



2 of 10-9

Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE QUIMICA

ESTUDIO EXPERIMENTAL DE LA TRANSFERENCIA DE MASA
EN UN REACTOR CATALITICO DE CANASTA GIRATORIA.

T E S I S

Que para obtener el Título de

I N G E N I E R O Q U I M I C O

P r e s e n t a

RAYMUNDO MIGUEL BECERRIL CABALLERO

México, D. F.

1984



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

NOMENCLATURA

- a_{ML} : área de transferencia por pastilla, $\text{cm}^2/\text{pastilla}$
- A_F : área libre de flujo, sección transversal del reactor, 51.55 cm^2
- A : factor de frecuencia en la ecuación de Arrhenius
- C_p : capacidad calorífica
- dw : diferencial de masa del catalizador, g
- dx : diferencial de conversión
- D : diámetro, cm
- \mathcal{D} : difusividad molecular, cm^2/seg
- E : difusibilidad de remolinos
- E : coeficiente de transferencia
- E_a : energía de activación
- f : factor de fricción
- F : gasto másico, corriente de alimentación, gmol/seg
- F_R : corriente de recirculación, gmol/seg
- F : variable aleatoria de distribución t con $(n-2)$ grados de libertad
- G : masa velocidad, $\text{g}/(\text{cm}^2\text{-seg})$
- g_c : factor de conversión fuerza - masa
- h : coeficiente de transferencia de calor
- j_H : factor de transferencia de calor
- j_D : factor de transferencia de masa
- k : conductividad térmica

- k : constante de velocidad de reacción
 k : coeficiente de transferencia de masa, $\text{gmol}/(\text{seg}\cdot\text{cm}^2\cdot\text{mmHg})$
 k_m : coeficiente de transferencia de masa, cm/seg
 L : longitud, cm
 M : masa molecular del naftaleno, $128 \text{ g}/\text{gmol}$
 n_N : moles transferidas de naftaleno por unidad de tiempo, gmol/seg
 n_T : moles totales por unidad de tiempo, gmol/seg
 N_p : número de pastillas
 N_{Re} : número de Reynolds, $\frac{Du\rho}{\mu}$
 N_{Sc} : número de Schmidt, $\frac{M}{\rho D}$
 N_{Nu} : número de Nusselt, $\frac{hD}{k}$
 N_{St} : número de Stanton, $\frac{h}{C_p G}$
 N_{Pr} : número de Prandtl, $\frac{C_p \mu}{k}$
 P_s : presión de vapor del naftaleno, mmHg
 P_g : presión parcial del naftaleno en la corriente de aire, mmHg
 P_t : presión total del sistema (atmosférica), 595 mmHg
 ΔP : caída de presión
 G : gasto volumétrico, ml/seg
 r : posición radial
 R : constante universal de los gases, $82 \text{ (ml}\cdot\text{atm)} / (\text{gmol } ^\circ\text{K})$
 π_F : velocidad de transferencia de masa por pastilla, $\text{gmol}/(\text{seg}\cdot\text{pastilla})$
 π : velocidad de transferencia de masa, $\text{gmol}/(\text{seg}\cdot g_{cat})$

- r_A : velocidad de reacción, $\text{gmol de A}/(\text{seg-g}_{\text{cat}})$
 \bar{r}_o : velocidad promedio global
 T_{av} : temperatura promedio del sistema, $^{\circ}\text{K}$
 t : tiempo de duración de una corrida, seg
 u : velocidad lineal, cm/seg
 v : velocidad, cm/seg
 v_o : variable observada de una variable aleatoria
 V : variable aleatoria de distribución F con $(1, n-2)$ grados de libertad y $(r-2, n-r)$ grados de libertad
 w : masa de la pastilla, g
 Δw : pérdida de masa, g
 x : conversión
 y_H : fracción mol del naftaleno en la corriente gaseosa (aire)
 y_o : fracción mol inicial
 y_i : fracción mol intermedia
 y_f : fracción mol final
 α : ordenada de la línea de regresión
 β : pendiente de la línea de regresión
 \mathcal{D} : difusibilidad molecular
 μ : viscosidad del aire, $\text{g}/(\text{cm}\cdot\text{seg})$
 $\mu(x)$: media poblacional
 ν : viscosidad cinemática
 ρ : densidad del aire, g/cm^3
 τ : esfuerzo cortante

ρ : concentración por volumen de la propiedad de transporte

φ : flujo de la propiedad para cualquier valor de X

OBJETIVOS

I. INTRODUCCION

II. ASPECTOS TEORICOS

1. Reactores Catalíticos de Laboratorio.

1.1 Reactores de Lecho Fijo.

1.1.1 Reactor Integral.

1.1.2 Reactor Diferencial.

1.1.3 Reactor de Recirculación.

A. Continuo

B. Batch

1.2 Reactores Continuos de Tanque Agitado Gas-Sólido.

1.2.1 Reactores de Canasta Rotatoria.

1.2.2 Reactor con Catalizador en las Paredes.

1.2.3 Reactor de Canasta Cilíndrica Estacionaria.

1.2.4 Reactores de Recirculación Interna.

1.2.5 Otros tipos de Reactores Agitados.

A. Reactores de Lecho Fluidizado con Agitación.

B. Reactores tipo Molino de Eolas.

2. Estudios de Transferencia de Masa en Reactores Continuos Agitados de Laboratorio Gas-Sólido.

2.1 Determinación de la Zona de Mezclado Perfecto.

2.2 Estudios de Transferencia de Masa.

III. PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

1. Descripción del Equipo.
2. Descripción del Reactor.
3. Procedimiento.

IV. PRESENTACION Y DISCUSION DE RESULTADOS

1. Efectos del Gasto Volumétrico y Velocidad de Rotación sobre el Coeficiente de Transferencia de Masa.
 - 1.1 Método de Cálculo para el Coeficiente de Transferencia de Masa.
 - 1.2 Determinación del Factor de Transferencia de Masa.
 - 1.3 Funcionalidad del Coeficiente de Transferencia de Masa con respecto al Gasto Volumétrico y a la Velocidad de Rotación.
 - 1.4 Comparación de los Resultados Obtenidos.
2. Influencia del Cambio de Geometría de la Canasta sobre el Coeficiente de Transferencia de Masa.

V. CONCLUSIONES

ANEXO I: Fundamentos de Transporte Turbulento.

1. Coeficientes de Transferencia de Masa para Régimen Turbulento en tubos.
2. Analogía entre Transferencia de Masa, Calor y Cantidad de Movimiento.
 - 2.1 Número de Reynolds - Correlación del Factor de Fricción.
 - 2.2 Coeficiente de Transferencia para Cantidad de Movimiento.
 - 2.3 Analogía de Reynolds.
 - 2.4 Analogía de Colburn.

3. Transferencia de Masa en Reactores de Canasta Giratoria.

- 3.1 Utilización de la Analogía de Masa y - Calor.
- 3.2 Coeficientes de Transferencia de Masa en Reactores de Canasta Rotatoria.

ANEXO II: Análisis de Regresión.

1. Prueba de Linealidad de la Curva de Regresión.
2. Análisis de Regresión y Análisis de Variancia.
3. Prueba para el Coeficiente de Regresión.
4. Intervalo de Confianza para el Valor Medio.
5. Presentación de Resultados de las Pruebas Estadísticas.
6. Comparación de Resultados.

ANEXO III: Ejemplo de Problema de Cálculo.

OBJETIVOS

1. Determinar el efecto del gasto volumétrico sobre el coeficiente de transferencia de masa en reactores continuos agitados de canasta giratoria y establecer una correlación entre el coeficiente de transferencia de masa, flujo volumétrico y velocidad de rotación.

2. Determinar el grado de influencia por el cambio de geometría de la canasta, para un mismo reactor, sobre el coeficiente de transferencia de masa.

P A R T E I

INTRODUCCION

En el diseño de reactores comerciales para sistemas heterogéneos es necesario tener una expresión de la velocidad intrínseca de reacción; esto es, una ecuación que represente solamente la transformación química, para después combinarla con un modelo de reactor que incluya sus propios efectos de transferencia de masa y calor.

A partir de reactores de laboratorio se pueden obtener expresiones de la velocidad intrínseca de reacción; dependiendo del tipo de reactor y condiciones de reacción, ésta velocidad puede obtenerse directamente de los datos de laboratorio; o bien, se logra una expresión de velocidad que incluye los efectos de transferencia de masa y calor, de la cual se puede desarrollar una expresión para la velocidad intrínseca.

De la velocidad intrínseca combinada con las resistencias físicas correspondientes a las condiciones de operación comercial se obtiene la velocidad global real, que, junto con los balances de materia y energía correspondientes, complementan las ecuaciones para el diseño. Si se conocen las velocidades de las reacciones químicas es posible diseñar cualquier tipo de reactor introduciendo los procesos físicos apropiados con dicho equipo.

Existe una gran variedad de reactores de laboratorio que, mediante su construcción y sus condiciones de operación, tratan de minimizar o eliminar las resistencias externas e internas a la transferencia de masa y calor, de tal forma que directamente se consiga la velocidad intrínseca con los datos experimentales. A tales reactores que no presentan resistencias físicas y de los cuales se puede obtener directamente la velocidad intrínseca de reacción, se les llama reactores de funcionamiento ideal. J. M. Smith (Ref. 1) establece dos tipos de reactores de flujo con funcionamiento ideal:

1. Flujo pistón (no hay gradientes radiales) en un reactor tubular donde la velocidad de reacción varía en un camino controlado con la posición.
2. Flujo mezclado completo en un sistema de tanque agitado donde la velocidad de reacción es uniforme.

En la parte II se hace una descripción de los principales reactores de laboratorio, mostrando sus ventajas y desventajas.

De los reactores de laboratorio, el reactor catalítico continuo agitado se apega a la segunda clasificación hecha por J. M. Smith, que consiste de canastillas fijas en un eje central giratorio con propelas y para lograr una agitación más violenta mediante mamparas (baffles) en la pared del reactor. Se considera que cada movimiento de la canastilla causa una conversión diferencial, obteniéndose como resultado final una conversión integral, lo cual incorpora las ventajas del reactor diferencial junto con la facilidad del análisis de datos de conversión integral.

Este tipo de reactor representa dos inconvenientes; uno, su uso es poco recomendable en el caso de reacciones en las cuales la contribución por reacción homogénea sea apreciable, ya que el volumen libre dentro del reactor es considerable; el otro, es la imposibilidad de medir la temperatura del catalizador. El volumen libre puede minimizarse mediante un diseño apropiado del reactor. El medir la temperatura en la superficie catalítica es un factor importante para reacciones que son altamente exotérmicas ó endotérmicas, ya que para gradientes insignificantes de concentración puede existir una gran diferencia de temperatura y ésta diferencia entre la fase fluida y la superficie catalítica afecta a la velocidad de reacción por lo que se hace necesaria una evaluación previa del coeficiente de transferencia de calor de la partícula al medio fluido.

Como una aproximación se han evaluado los coeficientes de transferencia de calor a partir de correlaciones de factores de transferencia de calor para lechos fijos, pero debido a la diferencia de mecanismos convectivos - causados por la distinta forma de agitación, pueden cometerse errores apreciables en la evaluación del gradiente de temperaturas.

Por lo tanto se hacen necesarios estudios de transferencia de calor, para este tipo de reactores, pero es casi imposible por la dificultad de medir la temperatura en la superficie catalítica; sin embargo, mediante estudios de transferencia de masa y considerando la analogía de los mecanismos de transporte (Anexo I), se logra calcular la diferencia de temperaturas con una mejor exactitud. (Ref. 2).

En el presente trabajo se realiza un estudio experimental de transferencia de masa en un reactor catalítico continuo agitado de canasta giratoria, para determinar la funcionalidad del coeficiente de transferencia de masa con respecto al gasto volumétrico y a la velocidad de rotación; así mismo, el efecto del cambio de geometría de la canasta.

P A R T E I I

=====

ASPECTOS TEÓRICOS.

1. Reactores Catalíticos de Laboratorio.

Los reactores de laboratorio están dedicados a establecer modelos cinéticos de sistemas reaccionantes y a evaluar catalizadores comerciales, con la finalidad de que reflejen adecuadamente su selectividad y actividad química. Para lo cual se han diseñado una gran variedad de reactores que pretenden ser operados isotérmicamente con un mínimo de resistencias físicas, facilitando la medición de los eventos químicos intrínsecos. Esto es importante porque en ausencia de tales datos intrínsecos, los datos de velocidad de reacción pueden rendir expresiones de velocidad sin sentido y el reactor de planta basado en tales, puede operar a niveles impredecibles de eficiencia.

Se han realizado análisis, por diferentes investigadores (Refs. 3, 5, 6, 7, 8 y 9), de las características de reactores de laboratorio; a continuación se presenta una síntesis de éstos reactores.

1.1 Reactores de Lecho Fijo.

1.1.1 Reactor Integral.

En un reactor de lecho fijo cuya principal dificultad es mantener la isothermicidad en el lecho; además de los problemas ocasionados por gradientes radiales al través del tubo y efectos de mezclado longitudinal; éstas desviaciones pueden ser reducidas a niveles aceptables por el uso de tubos con una alta relación L/D. En la mayoría de las veces tienen una longitud de 10 a 20 cm y el diámetro del tubo que los contiene es del orden de 1 a 2 cm (Fig. 1).

Para conseguir eliminar las resistencias externas se trabaja a condiciones de flujo pistón y para eliminar las resistencias internas se utilizan partículas inertes recubiertas con el catalizador o bien con tamaños de partícula relativamente pequeños, pero lo suficientemente grandes para no ser arrastrados.

Haciendo un balance de materiales sobre un elemento diferencial, dw

$$r_A dw = F dx$$

en donde, r_A es la velocidad de reacción (moles de A convertidas por unidad de masa del catalizador por unidad de tiempo), F la velocidad de alimentación (moles por unidad de tiempo) y dx que representa la conversión diferencial de A; integrando

$$\frac{w}{F} = \int_{x_0}^{x_1} \frac{dx}{r_A} \quad r_A = f(x)$$

Si la velocidad de reacción es conocida a varias conversiones, w/F puede ser determinada por integración gráfica (diseño de reactores). Pero si se quiere determinar r_A a varias conversiones, se grafica x v.s. w/F y diferenciando se obtienen los valores deseados de r_A . Este es el principio del análisis de un reactor integral, llamado así porque involucra análisis de datos de conversión integral determinados experimentalmente.

La principal causa de errores en los datos integrales es la falta de isothermicidad, lo cual es particularmente serio para reacciones altamente exotérmicas. Una solución a este problema es diluir el lecho catalítico con sólidos inertes. Pero se ha encontrado que el simple mezclado del catalizador y del diluyente no mantiene la isothermicidad, pues existen zonas con diferente grado de dilución; Calderbank et. al. (Ref. 6) propone una ecuación para calcular la dilución requerida para mantener condiciones isotérmicas, como una función de la distancia a lo largo del lecho empacado.

1.1.2 Reactor Diferencial.

Es un reactor de lecho fijo, cuya longitud es

tan pequeña que se consiguen conversiones diferenciales de tal forma que los cambios en la composición de las corrientes de entrada y salida sean pequeños (Fig. 2). Bajo estas condiciones de conversión se puede considerar que la velocidad de reacción es constante, y del balance de materia se obtiene la velocidad de reacción:

$$r_A dw = F dx$$

$$\frac{W}{F} = \int_{x_0}^{x_1} \frac{dx}{r_A}$$

$$-r_A = \frac{x_0 - x_1}{\frac{W}{F}}$$

Ésta ecuación corresponde a un promedio de los valores de entrada y salida.

Debido a la característica del reactor de obtener conversiones diferenciales es necesario un alto grado de precisión analítica, lo que puede dificultar la utilización de este reactor. Para facilitar el análisis se preparan alimentaciones a diferentes concentraciones para obtener la velocidad de reacción a diferentes composiciones. Esto es posible solo en reacciones simples, con un mecanismo de reacción conocido, en reacciones complejas pueden formarse algunos compuestos que puedan dificultar la preparación de las alimentaciones o cuya presencia no pueda ser conocida a primera instancia.

Los detectores muy sensibles, disponibles en cromatografía de gases han hecho posible la verdadera operación del reactor diferencial para algunos casos.

1.1.3 Reactor de Recirculación .

A. Continuo.

Es un reactor diferencial, operando de tal forma, que un gran porcentaje de la corriente de salida es recirculada, una pequeña cantidad de alimentación es agregada continuamente y una pequeña cantidad de producto neto es removida continuamente; así, un sistema de reac

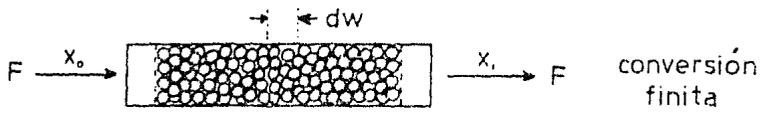


Fig 1. Reactor Integral

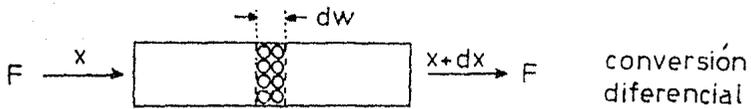


Fig. 2 Reactor Diferencial

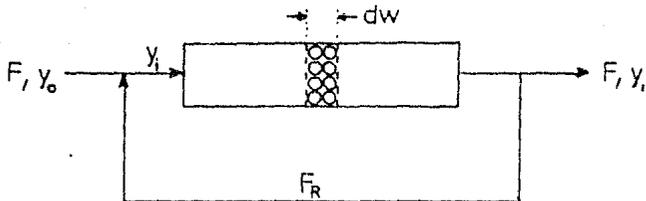


Fig. 3. Reactor de Recirculación Externa

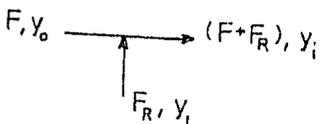
tores es obtenido en uno solo, el cual tiene varias ventajas sobre el reactor diferencial convencional. Las velocidades de recirculación, usualmente son de 10 a 15 veces la velocidad de alimentación, el sistema deberá tender a ser más isotérmico necesariamente. También, las altas velocidades resultantes al pasar por las partículas del catalizador elimina casi completamente cualquier influencia a la transferencia de masa externa. Un diagrama del reactor de recirculación es mostrado en la Fig. 3.

Este tipo de reactor, en ausencia de recirculación se puede comportar como un reactor diferencial y la velocidad de reacción estará dada por

$$-r_A = \frac{y_0 - y_i}{\frac{W}{F}}$$

esto es, la fracción mol final, y_i , no es muy diferente del valor inicial, y_0 , y la velocidad es un promedio correspondiente a una conversión promedio. Con la velocidad de recirculación; y_i , puede llegar a ser considerablemente más pequeña que y_0 , esto es, una cantidad considerable de reacción se ha llevado a cabo.

Un balance de materia en la sección de entrada del reactor es:



$$F y_0 + F_R y_i = (F + F_R) y_i$$

$$y_i = \frac{F y_0 + F_R y_i}{(F + F_R)}$$

La velocidad de conversión al través del lecho catalítico es, en términos de la fracción mol del producto

$$r = \left(\frac{F + F_R}{W} \right) (y_i - y_0)$$

La velocidad promedio global basada sobre la alimentación y el efluente es

$$r_0 = \frac{F}{W} (y_i - y_0)$$

La velocidad promedio global, r_0 , deberá ser la misma en todo el lecho; además de mostrar que la conversión diferencial prevalece sobre el lecho, tal que r_0 represente una velocidad puntual, más bien que una velocidad promedio, lo cual se demuestra a continuación

Sustituyendo la ecuación

$$y_i = \frac{F y_0 + F_R y_i}{F + F_R}$$

en

$$r = \left(\frac{F + F_R}{W} \right) (y_i - y_0)$$

obtenemos

$$r = \frac{F}{W} (y_i - y_0)$$

$$r = r_0$$

La ecuación siguiente, obtenida a partir del balance de materia

$$y_i = \left(\frac{1}{F_R/F + 1} \right) y_0 + \left(\frac{F_R/F}{F_R/F + 1} \right) y_i$$

muestra claramente que y_i se aproxima a y_0 conforme la recirculación, F_R , sea aumentada. Así, a altas velocidades de recirculación, la velocidad de reacción corresponderá a las condiciones de salida y estará dada por

$$\pi_A = \frac{y_i - y_0}{\frac{W}{F}}$$

obteniéndose datos de composición de salida y velocidad de reacción, con lo cual se puede deducir la cinética de la reacción. El empleo de las condiciones de salida evita la necesidad de emplear alimentaciones sintéticas a diferentes composiciones como en el reactor diferencial convencional. El reactor de recirculación, en el cual la velocidad de recirculación es lo bastante alta para asegurar una composición casi uniforme en todo el espacio del gas, hace posible conocer la concentración a la cual la velocidad de reacción fue medida.

Por lo tanto, un nivel de conversión neto finito, $y_i - y_0$, se realiza por la conversión de un ciclo diferencial, $y_i - y_0$. La identidad de este proceso con el de un reactor continuo bien agitado es aparente. El reactor de recirculación representa un tipo de unidad de laboratorio ideal, altas velocidades de fluido y baja conversión por paso aseguran gradientes despreciables radiales y de interfase.

Una ventaja diferente del reactor de recirculación es que la velocidad del gas que pasa por la superficie catalítica puede ser incrementada al límite de la circulación del aparato sin cambiar el tiempo de residencia, así los efectos de transferencia de masa y calor pueden ser eliminados o minimizados usando altas velocidades de recirculación, previendo que no haya cambios debido a la no uniformidad del empaque.

Sin embargo, su uso es restringido por las dificultades mecánicas que presenta, tales como condiciones corrosivas o posibles presiones altas. Además, la recirculación requiere de una bomba, la que puede acarrear con-

taminación en la corriente, y de un volumen de conexiones de tubería considerable, lo que puede causar un enfriamiento en el gas del reactor y recalentarlo si va de regreso al través del lecho catalítico; así como posibles fugas. También este reactor es impropio cuando tienen lugar reacciones no catalíticas u homogéneas que estén ocurriendo simultáneamente ya que es difícil definir el tiempo de residencia para reacciones no catalíticas homogéneas por la no uniformidad en la temperatura de las diferentes partes del reactor.

B. Intermitente (Batch).

Un reactor de recirculación intermitente (Batch) consiste de una cantidad fija (batch) de reactivo que es continuamente recirculada sobre un lecho de catalizadores. Si la conversión por paso es retenida en un valor muy bajo, entonces esto deberá en efecto, constituir un sistema de reactores batch diferenciales. Por incorporación debida de puntos para retirar muestras, una curva de concentración v.s. tiempo puede ser obtenida para cualquier corrida dada. Esto puede ser repetido a varias temperaturas y presiones para proveer de datos necesarios en el análisis de cinética.

Un aspecto importante de los reactores de recirculación es que el grado de mezclado puede ser calculado a partir de la velocidad de recirculación, F_R , y dependiendo del valor de F_R el reactor puede ser operado en los extremos de mezclado.

1.2 Reactores Continuos Agitados Gas-Sólido.

Estos reactores son recipientes cilíndricos, en donde el catalizador está sostenido en canasta de tela de alambre, fijas o móviles, utilizando ejes giratorios con propelas para proveerlos de agitación.

Los reactores agitados son fundamentalmente similares a los reactores de recirculación externa, en que

ambos dan una medida directa de la velocidad a partir de la diferencia entre las concentraciones de entrada y salida. La característica principal de estos reactores es que la resistencia a la transferencia de masa gas-sólido es casi eliminada y el mezclado perfecto puede ser alcanzado, haciendo posible operar bajo condiciones prácticamente sin gradientes.

1.2.1 Reactores de Canasta Rotatoria.

En estos reactores el catalizador está incluido en un recipiente de tela de alambre (canasta) el cual está conectado a un agitador rotatorio en el interior del reactor. Las variaciones en el reactor pertenecen al diseño de la canasta y al arreglo de la agitación. Cuando la canasta se rota a altas velocidades, el gas fluyendo en el interior del reactor deberá ser instantáneamente mezclado con el gas recirculante, tal que la concentración del gas de salida será idéntica a la concentración del medio gaseoso en el recipiente, y la reacción ocurriendo sobre las pastillas catalíticas dependerá de ésta concentración.

Una desventaja de este reactor de canasta es que la temperatura actual de la superficie del catalizador, o cuando menos en el campo inmediato externo, no pueden ser medidos directamente, si la canasta (con este sistema fluido-catalizador) constituye la parte móvil; por lo que, la temperatura medida será la del fluido en el reactor y de aquí que sea necesario hacer predicciones de la temperatura en el catalizador.

Hay también una cuestión que se ha discutido de que si todo el catalizador en el tipo de brazo de la canasta "vee" el gas uniformemente. Se han realizado diferentes diseños para este tipo de reactores, como el Tajbl-Simons-Carberry (Ref. 5), mostrado en la Fig. 4, la agitación la provee un eje giratorio con propelas mejorada con 4 baffles verticales que forman parte de la pared del reactor separados entre sí 90° ; la canasta se encuentra fija

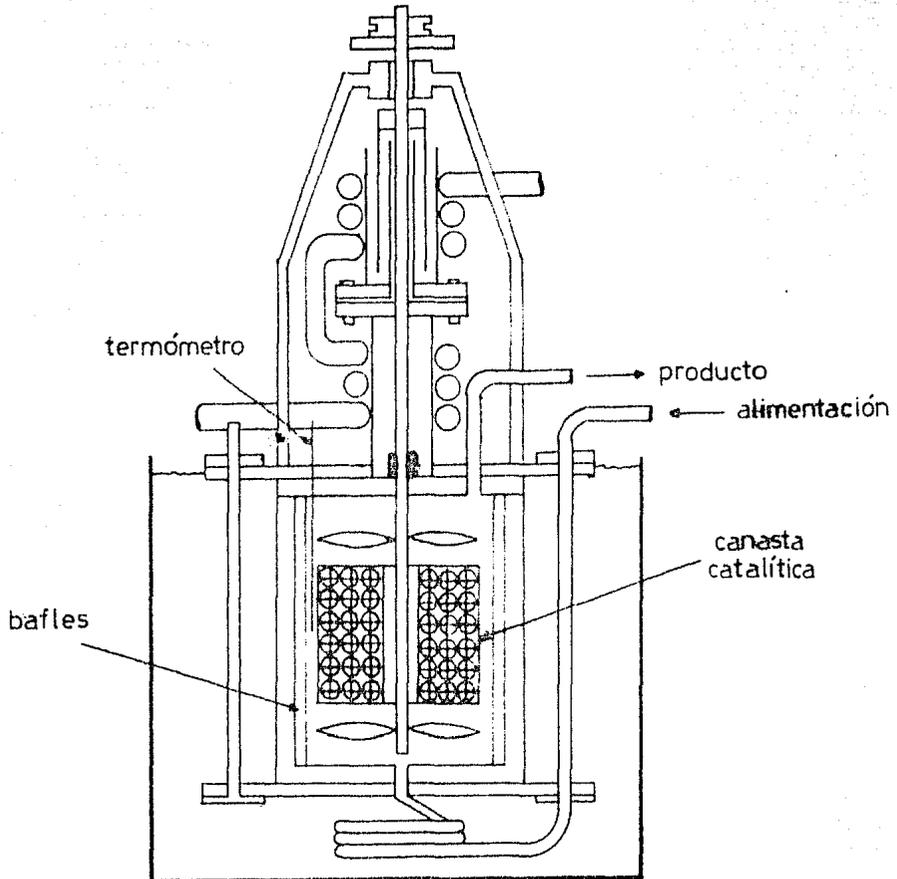


Fig. 4. Reactor de Canasta Rotatoria

al eje, es de cuatro brazos (cruziforme), cada brazo con una capacidad para una monocapa de catalizadores. Otro tipo de diseño es el presentado por Brisk (Ref. 2) mostrado en la Fig. 5, en el cual minimiza el volumen libre del reactor. Choudhary-Doraiswamy (Ref. 3) utilizó una canasta diferente (Fig. 6). Estos investigadores realizaron pruebas de transferencia de masa para medir la eficiencia de contacto del gas y el catalizador.

1.2.2 Reactores con Catalizador Impregnado en las Paredes o Colocado en una Canasta Anular.

En algunos casos una delgada capa del catalizador deseado puede ser depositada sobre la pared interior del reactor o sobre un transportador adecuado removible en el interior del reactor o la misma pared del reactor puede tener propiedades de catalizador. El reactor está, entonces provisto con un eficiente agitador para asegurar mezclado completo (Fig. 7a). Bajo condiciones de mezclado completo y en ausencia de difusión en cualquier poro de catalizador (como la capa de catalizador es muy delgada), la verdadera cinética puede ser estudiada en cualquier rango de temperatura deseado. Tal reactor es casi una simple fase gaseosa agitada con una gran razón de volumen libre a volumen de catalizador; lo cual limita el uso en cinéticas si reacciones homogéneas están ocurriendo simultáneamente con una reacción catalítica. La temperatura del catalizador (esto es, la pared del reactor) puede ser directamente medida.

En otros diseños el catalizador está en la forma de pastillas ó gránulos y están colocados en una canasta anular hecha de tela de alambre apropiadamente acoplada a las paredes del reactor (Fig. 7b). En este reactor, la temperatura del catalizador es posible medirla directamente, pero una gran razón de volumen libre a volumen de catalizador limita su uso si ocurren reacciones homogéneas.

