



2j.
98

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de ciencias

ESTRUCTURA DE DISCOS DE ACRECION.

T E S I S
que para obtener el título de
F I L S O F O
p r e s e n t a :
ALBERTO CARRAMIÑANA ALONSO

MEXICO, D.F.

1986



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

ESTRUCTURA DE DISCOS DE ACRECIÓN.

INTRODUCCION.

1. TORCAS Y MECANISMOS DE TRANSPORTE.

- 1.1. Tensor de esfuerzos: Ecuaciones MHD.
 - 1.1.1. La conservación de la masa.
 - 1.1.2. La conservación del momento.
 - 1.1.3. La conservación de la energía.
- 1.2. Viscosidad y turbulencia.
 - 1.2.1. Viscosidad y turbulencia.
 - 1.2.2. El parámetro alfa.
 - 1.2.3. Una estimación de alfa.
- 1.3. Interacción entre un campo magnético y un plasma como proceso disipativo.
- 1.4. Resumen de ecuaciones básicas.

2. ACRECIÓN MEDIANTE DISCOS DELGADOS.

- 2.1. Disco delgado.
 - 2.1.1. Ecuaciones básicas para acreción por viscosidad.
 - 2.1.2. Un problema con dependencia temporal.
- 2.2. Discos alfa.
 - 2.2.1. Ecuaciones.
 - 2.2.2. Soluciones.
 - 2.2.3. Observaciones.
- 2.3. Capa límite no magnética.
- 2.4. Acreción magnética.
 - 2.4.1. Magnetósfera.
 - 2.4.2. Zona de transición.
 - 2.4.2. Columnas de acreción y frenado del plasma.
- 2.5. Hoyos negros
- 2.6. Acerca de discos gruesos.
 - 2.6.1. El problema general; ecuaciones.
 - 2.6.2. Discos gruesos con luminosidades supercríticas.

3. DISCOS PROTOESTELARES Y PROTOPLANETARIOS.

3.0. Introducción.

3.1. Evidencia observacional.

3.2. Discos y flujos.

3.2.0. Introducción.

3.2.1. Modelo de Uchida y Shibata.

3.2.2. Modelo de Pudritz y Norman.

3.3. Estallidos FU Orionis por acreción.

3.3.1. FU Ori.

3.3.2. Apilamiento de masa según el modelo de Pudritz y Norman.

3.3.3. Modelo de Hartmann y Kenyon para estallidos FU Ori.

3.4. Discos protoplanetarios.

3.4.1. Modelo de acreción en nube protoplanetaria.

3.4.2. β Pictoris.

3.4.3. Otros candidatos.

CONCLUSION.

APENDICES.

A.1. Ecuaciones en coordenadas cilíndricas.

A.2. Constantes.

A.2.1. Constantes físicas.

A.2.2. Constantes astronómicas.

A.3. El límite de Eddington.

REFERENCIAS.

INTRODUCCION

En la década de los cuarentas von Weizsacker, al investigar acerca de la formación del sistema solar, estudió las propiedades de un disco de gas en rotación alrededor de una estrella. Tanto von Weizsacker (1943; 1948) como Peek (1942) llegaron a la conclusión de que la viscosidad derivada de la turbulencia del gas tendería a separar una nube protoplanetaria en dos partes, un núcleo central conteniendo la mayor parte de la masa mientras que el resto de la materia quedaría repartida en un disco infinito con casi todo el momento angular.

Posteriormente, a finales de los años 60 (Prendergast & Burbidge, 1968) el enfoque de la teoría de discos cambió del estudio cinemático al aspecto energético; el interés pasó a ser la forma en que emitiría el disco. Este nuevo enfoque permitió constatar que la acreción de materia es una poderosa fuente de energía. Si colocamos una partícula en órbita alrededor de una masa central la partícula permanecerá en dicha órbita. Si de alguna manera le extraemos energía y momento angular, tenderá a caer hacia dentro; la energía total que podemos extraer mediante este proceso (acreción) es igual a la pérdida de energía potencial. En el caso de objetos compactos esta energía puede ser importante (hasta 15% de mc^2 ; ver tabla 0.1). El problema consiste en tener un método para redistribuir el momento angular.

Imaginemos un disco de plasma en rotación alrededor de una estrella. Si no pierde energía, cada partícula del disco tendrá una órbita kepleriana, por ejemplo circular. La viscosidad del fluido es un candidato ideal para dar lugar a la acreción del material del disco. Supongamos dos anillos contiguos de un disco en rotación. La componente aleatoria del movimiento de las partículas del gas provoca que estas pasen de un anillo al otro constantemente. Si estos anillos no rotan con la misma velocidad angular (rotación diferencial) este intercambio de partículas dará lugar al frenado del anillo interior, ya que a cambio de sus partículas de rápida rotación recibe partículas más lentas del anillo vecino. Si ahora imaginamos el disco globalmente, mediante la viscosidad, tenemos un flujo de masa hacia el centro del disco, y un flujo de momento angular hacia el exterior del mismo. Al final del proceso la mayor parte de la materia de un anillo terminará en el origen sin momento angular y casi todo su momento angular estará en el infinito, transportado por una cantidad pequeña de la masa del anillo original. En el final de los sesentas se pensó que la energía disipada vía viscosidad podía ser observable, e incluso podría ser una manera de detectar un hoyo negro. Esta idea no dio los resultados que se esperaban de ella, ya que solo un (fuerte candidato a) hoyo negro fue detectado; pero el modelo creado resultó ser ideal para explicar fenómenos como fuentes binarias de rayos X, algunos tipos de variables cataclísmicas y otros objetos muy energéticos (por ejemplo cuasares). Si bien no se ha observado propiamente un disco de acreción, el espectro y otras propiedades predichas se ajustan lo suficientemente bien a algunos astros como para poder confiar en el modelo. Así, el disco originalmente propuesto para simular la creación del sistema solar pasó a ser un modelo muy útil en otras áreas.

Por otro lado, recientemente se han observado estructuras en forma de disco alrededor de objetos jóvenes. Estos discos pueden separarse en dos grupos: por un lado estructuras moleculares gaseosas observadas en radiofrecuencias, de dimensiones interestelares (del orden de 0.1 pc o $10^{17.5}$ cm) cuyo grosor es con frecuencia comparable con su diametro, denominados toroides interestelares. Por otro lado, discos mas pequeños (unos 10^3 o 10^2 UA, 1000 UA son del orden de $10^{15.5}$ cm) y aplanados, observados en el infrarojo e inclusive en el visible; estos los llamaremos discos circumestelares. Para diferenciarlos con los discos de acreción alrededor de estrellas compactas, mas pequeños (10^{12} cm a 10^{10} cm), llamaremos a estos últimos simplemente discos de acreción. Así, mientras que la teoría pasó de la nube protosolar a objetos compactos, las observaciones recientes han despertado el interés acerca de los discos alrededor de objetos jóvenes.

Como parte de esta introducción podemos describir a grosso modo las características generales de un disco de acreción: la energía producida, su luminosidad y la región del espectro donde emiten. La energía involucrada en estos procesos es de origen gravitacional y proviene del hecho de traer una masa m desde la lejanía de la estrella ($R = \infty$) hasta su superficie ($R = R_*$). La energía liberada E es:

$$E = \frac{GM_*}{R_*} m, \quad (0.1)$$

independientemente de como se lleve a cabo este proceso. En esta expresión G es la constante de la gravitación, M_* y R_* , representan la masa y el radio de la estrella. Dado que E depende de la masa en cuestión, m , podemos hablar de la eficiencia del proceso escribiendo E en términos de mc^2 . Así el quemado nuclear de hidrógeno tiene una eficiencia de .7%, ya que la energía que libera este proceso es .007 mc^2 .

Por otro lado, la luminosidad es la tasa (temporal) con la cual se libera esta energía; si en vez de traer una masa m , se acreta plasma con una tasa de acreción M , la luminosidad L será:

$$L = \frac{GM_* \dot{M}}{R_*} \quad (0.2)$$

Existe un límite para la luminosidad del proceso; este se da cuando la presión de la radiación producida es suficiente para detener la caída de materia en la estrella (ver apéndice A.3); este es el límite de Eddington, que en el caso esféricamente simétrico (el cual tomaremos como aproximación) da:

$$L_{e\alpha} = \frac{4\pi GM_* m_p c}{\sigma_e} = 1.26 \times 10^{38} \text{ erg.s}^{-1} (M_*/M_{\odot}), \quad (0.3)$$

siendo m_p la masa del protón, σ_r la sección eficaz de Thompson y c la velocidad de la luz. A esta luminosidad, le corresponde, mediante (0.2), una tasa de acreción crítica (apéndice A.3):

$$M_{cr} = \frac{4\pi m_p c}{\sigma_r} R_* \quad (0.4)$$

Finalmente, podemos dar una cota inferior y una superior a la frecuencia alrededor de la cual esperamos que emita el disco de acreción; la cota superior se da cuando toda la energía del proceso se emite como radiación en la parte profunda del pozo de potencial (caso ópticamente delgado, o transparente):

$$(h\nu)_{max} = \frac{GM_* m_p}{R_*} \quad (0.5)$$

La cota inferior se da cuando toda la energía es absorbida y reemitida como radiación de cuerpo negro (caso ópticamente grueso u opaco); la temperatura de emisión será:

$$T_{cn} = (L / 4\pi R_*^2 \sigma)^{1/4}, \quad (0.6)$$

siendo σ la constante de Stefan-Boltzmann. La frecuencia alrededor de la cual se emite la mayor parte de la radiación será (mediante 0.2):

$$(h\nu)_{min} = K \left[\frac{GM_*}{4\pi R_*^2 \sigma} \right]^{1/4} \quad (0.7)$$

Distinguiendo tres casos para discos de acreción, según las dimensiones de la estrella central, ya sea una estrella de dimensiones solares, una enana blanca o una estrella de neutrones podemos resumir las características de los discos respectivos en la tabla 0.1, que aparece en la siguiente página. Varios aspectos generales aparecen en esta tabla; por un lado, los discos de acreción emiten en altas frecuencias, y discos en estrellas de neutrones modelan a la mayoría de las fuentes binarias de rayos X. Por otro lado la eficiencia es bastante alta, alcanzando hasta 15% en el caso de la estrella de neutrones. En este último caso la luminosidad es mayor, y por tanto se está mas cerca del límite de Eddington.

Este trabajo se divide en tres partes: en la primera revisaremos las ecuaciones hidrodinámicas, y hablaremos un poco acerca de los mecanismos mediante los cuales puede acretarse materia en un disco; en una segunda parte veremos la teoría de

los discos de acreción en objetos compactos (no incluimos el aspecto relativista de acreción en hoyos negros ya sea de origen estelar ó en núcleos de galaxias); y finalmente, en el tercer capítulo discutiremos un poco acerca de las observaciones de discos circumestelares y toroides interestelares alrededor de objetos jóvenes, junto con algunos modelos propuestos para fenómenos observados en estos objetos.

TABLA 0.1.

CARACTERISTICAS TIPICAS DE DISCOS DE ACRECION EN ESTRELLAS

	Sol	Enana blanca	Estrella de neutrones
	M = M _☉ R = R _☉	M = M _☉ R = 10 ⁹ cm	M = M _☉ R = 10 ⁶ cm
Energía (0.1)	2.1 x 10 ⁻⁶ mc ²	1.5 x 10 ⁻⁴ mc ²	0.148 mc ²
Luminosidad (0.2)	1.91 x 10 ³¹ M ₁₆	1.33 x 10 ³³ M ₁₆	1.33 x 10 ³⁶ M ₁₆
Acreción crítica (0.4)	6.6 x 10 ²² g.s ⁻¹	9.5 x 10 ²⁰ g.s ⁻¹	9.5 x 10 ¹⁷ g.s ⁻¹
Espectro cota sup. (0.5)	1.99 keV Rayos X	139 keV Rayos X duros	139 MeV Rayos X y γ
Espectro cota inf. (0.6)	0.132 eV M ₁₆ ^{1/4} 94000 Å => IR	3.2 eV M ₁₆ ^{1/4} 3900 Å=>visible	560 eV M ₁₆ ^{1/4} UV lejano Rayos X

Aquí M₁₆ representa la tasa de acreción medida en unidades de 10¹⁶ g.s⁻¹, y R_☉ = 6.96 x 10¹⁰ cm.

1.1. TENSOR DE ESFUERZOS: ECUACIONES MHD

El problema que aquí planteamos es el describir el movimiento de un fluido, o plasma, al caer en un objeto central, que llamaremos estrella, aunque pueda tratarse de otro tipo de objeto (protoestrella, hoyo negro, ...). Para lograr esto emplearemos las ecuaciones hidrodinámicas, que no son otra cosa que las leyes de conservación.

1.1.1. La conservación de la masa, o ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (I.1)$$

o, escrita en términos mas explícitos:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho v_i) = 0, \quad (I.1)$$

donde ρ representa la densidad del fluido, y \mathbf{v} su velocidad. Esta ecuación indica que todo cambio de densidad, o número de partículas por unidad de volumen se debe al flujo de materia. Es decir, no hay creación ni destrucción de materia.

A partir de la ecuación de continuidad podemos definir una tasa \dot{M} de pérdida o ganancia de masa. Separando ambos términos e integrando con respecto a un volumen obtenemos:

$$\dot{M} = - \int \rho \mathbf{v} \cdot d\mathbf{a}, \quad (I.2)$$

donde hemos empleado el teorema de la divergencia, y la integral se calcula sobre el area que encierra al volumen.

1.1.2. La conservación del momento, o ecuación de Euler:

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = - \nabla P + \nabla \cdot \Pi - \rho \nabla \phi + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{B};$$

$$(I.3)$$

esta ecuación es equivalente a la segunda ley de Newton donde hemos incluido la fuerza debida a los cambios en presión, ∇p , las fuerzas viscosas, dadas por la divergencia del tensor de esfuerzos, Π , el término gravitacional, $\rho \nabla \phi$, y la fuerza de Lorentz, $\mathbf{j} \times \mathbf{B}$.

El tensor de esfuerzos viscosos está relacionado con propiedades del fluido, representadas por los coeficientes de viscosidad cortante y volumétrica, respectivamente μ y β , así como con el movimiento del fluido, representado por el tensor de deformaciones ("strain"), \underline{e} :

$$\Pi_{ij} = 2\mu \left(e_{ij} - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \delta_{ij} \right) + \frac{1}{3} \beta (\nabla \cdot \mathbf{v}) \delta_{ij},$$

(I.4)

y el tensor de deformaciones se define como:

$$e_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right). \quad (I.5)$$

Por lo general se desprecia la viscosidad volumétrica β con respecto a la cortante μ ; esta última se expresa mediante el coeficiente de viscosidad ν :

$$\mu = \rho \nu. \quad (I.6)$$

A su vez la viscosidad depende del movimiento estocástico de las partículas del fluido y su camino libre medio, λ :

$$\nu = \lambda v_t. \quad (I.7)$$

Si un fluido es tal que sus partículas se mueven mucho dentro del fluido ν será alta. La viscosidad representa la tendencia del fluido a repartir su momento; si las partículas no tuvieran ningún tipo de movimiento caótico, dos flujos paralelos con distintas velocidades permanecerían así indefinidamente. Si por el contrario, hay intercambio de partículas entre las dos capas del fluido, también habrá intercambio de momento en la dirección del movimiento del flujo, y después de cierto tiempo ambas capas de fluido tendrán la misma velocidad. Un fluido altamente viscoso tiende a moverse como un todo, mientras que un fluido con baja viscosidad mantiene sus gradientes de velocidades; la viscosidad es un ejemplo de un fenómeno de transporte, en el cual las partículas microscópicas transportan momento de un lado a otro.

La ecuación de continuidad puede escribirse en notación tensorial:

$$\rho \frac{Dv_i}{Dt} = \rho g_i + \frac{\partial P_{ij}}{\partial x_j} + f_i, \quad (1.3b)$$

donde g_i representa la gravedad ($-\partial\phi / \partial x_i$) y hemos unido en un sólo término presiones y viscosidades:

$$P_{ij} = -P \delta_{ij} + \Pi_{ij}. \quad (1.8)$$

La conservación del momento angular puede deducirse de las ecuaciones de continuidad y Euler. Escribiendo:

$$\rho \frac{Dv}{Dt} = f, \quad (1.9)$$

siendo f la fuerza por unidad de volumen, y multiplicando esta ecuación por r , recordando que v es la derivada de r :

$$r \times \rho \frac{Dv}{Dt} = r \times f; \quad (1.10)$$

como $\frac{D\rho}{Dt} = 0$, por la ecuación de continuidad, y $\frac{Dr}{Dt} \times v = 0$:

$$\frac{D}{Dt} (\rho r \times v) = r \times f; \quad (1.11)$$

lo que representa la "conservación" del momento angular (entre comillas ya que si $r \times f \neq 0$ en realidad no hay conservación).

Algunas expresiones conocidas se desprenden de esta ecuación:

Si igualamos el término en velocidades con el potencial de una partícula puntual obtenemos la expresión de Kepler para la velocidad, v_h , de rotación alrededor de una masa central:

$$v_h = \left(\frac{GM}{r} \right)^{1/2}, \quad (1.12)$$

siendo r la distancia de la partícula a la masa central.

Si consideramos la fuerza de Lorentz para un plasma, donde relacionamos j con la velocidad del fluido, se tiene que el plasma tiende a seguir las líneas de campo (o las líneas tienden a moverse con el plasma, dependiendo de la inercia del fluido y la intensidad del campo). Si por ejemplo un plasma sigue las líneas del campo dipolar de una estrella tenderá a caer en los polos de esta, mientras que si tenemos un disco de plasma en rotación dentro de un campo paralelo al eje del disco, el fluido tenderá a abandonar el disco, formando un viento que se propaga sobre perpendicularmente a dicho disco (Pudritz & Norman, 1983 y 1984). De la comparación de los términos inerciales con los magnéticos surge una velocidad característica, la velocidad de Alfvén, v_a :

$$v_a = \left(\frac{B^2}{4\pi\rho} \right)^{1/2}, \quad (I.13)$$

que nos indica a que velocidad se propagan perturbaciones del campo magnético B. Podemos también comparar la presión hidrodinámica, P, con los términos inerciales definiendo la velocidad del sonido c_s :

$$c_s = \left(\frac{dP}{d\rho} \right)^{1/2}; \quad (I.14)$$

si la velocidad es mayor que c_s (caso supersónico) los términos de presión serán despreciables frente a términos inerciales, mientras que en el caso subsónico ($v < c_s$) la presión tenderá a frenar al fluido.

Finalmente, si comparamos la presión con la gravedad obtenemos la expresión para equilibrio hidrostático:

$$\nabla P = - \frac{1}{\rho} \nabla \phi.$$

1.1.3. La conservación de la energía:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho \left(\epsilon + \frac{1}{2} v^2 \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \rho \left(\epsilon + \frac{1}{2} v^2 \right) v_j + P_{ij} v_i \right\} = \frac{\partial F_j}{\partial x_j} + \rho g_j v_j - T_{jj}, \quad (I.15)$$

donde ϵ es la energía interna del gas, F es el flujo térmico y

\underline{T} es el tensor de esfuerzos de Maxwell dado por:

$$T_{ij} = \frac{1}{4\pi} (E_i E_j + B_i B_j) - \frac{1}{8\pi} (E^2 + B^2) \delta_{ij} , \quad (I.16)$$

donde E es el campo eléctrico, que por lo general podemos despreciar (prácticamente no hay cargas libres en el espacio).

De la ecuación de energía también se desprenden algunas expresiones útiles:

Si consideramos un gas en el cual no hay intercambios térmicos podemos obtener la expresión correspondiente a un proceso adiabático:

$$P\rho^{-\gamma} = \text{cte} , \quad (I.17)$$

donde γ es el cociente entre calores específicos. Esta expresión sirve para definir a un gas isentrópico como aquél que satisface (I.17); un gas ideal isotérmico es el ejemplo correspondiente a $\gamma = 1$.

Veamos otro caso: supongamos un fluido viscoso en el cual las pérdidas de energía se deben a la viscosidad, y en el que podemos despreciar la velocidad del fluido frente a la energía interna (basta con un sistema de referencia en reposo con respecto al fluido):

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \epsilon) = \frac{\partial}{\partial x_j} (\Pi_{ij} ; v_i) . \quad (I.18)$$

Podemos definir la tasa de generación de energía por unidad de volumen, Q (erg.cm⁻³ s⁻¹), como la expresión del lado izquierdo; en el caso de un movimiento de rotación, $v = R \Omega$, y notando que el término importante del tensor de esfuerzos es:

$$\Pi_{R\theta} = -\mu \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial R} - \frac{v_\theta}{R} \right) ; \quad (I.19)$$

se tiene que:

$$Q = \frac{1}{2} \nu \rho (R \Omega')^2 , \quad (I.20)$$

con $\Omega' = d\Omega/dt$; o, si buscamos la tasa D de generación de energía

por unidad de area obtenemos:

$$D = \frac{1}{2} \nu \Sigma (R \Omega')^2, \quad (1.21)$$

donde Σ es la densidad superficial (integramos II.18 sobre respecto a una dimension).

1.2. VISCOSIDAD Y TURBULENCIA

1.2.1. VISCOSIDAD Y TURBULENCIA

Consideremos el problema de un fluido formando un disco en rotación alrededor de una estrella, la cual acreta parte del material del disco. Para lograr esta acreción es necesario que cada parte del disco pierda algo de su energía potencial para poder aumentar su cinética; es decir, necesitamos un proceso disipativo que frene al disco, extrayendo parte de su momento angular (la expresión para el momento angular viene implícita en la ecuación de continuidad y la ecuación de Euler 11.3). En esta ecuación (la ecuación de momento) incluimos la gravedad, que da lugar al movimiento de rotación, las presiones, que por lo general se manifestarán (según veremos en el próximo capítulo) sólo en la vecindad de la estrella, la fuerza de Lorentz, de la cual hablaremos posteriormente, y el tensor de esfuerzos viscosos. Los procesos que se consideran como disipativos (que frenan al fluido, esto es que ejercen alguna torca) son la viscosidad y la presencia de algún campo magnético.

La viscosidad cinemática proviene de la difusión térmica de las partículas del fluido. Puede evaluarse de acuerdo al camino libre medio del fluido, λ , y la componente térmica de la velocidad de las partículas, v_t :

$$\nu \approx \lambda v_t = \frac{v_t}{N \sigma}, \quad (I.22)$$

donde σ es la sección eficaz y N la densidad. Si uno substituye números típicos, digamos una temperatura del orden de 10^4 °K, lo que corresponde a $v_t \approx 10^6$ cm.s⁻¹, y una densidad $N \approx 10^{16}$ cm⁻³, siendo σ del orden de 10^{-15} cm² (para choques entre electrones) se tiene:

$$\nu \approx 10^4 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}. \quad (I.23)$$

Esta viscosidad es demasiado baja para dar cuenta de los fenómenos que se observan en los procesos de acreción. Para tener modelos que se ajusten mejor a las observaciones es necesario buscar algún equivalente a la viscosidad pero de mayor magnitud.

En un fluido viscoso en movimiento existen dos tendencias. Por un lado tenemos la inercia y por el otro la viscosidad. La viscosidad siendo una fuerza disipativa tiende a ordenar al fluido dando lugar a que adquiriera un movimiento homogéneo (una jalea tiene un movimiento ordenado). La inercia por otro lado favorece el crecimiento de pequeñas fluctuaciones en la velocidad. Este crecimiento de fluctuaciones en la velocidad da lugar a la formación de turbulencias. Así, en un fluido de baja viscosidad los remolinos tienden a crecer, mientras que la viscosidad se opone al crecimiento de turbulencias. Comúnmente se

emplea el cociente de ambos términos como indicador del posible carácter turbulento de un fluido. De esta manera se define el número de Reynolds como:

$$Re = \frac{\text{Inercia}}{\text{Viscosidad}} \approx \frac{v L}{\nu} \quad (1.24)$$

esto es el cociente de ambas velocidades, la cinemática y la térmica. Aquí v es la velocidad típica del fluido y L las dimensiones del sistema. Se considera por lo general que para un valor de Re mayor o del orden de 10^3 o 10^4 el fluido es turbulento. Si uno substituye valores típicos para un disco de acreción (digamos alrededor de una estrella compacta; cap .2) se obtiene un número de Reynolds del orden de 10^{14} (digamos para $v \approx 3000 \text{ km.s}^{-1}$, $\nu \approx 10^4 \text{ cm}^2\text{s}^{-1}$ y $L \approx 10^{10} \text{ cm}$). Bajo estas condiciones es de esperarse un flujo altamente turbulento. No esta de mas mencionar que este valor de Re no es reproducible en el laboratorio, y por tanto el afirmar que el flujo es turbulento es solo una extrapolación. Tampoco existe alguna base teórica que nos permita predecir la creación de turbulencias en este tipo de fluidos.

