

24. 165



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**

**FACULTAD DE INGENIERIA  
DIVISION DE INGENIERIA CIVIL, TOPOGRAFICA  
Y GEODESICA**

**PROGRAMAS DE CALCULADORA PARA VIGAS  
COMPLETAMENTE PRESFORZADAS Y PARCIALMENTE  
PRESFORZADAS**

**TESIS PROFESIONAL  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
INGENIERO CIVIL  
P R E S E N T A :  
FRANCISCO JAVIER RAMOS GONZALEZ**

**MEXICO, D. F.**

**OCTUBRE, 1986**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

PROGRAMAS DE CALCULADORA PARA VIGAS  
TOTALMENTE PRESFORZADAS Y PARCIALMENTE PRESFORZADAS

C A P I T U L O	I	5
I N T R O D U C C I O N		
C A P I T U L O	II	21
D I S E Ñ O Y R E V I S I O N P O R F L E X I O N		
C A P I T U L O	III	244
D I S E Ñ O Y R E V I S I O N P O R C O R T A N T E		
C A P I T U L O	IV	307
P R O G R A M S D E C A L C U L A D O R A		
C A P I T U L O	V	335
E J E M P L O S D E A P L I C A C I O N Y		
C O N C L U S I O N E S		

# C A P I T U L O I

## I N T R O D U C C I O N

1.1 ANTECEDENTES HISTÓRICOS

1.2 CONCRETO PRESFORZADO. DEFINICION

1.3 PRESFUERZO PARCIAL Y TOTAL. CONCEPTO

1.4 ESTRUCTURAS PRESFORZADAS. APLICACION

1.5 ALCANCE

## INTRODUCCION

Con el propósito de aclarar la serie de interrogantes que surgen cuando se trata algún tema sobre Estructuras Presforzadas, como son:

- ¿Qué es el Presfuerzo?
- ¿Para qué sirve el Presfuerzo?
- ¿Qué es una estructura parcialmente Presforzada?
- ¿Dónde se utilizan estructuras Presforzadas?

Las cuales resultan imprescindibles cuando no se tiene un concepto claro del concreto presforzado. A continuación se trata de aclarar las dudas -- descritas anteriormente:

### 1.1 ANTECEDENTES HISTORICOS

Se tienen noticias de la existencia del --- principio básico del presfuerzo desde la antigüedad, tal es el ejemplo de la fabricación de los barriles utilizados para el almacenamiento de líquidos o sólidos (agua, vino, pólvora, granos, etc.). La cual --

consiste en la atadura de cintas metálicas alrededor de duelas de madera. Cuando se ataban los cinchos a la duela mediante una fuerza de tensión, éstos se encontraban bajo un estado de presfuerzo de tensión, - el cual a su vez le transmitía un presfuerzo de compresión entre duelas. En otras palabras, tanto la duela como los cinchos eran presforzados antes de -- ser sometidos a cualquier carga de servicio o pre--- sión interna del líquido a guardar.

Utilizando este principio P.H.Jackson, Inge<sup>u</sup>niero Norteamericano, en 1872 obtuvo la patente para colocar bloques de mampostería o concreto que ser--- vían como losas. Mediante una atadura utilizando - varillas de acero, Jackson hizo pasar los tirantes - tensores de hierro a través de los bloques de mampos<sup>u</sup>tería y los fijó por medio de tuercas.

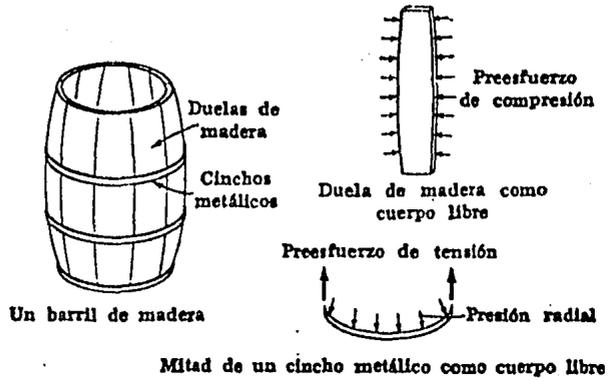
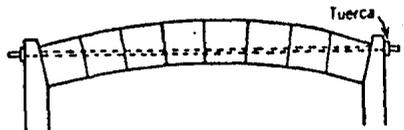


FIG. 1.1 Principio del prestuerzo aplicado a la construcción de un barril

FIG. 1.2 Método de presforzado de Jackson para puentes de mampostería y concreto



En el año de 1908 G. R. Steiner, propuso apretar inicialmente los tirantes de presfuerzo en contra del concreto húmedo, con el objeto de reducir el efecto de fricción por adherencia entre acero-concreto y posteriormente aumentar la tensión después del endurecimiento del concreto.

Se reconoce a R. E. Dill, de Alejandría, Nebraska, por haber sido el primero en identificar los efectos de la contracción y la deformación progresiva o escurrimiento del concreto y del acero respectivamente. El método de Dill propone aplicar el presfuerzo inmediatamente después de que se presenta la mayor parte de la contracción en el concreto, y para la deformación progresiva del acero, las tuercas sujetadoras se aprietan ocasionalmente; para lograr esto es necesario evitar la ligazón acero-concreto mediante un recubrimiento de los alambres con una sustancia --elástica.

W. H. Hewett, de Minneapolis, Minnesota en 1922, aplicó con éxito el presforzado en tanques de concreto, utilizando el principio del barril. Hewett consideró el efecto de contracción y deformación progresiva, por tal motivo los tensores roscados se apretan

taron manualmente.

Pero estos métodos no fueron aplicados en -- ninguna extensión considerable, principalmente por ra zones económicas.

El desarrollo moderno del concreto presforzado se le acredita al Ingeniero francés Eugenio Freysinet, quien desde 1911 venía realizando estudios --- acerca de los efectos de pendientes del tiempo, de la contracción y el escurrimiento o deformación progresiva del concreto presforzado. Al fin en el año de --- 1928 introduce una importante innovación al utilizar - acero de alta resistencia para el presforzado. Tales alambres, con una resistencia a la ruptura tan elevada como  $17,500 \text{ kg/cm}^2$  y un límite elástico de más de  $12,650 \text{ kg/cm}^2$ , se presforzaban hasta cerca de  $10,600 \text{ kg/cm}^2$  creando una deformación unitaria de:

$$\delta = \frac{f}{E}$$

Donde: f Esfuerzo aplicado

E Módulo de elasticidad del acero

$$E = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$$

$\delta$  Deformación

$$\delta = \frac{10,600}{2100000} = 0.0050$$

Suponiendo una pérdida total de 0.0008 de-  
bida a la contracción y escurrimiento plástico y --  
otras causas, tendríamos una deformación neta de:

$$0.0050 - 0.0008 = 0.0042$$

Que sería la que quedara en los alambres,  
la cual es equivalente a un esfuerzo de:

$$f = E \delta \quad f = 2.1 \times 10^6 (0.0042) = 8.860 \text{kg/cm}^2$$

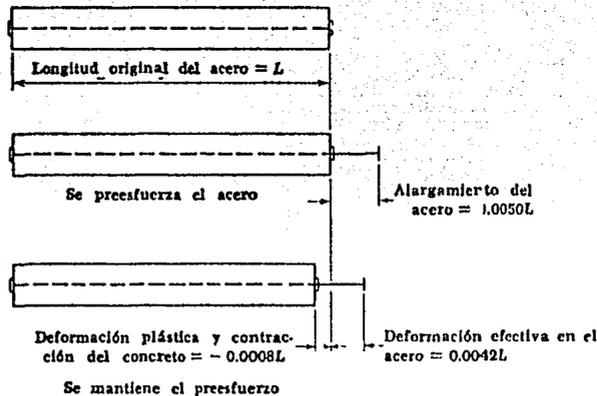


FIG. 1.3 Preesforzado del concreto con acero de alta resistencia a la tensión

Esto no sólo redundó en la economía considerable de acero, sino que permitió un presforzado tan alto que, aún después de las pérdidas, la fuerza de tensión remanente era suficiente para ejercer esfuerzos de compresión de gran magnitud en la trabe o viga.

Aunque Freyssinet también ensayó el proyecto de presforzar cuando, entre el acero y el concreto existía una ligazón directa (adherencia), y, sin anclaje en los extremos, la primera aplicación práctica de este método fue hecha por E. Hoyer, de Alemania. El sistema Hoyer consiste en estirar los -- alambres entre dos pilares situados a varias decenas de metros, poniendo obturadores entre las unidades colocando el concreto y cortando los alambres -- después de que haya endurecido el concreto, con el cual se logra ligar el acero con el concreto, originando un material homogéneo.

Así mismo, Freyssinet demostró claramente el efecto de la deformación progresiva o escurrimiento en el concreto presforzado y mediante el uso de acero de alta resistencia, demostró que la mayor parte del presforzado puede conservarse.

Se considera que la teoría de la fabricación de los barriles aunado a los estudios realizados por Freyssinet, constituye el principio del Concreto Presforzado, tal como se conoce en la actualidad. Existen muchas variantes del método de Freyssinet, sin embargo, la idea básica continua siendo la misma.

En la actualidad existen una variedad de métodos y sistemas para aplicar el pretenseado de cables, como también una serie de accesorios para lograr un anclaje perfecto, cabe mencionar también la existencia de un gran número de tablas de ayuda para diseño, proporcionadas por fabricantes e investigadores del concreto presforzado.

## 1.2 CONCRETO PRESFORZADO. DEFINICION

De acuerdo con los antecedentes antes mencionados y con investigaciones realizadas en la práctica, se citan las siguientes definiciones de algunos autores:

**Eugenio Freyssinet.-** Presforzar un elemento estructural, consiste en crear en él, mediante algún procedimiento antes o al mismo tiempo que la aplicación de acciones exteriores, esfuerzos tales que al combinarse con las correspondientes cargas exteriores anulen los esfuerzos permisibles de los materiales empleados.

**T. Y. Lin.-** Presfuerzo significa la creación intencional de esfuerzos permanentes en la estructura de tal forma de mejorar su comportamiento bajo cargas de servicio y obtener la resistencia requerida con un ahorro considerable de acero.

**Narbey Khachaturian.-** El Presforzado de un miembro estructural, consiste en introducir esfuerzos internos permanentes con el objeto de neutralizar, hasta cierto punto, los esfuerzos de signo opuesto causados por las cargas accionantes o de servicio.

**Arthur H. Nilson.-** El presforzado puede definirse en términos generales como el precargado de una estructura, antes de la aplicación de las --

cargas de diseño requeridas, hecho en forma tal que mejore su comportamiento general.

En consideración a lo anterior, y con la finalidad de determinar para qué sirve el presfuerzo, hago mención del siguiente corolario.

**Corolario.-** El Presfuerzo nos sirve para poder inducir esfuerzos negativos permanentes a una estructura de acuerdo a sus solicitaciones.

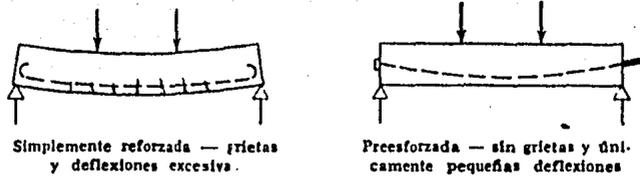


FIG. 1.4 Viga de concreto utilizando acero de alta resistencia

### 1.3 PRESFUERZO PARCIAL Y TOTAL. CONCEPTO.

Los primeros diseñadores del concreto Presforzado dirigieron sus esfuerzos a la eliminación completa de los esfuerzos de tensión en los miembros sujetos a cargas de servicio normales; esto se define como presforzado completo. A medida que se ha obtenido experiencia con la construcción de concreto presforzado, se ha llegado a ver que hay una solución intermedia entre el concreto completamente presforzado al concreto de armado ordinario, que ofrece muchas ventajas. A tal solución intermedia, en la cual se permite una cantidad controlada de tensión en el concreto a la carga plena de servicio, se le llama presforzado parcial.

Aunque el presforzado completo ofrece la posibilidad de la total eliminación de grietas bajo cargas de servicio completas, puede producirlas al mismo tiempo, miembros con curvatura objetablemente grande o deflexión negativa, bajo cargas más típicas menores que el valor pleno. Una cantidad menor de presforzado puede producir mejores características de deflexión en las etapas de carga que son de

interés. Si bien generalmente se forman grietas en las vigas parcialmente presforzadas, si se aplicara la carga plena de servicio especificada, estas grietas serían pequeñas y se cerrarían completamente -- cuando se redujera la carga.

Adicionalmente a las mejores características de flexión, el presforzado parcial puede llevar a una economía significativa, reduciendo la cantidad de refuerzo presforzado, y permitiendo el uso de configuraciones de sección transversal con ciertas ventajas prácticas, en comparación con las que se requieren para el presforzado completo.

Aún cuando pueda reducirse la fuerza del presfuerzo mediante el empleo del presfuerzo parcial, una viga debe tener de todas maneras un factor de seguridad adecuado contra su falla. Este requerirá a menudo de la adición de varillas de refuerzo ordinarias, no presforzadas, en la zona de tensión. Las alternativas para proporcionar el área de acero necesaria por resistencia última de la sección son: Proporcionar acero de alta resistencia, esforzándolos totalmente para resistir un porcentaje de las cargas totales que se espera se presenten

durante la vida útil de la viga (no menor del 80% - de la carga), más un porcentaje de acero de alta resistencia esforzados parcialmente, o bien, dejar -- sin esforzar algunos de los tendones, para resistir el porcentaje restante de la carga total.

#### 1.4 ESTRUCTURAS PRESFORZADAS. APLICACION.

Las estructuras presforzadas empezaron a - tener mayor utilización a raíz de la terminación de la Segunda Guerra Mundial, como consecuencia de la escases de la mano de obra. En la actualidad el -- concreto presforzado ya no es un tipo de diseño ex- traño. Mas bien es una extensión y modificación de las aplicaciones del concreto reforzado, para in--- cluir acero de alta resistencia, por tal motivo el presfuerzo se aplica a cualquier estructura de con- creto, de las cuales en puentes ha tenido mayor a-- ceptación, sin limitar, por supuesto el avance que se ha logrado en vigas, losas, muros y hasta colum- nas. Principalmente porque el concreto presforzado nos brinda la utilización de claros más grandes con secciones esbeltas, y esteticamente mejores. En --

cuanto a la economía es lógico pensar que cantidades menores de materiales, acero y concreto, reflejarían una disminución en el costo de la obra, lo cual es posible utilizando concreto presforzado, puesto que los materiales son de mayor resistencia. Sin olvidar que la economía esta sujeta a un estudio previo.

#### 1.5 ALCANCE.

Considerando que el diseño de estructuras de concreto presforzado ya no es un diseño extraño como se mencionó anteriormente y de acuerdo con la gran aplicación que tiene en la actualidad, existen técnicas o métodos de diseño y revisión para dichas estructuras debidamente estudiadas, las cuales proporcionan al Ingeniero Estructuralista, una gran gama de reglas y recomendaciones que facilitan el diseño estructural del concreto presforzado. Sumando a lo anterior, la gran aportación que ha facilitado la aplicación de la computación al estudio del presforzado, se ha obtenido como resultado una gran simplificación y determinación exacta de fórmulas involu-

cradas en los diversos métodos de diseño y revisión. Como consecuencia de lo anterior, el objeto del presente trabajo es proporcionar una serie de programas para calculadoras de bolsillo, como instrumento que faciliten el cálculo del concreto presforzado. Para realizar la aplicación de calculadoras de bolsillo al estudio del presforzado, los programas se desarrollan para una calculadora HEWLETT PACKARD HP-41 CV alfanumérica con 319 registros de almacenamiento de datos o memoria de programación en cualquier combinación, como efecto de esto la HP 41-CV, proporciona una capacidad de 1000 a 2000 líneas de programas enteramente funcionadas.

Con el propósito de generalizar la utilización de los programas presentados en este trabajo, considero que la HP 41-CV es la más indicada, por motivo que además de la avanzada capacidad de cálculo de la HP 41-CV, posiblemente su característica más atractiva sea su habilidad para resolver fácilmente los problemas. No es necesaria la experiencia o el conocimiento de complicados lenguajes de computación. Hasta los más sofisticados expertos en computación, aprecian las características avanzadas de operación y programación de la HP 41-CV.

## C A P I T U L O        I I

### DISEÑO Y REVISION POR FLEXION

#### 2.1 CONSIDERACIONES GENERALES

#### 2.2 NOMENCLATURA Y SIGNOS CONVENCIONALES

#### 2.3 MATERIALES

##### 2.3.1 Concreto

- A.- Concreto de Alta Resistencia
- B.- Concreto con agregados Ligeros

##### 2.3.2 Deformaciones en el concreto

- A.- Deformaciones Elásticas
- B.- Deformaciones Laterales
- C.- Deformaciones Plásticas
- D.- Deformación por Contracción

##### 2.3.3 Resistencia del Concreto

- A.- Compresión
- B.- Tensión

##### 2.3.4 Acero para Presfuerzo

- A.- Alambres Redondos
- B.- Cable Trenzado
- C.- Varilla de Acero de Aleación

- 2.3.5 Refuerzo complementario sin Presforzar
- 2.3.6 Esfuerzo-Deformación del Acero
- 2.3.7 Relajamiento del Acero
- 2.4 CARGAS, RESISTENCIA Y SEGURIDAD ESTRUCTURAL
  - 2.4.1 Cargas
  - 2.4.2 Resistencia
  - 2.4.3 Seguridad Estructural
- 2.5 PERDIDAS DE LA FUERZA DE PRESFORZADO
  - 2.5.1 Estimaciones Globales de las Pérdidas
  - 2.5.2 Evaluación Preliminar de las Pérdidas Totales del Presfuerzo
- 2.6 DISEÑO DE LAS SECCIONES BAJO FLEXION
  - 2.6.1 Comportamiento de una Viga de Concreto Presforzado.
  - 2.6.2 Esfuerzos Permisibles de Flexión

- 2.6.3 Bloque Rectangular de Esfuerzos Equivalentes
- 2.6.4 Diseño Preliminar
- 2.6.5 Diseño Elástico o de Esfuerzos Permisibles
- 2.6.6 Diseño Elástico, sin Tensión en el Concreto
  - A.- Relaciones Pequeñas de  $M_o/M_T$
  - B.- Relaciones Grandes de  $M_o/M_T$
- 2.6.7 Diseño Elástico, Permitiendo la Tensión, pero Despreciándola.
  - A.- Relaciones Pequeñas de  $M_o/M_T$
  - B.- Relaciones Grandes de  $M_o/M_T$
- 2.6.8 Diseño Elástico, Admitiendo y Considerando la Tensión.
  - A.- Relaciones Pequeñas de  $M_o/M_T$
  - B.- Relaciones Grandes de  $M_o/M_T$
- 2.6.9 Diseño de Vigas para las cuales la Excentricidad del Presfuerzo varía a lo largo del claro.
- 2.6.10 Diseño de Vigas con Excentricidad Constante.
- 2.6.11 Diseño de Vigas Basándose en Presforzado Parcial y Resistencia Última.

## 2.7 REVISION DE LAS SECCIONES BAJO FLEXION

- 2.7.1 Revisión por Esfuerzos Permisibles
- 2.7.2 Revisión de las secciones mediante el análisis de compatibilidad de deformaciones.
- 2.7.3 Revisión de las secciones mediante las ecuaciones del ACI para resistencia a la flexión.
- 2.7.4 Revisión de las secciones mediante el momento de agrietamiento bajo flexión.
- 2.7.5 Revisión de una viga parcialmente presforzada después del agrietamiento.

## 2.1 CONSIDERACIONES GENERALES

El tipo de viga de concreto presforzado que se considera aquí, es la que se utiliza con mayor frecuencia en la práctica. Se supone que la viga está soportada en forma simple, horizontal o casi horizontal, y sometida a cargas de acción hacia abajo, también se supone que la fuerza de presforzado se aplica por medio de elementos de acero tensado y anclados de modo apropiado en los extremos.

El propósito de este capítulo consiste en presentar una serie de métodos para el análisis y diseño de vigas dentro de todo el intervalo de carga hasta e incluyendo la carga que origina el derrumbamiento total de la viga.

Una viga de concreto presforzado de acuerdo con la descripción anterior tiene la particularidad de que se encuentra cargada con la fuerza de presforzado, así como por su peso propio antes de someterse a la acción de las cargas para las cuales se diseña. Los esfuerzos y deformaciones causados en la viga por la fuerza de presforzado y su peso propio deben

ser pequeños, debiendo considerarse las precauciones adecuadas para evitar la falla de la viga debido a estas cargas, antes de que la viga se utilice con el propósito requerido.

Los esfuerzos originados por la fuerza de presforzado se compensan relativamente con los esfuerzos causados por el peso de la viga. Los esfuerzos máximos se presentan justamente después de que se aplica la fuerza de presforzado a los tendones, y los cables se someten a la tracción.

Ya que la fuerza de presforzado disminuye con el tiempo, debido a la contracción y escurrimiento del concreto, así como por el relajamiento del acero, los esfuerzos debidos a la fuerza de presforzado y el peso propio de la viga disminuyen de modo similar con el tiempo.

Los esfuerzos originados por la fuerza de presforzado se compensan con las resultantes del peso de la viga, carga muerta sobreimpuesta y carga viva. Los esfuerzos máximos se presentan cuando la fuerza de presforzado alcanza un valor mínimo. Los

esfuerzos y deformaciones en la viga causadas por el peso de la viga, la carga muerta sobreimpuesta y la carga viva, así como por la fuerza de presforzado mínimo, deben ser pequeños. Deben tomarse en cuenta - las consideraciones adecuadas para lograr la sufi--- ciente seguridad en la viga cuando todas las cargas se encuentren actuando.

Aún cuando la condición de la viga es crítica, inmediatamente después de la aplicación de la -- fuerza de presforzado, esto es temporal. La reduc-- ción de la fuerza de presforzado origina la reduc--- ción de los esfuerzos. Así mismo, la aplicación de la carga muerta sobreimpuesta, en caso de existir, - una vez que la estructura se ha erigido, también re- duce los esfuerzos originados por la fuerza preten-- sora.

La condición crítica de carga cuando todas las cargas se encuentran actuando, y cuando la fuer- za del presforzado tiene un valor mínimo, es más du- radera y, por consiguiente, de mayor importancia que la condición temporal.

Desde un punto de vista práctico, es necesario predecir la forma en que una viga, que se encuentra cargada por la fuerza de presforzado y por su propio peso, se comporta, y finalmente, falla bajo el efecto de cargas descendentes crecientes.

El análisis por flexión de miembros presforzados es con mucho la tarea más sencilla. El diseño se complica por la interdependencia de muchas variables. Por lo general, los cambios en una variable afectarán a muchas otras de ellas, si no es que a todas, y a menudo el mejor camino para el diseño final es un procedimiento interactivo. Un miembro tentativo que se escoje sobre la base de un cálculo aproximado se verifica para comprobar su suficiencia, y luego se afina. De esta manera, en cierto sentido el diseñador converge a la solución que es la mejor.

Tanto el análisis como el diseño del concreto presforzado pueden necesitar de la consideración de varios estados de carga, tal como sigue:

- 1.- Presfuerzo inicial, inmediatamente después de transferencia, cuando solo  $P_i$  actúa en el concreto.

- 2.- Presfuerzo inicial más la totalidad de la carga muerta.
- 3.- Presfuerzo inicial más peso propio del miembro.
- 4.- Presfuerzo efectivo,  $P_e$ , después de ocurridas las pérdidas más las cargas de servicio consistentes en la totalidad de la carga muerta más las cargas vivas esperadas.
- 5.- Carga última, cuando se incrementan las cargas esperadas de servicio mediante factores de carga, y el miembro se encuentra al inicio de la falla.

En el nivel de cargas de servicio o por debajo de él, tanto los esfuerzos en el concreto como los actuantes en el acero están por lo general dentro del rango elástico. Sin embargo, si el miembro llega a sobrecargarse, es posible que uno o los dos materiales puedan ser esforzados dentro del rango inelástico en cuyo caso, las predicciones de la resistencia última deberán basarse en las relaciones reales no lineales de esfuerzo-deformación.

## 2.2 NOMENCLATURA Y SIGNOS CONVENCIONALES

El estudio y el diseño de estructuras de concreto se simplifica grandemente con la adopción de un juego de símbolos lógicos y autoconsistentes para la descripción de las dimensiones, esfuerzos, fuerzas, cargas y otras cantidades importantes. Desafortunadamente no existe un consenso general con la relación a cuáles deberían ser éstos símbolos, y la mayoría de los autores proceden de manera independiente.

Durante el desarrollo del presente trabajo, la notación del Código del ACI constituye la base de la nomenclatura empleada. Con la finalidad de obtener mayor claridad y la menor complicación durante el desarrollo de este trabajo, se han efectuado algunos cambios menores. Todos los símbolos se definen al momento de su aparición inicial.

De una manera consistente en la práctica general de la Ingeniería Estructural, las deformaciones y los esfuerzos de tensión se consideran positivos (ya que ellos vienen asociados con un incremento

de la longitud) y las deformaciones y esfuerzos de -  
compresión se consideran negativos. Las deformacio-  
nes y esfuerzos correspondientes a la fibra externa  
superior se les asigna el subíndice 1 y aquellos co  
rrespondientes a la fibra externa interior el subíñ  
dice 2.

## 2.3 MATERIALES

### 2.3.1 CONCRETO

#### A.- CONCRETO DE ALTA RESISTENCIA

Por muchas razones el concreto que se usa -  
en la construcción presforzada se caracteriza por --  
una mayor resistencia que aquel que se emplea en con  
creto reforzado ordinario.. Se le somete a fuerzas -  
más altas, y por lo tanto un aumento en su calidad -  
generalmente conduce a resultados más económicos. -  
El uso de concreto de alta resistencia permite la re  
ducción de las dimensiones de la sección de los miem  
bros a un mínimo. Se logran ahorros significativos  
en carga muerta, y grandes claros resultan técnica y  
económicamente posibles. Las objetables deflexiones  
y el agrietamiento, que de otra manera estarían aso-

ciados con el empleo de miembros esbeltos sujetos a elevados esfuerzos, pueden controlarse con facilidad mediante el prefuerzo.

Existen otras ventajas; el concreto de alta resistencia tiene un módulo de elasticidad más alto que el concreto de baja resistencia, de tal manera que se reduce cualquier pérdida de la fuerza pretensora debida al acortamiento elástico del concreto. Las pérdidas por escurrimiento plástico que son aproximadamente proporcionales a las pérdidas elásticas, son también menores. Los elevados esfuerzos de aplastamiento que existen en las inmediaciones de los anclajes de los tendones de miembros postensados se pueden tomar más fácilmente, y se pueden reducir al tamaño y costo de los dispositivos de anclaje. En el caso de los elementos pretensados, una mayor adherencia resulta en una reducción de la longitud de desarrollo requerida para transmitir la fuerza pretensora de los cables al concreto. Finalmente, un concreto de alta resistencia a la compresión, tiene también una mayor resistencia a la tensión, de tal manera que se disminuye la formación de grietas debidas a la flexión y a la tensión diagonal.

## B.- CONCRETO CON AGREGADOS LIGEROS

Debe de hacerse mención especial del concreto ligero que se logra mediante el empleo de agregados ligeros en la mezcla. Los agregados a usarse -- pueden ser pizarras, pizarras arcillosas, escoriadas o cenizas de grano gordo. Estos pesan poco debido a la naturaleza porosa de la estructura celular de las partículas individuales del agregado, lograda en la mayoría de los casos, mediante la formación de gas o vapor durante el procesamiento de los agregados dentro de los hornos rotatorios de alta temperatura.

La razón principal para emplear concreto ligero es reducir el peso de la estructura, disminuyendo así al mínimo, tanto el concreto como el acero requerido para soportar la carga. Esto es importante, especialmente cuando la carga muerta es la porción mayor de la carga en la estructura, o cuando el peso del miembro es un factor que se considerará para el transporte o la erección.

Con experiencia en el control y diseño de las mezclas de concreto ligero, se puede obtener generalmente sin dificultad un cilindro de 28 días con

una resistencia de  $351.5 \text{ kg/cm}^2$  ( $5000 \text{ Lb/Pulg}^2$ ), mientras que si se desea se puede alcanzar  $421.8-492.1 \text{ kg/cm}^2$  ( $6000-7000 \text{ Lb/Pulg}^2$ ). Frecuentemente, se obtiene una resistencia a 1 día de la transferencia de  $246$  o  $281 \text{ kg/cm}^2$  ( $3500$  o  $4000 \text{ Lb/Pulg}^2$ ) utilizando cemento de endurecimiento rápido o curado por vapor.

Una objeción contra el concreto ligero para el presforzado es su módulo de elasticidad tan bajo, lo que indica más acortamiento elástico bajo el mismo esfuerzo unitario. Esto significa que hay una -- pérdida de presfuerzo ligeramente mayor en el acero. Como una ruda aproximación se puede decir que el  $E_c$  para el concreto ligero es como promedio el 55% del  $E_c$  para el concreto de peso normal. Para  $f'_c$  entre  $210$  y  $421 \text{ kg/cm}^2$  ( $3000$  y  $6000 \text{ Lb/Pulg}^2$ ).

Usando el 60% de la fórmula de Hognestad -- (ver 2.3.2., A) para  $E_c$ , tenemos una aproximación bastante buena.

$$E_c = 1000,000 = 250 f'_c$$

donde:  $f'_c$  - resistencia del cilindro de concreto -  
al tiempo en que se mide  $E_c$ .

$E_c$  - Módulo de elasticidad del concreto.

- La relación de Poisson para el concreto ligero es aparentemente comparable a aquella del concreto de arena y grava. valores entre 0.15 y 0.25 con un valor promedio de 0.19.

- El módulo de ruptura para el concreto ligero tiene como promedio cerca de 0.15 f'c para una resistencia de  $210 \text{ kg/cm}^2$  ( $3000 \text{ Lb/Pulg}^2$ ) y 0.12 f'c para una resistencia de  $316 \text{ kg/cm}^2$  ( $4000 \text{ Lb/Pulg}^2$ ), los cuales son comparables a los del concreto de arena y grava.

- El peso unitario del concreto ligero varía considerablemente, entre  $1441$  y  $1761 \text{ kg/M}^3$  ( $90$  y  $110 \text{ Lb/Ft}^3$  respectivamente). La adición de arena natural fina, podría aumentar un tanto el peso unitario y se sabe también que incrementa la maniobrabilidad y resistencia de la mezcla.

- La contracción del concreto ligero es comparable aparentemente a la del concreto similar de arena y grava.

- La deformación elástica total de concreto de arena y grava para probetas bajo el mismo esfuerzo obtenido.

### 2.3.2 DEFORMACIONES EN EL CONCRETO

En el concreto presforzado es tan importante conocer las deformaciones como los esfuerzos. Es to es necesario para estimar la pérdida del presfuerzo en el acero y para tenerlo en cuenta para otros - efectos del acortamiento del concreto. Con objeto - de discutir las, tales deformaciones se pueden clasificar en cuatro tipos: deformación elástica, deformación lateral, deformación plástica o por plasticidad y deformación por contracción.

### A. DEFORMACIONES ELASTICAS

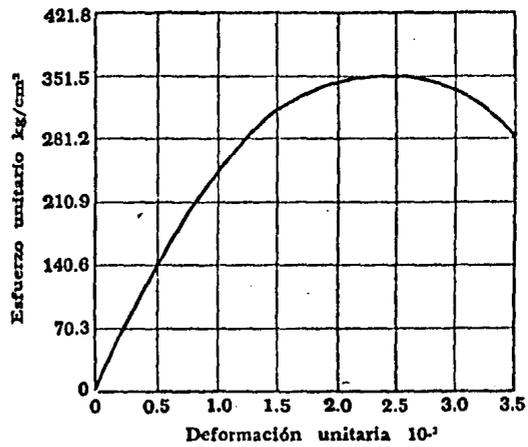


FIG. 2.1 Curva típica esfuerzo-deformación para concreto de 350  $kg/cm^2$

El término deformación elástica es quizá un poco ambiguo, puesto que la curva esfuerzo-deformación para el concreto es raramente una línea recta, aun a niveles normales de esfuerzo (ver fig. 2.1). Ni son enteramente recuperables las deformaciones. Pero eliminando las deformaciones plásticas de ésta consideración, la porción inferior de la curva esfuerzo-deformación instantáneas, que es relativamente recta, puede llamarse convenientemente elástica. Entonces es posible obtener valores para el módulo de elasticidad del concreto. El módulo varía con diversos factores, notablemente con la resistencia del concreto, la edad del mismo, las propiedades de los agregados y el cemento, la definición del módulo de elasticidad en sí, es el módulo tangente, inicial o secante. Aún más el módulo puede variar con la velocidad de la aplicación de la carga y con el tipo de muestra o probeta, ya sea un cilindro o una viga, por consiguiente, es casi imposible predecir con exactitud el valor del módulo para un concreto dado.

Como un valor promedio para el concreto a los 28 días y para los esfuerzos de compresión hasta cerca de 0.40 f'c, el módulo secante ha sido aproxi-

mado por la siguientes fórmulas empíricas.

I.- El Código para concreto reforzado

$$f'c = 210 \text{ Kg/cm}^2 \text{ ACI.}$$

$$E_c = 1000 f'c$$

esta fórmula para concreto presforzado nos da valores de  $E_c$  un tanto alto.

II.- Fórmula empírica propuesta por JENSEN

$$E_c = \frac{6 \times 10^6}{1 + (2000/f'c)}$$

la cual da valores más correctos para  $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$

III.- Fórmula empírica de HOGNESTAD

$$E_c = 1'800,000 + 460 f'c.$$

la cual da valores similares a la anterior.

IV.- Fórmula propuesta por PAUW

$$E_c = 33 W^{3/2} \sqrt{f'c}$$

donde W es el peso unitario del concreto endurecido.

V.- Las especificaciones alemanas para el concreto presforzado dan los siguientes valores:

Resistencia del cubo Kg/Cm <sup>2</sup>	Resistencia correspondiente del cilindro		Módulo de Elasticidad	
	lb/plg <sup>2</sup>	Kg/Cm <sup>2</sup>	lb/plg <sup>2</sup>	Kg/Cm <sup>2</sup>
300	3 400	240	4 800 000	337 500
450	5 100	360	5 700 000	400 800
600	6 800	480	6 200 000	436 600

Graficando las proposiciones anteriores:

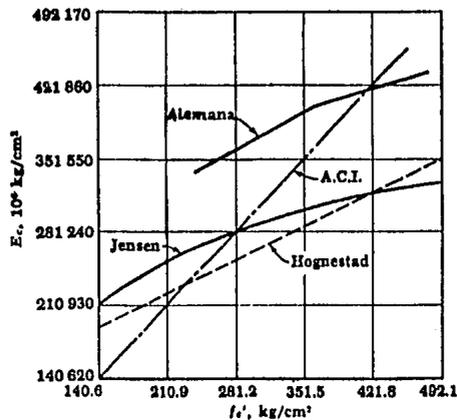


FIG. 2.2 Fórmulas empíricas para E<sub>c</sub>

Podemos notar que JENSEN y HOGNESTAD, dan valores relativamente aproximados, mientras que el Códugo del ACI y los valores alemanes son relativamente altos.

No se han hecho muchos trabajos para el módulo de elasticidad del concreto en tensión, pero generalmente se supone que, antes de agrietarse, el módulo promedio sobre una longitud de varios centímetros es el mismo que el de compresión, mientras que el módulo local en tensión varía gradualmente.

#### B.- DEFORMACIONES LATERALES

Las deformaciones laterales se calculan por la relación de POISSON. Debido al efecto de la relación de Poisson, disminuye ligeramente la pérdida del presfuerzo en el presforzado biaxial. La relación de Poisson varía de 0.15 a 0.22 para el concreto, promediando alrededor de 0.17.

Las deformaciones del concreto dependientes del tiempo debida al escurrimiento plástico y a la contracción, es de importancia crucial en el diseño de estructuras de concreto presforzado, debido a que

estos cambios volumétricos producen una pérdida en la fuerza pretensora y debido a que ellos producen cambios significativos en la deflexión. Una estimación cuidadosa de los efectos del escurrimiento plástico y la contracción requiere de una información de ingeniería que relacione tales cambios de volumen con el tiempo, la intensidad del esfuerzo, la humedad y otros factores.

#### C.- DEFORMACION PLASTICA O ESCURRIMIENTO PLASTICO.

El escurrimiento plástico es la propiedad de muchos materiales mediante la cual ellos continúan deformándose a través de lapsos considerables de tiempo bajo un estado constante de esfuerzo o carga. La velocidad del incremento de la deformación es grande al principio, pero disminuye con el tiempo, hasta que después de muchos meses alcanzan un valor constante asintóticamente.

Se ha encontrado que la deformación por escurrimiento plástico en el concreto depende no solamente del tiempo, sino que también depende del proporcionamiento de la mezcla, de la humedad, de las

condiciones del curado, y de la edad del concreto a la cual comienza a ser cargado. La deformación por escurrimiento plástico es casi directamente proporcional a la intensidad del esfuerzo. Por lo tanto, es posible relacionar a la deformación por escurrimiento plástico con la deformación elástica inicial mediante un coeficiente de escurrimiento plástico - definido tal como sigue:

$$C_u = \frac{\epsilon_{cu}}{\epsilon_{ci}}$$

donde:  $\epsilon_{ci}$  Deformación inicial elástica.

$\epsilon_{cu}$  Deformación adicional en el concreto, después de un periodo largo de tiempo.

El mismo fenómeno en función de la deformación unitaria debido al escurrimiento plástico.

$$\epsilon_{cu} = \delta_u f_{ci}$$

donde:  $\delta_u$  Coeficiente por deformación unitaria (escurrimiento específico)

$f_{ci}$  Intensidad del esfuerzo.

Puede relacionarse el coeficiente de escurrimiento plástico para un tiempo cualquiera,  $C_t$ , con el coeficiente de escurrimiento último,  $C_u$ , mediante la ecuación:

$$C_t = \frac{t^{0.60}}{10+t^{0.60}} C_u \quad \text{ó} \quad \Delta_t = \frac{t^{0.60}}{10+t^{0.60}} \Delta_u$$

donde:  $t$  = Tiempo en días.

Cuando no se tiene información específica de las condiciones y de los agregados locales, se puede usar un valor promedio de  $C_u = 2.35$ .

Estas ecuaciones son aplicables en condiciones "Standar", definidas por BRANSON y KRIPANARAYANAN, como concreto con un revenimiento igual o menor de 10.00 cm. (4 pulg.), humedad relativa del 40%, espesor mínimo del miembro 15 cm. (6 pulg.) o menor, una edad para la carga de 7 días para concreto curado con humedad y de 1 a 3 días para concreto curado a vapor.

Para condiciones diferentes de la "Standar", se recomienda la aplicación de factores de corrección a  $C_t$  o  $S_t$ , tal como sigue:

Para edades de carga mayores de 7 días y concreto curado con humedad:

$$F_{c,la} = 1.25 t_{1a}^{-0.118}$$

donde:  $t_{1a}$  = Edad de carga, en días.

Para edades de carga mayores de 1 a 3 días y concreto curado a vapor:

$$F_{c,la} = 1.13 t_{1a}^{-0.095}$$

Para humedad relativa mayor del 40%:

$$F_{c,h} = 1.27 - 0.0067 H$$

donde: H = Humedad relativa en porcentaje.

Tabla 2.1 Factores de Corrección para el Escurrimiento para edades de Carga distintas de la estándar.

Edad del concreto al cargarlo en días	Factor de Corrección Por Escurrimiento Plástico $F_{c,ta}$	
	Curado con Humedad, Cargado después de los 7 Días	Curado a Vapor, Cargado después de 1 a 3 Días
10	0.95	0.90
20	0.87	0.85
30	0.83	0.82
60	0.77	0.76
90	0.74	0.74

Tabla 2.2 Factores de Corrección por Escurrimiento Plástico y Contracción Para Humedades Relativas distintas de la estándar.

Humedad Relativa en Por Cierro	Factor de Corrección por Escurrimiento Plástico $F_{c,h}$	Factor de Corrección por Contracción $F_{sh,h}$
40 o menor	1.00	1.00
50	0.94	0.90
60	0.87	0.80
70	0.80	0.70
80	0.73	0.60
90	0.67	0.30
100	0.60	0.00

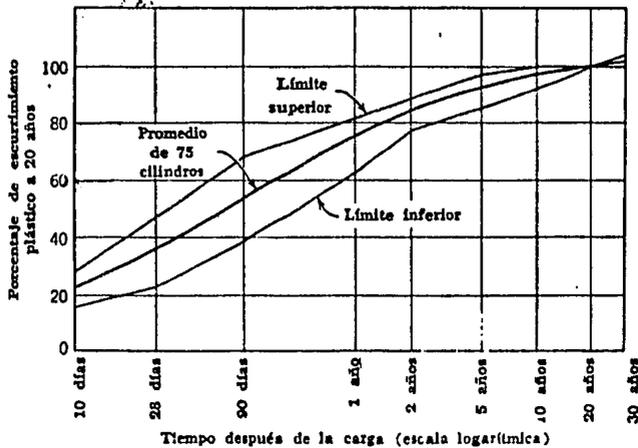


FIG. 2.3 Curvas de relación escurrimiento plástico-tiempo

#### D.- DEFORMACIONES POR CONTRACCION

La contracción en el concreto se refiere a la contracción debida al secado y a cambios químicos que dependen del tiempo y de las condiciones de humedad, pero no de los esfuerzos, a diferencia del escurrimiento plástico. Por lo menos una porción de la contracción resultante del secado del concreto es recuperable con la restauración del agua perdida. La magnitud de la deformación por contracción también varía con diversos factores, y puede fluctuar desde 0.0000 hasta 0.0010 y más. Condiciones muy húmedas o condiciones muy secas respectivamente.

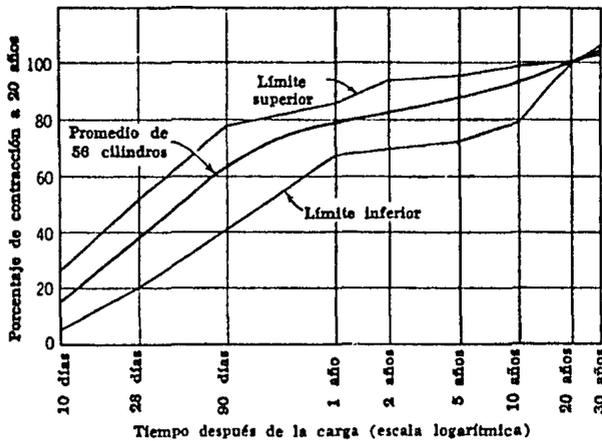


FIG. 2.4 Curvas relación secado contracción-tiempo

La contracción del concreto es en cierto modo proporcional a la cantidad de agua empleada en la mezcla. Por consiguiente, si se desea una contracción mínima, la relación agua-cemento y la proporción de la pasta de cemento debería conservarse a un mínimo. Así, los agregados de tamaño mayor, bien graduados para obtener el mínimo de vacíos, necesitarán una cantidad menor de pasta de cemento, y la contracción será menor.

La calidad de los agregados también es una consideración importante. Los agregados duros y más densos de baja absorción y módulo de elasticidad alto, exhibirán una contracción menor.

La composición química del cemento también afecta la magnitud de la contracción. Por ejemplo, la contracción es relativamente pequeña para cementos ricos en silicato tricálcico, y pobre en los álcalis y óxido de sodio y potasio. El concreto que contenga caliza dura, se supone que tiene una contracción menor que el que contiene granito, basalto, y arenisca de igual grado, aproximadamente en ese orden.

La magnitud de la contracción varía ampliamente, dependiendo de las condiciones individuales. Con el objeto de diseño, un valor promedio de la deformación por contracción sería de 0.0002 hasta 0.0004 por las mezclas usuales de concreto empleadas en la construcción del presforzado. El grado de contracción depende grandemente de las condiciones del tiempo. Las estructuras reales expuestas a la atmósfera muestra cambios mensurables debido a las estaciones climatológicas, en la contracción del concreto. Expansión durante las temporadas de lluvia y contracción durante la sequía.

El secado del concreto viene aparejado con una disminución en su volumen, ocurriendo este cambio con mayor velocidad al principio que al final, en que se alcanzan las dimensiones límites asintóticamente.

**BRANSON** y **KRIPANARAYANAN** sugirieron ecuaciones "Standar" para relacionar la contracción con el tiempo, tal como sigue:

Para concreto curado con humedad en cualquier tiempo  $t$ , después de la edad de 7 días:

$$\epsilon_{sh,t} = \frac{t}{35 + t} \epsilon_{sh,u}$$

El valor de  $\epsilon_{sh,u}$  puede tomarse como  $800 \times 10^{-6}$  si no se dispone de información local.

Para concreto curado a vapor en cualquier tiempo después de la edad de 1 a 3 días:

$$\epsilon_{sh,t} = \frac{t}{55 + t} \epsilon_{sh,u}$$

se sugiere un valor promedio para  $\epsilon_{sh,u} = 730 \times 10^{-6}$

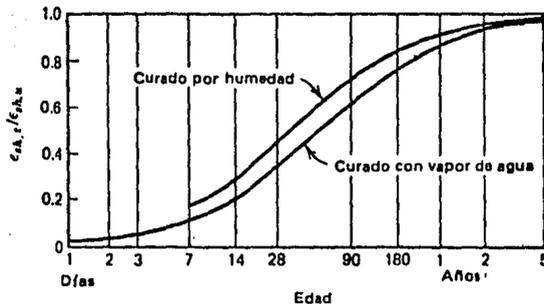


Figura 2.5 Variación del coeficiente de contracción con el tiempo.

Para otras condiciones de humedad que no sean la "Standar", pueden modificarse las ecuaciones anteriores mediante un factor de corrección.

$$\text{Para } 40 < H \leq 80\% \quad f_{sh,h} = 1.40 - 0.010 H$$

$$\text{Para } 80 < H \leq 100\% \quad f_{sh,h} = 3.00 - 0.030 H$$

Los valores representativo de la corrección por contracción para varios niveles de humedad se presentan en la tabla 2.2.

### 2.3.3 RESISTENCIA DEL CONCRETO

#### A.- COMPRESION

El concreto es útil principalmente en compresión y en las secciones que rigen el diseño de los miembros, están sujetas a un estado de esfuerzos que es aproximadamente uniaxial. Consecuentemente la curva de esfuerzo - deformación uniaxial es de fundamental interés.

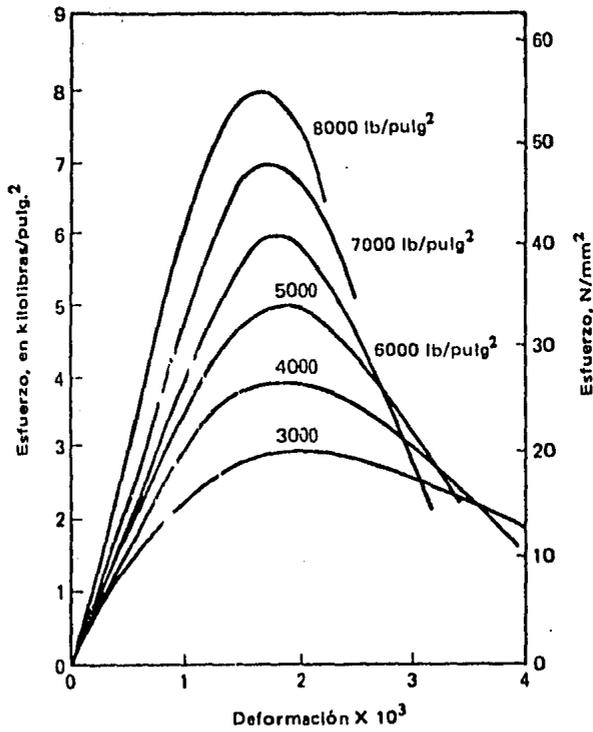


Figura 2.6 Curvas de esfuerzo-deformación típicas para concreto sujeto a compresión uniaxial.

Todas estas curvas tienen una forma similar. La respuesta es razonablemente elástica para cargas menores que más o menos la mitad de la máxima. Los concretos de más alta resistencia tiene más alto módulo de elasticidad, el cual se mide mediante la pendiente de la curva en el origen. Además deberá no--tarse que los concretos de más alta resistencia son más frágiles, esto es, ellos se fracturan a una de--formación menor que a la que se fracturan los concretos de más baja resistencia. De acuerdo con la práctica actual en el diseño, la deformación límite para compresión uniaxial se toma como 0.003. Esto es completamente justificable para concretos que tengan --una resistencia a la compresión de  $420 \text{ Kg/cm}^2$  ( $6000 \text{ lb/pulg}^2$ ) o menos, pero está algo fuera del lado conservador para materiales de mayor resistencia. To--das las curvas alcanzan su máximo esfuerzo a una de--formación de más o meno 0.002.

Las relaciones que se muestran en la figura 2.6, son típicas únicamente de resultados de pruebas corridas con procedimientos "Standar" actuales. En la estructura real, se pueden obtener resultados algo diferentes. Afortunadamente, los procedimientos

de diseño han resultado ser insensibles a la forma - de la curva esfuerzo-deformación.

Cuando al concreto se le comprime en una dirección, al igual que ocurre con otros materiales, - éste se expande en la dirección transversal a la del esfuerzo aplicado. La relación entre la deformación transversal y la longitudinal se conoce como la relación de Poisson, (ver 2.3.2, B).

