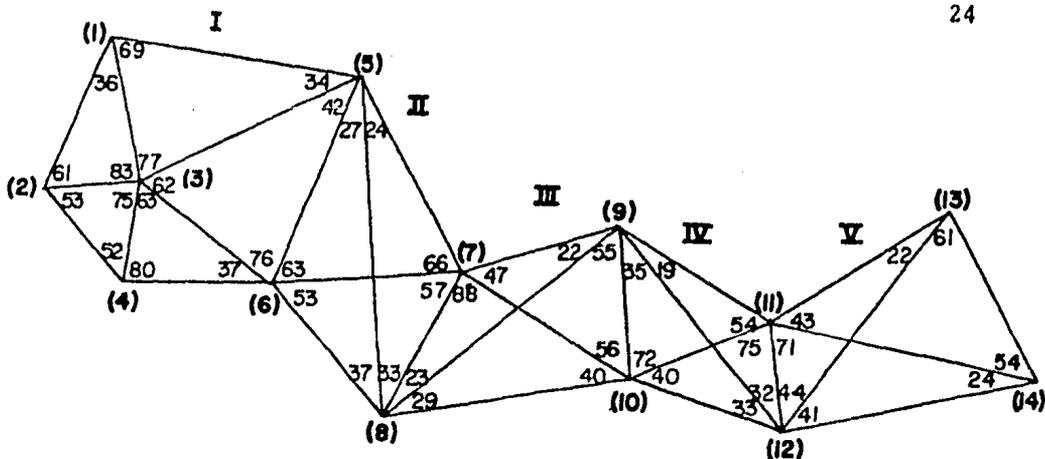
$$\begin{aligned} \text{Log Sen } 60^{\circ}00'01'' &= 9.9375318 \\ \text{Log Sen } 60^{\circ}00'00'' &= 9.9375306 \\ d &= \underline{1.2} \end{aligned}$$

$$\{(1.2)^2 + (1.2)(1.2) + (1.2)^2\} = \{1.4 + 1.4 + 1.4\} = \underline{\underline{4.2}}$$



Otra manera de realizar el factor de forma es a partir de la tabla de interpolación. A continuación se dan algunos ejemplos de ésta.

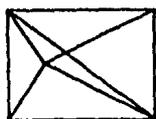
				$\frac{1}{5} = 0.2 \times 2 = 0.4$
	40	42	45	
	70	9	7	$\frac{3}{5} = 0.6 \times 1 = 0.6$
	73	8.4	8	7.4
	75	8	6	
	10			
150	112			
	60			
60	4			
	35	36	40	
80	10		7	$\frac{4}{5} = 0.8 \times 3 = 2.4$
83	10	9.4	7	
85	10		7	



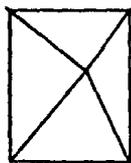
TRIANGULO	ANGULOS		$(d_1^2 + d_1 d + d_2^2)$	$\frac{D-C}{D}$	$R_1$	$R_2$
	ENTRADA	SALIDA				
$\Delta$ 123	83°	36°	9.4	0.67	24.0	
$\Delta$ 234	52°	53°	8.0			
$\Delta$ 346	37°	80°	8.8			
$\Delta$ 356	42°	62°	9.6			
			<u>35.8</u>			
$\Delta$ 123	83°	61°	1.8	0.67	11.3	
$\Delta$ 135	34°	69°	13.2			
$\Delta$ 356	76°	62°	1.9			
			<u>16.9</u>			
$\Delta$ 567	66°	51°	5.6	0.60	6.0	
$\Delta$ 678	70°	53°	4.4			
			<u>10.0</u>			
$\Delta$ 568	37°	116°	6.2	0.60	14.5	
$\Delta$ 578	123°	24°	18.0			
			<u>24.2</u>			
$\Delta$ 789	22°	135°	21.0	0.60	20.9	
$\Delta$ 8910	96°	29°	13.8			
			<u>34.8</u>			
$\Delta$ 7810	40°	52°	13.2	0.60	10.9	
$\Delta$ 7910	77°	47°	5.0			
			<u>18.2</u>			
$\Delta$ 9 10 11	54°	54°	7.4	0.60	10.4	
$\Delta$ 10 11 12	65°	40°	10.0			
			<u>17.4</u>			
$\Delta$ 9 10 12	33°	112°	8.6	0.60	23.3	
$\Delta$ 9 11 12	129°	19°	30.2			
			<u>38.8</u>			
$\Delta$ 11 12 13	22°	114°	23.2	0.60	18.1	
$\Delta$ 12 13 14	78°	41°	7.0			
			<u>30.2</u>			
$\Delta$ 11 12 14	24°	85°	23.0	0.60	17.3	
$\Delta$ 11 13 14	83°	43°	5.8			
			<u>28.8</u>			

FIGURA No.	$R_1$	$R_2$	CATEGORIA	
			ORDEN	CLASE
I	11.3	24.0	I	II
II	6.0	14.5	I	I
III	10.9	20.9	I	II
IV	10.4	23.3	I	II
V	17.3	18.1	I	II

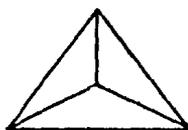
Del ejemplo anterior las mejores figuras para el desarrollo de nuestro trabajo son los cuadriláteros con diagonales, pero existen otras que pueden ser útiles para triangulaciones y éstas son:



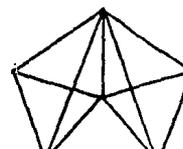
**F.F = 0.56**



**F.F = 0.64**



**F.F. = 0.60**



**F.F. = 0.55**

## II.2 PROYECTO DEFINITIVO.

Una vez que se elaboró el anteproyecto y que se han solucionado los problemas surgidos hasta ese momento, se procedió al desarrollo del proyecto definitivo, lo cual se realizó siguiendo los siguientes pasos:

### a.- Elección de los Vértices.

Después de que se determinó el proyecto definitivo en gabinete el paso a seguir consistió en la elección de los puntos que se designaron con anterioridad, pasando éstos a ser vértices definitivos en la triangulación. Las características y requisitos de los vértices definitivos para considerarles como tales, se acercaron lo más posible a un triángulo equilátero, debido a que en los cálculos se empleó la función del seno de los ángulos con límites a valores angulares internos entre  $30^\circ$  y  $120^\circ$ .

### b.- Monumentación de los Vértices.

Habiendo terminado los vértices definitivos de la triangulación se procedió a la formación de una brigada especializada, la cual se trasladó de inmediato al campo para llevar a cabo la monumentación de los vértices. La brigada que se destinó estuvo formada por un albañil, un barrenador y varios peones, llevando cada uno de ellos el equipo necesario y además los mate-

riales de construcción que se necesitaron para cada caso, El mejor transporte, en terracerías y en caminos vecinales es un vehículo pick-up. Cuando el terreno es montañoso, la transportación se puede hacer a lomo de mula, en avioneta o helicóptero, cuando se cuenta con campos de aterrizaje cercanos a los vértices.

En las triangulaciones los monumentos que generalmente se emplean son de tres tipos:

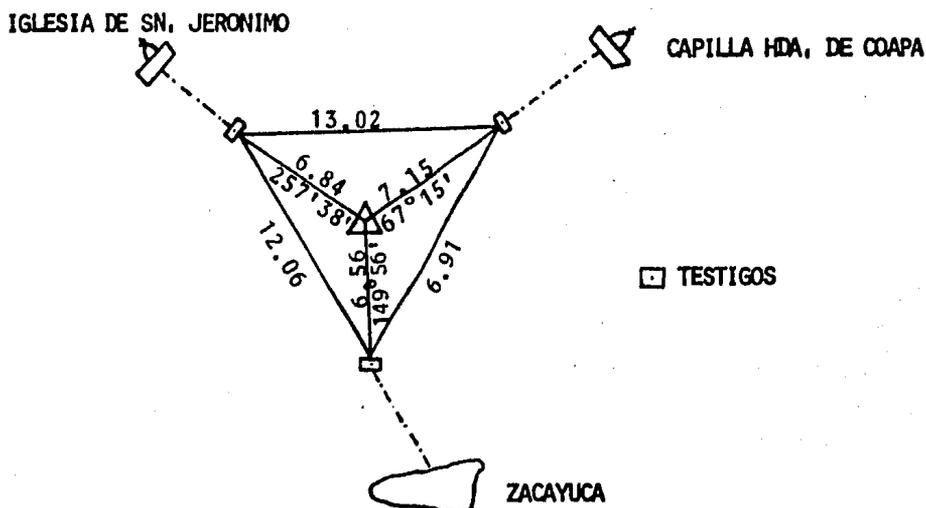
- Monumento subterráneo.- Están formados por una plancheta de concreto que va sepultada o enterrada en el terreno, en este caso la profundidad es variable pero nunca debe ser menor de 0.50m. ni mayor de 1.80 m., por lado debe ser de 0.60 x 0.60m. y de 0.25m. de grosor. El centro de la estación se marca mediante una varilla o un clavo. Después el monumento se cubre con el mismo material que se haya extraído y se descubre cuando se necesite. Otra manera de hacer estos monumentos es mediante un pozo en el que se vacía una mojonera de 0.90m., de profundidad y 0.30x0.30 m. de ancho, en el centro lleva una varilla de 0.60m. de largo. Los monumentos subterráneos deben llevar un monumento superior a flor de tierra o un pilar, pues de otra manera es muy difícil localizarlos años después.

- Monumento Externo.- Estos monumentos se practican cuando el terreno es rocoso; este tipo de monumento se realiza mediante un barrenado sobre una piedra consistente. El barrenado tiene una -

profundidad de 60cms. en el cual lleva incrustada una varilla, de esta manera se determina el centro de la estación.

Cada mojonera de vértice ya sea de monumento subterráneo o externo, siempre lleva una mojonera testigo que sirve para identificar a la primera. La mojonera testigo se construye a una -- distancia aproximada de 5.00m. respecto a la mojonera del vértice. Las medidas de la mojonera testigo son de 60cms. de altura y 30x30 cms. de ancho. Tanto en la mojonera del vértice como - en la de testigo llevan el número o el nombre que le corresponde en la triangulación.

EJEMPLO:



MOJONERAS, TESTIGOS Y FORMA DE UBICARLAS EN UN REGISTRO DE CAMPO

- Monumento Pilar de Concreto.- Estos monumentos consisten en un poste de mampostería y tienen la forma de un prisma recto, las dimensiones que tienen son de 1.20m. de altura y 0.50 x 0.40m. de ancho. Enseguida se coloca en el centro de cada mojonera una placa de cobre con los datos correspondientes. Dadas las características del terreno para este trabajo se realizaron los monumentos en forma subterránea y externa.

### C A P I T U L O   I I I

#### MEDIDA DE LOS ANGULOS

La medida de los ángulos fue una operación muy importante dentro de la triangulación topográfica, que requirió de la participación de todas las personas que intervinieron en ella, - para el buen desarrollo de ésta. Esto es, desde los ingenieros encargados para la medida de los ángulos hasta los auxiliares para la medida de las señales.

También intervino en forma determinante el tiempo atmosférico, pues la neblina y el viento fueron serios inconvenientes para las observaciones.

Antes de trasladarnos al campo, se elaboró un programa de operaciones que, estudiado convenientemente se dió a conocer a todo el personal de las brigadas.

### III.1 METODO DE OBSERVACION.

La medida de los ángulos de una triangulación topográfica puede hacerse por alguno de los dos métodos siguientes:

- a).- Método de repeticiones.
- b).- Método de Direcciones.

El método de repeticiones se emplea cuando se usan instrumentos de poca aproximación, como son los tránsitos de 20", 30" y 1'; el segundo método se emplea cuando se usan instrumentos más precisos, como son los teodolitos de 1" de aproximación.

El método de repeticiones consiste en medir cada ángulo - cinco veces en posición directa y después partiendo de la última lectura que queda marcada en el círculo horizontal, se vuelven a hacer cinco repeticiones en posición inversa.

En este trabajo, ya que utilizamos instrumentos de precisión de 1" y 6", el método utilizado fue el de direcciones, el cual consistió en medir los ángulos o direcciones de todos los

lados que concurren al vértice en el que se hicieron las observaciones, tomando como origen de dichas medidas uno de los vértices, de preferencia el que se encontró en el lado izquierdo.

El mecanismo de observación fue el siguiente: se puso la lectura inicial en  $0^{\circ}00'00''$  en el primer vértice. A continuación se soltó el movimiento particular del teodolito y se visó el siguiente punto y con el tornillo tangencial se afino y se dictó la lectura al auxiliar anotador, después se visó el siguiente vértice, continuando en la misma forma hasta llegar a la última señal que correspondió al último vértice y después de haber hecho la lectura correspondiente, se invirtió el anteojo y se volvió a visar la última señal, dictando la lectura respectiva. Se observaron los vértices subsecuentes con movimiento azimutal, hasta llegar a la señal origen y efectuar sus lecturas correspondientes.

