Zej. 1

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

CALCULO Y TRAZADO DE CURVAS CLOTOIDES UTILIZANDO COMPUTADORES ELECTRONICOS.

T E S I S

Que para obtener el título de:

INGENIERO TOPOGRAFO GEODESTA

p r e s e n t a :

EDGAR CHARGOY RAMIREZ

MEXICO, D. F. 1983.

I N D I C E

Capítulo | Página

1.- INTRODUCCION ------------------------ 1

2.- CARACTERISTICAS GEOMETRICAS Y FORMULAS DE LA CLOTOIDE ------------------------ 10

3.- UTILIZACION DE LA CLOTOIDE COMO CURVA DE ENLACE ------------------------ 18

4.- EJEMPLOS NUMERICOS

4.1.- Enlace de un alineamiento y de una curva circular ------------------- 24

4.1.1.- Cuando se tienen como datos el radio (R) y el desplazamiento (E) de la tangente al círculo -------------- 24

4.1 2.- Cuando se tienen como datos el radio (R) y la longitud de enlace (L) ------------ 31

4.1.3.- Cuando se tienen como datos el radio (R) y el parámetro (A) de la clotoide ------- 36

4.1.4.- Cuando se tienen como datos el ángulo (τ) y la longitud de enlace (L) 40

Página

Capítulo

4.2.- Enlace de dos curvas circulares del mismo sentido (en óvalo) ---------- 44

4.2.1.- Cuando una curva es interior a la otra ---------------- 44

4.2.2.- Cuando son secantes o interiores la una con la otra -- 53

4.3.- Enlace de dos curvas circulares de sentidos contrarios (enlace en "S")- 55

4.3.1.- Cuando los radios R_1 y R_2 son diferentes ------------ 56

4.3.2.- Cuando los radios R_1 y R_2 son iguales -------------- 61

4.4.- Enlace de dos alineamientos de sentidos contrarios. Clotoide en cima --- 63

4.4.1.- Cuando los datos son el ángulo de intersección ($\mathscr{S}$) y la distancia (F) ------------ 63

4.4.2.- Cuando los datos son el ángulo de intersección ($\mathscr{S}$) y el radio (R) ---------------- 70

Página

Capítulo

4.3.3.- Ejemplo de replanteo de una clotoide en cima dados el ángulo (φ) y el radio (R) -- 77

4.5.- Enlace de tres alineamientos con la ayuda de dos clotoides tangentes en cima -------------------- 83

5.- PROGRAMAS DE COMPUTADORA PARA LA SOLUCION DE LOS EJEMPLOS NUMERICOS

5.1.- Utilizando la computadora de bolsillo HP-41CV -------------------- 92

5.2.- Utilizando el lenguaje Basic ------ 103

5.3.- Utilizando el lenguaje Fortran ----- 112

6.- TRAZO DE CLOTOIDES -------------------- 126

6.1.- Por coordenadas ------------------- 129

6.2.- Por deflexiones ------------------- 129

7.- CONCLUSIONES ------------------- 131

8.- BIBLIOGRAFIA ------------------- 133

C A P I T U L O 1.-

I N T R O D U C C I O N

Cuando dos tangentes de un camino o de un ferrocarril forman un ángulo entre si, debe introducirse una curva entre ellas, si es que se desea que el vehículo pase de una tangente a otra sin cambios bruscos de dirección.

La curva circular es la más sencilla que puede usarse, pero tiene la desventaja de que la fuerza centrífuga se aplica bruscamente cuando los vehículos salen de las tangentes. Esto se evita con la introducción de curvas de transición, cuyo radio de curvatura aumenta gradualmente entre las tangentes y el arco circular, como se muestra en la Figura No. 1.

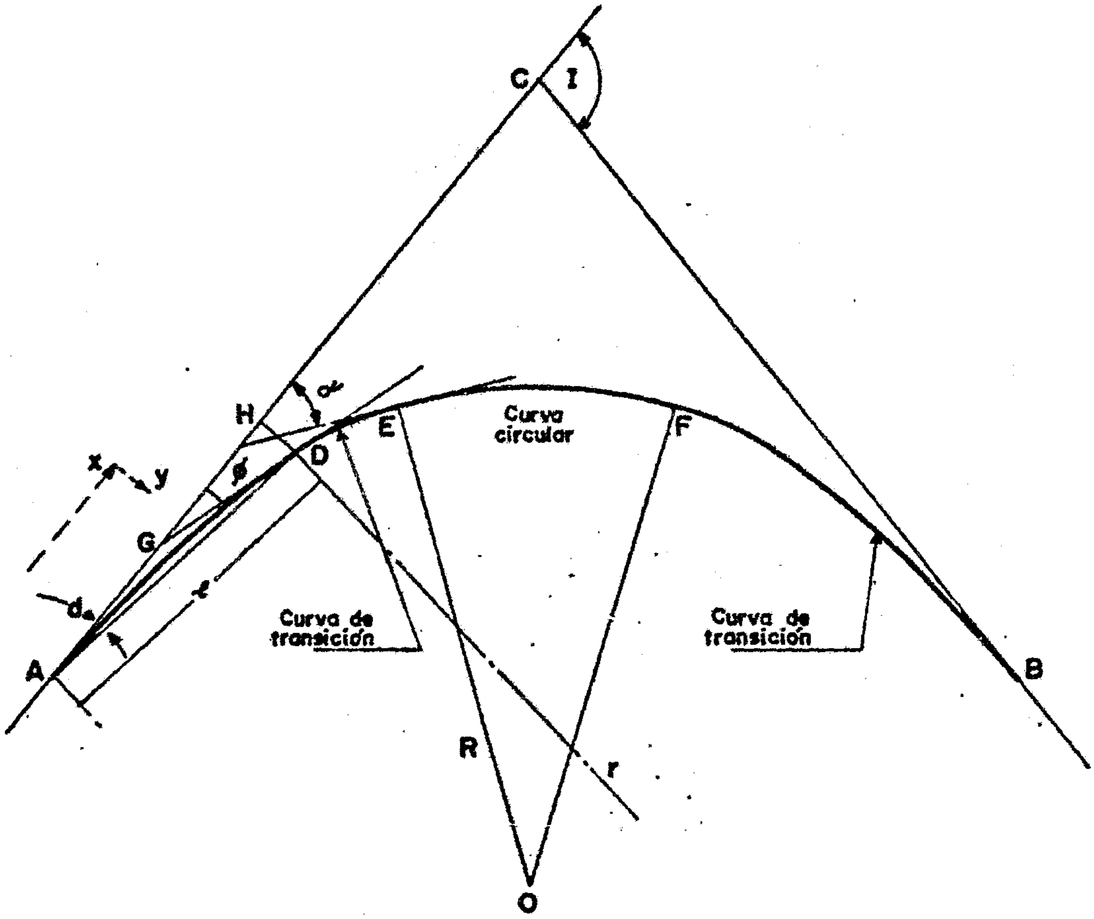


Fig. No. 1 Curva compuesta

La curva de transición más usada en Europa es la Clotoide cuyo campo de aplicación está en la construcción de carreteras, vías de ferrocarriles y vías fluviales.

El principal campo de aplicación de la Clotoide está en la construcción de carreteras. Un vehículo no puede efectuar, sin una cierta transición, el cambio de dirección necesaria para recorrer un arco de círculo.

Si no existen, o son insuficientes los arcos de transición, el conductor se ve obligado a disminuír la velocidad del vehículo, lo que puede llevarle a "cortar" la curva.

La única manera de conseguir una marcha regular y cómoda se realiza empleando curvas de transición adecuadas, requisito especialmente bien cumplido por la Clotoide. gracias al crecimiento lineal de su curvatura.

En un cambio de dirección, permaneciendo constante la velocidad y con presiones uniformes en el volante, el camino del vehículo corresponde exactamente a un arco de Clotoide. En consecuencia, los arcos de Clotoide representan la transición más adecuada entre dos elementos de un trazo, independientemente de que se trate de unir una recta con un círculo, dos rectas de distintas direcciones o dos círculos de diferente radio.

Tampoco debe subestimarse el efecto psicológico sobre la marcha, resultante de los cambios de perspectiva.

Por ejemplo, la unión de una recta con un círculo sin arco de transición, aparece como un codo más o menos marcado, según la magnitud del radio del círculo.

Pero un codo detiene la vista en su marcha hacia adelante y obliga al conductor a disminuír la velocidad del vehículo ante la aparente dificultad.

Por el contrario, el empleo de la Clotoide como arco de transición, ofrece a la vista un camino perfectamente regular.

Por otra parte, la Clotoide permite ajustarse perfectamente bien al terreno, especialmente si es accidentado topográficamente. Esta mejor adaptación al terreno tiene como consecuencia menor movimiento de tierras lo que ofrece una considerable ventaja en la construcción, así como una reducción importante en el costo de la misma.

La Clotoide permite un trazado cuya flexibilidad es superior a la que proporcionan los arcos circulares.

Los alineamientos rectos de gran longitud resultan rígidos, alteran la perspectiva y disminuyen la atención del conductor.

Los arcos de transición tienen especial importancia en la construcción de vías para ferrocarriles, debido a que éstos son conducidos por las vías.

En el paso de una recta a un arco circular debe estar garantizado el aumento paulatino de la curvatura, ya que en caso contrario, la súbita aparición de la fuerza centrífuga al empezar la curva, podría dar lugar a sacudidas de consideración.

Puesto que la fuerza centrífuga es proporcional a la curvatura, al crecer ésta linealmente en la Clotoide, queda asegurado el aumento lineal de dicha fuerza.

Por consiguiente, también en la construcción de vías para ferrocarriles, el empleo de arcos de clotoide como curvas de transición, da lugar a condiciones de marcha dinámicamente muy favorables.

También en las vías fluviales tiene importancia la Clotoide. La variación uniformemente contínua de la curvatura de las líneas de corriente proporciona buenas condiciones hidrodinámicas a la misma. Al mismo tiempo se reduce considerablemente el peligro de erosión de las márgenes.

La bien dispuesta variación de las curvaturas lleva consigo una buena integración de la vía fluvial en el paisaje.

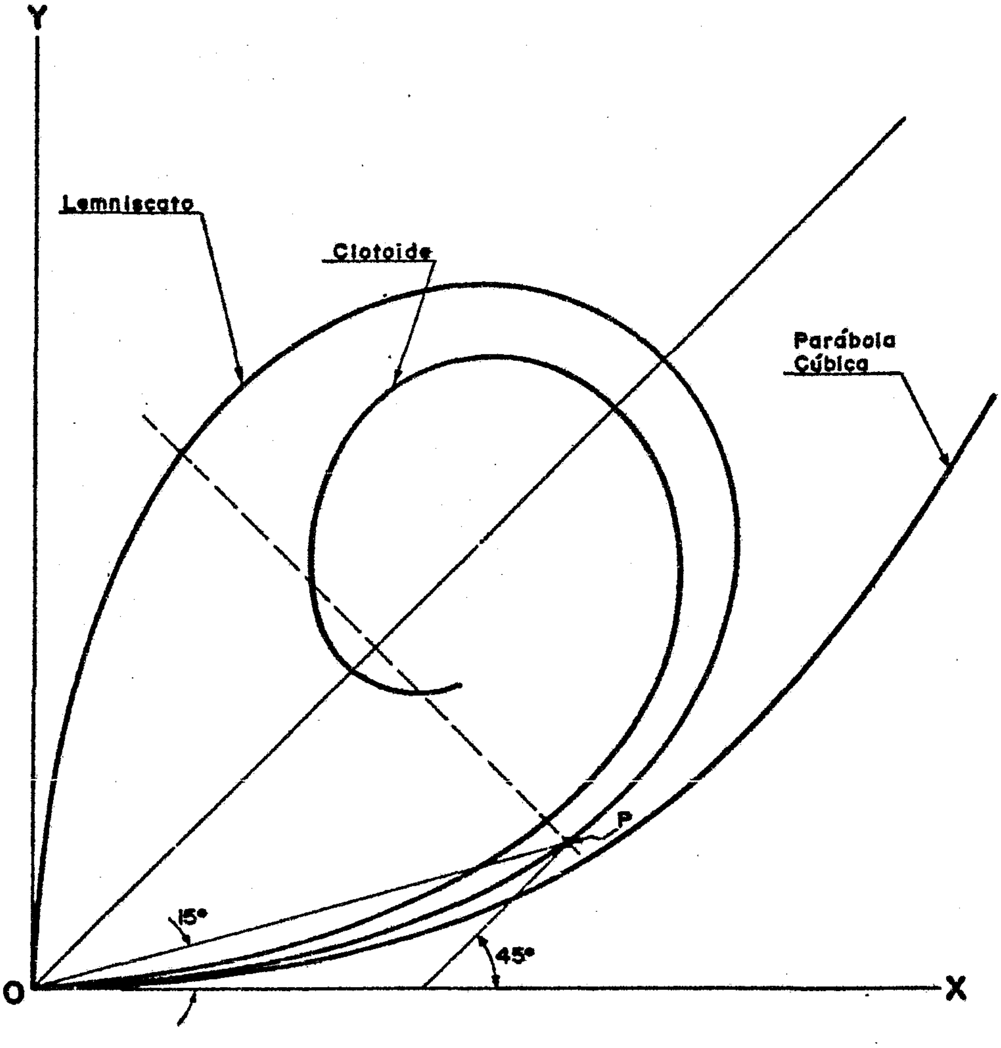


Fig. No. 2 Curvas de Transición

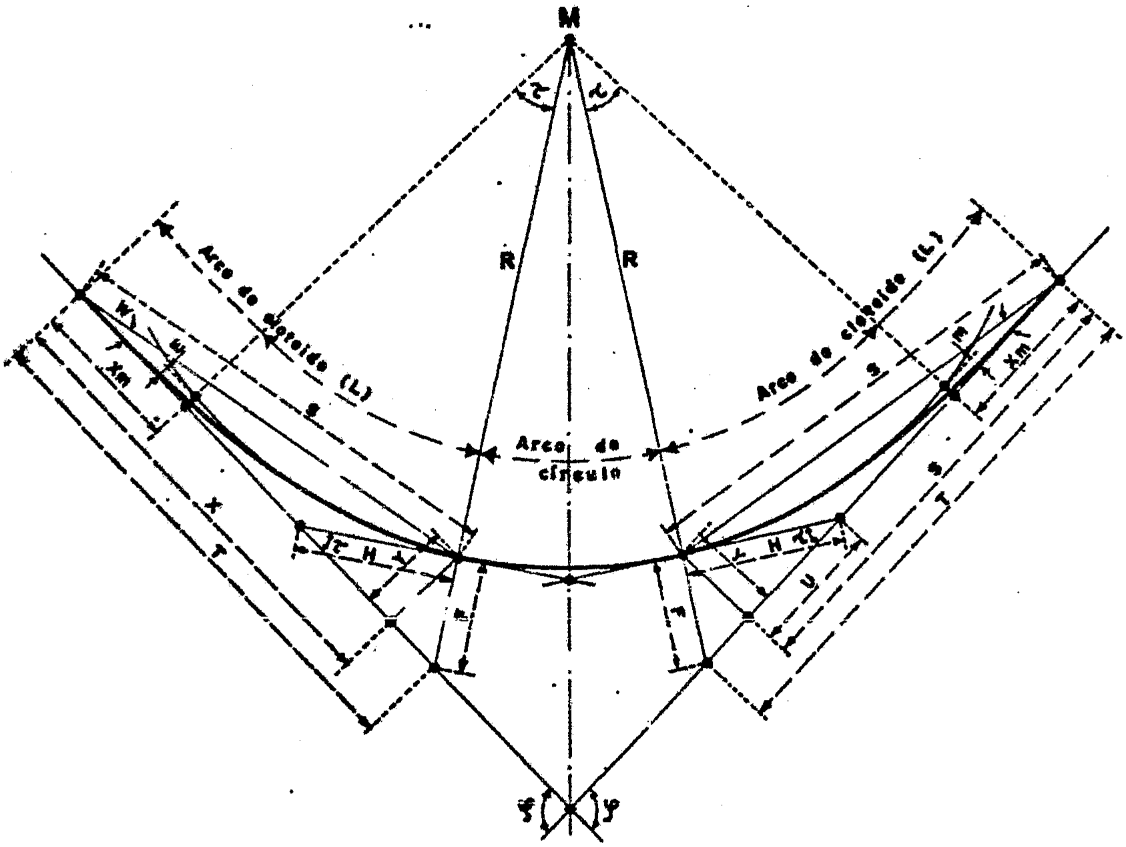


Fig. No. 3 Clotoide de enlace.

Explicación de símbolos de la Figura No. 3

O : origen de la Clotoide

X, Y : coordenadas rectangulares

S, W : coordenadas polares

L : longitud del arco de Clotoide

$\int$: longitud del arco de Clotoide unitaria, según lo establecido en la Tabla de la Clotoide Unitaria.

R : radio del arco de círculo respecto del radio de curvatura mínimo

x_m : abscisa del centro del arco de círculo respecto del centró de curvatura M.

E : desplazamiento del arco de círculo

T : abscisa X más subnormal

F : normal respecto a la distancia del punto de intersección de la curva

H : tangente

U : subtangente

τ : ángulo de la tangente

φ : ángulo de intersección de dos alineamientos; para Clotoides de transición : $\varphi = 2\tau$

C A P I T U L O 2.-

C A R A C T E R I S T I C A S G E O M E T R I C A S Y F O R M U L A S D E L A C L O T O I D E

La palabra clotoide se deriva del verbo griego "klothó" que significa "hilar"; es decir, si observamos un hilo amarrado en una bobina puesta en rotación, toma la forma de la curva llamada clotoide.

La clotoide es una curva tal que el arco recorrido es proporcional a la curvatura; por lo tanto, se puede decir que:

$$L = \text{constante } K \text{ ------------ } (1)$$

en donde:

L = longitud del arco

K = curvatura

estando definida K para las siguientes relaciones:

$$K = \frac{1}{R} \text{ ---------- } (2)$$

$$K = \frac{d\tau}{dL} \text{ ---------- } (3)$$

en donde:

R = radio de curvatura

τ = ángulo de la tangente

sustituyendo (2) en (1) se obtiene:

$$L = \text{constante} \ \frac{1}{R} \qquad \text{----------} \ (4)$$

que también se puede expresar:

$$RL = \text{constante} \qquad \text{----------} \ (5)$$

En la fórmula (5) se considera, por razones de homogeneidad literal, que:

$$\text{constante} = A^2 \qquad \text{----------} \ (6)$$

quedando por lo tanto:

$$RL = A^2 \qquad \text{----------} \ (7)$$

que es la ecuación intrínsica de la clotoide.

Si en cambio, sustituímos en (1) las fórmulas (3) y (6), tenemos:

$$L = A^2 \ \frac{d\tau}{dL} \qquad \text{---------} \ (8)$$

que también se puede expresar:

$$L \ dL = A^2 \ d\tau \qquad \text{---------} \ (9)$$

que es la ecuación diferencial de la clotoide.

La integración de la fórmula (9) nos proporciona la longitud del arco de la clotoide en función del ángulo de la tangente, quedando entonces:

$$\int L \; dL = \int A^2 \; d\tau \qquad \text{----------} \quad (\ 10\ )$$

cuya solución es:

$$\frac{L^2}{2} = A^2\tau + i_c \qquad \text{----------} \quad (\ 11\ )$$

siendo i_c la constante de integración.

Como para L = 0 se tiene que $\tau = 0$, se deduce que $i_c = 0$.

Suponiendo que:

$$L^2 = 2A^2\tau \qquad \text{----------} \quad (\ 12\ )$$

por lo tanto:

$$L = A\sqrt{2\tau} \qquad \text{----------} \quad (\ 13\ )$$

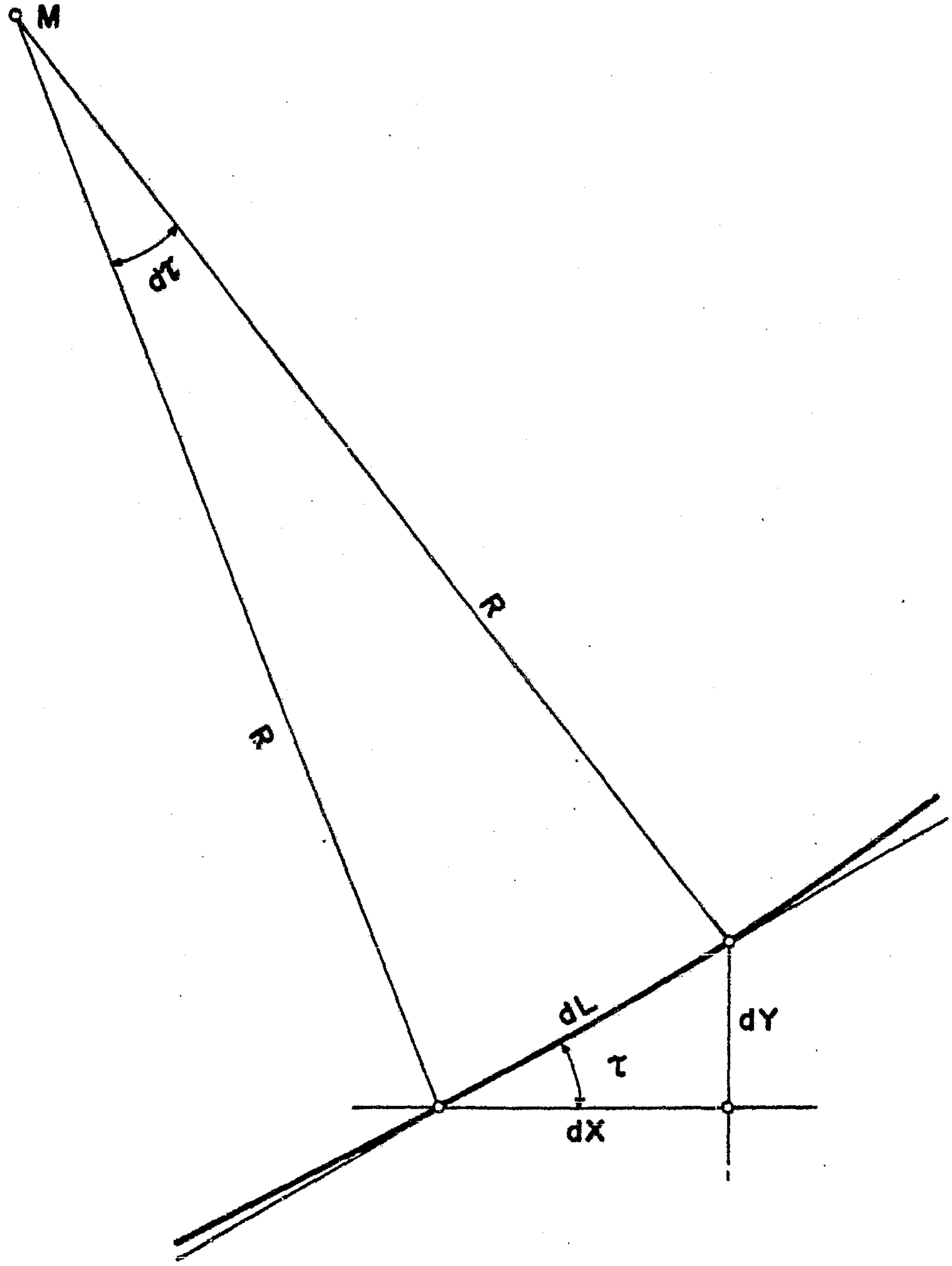


Fig. No. 4 Arco de círculo

La Figura No. 4 nos da las siguientes fórmulas:

$$dX = \cos \tau \; dL \qquad \text{----------} \; (14)$$

$$dY = \text{sen} \, \tau \; dL \qquad \text{----------} \; (15)$$

De la fórmula (9) podemos decir que:

$$dL = \frac{A^2 \, d\tau}{L} \qquad \text{----------} \; (16)$$

Sustituyendo (16) en (14) y (15), nos queda:

$$dX = \cos \tau \, \frac{A^2 \, d\tau}{L} \qquad \text{----------} \; (17)$$

$$dY = \text{sen} \, \tau \, \frac{A^2 \, d\tau}{L} \qquad \text{----------} \; (18)$$

sustituyendo ahora (13) en (17) y (18), tenemos:

$$dX = \cos \tau \, \frac{A^2 \, d\tau}{A \, \sqrt{2\tau}} \qquad \text{----------} \; (19)$$

$$dY = \text{sen} \, \tau \, \frac{A^2 \, d\tau}{A \, \sqrt{2\tau}} \qquad \text{----------} \; (20)$$

operando en (19) y (20) :

$$dX = \frac{A}{\sqrt{2\tau}} \cos \tau \; d\tau \; \text{--------} \; (21)$$

$$dY = \frac{A}{\sqrt{2\tau}} \text{sen} \, \tau \; d\tau \; \text{--------} \; (22)$$

Integrando las fórmulas (21) y (22) se obtienen los valores de X y Y:

$$X = \frac{A}{\sqrt{2}} \int_0^{\tau} \frac{\cos \tau}{\sqrt{\tau}}\, d\tau \text{-------} \quad (23)$$

$$Y = \frac{A}{\sqrt{2}} \int_0^{\tau} \frac{\operatorname{sen} \tau}{\sqrt{\tau}}\, d\tau \text{-------} \quad (24)$$

A las fórmulas (23) y (24) se les conoce con el nombre de "Integrales de Fresnel" y se pueden calcular por desarrollos en serie.

En efecto, desarrollando en serie el cos X y el sen Y por medio de la Serie de McLaurin, podemos obtener los valores para X y Y, con la aproximación deseada, dependiendo del número de términos usados.

$$X = A\sqrt{2\tau}\left(1 - \frac{\tau^2}{5\ (2!)} + \frac{\tau^4}{9\ (4!)} - \frac{\tau^6}{13\ (6!)} + \ldots - \ldots\right)$$

$$Y = A\sqrt{2\tau}\left(\frac{\tau}{3} - \frac{\tau^3}{7\ (3!)} + \frac{\tau^5}{11\ (5!)} - \frac{\tau^7}{15\ (7!)} + \ldots - \ldots\right)$$

A estos valores (X y Y) se les llama parámetros de la clotoide; es evidente que a cada parámetro diferente le corresponde una clotoide diferente.

Lo anterior se puede apreciar en la Figura No. 5.

La Figura No. 6 nos muestra una vista de conjunto de la clotoide, en ella se observa que está compuesta por dos espirales que se enrollan alrededor de los puntos asintóticos J_1 y J_2

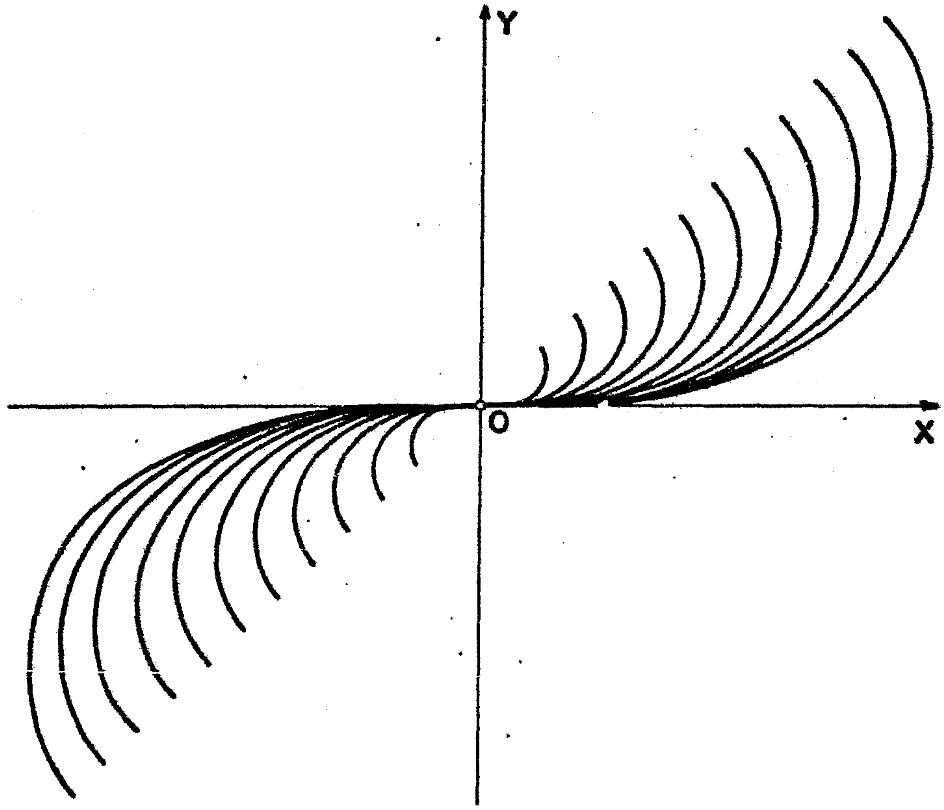


Fig. N. 5 Conjunto de clotoides

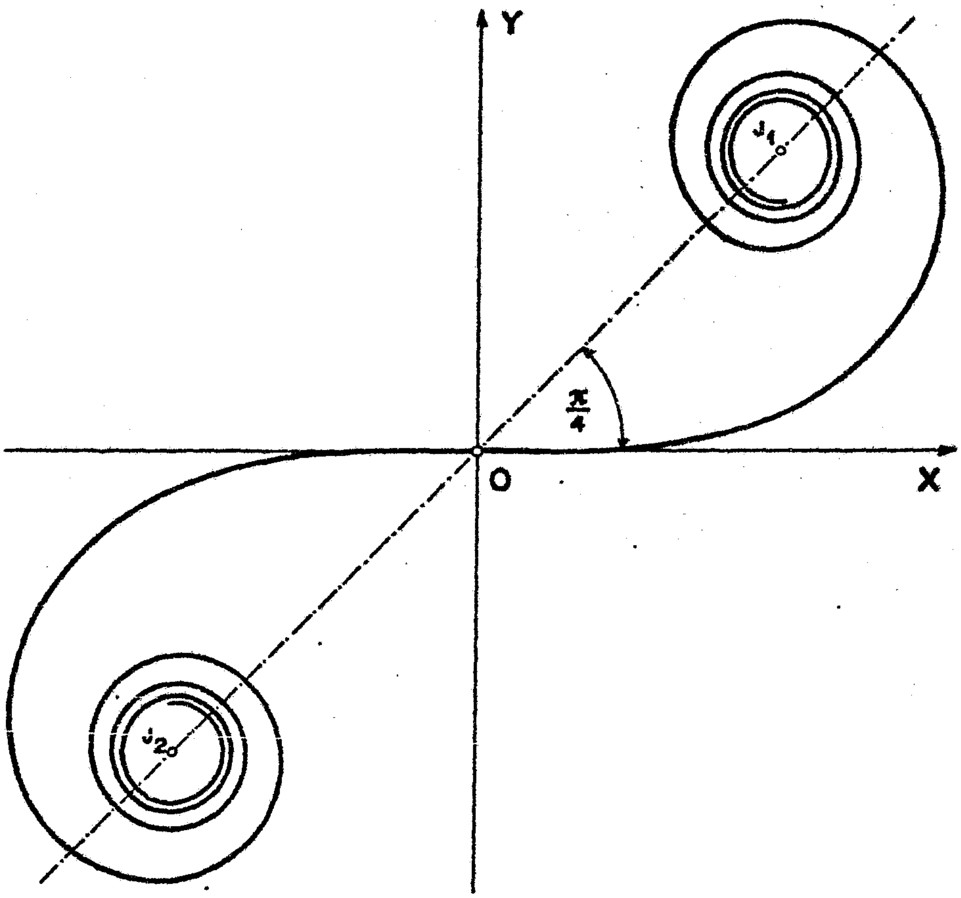


Fig. No.6 Clotoide

C A P I T U L O 3.-

U T I L I Z A C I O N D E L A C L O T O I D E C O M O C U R V A D E E N L A C E

La clotoide puede ser empleada para enlaces muy diversos, tales como:

a) Enlace de un alineamiento y de una curva circular.

b) Enlace de dos curvas circulares del mismo sentido (en óvalo).

c) Enlace de dos curvas circulares de sentidos contrarios (en "S").

d) Enlace de dos alineamientos de sentidos contrarios.

e) Enlace de una sucesión de arcos del mismo sentido y curvatura.