La resistencia del concreto varía con su -- edad, siendo el aumento de su resistencia más rápido al principio, tornándose luego mucho más lento. Esta variación de la resistencia es especialmente im--portante en el diseño y fabricación de miembros de - concreto presforzado, debido a que las elevadas car--gas se pueden producir a muy temprana edad por el -- acero tensado. En todos los tipos de construcción - presforzada, pero particularmente en miembros produ--cidos en plantas de pretensado, se siguen métodos especiales para garantizar el desarrollo rápido de la resistencia a la compresión.

Un estudio de la cuantiosa información experimental indica que las siguientes expresiones son adecuadas para la predicción de la resistencia del concreto en función del tiempo.

Para concreto curado con humedad, usando cemento tipo I:

$$f'_{c,t} = \frac{t}{4.00 + 0.85 t} f'_{c,28}$$

Para concreto curado con humedad, usando cemento tipo III:

$$f'_{c,t} = \frac{t}{2.30 + 0.92 t} f'_{c,28}$$

Para concreto curado a vapor, usando cemento tipo I:

$$f'_{c,t} = \frac{t}{1.00 + 0.95 t} f'_{c,28}$$

Para concreto curado a vapor, usando cemento tipo III:

$$f'_{c,t} = \frac{t}{0.70 + 0.98 t} f'_{c,28}$$

donde:  $f'_{c,t}$  Resistencia a la compresión al tiempo  $t$   
 $f'_{c,28}$  Resistencia a la compresión a los 28 -  
días.  
 $t$  Edad del concreto en días.

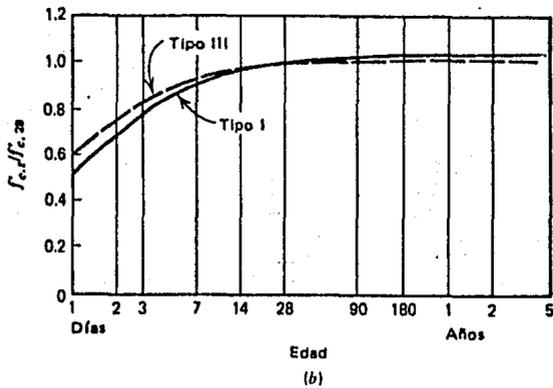
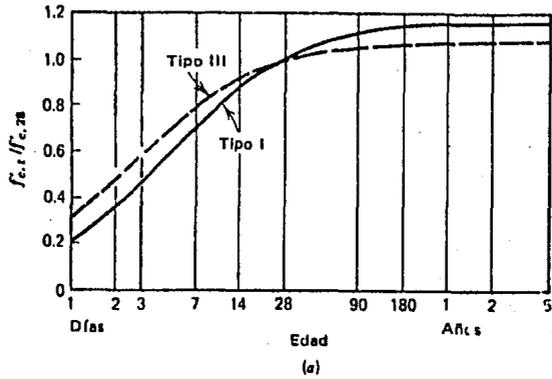


Figura 2.7 Efecto de la edad en la resistencia a la compresión uniaxial del concreto  
(a) Curado con humedad, (b) Curado a vapor.

## B.- TENSION

Las grietas en los miembros de concreto --- presforzado pueden producirse debido a la tensión directa, la flexión, la combinación del corte y fle--- xión en las almas de las vigas, la torsión, y por -- otras acciones. El comportamiento de los miembros - cambia a menudo bruscamente cuando se forman las grietas de tensión. Consecuentemente es importante conocer la resistencia a la tensión del material.

Existen varias maneras de medir la resistencia a la tensión del concreto, no siendo ninguna de ellas completamente satisfactoria.

Durante muchos años la resistencia a la tensión del concreto se ha venido tomando de acuerdo -- con los resultados obtenidos de aplicar, bien sea la prueba del módulo de ruptura o la prueba brasileña.

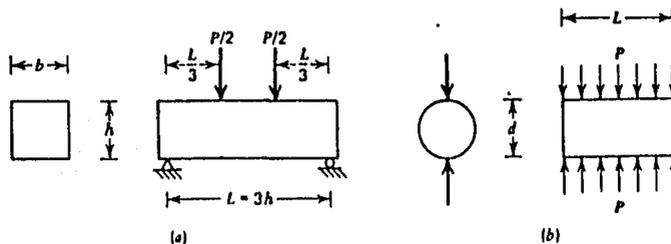


Figura 2.8 Pruebas para determinar la resistencia a la tensión uniaxial del concreto. (a) Prueba del módulo de ruptura. (b) Prueba brasileña.

El módulo de ruptura, es el esfuerzo calculado de tensión debido a la flexión, bajo el cual -- una viga de prueba de concreto se fractura.

El módulo de ruptura vale:

$$f'_R = \frac{P \cdot L}{b \cdot h^2}$$

donde: **P** Carga total al momento de la fractura  
**L** Claro  
**b** Ancho de la sección transversal  
**h** Altura de la sección transversal

Para concreto de densidad normal:

$$7.5 \sqrt{f'_C} \leq f'_R \leq 12 \sqrt{f'_C}$$

Para concreto de agregados ligeros:

$$5 \sqrt{f'_C} \leq f'_R \leq 9 \sqrt{f'_C}$$

En cada caso los valores más pequeños corresponden a los concretos de mayor resistencia.

Debido a que el módulo de ruptura se calcula bajo la suposición de que el concreto es un material elástico, y debido a que los esfuerzos críticos ocurren sólo en la superficie exterior, es factible que el módulo sea mayor que la resistencia del concreto sujeto a tensión uniforme axial, la cual se toma a menudo entre  $3\sqrt{f'c}$  y  $5\sqrt{f'c}$  para concreto de densidad normal y entre  $2\sqrt{f'c}$  y  $3.5\sqrt{f'c}$  para concretos ligeros.

La prueba brasileña ha venido ganando popularidad debido a la buena reproducibilidad de los resultados. El arreglo "Standar" se muestra en la Fig. 2.8 (B), presentada anteriormente. Un cilindro de concreto de 6 x 12 pulgs., el mismo que se usa para la prueba de compresión "Standar" uniaxial, es el -- que se usa en esta prueba.

El cilindro se parte a un esfuerzo que se calcula de la ecuación:

$$f'sp = \frac{2 P}{\pi L d}$$

donde: P Carga de ruptura  
d Diametro del cilindro  
L Longitud del cilindro

Para concreto normal:

$$6\sqrt{f'_c} \leq f'_{SP} \leq 7\sqrt{f'_c}$$

Para concreto ligero:

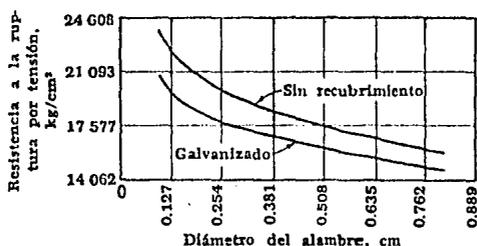
$$4\sqrt{f'_c} \leq f'_{SP} \leq 5\sqrt{f'_c}$$

Para el propósito de diseño; el módulo de elasticidad y la relación de Poisson en tensión se pueden tomar iguales a los valores correspondientes bajo compresión.

#### 2.3.4 ACERO PARA PRESFUERZO

El acero de alta resistencia es casi el material universal para producir el presfuerzo y suministrar la fuerza de tensión en el concreto presforzado.

El método más común para aumentar la resistencia a la tensión del acero para presforzado es el templado en frío, de varillas de acero de alta resistencia a través de una serie de tintes. El proceso de templado en frío tiende a realinear los cristales, y se incrementa la resistencia con cada tirón, mientras más pequeño es el diámetro de los alambres más alta es su resistencia unitaria a la ruptura.



Variación típica de la resistencia del alambre con el diámetro

La resistencia a la ruptura del acero de alta resistencia se puede determinar fácilmente por ensayos, su límite elástico o punto de fluencia no se puede obtener de una manera tan simple, puesto que ni tiene un punto de fluencia ni un límite de proporcionalidad definido. Se han propuesto varios métodos arbitrarios para definir el punto de fluencia del acero de alta resistencia, tales como el 0.1% de

la deformación permanente, 0.2% de la deformación -- permanente, 0.7 o el 1.0% de la deformación. Los mé todos más aceptables on probablemente el 0.2% de la deformación permanente y el 1.0% de la deformación.

Existen tres formas comunes en las cuales - se emplea el acero como tendones en concreto presfor zado: Alambres redondos estirados en frío, cables - trenzados, y varillas de un acero de aleación. Los alambres y los cables trenzados tienen una resisten- cia a la tensión de más o menos  $17,577.5 \text{ Kg/cm}^2$  ---  $(250,000 \text{ Lb/pulg}^2)$ , en tanto que la resistencia de - las varillas de aleación estan entre los  $10,195 \text{ Kg/cm}^2$   $(145 \text{ Klb/pulg}^2)$  y  $11,249 \text{ Kg/cm}^2$   $(160 \text{ Klb/pulg}^2)$ , dependiendo del grado.

#### A.- ALAMBRES REDONDOS

Los alambres redondos que se usan en la cons trucción de concreto presforzado, se fabrican en for ma tal que cumplan los requisitos de la especifica-- ción ASTM-A 421. En el proceso de fabricación, la - operación de estirado, se ejecuta trabajo en frío so bre el acero, lo cual modifica grandemente sus pro-- piedades mecánicas e incrementa su resistencia.

Los alambres se consiguen en cuatro diámetros tal como se muestran en la tabla 2.3, y en dos tipos. El alambre tipo BA se usa cuando se aprovechan las deformaciones de los extremos del alambre para desarrollar un anclaje de botón; y el tipo WA se usa para aplicaciones en las cuales los extremos se anclan por medio de cuñas.

Tabla 2.3 Propiedades de Alambres Sin Revestimiento Relevados de Esfuerzo (ASTM A421).

Diámetro nominal pulg. (mm)	Mínima resistencia de Tensión, Mínimo Esfuerzo para Una Elongación de 1 % Lb/pulg. <sup>2</sup> (N/mm <sup>2</sup> )			
	Tipo BA	Tipo WA	Tipo BA	Tipo WA
0.192 (4.88)	"	250,000 (1725)	"	200,000 (1380)
0.196 (4.98)	240,000 (1655)	250,000 (1725)	192,000 (1325)	200,000 (1380)
0.250 (6.35)	240,000 (1655)	240,000 (1655)	192,000 (1325)	192,000 (1325)
0.276 (7.01)	"	235,000 (1622)	"	188,000 (1295)

<sup>a</sup>Estos tamaños no se suministran comúnmente para el alambre Tipo BA.

Los tendones estan compuestos normalmente por grupos de alambres, dependiendo del sistema particular usado y de la magnitud de la fuerza pretensora requerida, se determina el número de alambres a usar. Los tendones para prefabricados postensados típicos pueden consistir de 8 a 52 alambres individuales.

**B.- CABLE TRENZADO**

El cable trenzado se usa casi siempre en miembros pretensados, y a menudo se usa también en construcciones postensadas. El cable trenzado se fabrica de acuerdo con la especificación ASTM - A 416. Es fabricado con seis alambres firmemente torcido alrededor de un séptimo de diámetro ligeramente mayor. El paso de la espiral del torcido es de 12 a 16 veces el diámetro nominal del cable.

Al cable se le releva de esfuerzos mediante tratamiento térmico después del trenzado.

**Tabla 2.4 Propiedades del Cable de Siete Alambres sin Revestimiento (ASTM A416)**

<b>Díametro Nominal pulg. (mm)</b>	<b>Resistencia a la Ruptura Lb (kN)</b>	<b>Area Nominal del Cable pulg<sup>2</sup> (mm<sup>2</sup>)</b>	<b>Carga Mínima Para una Elongación de 1% Lb (kN)</b>
<i>Grado 250</i>			
0.250 (6.35)	9000 (40.0)	0.036 (23.22)	7650 (34.0)
0.313 (7.94)	14,500 (64.5)	0.058 (37.42)	12,300 (54.7)
0.375 (9.53)	20,000 (89.0)	0.080 (51.61)	17,000 (75.6)
0.438 (11.11)	27,000 (120.1)	0.108 (69.68)	23,000 (102.3)
0.500 (12.70)	36,000 (160.1)	0.144 (92.90)	30,600 (136.2)
0.600 (15.24)	54,000 (240.2)	0.216 (139.35)	45,900 (204.2)
<i>Grado 270</i>			
0.375 (9.53)	23,000 (102.3)	0.085 (54.84)	19,550 (87.0)
0.438 (11.11)	31,000 (137.9)	0.115 (74.19)	26,350 (117.2)
0.500 (12.70)	41,300 (183.7)	0.153 (98.71)	35,100 (156.1)
0.600 (15.24)	58,600 (260.7)	0.217 (140.00)	49,800 (221.5)

Se fabrican dos grados: El grado 250 y el grado 270, el grado se refiere a la resistencia última mínima del cable.

$$\text{Grado 250} = 250,000 \text{ lb/pulg}^2 = 17,577.5 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\text{Grado 270} = 270,000 \text{ lb/pulg}^2 = 18,983.7 \text{ Kg/cm}^2$$

#### C.- VARILLA DE ACERO DE ALEACION

En el caso de varillas de aleación de acero, la alta resistencia que se necesita se obtiene mediante la introducción de ciertos elementos de ligazón, principalmente manganeso, silicón y cromo durante la fabricación del acero. Las varillas se fabrican de manera que cumplan con los requisitos de la especificación ASTM - A 722.

Tabla 2.5 Propiedades de las Varillas de Acero de Aleación

Diámetro Nominal pulg. (mm).	Area Nominal de la Varilla pulg. <sup>2</sup> (mm <sup>2</sup> )	Resistencia a la Ruptura Lb (kN)	Mínima carga para una Elongación de 0.7% Lb (kN)
<i>Grado 145</i>			
$\frac{1}{2}$ (12.70)	0.196 (127)	28,000 (125)	25,000 (111)
$\frac{5}{8}$ (15.88)	0.307 (198)	45,000 (200)	40,000 (178)
$\frac{3}{4}$ (19.05)	0.442 (285)	64,000 (285)	58,000 (258)
$\frac{7}{8}$ (22.23)	0.601 (388)	87,000 (387)	78,000 (347)
1 (25.40)	0.785 (507)	114,000 (507)	102,000 (454)
$1\frac{1}{8}$ (28.58)	0.994 (642)	144,000 (641)	129,000 (574)
$1\frac{1}{4}$ (31.75)	1.227 (792)	178,000 (792)	160,000 (712)
$1\frac{3}{8}$ (34.93)	1.485 (958)	215,000 (957)	193,000 (859)
<i>Grado 160</i>			
$\frac{1}{2}$ (12.70)	0.196 (127)	31,000 (138)	27,000 (120)
$\frac{5}{8}$ (15.88)	0.307 (198)	49,000 (218)	43,000 (191)
$\frac{3}{4}$ (19.05)	0.442 (285)	71,000 (316)	62,000 (276)
$\frac{7}{8}$ (22.23)	0.601 (388)	96,000 (427)	84,000 (374)
1 (25.40)	0.785 (507)	126,000 (561)	110,000 (490)
$1\frac{1}{8}$ (28.58)	0.994 (642)	159,000 (708)	139,000 (619)
$1\frac{1}{4}$ (31.75)	1.227 (792)	196,000 (872)	172,000 (765)
$1\frac{3}{8}$ (34.93)	1.485 (958)	238,000 (1059)	208,000 (926)

Las varillas de aleación se fabrican en dos grados, el de 145 y el de 160.

$$\text{Grado 145} = 145,000 \text{ lb/pulg}^2 = 10,195 \text{ kg/cm}^2$$

$$\text{Grado 160} = 160,000 \text{ lb/pulg}^2 = 11,250 \text{ kg/cm}^2$$

### 2.3.5 REFUERZO COMPLEMENTARIO SIN PRESFORZAR

El acero de refuerzo convencional, no para el presfuerzo, tiene varias aplicaciones en la construcción de concreto presforzado. A pesar que el refuerzo del alma para tomar la tensión diagonal puede ser presforzado, normalmente se toma mediante varillas de acero convencional. El refuerzo suplementario convencional se usa comunmente en la región de altos esfuerzos locales de compresión en los anclajes de vigas postensadas. Tanto para los miembros pretensados como para los postensados es usual proveerlos de varillas de acero longitudinal para controlar las grietas de contracción y temperatura. Los patines que sobresalen de las secciones T e I se refuerzan normalmente tanto transversal como longitudinalmente con varillas convencionales, no presforzadas. Finalmente, a menudo es conveniente incrementar la resistencia a la flexión de las vigas presforzadas empleando varillas de refuerzo longitudinales suplementarias.

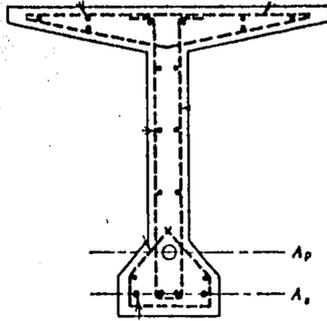


Figura 2.10 Sección transversal de una viga postensada.

Las varillas se pueden conseguir en diámetros nominales que van desde  $3/8$  de pulgada hasta  $1\ 3/8$  pulg., con incrementos de  $1/8$  de pulg., y también en dos tamaños más grandes de más o menos  $1\ 3/4$  y  $2\ 1/4$  pulg. de diámetro. Estas varillas se denominan por lo general mediante un número, el cual corresponde al número de octavos de pulgada del diámetro nominal de la varilla, por ejemplo, la varilla N<sup>o</sup> 7 tiene un diámetro nominal de  $7/8$  de pulgada.

Cuando se usan varillas de refuerzo, es importante que el acero y el concreto se deformen juntos, esto es, que exista adherencia suficientemente

resistente entre los dos materiales de tal forma que ocurra un movimiento relativo muy pequeño o nulo. - Esta adherencia proviene de la relativamente grande adhesión química que se desarrolla en la superficie de contacto entre el acero y el concreto, también de la rugosidad natural de las costras del laminado en los refuerzos laminados en caliente, y de las corrugaciones poco espaciadas en la superficie de la varilla, provistas con la finalidad de obtener un alto - grado de anclaje entre los dos materiales.

Además de las simples varillas de refuerzo, a menudo se emplean las mallas de alambre soldadas - para el refuerzo de losas, patines de vigas, y otras superficies tales como cascarones. La malla consiste de alambres de acero estirados en frío longitudinales y transversales, formando ángulos rectos y soldados en todos sus puntos de intersección. Las mallas pueden conseguirse con espaciamientos entre --- alambres desde 2 hasta 12 pulg. y con diámetros de - alambres desde 0.080 hasta 0.628 pulg., aunque no todas las combinaciones son de fácil obtención. El tamaño y el espaciamiento de los alambres puede ser el mismo o diferente para cada dirección, tal como se --

necesite. El alambre de acero y la malla de alambre deben cumplir con los requerimientos de las especificaciones ASTM-A 82 y A 185 respectivamente.

Tabla 2.6 Refuerzo Corriente, No Para el Presfuerzo

Tipo	Grado o Tamaño	Mínima Resistencia Especificada para la Fluencia Lb/pulg. <sup>2</sup> (N/mm <sup>2</sup> )	Resistencia a la Tensión LB/pulg. <sup>2</sup> (N/mm <sup>2</sup> )
Acero y lingote y	40	40,000 (276)	70,000 (483)
Varillas de Acero de Ejes	60	60,000 (414)	90,000 (621)
Varillas de acero de Rieles	50	50,000 (345)	80,000 (552)
Alambre estirado en frío	60	60,000 (414)	90,000 (621)
Malla de Alambre Soldada	W 1.2 o Mayor	70,000 (483)	80,000 (552)
	Menor que W1.2	65,000 (448)	75,000 (517)
		56,000 (386)	70,000 (483)

### 2.3.6 ESFUERZO - DEFORMACION DEL ACERO

La mayoría de las propiedades mecánicas de los aceros que son de interés para los Ingenieros de Diseño, se pueden obtener directamente de las curvas de esfuerzo - deformación. Tales características importantes como el límite elástico proporcional, el punto de fluencia, la resistencia, la ductilidad y las propiedades de endurecimiento por deformación, son evidentes de inmediato.

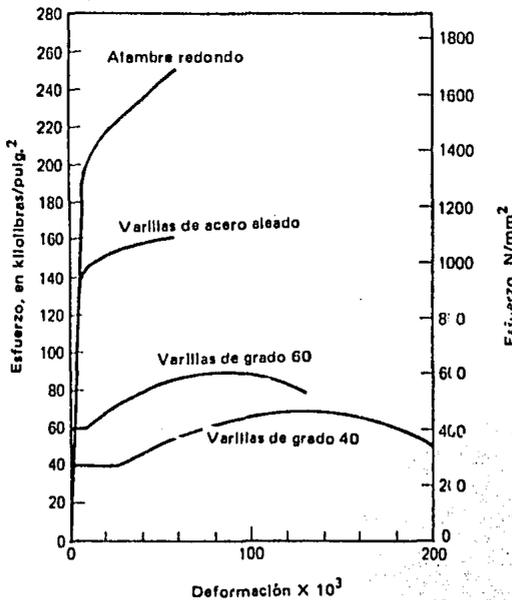


Figura 2.11 Curvas comparativas de esfuerzo-deformación para acero de refuerzo y acero presfuerzo.

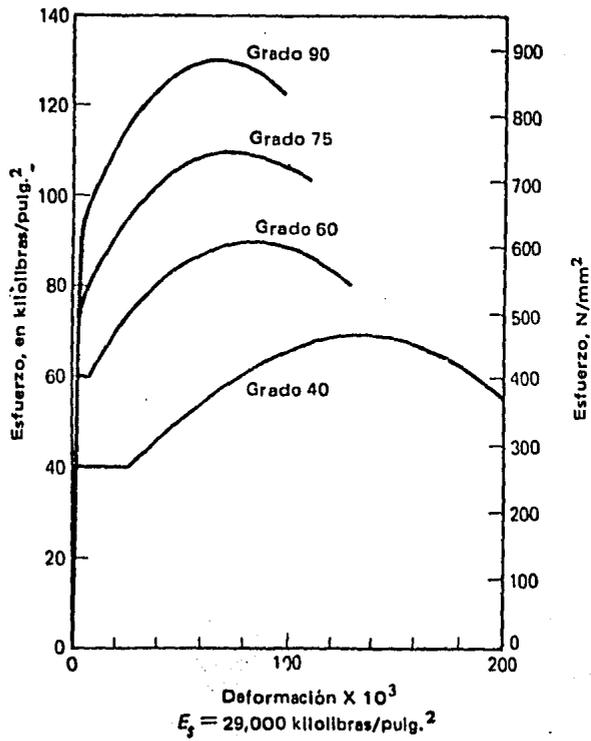


Figura 2.12 Curvas de esfuerzo-deformación típicas para varillas de refuerzo corrientes.

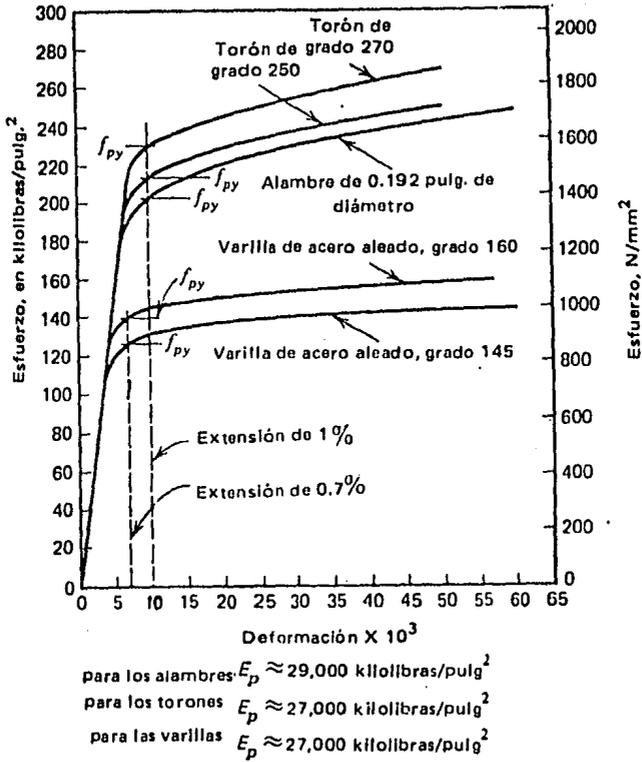


Figura 2.13 Curvas de esfuerzo-deformación típicas para aceros de presfuerzo.

Ante la ausencia de un esfuerzo de fluencia bien definido para los aceros de presfuerzo de todos los tipos, es necesario adoptar definiciones arbitrarias para la fluencia. Para alambres y cables, el esfuerzo de fluencia se define como el esfuerzo al cual corresponde una deformación de 1%. Para varillas de aleación, el esfuerzo de fluencia se toma como aquel que produce una deformación de 0.7%.

### 2.3.7 RELAJAMIENTO DEL ACERO

Cuando al acero de presfuerzo se le aplica una fuerza pretensora hasta los niveles que son usuales, durante el tensado inicial y al actuar las cargas de servicio, se presenta una propiedad que se conoce como relajamiento. El relajamiento se define como la pérdida de esfuerzo en un material esforzado mantenido con longitud constante. El mismo fenómeno básico se conoce con el nombre de escurrimiento plástico cuando se define en términos de un cambio de longitud de un material que está sujeto a esfuerzo constante. En los miembros de concreto presforzado, el escurrimiento plástico y la contracción del concreto así como las fluctuaciones de las cargas -- aplicadas producen cambios en la longitud del tendón.

Sin embargo, cuando se calculan las pérdidas en el esfuerzo del acero debido al relajamiento, se puede considerar la longitud constante.

El relajamiento no es un fenómeno que ocurra en un corto periodo de tiempo. De la evidencia que se tiene disponible, resulta que continúa casi indefinidamente, aunque a una velocidad decreciente. Debe tomarse en cuenta en el diseño ya que produce una pérdida significativa en la fuerza pretensora.

La magnitud del relajamiento varía dependiendo del tiempo y del grado del acero, pero los parámetros más significativos son el tiempo y la intensidad del esfuerzo inicial.

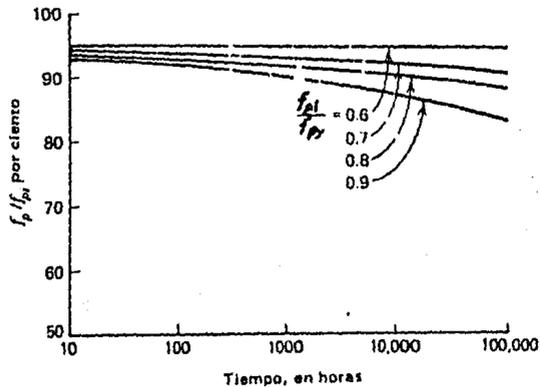


Figura 2.14 Curvas de relajamiento del acero para alambres y cables relevados de esfuerzo

Sin embargo, cuando se calculan las pérdidas en el esfuerzo del acero debido al relajamiento, se puede considerar la longitud constante.

El relajamiento no es un fenómeno que ocurra en un corto periodo de tiempo. De la evidencia que se tiene disponible, resulta que continúa casi indefinidamente, aunque a una velocidad decreciente. Debe tomarse en cuenta en el diseño ya que produce una pérdida significativa en la fuerza pretensora.

La magnitud del relajamiento varía dependiendo del tiempo y del grado del acero, pero los parámetros más significativos son el tiempo y la intensidad del esfuerzo inicial.

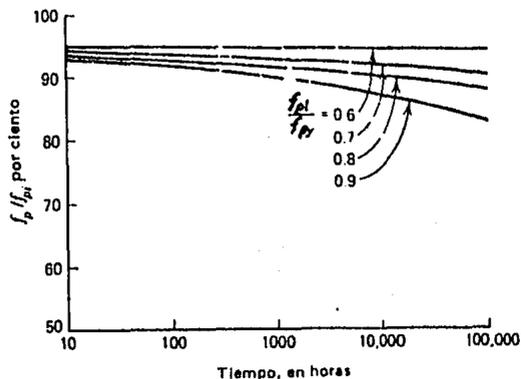


Figura 2.14 Curvas de relajamiento del acero para alambres y cables relevados de esfuerzo

La información graficada en la figura anterior, puede aproximarse mediante la siguiente fórmula.

$$\frac{f_p}{f_{Pi}} = 1 - \frac{\text{Log } t}{10} \left( \frac{f_{Pi}}{f_{Py}} - 0.55 \right)$$

donde:  $f_p$  Esfuerzo final después de  $t$  horas.

$f_{Pi}$  Esfuerzo inicial.

$f_{Py}$  Esfuerzo de fluencia.

Log. $t$  Tiene como base 10.

$f_{Pi}/f_{Py}$  No es menor que 0.55.

En el caso de miembros pretensados, la pérdida por relajamiento que ocurre antes de la "liberación" (transferencia de la fuerza al concreto), debe restarse de la pérdida total por relajamiento que se predice para el esfuerzo efectivo en el momento de la liberación. Por ejemplo, si se va a estimar el esfuerzo para el tiempo  $t_n$ , habiendo sido tensado el alambre en el tiempo cero, y liberado en el tiempo  $t_r$ , entonces la ecuación será como sigue:

$$\frac{f_p}{f_{Pi}} = 1 - \left( \frac{\text{Log } t_n - \text{Log } t_r}{10} \right) \left( \frac{f_{Pi}}{f_{Py}} - 0.55 \right)$$

El término  $f_{pi}$  , puede tomarse como el esfuerzo en el acero en el momento de la liberación.

En algunos casos las pérdidas por relajamiento se han reducido mediante un prealargamiento, constituyendo esto una técnica mediante la cual el esfuerzo en el acero se incrementa hasta un nivel más alto que el esfuerzo inicialmente propuesto, metiéndose en aquel nivel durante un corto lapso de tiempo y reduciéndose luego hasta el nivel del esfuerzo inicial. Sin embargo, como el nivel práctico de esfuerzo inicial es más o menos el 70% de la resistencia del acero, no es posible sobreesforzarlo en más de un 15%.

Se pueden conseguir alambres y cables especiales con bajo relajamiento. De acuerdo con las especificaciones ASTM - A 416 y A 421.

## 2.4 CARGAS, RESISTENCIA Y SEGURIDAD ESTRUCTURAL.

### 2.4.1 CARGAS

Las cargas que actúan sobre las estructuras

se clasifican generalmente como cargas muertas o cargas vivas. Las cargas muertas son fijas en cuanto a posición y en magnitud constante por toda la vida de la estructura. Generalmente el peso propio de una estructura es la parte más importante de la carga -- muerta; éste puede calcularse con mucha aproximación, basándose en las dimensiones de la estructura y el - peso unitario del material. La densidad del concreto varía alrededor de 1,442 a 1,922.4 kg/m<sup>3</sup>. (90 a - 120 lb/ft<sup>3</sup>.) para el concreto ligero, y es de alrededor de 2,400 kg/m<sup>3</sup> (150 lb/ft<sup>3</sup>) tomando en cuenta el peso del refuerzo para el concreto reforzado.

Las cargas vivas son las de los ocupantes, la nieve, el viento, las cargas de tráfico o las --- fuerzas sismicas. Estas pueden estar total o par--- cialmente presentes, o no estar presente en absoluto. También pueden cambiar de posición durante la vida - útil de la estructura.

El Ingeniero es el responsable de calcular - las cargas muertas, porque las cargas vivas por lo - general se especifican en códigos y especificaciones locales, regionales o nacionales.

**Tabla 2.7 Cargas vivas mínimas uniformemente distribuidas (de la obra citada en 1.1, en la Bibliografía, cortesía del American National Standards Institute).**

Ocupación o utilización	Carga viva	
	lb/pie <sup>2</sup>	kN/m <sup>2</sup>
Apartamentos (ver Residencial)		
Fábricas de armamentos y sales de ejercicios militares	150	7.2
Salas de funciones y otros lugares de reunión:		
Asientos fijos	60	2.9
Asientos móviles	100	4.8
Balcones (exteriores)	100	4.8
Salones de boliche, áreas de natación y áreas recreativas similares	75	3.6
Corredores:		
Primer piso	100	4.8
Otros pisos, igual que la ocupación para la que sirven, excepto por lo que se indica		
Salones de baile	100	4.8
Salones comedor y restaurantes	100	4.8
Residencias (ver Residencial)		
Cocheras (autos de pasajeros)	100	4.8
Los pisos deben diseñarse para soportar 150% de la carga máxima de las ruedas en cualquier parte del piso		
Estrados (ver Estrado y graderías)		
Gimnasios, pisos principales y balcones	100	4.8
Hospitales:		
Salas de operación	60	2.9
Privados	40	1.9
Salas generales	40	1.9
Hoteles (ver Residencial)		
Bibliotecas:		
Salas de lectura	60	2.9
Áreas de libreros	150	7.2
Manufactura	125	6.0
Marquesinas	75	3.6
Edificios para oficinas:		
Oficinas	80	3.8
Vestíbulos	100	4.8
Instituciones penales:		
Bloques de celdas	40	1.9
Corredores	100	4.8

TABLA 2.7 (continuación)

Ocupación o utilización	Carga viva	
	lb/pie <sup>2</sup>	kN/m <sup>2</sup>
<b>Residencial:</b>		
Casas multifamiliares:		
Apartamentos privados	40	1.9
Salones públicos	100	4.8
Corredores	60	2.9
Casas habitación:		
Primer piso	40	1.9
Segundo piso y buhardillas habitables	30	1.4
Buhardillas inhabitables	20	1.0
Hoteles:		
Cuartos para huéspedes	40	1.9
Salones públicos	100	4.8
Corredores de servicio para los salones públicos	100	4.8
Corredores públicos	60	2.9
Corredores privados	40	1.9
Estrados y graderías	100	4.8
Escuelas:		
Salones de clase	40	1.9
Corredores	100	4.8
Andadores, caminos para vehículos, y patios sujetos a tránsito de camiones	250	12.0
Áreas para patinar	100	4.8
Escaleras, escapes contra incendio, y pasajes de salida	100	4.8
Almacenes:		
de artículos ligeros	125	6.0
de artículos pesados	250	12.0
Tiendas:		
Al menudeo:		
Primer piso, salones	100	4.8
Pisos superiores al mayoreo	75	3.6
Teatros:		
Pasillos, corredores y vestíbulos	100	4.8
Pisos para orquesta	60	2.9
Balcones y plateas	60	2.9
Pisos de escenario	150	7.2
Patios y terrazas, peatones	100	4.8

Las cargas vivas especificadas incluyen generalmente cierta tolerancia por sobrecarga, y pueden incluir efectos dinámicos, explícita o implícitamente, las cargas vivas pueden ser controladas hasta -- cierto grado por medidas tales como la colocación de avisos de carga máxima en pisos y puentes; pero no -- puede haber certidumbre de que no hayan de sobrepasarse tales cargas. A menudo es importante establecer una diferencia entre la carga especificada y lo que se conoce como carga característica, es decir, -- la carga que realmente esta en efecto bajo combinaciones normales de servicio, la cuál sera significativamente menor. Por ejemplo, al estimar la deformación a largo plazo de una estructura, la carga característica es la más importante y no la carga especificada.

A la suma de la carga muerta calculada y la carga viva especificada se le llama carga de servicio, porque ésta es la carga máxima que puede esperarse razonablemente que actúe durante la vida de -- servicio de la estructura. La carga factorizada o -- carga de falla que una estructura justamente debe -- ser capaz de soportar, es un múltiplo de la carga de servicio.

#### 2.4.2 RESISTENCIA

La resistencia de una estructura depende -- principalmente de la resistencia de los materiales -- empleados en la construcción de ésta. La resisten-- cia también depende del cuidado con el que se cons-- truya la estructura, es decir, de la exactitud con -- la que se sigan los dibujos y especificaciones de -- los ingenieros. Los tamaños de las miembros pueden diferir respecto a las dimensiones especificadas, el esfuerzo puede estar fuera de posición, o la coloca-- ción deficiente del concreto puede dar origen a hue-- cos. Una parte importante del trabajo del ingeniero es proporcionar la supervisión correcta de la cons-- trucción. La elusión de esta responsabilidad ha te-- nido consecuencias desastrosas en más de una ocasión.

#### 2.4.3 SEGURIDAD ESTRUCTURAL

La seguridad requiere que la resistencia de una estructura sea adecuada para todas las cargas -- que puedan concebiblemente actuar sobre esta. Si la resistencia pudiera predecirse con toda exactitud y si se conocieran las cargas con igual certeza, podría asegurarse la seguridad dando a las estructuras un -- poco de resistencia en exceso a la requerida por las

cargas. Sin embargo, existen muchas fuentes de incertidumbre en la estimación de las cargas así como en el análisis, el diseño y la construcción. Estas incertidumbres requieren de un margen de seguridad.

El enfoque de seguridad que proporciona el código del ACI, relativo a las construcciones de concreto reforzado y presforzado es el siguiente.

Se da consideración separada a las cargas y a las resistencias. Se aplican factores de carga, mayores que la unidad, a las cargas muertas calculadas y a las cargas de servicio estimadas o especificadas, para obtener las cargas factorizadas por el miembro debe ser capaz de soportar en el momento de falla incipiente. Los factores de carga relativos a los diferentes tipos de cargas varían, dependiendo del grado de incertidumbre asociado con las cargas de los diversos tipos y con la probabilidad de ocurrencia simultánea de las diferentes cargas.

TABLA 2.8 FACTORES DE CARGA DEL CODIGO DEL "ACI\*"

1. La resistencia requerida  $U$  para resistir la -- carga muerta  $D$  y la carga viva  $L$ , sera por -- lo menos igual a

$$U = 1.4D + 1.7L \quad (\text{ACI 9-1})$$

2. Si la resistencia a los efectos estructurales de una carga de viento especificada  $W$  esta includa en el diseño, se investigaran las siguientes combinaciones de  $D$ ,  $L$  y  $W$  para determinar -- la resistencia maxima  $U$  que se requiere:

$$U = 0.75 (1.4D + 1.7L + 1.7W) \quad (\text{ACI 9-2})$$

en la cual, las combinaciones de las cargas in-- cluiran tanto el valor completo como el valor cero de  $L$  para determinar la condicion mas seve-- ra, y

$$U = 0.9D + 1.3W \quad (\text{ACI 9-3})$$

pero cualquier combinacion de  $D$ ,  $L$  y  $W$ , la resistencia requerida  $U$  no debera ser menor -- que la dada por la ecuacion (ACI 9-1).

3. Si la resistencia a ciertas cargas de sismo espe-- cificadas o de fuerza  $E$  estan incluidas en el

diseño, se aplicaran las combinaciones de carga de la Sección 2, excepto que deberá substituirse 1.1 E por W.

4. Si esta incluida en el diseño la resistencia a la presión lateral del terreno, H, la resistencia requerida U debe ser por lo menos igual a

$$U = 1.4D + 1.7L + 1.7H \quad (\text{ACI 9-4})$$

y en donde D o L y H para determinar la resistencia máxima U que se requiere:

D en oposición a H:  $U = 0.9D + 1.7L + 1.7H$  (ACI 9-5)

L en oposición a H:  $U = 1.4D + 1.7H$  (ACI 9-6)

D y L en oposición a H:  $U = 0.9D + 1.7H$  (ACI 9-7)

pero para cualquier combinación de D, L y H, la resistencia requerida U no deberá ser menor que la dada por la ecuación (ACI 9-1).

5. Si esta incluida en el diseño la resistencia a la presión lateral de un líquido, F, se aplicará la combinación de carga de la Sección 4, excepto que deberá substituirse 1.4F por 1.7H. La presión vertical del líquido se considerará como

una carga muerta  $D$ , con debida consideracion a la variacion en la profundidad del liquido.

6. Si esta incluida en el diseño la resistencia a los efectos de impacto, tales efectos deberan incluirse con la carga viva  $L$ .

7. Cuando los efectos estructurales  $T$  de asentamiento diferencial, escurrimiento plastico, contraccion o cambios de temperatura puedan ser significativos en el diseño, la resistencia requerida  $U$  debera ser por lo menos igual a

$$U = 0.75 (1.4D + 1.4T + 1.7L) \quad (\text{ACI 9-8})$$

pero la resistencia requerida  $U$  no debera ser menor que

$$U = 1.4 (D + T) \quad (\text{ACI 9-9})$$

Las estimaciones del asentamiento diferencial, el escurrimiento plastico, la contraccion o el cambio de temperatura deberan basarse en una evaluacion realista de tales efectos como ocurren en el servicio.

\* Adaptada con permiso del American Concrete Institute, delCodigo de construccion 318-77 del ACI.

La resistencia requerida, en el caso de que se sobrecargue la estructura, no debe de exceder de un valor estimado conservador de la resistencia real de la estructura. Para obtener ese valor estimado, se calcula la resistencia nominal de la estructura - de acuerdo con el mejor conocimiento corriente del - comportamiento estructural y de la resistencia de -- los materiales. Esa resistencia nominal se reduce - aplicando un factor de reduccion de resistencia para obtener lo que se llama resistencia de diseño. En - consecuencia:

$$M_u \leq \phi M_n$$

$$P_u \leq \phi P_n$$

$$V_u \leq \phi V_n$$

donde: U - Condicion ultima

n - Condicion nominal

$\phi$  - Factor de reduccion de resistencia.

El valor de  $\phi$  que debe aplicarse varia, dependiendo de diversas cosas, inclusive de la varia-- cion probable de las resistencias de los materiales, la forma particular de falla y la presicion con la - que pueden predecirse, la naturaleza de las inexacti tudes dimensionales para el tipo particular del miem bro y las consecuencias de la falla.

TABLA 2.9 FACTORES DE REDUCCION DE RESISTENCIA,  
DEL CODIGO DEL ACI\*

Clase de Esfuerzo	Factor de reduccion de resistencia $\phi$
De flexión, con o sin tensión axial	0.90
De tensión axial	0.90
De compresion axial, con o sin flexión:	
Miembros con refuerzo en espiral	0.75
Otros miembros reforzados	0.70
excepto que, para valores bajos de la carga axial, $\phi$ puede ser incrementado de acuerdo con lo siguiente:	
<p>Para miembros en los que <math>f_y</math> no excede de 60,000 lb/pulg<sup>2</sup>, con refuerzo simétrico, y con <math>(h - d' - d_s)/H</math> no menor que 0.70, <math>\phi</math> puede incrementarse linealmente a 0.90 al disminuir <math>P_n</math> de 0.10 <math>f_c A_g</math> a cero.</p> <p>Para otros miembros reforzados, <math>\phi</math> puede incrementarse linealmente hasta 0.90 al disminuir <math>\phi P_n</math> de 0.10 <math>f_c A_g</math> ó <math>\phi P_{nb}</math>, la que sea más pequeña, a cero.</p>	
Cortante y torsión	0.85
De apoyo sobre el concreto (aplastamiento)	0.70
De flexion en el concreto simple	0.65

## 2.5 PERDIDAS DE LA FUERZA DE PRESFORZADO

Las pérdidas en la fuerza pretensora se pueden agrupar en dos categorías: aquellas que ocurren inmediatamente durante la construcción del miembro y aquellas que ocurren a través de un extenso periodo de tiempo. La fuerza de presfuerzo del gato  $P_j$ , puede reducirse inmediatamente debido a las pérdidas por fricción, deslizamiento del anclaje y el acortamiento elástico del concreto comprimido. La fuerza pretensora después de ocurridas estas pérdidas se ha denominado fuerza pretensora inicial  $P_i$ . A medida en que transcurre el tiempo, la fuerza se reduce más gradualmente, primero rápidamente y luego más lentamente, debido a los cambios de longitud provenientes de la contracción y el flujo plástico del concreto y debido al relajamiento del acero altamente esforzado. Después de un periodo de muchos meses o aún años, los cambios posteriores en los esfuerzos llegan a ser insignificantes, y se alcanza una fuerza pretensora casi constante. Esta se define como la fuerza pretensora efectiva  $P_e$ .

La fuerza en el gato,  $P_j$ , será la mayor de todas las fuerzas que actúen en el tendón de acero durante la vida normal del miembro y la operación del tensado puede considerarse como una prueba sobre el comportamiento del tendón.

Para los miembros pretensados,  $P_j$  nunca actúa en el concreto, sino únicamente en los anclajes permanentes de la cama del colado.

Para los miembros postensados, la fuerza del gato se aplica realmente en el concreto durante el tensado, pero sólo existe con su valor total en el extremo del miembro donde se realiza el tensado.

En ambos casos la tensión se reduce a lo largo de la longitud del cable por la fricción. Inmediatamente después de la transferencia, la fuerza en el acero se reduce, por efecto del acortamiento elástico del concreto de miembros pretensados y por deslizamiento del anclaje en miembros postensados.

Se puede concluir, que en cierta forma, la fuerza del gato  $P_j$  es de interés secundario para el diseñador, aun cuando deben de estimarse las pérdi-

das instantaneas con la finalidad de saber qué fuerza especificar en los gatos.

Son de interés primario la fuerza pretensora inicial  $P_i$ , inmediatamente después de la transferencia, y la fuerza pretensora efectiva  $P_e$ , después de ocurridas todas las pérdidas. Las cuales se relacionan mediante la ecuación de relación de efectividad del coeficiente  $R$ .

$$P_e = R P_i$$

$$R = \frac{P_e}{P_i}$$

Expresada de otra manera, la relación entre las pérdidas dependientes del tiempo y la fuerza inicial de presfuerzo es:

$$\frac{P_i - P_e}{P_i} = 1 - R$$

Todas las pérdidas dependientes del tiempo, específicamente aquellas debidas al flujo plástico, a la contracción y al relajamiento, todas las cuales afectan tanto a los miembros pretensados como a los postensados, se incluyen en el coeficiente  $R$ .

Las pérdidas reales, las cuales pueden ser mayores o menores que las pérdidas estimadas, no -- tienen efecto en la resistencia última a la flexión de una viga presforzada. Sin embargo, las pérdidas afectan las características del comportamiento bajo cargas de servicio tales como la deflexión o el combeo, la carga de agrietamiento, los espesores de -- grietas, así como las deformaciones durante la construcción. La sobreestimación de las pérdidas del - presfuerzo, lo cual podría parecer estar del lado - conservador, puede ser realmente tan perjudicial como una subestimación. La sobreestimación puede conducir al diseñador a especificar mucho presfuerzo, lo cual resulta en un excesivo combeo y en movimientos horizontales problemáticos en la estructura. Es necesario que se efectúe la mejor estimación de las pérdidas en cada caso, la cual debe de estar acorde con la importancia del trabajo que se tenga en manos.

Por motivo de que el objetivo principal -- del presente trabajo es proporcionar una serie de - programas para calculadora, del diseño y revisión - de vigas presforzadas, se consideran adecuadas las estimaciones globales de las pérdidas de la fuerza pretensora.

### 2.5.1 ESTIMACIONES GLOBALES DE LAS PERDIDAS

El Instituto Americano del Concreto (ACI), estudió las expresiones aproximadas a usarse en la estimación de las pérdidas de presfuerzo en los casos rutinarios de diseño, en el cual se obtuvieron los siguientes valores para la estimación de las pérdidas totales, incluyendo aquellas debido al acortamiento elástico, a la contracción, al flujo plástico y al relajamiento.

Para el pretensado:

$$2,460.85 \text{ kg/cm}^2 = 35 \text{ Klb/pulg}^2.$$

Para el postensado:

$$1,757.75 \text{ kg/cm}^2 = 25 \text{ Klb/pulg}^2.$$

La base para el cálculo de las pérdidas antes mencionadas se incorporaron en el código del ACI de 1963, la cual perdura en los comentarios del actual código. Se han construido muchos millares de estructuras de concreto presforzado basándose en diseños que usan estas pérdidas, y cuando los tamaños de los miembros, los materiales, los precedimientos constructivos, la cantidad de presfuerzo y las condiciones ambientes no se salen de los cánones ordina--

rios, este procedimiento ha demostrado ser satisfactorio.

Estos mismo valores totales se incluyen en las especificaciones de la AASHO (AASHTO) aplicables en los puentes carreteros.

Estos valores de pérdidas se basan en el empleo de concreto de peso normal, con niveles de presfuerzo normal, y con condiciones de exposición promedio.

Sin embargo, en las especificaciones provisionales de la AASHTO de 1975 se incluyen modificaciones, las cuales se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 2.10 Pérdidas Totales por la AASHTO

Tipo del Acero De Presuerzo	Pérdida Total	
	$f'_c = 4,000 \text{ Lb/pulg}^2$ (27.58 N/mm <sup>2</sup> )	$f'_c = 5,000 \text{ Lb/pulg}^2$ (34.47 N/mm <sup>2</sup> )
Pretensado Cable Trenzado		45,000 Lb/pulg <sup>2</sup> (310.26 N/mm <sup>2</sup> )
Postensado <sup>d</sup> Alambre o Cable	32,000 Lb/pulg. <sup>2</sup> (220.63 N/mm <sup>2</sup> )	33,000 Lb/pulg. <sup>2</sup> (227.53 N/mm <sup>2</sup> )
Varillas	22,000 Lb/pulg. <sup>2</sup> (151.68 N/mm <sup>2</sup> )	23,000 Lb/pulg. <sup>2</sup> (158.58 N/mm <sup>2</sup> )

Estas especificaciones deben emplearse en miembros o estructuras presforzadas de diseño corriente.

La tabla 2.10, considera concretos con resistencias de 4,000 y 5,000 lb/pulg<sup>2</sup>. (280 y 350 kg/cm<sup>2</sup>). Sin embargo, los valores de pérdidas totales pueden usarse para puentes con resistencia de concreto que se encuentran 35 kg/cm<sup>2</sup> (500 lb/pulg<sup>2</sup>) por encima o debajo de los valores de 280 o 350 kg/cm<sup>2</sup>. De esta manera el rango de resistencia de concreto que cubre la tabla se puede considerar extendido desde 245 hasta 385 kg/cm<sup>2</sup> (3,500 a 5,500 lb/pulg<sup>2</sup>).

