

24/37



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Ingeniería

"PROGRAMA DE CALCULADORA PARA VIGAS
COMPLETAMENTE PRESFORZADAS Y
PARCIALMENTE PRESFORZADAS"

T E S I S
Que para obtener el Título de
I N G E N I E R O C I V I L
Presenta
GERARDO ANTONIO BORJA SAENZ

México, D. F.

1986



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E :

I. INTRODUCCION

1.1. ANTECEDENTES

1.2. GENERALIDADES

1.2.1. Modalidades del concreto presforzado

1.2.2. Etapas de carga

1.3. UTILIDAD DE LAS OBRAS REALIZADAS MEDIANTE EL CONCRETO PRESFORZADO

1.3.1. Pretensado

1.3.2. Postensado

1.4. OBJETIVOS

II. TEORIA DEL PRESFUERZO Y DISEÑO DE ELEMENTOS PRESFORZADOS

2.1. DEFINICIONES

2.2. PRINCIPIOS GENERALES DE DISEÑO

2.3. METODOS DE ANALISIS Y DISEÑO

2.3.1. Método convencional o criterio elástico

2.3.2. Método del par interno

2.3.3. Método de la carga equivalente

2.4. MATERIALES EMPLEADOS EN EL CONCRETO PRESFORZADO

2.4.1. Concreto

2.4.2. Acero

2.5. ANALISIS Y DISEÑO DE VIGAS PRESFORZADAS SOMETIDAS A FLEXION

2.5.1. Línea de presión para tendones rectos en una viga

2.5.2. Variación y localización de la línea de presión

- 2.5.3. Localización de la línea de presión para el caso de tendones con pendientes
- 2.5.4. Ventajas que se tienen en la utilización de tendones curvos
- 2.5.5. Límite en las excentricidades
- 2.5.6. Eficiencia de la sección transversal
- 2.5.7. Selección de la sección transversal de elementos presforzados
- 2.5.8. Sección transversal efectiva de una viga de concreto presforzado
- 2.5.9. Variación del esfuerzo en el acero
- 2.5.10 Carga de agrietamiento
- 2.5.11 Principios sobre la capacidad del momento último de miembros con tendones adheridos
- 2.5.12 Principios de la capacidad a momento último para vigas con tendones no adheridos
- 2.5.13 Métodos aproximados del ACI y del AASHTO para determinar el esfuerzo actuante en el acero de presfuerzo " f_{ps} "
- 2.5.14 Presfuerzo parcial
- 2.5.15 Resistencia a flexión (momento último)

2.6. CORTANTE Y REFUERZO POR CORTANTE

- 2.6.1. Cortante vertical y refuerzo del alma
- 2.6.2. Cortante horizontal

III. PERDIDAS DE PRESFUERZO CON ELEMENTOS DE CONCRETO PRESFORZADO. TIPOS DE ANCLAJES. CURVATURAS. FLUJO DEL CONCRETO.

3. PERDIDAS DE PRESFUERZO

- 3.1. TIPOS DE PERDIDAS DE PRESFUERZO
 - 3.1.1. Pérdidas instantáneas
 - 3.1.2. Pérdidas diferidas

- 3.2. **PERDIDAS EN LOS SISTEMAS DE PRESFUERZO**
 - 3.2.1. Pérdidas en elementos pretensados
 - 3.2.2. Pérdidas en elementos postensados

- 3.3. **EVALUACION DE LAS PERDIDAS DE PRESFUERZO**
 - 3.3.1. Reglamento del D.D.F.-76
 - 3.3.2. Reglamento del ACI (1971)

- 3.4. **ANALISIS DE LAS PERDIDAS DE PRESFUERZO**
 - 3.4.1. Acortamiento elástico del concreto o deformación instantánea
 - 3.4.2. Desviación en los tendones de elementos pretensados
 - 3.4.3. Pérdidas por fricción en los cables de postensado
 - 3.4.4. Deslizamiento de los tendones en los anclajes
 - 3.4.5. Pérdidas por contracción en elementos pretensados y postensados
 - 3.4.6. Pérdida por flujo plástico del concreto.
 - 3.4.7. Relajamiento del esfuerzo en el acero

- 3.5. **PRINCIPALES SISTEMAS DE ANCLAJE EN MEXICO**

- 3.6. **DEFLEXIONES**
 - 3.6.1. Método aproximado para el cálculo de flechas

- IV. **PROGRAMA DE CALCULADORA PARA VIGAS PARCIAL Y TOTALMENTE PRESFORZADAS**

- 4.1. **INTRODUCCION**

- 4.2. **CALCULO DE LAS PROPIEDADES GEOMETRICAS DE LA SECCION**
 - 4.2.1. Ecuaciones empleadas en el programa
 - 4.2.2. Listados del programa
 - 4.2.3. Instrucciones de uso

- 4.3. ELEMENTOS MECANICOS (MOMENTO FLEXIONANTE Y FUERZA CORTANTE) Y CALCULO DE DEFLEXIONES
 - 4.3.1. Ecuaciones aplicadas por el programa
 - 4.3.2. Listado
 - 4.3.2. Instrucciones de uso

- 4.4. CALCULO DE LA FUERZA DE PRESFUERZO Y EXCENTRICIDAD
 - 4.4.1. Ecuaciones utilizadas en el programa
 - 4.4.2. Listado
 - 4.4.3. Instrucciones de uso

- 4.5. CALCULO DEL MOMENTO RESISTENTE ULTIMO
 - 4.5.1. Ecuaciones
 - 4.5.2. Listado
 - 4.5.3. Instrucciones de uso

- 4.6. DISEÑO POR CORTANTE
 - 4.6.1. Ecuaciones
 - 4.6.2. Listado
 - 4.6.3. Instrucciones de uso

- V. APLICACIONES

- VI. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

- VII. BIBLIOGRAFIA

I.- INTRODUCCIÓN

1.1. ANTECEDENTES.

El concreto armado usual fue oficialmente reconocido a principios de siglo, y se ha venido desarrollando y adaptando a la calidad cada vez mejor de los materiales que lo constituyen, sin embargo, es necesario reconocer que el concreto reforzado no permite utilizar del todo las cualidades cada vez mejores de los materiales que lo componen. Las razones que impiden la aplicación de las modernas cualidades de los concretos y aceros son fácilmente entendibles de la siguiente manera: Siendo el módulo de elasticidad del acero sensiblemente constante, si el acero es sometido a esfuerzos de cuatro o cinco veces superiores a los usuales, sufrirá de igual manera de cuatro o cinco deformaciones unitarias al mismo tiempo; con lo que las fisuras del concreto a tensión dejarán así de ser capilares, permitiendo de esta manera el paso de los agentes corrosivos atmosféricos que atacan rápidamente al acero, poniendo en peligro al elemento estructural. De igual manera si se quisiera utilizar únicamente las cualidades del concreto, limitando el esfuerzo de trabajo del acero, se observará que la zona en compresión del elemento aumentará considerablemente; al incrementarse la altura de la zona comprimida y crecer la resistencia última del concreto (f'_c), la resistencia a la compresión llega a ser considerable y obliga a prever secciones de acero mayores con objeto de crear una resultante de tensión equivalente a la resultante de compresión. De esta manera la sección del elemento tendrá que contener una área de acero bastante elevada, presentándose con ello el que secciones tan considerables de acero sean difíciles de alojar, y aún más, el que la flexión llegue a ser peligrosa por las fisuras que se llegasen a provocar. En cuanto a la inercia de la pieza, ésta permanece sensiblemente constante, por lo que las cargas posibles, y la flecha se triplican.

Por otra parte no resulta económico el trabajar con secciones de esta índole, ya que el abatimiento del eje neutro, y la

disminución del peralte útil producto de la colocación del acero en varias capas, ocasiona una disminución de la distancia entre -- las resultantes de compresión y de tensión en el elemento, perdiéndose con ello la ventaja que se buscaba.

Igualmente se presentan problemas con respecto a su elaboración, ya que el concreto reforzado alcanza en ocasiones el límite de las complicaciones prácticas aceptables, cuando una maraña de varillas de refuerzo impide que el concreto llegue a su sitio;-- teniéndose con ello que colar un concreto casi líquido, que va en detrimento de las cualidades del material mismo y en particular de su resistencia.

Por otro lado durante la evolución del concreto armado -- para lograr resistencias, longitudes y economías mayores se obtuvieron un número considerable de fracasos, debido al hecho de que la mayoría de las investigaciones referentes al comportamiento del concreto reforzado permanecían apegadas a los principios de obtener los momentos resistentes por la creación de un par de fuerzas; una de ellas la resultante de las fuerzas de compresión en el concreto; y la otra por la tensión del acero.

Por los motivos antes expuestos y debido a las necesidades que con respecto al paso del tiempo se tuvieron de emplear de una manera más eficiente los materiales que constituyen al concreto reforzado (los cuales poseían características de resistencia cada vez mayor), fue que nació la idea del concreto presforzado.

El principio del presfuerzo se puede enunciar como la -- eliminación de las tensiones en el concreto que se logra mediante la creación de compresiones inducidas artificialmente. Compresiones que son superiores en valor absoluto, a las tensiones producidas por la carga, de tal manera que la sección de concreto se encuentre totalmente a compresión.

Las primeras proposiciones para aplicar el presforzado al concreto, se realizaron en 1886 en los Estados Unidos y en Alemania, mediante una patente para concreto reforzado con metal, que tenía aplicado un esfuerzo de tensión antes de que el elemento fuera cargado. Estas aplicaciones estaban basadas en el concepto de que el concreto, aunque resistente a la compresión, era bastante débil a la tensión y presforzando el acero contra el concreto estaría el concreto bajo un esfuerzo de compresión que podría ser utilizado para equilibrar cualquier esfuerzo de tensión producido por las cargas muertas y vivas.

Estos primeros métodos no tuvieron éxito, porque el bajo presfuerzo producido entonces en el acero, pronto se perdía como resultado de la contracción y flujo plástico del concreto, cuando mucho, solo una pequeña porción del presfuerzo se podía retener y el método no podía competir económicamente con el refuerzo convencional del concreto.

El desarrollo moderno del concreto presforzado se le acredita a E. Freyssinet, de Francia, quien en 1928 empezó usando alambres de acero de alta resistencia para el presforzado; y por medio de estudios profundos de las leyes que rigen el comportamiento de los concretos, descubrió el fenómeno de la deformación lenta bajo carga y de igual forma dedujo las leyes de retracción, de las deformaciones y de los estados higrométricos.

Sin embargo, hubo algunos otros como Magnel en Bélgica y Hoyer en Alemania, que reconocieron su futuro haciendo surgir -- nuevos sistemas de presfuerzo. El sistema Hoyer consiste en estirar los alambres entre dos pilares situados a gran distancia, poniendo separadores entre las unidades, colocando el concreto y cortando los alambres una vez que el concreto ha endurecido. En el sistema Magnel, se estiraban dos alambres a la vez y se anclaban con una cuña metálica simple en cada extremo.

No fue posible la amplia aplicación del concreto presforzado, sino hasta que fueron ideados métodos para tensar, y anclajes en los extremos dignos de confianza y económicos. En 1939, --- Freyssinet produjo cuñas cónicas para los anclajes de los extremos y diseñó gatos de doble acción, los cuales tensaban los alambres y después presionaban los conos machos dentro de los conos hembras para anclarlos.

Por aquel tiempo, el concreto presforzado comenzó a adquirir importancia, aunque su aparición real fue hasta 1945. Quizá la escasez del acero, durante la guerra le dieron ímpetu, puesto que se necesita mucho menos acero para el concreto presforzado que para otros tipos convencionales de construcción. Sin embargo sus aplicaciones se veían restringidas, ya que se requería de tiempo para probar y mejorar el servicio, la economía y la seguridad del concreto presforzado, así como para familiarizar a los ingenieros y constructores con un nuevo método de construcción.

Hoy en día su aplicación es sumamente extensa, como se verá en el inciso 3 de este primer capítulo, existiendo numerosas construcciones elaboradas mediante el uso del concreto presforzado tanto en México como en el mundo.

1.2. GENERALIDADES.

Las estructuras presforzadas pueden ser clasificadas de acuerdo a las diferentes disposiciones con las cuales el presfuerzo se encuentra aplicado, las etapas de carga que a cada una de estas condiciones se ve sometida, a la introducción parcial o total de la fuerza de presfuerzo y si los elementos son o no prefabricados, y además formados por secciones compuestas. Así mismo y adicionalmente se tienen en estas mismas clasificaciones algunos -- otros aspectos referentes a su construcción, manejo y funcionamiento, que serán tratados como una base introductoria a los principios de análisis y diseño que se presentan en los capítulos subsiguientes.

1.2.1. Modalidades del concreto presforzado.

Atendiendo a la clasificación que pudiera hacerse con -- respecto a sus características de diseño y construcción, éstas pueden ser:

A) Presforzadas exterior o interiormente.

Si bien este trabajo está dedicado exclusivamente al diseño de estructuras de concreto presforzado interiormente, es posible que por medio de acero de alta-resistencia se logre presforzar una estructura ajustando sus reacciones exteriores.

B) Presforzado lineal o circular.

El presfuerzo circular es aplicado a estructuras circulares presforzadas, tales como tanques redondos, si los y tubos, en donde los tendones presforzados están enrollados en círculo. Para diferenciar a los circulares, se ha empleado el término de presfuerzo lineal -- que es utilizado en todas las demás estructuras como vigas y losas. Los tendones en forma lineal no son necesariamente rectos, pueden estar doblados o ser curvos, pero no dan vueltas alrededor de un círculo como

en el presfuerzo circular.

C) Pretensados.

Los elementos pretensados son aquellos elementos en donde primeramente se tensan los tendones y luego es colado el concreto. Cuando el concreto ha alcanzado suficiente resistencia a la compresión son liberados los tendones para así transferir la fuerza al concreto a través de la adherencia existente entre ambos. Las características más comunes del pretensado son:

- a) en su mayoría son elementos prefabricados.
- b) Las acciones que produce el presfuerzo son internas.
- c) El anclaje de los tendones es por adherencia.
- d) La trayectoria de los tendones es recta o inclinada, pero no parabólica.
- e) Por lo general los elementos pretensados son estáticamente determinados (aproximadamente el 80% de éstos).

Así como el procedimiento que se emplea en su fabricación es el siguiente:

- 1.- Se coloca la cimbra del fondo.
- 2.- Los tendones de presfuerzo son colocados.

El acero de presfuerzo se tensa antes del colado, anclándose inicialmente en los muertos de anclaje. Con frecuencia se flexiona el acero en uno o dos puntos, a fin de mejorar su excentricidad, la cual se encuentra cerca del centro del claro, para que de esta forma se logre mantener un nivel de esfuerzos aceptable en los extremos de la viga. Se puede lograr que el acero que se encuentra cerca de los extremos de la viga no quede adherido, para así obtener el mismo objetivo.

- 3.- Tensado de los tendones.
- 4.- Colocación del acero de refuerzo complementario (es-

tribos o varillas).

- 5.- Colocación de todos los herrajes metálicos.
- 6.- Adhesión de los costados de cimbra.
- 7.- Vaciado y vibrado del concreto y colado de cilindros de prueba.
- 8.- El concreto se cura a vapor durante un lapso menor a un día.
- 9.- Se revisa si el concreto alcanzo el $0.8f_c$
- 10.- Los anclajes del acero pretensado son soltados, con lo que el concreto recibe una compactación previa, - por medio de la transferencia de esfuerzos y a través de la adherencia entre el acero y el concreto.
- 11.- Se cortan los tendones en los extremos.
- 12.- Se sacan de la planta.
- 13.- Se resanan.
- 14.- Y por último son transportados.

D) Postensados.

El postensado al igual que el pretensado es un método de presfuerzo, en donde a diferencia del pretensado primeramente es elaborado el elemento (dejando previamente los ductos necesarios)- para la colocación y el tensado posterior del acero de presfuerzo, así el presfuerzo es aplicado siempre contra el concreto ya endurecido y los tendones son anclados contra él inmediatamente después del tensado de éstos. Las características principales de dichos -- elementos son:

- a) Pueden ser prefabricados o colados en situ.
- b) La acción que genera el acero de presfuerzo es externa.
- c) Sus anclajes externos estén hechos por medio de elementos metálicos.
- d) Las trayectorias de los cables pueden ser curvos e inclusive rectos como en el pretensado.
- e) Los elementos pueden ser simplemente apoyados o continuos.

El procedimiento por el cual son fabricados los elementos postensados, se puede enumerar de la siguiente forma:

- 1.- Se coloca la cimbra de fondo adhiriéndole a ésta una grasa desmontante.
- 2.- Se disponen los estribos.
- 3.- Introducción de los ductos metálicos para el alojamiento posterior de los cables.
- 4.- Colocación de los costados de la cimbra.
- 5.- Colado y vibrado del concreto.
- 6.- Curado normal.
- 7.- Descimbrado.
- 8.- Introducción de los cables.
- 9.- Tensado de los cables en uno o dos extremos.
- 10.- Anclaje de los cables.
- 11.- Colocación de una lechada de arena con cemento entre el ducto y el cable para así protegerlo y dar una adherencia posterior.

Los tipos de anclajes que se utilizan en el postensado para sujetar y transmitir las fuerzas de tensión en los cables y de compresión en el concreto pueden ser de cuatro tipos:

- 1.- Empleando el principio de la cuña, así como la fricción entre tendones y cuñas.
- 2.- Apoyando directamente el tendón sobre una placa metálica por medio de un engrosamiento formado al extremo del tendón.
- 3.- Usando dispositivos a base de rosca.
- 4.- Doblando los tendones.

Los principales sistemas de postensado empleados en México, son -- ilustrados mediante una tabla que se presenta en el capítulo 3.

E) Elementos pretensados-postensados.

El pretensado y el postensado se pueden usar combinados para obtener grandes ventajas (como en el empleo de elementos prefabricados que son pretensados para soportar la carga muerta y que también son postensados para soportar la carga viva).

F) Elementos parcialmente presforzados, (parcialmente -- pretensados, parcialmente postensados).

Los primeros diseños del concreto presforzado dirigieron sus esfuerzos a la eliminación completa de los esfuerzos de tensión en los elementos sujetos a cargas normales de servicio, llamándose a éste como presfuerzo completo. A medida que se ha obtenido experiencia con la construcción de concreto presforzado, se ha llegado a observar el que existe una solución intermedia entre el concreto completamente presforzado y el concreto reforzado común - que ofrece algunas otras ventajas. A tal solución intermedia, en la cual se permiten esfuerzos de tensión actuantes en la sección de concreto, se le ha llamado presfuerzo parcial.

G) Tipos especiales de presfuerzo.

Además de los tipos de presfuerzo señalados, pueden existir algunos otros como:

- a) Presfuerzo por medio de cementos expansivos con un material aluminio-férrico, en donde las barras evitan el aumento del volumen.
- b) Presfuerzo eléctrico. Se alarga la barra con la corriente, se ancla y se suspende la corriente.

H) Prefabricación.

Es aquel sistema constructivo mediante el cual los elementos estructurales se fabrican en una posición diferente a la que tendrán en la estructura terminada. De esta manera las estructuras de concreto presforzado se pueden clasificar como:

- a) Estructuras coladas en sitio.
- b) Estructuras prefabricadas totalmente.
- c) Estructuras mixtas o parcialmente prefabricadas.

1.2.2. Etapas de carga.

Una de las consideraciones características del concreto presforzado es la variedad de etapas de carga a las que se ve sometido un miembro. Por ejemplo en el caso de una estructura colada en sitio, el concreto presforzado tiene que diseñarse por lo menos

para dos etapas, una de ellas será la etapa inicial durante el --- presfuerzo y la etapa final bajo las cargas exteriores. En los - miembros que sean precolados, además habrá que investigar una tercera etapa que involucra las maniobras y el transporte del elemento. Durante cada una de estas etapas también existen diferentes pe ríodos cuando el elemento puede quedar bajo diferentes condiciones de carga.

1.2.2.1. Etapa inicial.

En ésta el miembro estará bajo la acción del presfuerzo, pero no se verá sujeto a ninguna carga externa superpuesta. A su vez esta etapa puede subdividirse en los siguientes períodos, en donde algunos de ellos pueden ser poco importantes y por eso pueden eliminarse en ciertos cálculos.

A) Antes de la aplicación del presfuerzo.

Antes de que el concreto se presfuerce, éste es muy débil para soportar cargas, por lo que deberá evitarse la falla de sus apoyos.

B) Durante el presfuerzo.

Esta es una prueba crítica para la resistencia de los -- tendones, en donde y por lo general, el acero de presfuerzo se verá sujeto al máximo esfuerzo, tensión de toda su vida útil. Las -- operaciones del presfuerzo imponen en el concreto una prueba severa en la resistencia de apoyo de los anclajes, en donde el concreto no ha alcanzado en tan corto tiempo su resistencia óptima, mien tras que el presfuerzo se encuentra en su esfuerzo máximo, por lo que es posible que ocurra un aplastamiento del concreto en los anclajes si es de calidad inferior o si tiene burbujas o huecos de -- colado.

C) Durante la transferencia del presfuerzo.

En los miembros pretensados, la transferencia del presfuerzo se realiza de manera instantánea, sin embargo en los posten sados esta se realiza de forma gradual, transfiriéndose el pres-

fuerzo de los tendones al concreto de uno por uno. En ambos casos no existe una carga externa en el miembro, excepto su peso propio, de esta manera el presfuerzo inicial, aún con una pequeña pérdida, impone una condición crítica en el concreto que controla generalmente el diseño del elemento.

1.2.2.2. Etapa intermedia.

En esta etapa se ven involucrados el transporte y la erección. Esta ocurre solamente en los miembros precolados cuando son transportados al lugar y erigidos en su posición final. Es sumamente importante el que los miembros estén apoyados y manejados apropiadamente todo el tiempo.

1.2.2.3. Etapa final.

En esta etapa es donde se aplican a la estructura las cargas reales de trabajo. Se deberán considerar para diseño las combinaciones de las cargas como las producidas por la carga viva, viento, sismo, etc.

A) Cargas Permanentes.

La contraflecha de un miembro presforzado bajo la carga permanente (generalmente la carga muerta solamente) es a menudo el factor importante en el diseño, por lo que resulta indispensable el limitar la contraflecha bajo la aplicación de las cargas permanentes.

B) Carga de trabajo.

En esta condición son tomadas en cuenta las cargas vivas muerta y accidentales que deberá soportar el elemento en condiciones de servicio y durante toda su vida. El diseño para la carga de trabajo proporciona una comprobación de los esfuerzos y de las deformaciones excesivas, sin embargo, no es necesariamente una garantía de resistencia suficiente para soportar sobrecargas.

C) Carga de agrietamiento.

La carga de agrietamiento, será aquella para la cual se produce el agrietamiento del elemento por los esfuerzos de tensión generados por las cargas y ser éstos mayores a los que el concreto puede soportar, mediante su módulo de ruptura, es decir, será aquella carga necesaria para contrarrestar la compresión previa proporcionada por la fuerza de presfuerzo y a la aplicación de un esfuerzo de tensión, igual al módulo de ruptura. El agrietamiento en un miembro de concreto presforzado, significa un cambio brusco en la adherencia y en los esfuerzos cortantes. Esta resulta ser una medida de la resistencia del elemento, sin que la sección de concreto deje de trabajar como una sección homogénea. Para ciertas estructuras, como tanques y tuberías, el principio de las grietas presenta una situación crítica. En las estructuras sujetas a un ambiente corrosivo y en especial para las vigas en donde los tendones se encuentren sin adherir o en los casos en donde el agrietamiento puede provocar deflexiones excesivas, resultará importante el conocer el valor de la carga que provoca el agrietamiento del elemento.

D) Carga de ruptura.

Debido a que es deseable que una estructura tenga una capacidad mínima para sobrecargas, en ocasiones resulta indispensable determinar su resistencia a la ruptura; definiéndose ésta como la carga máxima que puede soportar un elemento antes de llegar a colapsarse. Además de que las estructuras diseñadas con base a los esfuerzos de trabajo no siempre poseen un margen adecuado de seguridad contra las posibles cargas inesperadas y sobrecargas.

1.3. UTILIDAD DE LAS OBRAS REALIZADAS MEDIANTE EL CONCRETO PRESFORZADO.

Las aplicaciones del concreto presforzado son muy extensas y variadas. Por lo tanto, únicamente se tratarán en este trabajo aquellas que sean de uso frecuente e importantes.

El concreto presforzado se puede aplicar prácticamente a todas las obras de concreto armado realizadas de manera tradicional, si por razones económicas no llega a reemplazar al concreto reforzado en las obras comunes de edificación de viviendas e industrias, se puede afirmar que compite, aportando casi siempre una solución más elegante y técnicamente más satisfactoria, en la mayoría de las obras.

El diseño del concreto presforzado es más adecuado para estructuras de claros grandes y para aquellas que soporten cargas pesadas, principalmente por las resistencias más elevadas de los materiales empleados. Las estructuras de concreto presforzado son más esbeltas y, por consiguiente, más susceptibles a un diseño artístico. No se agrietan bajo las cargas de trabajo y, cuando aparecen grietas por las sobrecargas, éstas se cerrarán tan pronto como se elimine la carga, a menos que la carga sea excesiva. Bajo la carga muerta la deflexión es menor, debido a la contraflecha que proporciona en el elemento el presfuerzo y bajo la carga viva, la deflexión es también pequeña por la efectividad de toda la sección de concreto sin agrietar, la cual tiene un momento de inercia de 2 a 3 veces el de la sección agrietada. Los elementos presforzados son más adaptables al precolado, ya que su peso es más ligero.

En la práctica, el método del pretensado es preferible para ciertas aplicaciones del presfuerzo, mientras que para otras es más satisfactorio el postensado.

1.3.1. Pretensado.

El método de pretensado se adapta mejor en unidades de sección transversal pequeña, en las cuales no se puede acomodar el cable del postensado, debido a que éste requiere de un espacio mayor. El sistema puede ser adaptado a la producción en masa de un gran número de unidades similares, tales como durmientes para ferrocarril, largueros de piso, vigas, unidades para pisos, postes, pilotes, etc., sin embargo presenta ciertas desventajas que hacen más limitado su uso en relación al postensado cuando se trata de elementos muy grandes. Por lo general los alambres son rectos, de manera que no se dispone de la resistencia que proporcionan los cables curvados hacia arriba, la pérdida del presfuerzo es mayor y la efectividad de una fuerza dada no es tan grande.

Los factores decisivos que determinan el empleo del pretensado, se deben principalmente a los siguientes factores:

- a) Tamaño del elemento
- b) Número de unidades requeridas
- c) Conveniencia de los alambres rectos.

1.3.1.1. Durmientes.

Debido al costo elevado de la madera y la falta de disponibilidad que en algunas regiones se tiene de este elemento, se hizo necesario encontrar un sustituto de la madera para durmientes de ferrocarril, desarrollándose su manufactura a base de concreto presforzado. Mediante la figura 1-1 se indica un corte y elevación típica de un durmiente.

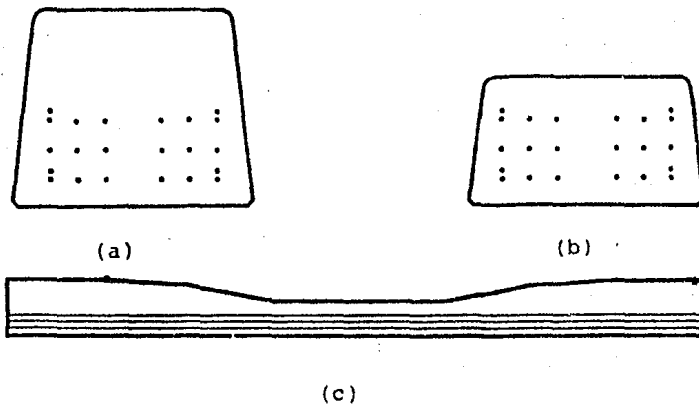


Figura 1-1. Durmientes de concreto presforzado para ferrocarril, mostrando la posición del refuerzo.

- a) Sección en el extremo
- b) Sección en el centro
- c) Corte longitudinal.

1.3.1.2. Techumbres y pisos.

Se ha realizado una labor muy amplia en cuanto a la fabricación de unidades para pisos y techos pretensados. Las vigas que generalmente salvan claros entre columnas y soportan un piso-estructural son en gran parte vigas de sección rectangular o de "T" invertida. La viga rectangular tiene un peralte mayor y es económica por la sencillez de su fabricación, pero en cuanto a su costo total puede resultar más elevada. La viga "T" invertida es más cara en su producción, pero su peralte es menor y puede llegar a ser más económica en el sentido del costo total de construcción.

En la figura 1-2 se muestran las disposiciones típicas y los componentes de piso anteriormente descritos, que pueden estar compuestos por viguetas presforzadas y bloques de relleno de concreto ligero o losas huecas de concreto presforzado.