La turbulencia es un fenómeno cuya descripción escapa a las teorías físicas. Esto se debe a que el crecimiento de turbulencias se da en una forma no lineal, por lo que es necesario recurrir a teorías estadísticas (existen algunas excepciones, como por ejemplo Deissler 1984). Dentro del estudio estadístico de este fenómeno uno debe evaluar los distintos momentos estadísticos de velocidad y densidad $\langle v^n \rangle$ y $\langle \rho^n \rangle$. El problema consiste en que cada momento depende del momento siguiente, $\langle v^{n+1} \rangle$ dando lugar a un sistema infinito de ecuaciones acopladas. No existe ningún método teórico para calcular coeficientes de transporte en fluidos turbulentos. Sin embargo el actual auge de la dinámica no lineal permite albergar esperanzas con respecto a este problema.

1.2.2. EL PARAMETRO ALFA

La viscosidad en un fluido turbulento actua mediante el transporte de momento de una región del fluido a una parte vecina. Si v es la velocidad característica del fluido dentro de turbulencias, y l es el tamaño típico de los "remolinos", o celdas turbulentas, el coeficiente que describe este transporte de momento toma la forma:

$$\nu = v l \quad (1.25)$$

Ambas cantidades tienen un límite: el tamaño de las celdas turbulentas no puede ser mayor que el de nuestro sistema físico, como podría ser la altura H de un disco; por otro lado si la velocidad del fluido dentro de las turbulencias fuera supersónica (mayor que c_s), este chocaría con el resto del

fluido ya sea en reposo (el que no está en remolinos) o en movimiento en otras direcciones, termalizando parte de la energía contenida. Mediante estos choques el flujo turbulento retornaría a una velocidad subsónica.

Por tanto podemos escribir:

$$v \approx \alpha H c_s , \quad (1.26)$$

donde nuestra ignorancia con respecto a la viscosidad pasa a ser ignorancia acerca del valor de α , del cual sólo sabemos que es menor que 1. Shakura y Sunyaev (1973; SS) definieron por primera vez este parámetro que actualmente se relaciona con sus nombres.

En su artículo original, Shakura y Sunyaev dan un valor para α . Ellos estudiaron por primera vez el problema de un disco de acreción alrededor de un objeto compacto (SS tomaron un hoyo negro, pero el cálculo no depende de esto). En este caso, la componente relevante del tensor de esfuerzos es la componente $R\theta$. SS separaron esta componente en dos: una componente viscosa y otra debida a procesos magnéticos en pequeña escala. Para ello estiman el esfuerzo viscoso $\Pi_{R\theta}$:

$$\Pi_{R\theta} = \mu R \Omega' \approx - (\rho v_r) \frac{v_\theta}{R} \approx \rho c_s \left(\frac{v_r}{c_s} \right) , \quad (1.27)$$

y el esfuerzo magnético $T_{R\theta}$:

$$T_{R\theta} = \frac{B_r \times B_\theta}{8 \pi} \approx - \rho c_s^2 \left(\frac{B^2}{4 \pi \rho} \right) \frac{1}{c_s^2} ; \quad (1.28)$$

y si recordamos la definición de velocidad de Alfvén II.13:

$$T_{R\theta} \approx -\rho c_s^2 \left(\frac{v_a^2}{c_s^2} \right) . \quad (1.29)$$

Tomando el esfuerzo total como la suma de ambos y recordando las definiciones de viscosidad y de alfa:

$$\alpha = \left(\frac{v_r}{c_s} + \frac{v_a^2}{c_s^2} \right) . \quad (1.30)$$

Esta expresión no da mayor información ya que desconocemos tanto v_r como v_a (para campos a pequeña escala). Sin embargo,

podemos resaltar el hecho de que SS incluyen los campos magnéticos de pequeña escala, los cuales aparecen de manera totalmente caótica. Uno bien puede esperar este tipo de campos dentro de un flujo turbulento.

1.2.3. UNA ESTIMACION DE ALFA

Canuto, Goldman y Hubickyj (Canuto et al., 1984), dan un método para estimar el valor de alfa. a partir de una función $n(k)$ (de unidades s^{-1}) que describe el crecimiento de turbulencias de escala k (k viene siendo un número de onda). Si k_0 representa el número de onda de la mayor de las celdas turbulentas; Canuto infiere la expresión para la viscosidad turbulenta:

$$\nu_T(k_0) = \frac{n(k_0)}{k_0^2}, \quad (1.31)$$

donde aquí el problema consiste en evaluar tanto k_0 como $n(k)$, mediante alguna descripción del flujo.

Si uno aproxima la geometría del problema con un modelo plano paralelo, en el cual la componente z del vector k satisface una condición de contorno del tipo:

$$k_z L = m \pi. \quad (1.32)$$

Definiendo $x = (k_x^2 + k_y^2)/k_z^2$, y empleando la expresión 11.23 obtenemos para alfa:

$$\alpha = \frac{1}{\pi^2(1+x)} \left(\frac{H}{c_s} \right) n(k_0) \left(\frac{L}{H} \right). \quad (1.33)$$

Canuto et al. estiman $n(k)$ y k_0 en el caso de turbulencia convectiva obteniendo para alfa las expresiones:

$$\alpha = 0.016 (L/H)^2, \quad y \quad (1.34a)$$

$$\alpha = 0.009 (L/H)^2 \quad (1.34b)$$

dependiendo el valor de otro parámetro que a su vez depende de la masa de la estrella (u objeto central), de la temperatura, de la densidad, etc... (ecuación 13 de Canuto) Ellos concluyen que alfa no puede tener un valor único en el disco. Sin embargo, teniendo en cuenta la expresión 11.34, supondremos que .01 es un orden de magnitud de alfa. También debe evitarse el suponer alfa constante, aunque desconozcamos su expresión analítica.

1.3. INTERACCION ENTRE UN CAMPO MAGNETICO CON UN PLASMA COMO PROCESO DISIPATIVO

SS introducen variaciones caóticas de campos magnéticos en pequeña escala dentro de la viscosidad turbulenta. Aquí mencionaremos como un campo de mayor escala (como un campo interestelar) puede originar el frenado del flujo dentro del disco. A diferencia del campo considerado por SS, aquí el campo considerado tiene un origen independiente del disco de acreción.

El fluido que forma el disco es un plasma, y por tanto interaccionará con cualquier campo magnético externo. Las partículas cargadas tenderán a enredarse en las líneas de campo, dando lugar a diferentes procesos: si el fluido tiene baja conductividad podrá atravesar líneas de campo; si por el contrario el plasma es conductor tenderá ya sea a seguir las líneas de campo, cambiando su velocidad, o a "jalar" a las líneas, forzándolas a seguir el movimiento del disco, todo esto dependiendo de la inercia del fluido y de la intensidad del campo. Una forma de estimar si el campo domina al plasma o viceversa consiste en comparar la velocidad del fluido con la velocidad de Alfvén (o las presiones dinámica y magnética).

Supongamos que un fluido tiene conductividad σ infinita. Escribiendo la ley de Ohm, donde J es la densidad de corriente:

$$J = \sigma (E + \frac{v}{c} \times B), \quad (1.35)$$

vemos que la única manera de obtener una corriente finita es igualando el término entre paréntesis con cero. Despejando el campo eléctrico, y substituyendolo en la expresión para el rotacional de E , obtenemos en el caso estacionario (y conductividad infinita):

$$\nabla \times (v \times B) = 0 ; \quad (1.36)$$

esta es la ecuación de "congelación" del campo. El fluido representado por v y el campo B están ligados, y el movimiento del fluido "jala" a las líneas de campo, las que a su vez guían al fluido.

Ahora supongamos un disco situado en el plano xy , dentro de un campo magnético intenso paralelo al eje z . Si el campo es suficientemente fuerte, las partículas cargadas del fluido tenderán a seguir las líneas, abandonando el disco y llevandose consigo parte del momento angular. De esta forma se crea una especie de "viento de disco", y el momento angular extraído por este viento puede dar lugar a la acreción de materia por el objeto central (ver figura 1.1).

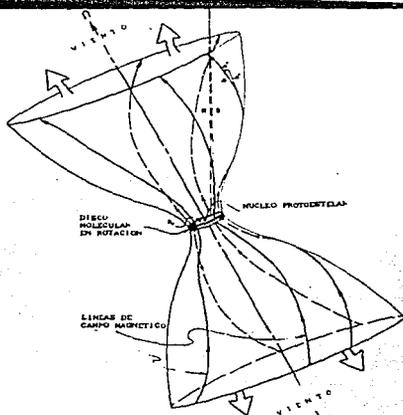


Fig. 1

Interacción entre un disco de plasma en rotación y un campo externo perpendicular.

Tomemos en lugar de un campo en una dirección una estrella con fuerte campo magnético, de forma que el campo externo es ahora dipolar. Si la presión magnética, $B^2/4\pi\rho$, es mayor que la presión de arriete ("ram pressure"), $\rho v^2/2$, el fluido tenderá a salirse del disco, seguir las líneas, y caer en los polos de la estrella. Si la presión magnética es menor pero comparable a la presión de arriete, el fluido permanecerá en el disco, pero tenderá a seguir la rotación del campo magnético. Generalmente, se considera que el campo rota con la estrella. Por lo tanto, si uno considera el campo como si estuviera amarrado "rigidamente" a la estrella, habrá un intercambio de momento angular (una torca) entre la estrella y el disco; si la estrella rota lentamente, tenderá a frenar al disco, acelerándose la estrella, mientras que si gira rápidamente, tendremos el caso inverso. Debe notarse que el hecho de que la estrella frene al disco, provocará un aumento en la acreción, mientras que si la estrella gira rápidamente la acreción tenderá a inhibirse.

En pocas palabras, la interacción entre un plasma en rotación y un campo magnético se manifiesta también en un intercambio de momento angular, el cual puede considerarse como un proceso disipativo (si el disco pierde momento) que favorece la acreción de materia. Veremos que en el caso de discos alrededor de objetos protoestelares es este proceso el que se considera para justificar la acreción de materia.

1.4. RESUMEN DE ECUACIONES BASICAS

Finalmente, damos un resumen de las ecuaciones básicas:

1) Ecuaciones hidrodinámicas

. La ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 .$$

$$\rho \left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla P + \nabla \cdot \underline{\Pi} - \rho \nabla \phi + \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \mathbf{B} .$$

tensor de esfuerzos viscosos

$$\Pi_{ij} = 2 \mu \left(e_{ij} - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \delta_{ij} \right) + \beta (\nabla \cdot \mathbf{v}) \delta_{ij} .$$

tensor de esfuerzos magnéticos

$$T_{ij} = \frac{1}{4\pi} (E_i E_j + B_i B_j) - \frac{1}{8\pi} (E^2 + B^2) \delta_{ij}$$

$$\frac{D}{Dt} (\rho \mathbf{r} \times \mathbf{v}) = \mathbf{r} \times \mathbf{f}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \left\{ \rho \left(\epsilon + \frac{1}{2} v^2 \right) \right\} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \rho \left(\epsilon + \frac{1}{2} v^2 \right) v_j + P_{ij} v_i \right\} = \\ - \frac{\partial F_j}{\partial x_j} + \rho g_j v_j - T_{jj} \end{aligned}$$

11). Ecuaciones electrodinámicas:

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4 \pi \rho_c$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{4\pi}{c} \mathbf{J} + \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\mathbf{J} = \sigma \left(\mathbf{E} + \frac{\mathbf{v}}{c} \times \mathbf{B} \right)$$

$$\nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0$$

iii). Ecuaciones termodinámicas:

$$P = \rho k T$$

$$U = \frac{3}{2} N k T$$

2. ACRECIÓN MEDIANTE DISCOS DELGADOS

2.1. DISCO DELGADO

2.1.1. Ecuaciones básicas para acreción por viscosidad.

El problema que se va a tratar es el de un fluido viscoso en rotación alrededor de una estrella (u objeto similar). En un primer enfoque despreciaremos cualquier efecto magnético, así como la influencia de objetos cercanos al sistema físico (como sería la presencia de la estrella vecina en el caso de un disco en un sistema binario). La geometría del problema sugiere el uso de coordenadas cilíndricas (esto no es forzoso; Kaburaki, 1985, hace un desarrollo para un problema particular de discos en coordenadas esféricas). Para simplificar el problema se hacen varias suposiciones:

(1) El material en cuestión es un fluido:

Esta condición se satisface siempre que el camino libre medio para colisiones entre partículas del medio, λ , sea menor que las dimensiones típicas del problema, L . Esto es:

$$\lambda \ll L. \quad (11.1)$$

y si σ es la sección eficaz para colisiones entre partículas del gas, y N su densidad numérica:

$$\lambda = \frac{1}{N\sigma} \ll L. \quad (11.2)$$

Tomando valores estimados para un disco (vease 2.2), $N \approx 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ y para $\sigma \approx 10^{-15} \text{ cm}^2$ (ver Shu, 1982), se tiene $\lambda \approx 1 \text{ mm}$. Esta condición se satisface en la mayoría de los casos. El suponer que estamos trabajando con un fluido nos permite emplear las ecuaciones hidrodinámicas.

(2) Se toma simetría axial: $(\partial/\partial\theta) = 0$:

Una variable $A(R, \theta, z)$, donde R, θ y z son las coordenadas cilíndricas, tendrá una dependencia en θ tal que $A(\theta) = A(\theta+2\pi)$; es decir, esperamos que la forma de la dependencia en θ sea armónica. Sin perder generalidad podemos suponer que el disco es simétrico. Si uno quiere ser muy riguroso puede multiplicar las soluciones independientes de θ por una función armónica en θ . La simetría en θ simplifica considerablemente las ecuaciones.

(3) El disco es geoméricamente delgado:

Es decir $H \ll R$, siendo H el espesor del disco y R su radio. Se verá posteriormente que esta condición es razonable siempre y

cuando el disco no sea muy caliente, para que la presión no tienda a inflarlo. Esto viene siendo una condición en cuanto al calentamiento y enfriamiento; si el enfriamiento es deficiente o el calentamiento excesivo, el disco no será delgado. Dado que la generación de energía está ligada a la tasa de acreción, esta es una restricción en la tasa de acreción, que como veremos mas adelante equivale a:

$$\dot{M} \leq \dot{M}_{crit} \quad (11.3)$$

donde la acreción crítica está relacionada con la luminosidad de Eddington (ver apéndice). Esta suposición de disco delgado es la más fuerte; permite tratar al disco como un objeto bidimensional, y por tanto suponer cosas como $v_z \approx 0$, $R \approx r$, Por otro lado, desacoplamos las estructuras vertical y radial, para lo cual se define la densidad superficial:

$$\Sigma \equiv \int \rho dz \approx \rho H \quad (11.4)$$

Finalmente, veremos que el suponer disco delgado implica que la velocidad Kepleriana es supersónica, y que la velocidad con que rota el disco v_θ es Kepleriana. Anticipando resultados, veremos que para un disco delgado tendremos una jerarquía de velocidades:

$$v_\theta \approx v_h \gg c_s \gg v_R \quad (11.5)$$

donde v_θ y v_R son las componentes angular (o tangencial) y radial de la velocidad del fluido, $v_h = (GM/R)^{1/2}$ es la velocidad Kepleriana y $c_s = (dP/d\rho)^{1/2}$ es la velocidad del sonido. Esta jerarquía de velocidades tiene algunas implicaciones. Si tomamos la viscosidad $\mu \leq H c_s$, los diferentes términos del tensor de esfuerzos viscosos Π_{ij} serán de orden (de mayor a menor):

$$\Pi_{R\theta} \approx \rho \left(\frac{H}{R} \right) v_\theta^2 ,$$

$$\Pi_{\theta z} \approx \rho v_\theta c_s ,$$

$$\Pi_{Rz} \approx \rho v_R c_s ,$$

$$\Pi_{RR} \approx \Pi_{\theta\theta} \approx \Pi_{zz} \approx \rho \left(\frac{H}{R} \right) v_R c_s .$$

Dada la jerarquía de velocidades, y la presión térmica P dada

por $P \approx \rho c_s^2$, sólo $\Pi_{R\theta}$ y $\Pi_{\theta z}$ pueden competir contra gradientes de presión. Cuando hablemos de efectos de viscosidad despreciaremos los demás términos (de hecho $\Pi_{\theta z}$ no se toma en cuenta ya que aparece junto con $\Pi_{R\theta}$ que es mucho mayor).

Además de estas suposiciones se emplean hipótesis tales como que el disco es ópticamente grueso, que no es autogravitante, despreciamos efectos magnéticos, estado estacionario, la prescripción α , etc... Las suposiciones anteriores hacen posible el crear un modelo analítico para un disco de acreción.

Una vez hechas estas suposiciones veamos que forma toman las ecuaciones hidrodinámicas.

* La ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \quad \Rightarrow$$

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} + \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \Sigma v_R) = 0 \quad (II.6)$$

Dado que podemos escribir $v_z \approx 0$, la componente vertical de la ecuación de Euler resulta en un equilibrio hidrostático:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = - \frac{\partial \phi}{\partial z} + \rho (\nabla \cdot \Pi)_z \quad (II.7)$$

El último término puede despreciarse, ya que sólo incluye términos despreciables de la viscosidad y por tanto escribiremos (II.7) como:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = - \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (II.8)$$

La componente vertical de la ecuación de momento angular nos da una tercera expresión:

$$\frac{D}{Dt} (\rho \mathbf{r} \times \mathbf{v}) = - \mathbf{r} \times \nabla P + \mathbf{r} \times \nabla \cdot \Pi - \rho \mathbf{r} \times \nabla \phi \quad \Rightarrow$$

$$\frac{D}{Dt} (\rho R v_\theta) = - \frac{\partial P}{\partial \theta} + \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 \Pi_{\theta R}) + R \frac{\partial}{\partial z} (\Pi_{\theta z}) \right\} - \rho \frac{\partial \phi}{\partial \theta}$$

Desarrollando la derivada convectiva, integrando sobre z, empleando la simetría axial, y despreciando términos del tensor de viscosidad, obtenemos la siguiente ecuación para el momento angular:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\Sigma R^2 \Omega) + \frac{v_R}{R} \frac{\partial}{\partial R} (\Sigma R^3 \Omega) = \frac{1}{2\pi R} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial R} ; \quad (11.9)$$

donde el esfuerzo viscoso da lugar a \mathcal{L} , la torca entre anillos adyacentes del disco:

$$\mathcal{L} \equiv 2\pi R \nu \Sigma R^2 \Omega' . \quad (11.10)$$

La prima representa derivada con respecto a R. Estas tres ecuaciones hidrodinámicas forman la base del modelo para discos delgados.

La velocidad de rotación del fluido debe coincidir con la de la estrella en su superficie. Si consideramos que la rotación del fluido es kepleriana, aumenta al disminuir R. En la mayoría de los casos Ω_p alcanza la velocidad angular de la estrella bastante lejos de su superficie. En tal caso existirá una zona de desaceleración del plasma, que denominaremos capa límite, en virtud de que su grosor es mucho menor que el tamaño del resto del disco. Sin embargo, en esta zona se da un brusco frenado del disco, y por tanto una gran generación de energía. De hecho la luminosidad de capa límite corresponde a la mitad de la total, y dado el tamaño de esta capa, se obtienen temperaturas muy altas y la correspondiente emisión de rayos X. Se considera como el borde exterior de la capa límite el punto donde $\Omega' = 0$, la torca viscosa se anula, y la rotación deja de ser kepleriana mas cerca de la estrella; las figuras 2.1 y 2.2 muestran las curvas de rotación típicas para un disco no magnético y magnético respectivamente. El frenado del gas en la capa límite se da por gradientes de presión (por medio de un choque ya que la rotación es supersónica) en el caso no magnético, mientras que en el caso magnético el plasma es frenado por torcas magnéticas y abandona el disco; el plasma llegará finalmente a los polos magnéticos, donde será frenado.

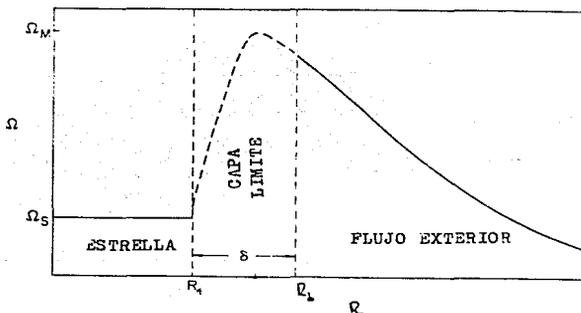


FIGURA 2.1.

Curva de velocidad angular $\Omega(R)$ para el caso de acreción en una estrella no magnética. El tamaño de la capa límite está sobreestimado.

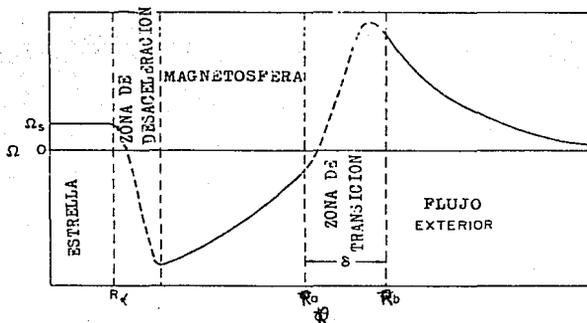


FIGURA 2.2.

Curva de rotación en el caso magnético.

2.1.2. Un problema con dependencia temporal

Si uno toma la viscosidad como una constante es posible obtener una solución analítica al problema con dependencia temporal. Si bien es un caso ideal ($\nu \neq \text{cte}$) su solución sirve para tener alguna idea con respecto a la dependencia temporal en el caso general; podemos, por ejemplo, ver si se tiende a un estado estacionario y el tiempo que debemos estimar para alcanzarlo, o si durante algún periodo de tiempo el disco tiene algún comportamiento anómalo (cambio en densidad o temperatura, por ejemplo).

Si uno combina las ecuaciones (II.6) y (II.9) se obtiene el comportamiento de Σ con R y t :

$$\frac{\partial \Sigma}{\partial t} = \frac{3\nu}{R} \frac{\partial}{\partial R} \left(R^{1/2} \frac{\partial}{\partial R} (\Sigma R^{1/2}) \right) . \quad (\text{II.11})$$

Si uno realiza la sustituciones pertinentes, junto con una separación de variables, se obtiene una exponencial para la parte temporal de Σ , y una ecuación de Bessel para la parte radial. Si ahora suponemos que inicialmente tenemos un anillo delgado situado en R_0 :

$$\Sigma(R; 0) = \frac{m}{2\pi R_0} \delta(R - R_0) . \quad (\text{II.12})$$

Obtenemos una solución que puede escribirse como (vease AP):

$$\Sigma(x, \tau) = \frac{m}{\pi R_0^2} \tau^{-1} x^{-1/2} \exp\left[-\frac{(1+x^2)}{\tau}\right] I_{1/4}(2x/\tau) . \quad (\text{II.13})$$

Donde se emplean variables adimensionales: $x \equiv R / R_0$, y $\tau \equiv 12\nu R_0^{-2} t$, que define un tiempo característico del sistema, el tiempo "viscoso":

$$t_v \approx \frac{R^2}{\nu} . \quad (\text{II.14})$$

Por otro lado, la ecuación de continuidad relaciona la velocidad radial con Σ :

$$v_R = -\frac{3}{\Sigma R^{1/2}} \frac{\partial}{\partial R} (\nu \Sigma R^{1/2}) . \quad (\text{II.15})$$

Podemos entonces graficar Σ y v_R como funciones de R y t :

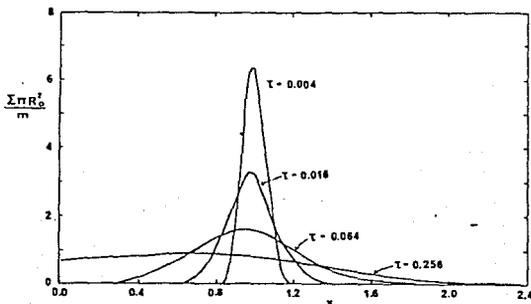


FIGURA 2.3.

Evolución de la densidad superficial del disco $\Sigma(R,t)$; el radio es adimensional, R/R_0 con R_0 el radio del anillo inicial y el tiempo adimensional $\tau=12vt/R_0^2$, con v la viscosidad.

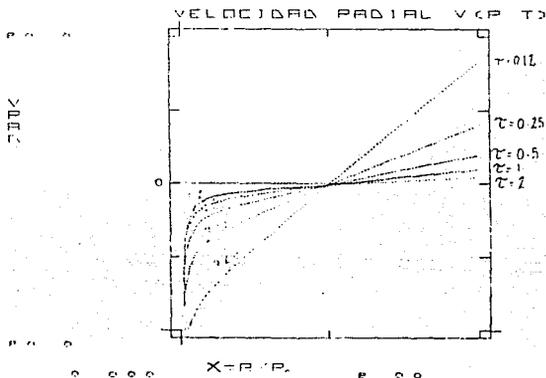


FIGURA 2.4.

Evolución de la velocidad radial de fluido $V_R(X, \tau)$, X y τ definidas en la figura 2.3.

Existe en estas gráficas una clara tendencia a un estado estacionario, debido a la dependencia exponencial (decreciente) con el tiempo; el tiempo característico es t_v que típicamente en una estrella enana blanca es de 10^7 segundos o un año, mientras que en una estrella de neutrones es del orden de 10 s.