La operación antes descrita constituyó la primera vuelta de horizonte y partiendo de la posición en la que ha quedado el instrumento; o sea, en posición inversa se dió principio a la segunda vuelta, a cuyo efecto se puso la segunda lectura origen, de acuerdo con la lista de posiciones respectivas.

### III,2 LECTURAS ORIGEN.

Para realizar la tabla de lecturas origen se establecieron por la fórmula siguiente:

$$i = \frac{360^\circ}{nd}$$

donde:

$i$  = intervalo entre dos vueltas consecutivas.

$n$  = número de micrómetros del aparato.

$d$  = número de vueltas de horizonte que se efectúan.

Los teodolitos T-2 y T-3 Wild y el TH-2 Zeiss se consideran instrumentos con dos micrómetros, esto es  $n = 2$ ; y el TH-42 Zeiss, que utilizamos, es de un micrómetro, o sea  $n = 1$ .

Para una triangulación de segundo orden tenemos:

$d = 8$  y  $n = 2$ ;

$$\text{Entonces: } i = \frac{360^\circ}{(2)(8)} = \frac{360^\circ}{16} = 22.5$$

Por lo que la tabla de las lecturas origen, queda de la siguiente manera:

VUELTA No.	POSICION DEL TELESCOPIO	CIRCULO
1	D	0°00'00"
2	I	202°00'00"
3	D	45°00'00"
4	I	247°00'00"
5	D	90°00'00"
6	I	292°00'00"
7	D	135°00'00"
8	I	337°00'00"

Para no establecer lecturas fraccionarias se complementan los minutos restantes en las vueltas impares a excepción de la primera vuelta.

En este trabajo nos vimos limitados en equipo, por lo que utilizamos dos tipos de instrumentos: para el primer vértice el Teodolito TH-2 Zeiss de 1" y para los vértices restantes el TH-42 Zeiss de 6". El registro del primer vértice se desarrolló de la siguiente manera:

$$i = \frac{360^\circ}{nd} = \frac{360^\circ}{2(4)} = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

VUELTA No.	POSICION DEL TELESCOPIO	CIRCULO
1	D	0°00'00"
2	I	225°00'00"
3	D	90°00'00"
4	I	315°00'00"

Para los tres vértices restantes el registro fue:

$$i = \frac{360^\circ}{nd} = \frac{360^\circ}{(1)(4)} = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$$

VUELTA No.	POSICION DEL TELESCOPIO	CIRCULO
1	D	0°00'00"
2	I	270°00'00"
3	D	180°00'00"
4	I	90°00'00"

A continuación, en las tablas siguientes se indican los resultados de los ángulos tomados en el campo, así como los pro medios de los mismos.

ESTACION	P.V.	POSICION DEL TELESCOPIO	LECTURA DEL C.H.	PROMEDIO	
Sumidero	Jolote	D	00°00'00"	38°38'48"	
		I	180°00'00"		
	Cocal	D	38°38'48"		
		I	218°38'48"		
	C.F.E.	D	76°44'12"		76°44'09"
		I	256°44'06"		
Sumidero	Jolote	I	270°00'00"	38°38'45"	
		D	89°59'54"		
	Cocal	I	308°38'48"		
		D	128°38'36"		
	C.F.E.	I	346°44'06"		76°44'00"
		D	166°43'48"		
Sumidero	Jolote	D	180°00'00"	38°38'54"	
		I	359°59'54"		
	Cocal	D	218°38'48"		
		I	38°38'54"		
	C.F.E.	D	256°44'06"		76°44'09"
		I	76°44'06"		
Sumidero	Jolote	I	90°00'00"	38°38'54"	
		D	270°00'00"		
	Cocal	I	128°38'54"		
		D	308°38'54"		
	C.F.E.	I	166°44'06"		76°44'06"
		D	346°44'06"		
ANGULO S ACEPTADO S					
				4 = 38°38'50"	
				5 = 38°05'16"	

ESTACION	P.V.	POSICION DEL TELESCOPIO	LECTURA DEL G.H.	PROMEDIO	
Cocal	C.F.E.	D	00°00'00"	49° 49'57"	
		I	179°59'54"		
	Sumidero	D	49 49 54		
		I	229 49 54		
	Jolote	D	119 19 36		119 19 39
		I	299 19 36		-
Cocal	C.F.E.	I	270 00 00	49 50 00	
		D	89 59 54		
	Sumidero	I	319 49 54		
		D	139 50 00		
	Jolote	I	29 19 30		119 19 36
		D	209 19 36		-
Cocal	C.F.E.	D	180 00 00	49 49 51	
		I	00 00 00		
	Sumidero	D	229 49 54		
		I	49 49 48		
	Jolote	D	299 19 36		119 19 33
		I	119 19 30		-
Cocal	C.F.E.	I	90 00 00	49 50 00	
		D	270 00 00		
	Sumidero	I	139 49 54		
		D	319 50 06		
	Jolote	I	209 19 30		119 19 33
		D	29 19 36		-
			ANGULOS ACEPTADOS		
			8 =	49°49'57"	
			1 =	69°29'38"	

ESTACION	P.V.	POSICION DEL TELESCOPIO	LECTURA DEL C.H.	PROMEDIO
Jolote	Cocal	D	00°00'00"	29°17'12"
		I	180°00'00"	
	C.F.E.	D	29°17'06"	
		I	209°17'18"	
Sumidero	D	71°51'42"	71°51'42"	
	I	251°51'42"		
Jolote	Cocal	I	270°00'00"	29°17'12"
		D	90°00'00"	
	C.F.E.	I	299°17'06"	
		D	119°17'18"	
Sumidero	I	341°51'48"	71°51'45"	
	D	161°51'42"		
Jolote	Cocal	D	180°00'00"	29°17'18"
		I	359°59'54"	
	C.F.E.	D	209°17'12"	
		I	29°17'18"	
Sumidero	D	251°51'42"	71°51'45"	
	I	71°51'42"		
Jolote	Cocal	I	90°00'00"	29°17'15"
		D	270°00'00"	
	C.F.E.	I	119°17'18"	
		D	299°17'12"	
Sumidero	I	161°51'42"	71°51'45"	
	D	341°51'48"		
			ANGULO S ACEPTADOS	
			2 =	29°17'14"
			3 =	42°34'30"

ESTACION	P.V.	POSICION DEL TELESCOPIO	LECTURA DEL C.H.	PROMEDIO	
C.F.E.	Sumidero	D	00°01'00"0	60°41'25"7	
		I	179 59 57.6		
	Jolote	D	60 41 22.6		
		I	240 41 26.4		
	Cocal	D	92 04 43.2		92°04'44"1
		I	272 04 42.6		
C.F.E.	Sumidero	I	225°00'00"0	60 41 26.2	
		D	44 59 58.5		
	Jolote	I	285 41 27.5		
		D	105 41 23.5		
	Cocal	I	317 04 43.3		92 04 43.1
		D	137 04 41.4		
C.F.E.	Sumidero	D	90°00'00"0	60 41 23.8	
		I	269 59 54.8		
	Jolote	D	150 41 24.2		
		I	330 41 18.2		
	Cocal	D	182 04 47.6		92 04 49.2
		I	02 04 45.6		
C.F.E.	Sumidero	I	315 00 00.0	60 41 25.0	
		D	134 59 58.4		
	Jolote	I	15 41 24.6		
		D	195 41 23.8		
	Cocal	I	47 04 42.4		92 04 44.7
		D	227 04 45.4		
			ANGULOS ACEPTADOS		
			6 =	60°41'25"2	
			7 =	31°23'20"0	

## CAPITULO IV

### MEDIDA DE LA BASE

La medida de la base se realiza con el fin de obtener la distancia de uno de los lados del cuadrilátero. A partir de esta distancia y con los ángulos medidos, mediante fórmulas trigonométricas se encuentran las distancias siguientes. Si la precisión del trabajo lo requiere se pueden medir dos bases para su comprobación.

Hasta hace algunos años para la medida de las bases, se utilizaban reglas de madera; estas se colocaban sobre trípodes especiales y se alternaban sucesivamente para ponerlas en contacto

una con la otra, o bien se dejaban a distancia muy próxima para determinar su separación con una escala especial. El procedimiento era lento y el instrumental muy voluminoso, sin embargo, era el único método por el cual podía obtenerse la longitud de una línea con bastante aproximación. Tanto en Europa como en América las bases medidas hasta 1885 lo fueron con reglas. La primera base medida en nuestro país fué la del Valle de México en el año de 1858, por Don Francisco Díaz Covarrubias.

Las primeras medidas de bases con cintas metálicas fueron hechas en Estocolmo en 1885 y más tarde en los Estados Unidos de Norteamérica por la Coast and Geodetic Survey, habiendo obtenido tan satisfactorios resultados que a partir de 1900 se <sup>2.</sup>proscribió el empleo de reglas.

Actualmente la medida de la línea base se puede realizar de dos maneras: indirectamente o directamente.

#### IV.1 Indirectamente.

En fechas relativamente recientes se han inventado y desarrollado algunos instrumentos para la medida de distancias por procedimientos indirectos, fundados en principios ópticos y -- electrónicos. Estos instrumentos substituyen el empleo de longí metros en las medidas topográficas.

En el desarrollo de este trabajo la obtención de la distancia para la línea base se realizó de manera indirecta, por lo - que creo conveniente dar énfasis a los instrumentos y a los principios en que se fundamentan estos aparatos.

En años recientes varios sistemas electrónicos han sido desarrollados con el propósito explícito de medir distancias en - topografía. Se han basado en la velocidad invariable de la luz y de las ondas electromagnéticas en el vacío. El primero de estos sistemas, denominado Geodímetro, aportó un valor muy preciso de la velocidad de la luz que difirió en sólo 0.4 de kilómetro, de la velocidad determinada por la Unión Internacional de Geodesia y Geofísica en el año de 1957 y cuyo valor fue de 299,792.5km/seg. La invención de este sistema marcó un avance importante - en la instrumentación topográfica.

El primer geodímetro, así como todos los modelos siguientes utilizan un rayo de luz modulada para la determinación de distancias. Al final de la década de 1950 fué desarrollado el telurómetro, instrumento que utiliza microondas moduladas. Instrumentos similares al telurómetro fueron construidos en los años siguientes, y éstos junto con el geodímetro llegaron a ser comunes en la medición de grandes distancias.

El desarrollo y perfección de pequeños diodos emisores de

luz y en general la miniaturización de componentes electrónicas de estado sólido, aportaron nuevas soluciones en el diseño de instrumentos para la medición electrónica de distancias. Con estos nuevos recursos fué posible construir instrumentos más portátiles con menos consumo de energía y con más facilidad para operar y leer. Sin embargo, estos instrumentos no tienen el alcance de los antes indicados. Son ejemplos los instrumentos que utilizan luz infrarroja.

Con el estudio y desarrollo de la luz láser ha sido posible en años recientes construir instrumentos para los mismos fines que utilizan luz láser altamente coherente.

En la actualidad, debido a la inversión, precisión de los resultados y facilidad relativa de su operación, los geodímetros y los instrumentos de microondas se usan todavía. Los instrumentos que utilizan luz infrarroja y que, en general son de corto alcance, han tenido éxito notable en la topografía común, pues en muchos casos han eliminado el longímetro con excepción de las distancias muy cortas que se presentan en la topografía de construcción. Los instrumentos de luz laser tienden a desplazar a los dos anteriores, sin embargo, en la actualidad existen serias dudas con relación al daño que puedan causar a los operadores.

La clasificación de los instrumentos electrónicos para me-

dir distancias, que en lo sucesivo se van a designar como EDM se puede hacer de acuerdo a sus capacidades de alcance, pues los instrumentos que se han construido a través del tiempo se han mantenido dentro de ciertos rangos de alcance máximo. Los instrumentos EDM de corto alcance son generalmente los que usan luz infrarroja y llegan a tener hasta 5km. de alcance. Los modelos más recientes son de lectura digital, peso ligero, poco consumo de energía y algunos tienen adaptado un goniómetro para la medición de ángulos.

Estos instrumentos usan diodos emisores de luz para generar luz infrarroja en la región de los 900 a 930 nanómetros de longitud de onda (fuera del espectro visible).

Algunos instrumentos de corto alcance utilizan como onda de transmisión luz láser visible como el Geodímetro AGA modelo 76.