Debe ponerse énfasis en el hecho de que el tratar a las pérdidas como cantidades totales es recomendable solamente para las condiciones "Stándar". Para miembros de proporciones poco usuales, claros excepcionalmente largos, o de concreto ligero, por ejemplo, se deberá efectuar una estimación por separada de las pérdidas de la fuerza pretensora.

## 2.5.2 EVALUACION PRELIMINAR DE LAS PERDIDAS

### TOTALES DEL PRESFUERZO

De acuerdo con el código del ACI, las especificaciones de la AASHTO, y de la experiencia de -- los Ingenieros estructuristas al aplicar las recomendaciones de los códigos antes mencionos, en el diseño y revisión de estructuras de concreto presforzado, se puede realizar una evaluación preliminar de las - pérdidas totales del presfuerzo.

<u>Pérdidas Instantáneas</u>	<u>Pretensado</u>	<u>Postensado</u>
Acortamiento elástico del concreto	3%	1%
Fricción	-	Calcular
Deslizamiento de anclajes	-	Calcular
Desviaciones de tendones	Calcular	-
 <u>Pérdidas Diferidas</u>		
Contracción del concreto	7%	6%
Flujo Plástico	6%	5%
Relajación del Acero	2%	3%
 <b>T O T A L</b>	 <b>18%</b>	 <b>15%</b>

De acuerdo con el cálculo de las pérdidas - debidas a la fricción, deslizamiento de anclajes y a la desviación de tendones, unidos a los porcentajes totales, obtenemos:

Para elementos pretensados.-

Se puede suponer una pérdida total entre -- 20% y 25% de la fuerza inicial de presfuerzo.

Para elementos postensados.-

Se puede suponer entre 15% y 20% de la fuerza inicial del presfuerzo más las pérdidas por fricción.

## 2.6 DISEÑO DE LAS SECCIONES BAJO FLEXION.

En el diseño por flexión de las secciones - de concreto presforzado, se conocen los esfuerzos -- permisibles, la resistencia de los materiales, se -- dan las cargas por soportar y el Ingeniero debe de-- terminar las dimensiones del concreto y del acero -- así como la magnitud y la línea de acción de la fuerza pretensora más óptima para los requerimientos so-

licitados, los cuales suelen estar gobernados frecuentemente por economía, por restricciones en las dimensiones y formas de las secciones y en algunos casos por caprichos arquitectónicos. Aquí trataremos algunos de los diseños más recomendados por la experiencia y la práctica desarrollada hasta nuestros tiempos.

Generalmente, en la práctica actual, las di mensiones del concreto y la fuerza pretensora para las vigas se escogen en forma tal de no exceder los límites de esfuerzos especificados a medida en que la viga pasa del estado descargado al estado de servicio. Tanto el concreto como el acero se pueden considerar elásticos en este rango. Después de que se han seleccionado tentativamente las dimensiones del miembro sobre estas bases, si fuera necesario se deberán revisar las deflexiones bajo los estados de carga de interés y la resistencia última del miembro.

Esta proposición es razonable, considerando que uno de los objetivos más importantes del presfuerzo es mejorar el comportamiento bajo cargas de servicio. Más aun, es el criterio del comportamien-

to bajo cargas de servicio el que determina la magnitud de la fuerza pretensora a usarse, aunque los requisitos de resistencia pueden determinar el área total de acero a tensión.

Muchos diseñadores adoptan un procedimiento de aproximaciones sucesivas. Se supone una sección transversal, una fuerza pretensora y un perfil del cable determinado. Después se revisa el miembro por tanteos para asegurar que los esfuerzos estén dentro de los límites permisibles, que las deflexiones sean satisfactorias y que se dispone de la resistencia requerida. Sin embargo, se puede seguir un procedimiento más sistemático, basado en la aproximación de los esfuerzos límites, bajo los estados de carga que controlan el diseño. Este es el método que aquí se seguirá.

La notación que se establece en lo que atañe a los esfuerzos, es la siguiente:

$f_{ci}$  = Esfuerzo de compresión permisible inmediatamente después de la transferencia.

$f_{ti}$  = Esfuerzo de tensión permisible inmediatamente después de la transferencia.

$f_{cs}$  = Esfuerzo de compresión permisible bajo cargas de servicio, después de todas las pérdidas.

$f_{ts}$  = Esfuerzo de tensión permisible bajo cargas de servicio, después de todas las pérdidas.

$f_1$  = Esfuerzo fibrario superior.

$f_2$  = Esfuerzo fibrario inferior.

### 2.6.1 COMPORTAMIENTO DE UNA VIGA DE CONCRETO PRESFORZADO

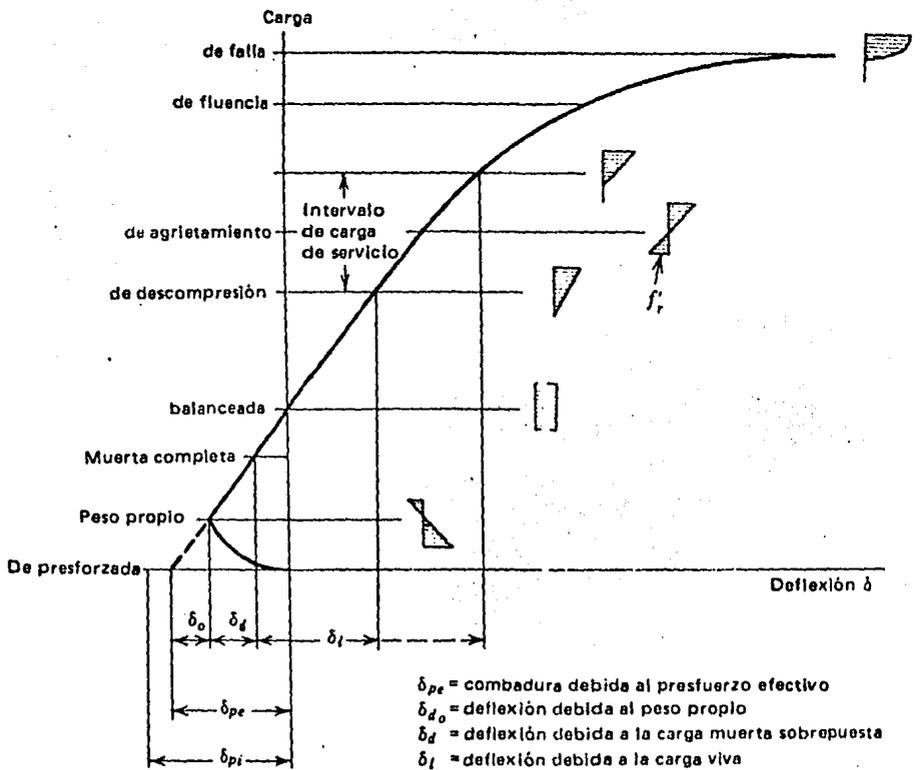


Figura 2.15 Curva carga-deflexión para una viga típica

Cuando se aplica la fuerza del presfuerzo inicial, existirá de inmediato un combeo hacia arriba  $\delta_{Pi}$  debido al momento de flexión asociado con la excentricidad del presfuerzo. Estando la viga apoyada en sus extremos, su peso propio comienza a ser -- efectivo inmediatamente, una componente de la fle--- xión hacia abajo  $\delta_0$ , en contra del combeo hacia --- arriba producido por el presfuerzo. A esto se le conoce como estado descargado, actuando en él sólo el presfuerzo inicial y el peso propio.

Aquí se supondrá, por simplicidad, que to-- das las pérdidas ocurren al mismo tiempo, de tal forma que la deflexión neta al comienzo es  $\delta_{Pe} - \delta_0$  debida a la combinación de la fuerza pretensora efectiva  $P_e$  y el peso propio  $W_j$ .

Cuando se agrega la carga muerta sobrepuesta, la deflexión se incrementa en el sentido positivo hacia abajo, en una cantidad  $\delta_d$ . En este estado, a menudo tal deflexión neta es hacia arriba.

Con la adición de una parte de la carga viva, se puede alcanzar un estado de carga balanceada

tal que la carga equivalente hacia arriba proveniente del presfuerzo es exactamente igual a las cargas exteriores hacia abajo lograndose un esfuerzo de compresión uniforme y una deflexión nula en el miembro.

Con una posterior adición de carga viva se alcanza el estado de descompresión, en el cual el esfuerzo en el concreto en la cara inferior de la viga es 0. La respuesta de la viga es lineal, hasta algo más allá de este estado, aproximadamente hasta donde los esfuerzos de tensión en el concreto igualan al módulo de ruptura.

El rango usual de las cargas de servicio -- cae entre el estado de descompresión y el estado parcial de agrietamiento, tal como se indica en la figura. El agrietamiento inicia la respuesta no lineal, aunque por lo general; tanto el concreto como el acero permanecen dentro del rango elástico hasta bastante más allá de la carga de agrietamiento.

Cualquiera de los estados de carga que se acaban de describir puede servir como punto de partida para el dimensionamiento del miembro de concreto.

Cualquier estado de carga proporciona la base inicial, debiéndose revisar el miembro para todos los otros estados significativos, en forma tal de asegurar que será satisfactorio para todos los rango.

De acuerdo con la práctica usual, las dimensiones de los miembros se escogen generalmente en forma tal de mantener los esfuerzos en el concreto dentro de los límites especificados, a medida que el miembro pasa del estado descargado hasta el estado de carga de servicio.

Las vigas dimensionadas sobre la base de esfuerzos permisibles, también deben satisfacer todos los otros requerimientos. Las deflexiones bajo la carga de servicio total y a menudo bajo la carga parcial, son consideraciones importantes de diseño y deben revisarse. Para vigas parcialmente presforzadas, puede requerirse una revisión explícita del ancho de las grietas, pero más a menudo el agrietamiento del concreto se controla indirectamente limitando el esfuerzo nominal de tensión en el concreto. La resistencia del miembro debe siempre calcularse para asegurar un adecuado margen de seguridad contra el colapso.

Las dimensiones de los miembros se pueden también seleccionar previendo exactamente la resistencia requerida pero incrementando las cargas previstas mediante un factor de carga especificado. En este caso, la fuerza del presfuerzo puede seleccionarse en forma tal de proporcionar las características de deflexión deseada o para controlar las grietas. Deberán de investigarse los esfuerzos tanto para el estado descargado como para la carga de servicio, aun cuando el diseño inicial se base en la resistencia.

Otra alternativa consiste en seleccionar las dimensiones del miembro, la fuerza pretensora y la configuración del acero basándose en el balance de cargas para el control de las deflexiones. También con esta base de diseño se deberán de investigar otros estados de carga. Los esfuerzos en la viga cuando esta se encuentre descargada o sujeta a la carga de servicio total se deben encontrar dentro de los límites aceptables y se deberá proporcionar la resistencia adecuada.

### 2.6.2 ESFUERZOS PERMISIBLES DE FLEXION

Tanto para el diseño como para la revisión de las estructuras de concreto presforzado, result imprescindible la determinación de las limitaciones de los esfuerzos del concreto y del acero para cada estado en particular, tales como aquellas que se imponen durante el tensado del acero, aquellas para inmediatamente después de la transferencia de la fuerza pretensora al concreto, y para cuando actúa la totalidad de la carga de servicio. A estas limitaciones se les denomina Esfuerzos Permisibles de Flexión. Estas limitaciones en el esfuerzo tratan de evitar - daños al miembro durante la construcción y asegurar buenas condiciones de servicio mediante la limitación indirecta del ancho de las grietas y la deflexión.

El Instituto Americano del Concreto (ACI), establece los siguientes esfuerzos permisibles.

A.- CONCRETO

Tabla 2.11 Esfuerzos Permisibles en el Concreto de Miembros Presforzados Sujetos a Flexión.

1.- Esfuerzos inmediatamente después de la transferencia del presfuerzo (antes de que ocurran las pérdidas del presfuerzo), no deben exceder los siguientes valores:

a) Esfuerzo de compresión en fibras extremas

$$0.60 f'_{ci}$$

b) Esfuerzo de tensión de fibras extremas, con excepción de lo permitido en c

$$3\sqrt{f'_{ci}}$$

c) Esfuerzo de tensión en fibras extremas en los extremos de miembros simplemente apoyados.

$$6\sqrt{f'_{ci}}$$

Cuando los esfuerzos de tensión calculados - exceden estos valores, deberá proveerse refuerzo auxiliar (presforzado o sin presforzar) en la zona de tensión para resistir la fuerza total de tensión en el concreto calculado suponiendo una sección no agrietada.

2.- Los esfuerzos bajo carga de servicio (después - de considerar todas las pérdidas de presfuerzo) no deben de exceder los siguientes valores:

a) Esfuerzos de compresión en fibras extremas

$$0.45 f'_c$$

b) Esfuerzos de tensión en fibras extremas en - la zona de tensión precomprimida

$$6\sqrt{f'_c}$$

c) Esfuerzos de tensión en las fibras extremas de la zona de tensión precomprimida de los - miembros (excepto en sistemas de losas armadas en dos sentidos) en las que el análisis basado en la sección transformada agrietada y en las relaciones bilineares de momento-de flexión demuestre que las deflexiones a largo plazo así como las instantáneas satisfacen los requerimientos que se establecen en otra parte del código.

$$12\sqrt{f'_c}$$

3.- Los esfuerzos permisibles de las secciones 1 y 2 se podrán sobrepasar si se demuestra mediante pruebas y análisis que el desempeño no se ve afectado.

donde:  $f'_{ci}$  Resistencia a la compresión del concreto al momento del presfuerzo inicial.

$f'_c$  Resistencia especificada a la compresión

## B.- ACERO

Tabla 2.12 Esfuerzos permisibles en el acero del presfuerzo<sup>a</sup>

El esfuerzo de tensión en los tendones de presfuerzo no debe exceder los siguientes valores:

1	Debidos a la fuerza de tensión del gato	$0.80 f_{pu}$ ó $0.94 f_{py}$
el que sea menor, pero no mayor que el máximo valor recomendado por el fabricante de los tendones de presfuerzo o de los anclajes.		
2.	Tendones pretensados, inmediatamente después de la transferencia del presfuerzo	$0.70 f_{pu}$
3.	Tendones postensados, inmediatamente después del anclaje del tendón	$0.70 f_{pu}$

<sup>a</sup> Adaptado con la autorización del Instituto Americano del Concreto del Código de Edificación ACI 318-77

donde:  $f_{PU}$  Resistencia última del acero  
 $f_{PY}$  Resistencia especificada de fluencia

### 2.6.3 BLOQUE RECTANGULAR DE ESFUERZOS EQUIVALENTES

Todo lo que se necesita para calcular el momento de resistencia última de una viga de concreto presforzado es el valor de la resultante de la compresión C (la cual debe ser igual que la fuerza de tensión T) y el brazo del par interno en la falla. Pero la forma de la curva esfuerzo-deformación del concreto varía grandemente. Por esta razón, no se pueden escribir tales relaciones explícitas. Pero, sin embargo, la distribución real de los esfuerzos en el concreto se puede reemplazar con una representación simplificada, escogida de tal forma que:

- a) se reproduzca el valor correcto de C.
- b) la fuerza C actúe en el nivel correcto de la viga.

Usando un método combinado de análisis y experimentación se ha hallado que la distribución real de los esfuerzos de compresión en una viga puede reemplazarse con una distribución rectangular equivalente de esfuerzos que tenga una intensidad de es---

fuerzo uniforme de  $0.85 f'_c$ , hasta una profundidad  $a$ , tal como se muestra en la figura 2.16.

La relación entre la profundidad del bloque equivalente de esfuerzos y la real es:

$$a = \beta_1 c$$

El valor de  $\beta_1$  se ha establecido experimentalmente que viene dado por la relación:

$$\beta_1 = 0.85 - 0.05 (f'_c - 4000) / 1000$$

donde:  $\beta_1$ , no debe exceder de 0.85 y no debe ser menor que 0.65.

Los valores para concretos de resistencia - típicas se muestran en la siguiente tabla:

Tabla 2/3 Valores de  $\beta_1$  = Profundidad del bloque de esfuerzos/profundidad del eje neutro

Resistencia a compresión del Concreto	lb/pulg. <sup>2</sup>	3000	4000	5000	6000	7000	≥8000
$f_c$	N/mm <sup>2</sup>	21	28	34	41	48	≥55
$\beta_1 = a/c$		0.85	0.85	0.80	0.75	0.70	0.65

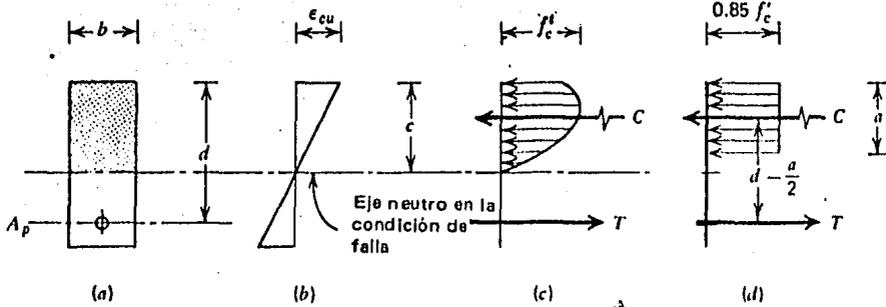


Figura 2.16 Distribuciones de deformaciones y esfuerzos bajo cargas de falla. (a) Sección transversal. (b) Deformaciones. (c) Distribución real de esfuerzos. (d) Distribución rectangular equivalente.

Se recalca que la profundidad  $\alpha$ , no es la distancia al eje neutro real, ni que los esfuerzos en el concreto estan distribuidos de la manera hipotética sugerida en la figura 2.16. El bloque rectangular de esfuerzos es meramente un instrumento de cálculo inventado para dar las respuestas correctas, -- aun cuando no se conozca la distribución real de esfuerzos en el concreto, el cual sería un caso particular.

#### 2.6.4 DISEÑO PRELIMINAR

Un diseño preliminar resulta muy útil para poder determinar el rango tanto de la fuerza pretensora como el del dimensionamiento de la sección, con la finalidad de llegar a una solución óptima al aplicar un procedimiento de diseño final.

El diseño preliminar de las secciones de -- concreto presforzado a la flexión puede realizarse -- mediante un procedimiento muy simple, basado en el -- conocimiento de un par interno C-T que actúa en la -- sección. En la práctica la profundidad  $h$  de la sección está dada, se conoce o se supone, así como el -- momento total  $M_t$  en la sección. Bajo la carga de --

trabajo, el brazo del par interno podrá variar entre el 30 y 80% de la altura total  $h$  y como promedio vale  $0.65 h$ , por consiguiente, el presfuerzo efectivo requerido  $P_e$  puede calcularse por la ecuación:

$$P_e = \frac{M_t}{0.65 h} \text{ ----- (1)}$$

Si el esfuerzo unitario efectivo es  $f_{se}$  para el acero, entonces el área de acero requerida es:

$$A_s = \frac{P_e}{f_{se}} = \frac{M}{0.65 h f_{se}} \text{ ----- (2)}$$

El presfuerzo total  $A_s f_{se}$  es también la fuerza  $C$  en la sección. Esta fuerza producirá un es fuerzo unitario promedio en el concreto de:

$$\frac{C}{A_c} = \frac{T}{A_c} = \frac{A_s f_{se}}{A_c}$$

Para el diseño preliminar, este esfuerzo -- promedio puede suponerse de 50% de esfuerzo máximo -- admisible  $f_{cs}$ , bajo la carga de trabajo.

$$\frac{A_s f_{se}}{A_c} = 0.50 f_{c_s}$$

$$\therefore A_c = \frac{A_s f_{se}}{0.50 f_{c_s}} \text{ ----- (3)}$$

Nótese que en el procedimiento anterior las únicas aproximaciones hechas son los coeficientes de 0.65 y 0.50. Estos coeficientes varían ampliamente dependiendo de la forma de la sección. Sin embargo, con alguna experiencia y conocimiento pueden aproximarse bastante para cada sección particular, y el diseño preliminar se puede hacer con bastante precisión.

El diseño anterior se basa en la consideración de cargas de trabajo, con muy poca tensión o --ninguna en el concreto.

Puede hacerse un diseño preliminar más exacto si se conoce el momento de la trabe  $M_o$  (ocasionado por el peso propio) además del momento total  $M_T$ . Cuando  $M_o$  es mayor del 20 o 30% del  $M_T$ , la condición inicial bajo  $M_o$  generalmente no controlará el diseño y es necesario hacer el cálculo preliminar sólo para  $M_T$ . Cuando  $M_o$  es relativamente pequeño en comparación con  $M_T$ , ( $M_o < 20\% M_T$ ).

Entonces el centro de gravedad del acero (c.g.s.) no se puede localizar muy lejos del núcleo central y el diseño se controla por  $M_L = M_T - M_o$ . En este caso, el brazo de palanca resistente para  $M_L$  está dado aproximadamente por  $k_1 + k_2$ , el cual vale aproximadamente 0.50 h, por consiguiente, el presfuerzo total efectivo requerido es:

$$P_e = \frac{M_L}{0.50 h} \text{ ----- (4)}$$

Cuando  $M_o/M_T$  es pequeña ( $M_o \leq 20\% M_T$ ), debería utilizarse esta ecuación en lugar de la ecuación (1).

Cuando no se sabe si  $M_T$  o  $M_L$  gobernará el diseño, una forma conveniente es aplicar ambas ecuaciones (1, 4), y emplear el mayor valor obtenido para  $P_e$ .

#### Ejemplo 2.1

Hacer un diseño preliminar para una viga de concreto presforzado que debe soportar una carga viva de 1,488 kg/m y una carga muerta sobreadicional a su peso propio de 744 kg/m, con un claro de 12 m. -

Se usará concreto con densidad normal con una resistencia de diseño de  $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$ . Se estima que al momento de la transferencia el concreto habrá alcanzado el 80% de su resistencia última.

Solución:

Cálculo de los esfuerzos permisibles.

$$f'_{ci} = 0.80 f'_c = 0.80 (350) = 280 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{ci} = -0.60 (280) = -168 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{ti} = 3\sqrt{280} = 50.20 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{cs} = -0.45 (350) = -157.50 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{ts} = 6\sqrt{350} = 112.25 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo del momento total,  $M_T$ .

supongo  $W_o = 370 \text{ kg/m}$ .

$$M_o = \frac{370 (12)^2}{8} = 6660 \text{ kg-m.}$$

$$M_d + M_L = \frac{2232 (12)^2}{8} = 40,176 \text{ kg-m.}$$

$$\therefore M_T = 46,836 \text{ kg-m.}$$

Cálculo de la fuerza pretensora efectiva, para  $h = 90 \text{ cm}$ . Ecuación 1

$$P_e = \frac{46,836(100)}{0.65(90)} = 80,061.54 \text{ kg.}$$

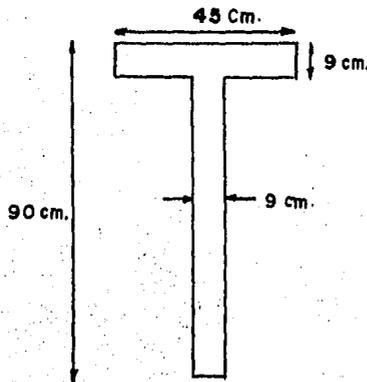
Cálculo del área de acero, para un esfuerzo unitario efectivo en el acero  $f_{se} = 8,789 \text{ kg/cm}^2$ . Ecuación 2

$$A_s = \frac{80,061.54}{8,789} = 9.11 \text{ cm}^2$$

Cálculo del área de concreto. Ecuación 3

$$A_c = \frac{80,061.54}{0.50(157.50)} = 1,016.65 \text{ cm}^2$$

Determinación de la sección preliminar



Pero como  $M_o \leq 20\% M_T$ .  $M_o = 6,660 = 12\% M_T$

$$M_L = M_T - M_o = 46836 - 6660 = 40,176 \text{ kg-m.}$$

Cálculo del presfuerzo efectivo. Ecuación 4

$$P_e = \frac{40,176(100)}{0.50 (90)} = 89,280 \text{ kg.}$$

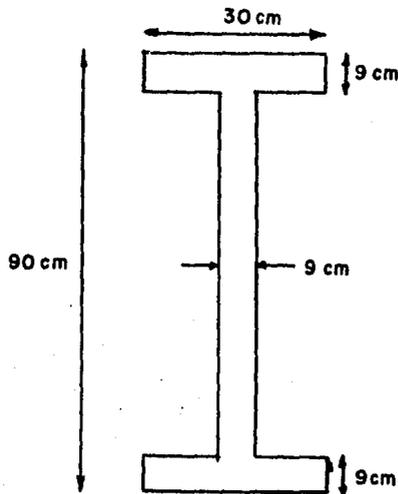
Cálculo del área de acero

$$A_s = \frac{89,280}{8,789} = 10.16 \text{ cm}^2$$

Cálculo del área de concreto

$$A_c = \frac{89,280}{0.50(157.50)} = 1,133.71 \text{ cm}^2$$

Determinación de la sección preliminar



### 2.6.5 DISEÑO ELÁSTICO O DE ESFUERZOS PERMISIBLES

Será conveniente mencionar algunas de las -  
simples relaciones entre la distribución del esfuer-  
zo y la localización de C, de acuerdo con la teoría  
elástica.

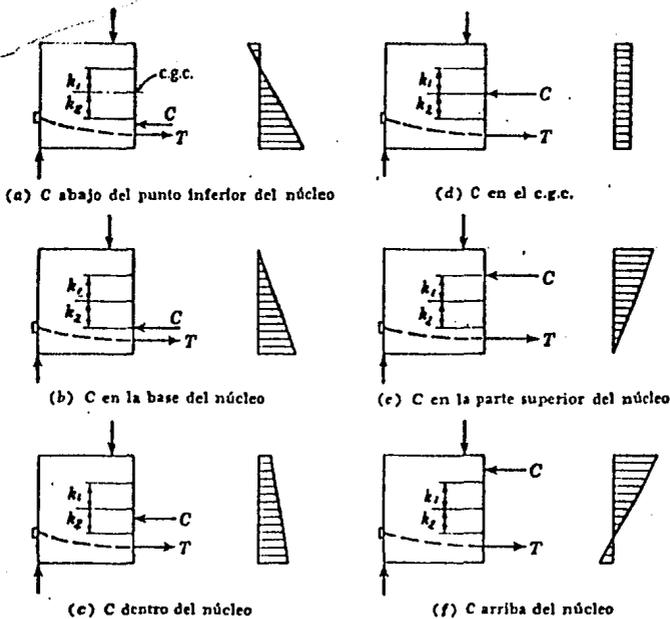


Fig.217 Distribución del esfuerzo en el concreto por la teoría elástica

Si C coincide con la parte superior o la in-  
ferior del núcleo central, la distribución del es-  
fuerzo será trianngular, con un esfuerzo nulo en la  
fibra superior o en la inferior, respectivamente.

Si C cae dentro del núcleo central, la sección entera estará bajo compresión; si está fuera del núcleo, habrá tensión. Si C coincide con el centro de gravedad del concreto (c.g.c.) el esfuerzo será uniforme sobre la sección entera de concreto.

En el diseño real de las secciones de concreto presforzado, similares a cualquier otro tipo de sección, es inevitable una cierta cantidad de tanteos. Se debe escoger el diseño general de la estructura como un principio, el cual puede modificarse a medida que progresa el diseño. Es el peso muerto del miembro el que influye en el diseño, debiendo suponerse éste antes de iniciar los cálculos de los momentos. Tenemos la forma aproximada de la sección de concreto, gobernada por consideraciones prácticas y teóricas, la cual debe suponerse para el tanteo. Debido a estas variedades, se ha encontrado que el mejor procedimiento es el de tanteos, guiado por relaciones conocidas que facilitan los resultados finales óptimos sin un trabajo excesivo.

2.6.6 DISEÑO ELASTICO, SIN TENSION EN EL CONCRETO

En esta sección trataremos el diseño final a la flexión de las secciones, basado en la teoría elástica sin permitir tensión en el concreto, tanto en la transferencia como bajo la carga de trabajo. - Se consideran dos casos, uno para relaciones pequeñas y otras para las grandes de  $M_o/M_T$ .

A.- RELACIONES PEQUEÑAS DE  $M_o/M_T$ .

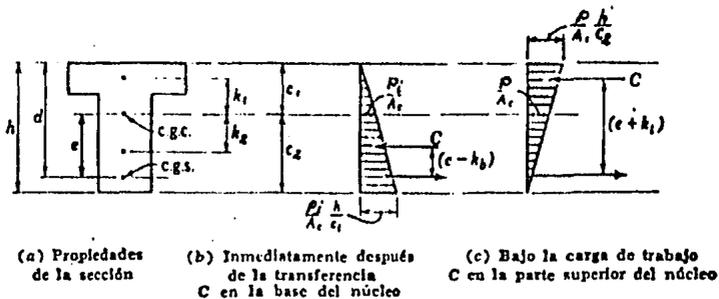


FIG. 2.18 Distribución del esfuerzo sin tensión en el concreto (relaciones pequeñas de  $M/M_T$ )

Teniendo los resultados del diseño preliminar, calculamos los valores de  $M_o$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ ,  $A_c$ , para la sección supuesta, con la finalidad de obtener el diseño final de la sección óptima. Cuando la relación de  $M_o/M_T$  es pequeña, el c.g.s. (centro de gravedad del acero), se localiza fuera del núcleo central,

tanto como nos permita  $M_o$ , puesto que no se permite tensión en el concreto el c.g.s. estará localizado - abajo del núcleo central por la magnitud de:

$$e - k_2 = M_o/P_i \text{ ----- (5)}$$

Si c.g.s. está localizada así, C estará --- exactamente en el punto inferior del núcleo central para el  $M_o$  dado y los esfuerzos en las fibras superior e inferior serán:

$$f_1 = 0 \quad f_2 = \frac{P_i}{A_c} \quad \frac{h}{C_1} \text{ ----- (6)}$$

Por consiguiente:

$$A_c = \frac{P_i}{f_2} \frac{h}{C_1} \text{ ----- (7)}$$

Si c.g.s. se localiza aún más arriba, C caerá dentro del núcleo central; entonces, las fibras superiores estarán bajo cierta compresión, y las fibras inferiores tendrán un esfuerzo menor que el dado por la ecuación 6.

Si c.g.s. se localiza más abajo, C caerá -- afuera del núcleo central; entonces habrá tensión - en las fibras superiores, y las fibras inferiores --

tendrán un esfuerzo más alto que el dado por la ecuación 6.

Cuando el centro de gravedad del acero se localiza con la ecuación 5, el brazo de palanca disponible para el momento resistente está dado por  $e + k_1$ , entonces la fuerza pretensora efectiva  $P_e$  será:

$$P_e = \frac{M_T}{e+k_1} \text{ ----- (8)}$$

Bajo la acción de este presfuerzo efectivo  $P_e$  y el momento total  $M_T$ , C se localizará en el punto superior del núcleo central, y los esfuerzos en las fibras superior e inferior son:

$$f_2 = 0$$
$$f_1 = \frac{P_e}{A_c} \frac{h}{c_b} \text{ ----- (9)}$$

Por consiguiente:

$$A_c = \frac{P_e h}{f_1 c_b} \text{ ----- (10)}$$

Si  $P_e$  es menor que el valor dado por la ecuación 8, habrá tensión en las fibras inferiores, y el esfuerzo de compresión en las fibras superiores será mayor que el dado por la ecuación 9.

Si  $P_e$  es mayor, habrá alguna compresión residual en las fibras inferiores, y el esfuerzo de compresión en las fibras superiores será menor que el obtenido por la ecuación 9.

Si  $f_2$  o  $f_1$  excede el valor permisible, será necesario incrementar el área de concreto  $A_c$ , o disminuir la relación de  $h/C_1$  o  $h/C_2$ , respectivamente.

Si  $f_2$  o  $f_1$  son menor, considerablemente, que los valores permisibles,  $A_c$  puede disminuirse tanto como sea posible, sin rebasar los valores permisibles.

#### PROCEDIMIENTO DE DISEÑO:

- 1.- De la sección del diseño preliminar, localizamos el c.g.s. con la ecuación 5.

- 2.- Con la localización anterior del c.g.s., -- calculamos el presfuerzo efectivo  $P_e$  de la ecuación 8.
- 3.- Calculamos el presfuerzo inicial  $P_i$  con:  
$$P_i = f_o / f_{se} \cdot P_e$$
- 4.- Calculamos el área de concreto requerida -- con las ecuaciones 7 y 10 y tomamos la ma-- yor.
- 5.- Determinamos la sección óptima de diseño, -- para la fuerza pretensora y el área de con-- creto requerida, y revisamos.

#### Ejemplo 2.2

De la sección preliminar, realizar un dise-- ño final elástico sin tensión en el concreto para un esfuerzo fibrario admisible  $f_2 = -126 \text{ kg/cm}^2$  y un --  $f_1 = -118 \text{ kg/cm}^2$ , con un esfuerzo unitario inicial -- en el acero  $f_o = 10,547 \text{ kg/cm}^2$  y un esfuerzo efecti-- vo  $f_{se} = 8,789 \text{ kg/cm}^2$ . Otros valores obtenidos en -- el ejemplo preliminar son:  $M_T = 46,836 \text{ kg-m}$ , - - -

$$M_o = 6,660 \text{ kg-m}, \quad P_e = 89,280 \text{ kg.}$$

Cálculo de las propiedades geométricas de la sección preliminar.

$$c.g.c. = 45.00 \text{ cm.}$$

$$A_c = 1,188 \text{ cm}^2$$

$$I = 1,169,316 \text{ cm}^2$$

$$k_1 = 21.87 \text{ cm.} \quad k_2 = 21.87 \text{ cm.}$$

$$C_1 = 45 \text{ cm.} \quad C_2 = 45 \text{ cm.}$$

1.- Localización del c.g.s. Ecuación 5.

$$e - k_2 = \frac{6,660 (100)}{107,138} = 6.22 \text{ cm.}$$

$$e = 6.22 + 21.87 = 28.10 \text{ cm.}$$

2.- Cálculo del presfuerzo efectivo. Ecuación 8.

$$P_e = \frac{46,836 (100)}{28.10 + 21.87} = 93,728.24 \text{ kg.}$$

3.- Cálculo del presfuerzo inicial.

$$P_i = \frac{10,547}{8,789} (93,728.24) = 112,476 \text{ kg.}$$

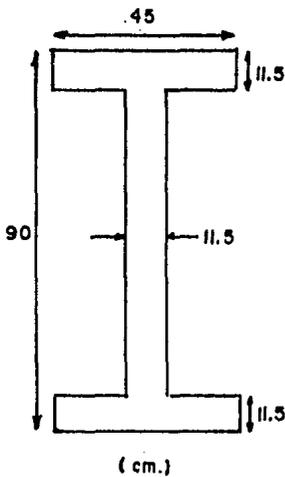
4.- Cálculo del área de concreto requerida para

$P_e$  y  $P_i$ . Ecuaciones 7 y 10.

$$A_c = \frac{112,476 (90)}{126 (45)} = 1,785.33 \text{ cm}^2.$$

$$A_c = \frac{93,728.24 (90)}{118 (45)} = 1,588.61 \text{ cm}^2$$

5.- Determinación de la sección más adecuada.



$$A_c = 1,805.5 \text{ cm}^2$$

$$I = 1,894,120 \text{ cm}^4$$

$$C_2 = 45 \text{ cm.} \quad C_1 = 45 \text{ cm.}$$

$$k_2 = 23.31 \quad K_1 = 23.31 \text{ cm.}$$

$$e = 29.23 \text{ cm.}$$

$$P_e = \frac{46,836 (100)}{29.23 + 23.31} = 89,143.51 \text{ kg.}$$

$$P_i = 106,972.21 \text{ kg.}$$

En este ejemplo determinamos una sección I, porque es la sección más económica cuando  $M_o/M_T$  es pequeña.

B.- RELACIONES GRANDES DE  $M_o/M_T$ .

Cuando la relación de  $M_o/M_T$  es grande, el valor de  $e-k_2$  calculado por la ecuación 5, puede colocar el c.g.s. afuera del límite práctico, por ejemplo, bajo la sección de la viga. Entonces, es necesario colocar el c.g.s. tan bajo como sea posible y diseñar de acuerdo con esto (recubrimiento mínimo necesario). Ver figura 2.19.

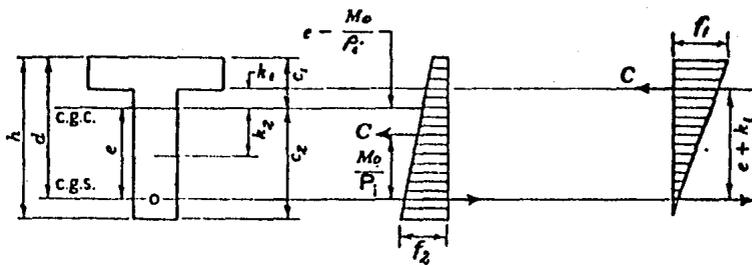
Bajo la condición inicial, inmediatamente después de la transferencia, el esfuerzo en la fibra inferior está dado por la fórmula:

$$f_2 = \frac{P_i}{A_c} + \frac{(P_i \cdot e - M_o) C_2}{I}$$
$$= \frac{P_i}{A_c} \left( 1 + \frac{e - (M_o/P_i)}{k_1} \right) \text{ ----- (11)}$$

de donde podemos calcular el área de concreto  $A_c$  requerida.

Para  $P_i$ :

$$A_c = \frac{P_i}{f_2} \left( 1 + \frac{e - (M_o/P_i)}{k_1} \right) \text{ ----- (12)}$$



(a) Propiedades de la sección      (b) Inmediatamente después de la transferencia,  $C$  sobre la base del núcleo      (c) Bajo la carga de trabajo,  $C$  en la parte superior del núcleo

FIG. 2.19 Distribución de esfuerzos, sin tensión en el concreto (grandes relaciones de  $M / M_T$ )

Como la relación  $M_o/M_T$  es grande, lo cual implica que  $M_o > 30\% M_T$ , entonces la fibra superior está bajo cierta compresión y no controla el diseño en esta condición.

El diseño es prácticamente el mismo que antes, excepto que se deberá utilizar la ecuación 12 en lugar de la ecuación 7.

#### PROCEDIMIENTO DE DISEÑO:

1.- De la sección preliminar, se calcula la localización teórica del c.g.s. de la ecuación 5.

Si resulta factible localizar el c.g.s., con la ecuación 5, se aplica el procedimiento para relaciones pequeñas de  $M_o/M_T$ . Si con la ecuación 5 resulta inaccesible el c.g.s., éste se localizará al límite práctico inferior de acuerdo con el recubrimiento mínimo necesario y se procede como sigue:

2.- Se calcula  $P_e$  con la ecuación 8.

3.- Calculamos  $P_i$ .

- 4.- Calculamos el área requerida por  $P_e$  y  $P_i$ , - de las ecuaciones 10 y 12 respectivamente.
- 5.- Determinamos la sección más adecuada de diseño y revisamos.

### Ejemplo 2.3

Del diseño preliminar obtuvimos:  $M_T =$  -  
46,836 kg-m,  $P_e = 80,061.54$  kg.,  $A_c = 1,134$  cm<sup>2</sup>.,  
 $I = 928,537.72$  cm<sup>4</sup>,  $C_2 = 56.57$  cm.,  $k_1 = 14.47$  cm.,  
 $C_1 = 33.43$  cm.,  $k_2 = 24.49$  cm.

Realizar el diseño final sin tensión en el concreto, para una relación grande de  $M_o/M_T$ ,  $f_{se} = 8,789$  kg/cm<sup>2</sup>,  $f_o = 10,547$  kg/cm<sup>2</sup>,  $f_1 = -118$  kg/cm<sup>2</sup>,  $f_2 = -126$  kg/cm<sup>2</sup>. Suponemos  $M_o = 28,000$  kg-m.

### Solución:

- 1.- Cálculo del c.g.s.

$$P_i = \frac{10,547}{8,789} (80,061.54) = 96,075.67 \text{ kg.}$$

$$e - k_2 = \frac{M_o}{P_i} \frac{28,000 (100)}{96,075.67} = 29.14 \text{ cm.}$$

$$e = 29.14 + 24.49 = 53.63 \text{ cm.}$$

$$e_p = C_2 - 7.6 = 56.57 - 7.6 = 48.97 \text{ cm.}$$

como  $e > e_p$ , no cumple con el recubrimiento mínimo necesario.

$$\therefore e = 48.97 \text{ cm.}$$

2.- Cálculo del presfuerzo efectivo. Ecuación 8.

$$P_e = \frac{46,836 (100)}{48.97 + 14.47} = 73,827.24 \text{ kg.}$$

3.- Cálculo del presfuerzo inicial  $P_i$

$$P_i = \frac{10,547}{8,789} (73,827.24) = 88,594.38 \text{ kg.}$$

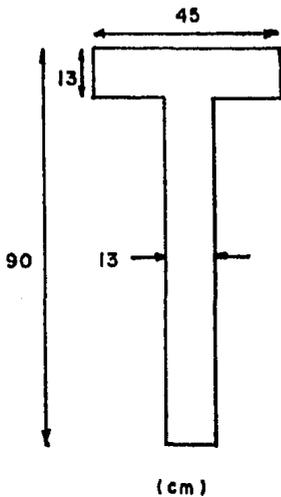
4.- Cálculo del área de concreto. Ecuaciones 10 y 12.

$$A_c = \frac{73,827.24 (90)}{118 (56.57)} = 995.38 \text{ cm}^2$$

$$A_c = \frac{88,594.38}{126} \left( 1 + \frac{48.97 - (28,000 \times 100/88,594.38)}{14.47} \right)$$

$$A_c = 1,547 \text{ cm}^2$$

5.- Determinación de la sección más adecuada.



$$\begin{aligned}
 \text{c.g.c.} &= 55.10 \text{ cm.} \\
 A_c &= 1,586 \text{ cm}^2 \\
 I &= 1,250,489.33 \text{ cm}^4 \\
 C_1 &= 34.90 \quad C_2 = 55.10 \text{ cm.} \\
 k_1 &= 14.31 \quad k_2 = 22.59 \text{ cm.} \\
 e &= 47.5 \text{ cm.} \\
 P_e &= \frac{46,836 (100)}{47.5 + 14.31} \\
 &= 75,774.15 \text{ kg.} \\
 P_i &= \frac{10,547 (75,774.15)}{8,789} \\
 &= 90,930.70 \text{ kg.}
 \end{aligned}$$

En éste ejemplo determinamos una sección T, porque resulta ser la sección más económica cuando - la relación  $M_o/M_T$  es grande.

### 2.6.7 DISEÑO ELASTICO, PERMITIENDO LA TENSION, PERO DESPRECIANDOLA

En éste método de diseño se permitirá la -- tensión en el concreto, pero se despreciará el cálculo de la fuerza de tensión absorbida por el concreto, suponiendo que todo el concreto se agrieta bajo la - tensión. Se cree que es un método seguro de diseño, puesto que el esfuerzo de tensión admitido en el con- creto no es excesivo.

Cuando se permiten esfuerzos de tensión bajo las cargas de trabajo, el término "Presfuerzo Par- cial" se emplea a menudo, indicando que el concreto está comprimido sólo en forma parcial por el pres--- fuerzo. Pero no hay una diferencia básica entre el presfuerzo parcial y el presfuerzo total. La única diferencia es que, en el presfuerzo parcial existe - una cierta tensión en el concreto bajo las cargas de trabajo. Puesto que la mayoría de las estructuras - están sujetas a sobrecargas ocasionales, existirán - realmente esfuerzos de tensión tanto en el presfuer- fuerzo parcial como en el total, por lo tanto, no -- hay una diferencia básica entre ellos.

Algunas veces se argumenta que el permitir tensión en el concreto es un procedimiento peligroso, puesto que el concreto puede haber estado agrietado previamente y no podría soportar ninguna tensión. - Esto es verdad si la fuerza de tensión en el concreto es una porción importante de la fuerza de tensión en el acero, en cuyo caso será necesario despreciar toda fuerza de tensión proporcionada por el concreto. Por otro lado, si la fuerza de tensión en el concreto es solamente una pequeña proporción de aquella en el acero, los cálculos no serán muy diferentes si ésta se incluye o se desprecia.

Las razones para limitar los esfuerzos de tensión en el concreto son primordialmente dos, que son:

- 1.- La existencia de un gran esfuerzo de tensión en el concreto presforzado puede indicar un factor de seguridad insuficiente contra la falla de ruptura.
- 2.- La existencia del esfuerzo de tensión, puede indicar un factor insuficiente de seguridad contra el agrietamiento y puede resul--

tar facilmente un agrietamiento en el concreto si és  
te se ha quebrado previamente.

A.- RELACIONES PEQUEÑAS DE  $M_o/M_T$

El diseño con este método nos producirá áreas  
de acero y algunas veces áreas de concreto un tanto  
menores que cuando no se permite la tensión.

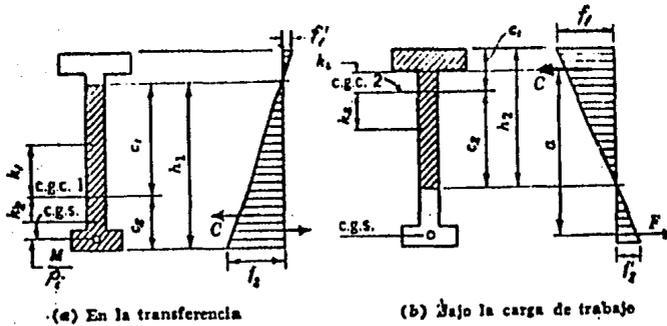


FIG. 2.20 Permitiendo la tensión pero despreciándola en el concreto

La porción sin agrietarse en la transferencia se puede suponer como se muestra en la figura -- 2.20, con el esfuerzo de tensión admisible en la fibra superior  $f_1'$  y el esfuerzo de compresión admisible en la fibra inferior  $f_2$ . Para ésta porción sin grietas, con un peralte  $h_1$  se calculan las propiedades de la sección  $A_c$ ,  $I$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ . Ahora se puede localizar el c.g.s. abajo de la parte inferior del núcleo de la sección sin agrietar por la magnitud  $M_o/P_f$ .

Bajo la carga de trabajo, si se permite alguna tensión  $f_2'$  en las fibras inferiores, se puede suponer la porción sin agrietarse con un peralte  $h_2$  como se muestra en la figura 2.20. Las propiedades de esta segunda porción sin agrietar serán:  $A'_c$ ,  $I'$ ,  $C'_1$ ,  $C'_2$ ,  $k'_1$ ,  $k'_2$ .

El centro de compresión se localiza en la parte superior del núcleo, y el brazo de palanca total para el momento resistente inferior es " $\alpha$ ", como se muestra en la figura. Así el valor requerido del presfuerzo efectivo se calcula como:

$$P_e = M_T/\alpha \text{ ----- (13)}$$

El esfuerzo en la fibra inferior bajo la --  
condición inicial en la transferencia está dado por:

$$f_2 = P_i \cdot h_1 / A_c \cdot C_1$$

Para un esfuerzo admisible de  $f_2$ , el área  
requerida  $A_c$  está dada por:

$$A_c = P_i \cdot h_1 / f_2 \cdot C_1 \text{ ----- (14)}$$

El esfuerzo de la fibra superior bajo la --  
carga de trabajo está dado por:

$$f_1 = P_e \cdot h_2 / A'_c \cdot C'_2$$

Y similarmente, para un esfuerzo admisible  
 $f_1$ , el  $A'_c$  requerida es:

$$A'_c = P_e \cdot h_2 / f_1 \cdot C'_2 \text{ ----- (15)}$$

#### PROCEDIMIENTO DE DISEÑO:

- 1.- De la sección preliminar, se calculan las propiedades de la sección;  $A_c$ ,  $I$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $k_1$ ,  $k_2$ , considerando el esfuerzo admisi--

- ble de tensión en la fibra superior  $f_1'$  y el esfuerzo admisible de compresión  $f_2'$ , y determinando  $h_1$ .
- 2.- Localizamos el c.g.s. abajo de la parte inferior del núcleo de la sección, con la magnitud  $M_o/M_T$ .
  - 3.- Con el esfuerzo admisible de tensión  $f_2'$  de la fibra inferior y el esfuerzo admisible de compresión  $f_1$  bajo cargas de servicio, se determina  $h_2$  y las propiedades de la sección;  $A'_c$ ,  $I'$ ,  $C_1'$ ,  $C_2'$ ,  $k_1'$ ,  $k_2'$ .
  - 4.- Determinar la magnitud del brazo de palanca  $a$ .
  - 5.- Calcular el presfuerzo efectivo  $P_e$ , con la ecuación 13.
  - 6.- Calcular el presfuerzo inicial  $P_i$ .
  - 7.- Calcular el área de concreto requerida para  $P_i$  con la ecuación 14.

- 8.- Calcular el área requerida de concreto para  $P_e$  con la ecuación 15.
- 9.- Se toma el área de concreto mayor, para determinar la sección más adecuada para soportar  $P_e$  y  $P_i$ .

