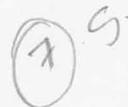




UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA

# Universidad Nacional Autónoma de México

Facultad de Psicología



## EVALUACION DE MATERIALES INSTRUCCIONALES, UN CASO PRACTICO

T E S I S

Que para obtener el título de:

LICENCIADO EN PSICOLOGIA

P r e s e n t a n :

**Elba Margarita Guzmán Martínez**

**José Luis Mesdraje Olguín**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

75053.08

UNAM 8

1984

M-20335

Apr. 1088

A mis padres:

Gracias por su amor,  
ya que ha sido el más grande  
apoyo para alcanzar este logro.

A mis hermanos:

Miguel, Nora, Gabriel y Fernando  
quienes con su ejemplo me han  
impulsado a seguir adelante.

A tí:

Por tu confianza y comprensión.

Creo que el momento más difícil para mí,  
es éste, porque no podré con unas cuantas  
letras expresar lo mucho que les agradezco.

A la memoria de mamá.

A mi padre, a David, Víctor, Elvira,  
Mary, Mago, Alex, María Esther y Elba,  
por el cariño que les tengo.

A la Lic. Ma. Eugenia Laffitte,  
por el apoyo y colaboración  
incondicional que nos prestó  
en la elaboración de este trabajo,  
y la amistad que nos brindó.

Al Mtro. Alvaro Jiménez O., por  
su ayuda técnica y sugerencias  
por demás acertadas.

Queremos agradecer al personal de la subgerencia de Ingeniería Básica de la Comisión Federal de Electricidad, la colaboración y atenciones que tuvieron para con nosotros.

Agradecemos al personal de Instituto de Investigaciones Eléctricas las facilidades que nos brindaron.

# INDICE

INTRODUCCION -----	1
CAPITULO I. ANTECEDENTES,	
1.1. Evolución en la Evaluación del Entrenamiento --	7
1.2. Definición del concepto de Evaluación -----	11
1.3. Importancia de Evaluar los Programas de Entrena miento -----	16
1.4. Aspectos que se toman en cuenta para Evaluar - Programas de Instrucción -----	24
1.5. Estudios relacionados con la Evaluación de los Programas de Entrenamiento -----	43
1.6. Descripción de la Problemática -----	50
1.7. Estrategia Seleccionada -----	52
CAPITULO II. METODOLOGIA.	
2.1. Objetivo -----	65
2.2. Sujetos -----	65
2.3. Materiales -----	65
2.4. Escenario -----	66
2.5. Procedimiento -----	66
2.6. Resultados -----	77
CAPITULO III.	
3.1. Conclusiones y Recomendaciones -----	78
3.2. Limitaciones -----	81
3.3. Anexos -----	82
3.4. Bibliografía -----	152



# INTRODUCCION

El desarrollo de la instrucción comienza con una necesidad o un requerimiento de entrenamiento, lo cual generalmente a primera instancia se presenta en términos amplios, no específicos. El primer paso de quien llevará a cabo el trabajo de la instrucción será el de traducir esa expresión amplia de las necesidades a expresiones específicas con respecto a los resultados deseados.

Así el núcleo de la tarea del programador o instructor ha de referirse entonces a "planificar, diseñar, evaluar, diagnosticar las causas de un rendimiento insuficiente y en caso necesario, prescribir las medidas correctivas necesarias"(1).

De igual manera el instructor va a compartir la responsabilidad de preparar y aclarar los objetivos con especialistas y cabe esperar la realización de un análisis de tareas el cual ayudará en la derivación de contenidos.

Tomando esto en cuenta podemos pensar en una mejor y más adecuada forma de incorporar los materiales instruccionales necesarios para cubrir los objetivos propuestos.

(1) Anderson, R. y Faust, G. *Psic. Educativa*. Edit. Trillas, Méx. 1977.

Entonces teniendo esto, el diseñador podrá proceder a preparar las pruebas que midan la realización de los objetivos durante la instrucción.

Con respecto a lo anterior, cabe mencionar que si bien con los resultados obtenidos en la aplicación de pruebas se va a derivar una asignación de calificaciones, éste es uno de los propósitos menos importantes de la evaluación, ya que su función primordial en la instrucción es la de proporcionar un sistema de control de calidad, lo cual nos va a llevar a vigilar el logro de los objetivos propuestos y por otro lado a determinar los defectos o insuficiencias en los materiales de la instrucción (2).

Con esto decimos, que en todo proceso de enseñanza-aprendizaje, ya sea dentro de la docencia, en la capacitación, en el entrenamiento, etc., se requiere de instrumentos técnicos que ayuden a corroborar si han sido alcanzados los objetivos planteados en dicho proceso.

En la enseñanza es inevitable alguna forma de evaluación. Tan inevitable es en la docencia como lo es en todas las actividades en que sea preciso emitir un juicio, no

---

[2] Anderson, Faust, G. *op. cit.*

importa cuan simple o complejo sea lo que se considere (3).

Evaluar tiene como objetivo, determinar el conocimiento preciso del avance y logro de las metas fijadas, con respecto a los resultados esperados (4).

Cabe mencionar que con frecuencia los términos medir y evaluar, se les dá el mismo significado, por lo que es conveniente definirlos para identificar las diferencias que entre ellos existe.

Así decimos que entenderemos por medir "La obtención y registro de datos sobre un ejemplo de ejecución o sobre diferentes observaciones del evento dentro de condiciones estandarizadas", y por evaluar "cuando los datos obtenidos en la medición se comparan contra un juicio de "excelencia" o "correcto" siempre y cuando ésta cumpla con ciertos requisitos que son: determinación de la relevancia, que el juicio esté definido conductualmente, que exista la indicación de la condición de observación, la de la forma de registro y por último que se sumarice la evidencia (5)

---

(3) Grondlund Norman E. *Medición en la Enseñanza*. Edit. Pax, México, 1973.

(4) Baez B. Pedro. *La Evaluación de la Capacitación. Un caso Práctico*. - Tesis. U.N.A.M. 1981.

(5) Jiménez y Lafitte. *Manual de Técnicas de Evaluación*. 1980.

La evaluación en la capacitación permite estimar la eficiencia de los métodos e instrumentos, el grado de aprendizaje de los participantes, cómo corregir las técnicas y procedimientos de instrucción de acuerdo a lo requerido en el objetivo y a las características de los participantes (6)

Tradicionalmente, la gerencia no ha considerado que el entrenamiento sea algo que le incumba demasiado, con excesiva frecuencia, ha tratado de manera superficial aún problemas de entrenamiento de suma importancia y rara vez ha sabido apreciar los costos intangibles representado por programas inadecuados e ineficientes (7).

De igual manera los programadores dan mayor importancia a las fases de programación y elaboración de un curso, dejando incluso su trabajo, ya que por lo regular dan por sentado el éxito de sus programas, sin antes haber realizado la fase concluyente, o sea la evaluación. En gran parte esto se debe a que en países como el nuestro la evaluación es todavía una actividad incipiente, en donde el apoyo económico a la investigación es un lujo, en la opinión de los directivos (8).

---

(6) Baez, B.P. *op.cit.*

(7) Ofiesh, G.D. *Instrucción Programada*. 1973.

(8) Jiménez y Laffitte, *op.cit.*

Al realizar un programa de instrucción, se debe estar conciente que la evaluación es un paso de fundamental importancia dentro del proceso de enseñanza, ya que sólo mediante ésta se logrará precisar el avance y alcance de las metas - planteadas y el de la consecución de los objetivos.

Al respecto podemos decir que un programa de instrucción puede presentar diversos aspectos evaluativos y que algunos de éstos pudieran ser:(9).

- a) De acuerdo a los objetivos.
- b) Por su momento de aplicación.
- c) Por su amplitud.
- d) Por sus materiales e instrumentos.
- e) Por su cambio conductual.
- f) Por su contenido instruccional.

La importancia que tiene el considerar cada uno de los aspectos anteriormente mencionados radica en que de no ser así, no se podría constatar si los objetivos planteados han sido correctamente elaborados, si las estrategias utilizadas o los contenidos del curso han sido los adecuados y esenciales para el logro de las metas planteadas, de acuerdo

(9) Ortiz, E.G.. Evaluación por su amplitud y su momento de aplicación y evaluación del cambio conductual y de materiales e instrumentos. Mecanograma, U.N.A.M. 1981.

al interés prevaleciente.

Y ya que nuestro interés se enfoca a la evaluación del contenido o material instruccional, el objetivo del presente trabajo es el de evaluar el contenido instruccional de una unidad de entrenamiento con el propósito de probar si el material elaborado para dicha unidad es el necesario y adecuado para la consecución de los objetivos propuestos en ella.

Con ello queremos denotar la importancia que tiene el diagnosticar una falla en los materiales instruccionales, ya que esto es tanto como diagnosticar una insuficiencia en la comprensión del estudiante o viceversa.

CAPITULO I

ANTECEDENTES

### 1.1 EVOLUCIÓN DE LA EVALUACIÓN.

Desde el principio de la educación (o proceso de enseñanza) ha sido necesario el hacer uso de alguna técnica de evaluación, que de alguna manera nos dé un índice de referencia para saber en qué medida fueron adquiridos los conocimientos expuestos.

Desde las épocas más tempranas de la humanidad, como en el año 2100 A.C. ya existían reglamentaciones para evaluar el sistema de aprendizaje en el que una persona experimentada transmitía sus conocimientos y habilidades a otro que no lo era, y que sólo al pasar este último ciertas pruebas, dejaba de ser novato para poder continuar con el puesto de obrero.

En forma semejante en la antigua Grecia, los espartanos sometían a pruebas de control a los miembros de la sociedad para constatar si éstos eran capaces de perseverar en las actividades que se les habían enseñado.

Los ateneos por medio de juegos, competencias, exámenes orales y escritos contemplaban si sus hijos habían adquirido las aptitudes necesarias para ser buenos ciudadanos (10)

(10) Fonseca, M. *Un sistema de evaluación para medios audiovisuales.* Tesis. 1979. U.N.A.M.



Igualmente en los gremios, que fueron las asociaciones que constituyen las primeras empresas, se vieron establecidas ciertas normas, las cuales se tomaban como parámetros de referencia para decidir si los aprendices estaban aptos para ocupar el puesto de trabajadores (11).

Con el advenimiento de la Segunda Guerra Mundial se hizo uso de una nueva técnica de entrenamiento, la cual traía consigo también un nuevo sistema para confirmar si ya habían sido adquiridos los conocimientos, que es el caso del método de los cuatro pasos, en el cual al finalizar la enseñanza y exposición de lo que se quiere enseñar, se evalúa si los sujetos han aprendido y por lo tanto si son capaces de aplicar los conocimientos adquiridos durante la instrucción (12).

Con base en lo anterior nos damos cuenta que el efectuar pruebas es una costumbre anterior a la historia escrita, que desde entonces funciona como un proceso selectivo natural y universal y que a medida que se ha desarrollado la civilización, el sistema de prueba se ha visto modificado y ha llegado a ser más y más importante.

(11) Craig, R.L; Bittel, L.R. Manual de Entrenamiento y Desarrollo de Personal. A.S.T.D. Edit. Diana, México. 1981.  
(12) Craig, R.L. , Bittel, L.R. op cit.

Es dentro del ambiente docente en donde la evaluación empezó a realizarse de manera más formal, provocado esto por la necesidad que para los maestros representaba el comprobar si los alumnos habían adquirido los conocimientos impartidos, lo que hasta nuestros días, tal vez por falta de conocimientos técnicos, no se realiza en forma sistemática, dando como consecuencia resultados subjetivos (13).

Por la misma causa que se hizo evidente el evaluar el proceso educativo dentro de la docencia, surge dentro del ambiente laboral la necesidad de evaluar los procedimientos de instrucción.

Son muchas las personas experimentadas en la actualidad, las que afirman que los efectos o resultados de los programas de instrucción, se deben medir y evaluar de alguna manera para estar seguros de que el procedimiento y desarrollo de éstos ha sido el adecuado para lograr el objetivo señalado (14)

Así, se puede aseverar que la evaluación es inevitable

---

(13) Grounland, Norman E. *Medición y Evaluación en la Enseñanza*. Edit. Paz. México, 1980.

(14) Grounland, N.E. *op cit.*

en todo proceso de enseñanza, que tanto en la docencia como en todas aquellas actividades en las que es necesario emitir un juicio, nos es de gran utilidad contar con un medio que nos ayude a llegar con certeza a la emisión de dicho juicio.

## 1.2 DEFINICIÓN DE EVALUACIÓN.

Son diversas las definiciones que se han propuesto con respecto al término "evaluar", en cuanto a la instrucción se aplica. En algunos casos se ha empleado como sinónimo de medir. Es bueno, por lo tanto, señalar lo que se entiende al referirnos a cada uno de estos vocablos.

Medir, es la obtención y registro de datos sobre un ejemplo de ejecución o sobre diferentes observaciones del evento dentro de condiciones estandarizadas.

Hablamos de evaluar, cuando los datos obtenidos en la medición se comparan contra un juicio de "excelencia" o "correcto", siempre y cuando éste cumpla ciertos requisitos que son:

- Determinación de la relevancia.
- Que el juicio esté definido conductualmente.
- Que exista la indicación de la condición de observación, la de la forma de registro.
- Que se sumarice la evidencia (14).

---

(14) Jiménez, O.A.; Laffitte, B.M.E. op. cit.

González, L. Irene, menciona que el elemento distintivo entre estos dos términos es la interpretación de los resultados, y define "medición" como el acto de asignar números a propiedades o fenómenos a través de la comparación de éstos con una unidad preestablecida, y dice que la "evaluación" es un proceso sistemático que consiste en obtener información sistemática y objetiva acerca de un fenómeno y en interpretar dicha información a fin de seleccionar entre distintas alternativas de decisión (15).

Generalmente al término medir se le ha tomado como la descripción cuantitativa de algo. Por otro lado, al término evaluación se le han concedido varias acepciones, dependiendo el enfoque y objetivo para el cual sea utilizado.

Así vemos que la evaluación ha sido descrita como "el descubrimiento de la naturaleza y valor de algo" (Stake y Denny, 1969).

La evaluación ha sido también caracterizada por ser descriptiva y valorativa, es considerada como "la descripción de algo y la indicación de sus méritos y mutaciones" (Stake y Denny, 1969), o como un proceso enfocado a la toma de

---

(15) González, L.I. *Análisis e interpretación de los resultados de la evaluación educativa*. Edit. Trillas, México, 1977.

decisiones, como puede ser la definición dada por Guba y -  
 Stufflebeam (1969) que dice "evaluaciones el proceso de ob--  
 tención y provisión de información útil para la toma de deci-  
 siones". También es definida como "el proceso de determina-  
 ción de las decisiones que deben ser tomadas, seleccionando  
 y recolectando la información relacionada, analizándola de -  
 tal manera que reporte información útil a las decisiones en  
 la selección de alternativas" (Alkin, 1969).

Todavía en otra instancia, la evaluación se define co-  
 mo el proceso de examinación de ciertos objetivos y eventos  
 a la luz de valores estándar, especificados con el propósito  
 de tomar decisiones adaptativas (Pawlsón, 1970) (16).

En otro caso, evaluación es el conocimiento cuantitati-  
 vo y cualitativo de los cambios de conducta que se han pro-  
 ducido en los participantes, o sea, la valoración de los ren-  
dimientos de la enseñanza-aprendizaje (17).

Asimismo, es la determinación de la amplitud con que -  
 se ha alcanzado lo que se intentaba o deseaba; por ejemplo,  
 la evaluación pretende responder a cierto tipo de preguntas  
 acerca de ciertas entidades y las entidades de interés son -

(16) Islas, G.F. *Un Modelo para Evaluación de Materiales Instrucciona-*  
*les. Simposio Panel, CENAPRO.*

(17) Martínez, S. *Planes y Programas de Capacitación y Adiestramiento.*  
*Cía. General de Ediciones, S.A. Méx. 1979.*

los instrumentos educacionales y los tipos de preguntas podrían ser de la siguiente forma: ¿qué tan efectivo es este instrumento?, ¿funciona mejor que algún otro?, ¿qué es lo que este instrumento hace?, ¿el valor de este instrumento corresponde a lo que está constando? (Scriven, 1967).

En términos generales, la evaluación es el proceso mediante el cual se comprueba o juzga el valor o la cantidad de algo, a través de su referencia a una norma, criterio o medida estándar (reconocida y aceptada) de apreciación. Se resume en un juicio de valor, fundado en mediciones como las que proveen los cuestionarios, pero que con más frecuencia se apoya en una síntesis que incluye diferentes mediciones, observaciones críticas, impresiones subjetivas y otros elementos de evidencia, comprobados en el proceso de apreciación cuidadosa de los efectos de una experiencia educativa. Este juicio puede ser aprovechado en la teoría de decisiones. La evaluación educativa se dirige a juzgar en qué medida y hasta qué grado se han logrado los objetivos previamente propuestos (18).

La definición por Ahman I. Glock, representa a la mayoría de puntos de vista de los estudiosos de la evaluación, -

---

(18) Castañeda, Y.M. *Los medios de la Comunicación y la Tecnología Educativa*. Area del lenguaje y comunicación. Edit. Trillas. México.

ésta expresa que: "la evaluación es el procedimiento sistemático para determinar la efectividad de los eventos de la instrucción ante la luz de las evidencias" (19).

Como puede verse a través de estas definiciones de evaluación, el problema de la diversidad de los mismos reside básicamente en el enfoque y propósito para los cuales se desarrolla el proceso evaluativo.

---

[19] Jiménez, O.A.; Laffite, B.M.E. *op.cit.*



### 1.3 IMPORTANCIA DE EVALUAR UN PROGRAMA DE ENTRENAMIENTO.

De la evaluación se van a desprender decisiones muy importantes, ya que la función principal de los datos obtenidos en la evaluación dentro del campo de la instrucción, es la de determinar oportunamente las causas de los errores en la tarea de instruir, ya sean errores en la aplicación de las técnicas o en lo inadecuado de los materiales instruccionales, confrontados sobre la base de un juicio previamente especificado en los objetivos de planes y programas de instrucción, además de determinar cualitativa y cuantitativamente los cambios que se han producido en las participantes como resultado de las actividades de instruir (20).

En sí, la evaluación es un proceso sistemático y continuo que permite determinar en qué medida se están logrando los objetivos planteados, mediante el uso de métodos, técnicas o instrumentos que nos permitan evaluar los resultados de un programa de instrucción con base en las conductas preestablecidas en los objetivos de los programas, en las condiciones que éstos señalen y de acuerdo a los niveles de eficiencia en ellos marcados.

---

20]. Jiménez, O.A.; Laffite, B.M.E. *op.cit.*

Pero esto, aún cuando la legislación señala específicamente como función de las Comisiones Mixtas, lo referente a la evaluación, parece que son pocas las organizaciones que lo llevan a cabo. Esto es, tal vez porque son pocas las personas que realmente se encuentran en condiciones de llevar a cabo dicha actividad, utilizando la metodología pertinente, aunado a esto la falta de interés por parte de las empresas.

En resultados arrojados de una investigación realizada en 1980 con una muestra de 66 organizaciones del D.F. y zona Metropolitana, se observó que solamente 3 organizaciones equivalente al 0.5% de la muestra mencionaron explícitamente la evaluación como punto final de la capacitación (21).

Ahora bien, para los fines de esta investigación se llevó a cabo en 25 empresas, tanto del sector privado como público, entrevistas con el objeto de recabar información para saber si llevan a cabo la fase de evaluación y de qué manera la realizan sobre sus programas de instrucción (Anexo 1).

De la información obtenida se derivó que aún cuando todos declararon evaluar sus programas, ya sea de adiestramiento, capacitación y/o desarrollo, los efectúan midiendo la -

---

[21] Patiño, P.H.. *La Instrucción Referida a Criterios en la Capacitación y Adiestramiento de Personal*. Tesis Licenciatura. U.N.A.M. - 1982.

efectividad de éstos con base en diferentes aspectos y criterios.

De manera general se observó, como se muestra en la Tabla 1, que en mayor porcentaje se realiza la evaluación de los programas con base en las reacciones de los participantes, en seguida, de acuerdo al aprendizaje y al cambio conductual, en menor porcentaje con respecto al costo, beneficio y en última instancia al contenido instruccional.

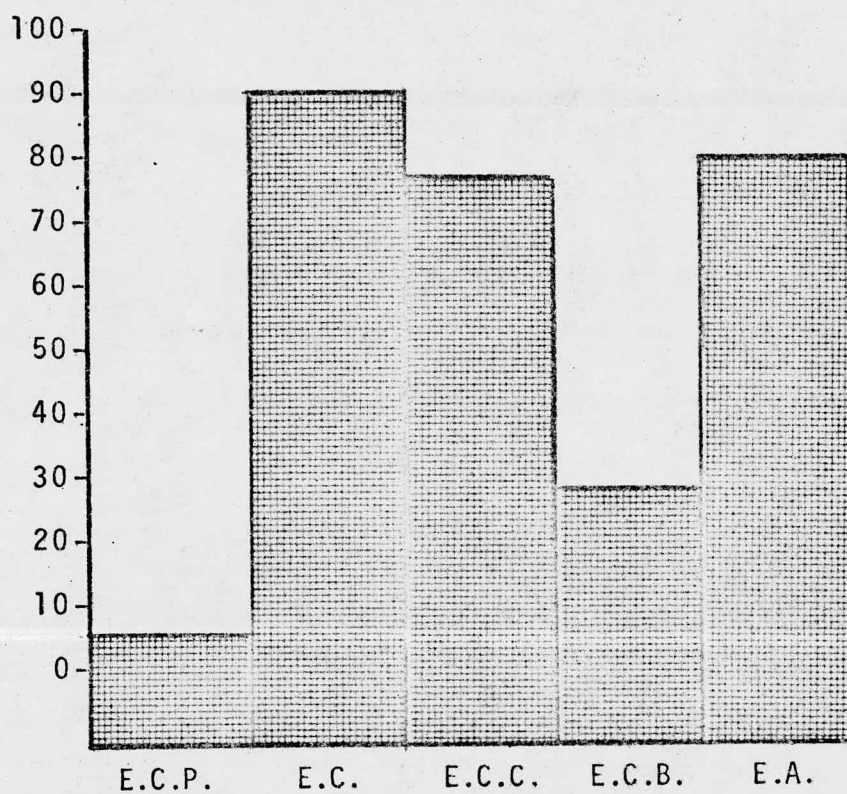
Así vemos que una de las formas clásica que se ha seguido para evaluar un programa de instrucción es preguntar a los participantes ¿qué tanto les agradó el curso?, o ¿lo aprendido les resultará beneficioso?. Por lo general esta información se reúne mediante cuestionarios de opiniones, sin embargo, este procedimiento es prácticamente inútil, puesto que con frecuencia los participantes clasifican los programas educacionales de valor de entrenamiento, facilidad, características de personalidad del instructor y no por su contenido informativo (22).

Así también podemos señalar que con respecto a los

---

[22] Castañeda, Y.M. *Análisis y Estructuración de Contenido*. Dir. Académica Centro de Actualización y Formación de Profesores, México. 1979.

TABLA 1



- E.C.P. = EVALUACION DEL CONTENIDO DEL PROGRAMA.  
E.C. = EVALUACION DEL CURSO.  
E.C.C. = EVALUACION DEL CAMBIO CONDUCTUAL.  
E.C.B. = EVALUACION COSTO-BENEFICIO.  
E.A. = EVALUACION POR EL APRENDIZAJE.

anteriores aspectos evaluativos mencionados, la evaluación realizada no se lleva a cabo de manera sistemática y objetiva, y que por lo tanto carecen en mucho de validez los resultados obtenidos. En este sentido es importante hacer notar, que en un alto porcentaje, las organizaciones utilizan programas de entrenamiento externos, ya sea subcontratando instructores que acuden a las empresas o bien mandan a los trabajadores a algún otro sitio fuera del lugar de trabajo, y dado que éstos en su gran mayoría son elaborados para que sirvan de manera general y no a una situación o necesidad definida de una empresa con políticas y objetivos específicos, lo cual significa que la labor de evaluar dichos programas se dificulta, ya que no existen parámetros verdaderamente objetivos y confiables sobre los cuales discernir.

Con respecto a la evaluación de contenidos instruccionales, no es mucho lo que se ha investigado en este campo, si bien esto se ha visualizado en teoría en relación a la enseñanza escolar, en torno a dar recomendaciones a los educadores de cómo mejorar los sistemas de enseñanza que están operando, lo cual como ya se mencionó se ha revisado en forma teórica y poco en la práctica, esto es dado que los maestros enfocan su atención principalmente en lo que "ahora" van a enseñar y a quien en ese momento va dirigido, pero poco les preocupa el planear medidas correctivas para corregir

y/o mejorar esas lecciones para futuros docentes.

En relación a esto, estudios publicados en el Journal of Educational Psychology (1964), y en el American Education al Research Journal (1969) mencionan que sólo el 6% de 50 - artículos publicados hacen relación existente entre el texto de la instrucción y lo contemplado en las pruebas aplicadas para evaluar dichos contenidos.

Asimismo vemos que en la mayoría de las empresas donde realizan programas de adiestramiento y/o capacitación poca es la preocupación que tenemos al respecto. Rara vez se lleva a cabo la evaluación del contenido instruccional que se va a contemplar dentro del temario, el cual es importantísimo para conseguir las metas propuestas y de esta manera lograr un aprendizaje óptimo, lo cual en sí mismo prevé el cambio conductual deseado de acuerdo a los objetivos planteados.

Dentro del sistema de instrucción programada es donde se han encontrado un poco más de estudios sobre la evaluación de contenidos instruccionales, al respecto Holland y Kemp han llevado a cabo investigaciones sobre material instruccional programado, con el objeto de identificar la relevancia del material instruccional, tachando o suprimiendo -

cuadros que se identifican como no relevantes para la consecución de los siguientes cuadros.

En las empresas, como ya se ha mencionado, no es mucho lo que se ha realizado y lo que se ha hecho involucra una evaluación interjueces, lo cual en última instancia va a arrojar datos poco confiables, ya que la opinión que estos emitan puede estar influenciada por múltiples factores, lo cual le resta validez a esta acción,

Ahora bien, entre las decisiones más importantes que un programador debe tomar, figuran las de los métodos y/o técnicas y qué materiales se deben emplear, y estas decisiones probablemente podrán ser cada vez más eficaces si se basan en la evaluación de los mismos, y esto es dado que el trabajo del programador consiste en prescribir instrucción que esté adaptada al estudiante dependiendo de su nivel de realización (23).

Algo sumamente importante que va a coadyuvar a la realización, en mejor forma de la evaluación de los programas de instrucción, es el planteamiento adecuado de los objetivos, definidos en términos operacionales, ya que son éstos

---

(23) Anderson, R., Faust G, *op.cit.*

los que van a dar la pauta para elegir de manera correcta, la estrategia de entrenamiento a seguir en cada situación particular y por ende, asimismo nos va a auxiliar en llevar a cabo de manera pertinente la evaluación correspondiente.

Así vemos, que aún siendo la evaluación un punto clave para confirmar o no la eficiencia de un programa, no se le ha dado la importancia que realmente tiene, ya que como muchas de las empresas visitadas revelaron; "es difícil hacer creer en el valor de las investigaciones sobre este aspecto, y sobre todo contar con el respaldo económico y el tiempo necesario para llevarlo a cabo, además de que no es fácil contar con la gente capacitada para ello".

Pero como Jiménez menciona refiriéndose a la evaluación "el compromiso del programador no está en la elaboración de los materiales, sino en la evaluación y seguimiento de sus resultados" (24). De tal manera que la evaluación proporcione al programador de la instrucción la retroalimentación necesaria para corregir los errores encontrados, como mejora para su labor futura, además de constatar mediante ésta, si las estrategias utilizadas, como los contenidos instruccionales han sido los pertinentes con respecto a los objetivos propuestos.

---

(24) Jiménez, O.A., Laffite, B.M.E. *op. cit.*



#### 1.4 ASPECTOS QUE SE TOMAN EN CUENTA PARA LA EVALUACIÓN DE LOS PROGRAMAS DE INSTRUCCIÓN,

Al realizar un programa de instrucción se debe estar conciente, como ya se ha mencionado anteriormente, de la importancia que conlleva la fase evaluativa. Dentro de ésta son diferentes los aspectos que pueden ser evaluados, dependiendo en qué esté centrado el interés y por consiguiente cuál sea el objetivo que se persigue.

Una clasificación de los aspectos que pueden ser evaluados en un programa de entrenamiento a continuación se relacionan y éstos son de acuerdo a:

- I- Los objetivos.
- II- Por su momento de aplicación.
- III- Por su amplitud.
- IV- Por sus instrumentos.
- V- Por el cambio conductual.
- VI- Por el costo-beneficio.
- VII- Por el contenido instruccional.

Cada uno de estos aspectos tiene un papel importante en el éxito o fracaso del programa, por lo que cada uno de ellos puede ser evaluado en forma independiente, sin olvidar

que a su vez todos ellos se encuentran de alguna manera interrelacionados.

En seguida describiremos brevemente en qué consiste -  
cada uno de ellos.

### I- EVALUACION DE LOS OBJETIVOS.

Los objetivos dentro de cualquier actividad de instrucción representan la parte medular de ella, esto es, son los que nos van a indicar las acciones subsecuentes que se tengan que emprender y la forma de llevarlas a cabo.

Resulta sumamente importante que éstos estén descritos adecuadamente y que reflejen clara y objetivamente lo que se pretende lograr.

Un objetivo en términos de comportamiento indica lo - que el estudiante debe poder hacer o decir cuándo ha terminado la lección o en el plazo largo, cuándo ha terminado la - instrucción (25).

Según Mager, los tipos de objetivos educativos más -

---

(25) Anderson, R.C.; Faust, W.G. *op.cit.*

útiles para preparar los materiales de instrucción son - aquellos que describen y delimiten la conducta que se espera del estudiante tras el aprendizaje.

Es por ello que siendo éstos los que dan la guía para llevar a cabo la instrucción, necesitan ser evaluados de acuerdo a los componentes que la conforman, los cuales son:

- a) Indicación específica de los participantes.
- b) Qué es lo que se hará, en el sentido de una ejecución observable.
- c) Las condiciones de ejecución; y
- d) El criterio de ejecución.

Gracias a una adecuada exposición de los objetivos, podemos indentificar y suprimir de la instrucción el contenido no especificado en los objetivos, ya que no hay ganancia en incluir en una lección un contenido no necesario para producir la ejecución final (26).

Como algo aparte, mencionaremos que muchos de los conceptos usados para crear objetivos educativos se han derivado

---

(26) Klaus, D.J. *Técnicas de Individualización e Innovación de la Enseñanza*. Edit. Trillas. México, 1979.

de investigaciones sobre adiestramiento, más que sobre educación y esto , si lo analizamos, es lógico, dado el costo relativo que representa el tener objetivos superfluos o incorrectos, cuando se está pagando a los estudiantes mientras aprenden (27).