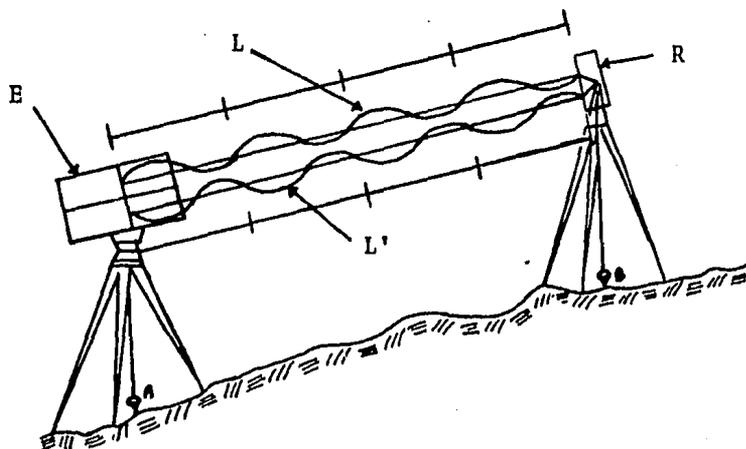
Un instrumento de alcance medio es aquél que es capaz de medir distancias hasta de 16km. Estos instrumentos usan varios tipos de ondas de transmisión como luz de tungsteno, luz de mercurio, luz láser y microondas con frecuencias del orden de 10 - 100 GHz ó 10 Gigahertz (10 GHz). La mayor parte de los instrumentos de este tipo usan luz láser como onda de transmisión.

Los instrumentos de largo alcance son aquellos capaces de

medir distancias mayores de 16km. Algunos utilizan luz como onda transmisora y pueden medir distancias hasta de 60km. con excelente precisión. Los geodímetros y los nuevos instrumentos láser están en este rango; otros utilizan microondas como el telúrometro y el electrotape, éstos últimos llegan a tener un alcance mayor que los primeros.

Continuamente se diseñan accesorios y nuevos instrumentos que permiten una mayor variedad de alcances, de tal modo que su optimización va en aumento lográndose poco a poco mejor operabilidad del instrumento, reducción de tamaño, peso y digitalización en las lecturas, tanto de la distancia como de los ángulos horizontales y verticales que le corresponden.

El principio de medición de los instrumentos EDM que usan ondas de luz, se observa en la figura siguiente:



E = emisor

R = reflector

L = luz modulada.

L' = regreso de L.

En todos los instrumentos EDM que usan tungsteno, mercurio, láser o luz infrarroja como ondas de transmisión, un rayo contínuo de luz es generado en el instrumento emisor. Antes de entrar a las colimaciones ópticas y tener dirigido al reflector que es colocado en el otro extremo de la línea por medir, este rayo - contínuo es modulado en intensidad a muy alta frecuencia. La modulación en intensidad a muy alta frecuencia. La modulación, en efecto, transforma el rayo de arriba en longitudes de onda que están en función directa de la frecuencia de modulación. Esta longitud de onda está dada por:  $\lambda = \frac{v'a}{f}$

En la que:  $\lambda$  = es la longitud de onda de modulación en metros.

$v'a$  = es la velocidad de la luz a través de la atmósfera en metros por segundo.

$f$  = es la modulación de frecuencia en hertzios.

El valor de  $v'a$  está en función de la temperatura del aire, presión atmosférica y presión parcial del vapor de agua.

El principio de medición de instrumentos EDM que utilizan -

microondas, se basa en que generan superalta frecuencia (SHF) u ondas electromagnéticas de frecuencia extremadamente alta en el rango de 3 a 35 GHz, como ondas portadoras. Estas, a su vez, están moduladas a frecuencias que varían de 10 a 75 MHz según el tipo de instrumento. La longitud de onda modulada está dada por:

$$\lambda = \frac{Vr}{f}$$

En la que:  $\lambda$  = longitud de onda de modulación en metros o pies.

$Vr$  = velocidad de la microonda a través de la atmósfera en metros por segundo.

$r$  = frecuencias de modulación en hertzios.

El valor  $Vr$  depende de la temperatura, presión atmosférica y la presión parcial del vapor de agua en la atmósfera.

Para la medición con instrumentos de microondas son necesarios dos instrumentos similares, que se colocan en los extremos de la línea por medir, éstos son conocidos como instrumento maestro e instrumento remoto. Las observaciones son realizadas en el instrumento maestro, y en el remoto también debe haber un operador, éste funcionará como reflector de la onda generada por la estación maestra.

El operador en la estación maestra selecciona una frecuencia de modulación en la cual las microondas son transmitidas hacia el instrumento remoto; quien indica al operador en la estación remota por medio de la comunicación del instrumento (está

interconstruida en el mismo aparato) que frecuencia de transmisión está siendo usada. El operador remoto coloca su instrumento a la frecuencia correspondiente. La señal es recibida por el instrumento remoto y es retransmitida a la estación maestra sin demora. Un medidor de fase, en la estación maestra dá la diferencia de fase entre las ondas emitida y recibida, en un osciloscopio en los primeros modelos de microondas o en forma digital en los más recientes. Esto, en efecto, da la fracción o parte decimal de la longitud de onda por la cual la doble trayectoria, - da la estación maestra a la remota, se desvía de un número entero de longitudes de onda. Esto es equivalente a la distancia  $d$  ya tratada.

Si cualquiera de los dos, el instrumento maestro o remoto tuvieran que ser movidos sobre la línea por medir, ya sea hacia adelante o hacia atrás, por media longitud de onda modulada, el medidor de fase daría finalmente el mismo valor que el anterior. Por lo tanto la ambigüedad que existe en los instrumentos de ondas de luz, se presenta también en los instrumentos de microondas.

La técnica para resolver la ambigüedad en el número de longitudes de onda completas contenidas en la doble distancia, generalmente es la misma como la que se indicó en el EDM a base de ondas de luz.

En el telurómetro por ejemplo, la modulación múltiple de frecuencias patrón es como se indica:

PATRON A = 10,000 MHz

PATRON B = 9,990 MHz

PATRON C = 9,900 MHz

PATRON D = 9,000 MHz

El patrón A por sí mismo interrumpe la onda de 10 MHz por medio del medidor de fase para dar lo más próximo a 50 pies y la parte decimal de 50 pies contenida en la distancia directa entre la estación maestra y la remota. Una combinación de los patrones A y D resuelve lo más próximo a 500 pies; una combinación de los patrones A y C resuelve lo más próximo a 5,000pies y una combinación de de los patrones A y B resuelve lo más próximo a 50,000 pies. En los instrumentos más antiguos se hacían cálculos para reducir las lecturas del medidor de fase a la distancia deseada, mientras que los instrumentos recientes proporcionan automáticamente o semiautomáticamente la reducción.

La clasificación de los instrumentos EDM, es la siguiente:

Fabric.	Instrumento	Onda	Alcance (m)	Peso (kg)
1	Geodímetro 76	Laser	3,000	8
1	Geodímetro 12(a)	Infrarrojo	1,600	3
1	Geodímetro 710(b,c)	Laser	5,000	14

Fabric.	Instrumento	Onda	Alcance (m)	Peso (kg)
1	Geodímetro 6NL	Laser	25,000	15
1	Geodímetro 8	Laser	60,000	23
1	Geodímetro 700	Laser	500	14
1	Geodímetro 6A	Luz *	25,000	16
1	Geodímetro 7T	Infrarrojo	500	11
2	Distomat DI10(a)	Infrarrojo	2,000	18
2	Distomat DI3 (a,c)	Infrarrojo	900	7
2	Distomat DI3S(a,c)	Infrarrojo	1,500	7
2	Distomat DI50	microondas	150,000	19
3	DM2000	Infrarrojo	2,500	11
3	DM500 (a)	Infrarrojo	500	2
3	Mekometer Me3000	Lamp.de Xenon	3,000	15
4	SM11 (b,c)	Infrarrojo	2,000	20
4	Reg Elta 14 (b,c,d)	Infrarrojo	2,000	20
4	Eldi 1	Infrarrojo	5,000	8
4	Eldi 2	Infrarrojo	3,000	4
4	Eldi 3	Infrarrojo	1,500	4
4	SM 4	Infrarrojo	2,000	8
5	HP-3800	Infrarrojo	3,000	8
5	HP-3805	Infrarrojo	1,600	8
5	HP-3810 (b,c)	Infrarrojo	1,600.	12
6	Micro-ranger (a)	Infrarrojo	1,600	6
6	Ranger I	Laser	4,000	16
6	Ranger II	Laser	12,000	16
6	Ranger III	Laser	12,000	16

Fabric.	Instrumento	Onda	Alcance (m)	Peso (kg)
6	Ranger IV	Laser	12,800	16
6	Rangemaster	Laser	60,000	30
7	DM60 Cubitape	Infrarrojo	2,000	7
7	DM20 Electrotape	microonda	50,000	12
8	MA-100	Infrarrojo	2,000	14
8	CD6 (a)	Infrarrojo	2,000	4
8	CA-1000	microondas	30,000	2
8	MRA-3	microondas	80,000	2
9	Beetle 500 (a)	Infrarrojo	500	3
10	SDM3H	Infrarrojo	1,600	17
10	SDMIC	Infrarrojo	1,600	6
11	Akkuranger MK-II	Infrarrojo	1,350	--

(a): EDM Unidad montada sobre un teodolito común.

(b): el círculo horizontal y vertical están integrados en la unidad EDM.

(c): integrado en la unidad el reductor automático de la distancia horizontal y diferencia de elevación.

(d): Unidad para perforar cinta por computadora.

#### Fabricantes:

1: AGA, Suecia.

2: Wild, Heerbrugg Suiza.

3: Kern, Aarau Suiza.

4: Zeiss, Oberkochen, Alemania Federal.

- 5: Hewlett-Packard, U.S.A.
- 6: Keuffel & Esser, U.S.A.
- 7: Cubic Corporation, U.S.A.
- 8: Tellurometer (Plessey) Corp. U.S.A.
- 9: Precision International, U.S.A.
- 10: Sokkisha, Tokio, Japón.
- 11: Sintex, Ontario, Canadá.

Como ya se mencionó anteriormente la medida de la base fue realizada de manera indirecta. El instrumento utilizado tiene las características del geodímetro y éste es el Distanciómetro Electrónico ELDI-2 Marca Zeiss, que va montado sobre el teodolito TH-2 Marca Zeiss.

El desarrollo para la medida de la base fue como se indica en la página siguiente.

En un vértice del cuadrilátero se instaló el teodolito con el distanciómetro que transmite en este caso, rayos de luz infrarroja. En otro vértice del mismo cuadrilátero se instalaron los prismas que nos sirvieron como receptores de los rayos emitidos para que a su vez lo retransmitieran al vértice de origen. De esta manera se obtuvo la distancia de la línea base.

A manera de comprobación se invirtieron los aparatos, es decir, el distanciómetro se instaló en donde estaban los prismas y éstos en el lugar del distanciómetro. A partir de estas dos distancias fue tomado el promedio de las mismas.

Distancia de C.F.E. a Cocal = 19717.73m.

Distancia de Cocal a C.F.E. = 1917.77m.

Distancia Aceptada = 1917.75m.

Cabe aclarar que el distanciómetro electrónico utilizado tiene un alcance máximo de 3 kms. y su peso es de 4 kg.

Para las medidas directas en la línea base de una triangulación, se utiliza un longímetro, lo primero que se debe hacer es comparar la cinta con un patrón y determinar su longitud a una determinada temperatura y tensión. Por lo general se utilizan cintas de acero "invar", cuyo coeficiente de dilatación es mucho menor que el acero (1/12). Actualmente vienen graduadas en toda la extensión de la cinta para poder leerlas con mayor precisión.

Los instrumentos empleados para la medida de la "línea base", de manera directa son: tránsito, nivel fijo, dinamómetro, termómetro, estacas de un metro de altura y un acho de diez -- por diez centímetros, clavos, plaquitas de metal (latón o cobre).

Para las operaciones en el campo: se estaca la base, cuya distancia entre cada estaca debe ser menor a la longitud de la cinta que se emplea, y con el tránsito se alinean. Las estacas deben tener una altura de cincuenta centímetros sobre el piso, para evitar que influya el calor del suelo sobre el termómetro, el cual va colocado y sujeto a la cinta.

En la medición de la línea base también se lleva a cabo una nivelación de extremo a extremo, la finalidad de esta nivelación es dar elevación a todas y cada una de las cabezas de las estacas, a lo largo de la base y así poder calcular el desnivel de cada una, con respecto a la otra y corregir por reducción al horizonte..

