

2 Ej. Do. 11



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE QUIMICA



**EXAMENES PROFESIONALES
FAC. DE QUIMICA**

**"BANDAS LUDERS DE DEFORMACION EN
HIERROS Y ACEROS"**

TRABAJO MONOGRAFICO

ANGEL GUADARRAMA SARABIA

INGENIERO QUIMICO METALURGICO

1984



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

	Página
Introducción	1
I.- Morfología de la Deformación Lüders en Policristales	3
I.1 El Concepto Cottrell	3
I.2 El Ensayo de Tracción	4
I.3 El Angulo entre el Frente Lüders y los Ejes de Tensión	9
I.4 Comentarios acerca de la Tensión Interna durante la Propagación de Bandas Lüders	9
II.- Variables Fenomenológicas que afectan la Fluencia Serrada	12
II.1 Rigidez del Sistema de Prueba	12
II.2 Variables Independientes que influyen en el Número de Caídas de Carga	17
II.3 Velocidad de Deformación Sensible al inicio de la Fluencia Serrada	21
II.4 Velocidad de Deformación Inversa Sensible	24
II.5 Propagación de Bandas Lüders a Bajas Velocidades y a Velocidad Variable	31
II.6 La Tensión como una Función de la Velocidad de Deformación	38
II.7 Deformación Crítica	40
III.- Factores Intrínsecos que afectan la Fluencia Serrada	42
III.1 Envejecimiento por Deformación Dinámica	42
III.2 Efecto del Tamaño de Grano	44
III.3 Contribución de la Termofluencia	50

	Página
IV.- Análisis del Frente de Banda Lüders	51
IV.1 Técnica Óptica	51
IV.2 Técnica Interferométrica	53
IV.3 Método del Elemento Finito	60
V.- Modelos Desarrollados para Explicar la Formación de Bandas Lüders	71
V.1 Modelo debido a la Teoría Johnston - Gilman - Hahn	71
V.2 Una Modificación al Modelo Johnston - Gilman - Hahn	76
VI.- Eliminación del Fenómeno de Fluencia Discontinua en Acero Dulce mediante Trabajo en Tibio	82
Conclusiones	86
Apéndice	88
Referencias	92

I N T R O D U C C I O N

En 1854 W. Lüders realizó experimentos sobre placas de acero y , ya en 1860, en sus reportes señaló que una distribución - de líneas rectas aparecía sobre las superficies de dichas placas luego de haber sido sometidas a una deformación moderada por doblez⁽¹⁾. Las líneas corrían a un ángulo de 45° en relación a la dirección longitudinal de las probetas de prueba y eran puestas- en evidencia moviendo una delgada capa de óxido del mismo metal, formada sobre la parte deformada.

Para estudiar la configuración en el espacio de estas líneas, una valiosa ayuda consiste en someter a la probeta a un pulido y posteriormente hacerle un ataque con un reactivo especial, el cual es conocido como reactivo Fry⁽²⁾ y su composición es; 40 ml HCl; 5g CuCl_2 ; 30ml H_2O y 25ml de etanol al 95%.

Existen varios términos usados normalmente para referirse a dicha distribución de líneas, tales como "Líneas Lüders", "Banda Lüders", "Líneas Hartman" y "Líneas Plobert". Sin embargo, - en la mayoría de los textos y artículos el término más utilizado es el de "Bandas Lüders", por lo cual, en adelante se utilizará este término.

Una distribución de líneas con las características mencionadas, indica que existe una discontinuidad en la etapa inicial de la deformación plástica. A este fenómeno también se le designa - comunmente con el nombre de de "Fluencia Serrada" o "Efecto Portevin-Le Chatelier", fenómeno que ha sido reportado para un gran número de aleaciones pero, en particular, para aquellas con una estructura cúbica centrada en las caras que contienen un soluto-intersticial (p. ej. carbón o nitrógeno en hierro y acero; magnesio en aluminio).

En este trabajo se trata específicamente la deformación Lüders en hierros y aceros, pero es importante mencionar que cuando se presenta este fenómeno en metales y aleaciones no ferrosas, presenta características similares.

Se ha observado que también aparecen bandas Lüders en otros tipos de esfuerzos y distribución de tensiones, tales como compresión, torsión, detonación de un explosivo colocado en una cavidad cilíndrica, el paso de un proyectil a través de una placa y durante el taladrado de placas, a este último también se le designa como deformación por expansión.

Se encontró que bajo distribuciones de tensión resuelta, las bandas presentaban superficies con tensión de corte máxima resuelta (a). Por lo tanto, en tensión ó compresión, las bandas forman un ángulo de casi 45° con los ejes de tracción y en el caso de tensiones que convergen ó divergen hacia ó desde un centro común, se intersectan series de bandas a 45° en espirales logarítmicas (1). Además cuando las bandas pueden observarse durante la etapa inicial, éstas se expanden aparentemente con espesores simultáneos siendo así como se supone la formación de delgadas cuñas.

Todos los casos mencionados se refieren a policristales -- con sistemas deslizantes orientados al azar. La deformación -- Lüders en cristales simples, es decir monocristales, no será -- considerada aquí.

El objetivo de este trabajo es, pues, presentar un panorama sobre todo lo referente a las bandas Lüders de deformación, recopilado de revistas especializadas en trabajos e investigaciones realizadas en el área de la metalurgia mecánica, con el propósito de forjar una idea más clara acerca de las razones de la formación de dichas bandas y los modelos matemáticos que describen y/ó predicen la formación de una estructura en banda. Sin embargo, tal vez lo más importante es presentar las posibles alternativas para evitar este fenómeno ya sea en forma parcial ó total.

(a) Existe una ecuación que relaciona el esfuerzo de tensión aplicada con la tensión de corte crítica determinada en un cristal sobre el plano de deslizamiento y en dirección del deslizamiento. esta ecuación es:

$$\tau = \sigma \cos \theta \cos \phi$$

Si el eje de tensión es perpendicular al plano de deslizamiento $\phi = 90^\circ$ y la tensión de corte es cero. A su vez, si el eje de esfuerzo queda en el plano de deslizamiento $\theta = 90^\circ$ y nuevamente la tensión de corte es cero. La tensión de corte máxima que se puede obtener es de 0.5σ y ocurre cuando tanto θ como ϕ son de 45° .

I.- MORFOLOGIA DE LA DEFORMACION LÜDERS EN POLICRISTALES.

I.1 El Concepto Cottrell

En 1940, Edwards y colaboradores en ensayos de tracción de aceros con Ti ó Cr, descubrieron que no se presentaba el punto de fluencia agudo ⁽³⁾. El contenido de aleante requerido para este efecto fué relacionado a la cantidad de carbón. En 1944, Low y Gensamer tuvieron éxito en suprimir el punto de fluencia agudo en un acero por un tratamiento de descarburación efectiva y recocido de denitrogenación en hidrógeno húmedo y reintroduciéndolo después a carburación o nitrogenación. De aquí se concluyó que una cierta cantidad de carbón o nitrógeno o ambos en solución en la ferrita, son una condición para la deformación Lüders en acero.

En 1947, Cottrell adelantó la teoría de que en un acero -- dulce recocido, con contenidos ordinarios de carbón o nitrógeno dichos átomos en solución son atraídos en número suficiente y difundidos hacia el centro de las dislocaciones - usualmente -- presentes con una densidad de 10^6 a 10^8 cm^{-2} - mediante esto, las dislocaciones son cerradas, ancladas y sujetas ⁽⁴⁾. Estabilizadas de este modo las dislocaciones requerirán una tensión elevada para moverlas, la tensión de fluencia superior, UYS (upper yield stress), mientras que una vez sueltas, en condición móvil, la tensión de fluencia inferior, LYS (lower yield stress), es suficiente para continuar el deslizamiento. De este modo quedaba explicada la caída de fluencia.

El concepto Cottrell parecía aportar una buena teoría general para el fenómeno Lüders, más aún, la sujeción de las dislocaciones se considera aún de importancia fundamental. Sin embargo, en 1957 - 59, Gilman y Johnston ⁽⁵⁾ encontraron que cristales simples de LiF exhibían una marcada caída de fluencia a pesar de que las dislocaciones "producidas" permanecían ancladas. La fluencia ocurrió por el movimiento de dislocaciones de reciente formación, las cuales se multiplicaron rápidamente ⁽⁶⁾.

La caída de fluencia fué explicada por esta multiplicación, así como la consecuente reducción en la tensión conforme la velo

cidad de dislocación disminuye. Este concepto ha sido sujeto a análisis matemáticos por Hahn⁽⁷⁾ y otros autores, (un modelo - propuesto basado en esta teoría, será discutido en un capítulo posterior).

La multiplicación de dislocaciones normalmente es considerada como el resultado de dos procesos:

- a) expansión en espiral dentro de un plano de deslizamiento de acuerdo con Frank y Read⁽⁸⁾.
- b) repetidos deslizamientos cruzados con planos de deslizamiento paralelos y adyacentes, formando bandas de deslizamiento⁽⁹⁾.

I.2 El Ensayo de Tracción

Los metales y aleaciones pueden o no presentar deformación Lüders; en base a esto podemos decir que son ya sea del tipo -- Lüders o del tipo no Lüders. La diferencia puede describirse brevemente de la siguiente manera: en materiales Lüders, las -- dislocaciones están totalmente o en gran parte sujetas por "atmósferas" de átomos de soluto, de aquí que la densidad de dislocaciones móviles es nula ó pequeña. En consecuencia, una tensión de fluencia elevada, seguida por una caída de carga, se observa durante la deformación. En materiales del tipo no Lüders hay una alta densidad de dislocaciones móviles, ya sea por la escasez de solutos adecuados para sujetar dislocaciones o bien porque ha sido preservado por temple, un estado de dislocaciones móviles. El resultado es una tensión de fluencia baja, la cual va en aumento conforme se aumenta la carga pero de modo -- continuo, hasta la ruptura de la probeta.

Hall⁽¹⁰⁾, diferenció entre:

- (1) Fluencia serrada, el flujo plástico ocurre mientras el borde de una banda Lüders simple (la cual nuclea durante la primera caída de carga), avanza intermitente a lo largo del espécimen de prueba de un extremo a otro.
- (2) Flujo jerky^(a), éste ocurre al azar a lo largo de la probeta después de que el frente de banda Lüders inicial ha viajado de punta a punta.

(a) No es fácil encontrar una definición exacta de jerky. La idea es de un flujo espasmódico irregular. Véase la figura 1. El flujo jerky no se tratará en este trabajo.

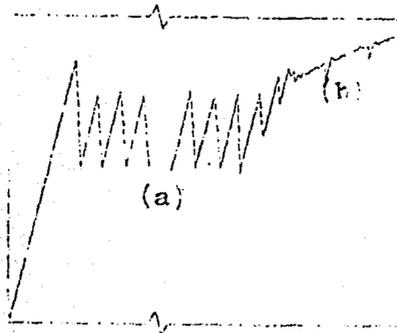


Fig. 1. (a) Fluencia serrada
(b) Flujo jerky

El límite elástico es rebasado cuando se inicia el deslizamiento en los granos orientados favorablemente, por ejemplo granos que tienen sistemas deslizantes a un ángulo de casi 45° -- con los ejes de tracción. Los granos de la superficie se supone que tienen cierta preferencia hacia los granos interiores⁽¹⁾.

Naturalmente, cada grano "primario" fluye por simple deslizamiento sobre una serie de planos. Las bandas de deslizamiento formadas causan una distorsión de corte de cada grano, el cual necesariamente es acompañado por una deformación de corte por conformado, por ejemplo deformación sobre el mismo sistema de deslizamiento simple de sus vecinos inmediatos. Esta deformación de corte impuesta es al principio elástica, suponiendo que los granos vecinos están orientados al azar.

Las dislocaciones móviles al multiplicarse rápidamente, -- causan una elevada concentración de tensiones en los bordes de grano. De aquí que la expansión por propagación del deslizamiento de tales regiones de corte orientadas favorablemente, en comparación con la iniciada en regiones orientadas menos favorablemente, tendrá preferencia durante la deformación posterior.

Dos circunstancias se espera que promuevan la expansión:

(1) una orientación promedio de conformado de los sistemas deslizantes en los granos vecinos y

(2) una dirección de deslizamiento en el grano primario "dentro" del espécimen, más que en una dirección tangencial a la superficie, debido a que las dislocaciones de borde probablemente se mueven más rápido que las dislocaciones de tornillo⁽⁹⁰⁾.

La banda avanzando a través de la sección del espécimen -- puede llamarse banda Lüders penetrante, y es la última etapa de avance a través del espécimen por propagación. En el momento de la nucleación, la tensión nominal se incrementará rápidamente hasta alcanzar un valor máximo, el UYS, y luego caerá hasta un mínimo, el LYS, que se alcanza cuando el borde de la banda penetra a la sección, (fig. 2).

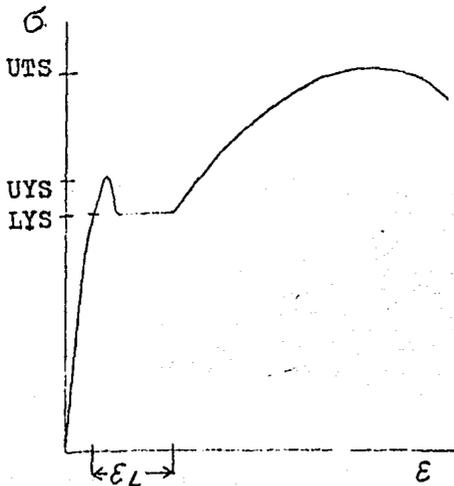


Fig. 2. Curva Tensión - Deformación para un material Lüders.

Con la expansión en la dirección cortante, está asociada una expansión en las direcciones transversales en el plano de la banda, ésto último principalmente por el movimiento de dislocaciones de tornillo. El progreso de la curva Tensión - Deformación es el resultado combinado de (i) incremento del área de la banda bajo relajación de tensión local promedio y (ii) disminución del área de la parte aún sin deformar de la sección delantera de la banda, creciendo bajo un ligero incremento de la tensión local, mientras que una concentración de tensiones viaja con el borde de la banda (o perímetro de banda).

El espesor de la banda se incrementa, empezando en el grano primario y la banda creciente adquiere la forma de una cuña con la punta redondeada, mientras que dentro de la banda una cuña inactiva se desarrolla, en donde el deslizamiento ha cesado, según muestra la figura 3 a-b. En consecuencia, la continua -- ción de la deformación plástica estará confinada en una zona lí mite migrante, con un frente y una superficie posterior. Tras esta zona, y a expensas de ésta, crece la cuña inactiva.

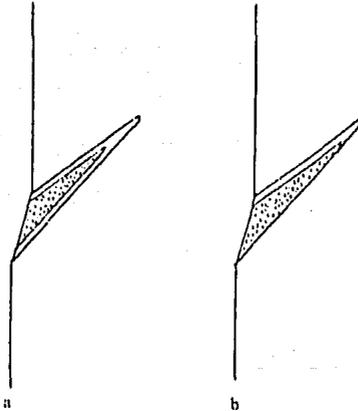


Fig. 3. Sección de una banda Lüders penetrante.
a. Cuña central inactiva
b. Cuña inactiva desplazada

Cuando la banda Lüders penetrante cruza la sección, la re- gión de continuidad elástica detrás del perímetro desaparece y la tensión nominal, en consecuencia, cae a un mínimo, el LYS. La migración de la zona de borde establecida durante la penetra ción continúa en posición oblicua a lo largo del espécimen, se- guida por la región inactiva en crecimiento. Esta es la "propa- gación del frente de banda Lüders".

Un rasgo adicional de la propagación es el desalineamiento producido por la deformación de corte continua en esta zona, co- mo se ilustra en la fig. 4. Un pliegue entre las zonas deforma da y sin deformar se forma en el espécimen, el cual viaja con - el frente.

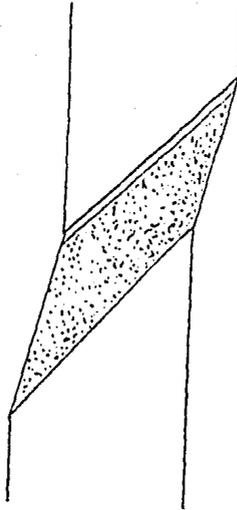


Fig. 4. Desalineamiento del frente Lüders de propagación.

Generalmente, el frente de propagación avanza con una velocidad constante y a una tensión nominal constante⁽⁹¹⁾. La elongación Lüders, fig. 2, de acuerdo con lo mencionado se completa en la zona de migración y generalmente es constante durante su propagación.

La condición en la superficie del frente en movimiento es -- que los primeros granos a fluir deben ser aquellos que tengan -- sistemas deslizantes que estén más ó menos "conformando" al sistema de corte operando en la banda. Cottrell y Bilby apuntaron: " La liberación de las dislocaciones en el borde de banda se favorece por disturbios elásticos causados por un flujo casi plástico"⁽¹²⁾.

A medida que la zona de deformación pasa cada grano por separado, el grano sufre un incremento y un deslizamiento complejo en una secuencia de relajación de tensiones y endurecimiento por deformación, lo cual está gobernado por su orientación y la de los granos vecinos. La velocidad de deformación en toda la zona, empezando en cero y terminando en cero, se supone que pasa por -- un valor máximo⁽¹³⁾.

I.3 El Angulo entre el Frente Lüders y los Ejes de Tensión.

Este ángulo ha sido determinado para muchos ensayos. Sin embargo, los casos más estudiados son para propagación en ensayos de tracción, los cuales varían entre 46 y 59°⁽¹⁴⁾ y para ensayos de compresión, que oscilan entre 40 y 50°⁽¹⁵⁾. Se ha visto que, en los primeros exceden de 45° y en los últimos generalmente son menores de 45°. En un ensayo de tracción, una desviación positiva se puede derivar de la forma de cuña propuesta para la banda de penetración, suponiendo que el ángulo inicial de penetración es de 45°. En un ensayo de compresión, una desviación negativa quizás esté gobernada por una razón similar. En el caso de placas planas, la marca que deja el frente Lüders sobre el ancho de la cara se toma algunas veces para representar la dirección de corte. Sin embargo, esta dirección algunas veces no coincide con dicha cara; si se pasa por alto esta observación, se introduce un error positivo⁽¹⁶⁾.

Un caso especial de nucleación Lüders y penetración se ha observado en ensayos de tracción sobre flejes. En flejes de acero, la primera banda Lüders, después de haberse iniciado sobre un costado, frecuentemente se propaga transversalmente hacia el lado opuesto. Antes de alcanzarse este punto, la penetración se desarrolla rápidamente en el primer borde con una dirección de 45° paralela a la cara más delgada, penetrando la sección de la pieza e iniciándose allí la propagación. La concentración de tensiones en punta es un punto de arranque preferencial para una banda Lüders⁽¹⁷⁾.

I.4 Comentarios acerca de la Tensión Interna durante la Propagación de Bandas Lüders.

En un artículo publicado por F. Garofalo⁽¹⁸⁾, la relación

$$\sigma_{aF} = \sigma_i + (v_c^\alpha / N^\alpha \sigma_K^2)^{1/m^*} (1/l^2)^{1/m^*} \dots (I.1)$$

donde

- σ_{aF} = Tensión de fluencia inferior
- v_c = Velocidad de cabezal
- σ_i = Tensión interna
- l = Borde de grano
- N = Número de bandas Lüders

θ = Tiempo
 m^* y α = Variables del sistema
 K' = Constante

fué checada con resultados experimentales de ensayos de tracción con tensión de fluencia inferior, sobre amplios rangos de velocidad de cabezal y para varios tamaños de grano bajo determinadas condiciones, a temperatura ambiente, durante la fluencia discontinua no homogénea para varios hierros y aceros. Se encontró -- buena concordancia entre los resultados experimentales y la relación propuesta para $m^*=4$ y $\alpha=1/3$. La tensión interna en la punta de la banda Lüders en propagación, σ_i , se encontró que varía entre 5000 y 13000 p.s.i., (3.443×10^1 y 9.964×10^1 MPa). y $N^{\alpha}OK'$ varía entre 4.3×10^{-15} y 19.3×10^{-15} .

Se reportó suficiente información para tres velocidades de cabezal, de 0.0051, 0.051 y 0.51 mm/min. para someterse a una regresión lineal con σ_{AF} como la variable dependiente y $(1/l^2)$ como la variable independiente para $m^*=4$. Los valores de σ_i y de $N^{\alpha}OK'$ con $\alpha=1/3$ estuvieron muy abajo de los valores observados anteriormente.

Una segunda serie de análisis de regresión lineal, fué hecha para determinar el valor de m^* y se encontró que para una velocidad de cabezal de 0.51 mm/min., $N^{\alpha}OK'$ estaba dentro del valor esperado con $m^* = 3.9$. No obstante, los valores de la tensión interna σ_i , permanecieron aún abajo del valor esperado⁽¹⁸⁾.

Los factores que conllevan a los bajos valores de σ_i no son muy claros. Sin embargo, generalmente se acepta que la tensión interna es proporcional a $Gb(\rho_d)^{1/2}$, en donde G es el módulo de corte, b es el vector de Burgers y ρ_d es la densidad de dislocación promedio tras la deformación. La deformación en el pico de una banda Lüders asociada con la propagación se cree que es menor de 0.005. Para una deformación de 0.004, la densidad de dislocación en un hierro con un diámetro de grano promedio de $15 \mu\text{m}$ se encontró que era de $1.12 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$. Usando $G = 7.8 \times 10^5 \text{ Kg/cm}^2$ ($7.649 \times 10^4 \text{ MPa}$), $b=2.5 \times 10^{-8}$ y 0.38 para la constante de proporcionalidad, la tensión interna en las direcciones de la tensión de corte máxima para $\rho_d = 1.12 \times 10^9 \text{ cm}^{-2}$ se calculó que era de 3470 p.s.i. (23930 MPa) y en relación al esfuerzo normal de tensión, σ_i , es de 6940 p.s.i. (47850 MPa), valor esperado en comparación con los obtenidos anteriormente⁽¹⁸⁾.

Los valores demasiado bajos obtenidos para la tensión interna, pueden estar relacionados a diversos factores, los cuales se explican a continuación: El hierro es marcadamente anisotrópico y las constantes elásticas varían apreciablemente con la orientación cristalográfica. Los especímenes empleados estuvieron sujetos a varios grados de trefilado, antes de ser sometidos a un recocido, lo cual probablemente es la causa de que se obtenga una fuerte estructura fibrosa. Bajo tales condiciones, es posible que la tensión interna sea menor que el valor calculado, el cual solamente aplicaría, a causa del valor de G empleado, para muestras que presenten débiles texturas cristalográficas. Además, una baja densidad de dislocación conduce a un bajo valor de ρ_d y por lo tanto, a una tensión interna baja⁽¹⁹⁾.

Algunos resultados de pruebas sobre un hierro comercial usando muestras planas, mostraron que se encuentra un comportamiento normal en ausencia de una fuerte orientación cristalográfica preferencial, cosa que ocurre cuando las muestras tienen diámetros de grano entre 40 y 50 μm ⁽²⁰⁾. Con todas las condiciones descritas anteriormente, se confirmó el modelo propuesto. La relación I, puede aplicarse solo sobre rangos de velocidad de cabezal donde m^* permanezca constante. Con esta condición, m^* sería dependiente de la velocidad y el modelo no se aplicaría. A pesar de esto, los resultados indicaron que el modelo es válido para rangos de velocidad de cabezal de 0.0051 y 51 mm/min. para hierro a temperatura ambiente.

II.- VARIABLES FENOMENOLOGICAS QUE AFECTAN LA FLUENCIA SERRADA.

II.1 Rigidez del sistema de prueba.

Cuando a un especimen se le aplica carga en una máquina de prueba, la carga es transmitida a toda la máquina así como al - especimen. Mientras el especimen se deforma primero elásticamente y posteriormente plásticamente, la máquina de prueba está diseñada para que solamente se deforme elásticamente.

Una velocidad de cabezal constante aplicada a la máquina de prueba da como resultado una velocidad de deformación total constante, lo cual es la suma de (1) la velocidad de deformación elástica en el especimen ; (2) la velocidad de deformación plástica en el especimen y (3) la velocidad de deformación elástica resultante en la máquina de prueba.

Las características de la máquina de prueba pueden tener una fuerte influencia sobre la forma de la curva tensión-deformación. Generalmente se requieren grandes cambios en la velocidad de cabezal para mantener una velocidad de deformación constante desde el inicio del ensayo de tracción, hasta el punto de fluencia. Una máquina de prueba rígida con una constante de resorte alta se dice que es una "máquina dura". Las máquinas de tornillo tienden a ser máquinas duras, mientras que las máquinas de prueba conducidas hidráulicamente son "máquinas suaves". Una máquina de prueba dura reproducirá fielmente los puntos de fluencia superior e inferior, mientras que en una máquina suave estos puntos no están definidos. (81).

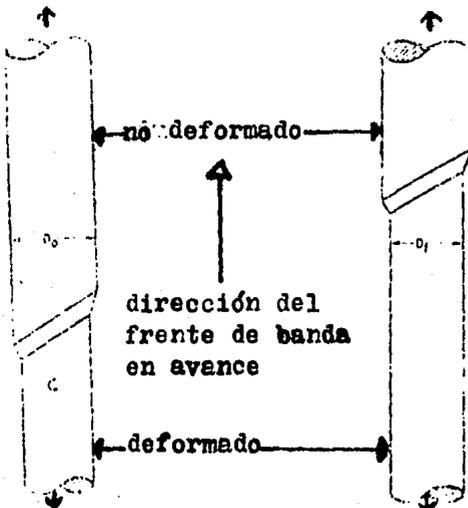


Fig. 1. Representación esquemática de un frente de banda Lüders al inicio y un tiempo después de que ha avanzado el frente.