Las figuras 7, 8, 9, 10 y 11 nos muestran a la clotoide como curva de enlace.

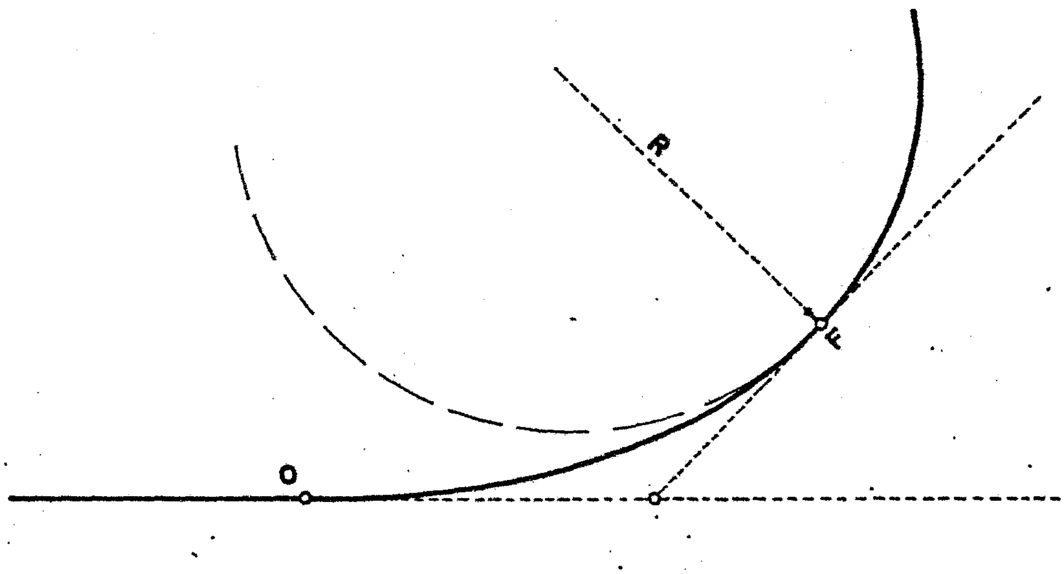


Fig. No. 7 Clotoide como curva de transición.

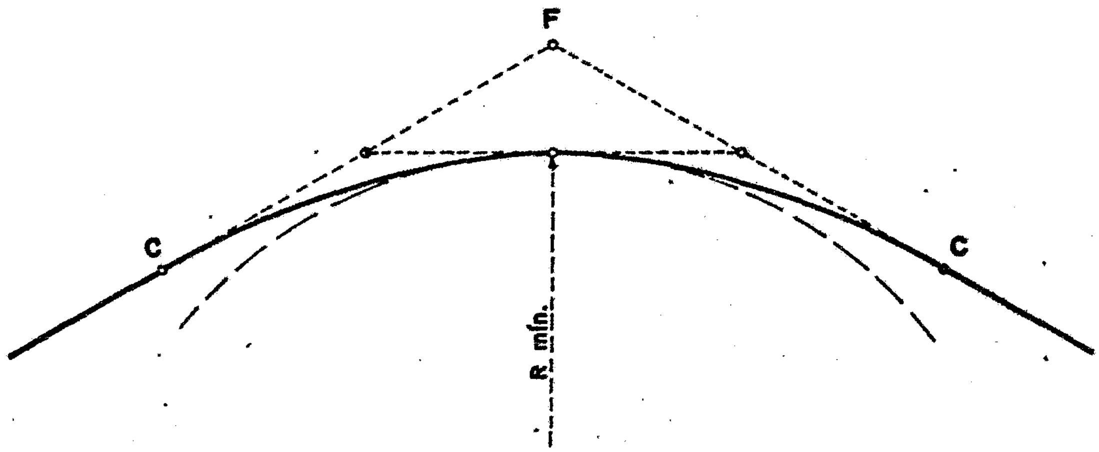


Fig. No. 8 Clotoide de vértice.

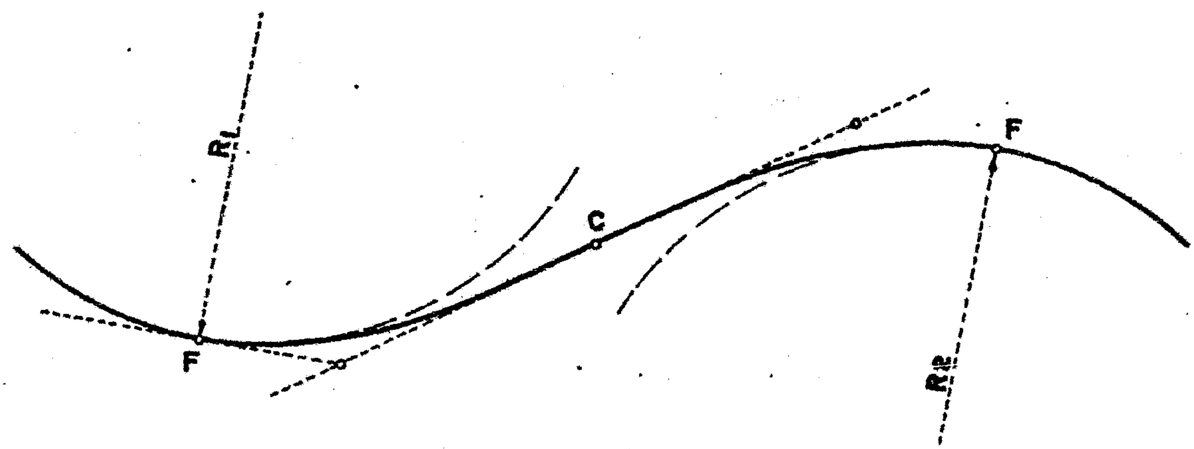


Fig. No. 9 Clotoide como curva de inflexión.

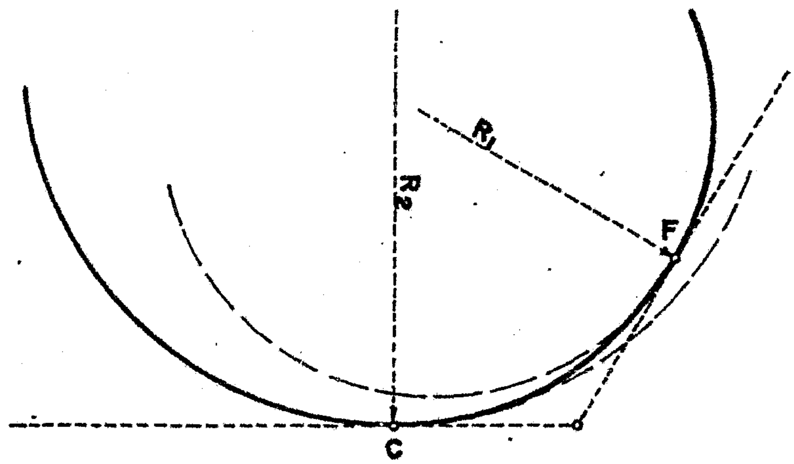


Fig. No. 10 Clotoide como ovoide.

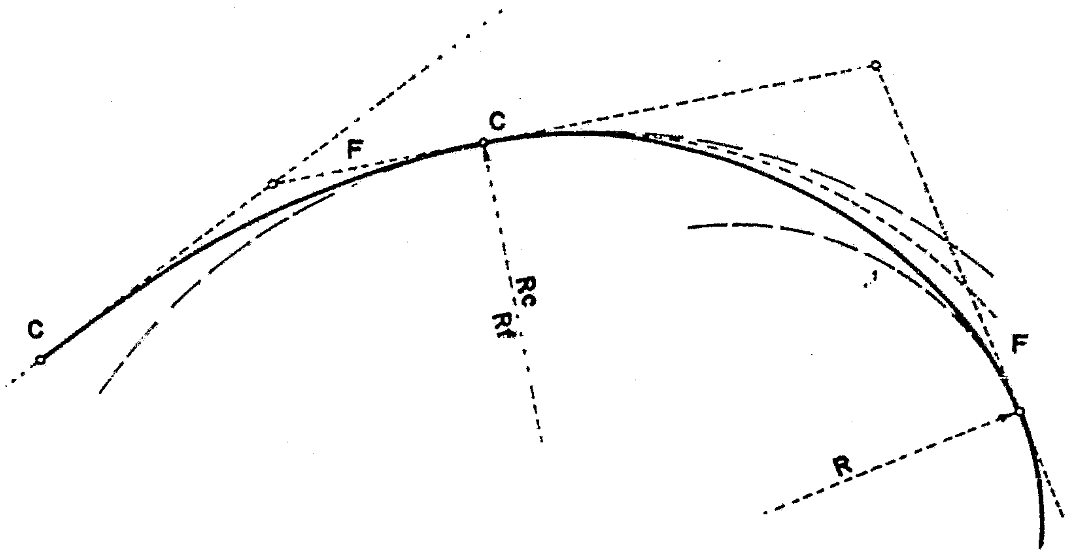


Fig. No. II   Serie de clotoides.

C A P I T U L O 4.-

E J E M P L O S N U M E R I C O S

La solución de los siguientes ejemplos se hará utilizando primeramente la Tabla de la Clotoide Unitaria y después calculando cada uno de los elementos integrantes de la clotoide hasta llegar a obtener sus coordenadas, con el objeto de hacer notar la gran importancia que tiene el uso de las computadoras electrónicas en la solución de los diferentes problemas que se presentan ya que con ellas obtenemos resultados más rápidamente, con buena precisión y sobre todo confiabilidad.

4.1.- Enlace de un alineamiento y de una curva circular.

4.1.1.- Cuando se tienen como datos el radio (R) y el desplazamiento (E) de la tangente al círculo.

Se desea unir el círculo con el alineamiento por medio de un arco de clotoide.

Los datos son: R = 300 m. y E = 0.75 m.

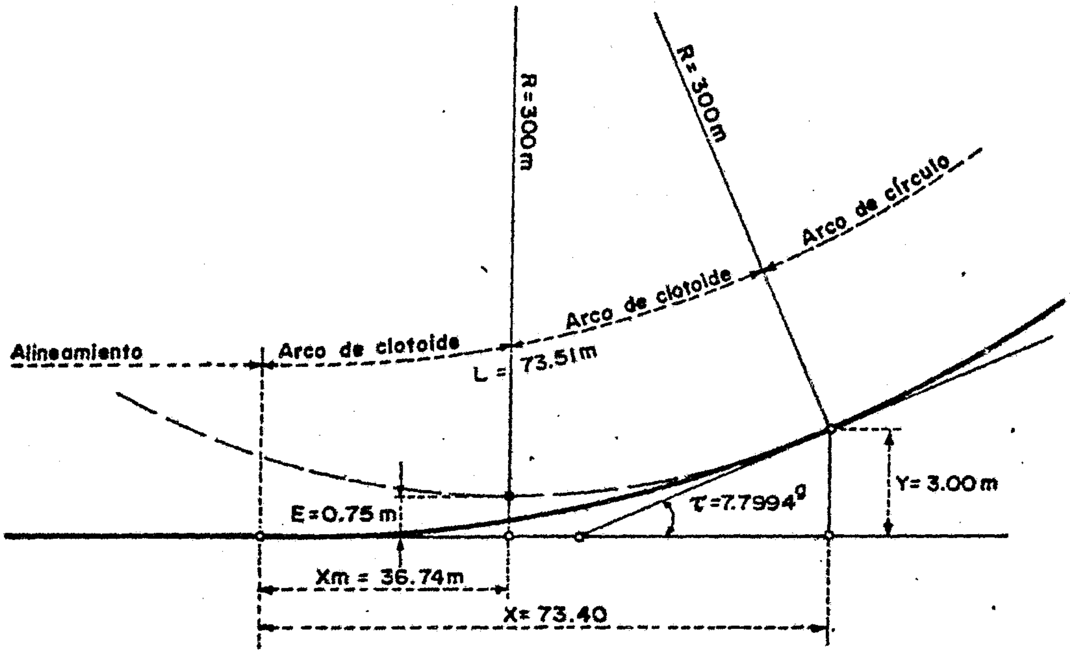


Fig. No. 12 Enlace de un alineamiento y de una curva circular por medio de un arco de clotoide.

Solución utilizando la Tabla de la Clotoide Unitaria:

La relación $\frac{E}{R} = \frac{e}{r} = \lambda = 0.002500$ da la línea N = 495 de la Tabla de la Clotoide Unitaria, que contiene los elementos unitarios buscados.

De la relación $\frac{E}{e}$ ó $\frac{R}{r}$ se tiene el parámetro $A = \frac{R}{r} = \frac{300}{2.020202} = 148.500$

Los elementos unitarios buscados son:

$\ell = 0.495000$ $\qquad x_m = 0.247377$

$x = 0.494258$ $\qquad \tau = 7.7994^g = 7° \, 01' \, 10''$

$y = 0.020193$

que multiplicados por A = 148.500 da:

$L = 73.508$ m. $\qquad X_m = 36.735$

$X = 73.397$

$Y = 2.999$

Para obtener los puntos intermedios se divide ℓ entre 10:

ℓ	x	y	L	X	Y
0.0495	0.049500	0.000020	7.351	7.351	0.003
0.0990	0.099000	0.000162	14.702	14.702	0.024
0.1485	0.148498	0.000546	22.052	22.052	0.081
0.1980	0.197992	0.001294	29.403	29.402	0.192
0.2475	0.247477	0.002526	36.754	36.750	0.375
0.2970	0.296942	0.004366	44.104	44.096	0.648
0.3465	0.346375	0.006932	51.455	51.437	1.029
0.3960	0.395757	0.010345	58.806	58.770	1.536
0.4455	0.445062	0.014727	66.157	66.092	2.187
0.4950	0.494258	0.020193	73.508	73.397	2.999

Solución utilizando las fórmulas de los elementos que componen una clotoide: $L = \sqrt{24\ R\ E} = \sqrt{24\ (300)\ (0.75)} = 73.485$ m.

La deducción de esta fórmula se encuentra en la página 190 del libro "Topografía" de J.A. Sandover y las diferencias que se observan entre los resultados obtenidos utilizando la Tabla de la Clotoide Unitaria y las fórmulas de la clotoide se deben a ciertos redondeos usados en la preparación de la Tabla de la Clotoide Unitaria.

$A = \sqrt{R\ L} = \sqrt{300\ (73.485)} = 148.477$

$\frac{L}{10} = \frac{73.485}{10} = 7.3485$

$L_1 = 73.485$

$L_2 = 73.485 - 7.3485 = 66.1365$

$L_3 = 66.1365 - 7.3485 = 58.788$

$L_4 = 58.788 - 7.3485 = 51.4395$

$L_5 = 51.4395 - 7.3485 = 44.091$

$L_6 = 44.091 - 7.3485 = 36.7425$

$L_7 = 36.7425 - 7.3485 = 29.394$

$L_8 = 29.394 - 7.3485 = 22.0455$

$L_9 = 22.0455 - 7.3485 = 14.697$

$L_{10} = 14.697 - 7.3485 = 7.3485$

$$\tau_1 = \frac{(L_1)^2}{2(A)^2} = \frac{(73.485)^2}{2(148.477)^2} \times \frac{180}{\pi} = 7° \ 01' \ 02''$$

$$\tau_2 = \frac{(L_2)^2}{2(A)^2} = \frac{(66.1365)^2}{2(148.477)^2} \times \frac{180}{\pi} = 5° \ 41' \ 03''$$

$$\tau_3 = \frac{(L_3)^2}{2(A)^2} = \frac{(58.788)^2}{2(148.477)^2} \times \frac{180}{\pi} = 4° \ 29' \ 28''$$

$$\tau_4 = \frac{(L_4)^2}{2(A)^2} = \frac{(51.4395)^2}{2(148.477)^2} \times \frac{180}{\pi} = 3° \ 26' \ 19''$$

$$\tau_5 = \frac{(L_5)^2}{2(A)^2} = \frac{(44.091)^2}{2(148.477)^2} \times \frac{180}{\pi} = 2° \ 31' \ 34''$$

$$\tau_6 = \frac{(L_6)^2}{2(A)^2} = \frac{(36.7425)^2}{2(148.477)^2} \times \frac{180}{\pi} = 1° \ 45' \ 16''$$

$$\tau_7 = \frac{(L_7)^2}{2(A)^2} = \frac{(29.394)^2}{2(148.477)^2} \times \frac{180}{\pi} = 1° \ 07' \ 22''$$

$$\tau_8 = \frac{(L_8)^2}{2(A)^2} = \frac{(22.0455)^2}{2(148.477)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \ 37' \ 54''$$

$$\tau_9 = \frac{(L_9)^2}{2(A)^2} = \frac{(14.697)^2}{2(148.477)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \ 16' \ 50''$$

$$\tau_{10} = \frac{(L_{10})^2}{2(A)^2} = \frac{(7.3485)^2}{2(148.477)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \ 04' \ 13''$$

$$X_1 = A\sqrt{2\tau_1} - \frac{A\sqrt{2\tau_1}\,(\tau_1)^2}{10}$$

$$X_1 = 148.477\sqrt{2(7.017) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{148.477\sqrt{2(7.017) \times \frac{\pi}{180}}\,(7.017 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

X_1 = 73.375 m.

$$X_2 = A\sqrt{2\tau_2} - \frac{A\sqrt{2\tau_2}\,(\tau_2)^2}{10}$$

$$X_2 = 148.477\sqrt{2(5.684) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{148.477\sqrt{2(5.684) \times \frac{\pi}{180}}\,(5.684 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

X_2 = 66.071 m.

$$X_3 = A\sqrt{2\tau_3} - \frac{A \ 2\tau_3\,(\tau_3)^2}{10}$$

$$X_3 = 148.477 \sqrt{2(4.491) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{148.477 \sqrt{2(4.491) \times \frac{\pi}{180}} \left(4.491 \times \frac{\pi}{180}\right)^2}{10}$$

$$X_3 = 58.752 \text{ m.}$$

$$X_4 = A \sqrt{2 \tau_4} - \frac{A \sqrt{2 \tau_4} (\tau_4)^2}{10}$$

$$X_4 = 148.477 \sqrt{2(3.438) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{148.477 \sqrt{2(3.438) \times \frac{\pi}{180}} \left(3.438 \times \frac{\pi}{180}\right)^2}{10}$$

$$X_4 = 51.421 \text{ m.}$$

$$X_5 = A \sqrt{2 \tau_5} - \frac{A \sqrt{2 \tau_5} (\tau_5)^2}{10}$$

$$X_5 = 148.477 \sqrt{2(2.526) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{148.477 \sqrt{2(2.526) \times \frac{\pi}{180}} \left(2.526 \times \frac{\pi}{180}\right)^2}{10}$$

$$X_5 = 44.082 \text{ m.}$$

$$X_6 = A \sqrt{2 \tau_6} - \frac{A \sqrt{2 \tau_6} (\tau_6)^2}{10}$$

$$X_6 = 148.477 \sqrt{2(1.754) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{148.477 \sqrt{2(1.754) \times \frac{\pi}{180}} \left(1.754 \times \frac{\pi}{180}\right)^2}{10}$$

$$X_6 = 36.739 \text{ m.}$$

$$X_7 = A \sqrt{2 \tau_7} - \frac{A \sqrt{2 \tau_7} (\tau_7)2}{10}$$

$$X_7 = 148.477 \sqrt{2(1.123) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{148.477 \sqrt{2(1.123) \times \frac{\pi}{180}} \left(1.123 \times \frac{\pi}{180}\right)^2}{10}$$

$$X_7 = 29.393 \text{ m.}$$

$$X_8 = A \sqrt{2 \tau_8} - \frac{A \sqrt{2 \tau_8} (\tau_8)^2}{10}$$

$$X_8 = 148.477 \sqrt{2(0.632) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{148.477 \sqrt{2(0.632) \times \frac{\pi}{180}} \left(0.632 \times \frac{\pi}{180}\right)^2}{10}$$

$$X_8 = 22.045 \text{ m.}$$

$$X_9 = A \sqrt{2 \tau_9} - \frac{A \sqrt{2 \tau_9} (\tau_9)^2}{10}$$

$$X_9 = 148.477 \sqrt{2(0.281) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{148.477 \sqrt{2(0.281) \times \frac{\pi}{180}} \left(0.281 \times \frac{\pi}{180}\right)^2}{10}$$

$$X_9 = 14.697 \text{ m.}$$

$$X_{10} = A \sqrt{2 \tau_{10}} - \frac{A \sqrt{2 \tau_{10}} (\tau_{10})^2}{10}$$

$$X_{10} = 148.477 \sqrt{2(0.070) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{148.477 \sqrt{2(0.070) \times \frac{\pi}{180}} \left(0.070 \times \frac{\pi}{180}\right)^2}{10}$$

$$X_{10} = 7.348 \text{ m.}$$

$$Y_1 = \frac{(X_1)^3}{6(A)^2} = \frac{(73.375)^3}{6(148.477)^2} = 2.987 \text{ m.}$$

$$Y_2 = \frac{(X_2)^3}{6(A)^2} = \frac{(66.071)^3}{6(148.477)^2} = 2.181 \text{ m.}$$

$$Y_3 = \frac{(X_3)^3}{6(A)^2} = \frac{(58.752)^3}{6(148.477)^2} = 1.533 \text{ m.}$$

$$Y_4 = \frac{(X_4)^3}{6(A)^2} = \frac{(51.421)^3}{6(148.477)^2} = 1.028 \text{ m.}$$

$$Y_5 = \frac{(X_5)^3}{6(A)^2} = \frac{(44.082)^3}{6(148.477)^2} = 0.648 \text{ m.}$$

$$Y_6 = \frac{(X_6)^3}{6(A)^2} = \frac{(36.739)^3}{6(148.477)^2} = 0.375 \text{ m.}$$

$$Y_7 = \frac{(X_7)^3}{6(A)^2} = \frac{(29.393)^3}{6(148.477)^2} = 0.192 \text{ m.}$$

$$Y_8 = \frac{(X_8)^3}{6(A)^2} = \frac{(22.045)^3}{6(148.477)^2} = 0.081 \text{ m.}$$

$$Y_9 = \frac{(X_9)^3}{6(A)^2} = \frac{(14.697)^3}{6(148.477)^2} = 0.024 \text{ m.}$$

$$Y_{10} = \frac{(X_{10})^3}{6(A)^2} = \frac{(7.348)^3}{6(148.477)^2} = 0.003 \text{ m.}$$

4.1.2.- Cuando se tienen como datos el radio (R) y la longitud de enlace (L).

Un problema análogo al anterior se plantea si se conecta el radio (R) y la longitud (L) del arco de enlace.

Los datos son:

$R = 400$ m y $L = 60$ m.

La relación $\frac{\ell}{r} = \frac{L}{R} = \frac{\rho}{r}$ determina la línea correspondiente de la Tabla; el problema se resuelve como el anterior.

$$\frac{\ell}{r} = \frac{L}{R} = \frac{60}{400} = 0.150000$$

Se busca $\frac{\ell}{r}$ en la Tabla y se interpola para encontrar los elementos unitarios buscados. Se deduce el parámetro de la siguiente relación:

$$A = \frac{L}{\rho} = \frac{60}{0.387298} = 155$$

Los elementos unitarios buscados son:

$x = 0.38708$

$y = 0.00968$

$t = 0.38781$

$\tau = 1.7747^{G} = 4° \ 17' \ 30''$

que multiplicados por A = 155 da:

X = 59.99 m.

Y = 1.50

T = 60.11

Los puntos intermedios se obtienen como en el ejemplo anterior.

Solución utilizando las fórmulas de los elementos que componen una clotoide:

$A = \sqrt{RL} = \sqrt{400(60)} = 154.919$

$\frac{L}{10} = \frac{60}{10} = 6$ m.

$L_1 = 60$ m.

$L_2 = 60 - 6 = 54$

$L_3 = 54 - 6 = 48$

$L_4 = 48 - 6 = 42$

$L_5 = 42 - 6 = 36$

$L_6 = 36 - 6 = 30$

$L_7 = 30 - 6 = 24$

$L_8 = 24 - 6 = 18$

$L_9 = 18 - 6 = 12$

$L_{10} = 12 - 6 = 6$

$$\tau_1 = \frac{(L_1)^2}{2(A)^2} = \frac{(60)^2}{2(154.919)^2} \times \frac{180}{\pi} = 4° \ 17' \ 50''$$

$$\tau_2 = \frac{(L_2)^2}{2(A)^2} = \frac{(54)^2}{2(154.919)^2} \times \frac{180}{\pi} = 3° \ 28' \ 51''$$

$$\tau_3 = \frac{(L_3)^2}{2(A)^2} = \frac{(48)^2}{2(154.919)^2} \times \frac{180}{\pi} = 2° \ 45' \ 01''$$

$$\tau_4 = \frac{(L_4)^2}{2(A)^2} = \frac{(42)^2}{2(154.919)^2} \times \frac{180}{\pi} = 2° \ 06' \ 20''$$

$$\tau_5 = \frac{(L_5)^2}{2(A)^2} = \frac{(36)^2}{2(154.919)^2} \times \frac{180}{\pi} = 1° \; 32' \; 49''$$

$$\tau_6 = \frac{(L_6)^2}{2(A)^2} = \frac{(30)^2}{2(154.919)^2} \times \frac{180}{\pi} = 1° \; 04' \; 27''$$

$$\tau_7 = \frac{(L_7)^2}{2(A)^2} = \frac{(24)^2}{2(154.919)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \; 41' \; 15''$$

$$\tau_8 = \frac{(L_8)^2}{2(A)^2} = \frac{(18)^2}{2(154.919)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \; 23' \; 12''$$

$$\tau_9 = \frac{(L_9)^2}{2(A)^2} = \frac{(12)^2}{2(154.919)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \; 10' \; 19''$$

$$\tau_{10} = \frac{(L_{10})^2}{2(A)^2} = \frac{(6)^2}{2(154.919)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \; 02' \; 35''$$

$$X_1 = A\sqrt{2\tau_1} - \frac{A\sqrt{2\tau_1}\,(\tau_1)^2}{10}$$

$$X_1 = 154.919\sqrt{2(4.297) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{154.919\sqrt{2(4.297) \times \frac{\pi}{180}}\,(4.297 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_1 = 59.966 \text{ m.}$$

$$X_2 = A\sqrt{2\tau_2} - \frac{A\sqrt{2\tau_2}\,(\tau_2)^2}{10}$$

$$X_2 = 154.919\sqrt{2(3.481) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{154.919\sqrt{2(3.481) \times \frac{\pi}{180}}\,(3.481 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_2 = 53.980 \text{ m.}$$

$$X_3 = A\sqrt{2\tau_3} - \frac{A\sqrt{2\tau_3}\,(\tau_3)^2}{10}$$

$$X_3 = 154.919\sqrt{2(2.750) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{154.919\sqrt{2(2.750) \times \frac{\pi}{180}}\,(2.750 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_3 = 47.989 \text{ m.}$$

$$X_4 = A\sqrt{2\tau_4} - \frac{A\sqrt{2\tau_4}\,(\tau_4)^2}{10}$$

$$X_4 = 154.919\sqrt{2(2.106) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{154.919\sqrt{2(2.106) \times \frac{\pi}{180}}\,(2.106 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_4 = 41.994 \text{ m.}$$

$$X_5 = A\sqrt{2\tau_5} - \frac{A\sqrt{2\tau_5}\,(\tau_5)^2}{10}$$

$$X_5 = 154.919\sqrt{2(1.547) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{154.919\sqrt{2(1.547)\times\frac{\pi}{180}}\,(1.547 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_5 = 35.997 \text{ m.}$$

$$X_6 = A\sqrt{2\tau_6} - \frac{A\sqrt{2\tau_6}\,(\tau_6)^2}{10}$$

$$X_6 = 154.919\sqrt{2(1.074) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{154.919\sqrt{2(1.074)\times\frac{\pi}{180}}\,(1.074 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_6 = 29.999 \text{ m.}$$

$$X_7 = A\sqrt{2\tau_7} - \frac{A\sqrt{2\tau_7}\,(\tau_7)^2}{10}$$

$$X_7 = 154.919\sqrt{2(0.688) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{154.919\sqrt{2(0.688)\times\frac{\pi}{180}}\,(0.688 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_7 = 24.000 \text{ m.}$$

$$X_8 = A\sqrt{2\tau_8} - \frac{A\sqrt{2\tau_8}\,(\tau_8)^2}{10}$$

$$X_8 = 154.919\sqrt{2(0.387) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{154.919\sqrt{2(0.387)\times\frac{\pi}{180}}\,(0.387 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_8 = 18.000 \text{ m.}$$

$$X_9 = A\sqrt{2\tau_9} - \frac{A\sqrt{2\tau_9}\,(\tau_9)^2}{10}$$

$$X_9 = 154.919\sqrt{2(0.172) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{154.919\sqrt{2(0.172)\times\frac{\pi}{180}}\,(0.172 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_9 = 12.000 \text{ m.}$$

$$X_{10} = A\sqrt{2\tau_{10}} - \frac{A\sqrt{2\tau_{10}}\,(\tau_{10})^2}{10}$$

$$X_{10} = 154.919\sqrt{2(0.043) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{154.919\sqrt{2(0.043)\times\frac{\pi}{180}}\,(0.043 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_{10} = 6.000 \text{ m.}$$

$$Y_1 = \frac{(X_1)^3}{6(A)^2} = \frac{(59.966)^3}{6(154.919)^2} = 1.497 \text{ m.}$$

$$Y_2 = \frac{(X_2)^3}{6(A)^2} = \frac{(53.980)^3}{6(154.919)^2} = 1.092 \text{ m.}$$

$$Y_3 = \frac{(X_3)^3}{6(A)^2} = \frac{(47.989)^3}{6(154.919)^2} = 0.767 \text{ m.}$$

$$Y_4 = \frac{(X_4)^3}{6(A)^2} = \frac{(41.994)^3}{6(154.919)^2} = 0.514 \text{ m.}$$

$$Y_5 = \frac{(X_5)^3}{6(A)^2} = \frac{(35.997)^3}{6(154.919)^2} = 0.324 \text{ m.}$$

$$Y_6 = \frac{(X_6)^3}{6(A)^2} = \frac{(29.999)^3}{6(154.919)^2} = 0.187 \text{ m.}$$

$$Y_7 = \frac{(X_7)^3}{6(A)^2} = \frac{(24)^3}{6(154.919)^2} = 0.096 \text{ m.}$$

$$Y_8 = \frac{(X_8)^3}{6(A)^2} = \frac{(18)^3}{6(154.919)^2} = 0.040 \text{ m.}$$

$$Y_9 = \frac{(X_9)^3}{6(A)^2} = \frac{(12)^3}{6(154.919)^2} = 0.012 \text{ m.}$$

$$Y_{10} = \frac{(X_{10})^3}{6(A)^2} = \frac{(6\ )^3}{6(154.919)^2} = 0.002 \text{ m.}$$

4.1.3.- Cuando se tienen como datos el radio (R) y el parámetro (A) de la clotoide.