#### Ejemplo 2.4

Rediseñar la sección obtenida en el ejemplo 2.2, admitiendo tensión en el concreto pero depreciándola. Consideramos un esfuerzo fibrario de tensión en la transferencia de  $f'_1 = 20 \text{ kg/cm}^2$  y un esfuerzo fibrario de tensión en condiciones de servicio de  $f'_2 = 18 \text{ kg/cm}^2$ . Para los valores de:

$M_T = 46,836 \text{ kg-m}$ ,  $M_o = 6,660 \text{ kg-m}$ ,  $f_1 = -118 \text{ kg/cm}^2$ ,  
 $f_2 = -126 \text{ kg/cm}^2$ ,  $P_e = 89,143,51 \text{ kg}$ ,  $P_i = 106,972.21$   
kg. Obtenidos anteriormente

#### Solución:

- 1.- Cálculo de las propiedades geométricas de la sección sin agrietar en la transferencia.

$$\frac{146}{90} = \frac{20}{x} \quad x = 12.33 \text{ cm.}$$
$$\therefore h_1 = 77.67 \text{ cm.}$$

$$\text{c.g.s.} = 28.86 \text{ cm.}$$

$$A_c = 1,278.45 \text{ cm}^2$$

$$I = 747,902.70 \text{ cm}^4$$

$$C_2 = 28.86 \text{ cm.}$$

$$C_1 = 48.81 \text{ cm.}$$

$$k_1 = 20.27 \text{ cm.}$$

$$k_2 = 11.98 \text{ cm.}$$

2.- Cálculo del c.g.s.

$$e - k_2 = Mo/P_i = \frac{6,660 (100)}{106,972.21} = 6.23 \text{ cm.}$$

$$e = 18.21 \text{ cm.}$$

3.- Cálculo de las propiedades geométricas de la sección sin agrietar bajo cargas de -- servicio.

$$\frac{136}{90} = \frac{18}{x} \quad x = 11.91 \text{ cm.}$$
$$\therefore h_2 = 78.09 \text{ cm.}$$

$$c.g.s. = 49.04 \text{ cm.}$$

$$A'_c = 1,283.30 \text{ cm}^2$$

$$I' = 759,462.92 \text{ cm}^4$$

$$C'_2 = 49.04 \text{ cm}$$

$$C'_1 = 29.05 \text{ cm}$$

$$k'_1 = 12.07 \text{ cm}$$

$$k'_2 = 20.37 \text{ cm}$$

4.- Cálculo del brazo de palanca  $\alpha$  .

$$\alpha = 90 - 10.65 - 29.05 + 12.07 = 62.37 \text{ cm.}$$

5.- Cálculo del presfuerzo efectivo.

$$P_e = \frac{M_T}{\alpha} = \frac{46,836 (100)}{62.37} = 75,093.80 \text{ kg.}$$

6.- Cálculo del presfuerzo inicial.

$$P_i = \frac{10,547}{8,789} = (75,093.80) = 90,114.27 \text{ kg.}$$

7.- Cálculo del área de concreto para sopor--  
tar  $P_i$ . Ecuación 14.

$$A_c = \frac{90,114.27 (77.67)}{126 (48.81)} = 1,138.10 \text{ cm}^2$$

- 8.- Cálculo del área de concreto para sopor--  
tar  $P_e$ . Ecuación 15.

$$A_c = \frac{75,093.80 (78.09)}{118 (49.04)} = 1,013.37 \text{ cm}^2.$$

- 9.- Determinación de la sección más adecuada.

Al comparar los resultados del ejemplo --  
2.2 con los obtenidos en este diseño, observamos que  
existe una reducción considerable del área de concre--  
to y por lo consiguiente una reducción de la fuerza  
pretensora. Tenemos que determinar una sección más  
pequeña para poder cumplir con el área de concreto -  
requerida, por lo consiguiente se debe realizar un -  
rediseño para ésta nueva sección.

#### B.- RELACIONES GRANDES DE $M_o/M_T$ .

En este caso, el c.g.s. tiene que situar--  
se en el punto más bajo posible (se supone un recu--  
brimiento mínimo de 7.6 cm. arriba de la fibra infe--  
rior), y no habrá esfuerzos críticos de tensión en -

la fibra superior.

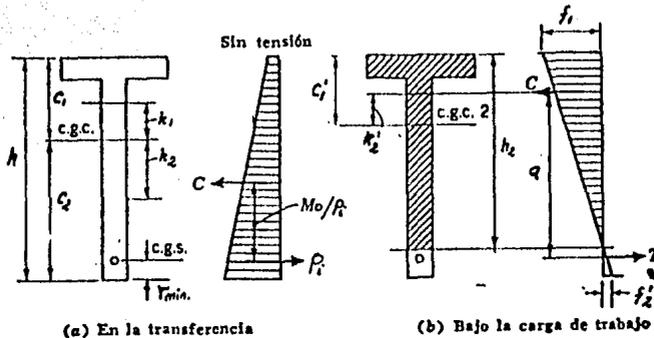


FIG. 2.21

El procedimiento de diseño es prácticamente el mismo que se aplica en el diseño de relaciones pequeñas de  $M_o/M_T$  con la excepción de que el área requerida para  $P_i$ , es obtenida mediante la fórmula:

$$A_c = \frac{P_i}{f_2} \left( 1 + \frac{e - (M_o/P_i)}{k_1} \right)$$

Por motivo que el c.g.s. es determinado mediante la restricción del recubrimiento mínimo.

### Ejemplo 2.5

Rediseñar la sección obtenida en el ejemplo 2.3 mediante el método de grandes relaciones de  $M_o/M_T$ , admitiendo tensión en el concreto, pero despreciándola. Con los siguientes valores:

$$\begin{aligned} M_T &= 46,836 \text{ kg-m}, M_o = 28,000 \text{ kg-m}, f_1 = -118 \text{ kg/cm}^2, \\ f_2 &= 126 \text{ kg/cm}^2, f'_1 = 20 \text{ kg/cm}^2, f'_2 = 18 \text{ kg/cm}^2, \\ P_e &= 75,774.15 \text{ kg}, P_i = 90,930.70 \text{ kg}. \end{aligned}$$

Solución:

- 1.- Cálculo de las propiedades geométricas de la sección sin agrietar en la transferencia.

Al contemplar que la relación  $M_o/M_T$  es -- grande, se considera que en la fibra extrema superior existe un pequeño esfuerzo de compresión. Por la situación antes -- mencionada, la posición del c.g.s. se encuentra determinada por la magnitud del -- recubrimiento mínimo requerido, y en la -- transferencia se considera toda la sección sin agrietar.

$$A_c = 1,586 \text{ cm}^2$$

$$I = 1,250,489.33 \text{ cm}^4$$

$$C_1 = 34.90 \text{ cm} \quad C_2 = 55.10 \text{ cm}$$

$$k_1 = 14.31 \text{ cm} \quad k_2 = 22.59 \text{ cm}$$

2.- Localización del c.g.s.

$$e - k_2 = \frac{M_o}{P_i} = \frac{28,000 (100)}{90,930.70} = 30.79 \text{ cm.}$$

$$e = 30.79 + 22.59 = 53.38$$

$$e_p = C_2 - 7.6 = 47.5 \text{ cm.}$$

$$\text{como } e > e_p \Rightarrow e = 47.5 \text{ cm.}$$

3.- Cálculo de las propiedades de la sección sin agrietar bajo cargas de servicio.

$$\frac{136}{90} = \frac{18}{x}$$

$$x = 11.91 \text{ cm.}$$

$$\therefore h_2 = 78.09 \text{ cm.}$$

$$c.g.c. = 48.50 \quad I = 834,281.08 \text{ cm}^4$$

$$A_c = 1,431.17 \text{ cm}^2$$

$$C_2' = 48.50 \text{ cm} \quad C_1' = 29.59 \text{ cm.}$$

$$k_1' = 12.02 \quad k_2' = 19.70 \text{ cm.}$$

4.- Cálculo del brazo de palanca.

$$a = 90 - 7.6 - 29.59 + 12.02 = 64.83 \text{ cm.}$$

5.- Cálculo del presfuerzo efectivo. Ecuación 13.

$$P_e = \frac{46,836 (100)}{64.83} = 72,244.33 \text{ kg.}$$

6.- Cálculo del presfuerzo inicial.

$$P_i = \frac{10,547}{8,789} (72,244.33) = 86,694.84 \text{ kg.}$$

7.- Cálculo del área de concreto requerida para  $P_e$ .

$$A_c = \frac{72,244.33 (78.09)}{118 (48.50)} = 985.77 \text{ cm}^2.$$

8.- Cálculo del área de concreto requerida para  $P_i$ . Ecuación 12.

$$A_c = \frac{86,694.84}{126} \left( 1 = \frac{47.5 - (2800000/86,694.84)}{14.31} \right)$$

$$A_c = 1,419.04 \text{ cm}^2.$$

Nuevamente obtenemos áreas menores que las obtenidas en el ejemplo 2.3, lo cual implica la determinación de una nueva sección más pequeña y por lo consiguiente, un nuevo rediseño.

#### 2.6.8 DISEÑO ELASTICO, ADMITIENDO Y CONSIDERANDO LA TENSION.

Este método no es muy recomendado, por lo consiguiente debe aplicarse con mucha precaución. Puesto que puede no ser siempre un procedimiento seguro cuando la tensión en el concreto constituye una parte mayor de la fuerza total de tensión en la flexión resistente.

Este método nos proporciona áreas de concreto y de acero menores que las obtenidas por cualquiera de los métodos antes mencionados, por lo que

se podría considerar como un método económico. Pero tiene como inconveniente, que no hay que olvidar que una estructura está sometida a sobrecargas repetidas veces durante su vida útil, por lo que este método -- no nos garantiza una plena seguridad bajo sobrecarga, además que el control de calidad de los materiales y del proceso constructivo aplicado a las estructuras diseñadas por este método, tiene que ser estrictamente muy riguroso ya que no se permite el agrietamiento. Por lo consiguiente la economía pasa a segundo término ya que la seguridad es primordial. Es, sin embargo, un método conveniente para ser comparado -- con aquellos donde no se permite la tensión en el -- concreto y, sí se permite que ésta se una parte pequeña de la tensión total; con la finalidad de establecer los rangos para la reducción de áreas.

#### A.- RELACIONES PEQUEÑAS DE $M_0/M_T$ .

Si se permite el esfuerzo de tensión  $f_1$ , en las fibras superiores, el centro de compresión C, puede localizarse abajo del núcleo central con la -- magnitud de :

$$e_1 = f'_1 \cdot I / P_i \cdot C_1$$

$$= f'_1 \cdot A \cdot k_2 / P_i \text{ ----- (16)}$$

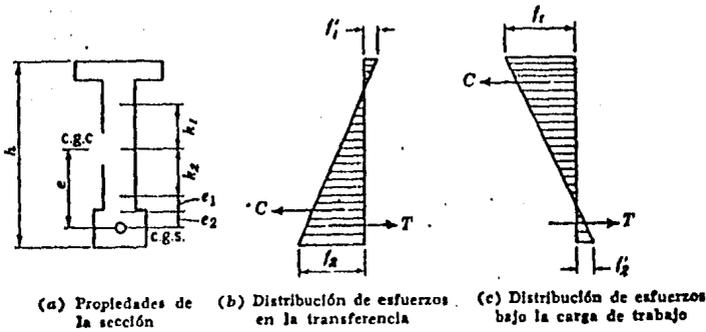


FIG. 2.22 Admitiendo y considerando la tensión en el concreto

Para un momento dado  $M_0$  el c.g.s. se puede localizar más abajo de C a una distancia de:

$$e_2 = M_0 / P_i \text{ ----- (17)}$$

Por lo tanto, la distancia máxima total a la cual se puede localizar el c.g.s. bajo el núcleo está dada por:

$$e_1 + e_2 = \frac{M_0 + f'_1 \cdot A \cdot k_2}{P_i} \text{ ----- (18)}$$

Conociendo el c.g.s. que está localizado a algún valor  $e$  abajo de c.g.c., el brazo de palanca  $\alpha$  bajo la carga de trabajo. Para una tensión admisible en la fibra inferior, el momento soportado por el concreto es:

$$f_2' \cdot I / C_2 = f_2' \cdot A \cdot k_1 \text{ ----- (19)}$$

El momento neto soportado por el presfuerzo  $P_e$  será:

$$M_T = f_2' \cdot A \cdot k_1 \text{ ----- (20)}$$

Con un brazo de palanca actuando en el punto superior del núcleo igual a:

$$\alpha = k_1 + e \text{ ----- (21)}$$

Por lo tanto el presfuerzo  $P_e$  requerido vale:

$$P_e = \frac{M_T + f_2' \cdot A \cdot k_1}{\alpha} \text{ ----- (22)}$$

El esfuerzo de la fibra inferior en la transferencia está dado por:

$$f_2 = \frac{P_i \cdot h}{A_c \cdot C_1} + f'_1 \frac{C_2}{C_1}$$

de donde obtenemos:

$$A_c = \frac{P_i \cdot h}{f_2 \cdot C_1 - f'_1 \cdot C_2} \text{----- (23)}$$

Similarmente, el esfuerzo en la fibra superior bajo la carga de trabajo está dado por:

$$f_1 = \frac{P_e \cdot h}{A_c \cdot C_2} + f'_2 \frac{C_1}{C_2}$$

de donde obtendremos:

$$A_c = \frac{P_e \cdot h}{f_1 \cdot C_2 - f'_2 \cdot C_1} \text{----- (24)}$$

#### PROCEDIMIENTO DE DISEÑO:

- 1.- Considerando los datos obtenidos para la sección preliminar, calcular las propiedades de la sección.

- 2.- Se suponen los esfuerzos admisibles de tensión para el concreto.
- 3.- Calculamos la localización del c.g.s. con la ecuación 18.
- 4.- Checamos que la localización del c.g.s. esté dentro de lo permitido por el recubrimiento mínimo.
- 5.- Calculamos el momento neto de la ecuación 20.
- 6.- Obtenemos el brazo de palanca resistente.
- 7.- Calculamos el presfuerzo requerido para el momento neto con la ecuación 22.
- 8.- Calculamos el presfuerzo inicial.
- 9.- Calculamos el área de concreto requerida por  $P_i$  con la ecuación 23.
- 10.- Calculamos el área del concreto requerida por  $P_e$  con la ecuación 24.

- 11.- Determinamos la sección más adecuada con el mayor valor de  $A_c$ .

Ejemplo 2.6

Rediseñar la sección obtenida en el ejemplo 2.2; admitiendo y considerando tensión en el concreto. Para los siguientes valores:  $M_T = 46,836 \text{ kg-m}$ ,  $M_0 = 6,660 \text{ kg-m}$ ,  $f_1 = 118 \text{ kg/cm}^2$ ,  $f_2 = -126 \text{ kg/cm}^2$ ,  $f_1' = 20 \text{ kg/cm}^2$ ,  $f_2' = 18 \text{ kg/cm}^2$ ,  $P_e = 89,143.51 \text{ kg}$ ,  $P_i = 106,972.21 \text{ kg}$ .

Solución:

- 1.- Cálculo de las propiedades geométricas de la sección preliminar (ejemplo 2.2).

$$\begin{array}{ll} A_c = 1,805.5 \text{ cm}^2 & I = 1,894,120 \text{ cm}^4 \\ C_1 = 45 \text{ cm} & C_2 = 45 \text{ cm} \\ k_1 = 23.31 \text{ cm} & k_2 = 23.31 \text{ cm} \end{array}$$

- 2.- Se consideran los mismos esfuerzos de tensión admisibles, del enunciado, con el propósito de seguir comparando resultados con los demás diseños.
- 3.- Localización del c.g.s. ecuación 18.

$$e_1 + e_2 = \frac{6,660 (100) + 20 (1805.5) 23.31}{106,972.21} = 14.10 \text{ cm}$$

4.- Checar la excentricidad obtenida con la excentricidad teórica para el recubrimiento mínimo.

$$e_p = c_2 - 7.6 = 37.4 \text{ cm.}$$

$$e = k_2 + 14.10 = 37.41 \text{ se acepta.}$$

5.- Cálculo del momento neto. Ecuación 20.

$$46,836 (100) - 18 (1,805.5) 23.31 = \\ 3,926,048.31 \text{ kg-cm.}$$

6.- Cálculo del brazo de palanca.

$$a = e + k_1 = 37.41 + 23.31 = 60.72 \text{ cm.}$$

7.- Cálculo del presfuerzo efectivo requerido para el momento neto. Ecuación 22.

$$P_e = \frac{3'926,048.31}{60.72} = 64,658.24 \text{ kg.}$$

8.- Cálculo del presfuerzo inicial.

$$P_i = \frac{10,547}{8,789} (64,658.24) = 77,591.36 \text{ kg.}$$

9.- Cálculo del área de concreto requerida para  $P_i$ . Ecuación 23.

$$A_c = \frac{77,591.36 (90)}{126(45) - 20(45)} = 1,464 \text{ cm}^2$$

10.- Cálculo del área de concreto requerida para  $P_e$ . Ecuación 24.

$$A_c = \frac{64,658.24 (90)}{118 (45) - 18 (45)} = 950.86 \text{ cm}^2.$$

11.- Determinación de la sección más adecuada.

Al comparar los resultados obtenidos en éste diseño con los obtenidos en el ejemplo 2.2 y con los obtenidos en el ejemplo 2.4, podremos determinar los rangos tanto para la fuerza pretensora como para la reducción del área de concreto requerida.

B.- RELACIONES GRANDES DE  $M_o/M_T$ .

Cuando  $M_o/M_T$  es grande, C quedará dentro -- del núcleo en la transferencia, y el conceder o admitir tensión en la fibra superior no tendrá efecto en el cálculo. El c.g.s. tiene que localizarse dentro -- de los límites prácticos, de acuerdo con el recubri-- miento mínimo requerido. Si el c.g.s. se localiza -- dentro del límite práctico al aplicar la ecuación 18, el procedimiento de diseño será el mismo que el de re-- laciones pequeñas; en caso contrario, el c.g.s. se lo caliza de acuerdo con el recubrimiento mínimo requeri-- do, y lo único que cambia es la obtención del área de concreto requerida para el presfuerzo inicial  $P_i$ , que será igual a la ecuación 12.

Ejemplo 2.7

Rediseñar la viga del ejemplo 2.3 admitiendo y considerando la tensión en el concreto, para los si-- guientes valores:  $M_T = 46,836$  kg-m,  $M_o = 28,000$  kg-m,  $P_e = 75,774.15$  kg.,  $P_i = 90,930.70$  kg.

Solución:

1.- Cálculo de las propiedades geométricas de la

sección preliminar (sección del ejemplo 2.3).

$$A_c = 1,586 \text{ cm}^2 \quad I = 1,250,489.33 \text{ cm}^4$$

$$C_1 = 34.90 \text{ cm.} \quad C_2 = 55.10 \text{ cm.}$$

$$k_1 = 14.31 \text{ cm.} \quad k_2 = 22.59 \text{ cm.}$$

2.- Determinación de los esfuerzos admisibles de tensión.

$$f'_1 = 20 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_2 = 18 \text{ kg/cm}^2$$

3.- Localización del c.g.s.

$$e = C_2 - 7.6 = 47.5 \text{ cm.}$$

4.- Cálculo del momento neto. Ecuación 20.

$$46,836(100) - 18(1586) 14.31 = 4'275,078.12 \text{ kg-cm.}$$

5.- Cálculo del brazo de palanca.

$$\alpha = H - 7.6 - C_1 + k_1 = 90 - 7.6 - 34.90 + 14.31 = 61.81 \text{ cm.}$$

6.- Cálculo del presfuerzo efectivo para el momento neto. Ecuación 22.

$$P_e = \frac{4'275,078.12}{61.81} = 69,164.83 \text{ kg.}$$

7.- Cálculo del presfuerzo inicial.

$$P_i = \frac{10,547}{8,789} (69,164.83) = 82,999.37 \text{ kg.}$$

8.- Cálculo del área de concreto requerida para  $P_e$ . Ecuación 24.

$$A_c = \frac{69,164.83 (90)}{118(55.10) - 18(34.90)} = 1,059.80 \text{ cm}^2.$$

9.- Cálculo del área de concreto requerida para  $P_i$ . Ecuación 12.

$$A_c = \frac{82,999.37}{126} \left( 1 + \frac{47.5 - (28,000 \times 100 / 82,999.37)}{14.31} \right)$$

$$A_c = 1,292.35 \text{ cm}^2.$$

10.- Determinación de la sección más adecuada.

De acuerdo con los valores obtenidos en este diseño es notorio una reducción del área de concreto y de la fuerza pretensora, al compararlos con los valores obtenidos anteriormente en otros diseños. Estos resultados los podemos considerar como el límite inferior del rango, tanto para la fuerza pretensora como para la reducción del área del concreto requerida.

Se debe de determinar una nueva sección para el área del concreto obtenida para soportar el presfuerzo inicial y por lo siguiente practicar un nuevo rediseño.

2.6.9 DISEÑO DE VIGAS PARA LAS CUALES LA EXCENTRICIDAD DEL PRESFUERZO VARIA A LO LARGO DEL CLARO.

Para una viga típica en la cual se permite que la excentricidad del tendón varíe a lo largo del claro, las distribuciones de los esfuerzos de flexión en el concreto para la sección de máximo momento se muestra a continuación.

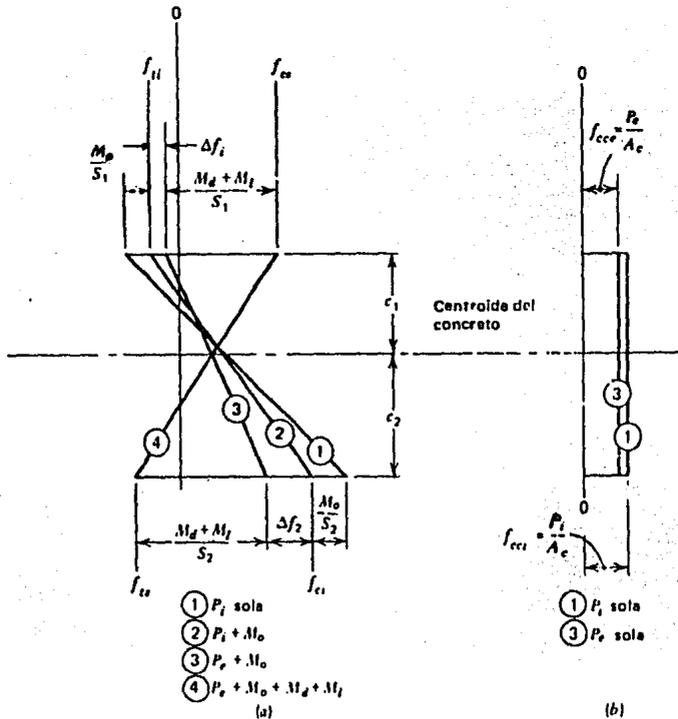


Figura 2.23 Distribución de esfuerzos de flexión para viga con excentricidad variable (a) Sección de máximo momento. (b) Sección del apoyo.

La fuerza pretensora excéntrica, que tiene un valor inicial  $P_i$  produce la distribución lineal 1. Sin embargo, debido al combeo hacia arriba de la viga medida en que se aplica la fuerza, comienza a actuar el peso propio del miembro inmediatamente, se superponen los esfuerzos de flexión resultantes del momento  $M_o$ , y la primera distribución que se alcanza realmente es la 2. En este estado, la tensión en la superficie superior no debe exceder  $f_{ti}$  y la compresión en la superficie inferior no debe exceder  $f_{ci}$ . Se supondrá que todas las pérdidas ocurren en este estado, y que la distribución de esfuerzos cambia gradualmente a la distribución 3. Las pérdidas provocan una reducción de la tensión en la superficie superior en una cantidad  $\Delta f_1$  y una reducción en la compresión en la superficie inferior en la cantidad  $\Delta f_2$ .

A medida en que comienza a actuar el momento por carga muerta sobre puesta  $M_d$  y el momento por carga viva  $M_L$ , los esfuerzos de flexión respectivos se superponen con los esfuerzos ya presentes y se produce la distribución 4. En este estado la tensión en la superficie inferior no deberá ser mayor que  $f_{ts}$  y la compresión en la superficie superior de la sección no deberá ser mayor que  $f_{cs}$ .

Los requerimientos para los módulos de sección  $S_1$  y  $S_2$  son respecto a la superficies superior e inferior, respectivamente.

$$S_1 \geq \frac{M_d + M_L}{f_{1r}} \quad S_2 \geq \frac{M_d + M_L}{f_{2r}}$$

De donde se puede calcular el rango de esfuerzos disponibles  $f_{1r}$  y  $f_{2r}$  en las caras superior e inferior, de los esfuerzos límites especificados  $f_{ti}$ ,  $f_{cs}$ ,  $f_{ci}$ , después de que los cambios en el esfuerzo  $\Delta f_1$  y  $\Delta f_2$ , asociados con la pérdida de presfuerzo, son conocidos.

Recordando la relación de efectividad R:

$$R = \frac{P_e}{P_i}$$

Entonces la pérdida en la fuerza pretensora es:

$$P_i - P_e = (1 - R)P_i \quad \text{-----} \quad (25)$$

Los cambios en el esfuerzo en las caras superior e inferior,  $\Delta f_1$  y  $\Delta f_2$ , a medida en que ocurren las pérdidas son iguales a  $(1 - R)$  veces los esfuerzos correspondientes debidos a la fuerza pretensora inicial actuando sola.

$$\Delta f_1 = (1 - R) \left( f_{ti} + \frac{M_0}{S_1} \right) \text{ ----- (26a)}$$

$$\Delta f_2 = (1 - R) \left( -f_{ci} + \frac{M_0}{S_2} \right) \text{ ----- (26b)}$$

En donde  $\Delta f_1$  es una reducción de la tensión en la superficie superior y  $\Delta f_2$  es una reducción de la compresión en la superficie inferior. Así los rangos de esfuerzos disponibles a medida en que se aplican los momentos de las cargas sobrepuestas  $M_D + M_L$  son:

$$\begin{aligned} f_{1r} &= f_{ti} - \Delta f_1 - f_{cs} \\ &= R \cdot f_{ti} - (1 - R) \frac{M_0}{S_1} - f_{cs} \text{ -- (27a)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{2r} &= f_{ts} - f_{ci} - \Delta f_2 \\ &= f_{ts} - R f_{ci} - (1 - R) \frac{M_o}{S_2} \end{aligned} \quad (27b)$$

Así se establece el mínimo valor aceptable -  
para  $s_1$ .

$$\begin{aligned} S_1 &\geq \frac{M_d + M_L}{R f_{ti} - (1 - R) \frac{M_o}{S_1} - f_{cs}} \\ &\geq \frac{(1 - R) M_o + M_d + M_L}{R \cdot f_{ti} - f_{cs}} \end{aligned} \quad (28a)$$

En forma similar el mínimo valor de  $S_2$  es:

$$S_2 \geq \frac{(1 - R) M_o + M_d + M_L}{f_{ts} - R f_{ci}} \quad (28b)$$

La sección transversal debe escogerse en for  
ma tal que por lo menos se logren estos valores de  $S_1$

y  $S_2$ . Más aún, puesto que  $I = SC$ , el eje centroidal debe ubicarse en forma tal que:

$$\frac{C_1}{C_2} = \frac{S_2}{S_1}$$

o en función del peralte total de la sección  $h = C_1 + C_2$ .

$$\frac{C_1}{h} = \frac{S_2}{S_1 + S_2} \text{ ----- (29)}$$

El esfuerzo en el centroide del concreto sujeto a las condiciones iniciales está dado por:

$$f_{cci} = f_{ti} - \frac{C_1}{h}(f_{ti} - f_{ci}) \text{ ----- (30)}$$

La fuerza inicial se obtiene fácilmente multiplicando el valor del esfuerzo en el centroide del concreto por el área de la sección transversal  $A_c$  del concreto.

$$P_i = A_c f_{cci} \text{-----} (31)$$

La excentricidad de la fuerza pretensora se puede hallar considerando el esfuerzo de flexión que debe generar el momento de flexión  $P_i \cdot e$ . El esfuerzo de flexión en la superficie superior de la viga que resulta solamente de la fuerza pretensora excentrica es:

$$\frac{P_i \cdot e}{S_1} = (f_{ti} - f_{cci}) + \frac{M_o}{S_1}$$

Por lo tanto la excentricidad requerida resulta.

$$e = (f_{ti} - f_{cci}) \frac{S_1}{P_i} + \frac{M_o}{P_i} \text{-----} (32)$$

#### PROCEDIMIENTO DE DISEÑO:

- 1.- De acuerdo con la sección preliminar calcular el momento de peso propio y determinar los esfuerzos admisibles.

2.- Se calculan los módulos de sección requeridos con respecto a las superficies superior e inferior del miembro mediante las ecuaciones 28a y 28b.

3.- Determinar la sección más adecuada de acuerdo con lo anterior (paso 1 y 2), y obtener sus propiedades.

4.- Calcular el c.g.c. y checar con la relación de la ecuación 29.

5.- Calcular el esfuerzo en el centroide del concreto para la sección de acuerdo con la ecuación 30.

6.- Calcular la fuerza pretensora inicial mediante la ecuación 31.

7.- Calcular la excentricidad de máximo momento de acuerdo con la ecuación 32.

8.- Para el cálculo de la variación de la excentricidad a lo largo del claro, consideramos que  $M_o$  es menor de acuerdo con el diagrama del momento, en cualquier otra parte que no sea la sección de

momento máximo. Por lo consiguiente la excentricidad deberá reducirse al aplicar la ecuación 32.

NOTA.- Si la estimación del peso propio del miembro es substancialmente errónea, los cálculos deberán realizarse nuevamente de acuerdo con la sección más adecuada.

#### Ejemplo 2.8

Diseñar una viga de concreto presforzado postensada, para las solicitaciones de los ejemplos precedentes. Algunos datos obtenidos anteriormente son:  $M_o = 6,660 \text{ kg-m.}$ ;  $M_T = 46,836 \text{ kg-m.}$

Se considera que al momento de la transferencia el concreto había alcanzado el 70% de su resistencia última, se espera que las pérdidas no sean de más del 20% del presfuerzo inicial.

Solución:

1.- Cálculo de los esfuerzos permisibles.

$$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_{ci} = 0.70 f'_c = 245 \text{ kg/cm}^2.$$

$$f_{ci} = -0.60 f'_{ci} = -147 \text{ kg/cm}^2.$$

$$f_{cs} = -0.45 f'_c = -157.5 \text{ kg/cm}^2.$$

Para cumplir con la compatibilidad de las unidades se debe multiplicar por un factor de conversión del S.I.

ACI - EEUU

S.I.

$$3 \sqrt{f'_{cci}}$$

$$0.25 \sqrt{f'_{cci}}$$

$$6 \sqrt{f'_c}$$

$$0.50 \sqrt{f'_c}$$

$$1 \text{ lb/pulg}^2 = 0.006895 \text{ N/mm}^2$$

$$1 \text{ lg/pulg}^2 = 0.0702854 \text{ kg/cm}^2$$

$$1 \text{ N/mm}^2 = 10.1937 \text{ kg/cm}^2$$

$$\begin{aligned} f_{ti} &= 0.25 \sqrt{24.0345} \\ &= 1.2256 \text{ N/mm}^2 = 12.49 \approx 12.5 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{ts} &= 0.50 \sqrt{34.3349} \\ &= 2.9298 \text{ N/mm}^2 = 29.86 \approx 30 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

2.- Cálculo de los módulos de sección. Ecuación 28 A y 28 B.

Se supone  $W_o = 370 \text{ kg/cm}^2$   $\therefore M_o = 6,660 \text{ kg-m}$

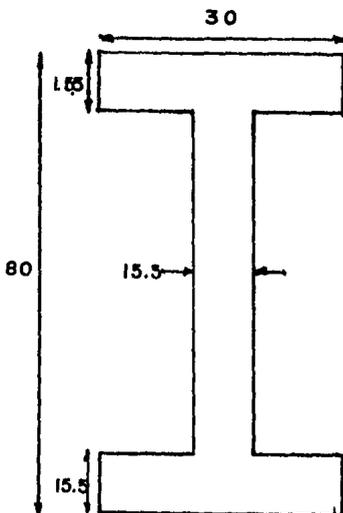
$M_d + M_L = M_T - M_o = 40,176 \text{ kg-m}$ .

$$S_1 \geq \frac{(1 - 0.80) (6,660) (100) + 40,176 (100)}{0.80 (12.5) + 157.5}$$

$$\geq 24,780.90 \text{ cm}^3.$$

$$S_2 \geq \frac{(1 - 0.80) (6,660) (100) + 40,176 (100)}{30 + 0.80 (147)}$$

$$\geq 28,121.95$$



c.g.c. = 40

$A = 1,689.50 \text{ cm}^2$ .

$I = 1,137,840.80 \text{ cm}^4$

$r^2 = 673.48 \text{ cm}^2$

$C_2 = 40 \text{ cm}$ .

$C_1 = 40 \text{ cm}$ .

$k_2 = 16.84 \text{ cm}$ .

$K_1 = 16.84 \text{ cm}$ .

$S = 28,446.00 \text{ cm}^3$ .

Checar con Ec. 29.

$$\frac{C_1}{h} = \frac{S_2}{S_1 + S_2}$$

$$0.5 \cong 0.5$$

Cálculo del esfuerzo en el centroide del con  
creto. Ecuación 30.

$$f_{cci} = 12.5 - 0.5 (12.5 + 147) = -67.25 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo de la fuerza pretensora inicial. E--  
cuación 31.

$$P_i = A_c \cdot f_{cci} = 1,689.50 (67.25) \\ = 113,618.90 \text{ kg.}$$

Cálculo de la excentricidad del c.g.s. en la  
sección de máximo momento. Ecuación 32.

$$e = (12.5 + 67.25) \frac{28,446.00}{113,618.90} + \frac{7,298.64(100)}{113,618.90}$$

$$= 26.39 \text{ cm.}$$

#### 2.6.10 DISEÑO DE VIGAS CON EXCENTRICIDAD CONSTANTE.

En la construcción de concreto pretensado, re  
sulta a menudo conveniente mantener una excentricidad  
constante a lo largo del claro. Si  $P_i$  y  $e$  se mantie-  
nen constantes, entonces los límites de esfuerzos  $f_{ti}$   
y  $f_{ci}$  se sobrepasarían en otros puntos del claro, en

donde  $M_o$  es menor que su máximo valor. Con la finalidad de eludir esta condición, la excentricidad constante deberá ser menor que la dada por la ecuación 32. Su máximo valor viene dado por las condiciones en los apoyos de un claro simple, en donde  $M_o$  es nulo.

En este caso, los límites de los esfuerzos  $f_{ti}$  y  $f_{ci}$  no se violan cuando el momento por la excentricidad del presfuerzo actúa solo, como en los apoyos. Los cambios en el esfuerzo  $\Delta f_1$  y  $\Delta f_2$  ocurridos a medida en que se presentan las pérdidas, son iguales a  $(1-R)$  veces los esfuerzos en las superficies superior e inferior, respectivamente, debidos al presfuerzo inicial solamente:

$$\Delta f_1 = (1 - R)(f_{ti}) \text{ ----- (33a)}$$

$$\Delta f_2 = (1 - R)(-f_{ci}) \text{ ----- (33b)}$$

Entonces, los rangos de esfuerzos disponibles entre los límites de los esfuerzos deben ser suficientes para aliviar con el efecto de  $M_o$  así como con los de  $M_d$  y  $M_L$ , y son:

$$\begin{aligned} f_{1r} &= f_{ti} - \Delta f_1 - f_{cs} \\ &= R \cdot f_{ti} - f_{cs} \text{ ----- (34a)} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} f_{2r} &= f_{ts} - f_{ci} - \Delta f_2 \\ &= f_{ts} - R \cdot f_{ci} \text{ ----- (34b)} \end{aligned}$$

Y los requerimientos para los módulos de sección son:

$$S_1 \geq \frac{M_o + M_d + M_L}{R \cdot f_{ti} - f_{cs}} \text{ ----- (35a)}$$

$$S_2 \geq \frac{M_o + M_d + M_L}{f_{ts} - R \cdot f_{ci}} \text{ ----- (35b)}$$

El esfuerzo en el centroide del concreto se puede hallar de la ecuación 30 y la fuerza pretensora inicial está dada por la ecuación 31 como antes. Sin embargo, la expresión para la excentricidad requerida es diferente. En este caso, refiriéndose a la figura 2.24.

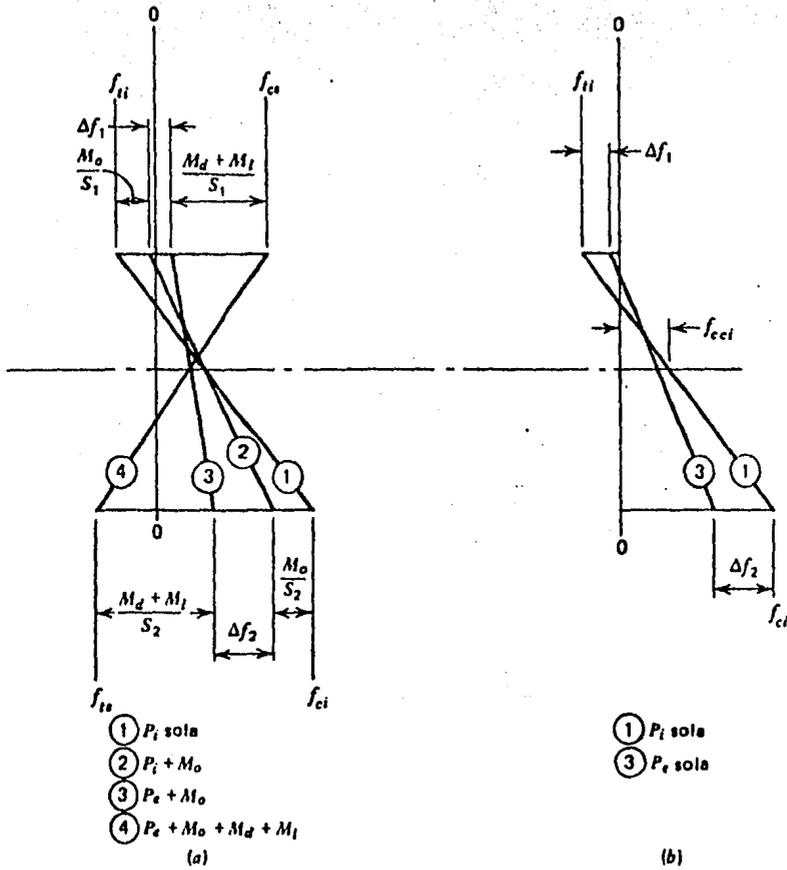


Figura 2.24 Distribución de esfuerzos de flexión para viga con excentricidad constante. (a) Sección de máximo momento. (b) Sección del apoyo.

$$\frac{P_i \cdot e}{S_1} = f_{ti} - f_{cci}$$

De la cual la excentricidad requerida es:

$$e = (f_{ti} - f_{cci}) \frac{S_1}{P_i} \text{----- (36)}$$

#### PROCEDIMIENTO DE DISEÑO

- 1.- Establecer los valores de los esfuerzos admisibles.
- 2.- De acuerdo con la sección preliminar, calcular el peso propio de la viga y calcular  $M_o$ .
- 3.- Obtener  $M_d$  y  $M_L$ , para calcular los módulos de la sección.
- 4.- Calcular el c.g.c. y checar con la relación de la ecuación 29.
- 5.- Determinar la sección más adecuada y obtener sus propiedades.

6.- Calcular el esfuerzo en el centroide del concreto con la ecuación 30.

7.- Calcular la fuerza pretensora inicial con la ecuación 31.

8.- De acuerdo con la ecuación 36 obtener la excentricidad constante para el c.g.s. requerida.

NOTA.- Si la estimación del peso propio del miembro es substancialmente errónea, los cálculos deberán realizarse nuevamente de acuerdo con la sección más adecuada.

#### Ejemplo 2.9

Rediseñar la viga de concreto presforzado -- del ejemplo precedente, mediante el método de vigas con excentricidad constante.

#### Solución

1.- Cálculo de los esfuerzos admisibles.

De acuerdo con el ejemplo 2.8.

$$f_{ci} = -147 \qquad f_{cs} = -157.5$$

$$f_{ti} = 12.5 \qquad f_{ts} = 30$$

2.- Cálculo del  $M_o$

Se supone  $W_o = 370 \text{ kg/m}$

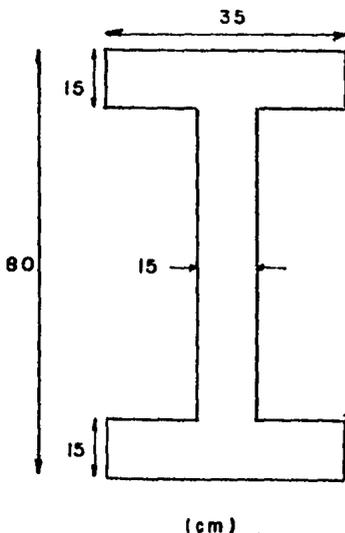
$$M_o = \frac{370 (12)^2}{8} = 6,660 \text{ kg-m.}$$

3.- Cálculo de los módulos de sección Ec. 35a y 35b.

$$M_o + M_D + M_L = M_T = 46,836 \text{ kg-m.}$$

$$S_1 \geq \frac{46,836 (100)}{0.80(12.5)+157.5} = 27,961.80 \text{ cm}^3$$

$$S_2 \geq \frac{46,836 (100)}{30 + 0.80 (147)} = 31,731.71 \text{ cm}^3$$



$$c.g.c. = 40 \text{ cm.}$$

$$A = 1,800.00 \text{ cm}^2$$

$$I = 1,285,000.00 \text{ cm}^4$$

$$r^2 = 713.89 \text{ cm}^2$$

$$C_2 = 40$$

$$C_1 = 40 \text{ cm.}$$

$$k_2 = 17.85$$

$$k_1 = 17.85 \text{ cm.}$$

$$S = 32,125.00 \text{ cm}^3$$

Cálculo del esfuerzo en el centroide del concreto. Ecuación 30.

$$f_{cci} = 12.5 - 0.5 (12.5 + 147) = -67.25 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo de la fuerza pretensora inicial con la ecuación 31.

$$P_i = A_c \cdot f_{cci} = 1,800 (67.25) = 121,050.00 \text{ kg.}$$

Cálculo de la excentricidad. Ecuación 36.

$$e = (12.5 + 67.25) \frac{32,125}{121,050} = 21.16 \text{ cm.}$$

#### 2.6.11 DISEÑO DE VIGAS BASANDOSE EN PRESFORZADO PARCIAL Y RESISTENCIA ULTIMA.

Existe una tendencia indudable en la práctica usual del diseño hacia el uso de vigas parcialmente presforzadas, en las cuales se permiten esfuerzos de tensión y aun grietas en el concreto bajo cargas de servicio o bajo sobrecargas esporádicas. En caso de que ocurran las grietas, son por lo general pequeñas y bien distribuidas, y normalmente se cierran ---

cuando la carga que las produjo ha sido removida.

Las ventajas del presfuerzo parcial son importantes, por lo cual se requerirá una fuerza pretensora menor, esto permitirá la reducción del número de tendones y anclajes. En tales casos se puede proporcionar la resistencia a la flexión necesaria bien sea mediante una combinación de tendones presforzados y varillas de refuerzo no presforzado, o por un número adecuado de tendones de alta resistencia a la tensión presforzados hasta un nivel menor que el límite permitido. En algunos casos se emplea una combinación de tendones esforzados y otros sin esforzar. Como la fuerza pretensora es menor, el tamaño del patín inferior, el cual es necesario principalmente para resistir la compresión que ocurre cuando la viga se encuentra en el estado descargado, puede reducirse o eliminarse completamente. Esto conduce a una significativa simplificación y reducción en el costo de las cimbras, así como la obtención de estructuras estéticamente mejores. Más aun, siendo más elásticos para el requerimiento de las tensiones en el concreto para cargas bajas de servicio, se obtendrá un mejoramiento significativo en las características de deflexión de

una viga. Podrá eludirse el problemático combeo hacia arriba del miembro durante el estado descargado, y la fuerza pretensora se seleccionará básicamente para producir la deflexión deseada para una condición de carga particular. El comportamiento de las vigas parcialmente presforzadas al sobrecargarse hasta la falla, tiende a ser superior que el de las vigas totalmente presforzadas, debido a que la mejor ductibilidad proporciona una amplia advertencia de peligro.

Un método de diseño más racional para vigas de concreto presforzadas se basa en el proporcionamiento de un miembro con la resistencia suficiente para resistir sobrecargas hipotéticas, las cuales se calculan mediante la aplicación de factores de sobrecarga mayores que la unidad a las cargas previstas de servicio. Después de que se han determinado las áreas requeridas de concreto y acero, puede especificarse una magnitud de fuerza pretensora tal que produzca un miembro con las características de carga de servicio deseadas.

El diseño de miembros estructurales basándose en los requerimientos de resistencia es atractivo

debido a que casi en todos los casos con excepciones muy poco frecuentes, las características más importantes de una estructura es su resistencia, la cual establece el grado de su seguridad incorporado en su diseño. Para miembros de concreto reforzado, los requisitos de resistencia por lo general proporcionan el punto de partida para dimensionamiento de las secciones transversales y la determinación de las áreas de acero. Sólo al final el diseño se revisa para que tenga condiciones satisfactorias de servicio, haciéndose referencia específica al agrietamiento y a la deflexión para niveles de carga de servicio.

Un método similar se presenta para el concreto presforzado, aunque se presentan algunas complicaciones. Para el concreto presforzado, por otra parte, el esfuerzo en el acero en la falla por flexión se encuentra en un valor  $f_{ps}$  que es por lo general menor que el esfuerzo resistente de tensión último  $f_{pu}$ . -- Puede ser mayor o menor que el esfuerzo nominal de -- fluencia  $f_{py}$ . El área de concreto en compresión, la cual es una función del esfuerzo en el acero al momento de la falla, no puede establecerse fácilmente al principio del proceso de diseño, de tal manera que el

brazo del par interno entre las resultantes de compresión y tensión es desconocido.

Sin embargo, para los casos práctico, se puede hallar una sección de concreto tentativa mediante la suposición de que el esfuerzo en el tendón a la falla es 0.9 veces la resistencia última  $f_{pu}$ . Se encontrará que un refinamiento será necesario solamente en los casos en que exista un porcentaje de acero inusualmente grande. Para secciones con patines, el brazo del par interno en la falla es muy cercano a la distancia existente entre el centroide del acero en tensión al punto medio del peralte del patín.

## PROCEDIMIENTO DE DISEÑO

1.- Hállese la resistencia última de flexión  $M_u$  requerida mediante la aplicación de factores de sobrecarga aplicados a las cargas muertas calculadas y a las cargas vivas de servicio. De acuerdo con las especificaciones usuales la resistencia nominal requerida del miembro es  $M_n = M_u / \phi$  donde  $\phi$  es un factor de reducción de capacidad igual a 0.90 para flexión.

2.- Se determina un peralte de acuerdo a la relación máxima de claro a peralte o basado en la experiencia.

3.- El brazo del par interno  $z$  se toma como la distancia que existe entre el centroide del acero y el punto medio del patín, o en el caso de una sección rectangular, igual a  $0.80 h$ .

4.- Se calcula el área requerida para el tendón tomando el esfuerzo del acero en la falla igual a  $0.90 f_{pu}$ .

$$A_p = \frac{M_n}{0.90 f_{pu} \cdot z} \text{-----} (37)$$

5.- Para fines de diseño se considera que la distribución de esfuerzos reales en el concreto se pueden reemplazar por un bloque rectangular equivalente de esfuerzos con una intensidad de esfuerzo uniforme de  $0.85 f'_c$ , el área requerida para la compresión en el concreto es:

$$A'_c = \frac{M_n}{0.85 f'_c \cdot z} \text{-----} (38)$$

Esto da el área requerida para el patín superior, después de considerar la contribución, si existiera alguna, del área del alma en compresión. La sección tentativa se modificará si fuera necesario.

6.- El ancho del alma puede escogerse ahora de los requerimientos de resistencia al corte o mediante la consideración de las necesidades prácticas de recubrimiento de los tendones y del resto del acero.

7.- La magnitud de la fuerza pretensora se escoge en forma tal de producir las condiciones de deflexión deseadas para el miembro. En lugar de otros requerimientos, por ejemplo, se puede seleccionar el criterio de la deflexión nula bajo el efecto combinado del presfuerzo y la carga muerta total. El concepto de balanceo de cargas es útil en la determinación de la fuerza pretensora requerida.

$$w_p = \frac{8 \cdot p \cdot y}{L^2}$$
$$P_e = \frac{w_p \cdot L^2}{8 \cdot y} \text{ ----- (39)}$$

8.- El refuerzo presforzado con adherencia, junto con las varillas no presforzadas empleadas para soportar los estribos, son por lo general suficientes para asegurar que las grietas bajo las cargas de servicio serán pequeñas y bien distribuidas. En algunos casos pueden adicionarse refuerzo no presforzado con la finalidad de controlar las grietas.

#### Ejemplo 2.10

Diseñar la viga de concreto parcialmente presforzada, para soportar una carga viva de servicio de 1,700 kg-m y una carga muerta sobrepuesta de 600 kg-m adicional a su peso propio, con un claro de 20m. La resistencia del concreto a los 28 días debe de ser  $350 \text{ kg/cm}^2$ . Se adoptará un diseño basado en la resistencia última con el requisito adicional de que la deflexión debe ser nula bajo la totalidad de la carga muerta de servicio.

#### Solución:

1.- Cálculo de las resistencias; última y nominal.

De acuerdo con las solicitaciones, se espera una viga de dimensiones pronunciadas.