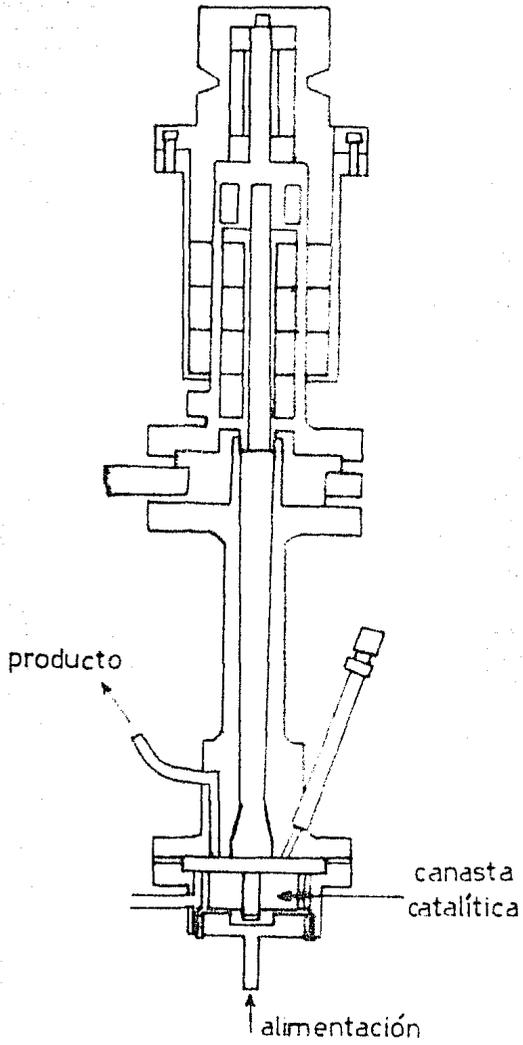


Fig. 5 Reactor de Canasta Rotatoria

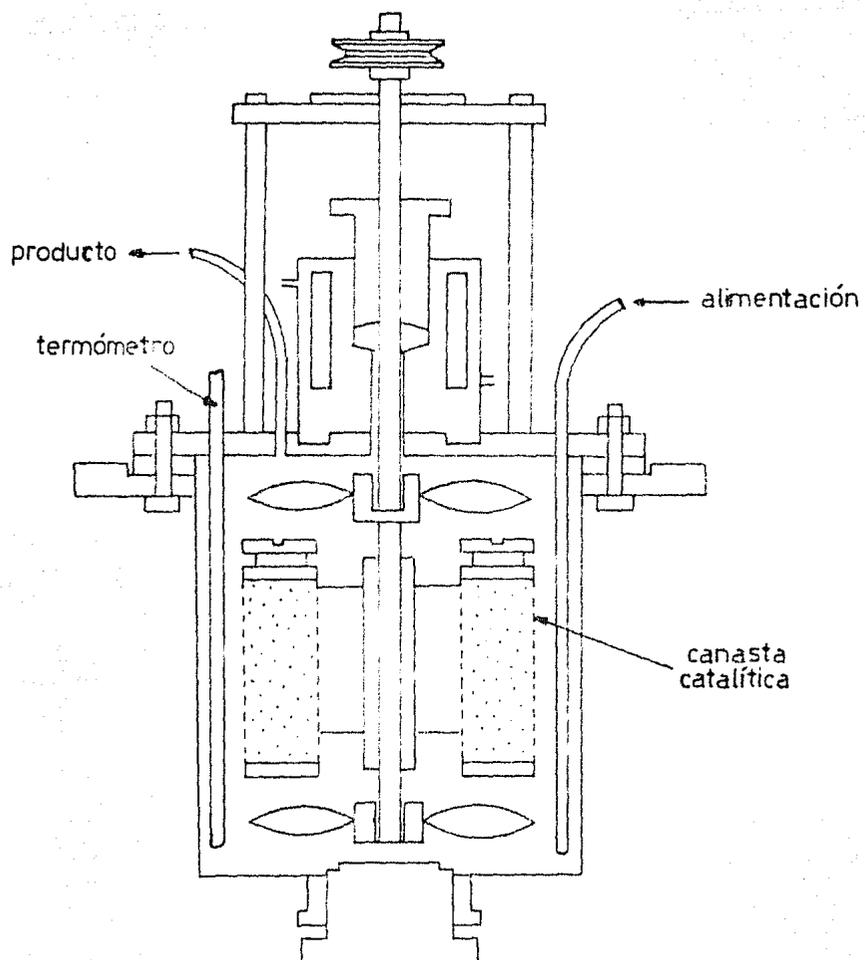
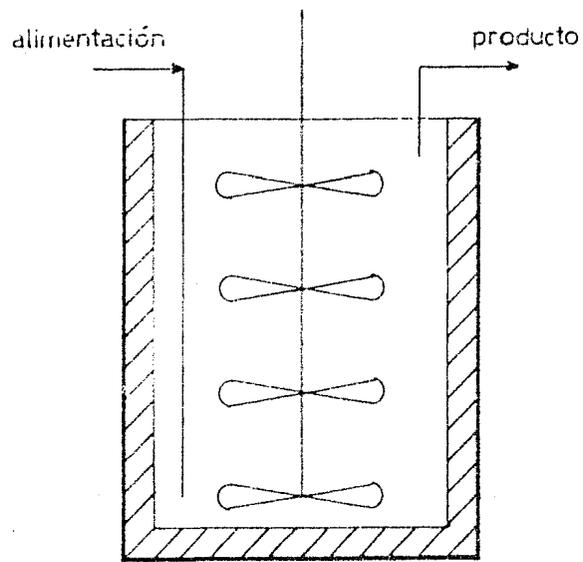
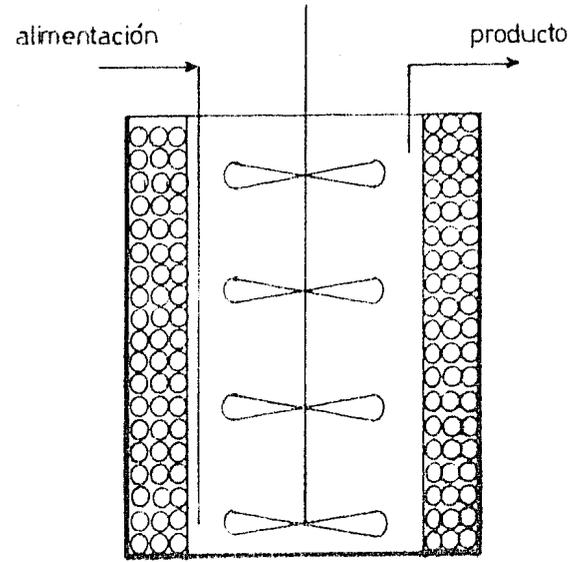


Fig. 6. Reactor de Canasta Rotatoria



a) impregnado en la pared



b) colocado en una canasta anular

Fig. 7. Reactor con Catalizador en la Pared

1.2.3 Reactor con Catalizador Colocado en una Canasta Cilíndrica Estacionaria.

En este reactor el catalizador de cualquier forma y tamaño o una simple pastilla es colocada en una canasta cilíndrica (provista con una fina malla de alambre) fijada al centro en el fondo del reactor, y el funcionamiento de tanque agitado es obtenido por un impulsor especial rotatorio (Fig. 8), o bien, el recipiente del reactor con baffles rotando alrededor de la canasta, con algún espacio (Fig. 9). La razón de volumen libre a volumen de catalizador puede ser minimizado por el propio diseño del recipiente del reactor, impulsor y canasta.

El rasgo importante de este tipo de reactor es que la temperatura actual del catalizador, lo cual es uno de los más importantes requerimientos en estudio de cinéticas, pueda ser medida directamente; la razón de volumen libre a volumen de catalizador es baja, el reactor puede ser usado para una simple pastilla de catalizador y también puede ser convencionalmente empleado para una evaluación rápida del catalizador. Este reactor también puede ser usado por reemplazo de la canasta cilíndrica catalítica por un cilindro (cerrado por ambas partes) con catalizador impregnado sobre su superficie; así, minimizando el volumen libre del gas comparado con el reactor del catalizador impregnado en las paredes del reactor. Este reactor puede ser operado bajo condiciones de perfecta isothermicidad. Sin embargo, necesita de elevadas velocidades de rotación (mayores a 2000 RPM) para alcanzar el mezclado perfecto (Ref. 3) y presenta dificultades de construcción.

1.2.4 Reactores de Recirculación Interna.

En este reactor el mezclado es llevado a cabo por recirculación de la mezcla reaccionante internamente al través de un lecho de catalizadores estacionario usando

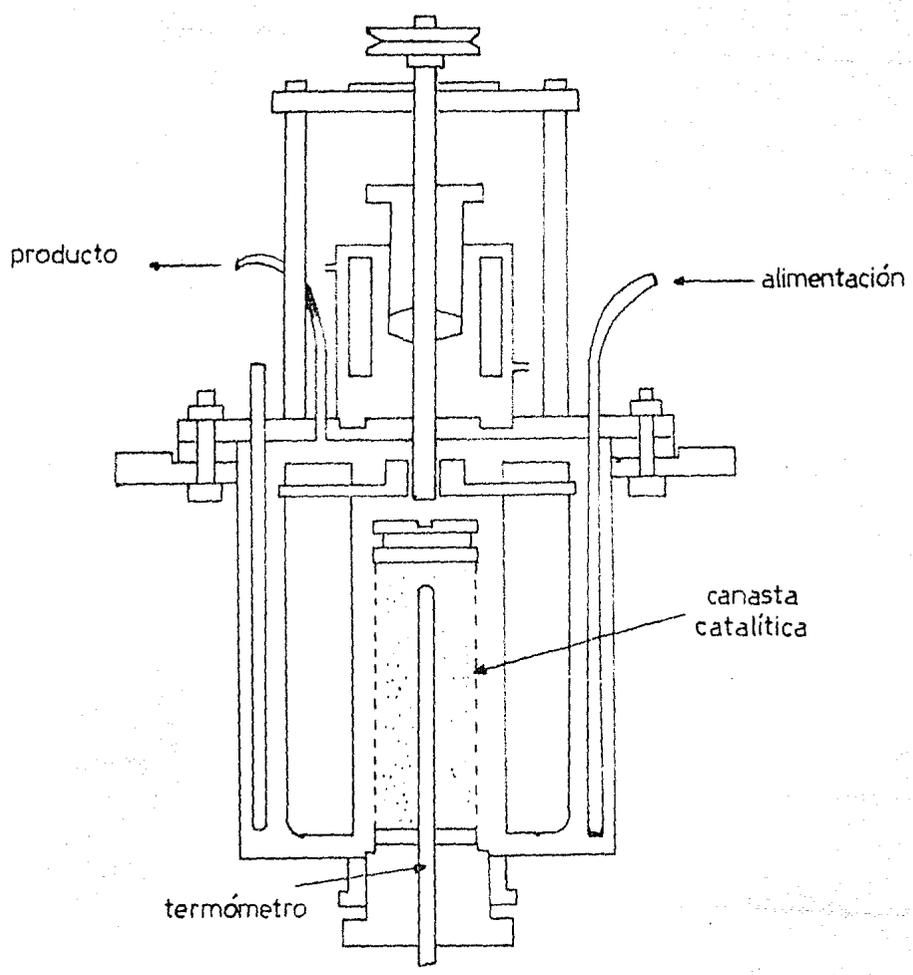


Fig. 8. Reactor con Catalizador en una Canasta Cilindrica Estacionaria

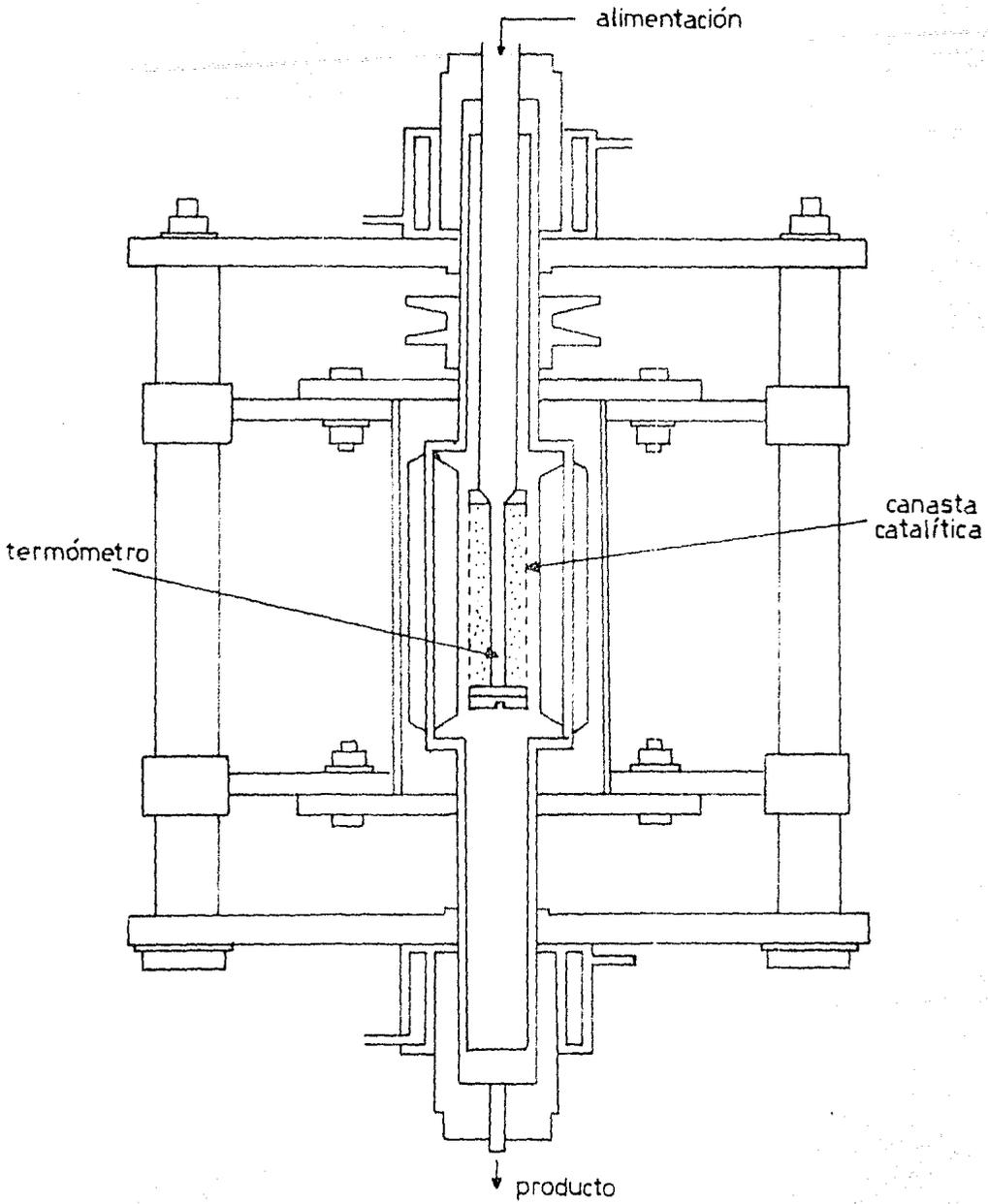


Fig. 9. Reactor de Tanque Rotatorio

un diseño especial del impulsor (tipo turbina) (Fig. 10). La velocidad de recirculación puede ser determinada por la velocidad de rotación de un ventilador centrífugo montado en la parte superior o inferior del lecho del catalizador.

La velocidad de flujo de la mezcla reaccionante y el grado de recirculación al través del lecho catalítico son cantidades bien definidas para estos reactores y la velocidad actual de la recirculación interna puede ser estimada a partir de unas pocas determinaciones experimentales. Por lo tanto las correlaciones desarrolladas de transferencia de masa y calor para reactores de lecho fijo pueden ser aplicados para la estimación de velocidades de transferencia de masa y calor del gas a las partículas sólidas.

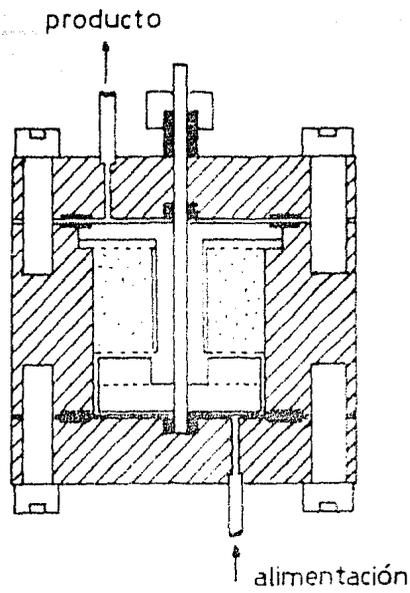
1.2.5 Otros tipos de Reactores Agitados.

A. Reactores de Lecho Fluidizado con Agitación.

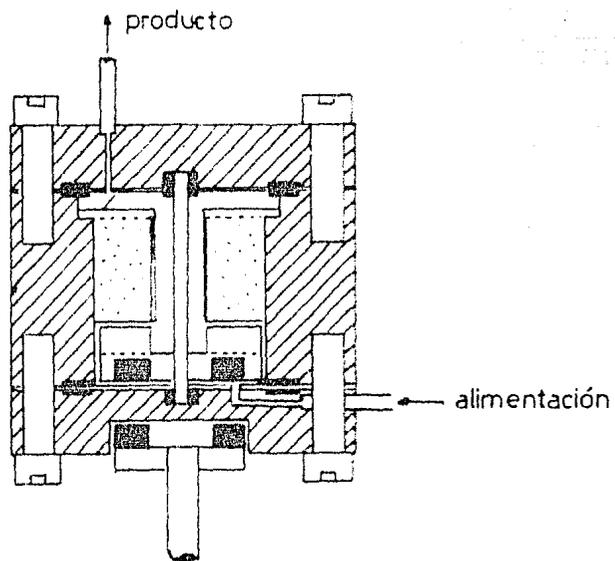
En el lecho fluidizado puede obtenerse mezclado completo proveyéndolo de mamparas (baffles) apropiadas o usando un agitador. La desventaja básica de este reactor, es que el catalizador está sujeto a desintegración debida a la agitación mecánica envuelta (Fig. 11a). Esta desventaja ha sido cubierta empleando agitación externa al través de un pulsador operando independientemente del mecanismo de alimentación (Fig. 11b).

La principal ventaja de un lecho fluidizado a pulso en relación a un simple lecho fluidizado está en que un mejor mezclado es obtenido, un amplio rango de tamaños de partículas puede ser usado y un mejor contacto gas-sólido es posible. En lugar de usar un pulsador independiente, la alimentación misma puede ser introducida al través de una bomba pulsatil.

Sin embargo, al escoger un lecho fluidizado a pulso para estudios de cinética, deberá considerarse que baffles apropiados sean colocados y que un rango propio de parámetros de pulsación sean empleados. En vista de la

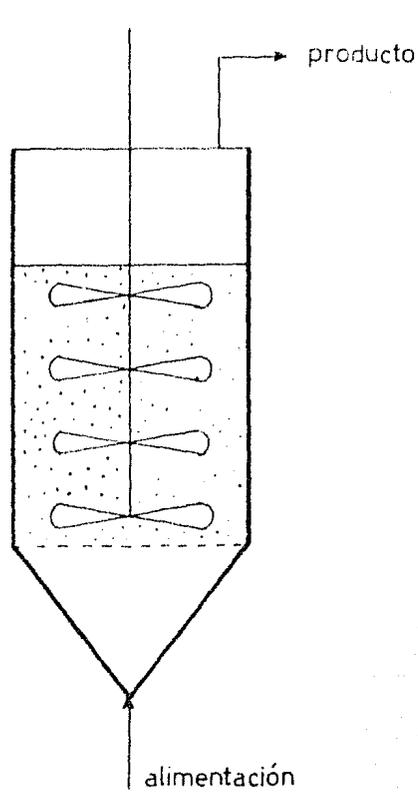


a) agitación mecánica

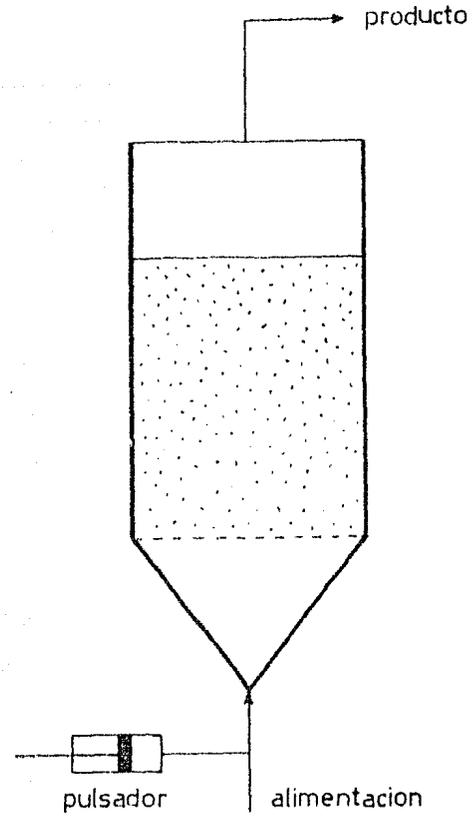


b) agitación magnética

Fig. 10. Reactores de Recirculación Interna



a) con agitador mecánico



b) con pulsador

Fig.11. Reactores de Lecho Fluidizado con Agitación

24

aceptabilidad de otro tipo de reactores (más formales) y la inherente incertidumbre con respecto a mezclado completo en un lecho fluidizado a pulso, este reactor no es normalmente recomendado para datos de cinética seguros.

B. Reactores tipo Molino de Bolas.

Un reactor mezclador rotatorio el cual está basado en el concepto de molino de bolas ha sido recientemente descrito por Barrett (Ref. 6). Ofrece una alternativa para fluidizar sólidos, o bien para proveer una buena mezcla de sólidos. La mezcla de sólidos y gas es obtenida por rotación del reactor lo cual causa una cascada de partículas sólidas. La diferencia de temperatura entre las partículas y el gas es también reportada como baja (menor de 2°C). (Fig. 12)

2. Estudios de Transferencia de Masa en Reactores de Laboratorio Catalíticos Agitados Gas-Sólido.

La principal desventaja de los reactores integrales es la falta de isothermicidad que es cubierta por el reactor diferencial, que a causa de la pequeña longitud del lecho puede mantener la isothermicidad; pero surge la inconveniencia del pequeño cambio en la conversión que necesita de una gran precisión analítica y preparación de alimentaciones a diferentes niveles de conversión para establecer condiciones de reacción y obtener datos de velocidad-conversión. Para remediar esto surgieron los reactores de recirculación externa, que obtiene datos de velocidad puntuales para conversiones netas finitas, los cuales presentan dificultades mecánicas en la recirculación, junto con problemas de enfriamiento o calentamiento de la recirculación.

En los reactores continuos catalíticos agitados se obtiene recirculación interna, eliminando los problemas externos del reactor de recirculación.

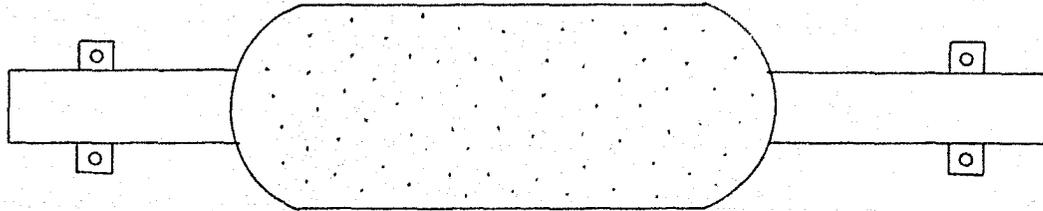


Fig.12. Reactor Tipo Molino de Bolas

Los diferentes tipos de reactores agitados gas-sólido mencionados anteriormente poseen ventajas específicas y no es posible a primera instancia decidir sobre la selección de un reactor agitado. La selección depende de la forma del catalizador, conocimientos a priori de reacciones homogéneas ocurriendo consecuentemente con la reacción heterogénea (el cual dicta el máximo aceptable de volumen libre a volumen de catalizador) y sobre la termodinámica de la reacción. El tipo de reactor de canasta rotatoria deberá ser usado para estudios de reacciones catalíticas que involucren únicamente bajos calores de reacción, porque para reacciones altamente exotérmicas ó endotérmicas el uso es limitado debido a la incertidumbre en predecir la temperatura del catalizador. El uso de un reactor con catalizador acoplado sobre las paredes o colocado en una canasta anular es recomendado solamente cuando reacciones homogéneas no ocurran a cualquier extensión apreciable. O bien, los reactores con canasta cilíndrica estacionaria y recirculación interna son versátiles y pueden ser usados para estudiar cualquier reacción gas-sólido, a altas velocidades de agitación.

Por lo tanto, para un reactor de canasta giratoria, - si se puede predecir la temperatura del catalizador con exactitud, puede ser empleado para cualquier estudio de cinética, trabajando dentro de la zona de mezclado perfecto.

2.1 Determinación de la Zona de Mezclado Perfecto.

El más importante y básico requerimiento del reactor agitado gas-sólido es que deberá ser operado bajo condiciones sin gradientes; esto es, minimizar la resistencia a la transferencia de masa y calor entre el medio de la fase gaseosa y la superficie catalítica, y también asegurar mezclado completo dentro de la fase gaseosa. Medidas físicas deberán, por lo tanto, ser llevadas a cabo en primera instancia para evaluar el funcionamiento del reactor con respecto a la transferencia de masa-calor y las características de mezclado bajo diferentes condiciones de velocidad

de flujo y velocidad de agitación antes de emprender cualquier estudio de cinética.

Pruebas de mezclado pueden ser llevadas a cabo estudiando la cinética de una reacción simple (primer orden), conociendo la verdadera cinética de la cual ha sido alrededor bien establecida; o (más directamente) por una técnica trazadora. Tres técnicas trazadoras son las más usuales: (1) inyectando una pequeña cantidad de trazador en una corriente estable de un gas inerte en un corto tiempo (prueba de pulso); (2) conectar un flujo estable de gas inerte en un flujo estable de gas trazador (prueba de purga) o viceversa (prueba de escalón); y (3) introducir un flujo estable de gas trazador dentro de un flujo estable de gas inerte (prueba de escalón) o viceversa (prueba de purga). Si el mezclado es perfecto, la respuesta trazadora para las curvas graficadas son las siguientes:

$$\text{Prueba de pulso: } C/C_m = \text{EXP}(-tQ/V)$$

$$\text{Prueba de escalón: } 1 - C/C_s = \text{EXP}(-tQ/V)$$

$$\text{Prueba de purga: } C/C_s = \text{EXP}(-tQ/V)$$

C_m es la concentración del gas en el reactor en el instante en que entra el pulso y en una prueba reciente es la máxima concentración de gas medida en el efluente; C_s es la concentración del trazador en estado estable; Q es el gasto volumétrico; y V es el volumen del reactor.

Cualquiera de estas pruebas puede ser llevada a cabo, la más fácil quizás sea la prueba de escalón en la cual una corriente estable de un trazador (dióxido de carbono, etileno, etc.) es introducida en una corriente estable de un inerte (usualmente nitrógeno). Una gráfica de $\ln(1-C/C_s)$ v.s. tQ/V dará una línea recta con una pendiente negativa de menos uno si el reactor es perfectamente mezclado. Desviaciones de tal linealidad y regiones sobre las cuales las desviaciones ocurran proveen una clara indicación de si el reactor está perfectamente mezclado y si no, la región en la cual puede ser considerado como bien mezclado. Se han realizado varios trabajos al respecto. (Refs. 2, 3, 9, 10).

2.2 Estudios de Transferencia de Masa.

Una vez determinada la zona de mezclado perfecto y contando con una correlación para el coeficiente de transferencia de masa se puede calcular el gradiente de concentraciones el cual puede ser apreciable ó bien despreciable. Sin embargo, para reacciones de elevada entalpía de reacción, a pesar de que el gradiente de concentración sea despreciable, pueden existir gradientes de temperatura significativos, por lo que es necesario realizar estudios de transferencia de calor. Pero debido a la dificultad que presenta el reactor de canasta giratoria para medir la temperatura en la superficie catalítica, el estudio se dificulta, pero mediante la analogía de transferencia de masa y calor, se pueden realizar estudios de transferencia de masa para determinar el coeficiente de transferencia de calor.

Estudios realizados sobre transferencia de masa coinciden que el coeficiente de transferencia de masa aumenta conforme se incremente la velocidad de rotación, debido a que existe una velocidad relativa entre la fase fluida y las partículas catalíticas. Brisk et. al. (Ref. 2), menciona que además de depender de la velocidad de agitación, también es función de la velocidad de flujo y tamaño de partícula, encontrando que el coeficiente de transferencia de masa disminuye con el incremento del tamaño de partícula a velocidad de flujo y temperatura constante. Choundhary y Doraiswamy (Ref. 3) establecen correlaciones basadas en la velocidad de agitación en lugar de la velocidad del gas al través de las partículas, determinan que la velocidad de flujo y la posición de las pastillas en la canasta no tiene efecto sobre el coeficiente de transferencia de masa; además, hacen la comparación de tres tipos de reactores: (1) reactor continuo agitado de canasta rotatoria (RBCSR), (2) reactor continuo agitado de canasta estacionaria (SBCSR), (3) reactor continuo agitado de tanque giratorio (RTCSR),

encontrando diferentes correlaciones, explicando que cada uno de ellos presenta distinta velocidad relativa debido a su diferente diseño interno. Pereira y Calderbank (Ref. 4), desarrollaron una ecuación para predecir la velocidad relativa entre el gas y las pastillas para utilizarla en N_{Re} modificados para lechos empacados propuestos por Hougen; encuentran que el coeficiente de transferencia de masa se incrementa con el aumento de la posición radial, que no tiene variación con cambio en la velocidad de flujo de 250 a 1000 ml/min, aumenta si se aumenta el tamaño de partícula y disminuye si disminuye la porosidad; además, si el espacio entre el brazo y la pared del reactor disminuye, el coeficiente de transferencia de masa aumenta. Fuentes Zurita (Ref. 10), encontró una diferencia del orden de 10^4 entre los coeficientes de transferencia de masa encontrados por él y los encontrados por Choundhary-Doraiswamy pero son similares a los encontrados por Brisk et. al. y Pereira-Calderbank; también encontró que no depende del tamaño de partícula y que posiblemente existiese influencia del gasto volumétrico.

P A R T E I I I

=====

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL.

Los coeficientes de transferencia de masa fueron determinados por experimentos de sublimación de naftaleno, utilizando pastillas cilíndricas (0.31 X 0.60 cm) colocadas en la canasta a una misma posición radial; las velocidades de sublimación del naftaleno, en una corriente de aire a temperatura ambiente, son medidas como una función de la velocidad de agitación y del flujo del gas. Se utilizaron cuatro diferentes geometrías de canastas.

1. Descripción del Equipo.

Un cilindro de aire marca AGA, con un medidor de presión a la salida y una válvula de control, la salida conectada a dos burbujómetros, uno de 500 ml de capacidad para medir gastos de 10 a 60 ml/seg; el otro de 50 ml de capacidad para medir gastos menores de 10 ml/seg. De la salida del burbujómetro pasa a un medidor, tipo orificio, donde se verifica durante la corrida que el flujo se mantiene constante, de aquí a una columna de adsorción empacada con sílica gel para eliminar la humedad en el aire, de donde continua hacia el reactor entrando por la base y saliendo por la parte superior, en donde se descarga a la atmósfera. Un termopar está a la salida del reactor conectado a un milivoltímetro para determinar la temperatura interior del reactor (Fig. 13).

2. Descripción del Reactor.

Un recipiente cilíndrico de 7.5 cm de diámetro y 7.7 cm de altura, con cuatro baffles formados por la propia pared separados 90°, material de acero inoxidable 304. La flecha del reactor está acoplada a un motor eléctrico marca A.S.E.A. de 1/2 H.P., 3 F, 4P., 220 V, 50/60 ciclos, transmisión por medio de dos poleas, de las cuales la ajustada al motor es una polea de expansión para regular la

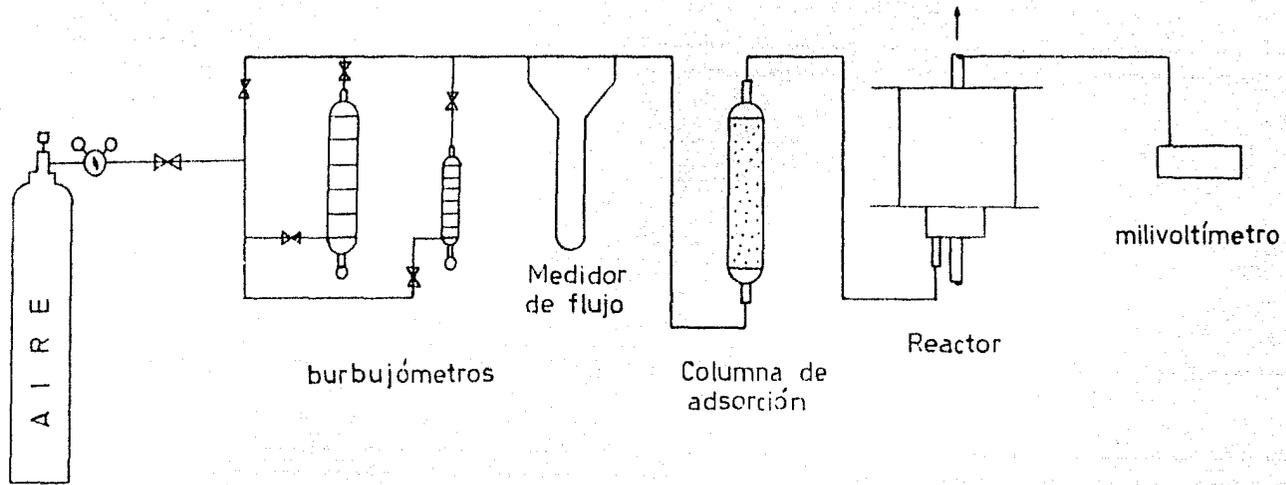


Fig. 13. Diagrama de Flujo

velocidad de rotación. El reactor tiene sellos, a la entrada de la flecha, que es un cordón de asbesto con grafito y en la tapa del reactor un sello de asbesto cubierto con cinta de teflón. Contiene dos aspas de tres hojas que se ajustan a la flecha, una arriba y otra abajo de la canasta (también ajustada a la flecha), las que hacen recircular el gas empujándolo ambas hacia la canasta (Fig. 14).