Se propone enlazar una curva circular de radio R = 280 m. con dos alineamientos por arcos de clotoide con parámetro A = 140 m.

Conocidos A y R, se encuentran los elementos buscados en la Tabla, de la siguiente manera:

La relación $r = \frac{R}{A} = \frac{280}{140} = 2.00000$ determina la línea N = 500, en donde encontramos los demás elementos unitarios de la clotoide, que son:

$r = 2.00000$	$x_m = 0.24987$
$\rho = 0.50000$	$t = 0.50183$
$x = 0.49922$	$e = 0.00520$
$y = 0.02081$	$\tau = 7.9577^g = 7^\circ\ 09'\ 43''$

que multiplicados por A = 140 da:

R = 280 m.	$X_m = 34.98$
L = 70	T = 70.26
X = 69.89	E = 0.73
Y = 2.91	

Solución utilizando las fórmulas de los elementos que componen una clotoide:

$$L = \frac{(A)^2}{R} = \frac{(140)^2}{280} = 70 \text{ m}$$

$$\frac{L}{10} = \frac{70}{10} = 7 \text{ m.}$$

$L_1 = 70$ m.

$L_2 = 70 - 7 = 63$

$L_3 = 63 - 7 = 56$

$L_4 = 56 - 7 = 49$

$L_5 = 49 - 7 = 42$

$L_6 = 42 - 7 = 35$

$L_7 = 35 - 7 = 28$

$L_8 = 28 - 7 = 21$

$L_9 = 21 - 7 = 14$

$L_{10} = 14 - 7 = 7$

$$\tau_1 = \frac{(L_1)^2}{2(A)^2} = \frac{(70)^2}{2(140)^2} \times \frac{180}{\pi} = 7° \ 09' \ 43''$$

$$\tau_2 = \frac{(L_2)^2}{2(A)^2} = \frac{(63)^2}{2(140)^2} \times \frac{180}{\pi} = 5° \ 48' \ 04''$$

$$\tau_3 = \frac{(L_3)^2}{2(A)^2} = \frac{(56)^2}{2(140)^2} \times \frac{180}{\pi} = 4° \ 35' \ 01''$$

$$\tau_4 = \frac{(L_4)^2}{2(A)^2} = \frac{(49)^2}{2(140)^2} \times \frac{180}{\pi} = 3° \ 30' \ 34''$$

$$\tau_5 = \frac{(L_5)^2}{2(A)^2} = \frac{(42)^2}{2(140)^2} \times \frac{180}{\pi} = 2° \ 34' \ 42''$$

$$\tau_6 = \frac{(L_6)^2}{2(A)^2} = \frac{(35)^2}{2(140)^2} \times \frac{180}{\pi} = 1° \ 47' \ 26''$$

$$\tau_7 = \frac{(L_7)^2}{2(A)^2} = \frac{(28)^2}{2(140)^2} \times \frac{180}{\pi} = 1° \ 08' \ 45''$$

$$\tau_8 = \frac{(L_8)^2}{2(A)^2} = \frac{(21)^2}{2(140)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \; 38' \; 40''$$

$$\tau_9 = \frac{(L_9)^2}{2(A)^2} = \frac{(14)^2}{2(140)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \; 17' \; 11''$$

$$\tau_{10} = \frac{(L_{10})^2}{2(A)^2} = \frac{(7)^2}{2(140)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \; 04' \; 18''$$

$$X_1 = A\sqrt{2\,\tau_1} - \frac{A\sqrt{2\,\tau_1}\,(\tau_1)^2}{10}$$

$$X_1 = 140\sqrt{2(7.162) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{140\sqrt{2(7.162) \times \frac{\pi}{180}}\left(7.162 \times \frac{\pi}{180}\right)^2}{10}$$

$$X_1 = 69.891 \text{ m.}$$

$$X_2 = A\sqrt{2\,\tau_2} - \frac{A\sqrt{2\,\tau_2}\,(\tau_2)^2}{10}$$

$$X_2 = 140\sqrt{2(5.801) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{140\sqrt{2(5.801) \times \frac{\pi}{180}}\left(5.801 \times \frac{\pi}{180}\right)^2}{10}$$

$$X_2 = 62.935 \text{ m.}$$

$$X_3 = A\sqrt{2\,\tau_3} - \frac{A\sqrt{2\,\tau_3}\,(\tau_3)^2}{10}$$

$$X_3 = 140\sqrt{2(4.584) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{140\sqrt{2(4.584) \times \frac{\pi}{180}}\left(4.584 \times \frac{\pi}{180}\right)^2}{10}$$

$$X_3 = 55.964 \text{ m.}$$

$$X_4 = A\sqrt{2\,\tau_4} - \frac{A\sqrt{2\,\tau_4}\,(\tau_4)^2}{10}$$

$$X_4 = 140\sqrt{2(3.509) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{140\sqrt{2(3.509) \times \frac{\pi}{180}}\left(3.509 \times \frac{\pi}{180}\right)^2}{10}$$

$$X_4 = 48.982 \text{ m.}$$

$$X_5 = A\sqrt{2\,\tau_5} - \frac{A\sqrt{2\,\tau_5}\,(\tau_5)^2}{10}$$

$$X_5 = 140\sqrt{2(2.578) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{140\sqrt{2(2.578) \times \frac{\pi}{180}}\left(2.578 \times \frac{\pi}{180}\right)^2}{10}$$

$$X_5 = 41.991 \text{ m.}$$

$$X_6 = A\sqrt{2\tau_6} - \frac{A\sqrt{2\tau_6}\,(\tau_6)^2}{10}$$

$$X_6 = 140\sqrt{2(1.790) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{140\sqrt{2(1.790) \times \frac{\pi}{180}}\,(1.790 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_6 = 34.997 \text{ m.}$$

$$X_7 = A\sqrt{2\tau_7} - \frac{A\sqrt{2\tau_7}\,(\tau_7)^2}{10}$$

$$X_7 = 140\sqrt{2(1.146) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{140\sqrt{2(1.146) \times \frac{\pi}{180}}\,(1.146 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_7 = 27.999 \text{ m.}$$

$$X_8 = A\sqrt{2\tau_8} - \frac{A\sqrt{2\tau_8}\,(\tau_8)^2}{10}$$

$$X_8 = 140\sqrt{2(0.645) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{140\sqrt{2(0.645) \times \frac{\pi}{180}}\,(0.645 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_8 = 21.000 \text{ m.}$$

$$X_9 = A\sqrt{2\tau_9} - \frac{A\sqrt{2\tau_9}\,(\tau_9)^2}{10}$$

$$X_9 = 140\sqrt{2(0.286) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{140\sqrt{2(0.286) \times \frac{\pi}{180}}\,(0.286 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_9 = 14.000 \text{ m.}$$

$$X_{10} = A\sqrt{2\tau_{10}} - \frac{A\sqrt{2\tau_{10}}\,(\tau_{10})^2}{10}$$

$$X_{10} = 140\sqrt{2(0.072) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{140\sqrt{2(0.072) \times \frac{\pi}{180}}\,(0.072 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_{10} = 7.000 \text{ m.}$$

$$Y_1 = \frac{(X_1)^3}{6(A)^2} = \frac{(69.891)^3}{6(140)^2} = 2.903 \text{ m.}$$

$$Y_2 = \frac{(X_2)^3}{6(A)^2} = \frac{(62.935)^3}{6(140)^2} = 2.120 \text{ m.}$$

$$Y_3 = \frac{(X_3)^3}{6(A)^2} = \frac{(55.964)^3}{6(140)^2} = 1.490 \text{ m.}$$

$$Y_4 = \frac{(X_4)^3}{6(A)^2} = \frac{(48.982)^3}{6(140)^2} = 0.999 \text{ m.}$$

$$Y_5 = \frac{(X_5)^3}{6(A)^2} = \frac{(41.991)^3}{6(140)^2} = 0.630 \text{ m.}$$

$$Y_6 = \frac{(X_6)^3}{6(A)^2} = \frac{(34.997)^3}{6(140)^2} = 0.364 \text{ m.}$$

$$Y_7 = \frac{(X_7)^3}{6(A)^2} = \frac{(27.999)^3}{6(140)^2} = 0.187 \text{ m.}$$

$$Y_8 = \frac{(X_8)^3}{6(A)^2} = \frac{(21)^3}{6(140)^2} = 0.079 \text{ m}$$

$$Y_9 = \frac{(X_9)^3}{6(A)^2} = \frac{(14)^3}{6(140)^2} = 0.023 \text{ m.}$$

$$Y_{10} = \frac{(X_{10})^3}{6(A)^2} = \frac{(7)^3}{6(140)^2} = 0.003 \text{ m.}$$

4.1.4.- Enlace de un alineamiento y de una curva circular, dados τ y L.

Datos:

$\tau = 5° \; 26' \; 45''$

$L = 71.179$ m.

Incógnitas:

$A = ?$

$X = ?$

$Y = ?$

Fórmulas:

$$A = \frac{L}{\sqrt{2\tau}}$$

$$\tau = \frac{L^2}{2(A)^2}$$

$$X = A\sqrt{2\tau} - \frac{A\sqrt{2\tau}(\tau)^2}{10}$$

$$Y = \frac{X^3}{6(A)^2}$$

Solución:

$$A = \frac{L}{\sqrt{2\tau}} = \frac{71.179}{\sqrt{2(5.446) \times \frac{\pi}{180}}} = 163.255$$

$$\frac{L}{10} = \frac{71.179}{10} = 7.1179 \text{ m.}$$

$L_1 = 71.179$ m.

$L_2 = 71.179 - 7.1179 = 64.0611$

$L_3 = 64.0611 - 7.1179 = 56.9432$

$L_4 = 56.9432 - 7.1179 = 49.8253$

$L_5 = 49.8253 - 7.1179 = 42.7074$

$L_6 = 42.7074 - 7.1179 = 35.5895$

$L_7 = 35.5895 - 7.1179 = 28.4716$

$L_8 = 28.4716 - 7.1179 = 21.3537$

$$L_9 = 21.3537 - 7.1179 = 14.2358$$
$$L_{10} = 14.2358 - 7.1179 = 7.1179$$

$$\tau_1 = \frac{(L_1)^2}{2(A)^2} = \frac{(71.179)^2}{2(163.255)^2} \times \frac{180}{\pi} = 5° \; 26' \; 45''$$

$$\tau_2 = \frac{(L_2)^2}{2(A)^2} = \frac{(64.0611)^2}{2(163.255)^2} \times \frac{180}{\pi} = 4° \; 24' \; 40''$$

$$\tau_3 = \frac{(L_3)^2}{2(A)^2} = \frac{(56.9432)^2}{2(163.255)^2} \times \frac{180}{\pi} = 3° \; 29' \; 07''$$

$$\tau_4 = \frac{(L_4)^2}{2(A)^2} = \frac{(49.8253)^2}{2(163.255)^2} \times \frac{180}{\pi} = 2° \; 40' \; 06''$$

$$\tau_5 = \frac{(L_5)^2}{2(A)^2} = \frac{(42.7074)^2}{2(163.255)^2} \times \frac{180}{\pi} = 1° \; 57' \; 38''$$

$$\tau_6 = \frac{(L_6)^2}{2(A)^2} = \frac{(35.5895)^2}{2(163.255)^2} \times \frac{180}{\pi} = 1° \; 21' \; 41''$$

$$\tau_7 = \frac{(L_7)^2}{2(A)^2} = \frac{(28.4716)^2}{2(163.255)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \; 52' \; 17''$$

$$\tau_8 = \frac{(L_8)^2}{2(A)^2} = \frac{(21.3537)^2}{2(163.255)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \; 29' \; 24''$$

$$\tau_9 = \frac{(L_9)^2}{2(A)^2} = \frac{(14.2358)^2}{2(163.255)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \; 13' \; 04''$$

$$\tau_{10} = \frac{(L_{10})^2}{2(A)^2} = \frac{(7.1179)^2}{2(163.255)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \; 03' \; 16''$$

$$X_1 = A\sqrt{2\,\tau_1} - \frac{A\sqrt{2\tau_1}\,(\tau_1)^2}{10}$$

$$X_1 = 163.255\sqrt{2(5.446) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{163.255\sqrt{2(5.446) \times \frac{\pi}{180}}\,(5.446 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

X_1 = 71.115 m.

$$X_2 = A\sqrt{2\,\tau_2} - \frac{A\sqrt{2\tau_2}\,(\tau_2)^2}{10}$$

$$X_2 = 163.255\sqrt{2(4.411) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{163.255\sqrt{2(4.411) \times \frac{\pi}{180}}\,(4.411 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

X_2 = 64.023 m.

$$X_3 = A\sqrt{2\,\tau_3} - \frac{A\sqrt{2\tau_3}\,(\tau_3)^2}{10}$$

$$X_3 = 163.255\sqrt{2(3.485) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{163.255\sqrt{2(3.485) \times \frac{\pi}{180}}\,(3.485 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_3 = 56.922$ m.

$$X_4 = A\sqrt{2\tau_4} - \frac{A\sqrt{2\tau_4}(\tau_4)^2}{10}$$

$$X_4 = 163.255\sqrt{2(2.668) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{163.255\sqrt{2(2.668) \times \frac{\pi}{180}}(2.668 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_4 = 49.814$ m.

$$X_5 = A\sqrt{2\tau_5} - \frac{A\sqrt{2\tau_5}(\tau_5)^2}{10}$$

$$X_5 = 163.255\sqrt{2(1.960) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{163.255\sqrt{2(1.960) \times \frac{\pi}{180}}(1.960 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_5 = 42.702$ m.

$$X_6 = A\sqrt{2\tau_6} - \frac{A\sqrt{2\tau_6}(\tau_6)^2}{10}$$

$$X_6 = 163.255\sqrt{2(1.361) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{163.255\sqrt{2(1.361) \times \frac{\pi}{180}}(1.361 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_6 = 35.587$ m.

$$X_7 = A\sqrt{2\tau_7} - \frac{A\sqrt{2\tau_7}(\tau_7)^2}{10}$$

$$X_7 = 163.255\sqrt{2(0.871) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{163.255\sqrt{2(0.871) \times \frac{\pi}{180}}(0.871 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_7 = 28.471$ m.

$$X_8 = A\sqrt{2\tau_8} - \frac{A\sqrt{2\tau_8}(\tau_8)^2}{10}$$

$$X_8 = 163.255\sqrt{2(0.490) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{163.255\sqrt{2(0.490) \times \frac{\pi}{180}}(0.490 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_8 = 21.354$ m.

$$X_9 = A\sqrt{2\tau_9} - \frac{A\sqrt{2\tau_9}(\tau_9)^2}{10}$$

$$X_9 = 163.255\sqrt{2(0.218) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{163.255\sqrt{2(0.218) \times \frac{\pi}{180}}(0.218 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_9 = 14.236$ m.

$$X_{10} = A\sqrt{2\tau_{10}} - \frac{A\sqrt{2\tau_{10}}(\tau_{10})^2}{10}$$

$$X_{10} = 163.255\sqrt{2(0.054) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{163.255\sqrt{2(0.054) \times \frac{\pi}{180}}(0.054 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_{10} = 7.118$ m.

$$Y_1 = \frac{(X_1)^3}{6(A)^2} = \frac{(71.115)^3}{6(163.255)^2} = 2.249 \text{ m.}$$

$$Y_2 = \frac{(X_2)^3}{6(A)^2} = \frac{(64.023)^3}{6(163.255)^2} = 1.641 \text{ m.}$$

$$Y_3 = \frac{(X_3)^3}{6(A)^2} = \frac{(56.922)^3}{6(163.255)^2} = 1.153 \text{ m.}$$

$$Y_4 = \frac{(X_4)^3}{6(A)^2} = \frac{(49.814)^3}{6(163.255)^2} = 0.773 \text{ m.}$$

$$Y_5 = \frac{(X_5)^3}{6(A)^2} = \frac{(42.702)^3}{6(163.255)^2} = 0.487 \text{ m.}$$

$$Y_6 = \frac{(X_6)^3}{6(A)^2} = \frac{(35.587)^3}{6(163.255)^2} = 0.282 \text{ m.}$$

$$Y_7 = \frac{(X_7)^3}{6(A)^2} = \frac{(28.471)^3}{6(163.255)^2} = 0.144 \text{ m.}$$

$$Y_8 = \frac{(X_8)^3}{6(A)^2} = \frac{(21.354)^3}{6(163.255)^2} = 0.061 \text{ m.}$$

$$Y_9 = \frac{(X_9)^3}{6(A)^2} = \frac{(14.236)^3}{6(163.255)^2} = 0.018 \text{ m.}$$

$$Y_{10} = \frac{(X_{10})^3}{6(A)^2} \quad \frac{(7.118)^3}{6(163.255)^2} = 0.002 \text{ m.}$$

4.2.- Enlace de dos curvas circulares del mismo sentido (en óvalo).

Para solucionar este problema se deben cumplir las siguientes tres condiciones:

1.- Los arcos de círculo deben tener radios diferentes.
2.- El círculo de radio mayor debe contener al de radio menor.
3.- Los centros de los círculos no deben ser confundibles.

Si las condiciones 1 y 2 no se satisfacen, se puede resolver el problema con la ayuda de un círculo auxiliar, como se muestra más adelante en el inciso 4.2.2.

4.2.1.- Enlace de dos curvas circulares del mismo sentido (en óvalo) cuando una es interior a la otra.

Los datos que se dan son:

R_1 y R_2 : radios de dos círculos.

$R_1 < R_2'$

K : la distancia más pequeña entre las dos circunferencias.

R_m : radio del círculo armónico.

L_m : longitud de enlace del arco de círculo armónico.

L_p : longitud del arco de clotoide $\widehat{P_1 P_2}$.

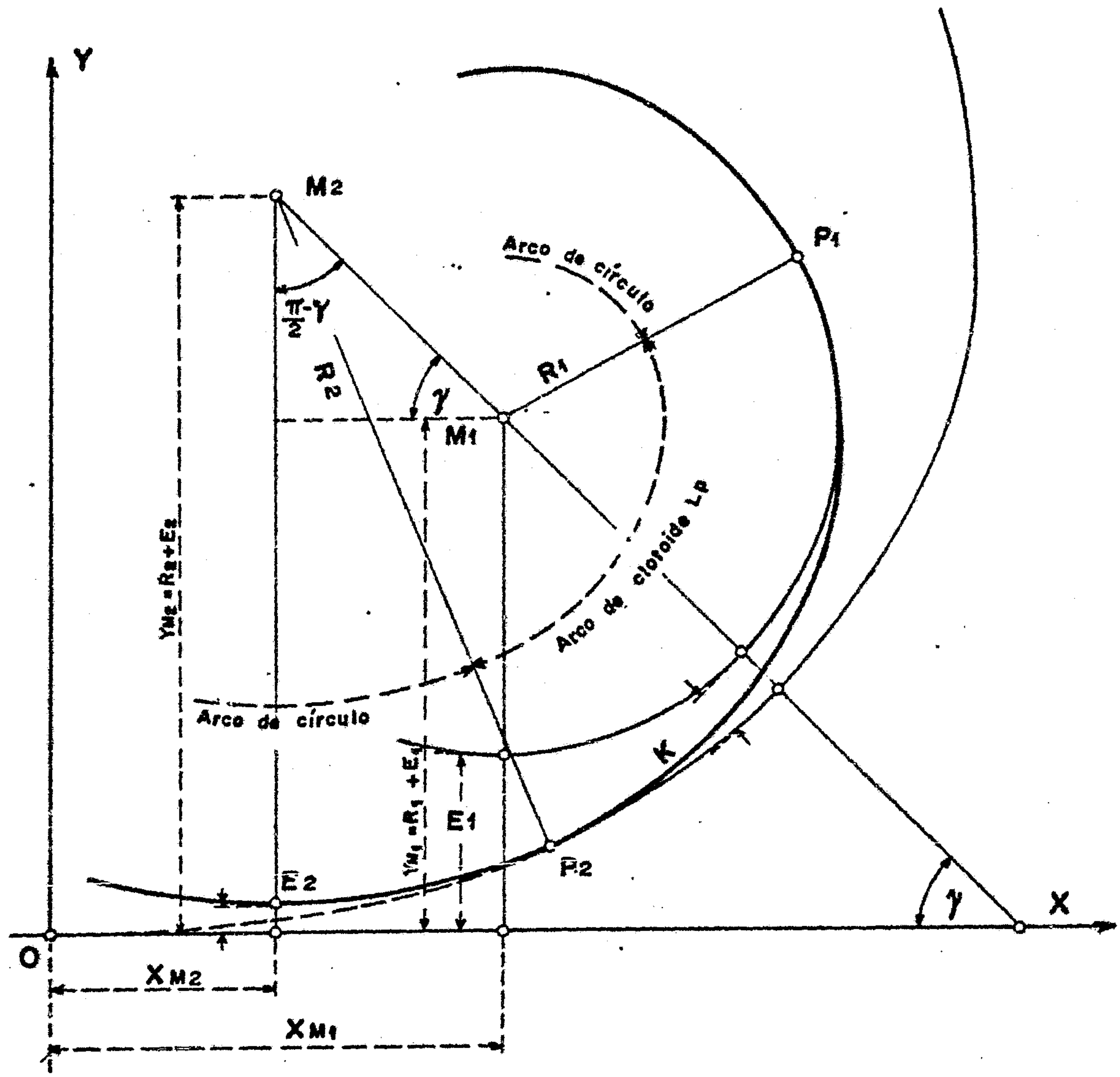


Fig. No. 13 Enlace de dos curvas circulares del mismo sentido (en óvalo) cuando una es interior a la otra.

Las fórmulas siguientes permiten calcular el parámetro (A) de la clotoide.

$$R_m = \frac{2(R_1)\ (R_2)}{R_1 + R_2} \quad \text{----------} \ (25)$$

$$L_m = \delta\,(R_m) \quad \text{----------} \ (26)$$

$$L_p = L_m\ (\sqrt{3}\ ) \quad \text{----------} \ (27)$$

$$\text{Tan}\ \frac{\delta}{2} = \sqrt{\frac{(R_2 - R_1 - \frac{K}{2})\ (\frac{K}{2})}{(R_m - R_1 - \frac{K}{2})\ (R_2 - R_m - \frac{K}{2}}} \quad \text{--} \ (28)$$

Se obtiene el valor de $\frac{\delta}{2}$ en radianes por medio de la fórmula :

$$\text{arc}\ \frac{\delta}{2} = \text{Tan}\ (\frac{\delta}{2}) - \frac{1}{3}\ (\text{Tan})^3\ (\frac{\delta}{2}) \quad \text{----} \ (29)$$

Si el ángulo δ es pequeño, se puede poner:

arc δ = Tan δ

El parámetro (A) está dado por la fórmula:

$$A = \sqrt{\frac{L_p\ (R_1)\ (R_2)}{R_2 - R_1}} \quad \text{----------} \ (30)$$

La clotoide está entonces bien determinada por A y R_1. Se busca en la Tabla el valor de $r_1 = \frac{R_1}{A}$ y se encuentra en la línea correspondiente los elementos unitarios buscados.

Datos :

R_1 = 100 m. $\quad$ R_2 = 600 m. $\quad$ K = 2.00 m.

Solución :

$$R_m = \frac{2(100)\ (600)}{100 + 600} = 171.4286 \text{ m.}$$

$$\text{Tan}\ \frac{\delta}{2} = \sqrt{\frac{499}{30113.2551}} = 0.1287$$

Con la ayuda de la fórmula (29) se obtiene :

$$\delta = 0.2560$$

$L_m = 0.2560\ (171.4286) = 43.8857$ m.