---

(27) Klaus, D.J. *op.cit.*

## II- EVALUACION POR EL MOMENTO DE APLICACION.

El procedimiento para llevar a cabo la evaluación por su momento de aplicación consta de tres fases(28).

- a) Fase de entrada.
- b) Fase de proceso.
- c) Fase de salida.

a) Fase de Entrada. En esta fase se establece el nivel en que el participante inicia el curso, mediante una prueba diagnóstica, con el objeto de medir los conocimientos que poseen los participantes antes de iniciar el curso.

Esto nos da la posibilidad de obtener la medida del repertorio de entrada de los estudiantes, en términos de identificar qué tanto conoce y qué habilidades posee el participante en relación al curso que inicia.

Asimismo le da información al instructor, que le permite conocer el nivel en que se encuentran los participantes con respecto a los estándares establecidos, y de esta -

---

(28) Ortiz, E. G. *op,cit.*

manera proponer actividades correctivas que establezcan en los alumnos los requisitos necesarios para dar principio al curso. Los datos obtenidos a partir de esta evaluación servirán como un parámetro de comparación con respecto a los datos que se obtengan en la fase de salida.

b) Fase de Proceso. La evaluación en esta fase nos permite obtener datos acerca de la situación en la que se encuentran los participantes con respecto al logro de los objetivos intermedios. Este tipo de medición se efectúan durante el desarrollo del curso, la cual nos dará los datos para retroalimentar a los participantes con respecto a su desempeño a lo largo del curso.

c) Fase de Salida. En esta fase se evalúa si los participantes lograron o no los objetivos propuestos mediante la aplicación de un postest, comparando los resultados de éste con los resultados obtenidos en el pretest, aplicado en la fase de entrada, con el objeto de determinar el aprendizaje logrado.

### III- EVALUACION POR SU AMPLITUD.

Generalmente en la educación, el enfoque de la evaluación ha reposado en los resultados (productos o fines) y - se ha observado la tendencia a descuidar la determinación - de la utilidad del proceso para lograr los resultados requeridos (Harsh).

Para determinar la amplitud con que la planificación ha logrado los resultados requeridos y determinar hasta qué punto los procesos seleccionados y utilizados han contribuído al logro de los resultados requeridos, se ha recurrido a la evaluación formativa y a la evaluación sumativa o aditiva (29).

La evaluación formativa está dirigida a determinar la utilidad de los procesos y procedimientos que se han utilizado para llegar a los resultados propuestos. Esto es, la evaluación formativa proporciona la información relativa a si estamos o no sobre el objetivo y de no ser ese el caso, brinda información que retroalimenta al programador, para - que efectúe correcciones sobre la marcha.

---

(29) Kaufman, R. *Planificación de Sistemas Educativos*. Edit. Trillas. - México. 1977.

Por otra parte, la evaluación sumativa, va a determinar hasta qué punto se han alcanzado los objetivos fijados (30). Dicho de otra manera, aquí se van a establecer cuáles fueron los resultados finales del proceso en relación a los objetivos terminales, así con este tipo de información se estará en condiciones de evaluar la eficiencia total del programa.

Así diremos, que cuando se está hablando de estimar un programa durante su desarrollo, se estará haciendo referencia a la evaluación formativa y que cuando ésta esté dirigida a apreciar el logro del total de los objetivos establecidos, se estará haciendo mención de la evaluación sumativa - (31).

Hay que tener presente que para llevar a cabo estos tipos de evaluación hay que tomar en cuenta la segmentación que presente el programa (unidades, temas, subtemas, etc.), la descripción de cada uno de los objetivos que en ésta se presentan, así como las pruebas que para cada uno de éstos correspondan, con el fin de precisar si se ha cumplido o no con los objetivos correspondientes, de acuerdo al tipo de evaluación que se esté efectuando.

(30) Kaufman, R. *op.cit.*

(31) Jiménez, O.A. y Laffitte, B.M.E. *op.cit.*



#### IV- EVALUACION POR LOS INSTRUMENTOS,

En cualquier acontecimiento de enseñanza-aprendizaje, es indispensable disponer de las condiciones necesarias para que esto ocurra, es por ello que es de suma importancia elegir los instrumentos adecuados que permitan facilitar dicho proceso.

Instrumento didáctico se define como aquel medio físico, mueble o inmueble, instalación, o equipo, que facilite la acción de capacitación (32),

Debido a que existen diversos instrumentos con los que se puede contar para mejorar las condiciones de capacitación, se deben tomar ciertos criterios para que la elección de dichos instrumentos sea la más adecuada, tales como (33):

- Disponibilidad.
- Facilidad de uso.
- La eficacia estimada para el propósito.

---

(32) Ortiz, E.G.L. *op.cit.*

(33) Gagné, R.M.; Briggs, J.L. *op.cit.*

- El carácter práctico de uso.
- La familiaridad con los tipos de medios disponibles.
- Los problemas de mantenimiento.

Una vez considerados los criterios anteriores, para poder tomar finalmente una decisión, los instrumentos deben ser evaluados antes de iniciar el curso, o en experiencias previas con el fin de determinar su adecuación o efectividad con los objetivos que se persiguen (34)

---

(34) *Ortiz, E.G.L. op.cit.*

## V- CAMBIO CONDUCTUAL,

Consiste en evaluar los cambios de conducta que presenten los individuos después de haberse sometido a cualquier técnica de intervención.

Para poder llevar a cabo un programa de cambio conductual, primero que nada deberá definirse en términos observables las conductas que el sujeto mostrará como consecuencia de la intervención, dicha definición se identifica con la redacción del objetivo instruccional, que deberá cumplir con los siguientes elementos:

- a) Sujeto. A quién está dirigido.
- b) Conducta. Qué conducta, definida, con un verbo conductual, mostrará el sujeto.
- c) Bajo qué condiciones se presentarán las conductas.
- d)Cuál será el criterio de ejecución aceptable (35).

Existen algunos puntos muy importantes que deben considerarse:

---

(35) Ortiz, E.G.L, *op.cit.*

- 1- Debe hacerse una estimación sistemática de la realización del trabajo antes y después del entrenamiento.
- 2- La estimación del desempeño del trabajo es conveniente se realice con técnicas que nos arrojen datos objetivos, como los registros observacionales y por una persona que esté entrenada para ello, como el supervisor, el instructor, etc.,
- 3- La estimación del desempeño del trabajo después del entrenamiento es conveniente se haga por lo menos después de tres meses, para que los entrenados hayan tenido oportunidad de practicar lo que han aprendido (36).

A continuación describimos algunos de los criterios que pueden utilizarse para la evaluación del cambio conductual (37).

- a) Producción.- Es el número de unidades producidas en un plazo determinado, el tiempo requerido para producirlo y la cantidad de eventos realizados en

---

(36) Craig, B.L. *op. cit.*

(37) Jiménez, O.A.; Laffitte, B.M.E. *op.cit.*

un período establecido.

El índice de producción de una persona generalmente es la relación que existe entre su propia producción y la norma que se haya establecido. El criterio de producción, se establece en términos del tiempo necesario para producir un artículo del número de artículos que hayan de producirse en un tiempo determinado.

- b) Calidad de trabajo. El criterio de calidad del trabajo puede medirse de diferentes maneras:
- El número producido de unidades aceptadas por control de calidad.
  - El número de unidades producidas que han sido rechazadas por control de calidad.
  - La cantidad de desperdicio que deja el trabajador después de terminar la tarea.
  - El porcentaje de unidades sobre las cuales ha trabajado y que resulten aceptadas.
  - Número de devoluciones presentadas por los clientes y falta de calidad.
- c) Productividad. Es la relación entre los resultados y los recursos que intervienen en la producción.

$$\text{Productividad} = \frac{\text{RESULTADO}}{\text{RECURSOS}}$$

d) Tiempo.

A través de un estudio de tiempos y movimientos se pueden evaluar los resultados de un curso, ya que al cronometrar cada una de las actividades en que se divide una tarea, se puede establecer una norma del resultado obtenido y contra ella comparar el rendimiento de los entrenados.

e) Accidentes.

En los cursos impartidos por las organizaciones para reducir las condiciones inseguras de trabajo, el criterio a evaluar sería precisamente la disminución de la frecuencia de accidentes diaria, mensual o por cualquier período relacionado con los ciclos de producción en contraste con los datos anteriores al curso.

## VI- EVALUACION POR COSTO-BENEFICIO.

Siempre es conveniente antes de implantar un programa de entrenamiento, saber cuáles son los recursos y cuáles las restricciones que se nos presentan. Así también es necesario conocer cuáles son nuestros objetivos de entrenamiento a lograr y en base a éste identificar cuáles son los métodos o técnicas más adecuadas para la obtención de los objetivos de acuerdo a los recursos disponibles.

Con base en esto se pueden realizar estimaciones del costo de cada uno de los métodos o técnicas más viables a utilizar, así como también el tiempo empleado en cada uno de ellos y sobre los datos obtenidos en nuestras estimaciones, evaluar cuál es el más adecuado, teniendo en cuenta las posibilidades que se nos presentan.

Algo que también es factible llevar a cabo, es el investigar los métodos o técnicas que han sido utilizadas en otras empresas o instituciones; conocer qué resultados se han obtenido y si éstos han sido satisfactorios, analizar las posibilidades de ponerlo en práctica, siempre y cuando se tengan presentes las necesidades y condiciones particulares existentes, así como los objetivos que se pretenden lograr.

Ahora bien, ya habiendo sido aplicado el programa o curso de entrenamiento, y con base en los resultados obtenidos al finalizar éste, o con base en la aplicación en el trabajo, podemos evaluar si el gasto erogado en dicha instrucción ha sido costeable en relación a los beneficios obtenidos por el mismo.

#### VII- EVALUACION DEL MATERIAL O CONTENIDO INSTRUCCIONAL.

Este punto es el que para nosotros en este momento tiene mayor relevancia, ya que el interés de este trabajo está centrado en la importancia que tiene el evaluar el material o contenido instruccional en un programa de entrenamiento.

Se define como material instruccional a cualquier dispositivo de contenido o función instructiva que se emplea con propósitos de enseñanza, en el cual quedan incluidas, los libros, los textos, el material de lectura, etc. que van a servir para el logro de los objetivos (38).

O bien el contenido instruccional puede entenderse

---

[38] *Glosario- Sin referencia.*



como aquello que ha de enseñarse, para el logro de los objetivos educacionales de un programa (39).

Aunque aparentemente sea obvio, es de importancia que se presenten los estímulos adecuados como parte de los acontecimientos de enseñanza. Los estímulos que se le presenten o comuniquen al estudiante son aquellos que estarán presentes en la conducta que reflejará el aprendizaje (40).

Si no se tiene cuidado de emplear los contenidos adecuados para el aprendizaje, es posible que el estudiante termine por adquirir conocimientos o habilidades incorrectas.

Con frecuencia resulta que lo que se pretende enseñar no ha sido contemplado en el material de estudio, o si acaso se le presta una atención mínima, por lo que el aprovechamiento con respecto al objetivo puede resultar deficiente o no correcto. Es por ello que es importante hacer un análisis de los errores cometidos, para identificar la razón del aprovechamiento deficiente de los estudiantes.

Para hacer el análisis del contenido del curso, se -

---

(39) Laffitte, B.M.E. *Desarrollo Curricular en el Diseño de Programas de Entrenamiento*. 1er. Encuentro Nacional de Psicólogos del Trabajo. México. 1981.

(40) Gagne, R.J.; Briggs, J.B. *La planificación de la enseñanza. Sus principios*. Edit. Trillas. México. 1978.

debe revisar que el contenido sea:

- a) Atingente al tema en cuestión.
- b) Que su nivel explicativo sea el adecuado.
- c) Que sea actualizado,  
y sobre todo
- d) Que cubra el ojetivo para el cual fue elegido.

La evaluación del contenido instruccional se ha llevado a cabo generalmente por la técnica de Interjueces, la cual consiste en pedir la opinión de especialistas en el tema y con base en los cuatro aspectos antes citados, estos concluyen si el contenido a evaluar cumple con los requerimientos necesarios.

Esto, por desgracia, como ya antes se había mencionado, no es la técnica ideal, ya que la opinión de estos puede verse influenciada por muchos factores y por lo tanto no proporciona información confiable.

Por lo tanto, información válida sobre lo adecuado de los contenidos, sólo la obtendremos de los resultados que obtengamos de la aplicación de los mismos.

Otra forma de probar la eficacia del contenido, -

aplicando directamente el material, es siguiendo los lineamientos de la técnica de Bloqueo o Tachaduras, propuesta por Holland y Kemp, la cual ha sido utilizada en Instrucción Programada, la que se describirá en la estrategia (Inciso 1.7), utilizada en este trabajo.

## 1.5 ESTUDIOS RELACIONADOS CON LA EVALUACIÓN DE LOS PROGRAMAS DE ENTRENAMIENTO.

En lo que se refiere a la evaluación del entrenamiento, Kirpartrick comenta que la evaluación es necesaria para la elección de los buenos programas y mejoramiento de éstos, o para la eliminación de los poco efectivos.

El enfoque que se le ha dado a la evaluación es diferente en cada caso, ya que el criterio a seguir va a depender del objetivo que se persiga en cada situación. Al respecto se presentarán algunos casos.

Así para la evaluación de un curso por la reacción de los participantes el Instituto de Administración de la Universidad de Wisconsin, planeó y coordinó un curso de la A.S.T.D., el cual tenía como objetivo el de evaluar las reacciones a la materia, a la técnica utilizada y a la calidad del conferencista por parte de los usuarios. Para tal efecto se le proporcionaron a los participantes hojas especialmente diseñadas en las que se establecieron los índices a calificar con cierta escala punteadora (Anexo 2), para que éstos evaluaran dicho curso de acuerdo a su particular opinión, estas hojas se les proporcionaron al final de cada sección del programa.

Otro estudio al respecto, fue el que realizó Baez, en el cual se evaluó un curso por medio de cuestionarios que contestaron los usuarios del mismo, teniendo como objetivo el evaluar si las especificaciones de los objetivos planteados era adecuado, el tiempo y materiales de apoyo de cada exposición, la organización y desarrollo del curso. Los resultados se obtuvieron con base en el porcentaje de aceptación o no de cada uno de los índices mencionados.

Morris realizó un estudio para evaluar aprendizaje, mediante la aplicación de un pretest antes de iniciar el entrenamiento y posttest 10 semanas después, al finalizar éste (no se reportan resultados),

Otro estudio relacionado con la evaluación del aprendizaje, fue el hecho por la Bell Telephone Company, de Pennsylvania, en el cual se utilizó un grupo experimental y un grupo control, el primero fue enviado a tomar un curso sobre historia, ciencias, filosofía y artes, para evaluar la efectividad de éste, se aplicaron dos tests de desempeño ordinario antes y después del entrenamiento. Estos también se les aplicaron a los ejecutivos del grupo control. Los resultados denotaron que el grupo experimental obtuvo graduaciones más altas al final del entrenamiento, en valores artísticos y liberales y mucho más bajos en valores económicos en comparación con el grupo control. Se concluyó que

sí hubo cambios en los ejecutivos como resultado del entrenamiento, pero no se pudo precisar si estos cambios tuvieron alguna conducta beneficiosa en el trabajo, ya que no se empleó ninguna medida para evaluar la eficiencia del programa en el ámbito laboral.

Por otro lado, Philip & Bekman, llevó a cabo un estudio para evaluar la efectividad de los programas de seguridad en cuanto a accidentes y pérdidas de tiempo, llevando a cabo registros de seguridad antes del curso y después de la aplicación de éste. Se encontró que la medida de frecuencia bajó del 4.5% al 2.9% mientras que el número de accidentes reportados bajó del 41% al 32%. Esta mejora se atribuyó directamente al programa de entrenamiento, ya que no hubo cambios físicos que afectaran la seguridad de la planta.

La aseguradora Prudential Insurance Company, realizó un estudio en el que estableció criterios múltiples para evaluar tres métodos de entrenamiento para sus agentes de débito. El primero por entrenamiento individual durante una semana previa al trabajo, el segundo entrenamiento individual más conferencia, también durante una semana y el tercero, dos semanas de conferencias,

Los tres métodos se evaluaron al final de un período

de doce meses con base en los siguientes criterios.

- a) Rendimiento en las pruebas de conocimientos.
- b) Reemplazo de los empleados.
- e) Satisfacción en el trabajo.
- d) Puntuación en la supervisión.
- e) Productividad.
- f) Costo de entrenamiento.

Los resultados arrojaron que ninguno de los programas fue significativamente mejor, sin embargo, algo que se vio claramente fue que el costo del entrenamiento por conferencias fue el quíntuple del costo del entrenamiento individual.

Otro estudio fue el hecho por Lauush y Cary, en el que probaron la relevancia de la etapa 3 del programa de entrenamiento J.I.T. El objetivo de éste era comprobar el valor del principio de dicha etapa, para esto se les aplicó un pretest a 52 estudiantes universitarios, en donde requerían ensamblar varias clases de palancas y engranes. Se es cogieron a pares de estudiantes con la misma puntuación en el pretest; a unos se les envió al grupo experimental y a otros al control. A los ~~primeros~~ se les pidió que repitiesen hablando las instrucciones durante el ensamblado de artefactos, al segundo no se le pidió nada. Los resultados -

obtenidos fueron que no se encontró diferencia en el aprendizaje del ensamblado de artefactos. Con eso se concluyó - que las tareas se aprenden con igual facilidad aplicando o no el principio del paso 3 del J.I.T.

Ahora bien, con base a la investigación realizada, - descrita ya en el punto 1.3, se observó que el 90% de las - empresas visitadas llevan a cabo la evaluación de los pro-- gramas de entrenamiento con base en las actitudes que tengan los usuarios sobre el entrenamiento. Esta información es - obtenida generalmente mediante cuestionarios en donde se - estipulan los índices que interesan al programador que se - evalúen y dependiendo de los resultados obtenidos se deter- mina si éstos han sido adecuados o no.

De la misma forma se idéntificó que el 85% evalúan - los cursos por el cambio conductual que exhiben las perso-- nas que participaron en ellos. Es decir, evalúan si fue o no acertado con base en el mejoramiento en la productividad, ejecución, relaciones humanas, etc. que se haya observado - después de concluir el entrenamiento.

Para recabar esta información se vio que algunas de - las formas que se utilizan como medio para ello, son los re- portes del supervisor inmediato, el control de calidad,



el control de cantidad, quejas reportadas, etc., aunque no realizándolo en forma sistemática.

En relación a la evaluación del contenido instruccional, sólo el 10% mencionó llevar a cabo la evaluación del contenido del programa o curso, reportando que ésta la realizan mediante la técnica de jueceo, pero sin efectuar una aplicación previa al establecimiento del mismo.

Estudios interesantes que se han llevado a cabo sobre la evaluación de contenidos, se han realizado en entrenamiento por instrucción programada, un ejemplo de esto es el de Holland y Kemp (1965, 1966), quienes ingeniaron un procedimiento llamado "Técnica de Tachaduras", para medir el grado en que las respuestas solicitadas en un programa de autoinstrucción dependen del contenido del programa. La gente adiestrada en esta técnica se prepara para cruzar con un crayón negro toda palabra en un programa que pueda ser omitida, sin que por ello resulte más difícil responder correctamente.

En un estudio que se llevó a cabo en relación a la aplicación de un Programa Monetario en instrucción programada, al personal de un banco, se identificaron párrafos que podrían ser "bloqueados" o tachados del material, sin que -

por dicha omisión existiera influencia en los participantes para contestar correctamente.

Eigen y Margulies, también demostraron la importancia de la relación entre el material en la estructura y la respuesta utilizando dos juegos de sílabas sin sentido y un juego de letras-palabras con sentido.

La post-prueba requería que palabras en cada uno de los juegos fueran proporcionadas y lo que se vio fue que en todos los niveles de dificultad, el material apropiado para la respuesta fue recordada más frecuentemente que el material incidental a la respuesta.

## 1.6 DESCRIPCIÓN DE LA PROBLEMÁTICA.

En el Instituto de Investigaciones Eléctricas, se desarrolló un programa de entrenamiento dirigido al personal de la Subgerencia de Ingeniería Preliminar, Civil y Geotécnica de la Comisión Federal de Electricidad (C.F.E.), utilizando como estrategia para ello, el diseño de un Sistema Modular de Entrenamiento Individualizado (Laffitte, 1980).

Este se desarrolló en base a la petición que dicha Comisión hizo a la División de Adiestramiento y Comunicación del mencionado Instituto, con el objeto de cubrir la demanda de personal especializado en el sector eléctrico.

La perspectiva de esto, fue la de contar con un programa de capacitación, el cual contuviera la información necesaria y adecuada para ayudar a disponer en el tiempo apropiado de ingenieros capaces de abocarse a los requerimientos que se están teniendo para el diseño preliminar de plantas hidroeléctricas. Por lo que la elaboración de cada una de las unidades de entrenamiento se hizo persiguiendo cumplir con dicho propósito.

Ahora bien, el interés de llevar a cabo el presente trabajo, es el de evaluar por su contenido una de las unida

d e s de entrenamiento que conforman el programa, con el objeto de probar si el material instruccional propuesto para ella es el adecuado para lograr que los usuarios del mismo logren cumplir con los objetivos fijados en dicha unidad. Esto es por la inquietud que existe de obtener resultados - de mayor significancia que sirvan para mejorar el entrenamiento, ya que se ha observado que lo incongruente que pueda resultar un programa de entrenamiento, es en gran parte porque no se ha tomado en cuenta el saber si se ha utilizado el material necesario y adecuado específico para el cumplimiento de los objetivos y si los contenidos tienen vigencia y validez en el ámbito o disciplina a la que pertenecen (41),

---

(41) Tovar, F. Ma.A, *El diseño de paquetes de aprendizaje para la capacitación.* La Tecnología Pedagógica en la Capacitación y el Adiestramiento. Simposio. Panel. CENAPRO, SEP. 1980.

## 1.7 ESTRATEGIA SELECCIONADA,

La importancia que tiene el material o contenido de un programa de instrucción, es tal, que de lo adecuado o inadecuado de éste, depende el éxito de dicho programa.

Podemos decir que el hecho de lograr los objetivos propuestos en un programa de instrucción va a depender de manera directa de lo relacionado que estén éstos con el material de estudio en cuestión,

Cualquiera que sea la relación entre la respuesta y el contenido crítico de la lección, depende del propósito del programador, esto es, el participante tal vez tenga que leer críticamente cierta información, examinar un esquema o gráfica y en dado caso resolver un problema, pero cualquiera que sea la conexión precisa, por regla general en una lección bien diseñada, el participante puede resolver correctamente cuando y sólo cuando sus respuestas sean contingentes al contenido crítico de la lección (42)

Con base en este principio se han realizado investigaciones con el objeto de evaluar el contenido de programas -

---

(42) Anderson, R. y Faust, G. *op. cit.*

en los que se ha utilizado la instrucción programada, esto se ha llevado a cabo mediante la técnica de "Bloqueo o Tachaduras".

Holland y Kemp afirman que si bien estas investigaciones se han realizado con instrucción programada, el mismo principio vale para cualquier forma de instrucción (43).

En el presente trabajo se tomarán los lineamientos de la técnica de bloqueo o tachadura, que se ha utilizado como ya se mencionó en material elaborado en instrucción programada. Dicha técnica consiste en bloquear o tachar un porcentaje de palabras en el contenido del programa con el objeto de medir el grado en que las respuestas solicitadas en un programa de autoinstrucción dependen del contenido de dicho programa. Esto es sobre la base de que la respuesta - que se le pide al participante deberá ser una que él pueda dar, si ha ocurrido la conducta precursora adecuada.

Arreglando una secuencia progresiva, se asume que los temas en esa secuencia están diseñados cada uno para asegurar el dominio de sus materiales. En sí, la conducta para alcanzar una respuesta es considerablemente más -

---

[43] Anderson, R. y Faust, G. *op.cit.*

fácil de ser aprendida que la conducta que no es controlada por el diseño del párrafo, (44) como se ejemplifica en el punto 1.5 de estudios realizados de evaluación de programas instruccionales.

Tomando en cuenta que la unidad de entrenamiento que será evaluado en el presente trabajo, cumple con los lineamientos de la tecnología educativa, al igual que la instrucción programada, se consideró pertinente utilizar la técnica de "bloqueo" para alcanzar el objetivo propuesto.

Por otro lado, se debe considerar la posibilidad de que el material instruccional no sea el adecuado para cubrir los objetivos propuestos, por lo que deberá ser revisado por los asesores especialistas en la materia con la finalidad de modificarlo, ya sea parcial o totalmente, de acuerdo a lo requerido en los objetivos.

Con el fin de cumplir con dicho propósito, se esquematizan los pasos a seguir en los diagramas:

- A) Diagrama para la Evaluación de Programas de Capacitación, y
- B) Diagrama de Flujo para la Evaluación de Materiales

---

(44) Anderson, R.G., Faust, W.G. *The effects of strong formal prompts in programmed instruction*, American Educational Research Journal, Tomo 4, Num.4, 1967.

## Instruccionales.

El primero consta de tres fases:

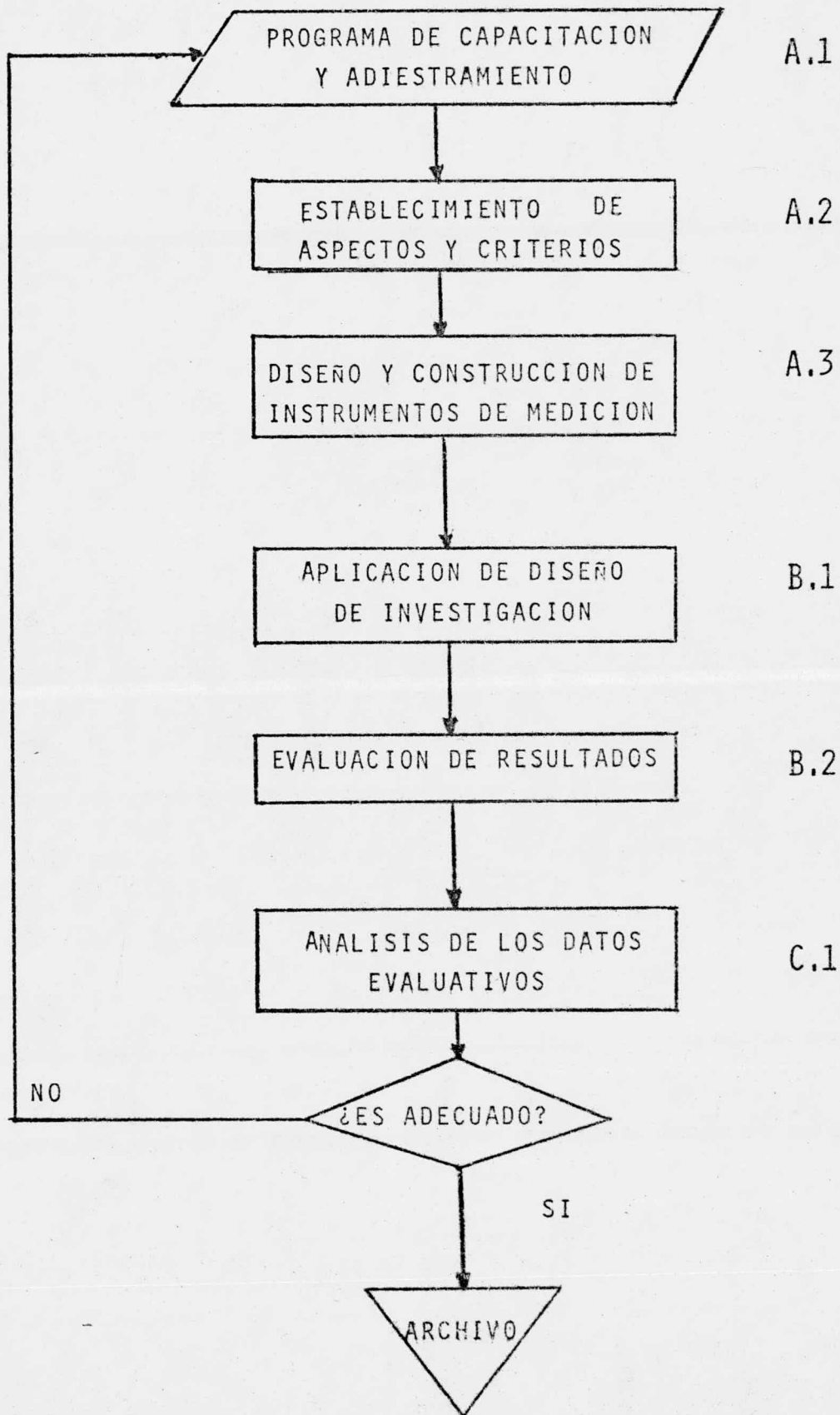
- a) Fase de entrada.
- b) Fase de aplicación, y
- c) Fase de salida.

En el punto B.1 del diagrama "A" en la Fase de aplicación del diseño de investigación, se desprende el desarrollo de la estrategia de evaluación para el aspecto del programa que se pretenda evaluar, que en este caso es la evaluación de contenidos instruccionales.



## A- DIAGRAMA DE EVALUACION DE PROGRAMAS DE CAPACITACION Y ADIESTRAMIENTO

A. ENTRADA



## DESCRIPCION DEL DIAGRAMA PARA EVALUACION DE PROGRAMAS DE CAPACITACION Y ADIESTRAMIENTO

### A. FASE DE ENTRADA.

#### A.1 PROGRAMA DE CAPACITACIÓN Y ADIESTRAMIENTO.

En esta fase, como punto de partida, se debe de contar con el programa de capacitación y adiestramiento que se quiere evaluar. Cabe mencionar que es conveniente que éste sea producto de los resultados arrojados de una detección de necesidades previamente realizada.

#### A.2 ESTABLECIMIENTO DE ASPECTOS Y CRITERIOS.

Primero debemos definir lo que entendemos por un aspecto y un criterio, así pues, un aspecto es una de las partes integrantes de un programa instruccional que debía ser evaluable y que directa y/o indirectamente se interrelaciona con los demás aspectos que componen el programa, tales como los materiales o contenido instruccional, material de apoyo, objetivos, amplitud, etc. Y por criterio son las normas que nos van a facilitar la comparación de los resultados que se han de obtener en la medición con las expectativas en cuanto a los objetivos del programa, por ejemplo, el número promedio de trabajos repetidos (45).

---

(45) Jiménez, O.A.; Laffitte, B.M.E. *op cit.*

### A.3 DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN.

Con base en el aspecto que haya de evaluarse, así como el método o técnica de aprendizaje que se haya utilizado y a los objetivos fijados, se deben elegir o diseñar los instrumentos adecuados para poder hacer una medición correcta y objetiva de los resultados.