La canasta tipo I es de cuatro brazos, formando ángulos rectos, la base del brazo es rectangular, el contenedor es de tela de alambre formando prismas rectangulares. La canasta tipo II es de cuatro brazos, el contenedor de las pastillas son prismas triangulares de tela de alambre. La canasta tipo III, también es de cuatro brazos y el contenedor tiene forma cilíndrica. La canasta IV es de tres brazos separados 120° y el contenedor es de forma cilíndrica. Todas las canastas tienen aproximadamente el mismo diámetro de giro y misma altura (Fig. 15).

3. Procedimiento.

El procedimiento nos permite encontrar la pérdida de peso en pastillas cilíndricas de naftaleno, bajo ciertas condiciones de gasto volumétrico, velocidad de rotación y temperatura del sistema; en donde, ésta pérdida se utiliza para obtener el coeficiente de transferencia de masa. En la determinación de la pérdida de peso, se tuvieron que hacer las pastillas, partiendo de naftaleno (grado reactivo) en forma de cristales; éste es molido hasta partícula fina, para poder darle forma cilíndrica de dimensiones adecuadas. Utilizándose 4 pastillas por corrida, una para cada brazo de la canasta; y midiéndose el peso de la canasta, inicialmente sin pastillas y luego con éstas, por diferencia se tiene el peso inicial de las pastillas; entendiéndose se por canasta, el armazón empacado con perlas de vidrio, de misma área externa que las pastillas. Las pastillas en la canasta se colocan a una misma posición radial ($r=2.8$ cm.).

Una vez encontrado el peso inicial de las pastillas, la canasta es introducida en el reactor y ajustada a la

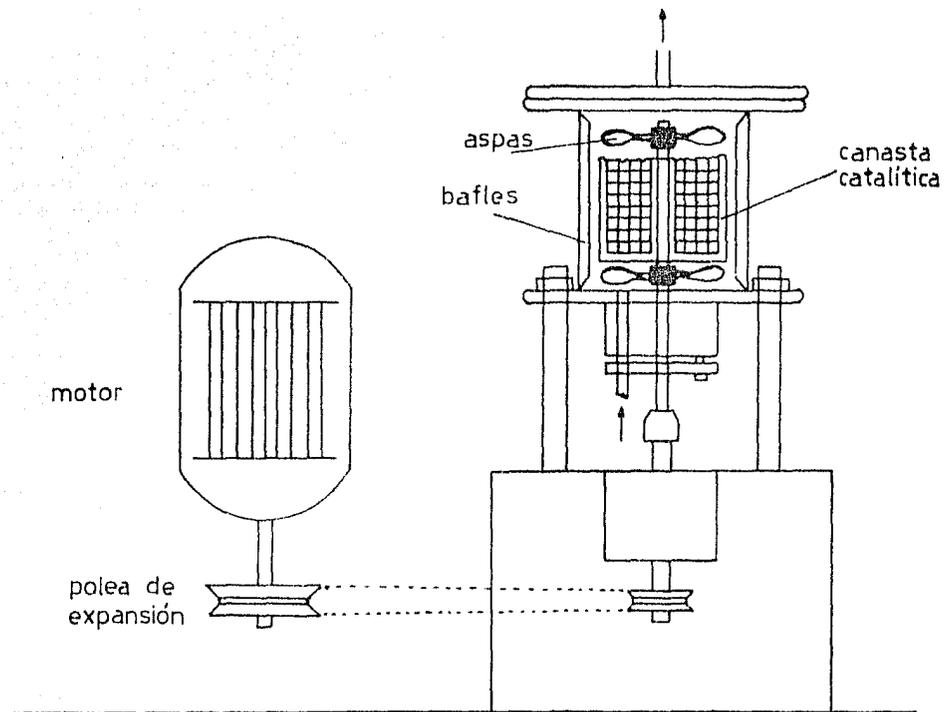
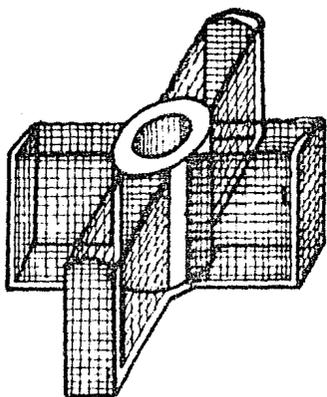
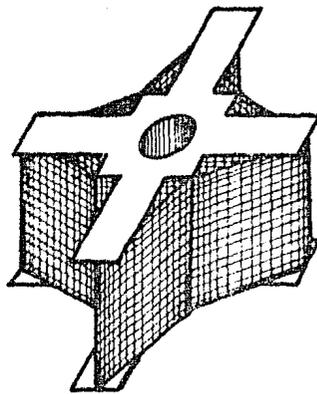


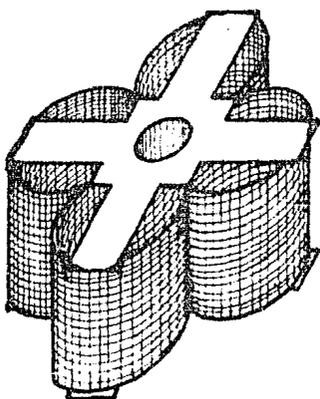
Fig.14. Reactor Continuo Agitado de Canasta Giratoria



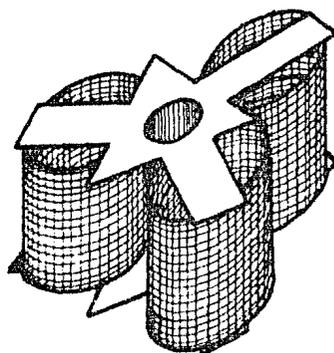
CANASTA TIPO I



CANASTA TIPO II



CANASTA TIPO III



CANASTA TIPO IV

Fig. 15. Diferentes Geometrías de la Canasta Catalítica

flecha de rotación; inmediatamente después, se hace pasar una corriente de aire al través del reactor, de gasto volumétrico conocido (determinado en los burbujómetros). En seguida se pone en marcha el motor, ajustado para conseguir la velocidad de rotación de la canasta deseada. En este momento empieza el tiempo de duración de la corrida, que llega a ser de 1 a 2 horas dependiendo de la velocidad de rotación y el gasto volumétrico; periódicamente es tomada lectura de temperatura en el reactor.

Después de haber transcurrido el tiempo de corrida, el motor del reactor es apagado, la canasta es sacada para determinar su peso; consiguiéndose así, el peso final de las pastillas y como consecuencia la pérdida de peso (cantidad de naftaleno transferida).

La determinación de los pesos, se realiza mediante una balanza analítica, marca Sartorius, con exactitud de 10^{-4} g .

En la sección siguiente se presentan: el procedimiento de cálculo, la presentación y la discusión de los resultados.

PARTE IV

PRESENTACION Y DISCUSION DE RESULTADOS.

1. Efecto del Gasto Volumétrico y de la Velocidad de Rotación sobre el Coeficiente de Transferencia de Masa

1.1. Método de cálculo para el coeficiente de transferencia de masa. (Anexo III)

Se emplea el sugerido por Fuentes Zurita para la determinación del coeficiente de transferencia de masa a partir de la definición de velocidad de transferencia de masa:

$$\pi_p = k a_{ML} (P_s - P_g)$$

en donde

- π_p : velocidad de transferencia de masa, - gmol/ (seg-pastilla)
- a_{ML} : área de transferencia, cm^2 / pastilla
- k : coeficiente de transferencia de masa, gmol/ (seg- cm^2 -mm Hg)
- P_s : presión de vapor del naftaleno, mm Hg
- P_g : presión de naftaleno en la fase gaseosa, mm Hg

La definición de cada miembro de la ecuación anterior es de la forma siguiente:

i) Velocidad de Transferencia de Masa.

$$\pi_p = \frac{\Gamma_N}{N_p}$$

n_N : moles de naftaleno transferido , - - -
g/mol/seg

N_p : número de pastillas

$$n_N = \frac{\Delta W}{M t}$$

ΔW : pérdida de peso, g

M : masa molecular del naftaleno, g/gmol

t : tiempo de duración de la corrida, seg

ii) Gradiente de Concentración.

a) Presión de vapor del naftaleno

$$\log P_s = \frac{-0.05223 A}{T} + B$$

T : temperatura, °K

A : 71401

B : 11.450 constantes para el naftaleno en
el rango de 0 a 80°C (Ref.15)

b) Concentración de naftaleno en la corriente -
gaseosa, en forma de presión

$$P_g = y_g P_T$$

$$y_g = \frac{n_N}{n_T}$$

$$n_T = \frac{P_T Q}{RT}$$

- P_T : presión total del sistema, mm Hg
 n_T : moles totales, gmol/seg
 Y_g : fracción mol de naftaleno en la fase gaseosa
 Q : gasto volumétrico, ml/seg
 R : constante de gases, 82 (ml-atm)/(gmol °K)
 T : temperatura del sistema, °K

iii) Area de Transferencia

$$a_{ML} = \frac{a_o - a_f}{\ln \frac{a_o}{a_f}}$$

en donde:

- a_o : área de transferencia inicial, cm^2
 a_f : área de transferencia final, cm^2

Se define el área de transferencia como un promedio logarítmico, debido a que el área disminuye por la sublimación del naftaleno y dada la forma cilíndrica de la pastilla; puede hacerse una analogía con la transferencia de calor al través de la pared de una tubería, en la cual el área de transferencia es un promedio logarítmico entre el área inicial y final de transferencia. En nuestro caso, dado que la velocidad de transferencia es muy baja, la disminución en el área de transferencia es muy lenta, pudiendo considerarse un sistema conductivo para la disminución del área.

El área de transferencia inicial se calcula a partir de las dimensiones iniciales de la pastilla, que son bien conocidas, mediante la ecuación siguiente :

$$a = \frac{1}{2} \pi d_o^2 + h_o d_o \pi$$

en donde:

d_0 : diámetro inicial de la pastilla, cm

h_0 : altura inicial de la pastilla, cm

El área de transferencia final, se obtendrá de la misma forma, si se conocen las dimensiones finales de la pastilla

$$a_f = \frac{1}{2} \pi d_f^2 + \pi d_f h_f$$

en donde:

d_f : diámetro final de la pastilla, cm

h_f : altura final de la pastilla, cm

Por lo tanto el problema se limita a determinar el diámetro y la altura final de las pastillas; debido a que las pastillas no quedan completamente cilíndricas después de cada corrida.

Para poder determinar el diámetro y la altura de las pastillas, después de cierto tiempo de sublimación, se deben de establecer ecuaciones para el diámetro y la altura en función de variables conocidas.

La variación en el diámetro y la altura, como consecuencia de la sublimación, debe estar relacionada con la pérdida de peso en las pastillas, de la forma siguiente

$$\frac{w_0}{w_f} = \frac{\rho V_0}{\rho V_f}$$

$$\frac{w_0}{w_f} = \frac{d_0^2 h_0}{d_f^2 h_f}$$

Debido a que en todo cuerpo envuelto en un sistema turbulento, se produce un desgaste en su área, tendiendo siempre hacia el área mínima; entonces, en el caso de la pastilla, que es de forma cilíndrica, para tiempos muy prolongados, tenderá a ser una esfera.

Con base en lo anterior, para pastillas cilíndricas en las cuales $d > h$, se tendrá entonces que

$$\frac{d}{dt}(d) > \frac{d}{dt}(h)$$

o en forma aproximada

$$\Delta d > \Delta h$$

esto es, la disminución en el diámetro de la pastilla es mayor que la disminución en la altura de la pastilla.

De la misma manera, en el caso de que $d < h$, se tendrá entonces que

$$\frac{d}{dt}(d) < \frac{d}{dt}(h)$$

o en forma aproximada

$$\Delta d < \Delta h$$

esto es, la disminución en el diámetro de la pastilla es menor que la disminución en la altura de la pastilla.

Ahora bien, en el caso en que $d = h$, la pastilla cilíndrica tenderá hacia una esfera, el radio de la esfera correspondería a $d/2 = h/2$, y dado que en una esfera el radio disminuye uniformemente, entonces se puede considerar que

$$\frac{d}{dt}(d) = \frac{d}{dt}(h)$$

o en forma aproximada

$$\Delta d = \Delta h$$

esto es, la disminución en el diámetro de la pastilla es igual a la disminución en la altura de la pastilla.

Por lo tanto, para las condiciones bajo las cuales se trabaja (suposición de que existe mezclado completo y que la pérdida de peso es pequeña) y para una relación h/d , igual o cercana a uno; se puede suponer que el decremento en el diámetro es igual al decremento en la altura, de la pastilla

$$\Delta d = \Delta h$$

$$d_o - d_f = h_o - h_f$$

Combinando la ecuación anterior con la ecuación que relaciona la pérdida de peso de las pastillas con sus dimensiones, obtenemos

$$d_f^3 + d_f^2(h_o - d_o) = \frac{W_f}{W_o} d_o^2 h_o$$

una expresión mediante la cual podemos calcular las dimensiones finales de la pastilla, utilizando sus dimensiones iniciales y la pérdida de peso.

iv) Coeficiente de Transferencia de Masa.

$$k = \frac{r_p}{a_{ML}(P_s - P_g)}$$

$$k_m = kRT(760)$$

k_m : coeficiente de transferencia de masa, cm/seg

1.2. Determinación del factor de transferencia de masa

Apartir de la definición del factor de transferencia de masa

$$j_D = \frac{k_m P}{G} \left(\frac{U}{P D} \right)^{2/3}$$

el número de Schmidt se calcula a la temperatura del sistema. La difusividad mediante la expresión de Gilliland - (Ref. 11)

$$D = 0.0043 \frac{T^{-3/2}}{P (V_A^{1/3} + V_B^{1/3})^2} \left[\frac{1}{M_A} + \frac{1}{M_B} \right]^{1/2}$$

D : difusividad, cm^2/seg

T : temperatura, $^{\circ}\text{K}$

P : presión, atm

M_A, M_B : pesos moleculares de los gases

V_A, V_B : volúmenes moleculares a las temperaturas normales de ebullición, ml/gmol

A: aire

B: naftaleno

M: 29

M: 128

V: 29.9 ml/gmol

V: 10 C... 10 x 14.8

8 H... 8 x 3.7

anillo de

naftaleno - 30

147.6 ml/gmol

$$D = 1.63 \times 10^{-5} T^{3/2}$$

Una buena aproximación de la viscosidad y de la densidad es considerar la corriente gaseosa como aire puro, por lo tanto para la viscosidad tenemos:

$$\mu = \mu_0 \left(\frac{0.555T_0 + C}{0.555T + C} \right) \left(\frac{T}{T_0} \right)^{2/3} \quad (\text{Ref. 12})$$

μ : viscosidad a la temperatura T, en centipoise

μ_0 : viscosidad a la temperatura T_0 , en centipoise

T : temperatura absoluta, °R

T_0 : temperatura absoluta de referencia, °R

C : constante de Sutherland, 120 para aire

$$T_0 = 100^\circ\text{F} \Rightarrow \mu_0 = 0.019 \text{ cp}$$

$$\mu = 6.18 \times 10^{-6} \frac{(460+T)^{3/2}}{0.555(460+T) + 120}$$

La densidad para sistemas gaseosos

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{T_0}{T} \right) \left(\frac{P}{P_0} \right)$$

ρ : densidad a la temperatura T, g/ml

ρ_0 : densidad a la temperatura T_0 , 29g/22400 ml

T : temperatura del sistema °K

T_0 : temperatura de referencia, 273.15 °K

P : presión del sistema, atm

P_0 : presión de referencia, 1 atm

$$\rho = \frac{0.2722}{T}$$

Se realizó análisis dimensional para determinar la funcionalidad del coeficiente de transferencia de masa, con respecto al gasto volumétrico y a la velocidad de rotación, encontrándose que el coeficiente de transferencia de masa es una función de dos tipos de velocidades

$$k_m = k_m(u^*, u) \quad (\text{Anexo I})$$

en donde

$$i) u^* = \frac{Q}{A_F}$$

Q : gasto volumétrico, cm³/seg

A_F : área transversal de flujo en el reactor,
51.55 cm²

$$ii) u = i N$$

N : velocidad de rotación, RPM

i : indica la posición de la pastilla en la canasta, 0.2932; o el diámetro de la canasta, 0.3634

Con base en estas velocidades y a partir de la definición del factor de transferencia de masa

$$j_D = \frac{k_m \rho}{G} (N_{Sc})^{2/3}$$

si, $G = u f$; entonces, sustituyendo las velocidades definidas, u^* y u , en la expresión de masa velocidad, obtenemos dos ecuaciones para el factor de transferencia de masa

$$i) j_D^* = \frac{k_m A_F (N_{Sc})^{2/3}}{Q}$$

$$ii) j_D = \frac{k_m}{\pi N} (N_{Sc})^{2/3}$$

Los resultados se muestran en las tablas (Figs.16-19), realizándose diferentes pruebas matemáticas se encontró cierta correlación al graficar

$\log j_D^*$ v.s. $\log Q \cdot N = \text{cte}$ y $\log j_D$ v.s. $\log Q \cdot N = \text{cte}$ en forma de líneas rectas, y mediante pruebas estadísticas (Anexo II) se determinó una mejor correlación para

$$\log j_D^* \text{ v.s. } \log Q \cdot N = \text{cte} \quad (\text{Fig. 20})$$

1.3. Funcionalidad del coeficiente de transferencia de masa con respecto al gasto volumétrico y a la velocidad de rotación.

De las pruebas estadísticas se establece que la relación puede considerarse como una línea recta y que puede expresarse como

$$\log j_D^* = a_N^* + b_N^* \log Q \quad \text{⑥} \quad N = \text{cte}$$

en donde, a_N^* y b_N^* , se encontró que son una función de la velocidad de rotación, de la forma siguiente

$$a_N^* = -3.49 + 1.91 \log N$$

$$b_N^* = 0.87 - 0.60 \log N$$

Q $\left(\frac{\text{cm}^3}{\text{seg}}\right)$	w_o (g)	t (h)	$\Delta w \times 10^2$ (g)	T (°K)	a_{ML} (cm^2)	$\pi_p \times 10^9$ $\left(\frac{\text{gmol}}{\text{seg-pst}}\right)$	$P_3 \times 10^2$ (mm Hg)	$P_4 \times 10^2$ (mm Hg)	k_m $\left(\frac{\text{cm}}{\text{seg}}\right)$	$\log j_p^*$	$\log i_p$	$\log Q$
5.08	0.2582	2	1.36	296.37	0.94	3.69	5.42	7.36	3.72	1.83	-1.78	0.71
5.44	0.2656	2	1.32	295.59	1.01	3.58	4.86	6.81	3.34	1.75	-1.83	0.74
15.04	0.2640	2	2.51	296.03	0.95	6.81	3.36	7.12	3.52	1.34	-1.80	1.18
15.42	0.2755	2	2.58	295.90	0.98	7.00	3.37	7.03	3.51	1.34	-1.79	1.19
19.13	0.2737	2	2.99	297.70	0.94	8.11	3.16	8.37	3.06	1.17	-1.86	1.28
19.58	0.2772	2	3.02	297.24	0.94	8.19	3.13	8.01	3.29	1.20	-1.83	1.29
26.51	0.2707	1.5	2.34	296.16	0.95	8.46	2.36	7.21	3.39	1.07	-1.82	1.42
28.03	0.2696	1.5	2.01	294.74	0.96	7.27	1.92	6.27	3.22	1.03	-1.84	1.45
36.35	0.2710	1.5	2.29	296.34	0.95	8.28	1.70	7.33	2.85	0.86	-1.89	1.56
46.94	0.2695	1.5	2.58	295.97	0.95	9.33	1.48	7.08	3.24	0.81	-1.84	1.67
54.94	0.2555	1.5	2.49	296.31	0.87	9.01	1.22	7.32	3.15	0.72	-1.85	1.74

Fig.16. Tabla de datos para la canasta tipo I © $N_1 = 1370$ RPM

Q $\left(\frac{\text{cm}^3}{\text{seg}}\right)$	w_o (g)	t (h)	$\Delta w \times 10^2$ (g)	T (°K)	a_{ML} (cm^2)	$\Gamma_p \times 10^9$ $\left(\frac{\text{gmol}}{\text{seg-pst}}\right)$	$P_g \times 10^2$ (mm Hg)	$P_i \times 10^2$ (mm Hg)	k_m $\left(\frac{\text{cm}}{\text{seg}}\right)$	$\log j_D^*$	$\log j_D$	$\log Q$
15.93	0.1943	1.5	1.82	295.42	0.71	6.58	3.07	6.70	4.69	1.44	-1.81	1.20
25.37	0.1816	1	1.01	291.81	0.72	5.48	1.58	4.68	4.46	1.21	-1.84	1.40
29.41	0.1887	1	1.77	297.29	0.71	9.60	2.42	8.05	4.44	1.14	-1.84	1.47
35.71	0.1949	1	1.84	298.52	0.71	9.98	2.08	9.07	3.73	0.98	-1.91	1.55
45.76	0.1792	1	1.16	291.38	0.72	6.29	1.01	4.48	4.57	0.97	-1.83	1.66
53.25	0.1952	1	1.85	295.54	0.71	10.0	1.39	6.78	4.82	0.92	-1.80	1.73

Fig.17. Tabla de datos para la canasta tipo I @ $N_2=1860$ RPM

Q $\left(\frac{\text{cm}^3}{\text{seg}}\right)$	w_o (g)	t (h)	$\Delta w \times 10^2$ (g)	T (°K)	a_{ML} (cm ²)	$r_p \times 10^9$ $\left(\frac{\text{gmol}}{\text{seg-pst}}\right)$	$P_g \times 10^2$ (mm Hg)	$P_t \times 10^2$ (mm Hg)	k_m $\left(\frac{\text{cm}}{\text{seg}}\right)$	$\log j_D^+$	$\log j_D^-$	$\log Q$
20.1	0.1813	1	1.15	293.05	0.72	6.24	2.29	5.30	5.26	1.39	-1.86	1.30
28.1	0.1892	1	1.81	296.22	0.71	9.82	2.61	7.25	5.48	1.26	-1.84	1.45
36.2	0.1897	1	2.18	297.81	0.71	11.8	2.43	8.46	5.15	1.12	-1.87	1.56
46.1	0.1877	1	2.59	298.20	0.70	14.1	2.27	8.79	5.71	1.06	-1.82	1.66
46.3	0.1837	1	2.30	296.96	0.70	12.5	2.01	7.80	5.70	1.05	-1.83	1.67
54.8	0.1855	1	2.14	297.74	0.71	11.6	1.58	8.41	4.46	0.88	-1.93	1.74
55.4	0.1801	1	1.71	294.91	0.71	9.27	1.25	6.37	4.67	0.90	-1.91	1.74

Fig.18. Tabla de datos para la canasta tipo I @ $N_3=2320$ RPM

Q $\left(\frac{\text{cm}^3}{\text{seg}}\right)$	w_0 (g)	t (h)	$\Delta w \times 10^2$ (g)	T (°K)	a_{ML} (cm^2)	$\pi_p \times 10^4$ $\left(\frac{\text{gmol}}{\text{seg-pst}}\right)$	$P_g \times 10^2$ (mm Hg)	$P_s \times 10^2$ (mm Hg)	k_m $\left(\frac{\text{cm}}{\text{seg}}\right)$	$\log j_D^*$	$\log j_D$	$\log Q$
16.6	0.1973	1.5	2.66	295.74	0.70	9.62	4.32	6.92	8.24	1.67	-1.74	1.22
26.9	0.2039	1.5	3.60	298.63	0.69	13.0	3.63	9.16	6.30	1.34	-1.85	1.43
35.9	0.1887	1.5	2.68	294.93	0.70	9.69	2.02	6.39	5.81	1.18	-1.89	1.56
46.1	0.1881	1	2.61	297.53	0.70	14.2	2.28	8.24	6.29	1.10	-1.85	1.66
47.1	0.2061	1	2.09	294.97	0.71	11.3	1.79	6.41	6.33	1.10	-1.85	1.67
53.2	0.1915	1	2.33	297.13	0.70	12.6	1.77	7.93	5.39	0.97	-1.92	1.73
56.9	0.1890	1	2.17	295.27	0.71	11.8	1.54	6.61	6.04	0.99	-1.87	1.76

Fig.19. Tabla de datos para la canasta tipo I $\odot N_1=2750 \text{ RPM}$

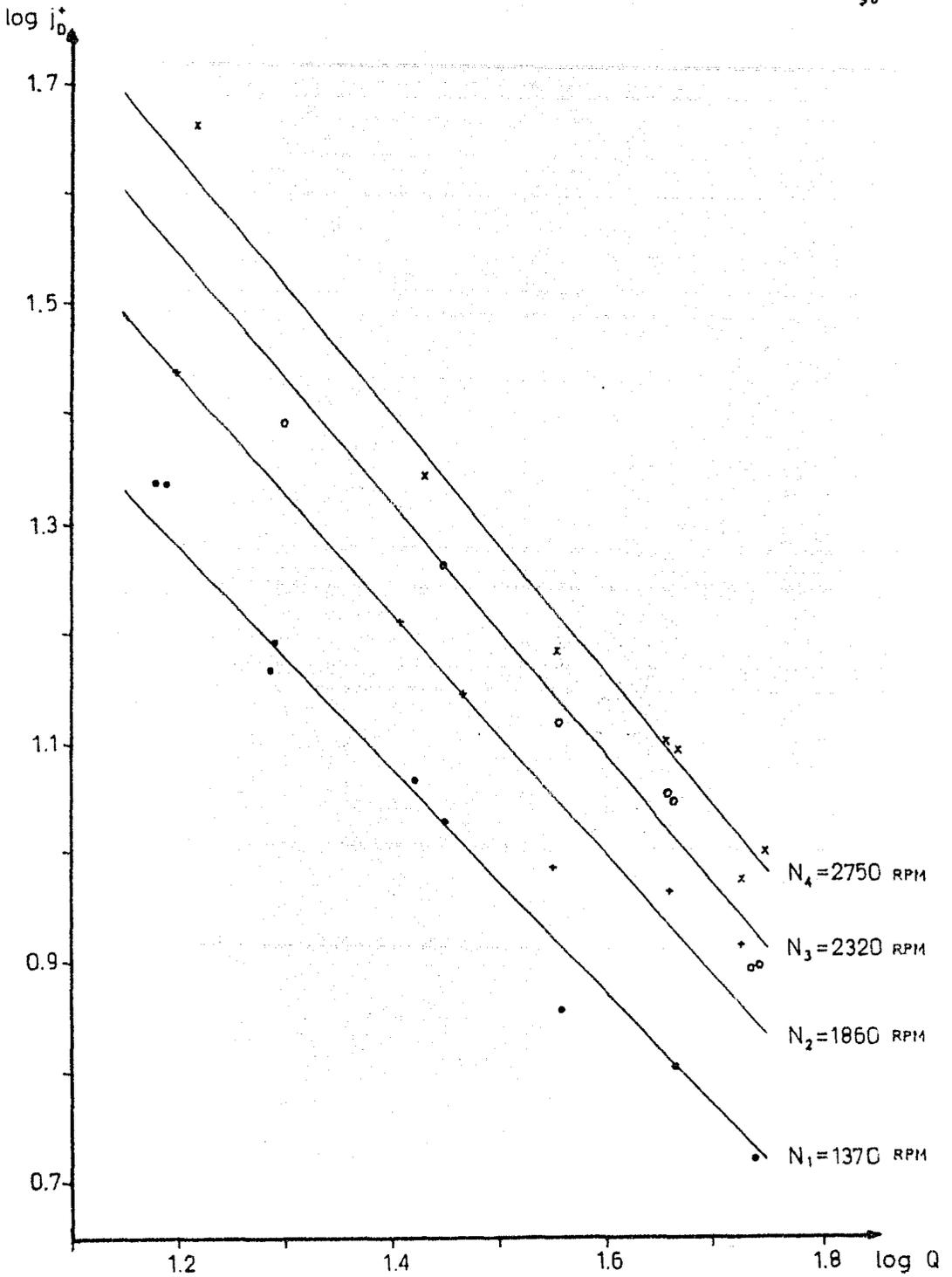


Fig.20. Gráficas de $\log j_D^*$ vs. $\log Q$

La relación encontrada para el coeficiente de transferencia de masa expresada en su forma antilogarítmica es

$$j_D^* = 10^{a_N^*} Q^{b_N^*}$$

comparandola con su definición

$$10^{a_N^*} Q^{b_N^*} = \frac{k_m A}{Q} (N_{Sc})^{2/3}$$

y despejando el coeficiente de transferencia de masa

$$k_m = \frac{10^{a_N^*}}{A (N_{Sc})^{2/3}} Q^{b_N^* + 1}$$

$$k_m = A_N^* Q^{B_N^*}$$

en donde A_N^* y B_N^* siguen siendo funciones de la velocidad de rotación

$$A_N^* = 3.48 \times 10^{-6} N^{1.91}$$

$$B_N^* = 1.87 - 0.60 \log N$$

considerando un $(N_{Sc})_{ave}^{2/3} = 1.79$ y el área transversal al flujo en el reactor, $A_F = 51.55 \text{ cm}^2$; la expresión para el coeficiente de transferencia de masa queda

$$k_m = 3.48 \times 10^{-6} Q^{1.87} N^{1.91} Q^{-0.60 \log N}$$

la ecuación es válida en el rango de gasto volumétrico de $15 < Q < 55$, expresado en ml/seg; en el rango de velocidad de rotación de $1370 < N < 2750$, expresada en RPM; y en donde, el coeficiente de transferencia de masa se obtiene en cm/seg.

Con base en la ecuación anterior se obtiene la tabla siguiente del coeficiente de transferencia de masa como una función del gasto volumétrico y la velocidad de rotación

N(RPM)	A_N^*	B_N^*	K_m				
			Q(15)	Q(25)	Q(35)	Q(45)	Q(55)
1370	3.41	-0.01	3.30	3.28	3.27	3.26	3.25
1860	6.11	-0.09	4.77	4.55	4.41	4.31	4.23
2320	9.33	-0.15	6.22	5.77	5.48	5.28	5.13
2750	12.9	-0.19	7.54	6.92	6.48	6.18	5.94

(Fig. 21)

De la tabla se puede ver que a velocidad de rotación constante el coeficiente de transferencia de masa disminuye cuando se incrementa el gasto volumétrico y cuando el gasto volumétrico se mantiene constante, el coeficiente de transferencia de masa aumenta al hacerlo la velocidad de rotación. Además, el efecto del gasto volumétrico crece al aumentar la velocidad de rotación y el efecto de la velocidad de rotación disminuye al aumentar el gasto volumétrico.

Para tratar de explicar lo anterior, se analizará el efecto del gasto volumétrico y de la velocidad de rotación sobre los términos de la ecuación de transferencia de masa, como la velocidad de transferencia y el gradiente de concentración. Ya que el efecto de ambas variables sobre el área de transferencia es el de disminuirla.