$L_p = 43.8857\ (\sqrt{3}) = 76.0122$ m.

$$A = \sqrt{\frac{76.0122\ (100)\ (600)}{500}} = 95.5064$$

$L_p = L = 76.0122$

$\frac{L}{10} = 7.60122$

$L_1 = 76.0122$

$L_2 = 76.0122 - 7.60122 = 68.41098$

$L_3 = 68.41098 - 7.60122 = 60.80976$

$L_4 = 60.80976 - 7.60122 = 53.20854$

$L_5 = 53.20854 - 7.60122 = 45.60732$

$L_6 = 45.60732 - 7.60122 = 38.00610$

$L_7 = 38.00610 - 7.60122 = 30.40488$

$L_8 = 30.40488 - 7.60122 = 22.80366$

$L_9 = 22.80366 - 7.60122 = 15.20244$

$L_{10} = 15.20244 - 7.60122 = 7.60122$

$$\tau_1 = \frac{(L_1)^2}{2(A)^2} = \frac{(76.0122)^2}{2(95.5064)^2} \times \frac{180}{\pi} = 18°\ 08'\ 48''$$

$$\tau_2 = \frac{(L_2)^2}{2(A)^2} = \frac{(68.41098)^2}{2(95.5064)^2} \times \frac{180}{\pi} = 14°\ 41'\ 55''$$

$$\tau_3 = \frac{(L_3)^2}{2(A)^2} = \frac{(60.80976)^2}{2(95.5064)^2} \times \frac{180}{\pi} = 11°\ 36'\ 50''$$

$$\tau_4 = \frac{(L_4)^2}{2(A)^2} = \frac{(53.20854)^2}{2(95.5064)^2} \times \frac{180}{\pi} = 8°\ 53'\ 31''$$

$$\tau_5 = \frac{(L_5)^2}{2(A)^2} = \frac{(45.60732)^2}{2(95.5064)^2} \times \frac{180}{\pi} = 6°\ 31'\ 58''$$

$$\tau_6 = \frac{(L_6)^2}{2(A)^2} = \frac{(38.00610)^2}{2(95.5064)^2} \times \frac{180}{\pi} = 4°\ 32'\ 12''$$

$$\tau_7 = \frac{(L_7)^2}{2(A)^2} = \frac{(30.40488)^2}{2(95.5064)^2} \times \frac{180}{\pi} = 2°\ 54'\ 12''$$

$$\tau_8 = \frac{(L_8)^2}{2(A)^2} = \frac{(22.80366)^2}{2(95.5064)^2} \times \frac{180}{\pi} = 1°\ 37'\ 59''$$

$$\tau_9 = \frac{(L_9)^2}{2(A)^2} = \frac{(15.20244)^2}{2(95.5064)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0°\ 43'\ 33''$$

$$\tau_{10} = \frac{(L_{10})^2}{2(A)^2} = \frac{(\ 7.60122)^2}{2(95.5064)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0°\ 10'\ 53''$$

$$X_1 = A\sqrt{2\tau_1} - \frac{A\sqrt{2\tau_1}\ (\tau_1)^2}{10}$$

$$X_1 = 95.5064\sqrt{2(18.147) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{95.5064\sqrt{2(18.147) \times \frac{\pi}{180}}\ (18.147 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_1 = 75.250 \text{ m.}$$

$$X_2 = A\sqrt{2\tau_2} - \frac{A\sqrt{2\tau_2}\ (\tau_2)^2}{10}$$

$$X_2 = 95.5064\sqrt{2(14.699) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{95.5064\sqrt{2(14.699) \times \frac{\pi}{180}}\ (14.699 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_2 = 67.961 \text{ m.}$$

$$X_3 = A\sqrt{2\tau_3} - \frac{A\sqrt{2\tau_3}\ (\tau_3)^2}{10}$$

$$X_3 = 95.5064\sqrt{2(11.614) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{95.5064\sqrt{2(11.614) \times \frac{\pi}{180}}\ (11.614 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_3 = 60.560 \text{ m.}$$

$$X_4 = A\sqrt{2\tau_4} - \frac{A\sqrt{2\tau_4}\ (\tau_4)^2}{10}$$

$$X_4 = 95.5064\sqrt{2(8.892) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{95.5064\sqrt{2(8.892) \times \frac{\pi}{180}}\ (8.892 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_4 = 53.080 \text{ m.}$$

$$X_5 = A\sqrt{2\tau_5} - \frac{A\sqrt{2\tau_5}\ (\tau_5)^2}{10}$$

$$X_5 = 95.5064\sqrt{2(6.533) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{95.5064\sqrt{2(6.533) \times \frac{\pi}{180}}\ (6.533 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_5 = 45.548 \text{ m.}$$

$$X_6 = A\sqrt{2\,\tau_6} - \frac{A\sqrt{2\tau_6}\,(\tau_6)^2}{10}$$

$$X_6 = 95.5064\sqrt{2(4.537) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{95.5064\sqrt{2(4.537) \times \frac{\pi}{180}}\,(4.537 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_6 = 37.982 \text{ m.}$$

$$X_7 = A\sqrt{2\,\tau_7} - \frac{A\sqrt{2\tau_7}\,(\tau_7)^2}{10}$$

$$X_7 = 95.5064\sqrt{2(2.903) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{95.5064\sqrt{2(2.903) \times \frac{\pi}{180}}\,(2.903 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_7 = 30.397 \text{ m.}$$

$$X_8 = A\sqrt{2\,\tau_8} - \frac{A\sqrt{2\tau_8}\,(\tau_8)^2}{10}$$

$$X_8 = 95.5064\sqrt{2(1.633) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{95.5064\sqrt{2(1.633) \times \frac{\pi}{180}}\,(1.633 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_8 = 22.802 \text{ m.}$$

$$X_9 = A\sqrt{2\,\tau_9} - \frac{A\sqrt{2\tau_9}\,(\tau_9)^2}{10}$$

$$X_9 = 95.5064\sqrt{2(0.726) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{95.5064\sqrt{2(0.726) \times \frac{\pi}{180}}\,(0.726 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_9 = 15.202 \text{ m.}$$

$$X_{10} = A\sqrt{2\,\tau_{10}} - \frac{A\sqrt{2\tau_{10}}\,(\tau_{10})^2}{10}$$

$$X_{10} = 95.5064\sqrt{2(0.181) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{95.5064\sqrt{2(0.181) \times \frac{\pi}{180}}\,(0.181 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_{10} = 7.601 \text{ m.}$$

$$Y_1 = \frac{(X_1)^3}{6(A)^2} = \frac{(75.250)^3}{6(95.5064)^2} = 7.786 \text{ m.}$$

$$Y_2 = \frac{(X_2)^3}{6(A)^2} = \frac{(67.961)^3}{6(95.5064)^2} = 5.735 \text{ m.}$$

$$Y_3 = \frac{(X_3)^3}{6(A)^2} = \frac{(60.560)^3}{6(95.5064)^2} = 4.058 \text{ m.}$$

$$Y_4 = \frac{(X_4)^3}{6(A)^2} = \frac{(53.080)^3}{6(95.5064)^2} = 2.733 \text{ m.}$$

$$Y_5 = \frac{(X_5)^3}{6(A)^2} = \frac{(45.548)^3}{6(95.5064)^2} = 1.727 \text{ m.}$$

$$Y_6 = \frac{(X_6)^3}{6(A)^2} = \frac{(37.982)^3}{6(95.5064)^2} = 1.001 \text{ m.}$$

$$Y_7 = \frac{(X_7)^3}{6(A)^2} = \frac{(30.397)^3}{6(95.5064)^2} = 0.513 \text{ m.}$$

$$Y_8 = \frac{(X_8)^3}{6(A)^2} = \frac{(22.802)^3}{6(95.5064)^2} = 0.217 \text{ m.}$$

$$Y_9 = \frac{(X_9)^3}{6(A)^2} = \frac{(15.202)^3}{6(95.5064)^2} = 0.064 \text{ m.}$$

$$Y_{10} = \frac{(X_{10})^3}{6(A)^2} = \frac{(7.601)^3}{6(95.5064)^2} = 0.008 \text{ m.}$$

Cálculo de los elementos necesarios para el trazo de la clotoide.

De la figura 13 se tienen las siguientes relaciones:

$$Y_{M_1} = R_1 + E_1$$

$$Y_{M_2} = R_2 + E_2$$

de las cuales sólo se conocen R_1 y R_2.

E_1 y E_2 se calculan con las siguientes fórmulas:

$$E_1 = \frac{(L_1)^2}{24\ R_1} \quad ; \quad E_2 = \frac{(L_2)^2}{24\ R_2}$$

en estas últimas fórmulas, los valores L_1 y L_2 se pueden sustituír por:

$$L_1 = \frac{(A)^2}{R_1} \quad ; \quad L_2 = \frac{(A)^2}{R_2} \quad ;$$ por lo tanto :

$$E_1 = \frac{(A)^4}{24(R_1)^3} \quad ; \quad E_2 = \frac{(A)^4}{24(R_2)^3}$$

sustituyendo valores, tenemos:

$$E_1 = \frac{(95.5064)^4}{24\ (100)^3} = \frac{83,201,259.49}{24,000,000} = 3.467\ \text{m.}$$

$$E_2 = \frac{(95.5064)^4}{24\ (600)^3} = \frac{83,201,259.49}{5,184,000,000} = 0.016\ \text{m.}$$

$$Y_{M_1} = 100 + 3.467 = 103.467\ \text{m.}$$

$$Y_{M_2} = 600 + 0.016 = 600.016\ \text{m.}$$

conociendo estos valores se calcula el ángulo γ :

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \text{ang. cos}\ \left(\frac{Y_{M_2} - Y_{M_1}}{R_2 - R_1 - K}\right)$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \text{ang. cos}\ \frac{496.549}{498}$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - \text{ang. cos}\ 0.997086345$$

$$\gamma = \frac{\pi}{2} - 4^\circ\ 22'\ 29'' \quad \therefore \qquad \gamma = \underline{85^\circ\ 37'\ 31''}$$

El procedimiento de trazo es el siguiente:

1.- Se prolonga la línea $\overline{M_2\ M_1}$ hasta marcar el punto X; la distancia $\overline{M_1\ X}$ se calcula con la siguiente relación:

$$\overline{M_1\ X} = \frac{Y_{M_1}}{\cos\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right)} = \frac{103.467}{\cos(4^\circ\ 22'\ 29'')} = 103.769 \text{ m.}$$

2.- Se centra y nivela el teodolito en el punto X, se visa el punto M_1, se gira a la izquiera un ángulo igual a γ con lo cual queda definida la línea $\overline{XO}$.

3.- Se centra y nivela el teodolito en el punto M_1, se visa el punto X y se gira a la derecha un ángulo igual a $\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right)$ para definir la línea $\overline{M_1\ M}$, la cual al intersectarse con la línea $\overline{XO}$ nos define la posición del punto M.

4.- Se centra y nivela el teodolito en el punto M_2, se visa el punto X y se gira a la derecha un ángulo igual a $\left(\frac{\pi}{2} - \gamma\right)$ para definir la línea $\overline{M_2N}$, la cual al intersectarse con la línea $\overline{XO}$ nos define la posición del punto N.

5.- Desde el punto M y sobre la línea $\overline{MN}$ se marca la distancia X_{M1} para definir el punto O.

6.- Finalmente se levanta una perpendicular a la línea $\overline{OX}$ por el punto O y con esto queda definida la línea $\overline{OY}$.

4.2.2.- Enlace de dos curvas circulares del mismo sentido (en óvalo) cuando son secantes o interiores la una con la otra.

Dos círculos cualesquiera pueden ser enlazados utilizando un arco de círculo auxiliar R_h , ver Figura No. 14. El problema se convierte entonces en dos enlaces de los del tipo anterior.

Sin embargo el círculo R_h debe estar dispuesto de tal manera que los arcos de clotoide no se corten sobre el arco de círculo auxiliar. El círculo R_h debe, evidentemente, estar tomado de manera que contenga a los otros dos.

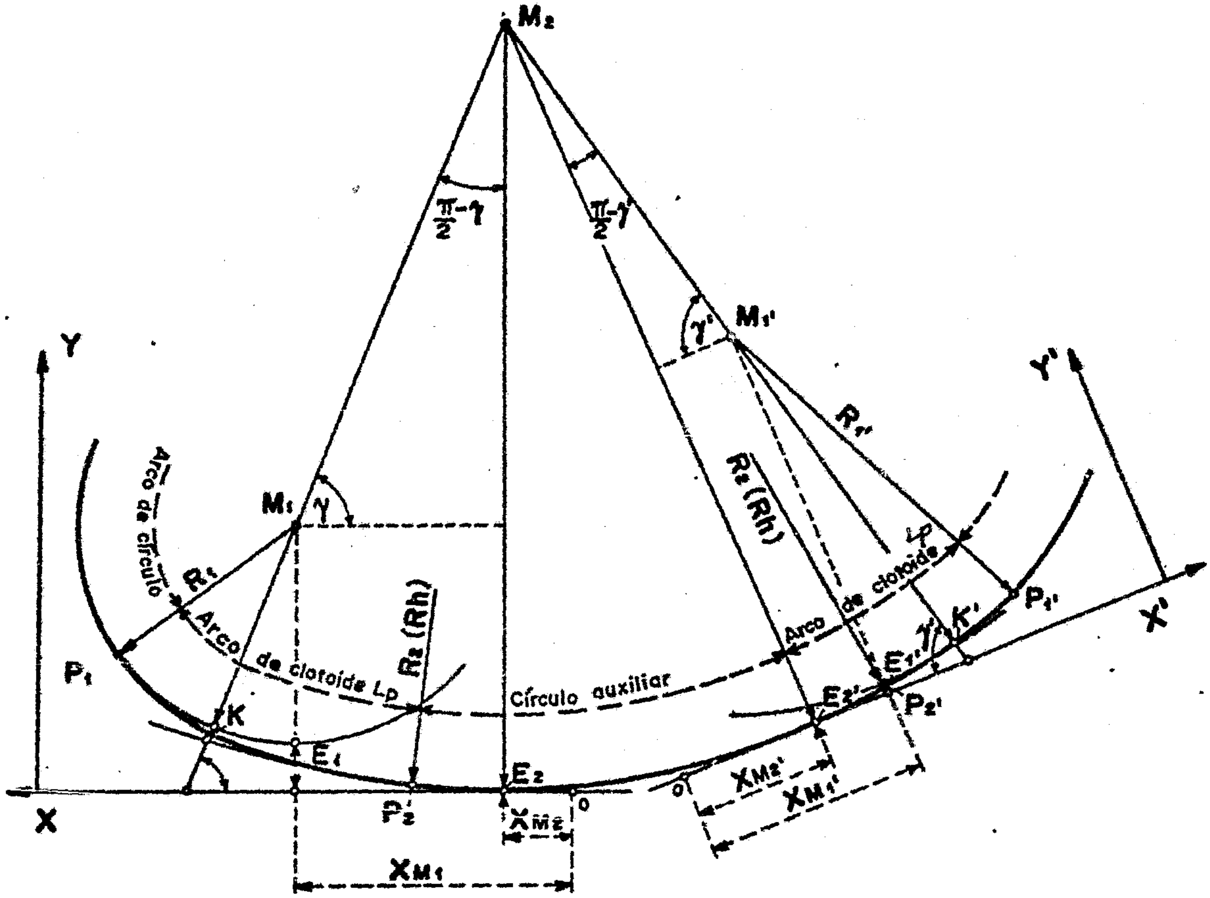


Fig. No.14 Enlace de dos curvas circulares del mismo sentido (en óvalo) cuando son secantes o interiores la una con la otra.

4.3.- Enlace de dos curvas circulares de sentidos contrarios (enlace en "S").

Se desea enlazar dos curvas circulares de sentidos contrarios por medio de un solo arco de clotoide con un punto de inflexión, ver Figura No. 15.

El problema es el mismo que los anteriores, excepto que en éste se utiliza un arco de clotoide con un punto de inflexión; ciertos elementos serán entonces, por consiguiente, negativos.

Para la solución de este problema se utilizan las siguientes fórmulas:

$$R_m = \frac{2(R_1)\ (R_2)}{R_2 - R_1} \quad \text{----------} \quad (31)$$

$$L_m = R_m\ (\delta) \quad \text{----------} \quad (32)$$

$$L_p = L_m\ (\sqrt{3}) \quad \text{----------} \quad (33)$$

$$\text{Tan}\ \frac{\delta}{2} = \sqrt{\frac{(R_2 + R_1 + \frac{K}{2})\ (\frac{K}{2})}{(R_m + R_2 + \frac{K}{2})\ (R_m - R_1 - \frac{K}{2})}} \quad \text{----} \quad (34)$$

$$A = \sqrt{\frac{L_p\ (R_1)\ (R_2)}{R_2 + R_1}} \quad \text{----------} \quad (35)$$

4.3.1.- Enlace de dos curvas circulares de sentidos contrarios (enlace en "S") cuando los radios R_1 y R_2 son diferentes.

Datos :

$R_1 = 300$ m. $R_2 = 400$ m. $K = 6$ m.

Solución:

$$R_m = \frac{2(300)\ (400)}{100} = 2{,}400 \text{ m.}$$

$$\tan \frac{\delta}{2} = \sqrt{\frac{2109}{5877891}} = 0.0189420$$

$$\tan \delta = \text{arc } \delta$$

$$\delta = 0.0378840$$

$$L_m = 2400\ (0.0378840) = 90.9216 \text{ m.}$$

$$L_p = 90.9216\ (\sqrt{3}\ ) = 157.48083 \text{ m.}$$

$$A = \sqrt{\frac{157.48083\ (300)\ (400)}{400 + 300}} = 164.307$$

$$L_p = L = 157.481 = L_1$$

$$\frac{L}{10} = 15.7481$$

$$L_2 = 157.481 - 15.7481 = 141.7329$$

$$L_3 = 141.7329 - 15.7481 = 125.9848$$

$$L_4 = 125.9848 - 15.7481 = 110.2367$$

$$L_5 = 110.2367 - 15.7481 = 94.4886$$

$$L_6 = 94.4886 - 15.7481 = 78.7405$$

$$L_7 = 78.7405 - 15.7481 = 62.9924$$

$$L_8 = 62.9924 - 15.7481 = 47.2443$$

$$L_9 = 47.2443 - 15.7481 = 31.4962$$

$$L_{10} = 31.4962 - 15.7481 = 15.7481$$

$$\tau_1 = \frac{(L_1)^2}{2(A)^2} = \frac{(157.481)^2}{2(164.307)^2} \times \frac{180}{\pi} = 26°19'01''$$

$$\tau_2 = \frac{(L_2)^2}{2(A)^2} = \frac{(141.733)^2}{2(164.307)^2} \times \frac{180}{\pi} = 21°19'01''$$

$$\tau_3 = \frac{(L_3)^2}{2(A)^2} = \frac{(125.985)^2}{2(164.307)^2} \times \frac{180}{\pi} = 16°50'34''$$

$$\tau_4 = \frac{(L_4)^2}{2(A)^2} = \frac{(110.237)^2}{2(164.307)^2} \times \frac{180}{\pi} = 12°53'43''$$

$$\tau_5 = \frac{(L_5)^2}{2(A)^2} = \frac{(94.489)^2}{2(164.307)^2} \times \frac{180}{\pi} = 9°28'27''$$

$$\tau_6 = \frac{(L_6)^2}{2(A)^2} = \frac{(78.740)^2}{2(164.307)^2} \times \frac{180}{\pi} = 6°34'45''$$

$$\tau_7 = \frac{(L_7)^2}{2(A)^2} = \frac{(62.992)^2}{2(164.307)^2} \times \frac{180}{\pi} = 4°12'39''$$

$$\tau_8 = \frac{(L_8)^2}{2(A)^2} = \frac{(47.244)^2}{2(164.307)^2} \times \frac{180}{\pi} = 2°22'07''$$

$$\tau_9 = \frac{(L_9)^2}{2(A)^2} = \frac{(31.496)^2}{2(164.307)^2} \times \frac{180}{\pi} = 1°03'10''$$

$$\tau_{10} = \frac{(L_{10})^2}{2(A)^2} = \frac{(15.748)^2}{2(164.307)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0°15'47''$$

$$X_1 = A\sqrt{2\tau_1} - \frac{A\sqrt{2\tau_1}\ (\tau_1)^2}{10}$$

$$X_1 = 164.307\sqrt{2(26.317) X \frac{\pi}{180}} - \frac{164.307\sqrt{2(26.317) X \frac{\pi}{180}}\ (26.317\ X\ \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_1 = 154.159$ m.

$$X_2 = A\sqrt{2\ \tau_2} - \frac{A\sqrt{2\ \tau_2}\ (\tau_2)^2}{10}$$

$$X_2 = 164.307\sqrt{2(21.317\ x\ \frac{\pi}{180}} - \frac{164.307\sqrt{2(21.317) x\ \frac{\pi}{180}}(21.317\ x\ \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_2 = 139.771$ m.

$$X_3 = A\sqrt{2\tau_3} - \frac{A\sqrt{2\tau_3}\,(\tau_3)^2}{10}$$

$$X_3 = 164.307\sqrt{2(16.843) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{164.307\sqrt{2(16.843)\times\frac{\pi}{180}}(16.843 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

X_3 = 124.896 m.

$$X_4 = A\sqrt{2\tau_4} - \frac{A\sqrt{2\tau_4}\,(\tau_4)^2}{10}$$

$$X_4 = 164.307\sqrt{2(12.895) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{164.307\sqrt{2(12.895)\times\frac{\pi}{180}}(12.895 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

X_4 = 109.678 m.

$$X_5 = A\sqrt{2\tau_5} - \frac{A\sqrt{2\tau_5}\,(\tau_5)^2}{10}$$

$$X_5 = 164.307\sqrt{2(9.474) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{164.307\sqrt{2(9.474)\times\frac{\pi}{180}}(9.474 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

X_5 = 94.230 m.

$$X_6 = A\sqrt{2\tau_6} - \frac{A\sqrt{2\tau_6}\,(\tau_6)^2}{10}$$

$$X_6 = 164.307\sqrt{2(6.579) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{164.307\sqrt{2(6.579) \times \frac{\pi}{180}}(6.579 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

X_6 = 78.637 m.

$$X_7 = A\sqrt{2\tau_7} - \frac{A\sqrt{2\tau_7}\,(\tau_7)^2}{10}$$

$$X_7 = 164.307\sqrt{2(4.211) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{164.307\sqrt{2(4.211) \times \frac{\pi}{180}}(4.211 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

X_7 = 62.958 m.

$$X_8 = A\sqrt{2\tau_8} - \frac{A\sqrt{2\tau_8}\,(\tau_8)^2}{10}$$

$$X_8 = 164.307\sqrt{2(2.369) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{164.307\sqrt{2(2.369) \times \frac{\pi}{180}}(2.369 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

X_8 = 47.164 m.

$$X_9 = A\sqrt{2\tau_9} - \frac{A\sqrt{2\tau_9}\,(\tau_9)^2}{10}$$

$$X_9 = 164.307\sqrt{2(1.053) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{164.307\sqrt{2(1.053) \times \frac{\pi}{180}}(1.053 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

X_9 = 31.495 m.

$$X_{10} = A\sqrt{2\tau_{10}} - \frac{A\sqrt{2\tau_{10}}\,(\tau_{10})^2}{10}$$

$$X_{10} = 164.307\sqrt{2(0.263) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{164.307\sqrt{2(0.263) \times \frac{\pi}{180}}(0.263 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

X_{10} = 15.748 m.

$$Y_1 = \frac{(X_1)^3}{6(A)^2} = \frac{(154.159)^3}{6(164.307)^2} = 22.617 \text{ m.}$$

$$Y_2 = \frac{(X_2)^3}{6(A)^2} = \frac{(139.771)^3}{6(164.307)^2} = 16.857 \text{ m.}$$

$$Y_3 = \frac{(X_3)^3}{6(A)^2} = \frac{(124.896)^3}{6(164.307)^2} = 12.028 \text{ m.}$$

$$Y_4 = \frac{(X_4)^3}{6(A)^2} = \frac{(109.678)^3}{6(164.307)^2} = 8.145 \text{ m.}$$

$$Y_5 = \frac{(X_5)^3}{6(A)^2} = \frac{(94.230)^3}{6(164.307)^2} = 5.165 \text{ m.}$$

$$Y_6 = \frac{(X_6)^3}{6(A)^2} = \frac{(78.637)^3}{6(164.307)^2} = 3.002 \text{ m.}$$

$$Y_7 = \frac{(X_7)^3}{6(A)^2} = \frac{(62.958)^3}{6(164.307)^2} = 1.541 \text{ m.}$$

$$Y_8 = \frac{(X_8)^3}{6(A)^2} = \frac{(47.164)^3}{6(164.307)^2} = 0.648 \text{ m.}$$

$$Y_9 = \frac{(X_9)^3}{6(A)^2} = \frac{(31.495)^3}{6(164.307)^2} = 0.193 \text{ m.}$$

$$Y_{10} = \frac{(X_{10})^3}{6(A)^2} = \frac{(15.748)^3}{6(164.307)^2} = 0.024 \text{ m.}$$

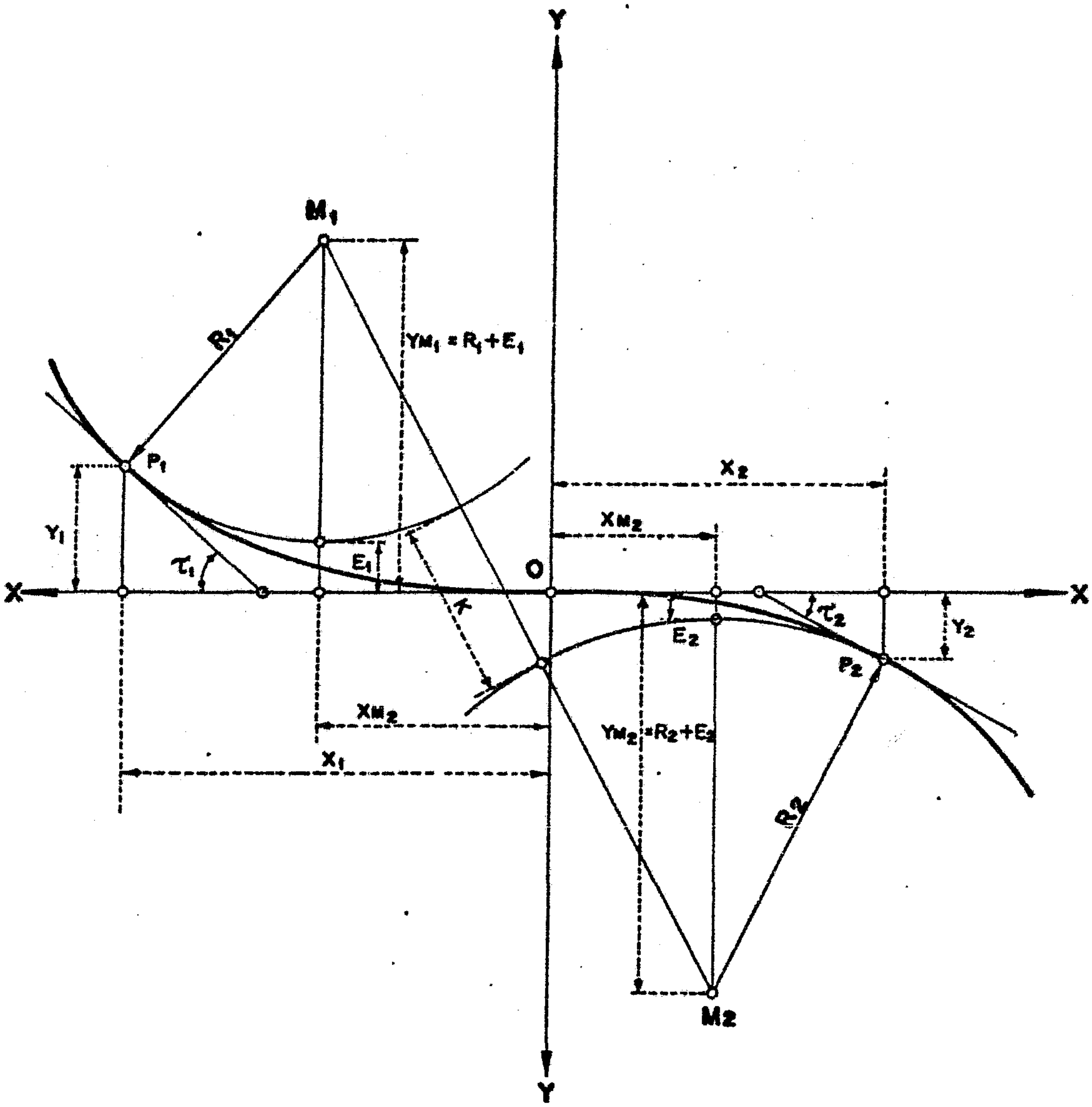


Fig. No. 15 Enlace de dos curvas circulares de sentidos contrarios (enlace en "S") cuando los radios R_1 y R_2 son diferentes.

4.3.2.- Enlace de dos curvas circulares de sentidos contrarios (enlace en "S") cuando los radios R_1 y R_2 son iguales.

Si los dos radios del ejemplo anterior son idénticos, es decir, si $R_1 = R_2$, el parámetro de la clotoide está dado por las siguientes fórmulas:

$$L_t = \sqrt{4(R)(K) + (K)^2} \text{ ----------- } (36)$$

$$L_p = L_t \; (\sqrt{3})$$

$$L_p = \sqrt{12(R)(K) + 3(K)^2} \text{ --------- } (37)$$

$$A = \sqrt{\frac{L_p (R)}{2}} \text{ ----------- } (38)$$

donde:

L_t = longitud de la tangente interior

L_p = longitud del arco de clotoide $\widehat{P_1OP_2}$

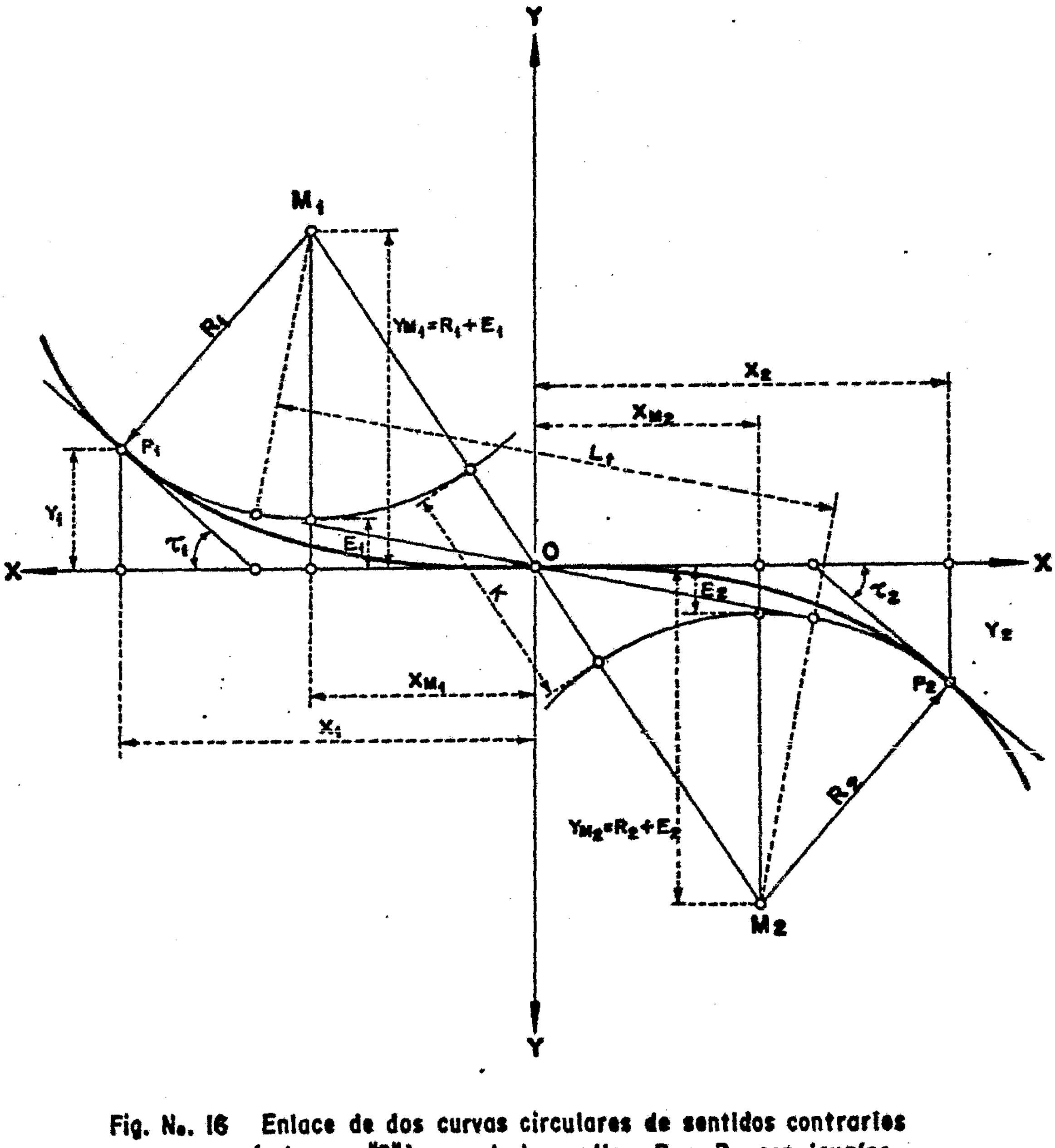
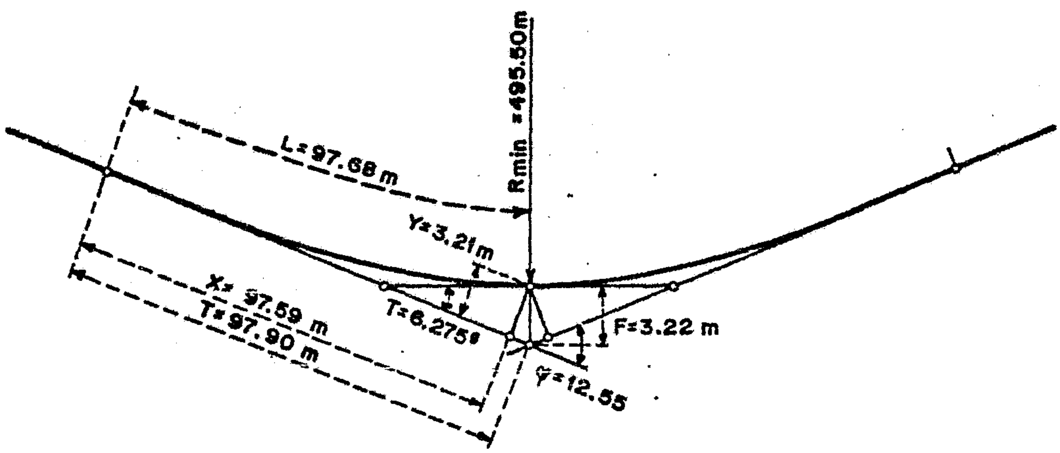


Fig. No. 16 Enlace de dos curvas circulares de sentidos contrarios (enlace en "S") cuando los radios R_1 y R_2 son iguales.