## B. FASE DE APLICACION

### B.1 APLICACIÓN DEL DISEÑO DE INVESTIGACIÓN.

Se debe diseñar un procedimiento específico por medio del cual nos permita visualizar los pasos a seguir para llegar a evaluar el o los aspectos de interés en forma sistemática y objetiva.

### B.2 EVALUACIÓN DE RESULTADOS.

En este paso se realiza la comparación entre los criterios establecidos y las mediciones obtenidas.

## C. FASE DE SALIDA

### C.1 ANÁLISIS DE DATOS EVALUATIVOS.

Se analizan los resultados de la evaluación en términos de ver si se cubrieron o no los objetivos propuestos, -

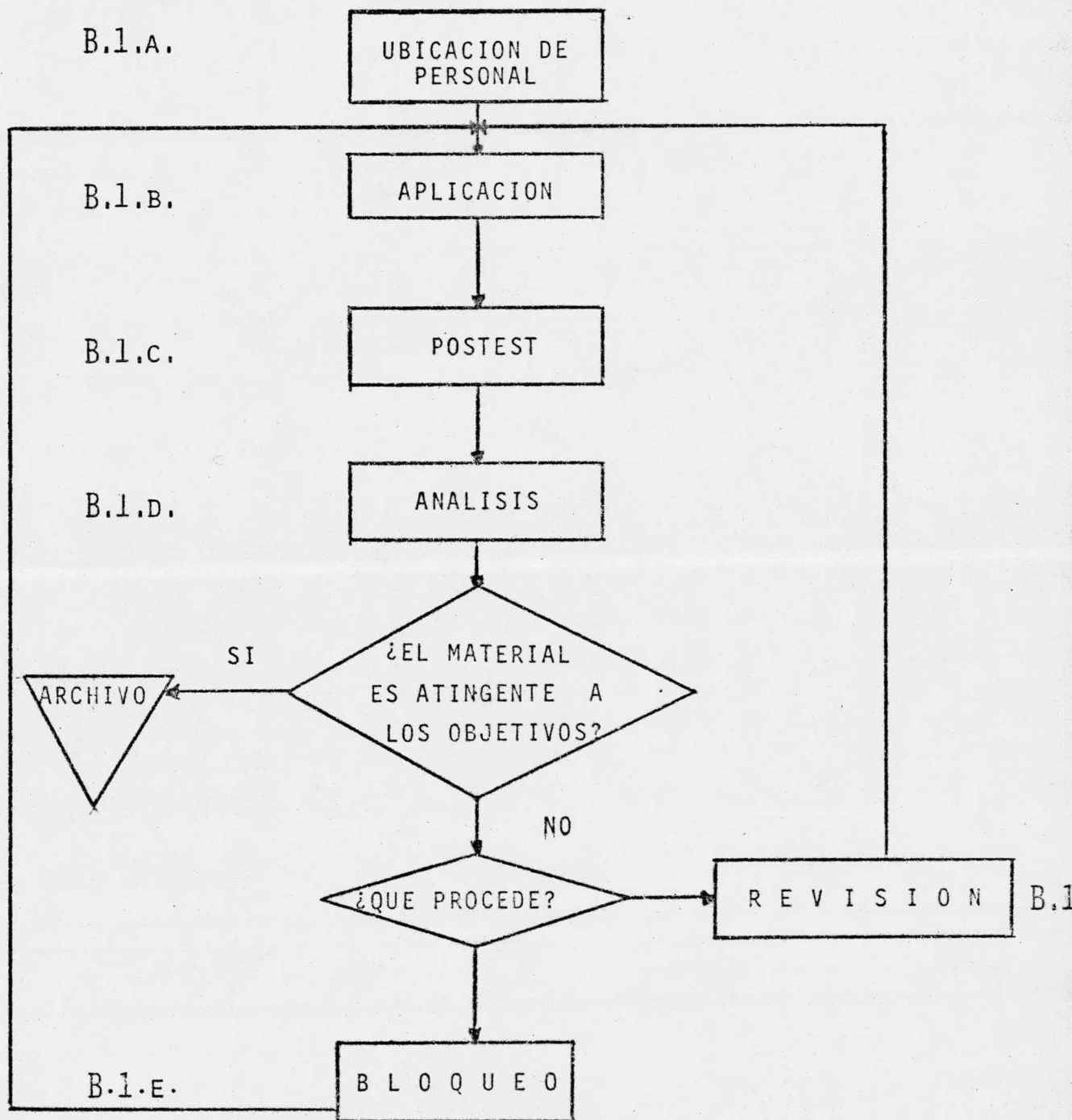
para que con base en esto se pueda llegar a una toma de deci  
siones adecuada, lo cual nos puede llevar a (46):

- a) Continuar o discontinuar el programa.
- b) Mejorar sus prácticas y procedimientos.
- c) Añadir o desechar estrategias y técnicas especí-  
cas del programa.
- d) Establecimiento del programa,
- e) Aceptar o rechazar un enfoque o técnica para el -  
programa (Weiss, 1975).

---

(46) Jiménez, O.A.; Laffitte, B.M.E. *op.cit.*

## B. DIAGRAMA DE FLUJO PARA EVALUACION DE MATERIALES INSTRUCCIONALES



## DESCRIPCION DEL DIAGRAMA DE FLUJO PARA EVALUACION DE MATERIALES INSTRUCCIONALES

### B.1.A. UBICACIÓN.

Una vez obtenidos los resultados del Modelo Centro - de Investigación (M.C.I.), ya habiendo sido captadas las necesidades de capacitación y/o adiestramiento del personal, se les aplicará un pretest general con el objeto de poder identificar cuáles son las - unidades, temas o subtemas que el entrenando deberá cursar y de esta manera ubicarlos en el lugar de - estudio específico que requieren cursar.

### B.1.B. APLICACIÓN.

Una vez identificada la(s) unidad(es), tema(s) o - subtema(s) que se requieran cursar, se les proporcionará únicamente el material de estudio correspondiente, uno por uno, para la subsecuente evaluación de cada uno de ellos, hasta llegar a la terminación de su respectivo programa de estudio.

### B.1.C. POSTEST.

Al cabo de la terminación de cada uno de los temas de estudio, se aplicará una evaluación paralela a - la evaluación diagnóstica que corresponda al material cursado, con el objeto de verificar si los objetivos propuestos han sido alcanzados.

## B.1.D. ANÁLISIS.

Teniendo los resultados de evaluación, se llevará a cabo el análisis de éstos, para ver si los participantes lograron cubrir los objetivos propuestos con el material proporcionado y a partir de éstos tomar cualquiera de las siguientes decisiones:

- a) Dejar el material tal y como está elaborado (archivándose);
- b) Que algunas partes de éste puedan ser bloqueadas, con el objeto de probar la relevancia del material instruccional, mediante el método de bloqueo o tachaduras propuesto por Holland y Kemp, el cual ha sido utilizado en estudios realizados en Instrucción Programada, esto es dado que las unidades de entrenamiento que conforman el Programa de Entrenamiento cumplen con los lineamientos de la Tecnología Educativa al igual que la instrucción programada. Además, estos autores afirman que si bien esta técnica ha sido aplicada a la instrucción programada, el mismo principio vale para cualquier forma de instrucción.
- c) O bien, también se contempla la probabilidad de que el contenido instruccional que precedió a la examinación sea insuficiente o inadecuada para el logro de los objetivos, y en este caso se

realizará una revisión del material con especialistas asesores, de tal manera que se efectúen las correcciones o modificaciones necesarias al contenido, lo cual puede ser dado el caso en forma parcial o total.

De acuerdo a lo antes mencionado, para que la primera opción (a), se tome, deberán ser cubiertos todos los objetivos (específicos, terminales y genéricos).

Para la segunda opción (b), dependiendo del nivel que se esté evaluando, alguno(s) de los objetivos (específicos o terminales según sea el caso), no sean cubiertos, pero el terminal o genérico sí. Y para el tercer caso (c), que ningún objetivo específico o terminal haya sido cubierto y tampoco el genérico, o que algún(os) específico(s) o el terminal sí hayan sido cubiertos y el genérico no.

**B.1.E BLOQUEO.**

En este paso se podrá suprimir el material que corresponda a los objetivos específicos o terminales que no hayan sido cubiertos por los participantes, pero que sí hayan sido cubiertos los terminales o genérico según corresponda, esto es se cancelará el material instruccional que se identifique como -



irrelevante para la consecución de los objetivos correspondientes, de tal manera que al tener esta nueva conformación del material se pase de nuevo al paso B.1.b.

#### B.1.F. REVISIÓN.

Si se presentan las condiciones marcadas para hacer la revisión del material, se procederá a examinar cuidadosamente éste con los especialistas en la materia, de tal manera que se proceda a corregir el material que no corresponda para el logro de los objetivos, para después pasar nuevamente al paso B.1.b.

CAPITULO II

METODOLOGIA

## M E T O D O L O G I A

### OBJETIVO.

Evaluar el material instruccional de una unidad de entrenamiento con el objeto de probar si el material elaborado para dicha unidad es el necesario y adecuado para la consecución de los objetivos propuestos en ella.

### SUJETOS.

Dos ingenieros civiles del sexo masculino, personal de la subgerencia de Ingeniería Preliminar y Geotecnia y la Residencia de estudios Hidroelectromecánicos Zona Pacífico - Centro y Sur, cuyas actividades están encaminadas al diseño de plantas hidroeléctricas, con antigüedad de dos años y medio y que desempeñan el puesto de proyectistas.

### MATERIALES:

- Material instruccional del tema "C" de la Unidad la Hidráulica Básica del programa de entrenamiento.
- Banco de reactivos de evaluación.
- Banco de respuestas,
- Hojas con reactivos de evaluación.
- Lápiz.
- Papel.
- Calculadora.
- Hojas control de los reactivos de evaluación.
- Cuestionario para recopilar información acerca de la evaluación de los programas de capacitación y adiestramiento.

## ESCENARIO.

El laboratorio de hidráulica, de la residencia de estudios hidroelectromecánicos, Zona Pacífico Centro y Sur, ubicada en Cuernavaca, Morelos,

## PROCEDIMIENTO.

El procedimiento se llevó a cabo siguiendo los pasos enmarcados en el Diagrama B que se propuso para esta investigación (Diagrama de Flujo para la Evaluación de Materiales Instruccionales); mismo que se deriva del Diagrama A (Diagrama de Evaluación de Programas de Capacitación y Adiestramiento).

A continuación se describen las acciones realizadas en cada uno de los pasos identificados en los diagramas.

## DIAGRAMA DE EVALUACION PARA PROGRAMAS DE CAPACITACION Y ADIESTRAMIENTO.

### A.1 PROGRAMA DE CAPACITACIÓN Y ADIESTRAMIENTO.

El programa de capacitación y adiestramiento que fue fuente para el presente trabajo, se basa en un sistema modular del entrenamiento individualizado (47), para el cual

---

(47) I.I.E., Boletín, Vol.7 # 6 "Programa de especialización para ingenieros en plantas hidroeléctricas". Julio 1980.

el procedimiento a seguir fue el siguiente:

A.1.1. Identificar y describir las actividades y los conocimientos de cada grupo de especialistas de acuerdo al área de trabajo, así como el proceso de éste.

Con el objeto de obtener estos datos, Galván (48), aplicó un procedimiento para Detección de Necesidades de Adiestramiento y Capacitación (D.N.A.C.), de cuyos resultados se identificaron las actividades - individuales en las cuales se requería de entrenamiento, así como los conocimientos que eran necesarios para cada una de ellas.

A.1.2. Se llevó a cabo la integración del programa de entrenamiento, el cual constó de 22 unidades de instrucción identificadas para cubrir las necesidades que resultaron de la D.N.A.C. tomando en cuenta la interacción que guardan algunas de las unidades se - agruparon en 5 módulos (Anexo 3 ) llevando esto a - cabo con asesores especialistas en cada materia. - Posteriormente se elaboró la matriz general de cada unidad, para que con base en éstas se recopilara el material instruccional correspondiente a cada una - de ellas, de acuerdo a los objetivos señalados.

---

[48] Galván, R.M. *op.cit.*

Finalmente, habiendo recopilado el material instruccional y haber sido programado, se pasó nuevamente con los asesores para una última revisión.

## A.2. ESTABLECIMIENTO DE ASPECTOS Y CRITERIOS.

Los aspectos que se mencionan pueden ser evaluados de un programa de capacitación y adiestramiento, descritos en el capítulo anterior, en este caso se llevó a cabo la evaluación del material instruccional de una de las unidades del programa de capacitación para lo cual se utilizó la unidad de Hidráulica Básica, estableciendo como criterio para dicha evaluación "que los participantes cubran los objetivos tanto genérico como terminales, con un 100% de eficacia.

## A.3. DISEÑO Y CONSTRUCCIÓN DE INSTRUMENTOS DE MEDICIÓN.

La técnica que se utilizó para la medición de la ejecución, es una técnica de mensuración sobre el aprovechamiento en el entrenamiento, debido a que para ésta se diseñaron reactivos para cada uno de los subtemas o temas de la unidad cursada (Anexo 6 )

La elaboración de cada reactivo se hizo de tal manera

que se cubriera lo propuesto en cada uno de los objetivos marcados para la unidad, siendo éstos realizados por especialistas en la materia. Los reactivos aplicados son de suministro y de respuesta extensiva.

## B. APLICACION DE DISEÑO DE INVESTIGACION

A continuación se describe lo que se realizó en cada uno de los pasos marcados en el Diagrama B para la evaluación de material instruccional.

Cabe mencionar que la unidad que se eligió para llevar a cabo el caso práctico para la evaluación de materiales instruccionales fue la unidad de Hidráulica Básica del programa de instrucción, dado que de acuerdo a los resultados obtenidos en el Modelo Centro de Investigación (M.C.I.), el cual es una técnica para evaluar al personal en el trabajo, fue la única unidad en la que dos participantes quedaron ubicados.

Otro motivo por el cual se eligió esta unidad y que además representa una ventaja, es el que de esta misma se haya realizado la derivación de contenidos (49).

---

(49) Aguilar, D.M.H. *Análisis Comparativo de Técnicas de Derivación de Contenidos en un Programa de Capacitación para Ingenieros Civiles. Tesis Licenciatura. U.N.A.M. 1981.*

## DIAGRAMA DE FLUJO PARA LA EVALUACION DE MATERIALES INSTRUCCIONALES.

### B.I.A. UBICACIÓN DEL PERSONAL,

En la residencia de la subgerencia de la C.F.E., se realizó una evaluación en el trabajo mediante el "Modelo Centro de Investigación" (50), por medio del cual se indentificaron las unidades que los participantes les era necesario cursar para el mejor desempeño de su trabajo.

De los resultados obtenidos en la aplicación del M.C.I. se identificó que dos de los participantes requerían cursar la unidad de Hidráulica Básica, a los cuales se les aplicó un pretest general de la unidad con la finalidad de que únicamente cursaran los temas que fueran necesarios y no cursaran los temas que ya dominaban.

Los reactivos aplicados en el pretest fueron elegidos al azar de entre los propuestos para cada tema, de los que conforman la unidad de acuerdo a la tabla de reactivos (Anexo 4) diseñada para el caso, en cada una de ellas,

---

(50) *Díjar, C.R.I., Modelo Centro de Investigación: una alternativa para la evaluación en el trabajo. Tesis profesional en proceso. U.N.A.M.*



De entre los reactivos que forman el Banco de Reactivos los elegidos para conformar el pretest y ser aplicado a los participantes fueron:

111.1.A.1.

111.1.B.8.

111.1.C.12.

111.1.D.14.

111.1.E.17.

111.1.F.24.

111.1.G.28

Los resultados obtenidos en la aplicación del pretest, se observan en la Tabla 2, de resultados del pretest de ca da participante.

TABLA 2, RESULTADOS DE PRETEST,  
PARTICIPANTE 1

REACTIVOS	111.1.A.1	111.1.B.8	111.1.C.12	111.1.D.14	111.1.E.17	111.1.F.24	111.1.G.28
S I	*			*		*	
N O		*	*		*		*
PARTICIPANTE 2							
REACTIVOS	111.1.A.1	111.1.B.8	111.1.C.12	111.1.D.14	111.1.E.17	111.1.F.24	111.1.G.28
S I	*	*		*	*		*
N O			*			*	

De acuerdo a los resultados de la Tabla 2, se vio que ambos participantes requerían cursar el Tema C, por lo que se procedió al siguiente paso que fue la aplicación.

### B.1.B. APLICACIÓN.

De acuerdo a los resultados obtenidos en el pretest, ambos participantes deberían cursar el Tema C, para lo cual se les proporcionó el material completo de dicho tema (Anexo 5 ).

Las condiciones que se establecieron a los participantes en el proceso de estudio fueron las siguientes:

- 1- Se asignaron dos horas de estudio diarias, sujetas a sus posibilidades de tiempo.
- 2- No podían consultar ninguna otra bibliografía, que no fuera el material proporcionado, a no ser que fueran las tablas de cálculo necesarias.
- 3- No podían tener asesoría alguna hasta no haber presentado la evaluación correspondiente.
- 4- Cada participante debería contestar los reactivos correspondientes en forma individual.

### B.1.C. POSTEST.

Para obtener los resultados de la aplicación y teniendo en cuenta que cada tema está dividido en subtemas, al finalizar la fase de estudio de cada uno de éstos, se les aplicó el reactivo correspondiente, asimismo al concluir el estudio de todo el tema, se les aplicó un reactivo paralelo al del pretest para dicho tema, tomado al azar de la tabla de reactivos (Anexo 6 ).

Los resultados obtenidos en el postest se aprecian en la Tabla 3.

### B.1.D. ANÁLISIS.

Una vez que se obtuvieron las respuestas de los reactivos de cada subtema y el terminal del tema, se analizaron por el asesor de la unidad cada una de dichas respuestas para ver si los sujetos respondieron adecuada o inadecuadamente, comparando dichas respuestas contra las respuestas correctas (Anexo 7).

Ahora bien, de acuerdo al análisis efectuado, se observó que los participantes contestaron adecuadamente a cada uno de los reactivos presentados. Los resultados de la aplicación se muestran en la Tabla de respuestas del postest (Tabla 3).

En relación a la pregunta ¿el material es atingente - a los objetivos?, en este caso podemos responder que sí, da do que los objetivos propuestos para el tema "C" fueron alcanzados satisfactoriamente por los participantes.

Cabe mencionar que aún cuando la acción a seguir debie ra ser la de archivar, esto no podrá realizarse hasta no ob tener los resultados de una muestra representativa de la po blación.

TABLA 3, RESULTADOS DEL POSTEST,

SUB TEMAS SUJETOS	III.1.C.a.	III.1.C.b.	III.1.C.c.	III.1.C.d.	III.1.C.e.	III.1.C.f.	III.1.C.g.	III.1.C.h.
1	*	*	*	*	*	*	*	*
2	*	*	*	*	*	*	*	*

## 2.6. RESULTADOS ,

De acuerdo a la aplicación realizada, que aun cuando no fue de toda la unidad sino de un solo tema (Tema C), los resultados que se obtuvieron nos permiten señalar que el contenido y la conformación del mismo ha sido adecuado, ya que se lograron cubrir los objetivos propuestos para cada uno de los eventos evaluados. Como puede observarse en la Tabla 3, ambos participantes respondieron adecuadamente a los subtemas que no habían contestado correctamente antes de la fase de estudio del contenido instruccional, como se indicó en la Tabla 2, por lo que podemos decir que el objetivo propuesto en este trabajo ha sido cubierto.

Es importante en este sentido considerar que dado que la instrucción es individual, los resultados que de ella se obtengan tienen que ser tomados de la misma forma, esto es, también estos deberán tomarse de manera individualizada.

Por lo mismo cabe señalar que el contenido instruccional nunca va a quedar estático, y que va a depender de las necesidades que se vayan presentando, los cambios que se operen sobre el mismo, por lo que la estrategia de evaluación que en esta tesis señalamos, podrá ser utilizada cuantas veces sea aplicado el material de instrucción.

CAPITULO III



## CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.

Cabe mencionar en esta parte, que si bien en el Capítulo II de este trabajo solamente se reporta la aplicación del tema C, también se lleva a cabo la aplicación del tema B, - pero habiéndose usado el Método de Bloqueo con la utilización de la Técnica de Interjueces, esto es, se les pidió a los asesores de la materia en el trabajo que el contenido instruccional que conforma el tema b, o sea, de cada uno de los subtemas, suprimieran la(s) posición(es) de información que consideraran inadecuadas o irrelevantes para el estudio, con respecto a lo que se pedía en cada uno de los objetivos propuestos para ellos.

Posteriormente se les dio a estudiar a los entrenandos el material instruccional, ya habiendo sido bloqueado, o sea, con la supresión de las partes señaladas por los asesores.

Al final de la etapa de estudio, se les aplicó el reactivo correspondiente de evaluación y teniendo los resultados de éstos, se hizo el análisis y se observó que no habían podido ser resueltos, por lo que se les brindó asesoría para saber qué dudas existían y por qué no habían podido resolver - los reactivos.

Dado esto se vio que el material presentado habia sido insuficiente y que se habian suprimido porciones del contenido que eran relevantes y necesarias para poder resolver satisfactoriamente los reactivos propuestos con relación a lo que se pretendia en el objetivo. Hacemos hincapié en esto, dado que por lo regular se lleva a cabo la evaluación utilizando la técnica de jueceo, y mediante ésta, los especialistas bloquearon material que les pareció irrelevante, y aún con todo y su experiencia, el material que bloquearon finalmente resultó relevante, ya que solamente presentándoles el material completo los participantes dieron la respuesta correcta y lograron cumplir los objetivos.

Por lo que sólo nos resta señalar que el objetivo propuesto para este trabajo, sólo pudo ser cubierto parcialmente dado que como se vio a lo largo de lo tratado anteriormente, sólo fue posible aplicar el Tema "C" de la unidad que se tenía previsto evaluar, esto es, dado que por las condiciones de aplicación del sistema y por razones de tiempo, no se contó con la población representativa, para poder tomar la decisión de si el material definitivamente es el adecuado y por lo tanto puede ser archivado, o en su defecto si éste debería de ser bloqueado, paso B.1.C. o bien revisado, paso B.1.f del Diagrama B.

Ahora bien, en la medida en que el Sistema de Entrenamiento vaya avanzando, se podrá llevar a cabo la aplicación del material instruccional al número suficiente de sujetos y así poder tomar las decisiones correspondientes en cuanto al mismo.

Así pues, concluimos que sólo mediante la aplicación directa del material instruccional a los entrenados, y de los resultados arrojados de ésta, se pueden tomar determinaciones válidas y confiables acerca de las acciones que hayan de seguirse.

Asimismo se recomienda que para la elaboración y determinación de los materiales instruccionales, se haga siempre con la supervisión de especialistas en la materia, sin olvidar que éste debe estar dirigido a cumplir con lo establecido en los objetivos instruccionales planteados.

## LIMITACIONES

Una limitación que se presentó para la consecución del objetivo propuesto en el presente trabajo, fue que se presentaron cambios administrativos que impidieron que los participantes contaran con el tiempo suficiente para la fase de estudio, lo que trajo como consecuencia que no pudiéramos contar con el mínimo de población suficiente para poder generalizar los resultados obtenidos.

A N E X O    I

CUESTIONARIO PARA RECABAR INFORMACION  
ACERCA DE COMO SE LLEVA A CABO LA -  
EVALUACION EN LAS EMPRESAS.

## CUESTIONARIO SOBRE LA EVALUACIÓN DE PROGRAMAS DE INSTRUCCIÓN.

NOMBRE DE LA EMPRESA: \_\_\_\_\_

AREA RESPONSABLE DE LA CAPACITACION : \_\_\_\_\_

RESPONSABLE DE LA CAPACITACION : \_\_\_\_\_

¿QUE ACTIVIDADES DESEMPEÑA EL RESPONSABLE? : \_\_\_\_\_

¿QUE TIPOS DE EVENTOS DE ENSEÑANZA-APRENDIZAJE SE EFECTUAN?:

¿LOS EVENTOS SE REALIZAN DENTRO DE LA EMPRESA?

SI \_\_\_\_\_ NO \_\_\_\_\_

¿QUE METODOS O TECNICAS DE INSTRUCCION SE UTILIZAN? \_\_\_\_\_

¿LOS PROGRAMAS DE INSTRUCCION SON EVALUADOS?

SI \_\_\_\_\_

NO \_\_\_\_\_

¿COMO?

¿PORQUE?

_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____
_____	_____

¿CON QUE FIN SE LLEVA A CABO LA EVALUACION DE LOS PROGRAMAS?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿QUIEN REALIZA LA EVALUACION ? \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

A N E X O 2

EJEMPLO DE UN CUESTIONARIO DE COMO SE LLEVA  
A CABO LA EVALUACION EN LAS EMPRESAS



## CUESTIONARIO DE EVALUACION

- 1.- ¿Qué tan efectivo fue este programa en cuanto se refiere a las aplicaciones prácticas de las técnicas aprendidas?
- Muy efectivo
  - Razonablemente efectivo
  - Parcialmente efectivo
  - Inefectivo
- 2.- ¿Cómo compara la efectividad del proceso de enseñanza con otros programas tomados anteriormente?
- Mucho más efectivo
  - Algo más efectivo
  - Igual que los demás
  - Algo menos efectivo
  - Mucho menos efectivo
- 3.- ¿Cómo calificaría usted este programa en cuanto hace a su duración?
- Debería haber tomado más tiempo
  - Su duración fue la adecuada
  - Debería haber sido más corto
- 4.- ¿Cómo calificaría usted este programa en cuanto hace al sistema didáctico utilizado? (Simulaciones, acetatos, dinámicas, etc.).
- Muy eficiente
  - Razonablemente eficiente
  - Requiere mejorar
- (Si marcó usted esta última casilla, especifique cómo).

- 5.- ¿Cómo calificaría usted su experiencia personal al haber tomado este programa?
- Muy satisfactoria
  - Moderadamente satisfactoria
  - Normal
  - Insatisfactoria
- 6.- ¿Qué tan satisfactoria fue esta experiencia comparada con otros programas tomados anteriormente?
- Mucho más satisfactoria
  - Algo más satisfactoria
  - Más o menos igual
  - Menos satisfactoria
  - Mucho menos satisfactoria
- 7.- ¿Qué tan realista y práctico fue el contenido de este programa?
- Absolutamente práctico y realista
  - Algunas partes no fueron realista
  - Muchas partes no fueron realistas
  - Fue totalmente desapegado de la realidad
- 8.- ¿Cómo calificaría usted este programa en cuanto hace a su utilidad práctica durante el desempeño de su trabajo?
- Muy útil
  - Moderadamente útil
  - De poca utilidad
  - Completamente inútil

9.- ¿Qué tan útil sería este programa para los demás Gerentes en su Empresa?

- Muy útil
- Moderadamente útil
- De poca utilidad
- De ninguna utilidad

10.- ¿Debería impartirse este programa a todos o sólo a algunos de los Gerentes de su Empresa?

- A algunos solamente
- A todos
- No estoy seguro

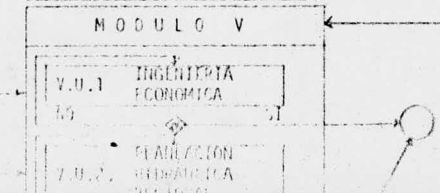
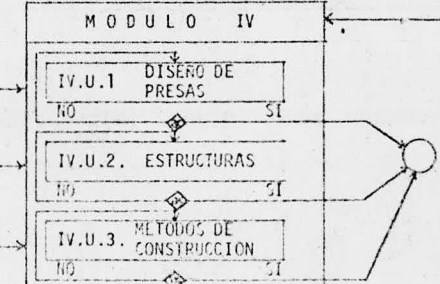
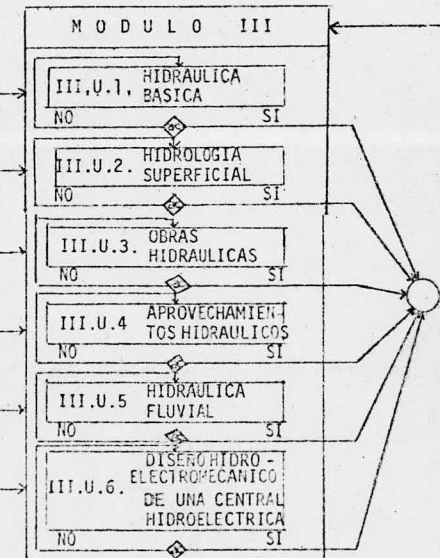
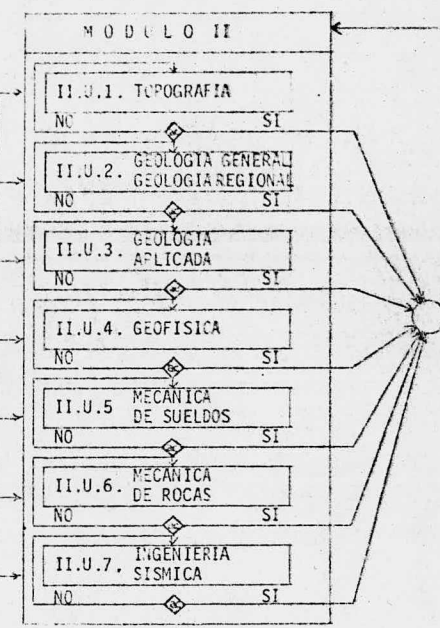
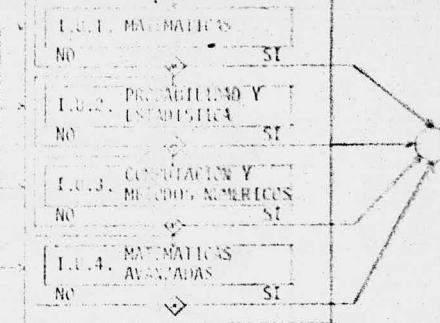
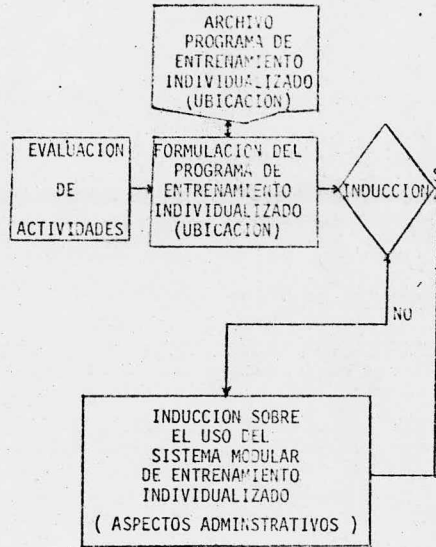
11.- En este espacio por favor especifique su respuesta anterior, de haber sido esta "a algunos". Refiérase usted a niveles, departamentos, etc.