Principios Teóricos.- Si un frente de banda Lüders avanza intermitentemente, a lo largo de una probeta de prueba durante la fluencia serrada, y si todas las amplitudes de caídas de carga (ΔL_i) son iguales, entonces un análisis de la relación caída de carga - desplazamiento, conduce a una expresión para la deformación Lüders promedio durante la fluencia serrada. El desplazamiento plástico durante la i ésima caída de carga, d_i , está dado por el producto de la rigidez elástica, C_i y ΔL_i , ya que el desplazamiento plástico de la muestra debe ser igual a la recuperación elástica del sistema de prueba. Por lo tanto:

$$d_i = C_i \Delta L_i \dots \dots \dots (II.2)$$

El desplazamiento plástico durante n caídas de carga, d_s , está dada por:

$$d_s = \sum_{i=1}^n C_i \Delta L_i \dots \dots \dots (II.2a)$$

La deformación Lüders promediada sobre la longitud total, \bar{E}_s , está dada por d_s dividida entre la longitud medida, l_0 :

$$\bar{E}_s = d_s / l_0 = \frac{1}{l_0} \left(\sum_{i=1}^n C_i \Delta L_i \right) \dots \dots \dots (II.3)$$

Si todas las ΔL_i son iguales ($\bar{\Delta L} = \Delta L_i$, donde $\bar{\Delta L}$ es la amplitud de caída de carga promedio), y si la rigidez elástica permanece constante durante la fluencia serrada ($C_i = \bar{C}$), la ecuación II.3 puede expresarse como:

$$\bar{E}_s = n (\bar{C} \bar{\Delta L}) / l_0 = \bar{C} \bar{\Delta L} / (l_0 / n) \dots \dots \dots (II.3a)$$

Para calcular la deformación Lüders promedio durante la i ésima caída de carga, es necesario conocer la distancia al frente de banda en avance durante esa caída. Dado que el frente de banda avanza n veces durante n caídas de carga iguales, a fin de recorrer la longitud medida, l_0 , la distancia recorrida por caída de carga a_i , está dada por:

$$a_i = l_0 / n \dots \dots \dots (II.4)$$

Estrictamente hablando, $\bar{a}_i = (l_0 - a) / n$, donde a es un término que explica que la distancia al frente de banda está determinada por el movimiento del cabezal durante una caída de carga lenta a tensión constante al inicio de la fluencia serrada. Sin embargo,

a es despreciable en comparación con l_0 a temperaturas y velocidades un poco más allá de las condiciones de arranque. Por lo tanto, la deformación Lüders promedio durante la íésima caída de carga $\bar{\epsilon}_i$, está dada por la ec. II.2 dividida entre la ec. II.4:

$$\bar{\epsilon}_i = C_i \Delta L_i / a_i = C_i \Delta L_i / (l_0 / n) \dots \dots \dots (II.5)$$

Si todas las caídas de carga son iguales durante la fluencia serrada, la estructura paralela de las ecs. II.5 y II.3a, indican que $\bar{\epsilon}_i$ es idéntica a la deformación Lüders promediada sobre la longitud total medida, $\bar{\epsilon}_s$ o $\epsilon_m \cdot \epsilon_m$ se calcula por:

$$\bar{\epsilon}_m = d_m / l_0 \dots \dots \dots (II.6)$$

donde d_m es el desplazamiento Lüders total al final de la fluencia serrada.

Numerosos estudios⁽²¹⁾, han demostrado que la deformación Lüders en hierro y aceros de bajo carbón (al igual que durante la fluencia no serrada, es decir, continúa), se incrementa con un descenso de temperatura, un incremento en la velocidad de prueba y una disminución en el tamaño de grano. La deformación Lüders en hierro y acero de bajo carbon es de alrededor de 4 a 5 % a 273° K para velocidades de deformación de casi 10^{-4} s^{-1} y tamaño de grano promedio ASTM entre 7 y 8.

Una característica importante del sistema de prueba durante la fluencia serrada, es la rigidez elástica de la máquina de prueba combinada con el tren de carga y la muestra a traccionar. De hecho, Nadai⁽²²⁾ y Hall⁽²³⁾, puntualizan que el movimiento intermitente del frente de banda Lüders que caracteriza la fluencia serrada, no puede ocurrir jamás si un sistema de prueba es demasiado rígido. Más aún, Penrose y Brown⁽²⁴⁾ demostraron que la rapidez de las caídas de carga, durante la fluencia serrada de un acero de bajo carbón, era significativamente reducida al incrementar la rigidez del sistema de prueba. La rigidez de un sistema de prueba usualmente varía entre 10^{-6} y 10^{-4} m/N y la fluencia serrada ha sido detectada con sistemas de prueba que tienen rigidez de hasta 10^{-4} m/N .

La rigidez elástica de un sistema de prueba se puede calcular de la pendiente del registro carga - tiempo que se genera a u

na velocidad de cabezal conocida.

La figura 2 muestra la rigidez elástica como una función de la longitud medida para cobre, hierro y acero de bajo carbono.

La tabla I resume la rigidez característica de diversos sistemas de ensayo uniaxial y provee cierta perspectiva acerca del rango típico de rigidez del sistema de prueba. También incluye una tabulación del módulo de Young, E, a temperatura ambiente para cobre y hierro, determinado a partir de la pendiente de las líneas de la figura 2, de acuerdo a la forma siguiente de la Ley de Hooke:

$$\Delta(\Delta l/\Delta L) = (1/AE)(\Delta l_0) \dots \dots \dots (II.7)$$

en donde $\Delta l/\Delta L$ es el recíproco de la pendiente elástica de la relación de desplazamiento carga - cabezal, A es el área de la sección transversal y l_0 es la longitud medida.

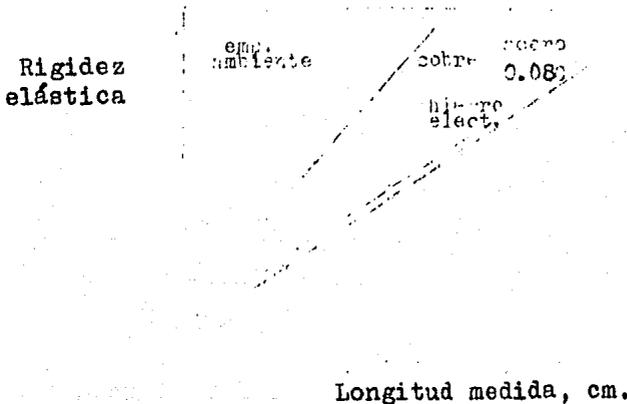


Fig. 2. Rigidez elástica del sistema de prueba.

Si bien la técnica representada en la figura 2 no es altamente precisa para medir el módulo de Young, al comparar estos valores con los reportados, la comparación es satisfactoria.⁽⁹²⁾

T A B L A I
RIGIDEZ ELASTICA CARACTERISTICA DE SISTEMAS
DE PRUEBA UNIAXIALES A TEMPERATURA AMBIENTE

Investigación	Material	Rigidez elástica (m/N)	Módulo de Young (MN/m ²)
Christ & Picklesimer	Fe electrolítico	1.36×10^{-5}	20.2×10^4 (19.6×10^4)*
	Acero 0.08 C	1.24×10^{-5}	19.5×10^4
	Cobre	1.45×10^{-5}	11.5×10^4 (11.0×10^4)*
Penrose & Brown	Acero 0.05 C	34.6×10^{-5}	
E. O. Hall	Fe Armco,		
	Acero 0.04 C	20.0×10^{-5}	
D. Lee y D. W. Hart	Mg - Al	7.08×10^{-5}	
	Zirconio	0.87×10^{-5}	
W. G. Johnston	Fluoruro de litio	1.35×10^{-5}	
Hamstad y Gillis	Acero	0.50×10^{-5}	

* Reportados en la literatura

El desplazamiento que acompaña a la fluencia serrada, d_m , fue medido directamente usando un micrómetro interno sobre la muestra de la muestra precisamente después de que la curva sufre la transición de fluencia serrada a flujo jerky. La suma de desplazamientos plásticos asociados con n caídas de carga, d_g , se calculó usando la ec. II.2a. (En la práctica, \bar{C} fue sustituida por C_1 en la ec. II.2a debido a que todas las C_1 tras el primer incremento de carga, estaban dentro de un rango de $\pm 0.5\%$ del valor esperado). Los valores de d_m y d_g se presentan en la tabla II, donde se hace evidente que ambas cantidades exhiben la misma dependencia con la temperatura. La concordancia entre las dos columnas d_m y d_g es sorprendentemente buena, habiendo una diferencia de solo un ocho por ciento a 403 °K para el peor de los casos. La concordancia entre d_m y d_g según se puede ver en la tabla II, puede tomarse como una verificación de la ec. II.2a.

T A B L A I I (Ref. 92)

COMPARACION DEL DESPLAZAMIENTO PLASTICO TOTAL Y LA DEFORMACION LUDERS PROMEDIO DURANTE LA FLUENCIA SERRADA.

(Velocidad de cabezal= 8.3×10^{-7} m/s, Longitud entre marcas= 0.051m)

Temperatura (K)	Rigidez elástica promedio (m/N)	Desplazamiento total		Deformación Luders promedio	
		d_s (m) ^s	d_m (m)		
388	2.24×10^{-5}	8.8×10^{-4}	8.4×10^{-4}	1.73 %	1.64 %
403	2.22	9.6	8.9	1.89	1.74
413	2.25	11.1	11.7	2.18	2.29
438	2.21	11.0	10.9	2.16	2.14
453	2.15	10.7	10.9	2.11	2.14
483	2.49	7.6	7.6	1.50	1.49

II.2 Variables Independientes que influyen en el Número de Caídas de Carga.

A) Rigidez Elástica.- La tabla III demuestra cómo la rigidez elástica promedi. del sistema de prueba, influye en el número de - caídas de carga, n , durante la fluencia serrada. La rigidez del - sistema de prueba se incrementó significativamente al introducir - tramos de alambre de 0.0046 m de diámetro en el sistema de amarre, como se muestra en la figura 3.

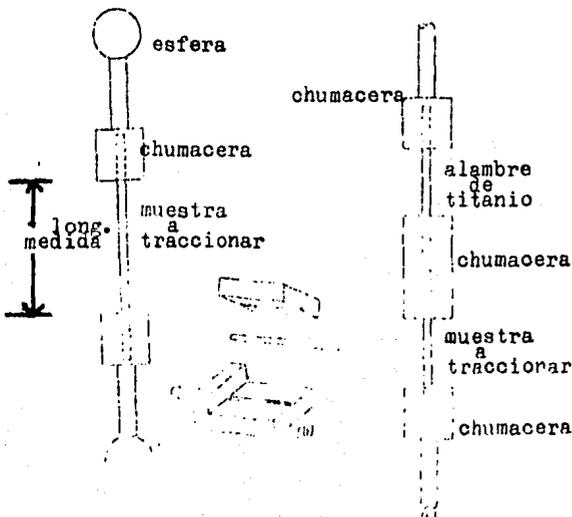


Fig. 3. Sistemas de amarre para las muestras a traccionar. (a) Alambre de hierro sencillo. (b) Sujeción - del alambre mediante dos piezas aca - naladas. (c) Introduccion de un tra - mo de alambre de titanio para incre - mentar la rigidez elástica.

El titanio sirve satisfactoriamente como un resorte "suave" - debido a que su tensión de fluencia es casi el doble de la del hierro investigado y su módulo de Young es la mitad de dicho hierro. Resultados similares a los que aparecen en la tabla III se obtuvieron a velocidades de cabezal de 3.3×10^{-6} y 8.3×10^{-6} m/s y a otras temperaturas.

Los resultados de la tabla III muestran que n a rigidez constante, es reproducible para dos o tres caídas de carga. Más aún, estos resultados muestran claramente que a temperatura y velocidad de cabezal constantes, n disminuye conforme aumenta la rigidez.

T A B L A I I I (Ref. 92)
 EFECTO DE LA RIGIDEZ ELASTICA DEL SISTEMA DE PRUEBA SOBRE
 EL NUMERO DE CAIDAS DE CARGA DURANTE LA FLUENCIA SERRADA.
 (Velocidad de cabezal = 8.3×10^{-7} m/s)

Temperatura (K)	Longitud de los tramos de alambre de titanio (m)	Longitud de la muestra a traccionar (m)	Rigidez Elástica Promedio (m/N)	Número de caídas de carga (n)
438	0	0.0254	1.63×10^{-5}	33
	0	0.0508	2.35×10^{-5}	53
	0	0.0508	2.21×10^{-5}	50
	0	0.0508	2.17×10^{-5}	50
	0.0254	0.0508	3.94×10^{-5}	31
	0.0508	0.0508	5.73×10^{-5}	24
	0.1778	0.0508	1.21×10^{-4}	10
	0.3556	0.0508	2.19×10^{-4}	6
	0.1778	0.1016	1.37×10^{-4}	20
	0.3556	0.1016	2.33×10^{-4}	11
413	0	0.0254	1.59×10^{-5}	36
	0	0.0508	2.09×10^{-5}	54
	0	0.0508	2.27×10^{-5}	53
	0	0.0508	2.24×10^{-5}	56
	0.0254	0.0508	3.77×10^{-5}	32
	0.0508	0.0508	5.1×10^{-5}	26
	0.1778	0.0508	1.22×10^{-4}	11
	0.3556	0.0508	2.20×10^{-4}	6
	0.1778	0.1016	1.34×10^{-4}	20
	0.3556	0.1016	2.31×10^{-4}	13

Finalmente, un rasgo interesante de la tabla III, es que los módulos de Young para hierro y titanio pueden calcularse a groso modo aplicando la ec. II.7. Por ejemplo, el módulo de Young para titanio se calcula:

$$\begin{aligned} E &= (0.178 \text{ m}) / (2 \times 10^{-6} \text{ m}^2 \times 0.97 \times 10^{-4} \text{ m/N}) \\ &= 9.2 \times 10^8 \text{ N/m}^2 \qquad = 13 \times 10^6 \text{ p.s.i.} \end{aligned}$$

Este resultado es consistente con el valor encontrado en manuales para el módulo de titanio, 16.8×10^6 p.s.i., con lo cual se confirma la validez de las rigideces enlistadas en la tabla III.

B) Temperatura y Velocidad.- Las tablas IV y V muestran la influencia de la temperatura y velocidad de cabezal sobre el número de caídas de carga durante la fluencia serrada. Cada hilera representa los resultados de una probeta simple con las condiciones especificadas. La tabla IV muestra que n disminuye con el incremento de temperatura y la tabla V, muestra que n se incrementa conforme se incrementa la velocidad de cabezal. La variación de n con la temperatura y la velocidad, puede relacionarse con la temperatura y la variación de la amplitud de caída de carga promedio, ΔL . Por ejemplo, en la tabla IV, ΔL aumenta para después disminuir conforme se incrementa la temperatura. Así también en la tabla V, ΔL disminuye conforme aumenta la velocidad.

La deformación Lüders asimismo exhibe una temperatura anómala y una variación en la velocidad durante la fluencia serrada. Por ejemplo, a velocidad constante, la deformación Lüders primero aumenta para luego disminuir al incrementarse la temperatura⁽²⁵⁾. Más aún, a temperatura constante, la deformación Lüders primero disminuye y posteriormente se incrementa con el aumento de la velocidad⁽²⁴⁾.

Al disminuir la deformación Lüders con el incremento en la velocidad de cabezal, el resultado es una disminución de n , pero la simultánea disminución de ΔL sobrepasa esta tendencia y el resultado es un incremento neto de n .

T A B L A I V (Ref. 92)

EFEECTO DE LA TEMPERATURA Y ΔL SOBRE EL NUMERO DE CAIDAS DE CARGA DURANTE LA FLUENCIA SERRADA

(Velocidad de cabezal = 8.3×10^{-7} m/s; Longitud entre marcas = 0.051m)

Temperatura (F)	Amplitud de caída de carga promedio ΔL (Kg)	Número de caídas de carga (n)	Rigidez elástica promedio (m/N)
388	0.35 \pm 0.04 ^{&}	67	2.24 $\times 10^{-5}$
	0.55	69	2.18
393	0.55	67	2.22
	0.81	56	2.25
403	0.82	58	2.21
	0.69 \pm 0.04	63	2.22
	0.73	58	2.16
	0.98	53	2.27
413	0.88 \pm 0.06	56	2.24
	0.98	54	2.09
423	1.02	52	2.32
	0.92	53	2.35
438	0.96 \pm 0.04	50	2.21
	0.99	48	2.20
453	0.96 \pm 0.07	51	2.15
473	0.81	47	2.31
483	0.61 \pm 0.09	45	2.49

& \pm 0.04 representa una desviación estándar (S.D.) del promedio ΔL .

T A B L A V (Ref. 92)

EFEECTO DE LA VELOCIDAD DE CABEZAL Y ΔL SOBRE EL NUMERO DE CAIDAS DE CARGA DURANTE LA FLUENCIA SERRADA.

(Longitud entre marcas = 0.051m)

Temperatura (K)	Velocidad de cabezal (m/s)	Amplitud de caída de carga prom. ΔL (Kg)	Número de caídas de carga (n)	Rigidez elástica Promedio (m/N)
	8.3×10^{-7}	0.92	53	2.35 $\times 10^{-5}$
438	3.3×10^{-6}	0.74 \pm 0.04 ^{&}	55	2.37
	8.3×10^{-6}	0.41	60	2.41
	3.3×10^{-6}	0.76	52	2.40
483	8.3×10^{-6}	0.64 \pm 0.04	57	2.28

& - 0.04 representa una desv. std., como se definió en la Tabla IV

II.3 Velocidad de Deformación Sensible al inicio de la Fluencia Serrada.

En investigaciones realizadas por van den Brink (26), acerca del efecto que tienen los cambios de velocidad de deformación sobre la tensión de flujo en aleaciones Au-Cu, conteniendo de 0.5 a 14% de Cu, se estableció una correlación entre la velocidad de de formación sensible a la tensión de flujo y la aparición de la -- fluencia serrada.

El modelo de envejecimiento por deformación dinámica de van den Beukel (27), es un buen punto para el inicio de este tema. Este modelo toma en cuenta el efecto de la concentración local de soluto en las dislocaciones móviles que actúan como obstáculos para la tensión de flujo. En la región de envejecimiento por deformación dinámica, la concentración de soluto en las dislocaciones sujetas se expresa por:

$$C = C_0 (1 + (K_1 D t_w)^{2/3}) \dots \dots \dots (II.8)$$

donde C_0 es la composición del soluto en la aleación, D es el coeficiente de difusión del soluto, t_w es el tiempo de espera y la -- constante $K_1 = (3 U_m / b^2 K T) \pi^{3/2}$, siendo U_m la energía de unión so luto-dislocación. Tomando en cuenta el efecto de incremento en la concentración de soluto en la ec. II.8, en las dislocaciones suje tas a la entalpía de activación para el movimiento de la disloca -- ción, van den Beukel (27), obtuvo una expresión para el cambio en -- la tensión de flujo que acompaña a un cambio en la velocidad de de formación, que puede expresarse como:

$$\frac{\Delta \sigma}{\Delta \ln \dot{\epsilon}} = \frac{K T}{V} \left[1 - K \left(\frac{\epsilon^{m+\beta}}{\epsilon} \right)^{2/3} \frac{1 - (\epsilon_1/\epsilon_2)^{2/3}}{\Delta \ln \dot{\epsilon}} \right] \dots \dots \dots (II.9)$$

donde $K = \frac{C_v \partial H / \partial C}{K T} (K_1 K b N L D_0 \exp(-Q_m / K T))$

V es el volumen de activación, N y β son constantes de la relación deformación - densidad de dislocación móvil $\rho = N \epsilon^\beta$, L es el espaciamiento efectivo de obstáculo, K y m son constantes en la rela -- ción de deformación - concentración de vacancias, $C_v = k \epsilon^m$, D_0 es el factor de frecuencia de difusión, Q_m es la energía de activa -- ción para la migración de soluto y el cambio en la velocidad de de formación es de $\dot{\epsilon}_1$ a $\dot{\epsilon}_2$.

En la ec. II.9, el primer término de la derecha nos dá la deformación sensible en ausencia de envejecimiento por deformación - dinámica. El segundo término viene del cambio en la composición del soluto en las dislocaciones ancladas, que acompaña al cambio en la velocidad de deformación.

Algunos estudios^(28,29) demostraron que el comportamiento de envejecimiento por deformación dinámica de acero de bajo carbón, - dando un tratamiento de presurización hidrostática a fin de remover el punto de fluencia inicial, es similar al observado en aleaciones sustitucionales, excepto que el coeficiente de difusión para los átomos de soluto intersticiales, es independiente de la deformación. El acero usado contenía 0.08% C.

En las figuras 4 y 5 se muestra el efecto de la velocidad de deformación y temperatura sobre la variación de $\Delta\sigma/\Delta\ln \dot{\epsilon}$ con la - velocidad. $\Delta\sigma/\Delta\ln \dot{\epsilon}$ disminuyó al aumentar la deformación.

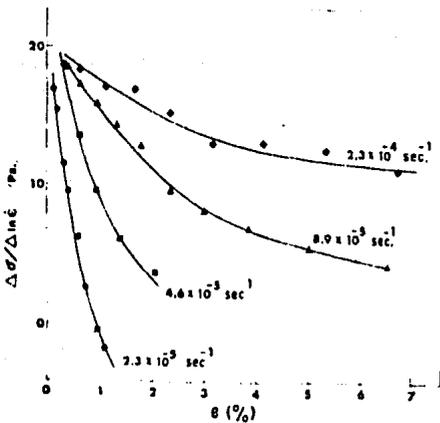


Fig. 4. Efecto de la velocidad de deformación base sobre la velocidad de deformación sensible con la tensión de fluencia ($\epsilon_2/\epsilon_1 = 10$, $T = 80^\circ\text{C}$).

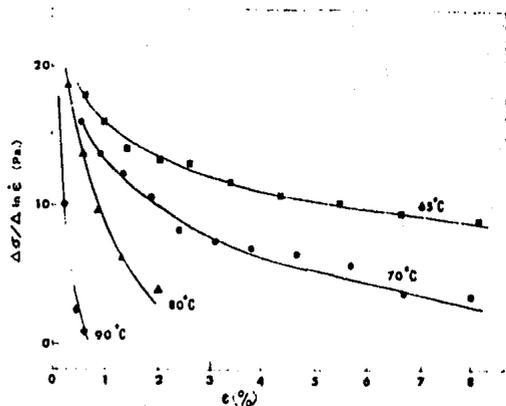


Fig. 5. Efecto de la temperatura sobre la velocidad de deformación sensible con la tensión de fluencia ($\epsilon_2/\epsilon_1 = 10$, $\epsilon_1 = 4.6 \text{ exp. } -5 \text{ s}^{-1}$).

Si se aplica la ec. II.9 para aleaciones intersticiales, (p. ej. $m = 0$), $\Delta\sigma/\Delta \ln \dot{\epsilon}$ sería proporcional a $(\epsilon^0/\dot{\epsilon})^{2/3}(1-\epsilon_0/\dot{\epsilon})^{1/3}/\Delta \ln \dot{\epsilon}$ para pruebas efectuadas a temperatura constante si el volumen de activación no varía significativamente con la deformación. En la figura 6 el valor de ϕ fué tomado como 0.62 y a una temperatura de 80 °C. El valor de V determinado de $\Delta\sigma/\Delta \ln \dot{\epsilon}$ a $\dot{\epsilon}=0$, $V = 1.73 \times 10^{-18} \text{ mm}^3$, está de acuerdo con el valor de $V = 1.77 \times 10^{-18} \text{ mm}^3$ determinado de la pendiente y del valor de la abscisa en donde $\Delta\sigma/\Delta \ln \dot{\epsilon} = 0$.

Para cambios pequeños en la velocidad de deformación, por ejemplo $\Delta\dot{\epsilon}/\dot{\epsilon} \ll 1$, la ec. II.9 se reduce a

$$\frac{d\sigma}{d \ln \dot{\epsilon}} = \frac{KT}{V} \left[1 - \frac{2}{3} K \left(\frac{\epsilon^0}{\dot{\epsilon}} \right)^{2/3} \right] \dots \dots \dots \text{(II.10)}$$

En la figura 7 se muestra el efecto de la velocidad de deformación sobre la deformación, ϵ_0 y ϵ_c , en donde $d\sigma/d \ln \dot{\epsilon} = 0$. Tanto ϵ_0 como ϵ_c exhiben la misma dependencia con la velocidad de deformación, sin embargo, la condición de $\Delta\sigma/\Delta \ln \dot{\epsilon} = 0$ se alcanza a una deformación menor que la del inicio de la fluencia serrada, $\epsilon_0/\epsilon_c \approx 0.25$. Esta correlación es acorde con lo que se encontró en aleaciones sustitucionales Au-Cu y confirma la observación de que $d\sigma/d\epsilon < 0$ es una condición necesaria pero no suficiente para el arranque de la fluencia serrada.

En aleaciones que presentan fluencia serrada, $\Delta\sigma/\Delta \ln \dot{\epsilon}$ disminuye al aumentar la deformación, llegando a ser negativa a deformaciones menores que la deformación crítica, ϵ_0 , al inicio de la fluencia serrada. En aleaciones que no exhiben fluencia serrada, $\Delta\sigma/\Delta \ln \dot{\epsilon}$ permanece positiva al aumentar la deformación.

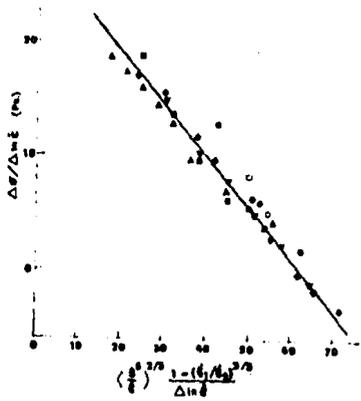


Fig. 6. Mediciones de $\Delta\sigma/\Delta \ln \dot{\epsilon}$ graficada de acuerdo a la ec. II.9

- ◆ $\dot{\epsilon}_1 = 2.3 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$, ▲ $\dot{\epsilon}_1 = 8.9 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$;
- $\dot{\epsilon}_1 = 9.2 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$, ■ $\dot{\epsilon}_1 = 4.6 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$; $\dot{\epsilon}_2/\dot{\epsilon}_1 = 10$;
- $\dot{\epsilon}_1 = 4.6 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$, $\dot{\epsilon}_2/\dot{\epsilon}_1 = 2$;
- ▼ $\dot{\epsilon}_1 = 4.6 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$, $\dot{\epsilon}_2/\dot{\epsilon}_1 = 5$.

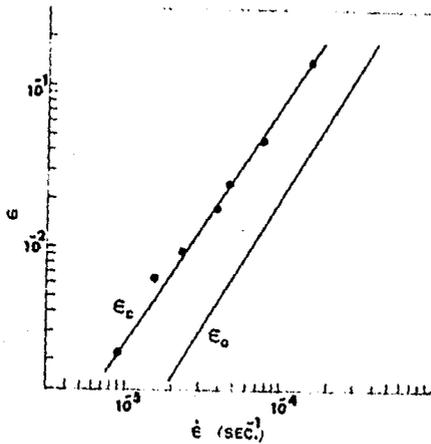


Fig. 7. Efecto de la velocidad de deformación sobre ϵ_c y ϵ_o .

II.4 Velocidad de Deformación Inversa Sensible

Como se ha mencionado, el efecto Portevin-Le Chatelier está caracterizado por la aparición de oscilaciones de la carga sobre la curva Tensión - Deformación. Una aproximación microscópica, asocia las fluctuaciones de carga con un evento físico en la red -- (usualmente una interacción soluto-dislocación). Un modelo reológico o aproximación macroscópica es el que busca determinar la interacción entre las características elásticas e inerciales de una máquina de prueba y un material que exhibe un efecto velocidad-deformación inversa. Este capítulo estudia dicho modelo reológico.

Manjoine⁽³⁰⁾ investigó el efecto de la velocidad de deformación sobre la deformación en acero dulce y notó que aparecían curvas serradas donde existía un efecto velocidad-deformación inversa.