Una nivez nivelada y medida la "línea base", se le hacen en cada tramo medido las siguientes correcciones.

- Corrección por desnivel.
- Corrección por temperatura.
- Corrección por Catenaria.
- Corrección por Alineación.

- Corrección por Tensión.
- Corrección por Reducción al nivel del mar.

#### IV.2 Orientación Astronómica de uno de los Lados.

Con el fin de dar una dirección determinada a uno de los lados se obtuvo la orientación astronómica. A partir de esta línea y con los ángulos tomados en el campo se obtuvieron los rumbos de los demás lados.

Datos de Campo.- Los datos que se consignaron en la libreta de campo fueron los siguientes:

- Lugar y fecha de la observación.
- Angulo horizontal de la línea señal-Sol.
- Angulo vertical del Sol (en nuestro caso la altura).
- Hora de observación.
- Croquis.

El tiempo apropiado para hacer las observaciones debe ser entre las 8:00 a 10:00 y de las 14:00 a 16:00, por las siguientes razones:

Si el Sol está cerca del meridiano, su azimut está cerca de  $0^\circ$  y el triángulo esférico no queda bien conformado, por lo que los valores de sus ángulos resultan imprecisos.

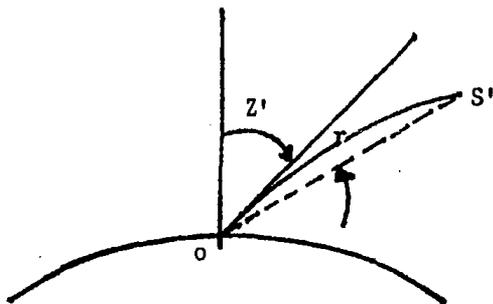
Si la altura del Sol es mínima nos arrastra incertidumbre - en la refracción y si la altura es grande, la posición del antejo dificulta la observación, al menos que se usen acodados, por lo tanto la posición más conveniente es que la altura quede entre  $25^\circ$  y  $35^\circ$ .

Causas de Error y Corrección que deben aplicarse a las observaciones Astronómicas.

- 1.- Por desviación de los rayos luminosos a través de la atmósfera (refracción atmosférica).
- 2.- Por el lugar que ocupa el observador. (paralaje, depresión al horizonte).
- 3.- Por el punto visado del astro (semidiámetro).

Dados los valores tan pequeños en los errores producidos - por defectos de observación, para fines prácticos se pueden despreciar las correcciones por depresión al horizonte y por semidiámetro exceptuando el producido por el de refracción y el de paralaje, los cuales por su importancia se tratan a continuación.

- Corrección por Refracción.



Debido a las diferentes densidades de las capas atmosféricas, que atraviesa los rayos de luz emanados por un astro, son refractados, por lo cual es necesario que los ángulos verticales (distancias zenitales o alturas aparentes) sean corregidos por refracción antes de emplearlos en los cálculos requeridos.

Al crecer el ángulo de la altura disminuye el efecto de refracción. Para  $A = 90^\circ$ , la refracción es  $0^\circ 00'$ . Para  $A = 10^\circ$  la refracción es  $0^\circ 05'$  (aproximadamente).

No es conveniente hacer observaciones de  $15^\circ$  de altura porque la refracción afecta fuertemente.

La refracción se aplica con signo menos a las distancias zenitales observadas o positivamente a las alturas por ser ángulos complementarios.

Los valores de  $r$  se encuentran tabulados en el Anuario del Observatorio Astronómico Nacional, vienen tabulados en función de "Z", en la tabla de Newcomb, y es para una temperatura de  $+10^{\circ}\text{C}$  y una presión de 762mm. y en general pueden tomarse - csos valores para las observaciones astronómicas que se calculan comunmente en trabajos topográficos con aproximación de  $01'$ .

Formula de la refracción que se aplica al sistema de coordenadas (Z, Az):

$$r = 60''6 \tan z' \frac{(p')}{762} \left( \frac{1}{1+0.004 t'} \right)$$

donde:

$z'$  = distancia zenital aparente.

$p'$  = presión barométrica.

$t'$  = temperatura ambiental.

En la ecuación anterior  $60''6 \tan z'$ , se llama refracción media y se encuentra tabulado en anuarios y tablas astronómicas, el cual se designa por R.

$\frac{p'}{762}$  es el llamado factor barométrico, también tabulado al cual se le llama B.

Finalmente:

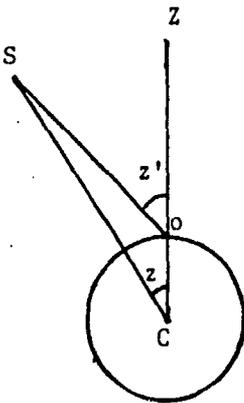
$\frac{1}{1+0.004 t'}$  es el factor termométrico que como los ante-

riores se encuentra tabulado para diversos factores de  $t'$  y se designa por  $T'$ .

- Corrección por paralaje.

El paralaje se mide por el ángulo formado entre la dirección en que se observa el Sol visto desde un punto de la superficie terrestre y la dirección bajo la cual se vería desde el centro. Este ángulo es muy pequeño cuando el astro considerado es una estrella y en cambio relativamente grande para astros cercanos, tales como el Sol.

El paralaje Solar, de acuerdo a la última medición obtenida es  $8''794$ . De acuerdo a la siguiente figura:



S = astro

Z = zenit

C = centro de la Tierra.

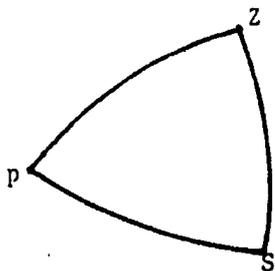
O = observador.

$z'$  = altura aparente del astro.

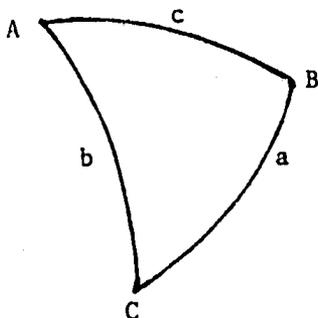
$z$  = altura real del astro.

El signo de esta corrección es negativo para las distancias zenitales y positivo para las alturas.

.- Consideraciones: debido al uso de las nuevas calculadoras de bolsillo, las cuales facilitan el trabajo de cálculo, se ha estado trabajando con las ecuaciones que se obtienen directamente del triángulo astronómico para la determinación -- del azimut, latitud y longitud y se ha visto que dan buenos resultados, así como rapidez en los cálculos.



Triángulo Esférico.- Es la región de la superficie de una esfera limitada por los arcos de tres circunferencias máximas. Los arcos son los lados del triángulo esférico y los vértices de los tres ángulos esféricos son los vértices del triángulo. Generalmente, los ángulos se denominan A, B, C y los respectivos lados opuestos a, b, c.



Del triángulo anterior se deduce la ley del coseno que dice:  
 "En un triángulo esférico al coseno de cualquier lado, es igual al producto de los cosenos de los otros dos lados, más el producto de los senos de esos mismos lados, por el coseno del ángulo comprendido".

Así:

$$\cos a = \cos b \cos c + \sin b \sin c \cos A . \quad (1)$$

$$\cos b = \cos a \cos c + \sin a \sin c \cos B \quad (2)$$

$$\cos c = \cos a \cos b + \sin a \sin b \cos C \quad (3)$$

Tomando en cuenta la ecuación (2) y despejando tenemos:

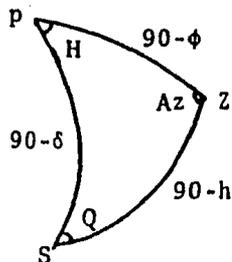
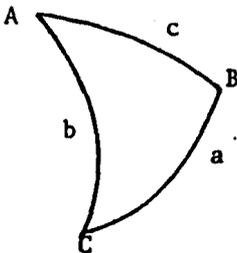
$$\cos b - \cos a \cos c = \sin a \sin c \cos B$$

Transponiendo:

$$\sin a \sin c \cos B = \cos b - \cos a \cos c$$

$$\cos B = \frac{\cos b - \cos a \cos c}{\sin a \sin c} \quad (4)$$

Del triángulo esférico pasamos a considerar el triángulo -  
 astronómico:



donde los vértices del triángulo astronómico son:

p = Sol

Z = Zenit

S = Astro.

Sus lados y ángulos son:

Lado PZ, se llama "colatitud" del lugar de observación.

Su valor es de  $90 - \phi$ , y es un elemento fijo para cada lugar de la Tierra.

Lado PS, es el ángulo complementario de la declinación, se llama "distancia polar" o "declinación" del astro y su valor es de  $90 - \delta$ . También es un elemento fijo para cada estrella.

Lado ZS, es el complemento de la altura y se llama "distancia zenital", que es la distancia angular del zenit a la estrella. Se representa con la letra Z.

El ángulo diedro ZPS está formado por el círculo horario que pasa por el astro y el plano meridiano del lugar, se llama ángulo horario y se representa con la letra H.

El ángulo diedro PZS está formado por el plano vertical que pasa por el astro y el plano meridiano del lugar. Su valor es de  $180^\circ - Az$ .

El ángulo diedro PSZ está formado por el círculo horario y el círculo vertical que pasan por el astro, se llama ángulo paraláctico y se representa por la letra Q.

Substituyendo en la ecuación (4) donde:

$$\text{Cos } B = \text{Cos } Az$$

$$a = 90 - h$$

$$b = 90 - \delta$$

$$c = 90 - \phi$$

$$\text{Cos } Az = \frac{\text{Cos } (90 - \delta) - \text{Cos } (90 - h) \text{Cos } (90 - \phi)}{\text{Sen } (90 - h) \text{Sen } (90 - \phi)}$$

Por lo tanto:

$$\text{Cos } Az = \frac{\text{Sen } \delta - \text{Sen } h \text{Sen } \phi}{\text{Cos } h \text{Cos } \phi}$$

En la tabla siguiente se muestran los datos de campo, de los cuales se realizaron tres series:

ESCUELA DE INGENIERIA TOPOGRAFICA										
I. C. A. CH.										
ORIENTACION ASTRONOMICA										
LUGAR:		TUXTLA GUTIERREZI CHIAPAS.								
FECHA:		8 diciembre 1984			O.B.S. Martín Villarreal Victorio					
APARATO:		Tránsito Roosbach 20"			ANOTO.					
LADO: C.F.E. - Sumidero.					R.M.O.:					
S	P	PV	RELOJ			h			φ	
1	D	SEÑAL	-----			0°	00'	00"	-----	
		SOL	9 <sup>h</sup>	19 <sup>m</sup>	47 <sup>s</sup>	62	16	20	33°	35'
	I	SOL	9	26	17	242	52	40	34	18
		SEÑAL	-----			180	00	00	-----	
PROMEDIOS		9	23	02	62	34	30	33	56	30"
2	I	SEÑAL	-----			0°	00'	00"	-----	
		SOL	9	32	30	63	51	40	35	46
	D	SOL	9	34	35	244	55	40	35	30
		SEÑAL	-----			180	00	00	-----	
PROMEDIOS		9	33	32	64	13	15	35	38	00"
3	D	SEÑAL	-----			0°	00'	00"	-----	
		SOL	9	37	12	64	50	40	36	32
	I	SOL	9	41	02	246	14	20	36	35
		SEÑAL	-----			180	00	00	-----	
PROMEDIOS		9	39	07	65	32	30	36	33	30"

PROMEDIO GENERAL 9<sup>h</sup>31<sup>m</sup>53<sup>s</sup>.67      64°06'45"      35°22'40"

$$h = 35^{\circ}22'40''$$

Correcciones por Refracción = -1'22"

Corrección por paralaje = + 7'1"

ALTURA CORREGIDA h = 35°21'25"

Calculo de la Declinación ( $\delta$ )

Hora de observación	=	9 <sup>h</sup> 31 <sup>m</sup> 53 <sup>s</sup> .8
Hora de paso del Sol =	=	<u>11 52 07.96</u>
Diferencia de hora (sexagesimal)	=	- 2 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup> 14 <sup>s</sup> .16
Diferencia de hora (decimal)	=	- 2.3372667
Variación horaria de la $\delta$	=	- 15.5
Variación de la $\delta$ en el intervalo	=	+ 36.23
$\delta$ del Sol a la hora de paso	=	<u>-22°47'30".40</u>
	$\delta$ =	-22°46'54".17
	$\phi$ =	16°45'20"
	h =	35°21'25"

$$\text{Cos Az} = \frac{\text{Sen } \delta - \text{Sen } h \text{ Sen } \phi}{\text{Sen } h \text{ Sen } \phi}$$

$$\text{Cos Az} = \frac{\text{Sen } (-22^{\circ}46'54".2) - \text{Sen } (35^{\circ}21'25") \text{ Sen } (16^{\circ}45'20")}{\text{Cos } (35^{\circ}21'25") \text{ Cos } (16^{\circ}45'20")}$$

$$\text{Cos Az} = \frac{(-0.3872215) - (0.1668238)}{0.7809369}$$

$$\text{Cos Az} = - 0.7094623$$

Az = 135°11'28".3 del Sol  
295 53 15 } Sol-Señal

431 04 43.3

Az = 71°04'43".3 de la Línea

RBO = N71°04'43".3 E

## C A P I T U L O   V

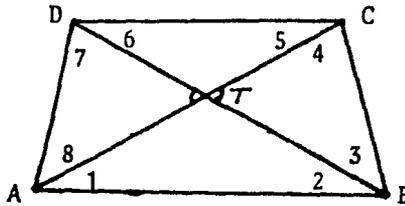
### COMPENSACION DEL CUADRILATERO

La compensación del cuadrilátero se desarrolló por dos métodos y éstos son: mínimos cuadrados y Método de las cotangentes, con el fin de obtener el mejor para la aplicación en nuestro trabajo.