4.4.- Enlace de dos alineamientos de sentidos contrarios. Clotoide en cima.

4.4.1.- Enlace de dos alineamientos cuando los datos son el ángulo de intersección (φ) y la distancia (F) del punto de intersección a la curva.

Suponiendo dos alineamientos que se cortan bajo un ángulo $\varphi = 12.55^g$. La distancia (F) está dada por las condiciones locales y no puede exceder de 3.25 m.



Fig, No.17 Enlace de dos alineamientos de sentidos contrarios (clotoide en cima).

El ángulo de la tangente $\tau = \frac{\varphi}{2} = 6.275^g$ determina la línea N = 444 de la tabla que da los elementos unitarios buscados. Como F es dato, el parámetro se deduce de $a = \frac{F}{f}$, es decir, la distancia F dada, dividida por f unitaria; $A = \frac{3.25}{0.014649} = 221.9$

Se toma el parámetro $a = 220$; F será entonces de 3.22 m.

Elementos unitarios de la línea N = 444 :

$\varphi = 0.444000$

$x = 0.443569$

$y = 0.014578$

$t = 0.445010$

$f = 0.014649$

$r = 2.252252$

que multiplicados por A = 220 da:

L = 97.68 m.
X = 97.59
Y = 3.21
T = 97.90
F = 3.22
R = 495.50

$$\tau = \frac{\varphi}{2} = \frac{11^\circ 295}{2} = 5^\circ\ 38'\ 51''$$

$$Y = F \cos \tau = 3.22 \cos 5^\circ\ 38'\ 51'' = 3.204 \text{ m.}$$

$$W = \frac{\tau}{3} = \frac{5^\circ 6475}{3} = 1^\circ\ 52'\ 57''$$

$$S = \frac{Y}{\text{sen } W} = \frac{3.204}{\text{sen } 1^\circ\ 52'\ 57''} = 97.535 \text{ m.}$$

$$X = \sqrt{(S)^2 - (Y)^2} = \sqrt{(97.535)^2 - (3.234)^2} = 97.481 \text{ m.}$$

$$A = \sqrt{\frac{(X)^3}{6Y}} = \sqrt{\frac{(97.481)^3}{6(3.204)}} = 219.512$$

$$R = \frac{S}{4 \text{ sen } \frac{\tau}{2}} = \frac{97.535}{4 \text{ sen } 2^\circ\ 49'\ 26''} = 494.939 \text{ m.}$$

$$L = \frac{(A)^2}{R} = \frac{(219.512)^2}{494.939} = 97.356 \text{ m.}$$

$$\frac{L}{10} = \frac{97.356}{10} = 9.7356$$

$L_1 = 97.356$

$L_2 = 97.356 - 9.7356 = 87.6204$

$L_3 = 87.6204 - 9.7356 = 77.8848$

$L_4 = 77.8848 - 9.7356 = 68.1492$

$L_5 = 68.1492 - 9.7356 = 58.4136$

$L_6 = 58.4136 - 9.7356 = 48.6780$

$L_7 = 48.6780 - 9.7356 = 38.9424$

$L_8 = 38.9424 - 9.7356 = 29.2068$

$L_9 = 29.2068 - 9.7356 = 19.4712$

$L_{10} = 19.4712 - 9.7356 = 9.7356$

$$\tau_1 = \frac{(L_1)^2}{2(A)^2} = \frac{(97.356)^2}{2(219.512)^2} \times \frac{180}{\pi} = 5° \ 38' \ 06''$$

$$\tau_2 = \frac{(L_2)^2}{2(A)^2} = \frac{(87.6204)^2}{2(219.512)^2} \times \frac{180}{\pi} = 4° \ 33' \ 52'$$

$$\tau_3 = \frac{(L_3)^2}{2(A)^2} = \frac{(77.8848)^2}{2(219.512)^2} \times \frac{180}{\pi} = 3° \ 36' \ 23''$$

$$\tau_4 = \frac{(L_4)^2}{2(A)^2} = \frac{(68.1492)^2}{2(219.512)^2} \times \frac{180}{\pi} = 2° \ 45' \ 40''$$

$$\tau_5 = \frac{(L_5)^2}{2(A)^2} = \frac{(58.4136)^2}{2(219.512)^2} \times \frac{180}{\pi} = 2° \ 01' \ 43''$$

$$\tau_6 = \frac{(L_6)^2}{2(A)^2} = \frac{(48.6780)^2}{2(219.512)^2} \times \frac{180}{\pi} = 1° \ 24' \ 32''$$

$$\tau_7 = \frac{(L_7)^2}{2(A)^2} = \frac{(38.9424)^2}{2(219.512)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \ 54' \ 06''$$

$$\tau_8 = \frac{(L_8)^2}{2(A)^2} = \frac{(29.2068)^2}{2(219.512)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \ 30' \ 26''$$

$$\tau_9 = \frac{(L_9)^2}{2(A)^2} = \frac{(19.4712)^2}{2(219.512)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \ 13'31''$$

$$\tau_{10} = \frac{(L_{10})^2}{2(A)^2} = \frac{(9.7356)^2}{2(219.512)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \ 03' \ 23''$$

$$X_1 = A\sqrt{2\tau_1} - \frac{A\sqrt{2\tau_1}\ (\tau_1)^2}{10}$$

$$X_1 = 219.512\sqrt{2(5.635) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{219.512\sqrt{2(5.635) \times \frac{\pi}{180}}\ (5.635 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_1 = 97.261 \text{ m.}$$

$$X_2 = A\sqrt{2\tau_2} - \frac{A\sqrt{2\tau_2}\ (\tau_2)^2}{10}$$

$$X_2 = 219.512\sqrt{2(4.564) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{219.512\sqrt{2(4.564) \times \frac{\pi}{180}}\ (4.564 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_2 = 87.561 \text{ m.}$$

$$X_3 = A\sqrt{2\,\tau_3} - \frac{A\sqrt{2\tau_3}\,(\tau_3)^2}{10}$$

$$X_3 = 219.512\sqrt{2(3.606) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{219.512\sqrt{2(3.606) \times \frac{\pi}{180}}\;(3.606 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_3 = 77.849 \text{ m.}$$

$$X_4 = A\sqrt{2\,\tau_4} - \frac{A\sqrt{2\tau_4}\,(\tau_4)^2}{10}$$

$$X_4 = 219.512\sqrt{2(2.761) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{219.512\sqrt{2(2.761) \times \frac{\pi}{180}}\;(2.761 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_4 = 68.131 \text{ m.}$$

$$X_5 = A\sqrt{2\,\tau_5} - \frac{A\sqrt{2\tau_5}\,(\tau_5)^2}{10}$$

$$X_5 = 219.512\sqrt{2(2.029) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{219.512\sqrt{2(2.029) \times \frac{\pi}{180}}\;(2.029 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_5 = 58.412 \text{ m.}$$

$$X_6 = A\sqrt{2\,\tau_6} - \frac{A\sqrt{2\tau_6}\,(\tau_6)^2}{10}$$

$$X_6 = 219.512\sqrt{2(1.409) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{219.512\sqrt{2(1.409) \times \frac{\pi}{180}}\;(1.409 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_6 = 48.679 \text{ m.}$$

$$X_7 = A\sqrt{2\,\tau_7} - \frac{A\sqrt{2\tau_7}\,(\tau_7)^2}{10}$$

$$X_7 = 219.512\sqrt{2(0.902) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{219.512\sqrt{2(0.902) \times \frac{\pi}{180}}\;(0.902 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_7 = 38.950 \text{ m.}$$

$$X_8 = A\sqrt{2\,\tau_8} - \frac{A\sqrt{2\tau_8}\,(\tau_8)^2}{10}$$

$$X_8 = 219.512\sqrt{2(0.507) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{219.512\sqrt{2(0.507) \times \frac{\pi}{180}}\;(0.507 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_8 = 29.202 \text{ m.}$$

$$X_9 = A\sqrt{2\,\tau_9} - \frac{A\sqrt{2\tau_9}\,(\tau_9)^2}{10}$$

$$X_9 = 219.512\sqrt{2(0.225) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{219.512\sqrt{2(0.225) \times \frac{\pi}{180}}\;(0.225 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_9 = 19.454 \text{ m.}$$

$$X_{10} = A\sqrt{2\,\tau_{10}} - \frac{A\sqrt{2\,\tau_{10}}\,(\tau_{10})^2}{10}$$

$$X_{10} = 219.512\sqrt{2(0.056)\times\frac{\pi}{180}} - \frac{219.512\sqrt{2(0.056)\times\frac{\pi}{180}}\,(0.056\times\frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_{10} = 9.705 \text{ m.}$$

$$Y_1 = \frac{(X_1)^3}{6(A)^2} = \frac{(97.261)^3}{6(219.512)^2} = 3.182 \text{ m.}$$

$$Y_2 = \frac{(X_2)^3}{6(A)^2} = \frac{(87.561)^3}{6(219.512)^2} = 2.322 \text{ m.}$$

$$Y_3 = \frac{(X_3)^3}{6(A)^2} = \frac{(77.849)^3}{6(219.512)^2} = 1.632 \text{ m.}$$

$$Y_4 = \frac{(X_4)^3}{6(A)^2} = \frac{(68.131)^3}{6(219.512)^2} = 1.094 \text{ m.}$$

$$Y_5 = \frac{(X_5)^3}{6(A)^2} = \frac{(58.412)^3}{6(219.512)^2} = 0.689 \text{ m.}$$

$$Y_6 = \frac{(X_6)^3}{6(A)^2} = \frac{(48.679)^3}{6(219.512)^2} = 0.399 \text{ m.}$$

$$Y_7 = \frac{(X_7)^3}{6(A)^2} = \frac{(38.950)^3}{6(219.512)^2} = 0.204 \text{ m.}$$

$$Y_8 = \frac{(X_8)^3}{6(A)^2} = \frac{(29.202)^3}{6(219.512)^2} = 0.086 \text{ m.}$$

$$Y_9 = \frac{(X_9)^3}{6(A)^2} = \frac{(19.454)^3}{6(219.512)^2} = 0.025 \text{ m.}$$

$$Y_{10} = \frac{(X_{10})^3}{6(A)^2} = \frac{(9.705)^3}{6(219.512)^2} = 0.003 \text{ m.}$$

4.4.2.- Enlace de dos alineamientos cuando los datos son el ángulo de intersección (φ) y el radio (R) del círculo oscilador en cima.

Suponiendo dos alineamientos que se cortan bajo un ángulo $\varphi = 113.80^g$ y unidos por dos brazos o ramas de clotoides opuestos e iguales, se enlazan con un radio común de R = 60 m. Se trazará la curva con la ayuda de coordenadas polares.

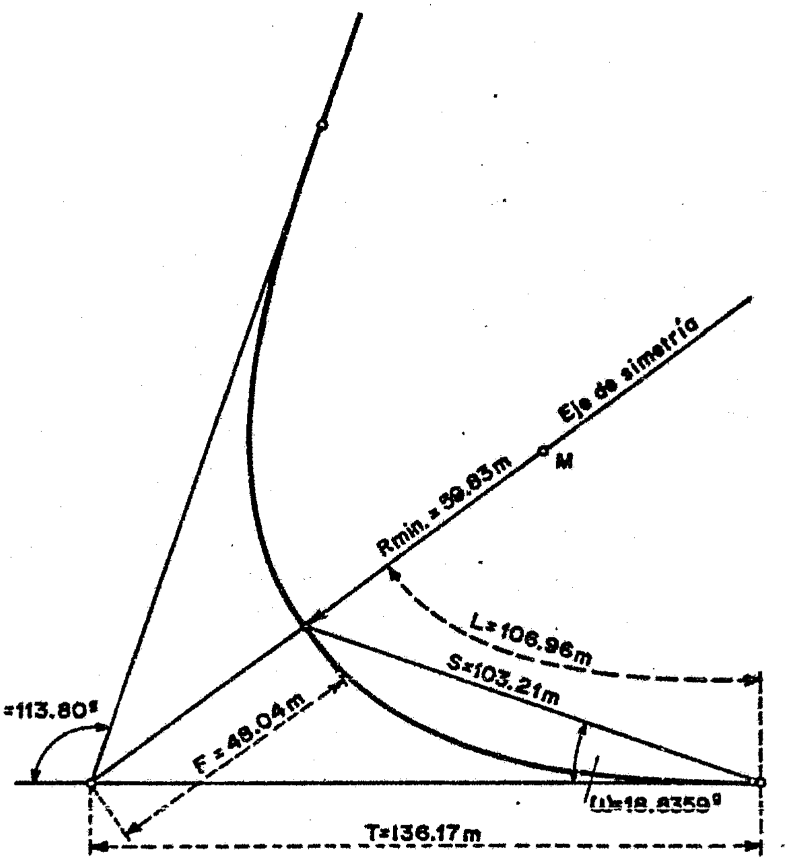


Fig. N°.18 Enlace de dos alineamientos de sentidos contrarios
(clotoide en cima).

$\tau = \frac{\varphi}{2} = 56.90^{g}$ da la línea N = 1337 de la Tabla.

El parámetro A está dado por :

$$\frac{R}{r} = \frac{60}{0.747943} = 80.3$$

Se toma el parámetro A = 80 ; por consiguiente el radio mínimo será R = 59.83 m.

$$\rho = 1.337000$$

$$t = 1.702102$$

$$f = 0.600464$$

$$s = 1.290131$$

$$w = 18.8359^{g}$$

que multiplicados por A = 80 da:

$$L = 106.96 \text{ m.}$$

$$T = 136.17$$

$$F = 48.04$$

$$S = 103.21$$

$$\tau = \frac{\varphi}{2} = \frac{102^\circ 42}{2} = 51^\circ\ 12'\ 36''$$

$$W = \frac{\tau}{3} = \frac{51^\circ 21}{3} = 17^\circ\ 04'\ 12''$$

$$S = R(4 \text{ sen } \frac{\tau}{2}) = 59.83\ (4 \text{ sen } 25^\circ\ 36'\ 18'') = 103.426 \text{ m.}$$

$$Y = S \text{ sen } W = 103.426\ (\text{sen } 17^\circ\ 04'\ 12'') = 30.360 \text{ m.}$$

$$X = \sqrt{(S)^2 - (Y)^2} = \sqrt{(103.426)^2 - (30.360)^2} = 98.870 \text{ m.}$$

$$A = 80$$

$$L = \frac{(A)^2}{R} = \frac{(80)^2}{59.83} = 106.970 \text{ m.}$$

$$\frac{L}{10} = \frac{106.970}{10} = 10.697 \text{ m.}$$

$$L_1 = 106.970 \text{ m.}$$

$$L_2 = 106.970 - 10.697 = 96.273$$

$$L_3 = 96.273 - 10.697 = 85.576$$

$$L_4 = 85.576 - 10.697 = 74.879$$

$$L_5 = 74.879 - 10.697 = 64.182$$

$$L_6 = 64.182 - 10.697 = 53.485$$

$$L_7 = 53.485 - 10.697 = 42.788$$

$$L_8 = 42.788 - 10.697 = 32.091$$

$$L_9 = 32.091 - 10.697 = 21.394$$

$$L_{10} = 21.394 - 10.697 = 10.697$$

$$\tau_1 = \frac{(L_1)^2}{2(A)^2} = \frac{(106.970)^2}{2(80)^2} \times \frac{180}{\pi} = 51° \ 13' \ 11''$$

$$\tau_2 = \frac{(L_2)^2}{2(A)^2} = \frac{(96.273)^2}{2(80)^2} \times \frac{180}{\pi} = 41° \ 29' \ 17''$$

$$\tau_3 = \frac{(L_3)^2}{2(A)^2} = \frac{(85.576)^2}{2(80)^2} \times \frac{180}{\pi} = 32° \ 46' \ 50''$$

$$\tau_4 = \frac{(L_4)^2}{2(A)^2} = \frac{(74.879)^2}{2(80)^2} \times \frac{180}{\pi} = 25° \ 05' \ 51''$$

$$\tau_5 = \frac{(L_5)^2}{2(A)^2} = \frac{(64.182)^2}{2(80)^2} \times \frac{180}{\pi} = 18° \ 26' \ 21''$$

$$\tau_6 = \frac{(L_6)^2}{2(A)^2} = \frac{(53.485)^2}{2(80)^2} \times \frac{180}{\pi} = 12° \ 48' \ 18''$$

$$\tau_7 = \frac{(L_7)^2}{2(A)^2} = \frac{(42.788)^2}{2(80)^2} \times \frac{180}{\pi} = 8° \ 11' \ 43''$$

$$\tau_8 = \frac{(L_8)^2}{2(A)^2} = \frac{(32.091)^2}{2(80)^2} \times \frac{180}{\pi} = 4° \ 36' \ 35''$$

$$\tau_9 = \frac{(L_9)^2}{2(A)^2} = \frac{(21.394)^2}{2(80)^2} \times \frac{180}{\pi} = 2° \ 02' \ 56''$$

$$\tau_{10} = \frac{(L_{10})^2}{2(A)^2} = \frac{(10.697)^2}{2(80)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \ 30' \ 44''$$

$$X_1 = A\sqrt{2\tau_1} - \frac{A\sqrt{2\tau_1}\ (\tau_1)^2}{10}$$

$$X_1 = 80\sqrt{2(51.220) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{80\sqrt{2(51.220) \times \frac{\pi}{180}}\ (51.220 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_1 = 98.422 \text{ m.}$$

$$X_2 = A\sqrt{2\tau_2} - \frac{A\sqrt{2\tau_2}\ (\tau_2)^2}{10}$$

$$X_2 = 80\sqrt{2(41.488) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{80\sqrt{2(41.488) \times \frac{\pi}{180}}\ (41.488 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_2 = 91.225 \text{ m.}$$

$$X_3 = A\sqrt{2\tau_3} - \frac{A\sqrt{2\tau_3}\,(\tau_3)^2}{10}$$

$$X_3 = 80\sqrt{2(32.781) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{80\sqrt{2(32.781) \times \frac{\pi}{180}}\;(32.781 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_3 = 82.775 \text{ m.}$$

$$X_4 = A\sqrt{2\tau_4} - \frac{A\sqrt{2\tau_4}\,(\tau_4)^2}{10}$$

$$X_4 = 80\sqrt{2(25.098) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{80\sqrt{2(25.098) \times \frac{\pi}{180}}\;(25.098 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_4 = 73.443 \text{ m.}$$

$$X_5 = A\sqrt{2\tau_5} - \frac{A\sqrt{2\tau_5}\,(\tau_5)^2}{10}$$

$$X_5 = 80\sqrt{2(18.439) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{80\sqrt{2(18.439) \times \frac{\pi}{180}}\;(18.439 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_5 = 63.517 \text{ m.}$$

$$X_6 = A\sqrt{2\tau_6} - \frac{A\sqrt{2\tau_6}\,(\tau_6)^2}{10}$$

$$X_6 = 80\sqrt{2(12.805) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{80\sqrt{2(12.805) \times \frac{\pi}{180}}\;(12.805 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_6 = 53.218 \text{ m.}$$

$$X_7 = A\sqrt{2\tau_7} - \frac{A\sqrt{2\tau_7}\,(\tau_7)^2}{10}$$

$$X_7 = 80\sqrt{2(8.195) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{80\sqrt{2(8.195) \times \frac{\pi}{180}}\;(8.195 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_7 = 42.700 \text{ m.}$$

$$X_8 = A\sqrt{2\tau_8} - \frac{A\sqrt{2\tau_8}\,(\tau_8)^2}{10}$$

$$X_8 = 80\sqrt{2(4.610) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{80\sqrt{2(4.610) \times \frac{\pi}{180}}\;(4.610 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_8 = 32.071 \text{ m.}$$

$$X_9 = A\sqrt{2\tau_9} - \frac{A\sqrt{2\tau_9}\,(\tau_9)^2}{10}$$

$$X_9 = 80\sqrt{2(2.049) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{80\sqrt{2(2.049) \times \frac{\pi}{180}}\;(2.049 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_9 = 21.392 \text{ m.}$$

$$X_{10} = A\sqrt{2\tau_{10}} - \frac{A\sqrt{2\tau_{10}}\,(\tau_{10})^2}{10}$$

$$X_{10} = 80\sqrt{2(0.512) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{80\sqrt{2(0.512) \times \frac{\pi}{180}}\,(0.512 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_{10} = 10.695 \text{ m.}$$

$$Y_1 = \frac{(X_1)^3}{6(A)^2} = \frac{(98.422)^3}{6(80)^2} = 24.828 \text{ m.}$$

$$Y_2 = \frac{(X_2)^3}{6(A)^2} = \frac{(91.225)^3}{6(80)^2} = 19.770 \text{ m.}$$

$$Y_3 = \frac{(X_3)^3}{6(A)^2} = \frac{(82.775)^3}{6(80)^2} = 14.770 \text{ m.}$$

$$Y_4 = \frac{(X_4)^3}{6(A)^2} = \frac{(73.443)^3}{6(80)^2} = 10.316 \text{ m.}$$

$$Y_5 = \frac{(X_5)^3}{6(A)^2} = \frac{(63.517)^3}{6(80)^2} = 6.673 \text{ m.}$$

$$Y_6 = \frac{(X_6)^3}{6(A)^2} = \frac{(53.218)^3}{6(80)^2} = 3.925 \text{ m.}$$

$$Y_7 = \frac{(X_7)^3}{6(A)^2} = \frac{(42.700)^3}{6(80)^2} = 2.027 \text{ m.}$$

$$Y_8 = \frac{(X_8)^3}{6(A)^2} = \frac{(32.071)^3}{6(80)^2} = 0.859 \text{ m.}$$

$$Y_9 = \frac{(X_9)^3}{6(A)^2} = \frac{(21.392)^3}{6(80)^2} = 0.255 \text{ m.}$$

$$Y_{10} = \frac{(X_{10})^3}{6(A)^2} = \frac{(10.695)^3}{6(80)^2} = 0.032 \text{ m.}$$

4.4.3.- Ejemplo de replanteo de una clotoide en cima definida por el cambio de dirección (φ) y el radio (R) del círculo oscilador en cima.

Suponiendo dos alineamientos que se cortan bajo un ángulo $\varphi = 97.273^g$ y unidos por dos brazos o ramas de clotoide opuestos e iguales, se unen con un radio común de 300 m.

Por interpolación se encuentra el unitario mínimo $r = 0.808991$, que corresponde a $\tau = \frac{\varphi}{2} = 48.6365\ ^g$. El parámetro A está dado entonces por la relación $A = \frac{R}{r} = \frac{300}{0.808991} = 370.83$; para el cálculo se toma A = 370.

$\ell = 1.236107$

$x = 1.165883$

$y = 0.301905$

$t = 1.455124$

que multiplicados por A = 370 da:

L = 457.36 m.

X = 431.38

Y = 111.70

T = 538.40

$$\tau = \frac{\varphi}{2} = \frac{87.^{\circ}5457}{2} = 42^{\circ}\ 46'\ 22''$$

$$W = \frac{\tau}{3} = \frac{43.^{\circ}\ 77285}{3} = 14^{\circ}\ 35'\ 27''$$

$$S = R\ (4\ \text{sen}\ \frac{\tau}{2}) = 300\ (4\ \text{sen}\ 21^{\circ}\ 53'\ 11'') = 447.322\ \text{m.}$$

$$Y = S\ \text{sen}\ W = 447.322\ (\text{sen}\ 14^{\circ}\ 35'\ 27'') = 112.688\ \text{m.}$$

$$X = \sqrt{(S)^2 - (Y)^2} = \sqrt{(447.322)^2 - (112.688)^2} = 432.895\ \text{m.}$$

$$A = 370$$

$$L = \frac{(A)^2}{R} = \frac{(370)^2}{300} = 456.333\ \text{m.}$$

$$\frac{L}{10} = \frac{456.333}{10} = 45.6333\ \text{m.}$$

$$L_1 = 456.333\ \text{m.}$$

$$L_2 = 456.333 - 45.633 = 410.700$$

$$L_3 = 410.700 - 45.633 = 365.067$$

$$L_4 = 365.067 - 45.633 = 319.434$$

$$L_5 = 319.434 - 45.633 = 273.801$$

$$L_6 = 273.801 - 45.633 = 228.168$$

$$L_7 = 228.168 - 45.633 = 182.535$$

$$L_8 = 182.535 - 45.633 = 136.902$$

$$L_9 = 136.902 - 45.633 = 91.269$$

$$L_{10} = 91.269 - 45.633 = 45.636$$

$$\tau_1 = \frac{(L_1)^2}{2(A)^2} = \frac{(456.333)^2}{2(370)^2} \times \frac{180}{\pi} = 43^{\circ}\ 34'\ 36''$$

$$\tau_2 = \frac{(L_2)^2}{2(A)^2} = \frac{(410.700)^2}{2(370)^2} \times \frac{180}{\pi} = 35^{\circ}\ 17'\ 49''$$

$$\tau_3 = \frac{(L_3)^2}{2(A)^2} = \frac{(365.067)^2}{2(370)^2} \times \frac{180}{\pi} = 27^\circ\ 53'\ 21''$$

$$\tau_4 = \frac{(L_4)^2}{2(A)^2} = \frac{(319.434)^2}{2(370)^2} \times \frac{180}{\pi} = 21^\circ\ 21'\ 09''$$

$$\tau_5 = \frac{(L_5)^2}{2(A)^2} = \frac{(273.801)^2}{2(370)^2} \times \frac{180}{\pi} = 15^\circ\ 41'\ 16''$$

$$\tau_6 = \frac{(L_6)^2}{2(A)^2} = \frac{(228.168)^2}{2(370)^2} \times \frac{180}{\pi} = 10^\circ\ 53'\ 39''$$

$$\tau_7 = \frac{(L_7)^2}{2(A)^2} = \frac{(182.535)^2}{2(370)^2} \times \frac{180}{\pi} = 6^\circ\ 58'\ 21''$$

$$\tau_8 = \frac{(L_8)^2}{2(A)^2} = \frac{(136.902)^2}{2(370)^2} \times \frac{180}{\pi} = 3^\circ\ 55'\ 19''$$

$$\tau_9 = \frac{(L_9)^2}{2(A)^2} = \frac{(91.269)^2}{2(370)^2} \times \frac{180}{\pi} = 1^\circ\ 44'\ 35''$$

$$\tau_{10} = \frac{(L_{10})^2}{2(A)^2} = \frac{(45.636)^2}{2(370)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0^\circ\ 26'\ 09''$$

$$X_1 = A\sqrt{2\tau_1} - \frac{A\sqrt{2\tau_1}\ (\tau_1)^2}{10}$$

$$X_1 = 370\sqrt{2(43.577) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{370\sqrt{2(43.577) \times \frac{\pi}{180}}\ (43.577 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_1 = 429.938 \text{ m.}$$

$$X_2 = A\sqrt{2\tau_2} - \frac{A\sqrt{2\tau_2}\ (\tau_2)^2}{10}$$

$$X_2 = 370\sqrt{2(35.297) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{370\sqrt{2(35.297) \times \frac{\pi}{180}}\ (35.297 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_2 = 395.113 \text{ m.}$$

$$X_3 = A\sqrt{2\tau_3} - \frac{A\sqrt{2\tau_3}\ (\tau_3)^2}{10}$$

$$X_3 = 370\sqrt{2(27.889) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{370\sqrt{2(27.889) \times \frac{\pi}{180}}\ (27.889 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_3 = 356.417 \text{ m.}$$

$$X_4 = A\sqrt{2\tau_4} - \frac{A\sqrt{2\tau_4}\ (\tau_4)^2}{10}$$

$$X_4 = 370\sqrt{2(21.353) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{370\sqrt{2(21.353) \times \frac{\pi}{180}}\ (21.353 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_4 = 315.000 \text{ m.}$$

$$X_5 = A\sqrt{2\tau_5} - \frac{A\sqrt{2\tau_5}\,(\tau_5)^2}{10}$$

$$X_5 = 370\sqrt{2(15.688) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{370\sqrt{2(15.688) \times \frac{\pi}{180}}\,(15.688 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_5 = 271.751 \text{ m.}$$

$$X_6 = A\sqrt{2\tau_6} - \frac{A\sqrt{2\tau_6}\,(\tau_6)^2}{10}$$

$$X_6 = 370\sqrt{2(10.894) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{370\sqrt{2(10.894) \times \frac{\pi}{180}}\,(10.894 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_6 = 227.340 \text{ m.}$$

$$X_7 = A\sqrt{2\tau_7} - \frac{A\sqrt{2\tau_7}\,(\tau_7)^2}{10}$$

$$X_7 = 370\sqrt{2(6.972) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{370\sqrt{2(6.972) \times \frac{\pi}{180}}\,(6.972 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_7 = 182.260 \text{ m.}$$

$$X_8 = A\sqrt{2\tau_8} - \frac{A\sqrt{2\tau_8}\,(\tau_8)^2}{10}$$

$$X_8 = 370\sqrt{2(3.922) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{370\sqrt{2(3.922) \times \frac{\pi}{180}}\,(3.922 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_8 = 136.838 \text{ m.}$$

$$X_9 = A\sqrt{2\tau_9} - \frac{A\sqrt{2\tau_9}\,(\tau_9)^2}{10}$$

$$X_9 = 370\sqrt{2(1.743) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{370\sqrt{2(1.743) \times \frac{\pi}{180}}\,(1.743 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_9 = 91.257 \text{ m.}$$

$$X_{10} = A\sqrt{2\tau_{10}} - \frac{A\sqrt{2\tau_{10}}\,(\tau_{10})^2}{10}$$

$$X_{10} = 370\sqrt{2(0.436) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{370\sqrt{2(0.436) \times \frac{\pi}{180}}\,(0.436 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_{10} = 45.645 \text{ m.}$$

$$Y_1 = \frac{(X_1)^3}{6(A)^2} = \frac{(429.938)^3}{6(370)^2} = 96.753 \text{ m.}$$

$$Y_2 = \frac{(X_2)^3}{6(A)^2} = \frac{(395.113)^3}{6(370)^2} = 75.095 \text{ m.}$$

$$Y_3 = \frac{(X_3)^3}{6(A)^2} = \frac{(356.417)^3}{6(370)^2} = 55.121 \text{ m.}$$

$$Y_4 = \frac{(X_4)^3}{6(A)^2} = \frac{(315)^3}{6(370)^2} = 38.052 \text{ m.}$$

$$Y_5 = \frac{(X_5)^3}{6(A)^2} = \frac{(271.751)^3}{6(370)^2} = 24.432 \text{ m.}$$

$$Y_6 = \frac{(X_6)^3}{6(A)^2} = \frac{(227.340)^3}{6(370)^2} = 14.305 \text{ m.}$$

$$Y_7 = \frac{(X_7)^3}{6(A)^2} = \frac{(182.260)^3}{6(370)^2} = 7.371 \text{ m.}$$

$$Y_8 = \frac{(X_8)^3}{6(A)^2} = \frac{(136.838)^3}{6(370)^2} = 3.119 \text{ m.}$$

$$Y_9 = \frac{(X_9)^3}{6(A)^2} = \frac{(91.257)^3}{6(370)^2} = 0.925 \text{ m.}$$

$$Y_{10} = \frac{(X_{10})^3}{6(A)^2} = \frac{(45.645)^3}{6(370)^2} = 0.116 \text{ m.}$$