Manjoine sugirió que cuando la curva característica tensión vs velocidad de deformación tiene una pendiente negativa, el material puede fluir más rápidamente a una tensión menor. Para mantener la velocidad promedio constante, la deformación debe ocurrir durante otra etapa del ciclo; ésto causa una elevación en la carga y posteriormente una caída de carga, repitiéndose así el ciclo. Lempriere⁽³¹⁾ toma este modelo y puntualiza que en un sistema mecánico, la presencia de un elemento con una relación velocidad-carga con pendiente negativa, causará autooscilación. Bodner⁽³²⁾ también ha enfatizado la aparente inestabilidad asociada con el efecto de velocidad.

En la figura 8 se representa la analogía mecánica para una máquina de prueba y espécimen. El resorte, con constante de resorte K , representa la rigidez total de espécimen, uniones, máquina y sistema de medición de carga. La amortiguación representa la velocidad de deformación sensible y tal vez las características del endurecimiento por trabajado; L es la longitud entre marcas; A es el área de la sección transversal y q es la deformación permanente del espécimen. La masa M representa la masa en el sistema sujeta a la aceleración durante la oscilación.

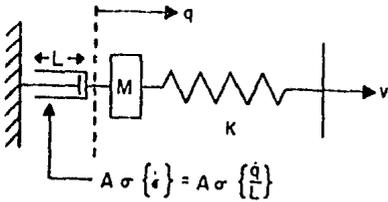


Fig. 8. Modelo reológico simulando un ensayo tensión-deformación a velocidad cte.

La figura 9 ilustra la curva Tensión vs velocidad de deformación. Estas curvas pueden obtenerse a varias temperaturas así como a varias velocidades de deformación. La escala A de velocidad de deformación corresponde a un régimen de temperatura menor que la escala B. Esto permite un análisis de la influencia de la velocidad de deformación dentro de un rango en el que existe efecto de velocidad negativa. El efecto de la velocidad de deformación inversa se reduce en la curva 2. Las flechas sobre la figura 9 indican las velocidades de deformación nominal investigadas en donde se esperaba fluencia serrada y están en el extremo inferior, en medio y en el extremo superior de la región con pendiente negativa.

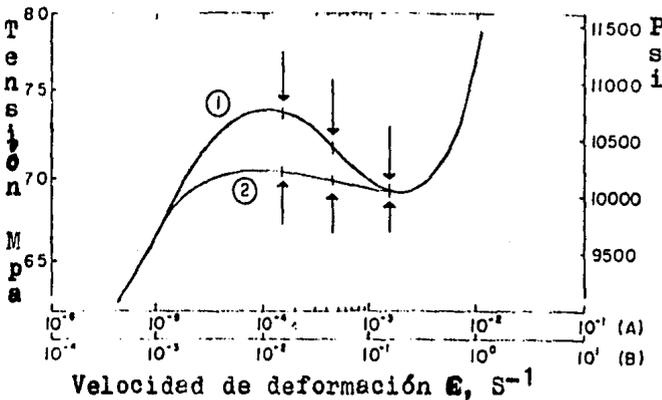


Fig. 9. Curva de tensión-deformación utilizando dos escalas de referencia.

En la figura 8, si el resorte se extiende a una velocidad v constante, la ecuación diferencial que describe el modelo es

$$K (vt - q) = M\ddot{q} + A\sigma\left\{\frac{\dot{q}}{L}\right\} \dots \dots \dots (II.11)$$

donde t es el tiempo de iniciación del ensayo, A es el área de la sección transversal de la pieza y $\sigma\{\dot{q}/L\}$ es la tensión de flujo como una función de la velocidad de deformación $\dot{\epsilon} = \dot{q}/L$. La primera y/o segunda diferenciación es con respecto al tiempo. En este punto el endurecimiento por trabajado se está despreciando. El primer término es la fuerza que se alcanza debido a la extensión del resorte, en donde vt es el desplazamiento total y q es la deformación permanente del espécimen. $M\ddot{q}$ es la fuerza inicial debido a la aceleración \ddot{q} que experimenta la masa. El último término es la fuerza con la cual el espécimen resiste la deformación permanente.

Para pequeñas M , la ec. II.11 representa una rigidez del sistema de segundo orden. Para una deformación a lo largo de la pendiente positiva de la figura 9, la ec. II.11 puede resolverse despreciando $M\ddot{q}$, ya que este término inercial solo es importante cuando la velocidad de deformación, $\dot{\epsilon}$, está sobre la pendiente negativa.

Rearreglando la ec. II.11, sumando y restando $\sigma\{v/L\}$, obtenemos

$$\frac{M}{A}\ddot{q} + \left(\sigma\left\{\frac{\dot{q}}{L}\right\} - \sigma\left\{\frac{v}{L}\right\}\right) + \frac{K}{A} \left(q + \frac{A}{K} \sigma\left\{\frac{v}{L}\right\}\right) = \frac{Kv}{A} \tau \dots \dots \dots (II.12)$$

$\sigma\{v/L\}$ es la tensión de flujo a la velocidad de deformación nominal $\dot{\epsilon}_0 = v/L$. Si $\dot{q} = v$ y $\ddot{q} = 0$, hay un desplazamiento "estático" q_s

$$q_s = v\tau - \frac{A}{K} \sigma\left\{\frac{v}{L}\right\} \dots \dots \dots (II.13)$$

La ec. II.13 representa un desplazamiento donde no hay oscilación y en donde la tensión es constante a igual a $\sigma\{v/L\}$. Esta solución es inestable cuando la pendiente de $\sigma\{q/L\} - \sigma\{v/L\}$ es negativa, Lamprriere la trata introduciendo

$$x = \frac{K}{A} (q - q_s) \dots \dots \dots (II.14)$$

Esta oscilación define aproximadamente el desplazamiento estático q_s ; (x tiene unidades de tensión). La diferenciación de la ec. --

II.14 y la sustitución de $x' = (1/w)\dot{x}$ y $x'' = (1/w^2)\ddot{x}$ donde $w = \sqrt{K/M}$, nos lleva a la expresión:

$$x'' + \left(\sigma \left\{ \frac{wAx'}{KL} + \frac{v}{L} \right\} - \sigma \left\{ \frac{v}{L} \right\} \right) + x = 0 \quad (II.15)$$

Esto introduce un tiempo dimensional $\tau = wt$, donde τ está en segundos. Usando $x'' = x' dx'/dx$, la ec. II.15 se convierte en:

$$\frac{dx'}{dx} = - \frac{(x + f\{x\})}{x'} \dots \dots \dots (II.16)$$

en donde

$$f\{x\} = \sigma \left\{ \frac{wAx'}{KL} + \frac{v}{L} \right\} - \sigma \left\{ \frac{v}{L} \right\} \dots \dots \dots (II.17)$$

La ec. II.16 es una relación entre x y x' la cual es resuelta normalmente por el método delta, una técnica gráfica. Las imprecisiones aquí involucradas, por el modo en que varía con x' (ó equivalentemente con $\dot{\epsilon}$), muestran que es necesario usar una técnica numérica como la desarrollada por Scharf⁽³³⁾. En este método, f puede ser una función de x y t así como también de x' . Por ahora, $f = f(x')$; subsecuentemente $f = f(x', t)$, se usará para incluir el endurecimiento por trabajado.

La función f contiene toda la información concerniente al problema; wA/KL se reduce a $A/\sqrt{KM}L$ cuando $w = \sqrt{K/M}$ se sustituye y describe la influencia de la rigidez de máquina, masa y geometría del espécimen. La función f es simplemente la relación tensión vs velocidad de deformación en la figura 9, donde el origen se traslada a la velocidad de deformación nominal $\dot{\epsilon}_0 = v/L$. El eje de velocidad de deformación está modificado para dar unidades consistentes con la tensión:

$$x' = K/wA (\dot{q} - v) \dots \dots \dots (II.18)$$

La ec. II.16 se resolvió numericamente por la técnica iterativa de Scharf⁽³³⁾. Los datos de la figura 9 se usaron para construir un arreglo de 20 puntos. Cuando (x') iba a evaluarse, se usó el valor corriente de x' para calcular $\dot{\epsilon}$ de acuerdo a:

$$\dot{\epsilon} = wAx'/KL + v/L \dots \dots \dots (II.19)$$

y se usó una interpolación lineal para calcular $\sigma\{\dot{\epsilon}\}$ y $\sigma\{\dot{\epsilon}_0\}$. Entonces $f(x') = \sigma\{\dot{\epsilon}\} - \sigma\{\dot{\epsilon}_0\}$.

La relación A/\sqrt{KM} L determina el diagrama de fase plano y $w = \sqrt{K/M}$ registra el tiempo.

Se consideraron valores de K entre 5×10^6 y 4×10^9 N/m. Se considera razonable un rango de 1 a 1000 Kg. para M. La figura 10 ilustra el comportamiento obtenido bajo este análisis.

Una pendiente negativa es el resultado de utilizar un valor elevado de A/\sqrt{KM} L (p. ej. 2.78×10^{-8} m²/Ns) y una baja velocidad de deformación. Este comportamiento está descrito por los puntos 1 - 5 en la figura 10 a. Entre los puntos 1 y 2, el espécimen experimenta una velocidad de deformación muy por debajo de la velocidad de deformación nominal, $\dot{\epsilon}_0$, aumentando la tensión - a causa de que el resorte de la figura 8 se está extendiendo a una velocidad casi igual a la de deformación, v. Cuando se alcanza el punto 2, la velocidad de deformación salta de manera casi discontinua al punto 3. Entre los puntos 3 y 4, la velocidad de deformación del espécimen, \dot{q} , excede a v y los elementos elásticos en el sistema se relajan. En el punto 4, la velocidad de deformación del espécimen cae en forma discontinua hasta el punto 5, en este punto la carga sufre un incremento y empieza un nuevo ciclo.

Para un valor pequeño de A/\sqrt{KM} L (p. ej. 2.78×10^{-9} m²/Ns) y un efecto de velocidad de deformación inversa a velocidades de deformación relativamente altas, el diagrama de fase plano consiste de una porción lineal, e - a y una porción circular, b-c-d en la figura 10 a.

Con este estudio se encontró que, en general, cuando el efecto de velocidad de deformación inversa ocurre a altas velocidades de deformación, los efectos inerciales llegan a ser más importantes. En particular, la magnitud de oscilación es insensible a la velocidad de deformación para el caso en donde el efecto de velocidad de deformación negativa existe entre aproximadamente 10^{-4} y 10^{-3} s⁻¹.

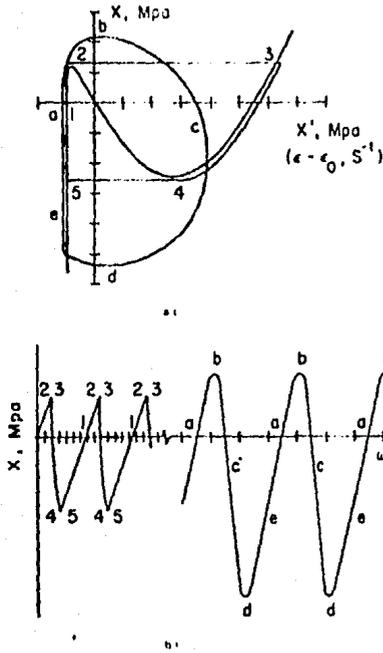


Fig. 10. Representación esquemática de los resultados obtenidos mostrando en (a) los diagramas de fase plana y en (b) las formas de la oscilación.

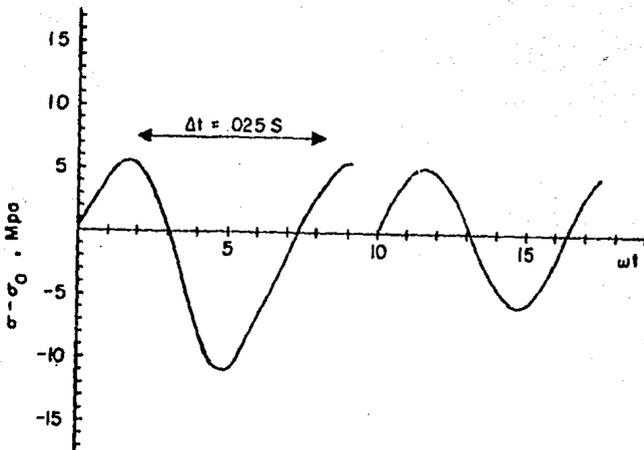


Fig. 11. Forma de la onda de oscilación para $E_0 = 4.67 \times 10^{-2} \text{ s}^{-1}$ y $A/KM L = 8.78 \times 10^{-9} \text{ m}^2/\text{Ns}$. Los datos de la izquierda son para la curva 1 y los de la derecha para la curva 2 de la Fig. 9.

La temperatura así como la velocidad de deformación influyen en el traccionado de los metales. Una disminución en la temperatura equivale a un incremento en la velocidad de deformación

Por lo tanto las serraciones observadas a temperaturas elevadas, se espera que sean grandes en magnitud y de mayor frecuencia (33).

El endurecimiento por trabajado se introdujo para examinar qué efecto puede tener sobre la fluencia serrada. Se encontró que éste causa que la curva tensión - velocidad de deformación se mueva uniformemente a lo largo del eje x. Esta dependencia de la deformación en la curva característica tiene un efecto amortiguador sobre la fluencia serrada. El efecto anterior es demostrado en la figura 12.

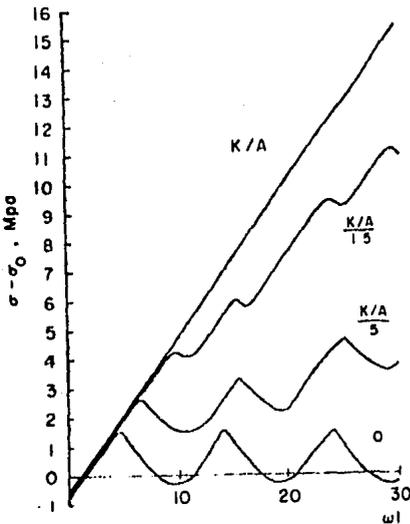


Fig. 12. Influencia del endurecimiento por deformación sobre la forma de onda de oscilación. La vel. de deformación nominal $\dot{\epsilon} = 1.5 \times 10^{-3}$ s⁻¹, $A/KM L = 2.78 \times 10^{-3}$ m/Ns para la curva 2 y escala A de la Fig. 9.

La curva denotada K/A en la figura 12 representa un incremento de la tensión con el tiempo en ausencia de deformación plástica.

Las curvas denotadas K/A/1.5; K/A/5 y cero respectivamente, representan velocidades de endurecimiento constante pequeñas. Por ejemplo, la curva denotada K/A/5 representa una velocidad de endurecimiento por deformación de E/10 a E/5 dependiendo de la geometría del espécimen y rigidez de máquina y masa. Este modelo predice en forma limitada el efecto del endurecimiento por deformación sobre la fluencia serrada en donde se requiere una elevada velocidad de endurecimiento para producir una significativa

amortiguación de la oscilación.

Dado que, en general, el intervalo de deformación en el cual ocurre una oscilación es sumamente pequeño (del orden de 0.1 % del total de la deformación), el endurecimiento por trabajado -- (bajo este análisis), se espera que tenga un mínimo efecto en la magnitud y frecuencia de las serraciones, excepto a muy grandes velocidades de endurecimiento ($> E/10$), o para efectos de velocidad inversa pequeña.

Dos rasgos de la deformación no incluidos en este análisis son, la deformación no uniforme del espécimen y la amortiguación de las vibraciones en la máquina misma.

Una velocidad de deformación baja y valores grandes de $A/\sqrt{KM} L$, provoca cambios casi discontinuos en la velocidad de deformación durante la fluencia serrada; según Penning ⁽³⁴⁾, la tendencia hacia cambios discontinuos en la velocidad puede promover la formación de bandas localizadas de deformación en el especimen. Por otro lado, a velocidades de deformación nominal altas y valores pequeños de $A/\sqrt{KM} L$, los cambios en la velocidad de deformación del espécimen son suaves lo cual posiblemente conduce a una menor tendencia hacia un flujo no uniforme.

II.5 Propagación de Bandas Lüders a Bajas Velocidades y a Velocidad Variable.

La mayoría de las investigaciones para la propagación de bandas Lüders están en un rango de velocidad de 10^{-2} a 10^2 mm/s, abajo de este rango se presentan problemas. Por ejemplo, a una velocidad de propagación de 10^{-2} mm/s, le toma a la banda aproximadamente tres horas para cubrir una longitud de 10 cm. en el especimen, además de que no se puede controlar en ese tiempo el ce ro del aparato ni las variaciones de la temperatura ambiente.

Para estudiar este punto Verel y Sleeswik ⁽³⁵⁾, estimaron que la velocidad de deformación localizada inmediatamente detrás del frente de banda Lüders, es igual ó menor al valor de $\approx 10^{-5} s^{-1}$ abajo del cual la fluencia serrada se encuentra a temperatura ambiente durante la deformación plástica homogénea. Otro objetivo es estudiar las manifestaciones de la fluencia serrada durante el desarrollo de las bandas Lüders.

Los materiales usados ⁽³⁵⁾ fueron "Ferrovac-E" y hierro dulce, laminados a lo largo de los ejes del espécimen, pulidos a es

pejo, recocidos a 840 °C y ensayados a una temperatura de 21 ± 0.4 °C, la rigidez del sistema de prueba fué de 1200 Kg f/mm y el rango de velocidad estuvo dentro de 1.67×10^{-4} y 1.67×10^{-1} mm/s.

Durante la relajación de tensiones, el frente de banda Lüders avanza aproximadamente 5 mm en 10 minutos en hierro Ferrrovac, lo cual permite el descenso de la velocidad de desplazamiento del frente, ésto se determina tomando fotografías a cortos intervalos.

En la región de velocidad de deformación y temperatura en la que aparecía el efecto Portevin-Le Chatelier (o fluencia serrada) se observó que las variaciones de carga, aparentemente estaban relacionadas con la velocidad de propagación del frente de banda Lüders. En acero dulce, el promedio entre las fluctuaciones de carga correspondió a una distancia entre las posiciones de bandas de aproximadamente 5 mm sobre el espécimen. En el Ferrrovac, esta distancia fué de menos de 1 mm.; en consecuencia, se eligió acero dulce para investigar este efecto.

La velocidad de desplazamiento, u , del frente se determinó en relación al intervalo de tiempo entre fotografías. En la figura 13, se ha graficado ΔP en vez de $\Delta \sigma$ como una función de u ya que, $\Delta \sigma$ no es homogénea a lo largo del espécimen durante la propagación de la banda Lüders.

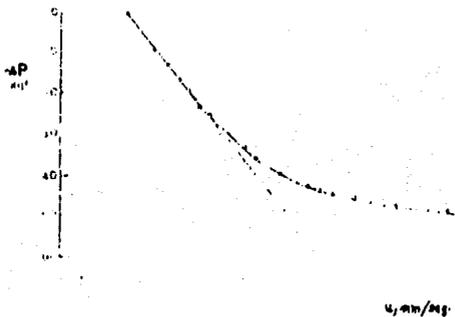


Fig. 13. Gráfica de la caída de carga P vs. velocidad del frente u sobre una escala logarítmica durante la relajación de tensiones de hierro Ferrrovac -E, a temperatura ambiente.

La velocidad relativa V , de las cabezas del especimen, se obtuvo de la velocidad nominal V_0 de la máquina de prueba y de la carga P registrada como una función del tiempo t , usando el modelo mecánico simple⁽³⁶⁾ de máquina y especimen, como se muestra en la figura 14.

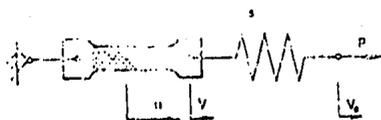


Fig. 14. Representación esquemática de un ensayo de tracción -- que contiene una banda Lüders. s es la rigidez total de máquina y especimen, u es la velocidad -- del frente de banda Lüders.

La rigidez s del resorte acoplado en serie con el especimen, representa la rigidez elástica total de las partes mecánicas del aparato que soportan la carga, incluyendo al especimen. Este modelo conduce a la siguiente expresión:

$$\frac{dP}{dt} = -s(V - V_0). \dots \dots \dots (II.20)$$

El valor inicial de V durante una prueba de relajación de tensiones, se obtiene de la curva $P - t$ del ensayo de tracción cuando el mecanismo manejado es interrumpido. Los valores subsecuentes de V se obtuvieron aplicando la ec. II.20 a la curva de relajación con $V_0=0$.

De los valores de u y de V determinada como se mencionó, el valor de la deformación Lüders, ϵ_L , puede calcularse usando la ecuación de Hart⁽³⁷⁾:

$$V = u \cdot \epsilon_L \dots \dots \dots (II.21)$$

En principio, el microcorrimiento en la banda Lüders contribuye al valor de V ; en valores de ϵ_L calculados con la ec. II.21 en donde u y V dependen de la posición del frente de banda Lüders primaria, no se detecta ninguna variación. Prewo⁽³⁸⁾ en sus experimentos tampoco encuentra variación alguna; por lo tanto podemos decir que la contribución del microcorrimiento es despreciable.

En la curva $\ln u - \ln V$, se encuentra un cambio súbito en

la pendiente de la curva a $u = 10^{-2}$ mm/s. Este valor crítico comúnmente es referido como u_c (velocidad crítica).

Debe enfatizarse que para valores de $V = 10^{-3}$ a 10^{-4} mm/s, el efecto Portevin - Le Chatelier empieza a manifestarse durante los ensayos con velocidad de cabezal constante por variaciones irregulares en la carga, en la que la amplitud de las serraciones se incrementa progresivamente a velocidades menores. Este fenómeno no se observó durante las pruebas de relajación de tensiones, lo cual puede tomarse como una indicación de que la relación funcional que aparentemente existe entre u , E_p y ΔP , solamente es verdadera en ausencia del efecto Portevin - Le Chatelier (P - L).

En la figura 15 se muestran los resultados de un ensayo en la región P - L a una velocidad de cabezal nominal $V_0 = 3.33 \times 10^{-4}$ mm/s sobre un espécimen de acero dulce. En esta puede observarse que no tan solo P sino también el frente de velocidad ($u = dx/dt$) fluctúa. La velocidad promedio $u = 1.53 \times 10^{-2}$ mm/s está representada por la pendiente de la línea trazada en el diagrama superior. En la misma figura se trata de correlacionar los datos en los dos diagramas de varias maneras.

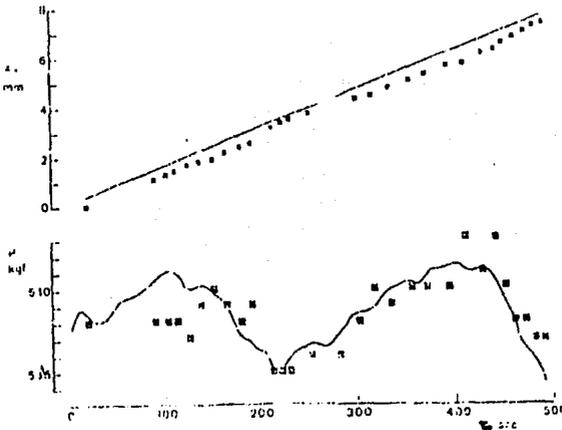


Fig. 15. La curva inferior del diagrama se registró durante la propagación de una banda Lüders a temperatura ambiente. Los cuadros en el diagrama superior representan las posiciones del frente de banda registradas fotográficamente.

La mejor correlación se encontró que estaba entre la desviación del valor de x a un tiempo dado t de $u \cdot t$ y la desviación negativa de P frente a un valor constante, o sea:

$$P - P_0 = C(\bar{u} \cdot t - x) \dots \dots \dots (II.22)$$

donde P_0 y C son constantes. Esta ecuación implica una relación entre P y u dada por los valores de P_0 y \bar{u} . Para verificar esta correlación, valores de $C(\bar{u} \cdot t - x)$ están representados por los cuadros del diagrama inferior en la figura 15. Para valores de $C = 1.2 \text{ Kg f/mm}$ y $P_0 = 533 \text{ Kg f}$, la correlación resulta razonable. Este resultado se puede interpretar en base a las ecuaciones II.20 y II.21. Si diferenciamos ambas ecuaciones respecto a \dot{P} y las combinamos resulta:

$$\frac{d\dot{P}}{du} = -s \left(\frac{d\epsilon_L}{d \ln u} + \epsilon_L \right) \dots \dots \dots (II.23)$$

Por otro lado si la ec. II.22 se diferencia sucesivamente con respecto a t y a u se obtiene:

$$\frac{d\dot{P}}{du} = -C \dots \dots \dots (II.22a)$$

De las ecs. II.22a y II.23 se obtiene:

$$C = s \left(\frac{d\epsilon_L}{d \ln u} + \epsilon_L \right)_{Av.} \dots \dots \dots (II.24)$$

en donde el valor del término entre paréntesis es un promedio durante las fluctuaciones. Como C y s se conocen de la ec. II.24, se encuentra que $(d\epsilon_L/d \ln u)_{Av.} + \bar{\epsilon}_L = 1.0 \times 10^2$. La deformación Lüders promedio $\bar{\epsilon}_L$ durante las fluctuaciones, se puede calcular del frente de velocidad promedio \bar{u} y el valor promedio de V , el cual es V_0 , con lo que resulta $\bar{\epsilon}_L = 2.13 \times 10^{-2}$. Durante las fluctuaciones $(d\epsilon_L/d \ln u)_{Av.} = -1.13 \times 10^{-2}$. El signo negativo indica que durante las fluctuaciones ϵ_L disminuye al aumentar u .

La dificultad principal para la interpretación de experimentos de plasticidad en términos de movimiento de dislocaciones es que el producto $\dot{\epsilon} m \cdot v$, en la fórmula de Orowan (39);

$$\dot{\epsilon} = \rho b \dot{m} v \dots \dots \dots (II.25)$$

- donde $\dot{\epsilon}$ = Grado de esfuerzo
 b = Vector de Burger
 ρ_m = Densidad de dislocaciones móviles
 v = Velocidad de las dislocaciones

no pueden separarse como términos independientes. Sin embargo u na relación entre u y $\dot{\epsilon}$ puede establecerse utilizando el modelo de una banda Lüders en movimiento, lo cual se muestra en la figura 16. En este modelo se supone que las dislocaciones móviles son generadas únicamente en la interfase de la banda Lüders y en la región elástica. Estas dislocaciones viajan supuestamente una ruta libre limitada L , despues de lo cual son inmovilizadas ó sufren una reducción en su velocidad hasta un valor despreciable.

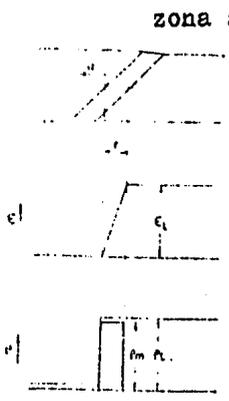


Fig.16. Modelo de zona activa para una banda Lüders. La banda se mueve de derecha a izquierda con una velocidad u . La zona activa r es la parte del espécimen en la que las dislocaciones son móviles.