Antes de hacer esta compensación por cualquiera de los dos métodos, vamos a compenetrarnos para encontrar las fórmulas que se conocen como "constantes correlativas", que son aplicables al método de Mínimos Cuadrados.

V.1 Establecimiento de las Ecuaciones de Angulos.

Considerando el cuadrilátero siguiente:



en donde:

$\}i$  = valor de los ángulos medidos.

$\langle i$  = valor de los ángulos ajustados.

$v_i$  = desviaciones de los ángulos.

$\langle i = \}i + v_i$

Del triángulo DTC:

$$\langle_5 + \langle_6 + \angle DTC = 180^\circ + \epsilon_{\Delta DTC}$$

$$\angle DTC = 180^\circ + \epsilon_{\Delta DTC} - \langle_5 - \langle_6$$

Considerando el triángulo ATB:

$$\langle_1 + \langle_2 + \angle ATB = 180^\circ + \epsilon_{\Delta ATB}$$

$$\angle ATB = 180^\circ + \epsilon_{\Delta ATB} - \langle_1 - \langle_2$$

igualando:  $\angle DTC = \angle ATB$

$$180^\circ + \epsilon\Delta DTC - \angle_5 - \angle_6 = 180^\circ + \epsilon\Delta ATB - \angle_1 - \angle_2 \dots$$

$$\epsilon\Delta DTC - \epsilon\Delta ATB = \angle_5 + \angle_6 - \angle_1 - \angle_2 \dots \quad (1)$$

Por otra parte considerando el triángulo  $\Delta ATD$ :

$$\angle_7 + \angle_8 + \angle ATD = 180^\circ + \epsilon\Delta ATD$$

$$\angle ATD = 180^\circ + \epsilon\Delta ATD - \angle_7 - \angle_8$$

Considerando el  $\Delta BTC$ :

$$\angle_3 + \angle_4 + \angle BTC = 180^\circ + \epsilon\Delta BTC$$

$$\angle BTC = 180^\circ + \epsilon\Delta BTC - \angle_3 - \angle_4$$

Iguando  $\angle ATD = \angle BTC$

$$180^\circ + \epsilon\Delta ATD - \angle_7 - \angle_8 = 180^\circ + \epsilon\Delta BTC - \angle_3 - \angle_4$$

$$\epsilon\Delta ATD - \epsilon\Delta BTC = \angle_7 + \angle_8 + \angle_3 + \angle_4 \dots \dots \dots (2)$$

$$\angle_1 + \angle_2 + \angle_3 + \angle_4 + \angle_5 + \angle_6 + \angle_7 + \angle_8 = 360^\circ + \epsilon ABCD \dots \dots \dots (3)$$

Ahora bien, al sustituir en estas ecuaciones los valores de los ángulos medidos, no se cumplen rigurosamente, porque estos valores están afectados de los errores propios de toda clase de mediciones. En consecuencia las ecuaciones (1), (2) y (3) desarrollados en función de los ángulos observados y de los errores de medición, quedan como sigue:

De la ecuación (1):

$$\epsilon\Delta DTC - \epsilon\Delta ATB = \angle_5 + \angle_6 - \angle_1 - \angle_2$$

$$\epsilon\Delta DTC - \epsilon\Delta ATB = (\beta_5 + \angle_5) + (\beta_6 + \angle_6) - (\beta_1 + V_1) - (\beta_2 + V_2)$$

$$\epsilon\Delta DTC - \epsilon\Delta ATB = \beta_5 + V_5 + \beta_6 + V_6 - \beta_1 - V_1 - \beta_2 - V_2$$

$$V_1 + V_2 - V_5 - V_6 = (\beta_5 + \beta_6 - \beta_1 - \beta_2 - \epsilon\Delta BTC + \epsilon\Delta ATB) = w_1 \quad (4)$$

De la ecuación (2):

$$\begin{aligned} \epsilon\Delta ATD - \epsilon\Delta BTC &= \alpha_7 + \alpha_8 - \alpha_3 - \alpha_4 \\ \epsilon\Delta ATD - \epsilon\Delta BTC &= (\beta_7 + \alpha_7) + (\beta_8 + V_8) - (\beta_3 + V_3) - (\beta_4 + V_4) \\ \epsilon\Delta ATD - \epsilon\Delta BTC &= \beta_7 + V_7 + \beta_8 + V_8 - \beta_3 - V_3 - \beta_4 - V_4 \\ V_3 + V_4 - V_7 - V_8 &= (\beta_7 + \beta_8 - \beta_3 - \beta_4 - \epsilon\Delta ATD + \epsilon\Delta BTC) = w_2 \quad (5) \end{aligned}$$

De la ecuación (3):

$$\begin{aligned} \alpha_1 + \alpha_2 + \alpha_3 + \alpha_4 + \alpha_5 + \alpha_6 + \alpha_7 + \alpha_8 &= 360^\circ + \epsilon ABCD \\ \beta_1 + V_1 + \beta_2 + V_2 + \beta_3 + V_3 + \beta_4 + V_4 + \beta_5 + V_5 + \beta_6 + V_6 + \beta_7 + V_7 \\ \beta_8 + V_8 &= 360^\circ + \epsilon ABCD \\ V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 + V_7 + V_8 &= (360^\circ + \epsilon ABCD - \beta_1 - \beta_2 - \\ \beta_3 - \beta_4 - \beta_5 - \beta_6 - \beta_7 - \beta_8) &= w_3 \quad (6) \end{aligned}$$

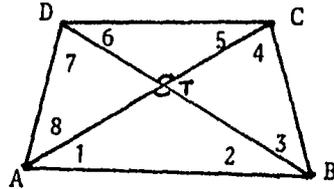
Las ecuaciones (4), (5) y (6) representan la forma más favorable de las ecuaciones de ángulos, incluyendo los errores. Estas ecuaciones posteriormente son aplicadas en este mismo capítulo.

## V.2 DETERMINACION DE LA ECUACION DE LADOS.

En el triángulo ATD:

$$\frac{AD}{\text{Sen } \angle ATD} = \frac{DT}{\text{Sen } \angle 8}$$

$$DT = AD \frac{\text{Sen } \angle 8}{\text{Sen } \angle ATD}$$



En el triángulo CTD:

$$\frac{DT}{\text{Sen } \angle 5} = \frac{CT}{\text{Sen } \angle 6}$$

$$DT = CT \frac{\text{Sen } \angle 5}{\text{Sen } \angle 6}$$

Igualando:

$$AD \frac{\text{Sen } \angle 8}{\text{Sen } \angle ATD} = CT \frac{\text{Sen } \angle 5}{\text{Sen } \angle 6}$$

$$AD \text{ Sen } \angle 8 \text{ Sen } \angle 6 = CT \text{ Sen } \angle 5 \text{ Sen } \angle ATD$$

$$CT = \frac{AD \text{ Sen } \angle 8 \text{ Sen } \angle 6}{\text{Sen } \angle 5 \text{ Sen } \angle ATD}$$

En el triángulo BTC:

$$\frac{CT}{\text{Sen } \angle 3} = \frac{BC}{\text{Sen } \angle BTC}$$

$$CT = BC \frac{\text{Sen } \angle 3}{\text{Sen } \angle BTC}$$

Igualando:

$$AD \frac{\text{Sen } \angle_8 \text{ Sen } \angle_6}{\text{Sen } \angle_5 \text{ Sen } \angle \text{ATD}} = BC \frac{\text{Sen } \angle_3}{\text{Sen } \angle \text{BTC}}$$

$$AD \text{ Sen } \angle_8 \text{ Sen } \angle_6 \text{ Sen } \angle \text{BTC} = BC \text{ Sen } \angle_3 \text{ Sen } \angle_5 \text{ Sen } \angle \text{ATD}$$

$$\angle \text{BTC} = \angle \text{ATD}$$

$$BC = AD \frac{\text{Sen } \angle_8 \text{ Sen } \angle_6}{\text{Sen } \angle_3 \text{ Sen } \angle_5}$$

En el triángulo ATD:

$$\frac{AD}{\text{Sen } \angle \text{ATD}} = \frac{AT}{\text{Sen } \angle_7}$$

$$AT = AD \frac{\text{Sen } \angle_7}{\text{Sen } \angle \text{ATD}}$$

En el triángulo ATB:

$$\frac{AT}{\text{Sen } \angle_2} = \frac{BT}{\text{Sen } \angle_1}$$

$$AT = BT \frac{\text{Sen } \angle_2}{\text{Sen } \angle_1}$$

Igualando:

$$AD = \frac{\text{Sen } \angle_7}{\text{Sen } \angle \text{ATD}} = BT \frac{\text{Sen } \angle_2}{\text{Sen } \angle_1}$$

$$AD \text{ Sen } \angle_7 \text{ Sen } \angle_1 = BT \text{ Sen } \angle_2 \text{ Sen } \angle \text{ATD}$$

$$BT = AD \frac{\text{Sen } \angle_7 \text{ Sen } \angle_1}{\text{Sen } \angle_2 \text{ Sen } \angle \text{ATD}}$$

En el triángulo BTC:

$$\frac{BT}{\text{Sen } \angle_4} = \frac{BC}{\text{Sen } \angle BTC}$$

$$BT = BC \frac{\text{Sen } \angle_4}{\text{Sen } \angle BTC}$$

Iguando:

$$AD \frac{\text{Sen } \angle_7 \text{ Sen } \angle_1}{\text{Sen } \angle_2 \text{ Sen } \angle ATD} = BC \frac{\text{Sen } \angle_4}{\text{Sen } \angle BTC}$$

$$AD \text{ Sen } \angle_7 \text{ Sen } \angle_1 \text{ Sen } \angle BTC = BC \text{ Sen } \angle_4 \text{ Sen } \angle_2 \text{ Sen } \angle ATD$$

$$\angle BTC = \angle ATD$$

$$BC = AD \frac{\text{Sen } \angle_7 \text{ Sen } \angle_1}{\text{Sen } \angle_4 \text{ Sen } \angle_2}$$

Iguando:

$$AD \frac{\text{Sen } \angle_8 \text{ Sen } \angle_6}{\text{Sen } \angle_3 \text{ Sen } \angle_5} = AD \frac{\text{Sen } \angle_7 \text{ Sen } \angle_1}{\text{Sen } \angle_4 \text{ Sen } \angle_2}$$

$$\text{Sen } \angle_2 \text{ Sen } \angle_4 \text{ Sen } \angle_6 \text{ Sen } \angle_8 = \text{Sen } \angle_1 \text{ Sen } \angle_3 \text{ Sen } \angle_5 \text{ Sen } \angle_7 \quad (7)$$

Como:

$$\angle_1 = \beta_1 + V_1$$

$$\angle_2 = \beta_2 + V_2$$

$$\angle_3 = \beta_3 + V_3$$

$$\angle_4 = \beta_4 + V_4$$

$$\angle_5 = \beta_5 + V_5$$

$$\alpha_6 = \beta_6 + V_6$$

$$\alpha_7 = \beta_7 + V_7$$

$$\alpha_8 = \beta_8 + V_8 \quad \text{Substituyendo en (7):}$$

$$\begin{aligned} & \text{Sen } (\beta_2 + V_2) \text{ Sen } (\beta_4 + V_4) \text{ Sen } (\beta_6 + V_6) \text{ Sen } (\beta_8 + V_8) \\ = & \text{Sen } (\beta_1 + V_1) \text{ Sen } (\beta_3 + V_3) \text{ Sen } (\beta_5 + V_5) \text{ Sen } (\beta_7 + V_7) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \text{Log Sen } (\beta_2 + V_2) \text{ Log Sen } (\beta_4 + V_4) \text{ Log Sen } (\beta_6 + V_6) \text{ Log Sen } (\beta_8 + V_8) \\ = & \text{Log Sen } (\beta_1 + V_1) \text{ Log Sen } (\beta_3 + V_3) \text{ Log Sen } (\beta_5 + V_5) \text{ Log Sen } (\beta_7 + V_7) \end{aligned} \quad (9)$$