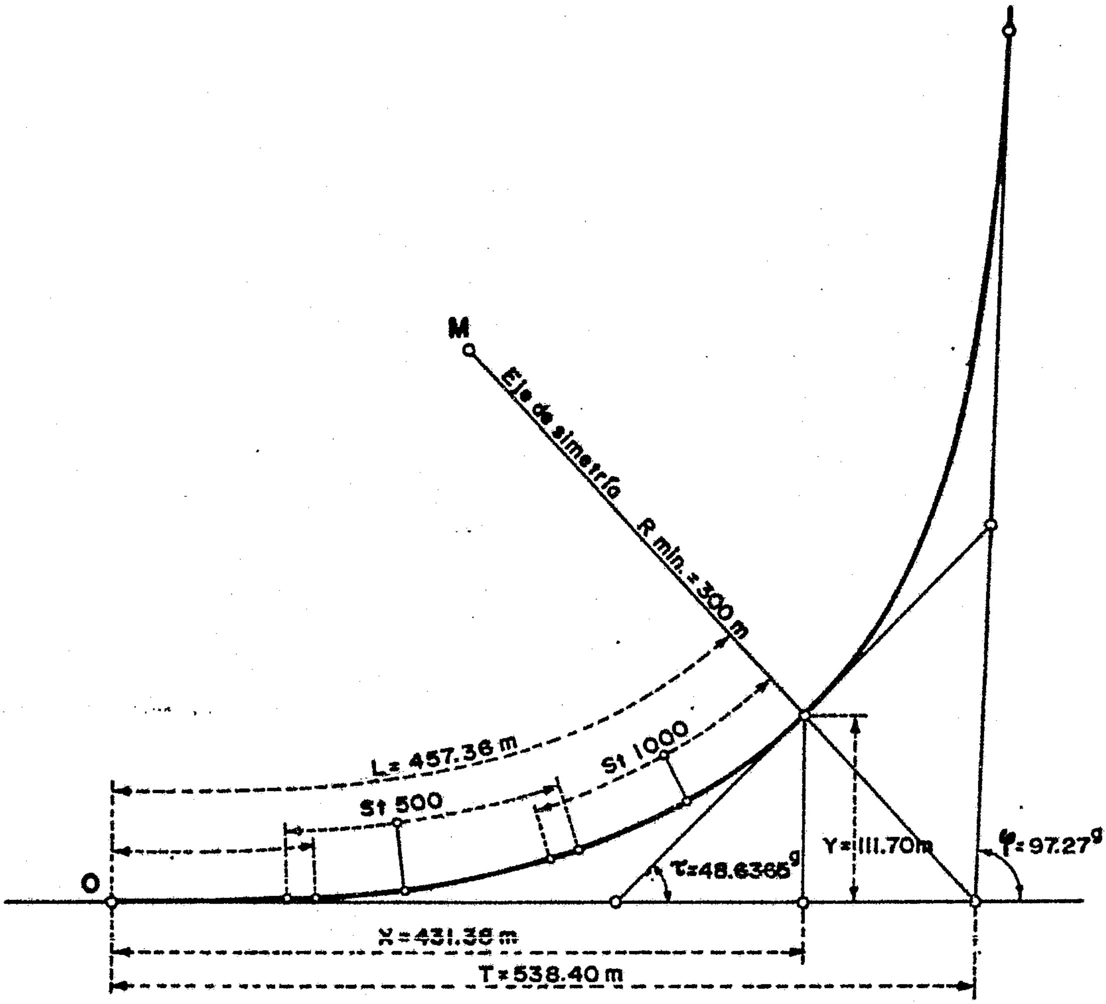


Fig. N°. 19 Replanteo de una clotoide en cima.

4.5.- Enlace de tres alineamientos con la ayuda de dos clotoides tangentes en cima.

Supongamos una línea quebrada, en donde los ángulos respectivos tienen por medidas :

$\varphi_1 = 33.40^g$ y $\varphi_2 = 20.58^g$.

Se requiere enlazar las dos rectas exteriores con la ayuda de dos clotoides tangentes en cima; el punto de inflexión se encuentra sobre la recta intermedia y se conoce la distancia $\overline{P_1\ P_2} = T_1 + T_2 = 182.68$ m., ver figura No.20.

Las líneas de la Tabla que corresponden a las curvas K_1 y K_2 están dadas por los ángulos de la tangente $\tau_1 = \frac{\varphi_1}{2} = 16.70^g$ y $\tau_2 = \frac{\varphi_2}{2} = 10.29^g$. Se obtiene el parámetro A dividiendo la distancia $\overline{P_1\ P_2} = T_1 + T_2$ entre la suma de las tangentes unitarias.

Se tiene entonces:

$$A = \frac{T_1 + T_2}{t_1 + t_2} = \frac{182.68}{0.736279 + 0.572071} = 139.6263$$

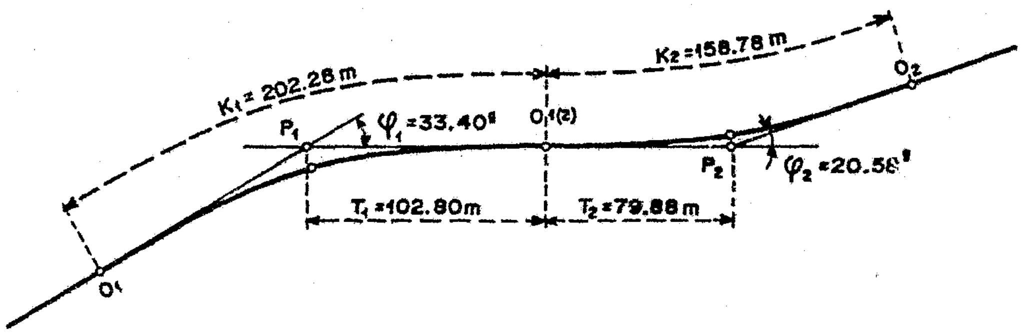


Fig. N. 20 Enlace de tres alineamientos por medio de dos clotoides tangentes en cima.

Curva K_1 ; $\tau_1 = 16.70^g = 15° 01' 48''$

$x = 0.719356$

$y = 0.063025$

$r = 1.380597$

$t = 0.736279$

$\rho = 0.724324$

$f = 0.065258$

que multiplicados por A = 139.6263 dan:

X = 100.44 m.

Y = 8.80

R = 192.77

T = 102.80

L = 101.14

F = 9.14

Curva K_2 ; $\tau_2 = 10.29^g = 9° 15' 40''$

$x = 0.567086$

$y = 0.030577$

$r = 1.758800$

$t = 0.572071$

$\rho = 0.568569$

$f = 0.030981$

que multiplicados por A = 139.6263 dan:

X = 79.18 m.

Y = 4.27

R = 245.58

T = 79.88

L = 79.39

F = 4.33

Curva No. 1:

$$\tau = \frac{\varphi}{2} = \frac{30^\circ\ 06}{2} = 15^\circ\ 01'\ 48''$$

$$W = \frac{\tau}{3} = \frac{15^\circ\ 03}{3} = 5^\circ\ 00'\ 36''$$

$$S = R(4\ \text{sen}\ \frac{\tau}{2}) = 192.77(4\ \text{sen}\ 7^\circ\ 30'\ 54'') = 100.846\ \text{m.}$$

$$Y = S\ \text{sen}\ W = 100.846\ (\text{sen}\ 5^\circ\ 00'\ 36'') = 8.807\ \text{m.}$$

$$X = \sqrt{(S)^2 - (Y)^2} = \sqrt{(100.846)^2 - (8.807)^2} = 100.461\ \text{m.}$$

$$A = 139.6263$$

$$L = \frac{(A)^2}{R} \quad \frac{(139.6263)^2}{192.77} = 101.133\ \text{m.}$$

$$\frac{L}{10} = \frac{101.133}{10} = 10.1133\ \text{m.}$$

$$L_1 = 101.133\ \text{m.}$$

$$L_2 = 101.133 - 10.1133 = 91.0197$$

$$L_3 = 91.0197 - 10.1133 = 80.9064$$

$$L_4 = 80.9064 - 10.1133 = 70.7931$$

$$L_5 = 70.7931 - 10.1133 = 60.6798$$

$$L_6 = 60.6798 - 10.1133 = 50.5665$$

$$L_7 = 50.5665 - 10.1133 = 40.4532$$

$$L_8 = 40.4532 - 10.1133 = 30.3399$$

$$L_9 = 30.3399 - 10.1133 = 20.2266$$

$$L_{10} = 20.2266 - 10.1133 = 10.1133$$

$$\tau_1 = \frac{(L_1)^2}{2(A)^2} = \frac{(101.133)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 15^\circ\ 01'\ 46''$$

$$\tau_2 = \frac{(L_2)^2}{2(A)^2} = \frac{(91.0197)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 12^\circ\ 10'\ 26''$$

$$\tau_3 = \frac{(L_3)^2}{2(A)^2} = \frac{(80.9064)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 9^\circ\ 37'\ 08''$$

$$\tau_4 = \frac{(L_4)^2}{2(A)^2} = \frac{(70.7931)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 7° \ 21' \ 52''$$

$$\tau_5 = \frac{(L_5)^2}{2(A)^2} = \frac{(60.6798)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 5° \ 24' \ 38''$$

$$\tau_6 = \frac{(L_6)^2}{2(A)^2} = \frac{(50.5665)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 3° \ 45' \ 27''$$

$$\tau_7 = \frac{(L_7)^2}{2(A)^2} = \frac{(40.4532)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 2° \ 24' \ 17''$$

$$\tau_8 = \frac{(L_8)^2}{2(A)^2} = \frac{(30.3399)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 1° \ 21' \ 10''$$

$$\tau_9 = \frac{(L_9)^2}{2(A)^2} = \frac{(20.2266)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \ 36' \ 04''$$

$$\tau_{10} = \frac{(L_{10})^2}{2(A)^2} = \frac{(10.1133)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \ 09' \ 01''$$

$$X_1 = A\sqrt{2\tau_1} - \frac{A\sqrt{2\tau_1}\ (\tau_1)^2}{10}$$

$$X_1 = 139.6263\sqrt{2(15.029) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(15.029) \times \frac{\pi}{180}}\ (15.029 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_1 = 100.436$ m.

$$X_2 = A\sqrt{2\tau_2} - \frac{A\sqrt{2\tau_2}\ (\tau_2)^2}{10}$$

$$X_2 = 139.6263\sqrt{2(12.174) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(12.174) \times \frac{\pi}{180}}\ (12.174 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_2 = 90.609$ m.

$$X_3 = A\sqrt{2\tau_3} - \frac{A\sqrt{2\tau_3}\ (\tau_3)^2}{10}$$

$$X_3 = 139.6263\sqrt{2(9.619) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(9.619) \times \frac{\pi}{180}}\ (9.619 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_3 = 80.679$ m.

$$X_4 = A\sqrt{2\tau_4} - \frac{A\sqrt{2\tau_4}\ (\tau_4)^2}{10}$$

$$X_4 = 139.6263\sqrt{2(7.364) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(7.364) \times \frac{\pi}{180}}\ (7.364 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_4 = 70.674$ m.

$$X_5 = A\sqrt{2\tau_5} - \frac{A\sqrt{2\tau_5}\ (\tau_5)^2}{10}$$

$$X_5 = 139.6263\sqrt{2(5.411) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(5.411) \times \frac{\pi}{180}}\ (5.411 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_5 = 60.628 \text{ m.}$$

$$X_6 = A\sqrt{2\tau_6} - \frac{A\sqrt{2\tau_6}\ (\tau_6)^2}{10}$$

$$X_6 = 139.6263\sqrt{2(3.757) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(3.757) \times \frac{\pi}{180}}\ (3.757 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_6 = 50.542 \text{ m.}$$

$$X_7 = A\sqrt{2\tau_7} - \frac{A\sqrt{2\tau_7}\ (\tau_7)^2}{10}$$

$$X_7 = 139.6263\sqrt{2(2.405) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(2.405) \times \frac{\pi}{180}}\ (2.405 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_7 = 40.448 \text{ m.}$$

$$X_8 = A\sqrt{2\tau_8} - \frac{A\sqrt{2\tau_8}\ (\tau_8)^2}{10}$$

$$X_8 = 139.6263\sqrt{2(1.353) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(1.353) \times \frac{\pi}{180}}\ (1.353 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_8 = 30.342 \text{ m.}$$

$$X_9 = A\sqrt{2\tau_9} - \frac{A\sqrt{2\tau_9}\ (\tau_9)^2}{10}$$

$$X_9 = 139.6263\sqrt{2(0.601) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(0.601) \times \frac{\pi}{180}}\ (0.601 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_9 = 20.223 \text{ m.}$$

$$X_{10} = A\sqrt{2\tau_{10}} - \frac{A\sqrt{2\tau_{10}}\ (\tau_{10})^2}{10}$$

$$X_{10} = 139.6263\sqrt{2(0.150) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(0.150) \times \frac{\pi}{180}}\ (0.150 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_{10} = 10.103 \text{ m.}$$

$$Y_1 = \frac{(X_1)^3}{6(A)^2} = \frac{(100.436)^3}{6(139.6263)^2} = 8.661 \text{ m.}$$

$$Y_2 = \frac{(X_2)^3}{6(A)^2} = \frac{(90.609)^3}{6(139.6263)^2} = 6.360 \text{ m.}$$

$$Y_3 = \frac{(X_3)^3}{6(A)^2} = \frac{(80.679)^3}{6(139.6263)^2} = 4.489 \text{ m.}$$

$$Y_4 = \frac{(X_4)^3}{6(A)^2} = \frac{(70.674)^3}{6(139.6263)^2} = 3.018 \text{ m.}$$

$$Y_5 = \frac{(X_5)^3}{6(A)^2} = \frac{(60.628)^3}{6(139.6263)^2} = 1.905 \text{ m.}$$

$$Y_6 = \frac{(X_6)^3}{6(A)^2} = \frac{(50.542)^3}{6(139.6263)^2} = 1.104 \text{ m.}$$

$$Y_7 = \frac{(X_7)^3}{6(A)^2} = \frac{(40.448)^3}{6(139.6263)^2} = 0.566 \text{ m.}$$

$$Y_8 = \frac{(X_8)^3}{6(A)^2} = \frac{(30.342)^3}{6(139.6263)^2} = 0.239 \text{ m.}$$

$$Y_9 = \frac{(X_9)^3}{6(A)^2} = \frac{(20.223)^3}{6(139.6263)^2} = 0.071 \text{ m.}$$

$$Y_{10} = \frac{(X_{10})^3}{6(A)^2} = \frac{(10.105)^3}{6(139.6263)^2} = 0.009 \text{ m.}$$

Curva No. 2 :

$$\tau = \frac{\varphi}{2} = \frac{18^\circ\!.522}{2} = 9^\circ\ 15'\ 40''$$

$$W = \frac{\tau}{3} = \frac{9^\circ\!.261}{3} = 3^\circ\ 05'\ 13''$$

$$S = R\ (4 \text{ sen } \frac{\tau}{2}) = 245.58\ (4 \text{ sen } 4^\circ\ 37'\ 50'') = 79.302 \text{ m.}$$

$$Y = S \text{ sen } W = 79.302\ (\text{sen } 3^\circ\ 05'\ 13'') = 4.271 \text{ m.}$$

$$X = \sqrt{(S)^2 - (Y)^2} = \sqrt{(79.302)^2 - (4.271)^2} = 79.187 \text{ m.}$$

$$A = 139.6263$$

$$L = \frac{(A)^2}{R} = \frac{(139.6263)^2}{245.58} = 79.386 \text{ m.}$$

$$\frac{L}{10} = \frac{79.386}{10} = 7.9386 \text{ m.}$$

$$L_1 = 79.386 \text{ m.}$$

$$L_2 = 79.386 - 7.9386 = 71.4474$$

$$L_3 = 71.4474 - 7.9386 = 63.5088$$

$$L_4 = 63.5088 - 7.9386 = 55.5702$$

$$L_5 = 55.5702 - 7.9386 = 47.6316$$

$$L_6 = 47.6316 - 7.9386 = 39.6930$$

$$L_7 = 39.6930 - 7.9386 = 31.7544$$

$$L_8 = 31.7544 - 7.9386 = 23.8158$$

$$L_9 = 23.8158 - 7.9386 = 15.8772$$

$$L_{10} = 15.8772 - 7.9386 = 7.9386$$

$$\tau_1 = \frac{(L_1)^2}{2(A)^2} = \frac{(79.386)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 9^\circ\ 15'\ 39''$$

$$\tau_2 = \frac{(L_2)^2}{2(A)^2} = \frac{(71.4474)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 7^\circ\ 30'\ 04''$$

$$\tau_3 = \frac{(L_3)^2}{2(A)^2} = \frac{(63.5088)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 5° \; 55' \; 37''$$

$$\tau_4 = \frac{(L_4)^2}{2(A)^2} = \frac{(55.5702)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 4° \; 32' \; 16''$$

$$\tau_5 = \frac{(L_5)^2}{2(A)^2} = \frac{(47.6316)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 3° \; 20' \; 02''$$

$$\tau_6 = \frac{(L_6)^2}{2(A)^2} = \frac{(39.6930)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 2° \; 18' \; 55''$$

$$\tau_7 = \frac{(L_7)^2}{2(A)^2} = \frac{(31.7544)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 1° \; 28' \; 54''$$

$$\tau_8 = \frac{(L_8)^2}{2(A)^2} = \frac{(23.8158)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \; 50' \; 00''$$

$$\tau_9 = \frac{(L_9)^2}{2(A)^2} = \frac{(15.8772)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \; 22' \; 14''$$

$$\tau_{10} = \frac{(L_{10})^2}{2(A)^2} = \frac{(7.9386)^2}{2(139.6263)^2} \times \frac{180}{\pi} = 0° \; 05' \; 33''$$

$$X_1 = A\sqrt{2\tau_1} - \frac{A\sqrt{2\tau_1} \; (\tau_1)^2}{10}$$

$$X_1 = 139.6263\sqrt{2(9.261) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(9.261) \times \frac{\pi}{180}} \; (9.261 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_1 = 79.180$ m.

$$X_2 = A\sqrt{2\tau_2} - \frac{A\sqrt{2\tau_2} \; (\tau_2)^2}{10}$$

$$X_2 = 139.6263\sqrt{2(7.501) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(7.501) \times \frac{\pi}{180}} \; (7.501 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_2 = 71.324$ m.

$$X_3 = A\sqrt{2\tau_3} - \frac{A\sqrt{2\tau_3} \; (\tau_3)^2}{10}$$

$$X_3 = 139.6263\sqrt{2(5.927) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(5.927) \times \frac{\pi}{180}} \; (5.927 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_3 = 63.441$ m.

$$X_4 = A\sqrt{2\tau_4} - \frac{A\sqrt{2\tau_4} \; (\tau_4)^2}{10}$$

$$X_4 = 139.6263\sqrt{2(4.538) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(4.538) \times \frac{\pi}{180}} \; (4.538 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_4 = 55.537$ m.

$$X_5 = A\sqrt{2\tau_5} - \frac{A\sqrt{2\tau_5} \; (\tau_5)^2}{10}$$

$$X_5 = 139.6263\sqrt{2(3.334) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(3.334) \times \frac{\pi}{180}} \; (3.334 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$X_5 = 47.616$ m.

$$X_6 = A\sqrt{2\tau_6} - \frac{A\sqrt{2\tau_6} \; (\tau_6)^2}{10}$$

$$X_6 = 139.6263\sqrt{2(2.315) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(2.315) \times \frac{\pi}{180}}\ (2.315 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_6 = 39.685 \text{ m.}$$

$$X_7 = A\sqrt{2\tau_7} - \frac{A\sqrt{2\tau_7}\ (\tau_7)^2}{10}$$

$$X_7 = 139.6263\sqrt{2(1.482) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(1.482) \times \frac{\pi}{180}}\ (1.482 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_7 = 31.755 \text{ m.}$$

$$X_8 = A\sqrt{2\tau_8} - \frac{A\sqrt{2\tau_8}\ (\tau_8)^2}{10}$$

$$X_8 = 139.6263\sqrt{2(0.833) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(0.833) \times \frac{\pi}{180}}\ (0.833 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_8 = 23.809 \text{ m.}$$

$$X_9 = A\sqrt{2\tau_9} - \frac{A\sqrt{2\tau_9}\ (\tau_9)^2}{10}$$

$$X_9 = 139.6263\sqrt{2(0.370) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(0.370) \times \frac{\pi}{180}}\ (0.370 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_9 = 15.868 \text{ m.}$$

$$X_{10} = A\sqrt{2\tau_{10}} - \frac{A\sqrt{2\tau_{10}}\ (\tau_{10})^2}{10}$$

$$X_{10} = 139.6263\sqrt{2(0.093) \times \frac{\pi}{180}} - \frac{139.6263\sqrt{2(0.093) \times \frac{\pi}{180}}\ (0.093 \times \frac{\pi}{180})^2}{10}$$

$$X_{10} = 7.955 \text{ m.}$$

$$Y_1 = \frac{(X_1)^3}{6(A)^2} = \frac{(79.180)^3}{6(139.6263)^2} = 4.244 \text{ m.}$$

$$Y_2 = \frac{(X_2)^3}{6(A)^2} = \frac{(71.324)^3}{6(139.6263)^2} = 3.102 \text{ m.}$$

$$Y_3 = \frac{(X_3)^3}{6(A)^2} = \frac{(63.441)^3}{6(139.6263)^2} = 2.183 \text{ m.}$$

$$Y_4 = \frac{(X_4)^3}{6(A)^2} = \frac{(55.537)^3}{6(139.6263)^2} = 1.464 \text{ m.}$$

$$Y_5 = \frac{(X_5)^3}{6(A)^2} = \frac{(47.616)^3}{6(139.6263)^2} = 0.923 \text{ m.}$$

$$Y_6 = \frac{(X_6)^3}{6(A)^2} = \frac{(39.685)^3}{6(139.6263)^2} = 0.534 \text{ m.}$$

$$Y_7 = \frac{(X_7)^3}{6(A)^2} = \frac{(31.755)^3}{6(139.6263)^2} = 0.274 \text{ m.}$$

$$Y_8 = \frac{(X_8)^3}{6(A)^2} = \frac{(23.809)^3}{6(139.6263)^2} = 0.115 \text{ m.}$$

$$Y_9 = \frac{(X_9)^3}{6(A)^2} = \frac{(15.868)^3}{6(139.6263)^2} = 0.034 \text{ m.}$$

$$Y_{10} = \frac{(X_{10})^3}{6(A)^2} = \frac{(7.955)^3}{6(139.6263)^2} = 0.004 \text{ m.}$$

5.1-PROGRAMACION COMPUTADORA HP-41CV

TITULO: Cálculo de Clotoides. Datos R y E **PROGRAMADOR:** Edgar Chargoy R.

PASO	TECLA	X	Y	Z	T
01	LBL ᵀCCS1				
02	ᵀCCS 1				
03	AVIEW				
04	PSE				
05	ᵀR=?E=?				
06	AVIEW				
07	PROMPT	E	R		
08	STO 02	E	R	...	
09	X≷Y	R	E		
10	STO 01	R	E		
11	24	24	R	E	
12	*	24 R	E		
13	*	24RE			
14	SQRT	$\sqrt{24RE}$			
15	STO 03	L			
16	RCL 01	R	L		
17	*	RL			
18	SQRT	$\sqrt{RL}$			
19	STO 04	A			
20	LBL ᵀCOOR	A			
21	0	0	A		
22	STO 00	0	A		
23	RCL 03	L	0	A	
24	10	10	L	0	A
25	/	L/10	0	A	
26	STO 03	L/10	0	A	
27	LBL ᵀPTO	L/10	0	A	
28	RCL 00	0	A	L/10	
29	1	1	0	A	L/10
30	+	1	0	A	L/10
31	STO 00	1	0	A	L/10
32	FIX 0	1	0	A	L/10
33	10	10	1	0	A
34	X≷Y	1	10	0	A
35	X>Y ?	1	10	0	A
36	GTO ᵀFIN	1	10	0	A
37	ᵀPTO	1	10	0	A
38	BEEP	1	10	0	A
39	ARCL X	1	10	0	A
40	AVIEW	1	10	0	A
41	STOP	1	10	0	A
42	11	11	1	10	0
43	X≷Y	1	11	10	0
44	-	10	10	0	
45	RCL 03	L/10	10	10	0
46	*	L/10(10)	10	0	
47	X↑2	L^2	10	0	
48	RCL 04	A	L^2	10	0
49	X↑2	A^2	L^2	10	0
50	2	2	A^2	L^2	10

PASO	TECLA	X	Y	Z	T
51	*	$2A^2$	L^2	10	
52	/	$L^2/2A^2$	10		
53	STO 05	τ	10		
54	180	180	τ	10	
55	*	$180(\tau)$	10		
56	PI	PI	$180(\tau)$	10	
57	/	180/PI	10		
58	HMS	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	10		
59	FIX 4	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	10		
60	ᵀT=	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	10		
61	ARCL X	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	10		
62	AVIEW	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	10		
63	STOP	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	10		
64	FIX 3	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	10		
65	RCL 04	A	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	10	
66	RCL 05	τ	A	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	10
67	2	2	τ	A	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$
68	*	2τ	A	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	
69	SQRT	$\sqrt{2\tau}$	A	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	
70	*	$A\sqrt{2\tau}$	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$		
71	RCL 05	τ	$A\sqrt{2\tau}$	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	
72	2	2	τ	$A\sqrt{2\tau}$	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$
73	*	2τ	$A\sqrt{2\tau}$	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	
74	SQRT	$\sqrt{2\tau}$	$A\sqrt{2\tau}$	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	
75	RCL 04	A	$\sqrt{2\tau}$	$A\sqrt{2\tau}$	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$
76	*	$A\sqrt{2\tau}$	$A\sqrt{2\tau}$	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	
77	RCL 05	τ	$A\sqrt{2\tau}$	$A\sqrt{2\tau}$	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$
78	X↑2	$(\tau)^2$	$A\sqrt{2\tau}$	$A\sqrt{2\tau}$	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$
79	*	$A\sqrt{2\tau}\tau^2$	$A\sqrt{2\tau}$	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	
80	10	10	$A\sqrt{2\tau}\tau^2$	$A\sqrt{2\tau}$	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$
81	/	$A\sqrt{2\tau}\tau^2/10$	$A\sqrt{2\tau}$	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	
82	-	X	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$		
83	ᵀX =	X	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$		
84	ARCL X	X	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$		
85	AVIEW	X =	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$		
86	STOP	X =	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$		
87	3	3	X	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	
88	Y↑X	X^3	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$		
89	RCL 04	A	X^3	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	
90	X↑2	A^2	X^3	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	
91	6	6	A^2	X^3	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$
92	*	$6A^2$	X^3	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$	
93	/	$X^3/6A^2$	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$		
94	ᵀY =	Y	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$		
95	ARCL X		$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$		
96	AVIEW	Y =	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$		
97	STOP	Y =	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$		
98	GTO ᵀPTO	Y	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$		
99	[illegible]	Y	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$		
100	LBL ᵀFIN	Y	$\tau^{\circ\,\prime\,\prime\prime}$		

PROGRAMACION COMPUTADORA HP-41CV

TITULO: Cálculo de Clotoides. Datos: R y E. **PROGRAMADOR:** Edgar Chargoy R.