Varios tiempos característicos aparecen en este sistema; los más importantes siendo:

1. El tiempo viscoso, ya mencionado: $t_v \approx \frac{R^2}{\nu}$. (II.14)

De orden de un día en enanas blancas y 10 segundos en estrellas de neutrones.

$$11. \text{ Un tiempo dinámico: } t_{\theta} \approx \frac{R}{v_{\theta}} = \Omega^{-1} . \quad (11.16)$$

Este tiempo corresponde al típico para la propagación de inestabilidades dinámicas, es decir el tiempo que tarda el sistema a responder a un cambio en la distribución de masa. Es del orden de 100 segundos en enanas blancas, y 1 segundo en estrellas de neutrones.

$$111. \text{ Un tiempo hidrostático: } t_z \approx \frac{H}{c_s} . \quad (11.17)$$

Corresponde al tiempo característico para establecer un equilibrio hidrostático (en z) después de perturbar al disco. Resulta ser igual al tiempo dinámico (debido a que el disco "es tan supersónico como delgado").

$$1V. \text{ Un tiempo térmico: } t_{\varphi} \approx \frac{Q}{(dQ/dt)} . \quad (11.18)$$

Este nos indica el tiempo necesario para propagar inestabilidades térmicas; si escribimos $Q \approx \rho c_s^2$ y $(dQ/dt) \approx v \rho (R\Omega')^2$ (ver sección ec. 1.20) podemos estimar:

$$t_{\varphi} \approx t_{\theta} / \alpha . \quad (11.19)$$

Esperamos que t_{φ} sea un orden mayor que t_{θ} , es decir, 10^3 s para enanas blancas y 10 s en estrellas de neutrones.

Algunos modelos de discos de acreción con dependencia temporal se ajustan a ciertos sistemas inestables observados. Entre estos tenemos las novas enanas y las estallantes de rayos X ("X-ray bursters"). Las observaciones de novas enanas dan curvas similares a la de la figura 2.5 para las explosiones; puede verse que el tiempo típico para el aumento en brillo es un orden de magnitud menor que el tiempo de decaimiento.

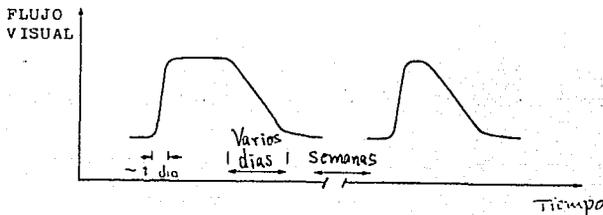


FIGURA 2.5.

Bosquejo de curva de luz (óptico) típica de un estallido de una nova enana. No se muestran variaciones debidas a la rotación de las estrellas (eclipses); estas variaciones son mucho menores que las debidas al estallido.

Los tiempos de subida son del orden de un dia mientras que el decaimiento dura varios dias. Algo similar sucede con las estallantes de rayos X. En gráficas que muestran estallidos típicos puede verse que estos tienen un perfil similar al anterior, con el decaimiento más lento que el aumento en brillo, pero ahora el tiempo de subida de la emisión es del orden de 1 a 10 s, mientras que el decaimiento es un orden de magnitud mayor (unos minutos), según puede verse en las gráficas de la figura 2.6.

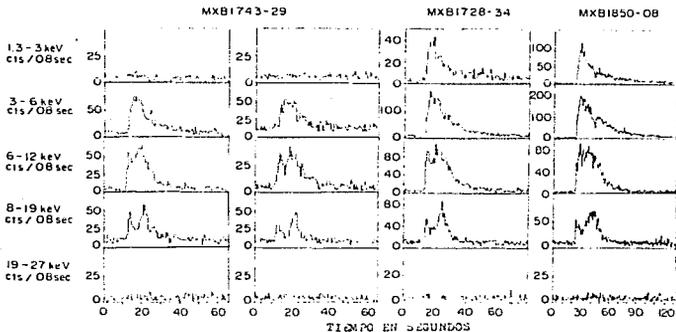


FIGURA 2.6.

Curvas de estallidos en fuentes binarias de rayos X.

El modelo propuesto funciona más o menos así: si por algún motivo (cambios en la acreción, por ejemplo) la viscosidad disminuye localmente, t_v aumenta, y tenemos una zona de acumulación de material. Al acumularse el fluido la densidad aumenta y podemos esperar que la viscosidad también. El tiempo viscoso disminuye mientras que el material acumulado cae súbitamente a la estrella. Así tenemos un estallido con un valor t_v menor durante la subida del espectro (caída de material a la estrella) que durante el decaimiento (estado inicial con t_v mayor). Esto reproduce a rasgos muy generales los espectros observados. Los tiempos en el caso de novae enanas (días) son del mismo orden que t_v en enanas blancas, mientras que las estallantes de rayos X tienen tiempos de subida que concuerdan con estrellas de neutrones (segundos). Si bien no hemos descrito realmente algún modelo (un modelo de este tipo aparece en Pringle, 1976) podemos ver que los discos de acreción inestables son buenos candidatos para representar este tipo de fenómenos explosivos y recurrentes.

Sin entrar en detalles, mencionaremos que existen algunos criterios acerca de la estabilidad del disco; en especial tendremos una inestabilidad térmica si:

$$\frac{d \ln Q^+}{d \ln T_c} > \frac{d \ln Q^-}{d \ln T_c} \quad ; \quad (11.20)$$

siendo Q^+ la tasa de generación de energía y Q^- la tasa de disipación de esta por viscosidad. Si se cumple esta condición, aquella zona que tenga mayor temperatura se calentará más rápido que una zona más fría, provocando una diferencia mayor aún. Por otro lado para inestabilidades por viscosidad tenemos el criterio:

$$\frac{\partial}{\partial \Sigma} (\nu \Sigma) < 0 \quad \Leftrightarrow \quad \begin{array}{l} \text{Inestabilidad} \\ \text{en} \\ \text{la viscosidad.} \end{array} \quad (11.21)$$

En este caso una zona con mayor densidad acumula masa más rápidamente que una parte poco densa, dando lugar a un mayor contraste en densidades.

Si bien nada nos dice que tan realista es este modelo con viscosidad constante tenemos una motivación para estudiar el caso estacionario. Este caso fue estudiado inicialmente por Shakura y Sunyaev (1973) cuando introdujeron su parámetro α . Debido a este parámetro se habla hoy en día de discos α .

2.2. DISCOS ALFA

2.2.1. Ecuaciones

El modelo SS (Shakura, Sunyaev, 1973) es la solución de las ecuaciones anteriores en estado estacionario, para un fluido con las siguientes características:

(i) El gas tiene una viscosidad ν dada por $\alpha H c_s$

(ii) El gas es ópticamente grueso y por tanto emite localmente como cuerpo negro.

(iii) La presión está dada por un término de gas ideal y un término de presión de radiación:

$$P = \rho \frac{kT_c}{\mu m_p} + \frac{4\sigma_0}{3c} T_c^4, \quad (11.22)$$

donde k es la constante de Boltzmann, T_c es la temperatura del disco en el plano ecuatorial, σ_0 es la constante de Stefan-Boltzmann, μ representa la masa molecular (ya no emplearemos la viscosidad μ , en su lugar aparecerá ν), m_p la masa del protón.

(iv) El enfriamiento se da por proceso libre-libre o por dispersión de electrones, según las condiciones de temperatura y presión que tengamos; es decir:

$$\begin{aligned} \sigma &= \sigma_+ & (\text{cm}^2) & \quad (11.23) \\ \sigma &= \sigma_{ll} = .11 N T^{-7/2} \end{aligned}$$

El proceso dominante es aquél con mayor sección eficaz. Para un disco SS tendremos entonces las siguientes ecuaciones a resolver (situando el disco en el plano $z=0$) :

*Continuidad: (11.6) $\Rightarrow \Sigma R v_R = \text{cte}$

$$M = - 2\pi R \Sigma v_R. \quad (11.24; SS1)$$

* Momento (vertical) :

Tomando el potencial de una masa puntual $\phi = - GM/r$ donde $r = (R^2 + z^2)^{1/2}$, la ecuación (11.8) nos da:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial z} \left(\frac{\partial P}{\partial \rho} \right) \approx - \frac{GM}{R^3} z; \quad (11.25)$$

empleando la velocidad del sonido aproximamos:

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial z} \approx \frac{1}{H}$$

de donde obtenemos:

$$c_s^2 = \frac{GM}{R^3} H^2 \quad (11.26; SS2)$$

Una consecuencia inmediata de esta ecuación es que si $H \ll R$, entonces la velocidad del sonido es subkepleriana:

$$c_s \ll \left(\frac{GM}{R} \right)^{1/2} = v_k$$

* Momento (radial):

Escribimos la parte radial de la ecuación de momento:

$$v_R \frac{\partial v_R}{\partial R} - \frac{v_\theta^2}{R} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial R} - \frac{GM}{R^2} + (\nabla \cdot \Pi)_R \quad (11.27)$$

y despreciando la velocidad radial ante la angular, la presión térmica (sonido) ante la gravedad (Kepler) obtenemos:

$$v_\theta^2 = \frac{GM}{R}; \quad (11.28; SS3)$$

es decir, la rotación es kepleriana.

* Momento angular:

Mediante la ecuación (11.9) en estado estacionario, integrando ambos lados con respecto a R y empleando la expresión para \mathcal{L} :

$$-\frac{M}{2\pi} R^2 \Omega = R \int \nu \Sigma R^2 \Omega' + \frac{\mathcal{L}_0}{2\pi} \quad (11.29)$$

donde \mathcal{L}_0 es la constante de integración; esta es diferente de

cero ya que existe un punto en el cual $\Omega' = 0$ (la capa límite) mientras que el término de la izquierda no se anula. Si R_{c1} representa el valor de R donde $\Omega' = 0$, escribimos la ecuación de momento angular como:

$$\nu \Sigma = \frac{M}{3\pi} \left(1 - \left(\frac{R_{c1}}{R} \right)^{1/2} \right) \quad (11.30; SS4)$$

* Energía:

En el capítulo anterior vimos una expresión para la disipación de energía mediante viscosidad:

$$D(R) = \frac{1}{2} \nu \Sigma (R\Omega')^2 .$$

Substituyendo una rotación kepleriana junto con el valor de $\nu \Sigma$ de (11.17) obtenemos la energía radiada por unidad de área:

$$D(R) = \frac{3GM\dot{M}}{8\pi R^3} f \quad (11.31)$$

donde abreviamos definiendo $f \equiv \left(1 - \left(R_{c1}/R \right)^{1/2} \right)$. Ahora gracias a la suposición de que el disco es ópticamente grueso tenemos:

$$D(R) = \frac{4\sigma_0}{3\tau} T_c^4 = \frac{3GM\dot{M}}{8\pi\tau R^3} f \quad (11.32; SS5)$$

siendo τ el espesor óptico del disco (por consistencia debe resultar mayor que 1) y σ_0 la constante de Stefan-Boltzmann. Debe distinguirse temperatura central T_c de temperatura de emisión, T_e . Definiremos la temperatura de emisión como aquella tal que:

$$D(R) = \sigma T_e(R)^4 ; \quad (11.33)$$

esta temperatura coincide con la central sólo si el espesor óptico es igual a 1. Es la temperatura T_e la que debe ser tomada en cuenta a la hora de estimar el espectro emitido. De las dos últimas ecuaciones se tiene la expresión para T_e :

$$T_e = \left(\frac{3GM\dot{M}}{8\pi\sigma R^3} f \right)^{1/4} \quad (11.34)$$

El espesor óptico se relaciona con la opacidad κ y esta a su vez con la sección eficaz:

$$\tau = \Sigma \kappa = \Sigma \sigma / m_p , \quad (11.35; SS6)$$

siendo m_p la masa del protón. Mediante (11.23) tenemos la forma explícita de τ .

* La ecuación de estado:

$$P = \rho \frac{kT_c}{\mu m_p} + \frac{4\sigma}{3c} T_c^4 . \quad (11.22; SS7)$$

Finalmente tenemos tres ecuaciones sencillas:

$$\text{Densidad superficial:} \quad \Sigma = \rho H . \quad (11.4; SS8)$$

$$\text{Velocidad del sonido:} \quad P = \rho c_s^2 . \quad (1.14; SS9)$$

$$\text{La viscosidad:} \quad \nu = \alpha H c_s . \quad (11.26; SS10)$$

Recopilando, tenemos un sistema de 10 ecuaciones con 10 incógnitas, (Σ , ν , ρ , H , T_c , P , c_s , ν_R , ν_θ , τ):

$$M = - 2\pi R \Sigma \nu_R \quad (SS1) , \quad c_s^2 = \frac{GM}{R^3} H^2 \quad (SS2) ,$$

$$\nu_\theta^2 = \frac{GM}{R} \quad (SS3) , \quad \nu \Sigma = \frac{M}{3\pi} \left(1 - \left(\frac{R_c l}{R} \right)^{1/2} \right) \quad (SS4) ,$$

$$\frac{4\sigma_0}{3\tau} T_c^4 = \frac{3GM}{8\pi R^3} f \quad (SS5) , \quad \tau = \Sigma \kappa = \Sigma \sigma / m_p \quad (SS6) ,$$

$$P = \rho \frac{kT_c}{\mu m_p} + \frac{4\sigma}{3c} T_c^4 \quad (SS7) , \quad \Sigma = \rho H \quad (SS8) ,$$

$$P = \rho c_s^2 \quad (SS9) , \quad \nu = \alpha H c_s \quad (SS10) .$$

2.2.2. Soluciones

Shakura y Sunyaev dividieron la solución en tres zonas dependiendo de la opacidad dominante y de la presión considerada, ya sea hidrodinámica o de radiación. Se muestra un diagrama de densidad y temperatura con las regiones de distinta presión (de radiación o térmica) y opacidad (libre-libre y dispersión de electrones) indicadas.

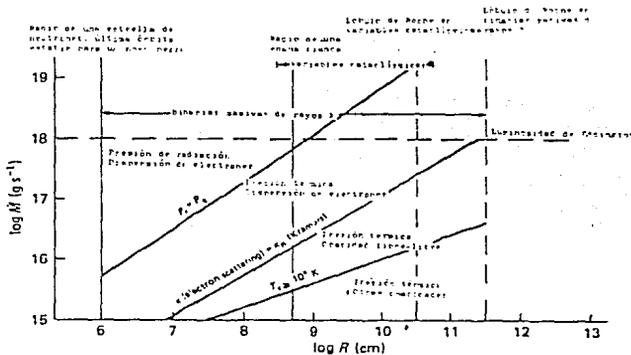


FIGURA 2.7.

Regiones con distintas opacidades y presión, para discos alfa.

La velocidad de rotación es la misma en las tres regiones; empleando unidades adecuadas para estrellas compactas (M_1 , masa en masas solares; \dot{M}_7 , acreción en 10^7 g/s; y R_m , distancia en 10^7 cm), esta velocidad es:

$$\begin{aligned} v_\theta &= 1152 \text{ km.s}^{-1} \quad M_1^{1/2} R_{10}^{-3/2} \\ &= 3643 \text{ km.s}^{-1} \quad M_1^{1/2} R_9^{-3/2} \quad (11.36) \\ &= 3.64 \times 10^4 \text{ km.s}^{-1} \quad M_1^{1/2} R_7^{-3/2} \end{aligned}$$

(1) Zona 1: Opacidad por procesos libre-libre, y presión de gas

$$\text{Aquí } \sigma(11) \geq \sigma_T, \text{ y } P \approx \rho \frac{kT_c}{\mu m_p}$$

En esta primera región la solución se expresa en unidades de 10^7 g.s⁻¹ para la acreción y 10^{10} cm para R , que son condiciones típicas para la opacidad y tipo de presión que queremos que dominen (excepto en v_R omito f, ya que la

dependencia es idéntica que con dM/dt):

$$v_R = -0.281 \text{ km.s}^{-1} \alpha^{4/5} M_{16}^{3/10} f^{-7/10} M_1^{1/4} R_{10}^{-1/4},$$

$$c_s = 1.468 \times 10^6 \text{ km.s}^{-1} \alpha^{-1/10} M_{16}^{3/20} M_1^{1/8} R_{10}^{-3/8},$$

$$\Sigma = 5.672 \text{ g.cm}^{-2} \alpha^{-4/5} M_{16}^{7/10} M_1^{1/4} R_{10}^{-3/4},$$

$$\rho = 4.452 \times 10^{-8} \alpha^{-7/10} M_{16}^{11/20} M_1^{5/8} R_{10}^{-15/8},$$

$$H = 1.274 \times 10^8 \text{ cm} \alpha^{-1/10} M_{16}^{3/20} M_1^{-3/8} R_{10}^{9/8},$$

$$T_c = 1.606 \times 10^4 \text{ }^\circ\text{K} \alpha^{-1/5} M_{16}^{3/10} M_1^{1/4} R_{10}^{-3/4},$$

$$\tau = 31.73 \alpha^{-4/5} M_{16}^{1/5}.$$

(11.37)

Es inmediato checar que cumplimos con $v_\theta \gg c_s \gg v_R$ para valores de la variables del orden de uno. Por otro lado, la opacidad τ/Σ , es mayor que la correspondiente a Thompson para valores de R del orden de 10^8 cm (para una masa solar y 10^{16} g.s $^{-1}$).

(ii) Zona 2: presión térmica y dispersión de electrones:

Puede verse en la figura 2.7 que esta solución es válida para tasas de acreción de 10^{17} g.s $^{-1}$, y R del orden de 10^9 cm; expresamos la solución en las unidades correspondientes:

$$v_R = -1.041 \text{ km.s}^{-1} \alpha^{4/5} M_{17}^{-1/5} f^{-4/5} M_1^{1/5} R_9^{-2/5},$$

$$c_s = 50.33 \text{ km.s}^{-1} \alpha^{-1/10} M_{17}^{1/5} M_1^{3/20} R_9^{-9/20},$$

$$\Sigma = 152.6 \text{ g.cm}^{-2} \alpha^{-4/5} M_{17}^{3/5} M_1^{1/5} R_9^{-3/5},$$

$$\rho = 1.105 \times 10^{-5} \alpha^{-7/10} M_{17}^{2/5} M_1^{11/20} R_9^{9/20},$$

$$H = 1.381 \times 10^7 \text{ cm} \alpha^{-1/10} M_{17}^{1/5} M_1^{-7/20} R_9^{21/20},$$

$$T_c = 1.888 \times 10^5 \text{ }^\circ\text{K} \alpha^{-1/5} M_{17}^{2/5} M_1^{3/10} R_9^{-9/10},$$

$$\tau = 60.68 \alpha^{-4/5} M_{17}^{3/5} M_1^{1/5} R_9^{-3/5}.$$

(11.38)

(111) Zona 3: Domina la presión de radiación (dispersión de electrones):

Damos la solución para esta región en unidades de acreción en 10^{17} g.s. y distancia en 10^7 cm, que corresponden a las condiciones donde domina la presión de radiación, y la opacidad por dispersión de electrones; debe notarse que esta distancia corresponde a unos 100 km, lo que viene siendo la parte interna del disco para una estrella de neutrones. Si esta distancia concuerda con el grosor de la capa límite, no existirá región alguna donde domine la presión de radiación.

$$V_R = -13.66 \text{ km.s}^{-1} \propto \dot{M}_{1,7}^2 f M_1^{1/2} R_7^{-5/2},$$

$$c_s = 576.8 \text{ km.s}^{-1} \dot{M}_{1,7} M_1^{1/2} R_7^{-3/2},$$

$$\Sigma = 1.161 \times 10^3 \text{ g.cm}^{-2} \alpha^{-1} \dot{M}_{1,7}^{-1} M_1^{-1/2} R_7^{3/2},$$

$$\rho = 7.334 \times 10^{-3} \alpha^{-1} \dot{M}_{1,7}^{-2} M_1^{-1/2} R_7^{3/2},$$

$$H = 1.583 \times 10^5 \text{ cm } \dot{M}_{1,7},$$

$$T_c = 9.920 \times 10^6 \text{ }^\circ\text{K } \alpha^{-1/4} \dot{M}_{1,7}^{1/8} R_7^{-3/8},$$

$$\tau = 462 \alpha^{-1} \dot{M}_{1,7}^{-1} M_1^{-1/2} R_7^{3/2}.$$

(II.39)

Resulta interesante el constatar que H sólo depende de la acreción, y del factor f, por lo que la forma funcional de H está dada una vez conocida la tasa de acreción. Por otro lado $f \rightarrow 0$ según $R \rightarrow R_*$, por lo que el disco tenderá a mantenerse delgado. Por otro lado, la temperatura es suficientemente alta como para dar lugar a reacciones nucleares, y por lo tanto a inestabilidades térmicas.

Un resultado importante del modelo es el espectro teórico. A partir de la expresión (II.33) podemos encontrar el espectro:

$$I_\nu \approx B_\nu(T_e(R)) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{\exp(h\nu/KT_e(R)) - 1}$$

El flujo emitido es:

$$F_\nu = \int I_\nu \cos\theta \, d\Omega = \frac{4\pi h\nu^3}{D^2 c^2} \cos i \int \frac{RdR}{\exp(h\nu/KT_e(R)) - 1},$$

siendo θ el ángulo de inclinación de la fuente con respecto al observador. Integrando obtenemos tres distintas zonas en el espectro:

(i) si ν es baja ($h\nu \ll kT_e$):

Aproximando la exponencial como 1 menos el argumento obtenemos:

$$F_\nu \sim \nu^2 \quad (11.41a)$$

(ii) para frecuencias intermedias ($h\nu \approx kT_e$):

Obtenemos la parte más plana del espectro:

$$F_\nu \sim \nu^{1/3} \quad (11.41b)$$

(iii) para frecuencias altas ($h\nu \gg kT_e$):

Predomina la dependencia exponencial en la integral y el espectro decae exponencialmente:

$$F_\nu \sim \nu^3 \exp(-\nu) \quad (11.41c)$$

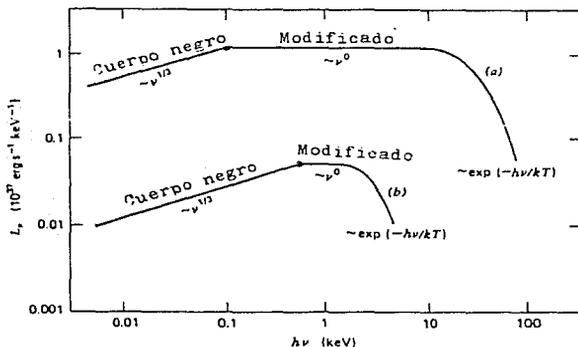


FIGURA 2.8.

Espectros teóricos para dos discos de acuerdo al modelo SS; la curva superior corresponde a $\alpha \approx 10^{-3}$, $M_1=1$, $M \approx 10^{-6} M_\odot \cdot \text{año}^{-1}$ y $L \approx 10^{38} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$. La curva inferior corresponde a $\alpha \approx 0.1$, $M_1=1$, $L \approx 10^{36} \text{ erg} \cdot \text{s}^{-1}$ y una tasa de acreción de $10^{-8} M_\odot \cdot \text{año}^{-1}$.

La luminosidad se obtiene integrando $D(R)2\pi dR$ entre ∞ y R_{cd} ; si no se toma en cuenta la rotación de la estrella se tiene:

$$L_{\alpha} = \frac{1}{2} \frac{GMM}{R_{c1}^2} \quad (11.42)$$

donde debe recordarse que $R_{c1} \approx R_*$. Esta luminosidad es prácticamente igual a la mitad de la luminosidad que se obtiene mediante todo el proceso de acreción:

$$L_{tot} = \int_{R_*}^{\infty} \frac{GMM}{R} dR = \frac{GMM}{R_*^2} \quad (11.43)$$

La otra mitad de la luminosidad se produce en la frontera entre la estrella y el disco, la capa límite (sobre la cual tratará la sección 2.3). Debido a que esta capa es muy pequeña en comparación con el resto del disco, la emisión de la capa límite se da en frecuencias mayores, dando lugar a emisiones en UV y rayos X.

Si uno incluye la rotación de la estrella (11.43) se multiplica por un factor ϵ :

$$L_{\alpha} = \epsilon \frac{1}{2} \frac{GMM}{R_{c1}^2} \quad (11.44)$$

$$\text{con } \epsilon = 1 - \frac{\Omega_*^2}{\Omega_b(R_*)^2}$$

tomando en cuenta la rotación de la estrella Ω_* y la dada por la expresión de Kepler en el borde interno del disco, Ω_b .

2.2.3. Observaciones

Las variables cataclísmicas y las fuentes galácticas de rayos X la motivación principal de los modelos de discos de acreción. Debido a esto existen predicciones acerca del tipo de resultados observacionales (la fotometría y espectroscopia) que uno espera de un modelo de disco de acreción (ver Herter et al., 1979). Actualmente existe un gran número de observaciones que respaldan la existencia de discos de acreción. Mencionamos tan sólo algunas con el fin de respaldar la teoría:

Chanan et al. 1978, y Chester 1979, reportan la presencia de discos cóncavos (concuerdan con $\alpha=1$) en DQ Her y UX Uma.

Pedersen et al. 1982, reporta la presencia de un disco 10 veces más abierto (H/R) que el propuesto por SS en MXB 1636-53.

Bath et al. 1980, observan espectros típicos (figura 2.8)

de discos en variables cataclísmicas (EX Hya, VW Hya); un espectro análogo se tiene para la estallante de rayos X, 4U1627-67.