∴ Se supone  $W_o = 1,680 \text{ kg/m}$ .

$$M_o = \frac{1}{8} (1,680) 400 = 84,000 \text{ kg-m.}$$

$$M_d = \frac{1}{8} (600) 400 = 30,000 \text{ kg-m.}$$

$$M_L = \frac{1}{8} (1,700) 400 = 85,000 \text{ kg-m.}$$

De acuerdo con el ACI, para la resistencia última

$$M_u = 1.4 (M_o + M_d) + 1.7 (M_L)$$

$$M_u = 1.4 (84,000 + 30,000) + 1.7 (85,000)$$

$$M_u = 304,100 \text{ kg-m.}$$

para la resistencia nominal

$$M_n = \frac{M_u}{\phi} = \frac{304,100}{0.90} = 337,888.90 \text{ kg-m.}$$

2.- Cálculo del peralte de la viga.

Peralte mínimo.

Según Guyon:

$$h > \frac{L}{25} + 4'' = \frac{2000}{25} + 10.16 = 90.16 \text{ cm.}$$

o bien el 70% del peralte necesario en concreto reforzado.

Peralte aproximado para concreto reforzado.

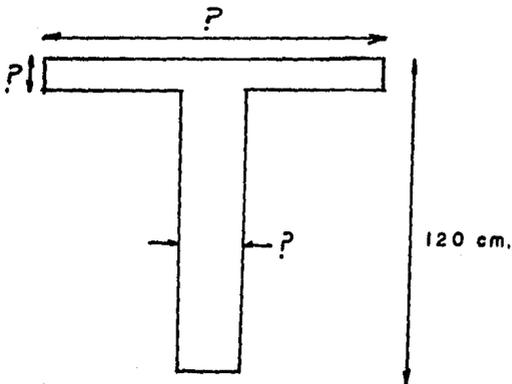
$$10\% L = 2.0 \text{ m.}$$

Peralte aproximado para concreto presforzado.

$$0.70 (2.0) = 1.4 \text{ m.}$$

$$\therefore h = 1.20 \text{ m.}$$

como la relación de  $M_o/M_T$  es grande, determinamos una sección T.



3.- Cálculo del brazo del par interno.

Con la finalidad de cumplir con el recubrimiento mínimo y la distancia apropiada entre tendones, el centroide del acero se ubicará a 20 cm. sobre la cara inferior de la viga en el centro del claro.

$$Z = 120 - 7.5 - 20 = 92.5 \text{ cm.}$$

4.- Cálculo del área requerida para el tendón.

Se utilizarán tendones de cables trenzados de  $f_{pu} = 17,577.5 \text{ kg/cm}^2$ .

$$A_p = \frac{337,888.90 (100)}{0.90(17,577.5)92.5} = 23.10 \text{ cm}^2.$$

si son tendones de 12 alambres de 0.6000 pulg de  $\emptyset$  cada uno.

$$A_{\text{alamb.}} = \frac{\pi}{4} (1.524)^2 = 1.82 \text{ cm}^2$$

$$A_T = 12 (1.82) = 22 \text{ cm}^2.$$

5.- Cálculo del área de concreto en compresión.

(área del patín en compresión)

$$A'_c = \frac{337,888.90 (100)}{0.85 (350) 92.5} = 1,227.85 \text{ cm}^2.$$

6.- Cálculo del alma y de la sección.

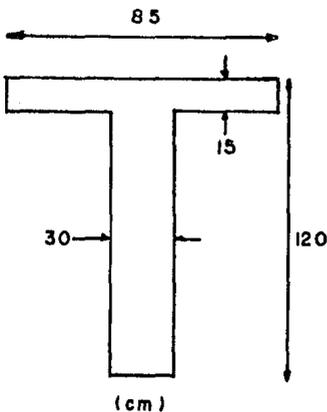
Para cumplir con el recubrimiento mínimo en la cara inferior, el espesor del alma la determinamos de

$$b_w = 30 \text{ cm.}$$

si el espesor del patín es de  $h_f = 15 \text{ cm}$ .

$$b = \frac{1,228}{15} = 81.86 \approx 82 \text{ cm.}$$

$$b = 85 \text{ cm.}$$



$$c.g.c. = 69.79 \text{ cm.}$$

$$A_c = 4,425.00 \text{ cm}^2$$

$$I = 6,185,426.40 \text{ cm}^4$$

$$R^2 = 1,398 \text{ cm}^2$$

$$C_2 = 69.79 \quad C_1 = 50.21$$

$$k_2 = 27.84 \quad k_1 = 20.03 \text{ cm}$$

$$S_1 = 123,191.12 \text{ cm}^3$$

$$S_2 = 88,629.12 \text{ cm}^3$$

$$W_o = 1,062.00 \text{ kg/m.}$$

$$M_o = 53,100.0 \text{ kg-m.}$$

$$M_u = 260,840.00 \text{ kg-m.}$$

$$M_n = 289,822.22 \text{ kg-m.}$$

la profundidad del bloque de esfuerzos.

$$A'_c = 1,053.18 \text{ cm}^2.$$

$$a = \frac{1,053.18}{85} = 12.39 \text{ cm.}$$

∴ el brazo del par interno real vale:

$$Z = 120 - 20 - \frac{12.39}{2} = 93.80 \text{ cm.}$$

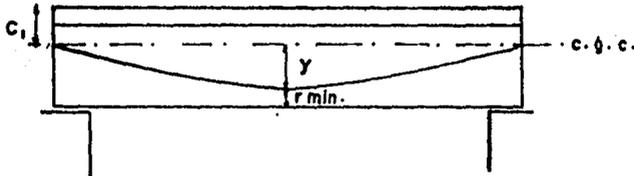
$$A_p = 19.53 \text{ cm}^2$$

se utilizará un tendón de 12 alambres, como antes.

7.- Cálculo de la fuerza pretensora. Ec. 29

Para la totalidad de la carga muerta y con tendones parabólicos con una flecha de:

$$y = h - r_{\min} - C_i$$



$$y = 120 - 20 - 50.21 = 49.79 \text{ cm.}$$

$$W_p = W_o + W_d = 1,662.00 \text{ kg/m.}$$

$$P_e = \frac{1,662 (20)^2}{8 (0.4979)} = 166,900.98 \text{ kg.}$$

$$P_i = \frac{166,900.98}{0.80} = 208,626.23 \text{ kg.}$$

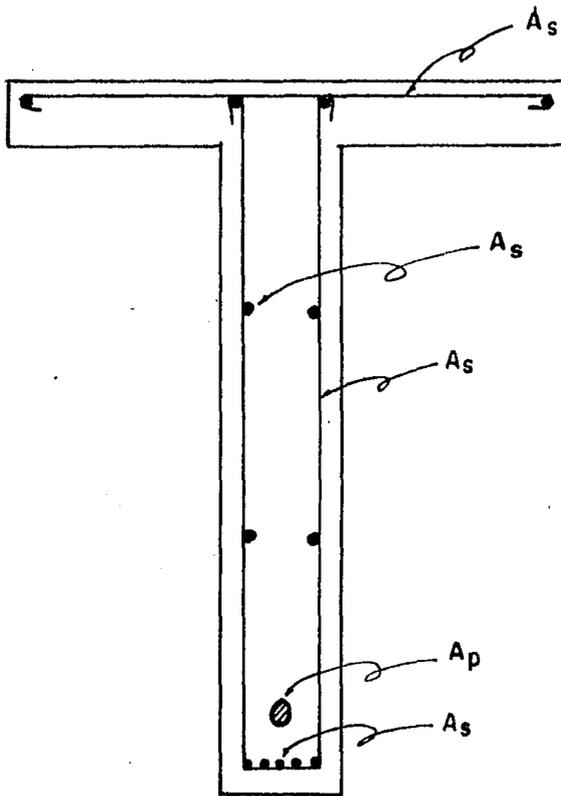
para evitar el agrietamiento antes y después del postensado, se aplicarán varillas sin presforzar en una cantidad igual a:

0.20% del  $A_c$

$$A'_s = 0.0020 (4,425) = 8.85 \text{ cm}^2.$$

se adicionan 13 varillas de 3/8"  $\emptyset$  (No. 3)

$$A_{\text{varill}} = 13 (0.71) = 9.23 \text{ cm}^2.$$



Sección Transversal Del Ejemplo 2.10 .

## 2.7 REVISION DE LAS SECCIONES BAJO FLEXION

La mayoría de los autores denominan a la revisión de una sección, análisis, por motivo que en el análisis o revisión de una sección, las dimensiones del acero y del concreto, así como la magnitud y línea de acción de la fuerza efectiva pretensora son generalmente conocidas. Si se dan las cargas, es posible que se desee calcular los esfuerzos resultantes y compararlos con los respectivos esfuerzos permisibles. Alternativamente, si se conocen los esfuerzos permisibles, es posible calcular las máximas cargas que pueden tomarse sin exceder los esfuerzos permisibles o su resistencia última. Para resistencia conocidas del material, puede calcularse la capacidad del miembro para cualquier carga y el factor de seguridad contra el colapso.

### 2.7.1 REVISION POR ESFUERZOS PERMISIBLES.

Los esfuerzos en el concreto pueden hallarse usando conocidas ecuaciones, basadas en el comportamiento elásticos. Siempre que la viga permanezca sin agrietarse, y que tanto el concreto como el acero sean esforzados dentro de los rangos elásticos. Ver fig. 2.25. Si el miembro se sujeta unicamente a la

fuerza pretensora inicial  $P_i$ , los esfuerzos en el con  
creto son:

$$f_1 = -\frac{P_i}{A_c} + \frac{P_i \cdot e \cdot C_1}{I_c} \text{ ----- (40)}$$

$$f_2 = -\frac{P_i}{A_c} - \frac{P_i \cdot e \cdot C_2}{I_c} \text{ ----- (41)}$$

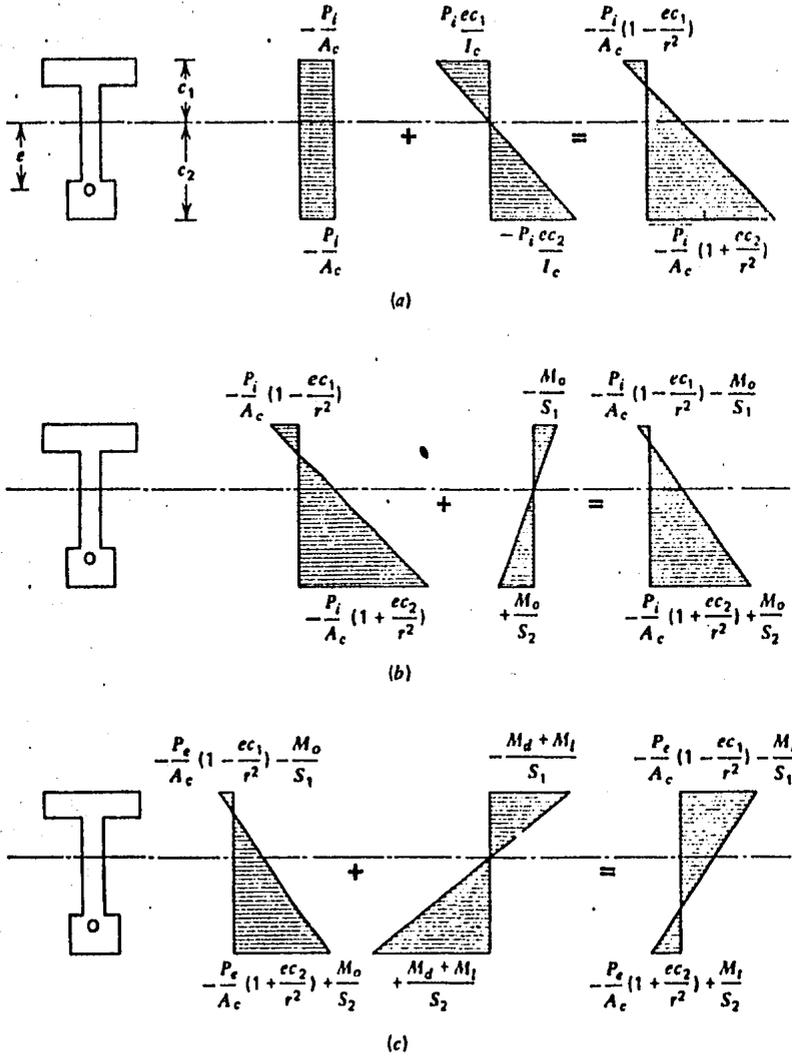
- donde:  $e$  Excentricidad del tendón.  
 $A_c$  Area transversal del concreto.  
 $I_c$  Momento de Inercia.  
 $C_1, C_2$  Distancia del centroide del concreto  
a la superficie.

sustituyendo el radio de giro  $r^2 = I_c/A_c$  en las ecua  
ciones:

$$f_1 = -\frac{P_i}{A_c} \left(1 - \frac{e \cdot C_1}{r^2}\right)$$

$$f_2 = -\frac{P_i}{A_c} \left(1 + \frac{e \cdot C_2}{r^2}\right)$$

Cuando actúa el peso propio de la viga, cau-  
sa un momento  $M_o$  que se superpone inmediatamente a --



**Figura 2.25** Esfuerzos elásticos en una viga presfuerzada sin agrietar. (a) Efecto del presfuerzo inicial. (b) Efecto del presfuerzo inicial más el peso propio. (c) Efecto del presfuerzo final más carga de servicio total.

los esfuerzos provocados por  $P_i$ . Consecuentemente, - en el estado inicial de carga, inmediatamente después de la transferencia de la fuerza pretensora, los esfuerzos reales en el concreto en las superficies superior e inferior valen:

$$f_1 = -\frac{P_i}{A_c} \left(1 - \frac{e \cdot C_1}{r^2}\right) - \frac{M_0}{S_1} \text{ ----- (42)}$$

$$f_2 = -\frac{P_i}{A_c} \left(1 + \frac{e \cdot C_2}{r^2}\right) + \frac{M_0}{S_2} \text{ ----- (43)}$$

donde:  $S_1, S_2$ .- Son los módulos de sección con respecto a la superficie superior e inferior de la viga.

$$S_1 = I_c / C_1, \quad S_2 = I_c / C_2$$

El siguiente estado de carga de interés es - el estado correspondiente a la totalidad de las cargas de servicio y hallan ocurrido la mayor parte de las pérdidas del presfuerzo.

$$f_1 = -\frac{P_e}{A_c} \left(1 - \frac{e \cdot C_1}{r^2}\right) - \frac{M_T}{S_1} \quad \text{-----} \quad (44)$$

$$f_2 = -\frac{P_e}{A_c} \left(1 + \frac{e \cdot C_2}{r^2}\right) + \frac{M_T}{S_2} \quad \text{-----} \quad (45)$$

donde:  $M_T$  Momento total,  $M_T = M_o + M_d + M_L$

$M_d$  Momento de carga muerta superpuesta

$M_L$  Momento de carga viva

$M_o$  Momento de peso propio

Los valores de los esfuerzos obtenidos mediante las fórmulas de cada una de las etapas descritas anteriormente, deben ser menores que los valores permisibles correspondientes a cada etapa o estado de carga.

#### Ejemplo 2.11

Revisar el ejemplo 2.8 mediante los esfuerzos permisibles.

Solución:

La revisión la realizaremos para los 2 estados de carga más importantes:

para el estado cuando sólo actúa el presfuerzo inicial y el peso propio. Ecs. 42 y 43.

$$f_1 = - \frac{113,618.90}{1,689.50} \left( 1 - \frac{26.39(40)}{673.48} \right) - \frac{7298.64(100)}{28,446.00}$$

$$f_2 = - \frac{113,618.90}{1,689.50} \left( 1 + \frac{26.39(40)}{673.48} \right) + \frac{7298.64(100)}{28,446.00}$$

$$f_1 = 12.49 \text{ kg/cm}^2 \leq f_{ti} = 12.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_2 = -146.99 \text{ kg/cm}^2 \leq f_{ci} = +147.00 \text{ kg/cm}^2$$

para el estado donde actúan el presfuerzo efectivo y las cargas totales de servicio. Ec. 44 y 45.

$$f_1 = - \frac{90,895.12}{1,689.50} \left( 1 - \frac{26.39(40)}{673.48} \right) - \frac{47474.64(100)}{28,446}$$

$$f_2 = - \frac{90,895.12}{1,689.50} \left( 1 + \frac{26.39(40)}{673.48} \right) + \frac{47474.64(100)}{28,446}$$

$$f_1 = - 136.37 \leq f_{cs} = - 157.5 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_2 = 28.77 \leq f_{ts} = 30 \text{ kg/cm}^2$$

Los resultados indican, que el diseño es ade  
cuado.

## 2.7.2 REVISION DE LAS SECCIONES MEDIANTE EL ANALI- SIS DE COMPATIBILIDAD DE DEFORMACIONES.

En la figura 2.26 se muestran las deformacio  
nes y los esfuerzos en el concreto y en el acero bajo  
niveles de carga de interés.

Cuando se encuentra actuando la fuerza efec-  
tiva de presfuerzo  $P_e$  sola, y después de que hallan -  
ocurrido todas las pérdidas, el esfuerzo en el acero  
y la deformación asociada son, respectivamente:

$$f_{pe} = \frac{P_e}{A_p}$$

$$\epsilon_1 = \epsilon_{pe} = \frac{f_{pe}}{E_p} \text{ ----- (46)}$$

Es útil considerar un nivel de carga interme  
dio, correspondiente a la descompresión del concreto  
al nivel del centroide de acero. Suponiendo que la -

adherencia permanece intacta entre el concreto y el acero, el incremento de la deformación en el acero -- producida a medida que las cargas pasan del nivel (1) al nivel (2) es el mismo que la disminución en la deformación del concreto. Este incremento viene dado -- por la expresión:

$$\epsilon_2 = \frac{P_e}{A_c \cdot E_c} \left( 1 + \frac{e^2}{r^2} \right) \text{-----} (47)$$

Cuando el miembro se sobrecarga hasta el nivel de falla (3), el eje neutro está a la distancia  $a$  por debajo de la parte superior de la viga. El incremento en la deformación es:

$$\epsilon_3 = \epsilon_{cu} \left( \frac{d - c}{c} \right) \text{-----} (48)$$

La deformación total del acero en la falla --  $\epsilon_{ps}$  es la suma de las tres componentes recién encontradas en las ecuaciones 46, 47, 48.

$$\epsilon_{ps} = \epsilon_1 + \epsilon_2 + \epsilon_3 \text{-----} (49)$$

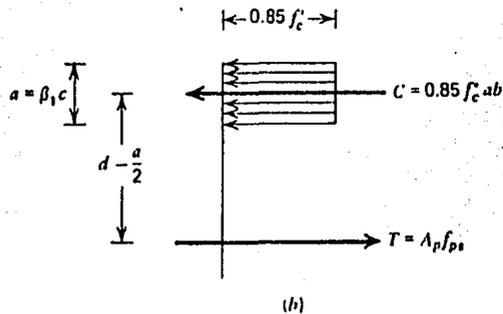
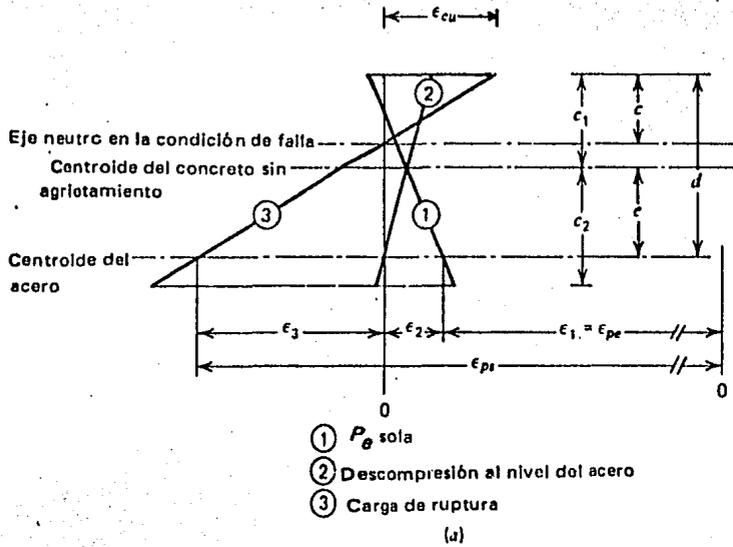


Figura 2.26 Deformaciones y esfuerzos a medida que la carga de la viga se incrementa hasta la falla. (a) Deformaciones en el concreto y en el acero. (b) Distribución equivalente de esfuerzos en el concreto en la falla.

y el correspondiente esfuerzo de el acero en la falla es:

$$f_{ps} = E_p \cdot \epsilon_{ps} \text{ ----- (50)}$$

La profundidad del bloque de esfuerzos de -- compresión en la falla se puede hallar de la condi--- ción de equilibrio que establece  $C = T$ . Para una vi ga en la cual la zona de compresión es de un ancho -- constante  $b$ .

$$0.85 f'_c \cdot \alpha \cdot b = A_p \cdot f_{ps}$$

resolviendo esta ecuación para la profundidad del blo que de esfuerzo se tiene.

$$\alpha = \frac{A_p f_{ps}}{0.85 f'_c \cdot b} = \beta_1 \cdot c \text{ ----- (51)}$$

El momento resistente en la falla es el pro- ducto de la fuerza de tensión (o compresión) por el - brazo del par interno. Para un miembro que tenga una zona de compresión de ancho constante, la resistencia nominal a la flexión es:

$$M_n = A_p f_{ps} \left( d - \frac{a}{2} \right) \text{-----} (52)$$

PROCEDIMIENTO:

1.- Supóngase un valor razonable para el esfuerzo en el acero  $f_{ps}$  en el momento de falla, y obténgase de la correspondiente curva de esfuerzo-deformación del acero el valor de la deformación correspondiente a la falla  $\epsilon_{ps}$ .

2.- Cálculase la profundidad  $c$  real del eje neutro, basándose en aquel esfuerzo del acero, usando la ecuación (51) y la condición de equilibrio horizontal.

3.- Cálculase el incremento en la deformación  $\epsilon_3$  de la ecuación (48) y añádase este valor a las deformaciones antes halladas, tal como indica la ecuación (49).

4.- Si la deformación hallada con la ecuación (49), difiere grandemente de la supuesta deformación en la falla propuesta en el paso (1), verifique tal suposición y repítanse los pasos (1) a (3) hasta que

se obtenga una congruencia en los resultados.

5.- Con los valores de  $\alpha$  y  $f_{ps}$  ahora conocidos, calcúlese el momento de flexión último mediante la ecuación (52).

El método que se acaba de describir es aplicable para las vigas en que el ancho de la zona de -- compresión en la falla es constantes. O sea que se aplica a vigas de sección rectangular y también a vigas de sección T o I para las cuales el bloque de esfuerzos tenga una profundidad  $\alpha$  menor que el espesor del patín a compresión o igual a él. Este es a menudo el caso que ocurre en la práctica.

Para aquellas vigas de sección T o I, en -- las que el bloque de esfuerzos tenga una profundidad mayor que el espesor del patín, las ecuaciones (51) y (52) no son correctas debido a la forma irregular de la zona de compresión. Sin embargo, la profundidad  $\alpha$  se puede encontrar facilmente basándose en el hecho -- de que la zona de compresión, cuando es esforzado uni formemente con el valor  $0.85 f'_c$  debe proporcionar una fuerza igual a la fuerza de tensión  $A_p f_{ps}$ . El momeno

to resistente último se puede hallar tomando el brazo de par interno igual a la distancia desde el centroide del acero hasta el centroide de la zona de compresión de forma irregular.

### Ejemplo 2.12

Revisión de la sección del ejemplo 2.8, mediante el análisis de compatibilidad de deformaciones.

Solución:

1.- Obtención de la deformación en la falla  $\epsilon_{ps}$ .

$$P_i = 113,618.90 \text{ kg.}$$

$$P_e = 0.80 (113,618.90) = 90,895.12 \text{ kg.}$$

$$M_T = 47,474.64 \text{ kg-m.} \quad A_c = 1,689.50 \text{ cm}^2$$

$$e = 26.39 \text{ cm.} \quad r^2 = 673.48 \text{ cm}^2$$

$$E_c = \frac{6 \times 10^6}{1 + (2000/f'_c)} = \frac{6 \times 10^6}{1 + (2000/4977.95)} =$$

$$4'280,298.40 \text{ lg/pulg}^2 = 300,947.78 \text{ kg/cm}^2$$

si se emplean tendones de 7 alambres de  $\frac{1}{2}$ "  $\emptyset$

$$A = 1.27 \text{ cm}^2 \text{ c/u, de grado 250 (} f_{pu} =$$

$$17,577.5 \text{ kg/cm}^2)$$

$$A_p = 7(1.27) = 8.89 \text{ cm}^2$$

$$f_{pe} = \frac{90,895.12}{8.89} = 10,224.42 \text{ kg/cm}^2$$

$$\epsilon_{pe} = \frac{f_{pe}}{E_p} = \frac{10,224.42}{1,898,370} = 0.0054$$

$$\epsilon_1 = \epsilon_{pe} = 0.0054$$

el incremento en la deformación del acero en el estado de descompresión:

$$\epsilon_2 = \frac{P_e}{A_c E_c} \left(1 + \frac{e^2}{r^2}\right)$$

$$\epsilon_2 = \frac{90,895.12}{1689.50(300,947.78)} \left(1 + \frac{(26.39)^2}{673.48}\right)$$

$$\epsilon_2 = 0.00036$$

suponemos que el esfuerzo en el acero a la -  
falla:

$$f_{ps} = 0.80 f_{pu} = 14,062 \text{ kg/cm}^2$$

de la figura 2.13:

$$\text{se obtiene } \epsilon_{ps} = 0.007$$

- 2.- Cálculo de la profundidad del eje neutro. Ec. 51.

Profundidad del bloque de esfuerzos.

$$a = \frac{A_p \cdot f_{ps}}{0.85 f'_c \cdot b}$$
$$= \frac{8.89(14,062)}{0.85(350)30} = 14 \text{ cm.}$$

ubicación del eje neutro.

$$a = \beta_1 \cdot c$$

$$c = \frac{14}{0.85} = 16.47 \text{ cm.}$$

- 3.- Cálculo del incremento en la deformación  $\epsilon_3$ . Ec. 48. cuando la viga pasa del estado de -- descompresión al estado de falla:

$$\epsilon_3 = \epsilon_{cu} \frac{d - c}{c}$$
$$d = h - (C_2 - e)$$
$$= 80 - (40 - 26.39) =$$
$$66.39 \text{ cm.}$$

La deformación última del concreto  $\epsilon_{cu} = 0.0030$

$$\epsilon_3 = 0.0030 \left( \frac{66.39 - 16.47}{16.47} \right) = 0.0091$$

La deformación tentativa en la falla es:

$$\epsilon_{ps} = 0.0054 + 0.00036 + 0.0091 = 0.01486$$

Resulta ser mayor que la obtenida de la supo  
sición de  $f_{ps}$ .

$$0.007 < 0.01486$$

∴ se supone un nuevo valor de  $f_{ps}$  mayor y  
se obtiene un nuevo valor de  $\epsilon_{ps}$  de la  
figura 2.13:

$$\text{Si, } f_{ps} = 14,940.875 \text{ kg/cm}^2$$

entonces:

$$\epsilon = 0.009$$

$$\alpha = 14 \left( \frac{14,940.87}{14,062} \right) = 14.875 \text{ cm.}$$

$$c = \frac{14.875}{0.85} = 17.5 \text{ cm.}$$

$$\epsilon_s = 0.003 \left( \frac{66.39 - 17.5}{17.5} \right) = 0.00838$$

$$\epsilon_{ps} = 0.0054 + 0.00036 + 0.00838 = 0.01414$$

$$0.009 \doteq 0.014$$

5.- Cálculo del momento flexionante último. Ec. 52.

$$M_n = 8.89 (14,940.86) \left( 66.39 - \frac{14.86}{2} \right)$$

$$M_n = 78,313.17 \text{ kg-m.}$$

### 2.7.3 REVISION DE LAS SECCIONES MEDIANTE LAS ECUACIONES DEL ACI PARA RESISTENCIA A LA FLEXION.

De acuerdo con el código ACI, se puede determinar aproximadamente la resistencia última de un miembro de concreto presforzado sujeto a flexión, ba-

jo ciertas limitaciones.

De acuerdo con el código del ACI, siempre -- que el esfuerzo efectivo en el acero  $f_{pe}$  no sea menor que  $0.50 f_{pu}$ , es el esfuerzo en el acero a la falla - se puede tomar igual a:

a. Para tendones adheridos

$$f_{ps} = f_{pu} \left( 1 - 0.5p_p \frac{f_{pu}}{f'_c} \right) \text{ ----- (53)}$$

b. Para tendones no adheridos

$$f_{ps} = f_{pe} + 10,000 + \frac{f'_c}{100 p_p} \text{ ----- (54)}$$

Pero en ningún caso mayor que  $f_{py}$  o  $(f_{pe} + 60,000)$ .

El porcentaje de acero de presfuerzo  $p_p$  es igual a:

$$p_p = \frac{A_p}{bd} \text{ ----- (55)}$$

donde  $b$  es el ancho de la cara a compresión de la viga. Puede suponerse que las varillas de refuerzo - no presforzadas actúan a su esfuerzo de fluencia.

Para vigas de sección transversal rectangular o para vigas de sección T o I en las cuales que la profundidad del bloque de esfuerzos cae dentro del patín a compresión, la resistencia nominal a las flexiones es:

$$M_n = A_p f_{ps} \left( d - \frac{a}{2} \right) \text{ ----- (56)}$$

y

$$a = \frac{A_p f_{ps}}{0.85 f'_c b} \text{ ----- (57)}$$

Para fines de diseño, de acuerdo con el código, esta resistencia nominal debe de multiplicarse -- por un factor de reducción de resistencia  $\phi$  para obtener la resistencia de diseño.

$$\phi M_n = \phi A_p f_{ps} \left( d - \frac{a}{2} \right) \text{ ----- (58)}$$

donde:  $\phi = 0.90$  para flexión.

Para miembros con patines tales como las vigas I y T, en las cuales la profundidad del bloque de esfuerzos es más grande que el espesor del patín, de acuerdo con los comentarios de código, éste -

es generalmente el caso cuando el espesor del patín - es menor que:

$$1.4 \ d \rho_p \ f_{ps}' / f_c'$$

El área total de acero, por razones de cálculo, se divide en dos partes. La primera parte es el área  $A_{pf}$  que actúa bajo el esfuerzo  $f_{ps}'$ , y equilibra exactamente a la compresión en las porciones sobresalientes del patín:

$$A_{pf} = 0.85 \frac{f_c'}{f_{ps}'} (b - b_w) h_f \text{ ----- (59)}$$

y actúa con un brazo de palanca interno  $(d - (h_f/2))$ . Ver figura 2.27.

La parte restante del área de acero  $A_{pw}$  viene aparejada con la compresión en el alma.

$$A_{pw} = A_p - A_{pf} \text{ ----- (60)}$$

y la profundidad del bloque de esfuerzos es:

$$\alpha = \frac{A_{pw} f_{ps}}{0.85 f'_c b_w} \text{ ----- (61)}$$

El brazo del par interno para esta parte del momento es  $(d - (\alpha/2))$ .

El momento total resistente en la falla se halla sumando las dos partes, entonces:

$$M_n = A_{pw} f_{ps} \left(d - \frac{\alpha}{2}\right) + A_{pf} f_{ps} \left(d - \frac{h_f}{2}\right) \text{ ----- (62)}$$

Y para fines de diseño, como es usual, la resistencia a la flexión se supone igual a  $\phi M_n$ .

Si el índice de refuerzo es:

$$\rho_p \frac{f_{ps}}{f'_c} \text{ ----- (63)}$$

sobrepasa 0.30, se ha encontrado que las ecuaciones no se correlacionan bien con las pruebas. En consecuencia, para tales casos el código da expresiones alternativas para el momento último. Para vigas rectangulares, o para aquellas en las que la profundidad --

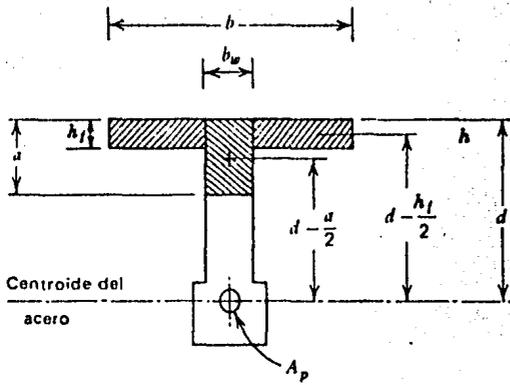


Figura 2.27 División de la zona de compresión en una viga con patín para el cálculo del momento resistente último.

del bloque de esfuerzos es menor o igual que el espesor del patín:

$$M_n = 0.25 f'_c b d^2 \text{ ----- (64)}$$

y para secciones con patines en las que la profundidad del bloque de esfuerzos es mayor que el espesor del patín:

$$M_n = 0.25 f'_c b_w d^2 + 0.85 f'_c (b - b_w) \cdot h_f \left( d - \frac{h_f}{2} \right) \text{ ----- (65)}$$

En cualquier caso, la resistencia de diseño deberá tomarse igual a  $\phi M_n$ .

Como una medida de precaución en contra de una falla abrupta resultante de la rotura del acero de presfuerzo inmediatamente después del agrietamiento, el código especifica que el momento resistente último sea por lo menos 1.2 veces el momento de agrietamiento.

Ejemplo 2.13

Determinar la capacidad de momento último de la viga del ejemplo 2.9, mediante las ecuaciones aproximadas del ACI.

Solución:

$$P_i = 121,050.00 \text{ kg.} \quad A_c = 1,800.00 \text{ cm}^2$$

$$P_e = 96,840.00 \text{ kg.} \quad h_f = 15 \text{ cm. } b_w = 15 \text{ cm}$$

$$e = 21.16 \text{ cm.} \quad b = 35 \text{ cm. } d = 61.16 \text{ cm}$$

si se emplean tendones de 7 alambres de  $\frac{1}{2}$ "  $\emptyset$  con  $A = 1.27 \text{ cm}^2$  c/u, de grado 250 ( $17,577.5 \text{ kg/cm}^2$ ).

$$A_p = 7(1.27) = 8.89 \text{ cm}^2$$

$$f_{pe} = \frac{P_e}{A_p} = \frac{96,840}{8.89} = 10,893.14 \text{ kg/cm}^2$$

relación de presfuerzo efectivo a la resistencia última del acero:

$$\frac{f_{pe}}{f_{pu}} = \frac{10,893.14}{17,577.5} = 0.62 > 0.5$$

∴ el esfuerzo en el acero a la falla es igual a la Ec. 54.

$$p_p = \frac{A_p}{bd} = \frac{8.89}{35(61.16)} = 0.00415$$

$$f_{ps} = 10,893.14 + 10,000 + \frac{350}{100(0.00415)} = 21,736.51 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{ps} < \begin{cases} f_{py} = 213,000 \text{ lb/pulg}^2 = 14,976.03 \text{ kg/cm}^2 \\ f_{pe} + 60,000 = 214,930.17 \text{ lb/pulg}^2 = 15,111.74 \text{ kg/cm}^2 \end{cases}$$

$$\therefore f_{ps} = 14,976.03 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo del índice de refuerzo. Ec. 63

$$0.00415 \left( \frac{14,976.03}{350} \right) = 0.18$$

$$0.18 < 0.30$$

∴ la viga se considera sobreforzada, y se puede usar tanto la ecuación (56) como la (62).

Para determinar cual de las dos se debe tomar, aplicar la ecuación:

$$1.4 d_p \frac{f_{ps}}{f'_c} = 1.4(61.16)0.00415 \left( \frac{14,976.03}{350} \right)$$
$$= 15.20 \text{ cm.}$$

como el patín resulta menor de 15.20, entonces:

el área de acero del patín vale. Ec. 59.

$$A_{pf} = 0.85 \left( \frac{350}{14,976.03} \right) (35 - 15) 15$$
$$= 5.96 \text{ cm}^2$$

de la Ec. 60 el área de acero del alma es:

$$A_{pw} = 8.89 - 5.96 = 2.93 \text{ cm}^2$$

de la Ec. 61. La profundidad del bloque de esfuerzos es:

$$a = \frac{2.93 (14,976.03)}{0.85 (350) 15} = 9.33 \text{ cm.}$$

de la Ec. 62, la resistencia nominal a la flexión vale.

$$M_n = 2.93(14,976.03)\left(61.16 - \frac{9.33}{2}\right) + 5.96$$
$$(14,976.03)\left(61.16 - \frac{7.5}{2}\right)$$

$$M_n = 72,681.26 \text{ kg-m.}$$

$$\phi M_n = 0.90 (76,032.40) = 68,429.16 \text{ kg-m.}$$

#### 2.7.4 REVISION DE LAS SECCIONES MEDIANTE EL MOMENTO DE AGRIETAMIENTO BAJO FLEXION.

A menos de que la viga se halla agrietado antes de la aplicación de las cargas debido a la contracción u otras causas durante la construcción, no existe una modificación substancial en el comportamiento hasta la carga de descompresión, en donde la compresión, en la parte inferior del miembro se reduce a cero. El esfuerzo en el acero continúa incrementándose poco a poco y en forma lineal hasta que se alcanza la carga de agrietamiento. Bajo ésta carga, ocurre un súbito incremento en el esfuerzo del acero, a medida en que la tensión que era tomada por el concreto se transfiere al acero. En una viga con agrieta--

miento previo o que halla sido colada en diversos segmentos, la curva cambia de pendiente en la carga de -descompresión tal como se muestra en la figura 2.28.

Después del agrietamiento, el esfuerzo en el acero se incrementa mucho más rápidamente que antes. Después de alcanzado el esfuerzo de fluencia  $f_{py}$ , el acero se deforma desproporcionalmente, pero soporta -crecientes esfuerzos debido a la forma de su curva es fuerza-deformación, y a la curva esfuerzo vs. carga -continúa hacia arriba reduciendo gradualmente su pendiente. El esfuerzo del acero en la falla  $f_{ps}$  puede ser igual a la resistencia última de tensión  $f_{pu}$ , pe ro por lo general se encuentra algo por debajo de ese valor, dependiendo de la geometría de la viga, la pro porción de acero, y de las propiedades de los materiales.

La carga de agrietamiento representa el lími te de validez de aquellas ecuaciones para los esfuerzos elásticos en el concreto que se basan en una sección transversal homogénea. A pesar que en el pasado se ha sobreestimado la importancia del agrietamiento puede ser necesaria la predicción de la carga de agrie

tamiento por cualquiera de las siguientes razones:

- 1.- La deflexión es afectada por la reducción en la rigidez a la flexión que acompaña el agrietamiento.
- 2.- Después de que se agrieta la viga, el acero de presfuerzo es más vulnerable a la corrosión.
- 3.- El agrietamiento reduce la resistencia por fatiga de las vigas debido a los mayores niveles de esfuerzo experimentado por el acero de presfuerzo cerca de las grietas.
- 4.- Las grietas pueden ser estéticamente objetables en algunos casos.
- 5.- En el caso de recipientes que contienen líquidos, después del agrietamiento las fugas aumentan su posibilidad de ocurrencia.

El momento que produce el agrietamiento, para hallarse fácilmente, para una viga típica, escribiendo la ecuación para el esfuerzo en el concreto en

la cara inferior, basándose en la sección homogénea, e igualándolo al módulo de ruptura

$$f_2 = - \frac{P e}{A_c} \left( 1 + \frac{e C_2}{r^2} \right) + \frac{M_{cr}}{S_2} = f'_r$$

En la cual  $M_{cr}$  es el momento total de agrietamiento - (incluyendo al momento debido al peso propio y al de las cargas muertas y vivas sobrepuestas) y  $f'_r$  es el - módulo de ruptura. Trasponiendo términos de la ecuación se obtiene.

$$\frac{M_{cr}}{S_2} = f'_r + \frac{P e}{A_c} \left( 1 + \frac{e C_2}{r^2} \right)$$

La cual establece simplemente que el cambio en el esfuerzo de la cara inferior al aplicarse el momento de agrietamiento debe ser tal que venza a la precompresión inicial debida al presfuerzo e introduzca un esfuerzo de tensión justamente igual al módulo de ruptura. Esto se muestra en la figura 2.29.

Despejando a  $M_{cr}$  :

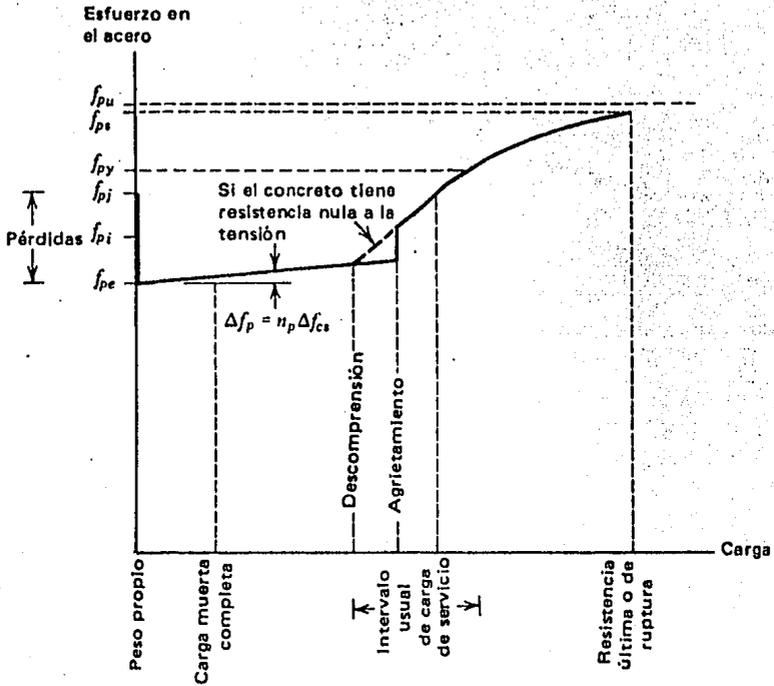


Figura 2.28 Variación del esfuerzo en el acero con la carga en una viga pretensada.

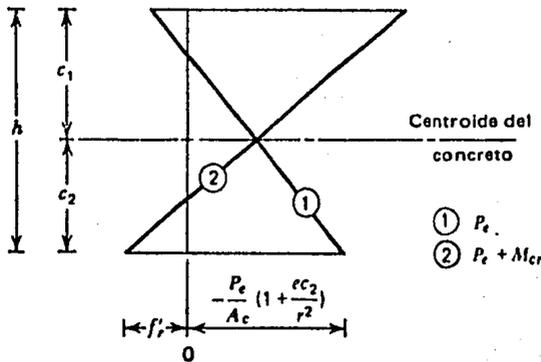


Figura 2.29 Cambio en los esfuerzos del concreto al aplicarse el momento de agrietamiento.

como  $S_2 = I_c / C_2$

entonces:

$$M_{cr} = f_r' S_2 + P_e \left( \frac{r^2}{C_2} + e \right) \text{ ----- (66)}$$

Resulta conveniente establecer el factor de seguridad contra el agrietamiento, el cual generalmente se establece con respecto al momento de flexión -- por carga viva.

$$M_{cr} = M_o + M_d + F_{cr} M_L$$

donde  $F_{cr}$  - Factor de seguridad por agrietamiento.

entonces:

$$F_{cr} = \frac{M_{cr} - M_o - M_d}{M_L} \text{ ----- (67)}$$

#### Ejemplo 2.14

Revisar el ejemplo 2.9 mediante el momento - de agrietamiento bajo flexión.

Solución:

$$M_T = 47,952 \text{ kg-m} , \quad M_L = 26,784 \text{ kg-m}$$

$$M_o = 7,776 \text{ kg-m} ,$$

$$M_d = 13,392 \text{ kg-m.}$$

$$P_i = 121,050.00 \text{ kg.} \quad e = 21.16 \text{ cm.}$$

$$P_e = 96,840.00 \text{ kg.} \quad r^2 = 713.89 \text{ cm}^2$$

$$C = 40 \text{ cm.}$$

$$S = 32,125.00 \text{ cm}^3$$

Módulo de ruptura

E.E.U.U.

S. I.

$$6\sqrt{f'_c}$$

$$0.5 \sqrt{f'_c}$$

$$1 \text{ N/mm}^2 = 10.1937 \text{ kg/cm}^2$$

$$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2 = 34,335 \text{ N/mm}^2$$

$$f'_r = 2.93 \text{ N/mm}^2 = 29.87 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo del momento de agrietamiento  $M_{cr}$ . Ec.

(66).

$$M_{cr} = 29.87(32,125) + 96,840 \left( \frac{713.89}{40} + 21.16 \right) =$$

$$M_{cr} = 47,370.36 \text{ kg-m.}$$

$$M_{cr} < M_T$$

∴ la sección se agrietará bajo cargas de servicio, y se cuenta con un factor de seguridad al agrietamiento igual a:

$$\text{Ec. 67} \quad f_{cr} = \frac{47,370.36 - 7,776 - 13,392}{26,784} = 0.98$$

$$f_{cr} = 0.98$$

#### 2.7.5 REVISION DE UNA VIGA PARCIALMENTE PRESFORZADA DESPUES DEL AGRIETAMIENTO.

Bajo el estado de la totalidad de las cargas de servicio, las vigas parcialmente presforzadas se agrietan, aunque por lo general los esfuerzos en el concreto y los esfuerzos en el acero permanecen dentro del rango elástico. Mientras que los esfuerzos bajo cargas de servicio en secciones agrietadas pueden, en forma apropiada, considerarse de poca importancia (en comparación con la resistencia y seguridad del miembro) si éste tuviera que sobrecargarse, el cálculo de los esfuerzos puede requerirse por varias razones:

- 1.- Para los miembros presforzados, los anchos de las grietas bajo cargas de servicio se relacionan con el incremento en el esfuerzo del acero después de pasar el estado de descompresión del concreto; en consecuencia, se deben conocer, el esfuerzo en el acero bajo cargas de servicio, así como los esfuerzos en la descompresión.
- 2.- Un cálculo exacto de las deflexiones tanto elásticas como por escurrimiento plástico bajo cargas de servicio requiere que las curvaturas se basen en distribuciones de esfuerzo-deformación reales, no nominales.
- 3.- Si la fatiga es un factor en el diseño, se necesita determinar los rangos de esfuerzos reales tanto en el concreto como en el acero.
- 4.- Puede ser necesario calcular los esfuerzos en la sección agrietada para demostrar su conformidad con los códigos de diseño.

En el caso de una viga de concreto reforzado, el cálculo de los esfuerzos en una sección agrietada

es una tarea sencilla. En las vigas de concreto presforzado agrietadas, las cosas se complican. La ubicación del eje neutro y las propiedades de la sección efectiva dependen no sólo de la geometría de la sección transversal y de las propiedades del material, como en las vigas de concreto reforzado, sino también de la fuerza pretensora axial y de la carga. La fuerza axial no es constante después del agrietamiento, sino que depende de la carga y de las propiedades de la sección.

La sección transversal efectiva de una viga parcialmente presforzada típica bajo cargas de servicio se muestra en la figura 2.30. El miembro que se muestra incluye tanto acero presforzado de área  $A_p$ , como varillas de refuerzo sin presfuerzo de área  $A_s$ , como usualmente es el caso. Se supone que el miembro se ha agrietado, que tanto el concreto como el acero se han esforzado solamente dentro de sus rangos elásticos y que puede despreciarse la contribución del --concreto a la tensión.

El esfuerzo en el tendón en el estado de carca (1) es:

$$f_{p1} = f_{pe} = \frac{P_e}{A_p} \text{ ----- (68)}$$

Suponiendo que halla una perfecta adherencia entre -- los dos materiales, la deformación en compresión de -- la varilla de refuerzo en este estado, es la misma -- que la del concreto al mismo nivel. En consecuencia, la varilla de refuerzo está inicialmente sujeta a un esfuerzo de compresión

$$f_{s1} = - E_s \epsilon_{s2} \text{ ----- (69)}$$

Resulta conveniente considerar un estado de carga ficticio (2), correspondiente a una descompresión completa en el concreto en la cual la deformación en el concreto es nula a través de toda la profundidad. La compatibilidad de la deformación del concreto y el acero requiere que los cambios de esfuerzo en el tendón y en las varillas de refuerzo a medida que la viga pasa del estado (1) al (2) sean, respectivamente:

$$f_{p2} = E_p \epsilon_{p2} \text{ ----- (70)}$$

$$f_{s2} = E_s \epsilon_{s2} \text{ ----- (71)}$$

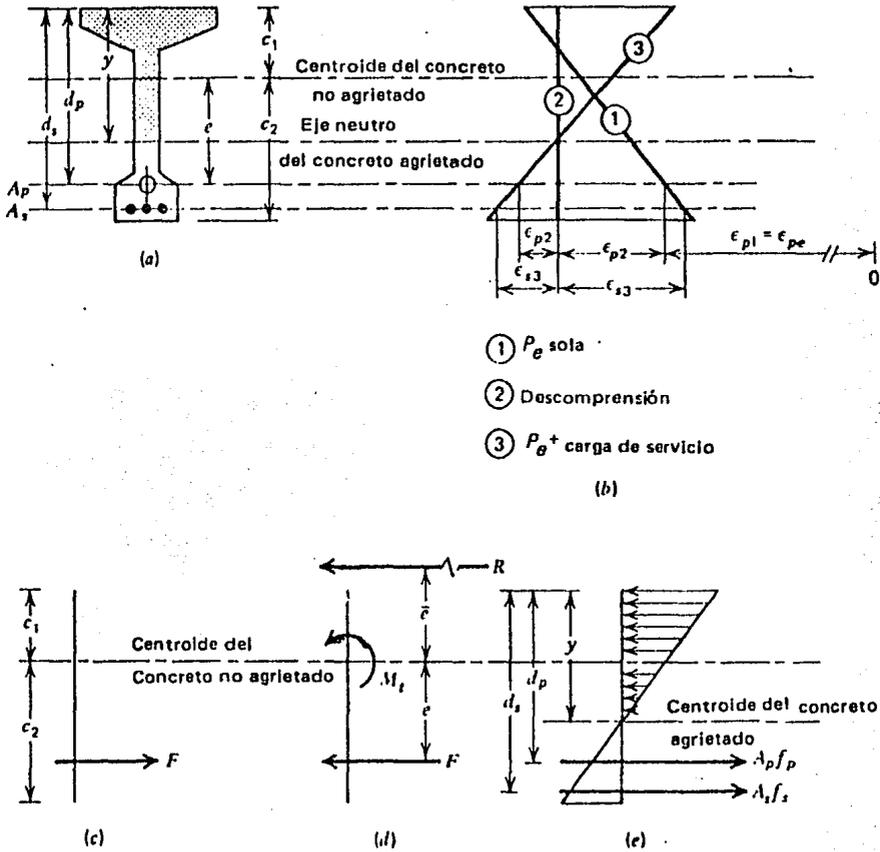


Figura 2.30 Bases para el análisis de la sección agrietada. (a) Sección transversal agrietada. (b) Deformaciones en el concreto y acero. (c) Fuerza de descompresión. (d) Fuerzas en la sección agrietada. (e) Esfuerzos resultantes.