12.- Si tiene comentarios adicionales, favor de utilizar este espacio.

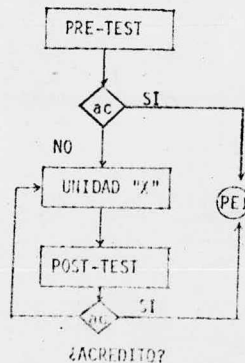
ANEXO 3

DIAGRAMA DEL SISTEMA MODULAR DE ENTRENAMIENTO  
INDIVIDUALIZADO

DIAGRAMA DEL SISTEMA MODULAR DE ENTRENAMIENTO INDIVIDUALIZADO



(EL DIAGRAMA COMPLETO DE CADA UNIDAD MATERIA) ES EL SIGUIENTE:



A N E X O 4

TABLA DE CONTROL DE REACTIVOS

## TABLA DE REACTIVOS

M O D U L O III						
UNIDAD (1) HIDRAULICA BASICA						
T E M A S						
A	B	C	D	E	F	G
III.U.1.A.1	III.U.1.B.5	III.U.1.C.9	III.U.1.D.13	III.U.1.E.17	III.U.1.F.21	III.U.1.G.25
III.U.1.A.2	III.U.1.B.6	III.U.1.C.10	III.U.1.D.14	III.U.1.E.18	III.U.1.F.22	III.U.1.G.26
III.U.1.A.3	III.U.1.B.7	III.U.1.C.11	III.U.1.D.15	III.U.1.E.19	III.U.1.F.23	III.U.1.G.27
III.U.1.A.4	III.U.1.B.8	III.U.1.C.12	III.U.1.D.16	III.U.1.E.20	III.U.1.F.24	III.U.1.G.28

A N E X O 5

CONTENIDO INSTRUCCIONAL



COMISION FEDERAL DE ELECTRICIDAD  
SUBGERENCIA DE INGENIERIA BASICA,  
CIVIL Y GEOTECNIA

SISTEMA MODULAR DE ENTRENAMIENTO  
INDIVIDUALIZADO

MODULO III

UNIDAD 1

HIDRAULICA BASICA

TEMA C

Conceptos y Ecuaciones  
Fundamentales de la  
Hidrodinámica.

CONTENIDO

Objetivo Terminal. _____	1
Especificación del Método. _____	2
Introducción. _____	3
Objetivo Intermedio. _____	4
Subtema C.1 Características y clasificación de los tipos de flujo. _	5
Subtema C.2 Conceptos básicos, línea corriente, trayectoria, gasto ocaudal. Dimensiones y unidades. _____	19
Subtema C.3 Ecuaciones fundamentales: ecuación de continuidad, de la energía y de la cantidad de movimiento. _____	24
Ejercicios. _____	51
Evaluación. _____	54
Resumen. _____	55
Bibliografía. _____	57

MODULO: III  
UNIDAD 1: HIDRAULICA BASICA

OBJETIVO TERMINAL: Que el ingeniero generalice los --  
principios fundamentales de la Hi-  
dráulica Básica aplicándolos al flujo  
de canales y tuberías en un pro-  
blema que contenga datos geométri--  
cos y dinámicos del canal o la tubera  
ría de acuerdo a la bibliografía --  
básica.

MODULO: III  
UNIDAD 1: HIDRAULICA BASICA  
TEMA C : Conceptos y Ecuaciones Fundamentales  
de la Hidrodinámica.

#### ESPECIFICACION DEL METODO

Este tema está presentado por medio de lecturas que usted podrá realizar en función de sus propias condiciones de conocimiento y disponibilidad de tiempo, - dado que el método con el que se cubre el material - del módulo es el de "Instrucción Personalizada", que se adecúa a sus características personales.

Después de que usted haya leído el Glosario, la Introducción y el Contenido, deberá contestar las preguntas y resolver los problemas que se le plantean - en los Ejercicios. En caso de que se le presente alguna duda, o de que no entienda o no pueda resolver algún problema, usted podrá acudir al asesor encargado, para que éste le proporcione su asistencia, previo acuerdo con el coordinador del sistema.

Una vez que usted haya cumplido las tareas anteriormente mencionadas, solicite al coordinador el examen de evaluación correspondiente, con el cual usted -- acreditará el tema en cuestión.

MODULO: III

UNIDAD 1 : HIDRAULICA Y BASICA

TEMA C : Conceptos y Ecuaciones Fundamentales  
de la Hidrodinámica.

### INTRODUCCION

En este tema se presentan las bases de los conceptos principales de la hidrodinámica y se dan algunas de sus aplicaciones.

Se explica la clasificación que se hace en Hidráulica de los flujos más importantes de acuerdo a sus características, a saber: Permanente o no permanente; uniforme o no uniforme; tridimensional, bidimensional o unidimensional; laminar o turbulento; incompresible o compresible; rotacional o irrotacional.

Se revisan en este tema los conceptos de línea de corriente y gasto.

Por último, se describen las ecuaciones de continuidad, de la energía y de la cantidad de movimiento, que constituyen las relaciones básicas para el análisis de muchos problemas en la Mecánica de Fluidos, ya que permiten vincular las relaciones de la dinámica de sólidos aplicables a un sistema con las relaciones del volumen de control para el escurrimiento de los fluidos.

MODULO: III  
UNIDAD 1: HIDRAULICA BASICA.  
TEMA C: Conceptos y Ecuaciones Fundamenta-  
les de la Hidrodinámica.

OBJETIVO (Intermedio): Que el ingeniero generalice las --  
ecuaciones fundamentales de la hi--  
drodinámica aplicándolas a la solu\_  
ción de un problema de diseño de --  
conducciones de acuerdo a la biblio\_  
grafía básica.

MODULO: III

UNIDAD 1: HIDRAULICA BASICA.

TEMA C: Conceptos y Ecuaciones Fundamentales  
de la Hidrodinámica.

C.1. Características y clasificación de los tipos de -  
flujo.

# CINEMATICA DE LOS LIQUIDOS

## 3.1 Introducción

Antes de presentar los métodos de análisis en la dinámica de líquidos, para su comprensión es necesario estudiar algunos conceptos y ecuaciones importantes en la cinemática de los mismos.

La *cinemática de los líquidos* trata del movimiento de sus partículas, sin considerar la masa ni las fuerzas que actúan, en base al conocimiento de las magnitudes cinemáticas: *velocidad, aceleración y rotación*.

## 3.2 Los campos de un flujo

Un *campo de flujo* es cualquier región en el espacio donde hay un fluido en movimiento, a condición de que la región o subregión del flujo quede ocupada por el fluido.

En cada punto del campo de flujo es posible determinar o especificar una serie de magnitudes físicas, ya sean *escalares, vectoriales o tensoriales*, que forman a su vez campos independientes o dependientes dentro del flujo.

Un campo escalar se define exclusivamente por la magnitud que adquiere la cantidad física a la cual corresponde; ejemplos: presión, densidad y temperatura.

En un campo vectorial, además de la magnitud, se necesita definir una dirección y un sentido para la cantidad física a la que corresponde; esto es, tres valores escalares. La velocidad, la aceleración y la rotación son ejemplos de campos vectoriales. Finalmente, para definir un campo tensorial se requieren nueve o más componentes escalares; ejemplos: esfuerzo, deformación unitaria, y momento de inercia.

Las magnitudes físicas de los campos escalares y vectoriales de un campo de flujo son —en general— funciones de punto y del tiempo, ya que su magnitud puede variar no sólo de un punto a otro sino también (en un punto fijo) de un instante a otro.



### 3.3 Los campos vectoriales de velocidad, aceleración y rotacional

#### 3.3.1 El campo de velocidades

El análisis del movimiento de una partícula del fluido que recorre una curva se puede hacer de dos maneras distintas

a) por el conocimiento del vector de posición  $\mathbf{r}$ , de la partícula, como una función vectorial del tiempo  $t$  (Fig. 3.1).

$$\mathbf{r} = \mathbf{r}(t) = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$$

donde  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  representan los vectores unitarios según tres ejes de coordenadas ortogonales cualesquiera y  $(x, y, z)$  las proyecciones de  $\mathbf{r}$  según dichos ejes. Estas proyecciones son cantidades escalares y funciones del tiempo:

$$x = x(t); \quad y = y(t); \quad z = z(t).$$

b) Por el conocimiento de la curva que recorre la partícula y la función camino recorrido-tiempo. En este caso la posición de la partícula se determina por la longitud del camino recorrido, siguiendo la curva (a partir de un punto origen  $A$ ),

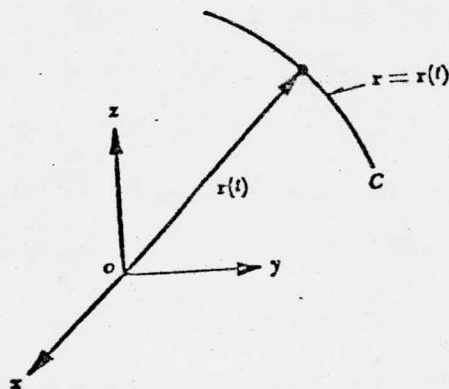


Figura 3.1. Representación del movimiento de una partícula según la curva  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(t)$ .

como una función escalar del tiempo (Fig. 3.2); esto es:

$$s = s(t)$$

El vector *velocidad* de una partícula fluida se define como la rapidez temporal del cambio en su posición. Si la partícula  $P_0$  de la Fig. 3.3 se desplaza siguiendo la trayectoria  $C$ , descrita en cada instante por el vector de posición de la partícula  $\mathbf{r} = x\mathbf{i} + y\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ , la velocidad queda definida por la expresión:

$$\mathbf{v} = \frac{d\mathbf{r}}{dt} \quad (3.1)$$

donde  $d\mathbf{r}$  representa el vector diferencial de arco, sobre la curva  $C$ , que recorre la partícula en el tiempo  $dt$ .

La velocidad es, entonces, un campo vectorial dentro de un flujo y, al desplazarse la partícula según la curva  $C$ , es un vector tangente en cada punto a la misma que, en general, depende de la posición de la partícula y del tiempo:

$$\mathbf{v} = \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$$

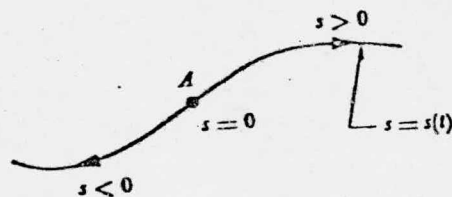


Figura 3.2. Representación del movimiento de una partícula según la curva  $s = s(t)$ .

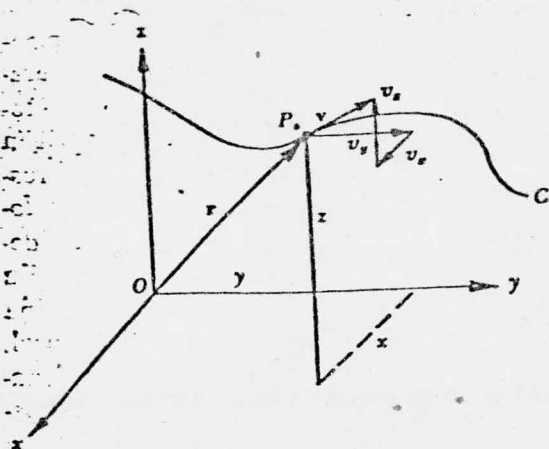


Figura 3.3. Posición y velocidad de una partícula referidas a un sistema cartesiano de coordenadas rectangulares.

La velocidad, en términos de sus componentes según los tres ejes coordenados elegidos, se puede escribir:

$$\mathbf{v} = v_x \mathbf{i} + v_y \mathbf{j} + v_z \mathbf{k}$$

Entonces, dichas componentes son funciones de la posición de la partícula y del tiempo, a saber:

$$v_x = v_x(x, y, z, t) = \frac{dx}{dt} \quad (3.1a)$$

$$v_y = v_y(x, y, z, t) = \frac{dy}{dt} \quad (3.1b)$$

$$v_z = v_z(x, y, z, t) = \frac{dz}{dt} \quad (3.1c)$$

Puesto que la magnitud del vector  $d\mathbf{r}$  es

$$|d\mathbf{r}| = \left| \frac{d\mathbf{r}}{dt} \right| dt = ds,$$

donde  $ds$  es el elemento diferencial de arco sobre la trayectoria, resulta que la magnitud de la velocidad es

$$v = \frac{ds}{dt} = \sqrt{\left(\frac{dx}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dy}{dt}\right)^2 + \left(\frac{dz}{dt}\right)^2}$$

Si  $\mathbf{s}$  representa un vector unitario, tangente en cada punto a la trayectoria de la partícula y, además es función de  $s$ , la velocidad también se puede expresar así:

$$\mathbf{v} = v \mathbf{s} = \frac{ds}{dt} \mathbf{s} = \frac{ds}{dt} \quad (3.2)$$

donde  $ds$  se conoce como vector diferencial de arco y vale  $ds = ds \mathbf{s}$ .

### 3.3.2 El campo de aceleraciones

El campo vectorial de aceleraciones es derivado del de velocidades pues el *vector aceleración* de una partícula en un punto se define como la variación temporal de la velocidad en ese punto; esto es:

$$\mathbf{a} = \frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{d^2\mathbf{r}}{dt^2} \quad (3.3)$$

La *aceleración* no tiene una orientación coincidente con la trayectoria de la partícula, como resulta con la velocidad; de acuerdo con la definición de derivada total y en base a las ecuaciones (3.1), sus componentes, según los tres ejes de coordenadas cartesianas, son:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \left( v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) + \left( \frac{\partial v_x}{\partial t} \right) \quad (3.3a)$$

$$a_y = \frac{dv_y}{dt} = \left( v_x \frac{\partial v_y}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) + \left( \frac{\partial v_y}{\partial t} \right) \quad (3.3b)$$

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \left( v_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + v_y \frac{\partial v_x}{\partial y} + v_z \frac{\partial v_x}{\partial z} \right) + \left( \frac{\partial v_x}{\partial t} \right) \quad (3.3c)$$

las cuales son función de punto y tiempo. La aceleración de las partículas del fluido se puede considerar como la superposición de dos efectos:

1. En el instante  $t$  se supone que el campo es independiente del tiempo; en estas circunstancias la partícula cambiará de posición en ese campo y su velocidad sufrirá variaciones en los diferentes puntos del mismo. Esta aceleración, debida a cambio de posición, se llama *convectiva* y está dada por las expresiones contenidas en los primeros paréntesis de las ecuaciones (3.3a), (3.3b) y (3.3c).

2. El término de los segundos paréntesis no proviene del cambio de posición de la partícula, sino de la variación de la velocidad en la posición ocupada por la partícula al transcurrir el tiempo. Se llama *aceleración local*.

Es interesante conocer también la magnitud de las componentes de la aceleración en cualquier punto de una trayectoria. La distancia  $s$ , medida desde un origen arbitrario, siguiendo la trayectoria, corresponde a una *coordenada curvilínea local*, a lo largo de la cual se pueden determinar las propiedades del flujo. En cada punto de la trayectoria hay una dirección  $n$ , normal a la tangente local, que define la dirección de una coordenada independiente llamada *coordenada normal principal*. Ésta es colineal con el radio instantáneo de curvatura local de la trayectoria, cuya dirección positiva es del centro de curvatura hacia el punto en consideración. Una tercera dirección de otra coordenada se define como la *dirección binormal local* (o *conormal*)  $b$ , que es normal, tanto a  $s$  como a  $n$ . En relación al sistema cartesiano, estas tres coordenadas también se pueden representar por el sistema de vectores unitarios ortogonales  $s, n, b$ ; el primero tangencial a la curva en cada punto; el segundo en la di-

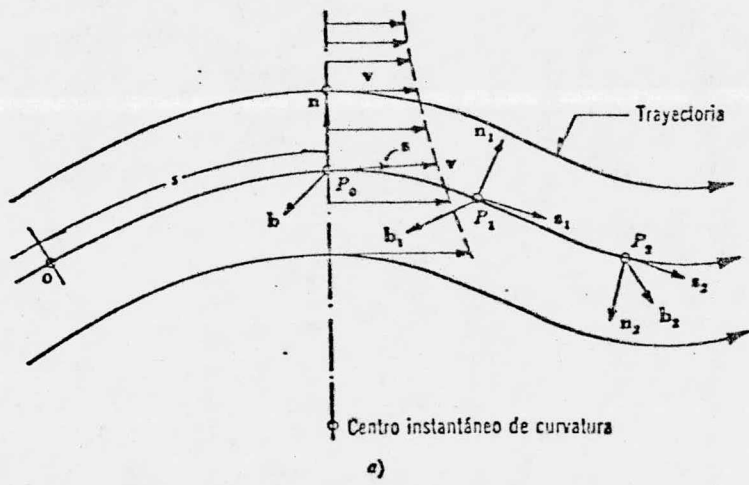


Figura 3.4a. Correspondencia entre el sistema cartesiano de coordenadas y el sistema de vectores unitarios; distribución y gradiente de velocidades sobre la normal principal.

rección de la normal principal local de la trayectoria; y, el tercero, según la binormal de la misma (Fig. 3.4a).

De este modo, los vectores unitarios  $s$ ,  $n$  y  $b$  definen un triedro regular en cada punto de la trayectoria; y cualquier vector asociado a un punto de la curva puede referirse a este sistema local de coordenadas curvilíneas, escribiéndolo como una combinación lineal de los tres vectores unitarios. Los tres planos fundamentales (definidos por el triedro) se conocen como: *plano osculador* (aquel cuya normal es  $b$ ), *plano normal* (cuya normal es  $s$ ) y *plano rectificador* (cuya normal es  $n$ ). Los vectores  $s$  y  $n$  se encuentran en el plano osculador, el cual contiene también al radio de curvatura. Esto significa que el movimiento en el punto considerado está en dicho plano y, además, el radio de curvatura en la dirección de  $b$  es infinito.

La velocidad expresada en términos de  $s$  a través de la Ec. (3.2), es función de la distancia recorrida  $s$  y del tiempo  $t$ ; la aceleración entonces es:

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \frac{dv}{dt} \mathbf{s} + v \frac{d\mathbf{s}}{dt} \\ \mathbf{a} &= \frac{dv}{dt} \mathbf{s} + v^2 \frac{d\mathbf{s}}{ds} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Al pasar de un punto  $P$  a otro  $P'$  (Fig. 3.4b), el vector unitario  $s$  será  $s + \Delta s$ ; conserva su magnitud, pero modifica su dirección. En el intervalo  $\Delta t$  la partícula habrá recorrido la distancia  $\Delta s$  sobre la curva. La variación de  $s$  a lo largo de  $s$  es

$$\frac{d\mathbf{s}}{ds} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \mathbf{s}}{\Delta s}$$

de donde resulta que, en el límite,  $\Delta s$  (y también  $\frac{\Delta \mathbf{s}}{\Delta s}$ ) queda dirigido según la nor-

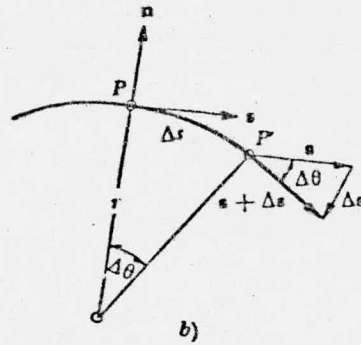


Figura 3.4 b. Cambio en  $s$  al producirse el recorrido  $\Delta s$ .

mal principal de la curva y hacia el interior de la misma. Por tanto, los vectores  $d\mathbf{s}/ds$  y  $v^2 d\mathbf{s}/ds$  tendrán idéntica dirección, pero sentido contrario al considerado positivo para  $n$ . Resulta entonces:

$$v^2 \frac{d\mathbf{s}}{ds} = -v^2 \frac{|d\mathbf{s}|}{ds} \mathbf{n}$$

Por lo que respecta a  $\frac{|d\mathbf{s}|}{ds}$  (Fig. 3.4b) con  $|\mathbf{s}| = 1$ , resulta también

$$\begin{aligned} \frac{|d\mathbf{s}|}{ds} &= \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{|\Delta \mathbf{s}|}{\Delta s} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{2|\mathbf{s}| \sin \frac{\Delta \theta}{2}}{\Delta s} = \\ &= \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{\Delta \theta}{2}}{\frac{\Delta \theta}{2}} \cdot \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta s} \end{aligned}$$

En el límite,  $\sin(\Delta \theta/2)/(\Delta \theta/2) = 1$ ; entonces:

$$\frac{|d\mathbf{s}|}{ds} = \lim_{\Delta s \rightarrow 0} \frac{\Delta \theta}{\Delta s} = \frac{d\theta}{ds}$$

Además, siendo  $ds = r d\theta$ , donde  $r$  es el

radio de curvatura en el punto  $P$ , se tiene que

$$\frac{|ds|}{ds} = \frac{1}{r}$$

La Ec. (3.4) se convierte entonces en

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}_t + \mathbf{a}_n = \frac{dv}{dt} \mathbf{s} - \frac{v^2}{r} \mathbf{n} \quad (3.5a)$$

Esto muestra que el vector aceleración se encuentra en el plano osculador y sólo tiene componentes en las direcciones tangencial y normal. Por tanto, la componente de la aceleración, en la dirección del tercer vector unitario  $\mathbf{b}$ , vale cero. Esto implica que en la inmediata vecindad del punto  $P$  existe variación de la velocidad únicamente en las direcciones  $\mathbf{s}$  y  $\mathbf{n}$ , más no a lo largo de  $\mathbf{b}$ . Ello se debe a que  $\mathbf{n}$  se ha escogido en la dirección de la normal principal.

La magnitud de la componente de la aceleración tangencial es entonces

$$\begin{aligned} a_t &= \frac{dv}{dt} = \frac{\partial v}{\partial s} \frac{ds}{dt} + \frac{\partial v}{\partial t} = \\ &= \frac{\partial v}{\partial s} v + \frac{\partial v}{\partial t} \end{aligned}$$

O bien, con

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{v^2}{2} \right) = v \frac{\partial v}{\partial s}$$

la componente tangencial resulta

$$\mathbf{a}_t = \left[ \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{v^2}{2} \right) + \frac{\partial v}{\partial t} \right] \mathbf{s} \quad (3.5b)$$

y la componente normal:

$$\mathbf{a}_n = - \frac{v^2}{r} \mathbf{n} \quad (3.5c)$$

El signo menos para la componente normal en la Ec. (3.5c) significa que dicha componente tiene sentido contrario al considerado como positivo para  $\mathbf{n}$ . El planteamiento de muchos problemas en la práctica se hace suponiendo el flujo como unidimensional, para el cual es muy conveniente el empleo del sistema de coordenadas y de componentes de la aceleración aquí planteado (Refs. 10, 11 y 12). Finalmente, la componente en la dirección de la binormal es:

$$\mathbf{a}_b = 0 \quad (3.5d)$$

Suele convenirse en expresar la ecuación vectorial (3.5a) en otra forma: sumando y restando el término

$$\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{v^2}{2} \right) = v \frac{\partial v}{\partial n},$$

en la componente  $\mathbf{a}_n$  (Ec. 3.5c), resulta:

$$\mathbf{a}_n = \left[ \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{v^2}{2} \right) - v \left( \frac{\partial v}{\partial n} + \frac{v}{r} \right) \right] \mathbf{n}$$

entonces, la forma vectorial de las ecuaciones 3.5b, c y d también es

$$\begin{aligned} \mathbf{a} &= \text{grad} \left( \frac{v^2}{2} \right) - v \left( \frac{\partial v}{\partial n} + \frac{v}{r} \right) \mathbf{n} + \\ &+ \frac{\partial v}{\partial t} \end{aligned} \quad (3.6)$$

donde

$$\begin{aligned} \text{grad} \left( \frac{v^2}{2} \right) &= \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{v^2}{2} \right) \mathbf{s} + \\ &+ \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{v^2}{2} \right) \mathbf{n} \end{aligned}$$

no existe componente de este vector en la dirección  $\hat{b}$ .

### 3.3.3 El campo rotacional

Además del campo de aceleraciones existe otro campo vectorial derivado del de velocidades: el *rotacional* que evalúa la rotación local de una partícula y se define matemáticamente por el determinante

$$\text{rot } \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ v_x & v_y & v_z \end{vmatrix} \quad (3.7a)$$

cuyo desarrollo es

$$\text{rot } \mathbf{v} = \left( \frac{\partial v_z}{\partial y} - \frac{\partial v_y}{\partial z} \right) \mathbf{i} + \left( \frac{\partial v_x}{\partial z} - \frac{\partial v_z}{\partial x} \right) \mathbf{j} + \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right) \mathbf{k} \quad (3.7b)$$

que también es función, tanto de punto como de tiempo y es una medida de la *rotación o vorticidad* de la partícula dentro

del flujo; por esta razón se le conoce también como *campo vorticoso*.

Resulta conveniente intentar una representación física del vector  $\text{rot } \mathbf{v}$ , semejante a la presentada en la Ref. 13. Como en el caso del cuerpo rígido, el movimiento de la partícula puede producir rotación local en la misma, además del movimiento de traslación. La rotación pura se puede estudiar localmente —prescindiendo de la traslación— a través del movimiento de giro alrededor de un eje instantáneo que pasa por el centro de gravedad de la partícula y con base en el movimiento de dos líneas ortogonales en forma de cruz, definidas por los puntos  $PQRS$ , que giran como un cuerpo rígido. El punto  $P_0$  se localiza mediante el vector de posición  $\mathbf{r}_0$  referido a un sistema de coordenadas con cualquier orientación, pero cuyo origen, por comodidad, se encuentra en el eje instantáneo de rotación. El punto  $P$  se halla en el extremo de uno de los brazos de la cruz y en la infinita vecindad de  $P_0$  y se localiza mediante el vector de posición  $\mathbf{r}$ , de tal manera que el vector que los une es  $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) = d\mathbf{r}$ .

La velocidad  $\mathbf{v}$ , tangencial a la trayec-

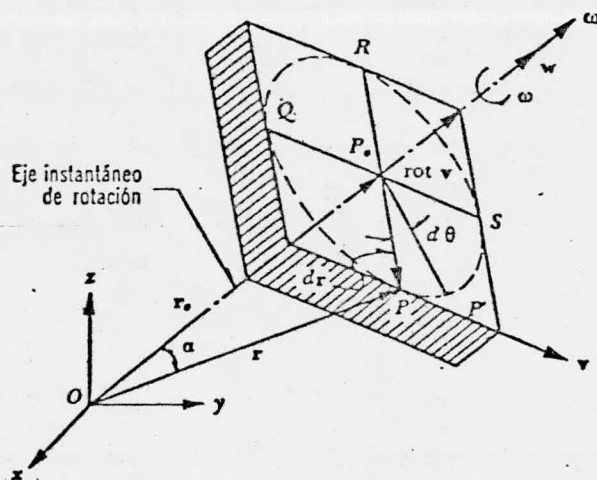


Figura 3.5. Rotación de una partícula.

toría circular que siguen los extremos de esas líneas ortogonales (y, por consiguiente, en el punto  $P$ ), corresponde a la de traslación propia de ese punto; y en general, es distinta de la que corresponde a  $P_0$ . Al producirse la rotación el vector  $\mathbf{v}$  se puede calcular en términos de la velocidad angular  $\omega = d\theta/dt$  (variación del ángulo de rotación  $\theta$  con el tiempo) y de un vector unitario  $\mathbf{w}$  paralelo al eje instantáneo de rotación con el sentido indicado en la Fig. 3.5 (de acuerdo con la convención normal para la variación de  $\theta$ ), como el producto vectorial; a saber:

$$\mathbf{v} = \omega \mathbf{w} \times d\mathbf{r} = \omega \times d\mathbf{r}$$

donde  $\omega = \omega \mathbf{w}$  se conoce como vector torbellino.

Por tanto, resulta que

$$\text{rot } \mathbf{v} = \text{rot } \omega \times d\mathbf{r}$$

cuyo desarrollo conduce a

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{v} &= \text{rot} \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \omega_x & \omega_y & \omega_z \\ dx & dy & dz \end{vmatrix} \\ &= \text{rot} [(\omega_y dz - \omega_z dy) \mathbf{i} + (\omega_z dx - \omega_x dz) \mathbf{j} \\ &\quad + (\omega_x dy - \omega_y dx) \mathbf{k}] \end{aligned}$$

De ahí que, de acuerdo con su definición

rot  $\mathbf{v}$  es igual al determinante:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ (\omega_y dz - \omega_z dy) & (\omega_z dx - \omega_x dz) & (\omega_x dy - \omega_y dx) \end{vmatrix}$$

Desarrollando el determinante en la misma forma y, tomando en cuenta que  $\omega$  es independiente de  $d\mathbf{r}$ , al desarrollar las derivadas parciales indicadas se obtiene que:

$$\text{rot } \mathbf{v} = (2\omega_x \mathbf{i} + 2\omega_y \mathbf{j} + 2\omega_z \mathbf{k}) = 2\omega$$

Esto es, el vector rot  $\mathbf{v}$  es paralelo a  $\omega$  y perpendicular en cada punto a  $\mathbf{v}$ . Resulta conveniente insistir en que los campos de aceleración y rotación se derivan del campo de velocidad y, conocido éste, se pueden determinar los otros dos. Además, es factible expresar al vector aceleración en función del vector rotacional. Con referencia al sistema de coordenadas ortogonales  $\mathbf{s}$ ,  $\mathbf{n}$ ,  $\mathbf{b}$ , el movimiento se produce sobre el plano que contiene a  $\mathbf{s}$  y  $\mathbf{n}$ ; y la velocidad  $\mathbf{v}$  se distribuye a lo largo de  $\mathbf{n}$  de acuerdo con un movimiento instantáneo de rotación, según la ley:

$$\mathbf{v} = \omega r$$

El vector rotacional se obtendría a partir del determinante

$$\text{rot } \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{s} & \mathbf{n} & \mathbf{b} \\ \frac{\partial}{\partial s} & \frac{\partial}{\partial n} & \frac{\partial}{\partial b} \\ \omega r & 0 & 0 \end{vmatrix} = -\frac{\partial}{\partial n} (\omega r) \mathbf{b}$$

donde  $\frac{\partial v}{\partial b} = 0$ , puesto que no hay variación de  $v$  a lo largo de  $\mathbf{b}$ . Desarrollando la derivada y tomando en cuenta que  $\omega = v/r$  y  $\partial r / \partial n = 1$ , resulta

$$\begin{aligned} \text{rot } \mathbf{v} &= -\left(\omega \frac{\partial r}{\partial n} + r \frac{\partial \omega}{\partial n}\right) \mathbf{b} = \\ &= -\left(\frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial n}\right) \mathbf{b} \end{aligned}$$

Esto significa que el vector rot  $\mathbf{v}$  tiene una sola componente en la dirección de la binormal; además, el producto vectorial rot  $\mathbf{v} \times \mathbf{v}$  es:

$$\text{rot } \mathbf{v} \times \mathbf{v} = \begin{vmatrix} \mathbf{s} & \mathbf{n} & \mathbf{b} \\ 0 & 0 & -\left(\frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial n}\right) \\ v & 0 & 0 \end{vmatrix}$$

$$\text{rot } \mathbf{v} \times \mathbf{v} = -v \left( \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial n} \right) \mathbf{n}$$

Por tanto, la Ec. (3.6) también se escribe en la forma

$$\mathbf{a} = \text{grad} \left( \frac{v^2}{2} \right) + \text{rot } \mathbf{v} \times \mathbf{v} + \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} \quad (3.8)$$

La aceleración en un punto está formada por la componente  $\text{grad} (v^2/2)$  que corresponde al movimiento de traslación pura; la componente  $\text{rot } \mathbf{v} \times \mathbf{v}$  que equivale al movimiento de rotación (llamada *aceleración de Coriolis*); y la componente  $\partial \mathbf{v} / \partial t$  que corresponde a la aceleración local.