Finalmente no debe uno olvidar que aún no conocemos la viscosidad, y por tanto α . Este parámetro puede (¡debe!) ser función de temperatura, densidad, y demás. Por lo que a fin de cuentas la solución para el disco de Shakura Sunyaev no es representativa en cuanto a la forma funcional de las variables. No puede uno decir que la opacidad tiene tal o cual forma funcional. Sin embargo, dado que α es menor que uno, y en vista de la débil dependencia de los parámetros del disco con α , esperamos que la solución calculada tenga el orden de magnitud correcto. El valor real del modelo de disco α es el permitirnos estimar ordenes de magnitud para temperaturas, densidades, opacidades y demás. Si, por otro lado, tenemos algún medio de calcular α (como el método de Canuto et al.), podemos incluirlo en las soluciones y obtener una forma funcional más realista para las variables del disco.

2.3. CAPA LIMITE NO MAGNETICA

Por lo general, en los modelos de discos se considera que la rotación es Kepleriana. Sin embargo al resolver las ecuaciones hidrodinámicas es necesario tomar en cuenta las condiciones a la frontera. En particular, la rotación del disco debe cumplir con:

$$\Omega(R_*) = \Omega_* \quad (11.45)$$

Por lo general la rotación de la estrella es mucho menor que la Kepleriana en R_* , y por lo tanto, el plasma del disco deberá ser frenado en la vecindad inmediata del astro. Ignorando cualquier efecto magnético, el frenado se dará por la presión del gas cerca de la estrella. En la ecuación de momento los términos dominantes serán el gradiente de presiones y la gravedad:

$$v_R \frac{\partial v_R}{\partial R} - \frac{v_\theta^2}{R} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial R} + \frac{GM}{R^2} = 0, \quad \Rightarrow$$
$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial R} = - \frac{GM}{R^2}, \quad (11.46)$$

donde b es el espesor de la capa límite; empleando la velocidad del sonido y recordando que en un disco SS :

$$\frac{v_\theta}{v_b} = \frac{H}{R},$$

tenemos una estimación para el espesor de la capa límite:

$$b \approx \frac{H^2}{R} \quad (11.47)$$

Dado que $H \ll R$, la capa límite es muy delgada; tomando números de la solución (11.37):

$$R = 10^{10} \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad H \approx 1.3 \times 10^9 \text{ cm} \quad \Rightarrow \quad b \approx 1.7 \times 10^6 \text{ cm} .$$

En esta capa límite se producirán rayos X duros o blandos dependiendo de la tasa de acreción; contrariamente a lo que uno esperaría, si la acreción es alta tendremos rayos X blandos (entre .1 y 1 keV), mientras que si es baja tendremos rayos X más energéticos (entre 2 y 20 keV).

El panorama es a grandes rasgos el siguiente: el material se acerca a la estrella con baja velocidad radial (subsónica) y alta velocidad de rotación, y debe llegar con velocidad despreciable a la superficie. Tenemos la imagen típica de un proceso de choque supersónico, en el cual el fluido pasa de una velocidad supersónica a una subsónica en una distancia muy pequeña (del orden de unos cuantos caminos libres medios; en este caso se estima que efectivamente $\lambda \ll b$), que por lo general se toma como una discontinuidad. Si consideramos un choque supersónico la temperatura del fluido después de chocar viene siendo:

$$T_{ch} = \frac{3}{16} \frac{\mu m_p}{k} v^2 \approx 1.86 \times 10^8 \text{ } ^\circ\text{K} M, R_9^{-1} . \quad (11.48)$$

Esta temperatura es la que alcanzaría el gas al chocar frontalmente con la estrella. Sin embargo, en realidad tenemos uno o varios choques oblicuos, por lo que el gas en realidad no alcanzará esta temperatura. Pringle y Savonije (1979) dividen el proceso en dos casos, dependiendo de si la tasa de acreción es mayor o menor que $2 \times 10^{16} \text{ g.s}^{-1}$. Si se tiene dM/dt mayor que este valor, la densidad que se alcanza en la capa es alta, ya que el tiempo característico para enfriamiento libre-libre es menor que el de expansión adiabática:

$$\frac{\tau_{ii}}{\tau_{ad}} \propto M_{16}^{-14/17} . \quad (11.49)$$

En tal caso, la capa no puede expandirse, la densidad es alta y el gas es ópticamente grueso. La energía producida en el choque se thermaliza y obtenemos una emisión térmica con temperaturas entre 2 y $5 \times 10^7 \text{ } ^\circ\text{K}$, en el caso de enanas blancas. Este tipo de radiación se observa por ejemplo en U Geminorum (Mason et al., 1978).

Para obtener radiación no térmica, se requieren dos condiciones:

(1) Que la región emisora sea ópticamente delgada, para permitir la salida a fotones energéticos sin thermalizarlos.

(11) Que el choque sea suficientemente fuerte, como para producir temperaturas cercanas a la dada en (11.48).

Cuando la acreción no es demasiado alta, el tiempo para expansión adiabática del gas en la capa límite es menor que el de enfriamiento libre-libre. Por lo tanto, la capa alcanza a expandirse más allá del plano del disco formando una corona caliente, ópticamente delgada que permite la producción de rayos X duros. Pringle y Savonije argumentan que si el tiempo de expansión adiabática es suficientemente corto, el material en expansión choca con el flujo que llega a la estrella produciendo choques suficientemente energéticos. Gracias a este proceso es posible obtener temperaturas por encima de $10^8 \text{ } ^\circ\text{K}$, y rayos X duros, tal como se observan en objetos como SS Cygni (Ricketts, King & Raine, 1979) o U Gem (Swank et al., 1978).

Debe recordarse que la luminosidad de la capa límite es proporcional a dM/dt , y viene siendo igual a la del resto del disco (para rotación despreciable) :

$$L_{cl} = \frac{GMM_*}{2R_*} \quad (11.50)$$

Si para una tasa de acreción baja (alta) tenemos fotones muy (poco) energéticos y baja (alta) luminosidad, es claro que el número de fotones será pequeño (grande). Es decir que en una emisión de rayos X duros el flujo de fotones será mucho menor que para el caso de rayos X blandos, de forma que la luminosidad total esté dada por (11.50). El resto del disco emite radiación (térmica) visible o UV.

El principal problema de este modelo de Pringle es que en un choque oblicuo la componente que tiende a ser termalizada es la normal a la superficie de la estrella. En este caso la componente radial es subsónica, lo cual dificulta la formación de dicho choque. Tytenda (1981) propuso un modelo para la capa límite en el que el frenamiento se produce por viscosidad (turbulenta) sin necesidad de choque alguno. Dentro de sus ecuaciones Tytenda no desprecia el término de presión, dP/dR , y obtiene una capa ópticamente delgada si la tasa de acreción es suficientemente baja (menor que 10^{16} g.s^{-1}). De esta forma podría producirse una emisión de rayos X duros, siempre y cuando la viscosidad fuera suficiente; para Tytenda suficiente implica un número de Reynolds del orden de 10^3 . Para una estrella de $1.33 M_{\odot}$, con radio $3 \times 10^8 \text{ cm}$ (enana blanca) y una acreción de $1.3 \times 10^{15} \text{ g.s}^{-1}$ obtenemos una luminosidad de $4 \times 10^{32} \text{ erg.s}^{-1}$ en radiación alrededor de 22 keV; estos datos corresponderían a las observaciones de SS Cyg (ver parte final de Tytenda, 1981).

Si bien tenemos una idea de la frecuencia en la que emite la capa límite, así como su luminosidad, que corresponde a la mitad de la luminosidad total del proceso, es difícil conocer la estructura de presiones, densidades, etc... en dicha capa. Regev (1983) utiliza un cálculo de tipo perturbativo para deducir las ecuaciones necesarias para conocer la estructura de la capa límite. Para ello toma las suposiciones usuales (estado estacionario, simetría axial, sólo interviene el término $\Pi_{R\theta}$ del tensor de esfuerzos viscosos, el espesor óptico es mayor que uno y la ecuación de transferencia se trata en la aproximación de difusión, tal como lo hicimos, el disco es delgado, y la prescripción alfa), considera las ecuaciones de momento, momento angular, continuidad y energía, escala sus variables con respecto a dimensiones típicas para una enana blanca. Pueden expandirse las variables en términos de orden cero, uno, ... :

$$\Omega = \Omega_0 + \epsilon \Omega_1 + \epsilon^2 \Omega_2 \quad , \quad (11.50)$$

donde $\epsilon = H/R_*$; el que cada término sea menor que el anterior depende obviamente de que tan delgado es el disco. A partir de esta expansión, pueden calcularse los diferentes ordenes dentro de la ecuaciones; así, a orden cero se obtienen las ecuaciones de

un disco α . A orden uno se obtienen las ecuaciones diferenciales que nos indican como varían los términos de orden cero dentro de la capa límite:

$$\frac{\partial P_0}{\partial R} = \gamma \frac{P_0}{T_0} (\Omega_0 - 1), \quad (11.51)$$

$$\frac{\partial \Omega_0}{\partial R} = \left(\frac{\mu}{2\gamma} \right) M \Omega_0 (1 - \Omega_0) T_0^{1/2} P_0^{-1}, \quad (11.52)$$

$$\frac{\partial Q_0}{\partial R} = \frac{\mu^2}{4\eta\gamma} M^2 \Omega_0^2 (1 - \Omega_0)^2 P_0^{-1}, \quad (11.53)$$

$$\frac{\partial T_0}{\partial R} = -\gamma \kappa \frac{P_0}{T_0^4} Q_0, \quad (11.54)$$

siendo γ el cociente entre calores específicos, $\mu = M / (2\pi H^{\#2} \rho^{\#} c_s^{\#})$, donde $\#$ indica valor escalado) el cociente entre la tasa de acreción existente y la que tendríamos si en $R = H$ tuvieramos $v_R = c_s$; η es una constante adimensional ($\eta = 4\pi \kappa T^4 / 3(\rho v_s^2)^2 \kappa H$; Regev toma $\eta = .641$) y κ es la opacidad para proceso libre-libre, $\kappa_0 = P_0 T_0^{-4.5}$, recordando que las variables están escaladas.

Regev muestra una solución particular para sus ecuaciones, fijando condiciones iniciales en la estrella; las soluciones coinciden con el modelo SS según nos alejamos de la estrella (ver figura 2.9); en esta solución se obtiene una temperatura del orden de 10^5 K en la vecindad inmediata de la estrella. Un dato interesante que obtiene Regev, es que buena parte de la radiación producida se va a la estrella, 4×10^{33} erg.s $^{-1}$, lo que bien podría producir inestabilidades en las capas externas del astro.

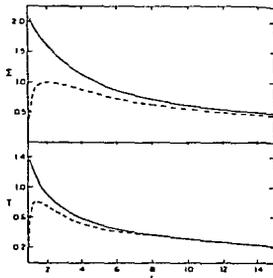


FIGURA 2.9.

Perfil de densidad superficial, Σ , y temperatura T , para la capa límite de un disco de acreción de acuerdo al modelo Regev.

2.4. ACRECIÓN MAGNÉTICA

El panorama que hemos visto corresponde al caso de estrellas no magnéticas; en el caso de estrellas de neutrones, es común tener campos muy intensos que afectarán el movimiento del plasma. Así, usualmente se considera el desarrollo de la sección 2.3 para enanas blancas, mientras que para estrellas de neutrones debe tomarse en cuenta la presencia del momento magnético de la estrella.

2.4.1. Magnetósfera

En el caso magnético, se acostumbra dividir al disco en varias zonas; primeramente, tenemos el disco, propiamente hablando, en el cual los efectos magnéticos son despreciables y el movimiento del fluido se ajusta a lo visto anteriormente. Al acercarnos a la estrella llegamos a una zona de transición, donde el movimiento del fluido está influenciado por el campo magnético, pero la presión de aríete es superior a la presión magnética; en esta zona es el fluido el que modifica la forma de las líneas de campo. Posteriormente, llegamos a la magnetósfera, en la cual el campo domina totalmente el flujo de materia. El plasma sigue las líneas de campo para caer en los polos magnéticos; en estos polos el fluido cae confinado por el campo formando una columna, dentro de la cual choca con la superficie estelar, dando lugar a la producción de rayos X. A grandes rasgos este es el camino que sigue el plasma para alcanzar la superficie de la estrella. En la figura 2.10 se muestran las diferentes zonas de un disco magnético.

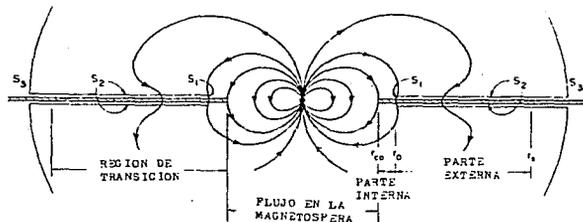


FIGURA 2.10.

Disco magnético; se muestra la zona de transición, con una parte externa grande (rotación Kepleriana) e interna donde el flujo rota influenciado por el campo; el ancho de la parte interna es típicamente $\delta \sim .04 R_0$ (ver texto).

Por lo general se define a la magnetósfera como aquella zona dentro de la cual la presión magnética supera a la presión de

ariete; si R_a define el radio externo (o radio de Aliven) de esta magnetósfera, tenemos:

$$\rho (R_a) v_p^2 (R_a) = \frac{E_p^2 (R_a)}{4\pi} \quad (11.55)$$

Donde v_p y E_p representan la parte no azimutal (poloidal) de la velocidad del plasma y del campo respectivamente.

Partiendo de esta expresión se puede estimar un valor para R_a ; en particular Vasylunas (1977), para el caso de acreción mediante un disco, da:

$$\frac{R_a}{R_*} = 6.15 \times 10^2 B_{12}^{4/7} R_{*9}^{3/7} L_{37}^{-2/7} M_1^{1/7} (\varphi\%)^{2/7},$$

(11.56)

donde L_{37} es la luminosidad en unidades de 10^{37} erg.s⁻¹, ($\varphi\%$) un factor del orden de uno, B_{12} el campo en unidades de 10^{12} gauss, R_* el radio de la estrella, etc... Las unidades son típicas de una estrella de neutrones. En este caso la magnetósfera es dos ordenes de magnitud mayor que la estrella, y debemos esperar que juegue un papel importante en el proceso de acreción. En el caso de una enana blanca, el valor de R_a/R_* será dos ordenes de magnitud menor (varía R_* así como B , suponiendo que ambos objetos tienen el mismo flujo magnético), y tendremos:

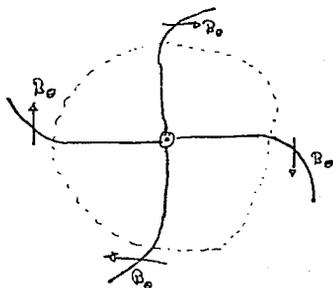
$$R_a/R_* \approx 3.$$

En este caso la magnetósfera no está muy extendida (incluso si L es mayor, o B menor que los valores típicos, podemos tener $R_a < R_*$) y puede no ser importante dentro del proceso.

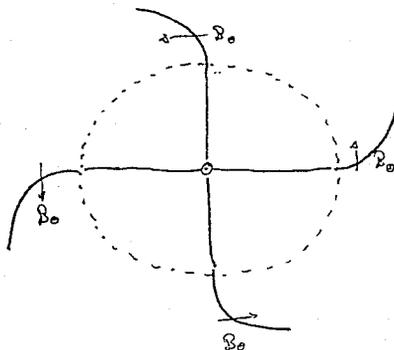
Ghosh, Lamb y Pethick publicaron una serie de tres artículos en los cuales estudian la acreción en estrellas de neutrones magnéticas en rotación (Ghosh, Lamb & Pethick, 1977; Ghosh & Lamb 1979a, y 1979b). En el primero de estos trabajos, analizan el flujo de materia dentro de la magnetósfera y sus implicaciones en cuanto a la rotación de la estrella.

Es claro que la rotación del plasma dará origen a una componente B_θ del campo magnético, el cual suponemos que sería dipolar en ausencia del disco. En el primer artículo, Ghosh y colaboradores dan una expresión para calcular B_θ así como la velocidad angular del fluido, Ω . Una conclusión a la que llegan, es que tanto Ω como B_θ son positivos o negativos si $|\Omega_*|$ (Ω_* velocidad angular de la estrella) es mayor o menor que $1/R_a^2$, siendo l el momento angular que transporta una línea de flujo (que es constante; suponemos que Ω y l son paralelos). Si $|\Omega_*|$ es menor que $1/R_a^2$, la rotación del disco en el radio de Aliven será mayor que la de la estrella, y el plasma jalará a las

líneas de campo (ver figuras), dando origen a una B_θ negativa, ya que las líneas tienden a ir hacia la estrella; el fluido, al seguir las líneas de campo tendrá una rotación negativa. En tal caso, Ghosh et al. deducen que la estrella tenderá a ganar momento angular, a costa del disco y Ω_* aumentará, o lo que es lo mismo el periodo de rotación, P , disminuirá, $dP/dt < 0$. Si por el contrario, $|\Omega_*|$ es mayor que el valor mencionado, B_θ será positiva, el plasma aumentará su velocidad de rotación, la estrella frenará su rotación y tendremos un aumento en el periodo de rotación, $dP/dt > 0$.



$$|\Omega_*| \leq \frac{1}{R_a}$$



$$|\Omega_*| \geq \frac{1}{R_a}$$

DIBUJO.

La estrella y su campo magnético vistos desde "arriba"; la líneas dipolares se distorsionan mas allá de R_a , donde se crea una componente θ del campo magnético.

Kaburaki (1985) objeta este modelo argumentando que el disco no puede ganar momento angular, ya que esto inhibiría la acreción. Sin embargo, Ghosh y Lamb hacen notar que la estrella puede frenarse aumentando su energía rotacional. Si I es el momento de inercia de la estrella, cambios en su energía rotacional están dados por:

$$E_{rot} = \frac{1}{2} \frac{d}{dt} (I\Omega) = \frac{1}{2} (I\dot{\Omega} + 2I\Omega\dot{\Omega}) \quad (11.57)$$

Si la estrella se frena, $d\Omega/dt$ es menor que cero, pero aún

podemos tener dE_{rot}/dt positiva, pidiendo:

$$\frac{\dot{I}}{I} > -\dot{z} \frac{\dot{\Omega}}{\Omega} = \dot{z} \frac{\dot{P}}{P} > 0, \quad (11.58)$$

y el aumento en el momento de inercia bien puede relacionarse con la ganancia de masa debida a la acreción.

Un resultado interesante de estos artículos es el cálculo de la torca entre el disco y la estrella, así como el cambio en el periodo de rotación, dP/dt , y el tiempo característico de frenado. Ghosh y Lamb mencionan que si la transición entre la magnetósfera y el disco es delgada, la torca N entre el disco y la estrella estaría en el intervalo:

$$\frac{1}{2} (1 + \omega_*) N_0 < N < N_0, \quad (11.59)$$

donde N_0 es:

$$N_0 = M (GMR_0)^{1/2}, \quad (11.60)$$

ω_* es el cociente entre la velocidad angular de la estrella y la rotación kepleriana en R_0 , siendo R_0 el radio de la magnetósfera, $R_0 \approx R_a$. Dado que ω_* está comprendido entre cero y uno (suponiendo que el disco y la estrella giran en el mismo sentido) la torca es siempre positiva, y el disco acelera a la estrella. Sin embargo, un resultado del modelo es que la transición entre disco y magnetósfera no es delgada, lo cual modifica este resultado.

2.4.2. Zona de transición

En el modelo discutido se supone que el campo de la estrella es originalmente dipolar, y por tanto sus líneas son cerradas. Es de esperarse que el flujo del plasma apantalle al campo más allá del radio de Alfvén, dando lugar a una transición muy delgada entre la magnetósfera y el disco. Sin embargo, en el segundo de sus artículos, Ghosh y Lamb indican que en las condiciones del problema el campo puede extenderse más allá de la magnetósfera mediante inestabilidades Kelvin-Helmholtz, difusión debida a las turbulencias, o reconexión entre distintas líneas. El campo puede entonces mezclarse con el plasma del disco dando lugar a una zona de transición. Puede estimarse el espesor δ de esta zona, obteniéndose:

$$\delta \approx .03 R_0, \quad (11.61)$$

siendo R_0 el radio externo de la magnetosfera, que en realidad no es exactamente igual al radio de Aliven:

$$R_0 \approx .41 R_a \quad (11.62)$$

y a su vez:

$$R_a = 3.24 \times 10^9 \text{ cm } \mu_{30}^{4/7} M_{17}^{2/7} M_1^{-1/7} \quad ; (11.63)$$

es decir que δ será del orden de 10^6 cm, es decir del mismo tamaño que la estrella. Esta zona de transición puede a su vez dividirse en dos partes:

(1) Una parte externa ancha, en la cual la rotación del fluido es aún Kepleriana, pero el campo magnético se manifiesta, que transporta parte del momento angular y da lugar a disipación de energía por la conductividad (mas correctamente, por la resistividad) del plasma.

(11) Una parte interna, delgada, en la cual los esfuerzos magnéticos dominan a los viscosos y el fluido deja de rotar de forma Kepleriana para seguir a las líneas de campo; de hecho, en la zona interna la velocidad radial del plasma puede ser supersónica ($v_R > c_s$), debido a la acción de los esfuerzos magnéticos.

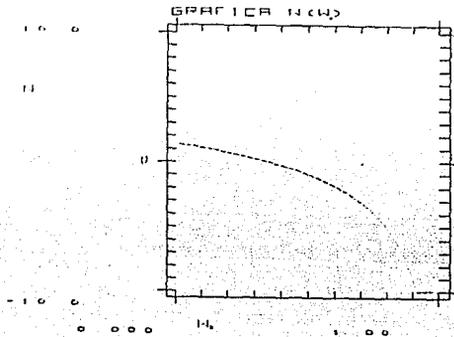
Es en esta zona de transición donde el disco ejerce una torca sobre la estrella. Ghosh y Lamb escriben para la torca N la expresión:

$$N = n(\omega_*) N_0 \quad (11.64)$$

siendo $n(\omega_*)$ una función que puede aproximarse como:

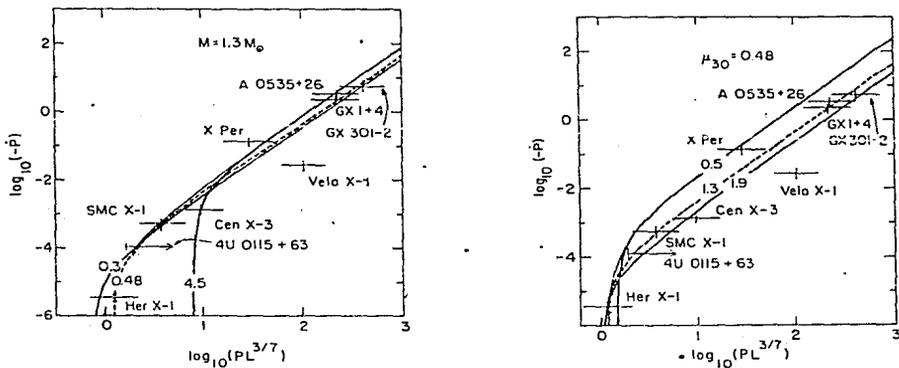
$$n(\omega_*) \approx 1.39 \{ .122 - \omega_* [.43 (1 - \omega_*)^{.173}] \} (1 - \omega_*)^{-1} \quad (11.65)$$

y cuya gráfica mostramos en la siguiente página.



GRAFICA 2.1. $n(w_e)$.

Conocida la torca, puede estimarse \dot{P} , y compararse con los valores observados en fuentes pulsantes (binarias) de rayos X; mostramos una gráfica en la que se compara el cambio en periodo con $PL_{37}^{3/7}$ calculada junto con datos observacionales:



GRAFICA 2.2.

Relación teórica entre $-P$ y $PL^{3/7}$, junto con datos para nueve fuentes binarias de rayos X. En la gráfica de la izquierda se tomó $M_1 = 1.3$; cada curva tiene indicado el valor de μ_{30} correspondiente en la parte inferior. En la gráfica de la derecha se tomó $\mu_{30} = .48$ y se indica M_1 a la mitad de la curva.

El tiempo característico de frenado de la estrella viene siendo:

$$T_s = -\frac{\dot{P}}{P} \approx 2 \times 10^4 \text{ años } \mu_{30}^{-2/7} n^{-1} L_{37}^{-6/7} S_1^{-1},$$

(11.66)

siendo n la función dada por (11.65) y S_1 :

$$S_1 = R_6^{6/7} M_1^{-3/7} I_{45}^{-1}; \quad (11.67)$$

I_{45} es el momento de inercia en unidades de 10^{45} g.cm^2 . Este tiempo es aproximadamente del mismo orden que el observado en algunas de las fuentes pulsantes de rayos X que se muestran en la tabla de la página siguiente. En esta tabla mostramos también el valor del periodo P_{eq} en el cual:

$$\dot{P} = 0;$$

es decir, el periodo de equilibrio; dentro del modelo de Ghosh y Lamb P_{eq} es:

$$P_{eq} = 3.9 \text{ s } \mu_{30}^{6/7} M^{-2/7} R_6^{-3/7} L_{37}^{-3/7}. \quad (11.68)$$

En la tabla hemos tomado (por ignorancia) $R_6=M_1=\mu_{30}=I_{45}=1$. Note que tanto el tiempo de frenado, como el periodo de equilibrio se acercan al observado sólo para fuentes de bajo periodo, $P \leq 100$ segundos. Uno puede cuestionarse que tan válido es el modelo para fuentes de alto periodo.