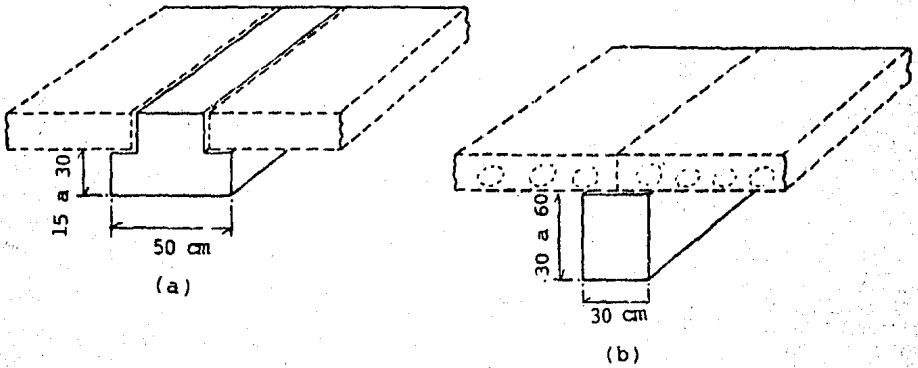
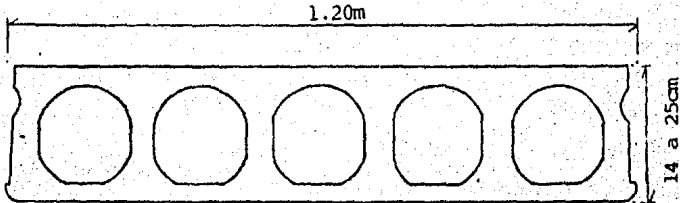


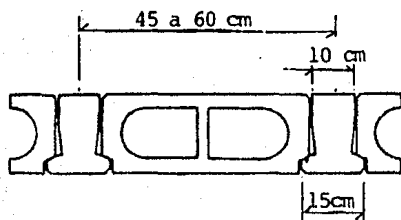
Figura 1-2. Vigas prefabricadas,

- a) "T" invertida
- b) Rectangular.

Por medio de la Figura 1-3 siguiente, se ilustran las dimensiones óptimas para las viguetas y bloques de relleno y el tamaño máximo para las losas. Para el tamaño mínimo utilizado en construcciones habitacionales puede obtenerse un claro aproximado de 5.8m., con un peralte total de piso de 14 cm. Puede lograrse un claro del doble para la misma carga, aunque el peralte tendrá que incrementarse a 25 cm.



(a)

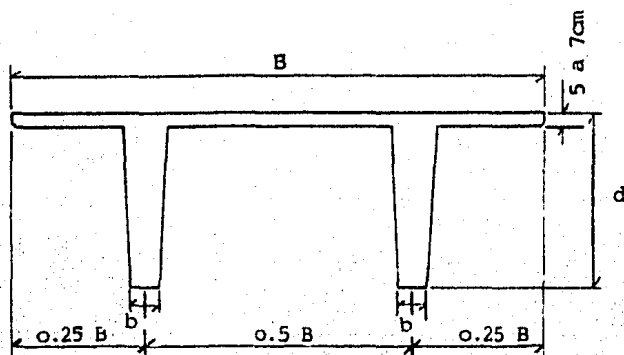


(b.)

Figura 1-3. Componentes de piso:

- a) losa ancha,
- b) largueros y bloques de relleno.

Otro tipo común de unidad para piso es la doble "T", -- (figura 1-4), la cual es más útil para claros largos cuando no -- hay restricción del peralte, como en estacionamientos, o en vestíbulos compuestos por varios pisos y además pueden ser empleados verticalmente como unidades para muros.



Ancho normal de la losa	Peralte máximo	Ancho mínimo del alma
B	d	b
2.40 m	76 cm.	12 cm.
1.80 m	60 cm.	10 cm.
1.20 m	40 cm	6.5 cm

Figura 1-4. Dimensiones típicas de una losa doble "T"

1.3.1.3. Vigas para cubiertas en edificaciones industriales.

Hasta la aparición del presforzado, la cubierta de las grandes naves industriales se hacía única y exclusivamente con estructuras metálicas. Con el presforzado, debido a la disminución considerable del peso muerto que se logra y a sus posibilidades para obtener fácilmente grandes espacios abiertos, se ha cambiado la solución de librar grandes espacios únicamente con elementos metálicos, aportando así el presforzado una solución que compete económicamente con el acero, en la construcción de cubiertas industriales.

Se hará notar que el aspecto de una cubierta de concreto presforzado es por lo general más agradable que una construcción metálica y que el mantenimiento de la obra, luego de ser terminada es nula.

Las vigas pretensadas que se manejan en las cubiertas industriales, (figura 1-5), en su mayoría forman estructuras de tipo cobertizo y de un solo entrepiso mediante secciones variables en su peralte, siendo la forma usual de su sección la de una viga "I"

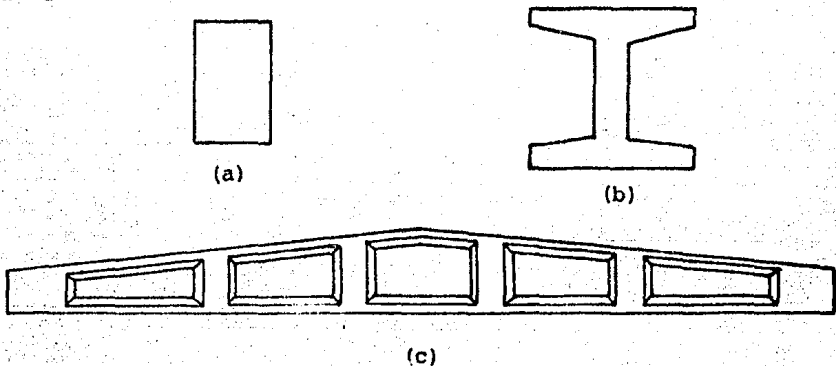


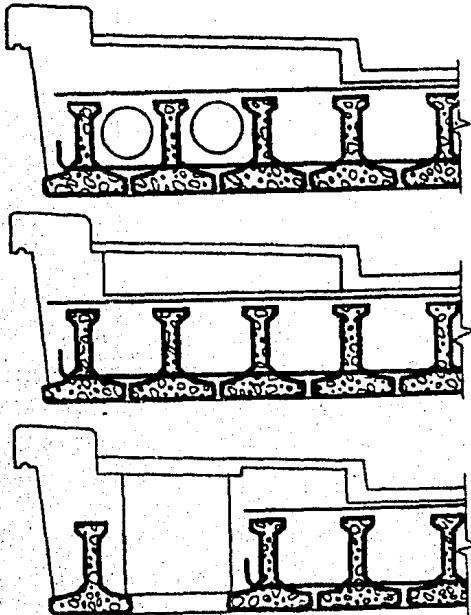
Figura 1-5. Viga pretensada utilizada comúnmente en la construcción de edificios industriales.

- a) Sección en el extremo,
- b) Sección en el centro,
- c) Corte longitudinal.

1.3.1.4. Puentes.

Las secciones que comúnmente se manejan en la construcción de puentes son la "T" invertida, la sección cajón e I, tal y como se muestran en la figura 1-6, sin embargo la más popular es la "T" invertida para claros hasta de 16 m. Se ha observado que los puentes elaborados por medio de una losa compuesta con base en la sección "T" invertida, son una solución económica, en donde un método sencillo de construcción con respecto a este tipo de puentes, consiste en usar vigas "T" invertidas prefabricadas de concreto presforzado, colocando concreto en situ entre y sobre las vigas.

Para grandes claros hasta de 36 m., se requiere de vigas de sección cajón e "I". Las vigas en cajón se colocan una al lado de la otra con juntas en situ entre ellas, en tanto que la sección "I", con separaciones mayores, se vuelve compuesta con una losa colada en sitio en su parte superior, funcionando como una viga "T".



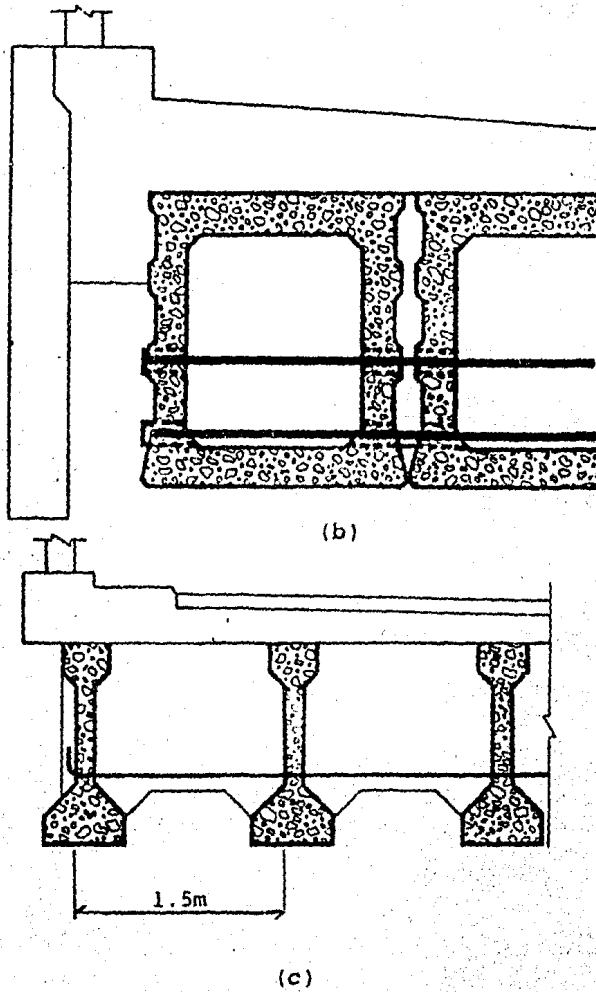


Figura 1-6. Vigas estándar para puentes

- a) T invertida
- b) Sección en cajón
- c) Sección I.

Con ayuda de una serie de investigaciones referentes a la construcción de puentes, se llegó a obtener una derivación de las vigas "T" invertidas, las cuales son llamadas vigas "M". Como se ilustra en la figura 1-7, las vigas se colocan con separaciones de 1 m. centro a centro, obteniéndose dos formas de construcción: el pseudo-cajón y la viga "T".

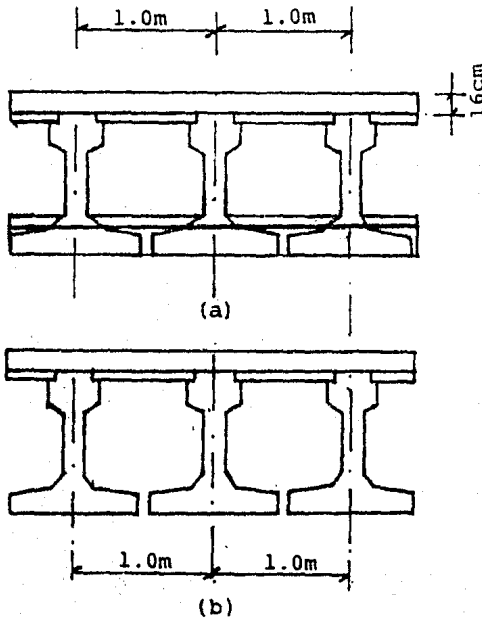


Figura 1-7. Construcción estándar de puentes usando vigas M.

- a) Con losa superior e inferior (pseudo-cajón),
- b) Con losa superior únicamente (Viga T)

En el pseudo-cajón, se coloca refuerzo transversal a través de orificios previamente formados en las almas de las vigas cubiertas con concreto vaciado en sitio y, con el fin de com-

pletarlo, se vacía concreto en su parte superior para una losa de cubierta con doble refuerzo sobre una cimbra permanente. En la viga "T" solo se cuela el concreto en su parte superior. Las vigas cubren un rango de claros desde 15 a 29 m., pero en claros mayores se requiere el uso de tendones postensados curvos o no adheridos.

1.3.1.5. Pilotes.

Mediante un proceso a gran escala se fabrican pilotes cuadrados pretensados de sección sólida, que varían desde 25 a 45 cm. por lado. Una de las principales ventajas en el uso de los pilotes pretensados es el mejor funcionamiento de éstos con respecto a los altos esfuerzos que se generan durante su manejo. Gracias al presfuerzo en el hincado se reducen los esfuerzos de tensión del concreto en la cabeza del pilote, por lo que se reducen a un mínimo las posibilidades de agrietamiento.

Quando se requieren secciones de pilotes mayores de 45 cm. por lado, resultará más económico usar secciones huecas que deberán postensarse.

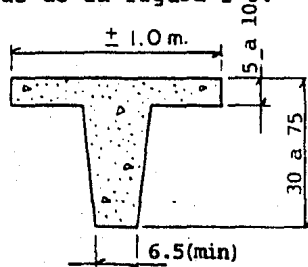
1.3.2. Postensado.

El postensado es más versátil que el pretensado y hace más eficiente el uso de las fuerzas de presfuerzo. Las pérdidas son menores, el curvado hacia arriba de los cables en los apoyos aumenta la resistencia al cortante, y los inconvenientes por el transporte y montaje se ven disminuidos por la posibilidad del colado en situ de los elementos. Sin embargo, no debe olvidarse que involucra ductos y anclajes especiales que complican su proceso de fabricación, elevando con ello el tiempo y costo de su elaboración. Puede ser que el costo adicional en unidades pequeñas no resulte conveniente, pero en unidades grandes el incremento proporcional será pequeño.

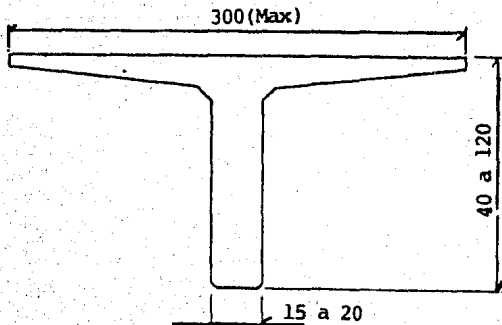
1.3.2.1. Edificios.

Los elementos postensados que se emplean en edificios para techumbres y pisos poseen una longitud mayor con respecto a los pretensados; además de que en la mayoría de los casos éstos funcionan como vigas que forman parte de elementos continuos apoyados en soportes intermedios. En elementos de un solo claro, la viga puede colarse y postensarse sobre el terreno, inyectarse la lechada a los cables y después izarse a su posición. Para los elementos continuos una alternativa de fabricación consistirá en - izar las secciones prefabricadas más pequeñas, tanto de concreto reforzado como postensado, a su posición sobre una obra falsa, introduciendo después los cables a través de los ductos previamente formados que se postensan; y una vez que se ha postensado, es inyectada la lechada por los ductos, retirándose entonces el apuntalamiento.

En claros por encima de los 18 m. en donde el postensado en edificios adquiere una aplicación factible técnica y económicamente, se emplean secciones "T" simples, "T" doble y canal, con proporciones semejantes a las de la figura 1-8.



(a)



(b)

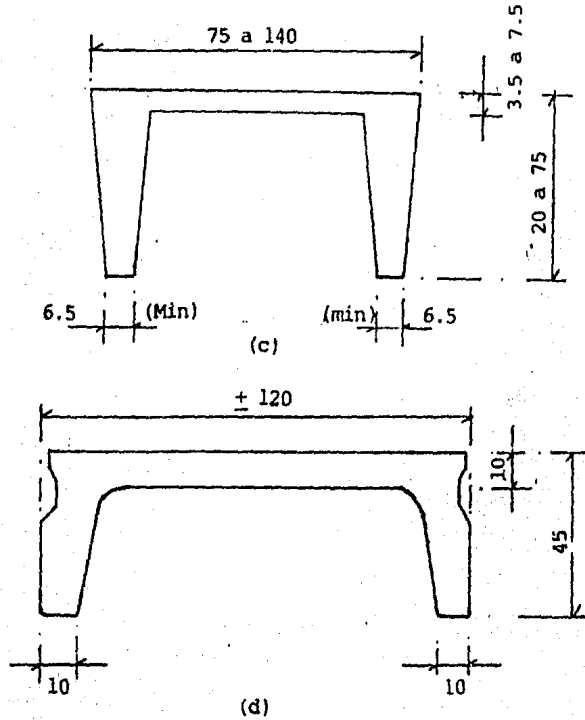


Figura 1-8. Secciones de concreto postensado que comúnmente se utilizan en edificaciones.

- a) Viga "T" simple fabricada con el molde de la sección doble "T".
- b) Viga de sección "T" elaborada por medio de un molde especial.
- c) Canal realizado por medio del molde de la sección doble "T",
- d) Losa de Sección canal de proporciones normales.

1.3.2.2. Puentes.

En puentes de grandes claros y viaductos elevados, el postensado ha tenido una aplicación principal. Para claros entre 10 y 60 m., las vigas o losas presforzadas proporcionan una forma

de construcción muy eficiente (como se describió en el inciso del pretensado). La losa sólida proporciona el momento resistente -- máximo para un peralte dado, pero al costo de usar sin eficiencia -- gran parte de su material. Las losas huecas sirven para reducir -- la carga muerta y si se trata de claros cortos, el costo extra de los materiales involucrados en una losa sólida puede ser excedido por los de mano de obra y materiales que forman parte de una losa hueca. Las vigas de puente son una combinación de viga y losa y, -- aún cuando el peralte total es mayor que con una losa sólida, el material se usa más eficientemente y requiere de una menor fuerza de presfuerzo.

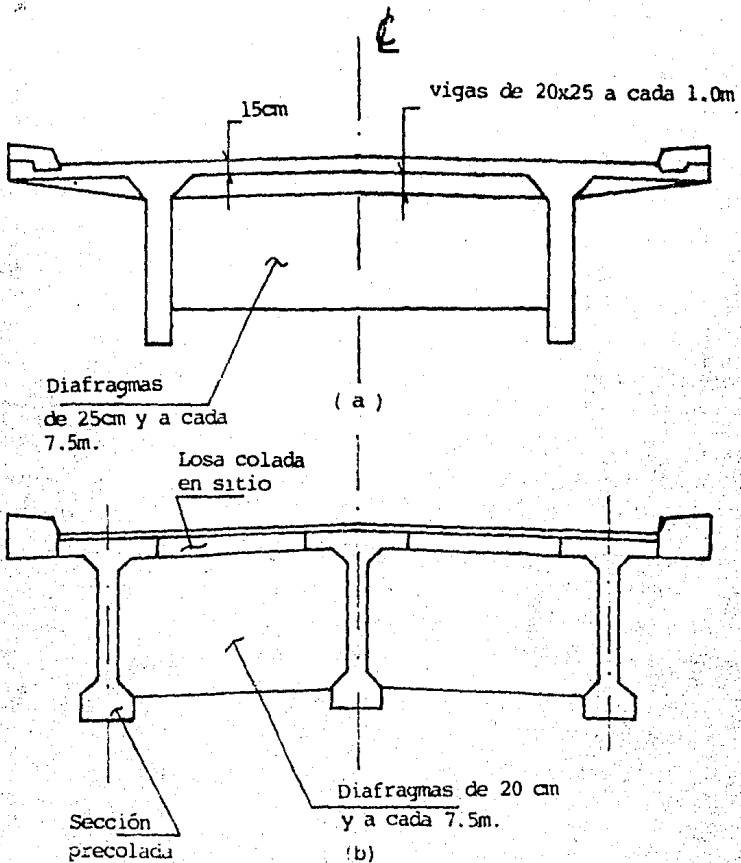
Al aumentar los claros de los puentes y viaductos elevados, se vió la necesidad de emplear travesaños en cajón, ya sea construidas en situ y postensadas, o bien construidas con unidades -- prefabricadas más pequeñas traídas al sitio y tensadas en conjunto.

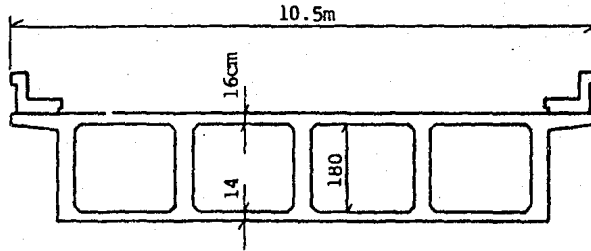
Con la construcción en situ, para los puentes de carreteras, los moldes para una sección se proyectan en voladizo a partir de la sección previamente acabada (colocándose el concreto y dejándose endurecer) y posteriormente esta sección se tensa con las demás cuando se encuentran ya terminadas. De esta manera no existe una obra falsa de apoyo y al colar las secciones a ambos -- lados de las columnas o pilas de apoyo, los momentos de desbalanceo para conservar la estabilidad se reducen a un mínimo. Por lo tanto, el puente trabaja por sí mismo hasta llegar al centro del claro. El tensado final se aplica ahora de manera que el presfuerzo quede en posición correcta para su condición de trabajo.

Las carreteras elevadas o viaductos tienden a utilizar un método diferente. Aquí se usa una forma de construcción llamada comúnmente "tramo por tramo", la cual se lleva a cabo por el -- colado del concreto en una longitud igual a un claro completo, -- que por lo general empieza aproximadamente en el cuarto del claro

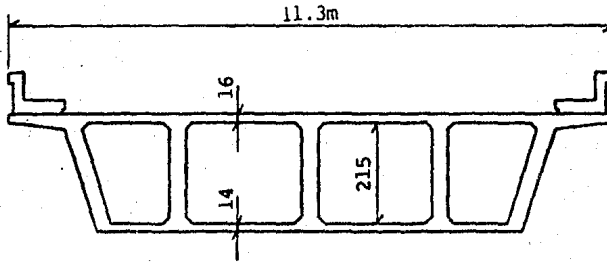
desde un apoyo, y queda en voladizo como un cuarto más allá del apoyo siguiente.

En vez de la construcción en situ, se pueden utilizar también segmentos prefabricados para la construcción en voladizo, en donde generalmente los segmentos son colados en la fábrica y son transportados a la obra. El segmento se iza con el fin de colocarlo en su sitio, empleándose concreto en situ entre el segmento y la obra previamente terminada, una vez que éste alcanza su resistencia requerida, es aplicado el presfuerzo. En la construcción tramo por tramo, la longitud requerida es cubierta por una obra falsa sobre la cual se cuela la sección de concreto entre los espacios libres de las unidades, para de esta manera presforzar el tramo completo.

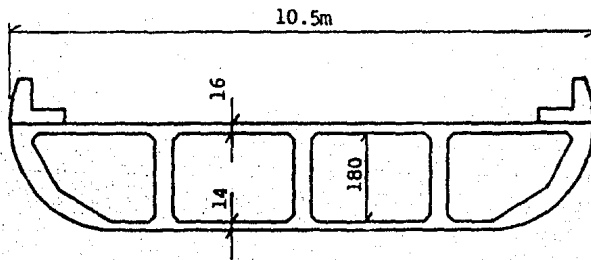




(c)



(d)



(e)

Figura 1-9. Secciones típicas de puentes postensados. a) Sección transversal de un puente colado en sitio, b) Sección de un puente precolado, c) Sección cajón con las almas exteriores verticales, d) Sección cajón con almas exteriores inclinadas, e) Sección cajón con el alma exterior curva.

1.3.2.3. Depósitos y Silos.

La gran ventaja en el uso del presforzado consiste en que el esfuerzo aplicado puede permanecer bajo condiciones de trabajo, sin que existan esfuerzos de tensión y sin que se presenten grietas de tensión. Lo anterior representa una gran ventaja para las estructuras que contienen agua y en un menor grado para los silos de almacenamiento. Las estructuras circulares se construyen más fácilmente que las de tipo rectangular o poligonal, pero debido a las pérdidas por fricción cuando el tensado es alrededor de una curva, los puntos de aplicación deben alojarse a intervalos alrededor del perímetro, y así el tensado tendrá lugar por etapas, asegurando que la estructura se mantenga circular y no se deforme.

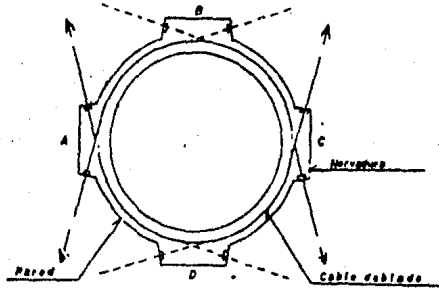


Figura 1-10. Detalle del cruzamiento de los cables sobre una nervadura de anclaje, en un elemento circular.

1.3.2.4. Pilotes.

Los pilotes cilíndricos de gran capacidad tienen casi el doble de momento resistente que los pilotes sólidos de concreto del mismo peso volumétrico y se adaptan en especial para aplicaciones en las que el pilote estará cargado tanto axialmente como en flexión. Los cilindros de concreto se construyen con orificios longitudinales para el postensado y se colocan extremo con

extremo, sellándose las juntas con un compuesto plástico. Se introducen tendones de alta resistencia a través de los orificios - premoldeados alineados, se tensan y se inyecta la lechada a presión. Los diámetros típicos de los pilotes estándar varían entre 0.91 y 1.37 m., con espesores de pared entre .10 y .12 m.

1.4. OBJETIVOS.

Mediante la elaboración de este trabajo, se pretende -- abordar el análisis y diseño de vigas isostáticas de concreto parcial y completamente presforzadas, con base en la teoría que se -- presenta en los capítulos 2 y 3. En el capítulo 4 se desarrolla un programa práctico de análisis y diseño que sigue los lineamientos- teóricos expuestos, proporcionando una herramienta que facilita, - agiliza y simplifica los cálculos que se requieren para el diseño. Por último en el capítulo 5 se realiza el cálculo de los ejemplos- de aplicación, en los que su solución se plantea por medio del pro- grama.

Debido a la amplia variedad que con respecto a los dise- ños de concreto presforzado se pueden presentar en la práctica, es te trabajo ha seguido la intención de presentar tanto la teoría co mo el programa de una manera general y no de una forma específica, ya que el análisis detallado de cada uno de los casos y tipos de - diseño del presforzado resultaría en un trabajo sumamente complejo y probablemente interminable. Por ello se recomienda que para el - empleo del programa de diseño que en este trabajo se desarrolla, - se tengan por lo menos alguna noción acerca de los conceptos teóri cos elementales que se presentan en los primeros capítulos.

II. TEORIA DEL PRESFUERZO Y DISEÑO DE ELEMENTOS PRESFORZADOS.

2.1. DEFINICIONES

2.1.1. Presforzado significa la creación intencional de esfuerzos permanentes en una estructura, con el objeto de mejorar su comportamiento y resistencia bajo distintas condiciones de servicio.

2.1.2. Construcciones presforzadas, son aquellas que antes de la aplicación de las cargas que soportarán, o al mismo tiempo quedan sometidas a un sistema de esfuerzos permanentes, -- creados artificialmente con objeto de obtener esfuerzos suplementarios, preferentemente de sentido contrario a los ocasionados -- por las cargas, de modo que las resultantes del conjunto de fuerzas aplicadas (cargas y esfuerzos permanentes así creados) no ocasionen esfuerzos que el o los materiales utilizados no estén en condición de soportar indefinidamente con toda seguridad.

2.1.3. El presforzado puede definirse como un artificio mediante el cual se provocan esfuerzos internos en un material, con anterioridad a la aplicación de cargas exteriores, o si simultáneamente a éstas, en magnitud y distribución tal, que combinados con los que originan las cargas exteriores, se produzcan esfuerzos comprendidos dentro de los límites que el material pueda soportar indefinidamente.

2.1.4. El concreto presforzado se puede definir como aquel concreto en el cual han sido introducidos esfuerzos internos de tal magnitud y distribución que los esfuerzos resultantes de las cargas externas dadas se equilibran hasta un grado deseado.

2.2. PRINCIPIOS GENERALES DE DISEÑO

El concepto de presforzado en una viga de concreto puede ilustrarse, en su forma más sencilla, mediante la consideración de una sección prismática, sujeta a flexión, en la cual se ha aplicado con anterioridad una fuerza de presfuerzo que pase por el centroide de la sección. Fig. 2-1.

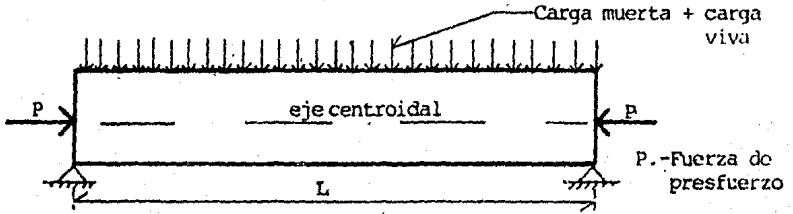


Fig. 2-1. Viga de sección rectangular con una fuerza de presfuerzo aplicada concéntricamente y una carga aplicada transversalmente.

La distribución de esfuerzos que se presentan en la Sección de la viga es la que se ilustra en la figura siguiente (Fig. 2-2); en donde claramente se ve que el esfuerzo de tensión que se tiene en la fibra inferior, debido a las cargas aplicadas, se nulifica por efecto del esfuerzo uniforme de compresión del presfuerzo.

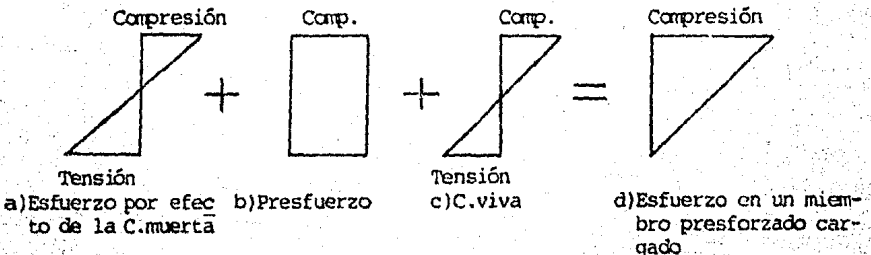


Fig. 2-2. Distribución de esfuerzos en la sección de una viga presforzada concéntricamente.