De la gráfica de velocidad de transferencia contra gasto volumétrico (Fig.22), se observa que la velocidad de transferencia aumenta al incrementarse la velocidad de rotación a gasto volumétrico constante y que la velocidad de transferencia aumenta al elevarse el gasto volumétrico a velocidad de rotación constante. Debido a que ambas aumentan la velocidad relativa existente entre las partículas y el medio fluido

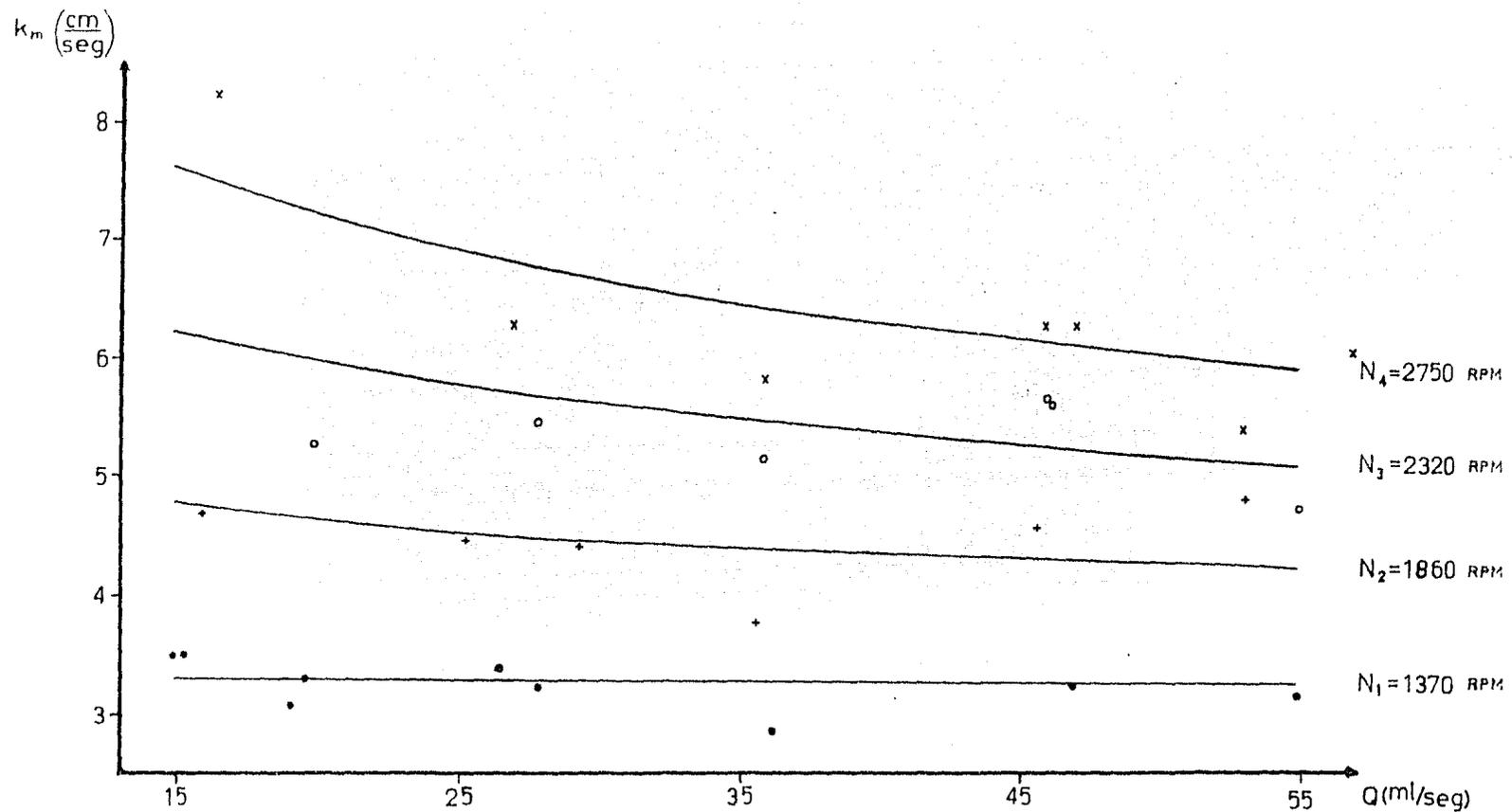
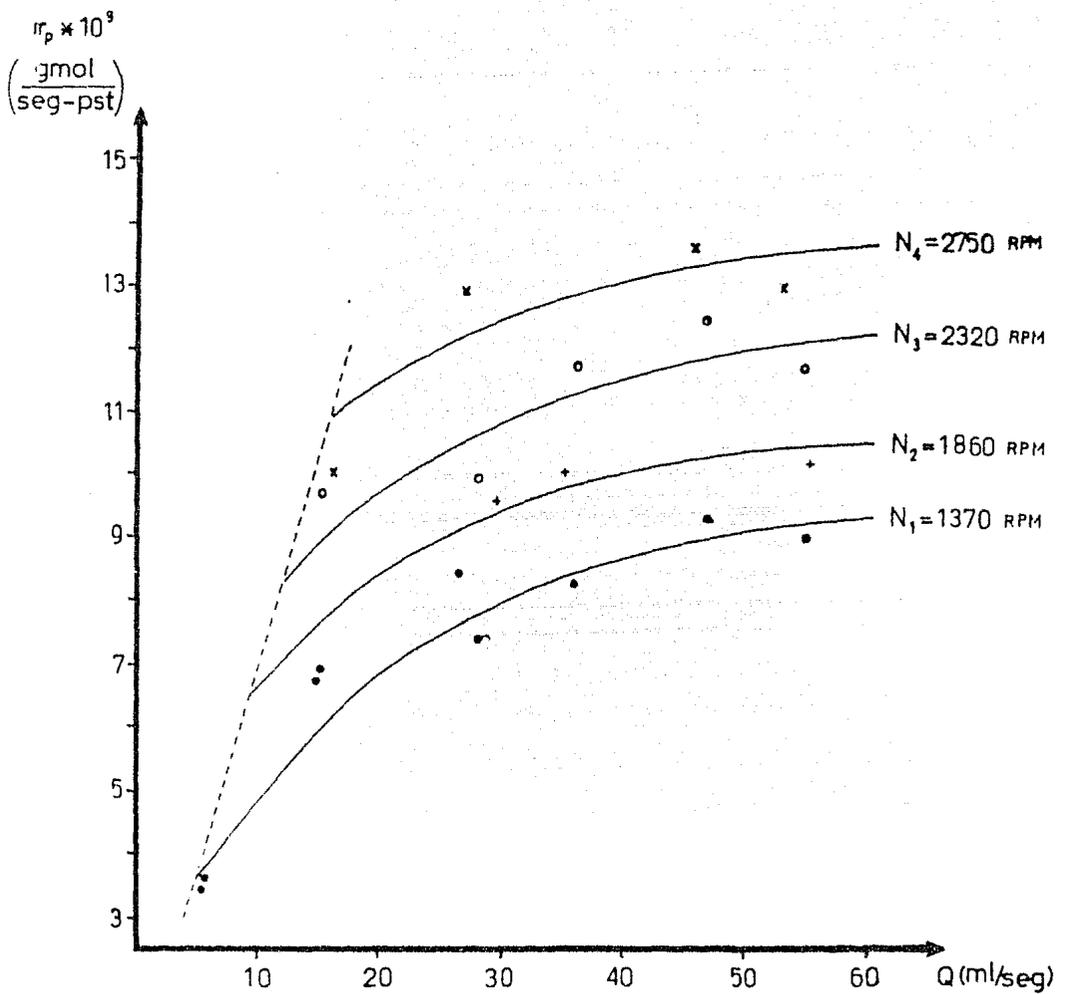


Fig. 21. Gráficas de k_m vs. Q

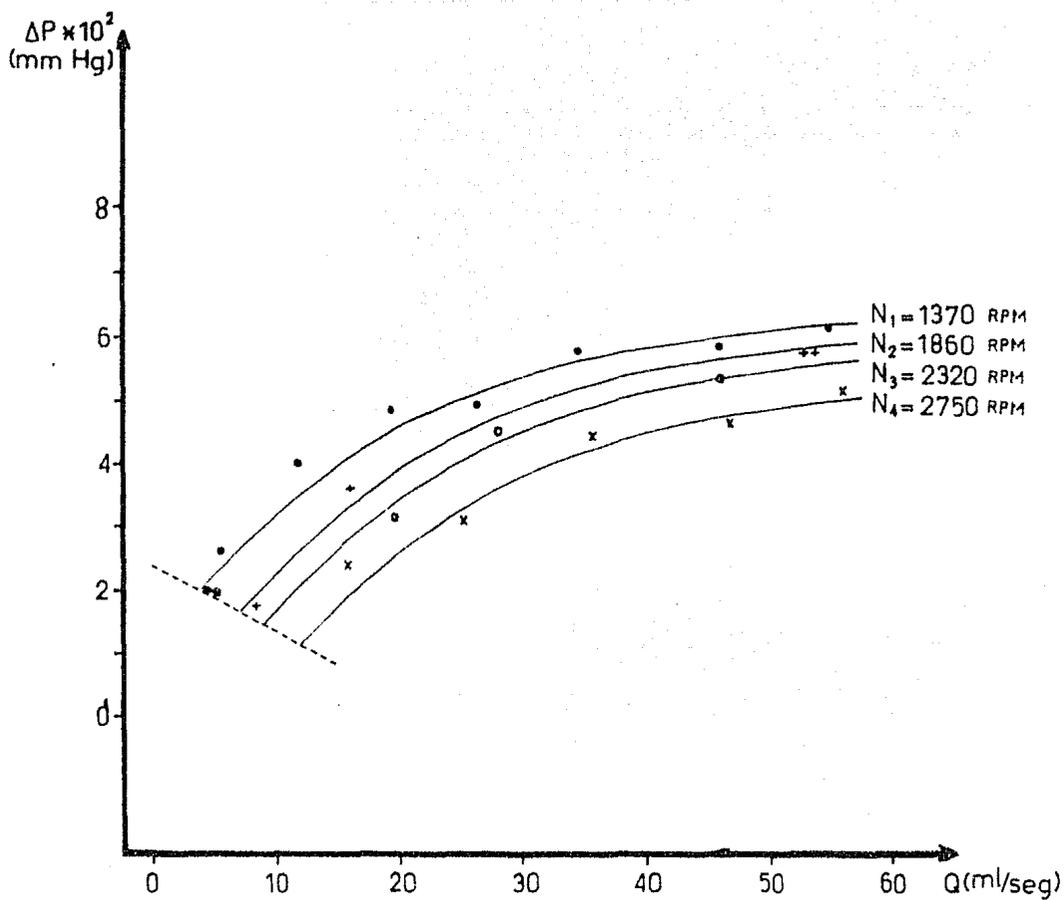


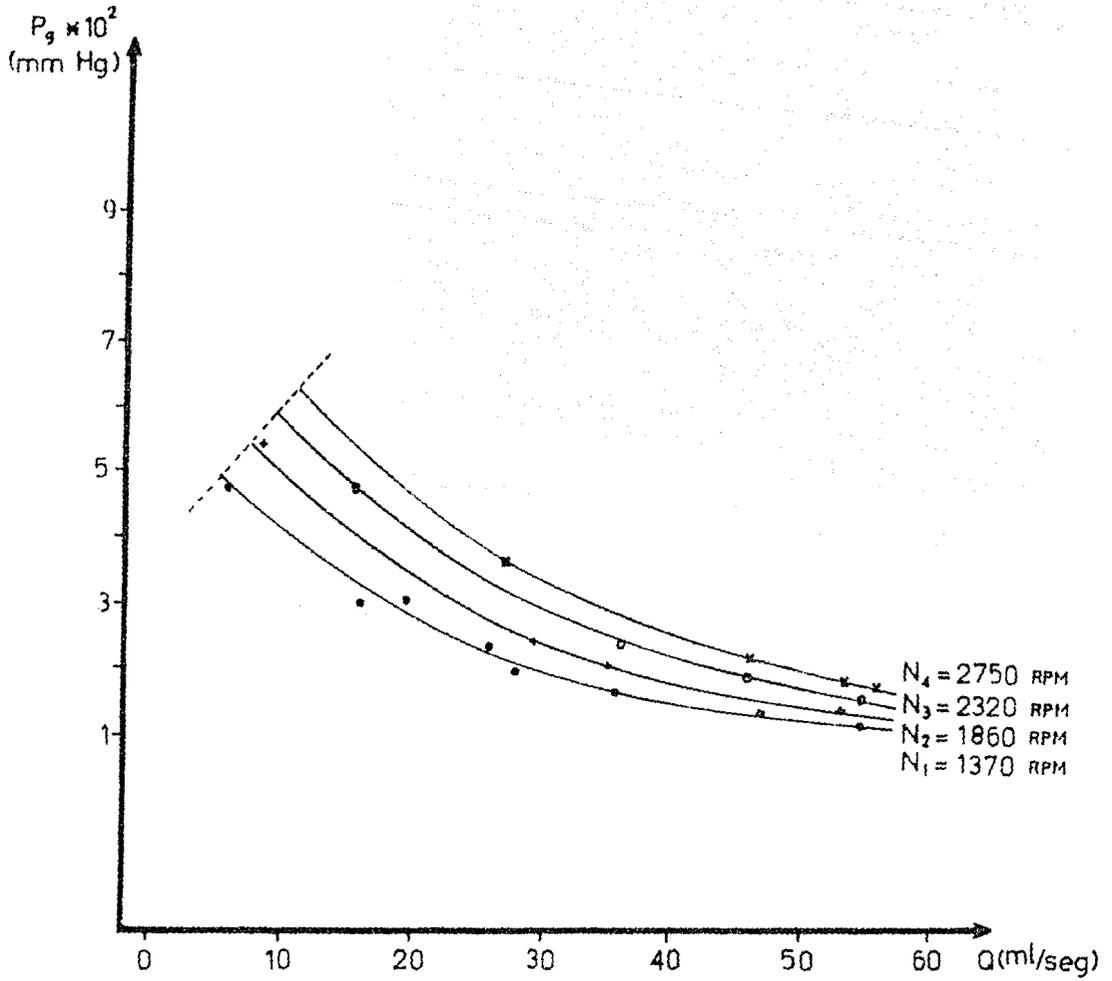
De la misma gráfica se puede ver, que a altas velocidades de rotación el efecto del gasto volumétrico sobre la velocidad de transferencia es menor que a bajas velocidades de rotación; y que, a bajos gastos volumétricos el efecto de la velocidad de rotación sobre la velocidad de transferencia es mayor que a altos gastos volumétricos. Esto es, al aumentar el efecto de una variable disminuye el de la otra.

Los efectos del gasto volumétrico y la velocidad de rotación sobre el gradiente de concentración ($P_s - P_g$), Fig. 23; son básicamente, los inversos de los que ocurren en la concentración de la fase fluida (P_g), ya que la concentración en la interfase gas-sólido corresponde a la presión de saturación (P_s), la cual es una función exclusiva de la temperatura del sistema. (Fig. 24)

De la gráfica de concentración en la fase fluida (P_g) contra el gasto volumétrico, se puede ver que la concentración en el medio fluido disminuye al aumentar el gasto volumétrico a velocidad de rotación constante. Debido a que al aumentar el gasto volumétrico, las moles de aire aumentan más rápidamente que las moles de naftaleno desprendidas por el incremento del gasto volumétrico. Por lo tanto, la disminución de la concentración en la fase fluida por el incremento del gasto volumétrico origina que el gradiente de concentración aumente. También puede verse que la concentración aumenta al incrementarse la velocidad de rotación a gasto volumétrico constante, ya que se aumenta la cantidad de moles transfereidas para el mismo tiempo de residencia o misma cantidad de aire. Por lo que, al aumentar la velocidad de rotación a gasto volumétrico constante, el gradiente de concentración disminuye.

De la misma gráfica se observa que a altas velocidades de rotación el efecto del gasto volumétrico sobre la

Fig. 23. Gráfica de ΔP v.s. Q

Fig.24. Gráfica de P_g vs. Q

concentración en el medio fluido es mayor que a bajas velocidades de rotación; esto puede explicarse de la siguiente manera, considerando que la mayor parte de las moles - de naftaleno transferidas es originado por la velocidad de rotación, entonces para altas velocidades de rotación, de los efectos del gasto volumétrico (que son originar moles transferidas y diluir el sistema), se hace más predominante el de diluir el sistema, por lo que la concentración de la fase fluida disminuye más rápido para altas velocidades de rotación que para bajas velocidades de rotación. También que a bajos gastos volumétricos el efecto de la velocidad de rotación es mayor que a altos gastos volumétricos; ya que a gastos volumétricos bajos el sistema tiende a saturarse más rápidamente, que en sistemas diluidos (que corresponden a gastos volumétricos altos). Consecuentemente, si el efecto del gasto volumétrico sobre la concentración del medio fluido es mayor a elevadas velocidades de rotación, entonces éste efecto sobre el gradiente de concentración es más grande a elevadas velocidades de rotación; de la misma manera, si el efecto de la velocidad es mayor para gastos volumétricos bajos, entonces el efecto sobre el gradiente de concentración también debe de ser mayor para gastos volumétricos bajos.

La disminución del coeficiente de transferencia de masa por el aumento en el gasto volumétrico a velocidad de rotación constante, se puede explicar como una consecuencia de los efectos producidos sobre la velocidad de transferencia y el gradiente de concentración: la velocidad de transferencia aumenta y también lo hace el gradiente de concentración. A gastos volumétricos bajos, un cambio de éste, se hace más sensible en el gradiente de concentración que en la velocidad de transferencia; pero en gastos volumétricos - relativamente altos, el gradiente de concentración tiende a una constante y la velocidad de transferencia tiende a igualar cierto valor, de tal forma que el coeficiente de trans

ferencia de masa pudiera considerarse constante.

El porque a altas velocidades de rotación el efecto del gasto volumétrico es mayor, puede ser explicado de la siguiente manera: El aumento en la velocidad de rotación, provoca una mejora en la turbulencia, consecuentemente un aumento en la velocidad de transferencia; éste aumento en las moles transferidas origina un aumento en la concentración de la fase gaseosa y por lo tanto una disminución en el gradiente de concentración. Esto es, a altas velocidades de rotación y bajos gastos volumétricos, el sistema tiende a saturarse, obteniéndose altos coeficientes de transferencia de masa. Por lo que en sistemas cercanos a la saturación, el coeficiente de transferencia de masa disminuye más rápidamente para un mismo incremento en el gasto volumétrico. Por lo tanto, el que a velocidades de rotación altas el efecto del gasto volumétrico sea mayor no es sino sólo una consecuencia de que un sistema este más saturado que otro; ya que el sistema alcanza la saturación a gastos volumétricos más altos conforme se aumenta la velocidad de rotación.

1.4. Comparación de Resultados

Se han llevado a cabo estudios de transferencia de masa en reactores continuos agitados de canasta catalítica, de los cuales los realizados por Brisk (Ref. 2), Choudhary-Doraiswamy (Ref. 3) y Pereira-Calderbank (Ref. 4), coinciden en que no se observa efecto sobre el coeficiente de transferencia de masa, con la variación del flujo volumétrico; efectuando sus experimentos a un valor fijo de gasto volumétrico. Fuentes Zurita (Ref. 10), encontró desviaciones en sus resultados al cambiar la velocidad de flujo, pero reporta sus resultados a un solo valor de gasto volumétrico.

Erisk no reporta los valores de los coeficientes de transferencia de masa; sino, para un sistema de 2 % de hidrocarburo en aire, obtiene gráficas de \bar{N}_A/Pg v.s. $N(\text{RPM})$ y de ΔT v.s. $N(\text{RPM})$ a partir de los valores de coeficientes de transferencia de masa encontrados, por lo que no es posible compararlos con los obtenidos en el presente trabajo.

Choudhary-Doraiswamy, sus estudios los realizan para tres diseños diferentes de reactores continuos agitados; sin embargo, sus resultados difieren en 10^4 ordenes de magnitud comparados con los obtenidos por Pereira-Calderbank, Fuentes Zurita y en éste trabajo.

Pereira - Calderbank, encontraron diferentes factores que influyen en el coeficiente de transferencia de masa; tales como, la posición radial de las pastillas, la estructura del empaque, espacios libres y variación en la velocidad de rotación. También movieron la velocidad de flujo de 250 a 1000 ml/min no encontrando efecto. Reportan sus resultados a un gasto volumétrico de 500 ml/min (8.3 ml/seg), a diferentes posiciones radiales de la pastilla. Para una posición de pastilla similar al usado en éste trabajo, los resultados de Pereira-Calderbank, para dos diseños de reactores (T1 y T4), son:

Para $r=2.54\text{cm}$

	T1	T2
$N(\text{RPM})$	$k_m \left(\frac{\text{cm}}{\text{seg}} \right)$	$k_m \left(\frac{\text{cm}}{\text{seg}} \right)$
500	2.55	1.67
1000	3.78	2.55
1500	4.78	3.28
2000	5.78	3.94
2500	6.67	4.55

en donde

r : representa la posición radial de la pastilla

T1 : canasta cruciforme; espesor del brazo 0.635 cm; longitud del brazo 5.08 cm; empaçada con esferas de vidrio de 0.635 cm ($a_m = 1.2667 \text{ cm}^2$); porosidad del lecho - 0.476

T2 : canasta cilíndrica, diámetro de 12.0 cm; empaçada con Alundum 0.642 cm ($a_m = 1.2949 \text{ cm}^2$); porosidad del lecho 0.364

Fuentes Zurita, reporta sus resultados a un gasto volumétrico de 8 ml/seg, a una temperatura de 297.56 °K, pastillas cilíndricas de naftaleno de 6 cm X 5.5 cm ($a_m = 1.6022 \text{ cm}^2$), canasta cruciforme; los valores del coeficiente de transferencia de masa son:

N(RPM)	$k_m \left(\frac{\text{cm}}{\text{seg}} \right)$
0	0.61
500	4.58
1000	8.59
1500	10.98
2000	13.22

La ecuación del coeficiente de transferencia de masa como una función del gasto volumétrico y de la velocidad de rotación, encontrada en el presente trabajo, es válida para el rango de $1370 < N$ (RPM) < 2750 y para $15 < Q$ (ccs) < 55 . Sin embargo para poder compararlos con los de Pereira-Calderbank y Fuentes Zurita se extrapola, obteniéndose:

N(RPM)	$k_m \left(\frac{cm}{seg} \right) = 1.70 \times 10^{-4} N^{1.37}$
500	0.85
1000	2.19
1500	3.82
2000	5.66
2500	7.68
Para $Q = 8$ ml/seg	

Los resultados están comprendidos entre los de Pereira-Calderbank (más bajos) y los de Fuentes Zurita (más altos), pero dentro de un mismo orden de magnitud, por lo que pueden considerarse aceptables.

2. Influencia del Cambio de Geometría de la Canasta.

Los resultados obtenidos en el cambio de geometría de la canasta, se presentan en las tablas (Figs. 25-28). Se observó que bajo las condiciones de velocidad de rotación ($N_3 = 2320$ RPM) y barrida de gasto volumétrico (de 15 a 55 ccs), el cambio de geometría en la canasta puede mejorar la transferencia de masa. Se emplearon cuatro diferentes geometrías, las tres primeras canastas son cruciformes, lo que cambia es la forma del recipiente; la cuarta canasta es de tres brazos, en forma de T, y de recipiente cilíndrico (Fig.15).

w (g)	$\Delta w \times 10^2$ (g)	Q $\left(\frac{\text{cm}^3}{\text{seg}}\right)$	a_{ML} (cm^2)	$\pi_p \times 10^9$ $\left(\frac{\text{gmol}}{\text{seg} \cdot \text{pst}}\right)$	$P_g \times 10^2$ (mm Hg)	$P_s \times 10^2$ (mm Hg)	T (°K)	k_{m_1} $\left(\frac{\text{cm}}{\text{seg}}\right)$	log k_{m_1}	log Q
0.1877	1.23	9.56	0.7200	6.67	5.11	5.68	293.74	29.9	1.48	0.98
0.1802	1.84	15.6	0.7105	9.98	4.74	7.58	296.67	4.96	0.96	1.19
0.1813	1.15	19.9	0.7200	6.24	2.29	5.30	293.05	5.26	0.72	1.29
0.1883	1.43	22.6	0.7162	7.76	2.53	7.41	296.43	4.11	0.61	1.35
0.1892	1.81	27.8	0.7124	9.82	2.61	7.25	296.22	5.48	0.74	1.44
0.1897	2.18	36.1	0.7067	11.83	2.43	8.46	297.81	5.15	0.71	1.56
0.1877	2.59	46.1	0.7010	14.05	2.27	8.79	298.20	5.71	0.76	1.66
0.1837	2.30	46.1	0.7048	12.48	2.01	7.79	296.96	5.66	0.75	1.66
0.1801	1.71	54.7	0.7124	9.28	1.25	6.37	294.91	4.67	0.67	1.74
0.1855	2.14	54.7	0.7067	11.61	1.58	8.41	297.74	4.46	0.65	1.74

Fig. 25. Tabla de datos para la canasta tipo I @ $N_3=2320$ RPM

w (g)	$\Delta w \times 10^2$ (g)	Q $\left(\frac{\text{cm}^3}{\text{seg}}\right)$	a_{HL} (cm^2)	$\pi r_p \times 10^9$ $\left(\frac{\text{gmol}}{\text{seg-pst}}\right)$	$P_g \times 10^2$ (mm Hg)	$P_s \times 10^2$ (mm Hg)	T (°K)	k_m $\left(\frac{\text{cm}}{\text{seg}}\right)$	log k_m (Fig. 29)	log Q
0.1945	1.19	14.7	0.7200	6.46	3.21	5.65	293.69	6.73	0.83	1.17
0.1915	2.23	26.1	0.7067	12.1	3.41	6.72	295.45	9.52	0.98	1.42
0.1771	2.03	35.0	0.7086	11.0	2.31	6.45	295.03	6.91	0.84	1.54
0.1913	1.90	35.0	0.7105	10.3	2.15	5.48	293.39	4.36	0.90	1.54
0.1963	2.27	46.1	0.7067	12.3	1.97	6.41	294.96	7.21	0.86	1.66
0.1980	2.00	45.5	0.7105	10.9	1.75	5.64	293.68	7.10	0.86	1.66
0.1793	1.70	53.0	0.7124	9.22	1.27	4.66	291.77	6.94	0.84	1.72

Fig. 26. Tabla de datos para la canasta tipo II @ $N_s = 2320$ RPM

w (g)	$\Delta w \times 10^2$ (g)	Q $\left(\frac{\text{cm}^3}{\text{seg}}\right)$	a_{ML} (cm^2)	$\pi_P \times 10^9$ $\left(\frac{\text{gmol}}{\text{seg-pst}}\right)$	$P_g \times 10^2$ (mm Hg)	$P_s \times 10^2$ (mm Hg)	T ($^{\circ}\text{K}$)	k_m $\left(\frac{\text{cm}}{\text{seg}}\right)$	log k_m (Fig. 29)	log Q
0.1977	1.62	15.9	0.7154	8.79	4.03	5.29	293.03	17.8	1.25	1.20
0.1878	1.20	20.6	0.7200	6.51	2.27	3.12	287.85	19.0	1.28	1.31
0.1865	1.22	25.9	0.7200	6.62	1.83	2.95	287.29	14.7	1.17	1.41
0.1895	3.14	35.0	0.6935	17.0	3.59	6.74	295.48	14.3	1.16	1.54
0.1907	9.11	46.1	0.6803	22.3	3.57	6.85	295.63	18.5	1.27	1.66
0.1927	1.68	53.0	0.7143	9.11	1.24	3.65	289.38	9.53	0.98	1.72

Fig. 27. Tabla de datos para la canasta tipo III @ $N_3 = 2320$ RPM

w (g)	$w \times 10^2$ (g)	Q $\left(\frac{\text{cm}^3}{\text{seg}}\right)$	a_{ML} (cm^2)	$r_p \times 10^9$ $\left(\frac{\text{gmol}}{\text{seg-pst}}\right)$	$P_0 \times 10^2$ (mm Hg)	$P_s \times 10^2$ (mm Hg)	T (°K)	k_m $\left(\frac{\text{cm}}{\text{seg}}\right)$	log k_m (Fig. 29)	log Q
0.1483	0.73	15.0	0.7238	6.34	2.31	4.88	292.23	6.19	0.79	1.18
0.1507	1.03	24.7	0.7181	8.94	1.98	4.84	292.14	7.99	0.90	1.40
0.1433	1.21	24.8	0.7143	10.5	2.33	6.37	294.90	6.70	0.83	1.40
0.1464	1.49	35.4	0.7105	12.9	2.01	6.12	294.49	8.14	0.91	1.55
0.1474	1.33	35.0	0.7133	11.5	1.82	6.04	294.36	7.04	0.85	1.55
0.1445	1.73	46.1	0.7067	15.0	1.82	9.64	299.16	5.07	0.70	1.66
0.1448	1.13	55.6	0.7162	9.81	0.98	7.32	296.31	3.99	0.60	1.74

Fig. 28. Tabla de datos para la canasta tipo IV @ $N_3 = 2320$ RPM

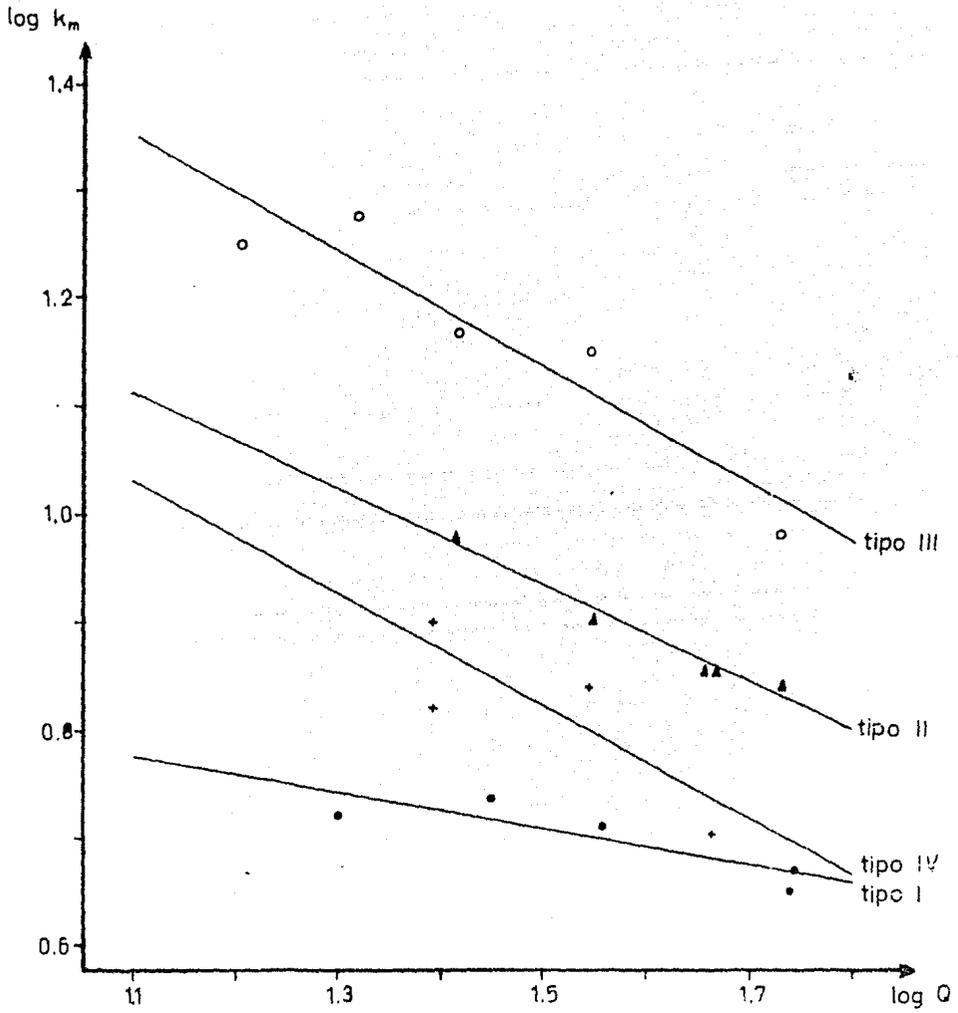
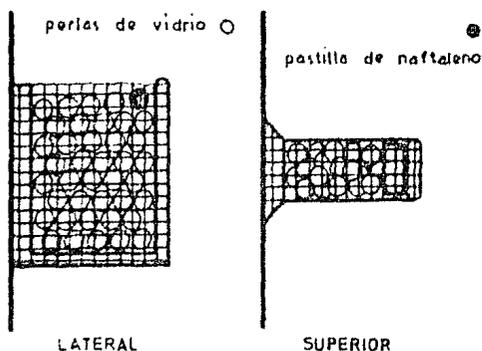
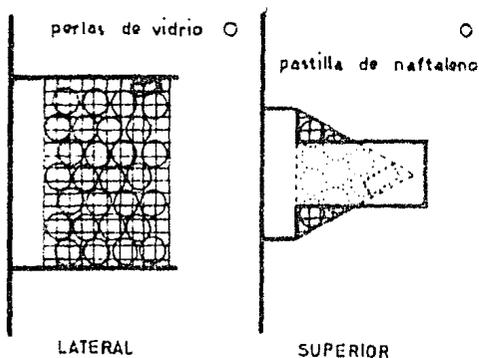


Fig. 29. Gráfica de $\log k_m$ vs. $\log Q$ para 4 diferentes geometrías de la canasta
© $N_3 = 2320$ RPM



brazo de la canasta tipo I

volumen aproximado de 38 ml; la pastilla de naftaleno solo presenta contacto con las perlas de vidrio, en la parte inferior y en la dirección del eje de rotación, presentando contacto con la fase fluida en las áreas normales a la rotación.