Aquí ponemos fin a esta revisión del modelo de Ghosh y Lamb para la magnetósfera y la zona de transición de un disco de acreción magnético. Según mencionamos anteriormente, el plasma al ser transportado por las líneas de campo magnético cae en los polos de la estrella, donde se emite radiación altamente energética. Para finalizar esta sección acerca de la acreción magnética, mencionaremos brevemente como puede darse el frenado del plasma en los polos y la producción de rayos X, en el caso de una estrella de neutrones, para las cuales suponemos este tipo de disco magnético.

TABLA 2.1

COMPARACION DEL MODELO DE GHOSH Y LAMB CON LAS OBSERVACIONES

FUENTE	OBSERVADOS			MODELO	
	P (s)	L_{37}	$\frac{\dot{P}}{P}$ (años)	P_{eq} (s)	T_e (años)
SMC X-1	0.71	50	1.5×10^4	.73	700
Her X-1	1.24	1	3.6×10^5	3.9	2.0×10^4
4U0115-63	3.6	≥ 0.9	$\sim 3.1 \times 10^4$	4.1	2.2×10^4
Cen X-3	4.84	5	3.9×10^3	2.0	5.0×10^3
4U1627-67	7.7	3	5.0×10^3	2.4	7.8×10^3
A0535+26	104	6	33	1.8	4.3×10^3
GX 1+4	121	4	56	2.1	6.1×10^3
Vela X-1	283	0.1	1.2×10^4	10.4	1.4×10^5
GX 301-2	700	0.3	6.7×10^3	6.5	5.6×10^4

2.4.3. Columnas de acreción y frenado del plasma

Mencionamos al inicio de la sección 2.3, que el plasma al seguir las líneas de campo termina por caer en los polos de la estrella; el campo magnético en la vecindad de la estrella puede considerarse dipolar (de hecho ya dentro de la magnetósfera el campo es predominantemente dipolar). La presión magnética impide que el fluido se aparte de las líneas de campo, pero sobre las líneas el movimiento no está influenciado por el campo; es decir que el campo juega el papel de un cilindro dentro del cual se mueve el plasma. En la vecindad inmediata a la estrella este cilindro forma una columna que dirige al fluido al polo estelar. Puede entonces visualizarse el problema como el de un fluido en caída libre sobre la superficie estelar confinado por el "cilindro magnético".

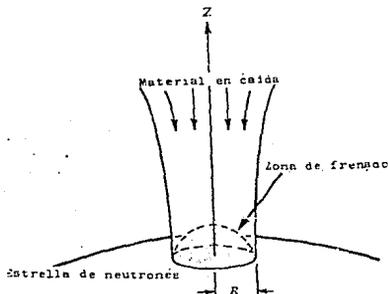


FIGURA 2.11.

Base de una columna de acreción, el eje Z intersecta a la estrella en su polo magnético.

Un enfoque tentativo es el de simular el proceso mediante un choque. Sin embargo, el camino libre medio en este caso es mayor que las dimensiones implicadas en el problema. En el caso de un plasma, el camino libre medio (distancia recorrida por una partícula antes de ser desviada apreciablemente; ver referencia AP cap3), está dado por:

$$\lambda = \frac{m^2 v^4}{2\pi N q^4 \text{Ln}\Gamma} \quad (11.69)$$

siendo m la masa de las partículas, q su carga, v su velocidad, N su densidad (número de partículas por unidad de volumen), y $\text{Ln}\Gamma$ es un parámetro que depende débilmente de la temperatura y la densidad; puede considerarse que $\text{Ln}\Gamma \approx 15$.

Si uno emplea la ecuación de continuidad, aproximando la velocidad del fluido con la velocidad de caída libre sobre la superficie de una estrella de neutrones ($v \approx c/2$; c es la

velocidad de la luz), podemos escribir:

$$N \approx 10^{16} \text{ cm}^{-3} M_{16} f^{-1} \quad (11.70)$$

siendo f la fracción de la superficie estelar en la cual cae el plasma; típicamente $f \approx 10^{-2}$. A partir de esta densidad, se puede calcular λ para un flujo de protones:

$$\lambda \approx 5 \times 10^{11} \text{ cm} M_{16} f^{-1} \quad (11.71)$$

Consideramos protones ya que al tener mayor masa que los electrones tienen mayor energía cinética y por tanto son las partículas que llevan la energía del plasma. Es decir, $\lambda \approx 10^9 \text{ cm}$ para $f \approx 10^{-2}$; si las dimensiones de la estrella son 10^6 cm , y las implicadas en el proceso son aún menores, es claro que no podemos estudiar este problema mediante un choque colisional.

Se consideran básicamente tres procesos para frenar a los protones que caen sobre la estrella; si la tasa de acreción es suficientemente pequeña (menor que 10^{17} g.s^{-1}), los efectos de la radiación producida por la misma acreción pueden despreciarse; por otro lado si la tasa es mayor que 10^{17} g.s^{-1} , los efectos de la radiación serán importantes. Así, las tres maneras con las que se cree puede frenarse el flujo de protones son:

(1) Acreción subcrítica; choque no colisional

(11) Acreción subcrítica; compresión del flujo y frenado por interacciones coulombianas.

(111) Acreción supercrítica; frenado por presión de radiación.

(1) Se conocen choques en los cuales el camino libre medio de las partículas es superior a la dimensión típica del sistema; el ejemplo mas conocido es el del viento solar con la magnetósfera terrestre. Langer y Rappaport (1982) discuten este caso obteniendo distintas temperaturas para los electrones y los protones:

$$T_p = \frac{3}{16k} m_p v_o^2 = 3.7 \times 10^{11} \text{ }^\circ\text{K} M_1 R_g^{-1} \quad (11.72)$$

$$T_e = \frac{5}{16k} m_e v_o^2 = 5.5 \times 10^8 \text{ }^\circ\text{K} M_1 R_g^{-1} \quad (11.73)$$

La diferencia entre las temperaturas de las partículas provoca un calentamiento de los electrones ("fríos") que intentan equipartir energía con los protones ("calientes") que a su vez son enfriados; este proceso de calentamiento de electrones en presencia del campo magnético (que también tiende a enfriarlos) da lugar un espectro con forma de una línea bastante ensanchada alrededor de la frecuencia ciclotrónica,

v_{cyc} , dependiendo el ensanchamiento de la tasa de acreción; a mayor acreción menor ensanchamiento (ver figura 2.12).

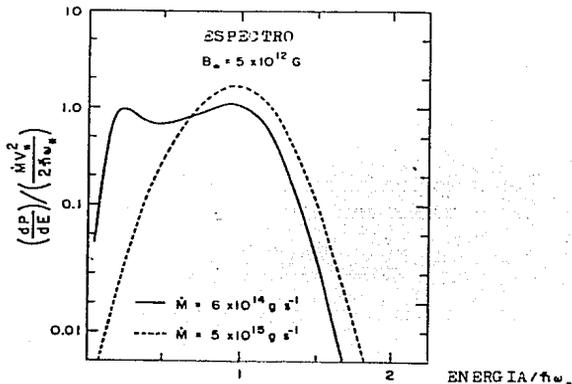
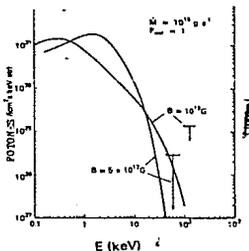


FIGURA 2.12.

Espectro de acuerdo a Langer y Rappaport (1982), quienes desprecian efectos de transferencia radiativa.

(11) El otro proceso de frenado sugerido para acreción subcrítica es la desaceleración coulombiana de protones (por Mészáros et al., 1983) . Mészáros et al. definen una región dentro de la cual tenemos un calentamiento de gas en reposo por interacciones coulombianas con los protones incidentes. Los protones calientan el gas asentado sobre la estrella, y si suponemos que este calentamiento se ve compensado por enfriamiento libre-libre, compton y ciclotrónico para el gas, obtienen un espectro con un corte por encima de la frecuencia ciclotrónica.



FIGURAS 2.13 y 2.14.

Espectro (número de fotones de cada frecuencia) para dos valores del campo magnético de la estrella. La frecuencia de ciclotrón está indicada por una barra vertical; la figura 2.14, a la izquierda corresponde al espectro de GX 1+4.

(111) Finalmente, Davidson (1973) sugirió que un proceso en el cual los protones serían frenados por fotones producidos en la misma acreción. La radiación producida interactúa con los electrones, que tienen mayor sección eficaz para ser dispersados, los cuales a su vez frenan a los protones por interacciones coulombianas. En este planteamiento Davidson desprecia los efectos magnéticos, excepto la formación de la columna; suponiendo que la radiación se thermaliza obtenemos temperaturas del orden de 6.7×10^7 °K, para una estrella de $0.5 M_{\odot}$ con una luminosidad de 10^{37} erg.s⁻¹ y con una tasa de acreción de 10^{17} g.s⁻¹ en cada polo. Si la columna no es ópticamente gruesa tendremos emisión a mayores temperaturas.

A grandes rasgos estos son los tipos de modelos que se proponen para frenar al plasma en la superficie estelar. Se ha supuesto en las dos secciones anteriores que para enanas blancas tenemos una capa límite, mientras que para estrellas de neutrones tenemos acreción magnética. Veremos en el siguiente capítulo otra forma en la cual un campo magnético (esta vez será un campo interestelar) puede intervenir en el proceso de acreción.

2.5. HOYOS NEGROS

Los casos que aquí hemos discutido se aplican a enanas blancas y estrellas de neutrones. Como se mencionó anteriormente, una de las motivaciones originales para desarrollar la teoría de discos de acreción era el deseo de detectar algún hoyo negro; de hecho en el artículo de Shakurah y Sunyaev se refiere a discos alrededor de hoyos negros y se trabajó mucho en este campo (ver Novikov y Thorne, 1973). ¿ Porqué se "apagó" este entusiasmo inicial ? Sucede que contariamente a lo que uno esperaría un disco alrededor de un hoyo negro no difiere practicamente del que rodea a una estrella de neutrones. El radio que caracteriza a un hoyo negro es el radio de Schwarzschild, o horizonte de los eventos:

$$R_{Schw} = \frac{2 GM}{c^2} = 3 \text{ km } M_1 \quad (11.74)$$

que corresponde a un hoyo negro sin rotación. Para distancias $R \gg R_{Schw}$ los efectos relativistas son de segundo orden y el disco se comporta igual que en el caso de una estrella compacta. La última órbita estable está en $R = 3R_{Schw}$; una vez alcanzada esta órbita, toda partícula que sea perturbada caerá al hoyo en un tiempo muy pequeño ($\sim 10^{-4}$ s) y practicamente no alcanzará a radiar. Si uno toma como aproximación $R = 3 R_{Schw}$ para la expresión de la energía producida, $ec (0.1)$, se obtiene una energía $E \approx .083 mc^2$, y la eficiencia no es mayor que para una estrella de neutrones (el resultado relativista es aún menor, $.057mc^2$). Esta eficiencia es menor ya que el hoyo negro no tiene una superficie dura donde se de un choque; vimos que en la capa límite se produce la mitad de la luminosidad del disco.

A pesar de esto existe un caso en el cual se cree tener un hoyo negro: es el de la fuente Cygnus X-1. Este objeto es una fuente binaria de rayos X, detectada gracias al satélite UHURU. A partir de su descubrimiento algunos investigadores estimaron la masa de la componente oscura del sistema (ver Webster & Murdici, 1973; Bisiacchi et al., 1974; Bolton, 1975 entre otros) obteniendo siempre una masa superior o del orden de 10 M_{\odot} . Dado el tamaño de la fuente (las observaciones dan una cota máxima) esta masa concuerda con la de un hoyo negro. Existen modelos alternativos propuestos para explicar las mediciones sin necesidad de un hoyo negro (ver Bolton, 1975) pero la mayor parte de la evidencia favorece la existencia de un hoyo negro en Cygnus X-1.

2.6. ACERCA DE DISCOS GRUESOS

2.6.1. El problema general; ecuaciones

Según vimos anteriormente existen algunos casos en los cuales no podemos seguir suponiendo que el disco es delgado. Cerca del objeto central uno espera que el disco esté sujeto a inestabilidades, las cuales tenderán a romper la suposición de disco delgado. En el caso de galaxias activas se consideran algunos modelos de discos gruesos alrededor de agujeros negros supermasivos ($10^6 M_{\odot}$). Desgraciadamente, el problema se complica considerablemente, ya que las incógnitas que buscamos dependerán ahora de dos variables (suponiendo simetría axial y estado estacionario), y no podemos ignorar cosas como la componente vertical de la velocidad del gas. El problema no está resuelto y aquí sólo veremos una pequeña parte del tratamiento que se emplea al respecto.

Al igual que en el caso de un disco delgado, para poder resolver el problema, esto es para conocer la forma del disco, su emisión y demás características, el problema se reduce al de resolver las ecuaciones de continuidad, momento y energía. Además debemos conocer el proceso disipativo (puede ser viscosidad, pérdida de momento por un viento MHD o cualquier otro) y suponer algunas cosas, como por ejemplo gas isentrópico, etc...

En el caso de un disco grueso ya no podemos desprestigiar las componentes radiales y en z de la velocidad; incluso si tomamos simetría con respecto al eje z y estado estacionario las ecuaciones se complican enormemente; veamos:

Supongamos, como primera aproximación que el disco tiene solo un movimiento de rotación. Es decir:

$$v_{\phi} = R \Omega \approx v_{R,z} \quad (11.74b)$$

Si no tomamos en cuenta la disipación por viscosidad, la ecuación de momento puede escribirse como:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial R} = - \frac{\partial \phi}{\partial R} + R\Omega^2 \quad (11.75)$$

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} = - \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (11.76)$$

Esta expresión puede verse como una ecuación de equilibrio entre presión, fuerza de gravedad y rotación. En el caso de un disco delgado, en la ecuación (11.75) podemos desprestigiar la parcial con respecto a R de la presión, y así obtener una rotación kepleriana.

Si ahora consideramos, como una segunda aproximación, los demás términos en la velocidad, la ecuación de momento toma la forma:

$$-R\Omega^2 + v_R \frac{\partial v_R}{\partial R} + v_z \frac{\partial v_R}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial R} - \frac{\partial \phi}{\partial R} \quad (11.77)$$

$$v_R \frac{\partial v_z}{\partial R} + v_z \frac{\partial v_z}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - \frac{\partial \phi}{\partial z} \quad (11.78)$$

Por otro lado la ecuación de continuidad en estado estacionario nos permite definir una tasa de acreción (siempre que la velocidad tenga componente radial):

$$\nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0 \Rightarrow \dot{M} = -2\pi R H \rho v_R \quad (11.79)$$

Empero si ahora queremos considerar la viscosidad como proceso de pérdida de momento, debemos considerar todos los términos del tensor de esfuerzos viscosos y su divergencia. Para tener una idea de que tanto se puede complicar esto, basta echar una ojeada al apéndice con las expresiones correspondientes en coordenadas cilíndricas.

Si bien el problema dista mucho de estar resuelto existen algunos progresos en cuanto al tratamiento de discos gruesos. Gran parte de este avance se refiere a modelos numéricos (vease Begelman, 1984) si bien existen algunos resultados analíticos. A continuación veremos brevemente algunos de estos resultados.

2.6.2. Discos gruesos con luminosidades supercríticas

Abramowicz, Calvani y Nobili (1980) muestran como un disco grueso puede tener una luminosidad superior a la luminosidad de Eddington, que consideramos como un límite superior (ver apéndice).

Si uno desea saber cuando el flujo de radiación no permite la formación de un disco puede igualarse la gravedad con el término radiativo:

$$F_c = -\frac{c}{\kappa} g \quad ; \quad (11.80)$$

siendo κ la profundidad óptica. Se puede integrar el flujo para obtener la luminosidad límite, y aplicando el teorema de la divergencia:

$$L_c = \int F_{.da} = - \frac{c}{k} \int g_{.da} \quad (11.81)$$

$$L = - \int \frac{c}{k} \nabla \cdot g \, d^3x = \frac{4\pi GMc}{k} \quad (11.82)$$

lo que corresponde a la luminosidad de Eddington. Si empleamos la opacidad correspondiente a dispersión por electrones obtenemos la expresión mas usual para este limite:

$$L = 4\pi \frac{GM_{\oplus} c}{\sigma_T} = 1.257 \times 10^{38} \text{ erg.s}^{-1} M_{\oplus} \quad (11.83)$$

Considerando el efecto de la rotación del disco substituímos la gravedad por un término de gravedad efectiva, tomando en cuenta el movimiento del disco:

$$g = - \nabla \phi - (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \quad (11.84)$$

El término cinemático puede separarse en dos, un término laminar ("shear") y un término relacionado con la vorticidad; si empleamos la igualdad vectorial:

$$(\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} = \nabla \left(\frac{1}{2} v^2 \right) - \mathbf{v} \times (\nabla \times \mathbf{v}),$$

donde vemos aparecer la vorticidad, dada por el rotacional de la velocidad.

Integrando la divergencia de esta gravedad efectiva obtenemos tres términos:

$$\int \nabla \cdot g \, d^3x = - 4\pi \frac{GM_x}{k} - 2 \int \sigma^2 d^3x + 2 \int \omega^2 d^3x;$$

$$(11.85)$$

donde M_x es la masa contenida en el volumen de integración (que puede ser totalmente arbitrario), σ cooresponde al término cinemático laminar y ω a la vorticidad. La sola contribución de la materia da origen al límite de Eddington; por otro lado, la contribución de la rotación en el caso sin vorticidad puede ser importante. Por tanto, objetos con alta rotación, poca vorticidad y baja densidad pueden tener luminosidades muy superiores a la de Eddington. Por baja densidad entenderemos:

$$\frac{2\pi G\rho}{\sigma^2} \ll 1 .$$

(II.86)

De hecho, en el caso de acreción en discos gruesos uno tiene efectivamente (ver ACN):

$$\frac{2\pi G\rho}{\sigma^2} \ll 1 \quad ; \quad \frac{\omega^2}{\sigma^2} \ll 1 \quad \text{y} \quad L_{max} \gg L_{Ed} .$$

Es decir, un disco grueso puede tener una luminosidad mayor (por un factor de 10 o 100) que la impuesta por el límite de Eddington; dado que la luminosidad y la tasa de acreción son proporcionales, un disco grueso puede acretar materia con una tasa mayor que la tasa crítica (vease cap. I). El hecho de que el disco puede radiar con una luminosidad mayor que el límite de Eddington está implícito en el propio grosor del disco. Normalmente la rotación tiende a "aplanar" al disco mientras que la presión térmica tiende a inflarlo; en los discos considerados por Abramowicz et al. no es la presión térmica la que infla al disco, sino la presión radiativa. Es decir que la radiación se opone no solo a la caída de material, sino también al aplastamiento que del disco. Estos fotones "extras" que se necesitan para mantener grueso al disco son los que originan la luminosidad supercrítica.

Además de Abramowicz et al., Paczynsky y Wiita (1980) presentan un modelo para discos gruesos. Para estos discos suponen que el gas cumple una relación barotrópica $P = P(\rho)$, y que no es autogravitante. En estos modelos es posible calcular la luminosidad, la tasa de acreción \dot{M} , y el espesor del disco para diferentes radios. Esto se hace suponiendo una expresión para el momento angular específico, $l(r)$, y dando un valor para el punto en el cual el disco deja de ser delgado, r_0 . En la siguiente página se muestran unas gráficas que representan perfiles para un disco grueso, dada una expresión particular del momento angular específico y diferentes valores del radio de transición, de acuerdo al modelo de Paczynski y Wiita.

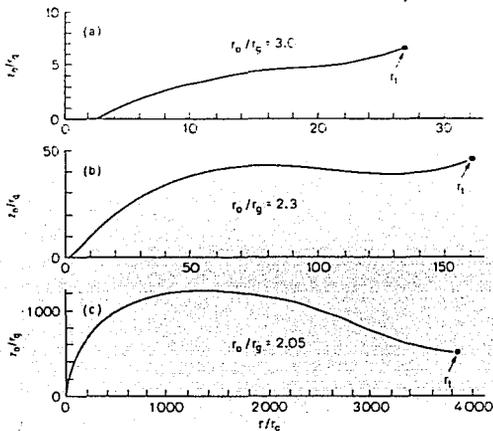


FIGURA 2.15.

Perfiles de discos gruesos para distintas distribuciones del momento angular específico $l(r)$ del disco y de r_0 , el radio interno (borde) del disco; r_g es el radio de Schwarzschild y r_e el radio donde el grosor se vuelve importante.

De acuerdo a ambos autores la luminosidad puede ser del orden de 10 veces la luminosidad de Eddington, y la acreción hasta 40 veces la tasa crítica de acuerdo con los resultados de Paczynsky y Wiita.

3.0. INTRODUCCION

Hasta ahora hemos visto algunas aplicaciones de modelos de discos de acreción en objetos estelares, específicamente estrellas compactas. Existen modelos para objetos en otras escalas; en el caso de los núcleos activos de galaxias (vease por ejemplo Abramowicz et al., 1980) se emplean modelos de discos gruesos; existen modelos de acreción en estrellas de la secuencia principal para las estrellas simbióticas (vease Kenyon y Webbink, 1984)... En este capítulo hablaremos acerca de discos en algunos objetos jóvenes, su posible relación con los jets y flujos bipolares asociados a estos objetos, así como de discos protoplanetarios.

En una primera parte hablaremos acerca de la evidencia observacional de discos y toroides interestelares y circumestelares; una segunda parte tratará acerca de la relación entre los discos en objetos jóvenes y los flujos bipolares observados en estos mismos objetos; finalmente veremos algo acerca de discos en otros objetos (discos protoplanetarios, y discos alrededor de estrellas tipo FU Ori, por ejemplo).

3.1. EVIDENCIA OBSERVACIONAL

En esta década, gracias al desarrollo de las observaciones en distintas frecuencias del espectro, muchos nuevos fenómenos relacionados con nubes protoestelares han salido al descubierto. Gracias a las observaciones en líneas de radio (por ejemplo la línea del amoníaco), o en el infrarrojo (las observaciones del IRAS, principalmente), se han descubierto una serie de estructuras en forma de discos o toroides alrededor de objetos jóvenes (al mencionar toroides estoy pensando en una estructura cuyo grosor es del orden de su radio, a diferencia de un disco que supondré que es notablemente más delgado). Estas estructuras se manifiestan en dos escalas, circumestelar (10^2 o 10^3 UA) e interestelar (del orden de 0.1 pc).

Las observaciones en radio, principalmente en CO, han mostrado en algunos de estos objetos flujos de masa que salen de objeto, también en dos escalas. Por un lado tenemos vientos masivos (10^{-4} M_{\odot} .año $^{-1}$) formando dos chorros dirigidos en dirección opuesta; por su estructura se les ha denominado flujos bipolares. Estos poseen la misma simetría (axial) que los toroides (los cuales han sido detectados en la dirección perpendicular a los flujos) y es natural pensar que estos fenómenos están relacionados. En algunos objetos se han detectado también chorros o jets de menor escala (uno o dos ordenes de magnitud) de mayor velocidad. En el caso de L1551 se observan flujos y jets paralelos entre si y perpendiculares al toroide y disco observados.

Podemos resumir las características de flujos, jets y toroides como sigue:

. FLUJOS: Longitud \approx 1 pc; ancho \approx .2 pc; velocidad \approx 30 km.s $^{-1}$; masa contenida \approx .3 M_{\odot} ; flujo de masa \approx $10^{-4.5}$ M_{\odot} .año $^{-1}$. El flujo de momento correspondiente resulta ser dos o tres ordenes de magnitud mayor que el dado por el flujo de momento de la radiación de la fuente central (L_*/c) por lo que los flujos no pueden originarse en un viento estelar acelerado radiativamente.

. JETS: Longitud \approx .05 pc; ancho \approx .005 pc; velocidad \approx 200 km.s $^{-1}$; temperatura \approx $10^{4.5}$ oK; estos jets ocasionalmente unen la fuente central con algún objeto Herbig-Haro (HH) cercano.

. TOROIDE: Radio \approx .1 pc; velocidad de rotación (frontera externa) .35 km.s $^{-1}$; densidad \geq 10^6 cm $^{-3}$, necesaria para tener emisión en CS o 5×10^3 para NH $_3$; masa \approx 1 a 5 M_{\odot} (según Uchida; en 3.1 citamos del orden de 10 M_{\odot}).

Como ya mencionamos, los discos y toroides aquí mencionados pueden separarse en dos grupos de acuerdo a sus dimensiones. Por un lado tenemos los toroides con dimensiones interestelares, del orden de .1 pc (10^{17} cm); por el otro, tenemos discos circumestelares, de unos 10^2 UA (10^{15} cm). Ambas estructuras son mucho mayores que los discos de acreción que hemos considerado (10^{11} a 10^{12} cm), y en el caso de los toroides es dudoso que la acreción tenga algún papel de importancia; incluso gran parte de estos toroides pueden ser autogravitantes. Por otro

lado, existen algunos modelos donde los discos protoestelares son tratados como discos de acreción (ver Lin y Papaloizou, 1980 y Lin, 1981).