Bajo este estado hipotético de carga, el esfuerzo en la varilla de refuerzo, despreciando los efectos de la contracción y el escurrimiento plástico, vale:

$$f_s = E_s (-\epsilon_{s2} + \epsilon_{s2}) = 0$$

El cambio en la deformación en el tendón es el mismo que el del concreto al mismo nivel, y se puede calcular con base en las propiedades de una sección de concreto sin agrietar.

$$\epsilon_{p2} = \frac{P_e}{A_c E_c} \left(1 + \frac{e^2}{r^2}\right) \text{ ----- (72)}$$

Con el cual podemos hallar  $f_{p2}$  con la ecuación (70).

La varilla de refuerzo no tiene esfuerzo en el estado (2), tal como se dijo, pero con el objeto de producir el estado de esfuerzo nulo en el concreto, tenemos en el tendón superior:

$$F = A_p (f_{p1} + f_{p2}) \text{ ----- (73)}$$

El esfuerzo de ésta fuerza de descompresión ficticia es ahora cancelado mediante la aplicación de una fuerza igual y opuesta  $F$ , tal como se muestra en la figura 2.30d. Esta fuerza, junto con el momento exterior  $M_T$  debido al peso propio y a las cargas sobrepuestas, pueden ser representados por una fuerza resultante  $R$  aplicada con una excentricidad  $\bar{e}$  arriba del centroide del concreto no agrietado, donde ---  
 $R = F$ , y

$$\bar{e} = \frac{M_T - F e}{R} \text{ ----- (74)}$$

Ahora la viga puede analizarse como un miembro ordinario de concreto reforzado sujeto a una fuerza de compresión excéntrica. Los incrementos en las deformaciones del tendón y las varillas de refuerzo,  $\epsilon_{p3}$  y  $\epsilon_{s3}$ , respectivamente, junto con sus esfuerzos correspondientes, se superponen a las ya presentes deformaciones y esfuerzos en el tendón y en las varillas.

Estos incrementos de esfuerzos en el acero, así como los esfuerzos en el concreto, se pueden hallar usando el concepto de la sección transformada. -

El tendón se reemplaza por un área equivalente de concreto en tensión  $n_p A_p$  y las varillas de refuerzo - se reemplazan por el área  $n_s A_s$ , donde  $n_p = E_p/E_c$  y  $n_s = E_s/E_c$ , tal como se muestra en la figura 2.31(a).

El eje neutro para la sección equivalente homogénea transformada, a una distancia "y" de la superficie superior, puede hallarse mediante la condición de equilibrio que establece que el momento de todas - las áreas internas de la sección, involucradas en la sección transformada, al rededor del eje neutro debe ser cero. Estas áreas internas de la sección, son -- aquellas, referidas al área de concreto en compresión y a las áreas de acero transformadas respectivamente. En el ejemplo 2.15, se presenta un método práctico para obtener la sección transformada y sus propiedades.

Una vez que se conoce la profundidad del eje neutro, se puede hallar el área de la sección transformada efectiva  $A_{ct}$  y el momento de inercia  $I_{ct}$  - de la sección agrietada al rededor de su propio centroide ubicado mediante  $C_1^*$  desde la superficie superior. Los incrementos de esfuerzos que se buscan, a medida que el estado de carga pasa del (2) al (3), son:

$$f_{c3} = -\frac{R}{A_{ct}} - \frac{R e^* C_1^*}{I_{ct}} \text{-----} (75)$$

$$f_{p3} = n_p \left( -\frac{R}{A_{ct}} + \frac{R e^* (d_p - C_1^*)}{I_{ct}} \right) \text{----} (76)$$

$$f_{s3} = n_s \left( -\frac{R}{A_{ct}} + \frac{R e^* (d_s - C_1^*)}{I_{ct}} \right) \text{----} (77)$$

donde los términos se definen en la figura 2.31.

El esfuerzo final en el tendón se obtiene mediante la superposición de los esfuerzos dados por las ecuaciones (68), (70) y (76). El esfuerzo en las varillas de refuerzo está dado por la ecuación (77). El esfuerzo del concreto en las fibras superiores de la viga está dado por la ecuación (75), específicamente.

$$f_p = f_{p1} + f_{p2} + f_{p3} \text{-----} (78)$$

$$f_s = f_{s3} \text{-----} (79)$$

$$f_c = f_{c3} \text{-----} (80)$$

### Ejemplo 2.15

Revisión de la sección del ejemplo 2.10 mediante los esfuerzos después del agrietamiento en una viga parcialmente presforzada.

Datos:

$f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$	$f'_r = 29.87 \text{ kg/cm}^2$
$M_o = 53,100 \text{ kg-m}$	$M_d = 30,000 \text{ kg-m}$
$M_L = 85,000 \text{ kg-m}$	$M_T = 168,100 \text{ kg-m}$
$P_e = 166,900.98 \text{ kg}$	$P_i = 208,626.23 \text{ kg}$
$e = 49.79 \text{ cm.}$	$A_p = 22 \text{ cm}^2$
$A_s = 13 \text{ Vrs. } 3/8" \text{ } \emptyset = 9.23 \text{ cm}^2$	
$E_s = 2.1 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$	
$E_p = 1.9 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$	
$E_c = 287,558 \text{ kg/cm}^2$	

$$A_c = 4,425.00 \text{ cm}^2$$

$$S_1 = 123,191.12 \text{ cm}^3$$

$$S_2 = 88,629.12 \text{ cm}^3$$

$$r^2 = 1,398 \text{ cm}^2$$

Primer paso.- Identificar si la viga está agrietada o no, se aplica la ecuación (45)

$$f_2 = - \frac{P_e}{A_c} \left( 1 + \frac{e C_2}{r^2} \right) + \frac{M_T}{S_2}$$

$$f_2 = - \frac{166,900.98}{4,425.00} \left( 1 + \frac{49.79(69.79)}{1,398} \right) +$$

$$\frac{168,100(100)}{88,629.12} = 58.20 \text{ kg/cm}^2$$

como  $f_2 \gg f'_T$   $\therefore$  La viga está agrietada

Segundo paso.- Cálculo del esfuerzo efectivo en el acero:

$$f_{pe} = \frac{P_e}{A_p} = \frac{166,900.98}{22} = 7,586.41 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{pe} = f_{p1}$$

Tercer paso.- Cálculo del cambio en la deformación del tendón a medida que la sección se descomprime. Ec. 72.

$$\begin{aligned} \epsilon_{p2} &= \frac{166,900.98}{4,425(287,558)} \left( 1 + \frac{(49.79)^2}{1,398} \right) \\ &= 0.000364 \end{aligned}$$

y el correspondiente incremento en el esfuerzo vale.

Ec. 70.

$$f_{p2} = 1.9 \times 10^6 (0.000364) = 691.14 \text{ kg/cm}^2$$

Cuarto paso.- Cálculo de la fuerza "F" que provoca la descompresión. Ec. 73.

$$F = 22 (7,586.41 + 691.142) = 182,106.15 \text{ kg.}$$

como  $F_{\text{tensión}} = F_{\text{compresión}}$

$$\therefore F = R$$

donde R = A la fuerza equivalente de compresión que provoca la descompresión.

Quinto paso.- Cálculo de la excentricidad - de R. Ec. 74.

$$M_{\text{externo}} \leq M_{\text{interno}}$$

$$M_T = F \cdot e + R \cdot \bar{e}$$

$$R \cdot \bar{e} = M_T - F \cdot e$$

$$\bar{e} = \frac{M_T - F \cdot e}{R}$$

$$\bar{e} = \frac{168,100(100) - 182,106.15(49.79)}{182,106.15}$$

$$= \bar{e} = 42.52 \text{ cm.}$$

Sexto paso.- Cálculo de la sección transformada, 1er. método.

$$N_p = \frac{E_p}{E_c} = \frac{1.9 \times 10^6}{287,558} = 6.61$$

$$N_s = \frac{E_s}{E_c} = \frac{2.1 \times 10^6}{287,558} = 7.30$$

$$N_p A_p = 6.61(22) = 145.42 \text{ cm}^2$$

$$N_s A_s = 7.30(3.55) = 25.91 \text{ cm}^2$$

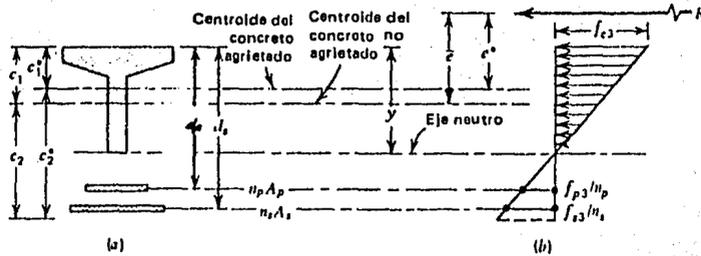


Figura 2.31 Sección transversal transformada agrietada de una viga parcialmente presfuerzada. (a) Sección transversal transformada agrietada (b) Esfuerzos.

$$30y(y/2) + 15(55)(y - 7.5) - 145.42(100 - y) - 25.91(112 - y) = 0$$

$$y^2 + 66.42y - 1575.43 = 0$$

$$y = 18.54 \text{ cm.} \quad e^* = 18.52 - 7.69 = 10.83 \text{ cm.}$$

Séptimo paso.- Cálculo del momento de inercia de la sección transformada.

	A	d	Ad <sup>2</sup>	I <sub>c</sub> /A
ALMA	556.20	9.27	47,795.88	15,932.00
PATIN	825.00	11.04	100,552.32	15,468.75
A. PRESFUERZO	145.42	81.46	964,968.10	---
A. REFUERZO	25.91	93.46	226,318.00	---

$$1,552.53 \quad \text{---} \quad 1,339,634.30 \quad 31,400.75$$

$$A_{ct} = 1,552.53 \text{ cm}^2$$

$$\begin{aligned} I_{ct} &= \sum A d^2 + \sum I_{c/A} \\ &= 1'339,634.30 + 31,400.75 \\ &= 1'371,035.05 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

Propiedades de la sección agrietada

$$\begin{aligned} A^* &= 1,381.12 \text{ cm}^2 \\ I^* &= 32,441.53 \text{ cm}^4 \\ r^{2*} &= 23.49 \text{ cm}^2 \\ C_1^* &= 8.21 \text{ cm.} \\ C_2^* &= 10.33 \text{ cm.} \end{aligned}$$

Octavo paso.- Cálculo del incremento de esfuerzos de los materiales en la tercera etapa.

Ec. 75, 76 y 77.

$$\begin{aligned} f_{c3} &= - \frac{182,106.15}{1,552.53} - \frac{182,106.15(10.83)8.21}{1'371,035.05} \\ &= -129.11 \text{ kg/cm}^2 \end{aligned}$$

$$f_{p3} = 6.61(-117.30 + 1.44(100 - 8.21)) = 98.34 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_{s3} = 7.30(-117.30 + 1.44(112 - 8.21)) = 234.75 \text{ kg/cm}^2$$

Noveno paso.- Esfuerzos finales. Ecs. 78, -  
79 y 80.

$$f_p = 7,586.41 + 691.142 + 98.34 = 8,375.90 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_s = 234.75 \text{ kg/cm}^2$$

$$f_c = -129.11 \text{ kg/cm}^2$$

## C A P I T U L O      I I I

### DISEÑO Y REVISION POR CORTANTE

- 3.1 CONSIDERACIONES GENERALES
- 3.2 CORTANTE Y TENSION DIAGONAL EN VIGAS SIN AGRIETAR
- 3.3 FUERZA CORTANTE QUE PROVOCA EL AGRIETAMIENTO DIAGONAL.
- 3.4 REFUERZO EN EL ALMA POR CORTANTE
- 3.5 DISEÑO POR CORTANTE DEL ACI
  - A.- Bases de Diseño
  - B.- Resistencia nominal al cortante proporcionada por el concreto
  - C.- Area requerida de refuerzo en el alma
  
- 3.6 REVISION DEL CORTANTE POR REFUERZO MINIMO EN EL ALMA Y ESPACIAMIENTO MAXIMO.

### 3.1 CONSIDERACIONES GENERALES

Las vigas también deben tener seguridad en -  
contra de fallas prematuras de otros tipos, las cua--  
les pueden ser más peligrosas que la falla por flexión  
en el sentido que, si sobrevinieran las sobrecargas -  
el colapso catastrófico podría ocurrir de súbito y --  
sin previo aviso. La falla por cortante, más propia-  
mente llamada falla por tensión diagonal, es un ejem-  
plo. Las vigas de concreto presforzado normalmente -  
poseen refuerzo para el cortante, con la finalidad de  
asegurar que la falla por flexión, la cual puede pre-  
decirse con precisión y además viene precedida por el  
agrietamiento y las grandes deflexiones obvias, ocu--  
rrirá antes que la falla por cortante, la cual es sú-  
bita y más difícil de predecir con exactitud.

Se puede establecer que las vigas de concre-  
to presforzado tienen una gran capacidad de resisten-  
cia al corte, mayor que en las vigas de concreto re--  
forzado, porque el presfuerzo, usualmente evitará la  
aparición de grietas por contracción que podrían facil-  
mente destruir la resistencia al corte de las vigas -  
de concreto reforzado, especialmente cerca del punto

de inflexión. Puesto que se han diseñado tantas vigas de concreto presforzado y construido basándose en algunas teorías supuestas para la resistencia al corte, se puede concluir que nuestros presentes métodos de diseño son seguros. Sin embargo, el grado de seguridad de las estructuras diseñadas por nuestros métodos convencionales puede variar ampliamente. Además, debemos estar prevenidos de las posibilidades de falla por esfuerzo cortante cuando entramos a los tipos y proporciones más alejados del punto de vista actual de la práctica. Específicamente cuando tenemos núcleos muy delgados, cuando tenemos grandes relaciones peralte/claro o cuando tenemos asentamientos en los apoyos, etcétera, nuestros métodos convencionales de diseño para el esfuerzo cortante no serán suficientemente seguros.

Primero se presentará un panorama general -- del esfuerzo cortante en una viga de concreto presforzado. Consideramos tres vigas que soportan cargas -- transversales como se muestran en la figura 3.1. La viga (a) está presforzada por un tendón recto. Tomando una sección arbitraria A-A, el esfuerzo cortante  $V_{\text{carg.}}$  en esa sección es soportado totalmente por el

concreto, nada por el tendón que está esforzado en -- una dirección perpendicular al corte. La viga (b) es tá presforzada por un tendón inclinado. La sección - B-B muestra que la componente transversal del tendón soporta parte del esfuerzo cortante, dejando sólo una porción para ser soportada por el concreto; así,

$$V_{\text{net.}} = V_{\text{cargas}} - V_p$$

Esto se puede comparar con las vigas de concreto reforzado con varillas dobladas en las que la porción inclinada del acero soporta algo del esfuerzo cortante. Debe notarse que un tendón horizontal, aun que inclinado con respecto al eje de la viga, no soporta ningún esfuerzo cortante vertical, como se ilustra en la sección C-C de la viga (c). Cuando el tendón no es perpendicular a la dirección del corte ayuda a soportar el esfuerzo cortante, por ejemplo, la sección D-D. Es interesante notar que, en algunos casos raros, la componente transversal del presfuerzo incrementa el esfuerzo cortante en el concreto.

Siguiendo el método de carga balanceada para el concreto presforzado, es posible diseñar una viga

sin esfuerzo cortante en el concreto bajo una condición dada de carga. Tomemos, por ejemplo, la viga (a) de la figura 3.2; si la viga simple soportando una carga uniforme se presfuerza por un cable parabólico con una flecha igual a:

$$y_0 = \frac{WL^2}{8F}$$

En donde F es el presfuerzo en el cable, entonces la componente transversal del cable es igual al esfuerzo cortante en cualquier punto y no hay esfuerzo cortante para ser soportado por el concreto. Para vigas con cargas concentradas o para vigas continuas con apoyos intermedios (figura 3.2(b)), el problema es más complicado puesto que el tendón no se puede doblar precisamente para estar de acuerdo con el cambio repentino teórico del esfuerzo cortante en el punto de concentración. Debe notarse, sin embargo, el cambio real en el corte bajo una carga concentrada no es tan abrupto, aunque su forma de variación se conoce muy poco.

La cantidad de esfuerzo cortante que actúa en el concreto ya se ha determinado; el siguiente pa-

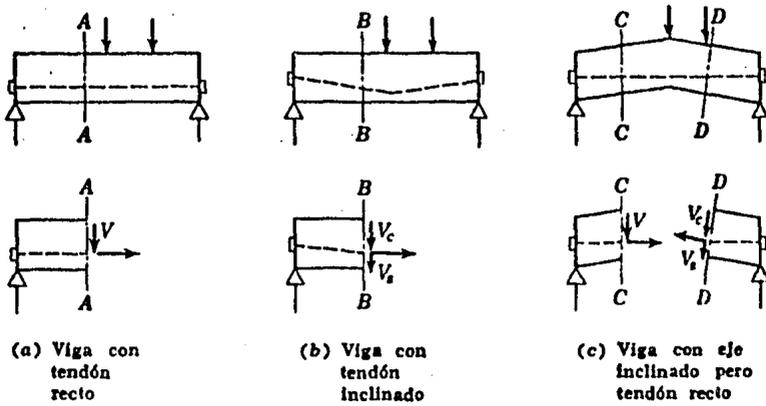


FIG. 3.1 Esfuerzo cortante soportado por el concreto y los tendones

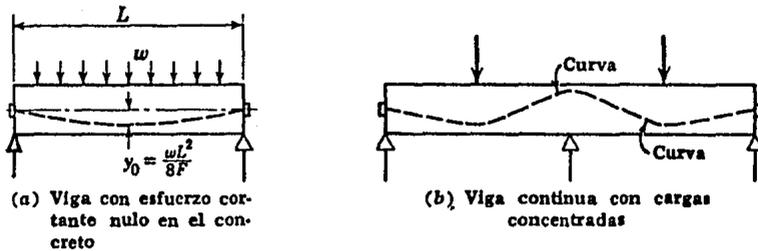


FIG. 3.2 Variando la inclinación para soportar el esfuerzo cortante

so es calcular la resistencia al esfuerzo cortante del concreto. Generalmente se cree que las vigas --- presforzadas similares a las reforzadas, prácticamente nunca fallan bajo el corte directo o el corte por penetración. Fallan como resultado de los esfuerzos de tensión producidos por el esfuerzo cortante, conocidos como tensión diagonal. Antes del agrietamiento, el concreto presforzado se puede considerar como un material homogéneo; así se puede hacer el cálculo de los esfuerzos principales de tensión por el método -- usual de resistencia de materiales para el estado de esfuerzos en un cuerpo homogéneo. Aunque se pueden -- calcular los esfuerzos principales de tensión, la resistencia del concreto para soportar tales esfuerzos no se conoce en forma definida, puesto que para el -- concreto hay muchas teorías de falla, de las cuales -- la teoría del esfuerzo máximo de tensión es solamente una más. Después del agrietamiento del concreto, y -- con la adición del refuerzo del alma, el problema se complica aún más. Las pruebas realizadas, tanto en -- vigas de concreto reforzado como en vigas de concreto presforzado, parecen indicar que, cuando aparece en -- una sección la falla al esfuerzo cortante, no solamente éste sino también el momento en esa sección tienen

efecto en su resistencia a la ruptura. Así, el problema de la resistencia al corte es complicado en verdad, si se desea un entendimiento claro. Para el diseño, se utilizan métodos empíricos. Son relativamente simples y se presentan en las siguientes secciones. Es suficiente mencionar en esta sección que hay esencialmente dos tipos de falla al corte: Uno en el cual la falla principal en el alma es como resultado de la gran tensión diagonal y otro en el cual aparecen primero grietas verticales de flexión y gradualmente se convierten en grietas inclinadas por corte.

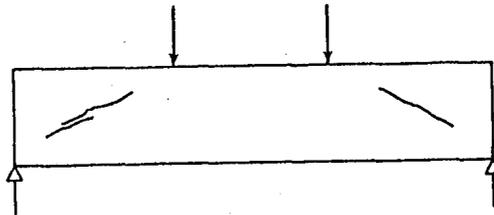


FIG. 3.3 Grieta inclinada de tensión originada en el alma<sup>3</sup>

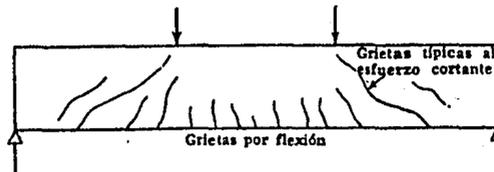


FIG. 3.4 Grieta inclinada de tensión originada por grieta de flexión<sup>3</sup>

### 3.2 CORTANTE Y TENSION DIAGONAL EN VIGAS SIN AGRIETAR

Cuando las cargas que actúan en una viga de concreto presforzado son relativamente bajas, ésta no se agrietará y la respuesta del concreto será casi elástica. En estas circunstancias los esfuerzos cortantes, los debidos a la flexión, y los esfuerzos principales que resultan de su acción combinada se pueden hallar basándose en las ecuaciones familiares de la mecánica.

El esfuerzo cortante en el concreto para cualquier ubicación está dado por:

$$v = \frac{V_{net} \cdot Q}{I_c \cdot b} \quad (1)$$

donde:  $V_{net}$  = fuerza cortante neta en la sección transversal debida a las cargas aplicadas y al presfuerzo.

$Q$  = momento estático alrededor del eje neutro de la parte de la sección transversal que se encuentra hacia afuera del plano de corte considerado.

$I_c$  = momento de inercia de la sección transversal.

$b$  = ancho de la sección transversal a la altura del plano considerado.

El esfuerzo de flexión en el concreto se puede hallar mediante la ecuación:

$$f_c = - \frac{P}{A_c} \pm \frac{P \cdot e}{I_c} y \pm \frac{M}{I_c} y \text{ ----- (2)}$$

donde:  $P$  = fuerza pretensora

$e$  = excentricidad de la fuerza pretensora

$y$  = distancia desde el eje centroidal de la sección al punto considerado.

$A_c$  = área de la sección transversal del concreto.

$M$  = momento debido a las cargas aplicadas.

El método convencional de cálculo del esfuerzo principal de tensión en una sección de viga de concreto presforzado, se basa en la teoría elástica y en el método clásico para determinar el estado de esfuerzo en un punto, como se explica en cualquier tratado de mecánica de materiales. El método se esbozará como sigue:

1º Del esfuerzo cortante total exterior  $V_{\text{cargas}}$  en la sección, se reduce el esfuerzo cortante  $V_p$  soportado por el tendón para obtener el esfuerzo cortante  $V_{\text{neto}}$  soportado por el concreto, así:

$$V_{\text{net}} = V_{\text{cargas}} - V_p \text{ ----- (3)}$$

Nótese nuevamente que, en ocasiones, muy rara vez,  $V_{\text{net}} = V_{\text{cargas}} + V_p$ , esto sucede cuando la inclinación del cable es tal que se agrega al esfuerzo cortante en el concreto.

2º Se calcula la distribución de  $V_{\text{net}}$  a través de la sección de concreto mediante la fórmula (1).

3º Se calcula la distribución de los esfuerzos fibrarios para esa sección debidos al momento exterior

M, el presfuerzo P y a la excentricidad e por la fórmula (2).

4º El esfuerzo principal máximo de tensión  $f_1$  - correspondiente a v y  $f_c$  está dado por la fórmula:

$$f_1 = \sqrt{v^2 + (f_c/2)^2} - (f_c/2) \text{ ---- (4)}$$

Gráficamente se puede obtener con la ayuda del círculo de esfuerzos de MOHR, como se muestra en la figura 3.5.

La influencia benéfica del presfuerzo en la reducción de la tensión diagonal en las trabes de concreto resulta evidente de la consideración de dos trabes de concreto, una con varillas de refuerzo no presforzadas como en la figura 3.5(a), y otra presforzada, como en la figura 3.5(e).

Un elemento pequeño "a" ubicado en el eje neutro de la trabe de concreto reforzado estará sujeto a esfuerzos cortantes positivos v actuando en sus caras verticales, y cortantes negativos de la misma -

magnitud en las caras horizontales, tal como se muestra en la figura 3.5(b). Haciendo uso del círculo de MOHR para hallar los esfuerzos principales, (figura 3.5(c)) se halla que la tensión principal  $f_1$  es igual (en valor absoluto) a la intensidad del esfuerzo cortante, y actúa formando un ángulo de 45 grados con el eje de la viga, tal como se muestra en la figura 3.5(d). En la dirección perpendicular actúa una compresión principal igual. Si ocurriera algún agrietamiento, este sería inclinado a 45 grados con el eje del miembro, tal como se muestra de manera idealizada en la figura 3.5(a).

El elemento correspondiente "b" en la trabe presforzada de la figura 3.5(e) está sujeto a idénticos esfuerzos cortantes  $v$ , figura 3.5(f), y adicionalmente se encuentra sujeto a esfuerzos horizontales de compresión  $f$ . La construcción del círculo de MOHR de la figura 3.5(g) indica que la tensión principal  $f_1$  se ha reducido a un valor mucho más bajo que aquel correspondiente mayor con el eje horizontal de la viga, tal como se ve en la figura 3.5(h). En consecuencia, la grieta debida a la tensión diagonal de la figura 3.5(e) es mucho más tendida que anteriormente.

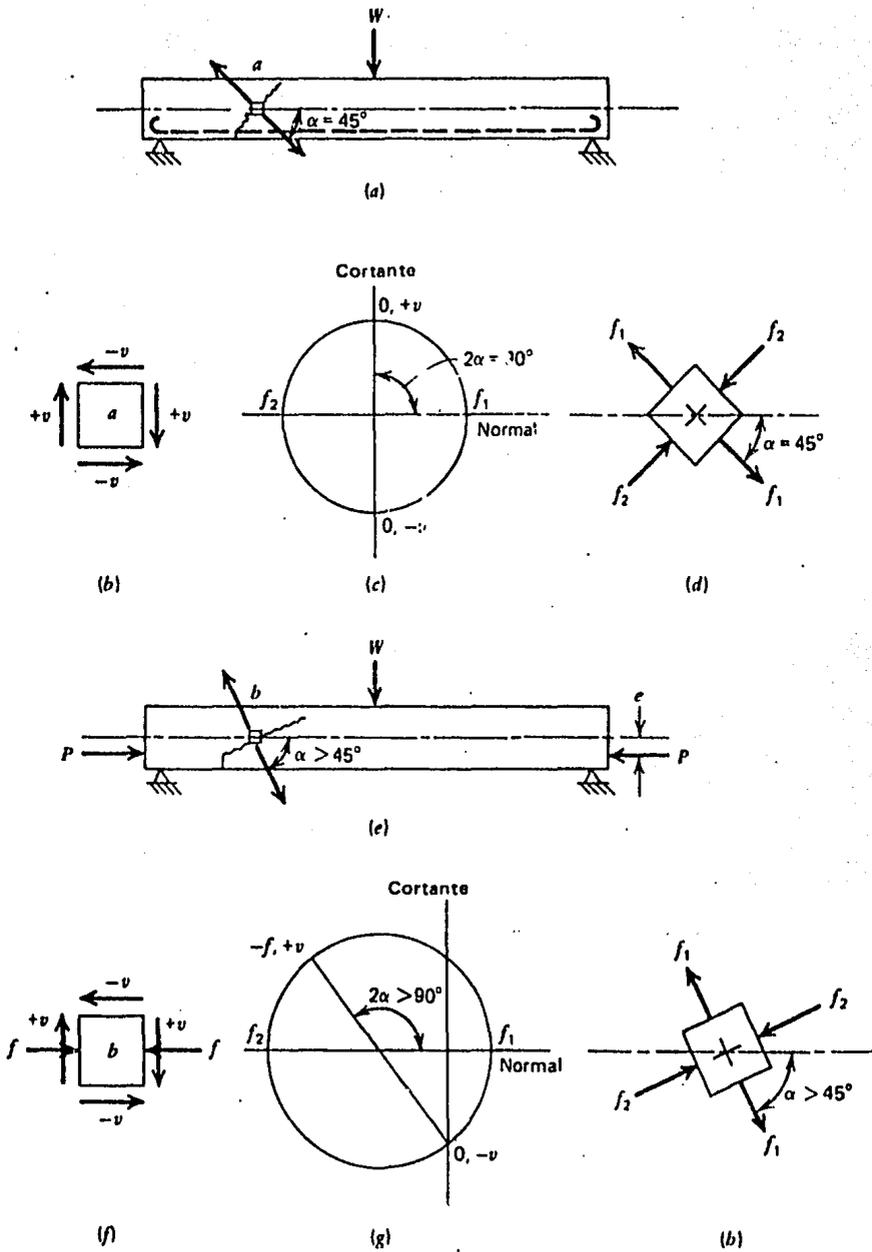


Figura 3.5 Efecto del presfuerzo longitudinal en la tensión diagonal y en el agrietamiento.

Si el refuerzo por cortante consiste en estribos verticales, la grieta diagonal será cruzada por un mayor número de dichos estribos en la viga presforzada a diferencia de la viga sin presforzar, incrementándose la eficiencia de los estribos en la transmisión del cortante a través de la grieta.

Adicionalmente a los efectos que se acaban de describir, el presfuerzo por lo general introduce una fuerza cortante negativa, actuando en sentido contrario al cortante inducido por las cargas, como resultado de la inclinación del tendón, tal como se muestra en la figura 3.6. Consecuentemente, los esfuerzos cortantes en la trabe sin agrietar son aquellos obtenidos con la ecuación (3), mencionada anteriormente.

Para trabes con sección rectangular, la variación del esfuerzo cortante según la profundidad del miembro considerado, dada por la ecuación (1), es parabólica, siendo 0 el valor de  $v$  en las caras superior e inferior y alcanzando un máximo en el punto medio de la profundidad. Para trabes de sección I, tal como la mostrada en la figura 3.7(a), comunmente usa-

da en miembros presforzados, los esfuerzos cortantes aumentan brúscamente en la transición del patín al alma, debido a la reducción del ancho  $b$  de la sección. La distribución del esfuerzo de la figura 3.7(b) es típica para traveses I, y se caracteriza por tener un valor casi constante de  $v$  en toda la profundidad del alma.

El esfuerzo principal de tensión en una trabe I se puede hallar de los esfuerzos cortantes de la figura 3.7(b) y los esfuerzos longitudinales de flexión de la figura 3.7(c), los cuales generalmente son más o menos tal como se indican bajo el nivel de cargas de servicio.

Típicamente, para traveses I, la máxima tensión principal no se encontrará en el eje neutro, en donde el esfuerzo cortante es máximo, sino que estará cerca de la unión del alma con el patín inferior, en donde el esfuerzo cortante es alto también, pero en donde la compresión longitudinal se reduce por el efecto de las cargas aplicadas.

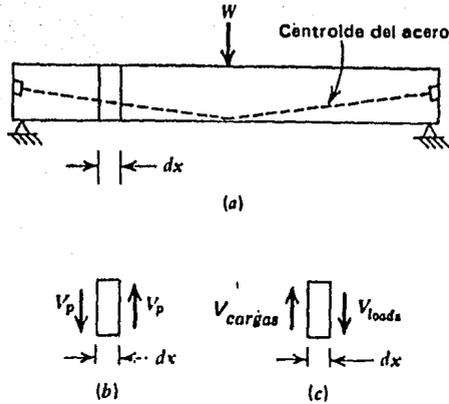


Figura 3.6 Efecto de los tendones inclinados en la reducción de la fuerza cortante neta.

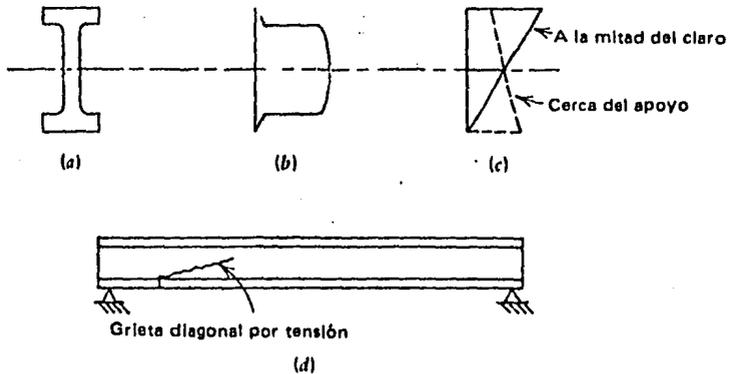


Figura 3.7 Agrietamiento por tensión diagonal en vigas I de concreto presforzado. (a) Sección transversal. (b) Variación de los esfuerzos cortantes. (c) Variación de los esfuerzos de flexión. (d) Ubicación probable de la grieta diagonal.

Además, deberá notarse que la ubicación crítica para la tensión diagonal no es generalmente adyacente a los apoyos, aun cuando el cortante exterior neto tiene un valor más alto aquí, debido a que la -- compresión longitudinal del presfuerzo es apenas reducida desde su valor total mediante los pequeños momentos exteriores actuantes. Es típica una distribución de esfuerzos por flexión tal como la mostrada por la línea discontinua de la figura 3.7(c), la variación -- exacta depende de la excentricidad del presfuerzo. -- La compresión longitudinal considerable reduce el esfuerzo de tensión principal cerca de los apoyos. Adicionalmente, los esfuerzos de compresión verticales -- equivalentes de las reacciones de la trabe evitan el agrietamiento diagonal cerca de los apoyos.

En consecuencia, el agrietamiento por tensión diagonal en traveses I presforzados, simplemente apoyados y uniformemente cargados, es propenso a ocurrir -- en los alrededores de los puntos cuartos del claro, -- en donde las fuerzas cortantes netas son relativamente grandes, y cerca de la unión del alma con el patín inferior, en donde los esfuerzos longitudinales de -- compresión son bajos y los esfuerzos cortantes son --

altos. Si se formara una grieta se puede predecir -- que ésta tendría la apariencia de la mostrada en la - figura 3.7(d) en forma idealizada. Esto lo confirman numerosas pruebas.

En síntesis, los cálculos de los esfuerzos - principales son útiles para poder visualizar el flujo de esfuerzos en las traveses sin agrietar, y pueden proporcionar información útil para la ubicación y orientación de las grietas por tensión diagonal. Dichos - cálculos también brindan información con relación a - la carga bajo la cual se prevee la ocurrencia de la - grieta. Sin embargo, nunca deben emplearse para evaluar el grado de seguridad inherente a un diseño. Un análisis basado en la resistencia es esencial para ta les fines.

altos. Si se formara una grieta se puede predecir -- que ésta tendría la apariencia de la mostrada en la - figura 3.7(d) en forma idealizada. Esto lo confirman numerosas pruebas.

En síntesis, los cálculos de los esfuerzos - principales son útiles para poder visualizar el flujo de esfuerzos en las trabes sin agrietar, y pueden proporcionar información útil para la ubicación y orientación de las grietas por tensión diagonal. Dichos - cálculos también brindan información con relación a - la carga bajo la cual se prevee la ocurrencia de la - grieta. Sin embargo, nunca deben emplearse para evaluar el grado de seguridad inherente a un diseño. Un análisis basado en la resistencia es esencial para ta les fines.

### 3.3 FUERZA CORTANTE QUE PROVOCA EL AGRIETAMIENTO DIAGONAL

Gran cantidad de pruebas han demostrado que pueden ocurrir, dos tipos de grietas diagonales en --trabes presforzadas: grietas por flexión-cortante y -grietas por cortante en el alma. Estas se ilustran - en las figuras 3.8.

Las grietas por flexión-cortante se presen--tan despés de que han ocurrido las grietas por flexión. Las grietas por flexión se extienden más o menos verticalmente dentro de la trabe, desde la cara de ten--sión. Cuando se desarrolla una combinación crítica de esfuerzos de flexión y cortante en la cabeza de --una grieta por flexión, la grieta se propaga en una -dirección inclinada, a menudo algo tendida, tal como se indica en la figura 3.8(a). Si no se proporciona refuerzo en el alma, tal grieta puede producir lo que se conoce como una falla por compresión-cortante, en la cual el área de compresión del concreto cerca de -la parte superior de la trabe, reducida por la grieta diagonal, es insuficiente para resistir las fuerzas -provenientes de la flexión.

Mientras que el agrietamiento por flexión -- cortante es el tipo más común, la grieta por cortante en el alma puede ocurrir tal como se muestra en la figura 3.8(b), especialmente cerca de los apoyos de vigas altamente presforzadas con almas relativamente -- delgadas. Este tipo de grietas se inicia en el alma, sin previo agrietamiento por flexión, cuando la tensión principal en el concreto iguala a la resistencia de tensión del material. Este tipo de peligro en el alma conduce a la súbita formación de una gran grieta inclinada, y si no se encuentra refuerzo en el alma, conducirá a la falla de la viga según uno de los mo-- dos siguientes:

- a separación del patín en tensión del alma, a medida en que la grieta inclinada se - extiende horizontalmente hacia los apo-- yos.
  
- b Aplastamiento del alma debido a la eleva da compresión que actúa paralelamente a la grieta diagonal, a medida en que la - trabe se transforma en un arco atiranta- do equivalente.

- c Agrietamiento por tensión inclinada secundario cerca de los apoyos, el cual se para el patín en compresión del alma.

Típicamente, las fallas por cortante en el alma son más violentas que las fallas por flexión-cortante.

Para el caso de las grietas por flexión-cortante, las pruebas muestran que la inclinación crítica de las grietas tiene una proyección horizontal por lo menos igual al peralte efectivo "d" de la trabe. Por lo tanto, hay una grieta por flexión a una distancia  $d$  medida en la dirección en que decrecen los momentos, desde la sección considerada, relacionada con la grieta inclinada que causa la falla. Adicionalmente, las pruebas indican que la formación de una segunda grieta por flexión, generalmente a más o menos  $d/2$  de la sección dada, es el hecho que marca el colapso real.

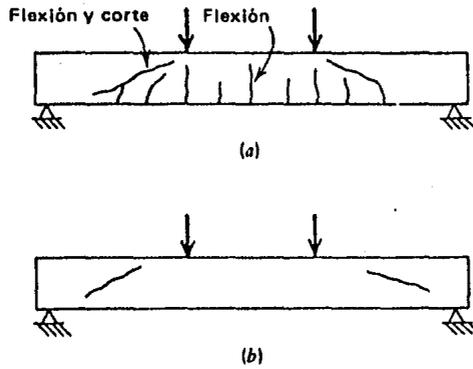


Figura 3.8 Tipos de grietas inclinadas. (a) Grietas por flexión-cortante. (b) Grietas por cortante en el alma.

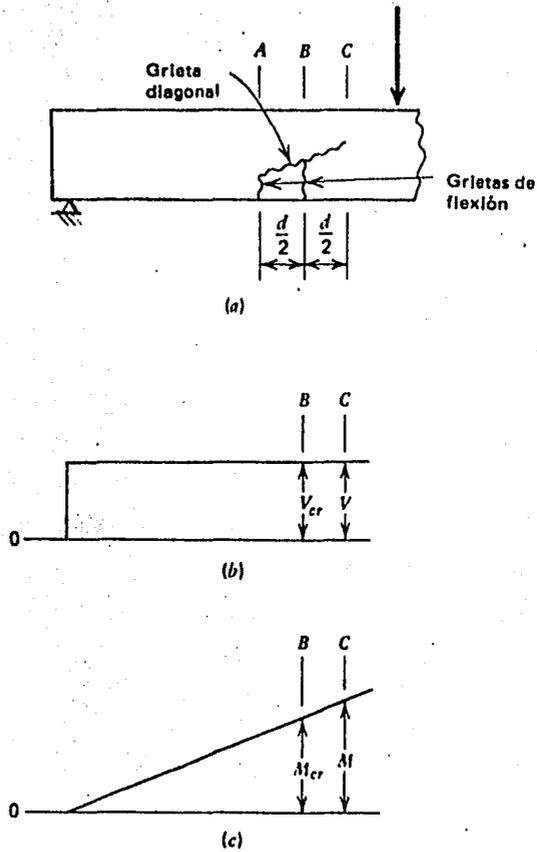


Figura 3.9 Agrietamiento por flexión-cortante. (a) Configuración idealizada del agrietamiento. (b) Diagrama de la fuerza cortante. (c) Diagrama de momentos.

La figura 3.9 muestra una representación --- idealizada de grietas por flexión-cortante en la re-- gión de esfuerzos combinados de una trabe. La grieta por flexión en la sección A inicia una grieta inclina da que tiene una proyección horizontal  $d$ , y termina - en la sección considerada C. Una segunda grieta por flexión en la sección B es crítica en la precipita--- ción de la falla. el cortante y el momento en la sec ción C, son  $V$  y  $M$  respectivamente, en tanto que el -- cortante y el momento en la sección B son  $V_{cr}$ ,  $M_{cr}$ , tal como se muestra en la figura 3.9(b) y 3.9(c). -- Los cortantes y momentos mostrados son aquellos, pro ducidos por el peso propio del miembro y por el ten-- dón del presfuerzo.

El cambio de momento entre las secciones B y C, es igual al área debajo del diagrama de cortante - entre las dos secciones:

$$M - M_{cr} = \frac{1}{2} (V + V_{cr}) \frac{d}{2}$$

y, como la diferencia entre  $V$  y  $V_{cr}$  en la distancia -  $d/2$  es pequeña para la mayoría de los casos, entonces:

$$M - M_{cr} = \frac{Vd}{2}$$

$$\frac{M}{V} - \frac{M_{cr}}{V} = \frac{d}{2}$$

$$\therefore V = \frac{M_{cr}}{M/V - d/2} \quad \text{-----} \quad (5)$$

Esta ecuación (Ec. 5) da el cortante  $V$  en la sección C, debido a las cargas sobrepuestas muertas y vivas, cuando el momento debido a dichas cargas en la sección B es  $M_{cr}$ . Nótese que, aun cuando el cortante  $V$  aparece en ambos lados de la ecuación 5, no es necesario saber el valor de  $V$  para usar la ecuación sino solamente el valor de  $M/V$ , el cual es una característica para cualquier forma de carga dada y permanece constante a medida en que se incrementan proporcionalmente las cargas sobrepuestas.

El cortante total en la sección C cuando se desarrolla una grieta por flexión en la sección B, es la suma de aquel dado por la ecuación 5, más la fuerza cortante debida al peso propio  $V_o$  y el cortante  $V_o$  inducido por la componente vertical de la fuerza en -

el tendón curvado o colgado. Más aun, las pruebas indican que se necesita un incremento en el cortante de;

$$0.6 bw d \sqrt{f'_c}$$

después de la formación de la segunda grieta por flexión, para que se desarrolle la grieta inclinada, donde  $bw$  es el ancho de la sección y  $d$  es la profundidad del centroide del acero de presfuerzo. Así, la fuerza cortante total  $V_{ci}$  que produciría la falla por flexión-cortante está dada por:

$$V_{ci} = 0.6 bw d \sqrt{f'_c} + \frac{M_{cr}}{M/V - d/2} + V_o + V_p \text{ --- (6)}$$

En la mayoría de los casos, en la parte del claro en que es más probable el agrietamiento por flexión-cortante, la inclinación del tendón es muy pequeña. En consecuencia,  $V_p$  tiene un valor pequeño que puede despreciarse conservadoramente, lo cual resulta en:

$$V_{ci} = 0.6 bw d \sqrt{f'_c} + \frac{M_{cr}}{M/V - d/2} + V_o \text{ ----- (7)}$$

El momento de agrietamiento  $M_{cr}$  de la ecuación (7) es, por definición, aquel momento proveniente de las cargas muertas y vivas sobrepuestas, y actúa en forma adicional al momento debido al peso propio.  $M_{cr}$  se puede calcular tomando como base el esfuerzo de tensión en el concreto en la cara inferior igual al módulo de ruptura, el cual vale  $6\sqrt{f'_c}$  (0.50  $\sqrt{f'_c}$ , S.I métrico). De esta forma:

$$f_o + \frac{M_{cr} C_2}{I_c} - f_{2p} = 6\sqrt{f'_c}$$

obtenemos:

$$M_{cr} = \frac{I_c}{C_2} (6\sqrt{f'_c} + f_{2p} - f_o) \text{ ----- (8)}$$

donde:  $f_o$  = Esfuerzo de flexión en el concreto en la cara inferior de la trabe debido al peso propio.

$C_2$  = Distancia desde el centroide del concreto a la cara inferior.

$I_c$  = Momento de Inercia de la sección transversal del concreto.

$f_{2p}$  = Esfuerzo de compresión del concreto en la cara inferior debido a la fuerza pretensora efectiva.

La convención de signos que se usará aquí, - congruente con la del código ACI, trata a todos los - esfuerzos como valores absolutos, sin darles el sentido positivo o negativo.

La razón para la consideración por separado del peso propio y las cargas exteriores es debido a - que el peso propio es generalmente uniformemente distribuido, en tanto que las cargas sobrepuestas pueden tener cualquier distribución. Separando las cargas - de esta forma, la relación  $M/V$  de la ecuación (7) permanece constante a medida en que las cargas exteriores aumentan, facilitándose los cálculos. También debe notarse que, mientras que el análisis y diseño a - seguirse para el refuerzo del alma se fundamenta en - la resistencia última bajo cargas factorizadas, los - términos  $V_o$  y  $f_o$  usados para predecir el agrietamiento diagonal deben basarse en el peso propio real calculado sin aplicación de factores de carga.

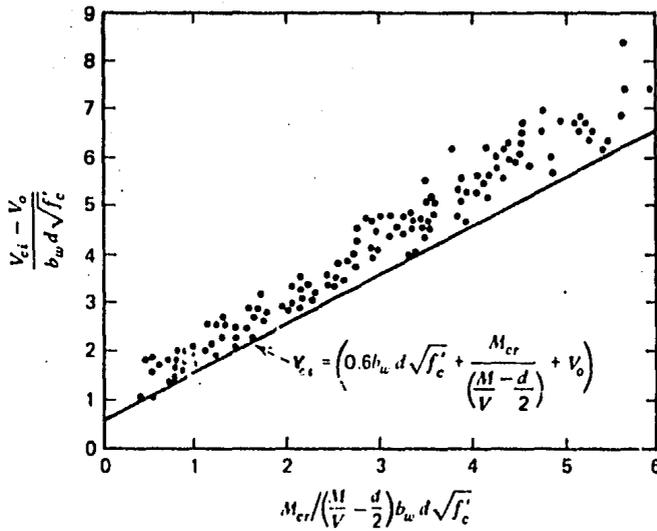


Figura 3.10 Comparación de la ecuación ( 7 ) para  $V_{ci}$  con información experimental.

La figura 3.10 muestra la estrecha concordancia entre la ecuación (7) y la información experimental disponible.

El segundo tipo de grietas, las grietas por cortante en el alma, ocurren cuando el máximo esfuerzo principal de tensión proveniente de la combinación de los esfuerzos de cortante y de flexión, iguala a la resistencia de tensión del concreto. El comportamiento del concreto es razonablemente elástico hasta la falla por tensión, de manera que los cálculos se pueden basar en las ecuaciones ordinarias de la elasticidad.

Los cálculos de los esfuerzos principales y las pruebas en traveses típicos indican que pueden esperarse la aparición de grietas por cortante en el alma en o debajo del centroide de la sección de concreto. Las traveses para las cuales la máxima tensión principal se encuentra en la parte inferior de su sección transversal tienen más probabilidad de admitir grietas por flexión, las cuales conducen a su vez a las grietas por flexión-cortante en lugar de a las grietas por cortante en el alma. En consecuencia, se puede esti-

mar el cortante que produce las grietas por cortante en el alma tomando como base la tensión principal en el centroide del concreto.

La capacidad al cortante de un miembro se alcanza si la tensión principal llega a igualar a la resistencia a la tensión directa del concreto,  $f'_t$ . Así entonces:

$$\sqrt{V_{cw}^2 + \left(\frac{fcc}{2}\right)^2} - \frac{fcc}{2} = f'_t$$

donde:  $V_{cw}$  = Esfuerzo cortante nominal en el concreto, debido a todas las cargas aplicadas, muertas y vivas.

$$V_{cw} = V_{cw}/bw d$$

$fcc$  = Esfuerzo de compresión en el centroide del concreto debido a la fuerza pretensora efectiva.

Despejando al esfuerzo cortante nominal correspondiente al agrietamiento diagonal, y sustituyendo el valor de la resistencia a la tensión directa --

igual a  $3.5 \sqrt{f'_c}$  ( $0.29 \sqrt{f'_c}$  S.I. métrico), obtenemos:

$$V_{cw} = 3.5 \sqrt{f'_c} \sqrt{1 + \frac{f_{cc}}{3.5 f'_c}} \text{ ----- (9)}$$

La figura 3.11 muestra la relación funcional de la ecuación (9). También indica que el resultado del cálculo de esfuerzos principales puede aproximarse estrechamente mediante la siguiente expresión, mucho más simple:

$$V_{wc} = 3.5 \sqrt{f'_c} + 0.3 f_{cc} \text{ ----- (10)}$$

por lo tanto, el uso de la ecuación (10) se recomienda como una base para el diseño.