**Problema 3.1.** El viento sopla horizontalmente con velocidad uniforme  $v_0$  y, de modo independiente del tiempo, contra una chimenea vertical de radio  $R$ . Supuesto el flujo irrotacional, la variación de la velocidad sobre el eje  $x$ , en la proximidad del punto de estancamiento (Fig. 3.6), queda determinada por la expresión:  $v_x = v_0 \left( 1 - \frac{R^2}{x^2} \right)$  (Ec. 10.65a con  $y = 0$ ).

(Ref. 14).

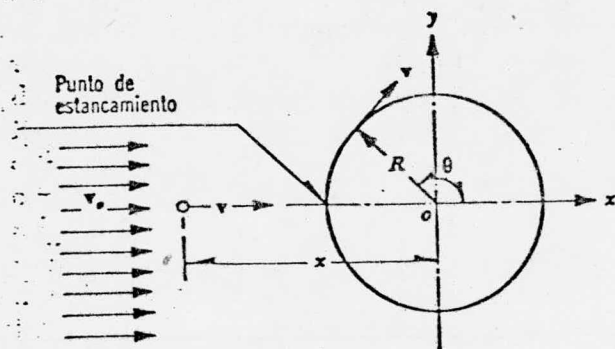


Figura 3.6. Esquema aclaratorio del problema 3.1.

La velocidad  $v$  alrededor de la superficie del cilindro es  $v_0 = -2v_0 \sin \theta$ .

a) Obtener la ecuación de la aceleración del aire, para puntos que quedan sobre el eje  $x = -3R$ ,  $x = -2R$  y  $x = -R$ .

b) Si  $v_0 = 1.8$  m/seg;  $R = 0.25$  m, calcular la aceleración para  $x = -2R$ .

c) Determinar las componentes tangencial y normal de la aceleración para  $\theta = \pi$ ,  $\theta = 3\pi/4$  y  $\theta = \pi/2$ .

**Solución a)** De acuerdo con la Ec. (3.3a) la componente  $a_x$  de la aceleración (dado que la velocidad sólo depende de  $x$ , (no del tiempo ni de  $y$ )) vale:

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} = \frac{\partial v_x}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{\partial v_x}{\partial x} v_x =$$

$$= 2v_0^2 \left( \frac{R^2}{x^3} - \frac{R^4}{x^5} \right)$$

Para  $x = -3R$ :

$$a_x = 2v_0^2 \left( -\frac{R^2}{27R^3} + \frac{R^4}{243R^5} \right) =$$

$$= 2v_0^2 \left( \frac{1}{243R} - \frac{9}{243R} \right) = -\frac{16v_0^2}{243R}$$

Para  $x = -2R$ :

$$a_x = 2v_0^2 \left( -\frac{R^2}{8R^3} + \frac{R^4}{32R^5} \right) = -\frac{3v_0^2}{16R}$$

Para  $x = -R$  (punto de estancamiento):

$$a_x = 2v_0^2 \left( -\frac{R^2}{R^3} + \frac{R^4}{R^5} \right) = 0$$

**Solución b)** De acuerdo con los datos para  $x = -2R$ ,  $a_x$  vale:



$$a_x = -\frac{3 \cdot 1.8^2}{16 \cdot 0.25} = -\frac{3 \times 3.24}{16 \times 0.25} = -$$

$$a_x = -2.43 \text{ m/seg}^2$$

Solución c) De acuerdo con la Ec. (3.5b) la aceleración tangencial es

$$a_s = \frac{1}{2} \frac{\partial (v\theta^2)}{\partial s} = \frac{1}{2} (2 v_0)^2 \frac{\partial (\text{sen}^2 \theta)}{\partial s} =$$

$$= 2 v_0^2 (2 \text{sen } \theta \cos \theta) \frac{\partial \theta}{\partial s}$$

y, puesto que  $ds = R d\theta$ ,

$$a_s = 4 \frac{v_0^2}{R} \text{sen } \theta \cos \theta$$

En la misma forma, de la Ec. (3.5c),

$$a_n = \frac{v\theta^2}{R} = \frac{4 v_0^2}{R} \text{sen}^2 \theta$$

substituyendo los valores para  $v_0$  y  $\theta$ , resulta que

$$a_s = \frac{4 \times 1.8^2}{0.25} \text{sen } \theta \cos \theta = 51.84 \text{sen } \theta \cos \theta$$

$$a_n = \frac{4 \times 1.8^2}{0.25} \text{sen}^2 \theta = 51.84 \text{sen}^2 \theta$$

Para  $\theta = \pi$ ;  $\text{sen } \theta = 0$  y  $\cos \theta = -1$ ;

$$a_s = 0 \text{ y } a_n = 0$$

Para  $\theta = \frac{3\pi}{4}$ ;  $\text{sen } \theta = 0.707$  y  $\cos \theta = -0.707$

$$a_s = -51.84 \times 0.707 \times 0.707 = -25.92 \text{ m/seg}^2$$

$$a_n = 51.84 (0.707)^2 = 25.92 \text{ m/seg}^2$$

Para  $\theta = \pi/2$ ,  $\text{sen } \theta = 1$  y  $\cos \theta = 0$ ;

$$a_s = 0; a_n = 51.84 \text{ m/seg}^2.$$

Problema 3.2. A partir de la Ec. (3.7b) encontrar las componentes del vector rotacional para los flujos permanentes cuyos campos de velocidad son:

a)  $v_x = A(x + y); v_y = -A(x + y);$

b)  $v_x = 2Axz; v_y = A(c^2 + x^2 - z^2);$

c)  $v_x = Ay^2 + By + c; v_y = 0; v_z = 0$

Solución a)  $(\text{rot } \mathbf{v})_z = 0$

$$(\text{rot } \mathbf{v})_y = 0$$

$$(\text{rot } \mathbf{v})_x = \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)$$

$$= (-A - A) = -2A$$

Solución b)  $(\text{rot } \mathbf{v})_z = -\frac{\partial v_y}{\partial z} = 2Ax$

$$(\text{rot } \mathbf{v})_y = \frac{\partial v_x}{\partial z} = 2Ax$$

$$(\text{rot } \mathbf{v})_x = \frac{\partial v_y}{\partial x} = 2Ax$$

Solución c)  $(\text{rot } \mathbf{v})_z = 0$

$$(\text{rot } \mathbf{v})_y = 0$$

$$(\text{rot } \mathbf{v})_x = -\frac{\partial v_x}{\partial y} =$$

$$= -(2Ay + B)$$

### 3.4 Clasificación de los flujos

Existen diferentes criterios para clasificar un flujo. Éste puede ser *permanente* o *no permanente*; *uniforme* o *no uniforme*; *tridimensional*, *bidimensional* o *unidimensional*; *laminar* o *turbulento*; *incompresible* o *compresible*; *rotacional* o *irrotacional*; etcétera. Aunque no los únicos, sí son los flujos más importantes que clasifica la ingeniería.

Existen diferentes criterios para clasificar un flujo. Este puede ser *permanente* o *no permanente*; *uniforme* o *no uniforme*; *unidimensional*; *bidimensional* o *tridimensional*; *laminar* o *turbulento*; *incompresible* o *compresible*; *rotacional* o *irrotacional*; etcétera. Aunque no los únicos, son los flujos más importantes que clasifica la ingeniería.

En general, las propiedades de un fluido y las características mecánicas del mismo varían diferentes de un punto a otro dentro de su campo; además, si las características en un punto determinado varían de un instante a otro, el flujo es *no permanente*. Por el contrario, será un flujo *permanente* si las características en un punto permanecen constantes para cualquier instante; o bien, si las variaciones a ellas son muy pequeñas con respecto a sus valores medios y éstos no varían con el tiempo.

Un flujo dado puede ser permanente o no, de acuerdo con el observador. Por ejemplo, el flujo alrededor de la porción aguas arriba de una pila de puente será permanente para un observador colocado sobre la pila, pero no permanente para un observador que flote sobre el agua.

El flujo permanente es más simple de analizar que el no permanente, por la complejidad que adiciona el tiempo como variable independiente. Sin embargo, en la práctica el flujo permanente es la excepción más que la regla; no obstante, muchos problemas se pueden estudiar suponiendo que el flujo es permanente, aun cuando existan pequeñas fluctuaciones de velocidad o de otras características con el tiempo, siempre que el valor medio de cualquier característica permanezca constante sobre un intervalo razonable.

Si en un instante particular el vector velocidad es idéntico en cualquier punto del flujo, se dice que el flujo es *uniforme*. Esto se expresa por  $\partial v / \partial s = 0$ , donde  $ds$  es un desplazamiento en una dirección cualquiera. En caso contrario, el flujo es *no uniforme* y los cambios en el vector velocidad pueden ser en la dirección del mismo o en direcciones transversales. Este último tipo de —no uniformidad— siempre se encuentra cerca de fronteras sólidas por efecto de la viscosidad; sin embargo, en hidráulica suele aceptarse la

uniformidad o no uniformidad del flujo cuando se refiere a la variación de la velocidad media en la dirección general del movimiento.

El hecho de que un flujo sea permanente no significa necesariamente que éste sea uniforme; pueden así ocurrir las cuatro diferentes combinaciones posibles.

El flujo puede clasificarse en *tridimensional*, *bidimensional* y *unidimensional*. Es tridimensional cuando sus características varían en el espacio, o sea que los gradientes del flujo existen en las tres direcciones; éste es el caso más general de flujo. Es bidimensional cuando sus características son idénticas sobre una familia de planos paralelos, no habiendo componentes en dirección perpendicular a dichos planos, o bien ellas permanecen constantes; es decir, que el flujo tiene gradiente de velocidad o de presión (o tiene ambos) en dos direcciones exclusivamente. Es unidimensional cuando sus características varían como funciones del tiempo y de una coordenada curvilínea en el espacio, usualmente la distancia medida a lo largo del eje de la conducción. El flujo de un fluido real no puede ser completamente unidimensional debido al efecto de la viscosidad, ya que la velocidad en una frontera sólida es igual a cero, pero en otro punto es distinta de cero; sin embargo, bajo la consideración de valores medios de las características en cada sección, se puede considerar unidimensional. Esta hipótesis es la más importante en hidráulica, por las simplificaciones que trae consigo.

La clasificación de los flujos en *laminar* y *turbulento* es un resultado propiamente de la viscosidad del fluido; y no habría distinción entre ambos en ausencia de la misma. El flujo laminar se caracteriza porque el movimiento de las partículas se produce siguiendo trayectorias separadas perfectamente definidas —no necesaria-

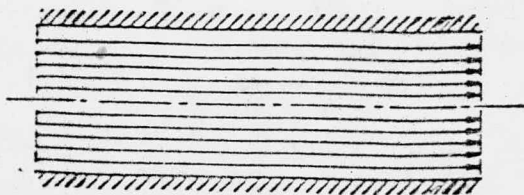


Figura 3.7a. Esquema del flujo laminar.

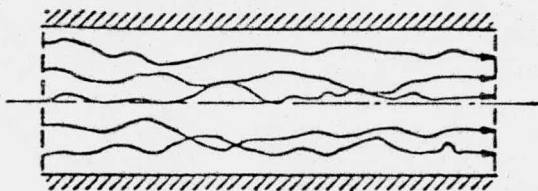


Figura 3.7b. Esquema del flujo turbulento.

mente paralelas— sin existir mezcla macroscópica o intercambio transversal entre ellas. Si se inyecta colorante (de la misma densidad que el líquido) dentro de un flujo laminar, éste se mueve como un filamento delgado que sigue las trayectorias del flujo (Fig. 3.7a).

En un flujo turbulento, las partículas se mueven sobre trayectorias completamente erráticas, sin seguir un orden establecido (Fig. 3.7b). Existen pequeñas componentes de la velocidad en direcciones transversales a la del movimiento general, las cuales no son constantes sino que fluctúan con el tiempo, de acuerdo con una ley aleatoria, aun cuando el flujo general sea permanente. Esto se explica por el hecho de que la permanencia respecto del tiempo se refiere a los valores medios de dichas componentes en un intervalo grande. Las componentes transversales de la velocidad en cada punto origina un mezclado intenso de las partículas que consume parte de la energía del movimiento por efecto de fricción interna y que también, en cierto modo, es resultado de los efectos viscosos del fluido.

Un flujo se considera *incompresible* si los cambios de densidad de un punto a otro son despreciables; en caso contrario, el flujo es *compresible*. Los líquidos y gases a bajas velocidades pueden ser considerados incompresibles. El flujo de un gas con velocidades entre 60 y 90 m/seg se puede considerar incompresible siempre que no exista intercambio de calor con

el exterior. En la práctica, sólo en los problemas de *golpe de ariete* es necesario considerar que el flujo de un líquido es compresible.

Cuando en un flujo el campo rot  $v$  adquiere en alguno de sus puntos valores distintos de cero, para cualquier instante, el flujo se denomina *rotacional*. Por el contrario, si dentro de un campo de flujo el vector rot  $v$  es igual a cero para cualquier punto e instante, el flujo es *irrotacional*. Si se exceptúa la presencia de singularidades vorticosas, en el caso general, el movimiento de un fluido ideal se puede suponer irrotacional. Los efectos de la viscosidad del fluido constituyen la causa principal de la presencia de dichas singularidades. Sin embargo, el flujo irrotacional ocurre con bastante frecuencia en los problemas de la práctica; y sólo será necesario entender con claridad el concepto físico de irrotacionalidad.

Si bien el término rotación implica un giro de partículas, esto no significa que es rotacional todo movimiento efectuado de acuerdo a una trayectoria curva o bien que todo movimiento rectilíneo es irrotacional.

Ciertos escurrimientos se pueden considerar macroscópicamente como irrotacionales. En otros casos, a pesar de existir trayectorias curvas, la distribución de velocidades puede ser de forma tal que las líneas medianas o las diagonales de una partícula, de forma rectangular, no modifican su orientación durante el movimien-

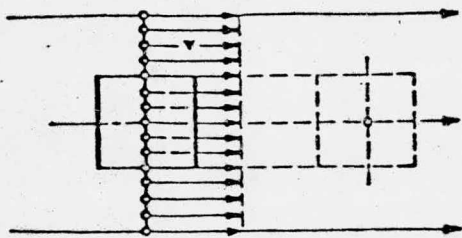


Figura 3.8a. Flujo lineal irrotacional.

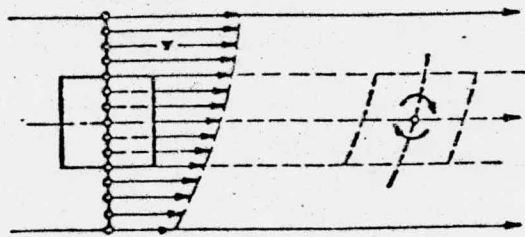


Figura 3.8b. Flujo lineal rotacional.

to; el flujo es, obviamente, irrotacional. Esto se representa esquemáticamente en las Figs. 3.8a y 3.8b en las cuales el vector  $\text{rot } \mathbf{v}$  sería normal al plano del papel

El movimiento de un fluido ideal (incompresible y no viscoso) se considera irrotacional. El movimiento a bajas velocidades, de un fluido viscoso, es generalmente rotacional.

MODULO: III  
UNIDAD 1 : HIDRAULICA BASICA.  
TEMA C: Conceptos y Ecuaciones Fundamentales  
de la Hidrodinámica.

i.  
C.2 Conceptos básicos, línea de corriente, gasto o caudal:

En un líquido en movimiento, se consideran *líneas de corriente* las líneas orientadas según la velocidad del líquido y que gozan de la propiedad de no ser atravesadas por partículas del fluido.

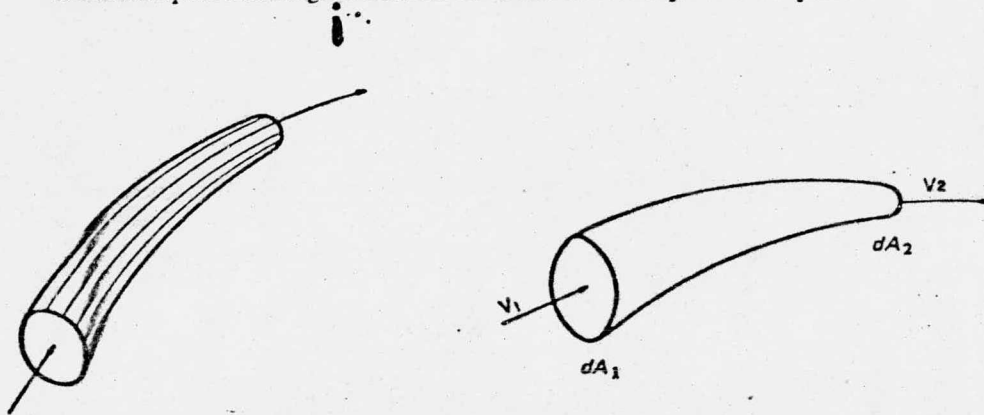
En cada punto de una corriente, pasa, en cada instante  $t$ , una partícula de fluido animada de una velocidad  $V$ . Las líneas de corriente son, pues, las curvas, que, en el mismo instante considerado, se mantienen tangentes, en todos los puntos, a las velocidades  $V$ . Por definición, estas curvas no pueden entrecortarse.

Admitiendo que el campo de velocidad  $V$  sea continuo, se puede considerar un *tubo de corriente* como una figura imaginaria, limitada por líneas de corriente.

Los tubos de corriente, siendo formados por líneas de corriente, gozan de la propiedad de no poder ser atravesados por partículas de fluido: sus paredes pueden ser consideradas impermeables.

Un tubo de corriente, cuyas dimensiones transversales sean infinitesimales, constituye lo que se llama *filete de corriente*.

Estos conceptos son de gran utilidad en el estudio del flujo de los líquidos.



Enseguida serán deducidas las ecuaciones de las líneas de corriente. Sea  $\vec{V} = V_x \mathbf{i} + V_y \mathbf{j} + V_z \mathbf{k}$  el vector velocidad del flujo y  $d\vec{s}$  el vector diferencial tangente a la trayectoria que siguen las partículas, la definición de las líneas de corriente permite establecer que, por la condición de paralelismo entre  $\vec{V}$  y  $d\vec{s}$ :

$$\vec{V} \times d\vec{s} = \vec{0} \quad (3.8)$$

De esta ecuación se concluye que:

$$\frac{dx}{V_x} = \frac{dy}{V_y} = \frac{dz}{V_z} \quad (3.9)$$

Esta expresión corresponde a dos ecuaciones en derivadas parciales de primer orden, cuya solución depende de las condiciones de frontera impuestas por el problema que se esté estudiando. La solución de estas ecuaciones se da más adelante.

## Concepto de gasto o caudal

En la Fig. 3.13, un elemento  $dA$ , de la superficie  $S$  (limitada por la curva  $C$ ) y que contiene al punto cualquiera  $P$ , se puede representar por el vector diferencial de superficie:

$$d\mathbf{A} = dA \mathbf{n}$$

donde  $\mathbf{n}$  se define como un vector unitario normal a la superficie en el punto  $P$ , cuyo sentido positivo se establece por convención, en dirección exterior a la superficie.

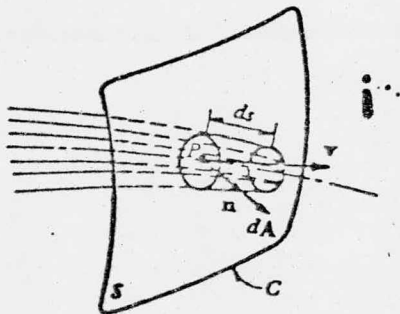


Figura 3.13. Concepto de gasto.

La velocidad  $\mathbf{v}$  que corresponde al punto  $P$  tiene en general una dirección distinta a la de  $dA$ .

En un intervalo  $dt$ , el volumen de fluido que atraviesa el elemento de superficie  $dA$  queda determinado por el producto escalar de los vectores: el diferencial de arco  $ds$  sobre la línea de corriente que pasa por  $P$  y el vector diferencial de superficie  $dA$ .

Entonces, considerando que  $ds = \mathbf{v} dt$ , el volumen de fluido que pasa a través del elemento  $dA$  vale:

$$dv = ds \cdot dA = \mathbf{v} \cdot dA dt$$

El flujo de volumen a través de toda la superficie  $S$  queda definido por la ecuación

$$Q = \frac{dv}{dt} = \iint_A \mathbf{v} \cdot dA \quad (3.11)$$

cuyas dimensiones son  $[L^3 T^{-1}]$ . Este flujo de volumen se conoce como *gasto o caudal*.

Si en un flujo la superficie  $S$  se escoge de modo que las líneas de corriente sean normales a ella en cada punto, de la

Ec. (3.11) el gasto se puede calcular de la manera siguiente:

$$Q = \iint_A v dA \quad (3.12)$$

Se llama *velocidad media*, a través de la superficie  $S$  de área  $A$ , al promedio calculado así:

$$V = \frac{\iint_A \mathbf{v} \cdot dA}{A} = \frac{Q}{A} \quad (3.13)$$

y equivale a suponer que la velocidad se distribuye uniformemente sobre toda la superficie, con un valor constante  $V$  y en dirección perpendicular a la misma.

## Función de corriente

Se considera, en un instante determinado, un flujo no permanente, tridimensional incompresible, viscoso o no viscoso, rotacional o irrotacional; asimismo, un tubo de flujo formado por dos sistemas diferentes de superficies de flujo cuyas intersecciones coinciden obviamente con líneas de corriente, como se muestra en la Fig. 3.15. Evidentemente esta misma consideración es válida para un flujo permanente en cualquier instante.

La solución de las ecuaciones diferenciales (3.9) de las líneas de corriente, permite determinar la geometría de éstas y se puede expresar a través de dos relaciones independientes de la forma:

$$\psi(x, y, z) = F \quad (3.14a)$$

$$\chi(x, y, z) = G \quad (3.14b)$$

en que  $F$  y  $G$  representan dos funciones diferentes que adquieren un valor constante cuando se desea definir la geometría de una línea de corriente en particular. Estas dos ecuaciones definen una doble familia de superficies de flujo a través de las funciones  $\psi$  y  $\chi$ , llamadas de *corriente*, escogidas de tal manera que sean mutuamente ortogonales. En el punto  $P$  de la Fig. 3.15, sobre una línea de corriente, los vectores  $\text{grad } \psi$  y  $\text{grad } \chi$  son normales a las superficies  $\psi = \text{constante}$ ,  $\chi = \text{constante}$ , respectivamente. Puesto que  $\mathbf{v}$  es tangente a ambas superficies en  $P$  y, por lo mismo, perpendicular a ambos vectores, se debe satisfacer que

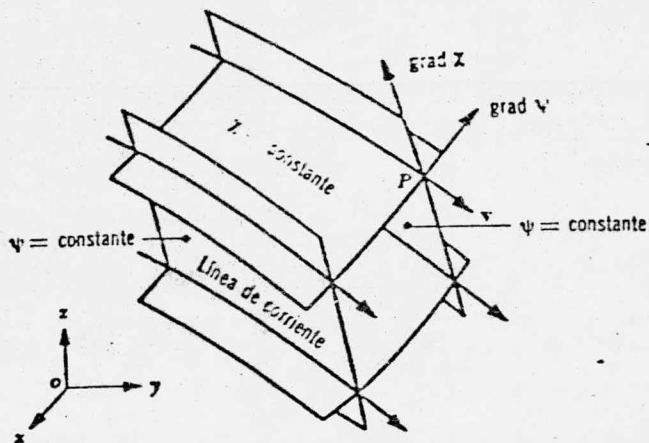


Figura 3.15. Superficies de corriente.

$$\mathbf{v} = \text{grad } \psi \times \text{grad } \chi \quad (3.15)$$

o bien, por definición de gradiente y de producto vectorial

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \chi}{\partial z} - \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \chi}{\partial y} \quad (3.15a)$$

$$v_y = \frac{\partial \psi}{\partial z} \frac{\partial \chi}{\partial x} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \chi}{\partial z} \quad (3.15b)$$

$$v_z = \frac{\partial \psi}{\partial x} \frac{\partial \chi}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y} \frac{\partial \chi}{\partial x} \quad (3.15c)$$

La substitución de estas componentes en las ecuaciones diferenciales de la línea de corriente 3.9 y las superficies de frontera, permiten determinar las funciones  $\psi$  y  $\chi$  para cada flujo.

En el caso de un flujo bidimensional, la familia de planos paralelos (sobre los cuales la configuración del flujo es idéntica) se hace coincidir con el sistema de superficies  $\chi = \text{constante}$ , donde el eje  $z$  es perpendicular a dicha familia. Con esa disposición, el vector  $\text{grad } \chi$  es el mismo vector unitario  $\mathbf{k}$  y la Ec. (3.15) sería:

$$\mathbf{v} = \text{grad } \psi \times \mathbf{k}$$

cuyas componentes son:

$$v_x = \frac{\partial \psi}{\partial y} \quad (3.16a)$$

$$v_y = -\frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (3.16b)$$

y en coordenadas polares (Fig. 3.16)

$$v_r = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial \theta} \quad (3.17a)$$

$$v_\theta = -\frac{\partial \psi}{\partial r} \quad (3.17b)$$

Para el flujo bidimensional la ecuación diferencial de la línea de corriente, según el sistema de Ecs. (3.9), es

$$v_x dy - v_y dx = 0$$

Substituyendo las Ecs. (3.16) en esta ecuación, se obtiene

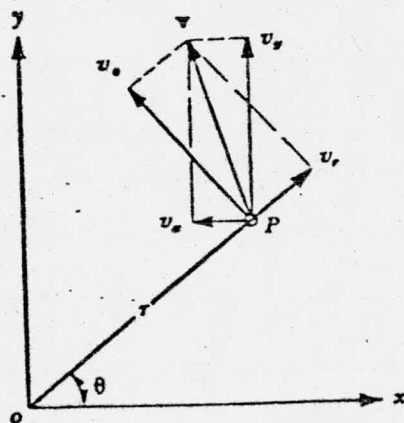


Figura 3.16. Componentes de la velocidad para un flujo plano en coordenadas cartesianas y polares.



$$d\psi = \frac{\partial \psi}{\partial x} dx + \frac{\partial \psi}{\partial y} dy = 0$$

O bien, por definición de gradiente

$$d\psi = \text{grad } \psi \cdot ds = 0$$

Así, obviamente, el vector diferencial de arco sobre una línea de corriente es perpendicular a  $\text{grad } \psi$  y, la ecuación de la línea será  $\psi(x, y) = \text{constante}$ , cuya representación es una familia de líneas de corriente como se muestra en la Fig. 3.17. Cada línea de corriente no es más que la intersección de la superficie  $\psi$  que corresponde con el plano coordenado  $x-y$ .

Por otra parte, si  $n$  es un vector unitario en la dirección normal a las líneas de corriente, por definición de derivada direccional tiene que:

$$\text{grad } \psi \cdot n = \frac{\partial \psi}{\partial n}$$

Pero, toda vez que  $\text{grad } \psi$  y  $n$  son paralelos,  $\text{grad } \psi \cdot n$  es igual al módulo de  $\text{grad } \psi$ ; así, de acuerdo con las ecuaciones (3.17), vale

$$\begin{aligned} |\text{grad } \psi| &= \sqrt{\left(\frac{\partial \psi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \psi}{\partial y}\right)^2} = \\ &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = v \end{aligned}$$

Entonces:

$$\frac{\partial \psi}{\partial n} = v \quad (3.18)$$

En nuestro estudio de la mecánica de los fluidos veremos dos tipos de fuerzas de aplicación externa: las *fuerzas de cuerpo* y las *fuerzas de superficie*. Se puede decir que las primeras son fuerzas de campo, o que actúan "a una distancia" sobre la masa del sistema. Un ejemplo sencillo de ellas, es la fuerza gravitacional:

$$\mathbf{F} = gm$$

en donde  $g$  es la aceleración que da la gravedad en dirección al centro de la Tierra.

Las fuerzas de superficie son las que actúan sobre alguna de las caras de un sistema; de las cuales, como ejemplo, podemos citar a las fuerzas de presión y fricción.

Sin embargo, de esta ecuación,  $v \, dn$  es el gasto que pasa entre dos líneas de corriente  $\psi$  y  $\psi + d\psi$  (Fig. 3.17) por unidad de ancho normal al plano del flujo; esto es

$$dQ = d\psi = v \, dn$$

por lo cual el gasto entre dos líneas de corriente  $\psi_1$  y  $\psi_2$  es:

$$q = [\psi]_1^2 = \psi_2 - \psi_1 \quad (3.19)$$

La Ec. (3.19) indica que el gasto que circula entre dos líneas de corriente es igual a la diferencia de los valores que adquiere la función de corriente en esas líneas.

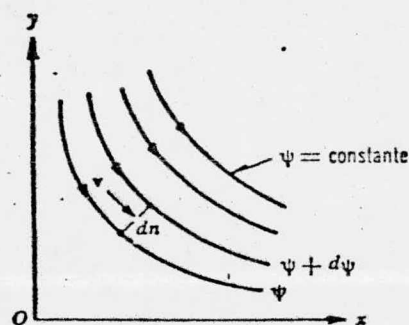


Figura 3.17. Familia de líneas de corriente.

MODULO: III  
UNIDAD 1: HIDRAULICA BASICA.  
TEMA C: Conceptos y Ecuaciones Fundamentales  
de la Hidrodinámica.

C.3. Ecuaciones fundamentales: ecuación de continuidad, -  
de la energía y de la cantidad de movimiento.

# ECUACIONES FUNDAMENTALES DE LA HIDRAULICA

## 4.1 Aspectos generales

### 4.1.1 Principios básicos en el análisis

En la mecánica de fluidos los métodos de análisis consideran la capacidad de un flujo para transportar materia y el mecanismo por el que cambia sus propiedades de un lugar a otro, para lo cual se establece como axioma que en los fluidos se satisfagan los principios básicos de la mecánica del medio continuo, a saber:

- a) Conservación de la materia (principio de continuidad).
- b) Segunda ley de Newton (impulso y cantidad de movimiento).
- c) Conservación de la energía (primera ley de la termodinámica).
- d) Segunda ley de la termodinámica.