En un artículo reciente, L.F. Rodríguez (1985, LFR) hace una revisión acerca de la evidencia observacional sobre la existencia de estos toroides interestelares y discos circumstelares, y su conexión con la colimación de flujos bipolares asociados a objetos protoestelares. Estos toroides se observan en líneas de radio correspondientes a gases cuya emisión se da usualmente a densidades relativamente altas (10^4 a 10^6 cm^{-3}), como son el amoníaco, NH_3 o el CS.

TABLA 3.1
TOROIDES ALREDEDOR DE OBJETOS PROTOESTELARES

Objeto	Radio del toroide (pc)	Espesor (pc)	Masa (M_{\odot})	Velocidad de rotación (km.s^{-1})	Ref
L1551	0.1	0.1	2	0.35	1
NGC2071	0.3	0.15	10	0.75 <i>sen</i> θ	2
GL 490	0.3	0.13	20		3
Orlón KL	0.1	0.06	300	1.3 <i>sen</i> θ	4
R Mon	0.4	0.4	30	≤ 3.0	5
HH26 IR	0.4	0.1	22		6
Mon R2	0.6	0.7	100		6
GGD 12-15	0.4	0.5	11		6
NGC7129	0.45	0.6	38		6
S106	0.35	0.7	15	0.5 <i>ref</i> θ	6
HH1-2	0.2	0.2	30		8
Cep A	0.2	0.3	90	1.0	9
G35.2-0.74	0.2				10
B335	0.04	0.09	0.7	0.45 <i>sen</i> θ	11

Refs: 1. Kaifu et al., 1984; 2. Takano et al., 1984; 3. Kawabe et al., 1984; 4. Hasegawa et al., 1984; 5. Cantó et al., 1980; 6. Torrelles et al., 1983; 7. Cohen et al. 1985; 8. Torrelles et al., 1985; 9. Torrelles et al., 1986; 10. Little et al., 1985; 11. Mesten et al., 1984.

El primer objeto alrededor del cual se observó este tipo de estructura es R Mon, que presenta un toroide de casi medio parsec de diámetro (Cantó et al., 1981); posteriormente Bally (1982) observó en NGC 2071 un disco en CS. El toroide observado por Kaitú (Kaitú et al., 1984) en CS alrededor de L1551 goza ya de cierta fama.

Las observaciones de discos circumestelares son más recientes, ya que no fue hasta 1984 cuando se reportó un disco de 300 UA de diámetro alrededor de HL Tau (Grasdalen et al., 1984) en el infrarrojo; los autores estiman la masa del disco en $5 \times 10^{-7} M_{\odot}$, mucho menor que la masa de la fuente central. Estas observaciones se llevan a cabo en el infrarrojo, a diferencia de los toroides que son observados en líneas moleculares de radio, principalmente NH_3 y CS. En dos objetos en los que se había detectado un toroide, L1551 y Orión KL, se encontró también un disco asociado a la fuente infrarroja central. Strom (et al., 1985) junto con algunos colaboradores reporta observaciones de muy alta resolución en el infrarrojo (2 micras) de L1551- IRS5. Strom deduce a partir de sus resultados la presencia de una estructura en forma de disco con un diámetro de unos 960 UA alrededor de IRS5. En el caso de L1551 es posible que tengamos colimación tanto del flujo (que tiene mucho momento "mal" colimado) como del jet (que muestra poco momento pero "bien" colimado) en ambas escalas, circumestelar e interestelar. También Lester et al. (1985) reportan un disco de 400 UA de radio alrededor de Orión KL IRC 2.

Si bien en pocas fuentes se han observado discos circumestelares, existen varios argumentos a favor de su existencia en fuentes que presentan flujos bipolares:

i. Los toroides interestelares poseen poco momento (menor que el asociado a los flujos) y por tanto debe existir otro mecanismo que explique dicho momento (Takano et al., 1984; Kawabe et al. 1984. v Davidson & Jaffe 1984). A este respecto Torrelles et al. (1985) argumenta que las incertidumbres en los valores observacionales no permiten concluir nada al respecto (Torrelles menciona el caso de HH1 y HH2 donde el momento proyectado del toroide excede al del flujo bipolar).

ii. La polarimetría infrarroja indica una polarización lineal perpendicular a los flujos en la vecindad del objeto central, lo cual sugiere la presencia de alguna estructura que de lugar a esta polarización (Heckert & Zeilik, 1985) .

iii. Mundt & Fried (1983) indican la presencia de jets ópticos, de menor escala que los flujos bipolares, en estrellas jóvenes. En el caso de L1551-IRS5, el jet que se observa es paralelo al flujo bipolar y perpendicular tanto al toroide como al disco. No es muy factible que los toroides interestelares puedan dar cuenta de la colimación de estos jets, que al parecer se da a escalas mucho menores.

iv. La interferometría milimétrica permite concluir la existencia de un mecanismo de colimación para los flujos en una escala menor o del orden de 10^{17} cm (.05 pc; Sargent 1986) .

v. Finalmente, tenemos las imágenes en el infrarrojo de

discos circumestelares en objetos tempranos: HL Tau presenta un halo de polvo de 320×200 UA; Orión KL muestra una estructura de 400 UA y la fuente central de L1551, IRS5 muestra un disco de polvo de unos 500 UA.

Con respecto a L1551-IRS5 se menciona la posible existencia de una estructura (¿ borde ?) interna de unos 25 UA de radio, con una densidad similar a la de una nube protoplanetaria (10^{10} cm^{-3}). Esta estructura es similar a la observada en β Pictoris, estrella de la secuencia principal, que muestra un disco con radios externo e interno de 400 UA y 30 UA (Smith & Terrile, 1985; para L1551-IRS5 las dimensiones respectivas son 500 UA y 25 UA). El único disco protoplanetario observado en alguna estrella de la secuencia principal a la fecha es el de β Pictoris.

TABLA 3.2

DISCOS CIRCUMESTELARES OBSERVADOS EN EL INFRARROJO

Objeto	Radio del disco (UA [pc])	Ref
HL Tau	150 [7.2×10^{-4}]	1
L1551-IRS5	500 [2.4×10^{-3}] 1800 [8.7×10^{-3}]	2 5
Orión KL-IRc2	400 [1.9×10^{-3}]	3
Cha I	800 [3.9×10^{-3}]	4
SVS13	5400 [0.026]	5
DG Tau	1800 [8.7×10^{-3}]	5
Estrella asoc. a HH57	3900 [0.019]	5

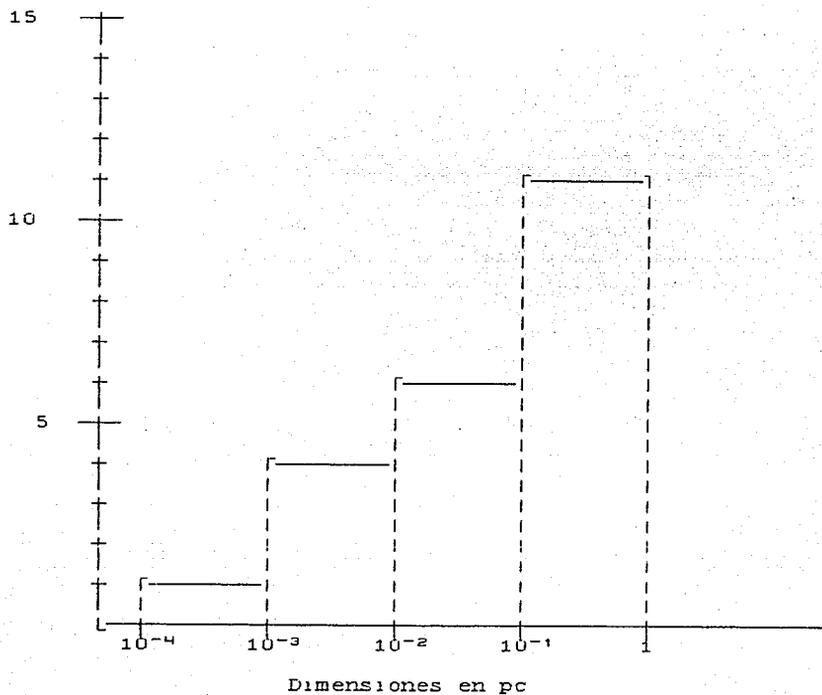
Refs: 1. Grasdalen et al., 1984; 2. Strom et al., 1985; 3. Lester et al., 1985; 4. Cohen & Schwartz, 1986; 5. Cohen et al., 1985.

Salvo el caso de B335 de radio 8200 UA, todos los toroides tienen un radio uno o dos ordenes de magnitud mayor (entre 21×10^3 y 124×10^3 UA). Las estructuras observadas (tanto toroides como discos) tienen tamaños que van de -10^{-4} a -1 pc. En la siguiente página mostramos un histograma acerca del número de toroides en cada escala. El hecho de que tengamos mas estructuras grandes que chicas puede indicar sencillamente que es más fácil observarlas.

FIGURA 3.1

HISTOGRAMA: TOROIDES EN CADA ESCALA DE TAMAÑO

Número de
estructuras



3.2. DISCOS Y FLUJOS

3.2.0. Introducción.

A continuación presentaremos dos modelos para la creación de flujos bipolares en objetos protoestelares. En estos modelos la rotación del plasma junto con la presencia de un campo magnético interestelar (en el cual originalmente todas las líneas son paralelas) da lugar a la creación de un viento, el cual lleva consigo parte del momento angular del disco, dando lugar a la acreción de materia. El proceso disipativo en este caso es la pérdida de momento angular del disco debida al viento o flujo así creado; la luminosidad del objeto está dada por la tasa de acreción.

Hay que mencionar que existen otros modelos en los cuales el toroide juega sólo un papel pasivo; Cantó (1981) y Konigl (1982) han propuesto modelos en los que el toroide da lugar a la colimación, pero no al flujo. Como en la gran mayoría de los casos cada modelo goza de ventajas y desventajas con respecto a otros.

3.2.1. Modelo de Uchida y Shibata

Uchida y Shibata (1985, US) presentan un modelo de discos con vientos MHD para modelar los flujos y jets observados en objetos protoestelares. Si bien el modelo está planteado en forma general, los autores toman como "objeto de trabajo" a L1551-IR55.

Para empezar US dan un panorama general de las observaciones. En regiones de formación estelar se han detectado mediante satélites (como HEAO1 y el satélite Einstein) emisiones en rayos X para las cuales la absorción observada sugiere que esta emisión en rayos X se produce mas cerca del objeto central que la línea K α . Al observar en longitudes de onda milimétricas, la línea de CO a 115 GHz, se detectan flujos de materia de gran escala (pc) que parten, en forma bipolar, de la protoestrella; en la línea de CS a 49 GHz, se han observado (en L1551, ver Kaifu 1984 y sección 3.1) estructuras en forma de disco o toroide perpendiculares a estos flujos. Finalmente, se detectan jets ópticos de menor escala y mayor temperatura que los flujos bipolares.

El modelo propuesto es el siguiente: tenemos inicialmente un campo magnético interestelar, con sus líneas paralelas al eje Z. Parte de una nube molecular empieza a condensarse formando inicialmente una estera y después un disco, comprimiendo el campo contenido en ella. Suponiendo que durante esta condensación se conservan la masa y el flujo de campo magnético, y partiendo de condiciones típicas para un medio interestelar, es posible estimar la densidad del gas junto como el campo dentro del disco. Así, US partiendo de una densidad de 1 cm^{-3} y un campo de 10^{-6} G estiman, para la zona de formación del flujo bipolar, una densidad promedio de 10^7 cm^{-3} y un campo de $10^{-3.5} \text{ G}$, mientras que los jets se forman en la zona interna del disco a partir de $\approx 10^{12} \text{ cm}^{-3}$ y $B \approx 10^{0.5} \text{ G}$ (vease la figura 3.2).

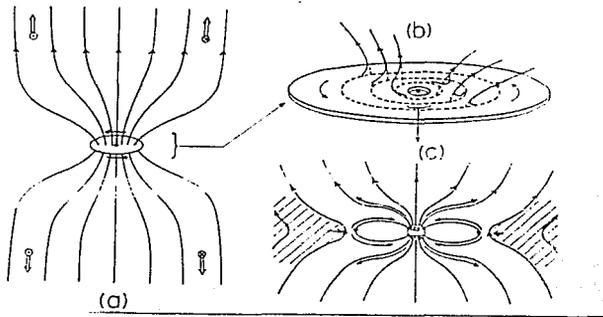


FIGURA 3.2

Modelo de Uchida Shibata: a) Toroide y campo interestelar; b) Disco interactuando con el campo; c) Interacción entre campo interestelar y estelar.

Las ecuaciones que emplean Uchida y Shibata son nuevamente la ecuación de continuidad y la de momento, donde considera la presión, la gravedad y la fuerza de Lorentz, junto con una ecuación de gas isentrópico y congelación de campo; es decir:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) = 0, \quad (III.1)$$

$$\left(\frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right) = -\nabla P + \rho \mathbf{g} + \frac{1}{4\pi} (\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}, \quad (III.2)$$

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \right) P \rho^{-\gamma} = 0, \quad (III.3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) = 0. \quad (III.4)$$

US adimensionalizan sus ecuaciones, introduciendo los (inversos de los) números de Mach, Alfvén y de "Kepler" (por llamarlo de alguna manera):

$$\eta = \frac{1}{\gamma} \frac{c_{\xi} z}{v_{\theta} z} ; \alpha = \frac{v_a z}{v_{\theta} z} ; \xi = \frac{v_h z}{v_{\theta} z} . \quad (111.5)$$

Asimismo no suponen estado estacionario, y por tanto incluyen condiciones iniciales. El disco esta situado en el plano $z=0$, y las condiciones iniciales son:

(1) La nube está inicialmente en contracción gravitacional; es decir:

$$\xi \rho' g' - \rho' \frac{v_{\theta} z'}{R'} > 0 , \quad (111.6)$$

donde, para $t=0$:

$$\xi = \left| \frac{v_h}{L} \right| \frac{L}{v_{\theta}} > 1 , \quad (111.7)$$

y las variables primadas representan variables no dimensionales.

(11) Inicialmente la velocidad de rotación está dada por:

$$\begin{aligned} v' (R' , z' , t' = 0) &= R'^{1/2} \quad \text{para } z' < z , \\ &= 0 \quad \text{para } z' > z , \end{aligned} \quad (111.8)$$

donde z representa el espesor del disco.

(111) El campo magnético inicial se toma interestelar (líneas paralelas entre sí) por simplicidad:

$$B' (t' = 0) = e_z , \quad (111.9)$$

siendo e_z el vector unitario en la dirección z .

(1v) Finalmente, Uchida y Shibata toman una expresión exponencial para la presión y densidad en $t = 0$:

$$P' = \exp \left(- \frac{\xi}{\eta} \left((R' + z')^{-1/2} - 1 \right) \right) , \quad (111.10)$$

$$\rho' = \nu \exp \left(- \frac{\xi}{\eta} \left((R' + z')^{-1/2} - 1 \right) \right) , \quad (111.11)$$

donde $v = 1$ fuera del disco, mientras que dentro del disco es igual al cociente entre las temperaturas en la superficie y el centro del disco; esto es:

$$v = \frac{T_c}{T_d} \quad \text{dentro del disco; } v = 1 \text{ fuera del disco}$$

Uchida y Shibata resuelven numericamente sus ecuaciones, para un disco inicialmente subkepleriano ($\xi = 1.6$), supersónico y superalfvénico ($\eta = 2.9 \times 10^{-3}$ y $\delta = 4.7 \times 10^{-3}$) junto con el cociente $T_c / T_d = 400$. Con estas condiciones obtienen un flujo de materia perpendicular al plano del disco con un movimiento de hélice sobre las paredes de un cilindro. Menciona que este movimiento helicoidal aparece para una gran variedad de valores iniciales.

Por otro lado tenemos la formación de los jets ópticos y de mayor temperatura. Estos son creados en la superficie de la protoestrella mediante un choque. En un artículo anterior Uchida y Low (1981) calcularon la estructura del campo magnético en la vecindad inmediata de la estrella, obteniendo una zona magnéticamente neutra (ver figura 3.3):

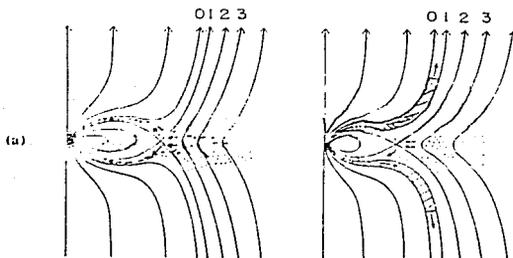


FIGURA 3.3

Campo magnético en la vecindad de la protoestrella (ver figura 3.2.C); formación de una zona magnéticamente neutra y del jet.

El proceso se desarrolla en forma similar al proceso de columna de acreción en estrellas magnéticas, pero con una configuración de campo distinta; el gas sigue las líneas de campo hasta llegar a la zona neutra, donde el gas se separa en dos partes, cada una dirigiéndose a un polo magnético. Al llegar a la superficie estelar se produce un choque que da lugar a la expulsión de materia; esta puede producirse gracias a la forma del campo magnético, que permite que los flujos hacia dentro y

hacia fuera sigan distintas líneas de campo; la estructura del campo también produce la dirección observada para dichos jets. Si consideramos que el gas cae desde el anillo neutro R_m tenemos que la energía producida por unidad de masa corresponde al cambio en energía potencial:

$$\epsilon = -GM \left(\frac{1}{R_m} - \frac{1}{R_*} \right) \approx 6 \times 10^{14} \text{ erg.g}^{-1}, \quad (\text{III.12})$$

y el tiempo de caída para el plasma:

$$\tau_c = \left[\frac{R_m^2 R_*}{2GM} \right]^{1/2} \approx 10^4 \text{ s}. \quad (\text{III.13})$$

La velocidad con que llega a la superficie de la protoestrella es:

$$v_f \approx \left[\frac{2GM}{R_*} \right]^{1/2} \approx 300 \text{ km.s}^{-1}. \quad (\text{III.14})$$

Si convertimos esta energía cinética en energía térmica obtenemos un temperatura igual a:

$$T \approx 3 \times 10^6 \text{ }^\circ\text{K}. \quad (\text{III.15})$$

Esta temperatura es suficiente para originar una emisión de rayos X, tal como se observa. Finalmente, estimando la tasa de acreción uno puede calcular la luminosidad debida al choque:

$$M = 2\pi h R_m \rho v_e \approx 10^{16} \text{ g.s}^{-1} \approx 2 \times 10^{-6} \text{ Mo.año}^{-1}, \quad (\text{III.16})$$

$$L = \epsilon M \approx 6 \times 10^{32} \text{ erg.s}^{-1}. \quad (\text{III.17})$$

Donde $v_e \approx .1 v_a$ (v_a es la velocidad de Alfvén). Cerca de la estrella se tendrá un jet de 600 km.s^{-1} y $6 \times 10^6 \text{ }^\circ\text{K}$. Los valores observados son algo menores (Mundt y Fried, 1983; mencionan $v \approx 200 \text{ km.s}^{-1}$ y $T \approx 10^4\text{-}10^5 \text{ }^\circ\text{K}$), aunque un frenado debido a la fuerza de gravedad y una expansión del jet darían valores observados menores que los predichos.

Como hemos visto el modelo de Uchida y Shibata se ajusta adecuadamente a los datos observacionales; sin embargo el modelo, en especial para los flujos de CO, se basa en la simulación numérica, dejando parte de la física escondida. A continuación

veremos un modelo análogo debido a Pudritz y Norman (1986), quienes toman una situación muy parecida pero tratada en forma distinta.

3.2.2. Modelo de Pudritz y Norman

El objetivo es nuevamente explicar la producción de jets y flujos con un momento superior al que puede dar la radiación estelar. Pudritz y Norman (1986) proponen la creación de dos tipos de vientos a partir de un disco magnetizado alrededor de un objeto protoestelar:

A distancias grandes se obtiene un viento molecular de baja velocidad:

$$10^{15} \text{cm} \leq r \leq 10^{17} \text{cm} \Rightarrow \dot{M}_{\text{mol}} \approx 10^{-4} \text{ Mo. año}^{-1} ,$$

$$V_{\text{mol}} \approx 50 \text{ km. s}^{-1} .$$

En una escala de distancias menores se obtiene un viento ionizado de alta velocidad:

$$r \leq 10^{15} \text{cm} \Rightarrow \dot{M} \approx 10^{-6} \text{ Mo. año}^{-1} ,$$

$$V_{\text{ion}} \approx 230 \text{ km. s}^{-1} .$$

Los lobulos de CO vienen siendo la zona en la cual el viento adquiere su velocidad final (ver figura 3.4). Pudritz y Norman toman la densidad de energía del fluido como constante sobre una línea de campo:

$$\epsilon = \frac{1}{2} (v_p^2 + v_\theta^2) + \frac{s^2}{\gamma-1} - \phi - \frac{v_\theta A_p A_\theta}{v_p} = \text{cte} . \quad (\text{III.18})$$

Siendo v_θ la velocidad de rotación y v_p la velocidad poloidal (las A's representan las componentes respectivas de la velocidad de Alfvén). Pudritz y Norman toman el momento angular por unidad de masa, incluyendo un término magnético, como otra constante sobre una línea de campo (análogamente al tratamiento de Ghosh y Lamb en el caso estelar):

$$l = R \left(v_\theta - \frac{A_p A_\theta}{v_p} \right) = \text{cte} ; \quad (\text{III.19})$$

y para un campo estacionario:

$$\frac{B_{\theta}}{B_p} = (v_{\theta} - R\Omega) \frac{1}{v_p} \quad (111.20)$$

Otra forma de definir el radio de Alfvén R_a , es mediante la expresión para el momento angular:

$$l = R_a^2 \Omega \quad (111.21)$$

Para distancias mayores que R_a el campo no es capaz de lograr que el gas corra con la estrella y la velocidad del plasma decae como $1/R$ (ver ecuación IV.19 hay que recordar que no estamos tratando el caso de un disco no magnético kepleriano). El valor de R_a indica hasta que punto es capaz el campo de acelerar al gas. Entre mayor es R_a mayor la influencia del campo sobre el fluido.

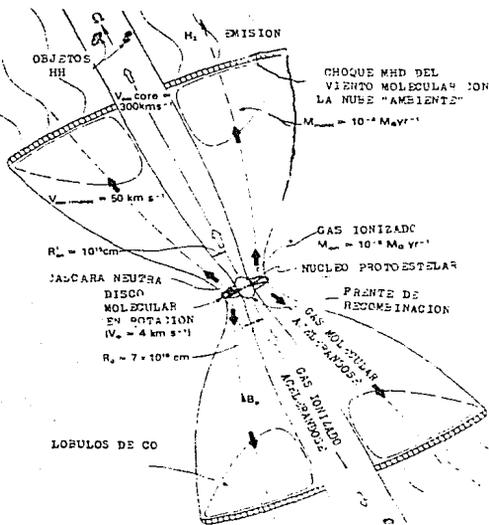


FIGURA 3.4

Bosquejo del modelo de Pudritz y Norman. El viento bipolar ionizado es interior al viento molecular. Al obtener este su velocidad terminal se forman los lóbulos de CO.

A partir de estas expresiones es posible calcular la torca que el viento ejerce sobre el disco:

$$\tau = f M_{\nu} \Omega R_a^2 \quad (111.22)$$

donde M_v representa el flujo de materia que lleva el viento, y f es un factor que depende de la forma campo del orden de uno dado por:

$$f = \int \frac{da}{4\pi R^2} ; \quad (III.23)$$

Pudritz y Norman consideran un campo monopolar, al igual que Uchida y Shibata.

Utilizando la ecuación de momento angular en estado estacionario podemos relacionar la tasa de acreción con el flujo de masa del viento generado:

$$M_a \frac{d}{dR} (R v_\theta) = \frac{d}{dR} (f M_v \Omega R_a^2) ; \quad (III.24)$$

donde hemos supuesto que la acreción M_a se debe a la torca ejercida por el viento hidromagnético. Integrando esta expresión obtenemos una relación entre la pérdida de masa por viento y la tasa de acreción:

$$M_a R^2 = f M_v R_a^2 . \quad (III.25)$$

Si recordamos la expresión para la luminosidad producida en un proceso de acreción:

$$L_{ac} = \frac{\psi GM_a M_{oc}}{R_{oc}} , \quad (III.26)$$

donde oc indica objeto central y siendo $\psi = 1 - (\Omega_c / \Omega_h(R_h))^2$ el factor de eficiencia, que tomamos igual a 1. Podemos estimar el cociente entre el momento que transporta el viento y el de la radiación producida por la acreción; Pudritz y Norman obtienen:

$$\frac{M_v v_v}{(L_{ac}/c)} \approx 108 . \quad (III.27)$$

Para una protoestrella con una masa de $1 M_\odot$, un radio del orden de $10 R_\odot$ ($10^{12.5}$ cm es el valor del artículo), y una velocidad de rotación en la parte externa del disco de 5 km.s^{-1} . Este cociente concuerda con el observado, el cual representa una dificultad para modelar los flujos bipolares mediante vientos estelares colimados.