Si consideramos el siguiente ejemplo:

$$\begin{aligned} \text{Log Sen } (15^{\circ}00'05'') &= \text{Log Sen } 15 \times d_{15} \times 5 \\ 9.4130355 &= 9.4129962 \times 0.0000079 \times 5 \\ 9.4130355 &= 9.4130355 \\ \text{Log Sen } 15^{\circ}00'01'' &= 9.4130041 \\ \text{Log Sen } 15 \ 00 \ 00 &= \underline{9.4129962} \\ &0.0000079 \end{aligned}$$

Del ejemplo anterior, tenemos:

$$\begin{aligned} & \text{Log Sen } \beta_2 + d_2 V_2 + \text{Log Sen } \beta_4 + d_4 V_4 + \text{Log Sen } \beta_6 + d_6 V_6 + \\ & \text{Log Sen } \beta_8 + d_8 V_8 = \text{Log Sen } \beta_1 + d_1 V_1 + \text{Log Sen } \beta_3 + d_3 V_3 + \\ & \text{Log Sen } \beta_5 + d_5 V_5 + \text{Log Sen } \beta_7 + d_7 V_7 \end{aligned} \quad (10)$$

$$d_1 V_1 + d_3 V_3 + d_5 V_5 + d_7 V_7 - d_2 V_2 - d_4 V_4 - d_6 V_6 -$$

$$d_8 V_8 = \text{Log Sen } \beta_2 + \text{Log Sen } \beta_4 + \text{Log Sen } \beta_6 + \text{Log Sen } \beta_8 - \text{Log Sen } \beta_1 - \text{Log Sen } \beta_3 - \text{Log Sen } \beta_5 - \text{Log Sen } \beta_7 = w_4 \quad (11)$$

Sintetizando, tenemos:

$$d_1 V_1 + d_3 V_3 + d_5 V_5 + d_7 V_7 - d_2 V_2 - d_4 V_4 - d_6 V_6 - d_8 V_8 =$$

$$(\sum \text{Log Sen } \beta_s \text{ pares} - \sum \text{Log Sen } \beta_s \text{ impares})$$

Las ecuaciones (4), (5), (6) y (11) representan un sistema de ecuaciones de condición que podemos resolver por el método de los Minimos Cuadrados con la ayuda de la ecuación que nos muestra que la suma de los cuadrados de las desviaciones es un mínimo.

$$F = V_1^2 + V_2^2 + V_3^2 + V_4^2 + V_5^2 + V_6^2 + V_7^2 + V_8^2 = \text{mínimo} \quad (12)$$

Reunamos las ecuaciones a resolver:

$$V_1 + V_2 - V_5 - V_6 = w_1 \quad (4)$$

$$V_3 + V_4 - V_7 - V_8 = w_2 \quad (5)$$

$$V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6 + V_7 + V_8 = w_3 \quad (6)$$

$$d_1 V_1 + d_3 V_3 + d_5 V_5 + d_7 V_7 - d_2 V_2 - d_4 V_4 - d_6 V_6 - d_8 V_8 = w_4 \quad (11)$$

donde:

$$w_1 = (\beta_5 + \beta_6 - \beta_1 - \beta_2 - \epsilon \Delta DTC + \epsilon \Delta ATB)$$

$$w_2 = (\beta_7 + \beta_8 - \beta_3 - \beta_4 - \epsilon \Delta ATD + \epsilon \Delta BTC)$$

$$w_3 = (360 + \epsilon ABCD - \Sigma \beta_s)$$

$$w_4 = (\Sigma \text{Log Sen } \beta_s \text{ pares} - \text{Log Sen } \beta_s \text{ impares})$$

## V.3 CALCULO DE LOS COEFICIENTES DE LAS ECUACIONES NORMALES

$\frac{1}{p}$	V	$\alpha''$	$\beta$	$\gamma$	$\delta$	w	$\frac{\alpha\alpha}{p}$	$\frac{\alpha\beta}{p}$	$\frac{\alpha\gamma}{p}$	$\frac{\alpha\delta}{p}$	$\frac{\beta\beta}{p}$	$\frac{\beta\gamma}{p}$	$\frac{\beta\delta}{p}$	$\frac{\gamma\gamma}{p}$	$\frac{\gamma\delta}{p}$	$\frac{\delta\delta}{p}$
$1/p_1$	$V_1$	1	0	1	$d_1$	$w_1$	1	0	1	$d_1$	0	0	0	1	$d_1$	$d_1 d_1$
$1/p_2$	$V_2$	1	0	1	$-d_2$	$w_2$	1	0	1	$-d_2$	0	0	0	1	$-d_2$	$d_2 d_2$
$1/p_3$	$V_3$	0	1	1	$d_3$	$w_3$	0	0	0	0	1	1	$d_3$	1	$d_3$	$d_3 d_3$
$1/p_4$	$V_4$	0	1	1	$-d_4$	$w_4$	0	0	0	0	1	1	$-d_4$	1	$-d_4$	$d_4 d_4$
$1/p_5$	$V_5$	-1	0	1	$d_5$		1	0	-1	$-d_5$	0	0	0	1	$d_5$	$d_5 d_5$
$1/p_6$	$V_6$	-1	0	1	$-d_6$		1	0	-1	$d_6$	0	0	0	1	$-d_6$	$d_6 d_6$
$1/p_7$	$V_7$	0	-1	1	$d_7$		0	0	0	0	-1	-1	$-d_7$	1	$d_7$	$d_7 d_7$
$1/p_8$	$V_8$	0	-1	1	$-d_8$		0	0	0	0	-1	-1	$d_8$	1	$-d_8$	$d_8 d_8$
							4	0	0	$\beta_1$	4	0	$\beta_2$	8		(d d)

$$\frac{1}{p} = 1 \quad \beta_1 = (d_1 - d_2) + (d_6 - d_5) \quad \beta_2 = (d_3 - d_4) + (d_8 - d_7) \quad \beta_3 = \Sigma d \text{ imp.} - \Sigma d \text{ pares}$$

#### V.4 ESTABLECIMIENTO DE LAS ECUACIONES NORMALES.

De los resultados obtenidos en la tabla anterior se establecen las siguientes ecuaciones:

$$4 \kappa_1 + 0 \kappa_2 + 0 \kappa_3 + \beta_1 \kappa_4 = w_1$$

$$0 \kappa_1 + 4 \kappa_2 + 0 \kappa_3 + \beta_2 \kappa_4 = w_2$$

$$0 \kappa_1 + 0 \kappa_2 + 8 \kappa_3 + \beta_3 \kappa_4 = w_3$$

$$\beta_1 \kappa_1 + \beta_2 \kappa_2 + \beta_3 \kappa_3 + \{dd\} \kappa_4 = w_4$$

## V.5 RESOLUCION DE LAS NORMALES.

$$\kappa_1 = \frac{w_1 - \beta_1 \kappa_4}{4} \quad \text{de la 1a. normal}$$

$$\kappa_2 = \frac{w_2 - \beta_2 \kappa_4}{4} \quad \text{de la 2a. normal}$$

$$\kappa_3 = \frac{w_3 - \beta_3 \kappa_4}{8} \quad \text{de la 3a. normal}$$

Substituyendo los valores de  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$ ,  $\kappa_3$  en la 4a. normal:

$$\beta_1 \frac{w_1 - \beta_1 \kappa_4}{4} + \beta_2 \frac{w_2 - \beta_2 \kappa_4}{4} + \beta_3 \frac{w_3 - \beta_3 \kappa_4}{8} + (dd)\kappa_4 = w_4$$

$$\frac{\beta_1 w_1}{4} - \frac{\beta_1^2 \kappa_4}{4} + \frac{\beta_2 w_2}{4} - \frac{\beta_2^2 \kappa_4}{4} + \frac{\beta_3 w_3}{8} - \frac{\beta_3^2 \kappa_4}{8} + (dd)\kappa_4 = w_4$$

$$\frac{\beta_1 w_1}{4} + \frac{\beta_2 w_2}{4} + \frac{\beta_3 w_3}{8} - \left( \frac{\beta_1^2 \kappa_4}{4} + \frac{\beta_2^2 \kappa_4}{4} + \frac{\beta_3^2 \kappa_4}{8} - (dd)\kappa_4 \right) = w_4$$

$$-\left( \frac{\beta_1^2 \kappa_4}{4} + \frac{\beta_2^2 \kappa_4}{4} + \frac{\beta_3^2 \kappa_4}{8} - (dd)\kappa_4 \right) = -\left( \frac{\beta_1 w_1}{4} + \frac{\beta_2 w_2}{4} + \frac{\beta_3 w_3}{8} \right) + w_4$$

Cambiando signos:

$$\left( \frac{\beta_1^2 \kappa_4}{4} + \frac{\beta_2^2 \kappa_4}{4} + \frac{\beta_3^2 \kappa_4}{8} - (dd)\kappa_4 \right) = \frac{\beta_1 w_1}{4} + \frac{\beta_2 w_2}{4} + \frac{\beta_3 w_3}{8} - w_4$$

$$\kappa_4 = \frac{\frac{\beta_1 w_1}{4} + \frac{\beta_2 w_2}{4} + \frac{\beta_3 w_3}{8} - w_4}{\frac{\beta_1^2}{4} + \frac{\beta_2^2}{4} + \frac{\beta_3^2}{8} - (dd)}$$

$$\kappa_4 = \frac{2\beta_1 w_1 + 2\beta_2 w_2 + \beta_3 w_3 - 8w_4}{2\beta_1^2 + 2\beta_2^2 + \beta_3^2 - 8(dd)}$$

Conocidas  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$ ,  $\kappa_3$  y  $\kappa_4$ ; se puede sustituir estos valores en las ecuaciones que nos dan a su vez los valores de las  $V$  y que son las siguientes:

$$V_1 = \frac{\kappa_1 \alpha_1}{\rho_1} + \frac{\kappa_2 \beta_1}{\rho_1} + \frac{\kappa_3 \gamma_1}{\rho_1} + \frac{\kappa_4 \delta_1}{\rho_1} = \kappa_1 + \kappa_3 + d_1 \kappa_4$$

$$V_2 = \frac{\kappa_1 \alpha_2}{\rho_2} + \frac{\kappa_2 \beta_2}{\rho_2} + \frac{\kappa_3 \gamma_2}{\rho_2} + \frac{\kappa_4 \delta_2}{\rho_2} = \kappa_1 + \kappa_3 - d_2 \kappa_4$$

$$V_3 = \frac{\kappa_1 \alpha_3}{\rho_3} + \frac{\kappa_2 \beta_3}{\rho_3} + \frac{\kappa_3 \gamma_3}{\rho_3} + \frac{\kappa_4 \delta_3}{\rho_3} = \kappa_2 + \kappa_3 + d_3 \kappa_4$$

$$V_4 = \frac{\kappa_1 \alpha_4}{\rho_4} + \frac{\kappa_2 \beta_4}{\rho_4} + \frac{\kappa_3 \gamma_4}{\rho_4} + \frac{\kappa_4 \delta_4}{\rho_4} = \kappa_2 + \kappa_3 + d_4 \kappa_4$$

$$V_5 = \frac{\kappa_1 \alpha_5}{\rho_5} + \frac{\kappa_2 \beta_5}{\rho_5} + \frac{\kappa_3 \gamma_5}{\rho_5} + \frac{\kappa_4 \delta_5}{\rho_5} = \kappa_3 - \kappa_1 + d_5 \kappa_4$$

$$V_6 = \frac{\kappa_1 \alpha_6}{\rho_6} + \frac{\kappa_2 \beta_6}{\rho_6} + \frac{\kappa_3 \gamma_6}{\rho_6} + \frac{\kappa_4 \delta_6}{\rho_6} = \kappa_3 - \kappa_1 - d_6 \kappa_4$$

$$V_7 = \frac{\kappa_1 \alpha_7}{\rho_7} + \frac{\kappa_2 \beta_7}{\rho_7} + \frac{\kappa_3 \gamma_7}{\rho_7} + \frac{\kappa_4 \delta_7}{\rho_7} = \kappa_3 - \kappa_2 + d_7 \kappa_4$$

$$V_8 = \frac{\kappa_1 \alpha_8}{\rho_8} + \frac{\kappa_2 \beta_8}{\rho_8} + \frac{\kappa_3 \gamma_8}{\rho_8} + \frac{\kappa_4 \delta_8}{\rho_8} = \kappa_3 - \kappa_2 - d_8 \kappa_4$$

Con estas ecuaciones se corrigen los ángulos observados - para obtener los valores más probables.