El cortante exterior  $V_{cw}$  bajo el cual es probable la ocurrencia del agrietamiento por cortante en el alma, basado en la ecuación (10), es incrementado por la componente vertical de la fuerza pretensora,  $-V_o$ , la cual normalmente actúa en sentido opuesto al cortante inducido por las cargas.

$$\therefore V_{cw} = bw d (3.5 \sqrt{f'_c} + 0.3 f_{cc}) + V_p \text{ ---- (11)}$$

En cualquier caso dado, se pueden formar tan to grietas por flexión-cortante como grietas por cortante en el alma. Por lo tanto, la fuerza cortante -  $V_c$  bajo la cual ocurre el agrietamiento diagonal debe tomarse como el menor de los dos valores  $V_{ci}$  y  $V_{cw}$ , - dados por las ecuaciones (7) y (11), respectivamente.

### 3.4 REFUERZO EN EL ALMA POR CORTANTE

No sería ni económico ni seguro diseñar traveses de concreto presforzado de tales proporciones que sólo el concreto sea el que proporcione toda la resistencia al cortante. El refuerzo del alma sin presforzar se emplea de la misma manera general tal como se usa en traveses de concreto reforzado. Tal acción en el alma no solamente aumenta la resistencia al cortante de las traveses, sino que también garantiza que la falla sea más dúctil, en caso de que exista una severa sobrecarga que produzca una falla por cortante. La fluencia del refuerzo del alma, acompañada por el amplio agrietamiento del concreto dará alguna alarma de peligro.

Se requiere por lo menos una cantidad mínima de refuerzo en el alma en todas las traveses presforzadas. Se pueden exceptuar los miembros tales como traveses doble T de claros cortos a medianos, que han probado tener un comportamiento satisfactorio sin tal acero, o las losas en las que el esfuerzo cortante es característicamente bajo.

Con poca frecuencia se usa el presfuerzo diagonal o vertical en las almas de las vigas. Aun cuando esto brinda la ventaja de que pueden eliminarse -- completamente las grietas y los esfuerzos principales de tensión en el concreto, bajo cargas de servicio, -- tales métodos no son económicos con la excepción de -- casos poco frecuentes. Adicionalmente, existe gran -- dificultad práctica en el control de la tensión en el acero, debido a las grandes pérdidas por los deslizamientos en los anclajes de los tendones cortos.

En la figura 3.11 se muestran formas típicas de refuerzos para el alma no presforzados. Para las trabes de dimensiones ordinarias, es común el uso de varillas de refuerzo corrugadas con tamaños que varían desde el N° 3 hasta el N° 5, y aceros con grado desde el 40 hasta el 60 (2,812.4 hasta 4,218.60 kg/cm<sup>2</sup>). -- Los aceros con resistencias más altas, sometidos a esfuerzos más altos bajo cargas de servicio, son propensos a permitir grietas excesivamente anchas. Estas -- no sólo serían estéticamente inconvenientes, sino que reducirían la efectividad de ciertos mecanismos para la transferencia del corte, los cuales se describen -- más adelante en esta sección. Adicionalmente, los --

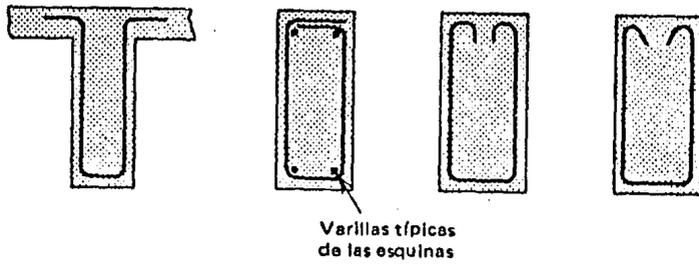


Figura 3.11 Tipos de refuerzo en el alma.

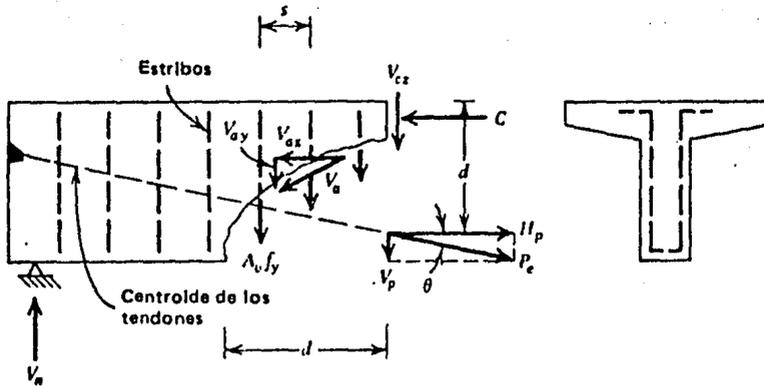


Figura 3.12 Transferencia del cortante en una viga parcialmente agrietada.

ganchos muy pronunciados requeridos en los estribos, pueden acarrear deterioros si se usaran los aceros de resistencias más altas, que son más frágiles.

En la mayoría de los casos, se agregan varillas longitudinales de diámetro pequeño en las esquinas del refuerzo del alma, en las trabes de concreto presforzado. Estas varillas rectas se entrelazan con los estribos para mejorar su resistencia al arranque, y sirve para el propósito práctico de la formación del refuerzo del alma fuera de las cimbras de la trabe y luego colocarlo en su posición como un ensamble total.

La transferencia de fuerzas cortantes a través de la sección diagonalmente agrietada de una trabe con refuerzo en el alma puede comprenderse estudiando la figura 3.12. Esta muestra las fuerzas que actúan en una parte de la trabe entre la sección diagonalmente agrietada y el apoyo adyacente. Los estribos en  $u$  se muestran con un espaciado  $S$ . Por razones que ya se establecieron, el análisis se basará en las cargas factorizadas, cuando se supone que el miembro se halla en un estado correspondiente al inicio del colapso.

Debido al presfuerzo de compresión longitudinal en el concreto, la pendiente de la grieta diagonal es por lo general considerablemente más pequeña que 45 grados. Aquí se supone algo conservadoramente, que la proyección horizontal de la grieta tiene una longitud  $d$  igual al peralte efectivo de la viga - medido al centroide del tendón en la sección de interés. Entonces, si el espaciamiento del refuerzo del alma en la dirección del eje del miembro es  $S$ , el número de estribos  $U$  que atraviesan la grieta diagonal es  $d/S$ . Cuando el miembro se encuentra al inicio de la falla, los estribos se encuentran esforzados a la totalidad de su resistencia de fluencia  $f_y$ . Por lo que la contribución total de los estribos para la --- transferencia del cortante a través de la sección a---grietada es:

$$v_S = \frac{A_V \cdot f_y \cdot d}{S} \text{ ----- (12)}$$

donde  $A_V$  es el área total de acero de un estribo, esto es, dos veces el área de la sección transversal de la varilla para el caso típico de los estribos en  $U$ .

Si el centroide del tendón atraviesa la sección de interés con una inclinación  $\theta$ , entonces el tendón transmite una fuerza cortante igual a la componente vertical de la fuerza pretensora.

Sun cuando la fuerza en el tendón aumenta a medida en que se sobrecarga el miembro, se supondrá conservadoramente que tiene un valor igual al presfuerzo efectivo  $P_e$ . Así, la componente vertical es:

$$V_p = P_e \text{ Sen } \theta \text{ ----- (13)}$$

Una tercera contribución a la transferencia del cortante proviene de la resistencia friccionante a lo largo de las superficies naturalmente rugosas -- formadas por la grieta. Aun cuando la grieta será -- perpendicular a la dirección de la tensión principal, de tal forma que no debería preverse desplazamientos por cortante, se ha confirmado por las pruebas que -- después del agrietamiento ocurre una redistribución -- significativa de fuerzas internas, en tal forma que -- existe una tendencia al deslizamiento relativo de las caras de la grieta. Esta es resistida por la rugosidad de la superficie y por la trabazón del agregado.

La fuerza  $V_q$  resistente asociada con la trabazón del agregado actúa sobre el cuerpo libre en la dirección representada en la figura 3.12. Su componente vertical es  $V_{ay}$ .

Finalmente, el concreto de la zona en compresión sin agrietar arriba de la grieta diagonal proporciona una fuerza resistente  $V_{cz}$ .

Igualando a cero la suma de todas las fuerzas verticales de la figura 3.12, se obtiene la expresión para la resistencia nominal al cortante:

$$V_n = A_v f_y \frac{d}{S} + V_{cz} + V_p + V_{ay} \text{ ----- (14)}$$

No obstante la intensiva investigación durante un periodo de años, nos han conducido a determinar desconocidas las magnitudes individuales de las contribuciones de  $V_{cz}$  y  $V_{ay}$ . Partiendo de las pruebas, parece ser que una base conservadora para el diseño consiste en suponer que su contribución combinada no es menor que  $V_c$ , la fuerza cortante que produjo la grieta diagonal. A su vez, se puede determinar la magnitud de  $V_c$  bien sea por agrietamiento por cortan-

te en el alma o por agrietamiento por flexión-cortante, y se tomará como el menor de los valores de  $V_{ci}$  y  $V_{cw}$  dados por las ecuaciones (7) y (11), respectivamente.

Si finalmente se desprecia la componente vertical de la fuerza pretensora (debido al pequeño ángulo de inclinación del tendón), entonces la ecuación (14) para la resistencia última al cortante se puede simplificar hasta obtener:

$$V_n = A_v f_y \frac{d}{S} + V_c \text{ ----- (15)}$$

Si  $(V_n - V_c)$  representa el "exceso de cortante" sobre el que toma el concreto y si el porcentaje del refuerzo del alma se define como:

$$P_v = \frac{A_v}{bw S}$$

Entonces la ecuación (15) puede escribirse en la siguiente forma:

$$\frac{V_n - V_c}{bw d} = P_v f_y \text{ ----- (16)}$$

En la figura 3.13 se compara la resistencia al cortante predicha mediante la ecuación (16) y la información experimental. Puede verse que la ecuación da un límite inferior conservador para casi todos los casos de la información experimental, estando también las excepciones cercanas al valor dado por la ecuación (16).

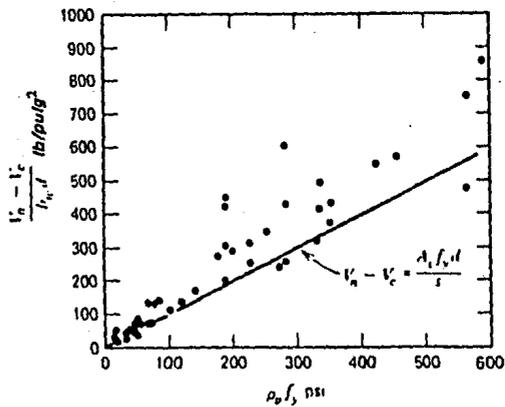


Figura 3.13 Incremento en la resistencia al cortante en un miembro presforzado debido al refuerzo en el alma

### 3.5 DISEÑO POR CORTANTE DEL "ACI"

#### A.- BASES DE DISEÑO

El diseño de las secciones transversales sometidas a cortante debe basarse en la relación:

$$V_u \leq \phi V_n \quad \text{-----} \quad (17)$$

donde:  $V_u$  = Fuerza cortante aplicada bajo cargas factorizadas.

$V_n$  = Resistencia nominal al cortante de la sección.

$\phi$  = Factor de reducción de la resistencia, tomado igual a 0.85 para cortante.

La resistencia nominal al cortante,  $V_n$ , se calcula de la ecuación:

$$V_n = V_c + V_s \quad \text{-----} \quad (18)$$

donde:  $V_c$  = Resistencia nominal al cortante proporcionada por el concreto.

$V_s$  = Resistencia nominal al cortante proporcionada por el refuerzo para cortante.

Se supone que la primera sección crítica para el cortante se encuentra a la distancia  $h/2$  desde la cara del apoyo, y las secciones que se encuentran a menos de  $h/2$  se diseñan para el cortante calculado para  $h/2$ . Esta especificación reconoce el efecto benéfico de la compresión vertical en el concreto producida por la reacción.

B.- RESISTENCIA NOMINAL AL CORTANTE PROPORCIONADA POR EL CONCRETO.

El valor de  $V_c$  en la ecuación (18) debe tomarse como el menor de los valores de  $V_{ci}$  y  $V_{cw}$  determinados para un agrietamiento por flexión-cortante y para un agrietamiento por cortante en el alma, respectivamente. Estos valores se basan en las ecuaciones (7) y (11).

Primero, en la ecuación (7) para las grietas por flexión-cortante, el término  $d/2$  se puede despreciar, con el propósito de simplificar. Esto tiene

el efecto de relacionar el agrietamiento por flexión-cortante a la carga que produce el agrietamiento por flexión en la sección considerada, en lugar de a la distancia  $d/2$  de la sección considerada, y vuelve algo más conservadora a la ecuación. Entonces, con algunos pequeños cambios en la notación,

$$V_{ci} = 0.6 \sqrt{f'_c} b_w d + V_o + \frac{V_i}{M_{max}} M_{cr} \quad \text{-- (19)}$$

donde  $b_w$  es el ancho de la sección rectangular o el espesor del alma de una sección con patín, y  $d$  es la profundidad desde la cara en compresión del miembro hasta el centroide del acero del presfuerzo. Basándose en las pruebas, este último valor no necesita tomarse menor que  $0.80h$  para ésta y para todas las demás especificaciones del código relativas al cortante, excepto cuando específicamente se diga diferente.

En la ecuación (19),  $V_i$  y  $M_{max}$  son, respectivamente, el cortante y momento flexionante afectados del factor en la sección considerada, provenientes de las cargas muertas y vivas sobrepuestas, y  $M_{cr}$  es el momento que produce el agrietamiento por flexión, calculado mediante la ecuación (8).

En la ecuación (19),  $V_o$  es el cortante debido al peso propio del miembro y se calcula sin factor de carga, y  $f_o$  en la ecuación (8) es el esfuerzo de flexión en la cara inferior de la trabe, debido al peso propio del miembro, también calculado sin factor de carga. La razón para la consideración por separado del peso propio se ha explicado anteriormente.

Al aplicar la ecuación (19),  $V_{ci}$  no necesita ser considerado menor que  $1.7\sqrt{f'_c} b_w d$ , de acuerdo con el código.

La resistencia nominal al cortante correspondiente al agrietamiento por cortante en el alma se calcula mediante la ecuación (11) sin modificación.

$$V_{cw} = (3.5\sqrt{f'_c} + 0.3 f_{cc}) b_w d + V_p$$

donde  $V_p$  es la componente vertical de la fuerza prestensora efectiva en la sección:

$$V_p = P_e \text{ Sen } \theta$$

en la cual  $\theta$  es la inclinación de la línea centroidal del tendón en la sección.

Como una alternativa del uso de la ecuación (11),  $V_{cw}$  puede calcularse como la fuerza cortante -- que corresponde a la carga muerta más la carga viva, que resultan en un esfuerzo de tensión principal de  $4\sqrt{f'_c}$  en el centroide del miembro o en la intersección del patín y el alma cuando el eje centroidal está en el patín.

Para miembros con una fuerza pretensora efectiva no menor que el 40% de la resistencia a la tensión del refuerzo por flexión, se permite una alternativa con relación al empleo de las ecuaciones (19) y (11). La fuerza cortante  $V_c$  puede tomarse igual a:

$$V_c = (0.6\sqrt{f'_c} + 700 \frac{V_u d}{M_u}) b_w d \quad \text{--- (20)}$$

En esta ecuación,  $V_u$  y  $M_u$ , son el cortante y el momento factorizados debidos a todas las cargas, en la sección considerada, y la cantidad  $V_u d/M_u$  no debe considerarse mayor que 1.0. Si se emplea la ecuación (20),  $V_c$  no debe considerarse menor que  $2\sqrt{f'_c} b_w d$  y tampoco mayor que  $5\sqrt{f'_c} b_w d$ . En esta ecuación,  $d$  es la profundidad hasta el centroide de los tendones de presfuerzo; el límite inferior de ---

0.80h no es aplicable aquí.

La ecuación (20) resulta conveniente en el sentido de que es simple de usar en comparación con las ecuaciones más exactas (19) y 11), pero puede dar resultados muy conservadores e ineconómicos para algunas clases de miembros.

C.- AREA REQUERIDA DE REFUERZO EN EL ALMA.

Cuando se emplea el refuerzo por cortante -- perpendicular al eje del miembro, su contribución a la resistencia al corte es:

$$V_s = \frac{A_v f_y d}{S} \text{ ----- (21)}$$

pero el valor de  $V_s$  no debe tomarse mayor que

$$8 \sqrt{f'_c} b_w d$$

La resistencia total nominal al cortante  $V_n$  se halla sumando las contribuciones del acero y del concreto:

$$V_n = \frac{A_v f_y d}{S} + V_c \text{ ----- (22)}$$

para el caso límite de la inecuación (17) y mediante la ecuación (18):

$$\begin{aligned} V_u &= \phi V_n \\ &= \phi (V_s + V_c) \end{aligned}$$

de la cual

$$V_u = \phi \left( \frac{A_v f_y d}{S} + V_c \right) \text{ ----- (23)}$$

El área requerida para la sección transversal de un estribo,  $A_v$ , puede calcularse mediante una adecuada transposición de términos en la ecuación (23):

$$A_v = \frac{(V_u - \phi V_c) S}{\phi f_y d} \text{ ----- (24)}$$

Normalmente, en los casos prácticos de diseño, el ingeniero escogerá un tamaño tentativo de estribo, para el cual se halla el espaciamiento requerido. Así pues, una forma más conveniente de la ecuación (24) es:

$$S = \frac{\phi A_v f_y d}{V_u - \phi V_c} \text{ ----- (25)}$$

Si el espaciamiento hallado para el tamaño tentativo de estribo resulta muy estrecho para una colocación económica o práctica, o si resultara tan grande que los requisitos para espaciamiento máximo rigen el diseño para una parte muy grande del claro de la trabe, entonces se selecciona un nuevo tamaño de varilla y se repiten los cálculos.

### 3.6 REVISION POR CORTANTE DE LAS SECCIONES DE CONCRETO PRESFORZADO.

#### 3.6.1 REVISION POR CORTANTE, MEDIANTE EL REFUERZO MINIMO EN EL ALMA.

En todos los miembros de concreto presforzado se debe proporcionar por lo menos una cierta área mínima de refuerzo por cortante, cuando la fuerza cortante factorizada total  $V_u$  es mayor que la mitad de la resistencia al cortante  $\phi V_c$  proveniente del concreto. Sin embargo, basándose en su exitoso comportamiento, se exceptúan de este requerimiento los siguientes tipos de miembros:

- 1.- Losas y zapatas.
- 2.- Miembros nervados como traveses doble T
- 3.- Traveses con un peralte total no mayor -- que el más grande de los siguientes valores.

$$h \leq \left\{ \begin{array}{l} 10 \text{ pulgadas} = 25.40 \text{ cm.} \\ 2\frac{1}{2} h_f \\ \frac{1}{2} b_w \end{array} \right.$$

El área mínima que debe proporcionarse como refuerzo para el cortante para todos los demás casos debe ser igual al menor de los siguientes valores:

$$A_v = 50 \frac{b_w S}{f_y} \text{ ----- (26)}$$

y

$$A_v = \frac{A_p f_{pu} S}{80 f_y d} \sqrt{\frac{d}{b_w}} \text{ ----- (27)}$$

La ecuación (26) por lo general requerirá un mayor refuerzo mínimo de acero en el alma; de tal forma que la ecuación (27) es la que rige generalmente -

el diseño. Sin embargo, ésta solamente puede ser aplicada siempre y cuando la fuerza pretensora efectiva no sea menor que el 40% de la resistencia a la tensión del refuerzo tensado.

### 3.6.2 REVISION POR CORTANTE MEDIANTE EL ESPACIAMIENTO MAXIMO.

El código ACI contiene también ciertas restricciones para el espaciamiento máximo del refuerzo en el alma, para asegurarse que cualquier grieta diagonal potencial será atravesada por lo menos por una mínima cantidad de acero en el alma. Para miembros presforzados, este espaciamiento máximo no debe exceder el menor de los siguientes valores:

$$s < \begin{cases} 0.75 h \\ 24 \text{ pulg} = 60.96 \text{ cm.} \end{cases}$$

Si  $v_s > 4 \sqrt{f'_c} b_w d$

$\Rightarrow$   $s < \begin{cases} 0.75 h/2 \\ 12 \text{ pulg} = 30.48 \text{ cm.} \end{cases}$

Ejemplo 3.1

Diseñar y revisar por cortante la viga del ejemplo 2.10.

Datos:  $w_d = 600 \text{ kg/m}$        $w_L = 1,700 \text{ kg/m}$

$w_o = 1,062 \text{ kg/m}$        $f'_c = 350 \text{ kg/cm}^2$

$f_{pu} = 17,577.5 \text{ kg/cm}^2$        $f_y = 4,000 \text{ kg/cm}^2$

$P_e = 166,900.98 \text{ kg.}$

$A_c = 4,425.00 \text{ cm}^2$

$I = 6,185,426.40 \text{ cm}^4$

$r^2 = 1,398 \text{ cm}^2$

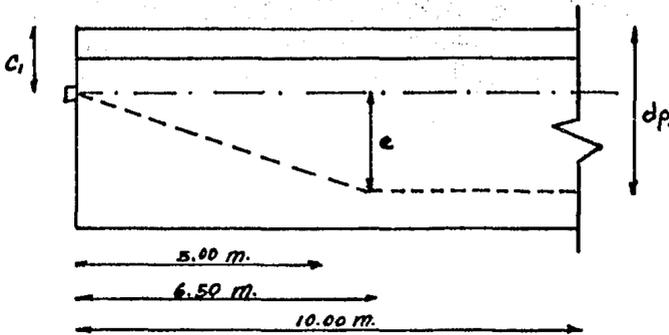
$e = 49.79 \text{ cm.}$

$A_p = 22 \text{ cm}^2$

$L = 20 \text{ m.}$

Solución.-

Como a  $\frac{1}{2}L$  del apoyo se presenta el esfuerzo cortante crítico, de acuerdo con la experimentación.



La excentricidad a  $5.0\text{ m}$ . del apoyo.

$$\frac{49.79}{6.5} = \frac{e}{5.0} \quad e = 49.79 \times \frac{5.0}{6.5} = 38.30\text{ cm.}$$

La profundidad  $d$  en la zona de interés es:

$$d = 50.21 + 38.30 = 88.51\text{ cm.}$$

con la finalidad de aplicar la Ec. (19), debemos de -  
chechar el valor de  $d < 0.80h$ , de acuerdo con el código.

$$0.80(120) = 96\text{ cm} > 88.51\text{ cm.}$$

$$\therefore d = 96\text{ cm.}$$

Obtención de los valores implicados en la ecuación (79).

Cálculo del momento por peso propio y del cortante a  $X = 5$  m. del apoyo.

$$M_o = \frac{W_o X}{2} (L - X)$$

$$M_o = \frac{1,062 (5)}{2} (20 - 5) = 39,825 \text{ kg-m.}$$

$$V_o = W_o \left( \frac{L}{2} - X \right)$$

$$V_o = 1,062 \left( \frac{20}{2} - 5 \right) = 5,310 \text{ kg.}$$

Cálculo del esfuerzo de tensión en la parte inferior de la viga, bajo  $M_o$ .

$$f_o = \frac{M_o C_2}{I_c}$$

$$f_o = \frac{39,825(100)(69.79)}{6,185,426.40} = 44.93 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo del momento y del cortante en la sección a  $X = 5$  m. del apoyo, provenientes de la carga muerta sobrepuesta de 600 kg/m y de la carga viva de 1,700 kg/m.

$$V_i = (W_d + W_L) \left( \frac{L}{2} - x \right)$$

$$V_i = 2,300 \left( \frac{20}{2} - 5 \right) = 11,500 \text{ kg.}$$

$$M_{\max} = \frac{2,300(5)}{2} (20 - 5) = 86,250 \text{ kg-m.}$$

Cálculo del  $M_{cr}$  de la ecuación (8).

Obtención del esfuerzo en el concreto en la cara interior debido solamente al presfuerzo.

$$f_{2p} = - \frac{P e}{A_c} \left( 1 + \frac{e C_2}{r^2} \right)$$

$$f_{2p} = - \frac{166,900.98}{4,425} \left( 1 + \frac{38.30 (69.79)}{1,398} \right)$$

$$= - 109.83 \text{ kg/cm}^2$$

$$M_{cr} = \frac{I_c}{C_2} \left( 6 \sqrt{f'_c} + f_{2p} - f_o \right)$$

$$= \frac{6,185,426.40}{69.79} \left( 0.5 \sqrt{\frac{350}{10.1937}} \right) (10.1937)$$

$$+ 109.83 - 44.93)$$

$$M_{cr} = 8,398,984.00 \text{ kg-cm} = 83,989.84 \text{ kg-m.}$$

Finalmente, aplicando la ecuación (19) para obtener el valor de  $V_{ci}$ :

$$V_{ci} = 0.6 \sqrt{f'_c} b_w d + V_o + \frac{V_i}{M_{max}} M_{cr}$$

$$V_{ci} = 0.05 \sqrt{\frac{350}{10.1937}} (10.1937) 30 (96) + 5310 + \frac{11,500}{86,250} (83,989.84)$$

$$V_{ci} = 24,896.75 \text{ kg.}$$

de acuerdo con el código, debemos checar que:

$$V_{ci} < 1.7 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$0.14 \sqrt{\frac{350}{10.1937}} (10.1937) 30(96) = 24,083.55 \text{ kg.}$$

como  $V_{ci} > 1.7 \sqrt{f'_c} b_w d$

$$\implies \therefore V_{ci} = 24,896.75 \text{ kg.}$$

Obtención de la resistencia al cortante para agrietamiento por cortante en el alma. Ecuación (11).

Cálculo del esfuerzo centroidal en el concre

to:

$$f_{cc} = \frac{P_e}{A_c}$$

$$f_{cc} = \frac{166,900.98}{4,425} = 37.72 \text{ kg/cm}^2$$

Cálculo de la componente vertical de la fuera

za pretensora efectiva:

$$\theta = \text{ang tang } \frac{49.79}{650} = 4.38^\circ$$

$$V_p = 166,900.98 \text{ Sen } 4.38^\circ$$

$$V_p = 12,747.27 \text{ kg.}$$

Finalmente, aplicando la ecuación (11)

$$V_{cw} = (3.5 \sqrt{f'_c} + 0.3 f_{cc}) b_w d + V_p$$

$$V_{cw} = (0.29 \sqrt{\frac{350}{10.1937}} (10.1937) + 0.3(37.72))$$

$$30(96) + 12,747.27$$

$$V_{cw} = 95,224.70 \text{ kg.}$$

como  $V_c$  se considera como el menor de los valores -  
proporcionado por  $V_{ci}$  y  $V_{cw}$

$$\therefore \implies V_c = V_{ci} = 24,896.75 \text{ kg.}$$

Cálculo de la fuerza cortante total bajo cargas fact\_ozadas.

$$V_u = (1.4(W_o + W_d) + 1.7 W_L) \left( \frac{L}{2} - X \right)$$

$$V_u = (1.4(1,062 + 600) + 1.7(1700)) \left( \frac{20}{2} - 5 \right)$$

$$V_u = 26,084.00 \text{ kg.}$$

$$V_u = \phi (V_s + V_c)$$

$$\phi V_s = V_u - \phi V_c$$

$$\phi V_s = 26,084.00 - 0.85 (24,896.75)$$

$$\phi V_s = 4,921.76 \text{ kg.}$$

de acuerdo con el código:  $\phi V_s \geq 8 \sqrt{f'_c} b_w d \phi$

$$0.67 \sqrt{\frac{350}{10.1937}} (10.1937) 30 (96) 0.85 = 97,968.43 \text{ kg.}$$

$$\phi V_s < 97,968.43$$

$$\therefore \phi V_s = 4,921.76 \text{ kg.}$$

Ahora, en forma tentativa, se seleccionan es tribos en forma de U con varillas del N<sup>o</sup> 3, que proporcionan un área transversal de 0.71 cm<sup>2</sup>.

$$\therefore A_v = 2(0.71) = 1.42 \text{ cm}^2$$

Aplicando la ecuación (25):

$$S = \frac{\phi A_v f_y d}{V_u - \phi V_c}$$

$$S = \frac{0.85(1.42)4000(96)}{4,921.76} = 94.17 \text{ cm.}$$

$$S = 94.17 \text{ cm.}$$

REVISION POR CORTANTE.

Refuerzo mínimo en el alma y espaciamiento -  
máximo.

Cálculo del área mínima requerida. Ecs. (26)

y (27)

$$A_v = 50 \frac{(30)}{4000} S = 0.375 S$$

como  $f_{pe} > 40\% f_{pu}$  se puede aplicar la Ec.(27)

$$A_v = \frac{22(17,577.5)}{80(4000)96} S \sqrt{\frac{96}{30}} = 0.0225 S$$

Lo que al espaciamiento se refiere:

$$4 \sqrt{f'_c} b_w d$$

$$0.33 \sqrt{\frac{350}{10.1937}} (10.1937) 30 (96) = 56,768.36$$

$$\phi V_s = 4,921.76 < 0.85(56,768.36) = 48,253.11$$

$$\therefore S_{\max} < \begin{matrix} 0.75h = 90 \text{ cm.} \\ 60.96 \text{ cm.} \end{matrix}$$

$$\therefore S_{\max} = 60.96$$

pero por comodidad se pondrán a 61 cm. y nuestra área mínima será:

$$A_v = 0.0225(61) = 1.37 \text{ cm}^2$$

$$1.37 < 1.42$$

∴. Nuestro diseño es adecuado para estribos del N° 3 en forma de U con  $S_{\max} = 61$  cm. y un área mínima de  $A_v = 1.37 \text{ cm}^2$ .

## C A P I T U L O      I V

### PROGRAMAS DE CALCULADORA

#### PROGRAMAS DE CALCULADORA PARA DISEÑO POR FLEXION

##### 4.1 CALCULO DE LAS PROPIEDADES DE LA SECCION

LbL P - SECC

##### 4.2 DISEÑO PRELIMINAR

LbL D - PREL

##### 4.3 DISEÑO ELASTICO, SIN TENSION EN EL CONCRETO. RELACIONES PEQUEÑAS Y GRANDES DE $M_0/M_T$ .

LbL D - ST

##### 4.4 DISEÑO ELASTICO, PERMITIENDO LA TENSION PERO DESPRE-- CIANDOLA. RELACIONES PEQUEÑAS Y GRANDES DE $M_0/M_T$ .

LbL D - PTD

##### 4.5 DISEÑO ELASTICO, ADMITIENDO Y CONSIDERANDO LA TENSION. RELACIONES PEQUEÑAS Y GRANDES DE $M_0/M_T$ .

LbL D - ACT

4.6 DISEÑO DE VIGAS PARA LAS CUALES LA EXCENTRICIDAD DEL PRESFUERZO VARIA A LO LARGO DEL CLARO.

LbL D - EX/V

4.7 DISEÑO DE VIGAS CON EXCENTRICIDAD CONSTANTE.

LbL D - EX/C

4.8 DISEÑO DE VIGAS BASANDOSE EN PRESFORZADO PARCIAL Y RESISTENCIA ULTIMA.

LbL D - PARC

PROGRAMAS DE CALCULADORA PARA LA REVISION POR FLEXION

4.9 REVISION POR ESFUERZOS PERMISIBLES

LbL R - ESF

4.10 REVISION MEDIANTE EL ANALISIS DE COMPATIBILIDAD DE DEFORMACION.

LbL R - ACD

4.11 REVISION MEDIANTE LAS ECUACIONES DEL ACI

LbL R - ACI

4.12 REVISION MEDIANTE EL MOMENTO DE AGRIETAMIENTO.

LbL R - MCR

4.13 REVISION DE UNA VIGA PARCIALMENTE PRESFORZADA DESPUES  
DEL AGRIETAMIENTO.

LbL R - PARC

DISEÑO Y REVISION POR CORTANTE

4.14 DISEÑO Y REVISION POR CORTANTE

LbL CORTANT

PROGRAMA Nº 1  
PROPIEDADES DE LA SECCION

01	LbL P-SECC	31	PROMPT	61	RCL 01
02	CLRG	32	STO 09	62	2
03	B1=?	33	*	63	/
04	PROMPT	34	ST+03	64	-
05	STO 00	35	X<>Y	65	XEQ 01
06	H1=?	36	2	66	RCL 04
07	PROMPT	37	/	67	RCL 01
08	STO 01	38	RCL 08	68	-
09	*	39	+	69	RCL 08
10	STO 02	40	*	70	-
11	ST+03	41	ST+05	71	STO 01
12	RCL 01	42	RCL 08	72	RCL 09
13	2	43	B2=?	73	STO 00
14	/	44	PROMPT	74	*
15	H=?	45	STO 10	75	STO 02
16	PROMPT	46	*	76	RCL 01
17	STO 04	47	ST+03	77	2
18	X<>Y	48	RCL 08	78	/
19	-	49	2	79	RCL 08
20	*	50	/	80	+
21	ST+05	51	*	81	RCL 11
22	RCL 04	52	ST+05	82	-
23	RCL 01	53	RCL 05	83	XEQ 01
24	-	54	RCL 03	84	RCL 10
25	H2=?	55	/	85	STO 00
26	PROMPT	56	STO 11	86	RCL 08
27	STO 08	57	RCL 04	87	*
28	-	58	X<>Y	88	STO 02
29	ENTER /	59	-	89	RCL 11
30	BW=?	60	STO 05	90	RCL 08

91	STO 01	121	/	151	STOP
92	2	122	S2=	152	END
93	/	123	XEQ 1A		
94	-	124	RCL 01		
95	XEQ 01	125	RCL 11		
96	RCL 03	126	/		
97	A=	127	K1=		
98	XEQ 1A	128	XEQ 1A		
99	RCL 06	129	RCL 01		
100	RCL 07	130	RCL 05		
101	+	131	/		
102	STO 00	132	K2=		
103	I=	133	XEQ 1A		
104	XEQ 1A	134	LbL 01		
105	RCL 03	135	X/2		
106	/	136	RCL 02		
107	STO 01	137	*		
108	R/2=	138	ST+06		
109	XEQ 1A	139	RCL 01		
110	RCL 00	140	3		
111	RCL 05	141	Y/X		
112	C1=	142	RCL 00		
113	XEQ 1A	143	*		
114	/	144	12		
115	S1=	145	/		
116	XEQ 1A	146	ST+07		
117	RCL 00	147	RTN		
118	RCL 11	148	LbL 1A		
119	C2=	149	ARCL X		
120	XEQ 1A	150	AVIEW		

PROGRAMA Nº 2  
DISEÑO PRELIMINAR

01	LbL D-PREL	31	-
02	MT=?	32	H=?
03	PROMPT	33	PROMPT
04	100	34	/
05	*	35	*
06	STO 00	36	/
07	0.20	37	Pe=
08	*	38	XEQ 1A
09	MO=?	39	LbL 03
10	PROMPT	40	ENTER/
11	100	41	Fs=?
12	*	42	PROMPT
13	STO 01	43	/
14	X=0?	44	As=
15	GTO 01	45	XEQ 1A
16	$X \neq Y?$	46	$X \leftrightarrow Y$
17	GTO 02	47	FcS=?
18	LbL 01	48	PROMPT
19	RCL 00	49	0.50
20	H=?	50	*
21	PROMPT	51	/
22	0.65	52	AC=
23	*	53	Lb1 1A
24	/	54	ARCL X
25	PE=	55	AVIEW
26	XEQ 1A	56	STOP
27	GTO 03	57	END
28	LbL 02		
29	RCL 00		
30	$X \leftrightarrow Y$		

PROGRAMA Nº 3  
DISEÑO ELASTICO SIN TENSION EN EL CONCRETO

01	Lb1 D-ST	31	*	61	RCL 01
02	Pe=?	32	STO 02	62	K1=?
03	PROMPT	33	0.20	63	PROMPT
04	Fo=?	34	*	64	STO 06
05	PROMPT	35	$X \leq Y?$	65	+
06	FS=?	36	GTO 01	66	/
07	PROMPT	37	LbL 02	67	STO 02
08	/	38	XEQ 1B	68	Pe=
09	STO 00	39	RCL 03	69	XEQ 1A
10	*	40	*	70	H=?
11	MO=?	41	F2=?	71	PROMPT
12	PROMPT	42	PROMPT	72	STO 03
13	100	43	C1=?	73	*
14	*	44	PROMPT	74	F1=?
15	STO 05	45	*	75	PROMPT
16	$X < > Y$	46	/	76	RCL 07
17	/	47	GTO 04	77	*
18	K2=?	48	LbL 01	78	/
19	PROMPT	49	RCL 07	79	STO 04
20	+	50	7.6	80	RCL 02
21	STO 01	51	-	81	RCL 00
22	e=	52	RCL 01	82	*
23	XEQ 1A	53	$X \leq Y?$	83	RTN
24	C2=?	54	GTO 02	84	LbL 03
25	PROMPT	55	$X < > Y$	85	ENTER
26	STO 07	56	STO 01	86	ENTER
27	RCL 05	57	XEQ 1B	87	RCL 05
28	MT=?	58	GTO 03	88	$X < > Y$
29	PROMPT	59	LbL 1B	89	/
30	100	60	RCL 02	90	CHS

91 RCL 01  
92 +  
93 RCL 06  
94 /  
95 1  
96 +  
97 \*  
98 F2=?  
99 PROMPT  
100 /  
101 LbL 04  
102 RCL 04  
103  $X \leq Y?$   
104  $X < > Y$   
105 AC=  
106 LbL 1A  
107 ARCL X  
108 AVIEW  
109 STOP  
110 END

PROGRAMA N° 4

DISEÑO ELASTICO, PERMITIENDO LA TENSION PERO DESPRECIANDOLA

01	LbL D-PTD	29	$X \leq Y?$	57	$X < > Y$
02	Pe=?	30	GTO 01	58	/
03	PROMPT	31	RCL 05	59	STO 03
04	FO=?	32	RCL 02	60	Pe=
05	PROMPT	33	-	61	XEQ 1A
06	FS=?	34	GTO 02	62	RCL 00
07	PROMPT	35	LbL 01	63	*
08	/	36	STO 02	64	STO 04
09	STO 00	37	eMAX=	65	$X < > Y$
10	*	38	XEQ 1A	66	0.20
11	MO=?	39	7.6	67	*
12	PROMPT	40	LbL 02	68	RCL 01
13	100	41	CT=?	69	$X \leq Y?$
14	*	42	PROMPT	70	GTO 03
15	STO 01	43	+	71	RCL 04
16	$X < > Y$	44	KT=?	72	/
17	/	45	PROMPT	73	CHS
18	K2=?	46	-	74	RCL 02
19	PROMPT	47	H=?	75	+
20	+	48	PROMPT	76	K1=?
21	STO 02	49	STO 05	77	PROMPT
22	e=	50	$X < > Y$	78	/
23	XEQ 1A	51	-	79	1
24	C2=?	52	MT=?	80	+
25	PROMPT	53	PROMPT	81	RCL 04
26	STO 05	54	100	82	F2=?
27	7.6	55	*	83	PROMPT
28	-	56	STO Z	84	/

85	*	116	PROMPT
86	STO 00	117	*
87	RCL 03	118	/
88	RCL 05	119	LbL 04
89	*	120	RCL 00
90	F1=?	121	$X \leq Y?$
91	PROMPT	122	$X < > Y$
92	CB=?	123	AC=
93	PROMPT	124	LbL 1A
94	*	125	ARCL X
95	/	126	AVIEW
96	GTO 04	127	STOP
97	LbL 03	128	END
98	RCL 04		
99	H1=?		
100	PROMPT		
101	*		
102	F2=?		
103	PROMPT		
104	C1=?		
105	PROMPT		
106	*		
107	/		
108	STO 00		
109	RCL 03		
110	H2=?		
111	PROMPT		
112	*		
113	F1=?		
114	PROMPT		
115	CB=?		

PROGRAMA Nº 5  
DISEÑO ELASTICO, ADMITIENDO Y CONSIDERANDO LA TENSION

01	LbL D-ACT	29	/	57	PROMPT
02	Pe=	30	RCL 03	58	STO 07
03	PROMPT	31	+	59	+
04	FO=?	32	STO 03	60	STO 08
05	PROMPT	33	e=	61	GTO 02
06	FS=?	34	XEQ 1A	62	LbL 01
07	PROMPT	35	H=?	63	K1=?
08	/	36	PROMPT	64	PROMPT
09	STO 00	37	STO 05	65	STO 07
10	*	38	C1=?	66	+
11	AC=?	39	PROMPT	67	STO 08
12	PROMPT	40	STO 06	68	LbL 02
13	STO 09	41	-	69	Fb=?
14	FT=?	42	STO 04	70	PROMPT
15	PROMPT	43	7.6	71	STO 10
16	STO 01	44	-	72	RCL 09
17	*	45	RCL 03	73	*
18	K2=?	46	$X \leq Y$ ?	74	RCL 07
19	PROMPT	47	GTO 01	75	*
20	STO 03	48	$X < > Y$	76	CHS
21	*	49	eMAX=	77	MT=?
22	MO=?	50	XEQ 1A	78	PROMPT
23	PROMPT	51	RCL 05	79	100
24	100	52	7.6	80	*
25	*	53	-	81	+
26	STO 02	54	RCL 06	82	RCL 08
27	+	55	-	83	/
28	$X < > Y$	56	K1=?	84	STO 08

85	Pe=	116	RCL 07	147	ARCL X
86	XEQ 1A	117	/	148	AVIEW
87	RCL 05	118	1	149	STOP
88	*	119	+	150	END
89	F1=?	120	RCL 00		
90	PROMPT	121	F2=?		
91	RCL 04	122	PROMPT		
92	*	123	/		
93	RCL 10	124	*		
94	RCL 06	125	GTO 04		
95	*	126	LbL 03		
96	-	127	RCL 08		
97	/	128	RCL 00		
98	STO 09	129	*		
99	RCL 04	130	RCL 05		
100	7.6	131	*		
101	-	132	F2=?		
102	RCL 03	133	PROMPT		
103	$X \leq Y?$	134	RCL 06		
104	GTO 03	135	*		
105	$X < > Y$	136	RCL 01		
106	STO 03	137	RCL 04		
107	RCL 02	138	*		
108	RCL 00	139	-		
109	RCL 08	140	/		
110	*	141	LbL 04		
111	STO 00	142	RCL 09		
112	/	143	$X \leq Y?$		
113	CHS	144	$X < > Y$		
114	RCL 03	145	AC=		
115	+	146	LbL 01		

PROGRAMA N<sup>o</sup> 6

DISEÑO DE VIGAS PARA LAS CUALES LA EXCENRICIDAD DEL PRES\_  
FUERZO VARIA A LO LARGO DEL CLARO.

01	Lbl D-ex/v	28	0.50	55	*
02	FC=?	29	*	54	RCL 02
03	PROMPT	30	10.1937	57	-
04	STO 04	31	*	58	/
05	0.70	32	STO 03	59	S1=
06	*	33	R=?	60	XEQ 1A
07	STO 05	34	PROMPT	61	X<>y
08	-0.60	35	STO 04	62	RCL 00
09	*	36	1	63	RCL 04
10	STO 00	37	X<>y	64	*
11	RCL 05	38	-	65	RCL 03
12	10.1937	39	Mo=?	66	X<>y
13	/	40	PROMPT	67	-
14	SQRT	41	100	68	/
15	0.25	42	*	69	S2
16	*	43	STO 05	70	XEQ 1A
17	10.937	44	*	71	C1=?
18	*	45	MT=?	72	PROMPT
19	STO 01	46	PROMPT	73	H=?
20	RCL 04	47	100	74	PROMPT
21	-0.45	48	*	75	/
22	*	49	RCL 05	76	RCL 01
23	STO 02	50	-	77	RCL 00
24	RCL 04	51	+	78	-
25	10.1937	52	STO y	79	*
26	/	53	rcl 04	80	RCL 01
27	SQRT	54	RCL 91	81	X<>y

82	-	109	e MAX=
83	STO 00	110	XEQ 1A
84	fccI=	111	2
85	XEQ 1A	112	STO 04
86	Ac=?	113	LbL 02
87	PROMPT	114	MO - X=?
88	*	115	PROMPT
89	CHS	116	100
90	STO 03	117	*
91	PI=	118	RCL 03
92	XEQ 1A	119	/
93	S1=?	120	RCL 02
94	PROMPT	121	+
95	X<>Y	122	e =
96	/	123	XEQ 1A
97	RCL 01	124	DSE 04
98	RCL 00	125	GTO 02
99	-	126	GTO D-EX/V
100	*	127	LbL 1A
101	STO 02	128	ARCL X
102	MO REAL=?	129	AVIEW
103	PROMPT	130	STOP
104	100	131	END
105	*		
106	RCL 03		
107	/		
108	+		

PROGRAMA Nº 7  
DISEÑO DE VIGAS CON EXCENTRICIDAD CONSTANTE

01	LbL D-EX/C	29	/	57	RCL 03	85	PROMPT
02	FC=?	30	SQRT	58	X<>Y	86	X<>Y
03	PROMPT	31	0.50	59	-	87	/
04	STO 04	32	*	60	/	88	RCL 01
05	0.70	33	10.1937	61	S2=	89	RCL 00
06	*	34	*	62	XEQ 1A	90	-
07	ENTER	35	STO 03	63	C1=?	91	*
08	ENTER	36	R=?	64	PROMPT	92	e=
09	-0.60	37	PROMPT	65	H=?	93	LbL 1A
10	*	38	STO 04	66	PROMPT	94	ARCL X
11	STO 00	39	RCL 01	67	/	95	AVIEW
12	X<>Y	40	*	68	RCL 01	96	STOP
13	10.1937	41	RCL 02	69	RCL 00	97	END
14	/	42	-	70	-		
15	SQRT	43	MT=?	71	*		
16	0.25	44	PROMPT	72	RCL 01		
17	*	45	100	73	X<>Y		
18	10.1937	46	*	74	-		
19	*	47	ENTER	75	STO 00		
20	STO 01	48	ENTER	76	FccI=		
21	RCL 04	49	RCL T	77	XEQ 1A		
22	ENTER	50	/	78	Ac=?		
23	ENTER	51	S1=	79	PROMPT		
24	-0.45	52	XEQ 1A	80	*		
25	*	53	X<>Y	81	CHS		
26	STO 02	54	RCL 04	82	PI=		
27	X<>Y	55	RCL 00	83	XEQ 1A		
28	10.1937	56	*	84	S1=?		