A su vez existe una reducción en la fuerza de presfuerzo que se aplica a la viga, debido a las deformaciones que acontecen en

el concreto (deformaciones de contracción, elásticas y plásticas) así como las que se tienen en el acero con el cual se aplica la fuerza de presfuerzo, por efecto de la relajación que sufre éste. Además, si los esfuerzos que resiste el concreto a tensión se consideran iguales a cero, será necesario el proveer de un esfuerzo adicional incrementando la fuerza de presfuerzo en tal magnitud que se puedan compensar las pérdidas que se tienen en el elemento presforzado, con objeto de que el esfuerzo a tensión que se presenta en la viga se vea contrarrestado por el presfuerzo, durante toda la vida útil del elemento. Generalmente la reducción inicial aunada a la final de la fuerza de presfuerzo es del 10 al 30%. En la figura 2-2 se mostraron los esfuerzos en la sección de la viga una vez que las pérdidas en el acero de presfuerzo se han presentado y los esfuerzos iniciales, antes de las pérdidas del presfuerzo, son los que se muestran a continuación:

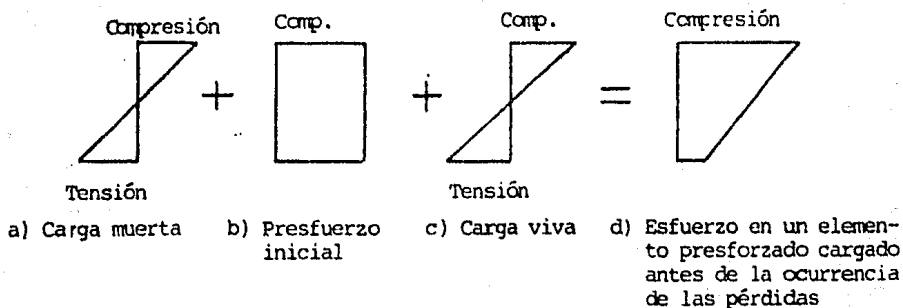


Fig. 2-3. Distribución de esfuerzos en la sección de una viga simple bajo una fuerza de presfuerzo inicial -- concéntrica.

El presfuerzo aplicado mediante una fuerza concéntrica, como se mostró anteriormente, presenta una desventaja, ya que la fibra superior (en compresión) se encuentra sometida a un doble esfuerzo. Primeramente el esfuerzo a compresión ocasionado por las cargas de diseño, y en segundo término, el esfuerzo producido por el propio presfuerzo al ser de tipo uniforme en compresión.

2.3. METODOS DE ANALISIS Y DISEÑO.

2.3.1. Método convencional o criterio elástico.

Se supone que el presfuerzo transforma al concreto en un material elástico.

Este criterio considera al concreto como un material elástico, donde el concreto presforzado se visualiza como esencialmente concreto, por la precompresión que se le proporciona. El concreto, que es débil a la tensión y resistente a la compresión, se comprime de modo que sea capaz de soportar esfuerzos de tensión. Se puede pensar que si no hay esfuerzos de tensión en el concreto, no existirán grietas, y con ello el comportamiento que adquiere ahora el concreto será semejante al de un material elástico.

De esta manera al concreto se le visualiza como sujeto a dos sistemas de fuerzas: el presfuerzo interior y la carga externa, con los esfuerzos de tensión provocados por la carga balanceados con los esfuerzos de compresión existentes por el presfuerzo. De igual forma, el agrietamiento del concreto debido a las cargas se previene o demora por la precompresión producida por el acero de presfuerzo. Así, cuando no hay grietas, los esfuerzos, deformaciones y deflexiones del concreto por efecto de los 2 sistemas de fuerzas, se pueden considerar de manera separada y superponer si es necesario.

Por lo tanto, si se considera una viga rectangular presforzada a través de su eje centroidal y de acuerdo a lo descrito anteriormente, mediante un análisis elástico, el presfuerzo aplicado "P" producirá un esfuerzo uniforme igual a:

$$f = \frac{P}{A}$$

el concreto (deformaciones de contracción, elásticas y plásticas) así como las que se tienen en el acero con el cual se aplica la fuerza de presfuerzo, por efecto de la relajación que sufre éste. Además, si los esfuerzos que resiste el concreto a tensión se consideran iguales a cero, será necesario el proveer de un esfuerzo adicional incrementando la fuerza de presfuerzo en tal magnitud que se puedan compensar las pérdidas que se tienen en el elemento presforzado, con objeto de que el esfuerzo a tensión que se presenta en la viga se vea contrarrestado por el presfuerzo, durante toda la vida útil del elemento. Generalmente la reducción inicial aunada a la final de la fuerza de presfuerzo es del 10 al 30%. En la figura 2-2 se mostraron los esfuerzos en la sección de la viga una vez que las pérdidas en el acero de presfuerzo se han presentado y los esfuerzos iniciales, antes de las pérdidas del presfuerzo, son los que se muestran a continuación:

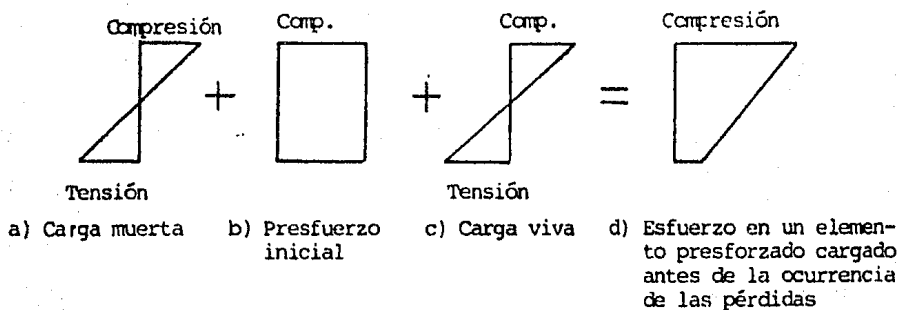


Fig. 2-3. Distribución de esfuerzos en la sección de una viga simple bajo una fuerza de presfuerzo inicial -- concéntrica.

El presfuerzo aplicado mediante una fuerza concéntrica, como se mostró anteriormente, presenta una desventaja, ya que la fibra superior (en compresión) se encuentra sometida a un doble esfuerzo. Primeramente el esfuerzo a compresión ocasionado por las cargas de diseño, y en segundo término, el esfuerzo producido por el propio presfuerzo al ser de tipo uniforme en compresión. --

La cantidad de presfuerzo necesario ($\frac{P}{A}$), será igual al máximo esfuerzo de tensión (por flexión) resultado de las cargas de diseño. Para lograr una mejor distribución de los esfuerzos, además de un adecuado comportamiento y aumento en la resistencia de la viga, - se considera ahora el caso de una fuerza de presfuerzo aplicada a un tercio de la altura con respecto a la base de la sección, que proporciona además de la misma fuerza de presfuerzo, un momento - que elimina la compresión del presfuerzo en la fibra superior, y la incrementa en la inferior, que es donde más se requiere para - contrarrestar el esfuerzo de tensión que proporcionan las cargas transversales que son aplicadas a la viga (Fig. 2-4). Mediante la observación de las figuras (2-2b y 2-4c) resulta evidente que la cantidad del esfuerzo requerido debido al presfuerzo aplicado en una viga a un tercio de la base de la sección, es de la mitad del necesario para una viga con presfuerzo concéntrico, y a su vez se puede decir, que la fibra superior en compresión no requiere tomar ningún esfuerzo adicional de compresión, dado por el presfuerzo cuando la fuerza es aplicada a un tercio de la altura.

La economía que se logra con la aplicación de una fuerza de presfuerzo excéntrica es obvia; y aún esta economía se ve más marcada cuando se permite que se presenten pequeños esfuerzos de tensión en las fibras superiores, ya sea que se deban únicamente al presfuerzo o a los efectos combinados del presfuerzo y de alguna carga externa (peso propio del elemento) que actúe al mismo tiempo en una etapa inicial de carga.

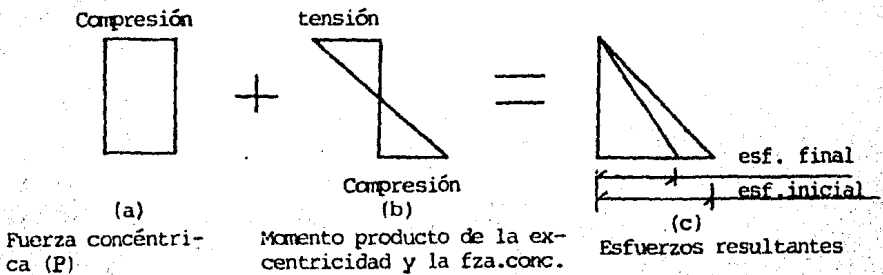


Fig. 2-4. Distribución de esfuerzos dada por la fuerza de presfuerzo aplicada al tercio de la base de la sección.

2.3. METODOS DE ANALISIS Y DISEÑO.

2.3.1. Método convencional o criterio elástico.

Se supone que el presfuerzo transforma al concreto en un material elástico.

Este criterio considera al concreto como un material elástico, donde el concreto presforzado se visualiza como esencialmente concreto, por la precompresión que se le proporciona. El concreto, que es débil a la tensión y resistente a la compresión, se comprime de modo que sea capaz de soportar esfuerzos de tensión. Se puede pensar que si no hay esfuerzos de tensión en el concreto, no existirán grietas, y con ello el comportamiento que adquiere ahora el concreto será semejante al de un material elástico.

De esta manera al concreto se le visualiza como sujeto a dos sistemas de fuerzas: el presfuerzo interior y la carga externa, con los esfuerzos de tensión provocados por la carga balanceados con los esfuerzos de compresión existentes por el presfuerzo. De igual forma, el agrietamiento del concreto debido a las cargas se previene o demora por la precompresión producida por el acero de presfuerzo. Así, cuando no hay grietas, los esfuerzos, deformaciones y deflexiones del concreto por efecto de los 2 sistemas de fuerzas, se pueden considerar de manera separada y superponer si es necesario.

Por lo tanto, si se considera una viga rectangular presforzada a través de su eje centroidal y de acuerdo a lo descrito anteriormente, mediante un análisis elástico, el presfuerzo aplicado "P" producirá un esfuerzo uniforme igual a:

$$f = \frac{P}{A}$$

en la sección que cuenta con un área (A).

Ahora, si M es el momento externo aplicado a una sección como consecuencia de una carga y el peso propio de esa viga, entonces el esfuerzo en cualquier punto de esta sección por este momento es:

$$f = \frac{My}{I}$$

en donde y es la distancia del eje centroidal e I corresponde al momento de inercia de la sección.

La distribución del esfuerzo es igual entonces a:

$$f = \frac{P}{A} \pm \frac{My}{I} \quad \text{ec. (2-1)}$$

en donde los esfuerzos de compresión serán tomados como positivos.

Si el presfuerzo se aplica con una excentricidad e, aparecerá un momento igual a Pe que producirá esfuerzos iguales a $-\frac{Pe y}{I}$; por lo tanto la distribución del esfuerzo resultante está dada por:

$$f = \frac{P}{A} \pm \frac{Pe y}{I} \pm \frac{My}{I} \quad \text{ec. (2-2)}$$

De acuerdo a estas ecuaciones se realizan las siguientes figuras, donde "e" representa la excentricidad o distancia de la fuerza de presfuerzo con respecto al centroide de la sección de concreto.

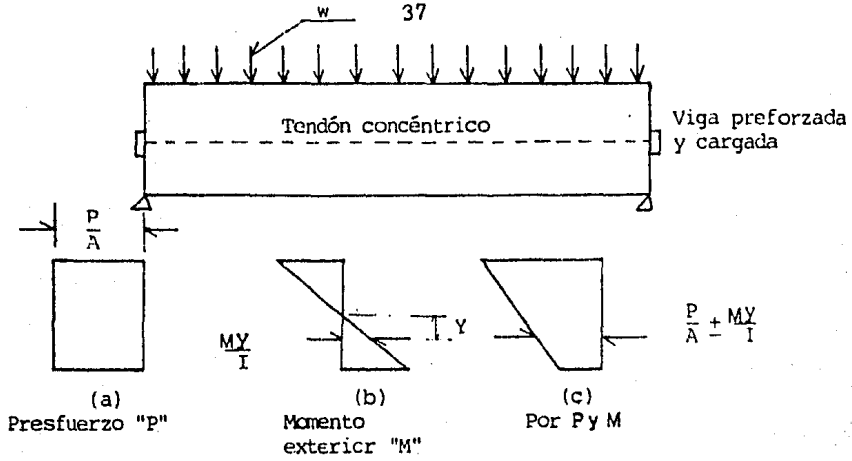


Fig. 2-5. Distribución de esfuerzos a través de una sección de concreto presforzado concéntricamente.

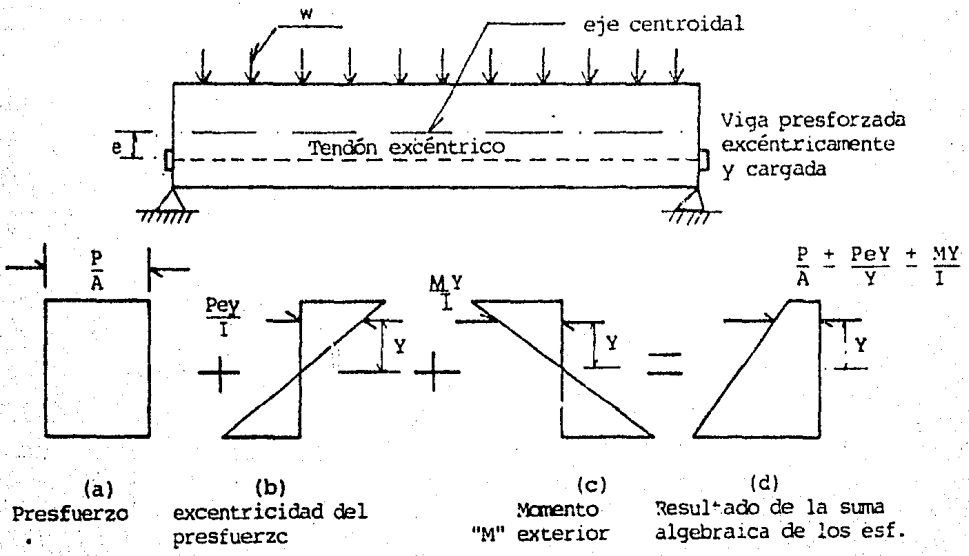


Fig. 2-6. Distribución de esfuerzos a través de una sección de concreto presforzado, con una excentricidad igual a "e".

2.3.2. Método del par interno.

Presfuerzo para la combinación de acero de alta resistencia con concreto.

Este método considera al concreto presforzado como una combinación de acero y concreto, similar al concreto reforzado, con el acero absorbiendo la tensión y el concreto la compresión, así que los dos materiales forman un par resistente contra el momento exterior.

En el concreto presforzado se utiliza acero de alta resistencia, el cual se tendrá que alargar o deformar una gran cantidad antes de que se utilice totalmente su resistencia. Si el acero de alta resistencia se ahoga únicamente en el concreto como el refuerzo ordinario del concreto reforzado, el concreto circundante se agrietará seriamente antes de que se desarrolle la resistencia total del acero.

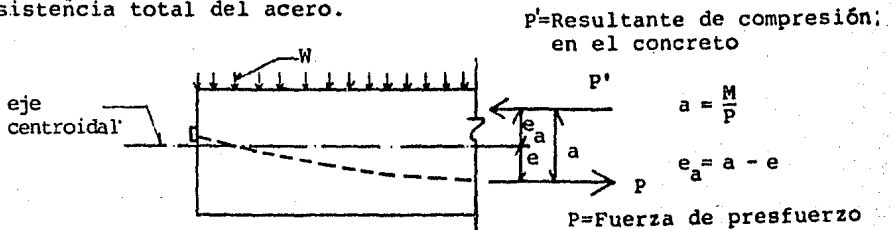


Fig. 2-7. Momento interno resistente en vigas de concreto presforzado.

Por consiguiente, es necesario preestirar al acero con respecto al concreto. Preestirando y anclando al acero contra el concreto, se producen esfuerzos y deformaciones deseables en ambos materiales: esfuerzos y deformaciones de compresión en el concreto, y esfuerzos y deformaciones a tensión en el acero. Esta acción combinada permite el empleo seguro y económico de los 2 materiales, lo cual no se puede conseguir ahogando simplemente el acero en el concreto, como se hace para el concreto reforzado ordinario.

Desde este punto de vista, el concreto presforzado es más bien una extensión y modificación de las aplicaciones del concreto reforzado para incluir aceros de resistencia mayor. Este concepto o método de análisis ha sido empleado para determinar la resistencia de ruptura en las vigas de concreto presforzado, a la vez que puede ser aplicado a un comportamiento elástico calculando los esfuerzos que se presentan, utilizando las ecuaciones siguientes:

$$f_1 = \frac{P'}{A} - \frac{P'e_a}{S_1} \quad \text{ec. (2-3)}$$

$$f_2 = \frac{P'}{A} + \frac{P'e_a}{S_2} \quad \text{ec. (2-4)}$$

donde

$$a = \frac{M}{P} \quad \text{y} \quad e_a = a - e \quad (\text{ver figura})$$

f_1 - esfuerzo de flexión en la superficie inferior del concreto.

f_2 - esfuerzo de flexión en la superficie superior del concreto.

S_1 - Módulo de sección de la superficie inferior y que es igual a $\frac{I}{y_1}$

S_2 - Módulo de sección de la superficie superior del elemento, es igual a: $\frac{I}{y_2}$

Se debe observar que la fuerza de tensión representada por P la proporciona el acero de presfuerzo y la fuerza a compresión, representada con P' , actúa sobre el concreto, además de que los esfuerzos de compresión son tomados como positivos y los de tensión como negativos.

Es necesario hacer notar que en el método del par interno, la fuerza de tensión en el acero de presfuerzo permanece constante (aumenta en realidad ligeramente, quizá un 2% bajo las cargas de servi-

cio, Fig.(2-9)) según se incrementa la carga transversal, por lo que el brazo del momento "a" debe aumentar en proporción al incremento de la carga transversal ($a = \frac{M}{P}$, y el momento M, es directamente proporcional a la carga).

En cambio un caso contrario se presenta en el análisis-elástico de una viga de concreto reforzada, agrietada, (no presforzada) en la cual el brazo del par (jd constituye una propiedad de la sección transversal) permanece constante, por lo que las fuerzas del par deben aumentar en proporción al incremento de la carga transversal y del momento. Por lo tanto en este último caso el esfuerzo del acero de tensión aumenta en proporción directa al incremento de la carga transversal, mientras que en el caso de la viga presforzada, el esfuerzo del acero de presfuerzo permanece constante, según aumenta la carga transversal.

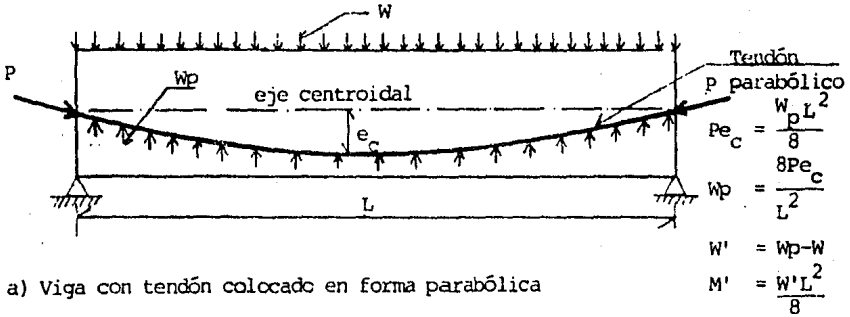
2.3.3. Método de la carga equivalente.

Presforzado para lograr un balance de cargas.

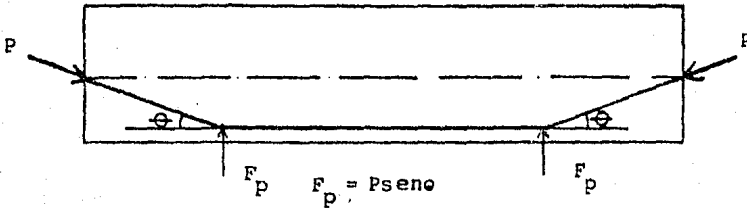
Este método visualiza al presforzado primeramente como un intento de balancear las cargas que actúan en un miembro.

En el diseño general de una estructura de concreto presforzado, el efecto de éste se visualiza esencialmente como un equilibrio de las cargas de gravedad, para que así los elementos que se encuentran bajo flexión, tales como losas y vigas, no estén sujetos a esfuerzos de flexión bajo una condición de carga dada. Esto permite la transformación del comportamiento de un elemento en flexión a uno sujeto a esfuerzos directos.

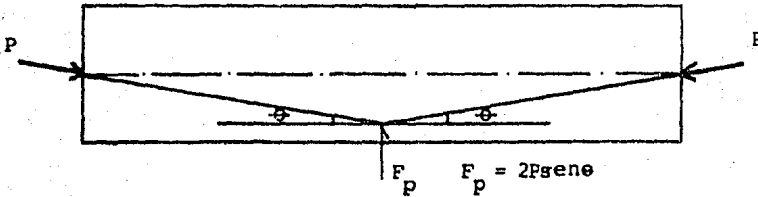
Como se muestra en la figura (2-8), el efecto de las flexiones aisladas o de una flexión continua en el acero de presfuerzo, provoca que se aplique un sistema de fuerzas verticales transversales a la viga de concreto. Estas fuerzas, aunadas a la fuerza P del presfuerzo, aplicadas en los extremos de la viga, pueden considerarse como un sistema de fuerzas externas, que actúan sobre la propia viga.



a) Viga con tendón colocado en forma parabólica



b) Viga con tendón inclinado en 2 puntos



c) Viga con tendón inclinado en 1 punto

Fig. 2-8. Fuerzas que actúan en el concreto debidas sólo al efecto del presfuerzo, en distintos casos (incluye la carga equivalente ascendente, que sustituye el efecto del momento del presfuerzo).

En todos los casos, los esfuerzos se calculan con las ecuaciones siguientes:

$$f_1 = \frac{P}{A} + \frac{M'}{S_1} \quad \text{ec. (2-5)}$$

$$f_2 = \frac{P}{A} - \frac{M'}{S_2} \quad \text{ec. (2-6)}$$

En donde M' representa las cargas equivalentes y los mo

mentos combinados de flexión para acero de presfuerzo colocado en forma parabólica y con diferentes puntos de inclinación.

En el caso de los tendones horizontales, no se presentan flexiones y por lo tanto no existen fuerzas verticales transversales, sólo se tienen las fuerzas en los extremos, P y los momentos en los extremos, P_e , provocados por el efecto del presfuerzo.

2.4. MATERIALES EMPLEADOS EN EL CONCRETO PRESFORZADO.

2.4.1. Concreto.

Generalmente se requiere un concreto más fuerte para el trabajo presforzado que para el reforzado. Los valores usuales de resistencia para elementos presforzados, varían de 250 a 450 kg/cm^2 , a diferencia de los que se manejan para el concreto reforzado que varían de 150 a 250 kg/cm^2 . En el presforzado, los concretos de muy alta resistencia son de uso constante y su empleo es útil e incluso necesario en esta técnica. Util para aprovechar al máximo las cualidades del concreto presforzado y facilitar la obtención de las siguientes condiciones:

- a) Momentos resistentes netamente mayores.
- b) Mayor resistencia a los esfuerzos cortantes.
- c) Disminución de las deformaciones por el aumento del módulo de elasticidad.
- d) Economía en los anclajes comerciales.
- e) Aumento en la resistencia a la tensión.
- f) Incremento de la adherencia.
- g) Disminución de las secciones necesarias que proporcionen una mayor ligereza a los elementos.

Necesario, ya que la técnica de presforzado exige su empleo a fin de reducir las pérdidas de tensión del acero.

El acortamiento del concreto por diversas causas ocasiona un aflojamiento correlativo del acero, con la consiguiente pérdida de tensión. Los acortamientos que originan las pérdidas de tensión, provienen principalmente:

- De la deformación elástica y plástica bajo los esfuerzos, en la parte instantánea y diferida (cedencia, fluencia, adaptación, etc.)
- De la retracción y de ciertas variaciones hidrométricas y térmicas.

El estudio de las deformaciones en el concreto se verá con más detalle en el capítulo referente a las pérdidas.

Para lograr las características adecuadas de resistencia en el concreto se requiere de:

- a) Agregados duros y resistentes.
- b) Cementos con alta dosificación, o de gran resistencia.
- c) Una cantidad de agua reducida al mínimo.
- d) Estudio granulométrico muy cuidadoso.
- e) Empleo de vibradores en el colado.

2.4.1.1. Resistencia del concreto a compresión.

Los valores que se utilizan para la resistencia del concreto a compresión en elementos presforzados son:

$f'_c = 250, 300, 350, 400, 450, \text{ kg/cm}^2$. Los valores característicos son:

$f'_c = 250 \text{ kg/cm}^2$ y $f'c = 350 \text{ kg/cm}^2$.

2.4.1.2. Peso volumétrico del concreto.

Los valores del peso volumétrico en el concreto son:

$W = 2320 (2410) \text{ kg/m}^3$, para concreto de peso normal, --
 $1920 (2000) \text{ kg/m}^3$, para el concreto con arena ligera y $1600 (1660) \text{ kg/m}^3$, para el concreto ligero. Los valores entre paréntesis se refieren a los elementos que tienen acero (se añade un 4% para los cálculos de carga muerta).

2.4.1.3. Módulo de ruptura del concreto.

Las ecuaciones siguientes (2-9, 2-10), recomendadas por el reglamento del ACI y por la AASHTO, respectivamente, proporcionan el módulo de ruptura del concreto.

Reglamento del ACI.

- Concreto de peso normal $f_r = 1.989 \sqrt{f'_c}$ (en kg/cm^2)
- Concreto con arena ligera $f_r = 1.691 \sqrt{f'_c}$
- Concreto ligero $f_r = 1.492 \sqrt{f'_c}$

ec. (2-9)

AASHTO

- Concreto de peso normal $f_r = 1.989 \sqrt{f'_c}$ (en Kg/cm^2)
- Concreto con arena ligera $f_r = 1.671 \sqrt{f'_c}$
- Concreto ligero $f_r = 1.459 \sqrt{f'_c}$

ec. (2-10)

2.4.1.4. Módulo de elasticidad del concreto.

El reglamento del ACI y la AASHTO recomiendan la siguiente ecuación, para calcular el módulo de elasticidad del concreto.

- Concreto de peso normal $E_c = 15253 \sqrt{f'_c}$
- Concreto con arena ligera $E_c = 11484 \sqrt{f'_c}$
- Concreto ligero $E_c = 8736 \sqrt{f'_c}$ ec. (2-11)

Sin embargo el reglamento del D.D.F.-76 especifica que el módulo de elasticidad será igual a:

- Concreto de peso normal $E_c = 10,000 \sqrt{f'_c}$
- Concreto ligero Se determinará experimentalmente.

Valores que resultan más conservadores a los especificados por las reglamentaciones americanas.

2.4.1.5. Fluencia y contracción del concreto.

Para el concreto que se ha curado a vapor o con humedad, el cual se utiliza en estructuras presforzadas y presenta un 70% de humedad relativa promedio, las siguientes cifras representan - los valores promedio para el coeficiente de fluencia último como: "La relación entre la deformación por fluencia y la deformación elástica inicial", representada por C_u , y la deformación última por con-- tracción representada por $(E_{sh})_u$;

$$C_u \text{ prom.} = 1.88$$

$$(E_{sh})_u \text{ prom.} = 546 \times 10^{-6} \text{ mm/mm}$$

2.4.1.6. Esfuerzos admisibles en el concreto de elementos sometidos a flexión.

a) Reglamento del ACI.

1. Los esfuerzos posteriores a la transferencia del presfuerzo -- (antes de las pérdidas de presfuerzo que dependen del tiempo)- no excederán los siguientes valores*

a. Esfuerzo a compresión en la fibra extrema $f_{ci} = 0.60 f'_{ci}$

b. Esfuerzo a tensión en la fibra extrema, a excepción de lo permitido en el siguiente inciso

$$f_{ti} = 0.8 \sqrt{f'_{ci}}$$

c. Esfuerzo a tensión en la fibra extrema de los elementos simplemente apoyados

$$f_{ti} = 1.6 \sqrt{f'_{ci}}$$

Cuando los esfuerzos calculados a tensión excedan a estos valores se proporcionará en la zona de tensión un refuerzo adherido auxiliar (con o sin presfuerzo), para resistir la fuerza total de tensión en el concreto, suponiendo que se trata de una sección no -- agrietada.

2. Los esfuerzos bajo las cargas de servicio (después de permitir todas las pérdidas del presfuerzo) no excederán los siguientes valores:

a. Esfuerzo a compresión en la fibra extrema $f_{cs} = 0.45 f'_c$

b. Esfuerzo a tensión en la fibra extrema, -
en la zona a tensión, con una compacta-
ción previa** $f_{ts} = 1.6 \sqrt{f'_c}$

c. Esfuerzo a tensión en la fibra extrema, +
en la zona a tensión, con la aplicación -
de una fuerza de compresión previa de los
elementos (excepto para los sistemas de -
losas reforzadas en dos direcciones), don-
de los análisis basados en las secciones-
agrietadas transformadas, y en las rela-
ciones bilineales de momento y deflexión,
muestran que las deflexiones inmediatas y
a largo plazo, cumplen con los requisitos
de deflexión del Reglamento** $f_{ts} = 3.2 \sqrt{f'_c}$

3. Los esfuerzos admisibles que se mencionaron-
anteriormente podrán excederse, si se demues-
tra por medio de pruebas o de análisis, que-
no se alterará el comportamiento.