Multiplicando el resultado anterior por V_v , obtenemos el cociente entre el flujo de energía del viento y el que genera la acreción:

$$\frac{M_v V_v^2}{2 L_{ac}} = .01 \text{ a } .001 \quad (111.28)$$

Para una velocidad de rotación del orden de 5 km.s^{-1} . Que este cociente sea menor que uno indica que la mayor parte de la luminosidad generada en el proceso se da en la vecindad de la fuente central (donde se tendrá una capa límite) y que la energía que el disco le transfiere al viento es dos ordenes de magnitud menor.

Analogamente a Uchida y Shibata, Pudritz y Norman proponen que el viento ionizado se crea en la vecindad de la protoestrella (ver figura 3.4). La ionización de este viento "interior" se debe a los fotones Lyman producidos en la región de choque. En un artículo anterior, Pudritz (1985) calcula las características del flujo ionizado. Se tiene el flujo de masa del viento ionizado:

$$M_{ion} \approx 10^{-6} M_{\odot} \text{.año}^{-1} (M_2^{-2} h_{22.5}^{-8/3} Q_{47}^{2/3}) , \quad (111.29)$$

dependiendo del flujo de fotones ionizantes Q_{47} (en unidades de 10^{47} fotones por segundo), la masa del disco M_2 (en centenares de masas solares) y el momento angular específico del gas, $h_{22.5}$ (en $10^{22.5} \text{ cm}^2 \text{.s}^{-1}$). En la zona interna también se produce un viento molecular (la parte del viento que los fotones no pudieron ionizar) de orden:

$$M_{mol} \approx .82 \times 10^{-4} M_{\odot} \text{.año}^{-1} (M_2^3 h_{22.5}^{-8/3} g(\varphi=15^\circ)) , \quad (111.30)$$

siendo $g(\varphi)$ una función del ángulo φ formado por las líneas de campo y la normal al disco. El viento molecular tiene una velocidad terminal del orden de:

$$V_{\infty, mol} \approx 52 \text{ km.s}^{-1} (M_2 h_{22.5}^{-10/9} g(\varphi=15^\circ)^{2/3}) . \quad (111.31)$$

La velocidad del viento ionizado:

$$V_{\infty, ion} \approx 226 \text{ km.s}^{-1} (M_2^{8/3} h_{22.5}^{-26/9} Q_{47}^{-2/9} g(\varphi=15^\circ)) . \quad (111.32)$$

En resumen, tenemos un viento con una componente ionizada de

$\dot{M}_{ion} \approx 10^{-6} M_{\odot} \cdot \text{año}^{-1}$ y una molecular de tasa $\dot{M}_{mol} \approx 10^{-4} M_{\odot} \cdot \text{año}^{-1}$. El flujo molecular se acelera en distancias del orden de R_0 , dando lugar a los lóbulos en CO. Este viento, principalmente la componente molecular, dan lugar a una tasa de acreción del orden de $10^{-3} M_{\odot} \cdot \text{año}^{-1}$. Tanto el momento como la energía del viento pueden ser generados por la luminosidad del proceso de acreción.

Reproducimos una tabla del artículo de Pudritz y Norman donde se muestran propiedades observadas y predichas por el modelo para algunas fuentes.

TABLA 3.3

PROPIEDADES PREDICHAS Y OBSERVADAS PARA FLUJOS BIPOLARES Y DISCOS

OBJETO	ORION K-L	WCC 7538	L1551	W33	DN 7-31 (SVV 13)
PREDICIONES					
$v_{wind} (10^{16} \text{ ergs})$	20	2	0.07×10^{12}	2.4×10^{12}	1.1
$\dot{M}_{wind} (M_{\odot})$	3.6×10^3	1	0.7	7.6	6.5
$\dot{M}_{tot} (M_{\odot})$	2×10^4		25		70
$\dot{M}_{ion} (M_{\odot})$	5	45	0.3		4.0
$[N]$ $\dot{M}_{ion} [M_{\odot} \text{ a}^{-1} \text{ km}^{-1}]$	0.52				4×10^{-1}
$v_{wind} (\text{km a}^{-1})$	127	6.1	3×10^{-1}		40
$v_{out} (\text{km a}^{-1})$	2.1	4.0	0.33		
$\dot{M}_d (10^{16} \text{ cm})$	3.75	31	16		8.2
$\dot{M}_d (10^7 M_{\odot})$		27.0		.055 (total)	
PROPiedades					
$\dot{M}_d (10^7 M_{\odot})$	2.4	2.1	.088	.03 (suplemento)	0.98
$\dot{M}_d (10^{22.5} \text{ cm}^2 \text{ a}^{-1})$	1.1	3.0	.43	.091	1.0
$v_{out} (\text{km a}^{-1})$	2.6	3.1	.80	2.2	4.1
$\dot{M}_d (10^{16} \text{ cm})$				1.4	
\dot{M}_d / \dot{M}_d	16	2.0	24		9.8
$\dot{M}_d (\text{cm})$	0.30	0.20	1.2		0.25
$\dot{M}_d (10^{16} \text{ cm})$.91	1.6	3.6		2.0
$\dot{M}_d (\text{cm}^{-1})$	1.3×10^3	3.2×10^3	0.31×10^3	$.71 \times 10^3$	0.2×10^3
$\dot{M}_{total} / \dot{M}_{total} (10^{13.5} \text{ cm})$	0.78	1.9	0.15		0.14

Vale la pena mencionar que el modelo de Pudritz y Norman también da una explicación para los objetos HH asociados con regiones de formación estelar. En la zona de transición entre los vientos molecular e ionizado, debido a las diferentes velocidades de ambos vientos, tenderán a producirse inestabilidades Kelvin Helmholtz; estas inestabilidades formaran a su vez "grumos" de materia, los cuales serán empujados y chocados por el viento interior (ionizado). La región donde se produce este choque viene siendo la región HH así formada (ver figura). Sin embargo, no siempre tendremos una región HH; estas requieren un choque con velocidades supersónicas para el viento ionizado, del orden de $200 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$, lo que a su vez da una cota superior para el flujo de masa, $\dot{M} < 10^{-6} M_{\odot} \cdot \text{año}^{-1}$. Pudritz indica que tal viento se dará en las etapas finales del proceso de acreción.

Por otro lado Pudritz y Norman incluyen a las estrellas T Tauri dentro de su modelo. Nuevamente los procesos estelares son incapaces de dar cuenta de los flujos observados en CO (citamos Knap y Padgett 1984). Si además se tiene que son las T Tauri asociadas a regiones HH las que presentan mayor emisión en radio, podemos establecer una conexión entre el modelo y estas

estrellas. Pudritz y Norman reportan observaciones de discos circumstelares alrededor de estrellas T Tauri (mencionan como ejemplos HL Tau, DG Tau, SVS 13) los cuales serian los culpables de la emisión en CO, según este planteamiento.

Finalmente, Pudritz y Norman ven una secuencia evolutiva, indicada por la presencia de diferentes fenomenos: así, la presencia de un disco indica una condensación reciente; una emisión baja en CO (la emisión en las T Tauri es menor que en otros casos) indicaria que la fase de acreción esta llegando a su fin, y si ademas tenemos algún objeto HH podemos saber que la tasa de acreción es menor que 10^{-6} Mo.año $^{-1}$; al ir avanzando el proceso los flujos en CO se "apagan" dejando a la vista los jets ópticos, proceso que no requiere una tasa de acreción elevada; finalmente, al aumentar la masa del objeto central el disco tiende a rotar keplerianamente en su parte interna, lo cual daria origen a dos zonas en el disco, a inestabilidades en la frontera de estas dos partes, lo cual podria dar lugar a algún fenomeno que marcara el final de la etapa de estrella T Tauri. Este último punto será tratado con más detalle en la siguiente sección donde hablaremos de los objetos FU Ori.

3.3. ESTALLIDOS FU ORI POR ACRECIÓN

3.3.1. FU Ori

Hasta 1936 la estrella FU Ori era conocida como una variable cuya magnitud oscilaba entre 15.3 y 16.3; no se tiene ningún registro del espectro que presentaba antes de esta época. Posteriormente, en unos meses FU Ori alcanzó magnitud 10 para posteriormente ir decayendo en brillo muy lentamente. Después de este estallido se midió el espectro de FU Ori, el cual presenta fuertes líneas de Balmer en absorción, características de una estrella gigante tipo G. Además se registraron líneas de emisión indicadoras de una envolvente gaseosa en expansión, junto con el perfil P Cygni de la línea H. La abundancia de Litio registrada en esta estrella es común solo en estrellas T Tauri. Por otro lado, las estrellas FU Ori presentan fuertes vientos, como muchos de los objetos jóvenes.

Unos años después, en 1970, V1057 Cygni presentó un estallido similar, pasando en un tiempo del orden de meses de magnitud 16.0 a 10.0. En este caso se conocía el espectro de la estrella antes del estallido, correspondiendo al de una T Tauri. Nuevamente el perfil de la línea H sugiere la expansión de una envolvente gaseosa, con una velocidad de unos 420 km.s^{-1} . Tanto para V1057 Cyg como para FU Ori, después del estallido la luminosidad decayó suavemente, en un tiempo mayor que el de "alzada" (del orden de decenas de años). Existen indicios (ver Gurzadyan, 1980) de que la energía involucrada en estos estallidos proviene de una zona cercana a la estrella.

En este siglo (unos 80 años) se han registrado tres eventos FU Ori dentro de una distancia de 1 kpc alrededor del Sol. Podría parecer poco, pero teniendo en cuenta el número de estrellas T Tauri contenidas en este volumen, Herbig (1977) estima que cada T Tauri debe haber tenido 100 estallidos de tipo FU Ori en 10^6 años, o lo que viene siendo lo mismo una estallido cada 10^4 años. Recientemente se han detectado otros dos candidatos de estrella FU Ori (Elias 1-12, y la fuente asociada con HH 57) lo cual tendería a disminuir el tiempo estimado de recurrencia.

En esta sección final, mencionaremos dos modelos para estrellas FU Ori en el cual entra en juego el proceso de acreción. El primero entra dentro del trabajo de Pudritz y Norman, presentado en la sección anterior, mientras que el otro se debe a Hartmann y Kenyon. Vale la pena mencionar que existen otros tipos de modelos para objetos FU Ori (ver Gurzadyan 1980 para un modelo de "trampa para electrones") lo cual no resta peso a los trabajos de Pudritz y de Hartmann que tienen el mérito de apegarse a los resultados observados.

3.3.2. Apilamiento de masa según el modelo de Pudritz y Norman.

Mencionamos al final de la sección 3.2. que al aumentar la masa del objeto central la zona interior del disco tenderá a una "keplerianización". La parte externa del disco es aquella que posee la mayor parte del momento angular, de la masa, del flujo

de campo magnético (al tener mayor área) y de la energía rotacional; la parte interna del disco es aquella donde se libera la energía térmica y por tanto donde los procesos termodinámicos tienen mayor peso. Tenderá a establecerse una división en el disco, entre una zona externa donde los vientos son guiados por procesos hidromagnéticos (zona FMR, fast magnetic rotor) y una zona interna donde los procesos térmicos dominan el flujo de masa (zona SMR, slow magnetic rotor).

Esta división no siempre se dará; así un disco con curva de rotación plana será estrictamente FMR o SMR, sin ninguna transición (ver Pudritz y Norman). Existen formas de diferenciar ambos tipos, ya sea mediante un radio de transición R_t o una tasa de acreción crítica, M_{ac} , o un valor especial para el viento, M_{vc} :

$$R > R_t \quad \Rightarrow \text{FMR}, \quad R < R_t \quad \Rightarrow \text{SMR} ;$$

$$M_v \gg M_{vc} \quad \Rightarrow \quad R \ll R_t \Rightarrow \text{SMR} \quad (\text{viento}) ;$$

$$M_v \ll M_{vc} \quad \Rightarrow \quad R \gg R_t \Rightarrow \text{FMR} \quad (\text{viento}) ;$$

$$M_a \gg M_{ac} \quad \Rightarrow \quad R \ll R_t \Rightarrow \text{SMR} \quad (\text{acreción}) ;$$

$$M_a \ll M_{ac} \quad \Rightarrow \quad R \gg R_t \Rightarrow \text{FMR} \quad (\text{acreción}) .$$

(III.33)

Pueden interpretarse la desigualdades como sigue: en la zona interna, SMR, gracias al choque en la superficie se tendrá un viento mas intenso. Por otro lado, la acreción mediante procesos MHD es mas eficiente que mediante procesos viscosos, imperantes en la zona SMR, de acuerdo a Pudritz y Norman; por tanto debemos esperar una mayor acreción en la zona externa que en la zona SMR. Debido a esta ineficiencia de los vientos SMR, es imposible tener un estado estacionario, donde la acreción de la zona FMR debería dar cuenta tanto de la acreción como del viento en regiones mas internas. Discos con dos zonas tendrán una región de transición donde se apilará la masa que no puede ser transportada por la zona interna, mientras que discos enteramente FMR serán estables. De acuerdo a lo expuesto anteriormente, un disco será en un principio FMR, y posteriormente la zona interna se "kepleranizará" dando lugar a una zona SMR.

En este esquema los eventos FU Ori se desarrollan a partir de inestabilidades formadas en la zona de transición entre FMR y SMR. Debido a las diferencias en el transporte de masa:

$$M_{a, FMR} > M_{v, SMR} + M_{a, SMR} . \quad (\text{III.34})$$

y la diferencia nos dará la tasa con la cual se apila masa en la

zona de transición. Después de cierto tiempo esta reserva de masa puede tener una gravedad propia importante, provocando cambios en la curva de rotación, que a su vez tenderán a modificar la estructura del disco. Por ejemplo, si por la presencia de esta masa la curva de rotación se aplanan, la zona interior tenderá a convertirse en FMR (mencionamos que un disco con curva plana es enteramente FMR), dando lugar a una súbita acreción de la reserva de masa, la cual daría un estallido que se mantendrá mientras no se haya agotado dicha reserva. Pudritz y Norman proponen que los estallidos FU Ori provienen de la acreción súbita de reservas autogravitantes de masa dentro del disco, el cual es a su vez remanente de la nube molecular de la cual se formó la estrella T Tauri.

Si uno toma una tasa de acreción durante la fase FU Ori del orden de $10^{-3} M_{\odot} \text{ año}^{-1}$, se obtiene la luminosidad observada para el estallido, $10^3 L_{\odot}$. Si consideramos que esta fase dura del orden de 40 años, la masa apilada en la reserva es de $.04 M_{\odot}$. De acuerdo a Pudritz y Norman este valor es el necesario para que la gravedad propia del reserva sea importante. Según el modelo el tiempo necesario para que se "reanude" el apilamiento es del orden de 10^4 años, lo cual concuerda con el tiempo que da Herbig para la recurrencia de los estallidos FU Ori en estrellas T Tauri.

3.3.3. Modelo de Hartmann y Kenyon para estallidos FU Ori

Hartmann y Kenyon (1985) hacen un estudio que contiene tanto observaciones de los tres objetos FU Ori, V1057 Cyg y V1515 Cyg, como el modelo propuesto. HK reportan de sus observaciones excesos en el UV (por debajo de 4000 \AA) para FU Ori y V1057 Cyg, además del enrojecimiento característico de estos objetos. Reportan líneas con doble máximo (líneas con forma de joroba) en estos dos casos, así como la presencia de fuertes vientos para las tres estrellas.

El disco de HK es un disco tipo Shakura Sunyaev, guiado por procesos viscosos y ópticamente grueso. Es esta la principal diferencia con el modelo de Pudritz y Norman, donde domina el campo magnético. HK mencionan que un disco extenso, con un gradiente radial de temperatura dado por las ecuaciones para un disco delgado (ec. III.34), podría explicar la dependencia del espectro de los FU Ori con la longitud de onda. Asimismo, la rotación del disco puede dar cuenta de líneas con doble máximo: mientras una parte del disco se aleja otra se acerca siendo el área del disco sin movimiento con respecto a nosotros la menor, y por tanto la que da menos emite, dando lugar a la bajada de la línea en su centro, formando una joroba. Por otro lado, la parte externa del disco origina un exceso infrarrojo, mientras que el exceso ultravioleta se produce en la capa límite.

El disco de HK está formado de anillos con temperatura dada por la expresión de SS (ver capítulo 3, ec. III.34):

$$T(R) = \left[\frac{3 \text{ GMM}}{8\pi \sigma R^3} \right]^{1/4} = 2.35 \times 10^4 \text{ } ^\circ\text{K} M_1^{1/4} M_{-5}^{1/4} \left[\frac{R}{R_0} \right]^{1/4}$$

(III.35)

si medimos el radio en unidades solares y la acreción en $10^{-5} M_{\odot} \cdot \text{año}^{-1}$.

A partir de observaciones de V1057 Cyg (distancia, brillo, etc...) HK infieren para el disco un radio externo de 25 a 50 radios estelares y un radio para V1057 Cyg de 5 a 6 R_{\odot} ; si uno supone una masa entre 1 y 0.5 M_{\odot} , la tasa de acreción debe estar entre 2×10^{-4} y $10^{-4} M_{\odot} \cdot \text{año}^{-1}$. De estos números obtenemos una temperatura en el borde externo entre 580 $^{\circ}\text{K}$ y 1120 $^{\circ}\text{K}$, para un radio externo de 300 R_{\odot} (50 radios estelares con $R_{*} = 6 R_{\odot}$) o 125 R_{\odot} (25 radios estelares con $R_{*} = 5 R_{\odot}$); esta parte del disco radía en el infrarrojo. Dentro de su modelo el choque en la capa límite tendrá una temperatura de 2×10^4 $^{\circ}\text{K}$, lo que originaría el exceso UV.

Es claro que la tasa de acreción inferida es muy elevada para ser constante. HK sugieren que esta tasa resulta de una reserva de masa formada anteriormente (ver 3.3.2.) y que se emplea subitamente para el estallido. Si pensamos en una tasa de $10^{-4} M_{\odot} \cdot \text{año}^{-1}$ (en 3.3.2 mencionamos $10^{-3} M_{\odot} \cdot \text{año}^{-1}$) que debe ser acretada durante 100 años (en 3.3.2 mencionamos 40 años) estamos hablando de una reserva de .01 masa solares (0.04 M_{\odot} en la sección 3.3.2) . HK proponen que esta reserva surge a partir de cambios en la opacidad, lo que provoca un cambio en la densidad y un subsecuente apilamiento de masa. Este proceso es capaz de acumular la masa requerida en 50×10^4 años, (antes dimos 10^4 años) lo cual excede en un orden de magnitud la estimación de Herbig (si bien HK necesitan una menor masa en el reserva, ellos consideran un proceso de apilamiento menos eficaz). Si uno estima los tiempos característicos para propagación de procesos térmicos en un disco SS de estas características (de masa central y tamaño) uno obtiene para el caso de V1057 Cyg (.5 M_{\odot} y $R \approx 1 \text{ UA}$):

$$t_{\phi} \approx 1.1 \text{ años ;} \quad (\text{ III.36 })$$

mientras que para procesos viscosos:

$$t_{\nu} \approx 11 \text{ años .} \quad (\text{ III.37 })$$

Estos tiempos concuerdan razonablemente con el tiempo de "alzada" de la ráfaga, y el tiempo de decaimiento de la misma.

3.4. DISCOS PROTOPLANETARIOS

3.4.1. Modelo de acreción en nube protoplanetaria

Una característica muy marcada de nuestro sistema solar es la repartición de masa y de momento angular: la mayor parte de la masa (99%) está repartida en el centro (Sol) mientras que la mayoría del momento angular lo tienen los planetas. Un modelo que explique el origen del sistema planetario deberá separar eficientemente masa y momento angular. Según vimos en el capítulo anterior un disco de acreción guiado por torcas viscosas tiende a ordenar las masas y sus movimientos de esta manera. Esto hace que un modelo con un disco de acreción sea un buen candidato para modelar una nube protoestelar y protoplanetaria.

Varios astrónomos han empleado este tipo de modelos para estudiar la formación de estrellas (Cassen & Moosman; 1981) y sistemas planetarios (Lin & Papaloizou, 1980; Lin 1981; Morfill & Volk, 1984) . El éxito de los modelos de acreción viscosa para nubes protoplanetarias surge a partir de dos resultados:

(1) Si uno concuerda con las estimaciones que se hacen para la viscosidad en estos discos ($\sim 10^{15}$ o 10^{17} cm^2s^{-1} Morfill & Volk, 1984; Morfill 1985) el tiempo "viscoso" resulta ser del orden de 10^5 años de donde se deducen dimensiones ($t=v/R$) similares a la del sistema solar.

(11) Si además empleamos la expresión para la temperatura de un disco ópticamente grueso⁽¹⁾:

$$T = \left[\frac{9 \text{ GMM}}{8 \sigma R^3} \right]^{1/4} \quad (111.38)$$

Para $M = M_{\odot}$ y $M = 10^{-5} M_{\odot} \cdot \text{año}^{-1}$ (Cassen & Moosman, 1981) se tiene:

$$T = 835 \text{ }^{\circ}\text{K} R_{\text{ua}}^{-3/4} \quad (111.39)$$

Es decir que mientras que en la vecindad terrestre tendríamos estas temperaturas para la órbita de Júpiter uno tiene $T \approx 240^{\circ}\text{K}$. Esta repartición de temperaturas concuerda con el requerimiento de que en el sistema solar interior la temperatura debió ser suficientemente elevada como para evaporar materiales refractarios mientras que en la parte externa pudieran formarse hielos, y así obtener la distribución de elementos de nuestro

(1) La expresión que normalmente se emplea tiene un factor $3/8\pi$ en lugar del factor $9/8$ que da Morfill 1985; al emplear $3/8\pi$ se obtiene 478°K en vez de 835°K y 137°K en lugar de 240°K .

Morfill (1985) muestran un modelo simplificado para un disco de este tipo. En él emplean la ecuación de continuidad:

$$M = 4\pi R_H \rho v_R = \text{cte} ; \quad (\text{III.40})$$

definen un coeficiente de viscosidad:

$$v = \frac{1}{3} \alpha c_s H \quad (\text{III.41})$$

y de la ecuación de momento angular obtienen la dependencia de v_R :

$$v_R \approx - \frac{v}{R} , \quad (\text{III.42})$$

Junto con la ecuación de equilibrio hidrostático y la expresión para un gas ideal. Una diferencia entre estos modelos y los discos α son los procesos de enfriamiento; Lin (1981) considera como fuentes de opacidad partículas de hielo, silicatos (SiO_2) y Fe_2 . Los parámetros de su modelo son la tasa de acreción, el radio del disco y la temperatura en el borde externo. Resulta bastante claro que aquí estamos hablando de discos fríos, y de hecho la temperatura en el radio externo se toma del orden de 10^2K . Las propiedades que resultan para este modelo de discos dependen de estas condiciones iniciales; Morfill (1985) da los siguientes valores:

* Para $M = 10^{-6} M_\odot \cdot \text{año}^{-1}$, $R_e (M=M_\odot) = 6 \times 10^{14} \text{ cm}$ y $T(R_e) = 10^2 \text{K}$:

$$\begin{aligned} c_s (R_e) &= 2.2 \times 10^4 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} , \\ H &= 2.2 \times 10^{13} \text{ cm} , \\ \rho (R_e) &= 4.1 \times 10^{-12} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} , \\ \Sigma &= 192 \text{ g} \cdot \text{cm}^{-2} , \\ M_{\text{disco}} &= 1.1 \times 10^{-1} M_\odot , \\ v &= 5.2 \times 10^{16} \text{ cm}^2 \cdot \text{s}^{-1} . \end{aligned} \quad (\text{III.43})$$

* Con los mismos parámetros, excepto $T(R_e) = 50^2 \text{K}$:

$$\begin{aligned} c_s (R_e) &= 4.9 \times 10^4 \text{ cm} \cdot \text{s}^{-1} , \\ H &= 5.3 \times 10^{13} \text{ cm} , \\ \rho (R_e) &= 3.6 \times 10^{-13} \text{ g} \cdot \text{cm}^{-3} , \end{aligned} \quad (\text{III.44})$$

$$\Sigma = 38 \text{ g.cm}^{-2} \text{ ,}$$

(111.44)

$$M_{\text{disco}} = 2.1 \times 10^{-2} M_{\odot} \text{ ,}$$

$$v = 2.6 \times 10^{17} \text{ cm}^2 \text{s}^{-1} \text{ .}$$

En ambos casos, recordando que $t_v \approx R^2/v$ obtenemos escalas de tiempo como la mencionada arriba: en el primer caso 2.2×10^5 años y en el segundo 4.4×10^4 años.

3.4.2. β Pictoris

En diciembre de 1984 apareció un artículo en el cual Smith y Terrile (Smith & Terrile, 1984) reportaron la presencia de un disco circumestelar alrededor de β Pictoris, estrella que presenta un exceso infrarrojo (Gillet et al., 1985) . Como se mencionó en la primera parte de este capítulo, este disco tiene dimensiones muy parecidas al observado alrededor de la fuente central de L1551. La diferencia esencial de este disco con los observados en otros objetos es que β Pictoris es una estrella de la secuencia principal. Este disco se observa en el visible y su fotografía ha logrado cierta fama. El disco tiene un radio de 400 UA (tal vez hasta 500 UA) y un espesor de 50 UA, medido a 300 UA de la estrella. Al parecer el disco está compuesto de partículas con tamaños que pueden situarse entre 10 km y 10 μm ; la masa total del disco está entonces comprendida entre .01 y 200 masa terrestres respectivamente.