PROGRAMA Nº 8  
DISEÑO DE VIGAS BASANDOSE EN PRESFORZADO PARCIAL  
Y RESISTENCIA ULTIMA

01	LbL D-PARC	29	XEQ 01	57	PROMPT	85	PROMPT	
02	Fc=?	30	B1=	58	RCL 06	86	*	
03	PROMPT	31	PROMPT	59	RCL 05	87	STO 00	
04	STO 05	32	/	60	-	88	RCL 01	
05	ZT=?	33	2	61	C1=?	89	+	
06	PROMPT	34	/	62	PROMPT	90	1.4	
07	STO 06	35	Rec=?	63	-	91	*	
08	L=?	36	PROMPT	64	100	92	RCL 02	
09	PROMPT	37	STO 05	65	/	93	1.7	
10	X/2	38	+	66	/	94	*	
11	0.125	39	CHS	67	RCL 00	95	+	
12	*	40	H=?	68	*	96	MU=	
13	STO 00	41	PROMPT	69	Pe=	97	XEQ 1A	
14	Wd=?	42	STO 06	70	XEQ 1A	98	0.90	
15	PROMPT	43	+	71	0.80	99	/	
16	*	44	Z=	72	/	100	MN=	
17	STO 01	45	XEQ 1A	73	PI=	101	XEQ 1A	
18	RCL 00	46	FPU=?	74	XEQ 1A	102	100	
19	WL=?	47	PROMPT	75	Ac=?	103	*	
20	PROMPT	48	*	76	PROMPT	104	STO 04	
21	*	49	0.90	77	0.0020	105	RCL 06	
22	STO 02	50	*	78	*	106	RCL 05	
23	XEQ 01	51	RCL 04	79	AS=	107	*	
24	H1=?	52	X<>Y	80	XEQ 1A	108	0.85	
25	PROMPT	53	/	81	GTO D-PARC	109	*	
26	/	54	AP=	82	LbL 01	110	/	
27	B1=	55	XEQ 1A	83	RCL 00	111	AcC=	
28	XEQ 1A	56	WP=?	84	WO=?	112	XEQ 1A	
	113	RTN		114	LbL 1A		115	ARCL X
	116	AVIEW		117	STOP		118	END

PROGRAMA Nº 9  
REVISION POR ESFUERZOS PERMISIBLES

01	LbL R-ESF	29	1	57	XEQ 1A
02	e=?	30	+	58	RCL 02
03	PROMPT	31	RCL 01	59	0.80
04	R/2=?	32	*	60	*
05	PROMPT	33	STO 03	61	MT=?
06	/	34	F2=	62	PROMPT
07	STO 00	35	XEQ 1A	63	100
08	C1=?	36	RCL 02	64	*
09	PROMPT	37	MO=?	65	STO 00
10	*	38	PROMPT	66	RCL 01
11	CHS	39	100	67	/
12	1	40	*	68	-
13	+	41	STO 00	69	F1 MT=
14	PI=?	42	S1=?	70	XEQ 1A
15	PROMPT	43	PROMPT	71	RCL 03
16	AC=?	44	STO 01	72	0.80
17	PROMPT	45	/	73	*
18	/	46	-	74	RCL 00
19	CHS	47	F1 MO=	75	RCL 04
20	STO 01	48	XEQ 1A	76	/
21	*	49	RCL 03	77	+
22	STO 02	50	RCL 00	78	F2 MT=
23	F1=	51	S2=?	79	LbL 1A
24	XEQ 1A	52	PROMPT	80	ARCL X
25	RCL 00	53	STO 04	81	AVIEW
26	C2=?	54	/	82	STOP
27	PROMPT	55	+	83	END
28	?	56	F2 MO=		

PROGRAMA Nº 10  
REVISION MEDIANTE EL ANALISIS DE COMPATIBILIDAD  
DE DEFORMACIONES

01	LbL R-ACD	29	PROMPT	57	/	85	100
02	CLRG	30	/	58	ENTER	86	/
03	FC=?	31	1	59	ENTER	87	MN=
04	PROMPT	32	+	60	RCL 02	88	LbL 1A
05	B1=?	33	RCL 02	61	X<>Y	89	ARCL X
06	PROMPT	34	AC=?	62	-	90	AVIEW
07	*	35	PROMPT	63	X<>Y	91	STOP
08	0.85	36	EC=?	64	/	92	END
09	*	37	PROMPT	65	0.003		
10	AP=?	38	*	66	*		
11	PROMPT	39	/	67	STO 06		
12	STO 00	40	*	68	RCL 03		
13	X<>Y	41	ST+03	69	ST+06		
14	/	42	dP=?	70	RCL 06		
15	STO 01	43	PROMPT	71	EPS=		
16	PE=?	44	STO 02	72	XEQ 1A		
17	PROMPT	45	2	73	DSE07		
18	STO 02	46	STO 07	74	GT0 01		
19	RCL 00	47	LbL 01	75	RCL 05		
20	/	48	RCL 01	76	2		
21	EP=?	49	FTS=?	77	/		
22	PROMPT	50	PROMPT	78	CHS		
23	/	51	STO 04	79	RCL 02		
24	ST+03	52	*	80	+		
25	E=?	53	STO 05	81	RCL 04		
26	PROMPT	54	a=	82	*		
27	X/2	55	XEQ 1A	83	RCL 00		
28	R/2=?	56	0.85	84	*		

PROGRAMA Nº 11  
REVISION MEDIANTE LAS ECUACIONES DEL "ACI"

01	LbL R-ACI	30	+	59	*
02	FC=?	31	RCL 02	60	$X \leq Y?$
03	PROMPT	32	+	61	GTO 05
04	STO 00	33	STO 07	62	$X < > Y$
05	Pe=?	34	GTO 04	63	LbL 05
06	PROMPT	35	LbL 02	64	RCL 07
07	AP=?	36	XEQ 03	65	$X \leq Y?$
08	PROMPT	37	0.5	66	GTO 06
09	STO 01	38	*	67	$X < > Y$
10	/	39	RCL 03	68	STO 07
11	STO 02	40	*	69	LbL 06
12	FPU=?	41	RCL 00	70	1.4
13	PROMPT	42	/	71	RCL 05
14	STO 03	43	CHS	72	*
15	/	44	1	73	RCL 06
16	0.5	45	+	74	*
17	$X \leq Y?$	46	RCL 03	75	RCL 07
18	GTO 01	47	*	76	RCL 00
19	ADH=?	48	STO 07	77	/
20	PROMPT	49	LbL 04	78	*
21	X=0?	50	RCL 03	79	H1=?
22	GTO 02	51	0.85	80	PROMPT
23	XEQ 03	52	*	81	STO 03
24	100	53	RCL 03	82	$X \leq Y?$
25	*	54	$7.031E-2$	83	GTO 07
26	RCL 00	55	/	84	XEQ 3A
27	$X < > Y$	56	60,000	85	0.30
28	/	57	+	86	$X \leq Y?$
29	10,000	58	$7.031E-2$	87	GTO 08

88	RCL 01	120	$X \leq Y?$	152	+
89	RCL 07	121	GTO 09	153	RCL 07
90	*	122	RCL 00	154	*
91	0.85	123	RCL 07	155	RCL 08
92	RCL 00	124	/	156	*
93	*	125	0.85	157	RCL 03
94	RCL 04	126	*	158	2
95	*	127	RCL 04	159	/
96	/	128	BW=?	160	CHS
97	2	129	PROMPT	161	RCL 05
98	/	130	STO 02	162	+
99	CHS	131	-	163	RCL 07
100	RCL 05	132	*	164	*
101	+	133	RCL 03	165	RCL 06
102	RCL 07	134	*	166	*
103	*	135	STO 06	167	+
104	RCL 01	136	CHS	168	XEQ 1A
105	*	137	RCL 01	169	LbL 09
106	XEQ 1A	138	+	170	RCL 03
107	LbL 08	139	STO 08	171	2
108	0.25	140	RCL 07	172	/
109	RCL 00	141	*	173	CHS
110	*	142	0.85	174	RCL 05
111	RCL 04	143	RCL 00	175	+
112	*	144	*	176	RCL 03
113	RCL 05	145	RCL 02	177	*
114	X/2	146	*	178	RCL 04
115	*	147	/	179	BW=?
116	XEQ 1A	148	2	180	PROMPT
117	LbL 07	149	/	181	STO 02
118	XEQ 3A	150	CHS	182	-
119	0.30	151	RCL 05	183	*

184	RCL 00	215	STO 06
185	*	216	RTN
186	0.85	217	LbL 3A
187	*	218	RCL 06
188	RCL 05	219	RCL 07
189	X/2	220	*
190	RCL 02	221	RCL 00
191	*	222	/
192	RCL 00	223	RTN
193	*	224	LbL 01
194	0.25	225	<0.5FPU
195	*	226	AVIEW
196	+	227	STOP
197	LbL 1A	228	END
198	100		
199	/		
200	MN=		
201	ARCL X		
202	AVIEW		
203	STOP		
204	RTN		
205	LbL 03		
206	RCL 01		
207	B1=?		
208	PROMPT		
209	STO 04		
210	dP=?		
211	PROMPT		
212	STO 05		
213	*		
214	/		

PROGRAMA Nº 12  
REVISION MEDIANTE EL MOMENTO DE AGRIETAMIENTO

01	LbL R-MCR	25	+
02	FC=?	26	100
03	PROMPT	27	/
04	10.1937	28	MCR=
05	/	29	XEQ 1A
06	SQRT	30	ML=?
07	0.5	31	PROMPT
08	*	32	ENTER
09	10.1937	33	MT=?
10	*	34	PROMPT
11	S2=?	35	X<>Y
12	PROMPT	36	-
13	*	37	CHS
14	R/2=?	38	RCL Z
15	PROMPT	39	+
16	C2=?	40	X<>Y
17	PROMPT	41	/
18	/	42	FCR=
19	e=?	43	LbL 1A
20	PROMPT	44	ARCL X
21	+	45	AVIEW
22	Pe=?	46	STOP
23	PROMPT	47	END
24	*		

PROGRAMA Nº 13  
REVISION DE UNA VIGA PARCIALMENTE PRESFORZADA  
DESPUES DEL AGRIETAMIENTO

01	LbL R-PARC	30	PROMPT	59	/
02	CLRG	31	STO 04	60	STO 02
03	Pe=?	32	*	61	AS=?
04	PROMPT	33	ST + 06	62	PROMPT
05	STO 00	34	RCL 06	63	*
06	AP=?	35	RCL 01	64	STO 03
07	PROMPT	36	*	65	ST + 08
08	STO 01	37	STO 00	66	RCL 04
09	/	38	R=	67	RCL 01
10	ST + 06	39	XEQ 1A	68	*
11	RCL 00	40	RCL 03	69	STO 01
12	AC=?	41	*	70	ST + 08
13	PROMPT	42	CHS	71	B1=?
14	EC=?	43	MT=?	72	PROMPT
15	PROMPT	44	PROMPT	73	BW=?
16	STO 02	45	100	74	PORMPT
17	*	46	*	75	STO 10
18	/	47	+	76	-
19	e=?	48	RCL 00	77	STO 05
20	PROMPT	49	/	78	H1=?
21	STO 03	50	e1=	79	PROMPT
22	X/2	51	XEQ 1A	80	STO 11
23	R/2=?	52	RCL 04	81	*
24	PROMPT	53	RCL 02	82	ST + 08
25	/	54	/	83	RCL 11
26	1	55	STO 04	84	X/2
27	+	56	ES=?	85	2
28	*	57	PROMPT	86	/
29	EP=?	58	RCL 02	87	RCL 05

88	*	120	SQRT	152	RCL 08
89	ST + 09	121	RCL 08	153	3
90	dP=?	122	-	154	Y/X
91	PROMPT	123	STO 08	155	RCL 10
92	STO 12	124	Y=	156	*
93	RCL 01	125	XEQ 1A	157	12
94	*	126	RCL 03	158	/
95	ST + 09	127	ST + 07	159	STO 03
96	dS=?	128	RCL 13	160	RCL 05
97	PROMPT	129	RCL 08	161	RCL 11
98	STO 13	130	-	162	*
99	RCL 03	131	X/2	163	ST + 07
100	*	132	*	164	RCL 08
101	ST + 09	133	STO 09	165	RCL 11
102	RCL 10	134	RCL 01	166	2
103	2	135	ST + 07	167	/
104	/	136	RCL 12	168	-
105	ENTER	137	RCL 08	169	X/2
106	ENTER	138	-	170	*
107	RCL 08	139	X/2	171	ST + 09
108	X<=>Y	140	*	172	RCL 11
109	/	141	ST + 09	173	3
110	2	142	RCL 08	174	Y/X
111	/	143	RCL 10	175	RCL 05
112	STO 08	144	*	176	*
113	RCL 09	145	ST + 07	177	12
114	RCL Z	146	RCL 08	178	/
115	/	147	2	179	ST + 03
116	STO 09	148	/	180	RCL 03
117	RCL 08	149	X/2	181	RCL 09
118	X/2	150	*	182	+
119	+	151	ST + 09	183	STO 03

184	IcT=	217	FS3=
185	XEQ 1A	218	XEQ 1A
186	RCL 07	219	RCL 12
187	AcT=	220	RCL 05
188	XEQ 1A	221	-
189	E=	222	RCL 01
190	PROMPT	223	*
191	RCL 00	224	RCL 09
192	*	225	-
193	RCL 03	226	RCL 04
194	/	227	*
195	STO 01	228	ST + 06
196	Ca=	229	RCL 06
197	PROMPT	230	FP3=
198	STO 05	231	LbL 1A
199	*	232	ARCL X
200	CHS	233	AVIEW
201	RCL 00	234	STOP
202	RCL 07	235	END
203	/		
204	STO 09		
205	-		
206	FC3=		
207	XEQ 1A		
208	RCL 01		
209	RCL 13		
210	RCL 05		
211	-		
212	*		
213	RCL 09		
214	-		
215	RCL 02		
216	*		

PROGRAMA Nº 14  
DISEÑO Y REVISION POR CORTANTE

01	LbL CORTANT	29	+	57	RCL 01
02	e=?	30	H=?	58	*
03	PROMPT	31	PROMPT	59	Ic=?
04	STO 14	32	STO 05	60	PROMPT
05	0.75	33	0.80	61	STO 10
06	*	34	*	62	/
07	STO 00	35	X ≤ Y?	63	CHS
08	C2=?	36	X<>Y	64	RCL 04
09	PROMPT	37	STO 06	65	+
10	STO 01	38	L=?	66	FC=?
11	*	39	PROMPT	67	PROMPT
12	R/2=?	40	STO 13	68	10.1937
13	PROMPT	41	4	69	/
14	/	42	/	70	SQRT
15	1	43	STO 08	71	10.1937
16	+	44	RCL 13	72	*
17	PE=?	45	X<>Y	73	STO 04
18	PROMPT	46	-	74	0.5
19	STO 02	47	RCL 08	75	*
20	AC=?	48	*	76	+
21	PROMPT	49	2	77	RCL 10
22	/	50	/	78	RCL 01
23	STO 03	51	WO=?	79	/
24	*	52	PROMPT	80	*
25	STO 04	53	STO 09	81	100
26	C1=?	54	*	82	/
27	PROMPT	55	100	83	STO 01
28	RCL 00	56	*	84	RCL 09

85	RCL 08	117	*	149	3
86	*	118	BW=?	150	/
87	STO 10	119	PROMPT	151	100
88	Wd=?	120	STO 07	152	*
89	PROMPT	121	*	153	/
90	STO 11	122	+	154	RCL 02
91	WL=?	123	STO 10	155	*
92	PROMPT	124	RCL 04	156	+
93	STO 12	125	0.14	157	VcW=
94	+	126	*	158	XEQ 1A
95	ENTER	127	RCL 07	159	RCL 10
96	ENTER	128	*	160	$X \leq Y?$
97	RCL 08	129	RCL 06	161	GTO 01
98	*	130	*	162	$X <> Y$
99	$X <> Y$	131	$X \leq Y?$	163	STO 10
100	RCL 08	132	$X <> Y$	164	LbL 01
101	*	133	STO 10	165	Vc=
102	2	134	VcI=	166	XEQ 1A
103	/	135	XEQ 1A	167	RCL 09
104	RCL 13	136	RCL 04	168	RCL 11
105	RCL 08	137	0.29	169	+
106	-	138	*	170	1.14
107	*	139	RCL 03	171	*
108	/	140	0.3	172	RCL 12
109	RCL 01	141	*	173	1.7
110	*	142	+	174	*
111	RCL 10	143	RCL 07	175	+
112	+	144	*	176	RCL 08
113	RCL 04	145	RCL 06	177	*
114	0.05	146	*	178	STO 12
115	*	147	RCL 14	179	VU=
116	RCL 06	148	RCL 13	180	XEQ 1A

181	RCL 10	214	60.96	247	RCL 06
182	0.85	215	LbL 2A	248	RCL 07
183	*	216	X ≤ Y?	249	/
184	-	217	GTO 04	250	SQRT
185	RCL 04	218	X < > Y	251	*
186	0.67	219	LbL 04	252	Av=
187	*	220	STO 14	253	XEQ 1A
188	RCL 07	221	S MAX=	254	GTO CORTANT
189	*	222	XEQ 1A	255	LbL 05
190	RCL 06	223	FPU=?	256	50
191	*	224	PROMPT	257	RCL 07
192	0.85	225	STO 08	258	*
193	*	226	AP=?	259	RCL 14
194	X ≤ Y?	227	PROMPT	260	*
195	GTO 02	228	STO 09	261	FY=?
196	X < > Y	229	/	262	PROMPT
197	LbL 02	230	0.40	263	/
198	STO 11	231	*	264	Av=
199	ØVc=	232	RCL 02	265	XEQ 1A
200	XEQ 1A	233	X ≤ Y?	266	GTO CORTANT
201	RCL 04	234	GTO 05	267	LbL 03
202	0.33	235	RCL 08	268	RCL 13
203	*	236	RCL 09	269	2
204	RCL 07	237	*	270	/
205	*	238	RCL 14	271	30.48
206	RCL 06	239	*	272	XEQ 2A
207	*	240	RCL 06	273	LbL 1A
208	X ≤ Y?	241	80	274	ARCL X
209	GTO 03	242	*	275	AVIEW
210	RCL 05	243	FY=?	276	STOP
211	0.75	244	PROMPT	277	END
212	*	245	*		
213	STO 13	246	/		

## CAPITULO V

### EJEMPLOS Y CONCLUSIONES

5.1 CALCULO DE LAS PROPIEDADES DE LA SECCION

INGRESA		SOLICITA (Pantalla)	RESULTADO
XEQ	P - SECC	B1 = ?	
30cm.	R/S	H1 = ?	
9 cm.	R/S	H = ?	
90cm.	R/S	H2 = ?	
9 cm.	R/S	BW = ?	
9 cm.	R/S	B2 = ?	
30cm.	R/S		$A_c = 1,188.00 \text{cm}^2$
R/S			$I = 1'169,316.00 \text{cm}^4$
R/S			$r^2 = 984,27 \text{cm}^2$
R/S			$C_1 = 45.00 \text{cm}$
R/S			$S_1 = 25,984.80 \text{cm}^3$
R/S			$C_2 = 45.00 \text{cm}$
R/S			$S_2 = 25,984.80 \text{cm}^3$
R/S			$k_1 = 21.87 \text{cm}$
R/S			$k_2 = 21.87 \text{cm}$
R/S (END)			Nueva sección

CONCLUSION: En particular, en el ejemplo presente se escogió una viga de sección I simétrica con la finalidad de poder identificar los resultados.

5.2 DISEÑO PRELIMINAR, RELACIONES GRANDES Y PEQUEÑAS DE Mo/MT .

INGRESA	SOLICITA (Pantalla)	RESULTADO
XEQ D-PREL	MT = ?	
46,836.00 kg-m R/S	Mo = ?	
6,660.00 kg-m R/S	H = ?	
90.00 cm R/S		Pe= 89,280.00 kg
R/S	Fs = ?	
8,789.00 kg/cm <sup>2</sup> R/S		As = 10.16 cm <sup>2</sup>
R/S	FcS= ?	
157.50 kg/cm <sup>2</sup> R/S		Ac = 1,133.71 cm <sup>2</sup>
R/S (END)	MT = ?	NUEVO DISEÑO.
46,836.00 kg-m R/S	Mo = ?	
28,000.00 kg-m R/S	H = ?	
90.00 cm R/S		Pe= 80,061.54 kg
R/S	Fs = ?	
8,789.00 kg/cm <sup>2</sup> R/S		As = 9.11 cm <sup>2</sup>
R/S	FcS= ?	
157.50 kg/cm <sup>2</sup> R/S		Ac = 1,016.65 cm <sup>2</sup>
R/S (END)	MT = ?	NUEVO DISEÑO .

CONCLUSION : El primer diseño se realizo para una relación pequeña de Mo/MT y la segunda para una relación grande . Tanto los valores solicitados - como los valores proporcionados por el programa se encuentran detallados en la nomenclatura al final del capítulo . El diseño prelimi-

nar nos proporciona valores aproximados para darse una idea del rango de los valores del diseño final . Los valores de los esfuerzos, tanto del concreto como del acero, están determinados de una manera supuesta por de bajo de los valores permisibles . La realización de un diseño preliminar resulta de gran ayuda para la realización de los diseños finales que posteriormente se ejecutan mediante la aplicación del programa correspondiente .

5.3 DISEÑO ELASTICO, SIN TENSION EN EL CONCRETO

INGRESA	SOLICITA (Pantalla)	RESULTADO
XEQ D - ST	$P_e = ?$	
89,280.00 kg. R/S	$f_o = ?$	
10,547.00 kg/cm <sup>2</sup> R/S	$f_s = ?$	
8,789.00 kg/cm <sup>2</sup> R/S	$M_o = ?$	
6,660.00 kg-m R/S	$k_2 = ?$	
21.87 cm. R/S		$e=28.08\text{cm.}$
R/S	$C_2 = ?$	
45 cm. R/S	$M_T = ?$	
46,836 kg-m R/S	$k_1 = ?$	
21.87 cm R/S		$P_e=93,753.98 \text{ kg.}$
R/S	$H = ?$	
90 cm R/S	$f_1 = ?$	
118 kg/cm <sup>2</sup> R/S	$f_2 = ?$	
126 kg/cm <sup>2</sup> R/S	$C_1 = ?$	
45 cm. R/S		$A_C=1,785.82\text{cm}^2$

CONCLUSION: Para fines de poder comparar resultados en la aplicación de este programa, se resolvió el ejemplo 2.2 de la teoría, referente a relaciones pequeñas de  $M_o/M_T$ . El programa esta realizado para poder resolver tanto -

relaciones pequeñas como grandes. Los es fuerzos fibrarios superior e inferior son considerados en valor absoluto.

Los valores referentes a las propiedades de la sección solicitados por el programa, son aquellos pertenecientes a la sección propuesta en el diseño preliminar, así como también el valor de  $P_e$  solicitado por el programa . El valor de  $A_c$  proporcionado por el programa , es el valor requerido de área de concreto de la sección transversal mínima para soportar cualquier estado de carga , con la cual se determina la sección más adecuada .

5.4 DISEÑO ELASTICO PERMITIENDO LA TENSION PERO DESPRECIAN DOLA.

INGRESA		SOLICITA (Pantalla)	RESULTADO
XEQ	D - PTD	$P_e = ?$	
75,774.15 kg.	R/S	$f_0 = ?$	
10,547 kg/cm <sup>2</sup>	R/S	$f_s = ?$	
8,789.00 kg/cm <sup>2</sup>	R/S	$M_0 = ?$	
28,000.00 kg-m	R/S	$k_2 = ?$	
22.59 cm	R/S		$e = 53.38 \text{ cm}$
R/S		$C_2 = ?$	
55.10 cm	R/S		$e_p = 47.50 \text{ cm}$
R/S		$C_T = ?$	
29.59 cm	R/S	$k_T = ?$	
12.02 cm	R/S	$H = ?$	
90 cm	R/S	$M_T = ?$	
46,836.00 kg-m	R/S		$p_e = 72,244.33 \text{ kg}$
R/S		$k_1 = ?$	
14.31 cm	R/S	$f_2 = ?$	
126 kg/cm <sup>2</sup>	R/S	$f_1 = ?$	
118 kg/cm <sup>2</sup>	R/S	$c_b = ?$	
48.50 cm	R/S		$A_c = 1,419.03 \text{ cm}^2$

CONCLUSION: En la aplicación de este programa utilizamos el ejemplo 2.5 para relaciones grandes de  $M_o/M_T$  con la finalidad de poder seguir comparando resultados. Este programa es perfectamente funcional tanto para relaciones pequeñas - como para relaciones grandes de  $M_o/M_T$ . La nomenclatura utilizada en este programa se describe en detalle posteriormente.

5.5 DISEÑO ELASTICO, ADMITIENDO Y CONSIDERANDO LA TENSION

INGRESA		SOLICITA (Pantalla)	RÉSULTADO
XEQ D - ACT		$P_e = ?$	
89,143.51 kg.	R/S	$f_o = ?$	
10,547.00 kg/cm <sup>2</sup>	R/S	$f_s = ?$	
8,789.00 kg/cm <sup>2</sup>	R/S	$A_c = ?$	
1,805.50 cm <sup>2</sup>	R/S	$f_T = ?$	
20 kg/cm <sup>2</sup>	R/S	$k_2 = ?$	
23.31 cm	R/S	$M_o = ?$	
6,660 kg-m	R/S		$e = 37.40 \text{ cm.}$
R/S		$H = ?$	
90 cm	R/S	$C_1 = ?$	
45 cm.	R/S		$e_p = 37.40 \text{ cm}$
R/S		$k_1 = ?$	
23.31 cm	R/S	$f_b = ?$	
18 kg/cm <sup>2</sup>	R/S	$M_T = ?$	
46,836.00 kg-m	R/S		$p_e = 64,668.89 \text{ kg}$
R/S		$f_1 = ?$	
118.00 kg/cm <sup>2</sup>	R/S	$f_2 = ?$	
126.00 kg/cm <sup>2</sup>	R/S		$A_c = 1,377.34 \text{ cm}^2$

CONCLUSION: Con el propósito de poder comparar resultados, aplicamos el programa al ejemplo - 2.6 correspondiente a relaciones pequeñas de  $M_o/M_T$ . El programa resuelve indistintamente tanto relaciones grandes como relaciones pequeñas. El primer valor de  $p_e$  solicitado por la calculadora, se refiere al presfuerzo efectivo obtenido del diseño preliminar; a diferencia del segundo valor proporcionado por la calculadora el cual se refiere al presfuerzo efectivo adecuado para soportar el momento total exterior. Los esfuerzos fibrarios son -- considerados en valor absoluto.

5.6 DISEÑO DE VIGAS CON EXCENTRICIDAD VARIABLE

INGRESA		SOLICITA (Pantalla)	RESULTADO
XEQ D -EX/V		$f_c = ?$	
350 kg/cm <sup>2</sup>	R/S	$R = ?$	
0.80	R/S	$M_o = ?$	
6,660 kg-m	R/S	$M_T = ?$	
46,836 kg-m	R/S		$S_1 = 24,781.65 \text{ cm}^3$
R/S			$S_2 = 28,147.60 \text{ cm}^3$
R/S		$C_1 = ?$	
40 cm	R/S	$H = ?$	
80 cm	R/S		$f_{ccI} = -67.25 \text{ kg/cm}^2$
R/S		$A_c = ?$	
1,689.5 cm <sup>2</sup>	R/S		$p_I = 113,624.25 \text{ kg}$
R/S		$S_1 = ?$	
28,446 cm <sup>3</sup>	R/S	$M_o \text{ Real} = ?$	
7,298.64 kg-m	R/S		$e \text{ max} = 26.38 \text{ cm}$
R/S		$M_o - X = ?$	
5,473.98 kg-m	R/S		$e = 24.78 \text{ cm}$
R/S		$M_o - X = ?$	
0	R/S		$e = 19.96 \text{ cm}$
R/S (END)			

CONCLUSION: Este programa se aplicó al ejemplo 2.8. Este programa resulta de gran utilidad por el motivo de que nos proporciona la variación a lo largo del claro dependiendo de su diagrama de momento debido a peso propio, como se detalló en el capítulo 2.6.9. Finalmente, este diseño resulta práctico ya que reduce los esfuerzos en las inmediaciones de los apoyos como consecuencia de la excentricidad variable.

El valor de  $M_0$ , se refiere al momento debido al peso propio de la sección obtenida en el diseño preliminar ó bien ya sea supuesto; el  $M_0$  real, se refiere al momento debido al peso propio de la sección más adecuada de acuerdo con los valores de  $S_1$  y  $S_2$  proporcionados por el programa y  $M_0-X$ , es el valor obtenido del diagrama de momento debido al peso propio real, a una distancia  $X$  del apoyo .

5.7 DISEÑO DE VIGAS CON EXCENTRICIDAD CONSTANTE .

INGRESA		SOLLICITA (Pantalla)	RESULTADO
XEQ D-EX/C		Fc= ?	
350 kg/cm <sup>2</sup>	R/S	R = ?	
0.80	R/S	MT= ?	
46,836.00kg-m	R/S		S1=27,962.64cm <sup>3</sup>
R/S			S2=31,760.65cm <sup>3</sup>
R/S		C1= ?	
40.00 cm	R/S	H = ?	
80.00 cm	R/S		FccI=-67.25 kg/cm <sup>2</sup>
R/S		Ac= ?	
1,800.00 cm <sup>2</sup>	R/S		PI=121,055.72 kg
R/S		S1= ?	
32,125.00 cm <sup>3</sup>	R/S		e= 21.163 cm
R/S (END)			NUEVO DISEÑO.

CONCLUSION:

El programa fué aplicado al ejemplo de diseño 2.9, con la finalidad de poder comparar resultados . Los valores de S2 y S1 correspondientes al módulo de sección superior é inferior respectivamente , proporcionados por el programa , se refieren a los valores mínimos requeridos para determinar la sección más adecuada para el diseño . - los valores de C1,H,Ac,S1, se refieren a las propiedades de la sección supuesta .

5.8 .- DISEÑO DE VIGAS BASANDOSE EN PRESFORZADO PARCIAL  
Y RESISTENCIA ULTIMA .

INGRESA		SOLICITA (pantalla)	RESULTADO
XEQ D-PARC		Fc = ?	
350.00kg/cm <sup>2</sup>	R/S	ZT = ?	
92.50	R/S	L = ?	
20.00 m	R/S	Wd = ?	
600.00 kg-m	R/S	WL = ?	
1,700.00kg-m	R/S	WO = ?	
1,680.00kg-m	R/S		Mu=304,100.00 kg-m
R/S			MN=337,888.89 kg-m
R/S			AcC=1,227.85 cm <sup>2</sup>
R/S		H1 = ?	
15.00 cm	R/S		B1 = 81.86 cm
R/S		WO REAL=?	
1,062.00 kg/m	R/S		Mu=260,840.00 kg-m
R/S			MN=289,822.22 kg-m
R/S			AcC=1,053.18 cm <sup>2</sup>
R/S		B1 = ?	
85.00 cm	R/S	Rec= ?	
20.00 cm	R/S	H = ?	
120.00 cm	R/S		Z = 93.80 cm
R/S		FPu= ?	
17,577.50kg/cm <sup>2</sup>	R/S		AP = 19.53 cm <sup>2</sup>
R/S		WP = ?	
1,662.00 kg/m	R/S	C1 = ?	
50.21 cm	R/S		Pe=166,900.00 kg
R/S			PI=208,626.23 kg

R/S		Ac = ?	
4,425.00 cm <sup>2</sup>	R/S		As = 8.85 cm <sup>2</sup>
R/S (END)		Fc = ?	NUEVO DISEÑO .

CONCLUSION: Este programa es bastante complejo, por lo - tanto es recomendable que el lector se fami-- liarice con la nomenclatura proporcionada al final del capítulo .

Como el primer valor de WO solicitado por el programa, se supone aproximadamente al valor real que se espera se presente, por lo tanto los primeros valores de Mu, MN, AcC, también son aproximados. Después de determinar B1, - ya se puede determinar el área de concreto - en compresión y por lo consiguiente el área- total de la sección transversal, consecuente mente queda determinada la sección mas ade-- cuada, por lo consiguiente se puede determi- nar el valor real de WO con el cual se deter- minan, los valores reales de Mu y MN.

Considero que el diseño de una estructura, - en general, está en función del criterio de- decisión del Ingeniero estructurista, por -- tal efecto no es posible normalizar a un cien por ciento los métodos de diseño; tomando en cuenta lo anterior el programa está realiza- do para preguntar aquellos valores en la --- cual se encuentra involucrado el criterio - del Ingeniero encargado del diseño.

5.9 .- REVISION POR ESFUERZOS PERMISIBLES .

INGRESA	SOLICITA (Pantalla)	RESULTADO
XEQ R-ESF	e = ?	
26.39 cm	R/S R <sup>2</sup> = ?	
673.48 cm <sup>2</sup>	R/S C1 = ?	
40.00 cm	R/S PI = ?	
113,618.90 kg	R/S Ac = ?	
1,689.50 cm <sup>2</sup>	R/S	F1= 38.16 kg/cm <sup>2</sup>
R/S	C2 = ?	
40.00 cm	R/S	F2= -172.66 kg/cm <sup>2</sup>
R/S	MO = ?	
7,298.64 kg-m	R/S S1 = ?	
28,446.00 cm <sup>3</sup>	R/S	F1 Mo=12.498kg/cm <sup>2</sup>
R/S	S2 = ?	
28,446.00 cm <sup>3</sup>	R/S	F2 Mo=-146.99kg/cm <sup>2</sup>
R/S	MT = ?	
47,474.64kg-m	R/S	F1 MT=-136.37kg/cm <sup>2</sup>
R/S		F2 MT= 28.77 kg/cm <sup>2</sup>
R/S (END)	e = ?	NUEVA REVISION.

CONCLUSION : El programa se aplico al ejemplo de diseño - 2.8 , igual al ejemplo 2.11 , con la finalidad de comparar resultados.

Los valores de  $F_1$  y  $F_2$  corresponden a los esfuerzos fibrarios debidos al presfuerzo inicial .  $F_1 Mo$ ,  $F_2 Mo$ , corresponden a los esfuerzos fibrarios debidos al presfuerzo ini

cial y al momento debido a peso propio. Los valores de  $F_1$  MT,  $F_2$  MT, corresponden a los esfuerzos fibrarios debidos al presfuerzo -- efectivo y al momento debido al total de las cargas de servicio . Si comparamos los resultados obtenidos de la aplicación del programa con los resultados del ejemplo 2.11 se podrá observar que el programa es completamente funcional .

5.10 .- REVISION MEDIANTE EL ANALISIS DE COMPATIBILIDAD DE DEFORMACIONES .

INGRESA	SOLICITA (Pantalla)	RESULTADO
XEQ R-ACD	$F_c = ?$	
350.00 kg/cm <sup>2</sup>	R/S $B_1 = ?$	
30.00 cm	R/S $AP = ?$	
8.89 cm	R/S $P_e = ?$	
1.9X10 <sup>6</sup> kg/cm <sup>2</sup>	R/S $e = ?$	
26.39 cm	R/S $R^2 = ?$	
673.48 cm <sup>2</sup>	R/S $A_c = ?$	
1,689.50 cm <sup>2</sup>	R/S $E_c = ?$	
300,947.78kg/cm <sup>2</sup>	R/S $dP = ?$	
66.39 cm	R/S $FPS = ?$	
14,062.00kg/cm <sup>2</sup>	R/S	$a = 14.007 \text{ cm}$
R/S		$\epsilon_{Ps} = 0.0148$
R/S	$Fps = ?$	
14,940.87kg/cm <sup>2</sup>	R/S	$a = 14.88 \text{ cm}$
R/S		$\epsilon_{ps} = 0.0141$
R/S		$MN = 78,298.45\text{kg-m}$
R/S (END)	$F_c = ?$	NUEVA REVISION.

CONCLUSION : Esta revisión es importante porque nos proporciona la resistencia del elemento en función de la deformación en la falla, lo que a fin de cuentas es lo que más nos interesa conocer de un elemento.

5.11 .- REVISION MEDIANTE LAS ECUACIONES DEL ACI .

INGRESA		SOLICITA (Pantalla)	RESULTADO
XEQ R-ACI		Fc = ?	
350.00 kg/cm <sup>2</sup>	R/S	Pe = ?	
96,840.00 kg	R/S	Ap = ?	
8.89 cm <sup>2</sup>	R/S	Fpu= ?	
17,577.50kg/cm <sup>2</sup>	R/S	ADH= ?	
1	R/S	B1 = ?	
35.00 cm	R/S	dp = ?	
61.16 cm	R/S	H1 = ?	
15.00 cm	R/S	BW = ?	
15.00 cm	R/S		MN=72,414.22kg-m
R/S (END)		Fc = ?	NUEVA REVISION .

CONCLUSION : Los datos solicitados por el programa se puede identificar consultando la nomenclatura. La solicitud de ADH, se refiere a que si el tendón se encuentra adherido o no; ésta instrucción debe proporcionarse correctamente porque de lo contrario cambiaría totalmente el proceso de revisión.

Es conveniente haber estudiado el ejemplo 2.12 para poder entender el proceso de este programa, ya que se tiene que recurrir a la grafica 2.13 para la comparación de las deformaciones. El primer valor de  $F_{ps}$ , normalmente se determina como el 0.80  $F_{pu}$  y el segundo de 0.85  $F_{pu}$ . Generalmente bastan dos iteraciones para revisar una sección.

5.12 .- REVISION MEDIANTE EL MOMENTO DE AGRIETAMIENTO .

INGRESA	SOLICITA (Pantalla)	RESULTADO
XEQ R-MCR	Fc = ?	
350.00 kg/cm <sup>2</sup>	R/S S2 = ?	
32,125.00 cm <sup>3</sup>	R/S R <sup>2</sup> = ?	
713.89 cm <sup>2</sup>	R/S C2 = ?	
40.00 cm	R/S e = ?	
21.16 cm	R/S Pe = ?	
96,840.00 kg	R/S	MCR= 47,368.92kg-m
R/S	ML = ?	
26,780.00kg-m	R/S MT = ?	
47,952.00kg-m	R/S	FCR = 0.98
R/S (END)	Fc = ?	NUEVA REVISION .

CONCLUSION : El programa fué aplicado al ejemplo de diseño 2.9, si comparamos el momento total del ejemplo 2.9 con el momento que provoca el agrietamiento del miembro proporcionado por el programa, se aprecia que este es ligeramente menor. Y observando el factor de seguridad al agrietamiento  $F_{CR}$ , es eminente que la sección se agrietara bajo cargas de servicio. Se pueden efectuar dos procedimientos para comprobar su efectividad y sobre todo la seguridad del

miembro; Primero .- Efectuar un estudio del --  
ancho del agrietamiento que se espera se pre--  
sente para ver si este esta dentro de lo permi  
tido, así como también las deflexiones que se  
presentan aunadas al agrietamiento.

El segundo.- Seria afectar el momento debido  
a carga viva por un factor de seguridad contra  
el agrietamiento mayor que la unidad y efec --  
tuar un rediseño.

5.13 .- REVISION DE UNA VIGA PARCIALMENTE PRESFORZADA  
DESPUES DEL AGRIETAMIENTO .

INGRESA		SOLICITA (Pantalla)	RESULTADO
XEQ	R-PARC	Pe = ?	
166,900.98	kg R/S	AP = ?	
22.00	cm <sup>2</sup> R/S	Ac = ?	
4,425.00	cm <sup>2</sup> R/S	Ec = ?	
287,558.00	kg/cm <sup>2</sup> R/S	e = ?	
49.79	cm R/S	R <sup>2</sup> = ?	
1,398.00	cm <sup>2</sup> R/S	EP = ?	
1.9X10 <sup>6</sup>	kg/cm <sup>2</sup> R/S		R=182,106.11 kg.
R/S		MT = ?	
168,100.00	kg-m R/S		e 1= 42.52 cm
R/S		Es = ?	
2.1X10 <sup>6</sup>	kg/cm <sup>2</sup> R/S	AS = ?	
3.55	cm <sup>2</sup> R/S	B1 = ?	
85.00	cm R/S	BW = ?	
30.00	cm R/S	H1 = ?	
15.00	cm R/S	dP = ?	
100.00	cm R/S	dS = ?	
112.00	cm R/S		Y = 18.54 cm.
R/S			IcT=1370,782.73cm <sup>2</sup>
R/S			AcT= 1,552.49 cm <sup>2</sup>
R/S		E = ?	
10.83	cm R/S	Ca = ?	
8.21	cm R/S		Fc3=-129.11 kg/cm <sup>2</sup>
R/S			FS3=233.90 kg/cm <sup>2</sup>

R/S

FP3=8,375.10 kg/cm<sup>2</sup>

R/S (END)

Pe = ?

NUEVA REVISION .

CONCLUSION : Este programa es bastante complejo por motivo que nos proporciona el cálculo de la sección transformada y sus propiedades. En la nomenclatura se detallan cada uno de los valores tanto solicitados como proporcionados por el programa.

Este programa resulta de gran utilidad ya que el cálculo de la sección transformada siempre resulta laboriosa. Se debe recalcar que el valor de R proporcionado por el programa, se refiere a la fuerza que provoca la descompresión del miembro y no a la relación de efectividad.

El programa se aplicó al ejemplo 2.10 el cual se refiere a un diseño parcialmente presforzado. Los resultados y el proceso de revisión se puede ver en el ejemplo 2.15.

Para la aplicación de este programa se recomienda realizar previamente una revisión por esfuerzos permisibles para poder determinar si la viga se agrieta o no.

5.14 .- DISEÑO Y REVISION POR CORTANTE

INGRESA	SOLICITA (Pantalla)	RESULTADO
XEQ CORTANTE	e = ?	
49.79 cm.	R/S C2 = ?	
69.79 cm.	R/S $R^2 = ?$	
1,398.00 cm <sup>2</sup>	R/S Pe = ?	
166,900.98 kg	R/S Ac = ?	
4,425.00 cm <sup>2</sup>	R/S C1 = ?	
50.21 cm	R/S H = ?	
120.00 cm	R/S L = ?	
20.00 m	R/S Wo = ?	
1,062.00kg/m	R/S Ic = ?	
6,185,426.40cm <sup>4</sup>	R/S FC = ?	
350.00 kg/cm <sup>2</sup>	R/S Wd = ?	
600.00 kg/m	R/S WL = ?	
1,700.00 Kg/m	R/S BW = ?	
30.00 cm	R/S	VcI=24,986.75 kg.
R/S		VcW=94,940.47 kg.
R/S		VC =24,896.75 kg.
R/S		Vu =26,084.00 kg.
R/S		ØVs= 4,921.76 kg.
R/S		S MAX= 60.96 cm.
R/S	FPU= ?	
17,577.5 kg/cm <sup>2</sup>	R/S FY = ?	
4,000.00 kg/cm <sup>2</sup>	R/S	AV = 1.373 cm <sup>2</sup> .
R/S (END)	R/S e = ?	NUEVA SECCION .

CONCLUSIÓN: Todos los valores solicitados por el programa se detallan claramente en la nomenclatura . El valor de la separación máxima (S MAX) es completamente independiente del área de acero transversal , mientras que - el valor del área mínima requerida de acero transversal , está en función del espaciamiento , por lo tanto, considero suficiente que el programa nos proporcione los valores de  $A_v$  mínima y S max. ya que la de terminación del á ce ro de refuerzo transver sal está en función del ingeniero estructu rista .

NOMENCLATURA

- Ac = Area de concreto de la sección transversal .  
AcC = Area de concreto en compresión .  
AS = Area del acero de refuerzo longitudinal .  
AP = Area del acero de presfuerzo .  
AcT = Area de concreto de la sección transformada .  
Av = Area de acero de refuerzo transversal .  
a = Profundidad del bloque de esfuerzos .  
B1 = Ancho del patín superior .  
B2 = Ancho del patín inferior .  
BW = Ancho del espesor del alma .  
C1 = Distancia del c.g.c. a la fibra externa superior .  
C2 = " " " " " " " inferior .  
CT=C<sub>1</sub>'=Distancia del c.g.c. a la fibra externa superior  
después del agrietamiento .  
Cb=C<sub>2</sub>'=Distancia del c.g.c. a la fibra externa inferior  
después del agrietamiento .  
Ca=C<sub>1</sub>\*=Distancia del c.g.c. a la fibra externa superior  
de la sección transformada .  
dP = Profundidad del c.g.p. .  
dS = Profundidad del c.g.s.  
e = Excentricidad del c.g.p.  
e max=Excentricidad máxima permisible del c.g.p.  
E=e\*= Excentricidad de la fuerza de descompresión (R)  
con relación al E.N.  
Ec = Módulo de elasticidad del concreto .  
EP = Módulo de elasticidad del acero de presfuerzo .  
ES = Módulo de elasticidad del acero de refuerzo .  
FO = Esfuerzo unitario del acero de presfuerzo inmediata-  
mente después de la transferencia .

- FS = Esfuerzo unitario efectivo del acero de presfuerzo  
FPU = Esfuerzo último de ruptura del acero de presfuerzo  
FY = Esfuerzo de fluencia en el acero .  
FPS = Esfuerzo del acero en la falla .  
FCR = Factor de seguridad contra el agrietamiento .  
 $FT=F'_1$  = Esfuerzo de tensión en el concreto, en la fibra superior .  
 $Fb=F'_2$  = Esfuerzo de tensión en el concreto en la fibra inferior .  
Fc = Resistencia del concreto =  $F'_c$   
 $F1, F2$  = Esfuerzos fibrarios de compresión en el concreto, superior e inferior respectivamente .  
 $F1-Mo, F2-Mo$  = Esfuerzo en la fibra superior e inferior respectivamente; debidos al presfuerzo ini-- y al momento de peso propio .  
 $F1-MT, F2-MT$  = Esfuerzo en la fibra superior e inferior respectivamente; debidos al presfuerzo efectivo y al momento bajo cargas de servicio .  
 $FccI$  = Esfuerzo en el centroide del concreto .  
 $FcS$  = Esfuerzo de compresión en el concreto bajo cargas de servicio. (Permisible).  
 $Fc3$  = Esfuerzo de compresión en el concreto bajo cargas de servicio.  
 $FS3$  = Esfuerzo de tensión en el acero de refuerzo longitudinal.  
 $FP3$  = Esfuerzo de tensión en el acero de presfuerzo.  
H = Peralte total de la sección transversal.  
H1 = Espesor del patín superior.  
H2 = Espesor del patín inferior.  
Ic = Momento de inercia de la sección transversal.  
IcT = Momento de inercia de la sección transformada.

- $K_1, K_2$ , = Distancia del núcleo central del c.g.c. para la parte superior e inferior respectivamente.
- $K_T = K'_1, K_d = K'_2$  = Distancia del núcleo central después - del agrietamiento bajo cargas de servicio superior e inferior respectivamente.
- $L$  = Longitud del claro.
- $M_T$  = Momento total bajo cargas de servicio.
- $M_O$  = Momento debido a peso propio.
- $M_U$  = Momento último resistente.
- $M_N$  = Momento nominal de diseño.
- $M_L$  = Momento debido a cargas vivas determinadas.
- $M_{CR}$  = Momento que provoca el agrietamiento.
- $M_O$  REAL = Momento debido al peso propio de la sección real.
- $M_O-X$  = Momento debido al peso propio a la distancia  $X$  del apoyo.
- $P_e$  = Presfuerzo efectivo.
- $P_I$  = Presfuerzo inicial
- $R/2$  = Radio de giro de la sección transversal.
- $R$  = Relación de efectividad =  $P_e/P_I$ .
- $Rec$  = Recubrimiento mínimo requerido.
- $S_1, S_2$ , = Módulo de sección superior e inferior respectivamente.
- $S_{MaX}$  = Separación máxima del acero de refuerzo transver--sal.
- $V_{cW}$  = Resistencia al cortante en el alma.
- $V_{cI}$  = Resistencia al agrietamiento por flexión cortante.
- $V_c$  = Resistencia al cortante que proporciona el concreto.
- $V_U$  = Resistencia última al cortante.
- $V_S$  = Resistencia al cortante que proporciona el acero de refuerzo transversal.
- $W_d$  = Carga muerta sobreimpuesta.
- $W_O$  = Carga muerta debida a peso propio.

WL = Carga viva especificada.

WP = Carga muerta total  $W_0 + W_d$ .

W<sub>0</sub> REAL = Carga muerta debido al peso propio de la sección real.

Y = Profundidad del eje neutro de la sección transformada.

Z = Brazo de palanca del par interno.

Z<sub>T</sub> = Brazo de palanca teórico del par interno.

ε<sub>PS</sub> = Deformación unitaria en la falla.

∅ = Factor de reducción de resistencia al cortante (0.85).

ADH =  $\begin{cases} 1 & \text{- No adherido} \\ 0 & \text{- Adherido} \end{cases}$

## CONCLUSIONES .

El concreto presforzado surge de las exigencias y necesidades que la humanidad presentaba al final de la segunda guerra mundial , por motivo de la escases de materiales y mano de obra que ésta contrajo a la industria de la construcción en los países europeos. Esto dió lugar a una de las inovaciones más importantes en el diseño de las estructuras de concreto, ya que el concreto presforzado no es un diseño nuevo ó estraño, sino que es una extensión del diseño del concreto reforzado tal como se mencionó al principio de éste trabajo .

Actualmente el concreto presforzado tiene muchas y --diversas aplicaciones además de una gran proyección hacia el futuro donde el factor tiempo es primordial. La aplicación del concreto presforzado a diversos procesos constructivos resulta de gran utilidad, ya que nos brinda una gran gama de soluciones tales como : Mayor factibilidad constructiva, el logro de mayores claros con secciones relativamente más esbeltas y en diversas ocaciones resulta económica y esteticamente más favorable su aplicación ; En aquellos casos donde la aplicación de sistemas de concreto reforzado

sofisticados resulta inaccesible , el concreto presforzado nos brinda la solución más adecuada , ya que actualmente - existe un gran numero de elementos estructurales al alcance del ingeniero estructurista por ejemplo: Vigas, Cascarones y losas, Muros, Zapatas, Pilotes e inclusive algunos tipos de columnas, Pavimentos, Estructuras marinas, Resistentes de contención nuclear, Etc. ; Además de que nos -- brinda una resistencia garantizada por motivo que su fabricación requiere un estricto control de calidad .

Considerando lo antes mencionado aunado a la era de la computación que actualmente se vive, ésta no podría pasar desapercibida ya que su aplicación a los complejos métodos de Análisis y diseños estructurales y a la Ingenieria en - general resulta de gran ayuda, por motivo del amplio campo de aplicaciones que esta nos proporciona como herramientas para lograr la solución más óptima que el problema requiera.

Como consecuencia de lo anterior se considera que el presente trabajo resulta de gran utilidad tanto para profesionistas como para estudiantes que al área se refieren , ya que los programas de calculadora para el diseño y revisión de vigas de concreto total y parcialmente presforzadas

que aquí se proporcionan son de fácil y óptima aplicación en la totalidad de los casos .

Cabe mencionar como un inconveniente de la aplicación del concreto presforzado, la reducción de la mano de obra que esta acarrea, que de lo contrario en la aplicación del concreto reforzado sería necesaria . En nuestro país, este inconveniente se ha sabido sobrellevar bastante bien, una prueba de esto sería la construcción del servicio urbano - "METRO" de la ciudad de México , donde se ha compaginado - excelentemente la aplicación tanto del concreto reforzado como la del concreto presforzado .

R E F E R E N C I A

- 1.- DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRESFORZADO .  
T. y Lin.
- 2.- DISEÑO DE ESTRUCTURAS DE CONCRETO PRESFORZADO.  
Arthur H. Nilson.
- 3.- CONCRETO PRESFORZADO.  
Narbey Khachaturian.
- 4.- REGLAMENTO DE LAS CONSTRUCCIONES DE CONCRETO.  
ACI 318-83
- 5.- COMPORTAMIENTO DE MIEMBROS Y SISTEMAS.  
White, Gergely y Sexsmith.
- 6.- ASPECTOS FUNDAMENTALES DEL CONCRETO REFORZADO.  
Oscar M. González Cuevas  
Franciaso Robles.
- 7.- APUNTES Y NOTAS DE LA MATERIA DE CONCRETO REFORZADO.  
Constancio Rodríguez Cabello.