PASO	TECLA	X	Y	Z	T	PASO	TECLA	X	Y	Z	T
01	T_{FIN}	Y	τ° ' "			51					
02	AVIEW	Y	τ° ' "			52					
03	STOP	Y	τ° ' "			53					
04	END	Y	τ° ' "			54					
05						55					
06						56					
07						57					
08						58					
09						59					
10						60					
11						61					
12						62					
13						63					
14						64					
15						65					
16						66					
17						67					
18						68					
19						69					
20						70					
21						71					
22						72					
23						73					
24						74					
25						75					
26						76					
27						77					
28						78					
29						79					
30						80					
31						81					
32						82					
33						83					
34						84					
35						85					
36						86					
37						87					
38						88					
39						89					
40						90					
41						91					
42						92					
43						93					
44						94					
45						95					
46						96					
47						97					
48						98					
49						99					
50						100					

PROGRAMACION COMPUTADORA HP-41CV

TITULO: Cálculo de Clotoides. Datos: R y L. **PROGRAMADOR:** Edgar Chargoy R.

PASO	TECLA	X	Y	Z	T	PASO	TECLA	X	Y	Z	T
01	LBL^{T}CCS2					51					
02	^{T}CCS2					52					
03	AVIEW					53					
04	PSE					54					
05	^{T}R=?L=?					55					
06	AVIEW					56					
07	PROMPT	L	R			57					
08	STO 03	L	R			58					
09	$x \gtrless y$	R	L			59					
10	STO 01	R	L			60					
11	*	RL				61					
12	SQRT	$\sqrt{RL}$				62					
13	STO 04	A				63					
14	XEQ^{T}COOR	A				64					
15						65					
16						66					
17						67					
18						68					
19						69					
20						70					
21						71					
22						72					
23						73					
24						74					
25						75					
26						76					
27						77					
28						78					
29						79					
30						80					
31						81					
32						82					
33						83					
34						84					
35						85					
36						86					
37						87					
38						88					
39						89					
40						90					
41						91					
42						92					
43						93					
44						94					
45						95					
46						96					
47						97					
48						98					
49						99					
50						100					

PROGRAMACION COMPUTADORA HP-41CV

TITULO: Cálculo de Clotoides. Datos: R y A. **PROGRAMADOR:** Edgar Chargoy R.

PASO	TECLA	X	Y	Z	T	PASO	TECLA	X	Y	Z	T
01	LBL ^{T}CCS3					51					
02	^{T}CCS3					52					
03	AVIEW					53					
04	PSE					54					
05	^{T}R=?A=?					55					
06	AVIEW					56					
07	PROMPT	A	R			57					
08	STO 04	A	R			58					
09	x↑2	A^2	R			59					
10	x ≷ y	R	A^2			60					
11	STO 01	R	A^2			61					
12	/	A^2/R				62					
13	STO 03	A^2/R				63					
14	XEQ ^{T}COOR	A^2/R				64					
15						65					
16						66					
17						67					
18						68					
19						69					
20						70					
21						71					
22						72					
23						73					
24						74					
25						75					
26						76					
27						77					
28						78					
29						79					
30						80					
31						81					
32						82					
33						83					
34						84					
35						85					
36						86					
37						87					
38						88					
39						89					
40						90					
41						91					
42						92					
43						93					
44						94					
45						95					
46						96					
47						97					
48						98					
49						99					
50						100					

PROGRAMACION COMPUTADORA HP-41CV

TITULO: Cálculo de Clotoides. Datos: τ y L. **PROGRAMADOR:** Edgar Chargoy R.

PASO	TECLA	X	Y	Z	T	PASO	TECLA	X	Y	Z	T
01	LBL ^{T}CCS4					51					
02	^{T}CCS4					52					
03	AVIEW					53					
04	PSE					54					
05	$^{T}\tau$=?L=?					55					
06	AVIEW					56					
07	PROMPT	L	τ			57					
08	STO 03	L	τ			58					
09	$x \gtrless y$	τ	L			59					
10	STO 05.	τ	L			60					
11	2	2	τ	L		61					
12	*	2τ	L			62					
13	PI	PI	2τ	L		63					
14	*	2τ(PI)	L			64					
15	180	180	2τ(PI)	L		65					
16	/	$2\tau(\frac{PI}{180})$	L			66					
17	SQRT	$\sqrt{2\tau(\frac{PI}{180})}$	L			67					
18	/	L/ "				68					
19	STO 04	L/ "				69					
20	XEQ ^{T}COOR	"				70					
21						71					
22						72					
23						73					
24						74					
25						75					
26						76					
27						77					
28						78					
29						79					
30						80					
31						81					
32						82					
33						83					
34						84					
35						85					
36						86					
37						87					
38						88					
39						89					
40						90					
41						91					
42						92					
43						93					
44						94					
45						95					
46						96					
47						97					
48						98					
49						99					
50						100					

PROGRAMACION COMPUTADORA HP-41CV

TITULO: Cálculo de Clotoides. Datos:R1,R2yK. **PROGRAMADOR:** Edgar Chargoy R.

PASO	TECLA	X	Y	Z	T
01	LBL ^{T}CCS5				
02	^{T}CCS5				
03	AVIEW				
04	PSE				
05	^{T}R1,R2,K=?				
06	AVIEW				
07	PROMPT	K	R2	R1	
08	STO 08	K	R2	R1	
09	R↓	K	R2	R1	
10	STO 07	R2	R1	K	
11	R↓	R2	R1	K	
12	STO 06	R1	K	R2	
13	RCL 07	R2	R1	K	
14	*	R1R2	K		
15	2	2	R1R2	K	
16	*	2R1R2	K		
17	RCL 06	R1	2R1R2	K	
18	RCL 07	R2	R1	2R1R2	K
19	+	R1+R2	2R1R2	K	
20	/	Y/x	K		
21	STO 09	Rm	K		
22	RCL 07	R2	Rm	K	
23	RCL 06	R1	R2	Rm	K
24	-	R2-R1	Rm	K	
25	RCL 08	K	R2-R1	Rm	K
26	2	2	K	R2-R1	Rm
27	/	K/2	R2-R1	Rm	
28	STO 10	K/2	R2-R1	Rm	
29	-	$R2-R1-\frac{K}{2}$	Rm		
30	RCL 10	K/2	$R2-R1-\frac{K}{2}$	Rm	
31	*	$R2-R1-\frac{K}{2}(\frac{K}{2})$	Rm		
32	RCL 09	Rm	$R2-R1-\frac{K}{2}(\frac{K}{2})$		
33	RCL 06	R1	Rm	$R2-R1-\frac{K}{2}(\frac{K}{2})$	
34	-	Rm-R1	$R2-R1-\frac{K}{2}(\frac{K}{2})$		
35	RCL 10	K/2	Rm-R1	$R2-R1-\frac{K}{2}(\frac{K}{2})$	
36	-	$Rm-R1-\frac{K}{2}$	$R2-R1-\frac{K}{2}(\frac{K}{2})$		
37	RCL 07	R2	$Rm-R1-\frac{K}{2}$	$R2-R1-\frac{K}{2}(\frac{K}{2})$	
38	RCL 09	Rm	R2	$Rm-R1-\frac{K}{2}$	$R2-R1-\frac{K}{2}(\frac{K}{2})$
39	-	R2-Rm	$Rm-R1-\frac{K}{2}$	$R2-R1-\frac{K}{2}(\frac{K}{2})$	
40	RCL 10	K/2	R2-Rm	$Rm-R1-\frac{K}{2}$	$R2-R1-\frac{K}{2}(\frac{K}{2})$
41	-	$R2-Rm-\frac{K}{2}$	$Rm-R1-\frac{K}{2}$	$R2-R1-\frac{K}{2}(\frac{K}{2})$	
42	*	Denom.	Num.		
43	/	Num/Den			
44	SQRT	$\sqrt{Num/Den}$			
45	ENTER ↑	$\tan\delta/2$			
46	ENTER ↑	$\tan\delta/2$	$\tan\delta/2$		
47	3	3	$\tan\delta/2$	$\tan\delta/2$	
48	y↑x	$(\tan)^3\delta/2$	$\tan\delta/2$		
49	3	3	$(\tan)^3\delta/2$	$\tan\delta/2$	
50	/	$\frac{(\tan)^3}{3}\delta/2$	$\tan\delta/2$		

PASO	TECLA	X	Y	Z	T
51	-	arc $\delta/2$			
52	2	2	arc $\delta/2$		
53	*	δ			
54	RCL 09	Rm	δ		
55	*	δ(Rm)			
56	3	3	δ(Rm)		
57	SQRT	$\sqrt{3}$	δ(Rm)		
58	*	$\sqrt{3}\delta$(Rm)			
59	STO 03	Lp			
60	RCL 06	R1	Lp		
61	*	Lp(R1)			
62	RCL 07	R2	Lp(R1)		
63	*	LpR1R2			
64	RCL 07	R2	LpR1R2		
65	RCL 06	R1	R2	LpR1R2	
66	-	R2-R1	LpR1R2		
67	/	$\frac{LpR1R2}{R2-R1}$			
68	SQRT	A			
69	STO 04	A			
70	XEQ ^{T}COOR	A			
71					
72					
73					
74					
75					
76					
77					
78					
79					
80					
81					
82					
83					
84					
85					
86					
87					
88					
89					
90					
91					
92					
93					
94					
95					
96					
97					
98					
99					
100					

PROGRAMACION COMPUTADORA HP-41CV

TITULO: Cálculo de Clotoides.Datos:R1,R2 y K **PROGRAMADOR:** Edgar Chargoy R.

PASO	TECLA	X	Y	Z	T	PASO	TECLA	X	Y	Z	T
01	LBL^{T}CCS6					51	-	arc $\delta/2$			
02	^{T}CCS6					52	2	2	arc $\delta/2$		
03	AVIEW					53	*	δ			
04	PSE					54	RCL 09	Rm	δ		
05	^{T}R1,R2,K=?					55	*	δ(Rm)			
06	AVIEW					56	3	3	δ(Rm)		
07	PROMPT	K	R2	R1		57	SQRT	$\sqrt{3}$	δ(Rm)		
08	STO 08	K	R2	R1		58	*	$\sqrt{3}\,\delta$Rm			
09	R↓	K	R2	R1		59	STO 03	Lp			
10	STO 07	R2	R1	K		60	RCL 06	R1	Lp		
11	R↓	R2	R1	K		61	*	Lp(R1)			
12	STO 06	R1	K	R2		62	RCL 07	R2	Lp(R1)		
13	RCL 07	R2	R1	K		63	*	LpR1R2			
14	*	R1R2	K			64	RCL 07	R2	LpR1R2		
15	2	2	R1R2	K		65	RCL 06	R1	R2	LpR1R2	
16	*	2R1R2	K			66	+	R2+R1	LpR1R2		
17	RCL 07	R2	2R1R2	K		67	/	$\frac{LpR1R2}{R2+R1}$			
18	RCL 06	R1	R2	2R1R2	K	68	SQRT	A			
19	-	R2-R1	2R1R2	K		69	STO 04	A			
20	/	Rm	K			70	XEQ^{T}COOR	A			
21	STO 09	Rm	K			71					
22	RCL 07	R2	Rm	K		72					
23	RCL 06	R1	R2	Rm	K	73					
24	+	R2+R1	Rm	K		74					
25	RCL 08	K	R2+R1	Rm		75					
26	2	2	K	R2+R1	Rm	76					
27	/	K/2	R2+R1	Rm		77					
28	STO 10	K/2	R2+R1	Rm		78					
29	÷	R2+R1+$\frac{K}{2}$	Rm			79					
30	RCL 10	K/2	R2+R1+$\frac{K}{2}$	Rm		80					
31	*	Num.	Rm			81					
32	RCL 09	Rm	Num.			82					
33	RCL 07	R2	Rm	Num.		83					
34	+	Rm+R2	Num.			84					
35	RCL 10	K/2	Rm+R2	Num.		85					
36	+	Rm+R2+$\frac{K}{2}$	Num.			86					
37	RCL 09	Rm	Rm+R2+$\frac{K}{2}$	Num.		87					
38	RCL 06	R1	Rm	Rm+R2+$\frac{K}{2}$	Num.	88					
39	-	Rm-R1	Rm+R2+$\frac{K}{2}$	Num.		89					
40	RCL 10	K/2	Rm-R1	Rm+R2+$\frac{K}{2}$	Num.	90					
41	-	Rm-R1-$\frac{K}{2}$	Rm+R2+$\frac{K}{2}$	Num.		91					
42	*	Denom.	Num.			92					
43	/	Num/Den				93					
44	SQRT	Num/Den				94					
45	ENTER ↑	tan $\delta/2$				95					
46	ENTER ↑	tan $\delta/2$	tan $\delta/2$			96					
47	3	3	tan $\delta/2$	tan $\delta/2$		97					
48	y↑x	$(\tan)^3 \frac{\delta}{2}$	tan $\delta/2$			98					
49	3	3	$(\tan)^3 \delta/2$	tan $\delta/2$		99					
50	/	$\frac{(\tan)^3}{3} \delta/2$	tan $\delta/2$			100					

PROGRAMACION COMPUTADORA HP-41CV

TITULO: Cálculo de Clotoides.Datos:FI,F y R. **PROGRAMADOR:** Edgar Chargoy R.

PASO	TECLA	X	Y	Z	T	PASO	TECLA	X	Y	Z	T
01	LBL^{T}CCS7					51	STO 01	R	A		
02	^{T}CCS7					52	RCL 04	A	R		
03	AVIEW					53	x↑2	A^2	R		
04	PSE					54	RCL 01	R	A^2		
05	FI,F,R=?					55	/	A^2/R			
06	AVIEW					56	STO 03	L			
07	PROMPT	R	F	FI		57	XEQ^{T}COOR	L			
08	STO 01	R	F	FI		58					
09	R↓	R	F	FI		59					
10	STO 11	F	FI	R		60					
11	R↓	F	FI	R		61					
12	STO 12	FI	R	F		62					
13	2	2	FI	R	F	63					
14	/	FI/2	R	F		64					
15	STO 05	τ	R	F		65					
16	COS	COS τ	R	F		66					
17	RCL 11	F	COS τ	R		67					
18	*	F(COSτ)	R			68					
19	STO 13	Y	R			69					
20	RCL 05	τ	Y	R		70					
21	3	3	τ	Y	R	71					
22	/	$\tau/3$	Y	R		72					
23	SIN	SIN$\tau/3$	Y	R		73					
24	1/x	1/SIN[illegible]	Y	R		74					
25	RCL 13	Y	1/SIN[illegible]	R		75					
26	*	Y/SIN[illegible]	R			76					
27	STO 14	S	R			77					
28	x↑2	S^2	R			78					
29	RCL 13	Y	S^2	R		79					
30	x↑2	Y^2	S^2	R		80					
31	-	S^2-Y^2	R			81					
32	SQRT	$\sqrt{S^2-Y^2}$	R			82					
33	STO 15	X	R			83					
34	3	3	X	R		84					
35	y↑x	X^3	R			85					
36	RCL 13	Y	X^3	R		86					
37	6	6	Y	X^3	R	87					
38	*	6Y	X^3	R		88					
39	/	$X^3/6Y$	R			89					
40	SQRT	$\sqrt{X^3/6Y}$	R			90					
41	STO 04	A	R			91					
42	RCL 05	τ	A	R		92					
43	2	2	τ	A	R	93					
44	/	$\tau/2$	A	R		94					
45	SIN	SIN$\tau/2$	A	R		95					
46	4	4	SIN$\tau/2$	A	R	96					
47	*	4 SIN $\tau/2$	A	R		97					
48	RCL 14	S	4 SIN $\tau/2$	A	R	98					
49	X≷Y	4 SIN $\tau/2$	S	A	R	99					
50	/	S/4 SIN $\tau/2$	A	R		100					

PROGRAMACION COMPUTADORA HP-41CV

TITULO: Cálculo de Clotoides. Datos FI,A y R **PROGRAMADOR:** Edgar Chargoy R.

PASO	TECLA	X	Y	Z	T	PASO	TECLA	X	Y	Z	T
01	LBL ^T CCS8					51					
02	^T CCS8					52					
03	AVIEW					53					
04	PSE					54					
05	^T FI,A,R=?					55					
06	AVIEW					56					
07	PROMPT	R	A	FI		57					
08	STO 01	R	A	FI		58					
09	R↓	R	A	FI		59					
10	STO 04	A	FI	R		60					
11	R↓	A	FI	R		61					
12	STO 12	FI	R	A		62					
13	2	2	FI	R	A	63					
14	/	FI/2	R	A		64					
15	STO 05	τ	R	A		65					
16	3	3	τ	R	A	66					
17	/	$\tau/3$	R	A		67					
18	STO 13	W	R	A		68					
19	RCL 05	τ	W	R	A	69					
20	2	2	τ	W	R	70					
21	/	$\tau/2$	W	R		71					
22	SIN	SIN $\tau/2$	W	R		72					
23	4	4	SIN $\tau/2$	W	R	73					
24	*	4SIN $\tau/2$	W	R		74					
25	RCL 01	R	4SIN $\tau/2$	W		75					
26	*	R(4 SIN $\tau/2$)	W			76					
27	STO 14	S	W			77					
28	RCL 13	W	S			78					
29	SIN	SIN W	S			79					
30	RCL 14	S	SIN W			80					
31	*	S(SIN W)				81					
32	STO 15	Y				82					
33	RCL 14	S	Y			83					
34	X↑2	$(S)^2$	Y			84					
35	RCL 15	Y	$(S)^2$			85					
36	X↑2	$(Y)^2$	$(S)^2$			86					
37	—	S^2-Y^2				87					
38	SQRT	$\sqrt{S^2-Y^2}$				88					
39	RCL 04	A	X			89					
40	X↑2	$(A)^2$	X			90					
41	RCL 01	R	$(A)^2$	X		91					
42	/	A^2/R	X			92					
43	STO 03	L	X			93					
44	XEQ ^T COOR	L	X			94					
45						95					
46						96					
47						97					
48						98					
49						99					
50						100					

PROGRAMACION COMPUTADORA HP-41CV

TITULO: Cálculo de Clotoides. Datos:FI, R y A **PROGRAMADOR:** Edgar Chargoy R.

PASO	TECLA	X	Y	Z	T	PASO	TECLA	X	Y	Z	T
01	LBL ^{T}CCS9					51					
02	^{T}CCS9					52					
03	AVIEW					53					
04	PSE					54					
05	^{T}FI,RA,=?					55					
06	AVIEW					56					
07	PROMPT	A	R	FI		57					
08	STO 04	A	R	FI		58					
09	R↓	A	R	FI		59					
10	STO 01.	R	FI	A		60					
11	R↓	R	FI	A		61					
12	STO 12	FI	A	R		62					
13	2	2	FI	A	R	63					
14	/	FI/2	A	R		64					
15	STO 05	τ	A	R		65					
16	3	3	τ	A	R	66					
17	/	$\tau/3$	A	R		67					
18	STO 13	W	A	R		68					
19	RCL 05	τ	W	A	R	69					
20	2	2	τ	W	A	70					
21	/	$\tau/2$	W	A		71					
22	SIN	SIN $\tau/2$	W	A		72					
23	4	4	SIN $\tau/2$	W	A	73					
24	*	4sin $\tau/2$	W	A		74					
25	RCL 01	R	4SIN $\tau/2$	W	A	75					
26	*	R(4SIN $\tau/2$)	W	A		76					
27	STO 14	S	W	A		77					
28	RCL 13	W	A	S		78					
29	SIN	SIN W	A	S		79					
30	RCL 14	S	SIN W	A		80					
31	*	S(SINW)	A			81					
32	STO 15	Y	A			82					
33	RCL 14	S	Y	A		83					
34	X↑2	$(S)^2$	Y	A		84					
35	RCL 15	Y	$(S)^2$	A		85					
36	X↑2	$(Y)^2$	$(S)^2$	A		86					
37	—	S^2-Y^2	A			87					
38	SQRT	$\sqrt{S^2-Y^2}$	A			88					
39	RCL 04	A	X			89					
40	X↑2	$(A)^2$	X			90					
41	RCL 01	R	$(A)^2$	X		91					
42	/	A^2/R	X			92					
43	STO 03	L	X			93					
44	XEQ ^{T}COOR	L	X			94					
45						95					
46						96					
47						97					
48						98					
49						99					
50						100					

PROGRAMACION COMPUTADORA HP-41CV

TITULO: Cálculo de Clotoides. Datos FI, R y A **PROGRAMADOR:** Edgar Charr[illegible]

PASO	TECLA	X	Y	Z	T	PASO	TECLA	X	Y	Z	T
01	LBL ^{T}CCS 10					51					
02	^{T}CCS 10					52					
03	AVIEW					53					
04	PSE					54					
05	^{T}FIRA=?					55					
06	AVIEW					56					
07	PROMPT	A	R	FI		57					
08	STO 04	A	R	FI		58					
09	R↓	A	R	FI		59					
10	STO 01	R	FI	A		60					
11	R↓	R	FI	A		61					
12	STO 12	FI	A	R		62					
13	2	2	FI	A	R	63					
14	/	FI/2	A	R		64					
15	STO 05	τ	A	R		65					
16	3	3	τ	A	R	66					
17	/	$\tau/3$	A	R		67					
18	STO 13	W	A	R		68					
19	RCL 05	τ	W	A	R	69					
20	2	2	τ	W	A	70					
21	/	$\tau/2$	W	A		71					
22	SIN	SIN $\tau/2$	W	A		72					
23	4	4	SIN $\tau/2$	W	A	73					
24	*	4(SIN $\tau/2$)	W	A		74					
25	RCL 01	R	4(SIN $\tau/2$)	W	A	75					
26	*	R(4 SIN $\tau/2$)	W	A		76					
27	STO 14	S	W	A		77					
28	RCL 13	W	S	A		78					
29	SIN	SIN W	S	A		79					
30	RCL 14	S	SIN W	A		80					
31	*	S(SIN W)	A			81					
32	STO 15	Y	A			82					
33	RCL 14	S	Y	A		83					
34	X↑2	$(S)^2$	Y	A		84					
35	RCL 15	Y	$(S)^2$	A		85					
36	X↑2	$(Y)^2$	$(S)^2$	A		86					
37	—	S^2-Y^2	A			87					
38	SQRT	$\sqrt{S^2-Y^2}$	A			88					
39	RCL 04	A	X			89					
40	X↑2	$(A)^2$	X			90					
41	RCL 01	R	$(A)^2$	X		91					
42	/	A^2/R	X			92					
43	STO 03	L	X			93					
44	XEQ ^{T}COOR	L	X			94					
45						95					
46						96					
47						97					
48						98					
49						99					
50						100					

LISTADO DEL PROGRAMA DE CLOTOIDES

```
10 REM PROGRAMA PARA ENLAZAR TRAZOS
20 PI=3.141592654 : I=0
30 PRINT : PRINT : PRINT : PRINT : PRINT
40 PRINT "PROGRAMA PARA ENLAZAR TRAZOS"
50 PRINT
60 PRINT "1.-  CURVA   Y  RECTA"
70 PRINT "2.-  DOS CURVAS"
80 PRINT "3.-  DOS RECTAS"
90 PRINT "4.-  FIN DEL TRABAJO" : PRINT
100 INPUT "QUE ENLACE ESCOGE ";I
110 IF I=4 THEN 10000
120 IF I<1 THEN 100
130 IF I>3 THEN 100
140 PRINT : PRINT : PRINT
150 ON I GOTO 3000,1000,2000
160 STOP
1000 PRINT "ENLACE DE DOS CURVAS" : PRINT
1010 PRINT "1.-  EN OVALO"
1020 PRINT "2.-  EN ESE"
1030 PRINT : J=0
1040 INPUT "QUE ALTERNATIVA ESCOGE ";J : PRINT
1050 IF J=1 THEN S=1 : GOTO 1100
1060 IF J=2 THEN S=-1 : GOTO 1100
1070 GOTO 1000
1100 INPUT "TECLEAR EL RADIO MENOR  (METROS) ";R1
1110 INPUT "TECLEAR EL RADIO MAYOR  (METROS) ";R2
1120 INPUT "TECLEAR LA DISTANCIA    (METROS) ";K
1130 RM=2*R1*R2/(R2+S*R1)
1140 TG=(R2-S*R1-S*K/2)*K/2
1150 IF J=1 THEN TG=SQR(TG/(RM-R1-K/2)/(R2-RM-K/2))
1160 IF J=2 THEN TG=SQR(TG/(RM+R2+K/2)/(RM-R1-K/2))
1170 AR=TG-TG[3/3
1180 D=2*AR : LM =D*RM
1190 LP=LM*SQR(3)
1200 A=SQR(LP*R1*R2/(R2-S*R1))
1210 L=LP : R=RM
1220 T=L[2/A[2/2*180/PI
1230 GOTO 5000
2000 PRINT "ENLACE DE DOS RECTAS" : PRINT
2010 PRINT "1.-  ANGULO  Y  DISTANCIA"
2020 PRINT "2.-  ANGULO  Y  RADIO"
2030 PRINT : J=0
2040 INPUT "QUE DATOS TIENE ";J : PRINT
2050 IF J=1 THEN 2100
2060 IF J=2 THEN 2100
2070 GOTO 2000
2100 INPUT "TECLEAR EL ANGULO     (G.MMSS) ";M
2110 T=INT(M)+INT((M-INT(M))*100)/60+(M*100-INT(M*100))/36
```

```
2120 W=T/6
2130 IF J=2 THEN 2300
2140 INPUT "TECLEAR LA DISTANCIA  (METROS) ";F
2150 Y=F*COS(T/2/180*PI)
2160 S=Y/SIN(W/180*PI)
2170 R=S/4/SIN(T/720*PI)
2180 X=SQR(S[2-Y[2)
2190 A=SQR(X[3/6/Y)
2200 L=A[2/R
2210 GOTO 5000
2300 INPUT "TECLEAR EL RADIO       (METROS) ";R
2310 S=R*4*SIN(T/720*PI)
2320 Y=S*SIN(W/180*PI)
2330 GOTO 2180
3000 PRINT "ENLACE DE UNA CURVA Y UNA RECTA" : PRINT
3100 PRINT "1.-  RADIO  Y  DESPLAZAMIENTO"
3110 PRINT "2.-  RADIO  Y  LONGITUD"
3120 PRINT "3.-  RADIO  Y  PARAMETRO"
3130 PRINT "4.-  LONGITUD  Y  ANGULO"
3140 PRINT : J=0
3150 INPUT "QUE DATOS TIENE ";J : PRINT
3160 IF J<1 THEN 3140
3170 IF J>4 THEN 3140
3180 IF J=4 THEN 3600
3190 INPUT "TECLEAR EL RADIO ";R
3200 ON J GOTO 3300,3400,3500
3210 STOP
3300 INPUT "TECLEAR EL DESPLAZAMIENTO  (METROS) ";E
3310 L=SQR(24*R*E)
3320 A=SQR(R*L)
3330 T=L[2/A[2/2*180/PI
3340 GOTO 5000
3400 INPUT "TECLEAR LA LONGITUD  (METROS) ";L
3410 E=L[2/24/R
3420 GOTO 3320
3500 INPUT "TECLEAR EL PARAMETRO ";A
3510 L=A[2/R
3520 E=L[2/24/R
3530 GOTO 3330
3600 INPUT "TECLEAR LA LONGITUD  (METROS) ";L
3610 INPUT "TECLEAR EL ANGULO    (G.MMSS) ";M
3620 T=INT(M)+INT((M-INT(M))*100)/60+(M*100-INT(M*100))/36
3630 A=L/SQR(2*T*PI/180)
3640 R=A[2/L
3650 E=L[2/24/R
3660 GOTO 5000
```

```
5000 R$="" : INPUT "IDENTIFICACION DEL PROBLEMA ";R$,D$
5010 R=INT(R*1000+.5)/1000
5020 B=(T-INT(T))*60
5030 C=(B-INT(B))*60+.5
5035 N=INT(T)+INT(B)/100+INT(C)/10000 : T=N
5040 L=INT(L*1000+.5)/1000
5050 IF I=1 THEN E=INT(E*1000+.5)/1000
5060 LPRINT : LPRINT : LPRINT : LPRINT : LPRINT
5070 X=15 : LPRINTTAB(X);R$ : LPRINTTAB(X);D$ : LPRINT
5080 LPRINTTAB(X);"RADIO            (METROS)   = ";R
5090 LPRINTTAB(X);"ANGULO           (G.MMSS)   = ";T
5100 LPRINTTAB(X);"LONGITUD         (METROS)   = ";L
5110 LPRINTTAB(X);"PARAMETRO                   = ";A
5120 IF I=1 THEN LPRINTTAB(X);"DESPLAZAMIENTO  (METROS)   = ";E
5130 LPRINT : LPRINT : LPRINT
5140 LPRINTTAB(X);"  ANGULO            X              Y"
5150 FOR II=1 TO 10
5160 D=L-L/10*(II-1)
5170 V1=D[2/2/A[2
5175 V2=V1*180/PI
5180 B=(V2-INT(V2))*60
5190 C=(B-INT(B))*60+.5
5200 N=INT(V2)+INT(B)/100+INT(C)/10000
5210 V2=N
5220 H=(10 -V1[2)*A*SQR(2*V1)/10
5230 V=H[3/6/A[2
5240 H=INT(H*1000+.5)/1000
5250 V=INT(V*1000+.5)/1000
5255 LPRINTTAB(X);
5260 LPRINTUSING"###.####      ######.###      ######.###";V2,H,V
5270 NEXT II
5280 GOTO 10
10000 END
```