* Se aplican inmediatamente después de la transferencia del
presfuerzo al concreto, después de que haya ocurrido el -
acortamiento elástico, y una vez que se hayan presentado-
las pérdidas debidas al deslizamiento y a la fricción del
anclaje.

** La zona a tensión, con la aplicación de una fuerza de com-
presión previa, se refiere a aquellas partes del elemento
en las cuales se presenta la tensión a flexión, bajo las
cargas muertas y las cargas vivas.

b) Reglamento del AASHTO

1. Esfuerzos temporales anteriores a las pérdidas, debidas a la -
fluencia y a la contracción:

Compresión

Elementos pretensados

$$f_{ci} = 0.60 f'_{ci}$$

Elementos postensados

$$f_{ci} = 0.55 f'_{ci}$$

Tensión

Zona sometida a tensión, con la aplicación de una fuerza de compresión previa. No se especifican los esfuerzos temporales admisibles

Otras áreas

En áreas a tensión sin refuerzo adherido

$$f_{ti} = 14.1 \text{ kg/cm}^2 \text{ ó } 0.8 \sqrt{f'_{ci}}$$

Cuando el esfuerzo a tensión calculado excede este valor, se proporcionará un refuerzo adherido para resistir la fuerza total a tensión calculada en el concreto, suponiendo que se trata de una sección no agrietada. El esfuerzo de tensión máximo no excederá de:

$$f_{ti} = 2.0 \sqrt{f'_{ci}}$$

2. Esfuerzo bajo la carga de servicio, una vez que se han presentado las pérdidas:

Compresión

$$f_{cs} = 0.40 \sqrt{f'_c}$$

Tensión con la aplicación de una fuerza de compresión previa en el área a tensión

- a) Para elementos con refuerzo adherido

$$f_{ts} = 1.6 \sqrt{f'_c}$$

Para los lugares donde los elementos están expuestos a la acción corrosiva, como lo son las costas

$$f_{ts} = 0.8 \sqrt{f'_c}$$

- b) Para elementos sin refuerzo adherido

0 (cero)

La tensión en otras áreas está restringida por los esfuerzos temporales admisibles, especificados en el punto 1.

c) Reglamento del D.D.F-76.

1. Esfuerzos inmediatamente después de la transferencia y antes que ocurran las pérdidas por contracción y flujo plástico:

- Compresión $0.60 f'_{ci}$
- Tensión en miembros sin refuerzo en la zona a - tensión $\sqrt{f'_{ci}}$ (en kg/cm^2)

Cuando el esfuerzo de tensión calculado exceda de este valor, se suministrará refuerzo para que resista la fuerza total de tensión del concreto, valuada en la sección sin agrietar.

En las expresiones anteriores, f'_{ci} en kg/cm^2 , es la resistencia a compresión del concreto a la edad en que ocurre la transferencia. Esta tiene lugar en el concreto pretensado cuando se cortan los tendones o se disipa la presión en el gato, o en postensado, cuando se anclan los tendones.

2. Esfuerzos bajo cargas muerta y viva de servicio:

- Compresión $0.45 f'_c$
- Tensión $2 \sqrt{f'_c}$ (en kg/cm^2)

Estos valores pueden excederse, siempre que se justifique que el comportamiento del elemento es adecuado.

2.4.2. Acero.

Los aceros que se utilizan en el presforzado, son aceros duros, de elevado límite elástico y alta resistencia a la ruptura.

Generalmente el refuerzo utilizado en el presfuerzo es en forma de alambres de alta resistencia a la tensión, estirados en frío o varillas de aleación en conjunto para formar torones.

2.4.2.1. Aceros empleados en obras de concreto presforzado.

Cable: grupo de tendones.

Tendón: elemento estirado, que se usa para transmitir el presfuerzo en un elemento de concreto. Los tendones pueden consistir de alambres individuales estirados en frío, varillas o torones.

Torón: grupo de alambres torcidos en forma de hélice alrededor de un eje longitudinal común, el cual se forma mediante un alambre recto.

Los alambres varían en su diámetro, desde 2 hasta 8mm, pero el diámetro más pequeño de uso general para elementos estructurales es de 4 mm y puede suministrarse como se extrae o prestirado.

Las varillas de aleación de acero de alta resistencia a la tensión, varían desde un diámetro de 12 mm hasta de 40 mm, y pueden ser lisas o corrugadas. Las varillas lisas pueden laminarse y tener rosca o cuerda en sus extremos, para que se puedan utilizar con propósitos de anclaje o para conectarse entre ellas. -- Las varillas corrugadas poseen costillas laminadas a todo lo largo que actúan como roscas con fines de anclaje o conexión.

Existen dos tipos básicos de torón para presfuerzo, con 7 ó 19 alambres, su elección depende principalmente del grado de flexibilidad y resistencia requeridas. El más popular es el de 7 alambres, ya que posee una mayor facilidad de fabricación y se usa generalmente en tamaños de 6.4 hasta 18mm de diámetro exterior; pero en el caso de requerir una mayor cantidad de acero de presfuerzo, y que no sea posible usar un torón doble de 7 alambres, se tendrá la posibilidad de disponer de torones de 19 alambres, con un diámetro exterior que varía de 18 hasta 32mm.

Las características que se requieren del material utilizado como presfuerzo, se pueden enumerar de la siguiente manera:

- a. Gran resistencia de este acero que permita un elevado esfuerzo en la aplicación del presfuerzo.
- b. Una elasticidad mayor para un nivel más alto de esfuerzos.
- c. Presencia de plasticidad a muy altos esfuerzos.
- d. Un módulo de elasticidad muy bajo en el momento de aplicar el presfuerzo, con objeto de minimizar la pérdida de éste.
- e. Un elevado módulo de elasticidad después de haber sido aplicado el presfuerzo para contribuir a la rigidez del miembro.
- f. Baja pérdida por relajación a esfuerzos normalmente empleados en el presfuerzo y a elevadas temperaturas.
- g. Resistencia a la corrosión.
- h. Diámetros pequeños o superficies de contacto grandes entre los diferentes tendones para lograr un mejor comportamiento del anclaje.
- i. Ausencia de polvo y lubricantes en su superficie.
- j. Correcta alineación para facilitar su manejo y acomodo.

2.4.2.1. Propiedades del acero de presfuerzo.

Los valores característicos de la resistencia última de fluencia y módulo de elasticidad del acero, variarán de acuerdo al tipo de presfuerzo seleccionado.

Así por ejemplo las cantidades siguientes constituyen los valores característicos para los torones de presfuerzo con siete alambres, sin recubrimiento y las figuras (2-9) y (2-10) los diversos esfuerzos del acero.

- Resistencia última $f_{pu} = 17600 \text{ kg/cm}^2 (250 \text{ k})$ y $19000 \text{ kg/cm}^2 (270 \text{ k})$

- Resistencia a la fluencia

$f_{py} = 15100 \text{ kg/cm}^2 (250 \text{ k})$ y $16200 \text{ kg/cm}^2 (270 \text{ k})$

- Módulo de elasticidad $E_p = 1.90 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$
- Diámetro y Area

D_p en mm	A_p en mm^2
9.5	55
11.1	74
12.7	99
15.2	139

- Para los alambres de presfuerzo
 $E_p = 2.04 \times 10^6 \text{ kg/cm}^2$

La resistencia a la ruptura del acero de alta resistencia se puede determinar fácilmente por ensayos, sin embargo su límite elástico o punto de fluencia no se puede obtener de una manera tan simple, puesto que no tiene un punto de fluencia ni un punto de proporcionalidad definido. Por ello se han propuesto diversos métodos arbitrarios para definir el punto de fluencia del acero de alta resistencia. Los métodos más aceptados comunmente son el 0.2% de la deformación permanente (empleado por el R.D.D.F.) y el 1.0% de la deformación (ver figura 2-10).

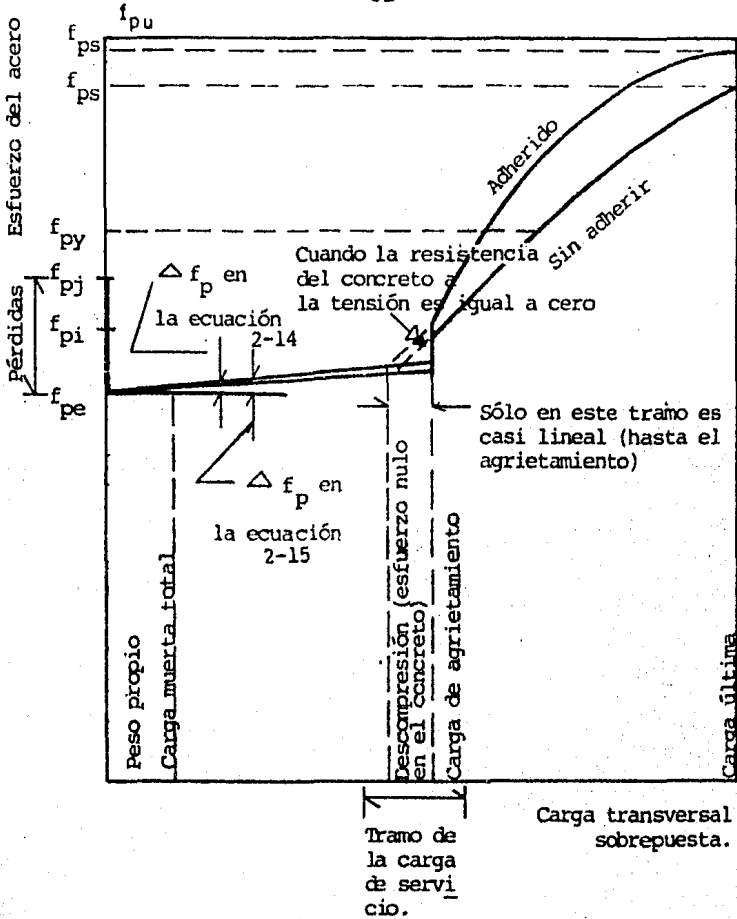


Fig. 2-9. Aumento del esfuerzo en el acero, al centro del claro, bajo una carga transversal sobrepuesta.

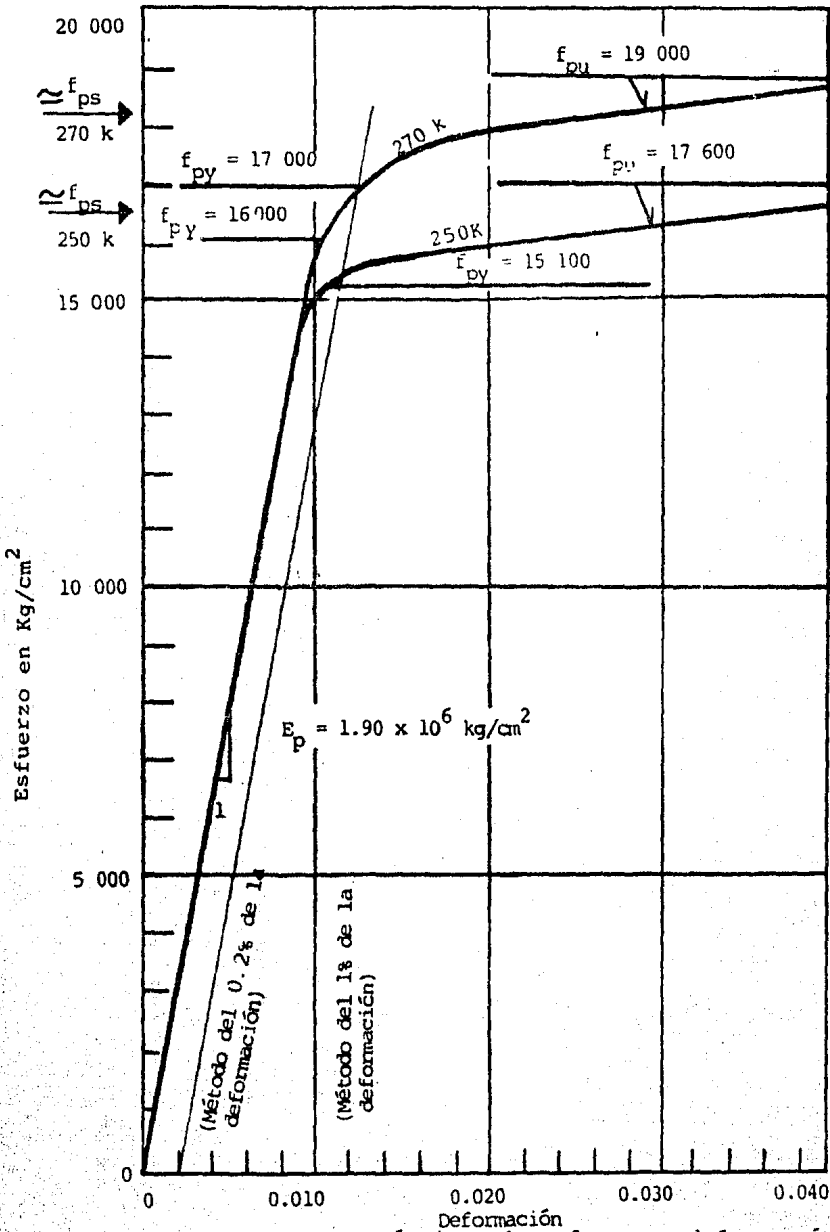


Fig. 2-10. Curvas características de esfuerzo - deformación, para torones de presfuerzo de 250 k (17600 kg/cm²) y de 270 k (19000 kg/cm²).

2.4.2.2. Propiedades del acero no preforzado.

Las siguientes cifras son los valores característicos para el acero no preforzado que se utiliza tanto para la flexión y la tensión, como para el cortante (estribos), etc.:

Resistencia mínima especificada a la fluencia

$$f_y = 2\ 800, 3\ 500, 4\ 200\ \text{kg/cm}^2.$$

Módulo de elasticidad

$$E_s = 2.04 \times 10^6\ \text{kg/cm}^2.$$

2.4.2.3. Esfuerzos admisibles en el acero de presfuerzo.

a) Reglamento del ACI*

El esfuerzo de tensión en los tendones de presfuerzo no deberá exceder los siguientes valores:

- a) Debido a la fuerza del gato sobre el tendón**

$$f_{pj} = 0.80 f_{pu} \text{ ó } 0.94 f_{py}$$

Cualquiera que sea menor, pero no mayor que el valor máximo recomendado por el fabricante de los tendones o de los anclajes de presfuerzo.

- b) Tendones de pretensado, posteriores a la transferencia del presfuerzo

$$f_{pi} = 0.70 f_{pu}$$

- c) Tendones de postensado, posteriores al anclaje del tendón

$$f_{pi} = 0.70 f_{pu}$$

* Estos esfuerzos admisibles en el acero se refieren a la etapa de aplicación de la fuerza por medio del gato y a la etapa posterior a la transferencia del presfuerzo. No es necesario establecer ningún límite sobre el esfuerzo del acero después de las pérdidas, ya que los esfuerzos serán menores en esta etapa.

** Este esfuerzo admisible en el acero se basa en la resistencia última de éste o en su resistencia especificada de la fluencia

b) Reglament' del AASHTO.

Esfuerzo temporal antes de la pérdida debida a la fluencia
y a la contracción $f_{pi} = 0.70 f_{pu}$

Esfuerzo bajo la carga de servicio, después
de las pérdidas $f_{pe} = 0.80 f_{py}$

(Se puede permitir un esfuerzo hasta de $0.80 f_{pu}$, durante cor-
tos períodos, siempre que el esfuerzo no exceda de $0.70 f_{pu}$ des-
pués de la transferencia al concreto en el pretensado, o en el --
asentamiento del anclaje en el postensado).

c) Reglamento del D.D.F.

- Debidos a la fuerza aplicada
al gato $0.80 f_{sr}$

- Inmediatamente después de la
transferencia $0.70 f_{sr}$

En estas expresiones, f_{sr} es el esfuerzo resistente del
acero de presfuerzo.

2.5. ANALISIS Y DISEÑO DE VIGAS PRESFORZADAS, SOMETIDAS A FLEXION.

2.5.1. Línea de presión para tendones rectos en una viga.

En cualquier sección de una viga, el efecto combinado -
de una fuerza de presfuerzo con la carga externa aplicada, da co-
mo resultado una distribución de esfuerzos en el concreto que pue-
den ser equivalentes a una sola fuerza. La localización de los --
puntos de aplicación de esta fuerza, es llamada línea de presión.

Esto puede ilustrarse considerando una viga de sección-
rectangular presforzada excéntricamente con un tendón recto, como

se observa en la figura (2-11), donde la distribución de esfuer--

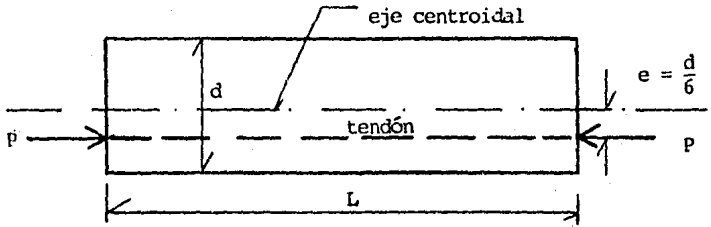


Fig. 2-11. Viga rectangular presforzada por medio de un tendón excéntrico.

zos que se obtiene, debido únicamente a la fuerza del presfuerzo excéntrico se muestra en la figura (2-12a); además se puede ver que la fuerza resultante de la distribución interna en los esfuerzos, es igual en magnitud a la fuerza de presfuerzo. Si se tiene ahora una carga uniforme transversal de igual magnitud, a la que resulta en la fibra inferior por el esfuerzo del presfuerzo excéntrico únicamente, se obtendrá como resultado en la distribución de esfuerzos, que la posición de la línea de presión es de $d/6$, alojada encima del eje centroidal (Fig. 2-12b).

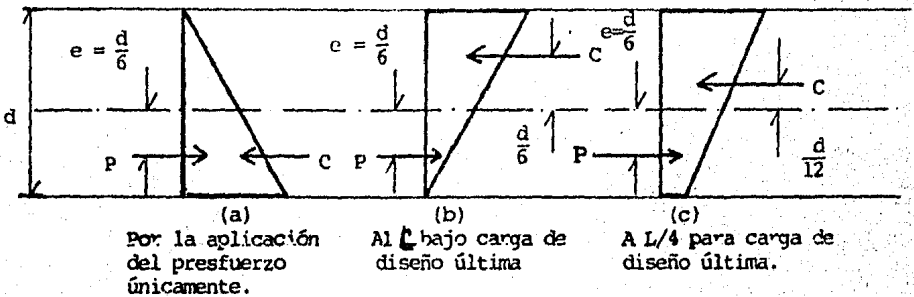


Fig. 2-12. Distribución de esfuerzos y localización de la línea de presión para una viga simple rectangular, presforzada con un tendón excéntrico.

Por último, al tenerse una sección localizada a la cuarta parte de la longitud total de la viga y bajo las mismas condiciones de carga, se observa (fig. 2-12c) que la localización de la línea de presión se encuentra en este caso a $d/12$ arriba del eje centroidal, lo cual resulta evidente, ya que el esfuerzo en esta sección por efecto de la carga transversal resulta ser del 75% con respecto al que se tenía en el centro del claro de la viga, (Fig. 2-13).

Se puede decir como conclusión a lo descrito, que la localización de la línea de presión en una viga simple presforzada, es dependiente de la magnitud y sentido de los momentos aplicados en una determinada sección, y de la magnitud y distribución de esfuerzos debidos al presfuerzo. "La variación de los momentos externos en el intervalo elástico de una viga presforzada trae consigo el cambio de posición de la línea de presión en la viga".

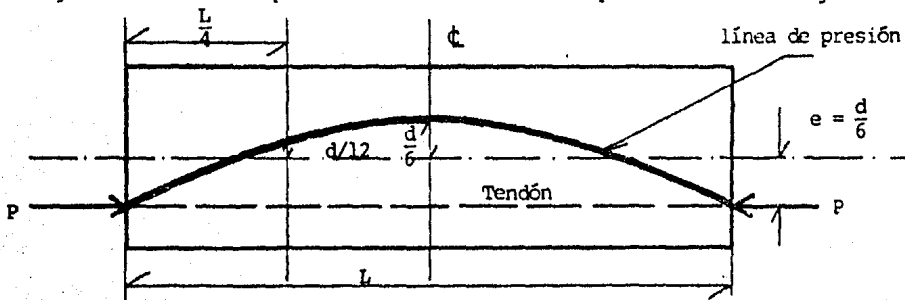


Fig. 2-13. Localización de la línea de presión de una viga de sección rectangular presforzada mediante una fuerza con $e = \frac{d}{6}$ y bajo una carga uniforme que provoca un esfuerzo igual a "0" en la fibra inferior en el centro del claro.

2.5.2. Variación y localización de la línea de presión.

Si no se permiten esfuerzos de tensión en las fibras inferiores de una viga de concreto presforzado, cuando se encuentra sujeta a cargas de servicio, entonces se deberá tener un diagrama de esfuerzos igual al de la figura 2-14, en donde la fuerza C es

la resultante de los esfuerzos en el concreto (línea de presión). Es obvio que esta fuerza C tiene que ser igual en magnitud, y opuesta a la dirección de la fuerza de presfuerzo (P), y además se tiene que estas fuerzas horizontales actúan en la sección de la viga, y se mantienen en equilibrio. Con esto, la relación de los esfuerzos en la fibra inferior, se puede escribir de la siguiente manera:

$$f_1 = \frac{C}{A} + \frac{MY_1}{I} = 0 ; f_1 = \frac{C}{A} + \frac{Ce'Y_1}{I} = 0$$

$$f_1 = C \left(\frac{1}{A} + \frac{e'}{S_1} \right) = 0$$

de donde se obtiene que

$$e' = - \frac{S_1}{A}$$

Otro requerimiento en el equilibrio, es que los momentos externos e internos sean iguales en magnitud, pero opuestos en dirección en cada sección.

El momento externo total que la viga resiste en esta sección es igual a:

$$M_T = M_{CM} + M_{CV} = C \left(e + \frac{S_1}{A} \right) = P \left(e + \frac{S_1}{A} \right) \quad \text{ec. (2-12)}$$

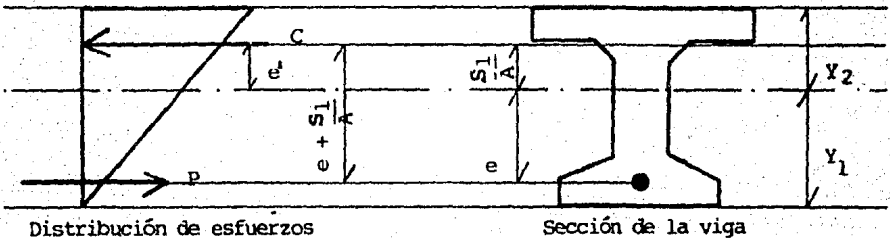


Fig. 2-14. Relaciones entre fuerzas de presfuerzo, línea de presión y propiedades de la sección, con un esfuerzo de "cero" en la fibra inferior bajo carga de diseño.

Si ahora en la ecuación 2-12 se tiene que el momento -- $M_T = 0$, el producto de C por $(e + \frac{S_1}{A})$, será igual a cero, y con ello la distribución de esfuerzos en el concreto queda ilustrada por la figura 2-15. De aquí se puede decir, que la variación de la línea de presiones quedará alojada por encima de la fuerza de presfuerzo y teniendo como límites, esta fuerza y el valor de:

$$(e + \frac{S_1}{A}) = e + e'.$$

La posición de la fuerza C , dentro de estos límites, es igual a la distancia " d ", la cual se obtiene con la ecuación 2-13.

$$d = \frac{M_T}{P} \quad \text{Ec. (2-13)}$$

y esta condición se ilustra con la figura 2-16.

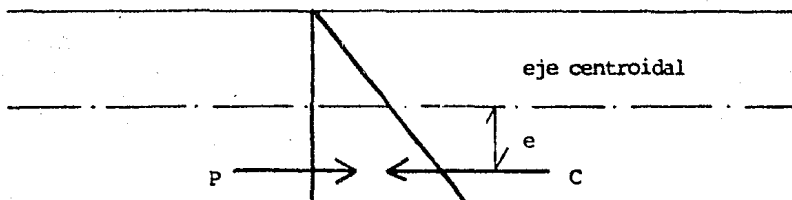


Fig. 2-15. Distribución de esfuerzos y localización de C cuando el momento externo = 0 (fuerza de presfuerzo aplicada únicamente).

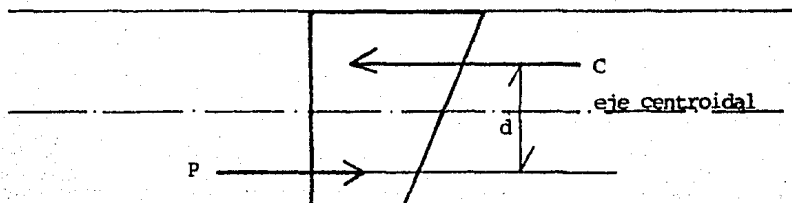


Fig. 2-16. Distribución de esfuerzos y localización de la resultante C cuando el momento externo posee una magnitud nominal.

La ecuación 2-12 es extremadamente útil en diseños preliminares de vigas y también en la revisión del diseño final. El valor que normalmente toma la expresión $(e + \frac{S_1}{A})$ es del orden del 65% de la altura de la sección (este valor varía aproximadamente entre los límites del 33% al 80% para diferentes secciones), para un momento actuante dado, el diseñador puede asumir el peso por carga muerta de la viga y estimar así la fuerza de presfuerzo requerida para diferentes peraltes de la sección.

2.5.3. Localización de la línea de presión para el caso de tendones con pendiente.

Como se vió en la sección 2.5.1. la posición de la línea de presfuerzo, que se obtiene por la aplicación única del presfuerzo, es coincidente con el punto de aplicación de esta fuerza, cuando se encuentra aplicada de manera recta o sin cambios de pendiente. Esto mismo puede demostrarse para el caso en que la pendiente de los tendones varíe (fig. 2-17). Por inspección, las fuerzas que actúan en el concreto en el punto donde el tendón cambia de pendiente (fig. 2-18), así como también las fuerzas que actúan en el concreto en sus respectivos puntos de aplicación quedan representadas por el diagrama de cuerpo libre de la figura 2-19.

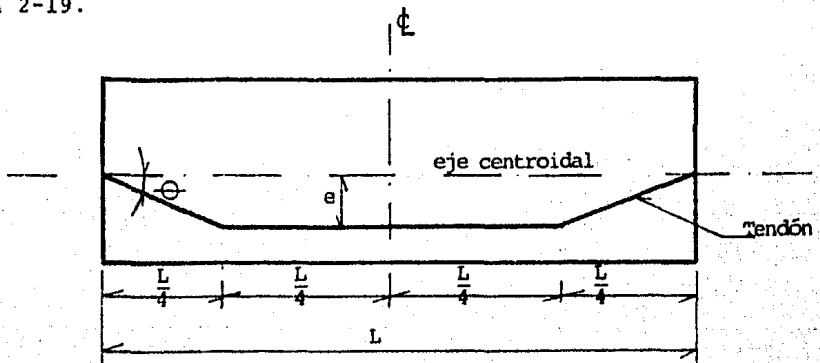


Fig. 2-17. Viga presforzada con un tendón de cierta pendiente en sus extremos.

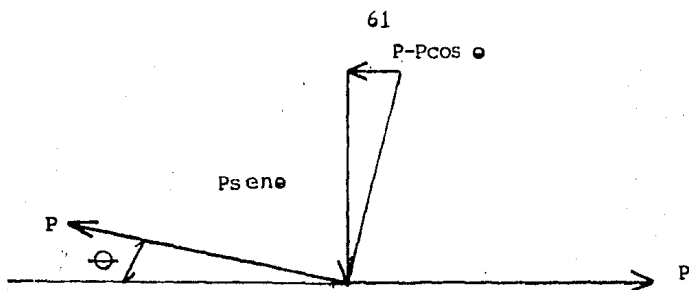


Fig. 2-18. Diagrama de cuerpo libre de la figura 2-17 a $\frac{L}{4}$.

Para la determinación de la posición de la línea de presión que actúa en el centro del claro de la viga, se deberá realizar un análisis de las condiciones estáticas del punto A de la figura 2-19. La suma de las fuerzas verticales es igual a cero, ya que $P \text{ Sen } \theta$ está actuando hacia abajo al final de la viga y hacia arriba en $\frac{L}{4}$. La suma de las fuerzas horizontales indican que la fuerza R deberá ser igual a P, ya que:

$$\Sigma F_H = P \cos \theta + (P - P \cos \theta) - R = 0 \therefore R = P$$

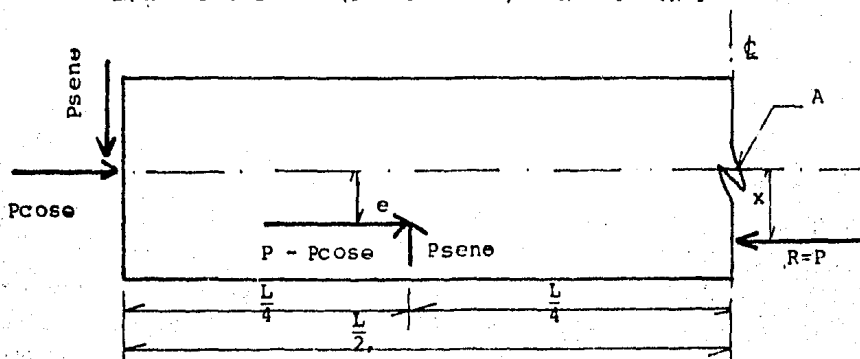


Fig. 2-19. Diagrama de cuerpo libre de la viga de la Fig. (2-17).