En la figura 16, la deformación plástica está concentrada en una "zona activa" detrás de la interfase en movimiento. El tiempo t_m en que las dislocaciones son móviles está relacionado con varias cantidades micro y macroscópicas según:

$$t_m = \frac{L}{v} = \frac{\gamma}{\dot{\epsilon}} = \frac{\epsilon_s L}{\dot{\epsilon}} \dots \dots \dots (II.26)$$

La velocidad de deformación en la zona activa está dada por :

$$\dot{\epsilon} = \frac{v}{\gamma} \dots \dots \dots (II.27)$$

Se distinguen dos clases de mecanismos en la zona activa; - mecanismo $L(\rho_m)$ y mecanismo $L(c)$.

El mecanismo $L(\rho_m)$ se encontrará cuando los obstáculos en -- donde las dislocaciones son detenidas, son generadas por las mismas dislocaciones móviles. Un ejemplo simple ocurre cuando las -- dislocaciones sobre planos deslizantes se intersectan, bloqueando sus trayectorias. Esto conduce a:

$$L = C_d \rho_m^{-1/2} \dots \dots \dots (II.28)$$

donde C_d es el número de intersecciones que una dislocación toca antes de ser detenida.

Combinando la ec. II.28 con las ecs. II.25 y II.26 se tiene:

$$\rho_m = \frac{4}{C_d} \left(\frac{E_L}{b} \right)^2 \dots \dots \dots (II.29)$$

Diferenciando esta ec. respecto a P, se obtiene:

$$\frac{d \ln \rho_m}{d \ln P} = 2 \frac{d \ln E_L}{d \ln P} \dots \dots \dots (II.29a)$$

Existen discrepancias en los resultados de la ec. II.29a para las densidades de dislocación en diferentes regiones deformadas. Esta aparente discrepancia se debe totalmente a la diferencia en el valor de ρ_m si el efecto P - L arranca con un valor crítico de v.

$L(\rho_m)$ puede usarse como un modelo para describir la ruta libre de la dislocación si $u > 10^{-2}$ mm/s. Para $u < 10^{-2}$ mm/s, el hecho de que E_L no varíe con respecto a P implica que $\rho_m = cte$.

El mecanismo $L(o)$, es aquel que no depende de la densidad de dislocación móvil. En este caso los valores de dislocación móvil que se obtienen con el modelo $L(\rho_m)$ no concuerdan con los de $L(o)$ por lo que se concluye que $L(\rho_m)$ es el más apto para experimentar

Se ha observado que las fluctuaciones en la velocidad como una manifestación del efecto P - L, sólo ocurre para $u > u_c$. El cambio súbito en $d \ln u / d \ln V$ a u_c , parece indicar que u_c separa regiones en donde los diferentes procesos de dislocación determinan la velocidad.

La convexidad de la porción inicial de la curva en la figura 17, da cierta información sobre la amplitud de la región en la -- cual nuevas dislocaciones son generadas en la zona activa. Si -- llamamos y a la distancia tras el frente Lüders, resulta la igualdad: $u = \dot{y}$ ó:

$$\dot{\epsilon} = u \frac{d\epsilon}{dy} \dots \dots \dots (II.30)$$

expresión dada por Hart⁽³⁷⁾ para la propagación de bandas Lüders a velocidad constante. Diferenciando las ecuaciones II.25 y -- II.30 y combinándolas tenemos :

$$\dot{\rho}_m \cdot v + \rho_m \cdot \dot{v} = \frac{2u^2}{b} \cdot \frac{d^2\epsilon}{dy^2} \dots \dots \dots (II.31)$$

Suponiendo que $\dot{v} \approx 0$ para la porción inicial de la curva, se puede decir que la producción de dislocaciones está efectivamente confinada a una zona de aproximadamente 1 mm detrás del frente Lüders, que representa casi el 20 % del ancho de la zona activa.

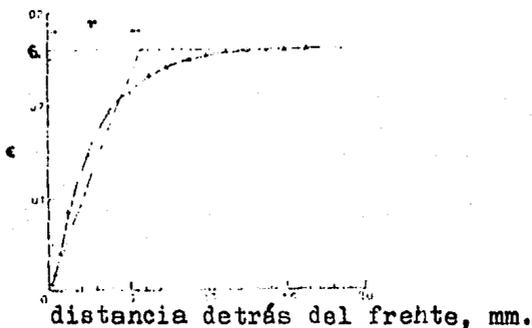


Fig. 17. La deformación plástica como una función de la distancia detrás del frente Lüders medidas a partir de micrograffias de interferencia Tolansky desde la superficie del espécimen.

El hecho de que las bandas Lüders sean observadas a velocidades $u > u_c$, se explica por la presencia de átomos intersticiales en la red cristalina, lo cual es un factor indispensable para producir dislocaciones localizadas. La ausencia del tiempo como un parámetro en la dinámica de las bandas Lüders, indica que la difusión no juega aquí ningún papel.

II.6 La Tensión como una Función de la Velocidad de Deformación.

Para estudiar esta correlación, Persson y Rohlin⁽⁴⁰⁾ utilizaron dos tipos de acero, acero 1 (AISI 304) y acero 2 (AISI 316).

La tensión se midió a un 2 y 10 % de elongación y se encontró que casi era independiente de la velocidad de deformación, para el intervalo en el que aparecieron las serraciones. Ver figura 18.

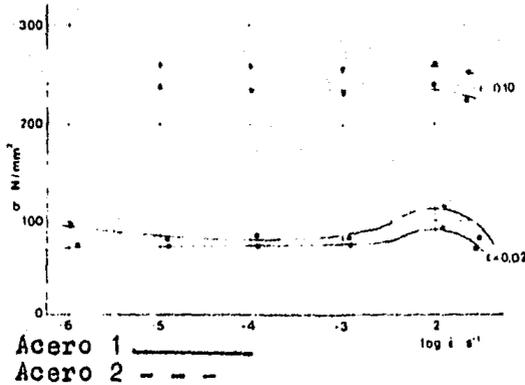


Fig. 18. La tensión a una deformación de 0.02 y 0.10 como una función de la velocidad de deformación para los aceros 1 y 2, medida a 550 °C.

A velocidades de deformación menor, los datos obtenidos presentan una pendiente ligeramente negativa en las curvas. En otras pruebas se hicieron cambios súbitos en la velocidad de deformación y se obtuvo una fluencia serrada bastante pronunciada según se muestra en la figura 19, sin embargo, no es posible evaluar cuantitativamente este efecto debido a lo elevado de las serraciones. Esto es una confirmación de que una velocidad de deformación negativa promueve la inestabilidad plástica y por lo tanto fomenta el desarrollo de la fluencia serrada.

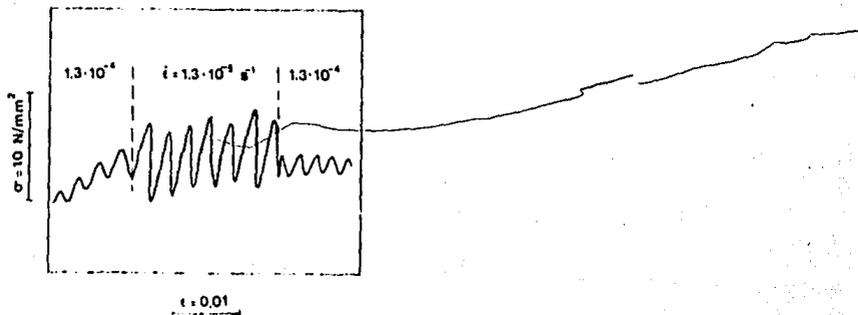


Fig. 19. Efecto de los cambios súbitos en la velocidad de deformación sobre la tensión a 550 °C.

II.7 Deformación Crítica.

Uno de los rasgos característicos de las serraciones es la deformación crítica, mediante la cual aparecen ó desaparecen dichas serraciones.

Utilizando una serie de relaciones matemáticas se puede llegar a una expresión cuantitativa para evaluar la deformación crítica⁽⁴⁰⁾. Si se usa la relación entre la velocidad de deformación, $\dot{\epsilon}$, velocidad de dislocación media, v y densidad de dislocación móvil, ρ_m , dada por:

$$\dot{\epsilon} = b \rho_m v \dots \dots \dots (II.32)$$

(b es el vector Burgers), podemos sustituir v por su equivalente expresado como:

$$v = \frac{4D}{R} \dots \dots \dots (II.33)$$

en donde D es la difusividad y R es el radio efectivo de la atmósfera de soluto. Sustituyendo II.33 en II.32 se obtiene una expresión para la velocidad de deformación crítica y es:

$$\dot{\epsilon} = \frac{4b \rho_m D}{R} \dots \dots \dots (II.34)$$

tanto ρ_m como D varían con la deformación. Para la variación de ρ_m , se ha sugerido la siguiente relación⁽⁴¹⁾:

$$\rho_m \approx \epsilon_c^Q \dots \dots \dots (II.35)$$

en donde Q es una constante y ϵ_c es la deformación crítica en donde las primeras serraciones aparecen (ó desaparecen).

Para elementos sustitucionales, la difusividad depende de la concentración de vacancias, C_v , la cual a su vez es una función de la temperatura y de la deformación. Según Cottrell, D y C_v se relacionan por la siguiente expresión:

$$D \approx C_v \exp(-Q/RT) \dots \dots \dots (II.36)$$

R es una constante y Q es la energía de activación para el intercambio de vacancias y átomos de soluto.

Además, la concentración de vacancias creada por las dislocaciones móviles, se incrementa con la deformación de acuerdo -- con Seitz⁽⁴²⁾;

$$C_v \approx \epsilon_c^m \dots \dots \dots (II.37)$$

donde m es una constante. Si se combinan las ecuaciones II.34 - 37, se obtiene:

$$\dot{\epsilon} = \epsilon_c^{m+p} \exp(-Q/RT) \quad (II.38)$$

La deformación crítica, ϵ_c , puede interpretarse ahora como la deformación que se requiere para crear una concentración de vacancias y una densidad de dislocación adecuadas, las cuales -- tendrán una fuerte interacción.

Para los aceros 1 y 2, mencionados en el subcapítulo II.6, se estimaron sus deformaciones críticas mediante la gráfica de ϵ_c como una función de la temperatura y de la velocidad de deformación, mostrada en la figura 20, para calcular la energía de activación, Q, para el proceso físico que rige las serraciones.

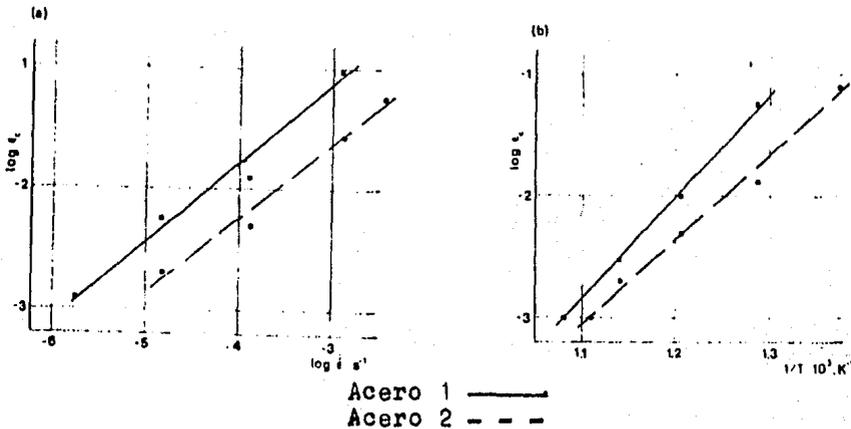


Fig. 20. La deformación crítica inicial ϵ_c como una función de (a) velocidad de deformación y (b) temperatura, para los aceros 1 y 2.

Se encontró que las energías de activación obtenidas por esta técnica, son de 55 ± 5 Kcal/mol para el acero 1 y 50 ± 5 Kcal/mol para el acero 2. El valor $(m+p)$ osciló entre 1.5 ± 0.1 .

III.- FACTORES INTRINSECOS QUE AFECTAN LA FLUENCIA SERRADA.

III.1 Envejecimiento por Deformación Dinámica.

El envejecimiento por deformación dinámica es la causa más probable para que aparezcan las serraciones.

Los modelos teóricos de este fenómeno, presentan una explicación en términos de la interacción entre las dislocaciones móviles y los átomos de soluto. Cottrell⁽⁴³⁾, propuso el primer modelo en el cual supone que la fluencia serrada empieza cuando la velocidad de las dislocaciones iguala la velocidad desarrollada por los átomos de soluto. Sin embargo Mc Cormick⁽⁴⁴⁾, demostró que el valor de la constante empleada en la fórmula de Cottrell difería experimentalmente hasta por cuatro órdenes de magnitud.

Sleswijk⁽⁴⁵⁾ propuso el siguiente modelo: Durante la deformación, una dislocación móvil gasta la mayor parte del tiempo intentando cruzar obstáculos (átomos de soluto y/o grupos de dislocaciones). Una vez que el obstáculo es superado, la dislocación brinca a una velocidad elevada hacia el obstáculo siguiente. La interacción entre las dislocaciones móviles y los átomos de soluto en difusión principalmente, ocurre durante el tiempo en que la dislocación está estancada enfrente de los obstáculos. Si el coeficiente de difusión es lo suficientemente elevado para saturar la dislocación con una nube de impurezas durante el tiempo de espera, en ese momento se iniciará la fluencia serrada. Un modelo propuesto por Van den Beukel⁽²⁷⁾, adopta el mismo panorama de la interacción soluto-dislocación, sólo que el criterio para el inicio de la fluencia serrada está dado por la velocidad de deformación sensible, $\dot{\epsilon} = \frac{\partial \dot{\epsilon}}{\partial \ln \epsilon}$, en el punto en el que esta relación se hace negativa.

Los modelos anteriormente mencionados difieren del de Cottrell en el valor encontrado para la constante K_1 en la siguiente relación:

$$\int_m^c C_v^c = K_1 \dot{\epsilon} \exp(E_m/KT) \dots \dots \dots (III.1)$$

en donde \int_m = densidad de dislocaciones móviles
 $\dot{\epsilon}$ = velocidad de deformación

E_m = Energía de migración de vacancias

El superíndice c se refiere a la deformación crítica.

La ec. II.1, puede verificarse experimentalmente tomando en cuenta que $\dot{\epsilon}_m$ y C_v son funciones de la deformación y su relación es:

$$\dot{\epsilon}_m = A\dot{\epsilon}^c \dots \dots \dots (III.2)$$

y

$$C_v = B\dot{\epsilon}^m \dots \dots \dots (III.3)$$

fundiendo las ecuaciones III.1-3, se obtiene:

$$E_c^{m+\beta} = K_2 \dot{\epsilon} \exp(E_m/kT) \dots \dots \dots (III.4)$$

donde $K_2 = K_1/AB$.

Esta última relación es similar a la sugerida por Cottrell en la ec. III.1, sólo que ahora contiene algunas correcciones con las cuales se apega a los resultados experimentales.

En el caso de aleaciones intersticiales, las ecs. III.1 y III.4, están representadas por:

$$\dot{\epsilon}_m^c = K_1 \dot{\epsilon} \exp(E_m'/kT) \dots \dots \dots (III.1a)$$

$$E_c^{\beta} = K_2 \dot{\epsilon} \exp(E_m'/kT) \dots \dots \dots (III.4a)$$

donde E_m' es la energía de migración para el soluto intersticial.

Para confirmar la teoría explicativa de este fenómeno, se hicieron varios experimentos y los resultados más importantes a los que se llegó son:

i) Con deformación a temperatura constante, E_c se incrementa con el incremento de $\dot{\epsilon}$. Una gráfica de $\log \dot{\epsilon}$ vs $\log E_c$, da una línea recta con pendiente $m+\beta$, figura 1. Para aleaciones sustitucionales se encontraron valores de $m+\beta$ entre 2 y 3, mientras que para aleaciones intersticiales el valor de $m+\beta$ está entre -- 0.5 y 1.

ii) Solar-Gómez y McTegar⁽⁴⁶⁾ y Wijler⁽⁴⁷⁾, estudiaron la -- fluencia serrada en muestras templadas desde una alta temperatura antes de ser sometidas a la deformación. En estos experimentos, la deformación crítica se ve disminuida debido al exceso de vacancias preservadas por el temple. Más aún, Wijler ha demos-

trado que en el punto en el cual la concentración de vacancias - producidas por temple es mucho mayor que la concentración de vacancias producidas por deformación, el exponente $m+\theta$ en la ecuación III.4, se reduce únicamente a θ .

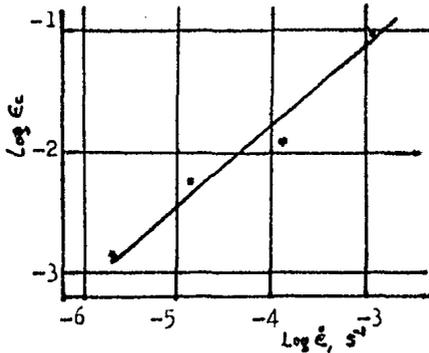


Fig. 1. Gráfica del $\log \epsilon_c$ contra el $\log \dot{\epsilon}$, da una relación lineal.

Todas las evidencias experimentales, indican que la difusión de átomos de soluto hacia las dislocaciones móviles durante el tiempo de espera, es el factor dominante que determina el efecto de envejecimiento por deformación dinámica a la velocidad de deformación sensible.

III.2 Efecto del Tamaño de Grano.

En experimentos realizados por Barker y Mc Cormick⁽²⁸⁾, se encontró que el inicio de la fluencia serrada en un acero de bajo carbono, al cual se le dió un tratamiento de presurización hidrostática para remover el punto de fluencia inicial, es similar al observado en aleaciones sustitucionales.

Como ya se mencionó, la fluencia serrada empieza cuando el tiempo de espera de las dislocaciones móviles para penetrar los obstáculos, t_w , es igual al tiempo requerido para el envejecimiento por deformación, t_a ; la deformación crítica según Barker y Mc Cormick es:

$$\epsilon_c^{\theta} = \frac{\dot{\epsilon} t_a}{bAL} \dots \dots \dots (III.5)$$

A y B son constantes de la relación $\rho_m = Ae^{\beta}$ y L es el espacio -
 miento efectivo entre obstáculos. Usando el modelo Cottrell-Bil-
 by⁽¹²⁾, t_a está dado por:

$$\tau_a \approx \left(\frac{C_1 - C_0}{\alpha C_0} \right)^{3/2} \frac{KTb^2}{DU_m} \dots \dots \dots (III.6)$$

en donde C_1 es la concentración de soluto en las dislocaciones -
 necesaria para iniciar la fluencia serrada, C_0 es la concentra -
 ción de soluto original en la aleación, $\alpha \approx 3$, D es el coeficien -
 te de difusión del soluto y U_m es la energía de unión soluto-dis -
 locación.

En aleaciones intersticiales, t_a es independiente de la de -
 formación y las curvas de $\log \dot{\epsilon}$ vs $\log \epsilon_c$ dan valores de $\beta = 0.63$
 en aleaciones Ni-C⁽⁴⁸⁾ y $\beta = 0.72$ en acero de bajo carbono presurí -
 zado⁽²⁸⁾. (Esto está en total acuerdo con lo enunciado en III.1
 inciso i).

Un incremento en el tamaño de grano provoca un incremento -
 en ϵ_c a velocidad de deformación constante.

El valor de t_a a 98°C es de 37.6 s y de las mediciones de -
 ϵ_c se determinó AL para cuatro tamaños de grano; para observar -
 el efecto del tamaño de grano sobre β y AL. Los resultados se -
 muestran en la siguiente tabla:

d (mm)	AL x 10 ⁻⁶ cm ⁻¹	β
0.023	4.20 - 0.33	0.617 - 0.015
0.045	4.23 - 0.29	0.764 - 0.013
0.062	4.33 - 0.29	0.787 - 0.010
0.103	4.65 - 0.30	0.821 - 0.014

La tabla anterior nos muestra que β es directamente propor -
 cional al tamaño de grano, d, al aumentar éste, aumenta β . La -
 insensibilidad de AL con el tamaño de grano parece ser el resul -
 tado de la dependencia del tamaño de grano de A y L por separado.
 En hierro y otros metales, la densidad de dislocación total, ρ_T ,
 con frecuencia se encuentre que es dependiente del tamaño de gra -
 no de acuerdo con la relación $\rho_T \propto 1/d$ ⁽⁴⁹⁾. Suponiendo que la -
 densidad de dislocación móvil está relacionada a ρ_T , una depen -
 dencia de β y A con el tamaño de grano es de esperarse. Debido
 a que $L \propto d$, según lo sugiere la dependencia de la longitud de --

deslizamiento con el tamaño de grano⁽⁵⁰⁾, el resultado es que A y L cancelan esa dependencia al juntarlas en una sola expresión y de allí la independencia con el tamaño de grano.

Un experimento realizado por Fujita y Miyazaki⁽⁵¹⁾, en donde se observa una interesante relación entre el espesor del espécimen de prueba y el tamaño de grano se presenta a continuación.

La tensión de flujo en policristales decrece marcadamente con la disminución del espesor del espécimen cuando el número de granos involucrados, a lo largo de la dirección del espesor, llega a ser menor que el valor crítico⁽⁵²⁾.

En un experimento realizado por Petch⁽⁵³⁾, se aplicó un nuevo método para medir exactamente la tensión de fluencia superior utilizando policristales con tamaño de grano considerablemente grande. Sin embargo, las bandas Lüders no se formaron, lo cual indica que éstas son sensibles tanto al tamaño de grano como al espesor del espécimen.

En vista de los resultados obtenidos por Petch, el experimento realizado por Fujita y Miyazaki se efectuó utilizando especímenes de forma específica, de manera que la deformación siempre inicia en la región central del espécimen con una tensión constante. El material usado fué hierro policristalino y la deformación Lüders se trató como una función del tamaño de grano, espesor del espécimen, velocidad de deformación y temperatura de prueba.

Los especímenes primero fueron lentamente laminados en dirección transversal a temperatura ambiente y posteriormente se les sometió a un recocido para evitar la textura del laminado. El espesor de las placas fué de 1 mm y el tamaño de grano se mantuvo entre 17.6 y 313 μ m. La figura 2 muestra los dos tipos de probeta empleados en el experimento.

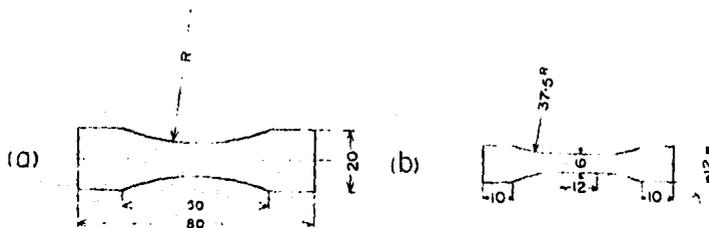


Fig. 2. Especímenes empleados, ambos presentan una tensión de fluencia superior constante.

Una relación usada, muy útil, para que la deformación se inicie en el centro del espécimen es la siguiente:

$$K = \alpha(A_{\text{máx.}}/A_{\text{mín.}})$$

en donde α es el factor de concentración de tensiones y $A_{\text{máx.}}$ y $A_{\text{mín.}}$ son las secciones transversales máxima y mínima del espécimen respectivamente. El valor apropiado de K se determinó variando los radios de curvatura con referencia al centro de la probeta. En las probetas del tipo A se observó que σ_u (tensión de fluencia superior), se mantenía más ó menos constante cuando K era de casi 1.6 y la deformación siempre se iniciaba en la parte central del espécimen; por otro lado, el valor de σ_u varía cuando K es menor de 1.5 y la deformación se inicia de preferencia en la muesca del espécimen. Para las probetas del tipo B, el valor de K se fijó en 2.17. Estas últimas fueron las utilizadas para estudiar la deformación Lüders. En la figura 3 se muestra el efecto de t/d , en donde d es el tamaño de grano y t es el espesor del espécimen, sobre σ_u y σ_l (tensión de fluencia inferior).

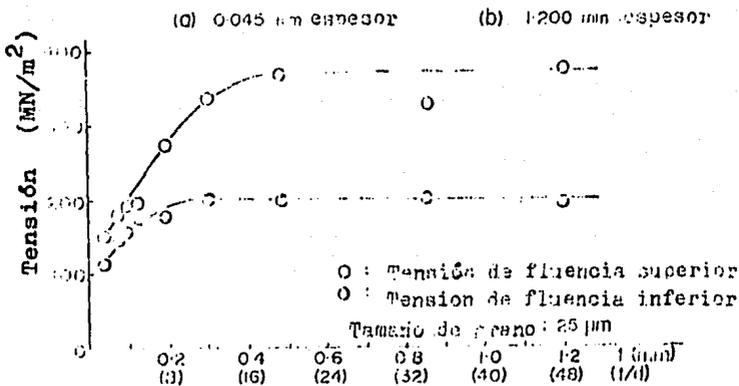


Fig. 3. Efecto del espesor sobre las tensiones superior e inferior en especímenes con tamaño de grano de 25 μm.

En la figura anterior se nota como σ_u y σ_l decrecen bruscamente cuando el valor de la relación t/d es menor que 20 y 10 respectivamente. Las microfografías mostradas en la parte superior de la figura 3, muestran las regiones deformadas de los especímenes a un valor de t/d de 48 y 1.8 respectivamente. La microfografía a -- muestra que cuando el valor de la relación t/d es pequeño, la de formación se efectúa en una amplia zona al azar, por lo tanto la estructura en banda no se forma; mientras que en la microfografía b, el valor de t/d es grande y la deformación se efectúa en una estrecha región de bandas, clásicas de la deformación Lüders.

Otro ejemplo en el que se muestra el efecto de t/d sobre la deformación se observa en la figura 4.

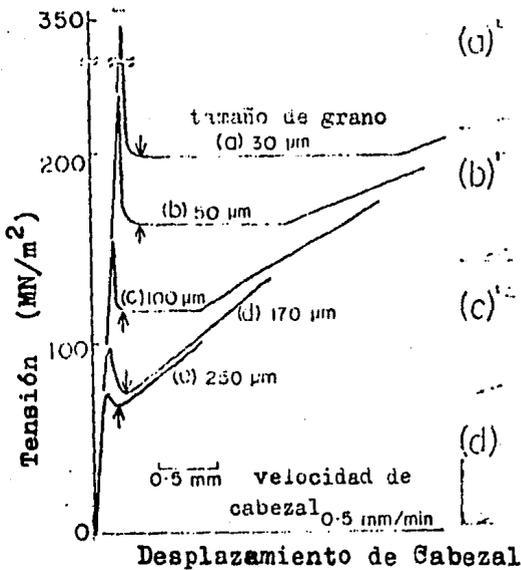


Fig. 4. Efecto del tamaño de grano sobre las curvas tensión-deformación y las correspondientes regiones deformadas causadas por la caída de fluencia.