PROBLEMA 1.- ENLACE DE ALINEAMIENTO Y CURVA CIRCULAR
DATOS = RADIO Y DESPLAZAMIENTO

RADIO	(METROS)	=	300
ANGULO	(G.MMSS)	=	7.0102
LONGITUD	(METROS)	=	73.485
PARAMETRO		=	148.477
DESPLAZAMIENTO	(METROS)	=	.75

ANGULO	X	Y
7.0102	73.375	2.937
5.4103	66.071	2.181
4.2928	58.752	1.533
3.2619	51.421	1.028
2.3134	44.082	0.648
1.4516	36.739	0.375
1.0722	29.393	0.192
0.3754	22.045	0.081
0.1650	14.697	0.024
0.0413	7.348	0.003

PROBLEMA 2.- ENLACE DE ALINEAMIENTO Y CURVA CIRCULAR
DATOS = RADIO Y LONGITUD

RADIO	(METROS)	=	400
ANGULO	(G.MMSS)	=	4.175
LONGITUD	(METROS)	=	60
PARAMETRO		=	154.919
DESPLAZAMIENTO	(METROS)	=	.375

ANGULO	X	Y
4.1750	59.966	1.497
3.2851	53.980	1.092
2.4501	47.989	0.767
2.0620	41.994	0.514
1.3249	35.997	0.324
1.0427	29.999	0.187
0.4115	24.000	0.096
0.2312	18.000	0.040
0.1019	12.000	0.012
0.0255	6.000	0.002

PROBLEMA 3.- ENLACE DE ALINEAMIENTO Y CURVA CIRCULAR
DATOS = RADIO Y PARAMETRO

RADIO	(METROS)	=	280
ANGULO	(G.MMSS)	=	7.0943
LONGITUD	(METROS)	=	70
PARAMETRO		=	140
DESPLAZAMIENTO	(METROS)	=	.729

ANGULO	X	Y
7.0943	69.891	2.903
5.4804	62.935	2.120
4.3501	55.964	1.490
3.3034	48.982	0.999
2.3442	41.991	0.630
1.4726	34.997	0.364
1.0845	27.999	0.187
0.3840	21.000	0.079
0.1711	14.000	0.023
0.0418	7.000	0.003

PROBLEMA 4.- ENLACE DE ALINEAMIENTO Y CURVA CIRCULAR
DATOS = LONGITUD Y ANGULO

RADIO	(METROS)	=	374.438
ANGULO	(G.MMSS)	=	5.2645
LONGITUD	(METROS)	=	71.179
PARAMETRO		=	163.255
DESPLAZAMIENTO	(METROS)	=	.564

ANGULO	X	Y
5.2645	71.115	2.249
4.2440	64.023	1.641
3.2907	56.922	1.153
2.4006	49.815	0.773
1.5738	42.702	0.487
1.2141	35.588	0.282
0.5217	28.471	0.144
0.2924	21.354	0.061
0.1304	14.236	0.018
0.0316	7.118	0.002

PROBLEMA 5.- ENLACE DE DOS CURVAS CIRCULARES
. ENLACE EN OVALO

RADIO	(METROS)	=	171.429
ANGULO	(G.MMSS)	=	18.0856
LONGITUD	(METROS)	=	76.022
PARAMETRO		=	95.5126

ANGULO	X	Y
18.0856	75.259	7.788
14.4202	67.969	5.737
11.3655	60.568	4.059
8.5335	53.087	2.733
6.3201	45.554	1.727
4.3214	37.987	1.001
2.5414	30.401	0.513
1.3800	22.805	0.217
0.4333	15.204	0.064
0.1053	7.602	0.008

PROBLEMA 6.- ENLACE DE DOS CURVAS CIRCULARES
. ENLACE EN 'ESE'

RADIO	(METROS)	=	2400
ANGULO	(G.MMSS)	=	26.185
LONGITUD	(METROS)	=	157.463
PARAMETRO		=	164.297

ANGULO	X	Y
26.1851	154.142	22.612
21.1852	139.755	16.854
16.5028	124.882	12.025
12.5338	109.666	8.143
9.2823	94.220	5.164
6.3443	78.628	3.001
4.1237	62.951	1.540
2.2206	47.231	0.651
1.0309	31.492	0.193
0.1547	15.746	0.024

PROBLEMA 7.- ENLACE DE DOS ALINEAMIENTOS
. DATOS = ANGULO Y DISTANCIA

RADIO	(METROS)	=	495.019
ANGULO	(G.MMSS)	=	11.1742
LONGITUD	(METROS)	=	97.366
PARAMETRO		=	219.541

ANGULO	X	Y
5.3805	97.272	3.183
4.3351	87.574	2.322
3.3623	77.862	1.632
2.4540	68.140	1.094
2.0143	58.412	0.689
1.2431	48.680	0.399
0.5406	38.945	0.204
0.3026	29.210	0.086
0.1331	19.473	0.026
0.0323	9.737	0.003

PROBLEMA 8.- ENLACE DE DOS ALINEAMIENTOS
. DATOS = ANGULO Y RADIO

RADIO	(METROS)	=	59.83
ANGULO	(G.MMSS)	=	102.251
LONGITUD	(METROS)	=	88.679
PARAMETRO		=	72.8399

ANGULO	X	Y
42.2741	83.809	18.492
34.2338	76.935	14.305
27.1031	69.347	10.476
20.4822	61.257	7.221
15.1710	52.829	4.631
10.3655	44.187	2.710
6.4738	35.422	1.396
3.4918	26.592	0.591
1.4154	17.734	0.175
0.2529	8.868	0.022

PROBLEMA 9.- REPLANTEO DE CLOTOIDE EN 'CI[illegible]'

DATOS = ANGULO Y RADIO

RADIO	(METROS)	=	200
ANGULO	(G.MMSS)	=	87.3244
LONGITUD	(METROS)	=	397.944
PARAMETRO		=	346.386

ANGULO	X	Y
38.1131	382.174	77.537
30.5607	349.457	59.260
24.2634	314.132	43.059
18.4250	276.974	29.515
13.4457	238.585	18.865
9.3253	199.417	11.016
6.0638	159.796	5.668
3.2614	119.940	2.397
1.3140	79.983	0.711
0.2255	39.994	0.089

PROBLEMA 10.- ENLACE DE TRES ALINEAMIENTOS

CURVA 1

RADIO	(METROS)	=	192.77
ANGULO	(G.MMSS)	=	30.0336
LONGITUD	(METROS)	=	99.536
PARAMETRO		=	138.519

ANGULO	X	Y
14.4732	98.873	8.396
11.5854	89.191	6.163
9.2801	79.411	4.350
7.1453	69.564	2.924
5.1931	59.670	1.845
3.4153	49.747	1.069
2.2200	39.808	0.548
1.1953	29.859	0.231
0.3530	19.907	0.069
0.0853	9.954	0.009

CURVA 2

RADIO	(METROS)	=	245.58
ANGULO	(G.MMSS)	=	18.312
LONGITUD	(METROS)	=	78.911
PARAMETRO		=	139.208

ANGULO	X	Y
9.1219	78.707	4.193
7.2723	70.900	3.065
5.5329	63.062	2.157
4.3038	55.203	1.447
3.1850	47.331	0.912
2.1805	39.449	0.528
1.2822	31.562	0.270
0.4943	23.673	0.114
0.2206	15.782	0.034
0.0531	7.891	0.004

5.3.- Lenguaje Fortran

```
$ RESET FREE
FILE  7 (KIND = PRINTER, TITLE = "SAL")
      DIMENSION IDEN (16)
      REAL L, L1, LM, K, LP
      DATA RAD/0.017453292519943/,PI/3.141592653589793/
      GRAD = 180./PI
      PRINT *//,"      1.- R Y E"
      PRINT *//,"      2.- R Y L"
      PRINT *//,"      3.- R Y A"
      PRINT *//,"      4.- TAU Y L"
      PRINT *//,"      5.- R1, R2 Y K"
      PRINT *//,"      6.- R1, R2 Y K"
      PRINT *//,"      7.- FI Y F"
      PRINT *//,"      8.- FI, R Y A"
   10 PRINT *//," TECLEE OPCION NECESARIA"
      READ (5,/) OP
      IF (OP.LT.1.OR.OP.GT.8) CALL EXIT
      PRINT *//," TECLEE IDENTIFICACION DEL PROBLEMA"
      READ (5,800) (IDEN (J), J = 1,16)
      WRITE (7,900) (IDEN (J), J = 1,16)
      IF (OP.GT.5) GO T013
      GO TO (15, 20, 25, 30, 35), OP
   13 IF (OP-7) 40, 45, 50
C OPCION 1
   15 PRINT *//," TECLEE R Y E"
      READ (5,/) R, E
      L = SQRT (24*R*E)
      A = SQRT (R*L)
      WRITE (7,100) R, E, L, A
      GO TO 60
C OPCION 2
   20 PRINT *//," TECLEE R Y L"
      READ (5,/) R, L
      A = SQRT (R*L)
      WRITE (7,200) R, L, A
      GO TO 60
C OPCION 3
   25 PRINT *//," TECLEE R Y A"
      READ (5,/) R, A
      L = A*A/R
      WRITE (7,200) R, L, A
      GO TO 60
C OPCION 4
   30 PRINT *//," TECLEE TAU (G, M, SEG) Y L"
      READ (5,/) T1, T2, T3, L
#
```

```
      T = (T1 + T2 / 60. + T3 / 3600.) * RAD
      A = L / SQRT (2*T)
      WRITE (7,300) T1, T2, T3, L, A
      GO TO 60
C OPCION 5
   35 PRINT *//," TECLEE R1, R2 Y K"
      READ (5,/) R1, R2, K
      RM = (2* R1 * R2) / (R1 + R2)
      FUM = R2 - R1 - K / 2
      DEN = (RM - R1 - K / 2) * (R2 - RM - K/2)
      DELTA = 2 * SQRT (FUM / DEN)
      LM = DELTA * RM
      L = LM * SQRT (3)
      A = SQRT ((L * R1 * R2) / (R2 - R1))
      GO TO 42
C OPCION 6
   40 PRINT *//,"  TECLEE R1, R2 Y K"
      READ (5,/) R1, R2, K
      RM = (2* R1 * R2) / (R2 - R1)
      FUM = (R2 + R1 + K/2) * (K/2)
      DEN = (RM + R2 + K/2) * (RM - R1 - K/2)
      DELTA = 2 * SQRT (FUM / DEN)
      LM = DELTA * RM
      L = LM * SQRT (3)
      A = SQRT ( (L* R1 *R2) / (R2 + R1))
   42 WRITE (7,400) R1, R2, K, RM, DELTA, LM, L, A
      GO TO 60
C OPCION 7
   45 PRINT *//," TECLEE FI Y F"
      READ (5,/) FI, F
      T = (FI / 2.)
      Y = F * COS (T*RAD)
      W = T/3.
      S = Y/(SIN (W * RAD))
      X = SQRT (S * S - Y * Y)
      A = SQRT ( ( X ** 3.) / (6*Y))
      R = S / (4 * SIN (T/2. * RAD))
      GO TO 55
C OPCION 8-11
   50 PRINT *//," TECLEE FI, A Y R"
      READ (5,/) FI, A, R
      T = FI/2.
      W = T/3.
      S = R * 4 * SIN (T/2. * RAD)
      Y = S * SIN (W * RAD)
#
```

```
      X = SQRT (S * S - Y * Y)
   55 L = A * A / R
      CALL GRADOS (FI, FI1, FI2, FI3)
      CALL GRADOS (T, TAU1, TAU2, TAU3)
      CALL GRADOS (W, W1, W2, W3)
      WRITE (7,500) FI1, FI2, FI3, TAU1, TAU2, TAU3,
      W1, W2, W3, Y, S, X, A, R, L
   60 WRITE (7,600)
      DO 65 I = 1,10
      L1 = L - L/10. * (I-1)
      T1 = L1 * L1 / (2*A*A)
      X  = A * SQRT (2 *T1) - (A*SQRT(2*T1) * T1*T1)/10.
      Y = (X*X*X) / (6*A*A)
      T1 = T1 * GRAD
      CALL GRADOS (T1, TAU1, TAU2, TAU3)
   65 WRITE (7,700) L1, TAU1, TAU2, TAU3, X, Y)
  100 FORMAT (30S,"R = ",F8.3/30X,"E = ",F8.5/
      *30X,"L = ",F8.3/30X,"A = ", F8.3//)
  200 FORMAT (30X,"R =",F8.3/30X"L = ",F8.3/
      *30X,"A = ",F8.3//)
  300 FORMAT (30X,"TAU = ",2I3, F5. 1/
      *30X,"L = ",F8.3/30X,"A = ",F8.3//)
  400 FORMAT (30X, "R1 = ",F8.3/30X, "R2 = ",F8.3/
      *30X,"K = ",F8.3/30X, "RM = ",F8.3/30X,
      *"DELTA = ",F8.3/30X,"LM = ",F8.3/30X,
      *"LP = ",F8.3/30X,"A = ",F8.3//)
  500 FORMAT (30X,"FI = ",2I3. F5. 1/30X,
      *"TAU = ",2I3, F5. 1/30X,"W = ",2I3, F5.1/30X,
      *"Y = ",F8.3/30X,"S = ",F8.3/30X,
      *"X = ",F8.3/30X,"A = ",F8.3/30X,
      *"R = ",F8.3/30X,"L = ",F8.3//)
  600 FORMAT (23X," LONGITUD "12X," TAU",20X, "COORDENADAS"//
      *42X,"G M   S", 15X, "X", 15X, "Y" ///)
  700 FORMAT (22X, F8.3, 10X, 2I3, F5.1,8X, F8.3,10X,F8.3/)
  800 FORMAT (8A6)
  900 FORMAT (1H1/29X,8A6/29X,8A6///)
      GO TO 10
      CALL EXIT
      END
      SUBROUTINE GRADOS (GS, AG, AMIN, ASEGS)
      AG = INT (GS)
      TEM = (GS - AG) *60
      AMIN = INT (TEM)
      ASEGS = (TEM - AMIN) *60.
      RETURN
      END
#
```

1.- ENLACE DE UN ALINEAMIENTO Y DE UNA CURVA CIRCULAR CUANDO LOS DATOS SON R Y E.

R = 300.000
E = 0.75000
L = 73.485
A = 148.477

LONGITUD	TAU			COORDENADAS	
	G	M	S	X	Y
73.485	7	1	2.2	73.374	2.987
66.136	5	41	2.4	66.071	2.181
58.786	4	29	27.8	58.752	1.533
51.459	3	26	18.5	51.421	1.028
44.091	2	31	34.4	44.082	0.646
36.742	1	45	15.5	36.739	0.375
29.394	1	7	21.9	29.393	0.192
22.045	0	37	53.6	22.045	0.081
14.697	0	15	50.5	14.697	0.024
7.348	0	4	12.6	7.348	0.003

2.- ENLACE DE UN ALINEAMIENTO Y DE UNA CURVA CIRCULAR CUANDO LOS DATOS SON R Y L.

R = 400.000
L = 60.000
A = 154.919

LONGITUD	TAU			COORDENADAS	
	G	M	S	X	Y
60.000	4	17	49.9	59.966	1.497
54.000	3	28	50.6	53.980	1.092
48.000	2	45	0.7	47.989	0.767
42.000	2	6	20.2	41.994	0.514
36.000	1	32	49.1	35.997	0.324
30.000	1	4	27.5	29.999	0.187
24.000	0	41	15.2	24.000	0.096
18.000	0	23	12.3	18.000	0.040
12.000	0	10	18.8	12.000	0.012
6.000	0	2	34.7	6.000	0.001

3.- ENLACE DE UN ALINEAMIENTO Y DE UNA CURVA
CIRCULAR CUANDO LOS DATOS SON R Y A.

R = 280.000
L = 70.000
A = 140.000

LONGITUD	TAU			COORDENADAS	
	G	M	S	X	Y
70.000	7	9	43.1	69.891	2.905
63.000	5	48	4.3	62.935	2.120
56.000	4	35	1.2	55.968	1.490
49.000	3	30	33.7	48.982	0.999
42.000	2	34	41.9	41.991	0.630
35.000	1	47	25.8	34.997	0.364
28.000	1	8	45.3	27.999	0.187
21.000	0	38	40.5	21.000	0.079
14.000	0	17	11.5	14.000	0.023
7.000	0	4	17.8	7.000	0.003

4.- ENLACE DE UN ALINEAMIENTO Y DE UNA CURVA CIRCULAR CUANDO LOS DATOS SON TAU Y L.

TAU = 5 26 45.0
L = 71.179
A = 163.255

LONGITUD	TAU			COORDENADAS	
	G	M	S	X	Y
71.179	5	26	45.0	71.115	2.249
64.061	4	24	40.1	64.023	1.641
56.943	3	29	7.2	56.922	1.153
49.825	2	40	6.5	49.814	0.773
42.707	1	57	37.8	42.702	0.487
35.590	1	21	41.3	35.587	0.282
28.472	0	52	16.6	28.471	0.144
21.354	0	29	24.5	21.353	0.061
14.236	0	13	4.2	14.236	0.018
7.118	0	3	16.1	7.118	0.002

5.- ENLACE DE DOS CURVAS CIRCULARES DEL MISMO SENTIDO CUANDO UNA ES INTERIOR A LA OTRA.

R1 = 100.000
R2 = 500.000
K = 2.000
RM = 171.429
DELTA = 0.257
LM = 44.135
LP = 76.444
A = 95.777

LONGITUD	TAU			COORDENADAS	
	G	M	S	X	Y
76.444	18	14	59.1	75.654	7.872
68.800	14	46	56.2	68.542	5.799
61.155	11	40	47.4	60.901	4.104
53.511	8	56	32.5	53.381	2.754
45.867	6	34	11.7	45.806	1.745
38.222	4	33	44.8	38.197	1.013
30.578	2	55	11.9	30.570	0.519
22.933	1	38	32.9	22.931	0.219
15.289	0	43	48.0	15.289	0.065
7.644	0	10	57.0	7.641	0.008

6.- ENLACE DE DOS CURVAS CIRCULARES DE SENTIDOS CONTRARIOS(EN S) CON RADIOS R1 Y R2.

R1 = 300.000
R2 = 400.000
K = 6.000
RM =2400.000
DELTA = 0.038
LM = 90.922
LP = 157.481
A = 154.307

LONGITUD	TAU G	TAU M	TAU S	COORDENADAS X	COORDENADAS Y
157.481	26	19	1.7	154.159	22.517
141.733	21	19	0.8	139.771	16.357
125.985	16	50	34.7	124.896	12.028
110.237	12	53	43.4	109.679	8.145
94.489	9	28	27.0	94.251	5.165
78.741	6	34	45.4	78.657	3.002
62.993	4	12	58.7	62.959	1.541
47.244	2	22	6.8	47.235	0.651
31.496	1	5	9.7	31.495	0.195
15.748	0	15	47.4	15.748	0.024

7.- ENLACE DE DOS ALINEAMIENTOS DE SENTIDOS CONTRARIOS CUANDO LOS DATOS SON FI Y F.

```
FI  = 11 17 42.0
TAU =  5 38 51.0
W   =  1 52 57.0
Y   =    5.204
S   =   97.515
X   =   97.493
A   =  219.540
R   =  495.013
L   =   97.565
```

LONGITUD	TAU G M S	COORDENADAS X	COORDENADAS Y
97.565	5 38 5.3	97.272	5.155
87.629	4 35 51.1	87.374	2.322
77.895	3 36 22.6	77.802	1.558
68.150	2 45 39.8	68.146	1.094
58.420	2 1 42.7	58.412	0.599
48.685	1 24 31.5	48.680	0.399
38.940	0 54 5.7	38.945	0.204
29.210	0 30 25.7	29.210	0.086
19.475	0 15 31.4	19.474	0.026
9.757	0 5 22.9	9.757	0.005

5.- ENLACE DE DOS ALINEAMIENTOS DE SENTIDOS CONTRARIOS CUANDO LOS DATOS SON FI Y R.

FI =102 25 12.0
TAU = 51 12 36.0
W = 17 4 12.0
Y = 30.560
G = 103.426
X = 98.869
A = 30.000
R = 59.830
L = 105.970

LONGITUD	TAU			COORDENADAS	
	G	M	S	X	Y
106.970	51	13	9.9	96.421	24.328
96.273	41	29	15.8	91.225	19.770
85.576	32	46	49.5	82.775	14.769
74.879	25	5	51.0	73.442	10.316
64.182	18	26	20.4	63.517	6.573
53.485	12	48	17.5	53.216	3.925
42.788	8	11	42.4	42.700	2.026
32.091	4	36	35.1	32.070	0.859
21.394	2	2	55.6	21.391	0.255
10.697	0	30	45.9	10.697	0.032

9.- EJEMPLO DE REPLANTEO DE UNA CLOTOIDE
EN CINTA CUANDO LOS DATOS SON FI Y R.

```
FI  = 87 32 44.5
TAU = 43 46 22.5
W   = 14 35 27.4
T   = 112.598
S   = 147.322
X   = 432.695
A   = 370.000
R   = 300.000
L   = 456.333
```

LONGITUD	TAU			COORDENADAS	
	G	M	S	X	Y
456.333	43	34	55.8	429.957	96.732
410.700	35	17	49.9	395.113	75.093
365.067	27	53	20.5	356.417	55.121
319.433	21	21	9.2	314.997	36.031
273.800	15	41	15.3	271.747	24.351
228.167	10	53	39.0	227.342	14.305
182.533	6	58	20.1	182.263	7.371
136.900	3	55	18.8	136.856	3.119
91.267	1	44	35.0	91.258	0.925
45.633	0	26	8.8	45.633	0.116

10.- ENLACE DE TRES ALINEAMIENTOS POR MEDIO DE DOS CLOTOIDES TANGENTES EN CIMA.

```
FI  = 30  3 36.0
TAU = 15  1 48.0
W  =  5  0 36.0
Y  =    8.807
S  = 100.846
X  = 100.461
A  = 139.626
R  = 192.770
L  = 101.133
```

LONGITUD	TAU			COORDENADAS	
	G	M	S	X	Y
101.133	15	1	46.7	100.458	8.662
91.020	12	10	26.4	90.609	6.360
80.907	9	37	8.3	80.579	4.489
70.793	7	21	52.3	70.676	3.012
60.680	5	24	38.4	60.626	1.905
50.567	3	45	26.7	50.545	1.104
40.453	2	24	17.1	40.446	0.566
30.340	1	21	9.6	30.338	0.239
20.227	0	36	4.3	20.226	0.071
10.113	0	9	1.1	10.113	0.00[illegible]

11.- ENLACE DE TRES ALINEAMIENTOS POR MEDIO DE DOS CLOTOIDES EN CIMA.

```
T1  = 18 31 19.2
TAU =  9 15 39.5
D   =  3  5 13.2
Y   =     4.271
T   =    79.302
X   =    79.137
A   =   139.626
R   =   245.580
L   =    79.386
```

LONGITUD	TAU			COORDENADAS	
	G	M	S	X	Y
79.386	9	15	38.3	79.170	4.244
71.447	7	30	4.0	71.325	3.102
63.508	5	55	36.5	63.440	2.155
55.570	4	32	15.8	55.535	1.464
47.631	3	20	1.8	47.615	0.923
39.693	2	18	54.6	39.686	0.534
31.754	1	28	54.1	31.752	0.274
23.816	0	50	0.4	23.815	0.115
15.877	0	22	13.5	15.877	0.034
7.939	0	5	33.4	7.939	0.004

C A P I T U L O 6.-

T R A Z O D E C L O T O I D E S

Considerando que la liga de dos tangentes consecutivas se debe realizar utilizando una curva compuesta, constituída por una curva circular y dos curvas clotoides, el procedimiento a seguir en campo para el trazo de curvas es el siguiente:

1°) Deberán ser recabados de los planos de proyecto de trazo, los siguientes datos:

Datos de la Clotoide
(ejemplo)

τ = 5° 26' 45"	PI = 2 + 428.148 m	τ = 5° 26' 45"
L_{CL} = 71.179 m.	Δ = 30° 28' 40"	L_{CL} = 71.179 m.
X_C = 71.1144 m.	Δ_C = 19° 35' 10"	X_C = 71.1144 m.
Y_C = 2.254 m.	G_C = 3.°060377715	Y_C = 2.254 m.
	T_C = 137.737 m.	
	L_C = 127.998 m.	
	ST = 64.630 m.	
	R_C = 374.436 m.	
	R_n = 375.000 m.	
	Deflex/m. = 4.5905665	

L	X	Y	
0.000	0.000	0.000	CC
7.020	7.020	0.002	
14.040	14.040	0.017	
21.060	21.060	0.058	
28.080	28.079	0.138	
35.100	35.098	0.270	
42.120	42.115	0.467	
49.139	49.129	0.742	
56.159	56.140	1.107	
63.179	63.144	1.576	
70.199	70.139	2.162	
71.179	71.114	2.254	TC

Donde:

X y Y son las coordenadas de los puntos sobre las clotoides (para el trazo por coordenadas). L son las cuerdas de los puntos sobre las clotoides (para el trazo por deflexiones), los ángulos en este caso se calcularán trigonométricamente con los valores de las coordenadas.

2°) Intersectando las tangentes se localiza el punto de inflexión (PI).

3°) Centrando el teodolito en el PI y visando un punto sobre la tangente, se mide la distancia T_C a partir del PI y sobre ambas tangentes, obteniendo así los puntos TC y CT.

4°) A partir de los puntos TC ó CT, se procede a medir hacia el PI y sobre la misma tangente, la distancia X_C.

5°) Conocido el punto X_C, se procede a medir sobre la misma tangente y en dirección del T_C la distancia U, con lo que se obtiene el punto A.

6°) Centrando el teodolito en el punto A se visa el PI y se mide el ángulo τ , con lo que se define la tangente sobre la cual se mide la distancia H para obtener el punto CC y a partir de éste, la subtangente de la curva circular.

7°) Se traslada el teodolito al punto X_C ya determinado con anterioridad, visando al PI, levantando una normal en dirección a la curva y midiendo la distancia Y_C se comprueba la ubicación del punto CC.

Nota: si tanto lineal como angularmente coincide este punto con el CC ubicado anteriormente (ver punto 6°), se puede continuar con el trazo.

Estos mismos procedimientos se llevarán a cabo sobre las dos tangentes, obteniendo de esta manera los puntos principales de la curva (TC, CC, CC y CT).

Trazo de la curva clotoide

Existen dos procedimientos para efectuar el trazo de una clotoide:

1°) Por deflexiones

2°) Por coordenadas

1°) Trazo por deflexiones

Datos necesarios: ángulo y distancias.

Centrando el teodolito en el TC, visando al PI, se mide para cada una de las cuerdas la deflexión y la distancia correspondiente, hasta llegar al CC (última deflexión).

2°) Trazo por coordenadas

Datos necesarios: X y Y

a) Conocidas las tangentes TC-PI y CT-PI, se ubica cada una de las abscisas X.

b) Centrando el teodolito en cada uno de estos puntos y levantando una normal a las tangentes, se mide la ordenada Y.

c) Uniendo estos puntos, se obtiene cada una de las cuerdas de la clotoide.

Este procedimiento se recomienda para el caso en que se trabaje sobre un eje auxiliar o cuando se encuentra un obstáculo que impida el trazo por deflexiones.

El trazo de la curva circular se realiza a partir de los puntos CC y CC, de la manera tradicional, por lo tanto el procedimiento no se describe.

C A P I T U L O 7.-

C O N C L U S I O N E S

Día con día, la Ingeniería Topográfica adquiere mayor importancia y aunque la mayoría de los problemas que se resuelven actualmente son básicamente los mismos que se han resuelto siempre, se requiere mayor rapidez y exactitud. Esto se puede lograr aprovechando los adelantos que ha experimentado la electrónica, especialmente en el campo de las computadoras.

La computadora es la culminación de dispositivos de cálculo como el ábaco, regla de cálculo, tablas, nomogramas, calculadoras de escritorio, etc. Estas últimas se han modernizado y trabajan con circuitos electrónicos, aumentando notablemente su velocidad, son semiautomáticas en el sentido de que están bajo el control del operador.

Los desarrollos más importantes en el campo de las computadoras han tenido lugar en las tres últimas décadas.

Las computadoras actuales fueron posible gracias al desarrollo de dispositivos de memoria y de que las instrucciones también se pudieran almacenar de manera que controlaran automáticamente la operación de la máquina, basándose la idea del programa almacenado en las investigaciones del Dr. J. Neumann. El sistema numérico binario, conocido en la antiguedad, se refinó para utilizarlo en la operación interna de las computadoras.

La intención de este trabajo es el evitar el uso de la Tabla de Clotoide Unitaria, sustituyéndola por las computadoras, ya sean de bolsillo o las normalmente grandes en tamaño y en capacidad. Esto se logra po medio de las fórmulas que se aplicaron para solucionar los problemas aquí ejemplificados y con el uso de algún lenguaje de computación apropiado para la Topografía.

Espero que lo aquí escrito sea de utilidad para mis compañeros de profesión, ya que como se ha demostrado, el uso de las computadoras electrónicas en la solución de los diferentes problemas de ingeniería no tiene comparación, debido a la gran rapidez y exactitud de sus resultados.

C A P I T U L O 8.-

B I B L I O G R A F I A

1.- Tabla de Clotoide Unitaria
Pierre Klauss

2.- Apuntes de Computación
Gualterio Luthe G.

3.- Instructivo para el Trazo de Curvas en el Campo
Compañía Mexicana Aerofoto

4.- Curvas de Transición en Carreteras (Manual de Clotoides)
A. Krenz y H. Osterloh

5.- Topografía
J. A. Sandover