Para determinar la distancia con respecto al eje centroidal de la fuerza R, se tomarán momentos, con respecto al punto A, de las fuerzas que intervienen, así, se tiene que:

$$\Sigma M_A = (P \operatorname{sen} \theta) \frac{L}{2} + (P - P \cos \theta)e - (P \operatorname{sen} \theta) \frac{L}{4} - P_x = 0$$

$$Y \quad \frac{PL \operatorname{sen} \theta}{4} + Pe - Pe \cos \theta - P_x = 0$$

$$\text{pero} \quad \tan \theta = \frac{4e}{L} = \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \theta}$$

$$Y \quad \operatorname{sen} \theta = \frac{4e \cos \theta}{L}$$

$$\text{por lo que:} \quad Pe \cos \theta - Pe \cos \theta + Pe - P_x = 0$$

$$\text{así} \quad X = e$$

Por lo tanto la línea de presión coincide con la localización del tendón.

Si se considera una viga con un tendón curvo, como el de la Fig. 2-20, la tendencia natural del tendón al ser tensado es la de enderezarse, o sea el tender a una forma recta; ejerciendo éste una serie de fuerzas a todo lo largo de su trayectoria, las cuales son resistidas por el concreto.

Al considerarse una pequeña sección de la viga mediante un diagrama de cuerpo libre (Fig. 2-21), las fuerzas que ejerce el concreto para equilibrar las producidas por el tendón, son normales a éste. Si la fricción entre el concreto y el tendón se desprecia, la fuerza que actúa a través del tendón es uniforme, debido a que no existe ninguna resistencia a flexión por parte del tendón, al ser flexible, por ello en cada punto semejante al A, la fuerza del tendón es igual a P y se localiza en la trayectoria del tendón; esto se puede ver de una manera más fácil, si se coloca la fuerza a una excentricidad "e" en lugar de estar alojada en A, el tendón tendría que resistir un momento ($M=Pe$) causado por esta excentricidad, lo cual es algo que no puede ser.

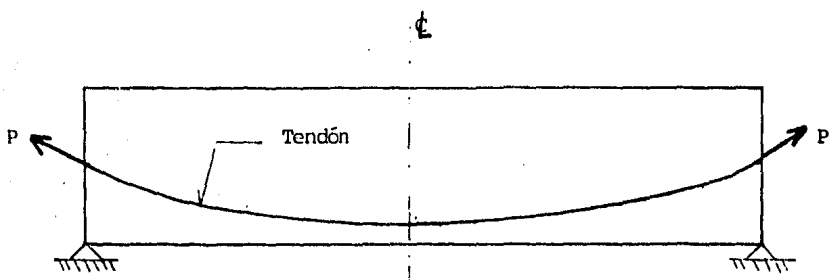


Fig. 2-20. Viga simple con un tendón curvo.

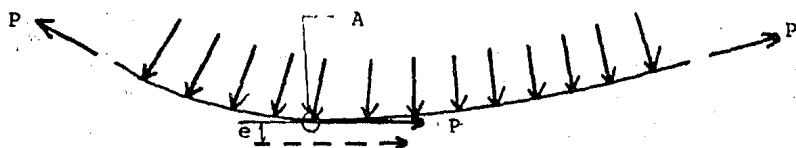


Fig. 2-21. Diagrama de cuerpo libre de una porción de un tendón curvo presforzado.

Del análisis anterior se puede concluir que la línea de presión, debida únicamente al presfuerzo en una viga simple -- presforzada, con un tendón curvo, es coincidente con la trayectoria del tendón, para que las fuerzas en el concreto sean iguales y opuestas en el acero, para lograr mantener el equilibrio. También, se puede decir que la línea de presión cambia su posición -- en cuanto se le aplica una carga externa a la viga que posee un tendón colocado de manera curva, al igual que sucede en una viga con tendón recto.

Para poder concluir lo expuesto anteriormente fue necesario hacer las suposiciones siguientes:

- a) La componente horizontal de la fuerza de presfuerzo no varía a lo largo del miembro.
- b) La componente horizontal de la fuerza de presfuerzo no cambia al variar las condiciones de carga.

Para a), la componente horizontal es $P \cos \theta$, donde θ es el ángulo entre la línea del cable y el eje neutro. Al variar θ , lo hará también la componente horizontal. En muchos casos θ es pequeña y la componente horizontal se torna igual a P . El efecto de rozamiento en el cable, se desprecia también, lo cual es satisfactorio en la primera etapa del cálculo, pero deberá considerarse en la etapa final.

Para b), el cable se estirará ligeramente bajo cierta -- carga, incrementando de igual forma el esfuerzo. Sin embargo, el efecto es pequeño y puede despreciarse sin mayor cuidado. Esto -- por supuesto es aplicable bajo condiciones normales de servicio y no bajo condiciones de carga última o sobrecargas.

2.5.4. Ventajas que se tienen en la utilización de tendones curvos.

Cuando se cuenta con una viga como la de la figura 2-22 presforzada por un tendón recto, ésta tiende a flexionarse hacia-arriba o contraflexionarse; lo cual resulta aparente, ya que la - carga muerta de la viga actúa al mismo tiempo que el presfuerzo, - por lo que los esfuerzos que se tienen en la viga en un determina do punto, pueden obtenerse de la suma algebraica de los esfuerzos causados por el presfuerzo y la carga muerta, actuando de manera- simultánea, como se había dicho anteriormente.

La variación de los esfuerzos a lo largo de una viga -- con tendones rectos en la fibra superior e inferior, corresponden a la Fig. 2-22, en donde la notación utilizada es la siguiente:

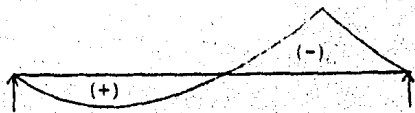
$f_{1,i}$	esfuerzo en la fibra inferior en la condición de transferencia (inicial).
$f_{1,s}$	esfuerzo en la fibra inferior en la condición de servicio.
$f_{2,i}$	esfuerzo en la fibra superior en la condición de transferencia (inicial).
$f_{2,s}$	esfuerzo en la fibra superior en la condición de servicio.

$f_{c,i}$	esfuerzo admisible de compresión en la condición de -- transferencia inicial.
$f_{c,s}$	esfuerzo admisible de compresión en la condición de ser- vicio.
$f_{t,i}$	esfuerzo admisible de tensión por flexión en la condi- ción de transferencia inicial.
$f_{t,s}$	esfuerzo admisible de tensión por flexión en la condi- ción de servicio
M_i	momento (inicial) debido a las cargas que actúan en las condiciones de transferencia, generalmente sólo el peso propio del miembro.
M_a	Momento adicional, usualmente la carga viva aplicada.
M_s	momento de servicio ($M_i + M_a$)
P	fuerza de presfuerzo en la sección considerada en la -- transferencia (positiva).
P_e	fuerza (efectiva) de presfuerzo en la sección considera- da después de haberse presentado todas las pérdidas.
P_0	Fuerza en los tendones en el extremo del gato durante - el tensado.
S_1	Módulo de sección inferior.
S_2	Módulo de sección superior.
β	Coefficiente de la fuerza efectiva en el tendón después- de presentarse todas las pérdidas en el punto de trans- ferencia de la sección considerada.

Los signos utilizados son:

Momento debido a la carga aplicada:

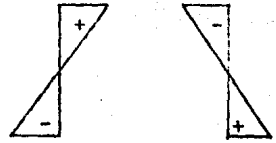
- Colgante (+)
- Arqueado (-)



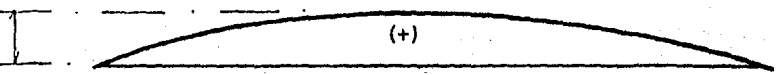
Esfuerzo:

- Compresión (+)

- Tensión (-)



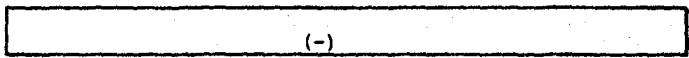
$$\frac{M_1}{S_2}$$



Esfuerzos en la fibra sup. por carga muerta

+

$$\frac{P}{A} - \frac{Pe}{S_2}$$

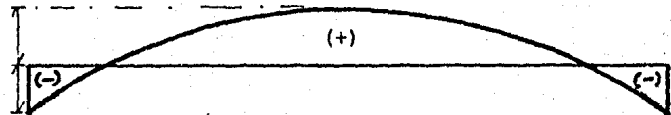


Esf. en la fibra sup. por el presfuerzo

=

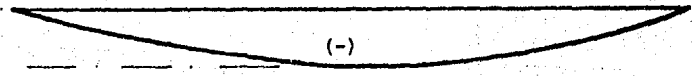
$$f_{2,i} \leq f_{c,i}$$

$$f_{2,i} \geq f_{t,i}$$



Carga muerta y presfuerzo

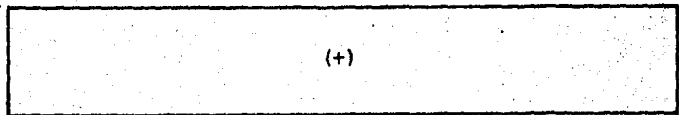
$$-\frac{M_1}{S_1}$$



Esfuerzo en la fibra inf. por carga muerta

+

$$\frac{P}{A} + \frac{Pe}{S_1}$$



Esf. en la fibra inf. por el presfuerzo

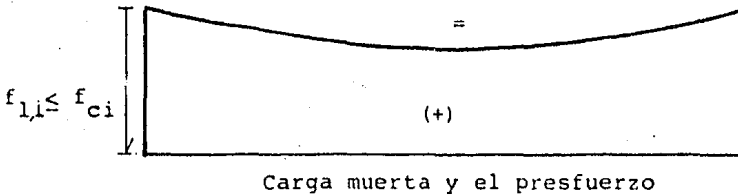


Fig. 2-22. Distribución de esfuerzos en las fibras superiores e inferiores de una viga simple prismática presforzada mediante un tendón recto.

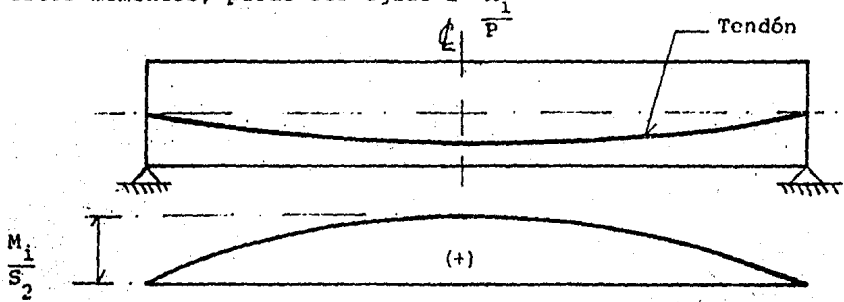
Excentricidad en el cable:

- positiva hacia abajo del eje centroidal.
- negativa hacia arriba del eje centroidal

Donde se observa (fig. 2-22) que los esfuerzos máximos que limitan la capacidad de la viga, ocurren en el extremo, donde no existen esfuerzos flexionantes por carga muerta, a diferencia de lo que se presenta en el centro del claro, donde éstos son máximos.

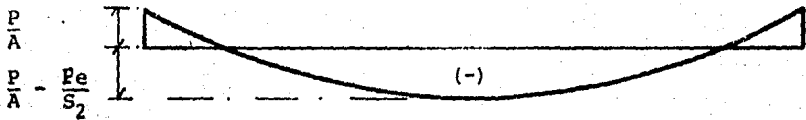
Si se tuviera ahora el caso en que el presfuerzo estuviera colocado de manera parabólica, y además la excentricidad del tendón fuera máxima al centro del claro, y mínima en los extremos de una viga, los esfuerzos que resultarían por efecto del presfuerzo y la carga muerta en las fibras superior e inferior, serían como los de la figura 2-23. Examinando estas distribuciones de esfuerzos a lo largo de la viga, se puede decir que los esfuerzos máximos ocurren al centro del claro, con lo que se logra eliminar la reducción en la capacidad de la viga a resistir cargas superpuestas, ya que el peso muerto de la viga se tiene de esta manera contrarrestado, con la fuerza del presfuerzo parabólica. Esto puede ser explicado en términos de la línea de presión de la siguiente forma: la fuerza del presfuerzo puede ser aplicada por debajo del eje centroidal de la viga, ya sea que se localice únicamente en el centro, o que se tenga además en sus extremos. Dado

que el momento debido a la carga muerta actúa en dirección contraria al que se tiene por el presfuerzo, el incremento en la excentricidad que se puede dar, y con objeto de que se contrarresten estos momentos, puede ser igual a $\frac{M_i}{P}$

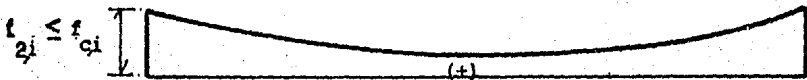


Esfuerzos en la fibra superior por carga muerta

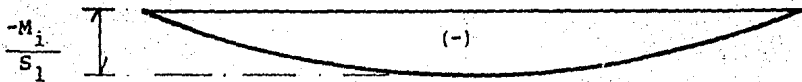
(+)



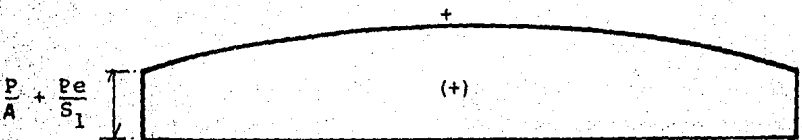
Esfuerzos en la fibra superior por el presfuerzo



Carga muerta y presfuerzo



Esf. en la fibra inf. debidos a c.muerta



Esf. en la fibra inf. por presfuerzo

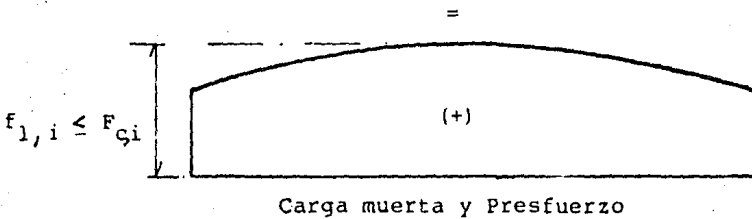


Fig. 2-23. Distribución de esfuerzos en las fibras superiores e inferiores de una viga simple prismática presforzada mediante un tendón curvo.

Las ventajas que se obtienen por el uso de tendones curvos son obvias, y más en el caso de miembros donde el momento externo existente al tiempo de ser aplicado el presfuerzo sea un porcentaje alto del momento total. De manera contraria se puede decir que si el momento actuante por carga muerta, al mismo tiempo que el presfuerzo, es muy pequeño, no existe ventaja alguna o muy poca, al tener la fuerza del presfuerzo a gran excentricidad del centro de la viga con respecto a la que se pudiera tener en los extremos de ella.

Comúnmente en las estructuras la carga muerta de una viga viene a ser mayor con respecto a la carga total según la longitud del claro se vea incrementada. Esta es una de las consideraciones más importantes que afectan el uso normal de tendones rectos para el caso de miembros cortos y el uso de tendones con excentricidad variable para miembros con longitudes grandes pretensados o postensados.

Otro beneficio importante que se tiene en el uso de tendones curvos presforzados es en la reducción que se logra de la fuerza cortante que será tomada por el concreto. Esto puede ilustrarse considerando una viga que posee un tendón presforzado curvo con una pendiente igual al ángulo que forma éste con la horizontal en un determinado punto. (Fig.2-24). Por inspección --

del diagrama de cuerpo libre para esta condición (fig.2-25), se puede decir que la fuerza de presfuerzo P puede ser descompuesta en 2 componentes: $P \sin \alpha$ que actúa de manera vertical y hacia arriba, y $P \cos \alpha$ la cual actúa horizontalmente. Si la fuerza cortante total que actúa en el diagrama de cuerpo libre, debida a las cargas externas es V , el concreto deberá resistir $V - P \sin \alpha$, gracias a que el tendón ejerce una fuerza igual a $P \sin \alpha$ entre el centro y los extremos de la viga en sentido contrario al de V . Si el tendón no fuera curvo, la fuerza cortante V , tendría que ser soportada únicamente por la sección de concreto.

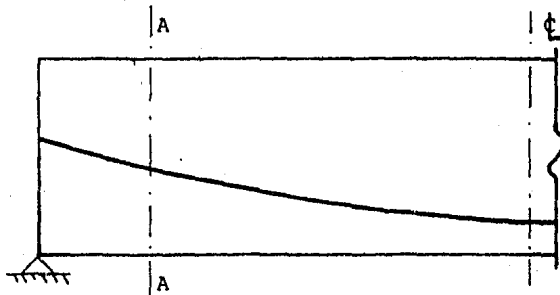


Fig. 2-24. Viga presforzada mediante un tendón curvo

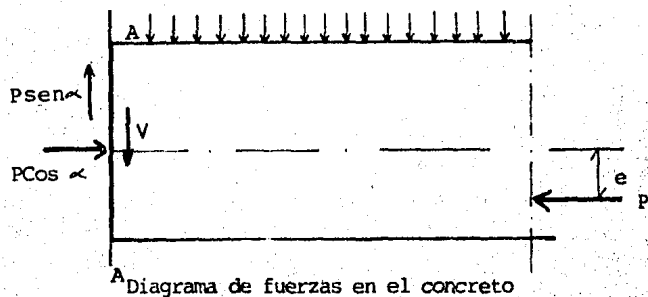
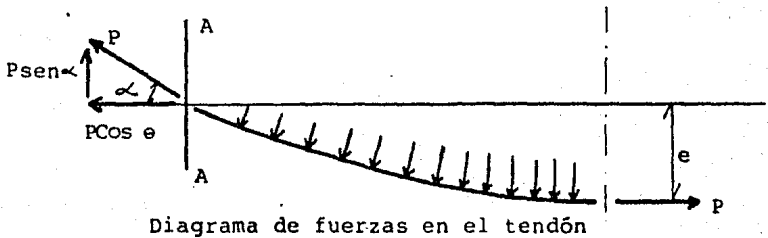


Diagrama de fuerzas en el concreto

Fig. 2-25. Diagramas de cuerpo libre

2.5.5. Límite en las excentricidades.

Como se explicó anteriormente, la excentricidad mayor de la fuerza de presfuerzo frecuentemente se encuentra alojada en el centro de la viga, y la menor en sus extremos, teniendo el cuidado de no exceder los esfuerzos permisibles al actuar al mismo tiempo la fuerza del presfuerzo y el peso propio de la viga. - Los esfuerzos permisibles que se especifican para el máximo esfuerzo de compresión en la fibra inferior y el máximo esfuerzo de tensión en la fibra superior de la viga (bajo la acción combinada de la fuerza inicial de presfuerzo, y la carga muerta de la viga) así como el máximo esfuerzo de compresión en la fibra superior, y el máximo esfuerzo de tensión en la fibra inferior (bajo el efecto combinado de la carga total externa, y la fuerza final de presfuerzo después de la relajación) conducen a una combinación de excentricidades y fuerzas de presfuerzo que deberán ser propuestas, sin que éstas produzcan en la viga esfuerzos mayores a los permisibles, es decir, visto de una manera económica, cualquier fuerza mínima que satisfaga las condiciones permisibles de esfuerzo descritas, y que además ofrezca la condición más esforzada en la sección de una viga, será la que más convenga en el diseño de elementos presforzados.

Para esta fuerza seleccionada se pueden calcular las excentricidades máximas y mínimas, así como las distintas localizaciones de ésta dentro de la viga y a todo lo largo, sin que con ello se excedan los esfuerzos permisibles. El cálculo de esas excentricidades por medio de un esquema de la elevación de la viga (Fig. 2-26), en donde se exagera la escala vertical, proporciona las limitantes, donde el centro de gravedad de la fuerza de presfuerzo se mantiene, para así satisfacerse las condiciones de los esfuerzos admisibles:

En general, no es necesario realizar un diagrama como el de la figura 2-26 para el caso de vigas sujetas a carga normal con tendones colocados en forma parabólica, en donde las condiciones de esfuerzo se satisfacen por lo general sin dificultad.

Cuando se cuenta con vigas no prismáticas, vigas continuas o vigas con condiciones de esfuerzo no usuales, diagramas como el de la figura 2-26, facilitan el diseño de estos elementos.

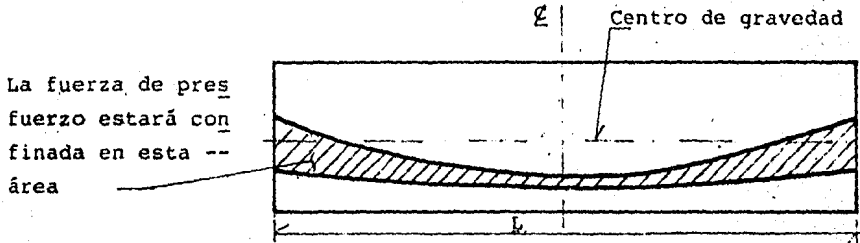


Fig. 2-26. Diagrama que ilustra el área en donde la fuerza de presfuerzo deberá estar confinada con objeto de satisfacer los requerimientos de esfuerzos iniciales y finales admisibles.

2.5.6. Eficiencia de la sección transversal.

La figura 2-27 muestra la distribución de los esfuerzos unitarios por flexión en el concreto, bajo la aplicación del presfuerzo y la carga total, en una viga rectangular. La distribución de las fuerzas en la viga tendrá la misma forma que la distribución de esfuerzos unitarios, y la conversión de dichos esfuerzos a fuerzas, puede realizarse por la multiplicación de los esfuerzos unitarios por el ancho de la sección transversal. Además, como ya fue explicado, el momento total al cual se somete es igual a la distancia entre los puntos de aplicación de las fuerzas resultantes en el concreto, bajo la aplicación del presfuerzo únicamente para carga total, multiplicada esta distancia por la fuerza del presfuerzo.

En el análisis de una viga de sección I, semejante a la figura 2-28, se observa que la distribución de fuerzas es variable de acuerdo al ancho de la sección, a diferencia de la sección rectangular, en donde la variación es lineal al ser ésta de un ancho único. Es fácil observar de la figura 2-28, que la resultante de los diagramas para la sección I estará más cerca

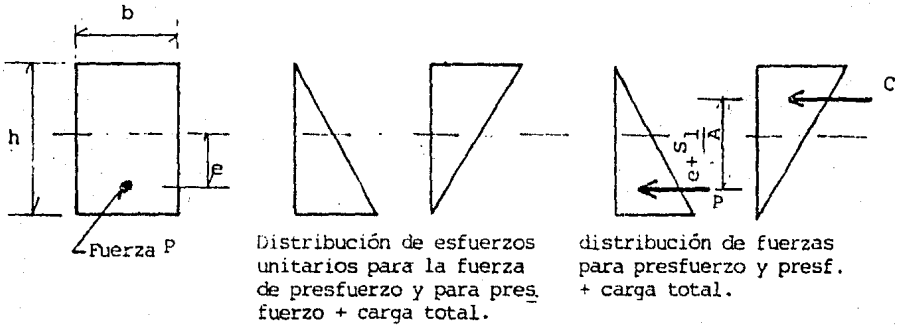


Fig. 2-27. Distribución de esfuerzos unitarios, y fuerzas en una viga rectangular bajo presfuerzo y carga total más presfuerzo.

de las fibras extremas. Por esta razón la resultante de las fuerzas en la sección I de concreto, posee una mayor distancia cuando la carga externa es aplicada para nulificar el esfuerzo en la fibra inferior con relación a una sección rectangular de igual altura. De esta consideración es obvio que la sección I es más eficiente, capaz o resistente a cargas más altas que la sección rectangular de igual altura, suponiendo que en cada sección es presforzada con una igual fuerza de presfuerzo y que los esfuerzos de tensión no son permitidos en la sección.

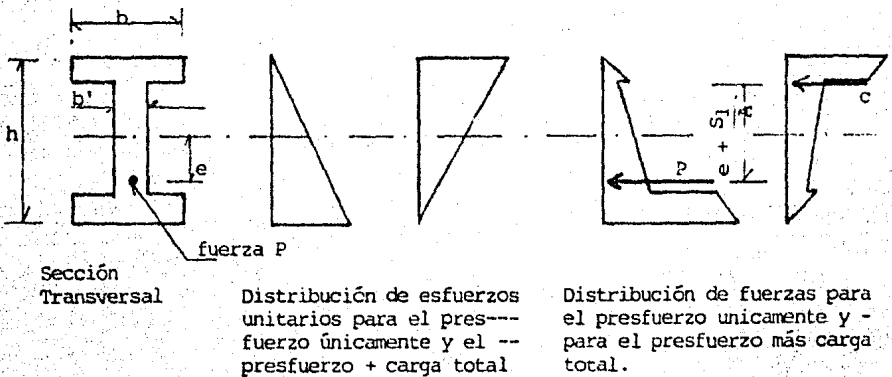


Figura 2-28. Distribución de esfuerzos unitarios y fuerzas en una viga de sección I, bajo el presfuerzo únicamente y presfuerzo más carga total.

Por esta razón es que principalmente se usan secciones-IyT en miembros presforzados a flexión, en donde los esfuerzos de tensión altos deseen evitarse y en donde resulte importante minimizar la altura de la sección. Las vigas rectangulares se consideran económicas hasta ciertas condiciones de longitud, carga y criterio de diseño, pero para secciones más complicadas generalmente se tienen cantidades menores de acero de presfuerzo y de concreto, por lo que resultan más económicas.

2.5.7. Selección de la sección transversal de los elementos preforzados.

Para poder ejemplificar el efecto de la variación de la línea de presión con respecto al centro de gravedad de las fuerzas de presfuerzo y su relación con la forma de la sección óptima de concreto, supóngase que se cuenta con una viga presforzada mediante tendones rectos y prismática, la cual se encuentra sujeta a una carga tal que se tiene un esfuerzo igual a cero en la fibra inferior, al centro del claro. En el extremo de la viga, la línea de presión es coincidente con el centro de gravedad del acero de presfuerzo, condición que se conserva a pesar de las variaciones que sufra la carga externa. De lo anterior se puede decir que la forma que deberá tener la sección en su extremo será tal, que el centroide de ésta sea concéntrica con la fuerza del presfuerzo. Al centro del claro, la línea de presión actúa por encima del centro de gravedad de la sección, por lo que se requiere de un patín superior que resista esta fuerza; ya que en la fibra inferior el esfuerzo es igual a cero, la utilización de un patín en esta zona resulta innecesario.

El ejemplo anterior indica que existe una fuerte dependencia entre la fuerza del presfuerzo aplicado y la carga. Ahora, si los tendones de esta viga estuvieran cubiertos en sus extremos de manera tal que se tuviera una escasa o nula excentricidad al final de la viga, resulta obvio el que la sección requerida sería la rectangular, la cual resulta económica en su realización y es eficiente para resistir grandes fuerzas concéntricas de compre---

sión. Si la carga que se le aplicase a cierta viga fuese de tal manera que provocara esfuerzos igual a cero en las fibras inferiores de ésta, (al centro del claro), y cuya condición se mantuviese siempre constante, se tendría que el uso de un patín en la base de la sección resulta innecesario, debido a que la línea de presiones actuaría siempre cerca de las fibras extremas superiores de la sección transversal de concreto, y el uso de un patín en la parte inferior de la sección serviría únicamente para proteger el acero de presfuerzo contra el fuego y la corrosión. Por lo tanto, se puede afirmar el que la sección "T" resulta ser así la más eficiente. Por último, si se presenta el caso en que la carga aplicada provoca cero esfuerzos en la fibra inferior al centro del claro, y además esta carga resulta ser variable y bastante mayor en comparación con la carga muerta de la viga, se hace necesario la colocación de un patín en la parte inferior de la sección de la viga, que resista o mantenga la fuerza de presfuerzo hasta que la viga vuelva a ser cargada con la carga variable o intermitente aplicada. De esta forma resulta el que la sección "I", es la más conveniente debido a que con ella, la distancia de la línea de presión puede moverse sin que se produzcan esfuerzos de tensión que afecten el comportamiento de la viga, teniéndose de esta manera una mejor sección a la que se tendría si ésta fuese rectangular y de igual peralte.

Los principios básicos que el diseñador de concreto presforzado deberá tener en mente son:

- El patín inferior inicialmente es utilizado para resistir y mantener la fuerza del presfuerzo hasta que la carga externa sea aplicada y una vez aplicada ésta, e irse moviendo hacia arriba del centroide del acero de presfuerzo la línea de presión, el patín superior será necesario para soportar el total de la carga externa aplicada. Una vez que la línea de presión se encuentra en la vecindad del extremo superior de la sección de la viga, cuando ésta se encuentra cargada por completo, la colocación de

un patín en su parte superior proporciona una mayor distancia entre la línea de presión y el centro de gravedad de la fuerza de presfuerzo, a diferencia de la distancia que proporcionan las secciones rectangulares; además de que la fuerza de presfuerzo requerida, resulta ser menor. Finalmente, el alma presenta la característica de soportar los esfuerzos cortantes.

Como consecuencia de que la carga muerta en la mayoría de los casos constituye una pequeña porción del total de la carga en el caso de tener elementos cortos y una gran porción para elementos largos, el uso de secciones "I", rectangulares huecas y rectangulares macizas es más común en el caso de miembros cortos y el de la sección "T" para grandes claros.