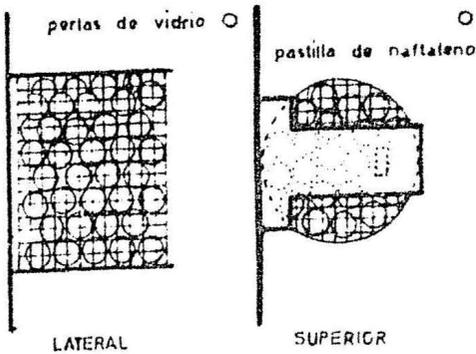


brazo de la canasta tipo II

eje tiene contacto con las perlas de vidrio, pero hacia la pared del reactor tiene libre contacto con el medio fluido.

En la canasta tipo I, el recipiente tiene forma de prisma rectangular; es la que presenta los coeficientes de transferencia menores; presenta la menor capacidad para contener partículas (número de perlas de vidrio), las perlas de vidrio siempre están en contacto con la fase fluida, no quedan encerradas por ellas mismas; la canasta con las perlas presentan un

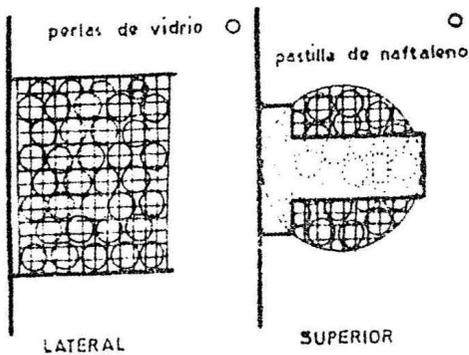
En la canasta tipo II, el recipiente tiene la forma de prisma triangular, los coeficientes de transferencia de masa son intermedios entre los de las canastas I y III, su capacidad para contener partículas es también intermedia; la canasta con las partículas tiene un volumen aproximado de 30 ml; también la pastilla de naftaleno, en la parte inferior y hacia el



brazo de la canasta tipo III

dos los lados con perlas de vidrio, excepto en la parte superior que esta el brazo de la canasta .

En la canasta tipo III, el recipiente tiene la forma de un cilindro, los coeficientes de transferencia de masa son los más elevados de los cuatro tipos de canasta; es la de mayor capacidad de contener partículas; la canasta con partículas tiene un volumen aproximado de 54 ml; la pastilla de naftaleno esta rodeada por to-



brazo de la canasta tipo IV

II y III; la canasta con las partículas ocupan un volumen aproximado de 37 ml; la estructura del empaque es idéntica al de la canasta tipo III.

La canasta tipo IV es de tres brazos, en forma de Y, sus recipientes son cilindros y los valores de los coeficientes de transferencia de masa se encuentran entre los de las canastas tipo I y tipo II. Esta canasta, en forma, es similar a la tipo III; su capacidad de contener pastillas se encuentra entre las canastas

En la Fig. 30 se encuentran graficados los valores del coeficiente de transferencia de masa, determinados experimentalmente, junto con sus curvas de ajuste; los valores de los coeficientes de transferencia de masa son mayores para la canasta tipo III y los más bajos para la canasta tipo I, los de la canasta tipo II son menores que los del tipo III, pero mayores a los del tipo I; los de -

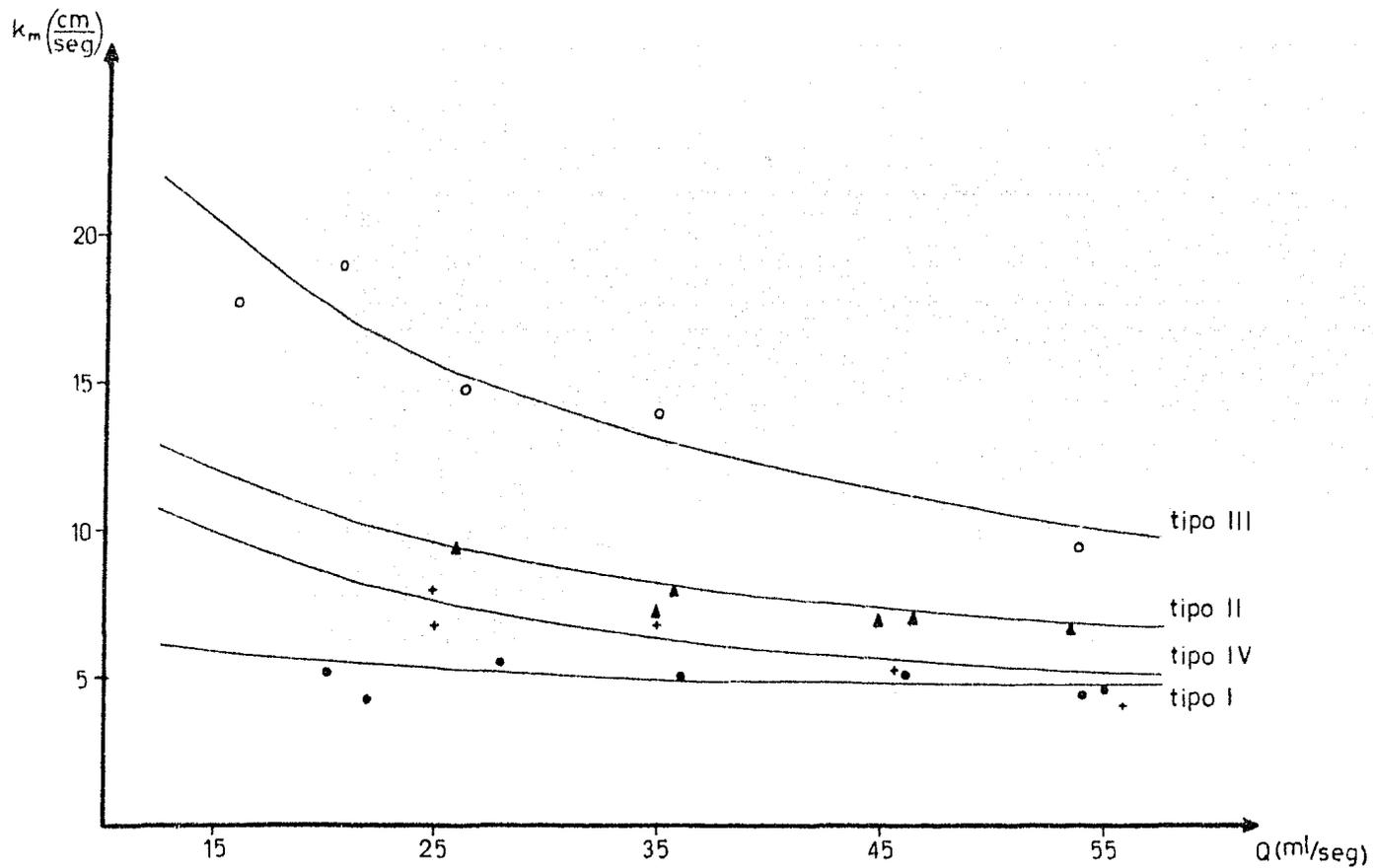


Fig.30. Gráfica de k_m vs. Q para 4 diferentes geometrías de la canasta

© N = 2320 RPM

la canasta IV estan entre los del tipo I y tipo II. Esta diferencia entre los coeficientes se puede explicar con base en los siguientes factores: (1) forma geométrica del recipiente, que desde el punto de vista aerodinámico mejora la turbulencia dentro del reactor; (2) volumen libre de gas en el reactor, a menor espacio el contacto gas-partícula es más frecuente, mejorando la transferencia; y (3) estructura de empaque, partículas que se encuentren en la periferia de la canasta presentan un contacto más turbulento y por lo tanto una mayor transferencia.

La canasta tipo III presenta los coeficientes de transferencia de masa más altos, probablemente debido a que es la de mayor volumen, consecuentemente la que deja menor volumen de gas libre, lo cual mejora notablemente la transferencia; también podría deberse, a la forma geométrica de sus recipientes, la que en cierta manera aumenta la turbulencia.

Las canastas tipo I y tipo IV, presentan aproximadamente el mismo volumen, por lo que las diferencias encontradas pudieran deberse a la forma geométrica de sus recipientes, presentando mayor resistencia la canasta tipo IV, originando una mayor turbulencia y por lo tanto coeficientes más altos; considerando que en la canasta tipo IV, la pastilla de naftaleno se encuentra más rodeada con perlas de vidrio que en la canasta tipo I. También podría contribuir a esta diferencia el que a pesar de tener un volumen muy similar, la canasta tipo IV presenta una mayor contención de partículas, lo que indica que la canasta tipo I presenta " volumen muerto " que no contribuye a mejorar la turbulencia.

La canasta tipo II, presenta los segundos coeficientes más altos, a pesar de que es la que tiene menor volumen (volumen de gas libre mayor); pero, es la única en la cual, la pastilla se encuentra en la periferia de la canasta, siendo

esta la causa de mejores coeficientes de transferencia de masa.

Por lo tanto un diseño adecuado de la canasta, reditua en mejores coeficientes de transferencia de masa y mediante la analogía de mecanismos, mejores coeficientes de transferencia de calor; a su vez, una disminución en el gradiente de temperatura.

PARTE V

CONCLUSIONES

1. Se observa que conforme se incrementa la velocidad de rotación, a gasto volumétrico constante, se acerca más el sistema a la saturación, encontrándose coeficientes más elevados.
2. Se determinó que al aumentar el gasto volumétrico mejora la velocidad de transferencia, en casi igual porcentaje que la velocidad de rotación, pero disminuye rápidamente la concentración en la fase gaseosa, dentro de los rangos trabajados, disminuyendo consecuentemente k_m .
3. Se encontró que la principal función del gasto volumétrico es como acarreador, repercutiendo en el gradiente de concentración; por lo que a gastos volumétricos bajos se trabaja más cerca de la saturación.
4. En una determinada zona, para el gasto volumétrico, el coeficiente de transferencia de masa podría ser considerado constante y es cuando el sistema se encuentra lejos de la saturación.
5. Se determinó una ecuación del coeficiente de transferencia de masa como una función del gasto volumétrico y de la velocidad de rotación, mediante pruebas matemáticas de funcionalidad y pruebas estadísticas de significancia, encontrándose

$$k_m = 3.48 \times 10^{-6} Q^{1.07} N^{1.91} Q^{-0.60 \log N}$$

trabajando a velocidad de rotación constante, se reduce a

$$k_m = \alpha Q^\beta$$

pero si se desea trabajar a gasto volumétrico constante, se comprobó que el último término de la ecuación se puede escribir

$$\varphi = Q^{-0.60 \log N}$$

$$\log \varphi = \log (Q^{-0.60 \log N})$$

$$\log \varphi = -0.60 \log N \log Q$$

$$\log \varphi = -0.60 \log Q \log N$$

$$\log \varphi = \log (N^{-0.60 \log Q})$$

$$\varphi = N^{-0.60 \log Q}$$

como

$$Q^{-0.60 \log N} = N^{-0.60 \log Q}$$

escribiendose una segunda ecuación para el coeficiente de transferencia de masa

$$k_m = 3.48 \times 10^{-6} Q^{1.87} N^{1.91} N^{-0.60 \log Q}$$

que para cuando se trabaje a gasto volumétrico constante, se reduce a

$$k_m = \alpha' N^{\beta'}$$

en donde para ambas ecuaciones

k_m : coeficiente de transferencia de masa, cm/seg

Q : gasto volumétrico, ml/seg

N : velocidad de rotación, RPM

6. Se determinó que probablemente tres factores, sean la causa de las diferencias encontradas en el coeficiente de transferencia de masa, por el cambio de geometría en la canasta y son :

- i) forma geométrica del recipiente
- ii) volumen libre de gas en el reactor
- iii) estructura de empaque

7. Un diseño de canasta que mejore el coeficiente de transferencia de masa, nos permite encontrar coeficientes de transferencia de calor altos y consecuentemente un gradiente pequeño o insignificante de temperatura.

8. Las diferencias encontradas entre los coeficientes de transferencia de masa en el presente trabajo y en la literatura, se pueden explicar como una consecuencia de las distintas geometrías de los reactores.

A N E X O I

=====

FUNDAMENTOS DE TRANSPORTE TURBULENTO.

1. Coeficientes de Transferencia para Régimen Turbulento en Tubos.

La ecuación general de transporte es

$$\varphi = -(\mathcal{D} + E) \frac{d\Gamma}{dx} \quad (1)$$

en donde

φ : flujo de la propiedad para cualquier valor de x

\mathcal{D} : difusibilidad molecular

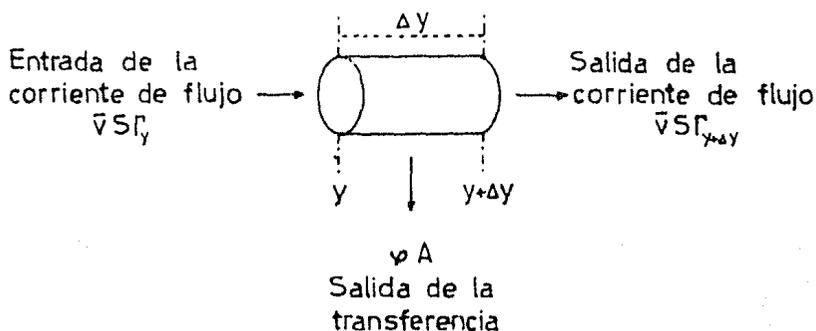
E : difusibilidad de remolinos

Γ : concentración por volumen de la propiedad de transporte

Esta ecuación puede aplicarse a la geometría cilíndrica, mediante modificación en el gradiente de concentración

$$\varphi = -(\mathcal{D} + E) \frac{d\Gamma}{dr} \quad (2)$$

haciendo un balance de la propiedad de transporte en un elemento cilíndrico



$$\begin{aligned}
 \bar{v} S \Gamma_y &= \varphi A + \bar{v} S \Gamma_{y+\Delta y} \\
 \bar{v} \pi r^2 \Gamma_y &= 2\varphi \pi r \Delta y + \bar{v} \pi r^2 \Gamma_{y+\Delta y} \\
 \bar{v} r (\Gamma_{y+\Delta y} - \Gamma_y) &= -2\varphi \Delta y \\
 \varphi &= -\frac{\bar{v} r}{2\Delta y} (\Gamma_{y+\Delta y} - \Gamma_y) \quad (3)
 \end{aligned}$$

en la frontera

$$\varphi_1 = -\frac{\bar{v} r_1}{2\Delta y} (\Gamma_{y+\Delta y} - \Gamma_y) \quad (4)$$

haciendo el cociente del flujo de la propiedad a cualquier posición radial y en la frontera

$$\begin{aligned}
 \frac{\varphi}{\varphi_1} &= \frac{-\frac{\bar{v} r}{2\Delta y} (\Gamma_{y+\Delta y} - \Gamma_y)}{-\frac{\bar{v} r_1}{2\Delta y} (\Gamma_{y+\Delta y} - \Gamma_y)} \\
 \varphi &= \varphi_1 \left(\frac{r}{r_1} \right) \quad (5)
 \end{aligned}$$

sustituyendo en la ecuación general de transporte

$$\begin{aligned}
 \varphi_1 \frac{r}{r_1} &= -(\delta + E) \frac{d\Gamma}{dr} \\
 \varphi_1 \int_0^r \frac{r dr}{(\delta + E)} &= -r_1 \int_0^r d\Gamma \\
 \varphi_1 \int_0^r \frac{r dr}{(\delta + E)} &= -r_1 (\Gamma_r - \Gamma_0) \quad (6)
 \end{aligned}$$

Definiendo la relación δ como

$$\delta = \frac{\Gamma_1 - \bar{\Gamma}}{\Gamma_1 - \Gamma_0} \quad (7)$$

la relación δ es el cociente de la diferencia en concentración de la propiedad transferente entre la pared y el valor promedio en el fluido a la máxima diferencia entre la pared y el centro. La relación δ es una función de la distribución de Γ con la posición, ya que

$$\bar{\Gamma} = \frac{1}{V_1} \int_0^{V_1} \Gamma dV \quad (8)$$

en donde

$\bar{\Gamma}$: es el valor medio de la propiedad que resulta de la integración de todo el ducto

V : es la cantidad de flujo volumétrico en un punto dentro del ducto

V_1 : es la cantidad de flujo volumétrico total en el ducto

$$dV = \bar{v} dS$$

\bar{v} : es la velocidad de punto

dS : $2 \pi r dr$, el área de flujo

La ecuación (6) puede expresarse utilizando la relación δ en la forma siguiente:

$$\psi_1 \int_0^r \frac{r dr}{(\delta + E)} = -\frac{r}{\delta} (\Gamma_1 - \bar{\Gamma})$$

$$\frac{\psi_1 r^2}{2(\delta + E)} = -\frac{r}{\delta} (\Gamma_1 - \bar{\Gamma})$$

$$\varphi_1 = -\frac{2(\mathcal{J} + \bar{E})}{r, \delta} (\Gamma_1 - \bar{\Gamma})$$

$$\varphi_1 = -\frac{4(\mathcal{J} + \bar{E})}{\delta D} (\Gamma_1 - \bar{\Gamma}) \quad (9)$$

Esta ecuación puede escribirse como una ecuación de velocidad multiplicando por A_1 ,

$$(\varphi A)_1 = -\frac{4(\mathcal{J} + \bar{E})}{\delta D} (\Gamma_1 - \bar{\Gamma}) A_1 \quad (10)$$

El coeficiente de transferencia (\mathcal{E}) puede definirse como

$$\mathcal{E} = \frac{4(\mathcal{J} + \bar{E})}{\delta D} \quad (11)$$

y la ecuación de velocidad queda

$$(\varphi A)_1 = -\mathcal{E} A_1 (\Gamma_1 - \bar{\Gamma}) \quad (12)$$

$$(\varphi A)_1 = -\frac{(\Gamma_1 - \bar{\Gamma})}{\frac{1}{\mathcal{E} A_1}}$$

$$\text{Rapidez de Transferencia} = \frac{\text{Gradiente}}{\text{Resistencia}}$$

El coeficiente de transferencia de masa puede definirse como

$$k_c = \mathcal{E}_n = \frac{4(\mathcal{J} + \bar{E}_n)}{D \delta_n} \quad (13)$$

y la rapidez de transferencia de masa

$$N_A = -k_c A (C_{A1} - \bar{C}_A) \quad (14)$$

La definición del coeficiente de transferencia, indica que es una función compleja de transferencia, mediante los mecanismos moleculares y turbulentos de la distribución de la concentración de la propiedad transferente indicada por k , y por la geometría del sistema (D). También es función de las características del flujo en el sistema, debido a que la difusibilidad promedio de los remolinos (\bar{E}), depende de la conducta del flujo.

Para el cálculo de los coeficientes de transferencia de masa en gases y líquidos en el régimen turbulento, se ha desarrollado una correlación mediante análisis dimensional

$$k_m = f(D, \mu, \rho, \Delta, G)$$

$$k_m = z D^a \mu^b \rho^c \Delta^d G^e$$

$$L t^{-1} = z (L)^a (M L^{-1} t^{-1})^b (M L^{-3})^c (L^2 t^{-1})^d (M L^{-2} t^{-1})^e$$

$$\text{i) } M: 0 = b + c + e \quad 5 \text{ incógnitas}$$

$$\text{ii) } L: 1 = a - b - 3c + 2d - 2e \quad 3 \text{ ecuaciones}$$

$$\text{iii) } t: -1 = -b - d - e \quad 2 \text{ grados de libertad}$$

de (i):

$$b = -c - e$$

sustituyendo en (ii):

$$-1 = c + e - d - e$$

$$d = c + 1$$

sustituyendo b y d en (ii):

$$1 = a + c + e - 3c + 2c + 2 - 2e$$

$$a = -1 + e$$

entonces

$$k_m = z (D)^{-1} (\mu)^{-0.5} (\rho)^{-0.5} (\eta)^{-0.5} (G)^{-1} (G)^0$$

$$k_m = \left(\frac{\rho \mu}{u} \right)^{-0.5} \left(\frac{DG}{u} \right)^{-0.5} \frac{\rho}{D} z$$

$$\frac{k_m D}{\rho} = z (N_{Sc})^{-0.5} (N_{Re})^{-0.5} \quad (15)$$

Los datos para esta correlación se obtuvieron en una columna de pared húmeda formada principalmente por un tubo de cristal arreglado de tal manera, que el fluido desciende por la pared en una capa delgada mientras que el gas, en contacto con esta capa de líquido se desplaza hacia arriba por el centro del tubo. La ecuación para la correlación de todos los líquidos y gases de los que se tienen datos, toma la forma siguiente

$$\frac{k_m D}{\rho} = 0.023 (N_{Re})^{0.83} (N_{Sc})^{0.33} \quad (16)$$

2. Analogía entre Transferencia de Masa, Calor y Cantidad de Movimiento.

2.1. Número de Reynolds-Correlación del factor de fricción.

En el régimen laminar una expresión que correlaciona la velocidad de punto y la velocidad promedio, en un ducto circular es

$$v = 2\bar{v} \left(1 - \frac{r^2}{r_0^2} \right) \quad (17)$$

donde \bar{v} es la velocidad promedio y r_1 es el radio de la frontera. Esta ecuación puede diferenciarse a

$$\frac{dv}{dr} = -\frac{4\bar{v}r}{r_1^2} \quad (18)$$

Para régimen laminar la ecuación de transporte para cantidad de movimiento en ductos circulares es

$$\begin{aligned} \tau_{yg_c} &= -\nu \frac{d(\rho v)}{dr} \\ \tau_{yg_c} &= -\mu \frac{dv}{dr} \end{aligned} \quad (19)$$

Combinando ambas ecuaciones

$$\tau_{yg_c} = -\frac{4\mu\bar{v}r}{r_1^2} \quad (20)$$

en la pared

$$\begin{aligned} (\tau_{yg_c})_1 &= -\frac{4\mu\bar{v}}{r_1} \\ (\tau_{yg_c})_1 &= -\frac{8\mu\bar{v}}{D} \end{aligned} \quad (21)$$

La determinación del esfuerzo en la pared en un sistema fluido, generalmente es indirecta y se basa en la caída de presión por longitud unitaria del ducto. El esfuerzo en la pared y la caída de presión se correlacionan mediante un balance de fuerzas

$$(\tau_y A)_1 = (-\Delta P) S_1 \quad (22)$$

En términos de cantidad de movimiento, el balance de fuerzas establece que la rapidez de transferencia de cantidad de movimiento para la pared $(\tau_y A)_1$, es igual a la rapidez de transferencia de cantidad de movimiento del fluido $(-\Delta P) S_1$.

Para una geometría cilíndrica

$$A_1 = \pi DL$$

$$S_1 = \frac{1}{4} \pi D^2$$

en donde L es la longitud del tubo, entonces

$$\tau_y \pi DL = (-\Delta P) \frac{\pi D^2}{4}$$

$$\tau_y = \frac{(-\Delta P) D}{4 L} \quad (23)$$

Por lo tanto

$$(\tau_y g_c)_1 = \frac{8 \mu \bar{v}}{D} = \frac{(-\Delta P) g_c D}{4 L} \quad (24)$$

dividiendo los miembros entre $\frac{1}{2} \rho \bar{v}^2$ (energía cinética del fluido por unidad de volumen)

$$\frac{2(\tau_y g_c)_1}{\rho \bar{v}^2} = \frac{16 \mu \bar{v}}{\rho D \bar{v}^2} = \frac{2(-\Delta P) g_c D}{4 \rho \bar{v}^2 L} \quad (25)$$

reacomodando

$$\frac{8(\tau_y g_c)_1}{\rho \bar{v}^2} = \frac{64 \mu}{D \rho \bar{v}} = \frac{2(-\Delta P) g_c D}{\rho \bar{v}^2 L} \quad (25)$$

en donde el último término de la expresión se define como el factor de fricción

$$f = \frac{2(-\Delta P)g_c D}{\rho \bar{v}^2 L} = \frac{64}{N_{Re}} = \frac{8(\tau_y g_c)}{\rho \bar{v}^2}$$

$$\frac{f}{8} = \frac{(-\Delta P)g_c D}{4\rho \bar{v}^2 L} = \frac{8}{N_{Re}} = \frac{(\tau_y g_c)}{\rho \bar{v}^2} \quad (26)$$

2.2. Coeficiente de transferencia para cantidad de movimiento.

De acuerdo con la ecuación general de transferencia

$$\frac{\varphi}{A} = -E(\Gamma_1 - \bar{\Gamma})$$

aplicada a cantidad de movimiento

$$(\tau_y g_c) = -E_\tau (\rho v_1 - \rho \bar{v}) \quad (27)$$

Para el fluido adyacente al ducto estacionario, $v = 0$, de manera que,

$$(\tau_y g_c)_1 = E_\tau \rho \bar{v}$$

$$E_\tau = \frac{(\tau_y g_c)_1}{\rho \bar{v}} \quad (28)$$

dividiendo entre \bar{v} , tenemos

$$\frac{E_\tau}{\bar{v}} = \frac{(\tau_y g_c)_1}{\rho \bar{v}^2} = \frac{f}{8} \quad (29)$$

2.3 La Analogía de Reynolds.

Reconocimiento de la conducta análoga de las velocidades de transferencia de calor y cantidad de movimiento. Reynolds postuló que los mecanismos para la transferencia de cantidad de movimiento y calor son idénticos

$$\frac{4(\alpha + \bar{E}_H)}{\delta_H D} = \frac{4(\nu + \bar{E}_T)}{\delta_T D}$$

$$E_H = E_T$$

$$\frac{h}{\rho C_p} = E_T \quad (30)$$

dividiendo entre \bar{v}

$$\frac{h}{\rho C_p \bar{v}} = \frac{E_T}{\bar{v}} = \frac{f}{8} \quad (31)$$

El número de Stanton se relaciona a los números de Nusselt, Reynolds y Prandtl como sigue

$$N_{St} = \frac{N_{Nu}}{N_{Re} N_{Pr}} = \frac{h}{\rho C_p \bar{v}} = \frac{f}{8} \quad (32)$$

Esta ecuación se probó experimentalmente, se encontró que correlaciona los datos en forma aproximada para gases en flujo turbulento. No presenta correlación experimental para líquidos en flujo turbulento, ni para ningún fluido en flujo laminar. Todos los gases se caracterizan por valores del número de Prandtl en un rango general entre 0.6 y 2.5. Para un examen más crítico, se concluyó que la analogía de Reynolds es válida solamente a un $N_{Pr} = 1$.

Mediante un razonamiento similar, se puede establecer una expresión sobre el postulado de que la masa y la cantidad de movimiento se transfieren por un mecanismo idéntico. Este postulado se puede establecer como

$$\frac{4(D + \bar{E}_D)}{\delta_D D} = \frac{4(v + \bar{E}_v)}{\delta_v D}$$

$$k_m = E_v$$

$$\frac{k_m - E_v}{\bar{v}} = \frac{f}{8} \quad (33)$$

Cuando la ecuación se probó experimentalmente, se encontró que correlaciona los datos en forma aproximada para gases en flujo turbulento, pero no los correlaciona para líquidos en flujo turbulento, ni para ningún fluido en flujo laminar. Los gases se caracterizan por valores de Schmidt cercanos a la unidad. Un examen más crítico reveló que la ecuación es válida únicamente a $N_{Sc} = 1$.

De la analogía de Reynolds se puede sacar una conclusión importante y es que para, $N_{Pr} = N_{Sc} = 1$, los mecanismos para la transferencia de masa, calor y cantidad de movimiento son idénticos. Esto es los procesos de transferencia difieren funcionalmente respecto a los números de Prandtl y Schmidt.

$$\frac{k_m}{\bar{v}} = \frac{h}{f C_p \bar{v}} = \frac{E_v}{\bar{v}} = \frac{f}{8} \quad \textcircled{a} \quad N_{Pr} = N_{Sc} = 1 \quad (34)$$

2.4 La Analogía de Colburn.

Colburn examinó las ecuaciones empíricas para la transferencia de calor y cantidad de movimiento en el régimen turbulento y presentó una analogía más general.

La ecuación empírica para la transferencia de calor en régimen turbulento es

$$\frac{hD}{k} = 0.023 \left(\frac{D\bar{v}}{\mu} \right)^{0.8} \left(\frac{C_P \mu}{k} \right)^{0.33} \left(\frac{\mu}{\mu_1} \right)^{0.14}$$

$$N_{Nu} = 0.023 (N_{Re})^{0.8} (N_{Pr})^{0.33} \left(\frac{\mu}{\mu_1} \right)^{0.14} \quad (35)$$

dividiendo por el producto de $(N_{Re})(N_{Pr})$

$$\frac{N_{Nu}}{N_{Re} N_{Pr}} = 0.023 \frac{(N_{Re})^{0.8} (N_{Pr})^{0.33}}{(N_{Re})(N_{Pr})} \left(\frac{\mu}{\mu_1} \right)^{0.14}$$

$$N_{St} = 0.023 (N_{Re})^{-0.2} (N_{Pr})^{-2/3} \left(\frac{\mu}{\mu_1} \right)^{0.14}$$

$$N_{St} (N_{Pr})^{2/3} \left(\frac{\mu_1}{\mu} \right)^{0.14} = 0.023 (N_{Re})^{-0.2} \quad (36)$$

Una ecuación empírica para el factor de fricción como función del número de Reynolds en la región de flujo turbulento es

$$f = \frac{0.184}{(N_{Re})^{0.2}} \quad (37)$$

válida para el rango de N_{Re} entre 5000 y 200 000, que se puede expresar como

$$\frac{f}{8} = 0.023 (N_{Re})^{-0.2} \quad (38)$$

Por lo tanto

$$N_{St} (N_{Pr})^{2/3} \left(\frac{\mu_w}{\mu} \right)^{0.14} = \frac{f}{8} \quad (39)$$

definiéndose el término izquierdo como factor para la transferencia de calor (j_H)

$$j_H = N_{St} (N_{Pr})^{2/3} \left(\frac{\mu_w}{\mu} \right)^{0.14}$$

$$j_H = \frac{f}{8} \quad (40)$$

muestra la interrelación entre la transferencia de calor y de cantidad de movimiento. Correlacionan datos experimentales en un rango de $10\,000 < N_{Re} < 300\,000$ y $0.6 < N_{Pr} < 100$.