La presencia de un disco alrededor de una estrella de la secuencia principal puede relacionarse con la posible formación de un sistema planetario. Si bien no se sabe cuanto tiempo lleva β Pictoris en la secuencia principal, no es difícil imaginarse una secuencia evolutiva a partir de las observaciones: una nube molecular con cierto momento angular tendería a formar un toroide (L1551, por ejemplo) en el centro del cual se forma una estrella (IRS 5, por ejemplo); la rotación del toroide junto con algún campo magnético interestelar podrían dar origen a flujos bipolares, mientras que la acreción de materia por la protoestrella causaría jets, tal y como se observa en L1551-IRS5; siguiendo la secuencia que da Pudritz (ver parte final de 3.2.2.) donde al reducirse la tasa de acreción (la masa de la nube inicial habiendo sido disipada por los flujos bipolares principalmente) el disco adquiere una estructura con dos zonas distintas (FMR y SMR; ver 3.2.2) en cuya frontera se darían inestabilidades y estallidos de tipo FU Ori; el resultado final, una vez que la estrella alcanzó la secuencia principal sería el que observado en β Pictoris, con un disco alrededor del astro, a partir del cual se formarían los planetas.

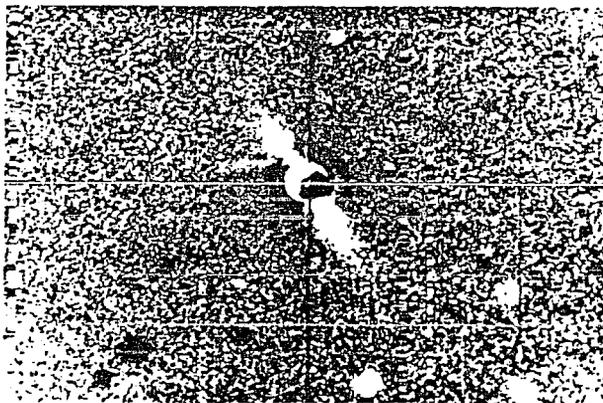
3.4.3. Otros candidatos

Anterior a estas observaciones son las realizadas por Aumann y colaboradores (Aumann et al., 1984) en Vega (α Lyrae) una de las estrellas mas brillantes del cielo. Aquí se indica la medición de un exceso en el lejano infrarrojo, interpretado como

presencia de material protoplanetario (ignorandose si este material forma disco alguno). Posteriormente, y a partir de observaciones del IKAS, Aumann (1985) realizó un estudio de las estrellas vecinas al Sol (mas cercanas que 25 pc); para ello definió como estrellas tipo Vega (Vega like stars) aquellas cuya diferencia entre magnitud a 12 y 60 micras fuera mayor que uno (para Vega $M[12] - M[60] = 1.91$). La estrella con mayor índice así definido resulta ser β Pictoris. Si uno interpreta este exceso en el lejano infrarrojo como evidencia directa de la presencia de un disco o anillo (ópticamente delgado) puede estimarse algunos parámetros para estos discos o anillos a partir de un modelo; Aumann et al. aplican este modelo para doce estrellas (entre estas están Vega, τ Eridani, ϵ Eri, α Psa β Leo y γ Dor) suponiendo un anillo de radio R formado por partículas con emisividad igual a uno, a una temperatura T en equilibrio térmico con la estrella central. Los radios obtenidos de esta manera para los discos son del orden de 10 UA.

Estos discos protoplanetarios serían los restos de discos protoestelares; son este tipo de discos los que caen en los modelos de Cassen, Morfill o Lin y en los cuales uno espera que se de la formación de planetas. La fotografía de β Pictoris es en cierta forma un retrato de una especie disco de acreción.

FOTOGRAFIA DE β PICTORIS



CONCLUSION

En este trabajo vimos parte de la teoría de acreción mediante discos y de las recientes observaciones de estructuras en forma de discos y toroides en objetos protoestelares e incluso estrellas de la secuencia principal. Algunas conclusiones surgen:

Con respecto a los discos de acreción podemos decir que se trata de modelos bien desarrollados (autoconsistentes) que se aplican con éxito en muchos objetos energéticos: variables cataclísmicas y novas recurrentes (discos en enanas blancas), binarias de rayos X, incluyendo fuentes pulsantes, (estrellas de neutrones) y otros objetos, los cuales no mencionamos (como estrellas simbióticas y núcleos activos de galaxias). El desarrollo teórico apunta en dirección de los discos gruesos, ya sea "inflados" por radiación (discos de Abramowicz y Paczynski) o autogravitantes. Los primeros se emplean en modelos de galaxias activas, mientras que modelos de discos autogravitantes bien podrían compararse con las observaciones de toroides interestelares. El problema de la estabilidad de discos tanto delgados como gruesos, punto que sólo mencioné, es también un tema cuyo desarrollo es importante.

Por otro lado, gracias al reciente descubrimiento de fenómenos tales como los flujos bipolares, y las observaciones en radio e infrarrojo, ha quedado al descubierto la existencia real de discos y toroides en distintas escalas. Estas estructuras, más cercanas a la concepción original de von Weizsäcker que los discos de acreción, parecen estar fuertemente ligadas con la formación estelar, debido a su relación, tanto observacional como "propuesta" (estrellas FU Ori) con objetos jóvenes, e incluso con estrellas (¿ recién ?) de la secuencia principal (β Pictoris). El desarrollo de observaciones más precisas en diferentes regiones del espectro (por ejemplo: en infrarrojo interferometría speckle de alta resolución; en radio, observaciones de otras líneas moleculares; en óptico, empleo de coronógrafos como el empleado en β Pictoris para observar estrellas tipo Vega, y el ansiado telescopio espacial) podrían ayudar a encontrar algún tipo de estructura en estos discos, alguna secuencia evolutiva relacionada con la propia evolución de la fuente central y/o acercarlos más a la teoría de los discos de acreción.

APENDICES

A.1. ECUACIONES EN COORDENADAS CILINDRICAS

Damos aquí algunas expresiones para ecuaciones vectoriales en coordenadas cilíndricas. Estas coordenadas se definen introduciendo un ángulo θ :

$$\begin{aligned} x &= R \cos \theta , \\ y &= R \operatorname{sen} \theta , \\ z &= z . \end{aligned} \quad (A.1.1)$$

En estas coordenadas las operaciones vectoriales se escriben mediante las expresiones:

$$\nabla \phi = \frac{\partial \phi}{\partial R} e_R + \frac{1}{R} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} e_\theta + \frac{\partial \phi}{\partial z} e_z , \quad (A.1.2)$$

$$\nabla \cdot A = \frac{\partial A_R}{\partial R} + \frac{1}{R} \frac{\partial A_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial A_z}{\partial z} , \quad (A.1.3)$$

$$\begin{aligned} \nabla \times A &= \left(\frac{1}{R} \frac{\partial A_z}{\partial \theta} - \frac{\partial A_\theta}{\partial z} \right) e_R + \left(\frac{\partial A_R}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial R} \right) e_\theta \\ &\quad + \frac{1}{R} \left(\frac{\partial}{\partial R} (R A_\theta) - \frac{\partial A_R}{\partial \theta} \right) e_z , \end{aligned} \quad (A.1.4)$$

$$(\nabla \cdot \nabla) A = v_R \frac{\partial A}{\partial R} + \frac{v_\theta}{R} \frac{\partial A}{\partial \theta} + v_z \frac{\partial A}{\partial z} + \frac{v_\theta}{R} (e_z \times A) . \quad (A.1.5)$$

Dentro de la dinámica de fluidos se define el tensor de deformaciones e_{ij} , a partir del cual se define el tensor de esfuerzos viscosos Π_{ij} , gracias al coeficiente de viscosidad cinemática μ :

$$e_{ij} \equiv \frac{1}{2} \begin{bmatrix} 1 & & \\ \frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} & & \\ & & 2 \end{bmatrix} , \quad (A.1.6)$$

$$\Pi_{ij} = 2\mu \left(e_{ij} - \frac{1}{3} (\nabla \cdot \mathbf{v}) \delta_{ij} \right) + \frac{1}{3} \beta (\nabla \cdot \mathbf{v}) \delta_{ij} \quad (\text{A.1.7})$$

La expresión para este tensor en coordenadas cilíndricas es:

$$\begin{aligned} e_{RR} &= \frac{\partial v_R}{\partial R}, & e_{\theta\theta} &= \frac{1}{R} \frac{\partial v_\theta}{\partial \theta} + \frac{v_R}{R}, \\ e_{zz} &= \frac{\partial v_z}{\partial z}, & e_{\theta z} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_\theta}{\partial z} + \frac{1}{R} \frac{\partial v_z}{\partial \theta} \right), \\ e_{Rz} &= \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_z}{\partial R} + \frac{\partial v_R}{\partial z} \right), & e_{R\theta} &= \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R} \frac{\partial v_R}{\partial \theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial R} - \frac{v_\theta}{R} \right). \end{aligned}$$

(A.1.8)

El tensor Π_{ij} se calcula directamente; una vez obtenida su expresión, las fuerzas viscosas se obtienen calculando la divergencia del tensor Π . La divergencia de un tensor resulta en un vector, que en coordenadas cilíndricas tiene la forma:

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \Pi &= \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \Pi_{RR}) + \frac{1}{R} \frac{\partial \Pi_{R\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \Pi_{Rz}}{\partial z} - \frac{\Pi_{\theta\theta}}{R} \right\} e_R \\ &+ \left\{ \frac{1}{R^2} \frac{\partial}{\partial R} (R^2 \Pi_{\theta R}) + \frac{1}{R} \frac{\partial \Pi_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \Pi_{\theta z}}{\partial z} \right\} e_\theta \\ &+ \left\{ \frac{1}{R} \frac{\partial}{\partial R} (R \Pi_{zR}) + \frac{1}{R} \frac{\partial \Pi_{z\theta}}{\partial \theta} + \frac{\partial \Pi_{zz}}{\partial z} \right\} e_z. \end{aligned}$$

(A.1.9)

Estas son las expresiones mas empleadas en este trabajo.

A. 2. CONSTANTES

A. 2. 1. CONSTANTES FISICAS

. Aceleración de caída libre:	$g = 9.80665 \quad \text{m s}^{-2}$ $= 9.80665 \times 10^2 \quad \text{cm s}^{-2}$
. Año:	$= 3.1557 \times 10^7 \quad \text{s}$
. Carga del electrón:	$e = 1.60210 \times 10^{-19} \quad \text{C}$ $= 4.80298 \times 10^{-10} \quad \text{ues}$
. Cte de Boltzmann:	$k = 1.38054 \times 10^{-23} \quad \text{J } ^\circ\text{K}^{-1}$ $= 1.38054 \times 10^{-16} \quad \text{erg } ^\circ\text{K}^{-1}$
. Cte de la gravitación:	$G = 6.672 \times 10^{-11} \quad \text{kg}^{-1}\text{m}^3\text{s}^{-2}$ $= 6.672 \times 10^{-8} \quad \text{g}^{-1}\text{cm}^3\text{s}^{-2}$
. Cte de Planck:	$h = 6.6256 \times 10^{-34} \quad \text{J s}$ $= 6.6256 \times 10^{-27} \quad \text{erg s}$
. Cte de Stefan-Boltzmann:	$\sigma = 5.6697 \times 10^{-8} \quad \text{Jm}^{-2}\text{ } ^\circ\text{K}^{-4} \text{ s}^{-1}$ $= 5.6697 \times 10^{-5} \quad \text{ergcm}^{-2}\text{ } ^\circ\text{K}^{-4}\text{s}^{-1}$
. Electrón-voltio:	$\text{eV} = 1.6021 \times 10^{-19} \quad \text{J}$ $= 1.6021 \times 10^{-12} \quad \text{erg}$
. Energia de ionización del H:	$= 13.60 \quad \text{eV}$ $= 2.1789 \times 10^{-11} \quad \text{erg}$
. Masa del electrón:	$m_e = 9.1091 \times 10^{-31} \quad \text{kg}$ $= 9.1091 \times 10^{-28} \quad \text{g}$
. Masa del neutrón:	$m_n = 1.67482 \times 10^{-27} \quad \text{kg}$ $= 1.67482 \times 10^{-24} \quad \text{g}$
. Masa del protón:	$m_p = 1.67252 \times 10^{-27} \quad \text{kg}$ $= 1.67252 \times 10^{-24} \quad \text{g}$
. Radio de Bohr:	$a = 5.29167 \times 10^{-11} \quad \text{m}$ $= 5.29167 \times 10^{-9} \quad \text{cm}$
. Sección eficaz de Thompson:	$\sigma_t = 6.6516 \times 10^{-29} \quad \text{m}^2$ $= 6.6516 \times 10^{-25} \quad \text{cm}^2$
. Velocidad de la luz:	$c = 2.99792 \times 10^8 \quad \text{m s}^{-1}$ $= 2.99792 \times 10^{10} \quad \text{cm s}^{-1}$

A. 2. 2. CONSTANTES ASTRONOMICAS

. Año-luz:	AL= 9.46	x 10 ¹⁷ cm
. Flujo de masa:	M _⊙ año ⁻¹ = 6.303	x 10 ²⁶ g.s ⁻¹
. Masa solar:	M _⊙ = 1.989	x 10 ³³ g
. Parsec:	pc= 3.085	x 10 ¹⁸ cm
. Radio solar:	R _⊙ = 6.96	x 10 ¹⁰ cm
. Unidad astronómica:	UA= 1.496	x 10 ¹³ cm

A. 3. EL LIMITE DE EDDINGTON

La luminosidad que puede producir un proceso de acreción tiene una cota superior. Este tiene origen en la radiación producida por el mismo proceso; los fotones producidos ejercen cierta presión sobre las partículas que caen en la estrella; si esta presión supera la atracción del objeto central, la acreción se inhibe, y la luminosidad disminuye. La luminosidad máxima, conocida como el límite de Eddington, se calcula igualando el término radiativo con el gravitacional en la expresión para la fuerza sobre una partícula acretada. En el caso mas sencillo (simetría esférica), al igualar la presión de radiación (que actúa sobre los electrones del plasma; σ_e) con la atracción gravitatoria (que es mayor para los protones del plasma; electrones y protones están ligados por interacciones electromagnéticas) se obtiene:

$$\left(G M m_p - \frac{L \sigma_e}{4\pi c} \right) r^{-2} = 0 ; \quad (A.3.1)$$

de donde surge directamente la luminosidad límite:

$$L_{Ed} = \frac{4\pi G M m_p c}{\sigma_e} = 1.3 \times 10^{38} \text{ erg.s}^{-1} \quad (M/M_{\odot}) . \quad (A.3.2)$$

Si la luminosidad es debida a acreción tenemos:

$$L_{Ed} = \frac{G M \dot{M}_{cr}}{R} ; \quad (A.3.3)$$

De donde surge una tasa de acreción crítica, \dot{M}_{cr} :

$$\dot{M}_{cr} = \frac{4\pi m_p c}{\sigma_e} R ; \quad (A.3.4)$$

$$\begin{aligned} \dot{M}_{cr} &= 6.59 \times 10^{22} \text{ g.s}^{-1} (R/R_{\odot}) \\ &= 1.05 \times 10^{-3} M_{\odot} \cdot \text{año}^{-1} (R/R_{\odot}) . \end{aligned} \quad (A.3.5)$$

Para el caso específico de una disco haria falta una estimación que tomara en cuenta el que el proceso no es esféricamente simétrico; si uno considera que la acreción se da sobre un fracción f de la superficie de la estrella, siendo en

esta zona la acreción independiente de la orientación, se tiene que la luminosidad de Eddington queda multiplicada por f (es decir, $fL_{E\sigma}$). En un caso mas general, el resultado anterior sólo puede verse como una aproximación. Valores típicos para f son $10^{-2} - 10^{-3}$.

Un resultado curioso surge a partir del límite de Eddington y restricciones debidas a la relatividad general. Ningún objeto puede radiar más energía que la que contiene, Mc^2 , en un tiempo menor que el dado por su mínimo radio posible, R_{Schw} (radio de Schwarzschild), entre c . Es decir que existe un límite "natural" para la luminosidad de cualquier objeto, es la luminosidad de Gunn:

$$L_{Gunn} = \frac{Mc^2}{(R_{Schw}/c)} = \frac{c^5}{G} = 3.6 \times 10^{59} \text{ erg.s}^{-1} \quad (A.3.6)$$

Igualando las luminosidades de Eddington y Gunn obtenemos el valor de la mayor masa que puede radiar con la luminosidad de Eddington:

$$M_+ = \frac{c^4 \sigma_c}{4G^2 m_p} = 0.907 \times 10^{22} M_\odot ; \quad (A.3.7)$$

esta masa resulta ser cercana a la "masa total del Universo", según Bondi (1960); si ahora dividimos esta masa entre la masa del protón obtenemos uno de los "grandes números" de Dirac, $M_+/m_p \approx 10^{79}$.

REFERENCIAS

- Abramowicz M.A., Calvini M. & Nobili L., 1980; Ap.J., 242, 772
- Aumann H.H., 1985; P.A.S.P., 97, 885
- Aumann H.H., Gillet F.C., Beichman C.A., De Jong T., Houck J.R.,
Low F.J., Neugebauer G., Walker R.G. & Wesselius
P.R., 1984; Ap.J., 278, L23
- Bally J., 1982; Ap.J., 261, 558
- Bath G.T., Pringle J.E. & Whelan J.A.J., 1980; M.N.R.A.S., 190,
185
- Begelman M.C., 1984; Proceedings of Santa Cruz Summer Workshop in
Astronomy and Astrophysics: "Astrophysics of
active galaxies and quasi stellar objects"
- Black D.C. & Matthews M.S., 1985; "Protostars & Protoplanets",
ed. The University of Arizona Press
- Bisicchi G.F., Dultzin D., Firmani C. & Hacyan S., 1974; Ap.J.,
190, L59
- Bolton C.T., 1975; Ap.J., 200, 269
- Bondi H., 1960; "Cosmology", Cambridge University Press
- Cantó J., 1980; A.A., 88, 327
- Cantó J., Rodríguez L.F., Barral J.F. & Carral P., 1981; Ap.J.,
244, 102
- Canuto V.M., Goldman I. & Hubickyj O., 1984; Ap.J., 280, L55
- Cassen P. & Noosman A., 1981; Icarus, 48, 353
- Cohen M., Harvey & Schwartz R.D. 1985; Ap.J., 296, 633
- Cohen M. & Schwartz R.D., 1986; A.J., 89, 277
- Chanan G.A, Nelson J.E. & Margon B., 1978; Ap.J., 226, 963
- Chester T.J., 1979; Ap.J., 230, 167
- Davidson K., 1973; Nat. Phys. Sci., 246, 1
- Davidson J.A. & Jaffe D.T., 1984; Ap.J., 277, L77
- Deissler R.G., 1984; Rev. Mod. Phys., 56, 223
- Frank J., King A.R. & Raine D.J., 1985; "Accretion power in
astrophysics", ed. Cambridge University Press
- Ghosh P., Lamb F.K. & Pethick C.J., 1977; Ap.J., 217, 578; GL1
- Ghosh P. & Lamb F.K., 1979a; Ap.J., 232, 259; GL2

- Ghosh P. & Lamb F.K., 1979b; Ap.J., 234, 296; GL3
- Gillet et al., 1985; Ap.J., pretiro
- Grasdalen G.L., Strom S.E., Strom K.M., Capps R.W., Thompson D. & Castelaz M., 1984; Ap.J., 283, L57
- Gurzadyan, 1980; "Flare stars", ed. Pergamonn Press
- Hartmann L. & Kenyon S.J., 1985; Ap.J. pretiro
- Hasegawa T., Kaifu N., Inatani J., Morimoto M., Chikada Y., Hirabashi H., Iwashita H., Morita K., Tojo A., Akabane K., 1984; Ap.J., 283, 117
- Heckert P.A. & Zeilik M., 1985; pretiro.
- Herbig G.H., 1977; Ap.J., 217, 693
- Herter T., Lacasse M.G., Wesemael F. & Winget D.E., 1979; Ap.J. Suppl., 39, 513
- Kaburaki O., 1985; M.N.R.A.S., pretiro
- Kaifu N., Susuki S., Hasegawa T., Morimoto M., Inatani J., Nagane K., Miyasawa K., Chikada Y., Kanzawa T. & Akabane K., 1984; A.A., 134, 7
- Kawabe R., Ogata H., Fukui Y., Takano T., Takaba H., Fujimoyo Y., Sugitani K. & Fujimoto M., 1984; Ap.J., 282, L73
- Kenyon S.J. & Webbink R., 1984; Ap.J., 279, 252
- Knapp G.R. & Padgett D.L., 1984; pretiro
- Konigl A., 1982; Ap.J., 261, 115
- Langer S.H. & Rappaport S., 1982; Ap.J., 257, 733
- Lester D.F., Beckin E.E., Genzel R. & Wynn-Williams C.G., 1985; A.J., 90, 2331
- Lewin W.H.G., Van Der Heuvel E.P.J. (editores), 1983; "Accretion Driven Stellar X-ray Sources", ed. Cambridge University Press
- Lin D.N.C., 1981; Ap.J., 246, 972
- Lin D.N.C. & Papaloizou J., 1980; M.N.R.A.S., 191, 37
- Little L.T., Dent W.R.F., Heaton B., Davies S.R. & White G.J., 1985; pretiro
- Mason K.O., Lampton M., Charles P. & Bowyer S., 1978; Ap.J., 226, L129

- Mestem K.M., Walmsley C.M., Krugel E. & Ungerechts H., 1984; A.A., 137, 108
- Mc Connell A.J., 1957; "Applications of tensor analysis", ed. Dover
- Mészáros P., Harding A.K., Kirk J.G. & Galloway D.J., 1983; Ap.J., 266, L83
- Morfill G.E., Tscharnuter W. & Volk H.J., 1985; "Protostars and planets", pags. 493-534
- Morfill G.E. & Volk H.J., 1984; Ap.J., 287, 371
- Mundt R. & Fried J.W., 1983; Ap.J., 274, L83
- Novikov & Thorne, 1973; "Black Holes", Les Houches
- Paczynsky B. & Wilita F.J., 1980; A.A., 68, 23
- Pedersen H., et al. 1982; Ap.J., 263, 340
- Peek B.M., 1942; J. Brit. Astron. Assoc., 53, 23
- Prendergast K.H. & Burbidge G.R., 1968; Ap.J. Lett., 151, L83
- Pringle J.E., 1976; M.N.R.A.S., 177, 65
- Pringle J.E., 1977; M.N.R.A.S., 178, 195
- Pringle J.E., 1981; Ann. Rev. Astron. Astrophys., 19, 137
- Pringle J.E. & Savonije G.J., 1979; M.N.R.A.S., 187, 777
- Pudritz R.E., 1985; Ap.J., 293, 216
- Pudritz R.E. & Norman C.A., 1983; Ap.J., 274, 677
- Pudritz R.E. & Norman C.A., 1986; Ap.J., 301, 571
- Regev O., A.A., 126, 146
- Ricketts M.J., King A.R. & Raine D.J., 1979; M.N.R.A.S., 186, 233
- Rodriguez L.F., 1985; Proceedings IAU Symp. 115, "Star forming regions", Tokyo, Japan; LFK
- Sanford P.W., Lascarides P. & Salton J., 1982; "Galactic X-ray Sources", ed. John Wiley & Sons
- Sargent A.I., Scoville N.Z., Mason C.R., Lo K.Y. & Phillips T.G., 1986; Proceedings IAU Symp. 115, "Star forming regions", Tokyo, Japan
- Shakura N.I. & Sunyaev R.A., 1973; AA, 24, 337
- Shu F., 1974; "Interstellar gas dynamics"; apuntes de un curso de posgrado, Berkeley

- Smith B.A. & Terrile R.J., 1985; Science, 226, 1421
- Strom S.E., Strom K.M., Grasdalen G.L., Capps R.W. & Thompson D.,
1985; A.J., 90, 2575
- Takano T., Stutzki J., Winnewiser G. & Fukui Y., 1984; Ap.J., 282,
L69
- Torrelles J.M., Rodríguez L.F., Cantó J., Carral P., Marcaide J.,
Moran J.M. & Ho P.T.P., 1983; Ap.J., 279, 214
- Torrelles J.M., Cantó J., Rodríguez L.F., Ho P.T.P. & Moran J.,
1985; Ap.J., 294, L117.
- Torrelles J.M., Ho P.T.P., Rodríguez L.F. & Cantó J., 1986; ApJ.
- Tylenda R., 1981; Acta Astron., 31, 267
- Uchida Y. & Low B.C., 1981; J. Astron. Astrop., 2, 405
- Uchida Y. & Shibata K., 1985; P.A.S.J., 37, 515
- Vasyliunas V.M., 1977; Spa. Sci. Rev., 24, 609
- von Weizsacker C.F., 1943; Z. Astrophys., 22, 319
- von Weizsacker C.F., 1948; Z. Naturforsch., 3a, 524
- Wehster B.L. & Murdin P., 1972; Nature, 235, 37