Cuando se utilizan tendones rectos pretensados en alguna aplicación donde la carga muerta del elemento sea grande en comparación con el momento total, es común proporcionar un patín inferior lo bastante grande para resistir los esfuerzos provocados por el presfuerzo al final de la viga; además de que el patín de la viga servirá para asegurar una adecuada protección al presfuerzo contra la corrosión. Debido a la pequeña área requerida para alojar los tendones postensados así como también su fácil colocación en trayectorias curvas, el tamaño del patín inferior de vigas postensadas, frecuentemente no se encuentra delimitado por los esfuerzos provocados por el presfuerzo en sus extremos o por la cantidad del concreto requerido para proveer un adecuado recubrimiento.

Bajo condiciones normales, el espesor mínimo del alma será de 15 cm para secciones "I" pretensadas y de 18 cm para elementos postensados.

Los espesores pequeños para los patines superiores resultan peligrosos, ya que éstos pueden quedar sujetos a esfuerzos similares a los que se presentan en una columna al no contarse con un soporte lateral, que evite el pandeo del elemento.

La relación usual entre la profundidad de la viga y su claro varía entre 1 a 16 y 1 a 22, dependiendo de las condiciones supuestas de carga, altura vertical permitida, y tipo de construcción. En elementos de sección "T" que se encuentran bajo condiciones de carga bajas, la relación entre el peralte y el claro, resulta ser más alta (1 a 40). Tabletas simplemente apoyadas de concreto presforzado son empleadas con una relación de 1 a 40; y tabletas continuas y sólidas, postensadas, con relaciones mayores - de 1 a 45, han dado un buen resultado. Los efectos producidos por elementos esbeltos son deflexión excesiva y vibración bajo cargas vivas.

2.5.8. Sección transversal efectiva de una viga de concreto presforzado.

El procedimiento de diseño más usado en concreto presforzado es el cálculo de los esfuerzos de flexión en el intervalo elástico de los materiales, suponiendo las propiedades de la sección completa; es decir, sin descontar el área de acero o de los ductos y donde el área de acero transformada no es incluida. Los esfuerzos que se han calculado para la sección neta o transformada, arrojan una diferencia despreciable con relación a los realizados para la sección completa, debido al hecho de que el concreto no es un material elástico, además de que el módulo de elasticidad del concreto generalmente no es conocido con precisión y su valor deberá de ser empleado en el cálculo de las propiedades de la sección transformada.

En el cálculo de las propiedades de la sección (de preferencia en el caso de tener tendones no adheridos), las áreas de los ductos abiertos deberán ser excluidas.

El área transformada de tendones adheridos y del acero de refuerzo, tendrá que ser incluido en los miembros pretensados y en los postensados después de las inyecciones de lechada.

En el caso del pretensado, cuando el presfuerzo es apli

cado, la deformación del concreto es una función de la sección neta, debido a que el concreto es comprimido por el acero, el cual no ayuda al concreto a resistir la fuerza del presfuerzo; entendiéndose como sección neta de concreto como aquella sección que resulta cuando el área ocupada por los tendones (o por los ductos en el caso de postensado), es restada del área de la sección completa. Ya que los tendones pretensados se encuentran adheridos al concreto, cuando se tiene un cambio en el esfuerzo del concreto - al nivel del acero, existirá una correspondencia de igual cambio en el esfuerzo del acero. Por lo tanto, cuando se aplican las cargas exteriores, diferentes a la carga muerta de la viga, que se encuentra actuando al mismo tiempo que el presfuerzo aplicado, la deformación del miembro es una función de la sección transformada, que se puede definir como aquella sección que resulta cuando el área de acero es transformada en una área equivalente elástica de concreto, por la multiplicación de la relación de módulos (n), y sumando el área transformada a la sección neta en el sitio donde se localizaba el acero de presfuerzo.

En el caso de postensado, la deformación de un miembro es una función de la sección neta bajo todas las condiciones de presfuerzo y carga externa, hasta un tiempo en el cual la inyección de lechada ha fraguado y se tiene una adherencia entre el tendón y la sección de concreto. Después de que se ha establecido la adherencia, la deformación del miembro estará en función de la sección transformada. Para el presforzado que se encuentra bajo condiciones normales es pequeña la ganancia que se logra al incluir estos efectos en los cálculos.

El uso de la sección neta en el cálculo de los esfuerzos que ocurren antes de la adherencia de los tendones, es obligada por el reglamento del ACI, donde la utilización de la sección transformada es opcional para los esfuerzos que ocurren después de la adherencia.

Las secciones neta y transformada deberán ser utilizadas en el cálculo de los esfuerzos de vigas de grandes claros pos

tensadas con elevadas concentraciones de ductos en el patín inferior.

Un caso semejante se presenta cuando los ductos poseen una influencia significativa en los esfuerzos de compresión del patín inferior, siempre y cuando el área ocupada por los ductos sea mayor en proporción al área del patín.

2.5.9. Variación del esfuerzo en el acero.

La figura 2 - 9, anteriormente vista (en la sección materiales) con respecto del aumento en el esfuerzo del acero hasta la carga última, y bajo la carga transversal sobrepuesta, resulta muy útil para entender el comportamiento de una viga de concreto presforzado. El esfuerzo en el acero de presfuerzo, es controlado por la operación de presforzado (f_{pj}) y calculado o estimado después de las pérdidas, bajo los efectos combinados de la fuerza del presfuerzo y del peso propio de la viga (f_{pi} , después de la transferencia y, f_{pe} , después de todas las pérdidas). Bajo la carga transversal sobrepuesta (carga muerta más carga viva), el esfuerzo del acero sólo aumenta ligeramente hasta que se produzca el agrietamiento, y entonces aumenta, en forma brusca, después del agrietamiento hasta la carga última.

Ahora bien, cuando la viga ha sido agrietada previamente, el aumento brusco del esfuerzo del acero comienza en el punto de descompresión (esfuerzo nulo en el concreto). Ya que el aumento en el esfuerzo del acero sólo representa un pequeño porcentaje dentro del rango de la carga de servicio, es innecesario, generalmente, analizar este efecto en el diseño por carga de servicio. Por supuesto, el esfuerzo del acero bajo la carga última, resulta importante para estimar la resistencia última de la propia estructura.

Para elementos con refuerzo adherido, el aumento en el esfuerzo del acero, bajo la carga muerta sobrepuesta, representa por W_i , y bajo la carga viva, W_a , se calcula usando la ec.2-14

$$\Delta f_p = n_p \Delta f_{cs} = n_p \frac{(M_a + M_i)e}{I} \quad \text{cc. (2-14)}$$

donde n_p es la relación modular del acero de presfuerzo, y Δf_{cs} es el esfuerzo del concreto en el 'centroide del acero, debido a W_i y W_a

Para tendones sin adherir, el aumento en el esfuerzo -- del acero bajo la carga transversal sobrepuesta, es el mismo de un extremo a otro, y es preciso determinarlo por la integración - de la ecuación 2-15 sobre la longitud "l" del claro:

$$\Delta f_p = \frac{n_p}{l} \int_0^l \frac{(M_a + M_i)e}{I} dx \quad \text{ec. (2-15)}$$

Por lo tanto, se puede ver que el aumento en el esfuerzo del acero debido a la carga sobrepuesta, en el caso de tendones sin adherir, es menor (aproximadamente la mitad) que el aumento máximo en el esfuerzo de tendones adheridos, al centro del claro, como se indica en la figura 2-9.

Además, los tendones sin adherir no pueden alcanzar la resistencia del acero bajo la carga última, representada por f_{pu} , debida al nivel más bajo en el esfuerzo máximo del acero, y a la tendencia de la viga a experimentar menor cantidad de grietas, pero mayores que en el caso de los tendones adheridos. A fin de que exista una mejor distribución de las grietas en el área de la sobrecarga, y de que se presente un mejor comportamiento de la resistencia última, el Reglamento del ACI recomienda que todos los elementos sometidos a flexión con tendones no adheridos, contengan algún acero adherido (no presforzado).

Como se puede ver en la figura 2-9, después del agrietamiento, el esfuerzo del acero alcanza rápidamente el esfuerzo de fluencia, representado por f_{py} , y por último, el esfuerzo en el acero para la carga última, f_{ps} . Este esfuerzo se encuentra por debajo de la resistencia del acero (esfuerzo último), f_{pu} , dependiendo de la configuración geométrica de la viga, del contenido -

del acero y si está o no adherido y, finalmente, de las propiedades de los materiales.

2.5.10. Carga de agrietamiento.

Como se dijo anteriormente, el cambio en la localización de la línea de presiones depende de manera directa de la variación en la carga externa aplicada en el intervalo elástico, siendo éste el principio fundamental de las construcciones presforzadas.

La variación (en la localización) de la línea de presión mediante la aplicación de una carga de servicio, se mantiene relativamente uniforme hasta el punto en que la carga externa es incrementada de manera continua, hasta que se presenta la falla de las fibras que se encuentran a tensión.

Después que la carga de agrietamiento ha sido excedida, la línea de presión tiende a bajar con la aplicación de una carga adicional, además de que se presenta un considerable incremento en el esfuerzo actuante en el acero de presfuerzo, aunado a un aumento en la resultante de fuerza de compresión que actúa en el concreto. Este cambio en la acción del momento interno continúa hasta que culmina el movimiento de la línea de presión por efecto de la carga última aplicada.

El tipo de comportamiento que se tiene bajo la acción de una carga que se ve incrementada, es el siguiente:

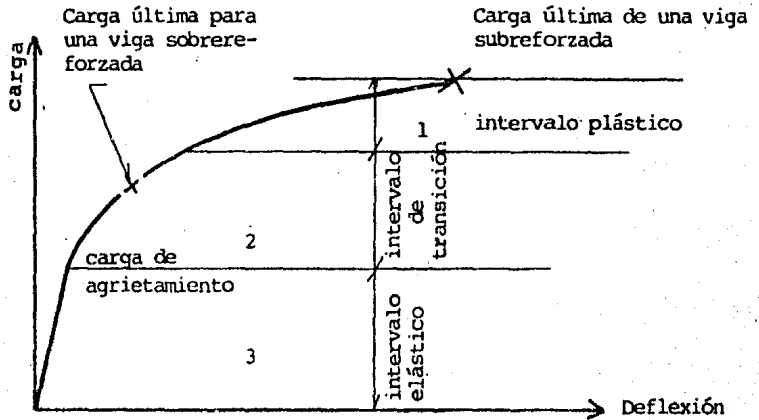


Fig. 2-29. Curva de carga contra deflexión en una viga presforzada.

1. En el intervalo plástico, el cambio de cargas se ve afectado por un cambio en los esfuerzos. (De manera semejante al concreto reforzado)
2. En el intervalo de transición, el cambio de carga se ve modificado en parte por un cambio en los esfuerzos y por el movimiento de la línea de presión.
3. En el intervalo elástico, la variación de la carga se ve afectada por el movimiento de la línea de presión.

Esta figura explica el que la carga aplicada durante el intervalo elástico y plástico se encuentre sujeta a efectos o acciones diferentes.

Es de suma importancia que el diseñador conozca el momento último que resiste el elemento diseñado.

El reglamento del ACI establece que la relación del momento resistente de diseño, con el momento de agrietamiento - - - ($0M_n / M_{cr}$), sea por lo menos de 1.2, a fin de permitir un 20% de capacidad de sobrecarga sobre la carga de agrietamiento, donde M_n es el momento resistente nominal, de manera de poder estar seguro

de que posee un adecuado factor de seguridad contra la falla.

La curvatura que adquiere la gráfica (carga contra deflexión para cargas, por encima de la carga de agrietamiento) se encuentra determinada por el cambio en el momento interno resistente que contrarresta las cargas aplicadas; y los esfuerzos plásticos empiezan a tener lugar en el acero y en el concreto al encontrarse sometidos a un alto nivel de esfuerzos.

Resulta que en algunas estructuras es esencial que los miembros sometidos a flexión se mantengan por debajo de la carga de agrietamiento bajo sobrecargas importantes, ya que éstas pueden quedar sometidos a una atmósfera corrosiva durante su vida útil.

En el diseño de estructuras presforzadas, es muy necesario calcular la carga actuante que le produzca agrietamiento, con el objeto de tener plena seguridad de su adecuado funcionamiento, además de que se hace necesario su cálculo para el diseño.

Un gran número de pruebas han demostrado que la curva carga contra deflexión, para vigas de concreto presforzado, es aproximadamente lineal hasta el momento en que se presenta la primera grieta en la zona de tensión. Debido a ello, las relaciones utilizadas en el diseño elástico, calculan la carga de agrietamiento por la simple determinación de la carga que resulta de los esfuerzos netos de tensión en el patín de tensión, el cual es igual al esfuerzo de tensión en el concreto. Es importante señalar que el esfuerzo de tensión por flexión en el concreto, es igual al módulo de ruptura del concreto cuando se calcula la carga de agrietamiento.

2.5.11. Principios sobre la capacidad del momento último de miembros con tendones adheridos.

Cuando un miembro en flexión de concreto presforzado es lo suficiente resistente en cortante y adherencia, la falla del -

elemento suele regirse por flexión, la cual puede presentarse en cualquiera de las siguientes maneras:

1. Falla ante la carga de agrietamiento.

En miembros presforzados sumamente ligeros, el momento para el cual se produce el agrietamiento, puede ser mayor que el momento que puede resistir la sección en la condición de falla, y por ello el momento de agrietamiento es el momento último. Esta condición aparece rara vez, y tiene lugar en elementos que son presforzados concéntricamente con pequeñas cantidades de acero, así como en miembros de concreto presforzados huecos o sólidos y que poseen relativamente pocas cantidades de refuerzo. Cuando la carga estimada de agrietamiento es mayor que la carga última calculada, entonces se presenta la llamada falla. Ya que esta falla es de carácter frágil, ocurre sin aviso alguno, por lo que su presencia tendrá que ser evitada.

2. Falla provocada por la ruptura del acero.

En miembros ligeros presforzados sujetos a la carga última, la resistencia última del acero se da antes de que el concreto alcance un alto grado de plasticidad. Este tipo de falla se presenta ocasionalmente en el diseño de estructuras con una gran área de concreto en compresión, en comparación con la cantidad de acero de presfuerzo.

3. Falla por deformación.

El tipo de estructuras presforzadas que se manejan en la práctica son las subreforzadas, en donde el acero es esforzado hasta el intervalo plástico y el miembro sufre una gran deformación. La falla del miembro ocurre cuando el concreto se encuentra sometido al máximo esfuerzo que es capaz de resistir. Por medio-

de numerosas investigaciones se ha llegado a determinar que la falla en el concreto presforzado ocurre cuando el concreto alcanza una deformación unitaria de 0.003.

4. Falla por aplastamiento del concreto.

Los miembros en flexión que suelen fallar de esta forma, contienen grandes cantidades de acero de presfuerzo o áreas relativamente pequeñas de concreto en compresión, y se dice que se encuentran sobrerreforzados ya que no presentan grandes deformaciones antes de su falla, como las subreforzadas, a la vez los esfuerzos en el acero no sobrepasan del punto de fluencia y como resultado de todo esto, el concreto sufre un aplastamiento.

Se debe aclarar que no existe una diferencia muy marcada entre cada una de las fallas citadas anteriormente, para lo cual se ha propuesto por diversas autoridades en el tema un parámetro que se encuentra en función del porcentaje de acero, que ayuda a distinguir los diferentes tipos de falla que se pueden presentar. Para secciones rectangulares este parámetro se puede definir como:

$$\text{Porcentaje de acero } P_p = A_{ps}/bd.$$

$$A_{ps} = \text{Area del presfuerzo}$$

b = Ancho de la cara en compresión del elemento.

d = Distancia de la fibra extrema en compresión al centroide del acero de presfuerzo en tensión.

Un factor adimensional que también es utilizado para definir cada una de las fallas que ocurren en una viga de concreto presforzado es el siguiente:

$$q = \frac{A_{ps} f_{pu}}{b d f'_c} = P_p \frac{f_{pu}}{f'_c}$$

Donde:

f_{pu} = Resistencia última a tensión del acero de presfuerzo

f'_c = Resistencia a compresión del concreto

Las hipótesis que se plantean para poder llegar a las ecuaciones del momento último son las que se muestran a continuación:

1. Las secciones planas se conservan planas antes y después de las deformaciones.
2. La curva de esfuerzo contra deformación del acero de presfuerzo se supone conocida, así como su punto de fluencia.
3. La deformación máxima unitaria en el concreto es igual a 0.003, sin importar la resistencia del concreto.
4. El acero y el concreto se encuentran por completo adheridos; es decir, no existe ningún corrimiento entre ellos.
5. El diagrama de esfuerzos del concreto es igual a un promedio en los esfuerzos del concreto en $0.85 f'_c$ y la resultante de esfuerzos en el concreto actúa a una distancia de la fibra extrema en compresión igual a 0.42 de la profundidad del bloque de compresión.
6. La deformación de la fibra superior bajo el presfuerzo únicamente, es igual a cero.
7. La sección sólo se encuentra sujeta a flexión.
8. El análisis se realiza para condiciones de cargas estáticas y de corta duración.

Con objeto de simplificar la explicación de la teoría en el cálculo del momento último, se considerará una sección rectangular en la deducción de las ecuaciones del momento último, con objeto de eliminar la variable introducida en las secciones

"I" y "T", y que es el ancho de su patín. Así se tiene la siguiente figura que ilustra lo expuesto anteriormente.

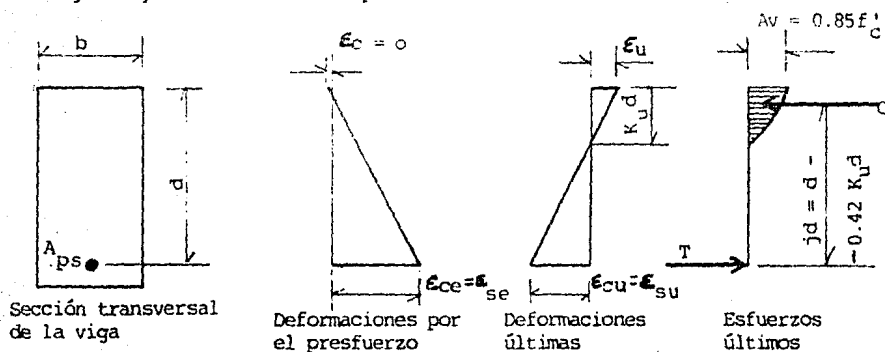


Fig. 2-30. Distribución de esfuerzos y deformaciones supuestas en el cálculo del momento último.

La definición de los esfuerzos ilustrados en la figura-2-30 es la siguiente:

ϵ_c = deformación en el concreto por el presfuerzo (la cual se supone igual a cero).

ϵ_u = deformación última del concreto (0.003)

ϵ_{ce} = deformación del concreto a nivel del acero por efecto del presfuerzo.

ϵ_{cu} = deformación última del concreto a nivel de acero en la condición de falla

ϵ_{se} = deformación en el acero por el presfuerzo efectivo

ϵ_{su} = deformación última del acero.

Debido al equilibrio que existe en la sección, se requerirá que las fuerzas en el acero y en el concreto sean iguales, por lo que se puede decir que:

$$T = C$$

$$A_{ps} f_{ps} = 0.85 f'_c b k_u d$$

$$y \quad f_{ps} = \frac{0.85 f'_c b k_u d}{A_{ps}}$$

$$ó \quad f_{ps} = \frac{0.85 f'_c K_u}{P_p}$$

como $q = \frac{P_p f_{pu}}{f'_c}$, la ecuación anterior se puede escribir como

$$f_{ps} = \frac{0.85 f'_c K_u}{q}$$

Mediante triángulos semejantes de la deformación última del concreto antes de que ocurra la falla de la viga se puede deducir lo siguiente:

$$\frac{\epsilon_{cu}}{d - K_u d} = \frac{\epsilon_u}{K_u d}$$

ó

$$\epsilon_{cu} = \epsilon_u \left(\frac{1 - K_u}{K_u} \right)$$

Utilizando el valor anterior de la deformación del concreto al nivel del acero en la carga última, la deformación total que es igual a la suma de la deformación por el presfuerzo efectivo, más la deformación del concreto al nivel del acero resultado del presfuerzo, y más la deformación en el concreto al nivel del acero bajo carga última, puede expresarse como:

$$\epsilon_{su} = \epsilon_{se} + \epsilon_{ce} + \epsilon_{cu}$$

ó

$$\epsilon_{su} = \epsilon_{se} + \epsilon_{ce} + \epsilon_u \left(\frac{1 - K_u}{K_u} \right)$$

$$K_u = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u + \epsilon_{su} - \epsilon_{se} - \epsilon_{ce}}$$

De donde substituyendo el valor de K_u se obtiene que:

$$f_{ps} = \frac{0.85 f_{pu} \epsilon_u}{q (\epsilon_u + \epsilon_{su} - \epsilon_{se} - \epsilon_{ce})} \quad \text{ec. (2-16)}$$

Todos los términos de esta ecuación resultan conocidos, con excepción de la deformación última en el acero (ϵ_{su}), así como su esfuerzo (f_{ps}). Ahora por medio de un procedimiento de -- aproximaciones sucesivas, asumiendo un determinado valor para q , ϵ_{su} , y con ayuda de la gráfica de esfuerzo contra deformación para el acero de que se trate, se llega a encontrar el esfuerzo en el acero del presfuerzo, en la resistencia nominal a flexión.

2.5.12. Principios de la capacidad a momento último para vigas con tendones no adheridos.

Ya que los tendones de presfuerzo pueden deslizarse (con respecto al concreto) al actuar la carga en un elemento no adherido, las relaciones desarrolladas en la sección anterior para el cálculo de la capacidad a momento último no son aplicables a las vigas con tendones no adheridos, puesto que una de las hipótesis principales que se hacía era que el concreto y el acero debían de encontrarse por completo adheridos. Se acepta, sin embargo, el -- que las vigas sin adherencia son más débiles que las vigas que poseen adherencia en su resistencia a la ruptura; esta diferencia -- resulta ser de entre el 10 y 30%. Algunas de las explicaciones -- del por qué de esas diferencias son:

1. Puesto que el tendón puede deslizarse libremente, la deformación de un tendón se puede igualar más o menos a lo largo de su longitud, y la deformación en la sección crítica se aminora, por consiguiente, el esfuerzo en el tendón sólo aumenta ligeramente, así que, cuando la deformación por aplastamiento se ha alcanzado en el concreto, a menudo el esfuerzo en el acero está muy por debajo de su resistencia a la ruptura.
2. Cuando no hay grietas en la viga, se puede calcular-

el esfuerzo en el acero mediante un análisis elástico de los esfuerzos; tan pronto como parte de la viga se agrieta, o se estira dentro del límite plástico, el esfuerzo no se puede calcular convenientemente.

Para el diseño, sin embargo, puede ser posible estimar el esfuerzo en el acero en la ruptura de la viga y calcular el brazo de palanca correspondiente para aproximar el momento resistente de ruptura. Tal estimación puede ser errónea en un 10 o un 15% aproximadamente. Las vigas sin adherencia no se emplean a menudo donde la resistencia a la ruptura es un factor controlante, y generalmente se diseña para las cargas de trabajo, mas bien con la teoría elástica que para la carga de ruptura.

Otra razón para la resistencia menor de las vigas sin adherencia es la aparición de grandes grietas en pequeña cantidad en el concreto en lugar de gran cantidad de pequeñas grietas distribuidas. Tales grietas tienden a concentrar las deformaciones en el concreto en estas secciones, resultando así una falla prematura.

Algunos ensayos tienden a probar que la resistencia a la ruptura de vigas no adheridas se puede incrementar con la colocación de acero no presforzado, por la resistencia adicional que ofrece éste, además del efecto que produce al distribuir y limitar las grietas en el concreto.

Además de lo comentado anteriormente, se presentan algunas variables adicionales que afectan la capacidad y la resistencia de vigas con tendones no adheridos como:

- La magnitud del presfuerzo efectivo de los tendones.
- La relación de claro-peralte de la viga.
- Características de los materiales.
- Tipo de cargas aplicadas.

- Forma del tendón.
- Coeficiente de fricción entre el acero de presfuerzo y el ducto.
- Cantidad de acero no presforzado adherido.

Una fórmula general para calcular el esfuerzo en el acero bajo la carga de ruptura, en una viga sin adherencia resulta ser de la siguiente manera:

$$f_{ps} = f_{pe} + f_{pa}$$

en donde f_{pe} es el presfuerzo efectivo en el acero, y f_{pa} es el esfuerzo adicional en el acero, producido como resultado de la flexión de la viga hasta la carga de ruptura.

2.5.13. Métodos aproximados del ACI y de la AASHTO para determinar f_{ps} .

Siempre que f_{pe} no sea menor de $0.5 f_{pu}$, el reglamento del ACI recomienda las siguientes ecuaciones aproximadas para determinar f_{ps} .

Tendones adheridos
$$f_{ps} = f_{pu} \left(1 - \frac{p f_{pu}}{2f'_c} \right) \quad \text{ec. (2-17)}$$

Tendones no adheridos
$$f_{ps} = f_{pe} + 703 \text{Kg/cm}^2 + \frac{f'_c}{100 p} \quad \text{ec. (2-18)}$$

En la ecuación 2-18 no se tomará f_{ps} con un valor mayor que f_{py} , ni tampoco mayor que $f_{pe} + 4220 \text{ kg/cm}^2$.

La ecuación 2-17, se deriva de los siguientes límites, con una variación lineal entre los dos

- Límite inferior: $f_{ps} = 0.85 f_{pu}$. Este límite ha sido determinado por medio de pruebas, por ser el punto -- aproximado de ruptura en las curvas de deformación -- del acero. El valor se calcula con la ecuación 2-17, -- cuando

$$P_p = \frac{f_{pu}}{f'_c} = 0.30$$

- Límite superior: $f_{ps} = f_{pu}$. Este valor se calcula --- con la ecuación 2-17, cuando

$$P_p = \frac{f_{pu}}{f'_c} = 0$$

(el contenido de acero, o su porcentaje, se aproxima a cero).

La AASHTO recomienda la ecuación 2-17, para tendones adheridos y la ecuación 2-19, para tendones sin adherir.

$$f_{ps} = f_{pe} + 1055 \text{ kg/cm}^2 \quad \text{ec. (2-19)}$$

2.5.14. Presfuerzo parcial.

Cuando se permiten ciertos esfuerzos de tensión en una viga presforzada sujeta a flexión bajo condiciones de carga de -- servicio, se dice que se cuenta con un elemento parcialmente presforzado.

No existe una diferencia básica entre el presfuerzo completo (sin esfuerzos de tensión), y el parcial, porque, aunque -- una estructura puede diseñarse para no tener tensión bajo las cargas de trabajo, estará sujeta a tensión bajo las sobrecargas. Por lo tanto, la diferencia estriba principalmente en que los esfuerzos de tensión serán más altos y aparecerán con más frecuencia para la misma estructura si se diseña para el presfuerzo parcial en vez de para un presfuerzo total.

Con el objeto de suministrar una seguridad adicional al concreto presforzado, frecuentemente se le agrega refuerzos no --

presforzados para dar una resistencia a la ruptura de la viga mucho mayor, y para ayudar a soportar los esfuerzos de tensión en el concreto.

Una ventaja importante del presfuerzo parcial es la disminución de la contraflecha. El disminuir la contraflecha es importante, especialmente cuando la carga de la trabe o la carga muerta es relativamente pequeña en comparación con la carga total de diseño. El disminuir la contraflecha inicial significa también disminuir el efecto de la deformación plástica por flexión y el mejor control de la uniformidad de la contraflecha.

El presfuerzo parcial se puede obtener por cualquiera de las siguientes medidas:

1. Empleando menos acero para el presfuerzo; ésto ahorrará acero, pero también disminuirá la resistencia a la ruptura, la cual es casi directamente proporcional a la cantidad de acero.
2. Usando la misma cantidad de acero de alta resistencia, pero dejando una parte sin presforzar. Esto ahorrará cierto tensado y anclaje y puede aumentar la elasticidad con el sacrificio de un agrietamiento prematuro y resistencia a la ruptura ligeramente menor.
3. Empleando la misma cantidad de acero, pero tensando a un nivel más bajo; los efectos de ésto son similares a aquellos del método 2, pero no se ahorran anclajes en los extremos.
4. Utilizando menos acero presforzado y agregando algo de acero dulce para el refuerzo; ésto dará la resistencia deseada a la ruptura y resultará en una mayor elasticidad a costa de un agrietamiento prematuro.

Las ventajas y desventajas del presfuerzo parcial comparado con el presfuerzo total, se pueden resumir como sigue:

Ventajas:

- Mejor control de la contraflecha
- Ahorro en la cantidad de acero de presfuerzo
- Ahorro del trabajo de tensado y anclaje en los extremos.
- Una elasticidad mayor posible en la estructura
- Empleo económico del acero no presforzado

Desventajas:

- Aparición prematura de grietas
- Mayor deflexión bajo las sobrecargas
- Mayor esfuerzo principal de tensión bajo las cargas de trabajo.
- Ligero descenso en la resistencia a la ruptura para la misma cantidad de acero.