El principio de la conservación de la materia o del transporte de masa permite derivar la primera ecuación fundamental o *de continuidad*, que admite diferentes simplificaciones de acuerdo con el tipo de flujo de que se trate o de las hipótesis que se deseen considerar.

La segunda ley de Newton establece la relación fundamental entre la resultante de las fuerzas que actúan sobre una partícula y la variación en el tiempo de la cantidad de movimiento. De acuerdo con la forma en que se aplique, puede conducir a dos ecuaciones: la primera (componente escalar según el flujo) llamada *de la energía*, permite calcular las diferentes transformaciones de la energía mecánica dentro del flujo y las cantidades disipadas en energía calorífica que, en el caso de los líquidos, no se aprovecha. La segunda, de tipo vectorial llamada *del impulso y cantidad de movimiento*, permite determinar alguna de las fuerzas que producen el flujo si se conoce el cambio en la cantidad de movimiento y las restantes fuerzas.

En la dinámica de fluidos (especialmente en el flujo de gases) el análisis requiere, además, la inclusión de leyes termodinámicas referentes al transporte de calor debido al flujo y, para ello, el principio de la conservación de la energía permite derivar una ecuación que relaciona la presión, densidad, temperatura, velocidad, elevación, trabajo mecánico y la cantidad de calor comunicado al flujo (o el que éste cede). Esta ecua-

ción admite simplificaciones importantes al analizar el flujo de líquidos, al punto en que se obtiene la misma ecuación de energía que resulta de la ecuación componente de la cantidad de movimiento en la dirección del flujo. La segunda ley de la termodinámica tiene menos interés en el flujo de líquidos.

Puesto que el interés principal de este libro es estudiar el escurrimiento de líquidos, se considera suficiente la obtención de las tres ecuaciones fundamentales de la hidráulica a partir de los dos primeros principios y es el objeto de este capítulo.

#### 4.1.2 Flujo con potencial

Otro método aplicado a la solución de problemas en la dinámica de fluidos y que se presenta en el capítulo 10, consiste en la elaboración de un modelo matemático basado en considerar la existencia de un *flujo con potencial*. Para este tipo de flujo la hipótesis consiste en tratarlo como irrotacional, lo que constituye la base de la hidrodinámica clásica, una rama de la mecánica de fluidos que ocupó la atención de eminentes matemáticos como Stokes, Rayleigh, Rankine, Kelvin y Lamb. En una gran cantidad de problemas prácticos de interés en la hidráulica, esta suposición puede ser aceptada debido a que el agua posee una viscosidad muy pequeña y se acerca a la condición de fluido ideal. En otros problemas, es necesario considerar los efectos viscosos y estudiar las fuerzas de fricción originadas por la turbulencia que acompaña al movimiento. Una parte de la energía de la corriente se utiliza para vencer las fuerzas de resistencia originadas por estos efectos o las debidas a cambios en la geometría de la conducción (cambios de dirección, ampliaciones, reducciones, etc.); también se utiliza en órganos de cierre (válvulas, compuertas, etc.) para regular el gasto.

Esa parte de la energía de la corriente se transforma en otro tipo de energía que en los problemas de hidráulica se considera como energía *perdida* en el movimiento y, por supuesto, es necesario determinar.

#### 4.1.3 Método experimental

El tratamiento de un flujo con base exclusivamente en el análisis matemático es insuficiente para resolver todos los problemas, si no es con el auxilio de *métodos experimentales*. El planteamiento racional de un experimento permite continuar, complementar o substituir el análisis en aquellos puntos en que la solución matemática se torna imposible o muy compleja, a tal grado que para obtenerla, sea necesario conceder hipótesis simplificadoras; éstas, además de restar generalidad a la misma, pueden llegar a falsear resultados al punto en que ellos no tengan semejanza alguna con la situación real del problema.

Debido a su importancia, la *teoría de la semejanza*, básica para el método experimental, se presenta en el capítulo 5.

#### 4.2 Métodos de análisis

Los métodos de análisis en la mecánica de fluidos se basan en una extensión de los puntos de vista lagrangiano y euleriano, para describir un flujo, referidos ahora a regiones dentro del mismo sobre las cuales se satisfacen los principios fundamentales enunciados en el inciso 4.1.1.

En el análisis lagrangiano los principios básicos se aplican a una cantidad definida de materia que ocupa cierta región del flujo y que recibe el nombre de *sistema*. Este puede cambiar de forma, posición y condición térmica dentro del flujo pero debe contener siempre la misma cantidad

de masa en cualquier instante que se considere. La finalidad de tal análisis será predecir el estado del sistema, esto es, determinar sus propiedades siguiendo su movimiento en el espacio dentro del flujo. Se utiliza invariablemente en la mecánica del cuerpo rígido donde el sistema se conoce como *cuerpo libre* y en la termodinámica donde se le llama *sistema cerrado*. Aunque a primera vista parece razonable utilizar el análisis lagrangiano, éste se aplica sólo en casos especiales debido a la dificultad física y matemática para identificar los sistemas de fluido, a medida que pasan por las distintas configuraciones de frontera. Además, el tipo de información suministrada por esta forma de análisis no siempre es el que se necesita.

El segundo método de análisis tiene aquí mayor aplicación; se llama euleriano y estudia el flujo con base en el análisis de un volumen adecuado de fluido llamado *volumen de control* fijo respecto de un sistema coordinado y de forma y magnitud constantes. El contorno de dicho volumen se llama *superficie de control*.

En el análisis se considera el intercambio de masa, energía y cantidad de movimiento, a través de las fronteras del volumen de control que puede ser de tamaño diferencial o de magnitud finita. El primer tipo ha sido tradicional en la mecánica de fluidos cuando se aplica a volúmenes de control de tamaño muy pequeño —de dimensiones  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta z$ — que en el límite expresan las condiciones en el punto de coordenadas  $(x, y, z)$  encerrado por dicho volumen. Este tratamiento equivale a describir las características del flujo en un punto fijo  $(x, y, z)$ , observando el movimiento instantáneo de una partícula del fluido de masa diferencial representada por el punto considerado.

Al aplicar la ley de la conservación de la materia, al volumen de control diferencial, se obtiene la ecuación diferencial de

continuidad; si se aplica la segunda ley de Newton, se obtiene la ecuación diferencial de Navier-Stokes, cuya derivación puede consultarse en la Ref. 18. En este capítulo se presentan la *ecuación diferencial de continuidad* y las *ecuaciones del movimiento* para un volumen de control diferencial orientado según una línea de corriente; tienen utilidad posterior en la solución de algunos problemas locales de flujo. Sin embargo, el intento de una integración general torna las soluciones muy complejas y, por lo mismo, de poca utilidad práctica. Por otra parte, de acuerdo con la naturaleza del problema la información requerida con frecuencia se refiere a resultados gruesos de las características en el conjunto, más que a las variaciones de un punto a otro.

La integración aproximada de las ecuaciones del movimiento dentro de una vena líquida, simplifica la solución y equivale a utilizar volúmenes finitos de control. El procedimiento consiste en suponer que el movimiento de un líquido —en cualquier conducción— se estudie como si fuera una vena líquida limitada, tanto en el caso de conducciones forzadas o a presión (tuberías) por las paredes rígidas de frontera, como en el caso de conducciones abiertas (canales): en parte por paredes rígidas y en parte por la superficie libre del líquido en contacto con la atmósfera. En estas condiciones, la frontera de la vena líquida admite cierta deformación parcial o totalmente y el problema se reduce a estudiar el movimiento a lo largo de una sola dimensión (unidimensional), que corresponde a la dirección en que se produce el flujo, eliminando con ello las complejidades del tratamiento tridimensional. De este modo, las variables características del flujo (velocidad, gasto, presión) se representan a través de la media de los valores que hay en los puntos de una misma sección transversal de la con-

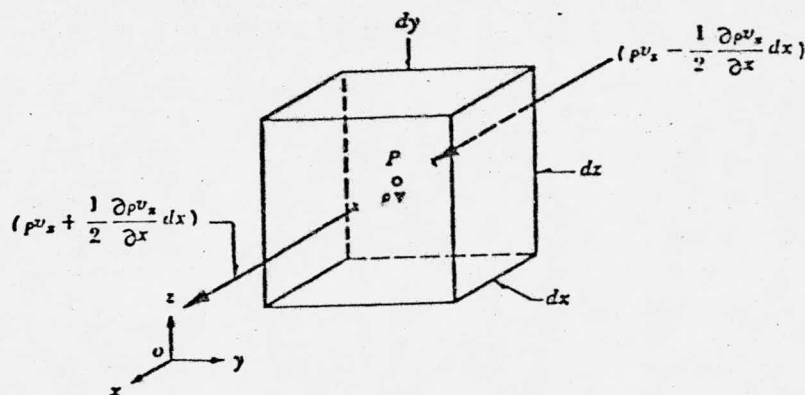


Figura 4.1. Derivación de la ecuación diferencial de continuidad.

dimensional en hidráulica, aquí se presenta su derivación para ser utilizada en los problemas de flujo con potencial. Para obtenerla se aplica el principio de conservación de la materia al volumen de control diferencial, mostrado en la Fig. 4.1 (de lados  $dx$ ,  $dy$ ,  $dz$ ).

En el centro de masa  $P$  del volumen considerado corresponden los valores  $\rho$  y  $\mathbf{v}$  como funciones de punto y del tiempo, o bien, el producto  $\rho\mathbf{v}$  como función vectorial.

Al pasar a las caras normales al eje  $x$ , que limitan al elemento de fluido, la función  $\rho\mathbf{v}$  se incrementa y decrementa en la misma cantidad:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial \rho v_x}{\partial x} dx,$$

donde el subíndice  $x$  indica la componente de la función  $\rho\mathbf{v}$  según  $x$ . De este modo, considerando positiva la masa que sale del volumen y negativa la que entra, la cantidad neta de masa que atraviesa estas caras es:

$$(\rho v_x + \frac{1}{2} \frac{\partial \rho v_x}{\partial x} dx) dy dz -$$

$$- (\rho v_x - \frac{1}{2} \frac{\partial \rho v_x}{\partial x} dx) dy dz = \\ = \frac{\partial \rho v_x}{\partial x} dx dy dz$$

Por un razonamiento semejante, la cantidad neta de masa que atraviesa las caras normales al eje  $y$  es:

$$\frac{\partial \rho v_y}{\partial y} dx dy dz;$$

y, la que atraviesa a las normales al eje  $z$ :

$$\frac{\partial \rho v_z}{\partial z} dx dy dz.$$

Finalmente, la rapidez de variación de la masa contenida en el volumen elemental es

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho dx dy dz);$$

de tal manera que el principio de conservación de la masa establece lo siguiente:

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial x} dx dy dz + \frac{\partial \rho v_y}{\partial y} dx dy dz +$$

$$+ \frac{\partial \rho v_z}{\partial z} dx dy dz + \frac{\partial}{\partial t} (\rho dx dy dz) = 0$$

y, puesto que el volumen elemental escogido no cambia con el tiempo, la ecuación anterior se puede simplificar y resulta:

$$\frac{\partial \rho v_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho v_z}{\partial z} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (4.1a)$$

O bien, recordando que

$$\operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = \frac{\partial \rho v_x}{\partial x} + \frac{\partial \rho v_y}{\partial y} + \frac{\partial \rho v_z}{\partial z},$$

la ecuación anterior también se expresa en la forma

$$\operatorname{div} \rho \mathbf{v} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \quad (4.1b)$$

Las Ecs. (4.1a y b) son dos formas de expresar la ecuación diferencial de continuidad, que es la más general para un flujo compresible no permanente; admite las siguientes simplificaciones:

a) Flujo compresible permanente

$$\left( \begin{array}{l} \partial \rho / \partial t = 0 \\ \operatorname{div}(\rho \mathbf{v}) = 0 \end{array} \right) \quad (4.2)$$

b) Flujo incompresible no permanente  
( $\rho = \text{constante}$ )

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0 \quad (4.3)$$

c) Flujo incompresible permanente

$$(\rho = \text{constante}, \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$$

igual que la Ec. (4.3) para un flujo incompresible, sea o no permanente.

**Problema 4.1.** Un flujo incompresible permanente, con simetría axial respecto del eje  $z$  (Fig. 4.2), está limitado por una superficie sólida (con la misma simetría) cuya forma está definida por la ecuación  $z r^2 = b$  ( $r$ , radio medido desde el eje  $z$ , y  $b$  una constante) y tiene un campo de velocidades dado por las componentes en coordenadas cilíndricas:  $v_r = ar$ ;  $v_\theta = 0$ ;  $v_z = -2az$ .

a) Demostrar que se satisface la ecuación diferencial de continuidad.

b) Determinar la expresión para el gasto a través de la sección horizontal A-A y de la sección cilíndrica B-B.

c) Determinar la velocidad en el punto P ( $r = z = 1.5$  m) cuando  $Q = 10.64$  m<sup>3</sup>/seg (Ref. 20).

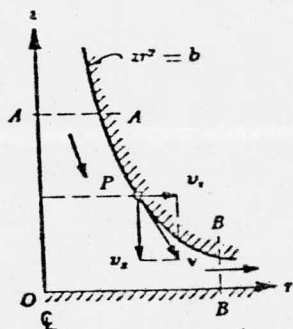


Figura 4.2. Flujo del problema 4.1.

**Solución a).** El campo de velocidades, definido en coordenadas cilíndricas, equivale a las siguientes expresiones en coordenadas cartesianas

$$v_x = ax$$

$$v_y = ay$$

$$v_z = -2az$$

Resulta entonces que

$$\text{div } \mathbf{v} = a + a - 2a = 0$$

esto es, se satisface la ecuación de continuidad (4.3) y se verifica que el flujo es incompresible.

Para los restantes puntos conviene más utilizar las coordenadas polares.

**Solución b).** Para la sección horizontal A-A, el gasto es

$$Q = - \int_0^{\sqrt{b/z}} 2\pi r (-2az) dr$$

$$Q = 4\pi az \left[ \frac{r^2}{2} \right]_0^{\sqrt{b/z}} = 2\pi ab$$

Para la sección cilíndrica B-B se tiene:

$$Q = \int_0^{b/r^2} 2\pi r (ar) dz = 2\pi ar^2 \left[ z \right]_0^{b/r^2}$$

$$Q = 2\pi ab$$

c) Para el punto P:

$$b = zr^2 = 1.5 \times 2.25 = 3.375 \text{ m}^2$$

y, considerando el valor de  $Q$ , se tiene entonces que

$$a = \frac{Q}{2\pi b} = \frac{10.64}{2 \times 3.1416 \times 3.375} = 0.502 \text{ seg}^{-1}$$

por tanto, la magnitud de la velocidad en el punto P, es:

$$v = \sqrt{v_r^2 + v_z^2} = a \sqrt{r^2 + 4z^2} =$$

$$= 0.502 \sqrt{2.25 + 4 \times 2.25}$$

$$v = 1.684 \text{ m/seg}$$



**Problema 4.2.** Determinar, para los siguientes campos de flujo incompresible, aquellos que satisfagan la ecuación de continuidad e indicar cuáles son rotacionales (típicos de un fluido viscoso) y cuáles irrotacionales (típicos de un fluido no viscoso).

$$a) v_x = (x-2y)t; \quad v_y = -(2x+y)t$$

$$b) v_x = x^2 \cos y; \quad v_y = -2x \sin y$$

$$c) v_x = x+y; \quad v_y = x-y$$

$$d) v_x = \ln x+y; \quad v_y = x y - \frac{y}{x}$$

e) El flujo indicado en el problema 3.2a.

**Solución a).** En todos los casos la ecuación a satisfacer es la (4.3):

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = t; \quad \frac{\partial v_y}{\partial y} = -t$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = t - t = 0$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} = -2t; \quad \frac{\partial v_x}{\partial y} = -2t$$

$$[\operatorname{rot} \mathbf{v}]_z = 0; \quad [\operatorname{rot} \mathbf{v}]_y = 0; \quad [\operatorname{rot} \mathbf{v}]_x =$$

$$= \left( \frac{\partial v_y}{\partial x} - \frac{\partial v_x}{\partial y} \right)$$

$$[\operatorname{rot} \mathbf{v}]_z = -2t + 2t = 0$$

El flujo es no permanente, incompresible e irrotacional.

**Solución b).**

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = 2x \cos y; \quad \frac{\partial v_y}{\partial y} = -2x \cos y$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = 0$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} = -2 \sin y; \quad \frac{\partial v_x}{\partial y} = -x^2 \sin y$$

$$[\operatorname{rot} \mathbf{v}]_z = (x^2 - 2) \sin y \neq 0$$

El flujo es permanente, incompresible y rotacional.

**Solución c).**

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = 1; \quad \frac{\partial v_y}{\partial y} = -1; \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0$$

$$\frac{\partial v_y}{\partial x} = 1; \quad \frac{\partial v_x}{\partial y} = 1; \quad \operatorname{rot} \mathbf{v} = 0$$

El flujo es permanente, incompresible e irrotacional.

**Solución d).**

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = \frac{1}{x}; \quad \frac{\partial v_y}{\partial y} = x - \frac{1}{x};$$

$$\operatorname{div} \mathbf{v} = x$$

no satisface la ecuación de continuidad, por lo cual no puede existir un flujo incompresible con el campo de velocidades propuesto.

**Solución e).** En el problema 3.2a se demostró que el flujo es rotacional para el campo de velocidades propuesto. Además:

$$\frac{\partial v_x}{\partial x} = A; \quad \frac{\partial v_y}{\partial y} = -A; \quad \operatorname{div} \mathbf{v} = 0$$

luego, el flujo es permanente, incompresible y rotacional.

### 4.3.3 Ecuación de continuidad para una vena líquida

La vena líquida mostrada en la Fig. 4.3 está limitada por la superficie 3 (que generalmente coincide con una frontera sólida, o por ésta y una superficie libre) y por las secciones transversales 1 y 2, normales al eje que une los centros de gravedad de todas las secciones. Las velocidades en cada punto de una misma sección transversal poseen un valor medio  $V$ , que se considera representativo de toda la sección y de dirección tangencial al eje de la vena.

Se considera el volumen elemental de líquido —mostrado en la Fig. 4.3— limitado lateralmente por la superficie que envuelve a la vena líquida, así como por dos secciones transversales normales al eje de la vena, separadas la distancia  $ds$ , donde  $s$  representa la coordenada curvilínea siguiendo el eje de la vena.

La cantidad neta de masa que atraviesa la superficie de frontera, del volumen elemental en estudio, es:

$$\left[ \rho V A + \frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} ds \right]$$

$$- \rho V A = \frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} ds$$

y, la rapidez con que varía la masa dentro del mismo, es  $\partial(\rho A ds)/\partial t$ . Por tanto, el principio de conservación de la masa establece que

$$\frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} ds + \frac{\partial}{\partial t} (\rho A ds) = 0 \quad (4.4)$$

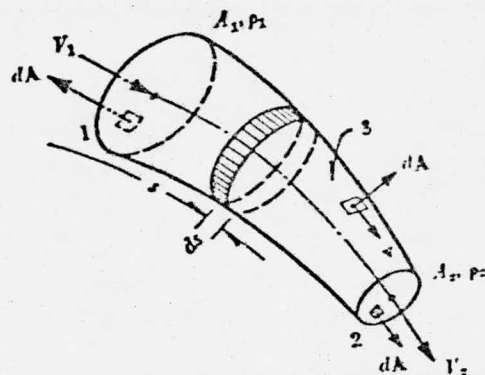


Figura 4.3. Ecuación de continuidad para una vena líquida.

Sin cometer prácticamente error se puede aceptar en la mayoría de los problemas, que la longitud  $ds$  del elemento de volumen considerado, no depende del tiempo. Este puede salir de la derivada del segundo término de la ecuación anterior y simplificarse con el que aparece en el primero, de lo cual resulta:

$$\frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} + \frac{\partial(\rho A)}{\partial t} = 0 \quad (4.5a)$$

Recordando que  $\rho$ ,  $V$ ,  $A$  son funciones de  $s$  y  $t$ , al desarrollar las derivadas parciales indicadas se obtiene:

$$\begin{aligned} \rho A \frac{\partial V}{\partial s} + \rho V \frac{\partial A}{\partial s} + V A \frac{\partial \rho}{\partial s} + \\ + \rho \frac{\partial A}{\partial t} + A \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 \end{aligned} \quad (4.5b)$$

o bien, con  $V = ds/dt$ :

$$\begin{aligned} \rho A \frac{\partial V}{\partial s} + \rho \left( \frac{\partial A}{\partial s} \frac{ds}{dt} + \frac{\partial A}{\partial t} \right) + \\ + A \left( \frac{\partial \rho}{\partial s} \frac{ds}{dt} + \frac{\partial \rho}{\partial t} \right) = 0 \end{aligned} \quad (4.5c)$$

Dividiendo la Ec. (4.5c) entre  $\rho A$  y recordando el desarrollo de la derivada total, resulta entonces:

$$\frac{\partial V}{\partial s} + \frac{1}{A} \frac{dA}{dt} + \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dt} = 0 \quad (4.5d)$$

que es la ecuación de continuidad para una vena líquida donde se produce un flujo no permanente y compresible. Un ejemplo clásico de su aplicación lo constituye el problema de golpe de ariete. En problemas de flujo no permanente a superficie libre (tránsito de ondas de avenida en canales y de mareas en estuarios), donde se considera que el líquido es incompresible, desaparece el último término de la Ec. (4.5d).

Si el escurrimiento es permanente las derivadas con respecto a  $t$  que aparecen en la Ec. (4.5a) se eliminan y esta ecuación resulta:

$$\frac{\partial(\rho V A)}{\partial s} = 0 \quad (4.6a)$$

o bien,

$$\rho V A = \text{constante} \quad (4.6b)$$

Si, además, el fluido es incompresible:

$$V A = \text{constante} \quad (4.7a)$$

Esto significa que es constante el gasto que circula por cada sección de la vena líquida en un flujo permanente; o bien, que para dos secciones transversales 1 y 2 de la misma, se cumple lo siguiente:

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \quad (4.7b)$$

**Problema 43.** En la Fig. 4.4 se muestra la bifurcación de un tubo circular que tiene los diámetros indicados. El agua que escurre dentro del tubo, entra en A y sale en C y D. Si la velocidad media en B es de 0.60 m/seg, y en C es de 2.70 m/seg, calcular las velocidades medias en A y D, el gasto total, y el gasto en cada rama de la tubería.

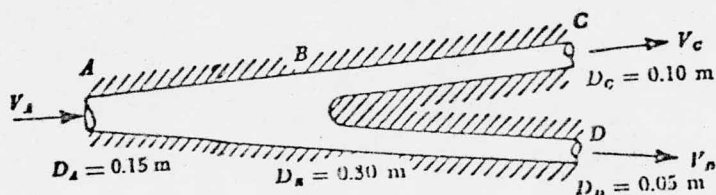


Figura 4.4. Flujo en la bifurcación del problema 43.

**Solución.** La ecuación de continuidad (4.7) aplicada a la vena líquida, considerada en la Fig. 4.4, conduce a que:

$$V_A \frac{\pi D_A^2}{4} = V_B \frac{\pi D_B^2}{4}$$

de donde

$$V_A = 0.60 \left( \frac{0.30}{0.15} \right)^2 = 2.40 \text{ m/seg}$$

En forma análoga:

$$V_B \frac{\pi D_B^2}{4} = V_C \frac{\pi D_C^2}{4} + V_D \frac{\pi D_D^2}{4}$$

$$V_D = 0.60 \left( \frac{0.30}{0.05} \right)^2 - 2.7 \left( \frac{0.10}{0.05} \right)^2 = 21.6 - 10.8 = 10.8 \text{ m/seg}$$

El gasto total es

$$Q = V_A \frac{\pi D_A^2}{4} = V_C \frac{\pi D_C^2}{4} + V_D \frac{\pi D_D^2}{4}$$

$$Q = 2.4 \times 0.785 \times 0.0225 = 0.042 \text{ m}^3/\text{seg}$$

El gasto por el tubo C es entonces:

$$Q_C = V_C \frac{\pi D_C^2}{4} = 2.70 \times 0.785 \times 0.01 = 0.021 \text{ m}^3/\text{seg}$$

y, el gasto por el tubo D, el siguiente:

$$Q_D = V_D \frac{\pi D_D^2}{4} = 10.8 \times 0.785 \times 0.0025 = 0.021 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Esto es, el gasto total vale

$$Q = Q_C + Q_D = 0.021 + 0.021 = 0.042 \text{ m}^3/\text{seg}$$

que comprueba el resultado anterior.

**Problema 4.4** En la contracción del ducto, mostrado en la Fig. 4.5, encontrar la relación que debe existir entre  $d$  y  $s$  para proporcionar una aceleración uniforme de la sección 1 a la 2. Suponer que el flujo es permanente y unidimensional (Ref. 12).

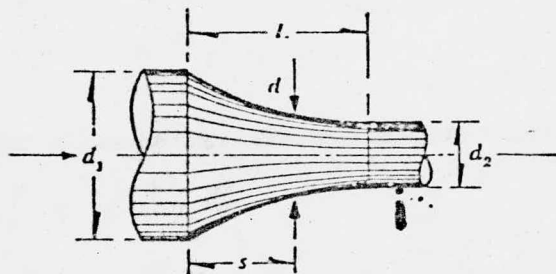


Figura 4.5. Esquema aclaratorio del problema 4.4.

**Solución.** Considerando que el flujo es unidimensional, las velocidades en cada sección transversal, normal al eje del conducto, quedan representadas por la velocidad media  $V$ . La aceleración para flujo permanente es (Ec. 3.5a):

$$a = \frac{d}{ds} \left( \frac{V^2}{2} \right) = C_1$$

y, para ser uniforme a lo largo de la contracción, se requiere que sea constante. Integrando resulta

$$\frac{V^2}{2} = C_1 s + C_2$$

donde  $C_1$  y  $C_2$  son dos constantes que se obtienen de las condiciones de frontera, a saber:

$$\text{para } s = 0; \quad V = V_1; \quad C_2 = \frac{V_1^2}{2}$$

$$\text{para } s = L; \quad V = V_2; \quad C_1 = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2L}$$

Luego:

$$V^2 = (V_2^2 - V_1^2) \frac{s}{L} + V_1^2$$

Por otra parte, de la ecuación de continuidad

$$V = \left( \frac{d_1}{d} \right)^2 V_1$$

$$V_2 = \left( \frac{d_1}{d_2} \right)^2 V_1$$

que, substituidas en la ecuación anterior, resulta

$$\frac{d_1^4}{d^4} V_1^2 = \left( \frac{d_1^4}{d_2^4} V_1^2 - V_1^2 \right) \frac{s}{L} + V_1^2$$

y, de aquí, la relación buscada es:

$$d = d_1 \sqrt[4]{\frac{1}{(d_1^4/d_2^4 - 1) \frac{s}{L} + 1}}$$

## 4.4 Ecuación de la energía

### 4.4.1 Ecuaciones del movimiento

Si no se incluyen los efectos termodinámicos en el flujo ni la adición o extracción de energía mecánica desde el exterior (bomba o turbina), es posible derivar las ecuaciones del movimiento —aplicables al flujo de líquidos— a partir de la segunda ley de Newton. Para ello es necesario considerar las fuerzas que se oponen al movimiento, las cuales desarrollan un trabajo mecánico equivalente a la energía disipada al vencer dichas fuerzas.

Cuando se aplica la segunda ley de Newton a un elemento diferencial de masa de líquido, en la forma  $dF = dm a$ , se obtienen las ecuaciones del movimiento —a lo largo de una línea de corriente— para el flujo de un líquido real, no permanente; puede generalizarse para una vena líquida en flujo unidimensional. La derivación de dicha ecuación corresponde a las condiciones particulares del movimiento según el sistema natural de coordenadas explicado en el subcapítulo 3.3 al derivar las componentes de la aceleración dadas por las Ecs. (3.5), con las características del movimiento en la forma ahí explicada.

Para el planteo de las ecuaciones es necesario establecer el equilibrio dinámico de las fuerzas en las direcciones tangencial, normal y binormal, que actúan sobre el elemento líquido (mostrado en las figuras 4.6), con la fuerza de peso como única fuerza de cuerpo. Dicho elemento encierra al punto  $P$ , en el cual existen los valores  $v, p, \rho, \tau$  (velocidad, presión, densidad, esfuerzo de fricción). Las componentes de las fuerzas que actúan sobre el elemento en la dirección  $+s$  son las siguientes:

a) La fuerza de superficie resultante de un gradiente de presiones en la dirección del movimiento; para la dirección positiva de la coordenada curvilínea  $s$  (Fig. 4.6b) es:

$$\begin{aligned} & \left( p - \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial s} ds \right) dn db - \\ & - \left( p + \frac{1}{2} \frac{\partial p}{\partial s} ds \right) dn db = \\ & = - \frac{\partial p}{\partial s} ds dn db \end{aligned}$$

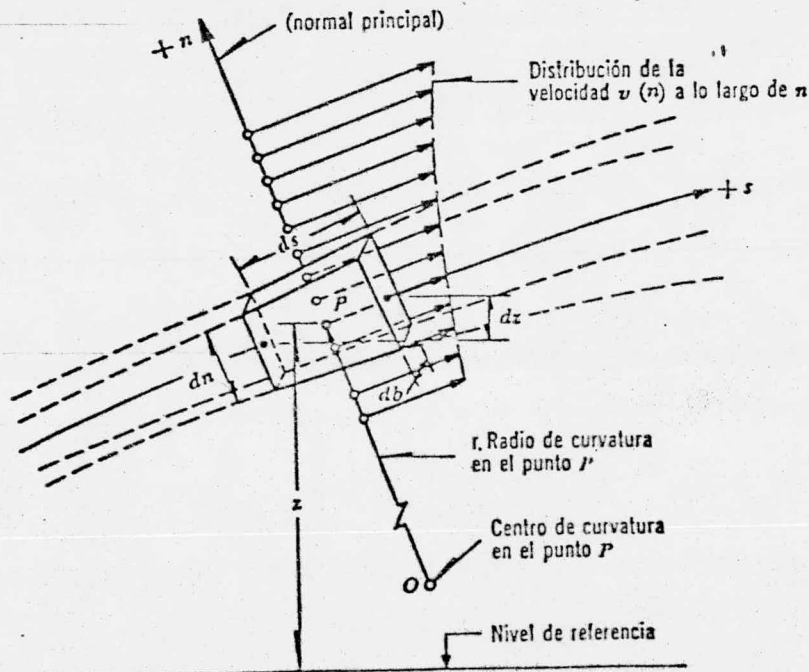
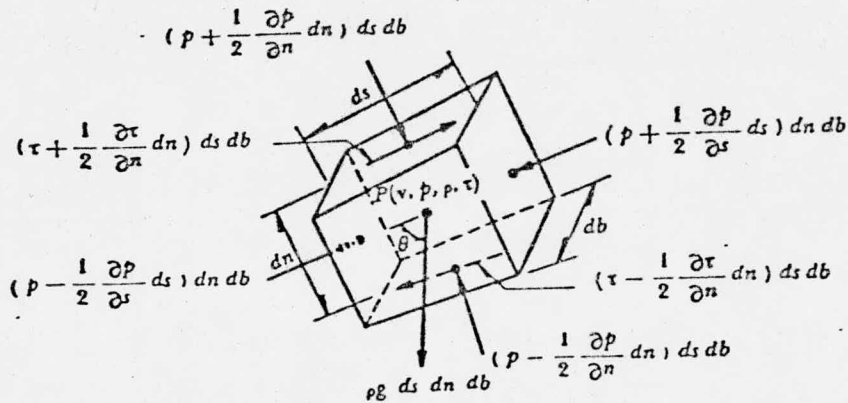


Figura 4.6 a). Elemento de líquido en un campo de flujo.