## V.6 METODO DE MINIMOS CUADRADOS.

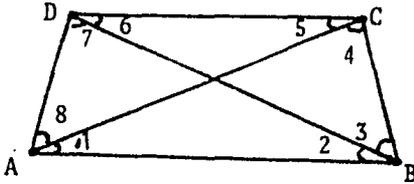
Se le llama también método general de compensación, el -- cual se facilita usando modelos de cálculo. En este tipo de modelo pueden verse las fórmulas que dan los valores de  $\kappa_4$ ,  $\kappa_1$ ,  $\kappa_2$  y  $\kappa_3$ , siendo éstas las constantes correlativas. Primeramente se calcula  $\kappa_4$ , el cual se substituye luego en los de las otras  $\kappa$ , -- para encontrar el valor de éstas. Una vez calculadas las  $\kappa$  se -- substituyen en los valores de las correcciones  $V_1, V_2 \dots V_8$  cuyas fórmulas encontradas anteriormente pueden verse también en el modelo de cálculo. Los números romanos puestos en cada encabezado sirven para indicar el orden en que se van ejecutando las operaciones.

COMPENSACION DE UN CUADRILATERO  
POR MINIMOS CUADRADOS.

CALCULO: MARTIN VILLARREAL VICTORIO  
REVISO: ING. CARLOS CAÑON AMARO

Angulos I	log. sen/∠ impares II	log. sen/∠ pares III	dif. log 1" imp. d/par d		dd VI	dk <sub>1</sub> XVI	Formulas para el calculo de las v	v XVII	∠ compensados XVIII	
			IV	V						
1 69°29'38"	9.971570		0.8		0.6	0.7	$V_1 = K_1 + K_2 + d_1 K_4$	-2.2	69°29'36"	1
2 29 17 14		9.689476		3.8	14.4	3.4	$V_2 = K_1 + K_2 - d_2 K_4$	-6.3	29 17 08	2
3 42 34 30	9.830303		2.3		5.3	2.1	$V_3 = K_2 + K_3 + d_3 K_4$	0.6	42 34 31	3
4 38 38 50		9.795549		2.6	6.8	2.3	$V_4 = K_2 + K_3 - d_4 K_4$	-3.8	38 38 46	4
5 38 05 16	9.790192		2.7		7.3	2.4	$V_5 = K_3 - K_1 + d_5 K_4$	2.9	38 05 19	5
6 60 41 25		9.940510		1.2	1.4	1.1	$V_6 = K_3 - K_1 - d_6 K_4$	-0.6	60 41 24	6
7 31 23 20	9.716708		3.5		12.2	3.1	$V_7 = K_3 - K_2 + d_7 K_4$	2.2	31 23 22	7
8 49 49 57		9.883185		1.8	3.2	1.6	$V_8 = K_3 - K_2 - d_8 K_4$	-2.5	49 49 54	8
sum. 360°00'10"	39.308773	39.308720	9.3	9.4	51.2		$w_3 = \text{suma de las } v =$		360°00'00"	
$w_3 = 360^\circ - \sum \text{angos} = 10''$	$w_4 = \sum \log. \text{sen}^\circ \text{pares} - \sum \log. \text{sen}^\circ \text{impares} = -53$		$\beta_1 = \sum \text{dif. log}^\circ \text{impares} - \sum \text{dif. log}^\circ \text{pares} = -0.1$						$\beta_2 = 0.0$	
calculo de $w_1$ VII	calculo de $w_2$ VIII	calculo de $\beta_1$ y $\beta_1^2$ IX		calculo de $\beta_2$ y $\beta_2^2$ X		Formulas				
$\hat{3} + \hat{6} = 98^\circ 46' 14''$ $-(\hat{1} + \hat{2}) = 98^\circ 46' 52''$ $w_1 = -11''$	$\hat{7} + \hat{8} = 81^\circ 13' 17''$ $-(\hat{3} + \hat{4}) = 81^\circ 13' 20''$ $w_2 = -3''$	$d_1 + d_2 = 2.0$ $-(d_2 + d_1) = -6.5$ $\beta_1 = -4.5$ $\beta_1^2 = 20.2$		$d_3 + d_4 = 4.1$ $-(d_4 + d_3) = -6.1$ $\beta_2 = -2.0$ $\beta_2^2 = 4.0$		$k_1 = \frac{1}{2}(w_1 - \beta_1 k_4)$ $k_2 = \frac{1}{2}(w_2 - \beta_2 k_4)$ $k_3 = \frac{1}{3}(w_3 - \beta_3 k_4)$ $k_4 = \frac{2\beta_1 w_1 + 2\beta_2 w_2 + \beta_3 w_3 - 8w_4}{2(\beta_1^2 + \beta_2^2 + \beta_3^2) - 8[dd]}$				
calculo de $k_4$ XI		calculo de $k_1$ XII		calculo de $k_2$ XIII		calculo de $k_3$ XIV		Auxiliares XV		
$2\beta_1 w_1 = 99.0$ $2\beta_2 w_2 = 12.0$ $\beta_3 w_3 = 1.0$ $-8w_4 = -424.0$ num. = -312.0	$2(\beta_1^2 + \beta_2^2) = 48.4$ $\beta_3^2 = 0.0$ $-8[dd] = -409.6$ denom. = -361.2 $k_4 = 0.9$	$w_1 = -11.0$ $-\beta_1 k_4 = 4.0$ $4k_1 = -7.0$ $k_1 = -1.7$	$w_2 = -3.0$ $-\beta_2 k_4 = 1.8$ $4k_2 = -1.2$ $k_2 = -0.3$	$w_3 = -10.0$ $-\beta_3 k_4 = 0.1$ $8k_3 = -9.9$ $k_3 = -1.2$	$k_1 + k_3 = -2.9$ $k_2 + k_3 = -1.5$ $-k_1 + k_3 = 0.5$ $-k_2 + k_3 = -0.9$					

Comprobando el cierre angular de cada uno de los triángulos,  
de los valores compensados por mínimos cuadrados:



$$1 = 69^{\circ}29'36''$$

$$3 = 42^{\circ}34'31''$$

$$2 + 3 = 71\ 51\ 39$$

$$4 + 5 = 76\ 44\ 05$$

$$4 = \frac{38\ 38\ 46}{180^{\circ}00'01''}$$

$$6 = \frac{60\ 41\ 24}{180^{\circ}00'00''}$$

$$5 = 38^{\circ}05'19''$$

$$2 = 29^{\circ}17'08''$$

$$6 + 7 = 92\ 04\ 46$$

$$1 + 8 = 119\ 19\ 30$$

$$8 = \frac{49\ 49\ 54}{179^{\circ}59'59''}$$

$$7 = \frac{31\ 23\ 22}{180^{\circ}00'00''}$$

$$179^{\circ}59'59''$$

$$180^{\circ}00'00''$$

## V.7 METODO DE APROXIMACIONES SUCESIVAS USANDO LAS COTANGENTES.

En el capítulo IV mencionamos la importancia que merecen las calculadoras de bolsillo. A continuación compensamos el cuadrilátero por el método de aproximaciones sucesivas, usando las cotangentes, el cual se facilita un poco más que el de Mínimos cuadrados por ser menos extensos los cálculos que se realizan.

## COMPENSACION DE UN CUADRILATERO POR APROXIMACIONES SUCESIVAS USANDO LAS COTANGENTES

	ANGULOS OBSERVADOS		ANGULOS CORREGIDOS	SENOS }S IMPAR	SENOS }S PARES	cot	cot <sup>2</sup>	κ cot	ANGULOS ACEPTADOS
1	69°29'38"	-2	69°29'36"	0.936631		0.374017	0.139889	+ 0.86	69°29'37"
2	29 17 14	-2	29 17 14		0.489179	1.782951	3.178915	- 4.12	29 17 08
3	42 34 30	-1	42 34 29	0.676551		1.088455	1.184735	+ 2.51	42 34 32
4	38 38 50	-1	38 38 49		0.624520	1.250575	1.563939	- 2.89	38 38 46
5	38 05 16	-1	38 05 15	0.616864		1.275920	1.627973	+ 2.95	38 05 18
6	60 41 25	-1	60 41 24		0.871984	0.561403	0.315174	- 1.30	60 41 23
7	31 23 20	-1	31 23 19	0.520840		1.638995	2.686306	+ 3.79	31 23 23
8	49 49 57	-1	49 49 56		0.764159	0.844102	0.712508	- 1.95	49 49 54
360°00'10"		360°00'00"		11.409439				360°00'01"	

$$\text{Sen } 1 \times \text{Sen } 3 \times \text{Sen } 5 \times \text{Sen } 7 = 0.203593 \quad a$$

$$\text{Sen } 2 \times \text{Sen } 4 \times \text{Sen } 6 \times \text{Sen } 8 = 0.203567 \quad b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{0.203593}{0.203567} = 1.0001277$$

$$C = 0.0001277$$

$$\frac{C}{\Sigma \text{Cot}} = 0.0000112 \quad d$$

$$\kappa = \frac{d}{\text{Sen } 1''} = \frac{0.0000112}{0.0000048} = 2''31$$

$$\kappa = 2''31$$

## COMPENSACION DE UN CUADRILATERO POR APROXIMACIONES SUCESIVAS USANDO LAS COTANGENTES

	ANGULOS OBSERVADOS		ANGULOS CORREGIDOS	SENOS }S IMPAR	SENOS }S PARES	cot	cot <sup>2</sup>	K cot	ANGULOS ACEPTADOS
1	69°29'38"	-2	69°29'36"	0.936631		0.374017	0.139889	+ 0.86	69°29'37"
2	29 17 14	-2	29 17 14		0.489179	1.782951	3.178915	- 4.12	29 17 08
3	42 34 30	-1	42 34 29	0.676551		1.088455	1.184735	+ 2.51	42 34 32
4	38 38 50	-1	38 38 49		0.624520	1.250575	1.563939	- 2.89	38 38 46
5	38 05 16	-1	38 05 15	0.616864		1.275920	1.627973	+ 2.95	38 05 18
6	60 41 25	-1	60 41 24		0.871984	0.561403	0.315174	- 1.30	60 41 23
7	31 23 20	-1	31 23 19	0.520840		1.638995	2.686306	+ 3.79	31 23 23
8	49 49 57	-1	49 49 56		0.764159	0.844102	0.712508	- 1.95	49 49 54
360°00'10"		360°00'00"		11.409439				360°00'01"	

$$\begin{aligned} \text{Sen } 1 \times \text{Sen } 3 \times \text{Sen } 5 \times \text{Sen } 7 &= 0.203593 & a \\ \text{Sen } 2 \times \text{Sen } 4 \times \text{Sen } 6 \times \text{Sen } 8 &= 0.203567 & b \end{aligned}$$

$$\frac{a}{b} = \frac{0.203593}{0.203567} = 1.0001277$$

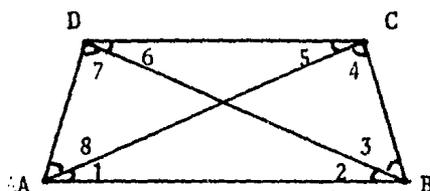
$$C = 0.0001277$$

$$\frac{C}{\Sigma \text{Cot}} = 0.0000112 \quad d$$

$$K = \frac{d}{\text{Sen } 1''} = \frac{0.0000112}{0.0000048} = 2''31$$

$$K = 2''31$$

De los valores aceptados por aproximaciones sucesivas comprobamos el cierre angular de cada uno de los triángulos.



$1 = 69^{\circ}29'37''$ $2 + 3 = 71\ 51\ 40$ $4 = \underline{38\ 38\ 46}$ $180^{\circ}00'03''$	$3 = 42^{\circ}34'32''$ $4 + 5 = 76\ 44\ 04$ $6 = \underline{60\ 41\ 23}$ $179^{\circ}59'59''$
--	--

$5 = 38^{\circ}05'18''$ $6 + 7 = 92\ 04\ 46$ $8 = \underline{49\ 49\ 54}$ $179^{\circ}59'58''$	$2 = 29^{\circ}17'08''$ $1 + 8 = 119\ 19\ 31$ $7 = \underline{31\ 23\ 23}$ $180^{\circ}00'02''$
--	---

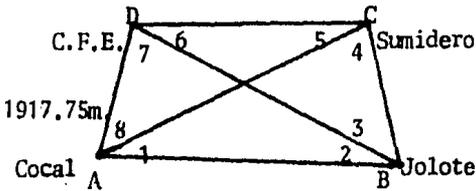
De los valores aceptados, puede hacerse nuevamente otra compensación para que nos dé valores más precisos en el cierre angular de triángulos. Sin embargo, los valores anteriores pueden considerarse aceptables.