Las ecuaciones empíricas para la transferencia de masa y cantidad de movimiento en el régimen turbulento se pueden comparar en la misma forma. Para la transferencia de masa se encontró que

$$\frac{k_m D}{D} = 0.023 (N_{Re})^{0.82} (N_{Sc})^{1/3}$$

dividiendo por el producto $(N_{Re})(N_{Sc})$

$$\frac{k_m D}{D} (N_{Re})^{-1} (N_{Sc})^{-1} = 0.023 \frac{(N_{Re})^{0.82} (N_{Sc})^{1/3}}{N_{Re} N_{Sc}}$$

$$\frac{k_m D}{D} \left(\frac{\mu}{D \rho \bar{v}} \right) \left(\frac{\rho D}{\mu} \right) = 0.023 (N_{Re})^{-0.2} (N_{Re})^{0.82} (N_{Sc})^{-2/3}$$

$$\frac{k_m}{\bar{v}} (N_{Sc})^{2/3} (N_{Re})^{-0.03} = 0.023 (N_{Re})^{-0.2} \quad (41)$$

Si $(N_{Re})^{-0.03}$ se toma como la unidad, entonces

$$\frac{k_m}{\bar{v}} (N_{Sc})^{2/3} = 0.023 (N_{Re})^{-0.2}$$

$$\frac{k_m}{\bar{v}} (N_{Sc})^{2/3} = \frac{f}{8} \tag{42}$$

El término j_D puede definirse como

$$j_D = \frac{k_m}{\bar{v}} (N_{Sc})^{2/3} \tag{43}$$

y se llama factor para transferencia de masa

$$j_D = \frac{f}{8} \tag{44}$$

válida para $2000 < N_{Re} < 300\ 000$ y $0.6 < N_{Sc} < 2500$.

3. Transferencia de Masa en Reactores de Canasta Giratoria.

3.1 Utilización de la Analogía de Masa y Calor.

Bajo la suposición de que la analogía de mecanismos de transporte se conserva en los reactores de canasta giratoria, un estudio de transferencia de masa nos proporciona las bases para el cálculo de la temperatura en la superficie catalítica y para la expresión matemática de la velocidad intrínseca de reacción, empleando la analogía de mecanismos de la manera siguiente :

$$j_D = j_H$$

$$\frac{k_m f}{G} (N_{Sc})^{2/3} = \frac{h}{C_p G} (N_{Pr})^{2/3}$$

$$h = k_m f C_p \left(\frac{N_{Sc}}{N_{Pr}} \right)^{2/3} \tag{45}$$

Mediante un balance de energía, bajo condiciones de estado estable, el calor generado en la pastilla catalítica es igual al calor que se transfiere hacia el medio fluido

$$Q_G = Q_T$$

$$\pi_p (-\Delta H) = h a_m (T_s - T_b)$$

$$h = \frac{\pi_p (-\Delta H)}{a_m (T_s - T_b)} \quad (46)$$

igualando las ecuaciones (45) y (46)

$$\frac{\pi_p (-\Delta H)}{a_m (T_s - T_b)} = k_m \rho C_p \left(\frac{N_{Sc}}{N_{Pr}} \right)^{2/3} \quad (47)$$

y despejando para T_s

$$T_s = T_b + \frac{\pi_p (-\Delta H)}{k_m a_m \rho C_p} \left(\frac{N_{Pr}}{N_{Sc}} \right)^{2/3} \quad (48)$$

en donde las propiedades son del medio fluido, por lo que ρ , C_p , N_{Pr} , N_{Sc} , se calculan a la temperatura del medio fluido (T_b). La velocidad de reacción para estos reactores se calcula de la forma siguiente:

$$\pi_p = \frac{X_o - X_i}{\frac{W}{F}} \quad (49)$$

que junto con el ΔH de reacción, que es una propiedad termodinámica fácil de obtener y el área de transferencia (a_m), complementan los datos necesarios para calcular la temperatura en la superficie catalítica, T_s .

Una vez conocida la temperatura en la superficie catalítica y la velocidad de reacción, puede obtenerse una expresión para la velocidad intrínseca de reacción.

Si las resistencias externas llegan a ser importantes; esto es, los gradientes de concentración y temperatura son significativos, la velocidad de reacción deberá corresponder a las condiciones de la superficie.

Los modelos propuestos para la velocidad de reacción, de un sistema reaccionante catalítico heterógeno, llegan a ser muy complejos; pero bajo ciertas condiciones de trabajo experimental, la ecuación puede linealizarse. De esta manera, con la ecuación de velocidad linealizada y con los valores de velocidad de reacción a las condiciones superficiales, pueden evaluarse las constantes de velocidad de reacción.

Así, experimentando a diferentes temperaturas de la fase fluida, que corresponden a distintas temperaturas en la superficie catalítica, se obtienen diferentes valores de la constante de reacción, la cual es una función tipo Arrhenius, $k = A \exp(-E_a/RT)$; por lo que puede graficarse $\ln k$ v.s. $1/T_s$, para conseguir el factor de frecuencia (A) y la energía de activación (E_a).

Por lo tanto, teniendo una expresión para calcular el coeficiente de transferencia de masa

$$k_m = k_m(Q, N)$$

bajo ciertas condiciones de gasto volumétrico, velocidad de rotación y propiedades del catalizador conocidas; puede determinarse si las resistencias externas son apreciables y así, llegar a establecer ecuaciones intrínsecas de velocidad de reacción.

3.2. Coeficientes de transferencia de masa en reactores - de canasta giratoria.

En los reactores de canasta giratoria se ha encontrado que el coeficiente de transferencia de masa se ve afectado por la velocidad de rotación ($u = \Omega R$) de la canasta, - mediante análisis dimensional se establece ésta relación:

$$k_m = f(D, u, \rho, \mu, \Omega)$$

$$k_m = z D^a u^b \rho^c \mu^d \Omega^e$$

$$L t^{-1} = L^a (L t^{-1})^b (M L^{-3})^c (M L^{-1} t^{-1})^d (L^2 t^{-1})^e$$

i) M: $0 = c + d$ 5 incognitas

ii) L: $1 = a + b - 3c - d + 2e$ 3 ecuaciones

iii) t: $-1 = -b - d - e$ 2 grados de libertad

De (i)

$$c = -d$$

y de (iii)

$$b = 1 - d - e$$

sustituyendolas en (ii)

$$a = -d - e$$

$$k_m = z D^{-d-e} u^{1-d-e} \rho^{-d} \mu^d \Omega^e$$

$$k_m = z \left(\frac{\mu}{D u \rho} \right)^d \left(\frac{\Omega}{D u} \right)^e u$$

en donde

$$\frac{D u}{\Omega} = \frac{D u \rho}{\mu} * \frac{\mu}{\rho \Omega}$$

por lo tanto

$$\frac{k_m}{u} = z \left(\frac{D u \rho}{\mu} \right)^{-d-e} \left(\frac{\mu}{\rho \Omega} \right)^{-e}$$

$$\frac{k_m}{u} (N_{Sc})^{2/3} = z (N_{Sc})^{-e+2/3} (N_{Re})^{-d-e}$$

$$j_D = \alpha (N_{Re})^\beta$$

Expresando el factor de transferencia de masa como una función de un N_{Re} modificado, en el cual la velocidad esta representada por la rotación de la canasta en dimensiones de L/t :

- i) $u=rN$ en (cm-rev) /seg
 ii) $u=2\pi rN$ en (cm-rad) / seg

en donde r representa el radio de la canasta y la velocidad puede entonces representarse esquemáticamente como

$$u = L/t$$

Sin embargo, parece ser que el coeficiente de transferencia de masa también depende del flujo volumétrico que pasa al través del reactor, para determinar la dependencia se utiliza el análisis dimensional, encontrandose

$$k_m = f(D, Q, u, \rho, \mu, \Delta)$$

$$k_m = z D^a Q^b u^c \rho^d \mu^e \Delta^f$$

$$L t^{-1} = L^a (L^3 t^{-1})^b (L t^{-1})^c (M L^{-3})^d (M L^{-1} t^{-1})^e (L^2 t^{-1})^f$$

i) M: $0 = d + e$

6 incognitas

ii) L: $1 = a + 3b + c - 3d - e + 2f$

3 ecuaciones

iii) t: $-1 = -b - c - e - f$

3 grados de libertad

Resolviendo las ecuaciones por dos caminos, fijando diferentes grados de libertad

De (i): $d = -e$

y de (iii): $c = 1 - b - e - f$
 sustituyendolas en (ii)
 $a = -2b - e - f$

De (i): $d = -e$

y de (iii): $b = 1 - c - e - f$
 sustituyendolas en (ii)
 $a = 2c + e + f - 2$

$$k_m = z D^{-2b-e-f} Q^b u^{1-b-e-f} \rho^{-e} \mu^e \Delta^f$$

$$k_m = z \left(\frac{Q}{D^2 u} \right)^b \left(\frac{\mu}{\rho D u} \right)^e \left(\frac{\Delta}{D u} \right)^f u$$

$$k_m = z D^{2c+e+f-2} Q^{1-c-e-f} u^c \rho^{-e} \mu^e \Delta^f$$

$$k_m = z \left(\frac{Q}{D^2} \right) \left(\frac{u D^2}{Q} \right)^c \left(\frac{D \mu}{Q \rho} \right)^e \left(\frac{D \Delta}{Q} \right)^f$$

definiendo $u^* = \frac{Q}{A}$

en donde $A = \frac{1}{4} \pi D^2$ (área transversal al flujo)

entonces

$$\frac{k_m}{u} = \left(\frac{u^*}{u}\right)^b \left(\frac{D \rho u}{\mu}\right)^{-e} \left(\frac{D u}{D}\right)^{-f} z'$$

$$\frac{k_m}{u^*} = \left(\frac{u}{u^*}\right)^c \left(\frac{D \rho u^*}{\mu}\right)^{-e} \left(\frac{D u^*}{D}\right)^{-f} z'$$

ya que

$$\frac{D u}{D} = \frac{D \rho u}{\mu} * \frac{\mu}{\rho D}$$

ya que

$$\frac{D u^*}{D} = \frac{D \rho u^*}{\mu} * \frac{\mu}{\rho D}$$

se tiene entonces

$$\frac{k_m}{u} = z' \left(\frac{u^*}{u}\right)^b \left(\frac{D \rho u}{\mu}\right)^{-e-f} \left(\frac{\mu}{\rho D}\right)^{-f}$$

se tiene entonces

$$\frac{k_m}{u^*} = z' \left(\frac{u}{u^*}\right)^c \left(\frac{D \rho u^*}{\mu}\right)^{-e-f} \left(\frac{\mu}{\rho D}\right)^{-f}$$

de acuerdo con la definición del factor de transferencia de masa

$$j_D = \frac{k_m}{u} N_{Sc}^{2/3} = z' (N_{Sc})^{-f+2/3} (N_{Re})^{-e-f} \left(\frac{u^*}{u}\right)^b \quad j_D^* = \frac{k_m}{u^*} N_{Sc}^{2/3} = z' (N_{Sc})^{-f+2/3} (N_{Re})^{-e-f} \left(\frac{u^*}{u}\right)^c$$

$$j_D = \alpha \left(\frac{u^*}{u}\right)^b (N_{Re})^{-e-f}$$

$$j_D^* = \alpha^* \left(\frac{u^*}{u}\right)^c (N_{Re})^{-e-f}$$

En ambas, u^* representa el efecto del gasto volumétrico y u el efecto de la velocidad de rotación.

Se encontró que el factor de transferencia de masa no es una función exclusiva del Número de Reynolds, sino una combinación del producto del cociente de las dos velocidades (u y u^*) con el Número de Reynolds. El factor de transferencia de masa (j_D) definido con la velocidad u queda como una función del N_{Re} , por lo que se hace más adecuado manejarlo cuando se trabaja a flujo volumétrico constante y cambiando la velocidad de rotación. De la misma forma, el factor de transferencia de masa (j_D^*) definido con la velocidad u^* queda como una función del N_{Re}^* , por lo cual es más adecuado manejarlo al trabajar con velocidad de rotación constante y variando el gasto volumétrico.

A N E X O I I

=====

ANÁLISIS DE REGRESION.

En el análisis de regresión una de las dos variables, que llamamos x , puede considerarse como una variable ordinaria, esto es, se puede medir sin error apreciable. La otra variable, Y , es una variable aleatoria.

En el experimento, se selecciona en primer lugar n valores x_1, x_2, \dots, x_n de x , y luego se observan los valores de Y que corresponden a estos valores de x , de tal manera que obtenemos una muestra de la forma $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$. En el análisis de regresión, se supone que la media μ de Y depende de x , es decir, que es una función $\mu = \mu(x)$, que se llama curva de regresión de Y con base en x . En el caso más sencillo, ésta puede ser una recta representada por

$$\mu(x) = \alpha + \beta x$$

A ésta se le llama recta de regresión de Y con base en x , y a la pendiente β se le llama coeficiente de regresión.

La muestra puede usarse para estimar los parámetros α y β . Las estimaciones puntuales de α y β se pueden obtener por el método de mínimos cuadrados. Si suponemos que:

- A. para cada x fija la variable Y es normal con media $\alpha + \beta x$ y variancia σ^2 (no dependiente de x),
 - B. las n ejecuciones del experimento que proporcionan la muestra son independientes.
- entonces las estimaciones de α y β que se obtienen por el método de mínimos cuadrados son idénticas con las estimaciones de máxima similitud.

Bajo estas hipótesis, será posible obtener intervalos de confianza para el coeficiente de regresión β y para la media $\mu(x)$, probar la hipótesis acerca de β , aplicar métodos del análisis de variancia, y probar la hipótesis de que la curva de regresión es una recta.

1. Prueba de Linealidad de la Curva de Regresión.

Para la prueba necesitamos una muestra $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$, pero en este caso es importante que cualquier valor de x aparezca al menos dos veces en la muestra, de tal manera que a cada valor de x que aparezca le correspondan varios valores de y ; la razón para esto es que la variancia se estimará por variación dentro de las abscisas fijas, y compararla con la variación residual para comprobar que el modelo es adecuado.

En la muestra tomamos juntos los valores de y para los que x tiene el mismo valor numérico. Para cada uno de los grupos calculamos el valor medio. Si la curva de regresión es una recta, esos valores medios deben de localizarse en una recta, aproximadamente, y su desviación con respecto a la recta de regresión no debe ser demasiado grande, comparada con las desviaciones de los valores de cada grupo respecto a la media correspondiente. Si se tiene que las medias de los grupos se desvían en forma considerable de la recta de regresión, aun cuando los valores en cada grupo se desvían relativamente poco de la media del grupo, esto es, tienen sólo una pequeña variación aleatoria; se rechaza entonces, la hipótesis de que la curva de regresión es una recta.

De la muestra se obtienen los datos siguientes :

n : tamaño de muestra

r : número de grupos

$x_1, x_2, \dots, x_1, \dots, x_r$, los valores de x mencionados

n_i : número de valores de y en el i -ésimo grupo -
 $y_{i1}, y_{i2}, \dots, y_{in_i}$, los valores de y en el -
 i -ésimo grupo, donde el primer subíndice re-
 presenta el grupo y el segundo representa el
 número del valor de y en el grupo
 \bar{y}_i : media de los valores de y en el i -ésimo grupo
 \bar{y} : media de todos los valores de y en la muestra

$$n_1 + n_2 + \dots + n_r = n$$

$$\bar{y}_i = \frac{1}{n_i} \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} = \frac{1}{n_i} (y_{i1} + y_{i2} + \dots + y_{in_i})$$

$$\bar{y} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n_i} y_{ij} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^r n_i \bar{y}_i$$

$$\eta_i = \bar{y} + b(x - \bar{x})$$

$$q = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \eta_i)^2$$

$$q = q_1 + q_2$$

$$q_1 = \sum_{i=1}^r n_i (\bar{y}_i - \eta_i)^2$$

$$q_2 = \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^{n_i} (y_{ij} - \bar{y}_i)^2$$

Prueba de la hipótesis de que la curva de regresión -
 es una recta, bajo la suposición de que para cada x fijo -
 la variable aleatoria Y es normal con variancia indepen-
 diente de x . Si se cumple la hipótesis, v_0 es un valor que
 se observa de una variable aleatoria V que, bajo las supo-
 siciones A y B, tiene una distribución F con $(r-2, n-r)$ -
 grados de libertad :

a) De la muestra dada, calculamos q y q_1 , entonces

$$q_2 = q - q_1$$

$$v_0 = \frac{q_1 / (r-2)}{q_2 / (n-r)}$$

- b) Se elige un nivel de significancia α (5% ó 1%)
- c) Se determina la solución c de la ecuación

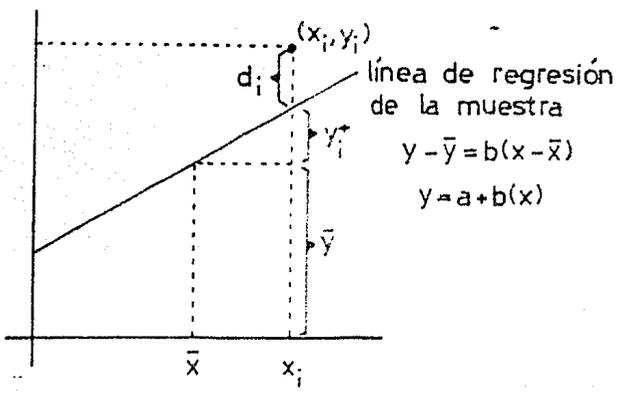
$$P(V \leq c) = 1 - \alpha$$

según la tabla de la distribución F con $(r-2, n-r)$ grados de libertad. (tabla 9a ó 9b del apéndice - 4, Kreyszig, pág. 491-4)

Si $v_0 \leq c$, no se rechaza la hipótesis. Si $v_0 > c$, la hipótesis se rechaza.

2. Análisis de Regresión y Análisis de Variancia.

El análisis de regresión y variancia, consiste en determinar si la variable aleatoria Y es realmente una función de la variable ordinaria x, mediante una prueba de hipótesis. A continuación se presenta el desarrollo temático de la prueba.



$b = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$: coeficiente de regresión

$$(n-1) s_{xy} = \sum xy - n\bar{x}\bar{y}$$

$$(n-1) s_x^2 = \sum x^2 - n(\bar{x})^2$$

De la gráfica

$$y_i = \bar{y} + y_i^* + d_i$$

en donde

$$d_i = y_i - \bar{y}$$

$$d_i^2 = (y_i - \bar{y})^2$$

$$\sum d_i^2 = \sum ((y_i - \bar{y}) - b(x_i - \bar{x}))^2$$

$$\sum d_i^2 = (n-1)(s_y^2 - 2bs_{xy} + b^2s_x^2)$$

$$\sum d_i^2 = (n-1)(s_y^2 - b^2s_x^2)$$

$$q_2 = \sum d_i^2$$

$$\bar{q} = q_1 + q_2$$

$$\bar{q} = (n-1)s_y^2 = \sum y_i^2 - n\bar{y}^2$$

$$q_1 = (n-1)b^2s_x^2 = \frac{((n-1)s_{xy})^2}{(n-1)s_x}$$

Prueba de la hipótesis $\beta = 0$ contra la alternativa $\beta \neq 0$. Si la hipótesis $\beta = 0$ es cierta, v_0 resulta ser un valor observado de una variable aleatoria tal que, bajo las suposiciones A y B, tiene distribución F con $(1, n-2)$ grados de libertad:

- a) Por medio de la muestra dada calcular \bar{q} y q_1 , después $q_2 = \bar{q} - q_1$ y de esto,

$$v_0 = \frac{q_1}{q_2/(n-2)}$$

- b) Se elige un nivel de significancia α (5% ó 1%)
 c) Se determina c a partir de α

$$P(V \leq c) = 1 - \alpha$$

y de la tabla de la distribución F con $(1, n-2)$ grados de libertad. (tabla 9a ó 9b del apéndice 4, Kreyszig).

Si $v_0 \leq c$ no se rechaza la hipótesis $\beta = 0$. Si $v_0 > c$, se rechaza la hipótesis.

3. Prueba para el Coeficiente de Regresión.

Prueba de la hipótesis $\beta = \beta_0$, contra la alternativa $\beta < \beta_0$, bajo las suposiciones A y B :

a) Se elige un nivel de significancia α (5% ó 1%)

b) Se determina el número c a partir de

$$P(T > c) = \alpha$$

y de la tabla de la distribución t con $n-2$ grados de libertad. (Tabla 8, kreyszig, pág. 490)

c) Usando la muestra se calcula

$$(n-1)s_x^2 = \sum x^2 - n\bar{x}^2$$

$$(n-1)s_{xy} = \sum xy - n\bar{x}\bar{y}$$

$$b = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$$

$$(n-1)s_y^2 = \sum y^2 - n\bar{y}^2$$

$$q = (n-1)(s_y^2 - b^2 s_x^2)$$

d) Se calcula

$$t_0 = (b - \beta_0) \sqrt{\frac{(n-2)(n-1)s_x^2}{q}}$$

Si $t_0 > c$ no se rechaza la hipótesis. Si $t_0 \leq c$, rechaza la hipótesis.

4. Intervalo de Confianza para el Valor Medio.

Intervalo de confianza para el valor medio $\mu = \alpha + \beta x$ cuando la curva de regresión es una recta y se cumplen las suposiciones A y B :

- Se elige un nivel de confianza δ (95% ó 99%)
- Se determina la solución de c de la ecuación

$$F(c) = 1/2(1 + \delta)$$

a partir de la tabla de la distribución t con $n-2$ grados de libertad. (Tabla 8, Kreyszig, pág. 490)

- Con la muestra se calcula

$$q = (n-1)(s_y^2 - B^2 s_x^2)$$

- Se calcula $y = \bar{y} + b(x - \bar{x})$ y entonces

$$k(x) = c \frac{h\sqrt{q}}{\sqrt{n-2}}$$

donde

$$h^2 = \frac{1}{n} + \frac{(x - \bar{x})^2}{(n-1)s_x^2}$$

El intervalo de confianza es

$$\text{CONF} \{y - k(x) < \mu < y + k(x)\}$$

El intervalo de confianza tiene amplitud $2k(x)$. Para un δ elegido y una muestra dada, esta longitud depende de x , ya que h depende de x . Esta resulta ser mínima para $x = \bar{x}$. La amplitud aumenta con el crecimiento de la distancia de x a \bar{x} .

5. Presentación de los Resultados de las Pruebas.

A continuación, las pruebas realizadas, cálculos, resultados y gráficas, para las diferentes líneas de regresión. En primer lugar se presenta el análisis para las curvas $\log j_D$ v.s. $\log Q$ a $N_i = \text{cte}$; en seguida, para las curvas $\log j_D^*$ v.s. $\log Q$ a $N_i = \text{cte}$.

Prueba de Linealidad para la Curva de Regresión :

$\log j_D$ v.s. $\log Q$ a $N_1 = 1370$ rpm

$x = \log Q$	$y = \log j_D$	x^2	xy	η_i	\bar{Y}_i
1.18	-1.79	1.40	-2.12	-1.83	-1.80
1.18	-1.80	1.40	-2.13	-1.83	-1.80
1.29	-1.83	1.66	-2.35	-1.83	-1.85
1.29	-1.86	1.66	-2.40	-1.83	-1.85
0.73	-1.94	0.53	-1.41	-1.84	-1.85
0.73	-1.83	0.53	-1.33	-1.84	-1.85
0.73	-1.78	0.53	-1.29	-1.84	-1.85
1.44	-1.82	2.06	-2.61	-1.82	-1.83
1.44	n=9 -1.84	2.06	-2.64	-1.82	-1.83
$\Sigma: 9.99$	-16.49	11.82	-18.29		
$\bar{x}=1.11$	$\bar{y}=-1.83$				

$(n-1) s_{xy}$	= 0.0017	Para un nivel de significancia del 1 % $v_0(0.54) < c(13.3)$ por lo tanto, con una probabilidad del 99% se puede considerar que existe funcionalidad lineal.
$(n-1) s_x^2$	= 0.7311	
b	= 0.0233	
q	= 0.0175	
q_1	= 0.0031	
q_2	= 0.0144	

Resultados para la Curva de Regresión :

$\log j_D$ v.s. $\log Q$ a $N_1 = 1370$ rpm (IIN)

$x = \log Q$	$y = \log j_D$	x^2	y^2	xy
0.71	-1.78	0.50	3.16	-1.26
0.74	-1.83	0.54	3.33	-1.34
1.18	-1.80	1.39	3.24	-2.12
1.19	-1.79	1.41	3.21	-2.13
1.28	-1.86	1.64	3.47	-2.39
1.29	-1.83	1.67	3.35	-2.36
1.42	-1.82	2.03	3.31	-2.59
1.45	-1.84	2.10	3.39	-2.67
1.56	-1.89	2.44	3.59	-2.96
1.67	-1.84	2.79	3.38	-3.07
1.74	$n=11$ -1.85	3.03	3.42	-3.22
$\Sigma: 14.22$	-20.13	19.53	36.86	-26.10
$\bar{x} = 1.29$	$\bar{y} = -1.83$			

$$(n-1) S_{xy} = -0.0685$$

$$(n-1) S_x^2 = 1.1350$$

$$(n-1) S_y^2 = 0.0091$$

$$q_1 = 0.0041$$

$$\bar{q} = 0.0091$$

$$q_2 = 0.0049$$

$$b = -0.06$$

$$r = -0.63$$

$$y = -1.75 - 0.06x$$

- i) Prueba de la hipótesis nula $H_0: \beta = 0$ contra la alternativa $H_1: \beta \neq 0$. Para un nivel de significancia del 5 %

$$v_0(7.55) > c(5.12) \Rightarrow H_0 \text{ se rechaza}$$

por lo tanto, con una probabilidad del 95% se puede suponer que existe dependencia del $\log j_D$ con respecto al $\log Q$.

- ii) Prueba de la hipótesis nula $H_0: \beta = 0$
contra la alternativa $H_a: \beta < 0$

Para un nivel de significancia del 5%

$$t_0(-2.76) < c(-1.83) \Rightarrow H_0 \text{ se rechaza}$$

por lo tanto, con una probabilidad del 95% se puede asegurar que la pendiente de la línea de regresión es negativa.

- iii) Intervalo de confianza para la recta de regresión.

Para un nivel de confianza del 99%

$$y = -1.75 - 0.06 x$$

$$h = (0.09 + 0.88(x - 1.29))^{\frac{1}{2}}$$

$$k(x) = 0.08 h$$

x	y	h	k(x)	y-k(x)	y+k(x)
0.7	-1.79	0.63	0.05	-1.84	-1.75
0.8	-1.80	0.55	0.04	-1.84	-1.76
0.9	-1.81	0.48	0.04	-1.84	-1.77
1.0	-1.81	0.41	0.03	-1.84	-1.78
1.1	-1.82	0.35	0.03	-1.85	-1.79
1.2	-1.82	0.31	0.02	-1.85	-1.80
1.3	-1.83	0.30	0.02	-1.85	-1.81
1.4	-1.84	0.32	0.02	-1.86	-1.81
1.5	-1.84	0.36	0.03	-1.87	-1.82
1.6	-1.85	0.42	0.03	-1.88	-1.82
1.7	-1.85	0.49	0.04	-1.89	-1.82
1.8	-1.86	0.56	0.04	-1.90	-1.82

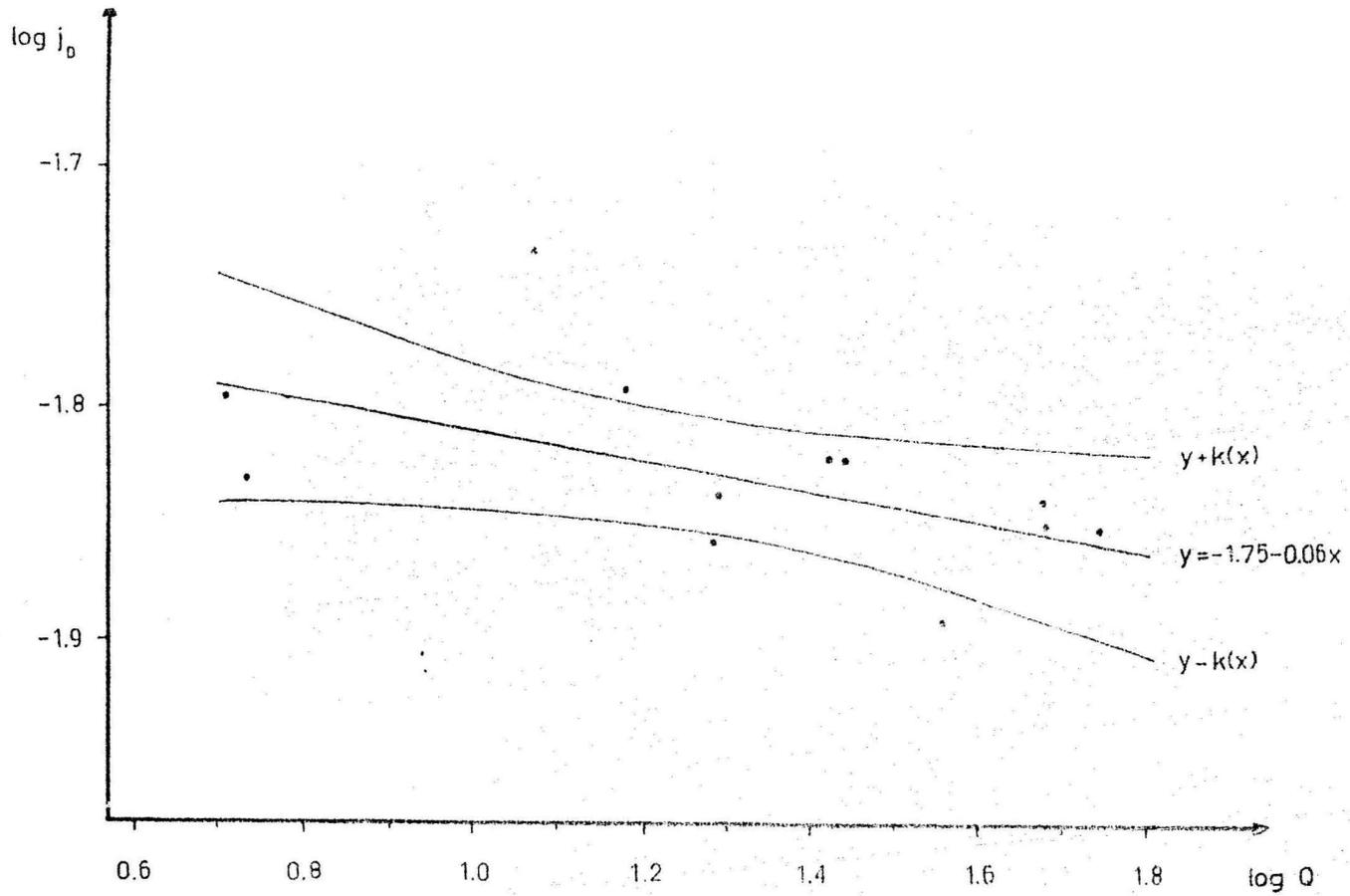


Fig1.All.Gráfica de $\log j_D$ vs. $\log Q$ con su intervalo de confianza $\odot N_1=1370$ RPM

Resultados para la Curva de Regresión:

$\log j_D$ v. s. $\log Q$ a $N_2 = 1860$ rpm (I2N)

$x = \log Q$	$y = \log j_D$	x^2	y^2	xy
1.20	-1.81	1.45	3.29	-2.18
1.40	-1.84	1.97	3.37	-2.58
1.47	-1.84	2.16	3.37	-2.70
1.55	-1.91	2.41	3.66	-2.97
1.66	-1.83	2.76	3.33	-3.03
1.73	$n=6$ -1.80	2.98	3.25	-3.11
$\Sigma: 9.01$	-11.03	13.72	20.27	-16.57
$\bar{x} = 1.50$	$\bar{y} = -1.84$			

$$(n-1) S_{xy} = -0.0013$$

$$(n-1) S_x^2 = 0.1793$$

$$(n-1) S_y^2 = 0.0069$$

$$q_1 = 0.1 \times 10^{-4}$$

$$\bar{q} = 0.0069$$

$$q_2 = 0.0069$$

$$b = -0.01$$

$$r = -0.04$$

$$y = -1.83 - 0.01 x$$

- i) Prueba de la hipótesis nula $H_0: \beta = 0$
 contra la alternativa $H_a: \beta \neq 0$

Para un nivel de significancia del 50 %

$$v_0(0.006) > c(0.00) \Rightarrow H_0 \text{ se rechaza}$$

por lo tanto, con una probabilidad del 50 % se puede suponer que existe dependencia del $\log j_D$ con respecto al $\log Q$.