Uno de los usos más frecuentes del acero no presforzado en vigas presforzadas, resulta ser en los patines de estas vigas. Estos refuerzos se pueden hacer de alambre de alta resistencia, cables de alambres, varillas, o simplemente con varillas de acero dulce ordinario. Cuando se emplean junto con el acero presforzado forman una combinación efectiva, uno suplementando al otro. El acero presforzado equilibra una porción de la carga, reduce la deflexión y suministra la mayor parte de la resistencia, mientras que el acero no presforzado distribuye las grietas, aumenta la resistencia a la ruptura, refuerza aquellas porciones que no han sido alcanzadas por el acero presforzado y suministra seguridad adicional para condiciones inesperadas de carga. Con el diseño apropiado, en muchos casos se puede lograr economía y seguridad. Aunque no existen numerosos experimentos referentes al comportamiento exacto de tales diseños, se conoce la naturaleza general y se han construido numerosas estructuras utilizando tales combinaciones.

Los refuerzos no presforzados se pueden colocar en varias posiciones de una viga presforzada para servir a diferentes propósitos y para ayudar a soportar la carga en las diferentes etapas. A menudo, un conjunto de tales refuerzos puede servir para darle fuerza a la viga en varios modos. Esto será evidente al examinar las siguientes funciones realizadas por ellos:

1. Proveer una resistencia inmediatamente después de la transferencia del presfuerzo:

a) Cuando el patín de compresión puede estar bajo -- cierta tensión en la transferencia, el acero no presforzado ayudará a reforzar ese patín contra cualquier posible fractura. Fig. 2-31a) Este diseño es deseable frecuentemente cuando el peso propio de la viga es pequeño comparado con su carga viva. El uso de tal acero no presforzado permitirá la colocación del acero de presfuerzo más cerca de las fibras extremas en tensión, ganando así un mayor brazo de palanca para el momento resistente.

c) Cuando se utilizan tendones rectos para vigas rectas, el patín superior en los extremos de la viga puede estar sujeto a esfuerzos de tensión. Los refuerzos no presforzados se pueden colocar ahí para refuerzo. Fig. 2-31b.

c) Cuando se producen grandes esfuerzos de compresión en el patín de tensión por un gran presfuerzo, pueden agregarse varillas de acero para reforzar ese patín. Fig. 2-31c. Tales varillas tenderán también a disminuir la deformación plástica en el concreto.

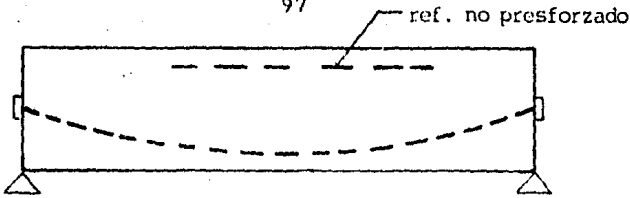
2. Para reforzar ciertas porciones de vigas precoladas y que así sean capaces de soportar cargas especiales o inesperadas durante las maniobras de erección. ---

Fig. 2-32. Esto puede permitir el manejo más fácil o evitar una ruptura seria en el caso de maniobras poco cuidadosas.

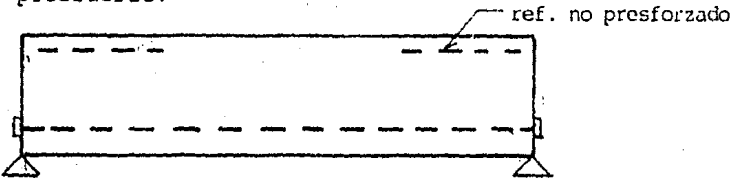
3. Para reforzar la viga bajo cargas de trabajo:

a) Lado a lado con el acero presforzado se puede colocar ya sea acero de alta resistencia o el ordinario. Fig. 2-33a. Esto ayudará a distribuir las grietas cuando aparecen y también a incrementar la resistencia a la ruptura, especialmente cuando el acero presforzado no está adherido al concreto. Evitando la formación de grandes grietas concentradas, se puede incrementar la resistencia de las vigas tanto a la flexión como a la compresión. El acero no presforzado se puede emplear de manera económica debido a que se puede colocar sólo sobre ciertas porciones críticas, mientras que el acero presforzado generalmente se tiene que extender en toda la longitud de la viga.

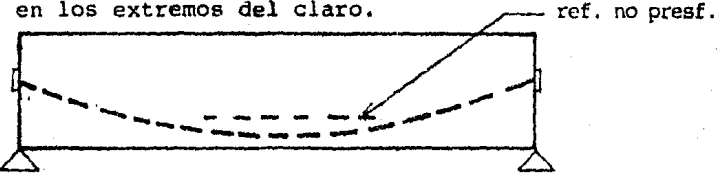
b) Se pueden agregar varillas de acero ordinario al patín de compresión para reforzarlo contra la alta compresión. Fig. 2-33b. Esto generalmente es antieconómico, pero se puede requerir bajo ciertas condiciones.



- a) Para soportar la tensión ocasionada por el presfuerzo.



- b) Para soportar la tensión debida al presfuerzo en los extremos del claro.



- c) Para soportar la compresión provocada por el presfuerzo.

Fig. 2-31. Refuerzos no presforzados para darle resistencia a la viga justamente después de la transferencia del presfuerzo.

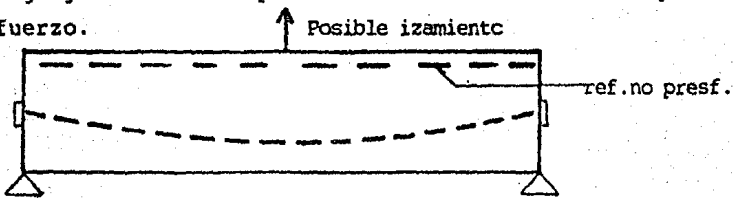
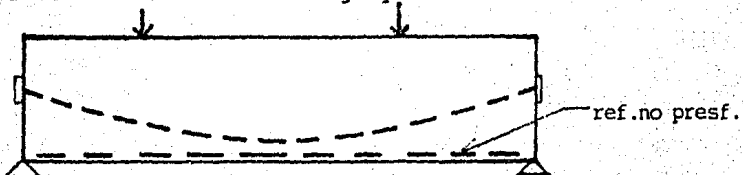
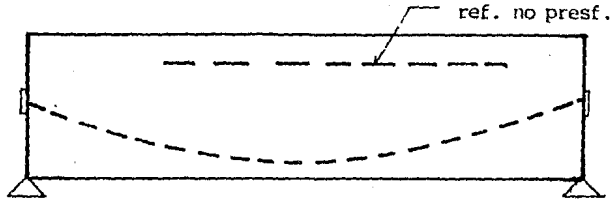


Fig. 2-32. Refuerzo no presforzado para fortalecer una viga precolada durante su manejo y erección.



- a) Para distribuir las grietas e incrementar la resistencia a la ruptura.



b) Para reforzar la compresión en el concreto.

Fig. 2-33. Refuerzos no presforzados para reforzar las vigas bajo las cargas de trabajo y de ruptura.

Cuando se combinan en una estructura refuerzos presforzados y no presforzados, debe investigarse cuidadosamente la cooperación de los dos. La mayor parte del tiempo, el acero no presforzado no estará actuando efectivamente hasta que se hayan formado las grietas. Su efecto en el inicio de las grietas capilares y en las de flexión elástica de la viga será pequeña. Pero después de que aparece el agrietamiento, tal acero distribuirá las grietas y evitará la formación de otras mayores, las que pueden en algunos casos ir en detrimento de la resistencia, al producir grietas diagonales de tensión y fallas de compresión. La resistencia a la ruptura de las vigas bajo cargas estáticas y repetidas se puede incrementar materialmente por el empleo apropiado del acero no presforzado.

Es difícil, si no imposible, diseñar el refuerzo no presforzado por la teoría elástica, porque dentro del límite elástico, los esfuerzos de tensión en los refuerzos son muy pequeños (ver fig. 2-9) y consecuentemente, los refuerzos son inefectivos, aunque en la resistencia última de la viga usualmente se esfuerzan hasta el límite de fluencia y funcionan efectivamente. Similarmen te a las varillas en las vigas de concreto reforzado ordinario, actúan eficientemente a la tensión solo después de que el concreto se ha agrietado. Antes del agrietamiento del concreto, sus esfuerzos de tensión, si existen, son limitados, puesto que casi todas las vigas presforzadas se diseñan para no tener grietas dentro de las cargas de trabajo; los refuerzos sin presfuerzo son --

aparentemente inútiles bajo tales condiciones. El fenómeno interesante es que, aunque no sirven dentro del marco de trabajo, a menudo son tan efectivos como los presforzados cerca de la carga de ruptura. Así, si la carga de ruptura es de primera importancia, - comparado con la resistencia elástica, se pueden emplear con gran beneficio los refuerzos no presforzados.

De acuerdo a lo mencionado anteriormente, se puede proceder al diseño de tales vigas, basándose en la resistencia a la ruptura. Debe hacerse notar el que la resistencia a la ruptura es sólo una medida de seguridad de una estructura.

Es difícil formular una base apropiada para el diseño de los refuerzos sin presfuerzo; sin embargo, un método que se ha analizado y probado para determinar la resistencia a la ruptura de tales secciones parcialmente presforzadas es el siguiente:

Resumiendo, se puede suponer que el acero a tensión no-presforzado contribuye a la resistencia a tensión de una viga, es decir, con un esfuerzo igual a la resistencia a la fluencia (f_y), para aceros de punto de fluencia (solo en vigas subreforzadas), y con un esfuerzo (f_s), determinado por un análisis de compatibilidad de la deformación, para aceros de alta resistencia.

2.5.15. Resistencia a flexión (momento último).

Se presenta el método de la compatibilidad de las deformaciones (expuesto en la sección 2.5.11) y los métodos aproximados del reglamento del ACI y de la AASHTO para calcular el momento resistente de los elementos de concreto presforzado, para secciones subreforzadas y sobreforzadas o para secciones rectangulares y en forma de "T" sometidas a compresión, y también para elementos con o sin acero no presforzado.

Al verificar la capacidad de sobrecarga de los elementos de concreto presforzado, bajo las cargas gravitacionales, una estimación conservadora de la resistencia real (como es la resis-

tencia proporcionada por el producto de la resistencia nominal, M_n o V_n) por el factor de reducción de resistencia (ϕ) deberá ser por lo menos igual a la resistencia de diseño, M_u o V_u , como se indica a continuación:

$$\phi M_n \geq M_u \quad \text{o} \quad \phi V_n \geq V_u$$

El ACI considera:

$$M_u = 1.4 M_{cm} + 1.7 M_{cv} \quad \phi = 0.90 \text{ para flexión}$$

$$V_u = 1.4 V_{cm} + 1.7 V_{cv} \quad \phi = 0.85 \text{ para cortante.}$$

Así como el AASHTO especifica que:

$$M_u = \frac{1.30}{\phi} (M_{cm} + \frac{5}{3} M_{cv} + M_I) \quad \text{o} \quad V_u = \frac{1.30}{\phi} (V_{cm} + \frac{5}{3} V_{cv} + V_I)$$

La AASHTO no hace referencia a un valor nominal de resistencia, sino que calcula M_u y V_u , directamente; además de que considera el momento y cortante por impacto (M_I , V_I).

2.5.15.1. Momento resistente nominal, para vigas con acero de presfuerzo únicamente.

A pesar de que el concepto de vigas presfuerzadas de concreto, ya sean subreforzadas (falla a tensión) y sobreforzadas (falla a compresión), resulta ser una simplificación exagerada, una serie de pruebas indica que generalmente es aplicable el uso de los siguientes límites.

Sección rectangular a compresión $\frac{A_f}{bdf_c} \leq 0.30$ subreforzada

> 0.30 sobreforzada

Sección con patín

$$\frac{A_{ps} f_{ps}}{b_w d f'_c} < 0.30 \text{ subreforzada}$$

> 0.30 sobreforzada

A) Vigas subreforzadas.

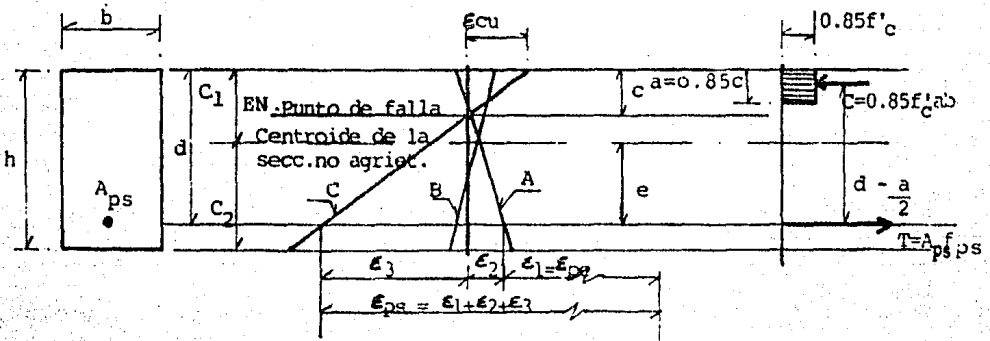
Las secciones rectangulares o las secciones con patín, en las cuales la profundidad del bloque de esfuerzo a compresión, es menor o igual que el espesor del patín ($a \leq h_f$):

De la fig. 2-34 y $C = T$

$$a = A_{ps} f_{ps} / 0.85 f'_c b$$

$$M_n = A_{ps} f_{ps} d \left(1 - \frac{0.59 A_{ps} f_{ps}}{b d f'_c} \right) = A_{ps} f_{ps} \left(d - \frac{a}{2} \right) \text{ ec. (2-20)}$$

En la ecuación anterior el valor de 0.59 se redondea a 0.60, de acuerdo con el AASHTO.



A - Solo P_e

B - Descompresional nivel de acero

C - Momento último

a) Sección de la viga

b) Deformaciones en el concreto y en el acero

c) Fuerzas internas

Fig. 2-34. Deformaciones, esfuerzos y fuerzas en una viga de concreto presforzado, al efectuar sólo la aplicación de P_e hasta el momento último.

En caso de no contar con suficiente información para la determinación de f_{ps} mediante un procedimiento de aproximaciones sucesivas, conociendo la gráfica de esfuerzo contra deformación del acero de que se trate, el reglamento del ACI, así como el del AASHTO permiten la utilización de las ecuaciones aproximadas (ecuaciones 2-17 y 2-18 vistas anteriormente).

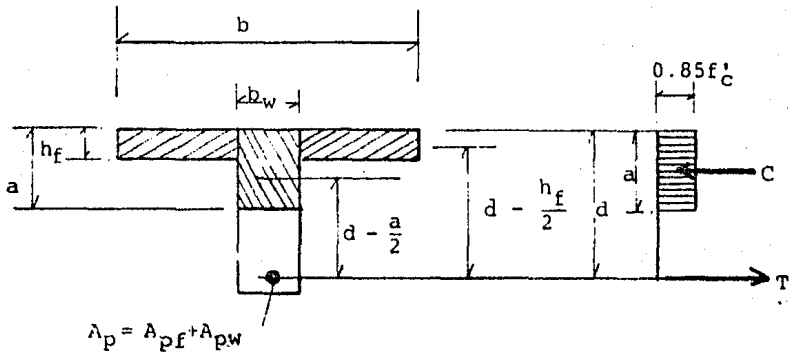
El reglamento del ACI especifica que si:

$$1.4 d_p \frac{f_{ps}}{f'_c} \leq h_f$$

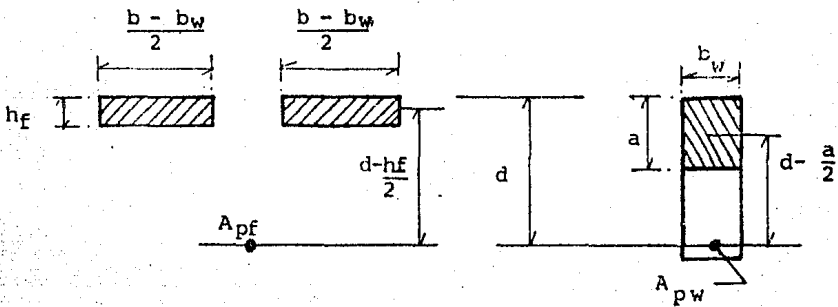
la sección podrá ser analizada como si fuera rectangular.

Para las secciones con patines en las cuales la profundidad del bloque de esfuerzo a compresión, es mayor que el espesor del patín ($a > h_f$) ó que $1.4 d_p \frac{f_{ps}}{f'_c} > h_f$ se tiene que:

el área total de acero, representada por A_p , se divide en dos partes, A_{pf} y A_{pw} , que son aquellas porciones del acero requeridas para desarrollar la resistencia a compresión del patín saliente y del alma, respectivamente.



a) Sección con patines, en la que la profundidad del -- bloque de esfuerzo a compresión es mayor que el espesor del patín (h_f).



b) La misma sección, considerada en dos partes, al calcular el momento resistente.

Fig. 2-35. División del bloque de esfuerzo a compresión y del -- área de acero para calcular el momento resistente cuando $a > h_f$.

De $C = T$; para la porción en voladizo de los patines:

$$A_{pf} = 0.85 \frac{f'_c}{f_{ps}} (b-b_w)h_f \quad \text{y} \quad A_{pw} = A_p - A_{pf}$$

de $C' = T$, para el alma rectangular a compresión:

$$a = A_{pw}f_{ps}/0.85 f'_c b_w$$

$$\text{Por lo tanto, } M_n = A_{pw}f_{ps} \left(d - \frac{a}{2}\right) + A_{pf} f_{ps} \left(d - \frac{h_f}{2}\right)$$

$$\text{o bien: } M_n = A_{pw}f_{ps} d \left(1 - \frac{0.59A_{pw}f_{ps}}{b_w d f'_c}\right) + 0.85 f'_c (b-b_w)h_f \left(d - \frac{h_f}{2}\right)$$

ec. (2-21)

B) Vigas sobrerreforzadas.

Las secciones rectangulares o las secciones con patines en las cuales la profundidad del bloque de esfuerzos a compresión es menor o igual que el espesor del patín, ($a \leq h_f$):

Cuando la relación $P_p f_{pu} / f'_c$ rebasa 0.30, los resultados de las pruebas sólo muestran un pequeño incremento en la capacidad de momento, con un aumento en el contenido de acero, por -- ello se deriva la siguiente ecuación 2-22, de la ecuación 2-20, -- dejando conservadoramente que:

$$P_p f_{ps} / f'_c = P_p f_{pu} / f'_c = 0.30$$

$$M_n = A_{pf} f_{ps} d \left(1 - \frac{0.59 P_p f_{ps}}{f'_c}\right) = P_p b d f_{ps} d \left(1 - \frac{0.59 P_p f_{ps}}{f'_c}\right)$$

$$\begin{aligned}
 &= f'_c b d^2 \left(P_p \frac{f_{ps}}{f'_c} \right) \left(1 - \frac{0.59 P_p f_{ps}}{f'_c} \right) = f'_c b d^2 (0.30) (1 - (0.30)(0.59)) \\
 &= 0.25 f'_c b d^2 \qquad \qquad \qquad \text{ec. (2-22)}
 \end{aligned}$$

Las secciones con patín, en las cuales la profundidad del bloque de esfuerzos a compresión es mayor que el espesor del patín ($a > h_f$) se tiene la siguiente ecuación, la cual se encuentra formada por la ecuación 2-22 más la segunda parte de la ecuación (2-21).

$$M_n = 0.25 f'_c b_w d^2 + 0.85 f'_c (b - b_w) h_f \left(d - \frac{h_f}{2} \right) \text{ec. (2-23)}$$

2.5.15.2. Momento resistente nominal para vigas con acero tanto presforzado como no presforzado.

Siguiendo lo estipulado por el reglamento de la ACI y de la AASHTO, se puede considerar que el acero no presforzado contribuye a la resistencia de una viga, con un esfuerzo igual a la resistencia a la fluencia (f_y), para aceros con punto de fluencia (solo en vigas subreforzadas), y con un esfuerzo (f_s), determinado por un análisis de compatibilidad de la deformación, para aceros de alta resistencia.

Al igual que las vigas con acero presforzado únicamente se tienen los siguientes límites en la cantidad de acero de la sección:

Sección Rectangular a compresión	$W_p + W - W' \leq 0.30$	Subreforzadas
	> 0.30	Sobrerreforzadas
Secciones con patines	$W_{pw} + W_w - W'_w \leq 0.30$	Subreforzadas
	> 0.30	Sobrerreforzadas

en donde: $W_p = Pp(f_{ps}/f'_c)$; a diferencia de q , el cual se había definido como: $q = Pp f_{pu} / f'_c$

además, $W = \frac{A_s f_y}{b d f'_c}$, $W' = \frac{A'_s f_y}{b d f'_c}$ y W_{pw} , W_w y W'_w

son los índices de refuerzo calculados, para W_p , W , W' ; respectivamente, excepto por el uso de b_w (ancho del alma) en lugar de b .

A_s y A'_s corresponden a las áreas de acero no presforzado en los patines de tensión y compresión respectivamente, f_y es la resistencia especificada de fluencia del acero.

A Vigas Subreforzadas.

Las secciones rectangulares o las secciones con patines en las cuales la profundidad del bloque de esfuerzo a compresión, es menor o igual al espesor del patín -- ($a < h_f$), o donde $1.4 d (w_p + w - w') < h_f$ (como lo indica el reglamento del ACI), serán analizadas como si se tratara de secciones rectangulares, debido a que en la mayoría de los casos, el eje neutro cae dentro del patín de compresión.

De la fig. 2-36 y con $C=T$,

$$0.85 f'_c a b + A'_s f_y = A_p f_{ps} + A_s f_y$$

$$a = \frac{A_p f_{ps} + A_s f_y - A'_s f_y}{0.85 f'_c b} ; M_n = A_p f_{ps} (d - \frac{a}{2}) + A_s f_y (d - \frac{a}{2})$$

ec. (2-24)

El efecto del refuerzo en compresión es tomado en cuenta mediante los siguientes principios básicos; en donde el refuerzo de compresión, para que resulte efectivo en una viga rectangular, deberá quedar a la distancia -- d' de manera que se presente su esfuerzo de fluencia bajo la carga última, así se tiene que de la figura 2-36

$$\frac{C}{d'} = \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u - \epsilon'_s}$$

En la fluencia del refuerzo a compresión, la deformación en el concreto al nivel del refuerzo de compresión (ϵ'_s), deberá ser mayor o igual a la deformación que se tiene en el acero para su fluencia; de donde: - - - -

$C = d' \frac{\epsilon_u}{\epsilon_u - \epsilon'_y}$; por la $\sum F_y = 0$, se puede escribir --

$$A_{ps}f_{ps} + A_s f_y = 0.85 f'_c ab + A_s' f_y.$$

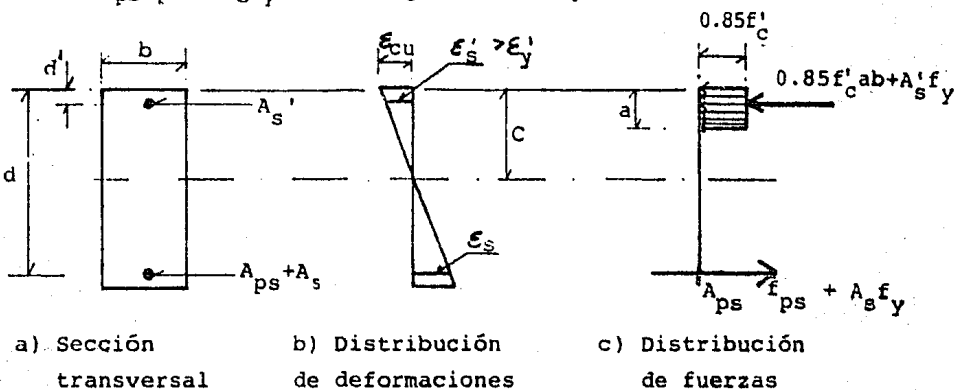


Fig. 2-36. Viga rectangular con refuerzo en compresión.

Tomando $a = 0.85 C$, la expresión se traduce a:

$$W_p + W - W' = \frac{0.85 \times 0.85 C}{d} = \frac{0.7225 d'}{d} \left(\frac{\epsilon_u}{\epsilon_u - \epsilon'_y} \right)$$

La deformación del acero en su fluencia se puede obtener como:

$$\epsilon_y = \frac{f_y}{E_s} = \frac{f_y}{2040734}, \text{ si } f_y \text{ se da en Kg/cm}^2$$

utilizando este valor para ϵ'_y y si se tiene que

$\epsilon_u = 0.003$ ahora se obtiene que:

$$W_p + W - W' = 0.7225 \frac{d'}{d} \times \frac{6122}{6122 - f_y}$$

Como en las secciones subreforzadas, el índice de refuerzo combinado no excede de 0.30, $d' = (0.415d) \frac{6122 - f_y}{6122}$ representa el máximo valor de d' que se puede obtener para lograr la fluencia del acero de compresión.

En las secciones con patín, en las cuales la profundidad del bloque de esfuerzo a compresión es mayor que el espesor del patín ($a > hf$), la fuerza que toman los patines, junto con el refuerzo en compresión, es igual a:

$$F_f = 0.85 f'_c (b-b_w) h_f + A_s' f_y$$

y la fuerza desarrollada por el alma es:

$$F_w = A_{ps} f_{ps} + A_s f_y - F_f$$

Por último, el momento nominal se calcula como sigue:

$$M_n = F_w d \left(1 - \frac{0.59 F_w}{b_w d f'_c}\right) + 0.85 f'_c (b-b_w) h_f (d-0.5 h_f) + A_s' f_y (d-d') \quad \text{ec. (2-25)}$$

B. Vigas sobrerreforzadas.

Secciones rectangulares, en las cuales la profundidad del bloque de esfuerzos a compresión es menor o igual que el espesor del patín, ($a < hf$);

Al igual que para las vigas con acero de presfuerzo únicamente, se tiene que:

$$W_p + W - W' = 0.30 \quad a = \frac{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y - A_s' f_y}{0.85 f'_c b}$$

$$\frac{0.85a}{d} = \frac{A_{ps} f_{ps} + A_s f_y - A_s' f_y}{f'_c b d}; \quad \frac{0.85a}{d} = 0.30; \quad a = \frac{0.30d}{0.85}$$

$$M_n = A_p f_{ps} \left(d - \frac{a}{2}\right) + A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right)$$

$$M_n = 0.82 A_p f_{ps} d + 0.82 A_s f_y d \quad \text{ec. (2-26)}$$

En las secciones con patines en las cuales el eje neutro cae afuera del patín; la ecuación 2-26 más la 2a. parte de la ecuación (2-25)

$$M_n = 0.82 A_p f_{ps} d + 0.82 A_s f_y d + 0.85 f'_c (b-b_w) h_f (d-0.5 h_f) + A_s' f_y (d-d') \quad \text{ec. (2-27)}$$

Las ecuaciones desarrolladas anteriormente resultan --- igualmente válidas tanto para vigas con tendones adheridos, como para aquellas que poseen tendones sin adherir, con la diferencia de que los esfuerzos en el acero de presfuerzo serán calculados en su caso por las ecuaciones 2-17 y 2-18 vistas anteriormente.

La cantidad de acero de presfuerzo deberá ser la adecuada para asegurar que la carga de ruptura a la flexión será por lo menos igual a 1.2 veces la carga de agrietamiento.

Los procedimientos que se siguieron para calcular la resistencia a flexión de las vigas no compuestas, también se puede aplicar en las vigas compuestas; sin embargo, será necesario incluir el efecto de las diferentes resistencias del concreto, tanto para la losa, como para la viga prefabricada. Tal consideración no será necesario aplicarla cuando se tenga que el eje neutro cae dentro de la losa (lo cual es muy frecuente) y por lo general, este efecto es muy pequeño en otros casos.

En miembros presforzados mediante tendones no adheridos y sin un refuerzo ordinario adicional, se corre el riesgo de contar con una falla frágil o repentina. Es por ello que en los reglamentos se especifica una cantidad mínima de acero no presforzado en la zona de tensión -- del miembro. Así por ejemplo el reglamento del ACI y -- del D.D.F. especifican lo siguiente:

En la zona precomprimida de tensión de miembros sujetos a flexión, cuyos tendones de presfuerzo quedan sin adherirse, debe suministrarse acero ordinario cuya área sea por lo menos igual a $0.004A$. En esta expresión A es el área de la porción de sección transversal situada entre el borde extremo que está a tensión y el centroide de la sección completa. La zona precomprimida de tensión -

es aquella que por efecto del presfuerzo trabaja a compresión y que al actuar las cargas puede quedar a tensión. Este refuerzo se colocará lo más cerca posible de la fibra extrema de tensión y uniformemente distribuido.

Si los esfuerzos de tensión excedieran al permisible $(2\sqrt{f'c})$, el área mínima de refuerzo adherido sería de:

$$A_s = \frac{N_c}{0.5f_y} \quad \text{ec. (2-28)}$$

en donde f_y no podrá ser mayor que 4200 kg/cm^2 y N_c es la fuerza de tensión en el concreto bajo la suma de las cargas muerta y viva de servicio. De igual manera el acero se distribuirá uniformemente en toda la sección, y tan próximo como sea posible de la fibra de tensión. En áreas de momento negativo la cantidad mínima de refuerzo adherido requerido en cada dirección es:

$$A_s = 0.00075hL$$

en donde L es la longitud del claro en la dirección paralela al refuerzo considerado y h es el peralte del miembro.

2.6. CORTANTE Y REFUERZO POR CORTANTE.

2.6.1. Cortante vertical y refuerzo del alma.

En una viga de concreto presfuerzo, se presentan dos tipos de falla por cortante; los cuales se ilustran en la figura 2-37 y además se describen a continuación:

Uno de ellos es aquel en el cual la falla principia en el alma como resultado de la gran tensión principal y el otro es en el cual aparecen primero grietas verticales de flexión y gra-

dualmente se convierten en grietas inclinadas por corte.