En este experimento se mantuvo constante el espesor de las probetas en un milímetro y se fué variando el tamaño de grano. Las microfografías correspondientes fueron tomadas precisamente -- despues de rebasarse el punto de fluencia superior, lo cual está indicado por las flechas en cada caso. Se observa que el valor crítico de t/d , disminuye con el aumento del grano, por ejemplo -- es de casi 20 para un tamaño de grano de 30 µm y aproximadamente 5 para un tamaño de grano de 250 µm. Se puede observar que, excluyendo el valor crítico t/d , el efecto es muy similar al caso

en donde se iban variando los espesores de las probetas.

La dependencia de σ_1 con la velocidad de deformación, se considera que se debe a la dependencia de la deformación con la velocidad de deformación en el frente de banda Lüders. Para esclarecer este fenómeno, se efectuó una prueba de relajación de tensiones en medio de la deformación Lüders. En las microfografías de la figura 5, la velocidad del cabezal es detenida bruscamente cuando la deformación Lüders se propaga hasta la posición indicada por una flecha en la parte inferior de la figura. Posteriormente la región deformada se propaga aún más durante la relajación, hasta la posición indicada con una flecha en la parte superior en la dirección del frente, hasta que el nivel de tensión alcanza su valor final, el cual corresponde a una velocidad de deformación extremadamente pequeña. También se observa que la cantidad de deformación, durante la relajación de tensiones, se incrementa aumentando la velocidad de deformación, pero la tensión final es exactamente la misma para cualquier caso.

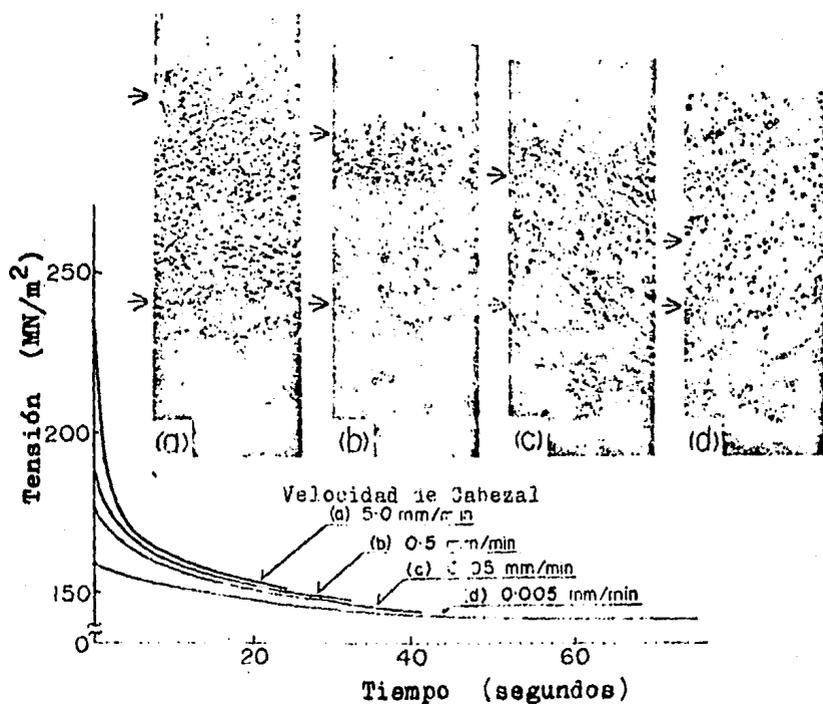


Fig. 5. Propagación de un frente de banda Lüders durante la relajación de tensiones y las correspondientes curvas tensión-tiempo.

III.3 Contribución de la Termofluencia

Si en un ensayo de tracción la deformación plástica ocurre bajo temperatura y tensión constantes, se dice que la deformación ocurre por termofluencia. Este fenómeno ocurre a cualquier temperatura arriba del cero absoluto, pero como depende de la temperatura, la velocidad de deformación a una tensión dada es extremadamente sensible a la temperatura. A mayor temperatura, mayor importancia cobra el fenómeno de termofluencia⁽⁵⁴⁾.

Según se ha demostrado experimentalmente⁽⁵⁵⁾, un material que se deforma de manera no homogénea detrás del frente de banda Lüders a la tensión de fluencia inferior, puede termofluir de manera homogénea y alcanzar deformaciones aún mayores que la deformación Lüders, si se inicia el ensayo a partir de un estado apropiado de deformación del material. En base a este fenómeno se confirma la aseveración de que todo perfil de deformación macroscópica es en esencia una curva de termofluencia⁽⁵⁶⁾.

Como ya se mencionó en la sección II.4, un incremento en la velocidad de deformación es equivalente a disminuir la temperatura del ensayo.

La microestructura inicial de termofluencia en el experimento realizado por Iricibar y Mazza⁽⁵⁵⁾, se obtiene a temperatura ambiente a una velocidad de deformación tres veces mayor que la usada para determinar la densidad de dislocaciones móviles (10^{-3} a 10^{-5} s⁻¹), la cual corresponde a una deformación del 4%. La microestructura resultante debe ser equivalente a la que se obtiene a velocidades de deformación de 10^{-3} a 10^{-5} s⁻¹, pero a temperaturas más bajas que el ambiente. La termofluencia realmente es importante en piezas ó sistemas sometidos a una alta temperatura y carga constantes.

IV.- ANALISIS DEL FRENTE DE BANDA LUDERS

IV.1 Técnica Óptica

Para la observación de la posición del frente de banda Lüders en un espécimen, se han reportado una serie de técnicas las cuales se pueden dividir en dos grandes grupos:

- (a) Métodos Estacionarios.- el espécimen tiene que ser desmontado de la máquina de prueba, por ejemplo, desplazamiento de marcos sobre la superficie⁽⁵⁷⁾, distorsión de mallas superficiales aplicada fotográficamente⁽⁵⁸⁾, ataque químico (reactivo Fry)⁽⁵⁹⁾, etc. Si bien la precisión de estos métodos es satisfactoria, son imposibles o muy difíciles de usar mientras el ensayo de tracción está en progreso.
- (b) Métodos Dinámicos.- aplicables a bandas Lüders en movimiento y son: recubrimiento de tensiones⁽⁶⁰⁾, electrodeposición en el espécimen antes del ensayo⁽⁶¹⁾, método óptico "Tüpler - Schlieren"⁽⁶²⁾, macroiluminación crítica⁽⁶³⁾, desplazamiento de transductores montados sobre varias posiciones del espécimen⁽⁶⁴⁾, etc. Sin embargo, ninguno de estos métodos es totalmente efectivo, debe utilizarse siempre el que mejor se adapte al experimento a realizar y debe estudiarse cada método a fondo, ya que la mayoría son métodos complementarios.

En este trabajo se van a tratar tres técnicas para analizar el frente de banda. Se iniciará con la técnica óptica.

Verel y Sleeswyk⁽³⁵⁾ utilizan la técnica óptica en un experimento, la cual se basa en la observación de que una superficie metálica pulida a espejo, se torna mate por la deformación plástica del metal. La calidad del pulido a espejo se deteriora rápidamente tras una cantidad pequeña de deformación. La iluminación crítica y fotografía Schlieren se basan en el mismo efecto. En este experimento se utilizó tal efecto para determinar la posición del frente de banda Lüders, por observación de la reflexión que produce una malla de alambre en la superficie pulida de los especímenes.



Fig. 1. Arreglo experimental para la observación de bandas Lüders por la "técnica de reflexión de malla". La profundidad mínima del campo está indicada por d.

Las partes esenciales del arreglo experimental se muestran en la figura 1. La fuente de luz L provee de una iluminación uniforme a la superficie de vidrio que sirve como fondo para la malla de alambre de metal G reflejada sobre la superficie del espécimen S.

Un requisito indispensable para la exitosa aplicación de esta técnica, es que la profundidad de campo, d, sea suficiente para permitir que la imagen de la reja reflejada G' y la superficie del espécimen estén juntas en el foco.

La resolución de la posición del frente de banda Lüders, está limitada por la finura de la película fotográfica cuando el tamaño de grano de la probeta es menor de $50\mu\text{m}$. En los materiales utilizados aquí, con un tamaño de grano de 10 y $100\mu\text{m}$, se estimó que la resolución era de 0.1 mm. Una serie de fotografías tomadas sucesivamente, muestran el progreso de una banda Lüders a lo largo de un espécimen, figura 2.

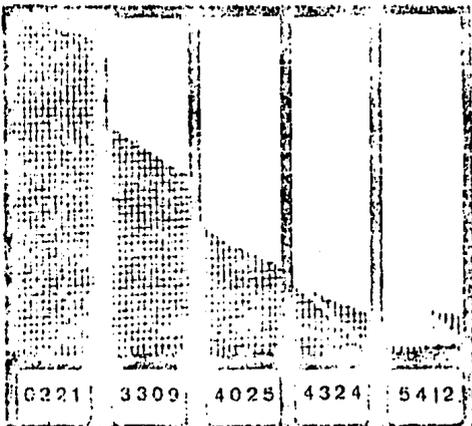


Fig. 2. Serie de fotografías de una banda Lüders en progreso visualizadas con la ayuda de la "técnica de reflexión de malla". Los números representan el tiempo en segundos desde la iniciación de la banda Lüders.

Este método permite precisar la posición del frente de banda Lüders de una manera correcta, pero no da información acerca del gradiente de deformación plástica detrás de éste. Para obtener este gradiente de deformación puede utilizarse la microscopía de interferencia (Método Tolansky), en la parte deformada de los especímenes. A partir del desplazamiento de la superficie deformada con respecto a la superficie plana sin deformar, se obtiene un tensor de deformación, el cual es una función de la distancia detrás de la banda Lüders. Este método solamente se aplica para materiales de grano fino, ya que solamente así se obtiene deformación homogénea suficiente para lograr una mayor precisión.

IV.2 Técnica Interferométrica

Una técnica interferométrica⁽⁶⁵⁾ se ha utilizado para estudiar la propagación del límite elasto-plástico de una banda Lüders a un aumento de 620x.

En base a resultados anteriores⁽⁶⁶⁾ es evidente que la propagación de un frente de banda (f.b.), se efectúa mediante cuñas de deformación que se mueven a lo largo de la interfase elasto-plástica y no como comunmente se acepta, por corte puro sobre el plano del frente de banda⁽⁶⁷⁾.

El material se trata antes de ser deformado con objeto de que ocurra la deformación en bandas durante el experimento. La banda de propagación fue filmada a través de un interferómetro de contraste Normarsky.

Las características del pliegue de deformación que aparece, se estudiaron sobre imágenes filmadas dentro de una línea recta muy delgada ($2 \times 10^4 \text{ \AA}$), grabada en la dirección axial sobre una cara pulida del especimen. Cuando el f.b. se barre bajo el campo visual, un pliegue penetra en la línea grabada en donde sufre una desorientación. La magnitud de la desorientación θ y la longitud sobre la cual hay ese cambio de orientación son de gran interés. La línea de desorientación se midió, para diferentes posiciones del frente, sobre la pantalla de un analizador en donde la película se proyectó cuadro por cuadro a 620x aumentos. La longitud de transición de una orientación a otra se midió determinando para cada segmento recto, las coordenadas del punto a partir del cual se desvía de una línea recta (en dirección del f.b.). La distancia entre estos puntos se tomó como la longitud

de transición, figura 3.

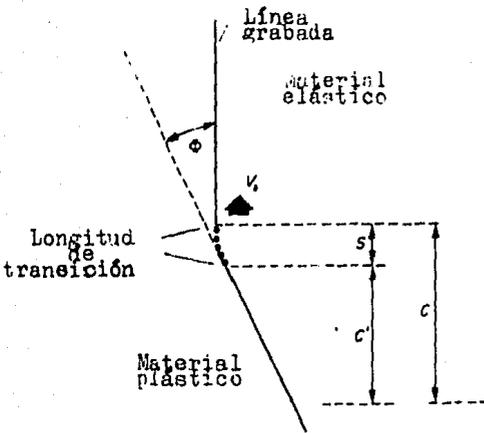


Fig. 3. Geometría involucrada en la determinación del ángulo de desorientación y la longitud de transición S (diagrama esquemático).

Mediante observación directa a 400x a través del interferómetro de contraste, se ve claramente avanzar el f.b. por medio de cuñas de material deformado que se propagan a lo largo de éste. El mecanismo no es fácil de observar en las secuencias filmadas a través del interferómetro de contraste, figura 4, pero su evidencia es definitiva con la proyección de la película en movimiento tomada a través de un interferómetro de franjas.



Fig. 4. Reproducción de una fracción de una secuencia de película mostrando el frente de banda en avance, a 60 x.

En la figura 5 a-d se muestran reproducciones de cuadros individuales a 400x, en donde se observa el límite elasto-plástico obtenido a través del interferómetro de franjas en diferentes etapas del avance. Las franjas paralelas (márgen derecho de los cuadros), corresponden al plano y a la porción pulida de la muestra, dentro de la cual se está moviendo el f.b. El lado izquierdo muestra un dibujo irregular, correspondiente a la porción plástica ya barrida por el f.b. La región central define aproximadamente la posición límite común y se está moviendo de izquierda a derecha.

En la figura 5 a, el límite ha sido barrido (de arriba hacia abajo) por la cuña A y la cuña B está entrando por la parte superior al campo visual. La posición de las franjas justo antes de la aparición de la cuña B, se han marcado con negro para una mejor observación de la cuña a través de la "discontinuidad" sucesiva de las franjas a-h. En esta misma figura, la franja empieza a "romperse" lo cual indica flujo local.

La figura 5 b, muestra la misma área aproximadamente 0.03 s. después. La franja c muestra el efecto de flujo local. En el resto de las franjas (e-g), y en tanto no se presente un rompimiento agudo, la microfluencia estará presente antes de que se inicie el flujo plástico. Del mismo modo, el flujo en la interfase puede mostrarse a lo largo de todo el límite, tanto en la figura 5 c como en la figura 5 d, cuando la onda plástica ó cuña está en el fondo del dibujo.

Una vez que ha pasado cada cuña, el gradiente de deformación (desorientación de las franjas) continúa aumentando, lo cual denota que la deformación ocurre detrás del frente. El gradiente de deformación medido cerca del borde, entre las franjas e y f de la figura 5 d, fué de 20 m^{-1} .

En la figura 6, las cruces marcadas muestran las posiciones inicial y final de la interfase. El cuadro negro muestra el tamaño de grano, indicando que la distancia avanzada por la interfase (altura de la cuña) es aproximadamente el diámetro de un grano. La distribución de cuñas se supone constante y la densidad (número de cuñas por unidad de longitud del f.b.) se calculó a partir de la figura 5 y fué de aproximadamente 5×10^3 cuñas por metro. Según fue demostrado⁽⁶⁵⁾, las cuñas son las responsables para la propagación del f.b., por lo que un experimento ideado para aislar una cuña, fue el siguiente:

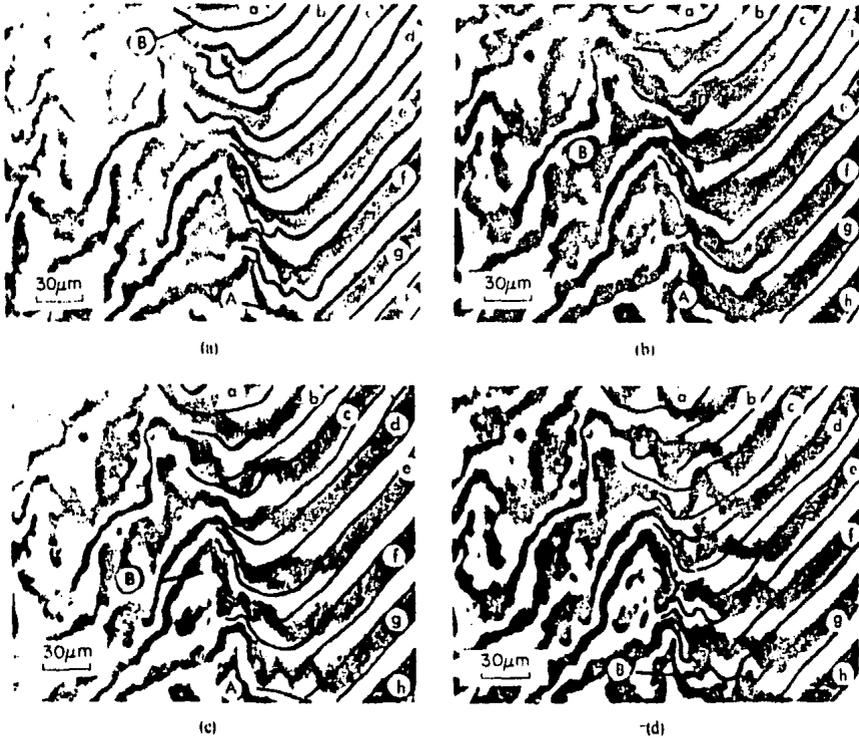


Fig. 5. (a) - (d) Imágenes interferométricas del frente de avance mostrando cuñas de propagación (A y B) a lo largo de la interfase elasto-plástica.

Se generó un frente de banda en la parte central de una probeta a lo largo de la misma. El ensayo se detuvo y el espécimen fue recocido durante 25 minutos a 60°C para sujetar las dislocaciones móviles detrás del frente y posteriormente la superficie fue pulida nuevamente. Se volvió a montar la probeta en la máquina en tal forma que el nuevo eje de tracción estuviera desplazado casi 1 mm. en relación con el anterior. Se aplicó la carga nuevamente y se filmó de manera continua la superficie de la muestra, en el punto en donde el f.b. se había detenido. Debido al desplazamiento del eje de tracción, el f.b. debe de reajustar su orientación. Como la estructura anterior ya ha sido anclada en el lado de la probeta en donde se generan las concentraciones de esfuerzos, las cuñas serán generadas con una elevada densidad anormal y después se propagarán a lo largo del frente, hasta que su orientación se reajuste a la nueva situación. Cuando se alcanzó una cierta carga, una cuña de deformación se nucleó sobre uno de los bordes de la cara en observación con uno de sus lados a lo largo de la vieja orientación del f.b. y el otro a lo largo de la nueva orientación. Ya que la superficie fue repulida, en la figura 7 se observa cómo la cuña crece aisladamente de la geometría del frente original. En la figura 8 se muestra una imagen de la punta de la cuña a muchos aumentos en donde se ve que la punta es casi del tamaño de un grano del material.

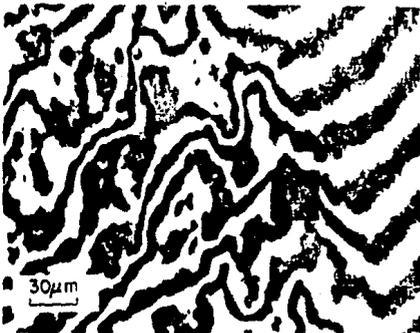


Fig. 6. Imagen interferométrica del frente de avance. Las cruces indican la posición del borde antes y después del paso de la cuña B (Fig. 5). El cuadro obscuro representa el tamaño de grano.



Fig. 7. Propagación de la deformación de derecha a izquierda durante una prueba no axial de una muestra repulida (30 x).

Por otro lado, la desorientación de la línea grabada en la interfase debido al pliegue, se encontró que era de 0.6° y la longitud sobre la cual se efectuó la transición de una orientación a otra fue de $2.5 \times 10^5 \text{ \AA}$ (casi el tamaño de grano del material).

En la figura 9 se representa esquemáticamente el mecanismo de cuña. La desorientación entre la zona elasto-plástica puede explicarse si se considera una cuña del material, formada a la vez de N cuñas. La altura de la cuña es $= Nd(1+\epsilon_L)$; "d" es la altura de una cuña y ϵ_L es la deformación Lüders. En la relación anterior Nd es la altura de la cuña antes de que aparezca el flujo plástico, ya que la desorientación se introdujo por la diferencia, $Nd(1+\epsilon_L) - Nd = Nd\epsilon_L$.

Designando a una literal, f , como la longitud del f.b., el ángulo de desplazamiento ϕ se puede calcular con la siguiente ec.

$$\tan \phi = Nd\epsilon_L/f$$

pero $N/f = \xi$, la densidad de cuñas, de modo que si $\xi = 5 \times 10^3 \text{ m}^{-1}$ entonces $d \approx 3 \times 10^5 \text{ \AA}$ y $\epsilon_L \approx 3.6\%$, entonces:

$$\phi = \tan^{-1}(\xi d \epsilon_L) \approx \tan^{-1} 0.006 = 0.3^\circ$$

Este valor encontrado es aceptable en comparación con el encontrado experimentalmente, que fue de $0.6^\circ \pm 0.1^\circ$. Este cálculo a groso modo, indica que el pliegue de material deformado se puede explicar mediante el modelo de cuña sin tener que recurrir al mecanismo de corte puro.

Para las probetas planas usadas en el anterior experimento, solamente las huellas del frente de banda sobre la cara ancha tienen una orientación definida (el ángulo promedio entre el f.b. normal y la dirección axial es de 35°), mientras que sobre las caras angostas, la orientación y forma de las huellas cambian constantemente durante la propagación del frente, lo cual se ve en la figura 10.



Fig. 8. Imagen interferométrica de la punta de la cuña de deformación de la Fig.7.

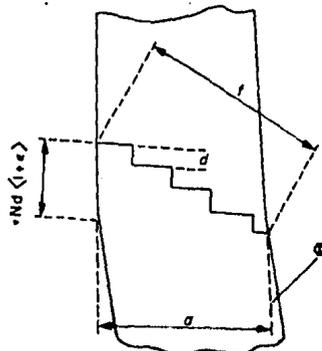


Fig. 9. Relación entre la geom. de cuña y el ángulo de desorientación .

La orientación medida para las huellas definidas coincide -- más ó menos con la orientación calculada teóricamente^(68,69) en -- la dirección en la cual la inestabilidad plástica se propaga en -- materiales que presentan el criterio de Von Mises para la fluencia, el cual supone una distribución plana de tensiones; ésto de ninguna manera hace necesario el corte puro para explicar la de -- formación.

En base al experimento ya discutido, la relación de Petch -- tiene que ser modificada en cuanto a su concepto, esta relación -- es $\bar{\sigma}_y = \bar{\sigma}_0 + Kd^{-1/2}$, en donde $\bar{\sigma}_y$ es la tensión de fluencia infe -- rior, $\bar{\sigma}_0$ es una "tensión por fricción", K es la pendiente Petch y d es el tamaño de grano. Esta ecuación describe con bastante exac -- titud el comportamiento de la tensión de fluencia para acero dul -- ce. La interpretación que se le da a la pendiente de Petch es la influencia que tiene el tamaño de grano como controlador de la mi -- croestructura local. La nueva interpretación aquí propuesta es -- la influencia del tamaño de grano no sólo en la microestructura -- local, sino también en la micro y macrogeometría de la deforma -- ción en banda.

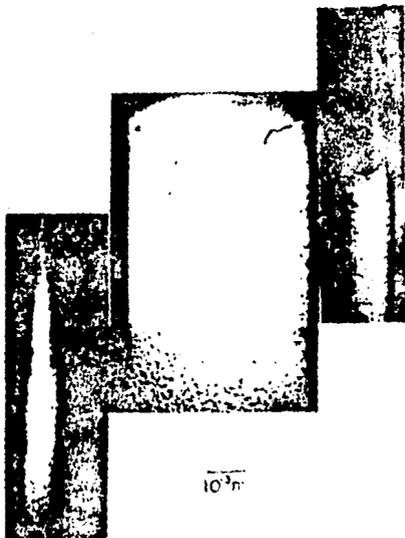


Fig. 10. Diversos frentes de banda sobre las caras de la probeta.

IV .3 Método del Elemento Finito.

En la sección precedente, se demostró que el frente de banda Lüders avanza por propagación de la deformación mediante un mecanismo de acumulación sucesiva de cuñas de deformación, las cuales se mueven simultáneamente a lo largo de la interfase.

Para una deformación Lüders pequeña y a una cierta distancia detrás del frente, la distribución de tensiones casi se mantiene constante⁽⁷⁰⁾, por lo que se puede considerar que la deformación se efectúa por termofluencia.

El cálculo de la distribución de tensiones se hace necesario en la vecindad del frente ya que con esto se determina la tensión de fluencia inferior, la contribución de la termofluencia y el flujo cerca de la interfase. Este problema ha sido tratado teóricamente por Van Rooyen⁽⁷¹⁾ usando el método de campo de línea de deslizamiento para una interfase plana. En este subcapítulo se hará un tratamiento más refinado del problema con la introducción de la geometría de cuña⁽⁷²⁾.

El análisis elasto-plástico ha sido tratado en diversos trabajos^(73,74). Una buena aproximación es el llamado método del módulo tangente, el cual se basa en la linealidad de las leyes incrementales de la plasticidad. Usando las relaciones incrementales de Prandtl-Reuss y el criterio de fluencia de Von Mises, Yamada⁽⁷⁵⁾ desarrolló una expresión explícita para la tensión incremental como una función de la deformación incremental, las componentes desviadoras del tensor de tensión y las características del material, definidas por sus constantes elásticas y la pendiente de la curva tensión-deformación plástica equivalente.

La expresión usada como base para los cálculos presentes es de la forma:

$$d\sigma_{ij} = 2G \left(d\epsilon_{ij} \frac{\nu}{1-2\nu} \delta_{ij} d\epsilon_{kk} - \sigma'_{ij} \frac{\sqrt{k} d\epsilon_{kl}}{S} \right) \quad (IV.1)$$

donde:

σ_{ij} = tensor de tensión total

ϵ_{ij} = tensor de deformación total

$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} - \delta_{ij} \frac{\sigma_{kk}}{3}$ componente desviadora del tensor de tensiones

δ_{ij} = delta Kroeneker

ν = relación de Poisson

G = módulo de corte

$$S = \frac{2}{3} \bar{\sigma}^2 \left(1 + \frac{H'}{3G} \right)$$

$$\bar{\sigma} = \left[\frac{3}{2} (\sigma'_{ij} \sigma'_{ij}) \right]^{-1/2}$$

Tensión equivalente (efectiva)

H' = pendiente de la curva tensión equivalente -
deformación plástica

y
$$d\bar{\epsilon}_p = \sqrt{d\epsilon_{1s}^2 + d\epsilon_{2s}^2}$$

La ec. IV.1 se puede representar por una matriz de la forma

$$\{d\sigma\} = [C] \{d\epsilon\}$$

donde los elementos de la matriz $[C]$ dependen del estado común de tensiones y la historia de la deformación del material. Por lo tanto es posible aproximar problemas elasto-plásticos a una modalidad lineal por partes.

Yamada ha desarrollado un programa computarizado en donde incluye los pasos necesarios para las tensiones y deformaciones plásticas. En este caso, la carga se aplica en forma escalonada y para cada etapa las componentes de la matriz $[C]$, se deben evaluar haciendo uso de las tensiones y deformaciones calculadas en las etapas anteriores. La matriz $[C]$ es dependiente ya sea de las condiciones del plano de tensión o del plano de deformación existentes. La continuidad considerada está dividida en elementos interconectados por tres o cuatro puntos nodales.