## CAPITULO VI

### CALCULO DE LOS LADOS

Después de haber compensado los valores angulares de la figura obtenida por la triangulación y encontrados los valores más probables de los ángulos, se procede al calculo de los lados.

Para esto partimos de la base medida cuya distancia fue de 1917.75m. A partir de este dato y con la fórmula encontrada en el Capítulo V.2, tenemos lo siguiente:



- 1 = 69° 29' 36"
- 2 = 29 17 08
- 3 = 42 34 31
- 4 = 38 38 46
- 5 = 38 05 19
- 6 = 60 41 24
- 7 = 31 23 22
- 8 = 49 49 54

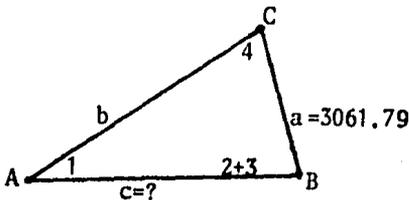
$$BC = AD \frac{\text{Sen } \angle_8 \text{ Sen } \angle_4}{\text{Sen } \angle_3 \text{ Sen } \angle_5}$$

$$BC = 1917.75 \frac{\text{Sen } (49^\circ 49' 54'') \text{ Sen } (60^\circ 41' 24'')}{\text{Sen } (42^\circ 34' 31'') \text{ Sen } (38^\circ 05' 19'')}$$

$$BC = 3061.79\text{m.}$$

=====

Con los datos anteriores y por la ley de los senos, encontramos las siguientes distancias:



$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{a}{\text{Sen } C}$$

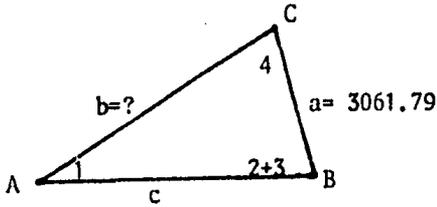
$$a \text{ sen } C = c \text{ sen } A$$

$$C = \frac{a \text{ Sen } C}{\text{Sen } A}$$

$$C = 3061.79 \frac{\text{Sen } (38^\circ 38' 46'')}{\text{Sen } (69^\circ 29' 36'')}$$

$$AB = 2041.48\text{m.}$$

=====



$$\frac{a}{\text{Sen } A} = \frac{b}{\text{Sen } B}$$

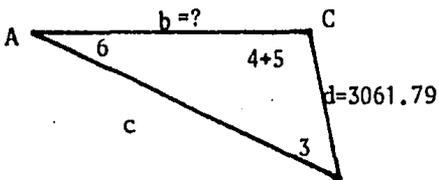
$$a \text{ Sen } B = b \text{ Sen } A$$

$$b = \frac{a \text{ Sen } B}{\text{Sen } A}$$

$$b = 3061.79 \frac{\text{Sen } (71^\circ 51' 39'')}{\text{Sen } (69^\circ 29' 36'')}$$

$$AC = 3106.48\text{m.}$$

=====



$$\frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{d}{\text{Sen } D}$$

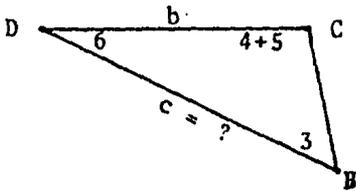
$$b \text{ Sen } D = d \text{ Sen } B$$

$$b = \frac{d \text{ Sen } B}{\text{Sen } D}$$

$$b = 3061.79 \frac{\text{Sen } (42^\circ 34' 31'')}{\text{Sen } (60^\circ 41' 24'')}$$

$$CD = 2375.59\text{m.}$$

=====



$$\frac{b}{\text{Sen } B} = \frac{c}{\text{Sen } C}$$

$$b \text{ Sen } C = c \text{ Sen } B$$

$$c = \frac{b \text{ Sen } C}{\text{Sen } B}$$

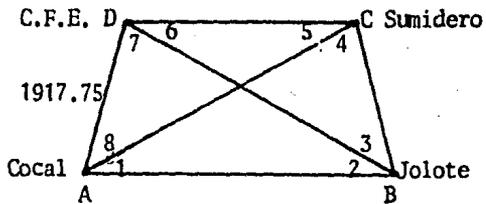
$$c = 3061.79 \frac{\text{Sen}(76^\circ 44' 05'')}{\text{Sen}(42^\circ 34' 31'')}$$

$$BD = 4404.79\text{m.}$$

=====

Si calculamos los mismos lados con los ángulos aceptados por el método de aproximaciones sucesivas, donde:

- 1 = 69° 29' 37"
- 2 = 29 17 08
- 3 = 42 34 32
- 4 = 38 38 46
- 5 = 38 05 18
- 6 = 60 41 23
- 7 = 31 23 23
- 8 = 49 49 54

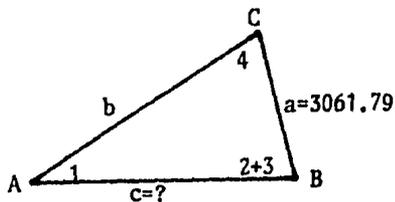


Tenemos:

$$BC = 1917.75 \frac{\text{Sen } (49^{\circ}49'54'')}{\text{Sen } (42^{\circ}34'32'')} \frac{\text{Sen } (60^{\circ}41'23'')}{\text{Sen } (38^{\circ}05'18'')}$$

$$BC = 3061.78\text{m.}$$

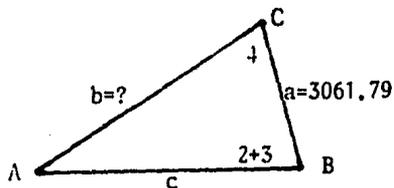
=====



$$C = 3061.79 \frac{\text{Sen } (38^{\circ}38'46'')}{\text{Sen } (69^{\circ}29'37'')}$$

$$AB = 2041.47\text{m.}$$

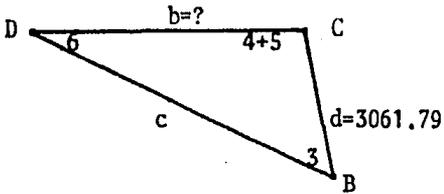
=====



$$b = 3061.79 \frac{\text{Sen } (71^{\circ}51'40'')}{\text{Sen } (69^{\circ}29'37'')}$$

$$AC = 3106.48\text{m.}$$

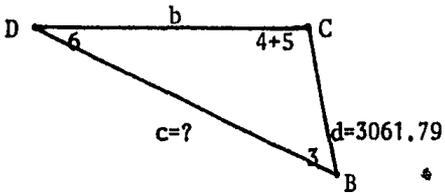
=====



$$b = 3061.79 \frac{\text{Sen } (42^\circ 34' 32'')}{\text{Sen } (60^\circ 41' 23'')}$$

$$CD = 2375.61\text{m.}$$

=====

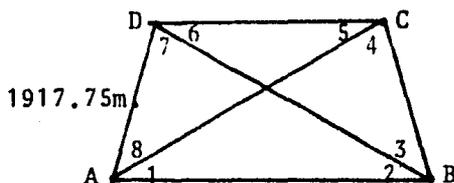


$$c = 3061.79 \frac{\text{Sen } (76^\circ 44' 04'')}{\text{Sen } (42^\circ 34' 32'')}$$

$$BD = 4404.76\text{m.}$$

=====

Comparando las distancias con los valores más probables en ambos métodos tenemos:



**POR MINIMOS CUADRADOS**

$$BC = 3061.79\text{m.}$$

$$AB = 2041.48\text{m.}$$

$$AC = 3106.48\text{m.}$$

$$CD = 2375.59\text{m.}$$

$$BD = 4404.79\text{m.}$$

**POR APROXIMACIONES SUCESIVAS**

$$BC = 3061.78\text{m.}$$

$$AB = 2041.47\text{m.}$$

$$AC = 3106.48\text{m.}$$

$$CD = 2375.61\text{m.}$$

$$BD = 4404.76\text{m.}$$

Donde nos damos cuenta que las diferencias de las distancias encontradas por ambos métodos, son mínimas, considerando que la triangulación es topográfica.

## CAPITULO VII

### CALCULO DE COORDENADAS

Después de haber compensado los valores de los ángulos y de los lados se procede al cálculo de coordenadas. Esto lo realizamos en una planilla de cálculo, y con los métodos topográficos tradicionales calculamos la precisión del cuadrilatero.



## CONCLUSIONES

Los vértices establecidos por la triangulación topográfica quedaron ubicados de tal forma que pueden encontrarse figuras mejor conformadas a partir de cualquier de los vértices establecidos, para así obtener una mayor rigidez. Estos vértices pueden ser útiles durante el desarrollo de los cursos siguientes para las Prácticas de Topografía y Geodesia, en la Escuela de Topografía del Instituto de Ciencias y Artes de Chiapas.

\*

Por otra parte, una manera muy conveniente sería, ligar esta triangulación topográfica a una triangulación de primer orden, con esta conexión, el trabajo realizado sería más completo.

La compensación del cuadrilatero por el método de mínimos cuadrados puede aplicarse para triangulaciones de primer orden, pero ésto no nos impide realizar compensaciones por éste método para triangulaciones de segundo y tercer orden. La compensación por aproximaciones sucesivas por el método de las cotangentes puede aplicarse para triangulaciones de segundo y tercer orden.

La precisión lineal por el método de mínimos cuadrados es:  

$$p = \frac{1}{38,000}$$
 , lo cual se considera aceptable para una triangulación topográfica.

## B I B L I O G R A F I A

- 1.- METODOS TOPOGRAFICOS  
Ing. Ricardo Toscano  
Editorial Porrúa.
- 2.- TOPOGRAFIA  
Ing. Miguel Montes de Oca.  
Edit. Representaciones y Servicios de Ing.
- 3.- GEODESIA GEOMETRICA.  
Ing. Manuel Medina Peralta,  
Editorial Limusa.
- 4.- ELEMENTOS DE ASTRONOMIA DE POSICION.  
Ing. Manuel Medina Peralta,  
Editorial Limusa.
- 5.- TOPOGRAFIA GENERAL  
Ing. Sabro Higashida Miyabara.
- 6.- APUNTES DE PROBABILIDAD Y ERRORES II  
Facultad de Ingeniería, UNAM.
- 7.- APUNTES DE GEODESIA I Y PRACTICAS  
Facultad de Ingeniería, UNAM.
- 8.- APUNTES DE TOPOGRAFIA II Y PRACTICAS  
Facultad de Ingeniería, UNAM.
- 9.- REDACCION DE TESIS  
Angeles Mendieta,  
Editorial Porrúa.

# I N D I C E

Cap.		Pág.
	INTRODUCCION. . . . .	1
I.	RECONOCIMIENTO. . . . .	8
I.1	Operaciones de Campo. . . . .	10
II.	PROYECTO. . . . .	15
II.1	Anteproyecto. . . . .	15
II.1.1	Resistencia de Figuras. . . . .	17
III.	MEDIDA DE LOS ANGULOS . . . . .	30
III.1	Método de Observación . . . . .	31
III.2	Lectura Origen. . . . .	33
IV.	MEDIDA DE LA BASE. . . . .	40
IV.1	Indirectamente. . . . .	41
IV.2	Orientación Astronómica de uno de los Lados. . . . .	55
V.	COMPENSACION DEL CUADRILATERO . . . . .	66
V.1	Establecimiento de las Ecuaciones de Angulos. . . . .	67
V.2	Determinación de la Ecuación de Lados . . . . .	70
V.3	Cálculo de los Coeficientes de las Ecuaciones Nor males . . . . .	76

Cap.		Pág.
V.4	Establecimiento de las Ecuaciones Normales. . .	77
V.5	Resolución de las Normales. . . . .	78
V.6	Método de Mínimos Cuadrados . . . . .	80
V.7	Método de Aproximaciones de Aproximaciones Sucesivas usando las cotangentes. . . . .	83
VI.	CALCULO DE LOS LADOS. . . . .	86
VII.	CALCULO DE COORDENADAS . . . . .	93
	CONCLUSIONES. . . . .	95
	BIBLIOGRAFIA. . . . .	96