- ii) Prueba de la hipótesis nula $H_0: \beta = 0$
contra la alternativa $H_a: \beta < 0$

Para un nivel de significancia del 50%

$$t_0(-0.08) < c(0.00) \Rightarrow H_0 \text{ se rechaza}$$

por lo tanto, con una probabilidad del 50% se puede asegurar que la pendiente de la línea de regresión es negativa.

- iii) Intervalo de confianza para la línea de regresión.

Para un nivel de confianza del 60 %

$$y = -1.83 - 0.01 x$$

$$h = (0.17 + 5.58(x - 1.50))^{1/2}$$

$$k(x) = 0.04 h$$

x	y	h	k(x)	y-k(x)	y+k(x)
1.2	-1.84	0.82	0.03	-1.87	-1.80
1.3	-1.84	0.63	0.02	-1.86	-1.81
1.4	-1.84	0.47	0.02	-1.86	-1.82
1.5	-1.84	0.41	0.02	-1.85	-1.82
1.6	-1.84	0.47	0.02	-1.86	-1.82
1.7	-1.84	0.62	0.02	-1.86	-1.81
1.8	-1.84	0.81	0.03	-1.87	-1.81

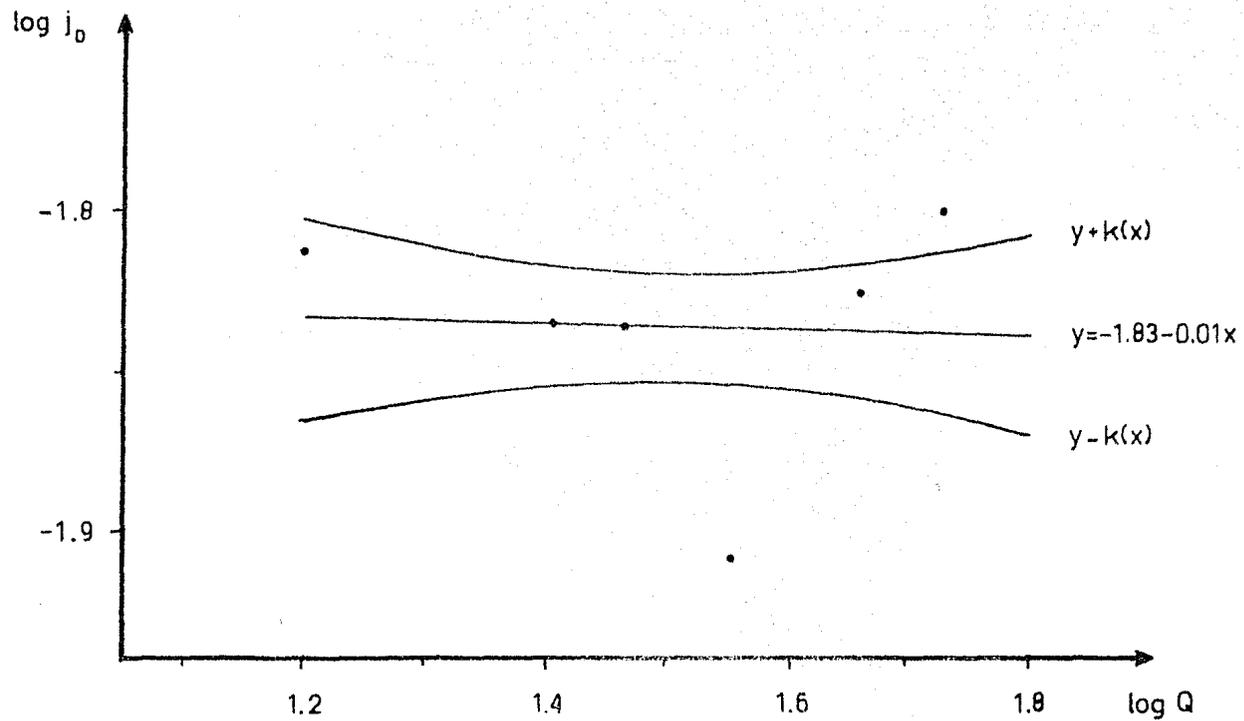


Fig 2.All.Gráfica de $\log j_D$ vs. $\log Q$ con su intervalo de confianza @ $N_2=1860$ RPM

Resultados para la Curva de Regresión:

$\log j_D$ v.s. $\log Q$ a $N_3 = 2320$ rpm (I3N)

$x = \log Q$	$y = \log j_D$	x^2	y^2	xy
1.30	-1.86	1.70	3.46	-2.42
1.45	-1.84	2.10	3.39	-2.67
1.56	-1.87	2.43	3.49	-2.91
1.66	-1.82	2.77	3.32	-3.03
1.67	-1.83	2.77	3.34	-3.04
1.74	-1.93	3.02	3.72	-3.36
$\Sigma: 11.12$	-13.06	17.83	24.38	-20.77
$\bar{x}=1.59$	$\bar{y}=-1.87$			

$$\begin{aligned}
 (n-1) S_{xy} &= -0.0159 \\
 (n-1) S_x^2 &= 0.1613 \\
 (n-1) S_y^2 &= 0.0098 \\
 q_1 &= 0.0016 \\
 \bar{q} &= 0.0098 \\
 q_2 &= 0.0083 \\
 b &= -0.10 \\
 r &= -0.39 \\
 y &= -1.71 - 0.10 x
 \end{aligned}$$

- i) Prueba de la hipótesis nula $H_0: \beta = 0$
 contra la alternativa $H_a: \beta \neq 0$

Para un nivel de significancia del 20 %

$$v_Q(0.95) > c(0.75) \Rightarrow H_0 \text{ se rechaza}$$

por lo tanto, con una probabilidad del 80% se puede suponer que existe dependencia del $\log j_D$ con respecto al $\log Q$.

- ii) Prueba de la hipótesis nula $H_0: \beta = 0$
 contra la alternativa $H_a: \beta < 0$

Para un nivel de significancia del 20 %

$$t_0(-0.97) < c(-0.92) \Rightarrow H_0 \text{ se rechaza}$$

por lo tanto, con una probabilidad del 80% se puede asegurar que la pendiente de la línea de regresión es negativa.

- iii) Intervalo de confianza para línea de regresión.

Para un nivel de confianza del 80%

$$y = -1.71 - 0.10 x$$

$$h = (0.14 + 6.20(x - 1.59))^{1/2}$$

$$k(x) = 0.06 h$$

x	y	h	k(x)	y-k(x)	y+k(x)
1.2	-1.83	1.04	0.06	-1.89	-1.77
1.3	-1.84	0.81	0.05	-1.89	-1.79
1.4	-1.85	0.60	0.04	-1.88	-1.81
1.5	-1.86	0.44	0.03	-1.88	-1.83
1.6	-1.87	0.38	0.02	-1.89	-1.84
1.7	-1.88	0.45	0.03	-1.91	-1.85
1.8	-1.89	0.65	0.04	-1.93	-1.85

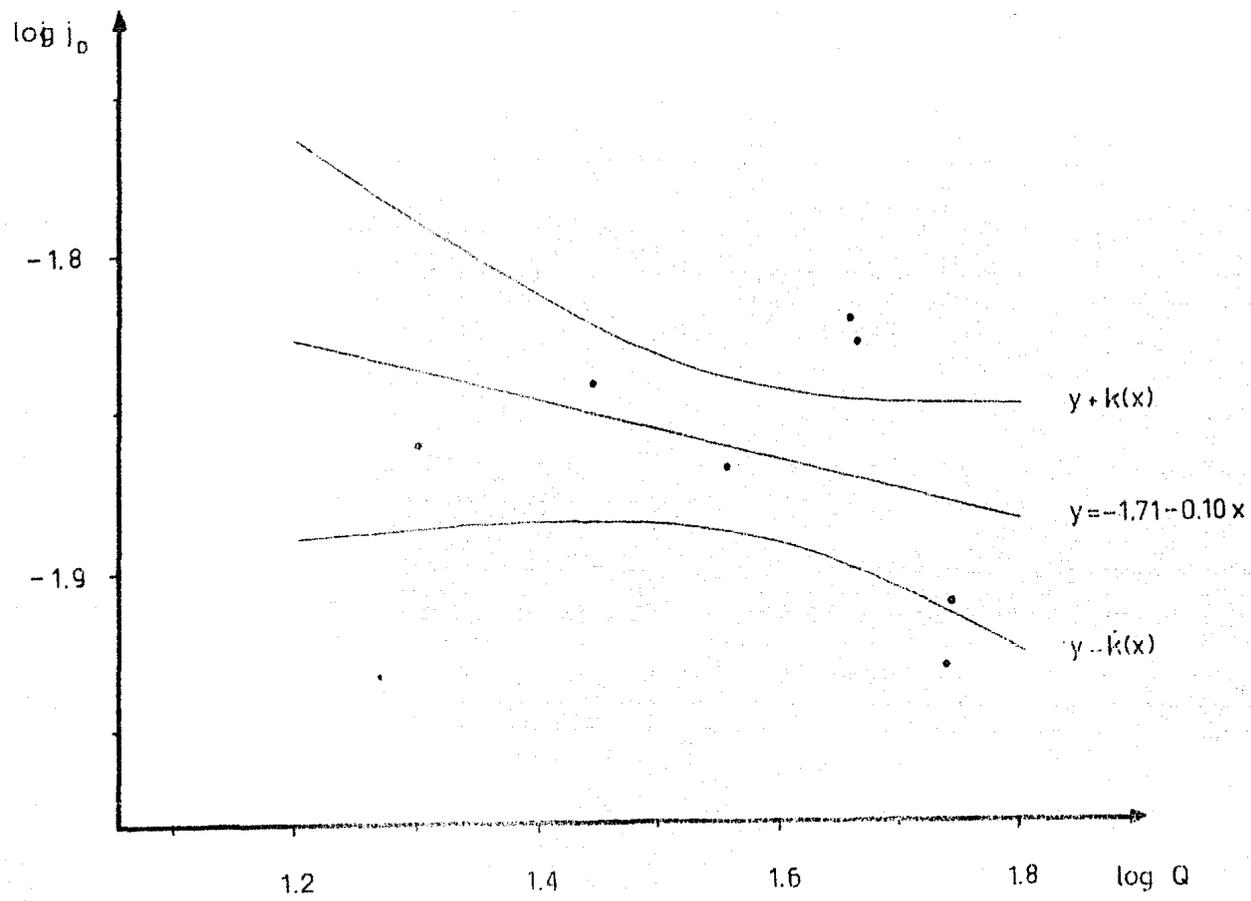


Fig3. All. Gráfica de $\log j_p$ vs. $\log Q$ con su intervalo de confianza © $N_3 = 2320$ RPM

Resultados para la Curva de Regresión:

$\log j_D$ v.s. $\log Q$ a $N_4 = 2750$ rpm (I4N)

$x = \log Q$	$y = \log j_D$	x^2	y^2	xy
1.22	-1.74	1.49	3.02	-2.12
1.43	-1.85	2.05	3.43	-2.65
1.56	-1.89	2.42	3.57	-2.94
1.66	-1.85	2.77	3.44	-3.09
1.67	-1.85	2.80	3.43	-3.10
1.73	-1.92	2.98	3.69	-3.32
1.76 n=7	-1.87	3.08	3.51	-3.29
$\Sigma: 11.02$	-12.98	17.58	24.10	-20.50
$\bar{x}=1.57$	$\bar{y}=-1.85$			

$$\begin{aligned}
 (n-1) S_{xy} &= -0.0544 \\
 (n-1) S_x^2 &= 0.2196 \\
 (n-1) S_y^2 &= 0.0198 \\
 q_1 &= 0.0135 \\
 \bar{q} &= 0.0198 \\
 q_2 &= 0.0063 \\
 b &= -0.25 \\
 r &= -0.83 \\
 y &= -1.46 - 0.25 x
 \end{aligned}$$

- i) Prueba de la hipótesis nula $H_0 : \beta = 0$
 contra la alternativa $H_a : \beta \neq 0$

Para un nivel de significancia del 5%

$$v_0(10.71) > c(6.61) \Rightarrow H_0 \text{ se rechaza}$$

por lo tanto, con una probabilidad del 95% se puede suponer que existe dependencia del $\log j_D$ con respecto al $\log Q$.

- ii) Prueba de la hipótesis nula $H_0 : \beta = 0$
 contra la alternativa $H_a : \beta < 0$

Para un nivel de significancia del 5 %

$$t_0 (-3.26) < c(-2.02) \Rightarrow H_0 \text{ se rechaza}$$

por lo tanto, con una probabilidad del 95 % se puede asegurar que la pendiente de la línea de regresión es negativa.

- iii) Intervalo de confianza para la línea de regresión.

Para un nivel de confianza del 95%

$$y = -1.46 - 0.25 x$$

$$h = (0.14 + 4.55(x - 1.57))^{1/2}$$

$$k(x) = 0.14 h$$

x	y	h	k(x)	y-k(x)	y+k(x)
1.2	-1.76	0.88	0.08	-1.84	-1.68
1.3	-1.79	0.70	0.10	-1.85	-1.72
1.4	-1.81	0.53	0.05	-1.86	-1.76
1.5	-1.84	0.41	0.04	-1.87	-1.80
1.6	-1.86	0.38	0.03	-1.90	-1.83
1.7	-1.89	0.46	0.04	-1.93	-1.84
1.8	-1.91	0.61	0.06	-1.97	-1.85

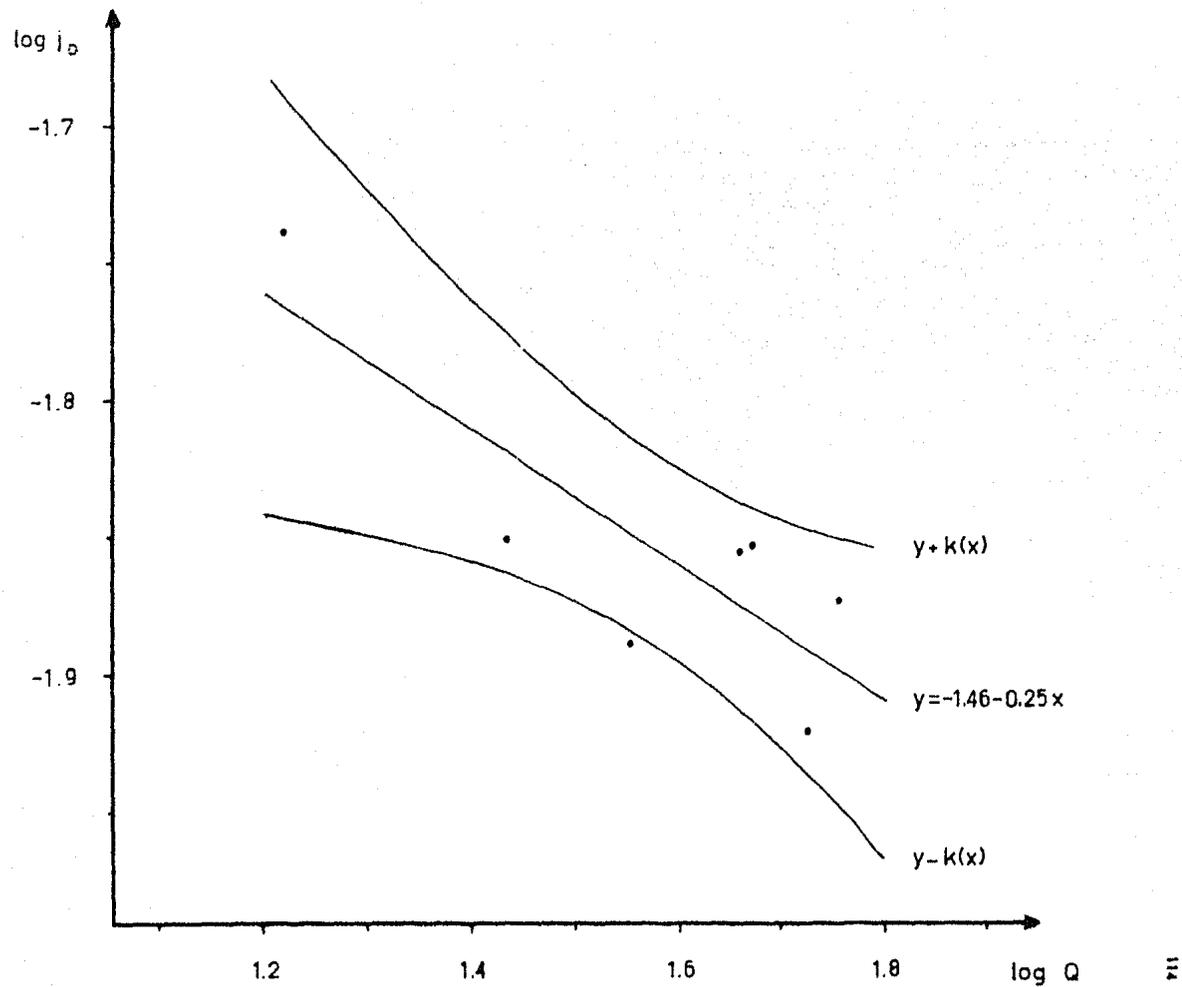


Fig4.AII.Gráfica de $\log j_0$ vs. $\log Q$ con su intervalo de confianza $\odot N_4=2750$ RPM

Prueba de Linealidad para la Curva de Regresión :

$\log j_D^*$ v.s. $\log Q$ a $N_i=1370$ rpm

$x=\log Q$	$y=\log j_D^*$	x	xy	η_i	\bar{Y}_i
0.73	1.64	0.53	1.19	1.75	1.74
0.73	1.75	0.53	1.28	1.75	1.74
0.73	1.83	0.53	1.33	1.75	1.74
1.18	1.34	1.40	1.58	1.30	1.34
1.18	1.34	1.40	1.58	1.30	1.34
1.29	1.20	1.66	1.54	1.20	1.18
1.29	1.17	1.66	1.51	1.20	1.18
1.44	1.07	2.06	1.54	1.06	1.05
1.44 n=9	1.03	2.06	1.48	1.06	1.05
$\Sigma: 9.99$	12.36	13.02	11.82		
$\bar{x}=1.11$	$\bar{y}=1.37$				

$$(n-1) S_{xy} = -0.7046$$

$$(n-1) S_x^2 = 0.7242$$

$$b = -0.9729$$

$$\eta = 2.45 - 0.97 x$$

$$q = 0.0236$$

$$q_1 = 0.0031$$

$$q_2 = 0.0205$$

Para un nivel de significancia del 1%

$$v_0(0.38) < c(13.3)$$

por lo tanto, con una probabilidad del 99 % se puede considerar que existe funcionalidad lineal.

Resultados para la Curva de Regresión :

$\log j_D^*$ v.s. $\log Q$ a $N_1=1370$ rpm (11Q)

$x = \log Q$	$y = \log j_D^*$	x^2	y^2	xy
0.71	1.83	0.50	3.36	1.29
0.74	1.75	0.54	3.07	1.29
1.18	1.34	1.39	1.79	1.57
1.19	1.34	1.41	1.78	1.59
1.28	1.17	1.64	1.37	1.50
1.29	1.20	1.67	1.43	1.54
1.42	1.07	2.03	1.15	1.52
1.45	1.03	2.10	1.06	1.49
1.56	0.86	2.44	0.74	1.34
1.67	0.81	2.79	0.65	1.35
1.74 n=11	0.72	3.03	0.52	1.26
$\Sigma: 14.22$	13.12	19.53	16.93	15.75
$\bar{x}=1.29$	$\bar{y}=1.19$			

$$(n-1) S_{xy} = -1.2051$$

$$(n-1) S_x^2 = 1.1363$$

$$(n-1) S_y^2 = 1.2873$$

$$q_1 = 1.2781$$

$$\bar{q} = 1.2873$$

$$q_2 = 0.0093$$

$$b = -1.06$$

$$r = -0.9974$$

$$y = 2.57 - 1.06 x$$

- i) Prueba de la hipótesis nula $H_0: \beta = -1$
 contra la alternativa $H_a: \beta < -1$

Para un nivel de significancia del 5%

$$t_0(-2.01) < c(-1.83) \Rightarrow H_0 \text{ se rechaza}$$

por lo tanto, con una probabilidad del 95% se puede suponer que existe dependencia del $\log j_D^*$ con respecto al $\log Q$ y asegurar que la pendiente de la línea de regresión es menor a -1 .

ii) Intervalo de confianza para la línea de regresión.

Para un nivel de confianza del 95 %

$$y = 2.57 - 1.06 x$$

$$h = (0.09 + 0.88(x - 1.29))^{1/2}$$

$$k(x) = 0.06 h$$

x	y	h	k(x)	y-k(x)	y+k(x)
0.7	1.82	0.63	0.04	1.78	1.86
0.8	1.72	0.55	0.03	1.68	1.75
0.9	1.61	0.48	0.03	1.58	1.64
1.0	1.50	0.41	0.02	1.48	1.53
1.1	1.40	0.35	0.02	1.38	1.42
1.2	1.29	0.31	0.02	1.27	1.31
1.3	1.19	0.30	0.02	1.17	1.20
1.4	1.08	0.32	0.02	1.06	1.10
1.5	0.97	0.36	0.02	0.95	0.99
1.6	0.87	0.42	0.02	0.84	0.89
1.7	0.76	0.49	0.03	0.73	0.79

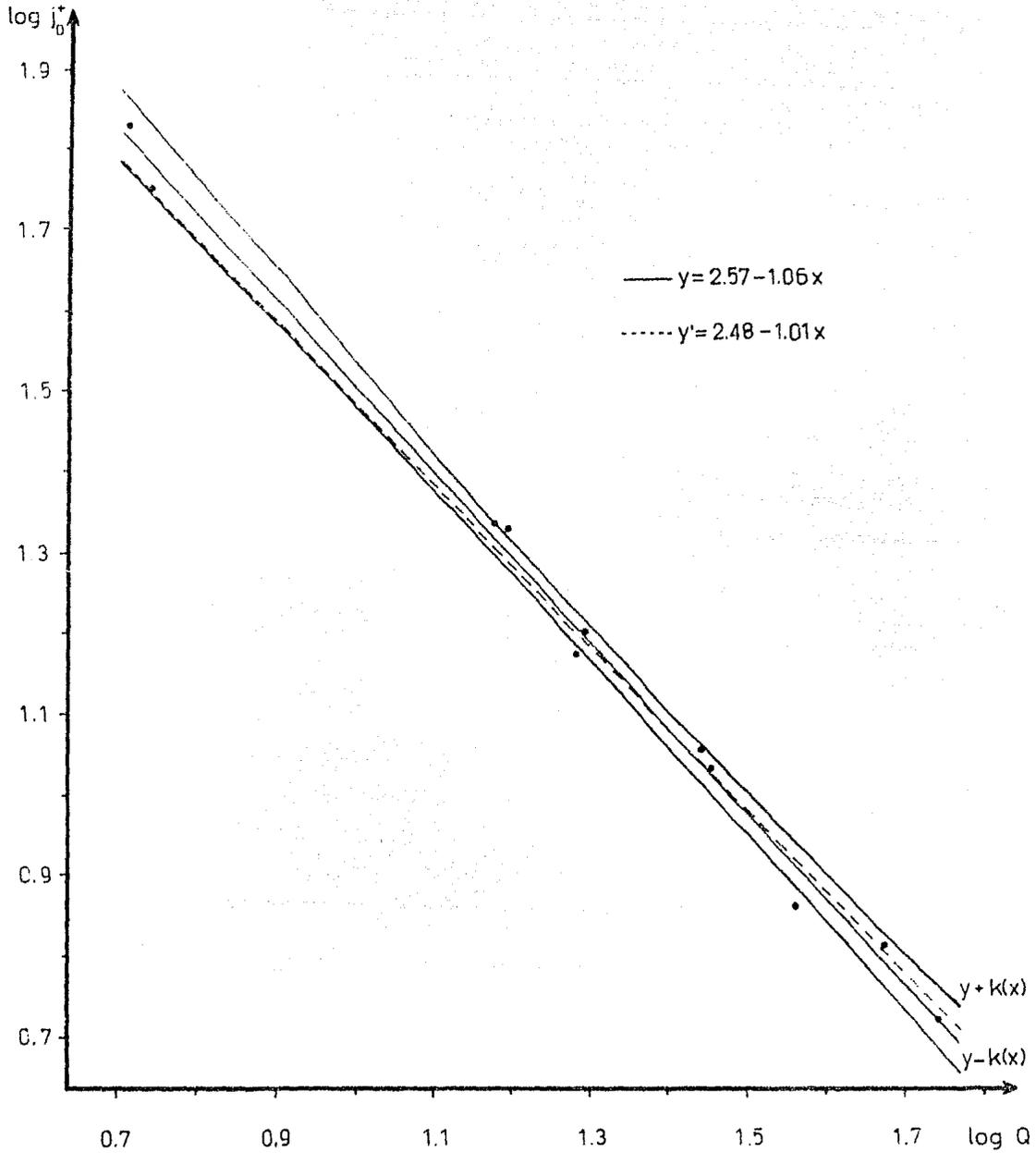


Fig5.All.Gráficas de $\log j_D^*$ vs. $\log Q$ con su intervalo de confianza @ $N_1 = 1370 \text{ RPM}$

Resultados para la Curva de Regresión :

$\log j_D^*$ v.s. $\log Q$ a $N_2 = 1860$ rpm (I2Q)

$x = \log Q$	$y = \log j_D^*$	x^2	y^2	xy
1.20	1.44	1.45	2.06	1.73
1.40	1.21	1.97	1.47	1.70
1.47	1.14	2.16	1.31	1.68
1.55	0.98	2.41	0.97	1.53
1.66	0.97	2.76	0.93	1.60
1.73 n=6	0.92	2.98	0.85	1.59
$\Sigma: 9.01$	6.67	13.72	7.60	9.83
$\bar{x}=1.50$	$\bar{y}=1.11$			

$$\begin{aligned}
 (n-1) S_{xy} &= -0.1806 \\
 (n-1) S_x^2 &= 0.1793 \\
 (n-1) S_y^2 &= 0.1905 \\
 \frac{q_1}{q} &= 0.1819 \\
 &= 0.1905 \\
 q_2 &= 0.0086 \\
 b &= -1.01 \\
 r &= -0.9790 \\
 y &= 2.63 - 1.01 x
 \end{aligned}$$

- i) Prueba de la hipótesis nula $H_0: \beta = -1$
 contra la alternativa $H_a: \beta < -1$

Para un nivel de significancia del 50 %

$$t_0(-0.07) < c(0.00) \Rightarrow H_0 \text{ se rechaza}$$

por lo tanto, con una probabilidad del 50% se puede suponer que existe dependencia del $\log j_D^*$ con respecto al $\log Q$ y asegurar que la pendiente de la línea de regresión es menor a - 1.

- ii) Intervalo de confianza para la línea de regresión.

Para un nivel de confianza del 60%

$$y = 2.63 - 1.01 x$$

$$h = (0.17 + 5.58(x - 1.50))^{1/2}$$

$$k(x) = 0.04 h$$

x	y	h	k(x)	y-k(x)	y+k(x)
1.2	1.42	0.82	0.04	1.38	1.45
1.3	1.31	0.63	0.03	1.29	1.34
1.4	1.21	0.47	0.02	1.19	1.23
1.5	1.11	0.41	0.02	1.10	1.13
1.6	1.01	0.47	0.02	0.99	1.03
1.7	0.91	0.62	0.03	0.88	0.94
1.8	0.81	0.81	0.04	0.78	0.85

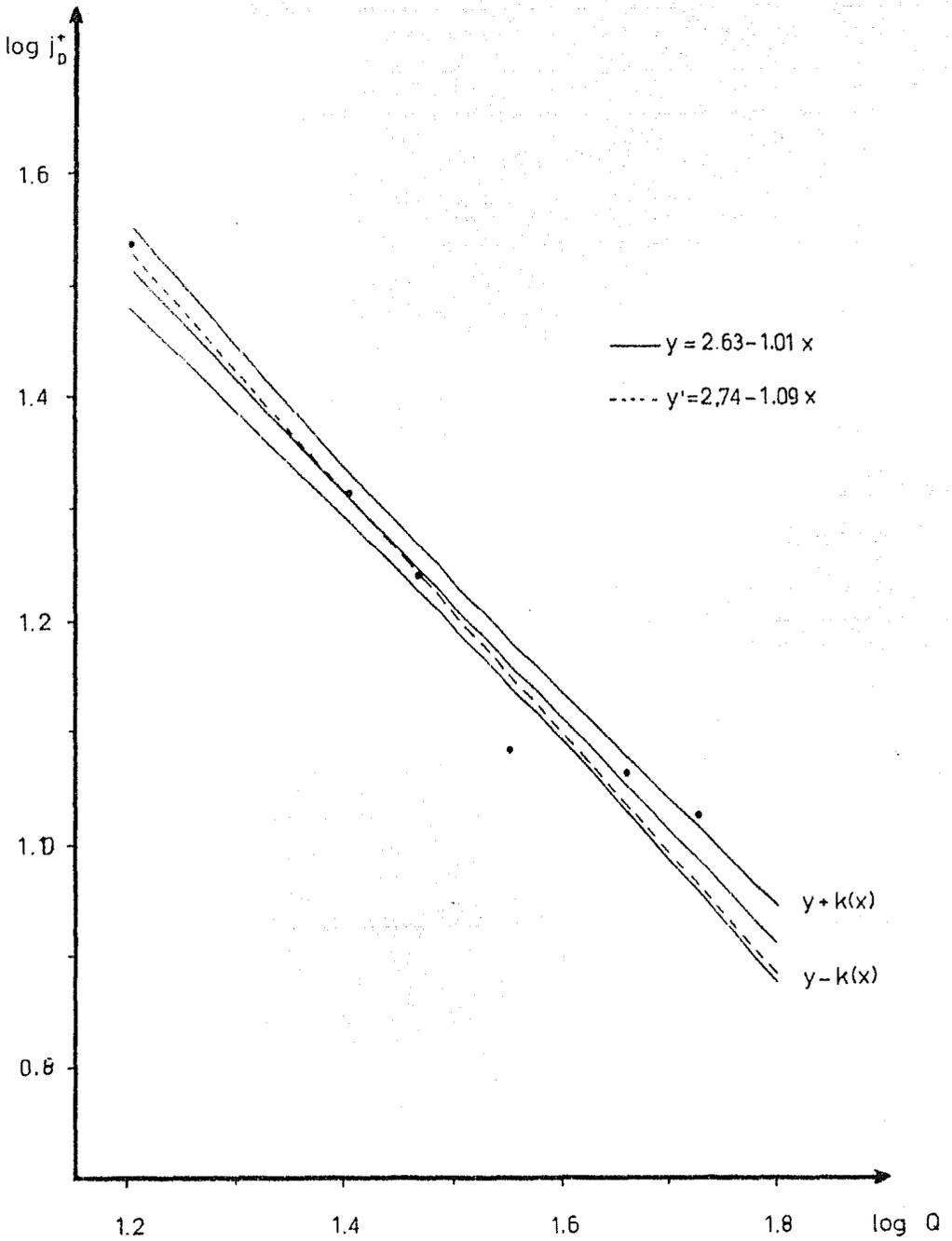


Fig6.All.Gráficas de $\log j_D^*$ vs $\log Q$ con su intervalo de confianza © $N_2=1860 \text{ RPM}$

Resultados para la Curva de Regresión :

$\log j_D^*$ v.s. $\log Q$ a $N_3 = 2320$ rpm (I3Q)

$x = \log Q$	$y = \log j_D^*$	x^2	y^2	xy
1.30	1.39	1.70	1.92	1.81
1.45	1.26	2.10	1.59	1.83
1.56	1.12	2.43	1.25	1.75
1.66	1.06	2.77	1.12	1.76
1.67	1.05	2.77	1.11	1.76
1.74	0.88	3.02	0.77	1.52
1.74 n=7	0.90	3.04	0.80	1.56
$\Sigma: 11.12$	7.65	17.83	8.57	11.98
$\bar{x}=1.59$	$\bar{y}=1.09$			

$$\begin{aligned}
 (n-1) S_{xy} &= -0.1764 \\
 (n-1) S_x^2 &= 0.1612 \\
 (n-1) S_y^2 &= 0.2030 \\
 q_1 &= 0.1930 \\
 \bar{q} &= 0.2030 \\
 q_2 &= 0.0101 \\
 b &= -1.10 \\
 r &= -0.9791 \\
 y &= 2.84 - 1.10 x
 \end{aligned}$$

- i) Prueba de la hipótesis nula $H_0: \beta = -1$
 contra la alternativa $H_a: \beta < -1$

Para un nivel de significancia del 25%

$$t_0(-0.84) < c(-0.74) \Rightarrow H_0 \text{ se rechaza}$$

por lo tanto, con una probabilidad del 75% se puede suponer que existe dependencia del $\log j_D^*$ con respecto al $\log Q$ y asegurar que la pendiente de la línea de regresión es menor a - 1.

ii) Intervalo de confianza para la línea de regresión.