Como resultado del programa se obtienen los desplazamientos de los nodos y las tensiones asociadas con cada elemento para cada etapa y los totales acumulados de etapa a etapa.

Un factor de concentración de tensiones, c , se definió para cada elemento como la relación entre la tensión aplicada equivalente promediada para elementos en el límite elástico y la tensión equivalente incremental calculada para el elemento considerado. Este factor c , es independiente de la magnitud del incremento plástico debido a la linealidad de la ecuación incremental IV.1.

Usando el método descrito anteriormente, se analizaron las tensiones en la interfase elasto-plástica en ensayos de tracción simulados con deformación no homogénea. Esta simulación se efectuó en varias etapas. Primeramente se consideró la parte recta del espécimen.

La malla de elemento finito utilizada se reproduce en la figura 11. Al efectuar los cálculos se supuso una interfase recta localizada a lo largo de los nodos 88-99 a un ángulo de 36° con los ejes de tracción. Los elementos del material debajo de la interfase se trataron como elementos elasto-rígidos y los de arriba como elasto-plásticos. La pendiente H' de la curva tensión - deformación plástica se mantiene como un parámetro variable.

Debido a la geometría considerada, se establecieron condiciones de tensión plana.

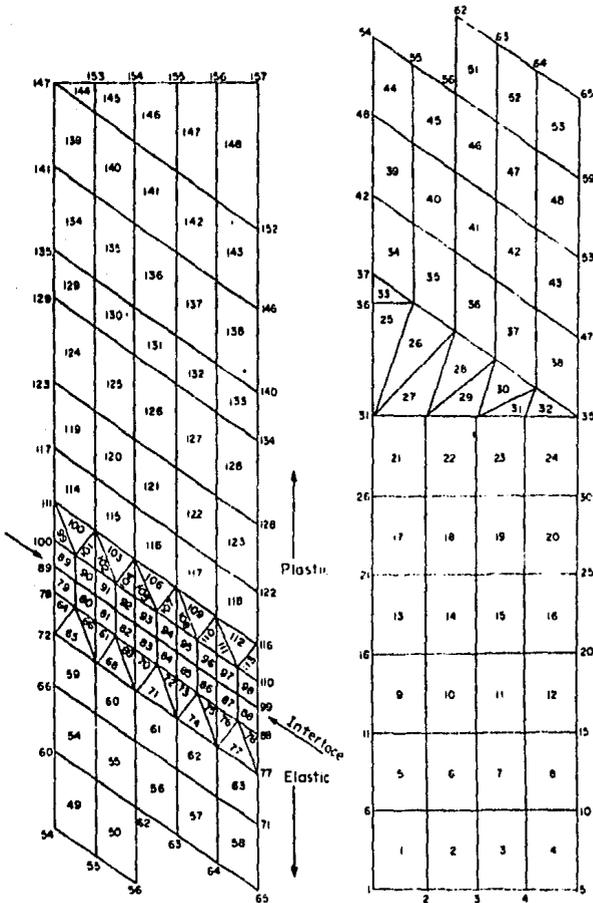


Fig. 11. Malla del elemento finito usada para los cálculos preliminares.

Para obtener la condición de prefluencia, una tensión uniforme de 0.995 de la tensión de fluencia se le proporcionó al espécimen. El paso siguiente fue dar una pequeña elongación para que se efectuara el flujo plástico. Se consideraron varias hipótesis acerca del comportamiento plástico del material. En la vecindad de la interfase, se encontró que estaban localizadas distribuciones de tensiones no homogéneas. Para una segunda etapa, solamente se consideró una pequeña porción del espécimen en torno a la interfase, mostrada en la figura 12, dividida en 356 elementos de diversos tamaños y distribuciones con objeto de que diferentes geometrías entren en consideración. Los cálculos se efectuaron haciendo iteraciones sucesivas, ya que los elementos del material a diversas distancias de la interfase, están en diferentes puntos

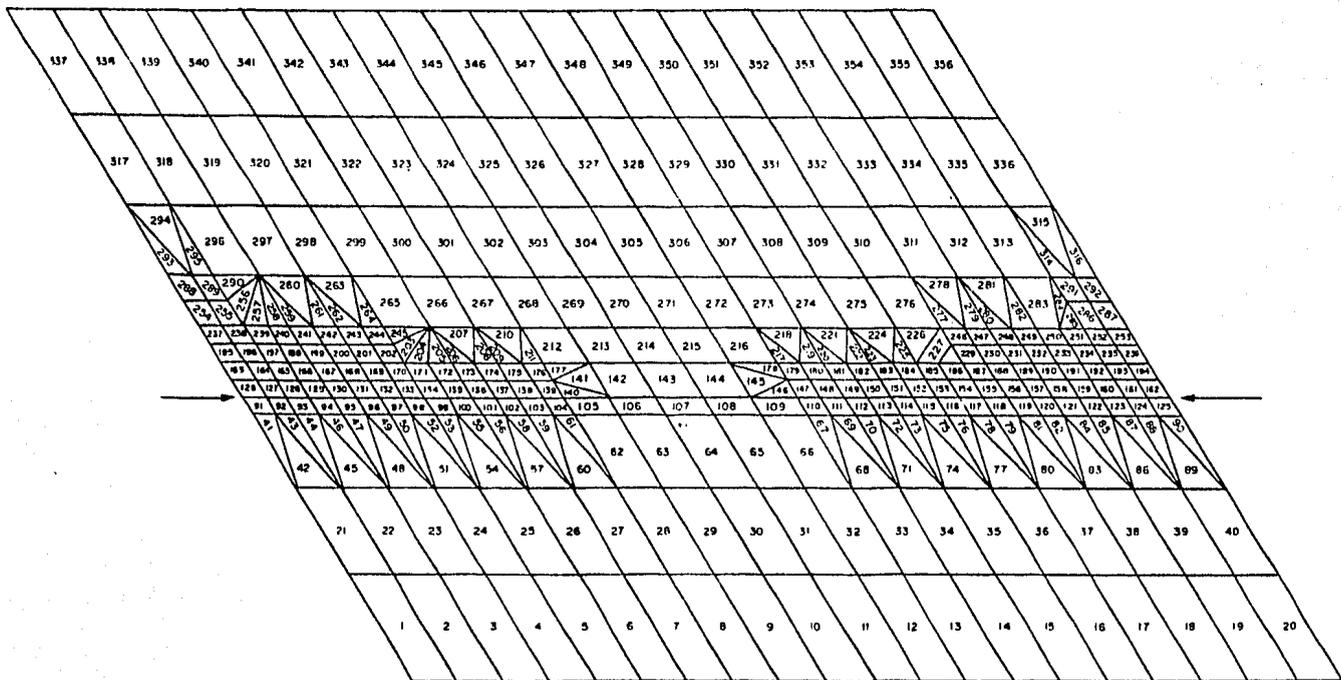


Fig. 12. Malla del elemento finito usada para los cálculos finales, ésta representa aproximadamente el área limitada por los nodos (111, 116, 88, 78) en la Fig. 11.

de una trayectoria tensión-deformación común pero desconocida.

Como los f.b. se propagan bajo carga constante (despreciando la concentración de tensiones), la distribución de tensiones como σ una función de la distancia "s" detrás de la interfase, está dada por:

$$\sigma(s) = \frac{P}{A_0} e^{\epsilon(s)} = \sigma_y e^{\epsilon(s)}$$

en donde A_0 es el área de la sección transversal, $\epsilon(s)$ es la -- distribución de la deformación y σ_y es la tensión de fluencia inferior. Sin embargo, para deformaciones pequeñas como las consideradas aquí:

$$\sigma(s) = \sigma_y [1 + \epsilon(s)] \approx \sigma_y$$

al hacer $\sigma(s) \approx \sigma_y$, se considera que todo el material que fluye plásticamente se deforma por termofluencia detrás del f.b.

Por otro lado, la deformación varía detrás del frente y un campo de tensiones constante significa que no hay una relación $\dot{\epsilon}$ única entre la tensión y la deformación, como lo demanda H' . Para evitar esto, se recurre a la ecuación :

$$V_B = V_M / \epsilon_L \dots \dots \dots (IV.2)$$

donde V_B es la velocidad del f.b., V_M es la velocidad del cabezal y ϵ_L es la deformación Lüders. A cualquier alargamiento del espécimen de magnitud L, corresponde un desplazamiento del f.b. es decir:

$$\Delta s_1 = \frac{\Delta L}{\epsilon_L} \dots \dots \dots (IV.3)$$

Como $\epsilon(s)$ describe la deformación a una distancia "s" de -- la interfase, un elemento originalmente a una distancia "s" de -- la interfase aumenta su deformación en $(\partial \epsilon / \partial s) \Delta s$ cuando el f.b. avanza un Δs . Este incremento en la deformación ocurre a la tensión σ_y ; por lo tanto H' puede definirse como:

$$H' = \frac{\sigma_y}{(\partial \epsilon / \partial s) \Delta s} \dots \dots \dots (IV.4)$$

De acuerdo a datos experimentales⁽⁷⁶⁾, el perfil de deformación es susceptible a una aproximación lineal que se extiende a lo -- largo de la deformación Lüders en donde $(\partial \epsilon / \partial s) \rightarrow 0$. En base a -- la ec. IV.4, el material fluyendo plásticamente puede caracterizarse inicialmente por una H' simple, después de lo cual $H' \rightarrow \infty$

Esto quiere decir que debido al endurecimiento por deformación, el material se comporte nuevamente como rígido. En un experimento anterior^(76,77), se encontró que si se toma a Δs igual a la dimensión de los elementos que están junto al límite elasto-plástico (los cuales representan a los granos del acero), entonces $H' = 8.4 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$. Posteriormente la muestra se somete a un alargamiento y el f.b. avanza, de acuerdo a la ec. IV.3, una distancia de un diámetro de grano (6 elemento) y la H' calculada se usó para computar la distribución de tensiones en una segunda aproximación. Una tercera aproximación fue necesaria para involucrar el ablandamiento en el elemento que está fluyendo.

Los resultados obtenidos, suponiendo una interfase recta, se presentan en la figura 13.

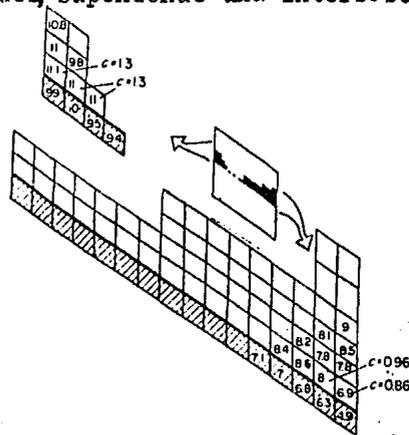


Fig. 13. Resultados de la distribución de tensiones, suponiendo una interfase recta.

La concentración de tensiones es mucho mayor sobre el lado izquierdo y las tensiones caen abajo del valor nominal. Como la propagación del frente se efectúa a través de áreas altamente tensionadas, resulta que la geometría no se conserva y por lo tanto la interfase plana no se propaga.

Se hicieron cálculos similares considerando una geometría de cuña. Los resultados se muestran en las figuras 14, 15 y 16.

El factor de concentración de tensiones es ahora máximo en la dirección en la cual se mueve la cuña, lo cual indica que la geometría considerada es estable. El hecho de que no varíen demasiado los factores de concentración como una función de la distancia entre cuñas, implica que la geometría local es el factor que controla el fenómeno.

La posibilidad de que las cuñas puedan propagarse de derecha a izquierda también se examinó introduciendo cuñas en el lado derecho de la interfase. Los resultados se muestran en la figura 17 y se observa que debido a la concentración de tensiones

en el lado izquierdo, nuevas cuñas nuclearán en este punto, modificando la geometría propuesta.

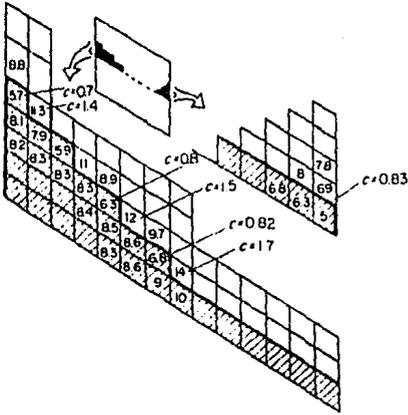


Fig. 14

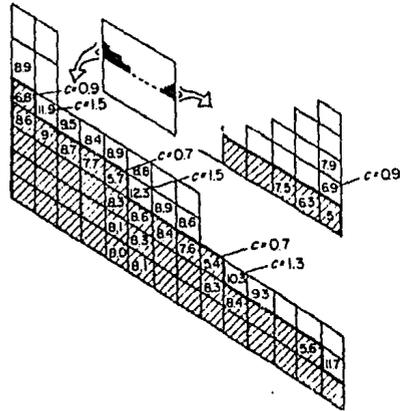


Fig. 15

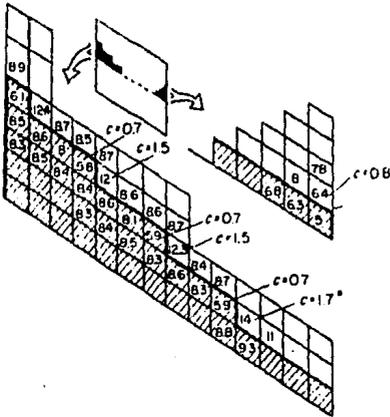


Fig. 16

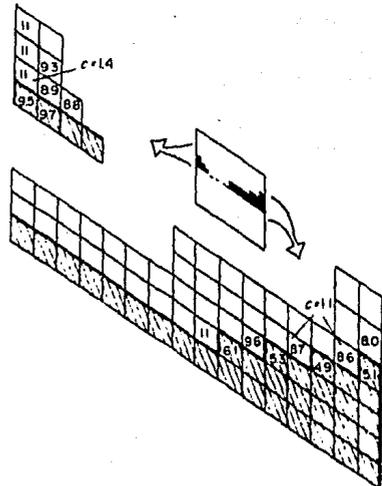


Fig. 17

Figs. 14 -17. Resultados obtenidos suponiendo diferentes geometrías de interfase. El material elástico permanece sobre la interfase y el material plástico debajo (área sombreada). Los números dentro de los elementos indican la tensión equivalente calculada en $N/m \times 10^7$. La concentración de tensión c , está dada para algunos elementos en particular. La tensión equivalente aplicada varía entre 8 y $8.2 \times 10^7 N/m$.

La distribución de tensiones en la interfase a lo largo de diferentes direcciones se ha esquematizado en la figura 18 a-c y en particular la figura 18a, muestra las variaciones de tensión a lo largo de la dirección en la cual la cuña se mueve durante la propagación del frente de banda.

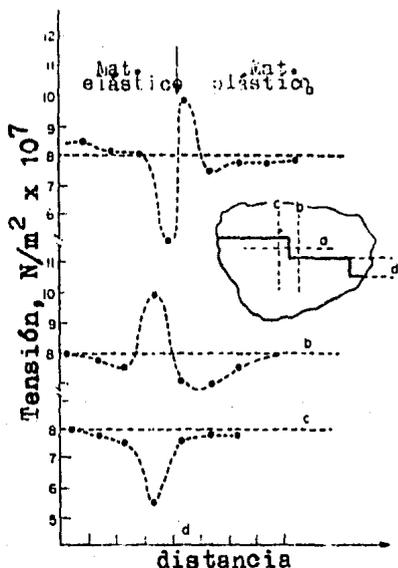


Fig. 18. Distribución de tensión equivalente a lo largo de diferentes direcciones a través de la interfase elasto-plástica en la punta de una cuña, mostrada en el recuadro. Las distancias están medidas en diámetros de grano d.

Debido a que el gradiente de deformación plástica detrás del frente inicialmente es constante, se tomó a $\epsilon_p = 0$ frente a la cuña (material elástico) y proporcional a la distancia detrás de ésta, para que los datos de la figura 18a sirvan para trazar la curva tensión-deformación de un elemento dado. El resultado se muestra en la figura 19 y la curva obtenida es similar a las curvas de ensayos de tracción. La analogía se completa si se nota que la velocidad de cuña V_L y $\partial \epsilon / \partial s$ son constantes para una configuración de estado estacionario, el flujo detrás del frente también se efectuará a velocidad de deformación constante, o sea

$$\dot{\epsilon} = V_L \frac{\partial \epsilon}{\partial s} = \text{cte.}$$

Para la construcción de la curva tensión-deformación de la figura 19, se introdujo una distribución de deformación experimental diferente a la calculada. Esto es posible debido a que la deformación plástica no es un estado variable, como se ve en la ec. IV.1, por el hecho de que $d\epsilon_{ij}$ es una función de los incrementos de deformación más que de la deformación plástica total. Se puede agregar por lo tanto un campo de deformación arbitrario al calculado sin cambiar el campo de tensiones. En otras

palabras, cada etapa incremental está dada por la tensión inicial $\bar{\sigma}(s)$ y por la distribución de propiedades plásticas.

Por otro lado, el usar un gradiente de deformación constante para la distribución de tensión incremental calculada, es inconsistente con la suposición original de que $H' = \text{cte.}$ introducida como una primera aproximación. Esto puede verse en la pendiente de la curva en la figura 19; tras la fluencia el material se ablanda ($H' < 0$), luego la tensión alcanza un valor mínimo ... ($H' = 0$), después de lo cual H' se vuelve positiva.

Cuando $H' < 0$, la porción de la curva se eleva indicando que el material está pasando de elástico, frente a la cuña, a material plástico, detrás de ésta. Esto es consistente con el modelo propuesto.

Cuando $H' > 0$, la porción en la cual H' varía, contradice ampliamente la suposición original $H' = \text{cte.}$ La curva muestra que H' crece desde cero hasta un valor muy elevado para después caer nuevamente a un valor constante a una distancia de dos ó tres diámetros de granø (figuras 18 y 19).

Puesto que H' debe ser consistente con la $\bar{\sigma}(s)$ calculada y la $\epsilon(s)$ experimental, en los cálculos se han considerado estas variaciones en las propiedades plásticas para una tercera aproximación. Con ésto, un amplio rango de valores de H' estuvieron dados por los elementos fluyendo enfrente de las cuñas (nos. 138 171, 199 y 237, fig.12).

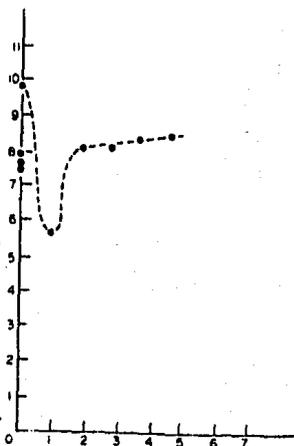
Los resultados indican que cada vez que el material se comporta plásticamente, con H' del orden del valor del módulo elástico ó menor, las distribuciones de tensiones calculadas conducen a curvas tensión-deformación cualitativamente similares a la de la figura 19.

Los resultados de estos cálculos se muestran en la figura 20, en donde se han graficado las curvas distancia-tensión resultante. La curva correspondiente a $H' = 8.4 \times 10^{10} \text{ N/m}^2$, es ligeramente diferente a la de la fig. 18a debido a un pequeño rearrreglo de la distribución de material desde la interfase.

El factor de concentración de tensiones se ve incrementado al incrementarse el ablandamiento, pero, al igual que para el rango supuesto de H' , permanece dentro de los valores determinados previamente (p.ej. $C=1.5 +0.2$).

Aquí también, la distribución de tensiones tiende al valor usado y permanece constante después de una distancia del orden -

del diámetro del grano.



Deformación, u. arb.

Fig. 19. Curva tensión equivalente-deformación detrás del frente de cuña.

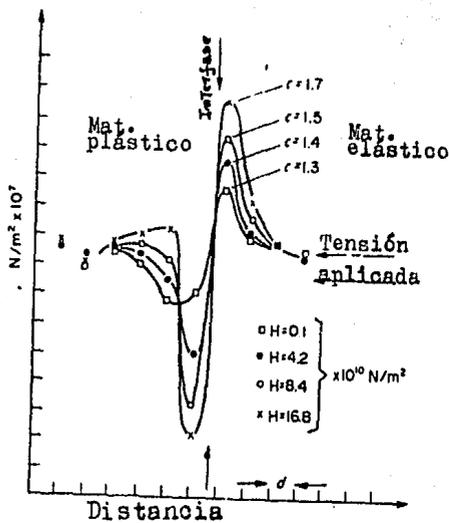


Fig. 20. Distribuciones de tensión equivalente en la punta de una cuña a lo largo de la dirección de propagación suponiendo varios grados de ablandamiento tras la fluencia.

En base a los resultados obtenidos en el experimento expuesto, se llega a las siguientes conclusiones:

i) Una interfase elasto-plástica recta, es inestable microscópicamente.

ii) Una microgeometría de cuña es estable.

iii) La distribución de tensiones se vuelve constante e igual a la tensión aplicada, a una distancia detrás de la interfase -- del orden del tamaño de grano.

iv) Casi todo el perfil de deformación es en esencia una curva de termofluencia.

v) El factor de concentración de tensiones en la interfase es de 1.5 ± 0.2 .

V.- MODELOS DESARROLLADOS PARA EXPLICAR
LA FORMACION DE BANDAS LUDERS

V.1 Modelo Debido a la teoría Johnston-Gilman-Hahn.

El estudio de las bandas Lüders ha sido enfocado desde un gran número de puntos y muchas investigaciones han arrojado modelos teóricos que se adaptan, de manera más ó menos aproximada, a los datos obtenidos experimentalmente, por ejemplo B. Jaoul⁽⁷⁸⁾ desarrolló una teoría de ablandamiento geométrico en donde propone que el incremento en el factor Schmidt del sistema deslizante en operación, el cual resulta de la rotación de grano durante la deformación, causa un ablandamiento efectivo del cristal, con lo cual hay una caída de carga siendo ésta la parte que antecede a la formación de la estructura en banda.

En este capítulo se discutirá el mecanismo propuesto por la teoría Johnston-Gilman^(79,80), que propone que la causa principal para la aparición de la deformación Lüders en hierro se debe al ablandamiento del cristal como un resultado de la rápida multiplicación de las dislocaciones y a la dependencia de la tensión con la velocidad de dislocación.

Considerando por otro lado el modelo matemático, la condición de carga máxima ó extrema está dada por:

$$\frac{dW}{dE} = 0 \quad \text{ó} \quad \frac{d\sigma}{dE} = \frac{\sigma}{1+E} \dots \dots \dots (V.1)$$

en donde W es la carga, σ es la tensión y E es la deformación⁽⁸¹⁾ La ec. V.1 generalmente se aplica al inicio de la formación del cuello en la probeta como un principio de la carga máxima ($\frac{dW}{dE} < 0$) La deformación plástica, como se discutió en un capítulo anterior se mantiene casi constante detrás del frente⁽³⁸⁾, por lo que puede suponerse que ésta prácticamente se detiene ó procede muy lentamente una vez que el frente ha pasado. Para el presente modelo, se supone que la deformación en el frente está descrita por una deformación homogénea la cual se interrumpe en un punto donde la carga es mínima tal que se satisface la ec. V.1 sobre la curva de tracción asociada con la región localizada.

En la figura 1, se muestran tres puntos de carga máxima, -- los cuales aparecen cuando los materiales presentan deformación debido al ablandamiento (mostrado por la pendiente negativa en --

la curva tensión-deformación), en esta figura se observan la tensión de fluencia aguda, la deformación Lüders ϵ_L y la deformación uniforme ϵ_U . La tensión σ_L a la deformación ϵ_L , se considera -- que es la tensión de propagación del frente. Tomando el perfil de deformación de la figura 1-b, la velocidad de deformación local en el frente se expresa como $1/\lambda \dot{\epsilon}_0$ (=cte = $\dot{\epsilon}_0$), en donde l es la longitud del espécimen entre marcas, λ es el ancho de banda y $\dot{\epsilon}_0$ es la velocidad de deformación global.

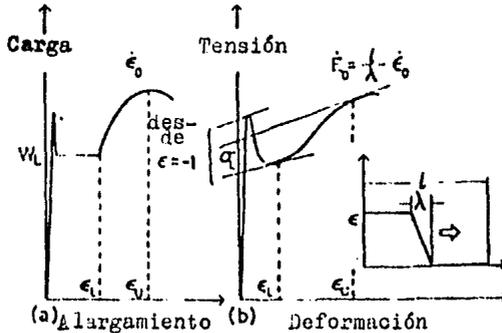


Fig. 1. (a) Curva carga-alargamiento asociada con el espécimen y (b) Curva teórica tensión-deformación y perfil de deformación en el frente Lüders.

De acuerdo a G.T.Hahn⁽⁷⁾, si la dependencia de la velocidad de dislocación con la tensión de corte resuelta está dada por -- $v = (\frac{\tau}{\tau_0})^m$ y se supone endurecimiento lineal, la tensión de flujo está dada por:

$$\sigma = q\epsilon + 2\tau_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}}{a_5 b l} \right)^{1/m}; \quad L = f\rho \quad (V.2)$$

en donde q es el coeficiente de endurecimiento por trabajado, b es el vector Burgers, L es la densidad de dislocación móvil, f es una constante y ρ es la densidad de dislocación total.

Se considera que la ec. V.2 describe aproximadamente el comportamiento local de tensión-deformación en hierro dentro de un rango pequeño de deformación. Usando la relación $\frac{1}{f} \frac{d\rho}{d\epsilon} = \frac{dL\rho}{d\epsilon} = \frac{a}{\epsilon}$ se llega a:

$$\frac{d\sigma}{d\epsilon} = q - 2\tau_0 \left(\frac{\dot{\epsilon}_0}{b\rho} \right)^{1/m} \frac{1}{\epsilon} \quad \dots \quad (V.3)$$

sustituyendo V.2 y V.3 en V.1 y ordenando, se obtiene:

$$\frac{2\tau_0}{q} = \left(\frac{b\rho}{\dot{\epsilon}_0} \right)^{1/m} \frac{1}{1 + \frac{1}{m} \left(1 + \frac{1}{\epsilon} \right)} \quad \dots \quad (V.4)$$

La ec.V.4 nos da valores de deformación mediante los cuales

la carga llega a un máximo ó un mínimo. Debido a que en la derivación anterior (hecha por Hahn) se omite la parte elástica de la deformación y se propone endurecimiento lineal, solamente existe un mínimo y corresponde a ϵ_L . Con la ec. V.4 puede calcularse el valor de ϵ_L para hierro policristalino. Una desventaja que presenta la ec. V.4 es que requiere de valores precisos de las constantes (τ_0 , q , b , etc.) para un material específico.

Una relación más simple puede derivarse entre ϵ_L y σ_L si se sustituye $\sigma - q\epsilon$ por $2\tau_0(E_0/b\delta)^{1/m}$ en la ec. V.4 dando:

$$\frac{1}{\sigma_L} = \frac{1}{q(1+\frac{a}{m})} \left(\frac{1}{1+\epsilon_L} + \frac{a}{m} \frac{1}{\epsilon_L} \right) \quad (V.5)$$

$$= \frac{1}{q(1+\frac{a}{m})} \frac{1}{\epsilon_L} + \frac{1}{q(1+\frac{a}{m})}$$

válida para una pequeña deformación ϵ_L .