NOTA: Las dimensiones del elemento son  $ds$ ,  $dn$  y  $db$ , medidas a través de su centro;  $v$ ,  $p$ ,  $\rho$  y  $\tau$ , los valores medidos en  $P$ .

Figura 4.6 b). Componentes de las fuerzas que actúan sobre el elemento.

b) La fuerza de superficie, debida a la resistencia al movimiento, se puede evaluar en términos del esfuerzo tangencial de fricción  $\tau$ , el cual varía únicamente en la dirección  $n$  dado que en la inmediata vecindad del punto  $P$  no hay variación de la velocidad en la dirección  $b$ . Esta fuerza es:

$$\left( \tau + \frac{1}{2} \frac{\partial \tau}{\partial n} dn \right) ds db - \left( \tau - \frac{1}{2} \frac{\partial \tau}{\partial n} dn \right) ds db = \frac{\partial \tau}{\partial n} dn ds db$$

c) La componente de la fuerza de cuerpo, debida al propio peso del elemento. Con  $\cos \theta = \partial z / \partial s$ , vale:

$$-\rho g ds dn db \cos \theta = -\rho g ds dn db \frac{\partial z}{\partial s}$$

La segunda ley de Newton —aplicada al elemento— establece que la suma de estas fuerzas es igual a la masa del elemento, multiplicada por la componente  $a$ , de la aceleración dada por la Ec. (3.5a). Puesto que en todos los términos que representan fuerzas aparece el volumen del elemento  $ds dn db$ , resulta entonces:

$$\left[ -\frac{\partial p}{\partial s} + \frac{\partial \tau}{\partial n} - \rho g \frac{\partial z}{\partial s} \right] ds dn db = \rho \left[ \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{v^2}{2} \right) + \frac{\partial v}{\partial t} \right] ds dn db$$

Dado que  $\rho ds dn db$  representa la masa del elemento, si los términos de la ecuación anterior se dividen entre aquella, cada término representará una fuerza por unidad de masa. Resulta entonces que

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial s} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial n} - g \frac{\partial z}{\partial s} =$$

$$= \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{v^2}{2} \right) + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4.8a)$$

ésta es la primera ecuación diferencial del movimiento. El primer término es debido al gradiente de presiones en la dirección de la línea de corriente; el segundo, la fuerza de resistencia causada por la fricción interna y que induce la disipación de energía; el tercero, la fuerza de peso (todas estas fuerzas son por unidad de masa); finalmente, el cuarto término (segundo miembro) es el cambio de energía cinética (aceleración convectiva) que experimenta la unidad de masa a lo largo de la línea de corriente; y, el último, la aceleración local de la misma.

La Ec. (4.8a) se ha derivado por simplicidad para un elemento de área transversal constante. Sin embargo, el mismo resultado se obtiene si el elemento es divergente (Ref. 12).

En la misma forma se establece el equilibrio dinámico del elemento, ahora en la dirección de la normal principal a la línea de corriente, sobre la cual la componente de la aceleración está dirigida en sentido negativo de  $n$  y está expresada por la Ec. (3.5b) y donde, además, no existe fuerza de fricción. Resulta:

$$-\frac{\partial p}{\partial n} dn ds db - \rho g ds dn db \frac{\partial z}{\partial n} =$$

$$= -\rho \frac{v^2}{r} ds dn db$$

donde  $r$  es el radio local de curvatura de la línea de corriente. Dividiendo entre  $\rho ds dn db$ , se tiene:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial n} - g \frac{\partial z}{\partial n} = -\frac{v^2}{r} \quad (4.8b)$$

La Ec. (4.8b) permite determinar la distribución de la presión en la dirección de la normal principal de la línea de corriente, si se conoce la distribución de  $v$  sobre la misma. Es válida para el flujo compresible permanente o no permanente y sus diferentes términos representan a las fuerzas por unidad de masa.

En el caso de que la línea de corriente sea de curvatura despreciable ( $r = \infty$ ), el segundo término de la Ec. (4.8b) vale cero.

Finalmente, del equilibrio dinámico según la dirección de la binormal, resultaría:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial b} - g \frac{\partial z}{\partial b} = 0 \quad (4.8c)$$

debido a que  $a_b = 0$  Ec. (3.5c). La ecuación (4.8c) es válida para el flujo permanente o no permanente y sus términos también representan a fuerzas por unidad de masa.

Si se trata del flujo de líquidos los efectos térmicos no tienen influencia en  $\rho$  y, además, es común que los cambios de  $p$  y  $\tau$ , con la posición del punto, sean más importantes que los que pueda experimentar  $\rho$  (aun en golpe de ariete). Por tanto, las Ecs. (4.8) para el flujo de líquidos se pueden escribir en la forma:

$$-\frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{p}{\rho} \right) - g \frac{\partial z}{\partial s} + \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\tau}{\rho} \right) =$$

$$= \frac{\partial}{\partial s} \left( \frac{v^2}{2} \right) + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4.9a)$$

$$-\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{p}{\rho} \right) - g \frac{\partial z}{\partial n} = -\frac{v^2}{r} \quad (4.9b)$$

$$-\frac{\partial}{\partial b} \left( \frac{p}{\rho} \right) - g \frac{\partial z}{\partial b} = 0 \quad (4.9c)$$

Todavía más, considerando las ecuaciones (3.6) y (3.8), la forma vectorial de las ecuaciones del movimiento (4.9a, b, c) es (Ref. 12):

$$-\text{grad} \left( \frac{p}{\rho} + gz \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\tau}{\rho} \right) s =$$

$$= \text{grad} \left( \frac{v^2}{2} \right) + \text{rot } v \times v + \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4.9)$$



#### 4.4.2 Ecuaciones del movimiento sobre una línea de corriente

Es importante el poder efectuar la integración de la Ec. (4.9a) a lo largo de una línea de corriente. Sin embargo, debido al carácter tensorial del esfuerzo de fricción  $\tau$ , dicha integración es compleja si no se hacen consideraciones simplificatorias.

Puesto que los términos de la Ec. (4.9a) representan fuerzas por unidad de masa, al dividir la misma entre  $g$  dichos términos expresarán ahora fuerzas por unidad de peso. Haciendo esta operación con  $\gamma = \rho g$ , y ordenando, resulta:

$$-\frac{\partial}{\partial s} \left( z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \right) + \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\tau}{\gamma} \right) = \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4.10a)$$

Si, además, los términos de la ecuación anterior se multiplican por  $ds$ , los resultados expresarán los trabajos mecánicos realizados por las fuerzas (por unidad de peso) a lo largo de la línea de corriente, o bien, las energías equivalentes (también por unidad de peso):

$$-\frac{\partial}{\partial s} \left( z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} \right) ds + \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\tau}{\gamma} \right) ds = \frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} ds \quad (4.10b)$$

La integración de esta ecuación sobre una línea de corriente conduce a que:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} - \int_s \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\tau}{\gamma} \right) ds = C(t) - \frac{1}{g} \int_s \frac{\partial v}{\partial t} ds$$

El término  $-\int_s \frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{\tau}{\gamma} \right) ds$  se interpreta como la energía, por unidad de peso, utilizada para vencer las fuerzas de fricción y que se transforma en energía calorífica no aprovechable en el movimiento. Por esta razón se considera una *pérdida de energía* que se designará por  $h_r$ . De esta manera, la Ec. (4.10) será:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + h_r = C(t) - \frac{1}{g} \int_s \frac{\partial v}{\partial t} ds \quad (4.11)$$

donde  $C(t)$  es una constante de integración que es función únicamente del tiempo. Esta es la *ecuación del movimiento para una línea de corriente* en un flujo de un líquido real (rotacional) no permanente; asimismo, relaciona las diferentes transformaciones de la energía por unidad de peso a lo largo de una misma línea de corriente. Su forma diferencial, equivalente a la Ec. (4.10b), es

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + h_r \right) = -\frac{1}{g} \frac{\partial v}{\partial t} \quad (4.12)$$

La Ec. 4.11 admite las siguientes simplificaciones:

a) Si el flujo es permanente, la integral de la Ec. (4.11) desaparece y  $C(t) = C_1$  (constante).

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} + h_r = C_1 \quad (4.13)$$

b) Si en el flujo, además, no hay fricción, la Ec. (4.13) toma la expresión:

$$z + \frac{p}{\gamma} + \frac{v^2}{2g} = C_2 \quad (4.14)$$

que es la *ecuación de Bernoulli* para una línea de corriente.

Por lo que respecta a la componente dada por la Ec. (4.9b), es interesante la integración para el caso en que las líneas de corriente fuesen rectas o de curvatura despreciable, en un flujo permanente. Para este caso,  $r = \infty$  o muy grande y dicha ecuación es:

$$\frac{\partial}{\partial n} \left( \frac{p}{\rho} + gz \right) = 0$$

Por tanto, la integración en la dirección de la normal a la línea de corriente conduce a:

$$\frac{p}{\gamma} + z = \text{constante} \quad (4.15)$$

lo cual significa que la presión se distribuye de manera hidrostática en la dirección de la normal principal. Un resultado análogo se obtiene para la componente en la dirección de la binormal.

#### 4.4.3 Ecuación de la energía para una vena líquida

El considerar que los valores de  $z$ ,  $p$ ,  $p$ ,  $h_r$  y  $v$ , sobre una línea de corriente ideal que coincidiera con el eje de una vena líquida, fueran representativos de cada sección, no implicaría un error apreciable y la Ec. (4.12) sería igualmente válida para la vena líquida de la Fig. 4.3. Esta consideración es suficientemente precisa por lo que respecta a los términos que contienen las cuatro primeras magnitudes, pero será menos exacta en lo que se refiere a los que contienen a  $v$ . En efecto; al existir una distribución de velocidades en la sección, que además se aparta del valor medio  $V$  (Fig. 4.7), se comete un error en el cálculo de dicho valor medio.

Puesto que en las ecuaciones (4.11) y (4.12) el término  $v^2/2g$  representa la energía cinética que posee la unidad de peso, la que corresponde al peso del líquido que atraviesa el área  $dA$  en la unidad de tiempo será:  $\gamma v dA v^2/2g$ . En la misma forma, la energía cinética que posee todo el peso del líquido que fluye a través de una sección de la vena líquida, en la unidad de tiempo, es  $\gamma VA \alpha V^2/2g$ , donde  $\alpha$  corrige el error de considerar el valor medio de la velocidad. Se debe entonces satisfacer lo siguiente:

$$\alpha \frac{V^2}{2g} \gamma VA = \iint_A \frac{v^2}{2g} \gamma v dA$$

Puesto que  $\gamma$  representa el valor medio del peso específico en toda la sección, resulta que

$$\alpha = \frac{1}{A} \iint_A \left( \frac{v}{V} \right)^3 dA \quad (4.16)$$

Por un razonamiento análogo con el último término de la Ec. (4.12), se tiene

$$\beta V \rho VA = \iint_A v \rho v dA$$

$$\beta = \frac{1}{A} \iint_A \left( \frac{v}{V} \right)^2 dA \quad (4.17)$$

Los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  se conocen como *coeficientes de Coriolis* y *de Boussinesq*, respectivamente. Con estas correcciones la Ec. (4.12) resulta así:

$$\frac{\partial}{\partial s} \left( z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g} + h_r \right) =$$

$$= - \frac{1}{g} \frac{\partial \beta V}{\partial t} \quad (4.18)$$

que es la *ecuación diferencial de la energía para una vena líquida*, llamada también *ecuación dinámica*. Si esta ecuación se integra entre dos secciones, 1 y 2 de la vena líquida, se obtiene:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} +$$

$$+ \sum_1^2 h_r + \frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial(\beta V)}{\partial t} ds \quad (4.19)$$

es decir, la *ecuación general de la energía para una vena líquida*, donde  $\sum_1^2 h_r$  representa la *disipación de energía interna del flujo*, entre las secciones 1 y 2, que además, incluye la constante de integración  $C(t)$ .

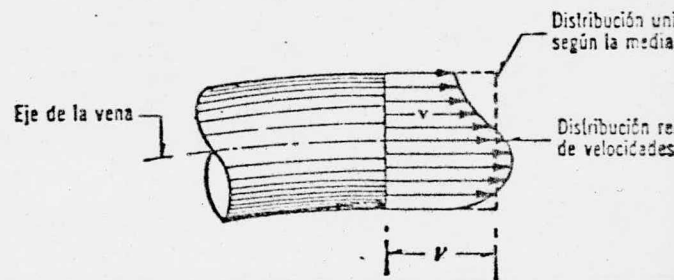


Figura 4.7. Distribución de velocidades en una sección

#### 4.4.4 Interpretación de la ecuación de la energía

Con el objeto de entender mejor las diferentes aplicaciones de la Ec. (4.19), es adecuado hacer una interpretación física de los diferentes términos que intervienen en ella. El análisis de cada uno de sus términos muestra que corresponden a los de una longitud o carga. El término  $z$ , medido desde un plano horizontal de referencia, se llama *carga de posición*;  $p/\gamma$  es la *carga de presión*;  $\alpha V^2/2g$  la *carga de velocidad*;  $\sum_1^2 h_r$  la *pérdida de carga* y  $\frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial \beta V}{\partial t} ds$  la *carga correspondiente al cambio local de la velocidad*.

La Ec. (4.19) establece las relaciones entre las diferentes transformaciones de la energía mecánica del líquido, por unidad de peso del mismo [ $FL/F$ ]. La carga de posición es la *energía potencial*; la carga de presión es la energía correspondiente al *trabajo mecánico ejecutado por las fuerzas debidas a la presión*; la carga de velocidad es la *energía cinética* de toda la vena líquida; la pérdida de carga es la *energía transformada en otro tipo de energía* (transferencia de calor) que, en el caso de los líquidos, no es utilizable en el movimiento; y, finalmente, la carga correspondiente al cambio local de la velocidad es la energía utilizada para efectuar dicho cambio.

a) Si el flujo es permanente,  $\frac{\partial \beta V}{\partial t} = 0$  y la Ec. (4.19) se reduce a la expresión:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum_1^2 h_r \quad (4.20)$$

b) Si, además, no hay pérdida de energía,  $\sum_1^2 h_r = 0$  y los coeficientes  $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$ , la Ec. (4.20) adopta la forma llamada *ecuación de Bernoulli para una vena líquida*, esto es:

$$z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} =$$

$$= z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \quad (4.21)$$

c) Si  $H = z + \frac{p}{\gamma} + \alpha \frac{V^2}{2g}$  representa la energía por unidad de peso que tiene el líquido en una determinada sección, la cual es medida desde el plano horizontal de referencia, la Ec. (4.20) se simplifica así:

$$H_1 = H_2 + \sum_1^2 h_r \quad (4.22)$$

En una determinada sección la energía de un volumen  $v$  del líquido, respecto del plano horizontal de referencia, es:

$$E = \gamma H v$$

y, por definición de energía y potencia, en esa sección esta última vale:

$$P = \frac{dE}{dt} = \gamma H \frac{dv}{dt}$$

Además, por definición de gasto, la *energía del líquido en la unidad de tiempo*, esto es, su *potencia*, vale

$$P = \gamma Q H \quad (4.23)$$

donde:

- $\gamma$  peso específico del líquido, en  $\text{kg/m}^3$ ;
- $H$  energía total respecto del plano de referencia, en m;
- $Q$  gasto en la sección considerada, en  $\text{m}^3/\text{seg}$ ;
- $P$  potencia del líquido, en  $\text{kg m/seg}$ .

Esto es, si se multiplican ambos miembros de la Ec. (4.22) por  $\gamma Q$ , para el flujo permanente, esta ecuación se puede también expresar en la forma

$$P_1 = P_2 + \sum_1^2 P_r \quad (4.24)$$

Una interpretación física de cada uno de los términos de la Ec. (4.19) para una conducción forzada con escurrimiento no permanente, se muestra en la Fig. 4.8, la cual tendría validez para un instante determinado. Con este esquema se pueden hacer las siguientes definiciones.

1. La *línea de energía* une los puntos que indican en cada sección la energía de la corriente.

2. La *línea de cargas piezométricas* o gradiente de cargas de presión, une los puntos que marcan en cada sección la suma de las cargas  $z + \frac{p}{\gamma}$  por arriba del plano de referencia.

De acuerdo con estas definiciones la línea de cargas piezométricas está separada de la línea de energía, una distancia vertical  $\alpha \frac{V^2}{2g} + \frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial \beta V}{\partial t} ds$ , correspon-

diente a cada sección. Al mismo tiempo se pueden hacer las siguientes generalizaciones.

1. La línea de energía no puede ser horizontal o con inclinación ascendente en la dirección del escurrimiento, si el líquido es real y no adquiere energía adicional desde el exterior. La diferencia de nivel de la línea de energía en dos puntos distintos representa la pérdida de carga o disipación de energía por unidad de peso del líquido fluyente.

2. La línea de energía y la de cargas piezométricas coinciden y quedan al nivel de la superficie libre para un volumen de líquido en reposo (por ejemplo, un depósito o un embalse).

3. En el caso de que la línea de cargas piezométricas quede en algún tramo por debajo del eje de la vena líquida, las presiones locales en ese tramo son menores que la presión cero de referencia que se utilice (comúnmente la presión atmosférica).

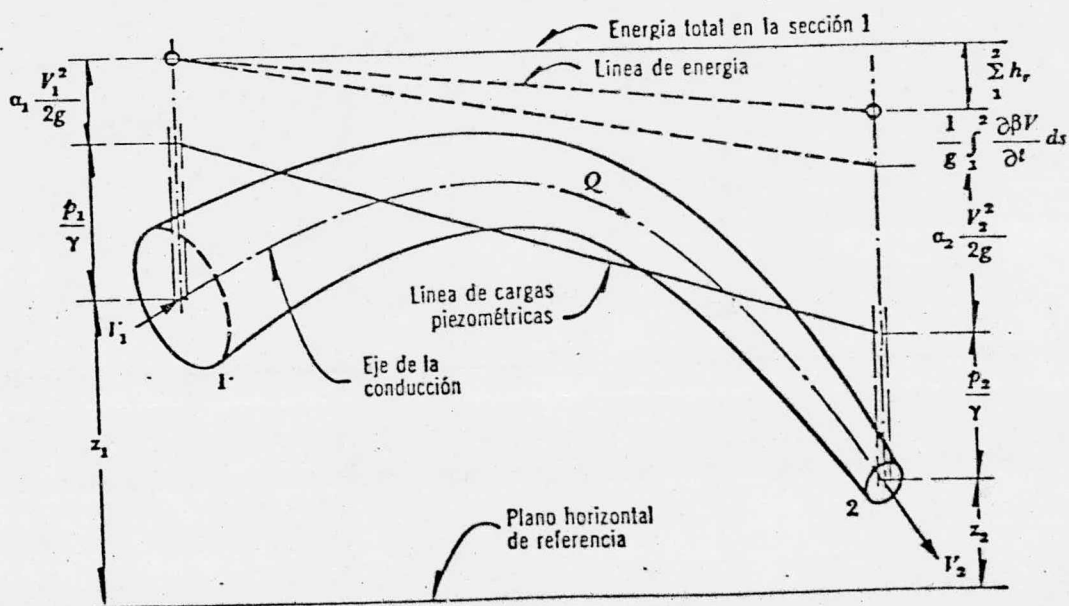


Figura 4.8. Interpretación de la ecuación de la energía para una conducción forzada.

En la Fig. 4.9 se muestra la disposición de las líneas de energía, y de cargas piezométricas, de una instalación hidroeléctrica donde el flujo es permanente; la turbina aprovecha la energía disponible  $H_{a,b}$ . En la Fig. 4.10 se muestra el mismo esquema, pero en este caso se trata de una instalación de bombeo. Para los dos casos la Ec. (4.19) se escribe como sigue:

$$z_1 = z_2 + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum_1^a h_r + \sum_b^2 h_r + H_{a,b} \quad (4.25)$$

En la instalación hidroeléctrica la turbina queda generalmente muy próxima a la sección 2 y el término  $\sum_b^2 h_r$  es despreciable.

Por lo que respecta al término  $H_{a,b}$  éste se ha empleado en la Ec. (4.25) como una energía cedida o añadida al flujo y tiene las dimensiones de una longitud. En efecto, por definición de potencia (Ec. 4.23) tenemos que:

$$H_{a,b} = \frac{P}{\gamma Q}$$

es la energía neta por unidad de peso que cede o se transmite al líquido por efecto de la máquina; tiene signo positivo en la Ec. (4.25) cuando el líquido cede energía (turbina) o negativo cuando la recibe (bomba). Aún más, si  $P_n$  es la potencia nominal de la máquina y  $\eta$  su eficiencia, entonces

$$H_{a,b} = \frac{P_n}{\eta \gamma Q} \quad (4.26a)$$

si se trata de una turbina; y

$$H_{a,b} = -\frac{\eta P_n}{\gamma Q} \quad (4.26b)$$

si es una bomba.

En el caso de una conducción a superficie libre en escurrimiento continuo (figura 4.11), con líneas de corriente de curvatura despreciable y paralelas, es más adecuado medir la carga de posición desde el plano de referencia hasta el punto más bajo de la sección transversal, esto es, hasta la plantilla del canal. La carga de presión coincide con el tirante y de la sección, es decir, con el desnivel entre

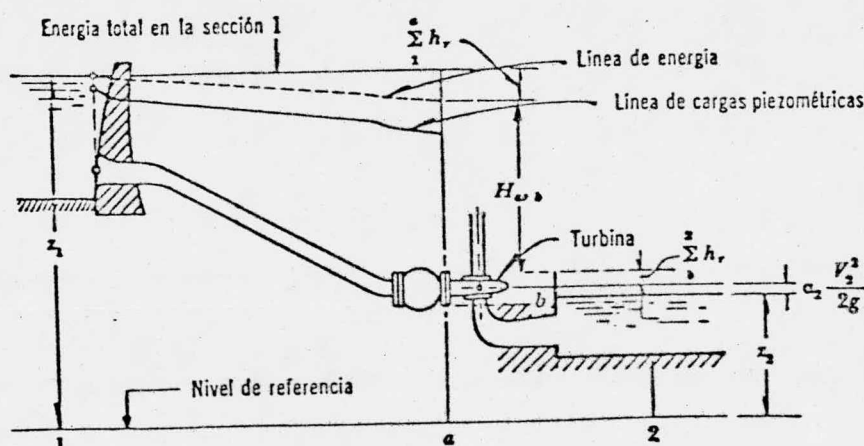


Figura 4.9. Líneas de energía y de cargas piezométricas en una instalación hidroeléctrica.

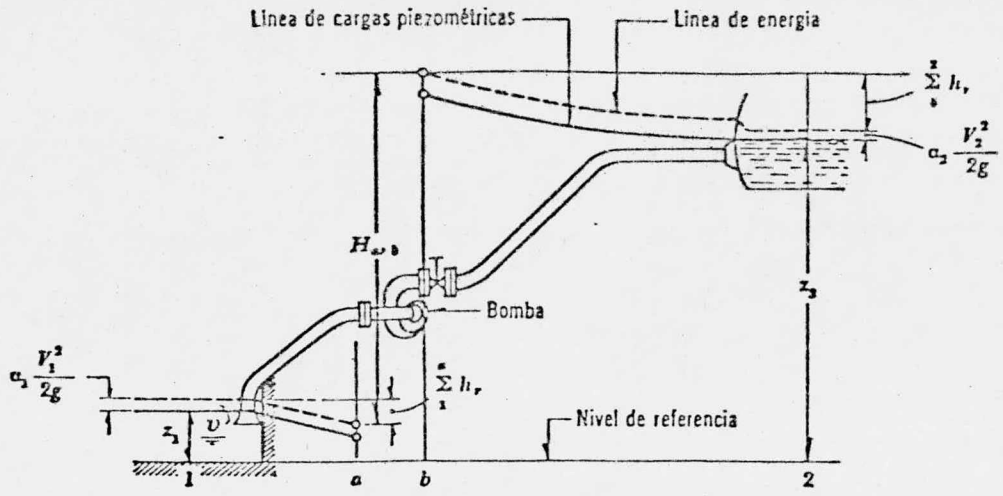


Figura 4.10. Líneas de energía y de cargas piezométricas en una instalación de bombeo.

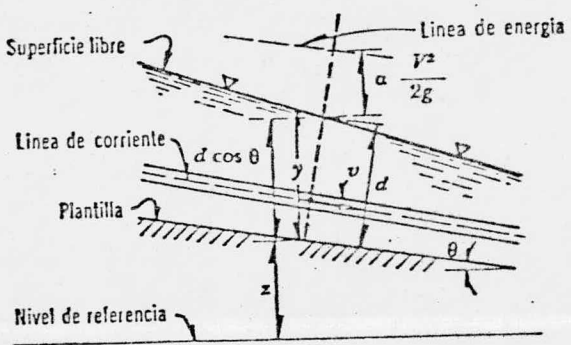


Figura 4.11. Cargas de posición, presión y de velocidad en un escurrimiento a superficie libre.

la superficie libre y la plantilla, siempre que sea pequeño el ángulo  $\theta$  de inclinación de la plantilla. Esto equivale a considerar que la distribución de presiones es hidrostática y que no existen componentes de la aceleración normales a la dirección del flujo.

Finalmente, la carga de velocidad se mide desde el nivel de la superficie libre del agua hasta la línea de energía. En el caso de que sean los ángulos  $\theta > 10^\circ$ , la carga de presión es distinta y se evalúa

como  $\frac{P}{\gamma} = d \cos \theta$ , en que  $d$  es el tirante medido en dirección perpendicular a la plantilla del canal; o bien, siendo  $y \cos \theta = \frac{P}{\gamma} = d \cos^2 \theta$ , donde  $y$  es el tirante medido verticalmente. De este modo, la suma de las cargas de posición, presión y velocidad es

$$H = z + d \cos \theta + \frac{V^2}{2g} \quad (4.27a)$$

o bien

$$H = z + y \cos^2 \theta + \frac{V^2}{2g} \quad (4.27b)$$

donde  $V$  representa la velocidad media en la sección perpendicular a la plantilla correspondiente al tirante  $d$ .

La pérdida de energía que se produce al escurrir un líquido real puede deberse no sólo al efecto de fricción entre las partículas del líquido y las fronteras que confinan a la vena líquida, sino —además— al efecto de separación o turbulencias inducidas en el movimiento al presentarse obstáculos o cambios bruscos en la geometría. El primer tipo de pérdida se conoce como *pérdida de energía por fricción*; es proporcional a la longitud de recorrido y suele adquirir gran importancia en estructuras largas. El segundo tipo de pérdida se conoce como *pérdida menor* y se concentra en el sitio mismo en que se origina.

#### 4.5 Ecuación de la cantidad de movimiento

La ecuación de la cantidad de movimiento en un cuerpo libre o volumen de control se deriva de la segunda ley de Newton. Se conoce como la cantidad de movimiento de un elemento de masa  $M$  al producto de ésta por su velocidad. Por tanto, la segunda ley de Newton establece lo que sigue.

La suma vectorial de todas las fuerzas  $F$  que actúan sobre una masa de fluido es igual a la rapidez del cambio del vector lineal *cantidad de movimiento de la masa de fluido*, es decir:

$$F = \frac{d(Mv)}{dt} \quad (4.28)$$

Las fuerzas externas son de dos tipos:

a) Fuerzas de superficie que actúan sobre la masa de fluido y, a su vez, pueden ser (subcapítulo 1.2):

Fuerzas  $F_p$ , normales a la frontera de la masa, que se pueden evaluar en términos de las intensidades de presión sobre la misma. Conviene aquí observar que la presión comprende, además de la presión estática, la dinámica ejercida por el flujo.

Fuerzas  $F_\tau$ , tangenciales a las fronteras de la masa, que se pueden medir en términos del esfuerzo tangencial sobre la misma.

b) Fuerzas de cuerpo  $F_c$ , generalmente las de peso propio.

La masa que fluye en la unidad de tiempo, a través de un elemento de superficie  $dA$  de la que encierra al volumen de con-

trol (mostrado en la Fig. 4.12), es  $\rho v \cdot dA$ . Se recuerda que la magnitud del vector  $dA$  es igual al área del elemento de superficie; su dirección normal al mismo elemento; y —por convención— positivo si se dirige hacia afuera del volumen. Por tanto,  $\rho v \cdot dA$  es positivo si el fluido sale del volumen, dado que el producto escalar tendría ese signo, y negativo en caso contrario.

La variación en el tiempo, de la cantidad de movimiento a través del elemento  $dA$ , será entonces

$$\rho v (v \cdot dA)$$

En cualquier instante la masa de un elemento diferencial es  $\rho dv$ , donde la densidad del elemento depende del instante que se considere y de la posición del mismo dentro del volumen de control. La cantidad de movimiento de dicho elemento de volumen será entonces:  $v \rho dv$ .

El cambio total de la cantidad de movimiento en el tiempo, en todo el volumen de control, será entonces:

$$\begin{aligned} \frac{d(Mv)}{dt} &= \iint_{so} \rho v (v \cdot dA) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vo} v \rho dv \end{aligned} \quad (4.29)$$

La Ec. (4.29) aplicada al volumen de fluido —de la Fig. 4.12— fijo respecto de un marco de referencia, conduce a que

$$\begin{aligned} F_p + F_\tau + F_c &= \iint_{so} v \rho (v \cdot dA) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{vo} v \rho dv \end{aligned} \quad (4.30)$$

o sea, la ecuación de la cantidad de movimiento para un volumen de control fijo.