Para un nivel de confianza del 80%

$$y = 2.84 - 1.10 x$$

$$h = (0.14 + 6.20(x - 1.59))^{1/2}$$

$$k(x) = 0.07 h$$

x	y	h	k(x)	y-k(x)	y+k(x)
1.2	1.52	1.04	0.07	1.45	1.59
1.3	1.41	0.81	0.05	1.35	1.46
1.4	1.30	0.60	0.04	1.26	1.34
1.5	1.19	0.44	0.03	1.16	1.22
1.6	1.08	0.38	0.03	1.06	1.11
1.7	0.97	0.47	0.03	0.94	1.00
1.8	0.86	0.65	0.04	0.82	0.91

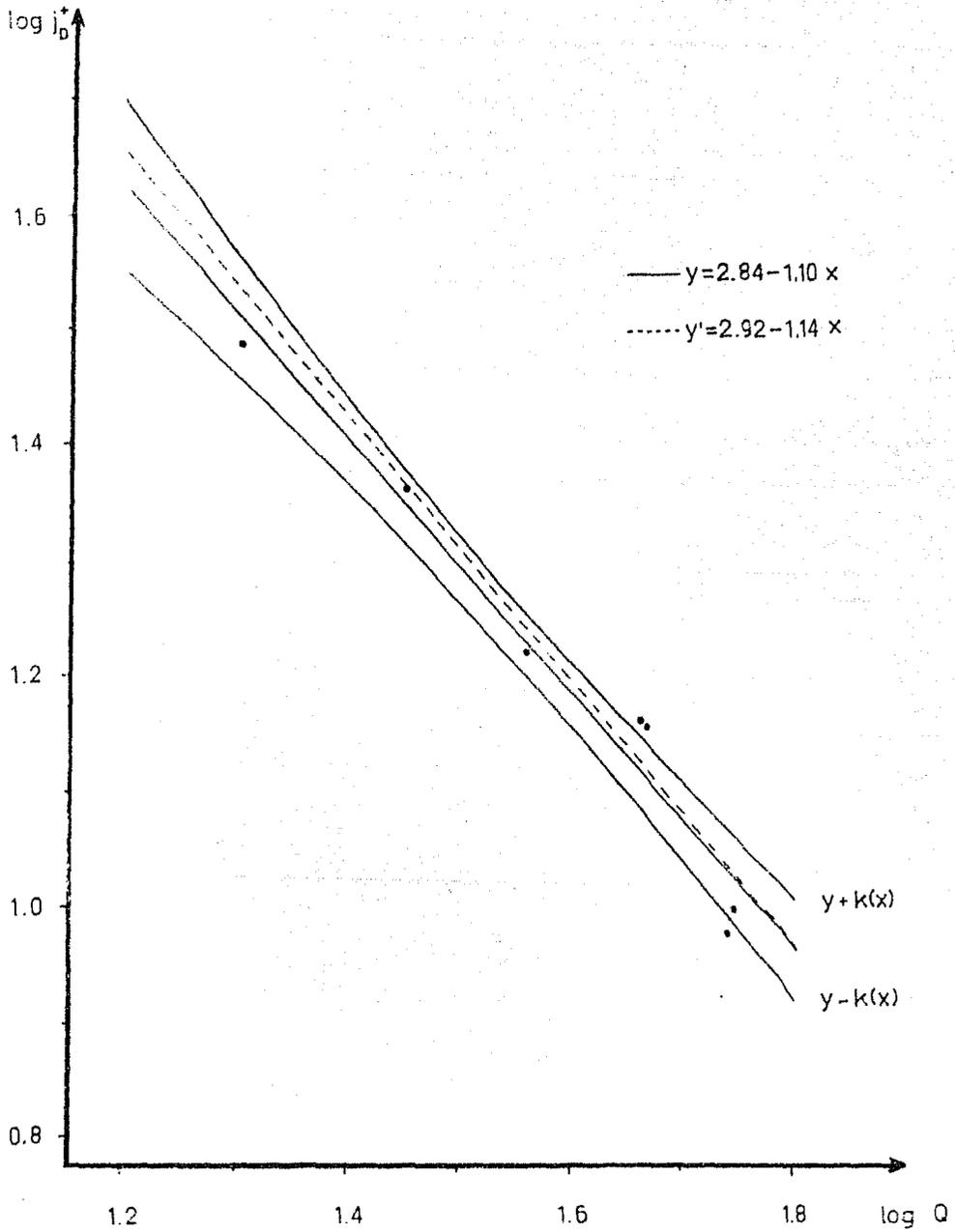


Fig7.All.Gráficas de $\log j_D^*$ vs. $\log Q$ con su intervalo de confianza © $N_s = 2320$ RPM

Resultados para la Curva de Regresión :

$\log j_D^*$ v.s. $\log Q$ a $N_4 = 2750$ rpm (I4Q)

$x = \log Q$	$y = \log j_D^*$	x^2	y^2	xy
1.22	1.67	1.49	2.77	2.03
1.43	1.34	2.05	1.80	1.92
1.56	1.18	2.42	1.39	1.84
1.66	1.10	2.77	1.21	1.83
1.67	1.10	2.80	1.20	1.83
1.73	0.97	2.98	0.94	1.68
1.76	n=7 0.99	3.08	0.99	1.74
$\Sigma: 11.02$	$_ 8.35$	17.58	10.31	12.87
$x=1.57$	$\bar{y}=1.19$			

$$(n-1) S_{xy} = -0.2752$$

$$(n-1) S_x^2 = 0.2196$$

$$(n-1) S_y^2 = 0.3508$$

$$q_1 = 0.3449$$

$$\bar{q} = 0.3508$$

$$q_2 = 0.0059$$

$$b = -1.25$$

$$r = -0.9913$$

$$y = 3.17 - 1.25 x$$

- i) Prueba de la hipótesis nula $H_0 : \beta = -1$
 contra la alternativa $H_a : \beta < -1$

Para un nivel de significancia del 1%

$$t_0(-3.46) < c(-3.37) \Rightarrow H_0 \text{ se rechaza}$$

por lo tanto, con una probabilidad del 99% se puede suponer que existe dependencia del $\log j_D^*$ con respecto al $\log Q$ y asegurar que la pendiente de la línea de regresión es menor a - 1 .

ii) Intervalo de confianza para la línea de regresión.

Para un nivel de confianza del 99%

$$y = 3.17 - 1.25 x$$

$$h = (0.14 + 4.55(x - 1.57))^{\frac{1}{2}}$$

$$k(x) = 0.14 h$$

x	y	h	k(x)	y-k(x)	y+k(x)
1.2	1.66	0.88	0.12	1.54	1.78
1.3	1.54	0.70	0.10	1.44	1.63
1.4	1.41	0.53	0.07	1.34	1.49
1.5	1.29	0.41	0.06	1.23	1.34
1.6	1.16	0.38	0.05	1.11	1.21
1.7	1.04	0.46	0.06	0.97	1.10
1.8	0.91	0.61	0.08	0.83	0.99

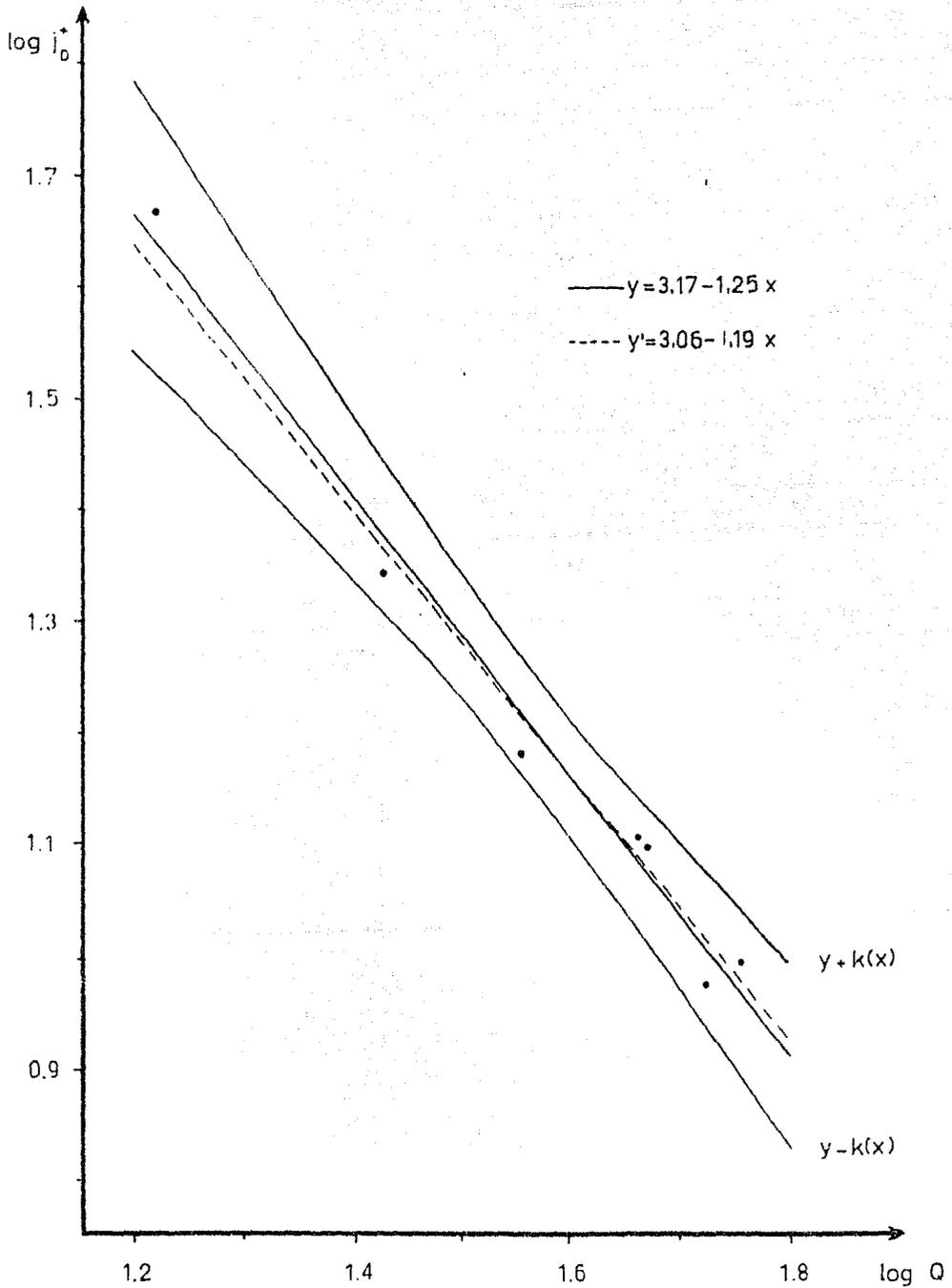


Fig 8. All. Gráficas de $\log j_0^+$ vs. $\log Q$ con su intervalo de confianza © $N_4 = 2750 \text{ RPM}$

6. Comparación de Resultados.

Línea de Regresión	Probabilidad de funcionalidad	a	b	r	n
I1N	95%	-1.75	-0.06	-0.63	11
I2N	50%	-1.83	-0.01	-0.04	6
I3N	80%	-1.71	-0.10	-0.39	7
I4N	95%	-1.46	-0.25	-0.83	7
I1Q	95%	2.57	-1.06	-0.99	11
I2Q	50%	2.63	-1.01	-0.98	6
I3Q	75%	2.84	-1.10	-0.98	7
I4Q	99%	3.17	-1.25	-0.99	7

De la tabla se puede observar que se tiene un mejor ajuste (coeficiente de correlación r , en valor absoluto, más cercano a la unidad) para las curvas de regresión $-\log j_D^*$ v.s. $\log Q$, por lo que se usan estas relaciones para determinar los coeficientes de transferencia de masa como una función de la velocidad de agitación y del gasto volumétrico.

Una vez ajustadas a una velocidad de rotación, se ajustan los valores del $\log j_D^*$ para las diferentes velocidades de agitación, ya que se sabe que $\log j_D^*$ v.s. $\log N$ a $Q = \text{cte}$ son rectas (Ref. 10); de las líneas de $\log j_D^*$ v.s. $\log Q$ a $N = \text{cte}$, para un valor dado de Q se obtienen diferentes valores de $\log j_D^*$ para los correspondientes valores de N , consiguiéndose así una línea de regresión; ahora, para diferentes valores de Q se tienen varias líneas de regresión de $\log j_D^*$ v.s. $\log N$ a $Q = \text{cte}$; de las cuales se obtienen valores de $\log j_D^*$, para un valor dado de N , para sus correspondientes valores de Q . Sucesivamente hasta obtener como coeficiente de regresión la unidad en ambas funciones; el método y los resultados se muestran a continuación:

	LOG J_D^*				
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5
N_1 : $\log j_D^* = 2.57 - 1.06 \log Q$; $r = -0.997$	1.32	1.08	0.93	0.81	0.72
N_2 : $\log j_D^* = 2.63 - 1.01 \log Q$; $r = -0.979$	1.44	1.22	1.07	0.96	0.87
N_3 : $\log j_D^* = 2.84 - 1.10 \log Q$; $r = -0.979$	1.55	1.30	1.14	1.02	0.93
N_4 : $\log j_D^* = 3.17 - 1.25 \log Q$; $r = -0.991$	1.69	1.41	1.23	1.09	0.99

	N_1 N_2 N_3 N_4			
	N_1	N_2	N_3	N_4
Q_1 : $\log j_D^* = -2.47 + 1.20 \log N$; $r = 0.986$	1.30	1.46	1.57	1.66
Q_2 : $\log j_D^* = -2.29 + 1.07 \log N$; $r = 0.995$	1.08	1.22	1.32	1.40
Q_3 : $\log j_D^* = -2.16 + 0.99 \log N$; $r = 0.998$	0.93	1.06	1.15	1.23
Q_4 : $\log j_D^* = -2.07 + 0.92 \log N$; $r = 0.995$	0.82	0.94	1.03	1.10
Q_5 : $\log j_D^* = -1.98 + 0.86 \log N$; $r = 0.989$	0.73	0.85	0.93	0.99

	Q_1 Q_2 Q_3 Q_4 Q_5				
	Q_1	Q_2	Q_3	Q_4	Q_5
N_1 : $\log j_D^* = 2.48 - 1.01 \log Q$; $r = -1.0$	1.30	1.08	0.93	0.82	0.73
N_2 : $\log j_D^* = 2.74 - 1.09 \log Q$; $r = -1.0$	1.46	1.22	1.06	0.94	0.85
N_3 : $\log j_D^* = 2.92 - 1.14 \log Q$; $r = -1.0$	1.57	1.32	1.15	1.03	0.93
N_4 : $\log j_D^* = 3.06 - 1.19 \log Q$; $r = -1.0$	1.66	1.40	1.23	1.10	0.99

Q_1 : $\log j_D^* = -2.48 + 1.20 \log N$; $r = 1.0$	Q_1 : 15 ml/seg
Q_2 : $\log j_D^* = -2.28 + 1.07 \log N$; $r = 1.0$	Q_2 : 25 ml/seg
Q_3 : $\log j_D^* = -2.16 + 0.98 \log N$; $r = 1.0$	Q_3 : 35 ml/seg
Q_4 : $\log j_D^* = -2.06 + 0.92 \log N$; $r = 1.0$	Q_4 : 45 ml/seg
Q_5 : $\log j_D^* = -1.99 + 0.87 \log N$; $r = 1.0$	Q_5 : 55 ml/seg
	N_1 : 1370 rpm
	N_2 : 1860 rpm
	N_3 : 2320 rpm
	N_4 : 2750 rpm

Las líneas de regresión ajustadas de ésta forma, se representan con línea punteada en las gráficas I1Q, I2Q, I3Q, I4Q.

De las líneas de regresión $\log j_D^*$ v.s. $\log Q$ a $N = \text{cte}$, se observa que la pendiente y la ordenada al origen son -- funciones de la velocidad de rotación de la siguiente forma:

$$a_N^* = -3.49 + 1.91 \log N$$

$$b_N^* = 0.87 - 0.60 \log N$$

También los coeficientes de las líneas de regresión $\log j_D^*$ v.s. $\log N$ a $Q = \text{cte}$, se observa que son funciones -- del gasto volumétrico:

$$a_Q^* = -3.49 + 0.87 \log Q$$

$$b_Q^* = 1.91 - 0.60 \log Q$$

A partir de las ecuaciones anteriores y de la definición dada para el factor de transferencia de masa, se puede llegar a una ecuación del coeficiente de transferencia de masa como función de la velocidad de rotación y del gasto volumétrico:

$$j_D^* = \frac{k_m A}{Q} (N \text{Sc})^{2/3}$$

Ⓐ $N = \text{cte}$

$$\log j_D^* = a_N^* + b_N^* \log Q$$

$$j_D^* = 10^{a_N^*} Q^{b_N^*}$$

Ⓑ $Q = \text{cte}$

$$\log j_D^* = a_Q^* + b_Q^* \log N$$

$$j_D^* = 10^{a_Q^*} N^{b_Q^*}$$

igualando con su definición y despejando k_m

$$k_m = \frac{10^{a_H^*}}{A(N_{sc})^{2/3}} Q^{b_H^*+1}$$

$$k_m = \frac{10^{a_Q^*} Q}{A(N_{sc})^{2/3}} N^{b_Q^*}$$

$$k_m = A_H^* Q^{B_H^*}$$

$$k_m = A_Q^* N^{B_Q^*}$$

en donde

$$A_H^* = 3.48 \times 10^{-6} N^{1.91}$$

$$B_H^* = 1.87 - 0.60 \log N$$

por lo tanto

$$k_m = 3.48 \times 10^{-6} N^{1.91} Q^{1.87 - 0.60 \log N}$$

en donde

$$A_Q^* = 3.48 \times 10^{-6} Q^{1.87}$$

$$B_Q^* = 1.91 - 0.60 \log Q$$

por lo tanto

$$k_m = 3.48 \times 10^{-6} Q^{1.87} N^{1.91} N^{-0.60 \log Q}$$

$$Q^{-0.60 \log N} = N^{-0.60 \log Q}$$

$$\log(Q^{-0.60 \log N}) = \log(N^{-0.60 \log Q})$$

$$-0.60 \log N \log Q = -0.60 \log Q \log N$$

Obteniéndose así, una expresión del coeficiente de transferencia de masa k_m , como una función de la velocidad de rotación (N) y del gasto volumétrico (Q). Aceptable, únicamente para los intervalos:

i) Gasto volumétrico en ml/seg

$$15 < Q < 55$$

ii) Velocidad de rotación en RPM

$$1370 < N < 2750$$

y para el reactor de canasta catalítica giratoria, con la canasta tipo I.

A N E X O I I I

=====

EJEMPLO DE PROBLEMA DE CALCULO

La determinación del coeficiente y del factor de transferencia de masa se efectúa para un gasto volumétrico de $Q = 30.18 \text{ cm}^3/\text{seg}$ y para una velocidad de rotación de $N = 2320 \text{ RPM}$, utilizando la canasta tipo I.

i) Velocidad de transferencia de masa (r_p)

$$r_N = \frac{\Delta W}{M t}$$

para

$$\Delta W = 2.18 \times 10^{-2} \text{ g}$$

$$M = 128 \text{ g/gmol}$$

$$t = 3600 \text{ seg}$$

se tiene

$$r_N = 4.73 \times 10^{-6} \text{ gmol/seg}$$

entonces

$$r_p = \frac{r_N}{N_p}$$

donde

$$N_p = 4 \text{ pastillas}$$

por lo tanto

$$r_p = 11.83 \times 10^{-9} \text{ gmol / (seg-pastilla)}$$

ii) Gradiente de concentración ($P_S - P_G$)

a) Presión de vapor del naftaleno (P_S)

$$\log P_S = \frac{-0.05223 A}{T} + B$$

en donde

$$A = 71401$$

$$B = 11.450$$

Durante la corrida, la temperatura en el sistema no se mantuvo constante, debido a problemas de fricción originados por la flecha del reactor, y ya que la presión de vapor del naftaleno es una función de la temperatura, fue necesario obtener una presión de vapor del naftaleno promedio. Para esto, se tomaron datos periódicamente de la temperatura, con los valores de temperatura obtenidos se calcularan las correspondientes presiones de vapor del naftaleno y el valor promedio se consiguió mediante la ecuación siguiente

$$(P_S)_{ave} = \frac{\int_0^t P_S(t) dt}{\int_0^t dt}$$

en donde, la integral

$$\int_0^t P_S(t) dt$$

se encuentra mediante integración gráfica, esto es

$$\int_0^t P_S(t) dt = \sum_{i=1}^n A_i$$

en donde A_i , representa el área de un trapecio

$$A_i = \frac{1}{2} (t_i - t_{i-1}) [P(t_i) + P(t_{i-1})]$$

por lo que la presión de vapor promedio queda determinada por

$$(P_S)_{ave} = \frac{\sum_{i=1}^n A_i}{t}$$

realizando los cálculos :

t (min)	T (°K)	Ps (mm Hg)	Ai
0	297.02	7.84×10^{-2}	
5	297.12	7.92×10^{-2}	0.3939
10	297.32	8.07×10^{-2}	0.3997
15	297.39	8.13×10^{-2}	0.4050
20	297.56	8.27×10^{-2}	0.4099
25	297.59	8.29×10^{-2}	0.4138
30	297.66	8.35×10^{-2}	0.4158
35	298.11	8.71×10^{-2}	0.4265
40	298.13	8.74×10^{-2}	0.4362
47	298.26	8.84×10^{-2}	0.6151
50	298.36	8.93×10^{-2}	0.2665
55	298.38	8.95×10^{-2}	0.4468
60 t=60 min	298.48	9.03×10^{-2}	0.4495
			ΣAi = 5.0787 min-mm Hg

por lo tanto

$$(P_S)_{ave} = 8.46 \times 10^{-2} \text{ mm Hg}$$

Una vez encontrado el valor promedio para la presión de vapor del naftaleno, de éste resultado se obtiene el valor de la temperatura promedio del sistema, mediante la ecuación :

$$T_{ave} = \frac{-0.05223 A}{\log (P_S)_{ave} - B}$$

$$T_{ave} = 297.81 \text{ } ^\circ\text{K}$$

b) Presión parcial del naftaleno en la corriente de aire (P_g)

$$P_g = y_g P_T$$

$$y_g = \frac{n_N}{n_T}$$

$$n_T = \frac{P_T Q}{RT}$$

para

$$P_T = 585 \text{ mm Hg} = 0.7697 \text{ atm}$$

$$R = 82 \frac{\text{ml} \cdot \text{atm}}{\text{gmol} \cdot ^\circ\text{K}}$$

$$Q = 36.18 \text{ ml/seg}$$

$$T_{ave} = 297.81 \text{ } ^\circ\text{K}$$

$$n_N = 4.73 \times 10^{-6} \text{ gmol/seg}$$

se tiene

$$n_T = 11.37 \times 10^{-4} \text{ gmol/seg}$$

$$y_g = 4.16 \times 10^{-5}$$

$$P_g = 2.43 \times 10^{-2} \text{ mm Hg}$$

iii) Area de transferencia (a_{tr})

a) Area inicial de transferencia

$$a_o = 2 \left(\frac{1}{4} \pi d_o^2 \right) + \pi d_o h_o$$

para

$$d_o = 0.31 \text{ cm}$$

$$h_o = 0.60 \text{ cm}$$

se tiene

$$a_o = 0.7353 \text{ cm}^2$$

b) Area final de transferencia

$$a_f = 2 \left(\frac{1}{4} \pi d_f^2 \right) + \pi d_f h_f$$

en donde

$$d_f^3 + d_f^2 (h_o - d_o) = \frac{w_f}{w_o} d_o h_o$$

$$h_f = h_o \left(\frac{w_f}{w_o} \right) \left(\frac{d_o}{d_f} \right)^2$$

para

$$w_f = 0.1679 \text{ g}$$

$$w_o = 0.1897 \text{ g}$$

se tiene

$$d_f = 0.295 \text{ cm}$$

$$h_f = 0.585 \text{ cm}$$

por lo tanto

$$a_f = 0.6789 \text{ cm}^2$$

c) Promedio logarítmico del área de transferencia

$$a_m = \frac{a_o - a_f}{\ln \frac{a_o}{a_f}}$$

$$a_m = 0.7067 \text{ cm}^2$$

iv) Coeficiente de transferencia de masa (k_m)

$$k = \frac{\pi_p}{a_m(P_s - P_g)}$$

$$k = 2.78 \times 10^{-7} \frac{\text{gmol}}{\text{seg} \cdot \text{cm}^2 \cdot \text{mm Hg}}$$

transformandolo

$$k_m = k R T$$

$$k_m = 5.15 \frac{\text{cm}}{\text{seg}}$$

v) Factor de transferencia de masa (j_D^+)

$$j_D^+ = \left(\frac{k_m Q}{A_F} \right) \left(\frac{f \mu}{Q} \right)^{2/3} \quad \text{para } N = \text{cte}$$

en donde, A_F , representa la sección transversal del reactor, el área transversal al flujo, que es de 51.55 cm^2 .

La viscosidad, la densidad y la difusividad molecular, co corresponde al medio fluido (AIRE) y se evalúan a la temperatura promedio del sistema ($T_{ave} = 297.81 \text{ }^\circ\text{K}$)

entonces

$$\mu = 1.84 \times 10^{-4} \frac{\text{g}}{\text{cm} \cdot \text{seg}}$$

$$f = 9.14 \times 10^{-4} \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

$$Q = 8.39 \times 10^{-2} \frac{\text{cm}^2}{\text{seg}}$$

por lo tanto

$$j_D^+ = 13.18$$

BIBLIOGRAFIA

- (01) J.M. Smith
"Scaledown to Research"
Chemical Engineering Progress
Vol. 64, No. 8, August 1968, pp. 78-82
- (02) M.L. Brisk; R.L. Day; M. Jones; J.B. Warren
"Development of a Stirred Gas-Solid Reactor for the
Measurement of Catalyst Kinetics"
Trans. Instn. Chem. Engrs.
Vol. 46, 1968, T3 - T10
- (03) V.R. Choudhary and L.K. Doraiswamy
"Development of Continuous Stirred Gas-Solid Reactors"
National Chemical Laboratory
- (04) J.R. Pereira and P.H. Calderbank
"Mass Transfer in the Spinning Catalyst Basket Reactor"
Chemical Engineering Science
Vol. 56, No. 11, November, 1964, pp. 39 - 46
- (05) D.G. Tajbl; J.B. Simons and J.J. Carberry
"Heterogeneous Catalysis in a Continuous Stirred Tank
Reactor"
Ind. Eng. Chem. Fundament.
Vol. 5, 1966, p 171
- (06) L.K. Doraiswamy and D.G. Tajbl
"Laboratory Catalytic Reactors"
Cat. Rev. - Sci. Eng.
Vol. 10, No.2, 1974, pp. 177 - 219

- (07) C.O. Bennett; M.B. Cutlip and c.c. Yang
"Gradientless Reactors and Transient Methods in
Heterogeneous Catalysis"
Chemical Engineering Science
Vol. 27, 1972, pp. 2255 - 2264
- (08) J.J. Carberry
"Designing Laboratory Catalytic Reactors"
Industrial and Engineering Chemistry
Vol.56, No.11, November, 1964, pp. 39-46
- (09) Joseph Simons
"Mixing Studies in a Well-Stirred Gas-Solid Catalytic
Reactor"
Thesis of Master of Science in Chemical Engineering
Department of Chemical Engineering; Notre Dame, Indiana;
June, 1963.
- (10) Fuentes Zurita, Gustavo Ariel
"Estudio del Comportamiento de un Reactor Catalitico
Continuo Agitado
por medio del Método de Estímulo - Respuesta"
Tesis, 1974
- (11) Perry
Chemical Engineer's Handbook
New York, Mc Craw Hill Book
1973
- (12) Crane
Flow of Fluids Through Valves, Fittings and Pipe
Appendix A-Physical Properties of Fluids and Flow
Characteristics of Valves, Fittings and Pipe
- (13) A.S. Foust; L.A. Wenzel; C.W. Clump; L.Maus and L.B.
Anderson
Principios de Operaciones Unitarias
Cap. 13 .

- (14) Kreyszig, Erwin
Introducción a la Estadística Matemática, Principios
y Métodos
México, Limusa - Wiley, 1980, 505 p.

- (15) Tablas Criticas Internacionales
Vol. 3, p. 208

Bibliografía Complementaria

- (16) G.L. Ross and P.H. Calderbank
" Kinetics of the Catalytic Oxidation of Naphthalene
over V_2O_5 using a Spinning Catalyst Basket Reactor "
Chemical Engineering Science
Vol. 26, 1971, pp. 2003 - 2008
- (17) F.E. Ford and D.D. Perlmutter
" Mass Transfer Effects in Surface Catalysis "
Chemical Engineering Science
Vol. 19, 1964, p. 371
- (18) Josef Horak and Frantisek Jiracek
"Dynamic Behaviour of Catalytic Stirred Tank Reactors"
Sbornik Vysoke Skoly Chemicko - Technologicke
V. Praze Organicka Chemie a Technologie
Vol. C21, pag. 71-81, 1974
- (19) F.H. Garner and R.D. Suckling
" Mass Transfer from a Soluble Solid Sphere "
A.I.Ch.E. Journal
- (20) Vern W. Weekman Jr.
" Laboratory Reactors and Their Limitations "
A.I.Ch.E. Journal
Vol. 20, No. 5, September, 1974, pp. 833-840

- (21) Brown, George Granger
Operaciones Básicas de la Ingeniería Química
Ed. Marín, S.A.
- (22) J.M. Smith
Ingeniería de la Cinética Química
Compañía Editorial Continental, S.A.
México, 2a. Edición, 1980
- (23) Robert E. Treybal
Operaciones de Transferencia de Masa
Mc Graw - Hill
México, 2a. Edición, 1980