Una relación lineal entre $1/\sigma_L$ y $1/\epsilon_L$ fue derivada por B. Jaoul (78) y J. F. Butler (82) presentó una relación experimental entre σ_L y $\log \epsilon_L$.

La ec. V.5 se comparó con los resultados de un experimento en donde m y q se suponen independientes de la velocidad de deformación. a es el exponente de la multiplicación de dislocaciones y se acerca a la unidad en hierro y acero dulce. Las curvas obtenidas se muestran en la figura 2. En la figura 3 se grafica ϵ_L vs $\dot{\epsilon}_0$. La variación de ϵ_L con $\dot{\epsilon}_0$ en esta figura, es consistente con lo que se observa en el método de relajación de tensiones.

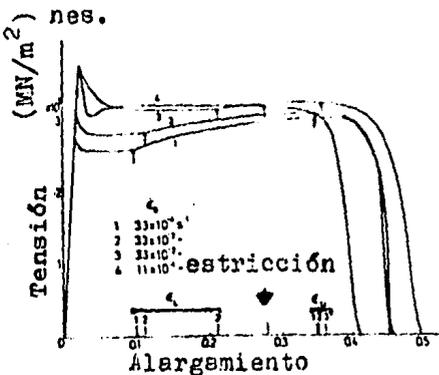


Fig. 2. Curvas de tensión de un espécimen de Fe a varias velocidades de deformación.

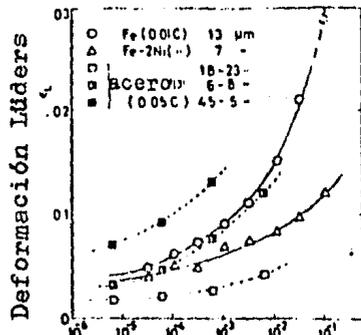


Fig. 3. Dependencia de la deformación Lúders con la velocidad de deformación. La porción punteada indica la aparición de la inestabilidad plástica.

En la figura 4, se grafica $1/\sigma_L$ vs $1/\epsilon_L$. Para valores grandes de ϵ_L la relación lineal, predicha por la ec. V.5, se cumple satisfactoriamente. De la pendiente y la intersección con el eje vertical se sacan los valores para Fe de $q=340 \text{ MN/m}^2$ y $m/a = 36$, los cuales están de acuerdo con los valores reportados en la literatura^(83,84).

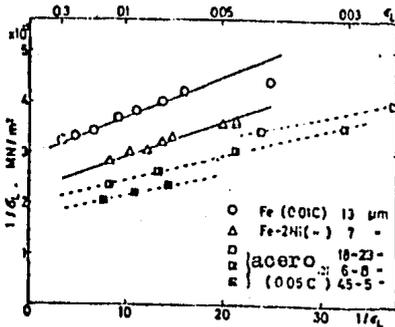


Fig. 4. Gráfica del inverso de la tensión de propagación contra el inverso de la de formación Lüders, para los materiales de la fig. 3.

En la figura 5 se muestra el aspecto que presentan dos especímenes fracturados, uno presentó inestabilidad plástica (especimen 4 de la fig. 2) y el otro fue traccionado con una elevada velocidad de deformación. En la probeta A el frente se propagó sobre casi toda la longitud de ésta, lo cual sugiere que la formación del cuello ocurrió antes de completarse la deformación Lüders. En este caso $\epsilon_L \approx \epsilon_U$.

Por otro lado, en la probeta B la deformación estuvo confinada en una sola posición en la cual una de las bandas Lüders -- conduce a la formación del cuello tan pronto como ésta se forma. De esta manera es como se mantiene la inestabilidad, $\epsilon_L > \epsilon_U$.

La suposición de endurecimiento lineal puede suprimirse al tratar ϵ_L y ϵ_U simultáneamente. Para esto, $q\epsilon^n$ se sustituye por el primer término de la ec. V.2, ya que el endurecimiento por -- trabajado casi es parabólico para una gran deformación. De este modo, la ec. V.4 se convierte en :

$$\frac{2\tau_0}{q} = \left(\frac{b\sigma}{E} \right)^{1/m} \frac{n\epsilon^{n-1} - (1-n)\epsilon^n}{1 + \frac{1}{\epsilon}} \dots \dots \dots (V.6)$$

En la figura 6 se muestra cómo varía el término de la derecha en la ec. V.6 con ϵ . Las intersecciones con la línea horizontal ($2\tau_0/q = \text{cte.}$) dan los valores de ϵ_L y ϵ_U . Si la cur-

va cae en la posición (a) el material presentará fluencia, deformación Lüders y endurecimiento por trabajado. En la posición -- (b), $\epsilon_L = \epsilon_U$ y la formación del cuello ocurre precisamente después de completarse la deformación Lüders y, por lo tanto $\epsilon_L = \epsilon_U = \epsilon_m$. En el punto ϵ_m el término de la derecha de la ec. V.6 llega a un máximo. El espécimen A de la figura 5 se acerca a esta situación. Para el caso presente:

$$\epsilon_m = \frac{n}{1-n} \frac{1}{1 + \frac{m}{a}} \dots \dots \dots (v.7)$$

ϵ_m corresponde a la máxima deformación Lüders.

Si la curva cae demasiado, la ec. V.6 no tiene solución real y la carga no llega a un máximo ni a un mínimo en la deformación localizada. Esta situación parece ser la que prevalece para la deformación localizada del espécimen B de la figura 5.

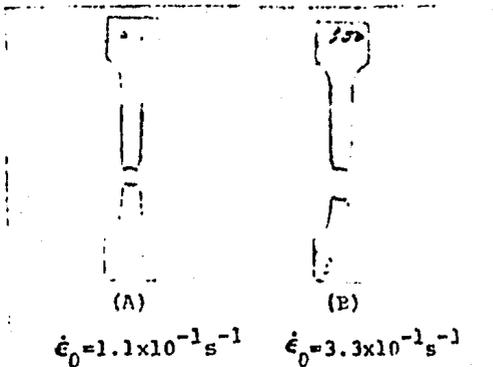


Fig. 5. Aspecto de las probetas de Fe fracturadas a (A) $\dot{\epsilon}_0 = 1.1 \times 10^{-1} s^{-1}$ y (B) $\dot{\epsilon}_0 = 3.3 \times 10^{-1} s^{-1}$.

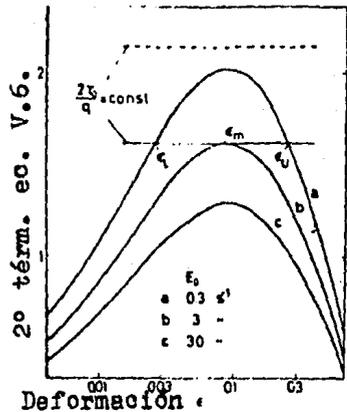


Fig. 6. Curvas calculadas a partir del término de la derecha de la ec. V.6. $\rho = 10^{10} g/cm^2$, $n = 0.5$, $m = 10$ y $b = 2.5 \times 10^{-3} cm$.

Se ha reportado que una disminución en la temperatura de de formación causa un incremento en τ_0 ⁽⁸⁵⁾ (línea punteada en la figura 6), lo cual es consistente con la observación de que la inestabilidad plástica aparece más frecuentemente a bajas temperaturas⁽⁸⁶⁾.

V.2 Una Modificación al Modelo Johnston-Gilman-Hahn

Como se mencionó en la sección anterior, la fluencia discontinua puede explicarse en base al comportamiento dinámico de las dislocaciones, es decir, la brusca caída de fluencia se ve favorecida por una rápida multiplicación de las dislocaciones, una relación entre la tensión y la velocidad de dislocación y una baja densidad de dislocaciones móviles.

Una limitación importante del modelo propuesto por Johnston Gilman-Hahn, es que considera que la fluencia aguda ocurre por deformación homogénea, siendo que se ha observado, particularmente en aceros, que la fluencia no uniforme ó discontinua que acompaña a la tensión de fluencia inferior y a la deformación Lüders es la forma natural de la fluencia aguda.

En este capítulo se desarrolla un modelo para describir la fluencia discontinua acompañada por deformación plástica heterogénea⁽⁸⁷⁾. El modelo de dislocación dinámica utilizado básicamente es el mismo al empleado por Johnston-Gilman Hahn, sólo que se introducen otras relaciones para el caso heterogéneo capaces de describir la mancha de dislocaciones móviles, que es la condición faltante.

Las ecuaciones básicas usadas para este propósito son la ecuación de Orowan para la velocidad de deformación plástica $\dot{\epsilon}_p$, ec. V.8; la relación entre la velocidad de dislocación promedio v y la tensión σ , ec. V.9 y la expresión que describe la multiplicación de las dislocaciones debido a la deformación plástica, ec. V.10, las cuales se presentan enseguida:

$$\frac{\partial \epsilon_p}{\partial t} = b \rho_m v \dots \dots \dots (V.8)$$

$$v = B(\sigma - \sigma_c)^m \text{ para } \sigma > \sigma_c$$

$$v = 0 \text{ para } \sigma < \sigma_c \dots \dots \dots (V.9)$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = C \frac{\partial \epsilon_p}{\partial t} \dots \dots \dots (V.10)$$

en donde b es el vector de Burgers, ρ_m es la densidad de dislocaciones móviles, B y n son constantes, σ_1 es la tensión interna ó componente a térmica de la tensión aplicada σ , $(\sigma - \sigma_1)$ es la tensión efectiva ó componente de la tensión a térmica σ^* .

Se considera que σ_1 está formada por tres componentes:

$$\sigma_1 = \alpha G b (\rho + \rho_L)^{1/2} + K_y \cdot d^{-1/2} + \sigma_{10} \dots \dots \dots (V.11)$$

el primer término es la tensión interna debido a las dislocaciones serradas (ρ_L) y a aquellas generadas por el flujo plástico (ρ). El segundo término es la resistencia al deslizamiento para penetrar bordes de grano, G es el módulo de corte, α es una constante, K_y es el factor de Petch-Hall y d es el diámetro de grano. En la ec. V.10, la constante C se debe a la multiplicación de dislocaciones y es independiente de σ y de ϵ_p , por lo que esta relación es consistente respecto a las observaciones de que ρ se incrementa linealmente con ϵ_p para grandes deformaciones. Debido a que la tensión de fluencia inferior y la deformación Lüders son totalmente independientes⁽⁸⁸⁾, ρ_m está dada por:

$$\rho_m = \frac{\rho}{1 + \frac{\rho}{\rho_{m\max}}} \dots \dots \dots (V.12)$$

Al aumentar ρ con la deformación, ρ_m se incrementa mediante una transición hasta llegar a un valor constante, $\rho_{m\max}$.

Las ecuaciones anteriores sólo describen variaciones locales de la densidad de dislocación y de la deformación plástica y por lo tanto, deben obtenerse como cantidades locales.

Si se considera el desplazamiento de la máquina durante el ensayo de tracción debido a la deformación plástica y a la elasticidad del espécimen, se obtiene la siguiente expresión:

$$\dot{\epsilon}_{\text{ext}} = \frac{1}{E_{\text{tot}}} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{1}{l} \int_0^l \frac{d\epsilon_p(x)}{dx} dx \dots \dots \dots (V.13)$$

en donde $\dot{\epsilon}_{\text{ext}}$ es la velocidad de deformación impuesta por el cabezal, E_{tot} es el módulo total de elasticidad (de espécimen y máquina), l es la longitud del espécimen y x es la longitud del espécimen. Para el caso presente, las ecs. V.8, V.10, V.12 y V.13 no son suficientes para describir la deformación heterogénea. La razón es que para el caso anterior las densidades de --

dislocación, debido a que son locales, variarán de un punto a otro en la probeta, es decir, donde inicialmente es cero se mantendrá en cero y la propagación de la deformación plástica a lo largo del espécimen no tiene explicación. No es posible describir totalmente la propagación de bandas Lüders sin tomar en cuenta la verdadera longitud de despliegue de las dislocaciones. Este despliegue (propagación) se explica analíticamente mediante una función de expansión $h(x)$ sobre la densidad de dislocación móvil durante cada incremento de tiempo, dada por la ec. V.14a. Las ecs. V.14 a-d dan condiciones suficientes para la descripción de la relación tensión-deformación y el desarrollo de las bandas Lüders durante la fluencia discontinua.

$$\rho_m(x) = \int_0^l h(x-x') \cdot \rho'_m(x') \cdot dx' \quad \dots \quad (V.14a)$$

$$\frac{\partial \rho(x)}{\partial t} = bBC (\sigma - \sigma_c(x))^n \cdot \rho_m(x) \quad \dots \quad (V.14b)$$

$$\dot{\epsilon}_{tot} = \frac{1}{E_{tot}} \cdot \frac{d\sigma}{dt} + \frac{bB}{\lambda} \int_0^l (\sigma - \sigma_c(x)) \cdot \rho_m(x) \cdot dx \quad \dots \quad (V.14c)$$

$$\rho_m(x) = \frac{\rho(x)}{1 + \frac{\rho(x)}{\rho_m^{max}}} \quad \dots \quad (V.14d)$$

$\rho'_m(x)$ es la densidad de dislocaciones móviles sin propagar en el tiempo considerado. $h(x)$ es una función con un máximo en $x=0$ y debe de cumplir con el requisito siguiente:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} h(x) \cdot dx = 1 \quad \dots \quad (V.15)$$

La integración numérica del sistema de ecs. V.14 a-d se efectúa en dos pasos: 1º) Durante el intervalo Δt , la integración se efectúa como si no hubiera propagación longitudinal de dislocaciones. 2º) Al final del intervalo Δt , la propagación longitudinal de las dislocaciones es simulada por el despliegue de la densidad de dislocaciones móviles.

Para el caso de deformación plástica totalmente uniforme, la ec. V.14 se reduce a expresiones equivalentes a las del modelo Johnston-Gilman-Hahn, expuestas anteriormente.

El presente modelo es unidimensional y no considera la con-

centración de tensiones macroscópicas creadas por el frente de banda Lüders, aunque parece que no es esencial para el conocimiento general del fenómeno.

La solución numérica del modelo general, ec. V.14, genera perfiles de deformación plástica consistentes con perfiles obtenidos a partir de un modelo estacionario, que se verá más adelante, figura 7. Los resultados además revelaron que si bien la tensión de flujo va cambiando con el tiempo, el cambio en el perfil de banda Lüders y su propagación longitudinal tienen un fuerte carácter estacionario. Lo anterior se manifiesta por una lenta variación del perfil de la banda y en la rapidez de propagación del frente en relación al avance de la banda a lo largo más que a lo ancho.

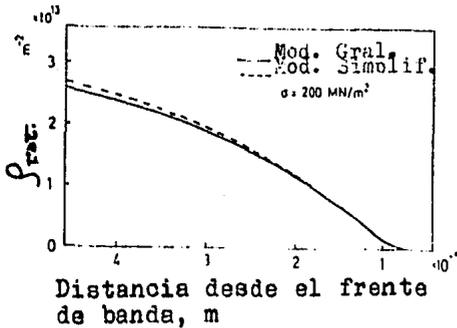


Fig. 7. Perfil de la densidad de dislocación de una banda Lüders a una tensión de 200 MN/m de acuerdo al mod. gral., ec. V.14 y al mod. simplificado, ecs. V.18 - 20 y V. 23. Los valores usados son: $n=3.0$, $B=2.79 \times 10^{10}$ m/s/(MN/m²), $C=2.0 \times 10^{14}$ m², $\rho_{00} = 3.6 \times 10^{13}$ m⁻², $\rho_1 = 10^{14}$ m⁻², $\alpha = 1.0$, $G=8.0 \times 10^4$ MN/m², $b=2.5 \times 10^{-10}$ m, $E_{000}=2.0 \times 10^{10}$ MN/m², $I=0.20$ m, $\epsilon_{000}=6 \times 10^{-4}$ s⁻¹.

Existe un tiempo en el proceso durante cada incremento de tiempo, en el que se desarrolla un perfil de banda estacionario, lo cual conduce a la expresión de propagación estacionaria siguiente:

$$\rho(x, \tau) = \rho(x + \Delta x, \tau + \Delta \tau) \dots \dots \dots (V.16)$$

de la cual resulta:

$$\frac{\partial \rho}{\partial \tau} = - \frac{\partial \rho(x)}{\partial x} \cdot v_L \dots \dots \dots (V.17)$$

en donde v_L es la velocidad de banda Lüders. $d\rho(x)/dx$ se puede expresar explícitamente como una función de la densidad de dislocación $\rho(x)$ en la banda

$$\frac{d\rho(x)}{dx} = -bBC \left[-\sqrt{(\sigma_0 + K_y \cdot d^{-1/2} + \alpha G b (\rho(x) + \rho_1)^{1/2})} \right]^n \rho(x) \cdot \frac{1}{v_L} \dots (V.18)$$

en donde $\rho_m = \rho \left(1 + \frac{\rho}{\rho_{max}} \right) \cdot v_L$ es una constante para el perfil de banda integro y $\rho(x)$ se puede obtener, para una tensión dada, integrando la ec. V.18.

En la figura 7 se grafican los perfiles de densidad de dislocación de bandas Lüders aplicando el modelo general, ec. V.14, y la expresión basada en la suposición de un perfil estacionario ec. V.18. Se obtiene una desviación de casi 10 %, considerada satisfactoria. La figura 8 muestra un perfil obtenido para un gran número de valores utilizando la ec. V.18.

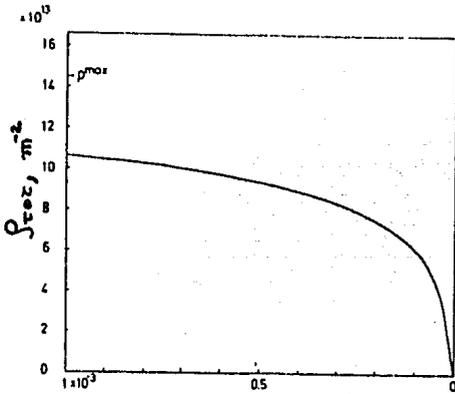


Fig. 8. Perfil de densidad de dislocación de una banda Lüders a una tensión de 240 MN/m según el modelo simplificado. Los parámetros usados son los mismos de la fig. 7.

Distancia desde el frente de banda, m

En la ec. V.14 se encuentra una relación entre la velocidad de banda Lüders y la velocidad de dislocación en las partes de lanteras de la banda aunque en forma muy compleja. Una relación más explícita entre estas dos cantidades se buscó, encontrándose que la velocidad de banda Lüders, v_L , es muy cercana a la velocidad de dislocación, v_0 , en el extremo del frente de banda donde la deformación plástica es cero y es menor que v_L . Esto puede expresarse como:

$$v_L = f \cdot v_0 \dots \dots \dots (V.19)$$

donde f es una constante que varía entre 0.1 y 0.7. v_0 puede expresarse como una función de σ por las ecs. V.9 y V.10 para dar:

$$v_0 = B \left[\sigma - (\sigma_{t0} + K_3 \cdot d^{-1/2} + \alpha G b \rho)^{-1/2} \right]^n \dots \dots \dots (V.20)$$

Δt puede identificarse como el tiempo de espera de las dislocaciones móviles en los obstáculos. En el frente de banda, en donde no se han generado dislocaciones recientes, Δt es aproxima

damente igual a $Q^{\frac{1}{2}}/v_0$.

En base a los resultados obtenidos anteriormente, el modelo general, ec. V.14, puede transformarse a una forma más simple introduciendo la condición de propagación estacionaria:

$$\frac{\partial \epsilon_p(x)}{\partial \tau} = \frac{\partial \epsilon_p(x)}{\partial x} \cdot v_L$$

La ec. V.13 se convierte en:

$$\dot{\epsilon}_{ext.} = \frac{1}{E_{err}} \cdot \frac{dV}{d\tau} + \frac{1}{l} \int_0^x v_L \frac{\partial \epsilon_p(x)}{\partial x} \cdot dx \quad . \quad . \quad . \quad (V.21)$$

x es la coordenada de un sistema que se mueve con la banda con origen en el frente de banda. x_0 es la coordenada del punto de arranque de la banda, esto es, el punto final del especimen y es igual a :

$$x_0 = \int_0^{\tau} v_L(\tau) \cdot d\tau \quad . \quad . \quad . \quad (V.22)$$

Dado que v_L es constante para cada perfil de deformación en particular, ésta puede sacarse de la integral y la ec. V.22 queda:

$$\dot{\epsilon}_{ext.} = \frac{1}{E_{err}} \cdot \frac{dV}{d\tau} - \frac{1}{l} \cdot v_L(\tau) \cdot \epsilon_p(\tau, x_0) \quad . \quad . \quad . \quad (V.23)$$

v_L puede expresarse como una función de la tensión aplicada, σ , por las ecs. V.19 y V.20, $\epsilon_p(x_0)$, la cual es la deformación plástica en la parte posterior de la banda Lüders, está totalmente definida como una función de σ al integrar la ec. V.18. En consecuencia, la relación tensión-tiempo y tensión-deformación pueden obtenerse mediante una relativamente simple integración numérica de la ec. V.23 y con un tiempo menor que el empleado para el modelo general.

Tanto para el modelo general como para el modelo estacionario, se calcularon puntos de la curva tensión-deformación; el resultado se muestra en la figura 9. La concordancia es buena.

Puede inferirse que las etapas tomadas para obtener el modelo simplificado se han confirmado con una razonable precisión, por lo que la relación obtenida entre las curvas tensión-deformación se considera bastante exacta.

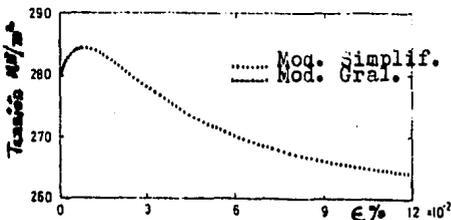


Fig. 9. Curva tensión-deformación obtenida mediante el modelo gral. y el modelo simplificado. Los parámetros son los mismos de la Fig. 7.

VI.- ELIMINACION DEL FENOMENO DE FLUENCIA DISCONTINUA EN ACERO DULCE MEDIANTE TRABAJADO EN TIBIO

Es bien sabido que los aceros dulces recocidos se caracterizan por presentar fenómeno de fluencia serrada a temperatura ambiente cuando se les somete a algún tipo de deformación, fenómeno que está íntimamente relacionado con el flujo plástico no homogéneo. Esto se presenta muy frecuentemente en muchos procesos industriales que manejan operaciones en las que la materia prima es la lámina de acero de bajo carbono, la cual después de la operación presenta irregularidades en su superficie.

Como se mencionó en la sección III.2, la tensión de fluencia se ve fuertemente afectada por el tamaño de grano del espécimen. En la figura 1 se ilustra el efecto del tamaño de grano sobre el punto de fluencia de un acero con 0.17 % de Carbono. En esta figura se observa cómo la deformación Lüders domina el proceso de flujo plástico cuando el tamaño de grano es menor de una micra, de esto se deduce que el refinamiento de grano en aceros dulces conduce al endurecimiento, lo cual contribuye a la deformación no homogénea.

En este capítulo se estudiará la posible influencia del tamaño de subgrano, desarrollado mediante un trabajado en tibio, sobre la iniciación de la fluencia en un acero dulce⁽⁹¹⁾.

El acero utilizado es el mismo de la fig.1, con 0.17% C y con adiciones de 0.58% Mn, 0.5% W y 0.24% Zr. El tungsteno y el zirconio se agregan para refinar el grano, ya que éstos inhiben el crecimiento de grano y elevan la temperatura de recristalización. Posteriormente los billets se forjaron un 25% a 925 °C, con lo que el tamaño de grano obtenido estuvo entre 20 y 30 μm . Posteriormente las placas fueron laminadas en tibio un 50% en 5 pasos a 537 °C, 595 °C y 647 °C. Las micrografías de transmisión electrónica de capa delgada tomadas a las placas, indicaron la existencia de subgranos finos y altas densidades de dislocación. El tamaño de subgrano para la placa laminada a 537 °C fué de $\lambda = 0.25 \mu\text{m}$ y para las placas laminadas a 595 y 650 °C, $\lambda = 0.48 \mu\text{m}$. Los subgranos fueron alargados en dirección del laminado y los tamaños de grano se midieron en dirección transversal al laminado. En -

la figura 2 se muestran las microestructuras obtenidas.

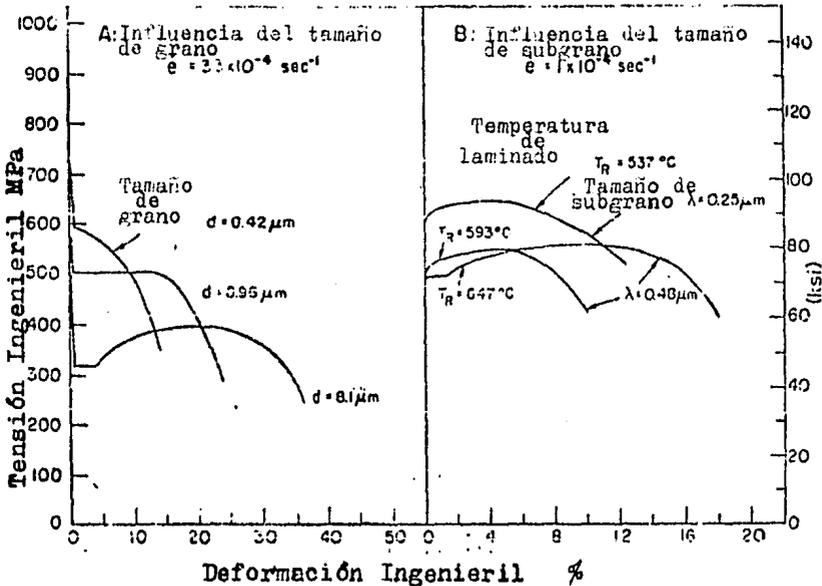


Fig. 1. Curvas tensión ingenieril-deformación ingenieril para un acero 10:17 a temperatura ambiente -- mostrando en (A) Influencia del tamaño de grano y (B) Influencia del tamaño de subgrano y la temperatura de laminado en tibio.

Las curvas de tensión-deformación en ensayos de tracción para acero trabajado en tibio se presentan en la figura 1-B. En esta figura se observa que el material trabajado a 537 °C es el que presenta la tensión más elevada, mientras que las placas laminadas en tibio a 593 y 650 °C presentan tensiones similares a temperatura ambiente.

La placa trabajada en tibio con tamaño de subgrano de 0.25 exhibe una tensión de fluencia de casi 607 MPa, valor que corresponde a la tensión de fluencia inferior presentada por el material con tamaño de grano de 0.42 μm, en el que $\sigma_f = 593$ MPa. La tensión de fluencia de las placas laminadas a 593 y 647 °C, es la misma que la tensión de fluencia inferior para el material -- con tamaño de grano de 0.96 μm. En otras palabras, hay una ausencia del punto de fluencia agudo y de la deformación no homogénea en el ensayo de tracción sobre el material trabajado en tibio. Debe subrayarse, no obstante, que conforme la temperatura del trabajado en tibio se eleva hasta 647 °C, se observa una tendencia hacia el fenómeno de fluencia serrada.