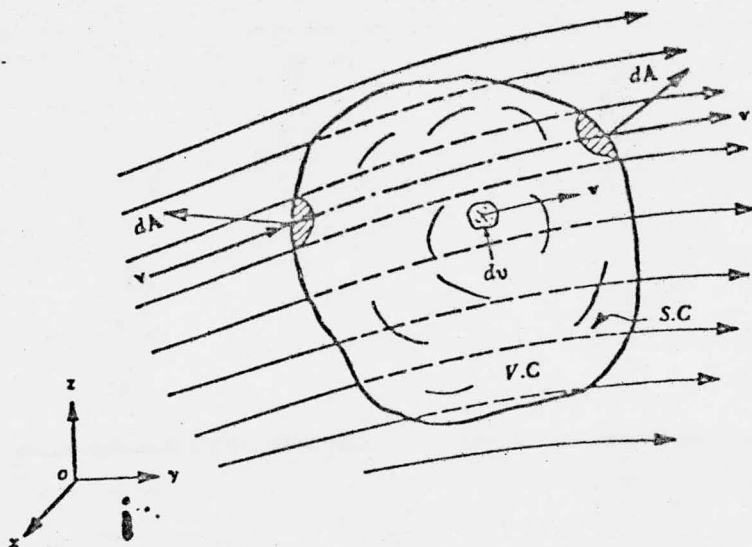


Figura 4.12. Derivación de la ecuación de la cantidad de movimiento para un volumen de control.

Si en esta ecuación se considera que el flujo ocurre únicamente a través de porciones de la superficie SC, siendo los vectores velocidad aproximadamente normales a la sección (con valores medios para  $v$  y  $\rho$ ), la primera integral de la Ec. (4.30) para cada porción de la SC, es de la forma siguiente:

$$\begin{aligned} \iint_A v_\rho v dA &= \iint_A \rho v^2 dA = \\ &= \rho V Q \left[ \frac{1}{A} \iint_A \left( \frac{v}{V} \right)^2 dA \right] = \rho V Q \beta \end{aligned}$$

donde  $\beta$  es el mismo coeficiente de corrección de la Ec. (4.17). De este modo, la Ec. (4.30) resulta así:

$$\begin{aligned} F_p + F_\tau + F_c &= \Sigma(\rho Q \beta V) + \\ &+ \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V_0} v_\rho dv \end{aligned} \quad (4.31)$$

llamada *ecuación de la cantidad de movimiento*, y es la más general que pueda obtenerse para un volumen de control fijo. El término  $\Sigma(\rho Q \beta V)$  corresponde a la suma de las cantidades de movimiento del total de partes de área en que se ha dividido la superficie de control. La última integral representa la variación que en el tiempo experimenta la cantidad de movimiento de la masa contenida en el volumen de control. Si el flujo fuese unidimensional el cuerpo libre estudiado sería como el que se muestra en la Fig. 4.3 y la integral de la Ec. (4.31) se podría calcular como sigue:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V_0} v_\rho dv &= \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{V_0} v_\rho dA ds = \\ &= \frac{\partial}{\partial t} \int_s \rho ds \iint_A v dA = \frac{\partial}{\partial t} \int_s \rho Q ds \end{aligned}$$



y la Ec. (4.31) para el flujo unidimensional sería

$$F_p + F_r + F_c = \Sigma (\rho Q \beta V) + \frac{\partial}{\partial t} \int_s \rho Q ds \quad (4.32)$$

Si el flujo es permanente la integral en las Ecs. (4.31) y (4.32) vale cero. Si además de permanente es incompresible,  $\rho$  es constante y la Ec. (4.32) resulta:

$$F_p + F_r + F_c = \rho \Sigma (Q \beta V) \quad (4.33)$$

ecuación vectorial que obviamente se puede escribir a través de sus componentes, a saber:

$$F_{px} + F_{rx} + F_{cx} = \rho \Sigma (Q \beta V_x) \quad (4.33a)$$

$$F_{py} + F_{ry} + F_{cy} = \rho \Sigma (Q \beta V_y) \quad (4.33b)$$

$$F_{pz} + F_{rz} + F_{cz} = \rho \Sigma (Q \beta V_z) \quad (4.33c)$$

La Ec. (4.33) será la ecuación de la cantidad de movimiento de mayor aplicación en este libro; para ello conviene observar los siguientes pasos:

a) Se elige el volumen de control con la amplitud que tenga interés en el estudio y se trata como un cuerpo libre; dicho volumen debe estar completamente lleno de líquido.

b) Las fuerzas de superficie  $F_p$  y  $F_r$  se consideran acciones debidas a la presión y esfuerzo cortante, respectivamente, que se aplican desde el exterior hacia el VC (las acciones del líquido sobre sus fronteras son iguales pero de sentido opuesto). Por lo que respecta a las fuerzas de presión éstas pueden ser de tipo estático y dinámico y, en ocasiones, conviene separarlas en la forma:

$$F_p = F_{pe} + F_{pd}$$

Las fuerzas debidas al esfuerzo cortante se consideran como la acción de la fricción desde la frontera hacia el líquido y, en ocasiones, puede ser difícil evaluarlas.

c) Las fuerzas de cuerpo pueden ser de cualquier tipo pero, en general, serán fuerzas debidas al peso del volumen de control y aplicadas en su centro de gravedad.

d)  $V$  representa el vector velocidad media del gasto  $Q$  que atraviesa una cierta porción de la superficie de control; se considera aplicado en el centro de gravedad y en la dirección normal a las porciones de área de la SC. De esta manera, cada producto  $Q \beta V$  que integran el término  $\Sigma (Q \beta V)$  de las Ecs. (4.31) ó (4.33) será un vector con la misma dirección que  $V$  y con el sentido que lleva el flujo al pasar sobre la porción de área analizada. Además del signo que les corresponda en la suma, según la dirección y sentido de  $V$ , se deberá afectar cada término con un signo: positivo si el gasto sale del volumen de control y negativo en caso contrario. Finalmente,  $\beta$  representa el coeficiente de Boussinesq para corregir el efecto de considerar una velocidad media en lugar de la verdadera distribución de velocidades sobre la porción de área.

#### 4.6 Sobre la aplicación de las ecuaciones de la energía y de la cantidad de movimiento

Las ecuaciones de la energía y de la cantidad de movimiento se aplican de manera diferente y, si se hace correctamente, ellas describirán un flujo con idénticos grados de exactitud. Sus principales diferencias se encuentran en su estructura: mientras la ecuación de la cantidad de movimiento es vectorial y engloba fuerzas totales y condiciones externas—sin tomar en cuenta los cambios internos de energía—la ecuación de la energía es por el contrario escalar y toma en cuenta los cambios internos de energía y no las fuerzas totales y condiciones externas.

En muchos casos, una de las dos ecuaciones es suficiente para el análisis de un problema; la elección entre ellas depende que sean las fuerzas totales o la energía del flujo la que se necesita en la solución. En otros casos, por el contrario, la naturaleza del problema es tal que resulta necesario usar las dos ecuaciones simultáneamente para estudiar la solución completa.

En general, cualquiera que sea el sistema de ecuaciones por usar, éste se deberá plantear entre secciones finales con condiciones de frontera perfectamente definidas, es decir, entre aquellas secciones de la conducción en las que se conozcan con exactitud los valores de la energía de posición, de presión y de velocidad y, por lo mismo, la energía total.

Estas secciones son las siguientes.

a) La superficie libre del líquido, en un recipiente al cual se conecta el conducto.

b) La sección final de un chorro descargado por un chiflón a las condiciones atmosféricas (o dentro de un espacio lleno de gas a presión constante).

c) Secciones intermedias de una conducción a las cuales confluyen o se bifurcan ramales, donde la energía sea común para todas las ramas.

También es conveniente conocer la importancia de los coeficientes de Coriolis y Boussinesq que afectan, tanto a la ecuación de la energía como a la de la cantidad de movimiento. Dada su magnitud, por las Ecs. (4.16) y (4.17) se observa que ésta depende principalmente de la forma que tiene la distribución de velocidades en la sección considerada.

Suponga que la distribución de velocidades en una sección cualquiera de una vena líquida es como la mostrada en la Fig. 4.13, con un valor medio  $V$ , de la velocidad. Si se considera que la velocidad en un punto cualquiera de la sección se puede determinar con el valor de la media, más una fracción de la misma, se puede escribir que:

$$v = V + kV = (1 + k)V$$

en que  $-1 < k \leq 1$ , siendo  $k$  una función de punto.

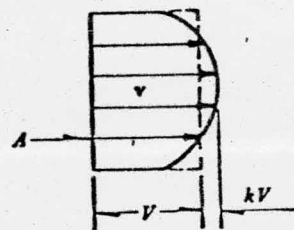


Figura 4.13. Distribución de velocidades en una sección.

Entonces, el coeficiente de Coriolis vale:

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{1}{A} \iint_A \left( \frac{v}{V} \right)^2 dA = \\ &= \frac{1}{A} \iint_A (1 + k)^2 dA = \\ &= \frac{1}{A} \iint_A (1 + 3k + 3k^2 + k^3) dA \end{aligned}$$

o bien,

$$\begin{aligned} \alpha &= 1 + \frac{3}{A} \iint_A k dA + \\ &+ \frac{3}{A} \iint_A k^2 dA + \frac{1}{A} \iint_A k^3 dA \end{aligned} \quad (4.34)$$

Por ~~parte~~ parte:

$$A = \frac{1}{V} \iint_A v \, dA = \iint_A (1 + k) \, dA = A + \iint_A k \, dA$$

Se ~~deduce~~ deduce que la integral  $\iint_A k \, dA$  debe valer ~~uno~~ cero. Además, para  $k < 1$ ,  $k^2 \approx 0$ ; así ~~resulta~~ resulta que

$$\alpha \approx 1 + \frac{3}{A} \iint_A k^2 \, dA \quad (4.35)$$

En la ~~misma~~ misma forma,  $\beta$  resulta:

$$\begin{aligned} \beta &= \frac{1}{A} \iint_A (1 + k)^2 \, dA = \\ &= \frac{1}{A} \iint_A (1 + 2k + k^2) \, dA = \\ &= 1 + \frac{1}{A} \iint_A k^2 \, dA \end{aligned}$$

Si se ~~combina~~ combina esta ecuación con la (4.35), se ~~deduce~~ deduce que

$$\beta \approx 1 + \frac{\alpha - 1}{3} \quad (4.36)$$

y es ~~suficiente~~ suficiente calcular  $\alpha$  para conocer de inmediato a  $\beta$ .

Se ~~observa~~ observa que por ser  $k \leq 1$ , los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  son siempre mayores de 1. En el caso de escurrimientos donde la distribución de velocidades se aproxima a la media (escurrimientos turbulentos), los valores de  $\alpha$  y  $\beta$  se aproximan a 1; y en caso contrario (escurrimientos laminares),  $\alpha$  y  $\beta$  alcanzan los valores máximos de 2 y 1.33, respectivamente. Sin embargo, en el caso de escurrimientos laminares, la carga de velocidad es pequeña en comparación con las restantes.

La evaluación de los coeficientes  $\alpha$  y  $\beta$  requiere, obviamente, el conocimiento previo de la distribución de velocidades en cada sección; en la mayoría de los problemas de hidráulica los escurrimientos son turbulentos y es común considerar que  $\alpha \approx \beta \approx 1$ . Sin embargo, debe tenerse presente que es posible inducir con ello

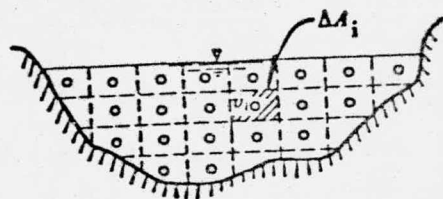


Figura 4.14. Sección transversal de un río.

un error de consideración, sobre todo en aquellos escurrimientos, aun turbulentos, en que existan problemas locales de separación o de otra índole, que modifiquen completamente el perfil de velocidades respecto del uniforme.

A menos de ser indispensable, es común suponer que ambos coeficientes valen 1 y que son más importantes otros factores —de índole estimativa— que el error que por este concepto pueda cometerse.

Cuando se conoce por medición directa la magnitud de la velocidad en diferentes puntos de una sección, a cada punto se le considera una área de influencia  $\Delta A_i$  (Fig. 4.14) y, tanto la magnitud de la velocidad media como la de los coeficientes, se puede determinar por incrementos finitos en la forma aproximada

$$V \approx \frac{1}{A} \sum_{i=1}^n v_i \Delta A_i \quad (4.37)$$

$$\alpha \approx \frac{1}{A V^3} \sum_{i=1}^n v_i^3 \Delta A_i \quad (4.38)$$

$$\beta \approx \frac{1}{A V^2} \sum_{i=1}^n v_i^2 \Delta A_i \quad (4.39)$$

donde  $n$  es el número de elementos  $\Delta A_i$  elegidos. Es más, si los incrementos de área  $\Delta A_i$  son todos iguales, las ecuaciones anteriores se simplifican a la manera siguiente:

$$V \approx \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n v_i \quad (4.40)$$

$$\alpha \approx \frac{1}{n V^3} \sum_{i=1}^n v_i^3 \quad (4.41)$$

$$\beta \approx \frac{1}{n V^2} \sum_{i=1}^n v_i^2 \quad (4.42)$$

i.

EVALUACION  
(Solicite al Coordinador el examen correspondiente)

MODULO: III  
UNIDAD 1 : HIDRAULICA BASICA  
TEMA C: Conceptos y Ecuaciones Fundamentales  
de la Hidrodinámica.

RESUMEN

En este tema se describen los diversos tipos de flujos considerados en la Hidráulica: incompresible, compresible, permanente, variado, rotacional, etc.

A esta clasificación siguió el estudio de las ecuaciones de:

- líneas de corriente

$$\frac{dx}{V_x} = \frac{dy}{V_y} = \frac{dz}{V_z}$$

- gasto de flujo

$$Q = \frac{dv}{dt} = \iint_A \mathbf{v} \cdot d\mathbf{A}$$

El tercer aspecto tratado fue el de las ecuaciones fundamentales de la mecánica de los fluidos en volumen de control, con especial atención a la hidráulica:

. la ecuación de la continuidad

$$\text{div } \rho \mathbf{v} + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

. la ecuación de la energía  $z_1 + \frac{p_1}{\gamma} + \alpha_1 \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{p_2}{\gamma} + \alpha_2 \frac{V_2^2}{2g} + \sum_1^2 h_r + \frac{1}{g} \int_1^2 \frac{\partial(\rho V)}{\partial t} ds$

• 1a ecuación de la cantidad de movimiento.

$$F_p + F_T + F_c = \Sigma (\rho Q \beta V) + \frac{\partial}{\partial t} \iiint_{v_0} v \rho dv$$

MODULO: II  
UNIDAD 1 : HIDRAULICA BASICA  
TEMA C : Conceptos y Ecuaciones Fundamentales de  
la Hidrodinámica.

i.. BIBLIOGRAFIA

Capítulo s C.1, C.2 y C.3

Sotelo, G. Hidráulica General Vol. I, Fundamentos.  
México; Edit. Limusa, 1976; cap.3,4

Capítulo C.2

Azevedo, J.M. y Acosta, G, Manual de Hidráulica,  
Harla S.A. de C.V. México, 1976, pag.42  
Sotelo, G. íbid.

ANEXO 6

BANCO DE REACTIVOS



INSTITUTO DE INVESTIGACIONES ELECTRICAS

REACTIVOS DE EVALUACION DEL TEMA

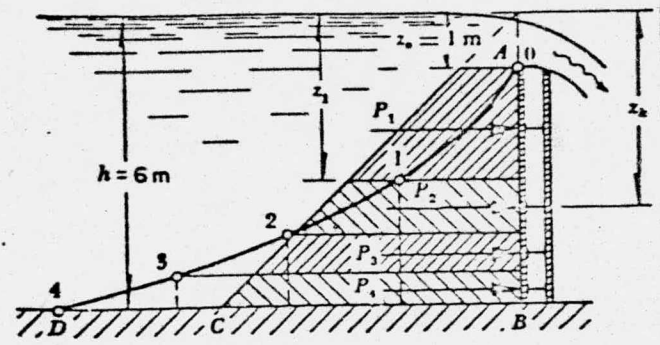


Figura 2.13. Distribución de empujes hidrostáticos sobre una pared vertical.

III.1.C.9.

Un flujo incompresible permanente, con simetría axial respecto del eje  $z$  (fig.4.2), está limitado por una superficie sólida (con la misma simetría) cuya forma está definida por la ecuación  $zr^2 = b$  ( $r$ , radio medido desde el eje  $z$ , y  $b$  una constante) y tiene un campo de velocidades dado por las componentes en coordenadas cilíndricas:  $v_r = ar$ ;  $v_\theta = 0$ ;  $v_z = -2a z$ .

Demostrar que se satisface la ecuación diferencial de continuidad,

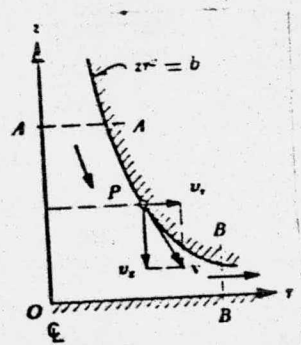


Figura 4.2. Flujo del problema

III.1.C.10.

Determinar, para el siguiente campo de flujo incompresible, aquellos que satisfagan la ecuación de continuidad e indicar cuáles son rotacionales (típicos de un fluido viscoso) y cuáles irrotaciones (típicos de un fluido no viscoso).

$$v_z = (x - 2y) t; \quad v_y = -(2x + y) t$$

III.1.C.11.

Determinar para el siguiente campo de flujo incompresible, aquellos que satisfagan la ecuación de la continuidad e indicar cuáles son rotacionales y cuáles irrotacionales.

$$v_z = x^2 \cos y; \quad v_y = -2x \operatorname{sen} y$$

III.1.C.12

El campo de velocidades del movimiento de un fluido está definido por las componentes.

$$v_x = x + t$$

$$v_y = -y + t$$

$$v_z = 0$$

Determinar.

La ecuación de las líneas de corriente y, en particular, aquella que en el instante  $t = 0$  pasa por el punto A  $(-1, -1)$ .

MODULO: III  
UNIDAD 1: HIDRAULICA BASICA.  
TEMA C: Conceptos y Ecuaciones Fundamentales  
de la Hidrodinámica.

REACTIVOS  
DE EVALUACION DE SUB-TEMAS

1. Defina por medio de ecuaciones los conceptos de: gasto o caudal, y línea de corriente.
  
2. Mencione los flujos más importantes que clasifica la Ingeniería indicando sus características.
  
3. La componente  $V_x$  de la velocidad en un flujo incompresible bidimensional, está dada por  $v_x = Ax^3 + By^2$ .
  - a) Encontrar la ecuación para la componente  $V_y$  de la velocidad, suponiendo que en  $y = 0$ ,  $V_y = 0$  para cualquier valor de  $x$ .
  - b) ¿Es el flujo irrotacional?

4. En la descarga de la compuerta, mostrada en la figura 3.14, las velocidades del agua medidas en la sección de la misma tienen las magnitudes y direcciones indicadas. La compuerta tiene 3m de ancho y su abertura es de 1.50 m. Calcular en forma aproximada el gasto total, en  $m^3/seg$ .

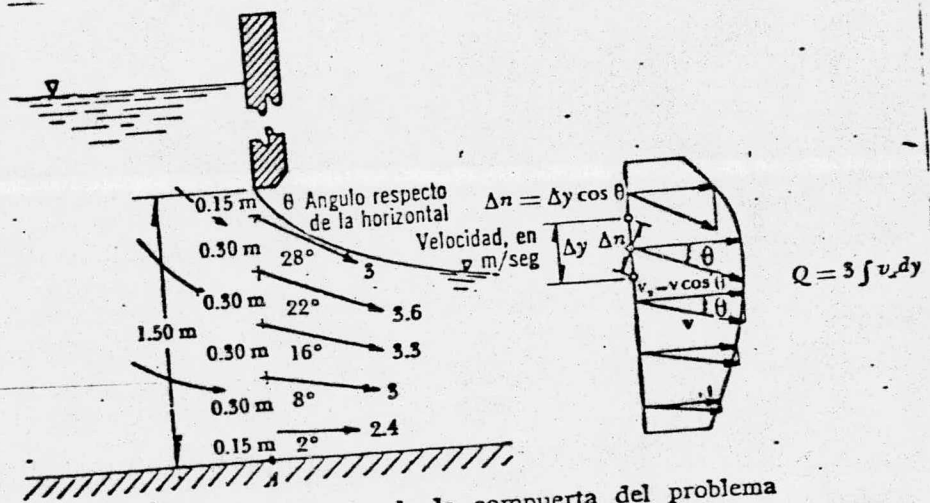
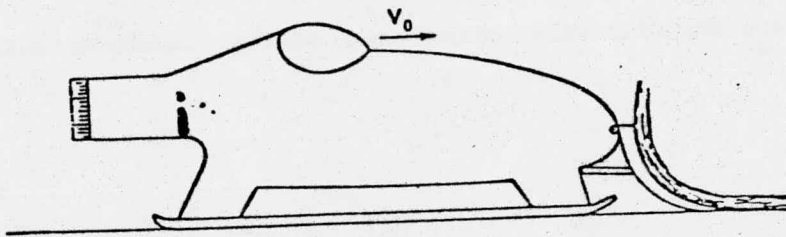
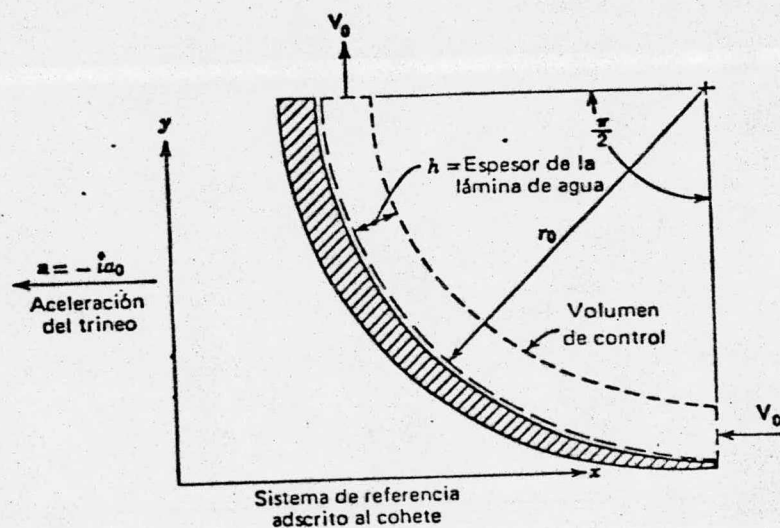


Figura 3.14. Descarga de la compuerta del problema

5. Un trineo impulsado por cohete se frena, haciendo descender una paleta de forma de arco circular, dentro de una artesa llena de agua, como se muestra en la figura anterior. Suponiendo que el flujo sobre la paleta es uniforme, calcule la fuerza por unidad de longitud que actúa sobre la paleta, en el momento en que el trineo lleva una velocidad  $V_0$  y la aceleración negativa es  $-ia_0$ . No tome en cuenta la variación de la presión con la profundidad del agua.



Elija un volumen de control con relación a la paleta, como se indica en el dibujo.



ANEXO 7

BANCO DE RESPUESTAS

MODULO: III  
UNIDAD 1: HIDRAULICA BASICA.

RESPUESTAS  
A BANCO DE REACTIVOS DEL TEMA.

III.U.1.C.9.

El campo de velocidades, definido en coordenadas cilíndricas, equivale a las siguientes expresiones en coordenadas cartesianas.

$$u_x = ax$$

$$u_y = ay$$

$$u_z = 2az$$

Resulta entonces que

$$\text{div } v = a + a - 2a = 0$$

Esto es, se satisface la ecuación de continuidad ( 4.3 ) y se verifica que el flujo es incompresible.

Para los restantes puntos conviene más utilizar las coordenadas polares.

III.U.1.C.10

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = t; \quad \frac{\partial v}{\partial y} = t$$

$$\text{div } v = t - t = 0$$

$$\frac{\partial u_v}{\partial x} = 2t; \quad \frac{\partial u_x}{\partial y} = -2t$$

$$[\text{rot } \vec{v}]_z = -2t + 2t = 0$$

El flujo es no permanente, incompresible e irrotacional.

III.U.1.C.11

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} = 2x \cos y; \quad \frac{\partial u_v}{\partial y} = 2xy \cos y$$

$$\text{div } v = 0$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial x} = -2 \sin y; \quad \frac{\partial u_x}{\partial y} = -x^2 \sin y$$

$$[\text{rot } \vec{v}]_z = (x^2 - 2) \sin y \neq 0$$

El flujo es permanente, incompresible y rotacional

III.U.1.C.12.

Debido a que la componente  $u_z = 0$  y, a que en  $u_x$  y  $u_y$ , interviene el tiempo  $t$ , el flujo es bidimensional y no permanente. Las Ecs. (3.9) de las líneas de corriente, para  $t = t_0$  constante, se simplifican a la forma siguiente:

$$\frac{dx}{x + t_0} = \frac{dy}{-y + t_0}$$



Al integrar se obtiene la ecuación

$$\ln (X + t_0) = - \ln (-y + t_0) + \ln c$$

O bien

$$(X + t_0) (t_0 - y) = C$$

Esto es, la familia de líneas de corriente queda representada por una familia de hipérbolas. Para determinar la línea de corriente, que en el instante  $t_0 = 0$  para por el punto  $A(1, -1)$ , es suficiente substituir en la ecuación anterior las coordenadas del punto y la condición  $t = t_0 = 0$  con lo cual se obtiene

$$(-1) (+1) = C$$

esto es,

$$C = -1$$

La ecuación de la línea de corriente buscada es

$$X y = -1$$

MODULO; III

UNIDAD 1: HIDRÁULICA BÁSICA

TEMA C: CONCEPTOS Y ECUACIONES FUNDAMENTALES  
DE LA HIDRODINÁMICA.

BANCO DE RESPUESTAS DE SUBTEMAS

1)- g a s t o:  $Q = AV$  ó  $Q = v \int A$

1. de corriente  $\frac{dx}{V_x} = \frac{dy}{V_y} = \frac{dz}{V_z}$

2)- Flujo permanente (y no) — no cambia sus características —  
con el tiempo para una sección.

Flujo uniforme (y no) — no cambia sus características —  
de sección a sección.

Flujo compresible (y no)

Flujo turbulento.

Flujo laminar.

3)- a):  $V_y = 2 B x y$  y dada la condición de frontera  $C(y) = 0$

b): sí es irrotacional.

4)  $Q = 13.071 \text{ m}^3/\text{seg.}$

5)  $FR = FC_x^2 + FC_y^2 = 2 FC_x^2 = 2 FC_x = 2 FC_y = \rho B h^2 v_0^2$

## BIBLIOGRAFIA

- AGUILAR, D.M.H.
- ANDERSON, R.G.; FAUST, W.G.
- ANDERSON, R.F.; FAUST, W.G.
- ARIAS, G.F.
- BAEZ, B.P.
- CASTAÑEDA, Y.M.
- CASTAÑEDA, Y.M.
- CRAIG, R.L.; BITTEL, L.R.
- DIJAR, C.R.I.
- FONSECA, M.
- GAGNE, R.M.; BRIGGS, L.J.
- Análisis Comparativo de Técnicas de Derivación de Contenidos en un Programa de Capacitación para Ingenieros Civiles. Tesis Profesional. UNAM. 1982.
- The effects of strong formal prompts in programmed instruction. American Educational Research Journal, Tomo 4, No. 4, 1967.
- Psicología Educativa, Edit.Trillas, México, 1977.
- Administración de Recursos Humanos, México, Ed. Trillas, 1976.
- La Evaluación de la Capacitación. Un caso práctico, México, 1981.
- Análisis y Estructuración de Contenido. México: Dir.Académica, Centro de Actualización y Formación de Profesores, 1979.
- Los Medios de la Comunicación y la Tecnología Educativa, Area del Lenguaje y Comunicación, Edit.Trillas, México, 1979.
- Manual de Entrenamiento y Desarrollo de Personal.A.S.T.D. Edit.Diana, México, 1981.
- Modelo Centro de Investigación. Una alternativa para la evaluación en el trabajo. Tesis en Proceso, U.N.A.M.
- Modelo de Evaluación para Medios Audiovisuales. Tesis Licenciatura, UNAM. 1980.
- La Planificación de la Enseñanza. México, Edit. Trillas, 1978.

- GALVAN, C.R.
- GONZALEZ, L.I.
- GROUNLUND, N.E.
- ISLAS, G.F.
- JIMENEZ, O.A.; LAFFITTE, B.M.E.
- JIEMENEZ, O.A.; LAFFITTE, B.M.E.
- KAUFMAN, R.
- KLAUS, D.F.
- MARTINEZ, S.
- OFIESH, G.D.
- ORTIZ, E.G.
- Detección de Necesidades de Adiestramiento y Capacitación para Ingenieros Civiles en el Diseño de Plantas Hidroeléctricas. Tesis, UNAM, 1982.
- Análisis Interpretación de los Resultados de la Evaluación Educativa, Edit. - Trillas, México, 1977.
- Medición y Evaluación en la Enseñanza, Ed. Pax, México, 1973.
- Un Modelo para Evaluación de Materiales Instruccionales, Simposio Panel. CENAPRO.
- Manual de Técnicas de Evaluación, México, 1981.
- Una Alternativa Metodológica para la Capacitación de Superiores. Ponencia 6° - Congreso Internacional de Capacitación y Desarrollo de Recursos Humanos, México. 1981.
- Planificación de Sistemas Educativos. - Trillas, México, 1977.
- Técnicas de Individualización e Innovación de la Enseñanza, Edit. Trillas, - México, 1979.
- Planes y Programas de Capacitación y - Adiestramiento. Cía. General de Ediciones, S.A., México, 1979.
- Instrucción Programada, Edit. Trillas, México, 1977.
- Evaluación por su amplitud y su momento de aplicación y evaluación del cambio - conductual y de materiales e instrumentos, Mecanograma, 1981.

PATINO, P.H.

-La Instrucción Referida a Criterios en la Capacitación y Adiestramiento de Personal, Tesis de Licenciatura, UNAM, - 1982.

SMITH, H.C.; WAKELEY, J.H.

-Psicología de la Conducta Industrial. - México, Ed. McGraw Hill, 1977.

TABER, GLASSER, SCHAEFER.

-Aprendizaje e Instrucción Programada. - México, Edit. Trillas.

TOVAR, F.M.A.

-El Diseño de Paquetes de Aprendizaje para la Capacitación en la Tecnología Pedagógica, en la Capacitación y el Adiestramiento, Simposio para el CENAPRO, - Septiembre 1980.

UCECA

-Disposiciones Legales y Administrativas referentes a la Capacitación y el Adiestramiento, Sección del Trabajo y Previsión Social. México, 1981.

UCECA

-Guía Técnica para la formulación de Programas de Capacitación y Adiestramiento en las Empresas. 2a. Ed., Edit. Popular de los Trabajadores, México, 1980.