A fin de determinar si el envejecimiento es una causa que -

conduce al fenómeno de punto de fluencia agudo, las muestras se envejecieron durante tiempos hasta de varios meses a temperatura ambiente, despues de lo cual nuevamente se ensayaron y se encontró que las curvas tensión-deformación no sufrieron alteración alguna, mostrando el mismo aspecto de la figura 1-B. En base a ésto, el trabajado en tibio surge como un nuevo y prometedor método para la obtención de aceros de bajo carbón no envejecibles.

Lógicamente, surge la pregunta de por qué una estructura de trabajado en tibio proporciona materiales que no envejecen por deformación. De acuerdo al concepto Cottrell de dislocaciones sujetas por átomos intersticiales⁽⁸⁹⁾ y a la multiplicación y propagación de dislocaciones desde fuentes limitadas⁽⁷⁹⁾, en base a estos criterios se explica la fluencia serrada. Para el caso presente es muy posible que los subgranos desarrollados durante el trabajado en tibio, sean sumideros ideales para los átomos intersticiales, lo cual permite que las dislocaciones dentro de los subgranos puedan moverse libremente bajo tensión.

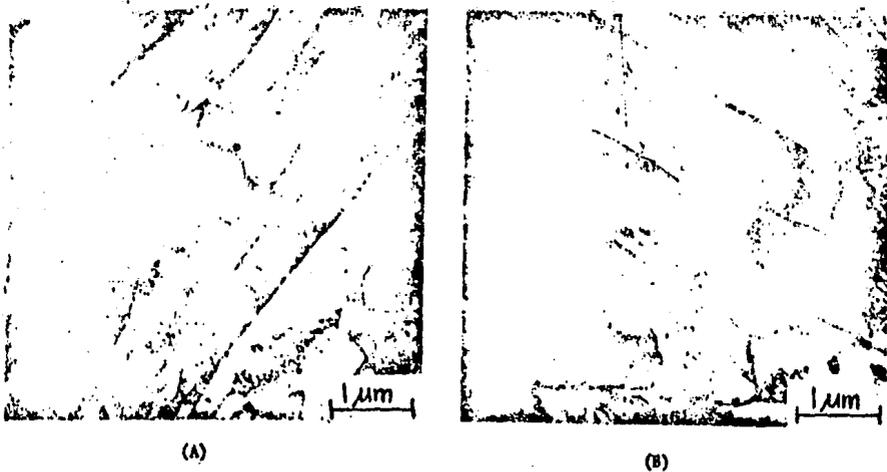


Fig. 2. Micrografías de transmisión electrónica de capa delgada de un acero 10:17 después del trabajado en tibio a (A) 537 °C y (B) 647 °C.

Aparentemente el envejecimiento no segrega átomos intersticiales a las dislocaciones libres debido a que los bordes de grano, consistentes de arreglos ordenados de dislocaciones, pueden ser sitios preferentes para dichos átomos y existen suficientes regiones de borde de grano para todos los átomos intersticiales presentes. En este caso la tensión de fluencia elevada que presentan los materiales con subgrano tensionado, se atribuye a la tensión necesaria para mover una dislocación a través de un borde de subgrano.

En base a todo lo anterior, queda demostrado que el trabajo en tibia de un acero de bajo carbono en el rango de temperatura de 537 a 650 °C, conduce a un material no envejecible con subgrano tensionado el cual exhibe una tensión de fluencia elevada, con lo cual se evita el fenómeno de fluencia serrada a temperatura ambiente en operaciones rutinarias de fabricación de piezas con acero de bajo carbono.

CONCLUSIONES

Durante el desarrollo de este trabajo, se ha tratado de llevar una secuencia lógica con el propósito de que al avanzar capítulo a capítulo se entiende mejor el fenómeno Lüders y así, en lo sucesivo resulte un término familiar que proporcione un concepto más claro del mismo.

En algunas ocasiones existe aparentemente una discrepancia respecto al efecto que producen ciertas variables durante el desarrollo del fenómeno, pero esto se debe a las condiciones bajo las cuales cada investigador desarrolla su experimento. Sin embargo la característica común e importante es que todos ellos -- llegan a los mismos resultados.

Las principales conclusiones a las que se ha llegado a partir del presente trabajo, se enlistan enseguida:

- La deformación Lüders en hierro y aceros de bajo carbón se incrementa con un descenso de temperatura, un incremento en la velocidad de prueba y una disminución en el tamaño de grano.
- La fluencia serrada no ocurrirá si el sistema de prueba es demasiado rígido.
- Al aumentar la velocidad de cabezal, el resultado es un incremento en las caídas de carga en la curva tensión-deformación.
- Una disminución en la temperatura de prueba equivale a un incremento en la velocidad de deformación.
- Cuando la curva característica tensión-velocidad de deformación tiene una pendiente negativa, se produce autooscilación (fluencia serrada).
- Las bandas Lüders sólo se observan cuando la velocidad del frente es mayor que la velocidad crítica, además la difusión no juega ningún papel en el progreso de un frente Lüders.
- El envejecimiento por deformación dinámica es la causa por la cual aparece la fluencia serrada y la difusión de átomos de soluto hacia las dislocaciones móviles durante el tiempo de espera es el factor determinante para el envejecimiento por deformación dinámica.
- El ablandamiento de los cristales cuando aparece la deformación Lüders en hierro se debe a la rápida multiplicación de las dislocaciones y a la dependencia de la tensión con la velocidad de dislocación, de acuerdo a la teoría Johnston - Gilman.

- Existe una relación entre el tamaño de grano y el espesor de la probeta mediante la cual se determina la aparición de bandas Lüders ó de una superficie rugosa (piel de naranja).
- Cualquier perfil de deformación macroscópica es en esencia una curva de termofluencia.
- La propagación de un frente de banda Lüders ocurre mediante cuñas de deformación que se mueven a lo largo de la interfase elasto-plástica.
- La altura de una cuña de deformación es aproximadamente del tamaño del grano del material.

En la literatura conocida se mencionan dos procesos utilizados por los fabricantes de piezas de acero de bajo carbón, mediante los cuales se logra la eliminación parcial ó total del fenómeno Lüders. Uno de dichos procesos consiste en someter a las placas de acero a un laminado en caliente en varios pasos y uniformemente sobre toda la superficie, antes de ser sometidas al prensado. El otro consiste en dar una reducción en espesor a las placas mediante un laminado en frío de hasta un 1%, con esto se producen bastantes núcleos de bandas Lüders de modo que cuando el material se trabaja para producir el producto terminado, los núcleos se desarrollan formando pequeñas bandas pero, debido a su tamaño pequeño y estrecha cercanía, la rugosidad de la superficie de la placa se logra reducir en forma considerable.

Los dos procesos mencionados sin embargo, no son completamente satisfactorios ya que en el laminado en caliente, las placas deben trabajarse para la elaboración del producto terminado, en un lapso no mayor de 24 horas. En el caso del laminado en frío, a pesar de que se logra reducir considerablemente el efecto, no se logra eliminar el fenómeno. Por lo tanto, el laminado en tibio de placas de acero de bajo carbón como un acondicionamiento preliminar en la elaboración de un producto terminado, es una alternativa bastante atractiva para llevarse a la práctica.

APENDICE DE LA SECCION V.2

RELACION ENTRE LA VELOCIDAD DE BANDA LUDERS Y LA VELOCIDAD DE DISLOCACION EN EL FRENTE DE BANDA.

En la solución numérica del modelo general (éc. V.10), el perfil de banda Lüders debe ser restringido a una densidad de dislocación (ó deformación) ρ_c , suficientemente baja. Como se verá posteriormente, v_L no depende del valor elegido para ρ_c .

El análisis siguiente es esencialmente un examen del avance de la propagación de la banda.

En la parte delantera de la banda Lüders, la tensión interna debida a las dislocaciones creadas recientemente puede desprejarse en relación a otras fuentes de tensión interna y, por lo tanto, la velocidad de dislocación en el frente de banda, v_0 , puede considerarse constante

$$v_0 = B(\sigma - \sigma_{i0} - \alpha G \rho^{1/2} - K_3 d^{-1/2})^n \dots (A1)$$

Además la densidad de dislocación móvil es aproximadamente igual a la densidad de dislocación total

$$\rho_m = \rho \dots (A2)$$

Por lo tanto, esta condición permite la siguiente aproximación de la ec. V.14-b

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho'(x)}{\partial t} &= bCB(\sigma - \sigma_{i0} - \alpha G \rho^{1/2} - K_3 d^{-1/2})^n \rho'(x) \\ &= bC v_0 \rho'(x) \dots (A3) \end{aligned}$$

La integración sobre el incremento de tiempo elemental, Δt , da

$$\rho'(x, t + \Delta t) = \rho'(x, t) \cdot \exp.(bC v_0 \Delta t) \dots (A4)$$

La nueva densidad de dislocación se diferencia con ' para indicar que ésta no ha sido sujeta a la propagación discutida anteriormente. Al aplicar el proceso de propagación de la ec. V.14a a $\rho'(x, t + \Delta t)$ resulta

$$\varphi(x, \tau + \Delta\tau) = \exp(bCv_0\Delta\tau) \int_0^{\infty} h(x-x') \cdot \varphi(x', \tau) \cdot dx' \quad . \quad . \quad . \quad (A5)$$

La introducción de una banda Lüders de propagación estacionaria, requiere que la dependencia de x sea la misma para $\varphi(x, t)$ y para $\varphi(x, t+\Delta t)$. La única función razonable de $\varphi(x)$ que cumple este requisito y al mismo tiempo satisface la ec. A5, es:

$$\varphi(x, \tau) = E(\tau) \cdot \exp(-\mu x) \quad (A6)$$

Dado que el estado estacionario requiere de:

$$\varphi(x, \tau + \Delta\tau) = \varphi(x - v_1 \Delta\tau, \tau) \quad (A7)$$

la siguiente forma de la ec. V.13 conduce directamente a:

$$\varphi(x, \tau) = E_0 \exp[-\mu(x - v_1 \tau)] \quad (A8)$$

La sustitución de la ec. A8 en la ec. A5, da:

$$\exp(\mu v_1 \Delta\tau) = \exp(bCv_0\Delta\tau) \int_0^{\infty} h(x-x') \cdot \exp \mu(x-x') \cdot dx' \quad (A9)$$

Con una forma triangular de $h(x)$, la integral en la ec. A9 se -- convierte en:

$$\int_0^{\infty} h(x-x') \cdot \exp[\mu(x-x')] \cdot dx' = \frac{(\exp(\mu v_0 \Delta\tau) + \exp(-\mu v_0 \Delta\tau) - 2)}{\mu v_0 \tau} \quad (A10)$$

La restricción del extremo del perfil de la banda Lüders se hace en $\varphi = \varphi_0$ y este punto corresponde a la coordenada $x_0(t)$. Por con siguiente, el perfil ahora está definido como:

$$\begin{aligned} \varphi(x, \tau) &= E_0 \exp[-\mu(x - v_1 \tau)] && \text{para } x < x_c(\tau) \\ \varphi(x, \tau) &= 0 && \text{para } x > x_c(\tau) \end{aligned} \quad (A11)$$

La aplicación de la expresión de expansión, ec. A5, sobre el perfil restringido durante Δt (después de una reducción algebraica) da:

$$\begin{aligned} \varphi(x, \tau + \Delta\tau) = \exp(bCv_0\Delta\tau) \frac{E_0 \exp(\mu v_L \tau)}{2(\mu v_0 \Delta\tau)^2} \\ \left\{ \exp[\mu(v_0 \Delta\tau - x)] \cdot (2\mu v_0 \Delta\tau - 1) \right. \\ \left. - [\mu v_0 \Delta\tau - \mu(x_c(\tau) - x) - 1] \exp(-\mu x_c(\tau)) \right\} \end{aligned} \quad (A12)$$

La ec. A12 es válida en el intervalo $x_c(t) + v_0 \Delta t \geq x \geq x_c(t)$. Más allá de $x_c(t) + v_0 \Delta t$, φ es cero.

La unidad de tiempo Δt ha transcurrido ya y el nuevo perfil de la ec. A12 será restringido de acuerdo a:

$$\begin{aligned} \varphi(x_c(\tau + \Delta\tau), \tau + \Delta\tau) = \varphi_c \\ \varphi(x, \tau + \Delta\tau) = 0 \quad \text{para } x > x_c(\tau + \Delta\tau) \end{aligned} \quad (A13)$$

La diferencia entre $x_c(t + \Delta t)$ y $x_c(t)$, representa el avance de la banda y por tanto podemos escribir:

$$x_c(\tau + \Delta\tau) - x_c(\tau) = v_L \Delta\tau \quad (A14)$$

La aplicación de la ec. A13 a la ec. A12 y la sustitución de las ecuaciones A8 y A14 en la ec. A12, da, luego de una reducción:

$$\begin{aligned} (\mu v_0 \Delta\tau + \mu v_L \Delta\tau - 1) \exp(\mu v_L \Delta\tau) = (2\mu v_0 \Delta\tau - 1) \exp(\mu v_0 \Delta\tau) \\ - 2(\mu v_0 \Delta\tau)^2 \exp(\mu v_L \Delta\tau) \exp(-bCv_0 \Delta\tau) \end{aligned} \quad (A15)$$

De la combinación de las ecs. A9 y A10 resulta:

$$\mu v_L \Delta\tau = bCv_0 \Delta\tau + \ln \left(\frac{\exp(\mu v_0 \Delta\tau) + \exp(-\mu v_0 \Delta\tau) - 2}{(\mu v_0 \Delta\tau)^2} \right) \quad (A16)$$

Además, la combinación de las ecs. A15 y A16 hace posible eliminar la constante desconocida y expresar v_L como una función de v_0 y Δt . Se puede ver que la relación v_L/v_0 , sólo depende de la cantidad $bCv_0 \Delta t$. La solución numérica de las ecs. A15 y A16 da la relación entre v_L/v_0 y $bCv_0 \Delta t$, la cual se muestra en la figura A-1. Como se muestra en la Tabla I, estos valores están de acuerdo con los valores obtenidos del modelo general, ec. V.14. Los resultados prueban que la relación toma valores de sólo unas décimas para todas las combinaciones razonables de C y la etapa de propagación unitaria $v_0 \Delta t$. El caso de $bCv_0 \Delta t = 0.25$, corresponde a los valores utilizados en este trabajo, $C = 2 \times 10^{15} \text{ m}^{-2} \cdot \text{x}$

$v_0 \Delta t = 10^{-6}$ m, ésto último se derivó a partir de una densidad de dislocación cerrada, ρ_1 , de 10^{12} m⁻².

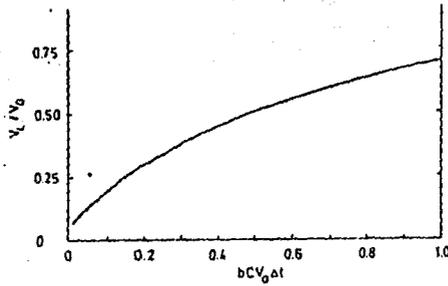


Fig. 3. Relación entre v_I/v_0 vs $bCv_0 \Delta t$ calculada de acuerdo a las eos. A 15 y A16.

C (10^{14} m ⁻²)	$r_0 \Delta t$ (10^{-6} m)	$bCr_0 \Delta t$	v_I/v_0 Modelo gen. con $\nu = \frac{1}{2}$		Análisis en el Apéndice
			200 MN/m ²	280 MN/m ²	
0.4	0.5	0.05	0.25	0.17	0.13
2.0	0.5	0.25	0.36	0.34	0.34
2.0	1.0	0.50	0.50	0.45	0.50

T A B L A I

Valores de v_I/v_0 calculados usando el modelo general y el análisis del apéndice para diferentes valores de $bCv_0 \Delta t$.

R E F E R E N C I A S

1. Lüders, W., Über die Ausserung der Elastizität an stahlartigen Eisenstäben und Stahlstäben und über eine beim Biegen solcher Stäbe beobachtete Molekularbewegung., *Dinglers Polytechn. J.* 155 (1860) 18-22.
2. Fry, A., *Kruppsche Monatsh.* 2 (1921) 117-126.
3. Edwards, C. A., Phillips, D. L. & Jones, H. N., The influence of some special elements upon the strain-ageing and yield-point characteristics of low-carbon steels. *J. Iron Steel Inst.* 142 (1940) 199-222.
4. Cottrell, A. H., Effect of solute atoms on the behaviour of dislocations., In *Rep. of a Conference on the strength of solids*, The Phys. Soc. (1948) 30-38.
5. Gilman, j. j. & Johnston, W. G., The origin and growth of glide bands in lithium fluoride crystals. In *Dislocations and mechanical properties of crystals* John Wiley, N. Y. (1957) 116-161.
6. Gilman, J. J., Dislocations sources in crystals. *J. Appl. Phys.* 30 (1959) 1584-1594.
7. Hahn, G. T., A model for yielding with special reference to the yield-point phenomena of iron and related b.c.c. metals., *Acta Metallurg.* 10 (1962) 727-738.
8. Frank, F. C. & Read, W. T. Jr., Multiplication processes for slow-moving dislocations in crystals *Phys. Rev.* 79 (1950) 722-723.
9. Low, J. R. & Guard, R. W., The dislocation structure of slip bands in iron., *Acta Metallurg.* 7 (1959) 171-179.

10. Hall, J. Iron Steel Inst. (1952) 170,331.
11. Armstrong, R. W., On size effects in polycrystal plasticity., J. Mech. Phys. Sol. 9 (1961) 196-199.
12. Cottrell, A. H. & Bilby, B. A., Dislocation Theory of yielding and strain ageing of iron., Proc. Phys. Soc. 62A (1949) 49-62.
13. McLean, D., In Mechanical properties of metals., John Wiley, N. Y., 1962.
14. Phillips, V. A., Swain, A. J. & Eborall, R. , Yield point- phenomena and stretcher-strain markings in aluminium-magnesium alloys., J. Inst. Metals. 81 (1952/53) 625-647.
15. Nadai, A. H., Plasticity. McGraw Hill, N. Y., 1931.
16. Hall, E. O., The deformation and ageing of mild steel II. Characteristics of the Lüders deformation III. Discussion of results., Proc. Phys. Soc. B64 (1951) 742-753.
17. Crussard. C., Contribution a la Théorie de la limite élastique du fer et des aciers doux., Mém. Sci. Rev. Mét. 61 (1964) 231-242.
18. Garofalo, F., Met. Trans., 4 (1973) 1557.
19. Keh, A. S. and Whissman, S., Electron Microscopy and Strength of Crystals., Int. N. Y. (1963) 231.
20. Bailon, P. J., Loyer, A. and Dorlot, J. M. , Mater. Sci. Eng. 8 (1971) 288.

21. Nadai, A., Theory of Flow and Fracture of Solids.,
Vol. I. 2nd edn. McGraw Hill (1950) 312-316.
22. Nadai, A., Theory of Flow and Fracture of Solids.,
Vol. I 2nd. edn. McGraw Hill (1950) 298-299.
23. Hall, E. O., Yield Point Phenomene in Metals and
Alloys, 1 st. edn. Plenum Press (1970) 3-4.
24. Penrose, J. D. and Braun, A. F., J.
Iron Steel Inst., (1971) 209, 862.
25. Blakemore, J. S. and Hall E. O.,
J. Iron Steel Inst., (1966) 204, 817.
26. Van den Brink, S. H., Van den Beukel A., &
McCormick, P. G., Phys. Stat. Sol. (a) 30 (1975) 469.
27. Van den Beukel, A., Phys. Stat. Sol. (a) 30 (1975) 197.
28. McCormick, P. G., Acta Met. 21 (1973) 873.
- * 29. Barker, J. P. & McCormick P. G.,
Scripta Met., 9 (1975) 145.
30. Manjoine, M. J., Trans. Am. Soc. Mech. Engrs.
(A) 66 (1944) 211.
31. Lempriere, B. M., Int. J. Mech. Sci., 4 (1962) 171.
32. Bodner, S. R., Mater. Sci. Engng., 2 (1967) 215.
33. Scharf, L. J., Trans. Am. Soc. Mech. Engrs.
(D) 92 (1970) 233.
34. Penning, P., Acta Metall. 20 (1972) 1169.

35. Verel, D. J. and Sleeswyk, A. W.,
Acta Met., 21 (1973) 1087.
36. Welter, G. and Gochowski, S.,
Metallurgia 18 (1938) 99.
37. Hart, E. W., Acta Met. 3 (1955) 146.
- *38. Prewo, K., Li J. C. M. and Gensamer, M.,
Met. Trans. 3 (1972) 2261.
39. Orowan, E., Proc. Phys. Soc., 52 (1940) 8.
- *40. Persson, N. G. and Rohlin, L.,
Scand. Jorn. Met., 2 (1973) 49-54 .
41. Ham, R. K. & Jaffrey, D., Phil. Mag. 15 (1967) 247-257.
42. Seitz, F., Advances in Physics 1 (1952) 43-90.
43. Cottrell, A. H., Phil. Mag. 74 (1953) 829.
- *44. McCormick, P. G., Acta Met., 20 (1972) 351.
45. Sleeswyk, A. W., Acta Met., 6 (1958) 598.
46. Soler-Gómez A. R. and McTegart, W. J.,
Phil. Mag., 20 (1969) 495.
47. Wijler, M. M. A., Urijhoef, A. and Van den Beukel A.,
Acta Met., 22 (1974) 13.
48. Nakada, Y. and Keh, A. S., Acta Met. 18 (1970) 437.
49. Bailon, J. P., Loyer, A., and Dorlot, J. M.,
Mater. Sci. Eng., 8 (1971) 288.
50. Ashby M. F., Phil. Mag., 21 (1970) 399.

- * 51. Hiroshi Fujita and Suichi Miyazaki,
Acta Met., 26 (1978) 1273.
- 52. Thompson, A. W., Scripta Metall. 8 (1974) 145.
- 53. Petch, N. J., Acta Met., 12 (1964) 59.
- 54. Reed, R. E. and Hill.,
Physical Metallurgy Principles
- * 55. Iricibar, R. and Mazza, J., Scripta Met. 10 (1976) 289.
- 56. Conrad, H. and Stone, G.,
J. Mech. Phys. Solids., 12 (1964) 139.
- 57. Hall, E. O., Proc. Phys. Soc. B 64 (1951) 742.
- 58. Zaat, J. H., Met. Inst. TNO Publ. (1958) 55.
- 59. Fry, A., Krupp Monatsh, July (1921).
- 60. Fisher, J. C. and Rogers, H. C.,
Acta Met. 4 (1956) 180.
- 61. Liss, R. B., Acta Met., 5 (1957) 341.
- 62. Prandtl, L., Schweiz. Bauztg., 83 (1924) 14.
- 63. Boxall, T. D. and Hundy, B. B.,
Metallurgia 51 (1955) 51.
- 64. Moon, D. W., Scripta Met., 5 (1971) 213.
- * 65. Iricibar, R. and Mazza, J. and Cabo, A.,
Scripta Met., 9 (1975) 1051.

- * 66. Iricibar, R. and Mazza, J., Scripta Met., 9 (1975) 1045.
67. Delwiche, D. E. and Moon, D. W.,
Met. Sci. Engng., 7 (1971) 203.
68. Hill, R., The Mathematical Theory of Plasticity.,
Clarendon Press, Oxford (1956).
69. Nadai, A., Theory of Flow and Fracture in Solids.,
McGraw Hill, N. Y. (1950).
70. Prewo, K. M., Doctoral Thesis (DSC), Columbia University
School of Engineering and Applied Science (1969).
71. Van Rooyen, Mater. Sci. Engng., 3 (1968) 105.
- * 72. Iricibar, R., Panizza, G. and Mazza, J.,
Acta Met., 25 (1977) 1169.
73. Marcal, P. V. and King, J. P.,
Int. J. Mech. Sci., 9 (1963) 143.
74. Strickin, J. A., Maisler, W. E. and Von Riesenmann, W. A.,
Evaluation of solution procedures for material and/or
geometrically non-linear structural analysis by the
direct stiffness method. AIAA/ASME 13 th Structures.
Structural Dynamics and Materials Conf.
San Antonio, Texas, April (1972).
75. Yamada, Y., Yoshimura, N. and Sakurai, T.,
Plastic stress strain matrix and its application for
the solution of elastic-plastic problems by the finite
element method, I. J. Mech. Sci., 10 (1968) 343.
- * 76. Iricibar, R. and Mazza, J., Scripta Met., 9 (1975) 1047.
77. Ibid. 1051.
78. Jaoul, B., J. Mech. Phys. Solids., 9 (1961) 69.

79. Johnston, W. G. and Gilman, J. J.,
J. Appl. Phys., 30 (1959) 129.
80. Johnston, W. G., J. Appl. Phys., 33 (1962) 2716.
- *81. Dieter, G. E., Mechanical Metallurgy.,
McGraw Hill N. Y. (1961) 248.
82. Butler, J. F., J. Mech. Phys. Solids., 10 (1962) 313.
83. Hildebrandt, U. and Dickensheid.,
Acta Met., 19 (1971) 49.
84. Stein D. F., Acta Met., 14 (1966) 99.
85. Stein, D. F. and Low, J. R.,
J. Appl. Phys., 31 (1960) 362.
86. Goodnow, R. H. and Bucher, J. H.,
Trans. ASME., 91 (1969) 603.
- *87. Sandström, R. and Lagneborg, R.,
Scand. J. Metallurgy., 3 (1973) 205.
88. Lagneborg Rand and Sandström, R., On the Petch-
Hall factor during discontinuous yielding.
To be published in Metal Science.
89. Cottrell, A. H., "Report of Conference on
Strength of Solids"., Physical Society. 1948.
- *90. Axel Hultgren., Scandinavian Journal of
Metallurgy., 1 (1972) 17-22.
- *91. Young, C. M., Walser, B., Abrahamson, E. P. and
Sherby, O. D., Scripta Met., 9 (1975) 35.

- * 92. Christ, B. W. and Picklesimer, M. L.
Acta Met., 22 (1974) 435.
- * 93. Van Den Beukel, A.
Acta Met., 28 (1980) 965.
- * 94. Mc Cormick, P. G. , Scripta Met., 12 (1978) 197.
- * 95. Garofalo, F.
Materials Science and Engineering., 16 (1974) 291.
- * 96. Enomoto, M. and Furubayashi, E.
Scripta Met., 13 (1979) 113.
- * 97. Mc Nelley, T. R. and Gates, S. F.
Acta Met., 26 (1978) 1605.
- * 98. Iricibar, R., Mazza, J. and Cabo, A.
Acta Met., 25 (1977) 1163.

* Indican las referencias consultadas para la elaboración del presente trabajo.