Se puede establecer que las vigas de concreto presforzado tienen una gran capacidad de resistencia al corte, mayor que en las vigas de concreto reforzado, porque el presfuerzo, usualmente, evita la aparición de grietas por contracción que podrían fácilmente destruir la resistencia al corte de las vigas de concreto reforzado, especialmente cerca del punto de inflexión.

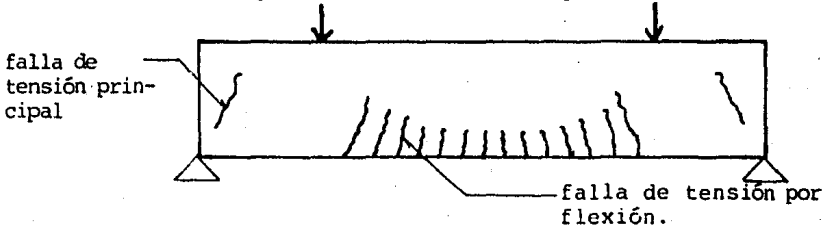


Fig. 2.37. Diferentes tipos de fallas por cortante en vigas presforzadas.

2.6.1.1. Esfuerzo cortante, esfuerzo de tensión principal.

El diseño convencional para el esfuerzo cortante en vigas de concreto presforzado se basa en el cálculo del esfuerzo de tensión principal en el alma y la limitación de este esfuerzo a un cierto valor especificado. La primera parte de este método, el cálculo de la tensión principal basado en el ataque clásico, es -

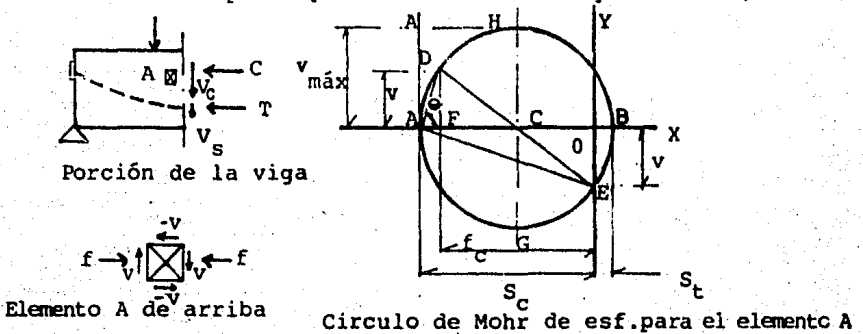


Fig. 2-38. Estado de esfuerzos en el concreto.

un procedimiento correcto mientras no se agriete el concreto. La segunda parte de este método, que limita la tensión principal a -

un valor definido, no siempre es una aproximación exacta porque - hay evidencia que muestra que la resistencia del concreto a dicha tensión principal no es un valor consistente, sino que varía con la magnitud de la compresión axial. Parece, sin embargo, que cuando la compresión axial no es muy alta, digamos menos de 0.50 f'c, la resistencia del concreto a su esfuerzo principal de tensión es relativamente consistente. Por lo tanto, el cálculo del esfuerzo principal de tensión se puede considerar como un criterio apropiado para las condiciones de esfuerzo dentro de los límites de trabajo, aunque puede no dar una medida correcta de seguridad cuando se considera sobrecarga o cuando el concreto se ha agrietado.

El método convencional de cálculo del esfuerzo principal de tensión en una sección de viga de concreto pre sforzado, - se basa en la teoría elástica y en el método clásico para determinar el estado de esfuerzo en un punto, como se explica en cualquier tratado de mecánica de materiales. El método se esbozará como sigue:

1. Del esfuerzo cortante total exterior V en la sección se reduce el esfuerzo cortante V_s , soportado por el tendón para obtener el esfuerzo cortante V_c soportado por el concreto, así,

$$V_c = V - V_s \quad \text{ec. (2-29)}$$

Nótese nuevamente que, en ocasiones, muy rara vez, $V_c = V + V_s$; esto sucede cuando la inclinación del cable es tal que se agrega al esfuerzo cortante en el concreto.

2. Se calcula la distribución del V_c a través de la sección de concreto por la fórmula usual (Fig. 2-38),

$$v = V_c Q / I_b$$

en donde v = esfuerzo unitario del corte en cualquier nivel dado;

Q = momento estático del área de la sección transversal arriba (o abajo) de ese nivel con respecto al eje - centroidal; y

b = ancho de la sección en ese nivel.

3. Se calcula la distribución de los esfuerzos normales para esa sección debidos al momento exterior M , el proesfuerzo P y su excentricidad e por la fórmula

$$f_c = \frac{P}{A} + \frac{Pe y}{I} + \frac{My}{I}$$

4. El esfuerzo principal máximo de tensión S_t correspondiente a v y f_c está dado por la fórmula

$$S_t = \sqrt{v^2 + (f_c/2)^2} - (f_c/2) \quad \text{ec. (2-30)}$$

Gráficamente se puede resolver por el círculo de esfuerzos de - - Mohr, como se muestra en la Fig. 2-38. Una ventaja de este método gráfico está en la indicación del plano de tensión principal, como se muestra en la Fig. 2-38 y en la lista de la tabla. (Nota: AA = plano perpendicular a AB.)

Plano	Esfuerzo cortante	Esfuerzo normal
AD = plano vertical	v	f_c
AE = plano horizontal	v	0
AB = plano de tensión principal	0	S_t
AA = plano de compresión principal	0	S_c

Se puede ver en la Fig. 2-38 que el ángulo entre el plano principal de tensión ó plano de tensión principal AB y el plano vertical AD es mayor de 45°. Nótese también que el esfuerzo -- principal de compresión, aunque un tanto mayor que el esfuerzo -- normal de compresión, se considera raramente en el diseño. Se con

sidera suficiente limitar el esfuerzo fibrario de compresión hasta un valor admisible. Similarmente, no se toman en cuenta los esfuerzos cortantes máximos que aparecen en planos a 45° de los planos principales, puesto que es la tensión más que el esfuerzo cortante la que produce la falla de ruptura.

El esfuerzo principal de tensión mayor no aparece necesariamente en el eje centroidal, en donde existe el esfuerzo cortante máximo vertical. En algún punto, en donde f_c disminuye, la ecuación 2-30 dará a menudo una tensión principal mayor, aún cuando v no es un máximo. Para las secciones I, la junta del alma con el patín de tensión es frecuentemente un punto crítico para calcular la mayor tensión principal.

Como la tensión principal puede incrementarse más rápidamente que el incremento en el esfuerzo cortante, el cálculo del esfuerzo cortante para las cargas de trabajo solamente puede no ser suficiente, y la tensión principal, así como el efecto del agrietamiento por flexión bajo la carga de ruptura, deberá investigarse.

El valor límite para el esfuerzo principal de tensión en el diseño de concreto presforzado se ha dispuesto de una manera más o menos arbitraria. Bajo la carga de diseño, la tensión principal límite fluctúa entre 0.013 f'c y 0.033 f'c para vigas sin refuerzo en el alma y entre 0.04 f'c y 0.10 f'c cuando existe un refuerzo suficiente en el alma.

Bajo la carga de ruptura, varía de 0.045 f'c a 0.08 f'c sin refuerzo en el alma y hasta 0.11 f'c con refuerzo en ella.

Probablemente, la provisión más razonable es la contenida en The British Standard Code of Practice como sigue (Tabla 2-1)

TABLA 2-1

Esfuerzos de tensión principal límites para el concreto presforzado (British Standard Code of Practice)

(1)	(2)	Esfuerzo de tensión principal límite kg/cm^2	
		(3)	(4)
Resistencia específica en el cubo para el concreto kg/cm^2	Resistencia - aproximada del cilindro para el concreto, - kg/cm^2	En la carga de trabajo	En la carga de ruptura, en secciones sin agrietar
316.4	253.1	8.8	21.1
421.9	337.5	10.5	24.6
527.3	421.9	12.3	28.1

El Código Británico establece además lo siguiente:

En donde el esfuerzo principal de tensión en las cargas de trabajo excede al dado en la columna (3) anterior, deberá introducirse refuerzo para el esfuerzo cortante. La proporción de dicho esfuerzo que va a ser resistido por este refuerzo debería suponerse que varía linealmente con el esfuerzo principal de tensión desde un valor de 0 para el esfuerzo en la columna (3) hasta 1.0 para un esfuerzo de 1.5 veces el dado. Cuando el esfuerzo principal de tensión excede 1.5 veces al valor dado en la columna (3), la totalidad del esfuerzo cortante debería ser soportada por el refuerzo. Cuando el esfuerzo principal de tensión bajo la carga de ruptura excede al de la columna (4), la totalidad del esfuerzo cortante en el exceso de aquél, resistido por los tendones inclinados con respecto a la superficie neutral, debería ser resistida por el refuerzo al corte actuando a un esfuerzo que no exceda del 80% del esfuerzo al límite plástico (o el 0.2% del esfuerzo de prueba, en donde es apropiado). Debería darse una consi

deración especial a la resistencia al corte bajo las condiciones de carga a la ruptura en donde la sección está agrietada en la flexión.

Estas especificaciones británicas representan una guía bastante buena y conservadora para el diseño al corte.

Tanto en las Recomendaciones para Concreto Preesforzado de la ACI-ASCE como en los Requerimientos del Código de Construcción del PCI, no se hace referencia al valor límite de la tensión principal. La tendencia en los Estados Unidos y México es basar el diseño al corte en la resistencia a la ruptura, como se discutirá en la siguiente sección.

2.6.1.2. Esfuerzo cortante, resistencia a la ruptura.

El método convencional para analizar la tensión principal, basado en el estado de esfuerzo en un material homogéneo, es un método racional de análisis, mientras no haya grietas en el concreto. Sin embargo, cuando se aplica para diseñar; los miembros así proporcionados tendrán diferentes factores de seguridad, puesto que ligeros incrementos en las cargas pueden producir incrementos apreciables y variables en la tensión principal, mientras que la resistencia del concreto a la tensión principal también puede variar con la magnitud del esfuerzo en las fibras de compresión. Además, después del agrietamiento del concreto, ya sea producido por tensión principal o por flexión, ya no es aplicable el método de análisis. Por tanto es evidente que el diseño al corte por análisis de esfuerzos no es satisfactorio, especialmente si el miembro se va a sujetar a sobrecargas.

Para ciertas vigas, generalmente aquellas con porcentaje alto de refuerzo longitudinal y con altas relaciones momento-esfuerzo cortante, las grietas por flexión se desarrollarán más rápidamente que las grietas por tensión principal, el acero se esforzará más en la región de gran momento flexionante, y la falla final aparecerá por aplastamiento de concreto sobre las grietas por flexión. Cuando las vigas están sobrerreforzadas, pero aún su-

jetas a un gran momento, más que a un gran esfuerzo cortante, la falla puede aparecer por aplastamiento del concreto, mientras que el acero aún se encuentra en el límite elástico. Cuando el esfuerzo cortante es grande, las grietas de tensión principal se desarrollarán más rápidamente que las grietas por flexión; la presencia de las grietas de tensión principal tenderá a reducir el peralte de compresión del concreto, y la viga fallará bajo una carga menor que su capacidad bajo flexión pura. La falla por cortante en vigas reforzadas y presforzadas de concreto son por lo general grietas formadas por flexión mas que por esfuerzos principales de tensión.

La falla por tensión principal aparece cerca de los apoyos, para vigas altamente presforzadas, las cuales poseen un alma con espesores muy pequeños. A su vez aparecen cerca de los puntos de inflexión y en los puntos de corte de varillas para vigas continuas, sujetas a tensión axial.

La resistencia de vigas de concreto presforzado, bajo momentos y esfuerzos cortantes combinados, no se puede predecir con facilidad. Cualitativamente hablando, la resistencia varía con diversos factores:

1. Se incrementa con el área A_c de concreto y varía con la forma de la sección.
2. Se incrementa con la resistencia del concreto (f'_c).
3. Se incrementa con el porcentaje de acero.
4. Se incrementa con el presfuerzo efectivo en el acero
5. Aumenta con el esfuerzo cortante soportado por el acero presforzado, es decir, por la trayectoria del acero presforzado.
6. Se incrementa con la magnitud del refuerzo en el área.

Debido a los diversos factores que intervienen, no ha sido posible establecer alguna base racional para la determina---

ción de la resistencia; sin embargo, se han formulado una serie de ecuaciones empíricas por diversos reglamentos, que proporcionan una base segura para el diseño.

Los criterios de diseño que se utilizan usualmente, dividen el cálculo en dos partes:

La primera parte se establece por la fuerza que toma la sección de concreto únicamente, y la segunda se encuentra determinada por la cantidad del refuerzo requerido para tomar el resto de la fuerza cortante.

Así el reglamento del ACI y del DDF (los cuales resultan similares), establecen:

El esfuerzo cortante que toma el concreto es igual a:

$$V_c = 0.15 \sqrt{f'_c} + 50 \frac{V_u d}{M_u} \quad \text{ec. (2-31)}$$

y su uso se encuentra limitado para miembros en donde el presfuerzo efectivo es mayor o igual al 40% de la resistencia a tensión del refuerzo.

En la ecuación 2-31, V_u y M_u son la fuerza cortante total de diseño aplicada y el momento en la sección respectivamente.

Cuando se utilice la ecuación (2-31), no podrá tomar valores menores que $0.5 \sqrt{f'_c}$, ni tampoco mayores que $1.3 \sqrt{f'_c}$. Además, el término $\frac{V_u d}{M_u}$ no será mayor que la unidad.

El esfuerzo cortante nominal en la sección se calcula como:

$$v = \frac{V_u}{\phi b_w d} \quad \text{ec. (2-32)}$$

en donde:

V_u = Fuerza cortante total aplicada de diseño.

ϕ = Factor de reducción en la capacidad para el diseño a cortante = 0.80.

b_w = espesor del alma.

d = profundidad desde el extremo de la fibra de compresión al centroide del acero longitudinal de tensión, pero no menor que 0.8 veces la altura de la sección.

Cuando el valor de V_u es mayor que V_c se requiere colocar un refuerzo que tome el esfuerzo cortante en exceso del absorbido por la sección de concreto. En el caso más común, como lo es el refuerzo por cortante colocado perpendicularmente al refuerzo longitudinal, la cantidad de éste resulta ser igual a:

$$A_v = \frac{(V_u - V_c)b_w s}{f_y} \quad \text{ec. (2-33)}$$

Además, se especifican las ecuaciones siguientes, a fin de asegurar que cualquier agrietamiento diagonal será atravesado por una cantidad mínima de acero del alma.

$$S_{\max} = (3/4)h, \text{ cuando } (V_u - V_c) \leq 1.06 \sqrt{f'c} \quad \text{ec. (2-34)}$$

$$S_{\max} = (3/8)h, \text{ cuando } (V_u - V_c) > 1.06 \sqrt{f'c} \quad \text{ec. (2-35)}$$

Límite superior $S_{\max} = 60$ cm

De manera que se pueda lograr la falla por compresión, el valor de $(V_u - V_c)$ se encuentra limitado por $0.6 \sqrt{f'c}$

La cantidad mínima de refuerzo tanto para miembros reforzados como presforzados por cortante es:

$$A_v = 3.52b_w s/f_y \Rightarrow S_{\max} = \frac{A_v f_y}{3.52b_w} \quad \text{ec. (2-34)}$$

Los esfuerzos cortantes, serán tomados como máximos a -

una distancia igual a $h/2$, desde la cara de los apoyos.

Cuando se cuente con elementos presforzados y se cumpla con que $f_{pe} \geq 0.40 f_{pu}$, se puede utilizar la ecuación 2-35 en lugar de la ecuación 2-34.

$$A_v = \frac{A_{ps}}{80} \frac{f_{pu}}{f_y} \frac{s}{d} \sqrt{\frac{d}{b_w}} \Rightarrow S_{max} = \frac{80 A_v f_y d}{A_p f_{pu}} \sqrt{\frac{b_w}{d}} \text{ ec. (2-35)}$$

donde f_y , es la resistencia a la fluencia de los estribos.

El reglamento de la AASHTO contempla dos modificaciones básicas con relación al ACI y R.D.D.F.

- Primero: el valor para el esfuerzo que toma el concreto, no deberá ser mayor que 12.7 kg/cm^2 .

Segundo: el refuerzo mínimo por cortante para el alma será:

$$A_{vmin} = \frac{7.03 b_w s}{f_y} \Rightarrow S_{max} = \frac{A_v f_y}{7.03 b_w} \text{ ec. (2-36)}$$

Las especificaciones contenidas en el reglamento del AASHTO relativas a cortante para vigas de concreto presforzado son:

- Los miembros de concreto presforzado deberán ser reforzados para resistir los esfuerzos de tensión diagonal.

- El refuerzo por cortante tendrá que ser colocado perpendicular al acero longitudinal de tensión.

El área de refuerzo en el alma será igual a:

$$A_v = \frac{(V_u - V_c) s}{2 f_y j d} \Rightarrow s = \frac{2 A_v f_y j d}{V_u - V_c} \text{ ec. (2-37)}$$

pero no menor que:

$$A_v = 7.3 \frac{b_w s}{f_y} \Rightarrow S_{max} = A_v f_y / 7.03 b_w \text{ ó } S_{max} = 3/4 h$$

donde f_y no deberá exceder de 4200 kg/cm^2 . ec. (2-38)

- La fuerza que toma el concreto es igual a:

$$V_c = 0.06 f'_c b_w j d ; \text{ pero no mayor que:}$$

$$12.7 b_w j d \quad \text{ec. (2-39)}$$

Resulta conveniente, cuando se recurra el diseño de resistencia a flexión, utilizar $j d = .d - a/2$.

- Usualmente las secciones críticas en cortante, para vigas simplemente apoyadas, no estarán cerca de los extremos del claro (donde el cortante representa un máximo), pero estarán situadas lejos de los extremos, en una zona de momentos de valor alto.

- Para el diseño del refuerzo del alma en los elementos simplemente apoyados, que soportarán cargas móviles, se recomienda que se verifique el cortante sólo en el centro del claro. A su vez, el refuerzo del alma requerido en los cuartos del claro se debe utilizar en la totalidad de los cuartos extremos del claro.

- En los puentes continuos cuyos claros individuales están formados por traveses prefabricadas y presforzadas, el refuerzo del alma se diseñará, tanto como para la longitud total de los claros interiores, como para los 3 cuartos interiores de los claros exteriores.

Se debe hacer notar el que las especificaciones propuestas por el reglamento del AASHTO, permiten hacer uso del código del ACI para el diseño por cortante, pero con la condición de que el refuerzo del alma no sea menor que:

$$A_v = \frac{7.03 b_w S}{f_y} \quad \text{ec. (2-30)}$$

Al calcular la resistencia nominal a cortante de las vigas compuestas, se supone que todo el elemento compuesto resiste el cortante, tanto como para la construcción apuntalada como para

la construcción sin apuntalar, de acuerdo con el método establecido por el reglamento del ACI y D.D.F. Por lo tanto, el peralte -- efectivo, representado por d , y el límite más bajo de $d=0.80h$, se refiere a la sección compuesta en todos los cálculos del cortante (horizontal y vertical).

2.6.2. Cortante horizontal.

Los miembros sujetos a flexión formados por elementos - prefabricados y colados en sitio son comúnmente empleados en la - construcción de puentes y edificios. Las vigas de este tipo son - llamadas "vigas compuestas" y son utilizadas para permitir el pre- colado de los elementos que resultan difíciles de conformar en -- obra, normalmente no se requiere la utilización de obra falsa en- la construcción compuesta, porque los elementos precolados usual- mente se diseñan para absorber la carga muerta.

La carga viva y muerta que se encuentran aplicadas des- pués de que el colado en sitio ha adquirido su resistencia, son - tomados por la viga compuesta.

El uso de grandes patines para las vigas compuestas, -- tienen como resultado un mayor momento último resistente, así co- mo una resistencia más alta a la flexión en el rango elástico, pe- ro no proporciona un mayor grado de resistencia al corte en las - vigas presforzadas. Por esta razón, no existe ninguna ventaja en- el uso de la construcción compuesta para miembros que poseen cla- ros cortos, en donde los esfuerzos por cortante son más significa- tivos que los de flexión.

En el diseño de vigas compuestas es necesario el cálcu- lo de las propiedades de la sección precolada y de la compuesta. -- Además de que en el diseño se deberán proveer mecanis-- mos que proporcionen una transferencia del esfuerzo cortante del elemento precolado y del colado en sitio. El esfuerzo cortante no minal es transferido por adherencia únicamente, si la superficie- que une a la sección compuesta se encuentra limpia y rugosa. Para

el caso que se presenten esfuerzos altos de cortante horizontal, - estos podrán ser tomados por la continuación de las barras de cor tante en la viga precolada hacia la parte colada en sitio.

Las especificaciones del ACI permiten la total transferencia del cortante horizontal, sin la necesidad de hacer cálculos, si:

1. Las superficies de contacto se encuentran limpias e intencionalmente rugosas.
2. Se debe proporcionar un mínimo de estribos que sea igual al mínimo requerido para el refuerzo del alma.
3. Si el alma se encuentra diseñada para resistir el to tal del cortante vertical.
4. Todo el refuerzo de cortante se encuentra totalmente anclado en todos los elementos interconectados.

Si no se cumpliera con los requisitos anteriormente señalados, los esfuerzos cortantes deberán ser analizados de la siguiente forma:

$$v_h = \frac{V_u}{\phi b_v d} \quad \text{ec. (2-31)}$$

en donde V_u es la fuerza cortante de diseño total en la sección, ϕ es el factor de reducción en la resistencia e igual a 0.85, b_v es el ancho de la sección transversal en la superficie de contacto, que se verifica para el cortante horizontal; y d es la distancia desde el centroide del acero de presfuerzo, hasta la fibra extrema de compresión de la sección compuesta.

Como otra alternativa, se puede verificar el cortante horizontal, calculando la fuerza efectiva de tensión o de compresión en cualquier parte del elemento y se vigila que se transfiera esa fuerza como un cortante horizontal, al elemento de apoyo. - En tal caso, la fuerza cortante horizontal factorizada no deberá exceder la resistencia al cortante horizontal ($v_{nh} \leq \phi v_{nh} b_v d$).

Los esfuerzos permisibles de diseño por cortante según el ACI son:

1. Cuando no se utilicen amarres verticales, pero las superficies de contacto se dejen intencionalmente rugosas y limpias. _____ 5.6 kg/cm²
2. Cuando los amarres verticales proporcionados sean igual o mayores a los requeridos por las ecuaciones 2-34 y 2-35 y provistos a una separación que no exceda de 4 veces la menor dimensión de los elementos de apoyo (generalmente el espesor de la losa), ni mayor que 60 cm, además las superficies de contacto se encuentran limpias pero no intencionalmente rugosas _____ 5.6 kg/cm²
3. Cuando las condiciones del punto dos se satisfacen, y además las superficies de contacto se encuentran intencionalmente rugosas _____ 24.6 kg/cm²
4. Cuando el esfuerzo cortante nominal horizontal último, rebasa la cantidad de 24.6 kg/cm², el diseño para el cortante horizontal se hará utilizando el método de cortante por fricción; donde el área del refuerzo, será igual a:

$$A_{vf} = \frac{V_u}{\phi f_y \mu} \quad \text{ec. (2-32)}$$

y se supondrá un esfuerzo permisible igual a:

$$\frac{0.2 f'_c}{\phi} \text{ o } (56.3 \text{ kg/cm}^2 \text{ max.})$$

y $\phi = 0.85$, $\mu = 1.0$ y $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2 \text{ max.}$

El refuerzo que sea colocado para resistir el cortante horizontal, deberá quedar debidamente anclado en los diferentes componentes de la viga compuesta.

En la construcción compuesta se presentan esfuerzos diferenciales por contracción, debidos a la diferencia de edades en el concreto y éstos pueden provocar que se desarrollen esfuerzos de tensión en el concreto que se ha colado en sitio y una reduc--

ción en la precompresión del patín en tensión para el elemento -- precolado. La contracción diferencial por edad no presenta ningún efecto en la resistencia a flexión de una viga compuesta, pero sí reduce la carga requerida para hacer fallar el patín de tensión - del elemento precolado. Este efecto deberá ser tomado en cuenta - en las estructuras donde la carga de falla sea importante. Este - efecto es normalmente ignorado.

Cuando se calculen las propiedades de la sección transformada, la diferencia en las propiedades elásticas de los elementos precolados y colados en sitio tendrá que ser tomada en consideración para ajustar el ancho del patín de la sección compuesta- (en proporción a la relación del módulo para los dos concretos).

Para transmitir en la superficie de contacto los esfuerzos cortantes de diseño, se admitirán los siguientes valores, según el reglamento del DDF:

1. En elementos donde no se usen anclajes metálicos y - la superficie de contacto esté rugosa y limpia, 3 kg/cm^2
(se admitirá que una superficie está rugosa si tiene rugosidades del orden de 5 mm o mayores)
2. Donde se cuente con conectores y las superficies de contacto estén limpias pero no rugosas — 6 kg/cm^2
3. Donde se cuente con conectores y las superficies de contacto estén limpias y rugosas — 25 kg/cm^2
4. Cuando el esfuerzo cortante de diseño exceda de - - 25 kg/cm^2 el diseño por cortante horizontal se hará de acuerdo a los criterios de cortante por fricción.

Cortante por fricción.

- El refuerzo deberá ser perpendicular al plano crítico por cortante directo; dicho refuerzo estará - bien distribuido en la sección definida por el plano crítico, y anclado a ambos lados de modo que se

pueda alcanzar su esfuerzo de fluencia en el plano mencionado.

- La resistencia a fuerza cortante, V_R , se tomará como el menor de los valores calculados con las expresiones siguientes:

$$F_R \mu (A_{vf} f_y + N_u) \quad \text{ec. (2-33)}$$

$$F_R \left[14A + 0.8(A_{vf} f_y + N_u) \right] \quad \text{ec. (2-34)}$$

$$0.3 f_R f_c^* A \quad \text{ec. (2-35)}$$

donde A_{vf} es el área del refuerzo por cortante por fricción, en cm^2 ; A es el área de la sección definida por el plano crítico en cm^2 ; N_u es la fuerza de diseño de compresión en el plano crítico en kg, y μ el coeficiente de fricción que se tomará igual a 1.4 en concreto colado monolíticamente, igual a 1.0 para concreto colado contra concreto endurecido e igual a 0.7 entre concreto y acero laminado.

- Los valores de μ anteriores se aplican si el concreto endurecido contra el que coloca concreto fresco, tiene rugosidades del orden de 5mm o mayores y si el acero está limpio y sin pintura.
- En las expresiones anteriores, f_y no se supondrá mayor a 4200 kg/cm^2 .
- Cuando haya tensiones normales al plano crítico, sea por tensión directa o por flexión, en A_{vf} , no se incluirá el área necesaria para estos conceptos

Requisitos de conectores:

Para que sean válidos los esfuerzos prescritos en 2 y 3 del esfuerzo cortante de diseño en el RDDF, deben usarse conectores formados por barras o estribos normales al plano de contacto. El área mínima de este refuerzo será $3/f_y$ veces el área de contacto (f_y en kg/cm^2). Su espaciamiento no excederá de 6 veces el espesor del elemento colado en el lugar, ni de 60 cm. Además los conectores deberán anclarse en ambos componentes del elemento com-

puesto, de modo que en el plano de contacto puedan desarrollar no menos del 80% de su esfuerzo de fluencia.

El refuerzo por tensión diagonal de una viga compuesta se dimensionará como si se tratara de una viga monolítica de la misma forma.

Se puede afirmar que los métodos del reglamento del ACI y de la AASHTO son muy semejantes en este aspecto, siendo los valores admisibles para el esfuerzo cortante horizontal último, ligeramente más conservadores en el método de la AASHTO, así como los valores obtenidos por las ecuaciones que proporciona el esfuerzo cortante último horizontal para ambas, que dan valores semejantes, en casos característicos.

A manera de poder compararlos de una manera más clara, se presentan los puntos que especifica el reglamento del AASHTO a este respecto:

I. Transferencia de cortante.

Se puede suponer que se presenta una transferencia total de las fuerzas últimas del cortante horizontal cuando: las superficies de contacto están limpias e intencionalmente rugosas; se proporcionan amarres verticales mínimos de acuerdo con el punto III; todos los estribos están completamente anclados en los elementos que se intersectan y los elementos del alma están diseñados para resistir el cortante vertical total. De otro modo, se calculará y se limitará el esfuerzo último del cortante horizontal, según lo establecido en los puntos II y III respectivamente.

II. Capacidad cortante.

En lugar de los requisitos señalados en el punto I el esfuerzo cortante último horizontal puede calcularse, usando la ecuación:

$$v_u = V_u Q / I_b v$$

ec. (2-36)

donde Q e I, se refieren a la sección compuesta transformada.

Para resistir el esfuerzo cortante calculado, se tomarán en cuenta los siguientes valores de capacidad a cortante, en la superficie de contacto:

- Cuando se cuenta con amarres verticales o conectores
_____ 5.3 kg/cm²
- Cuando se cuenta con conectores y la superficie de contacto del elemento prefabricado, está limpia e intencionalmente rugosa _____ 21.1 kg/cm²
- Cuando los amarres de acero en exceso se proporcionan rebasando los requisitos mínimos para estos y la superficie de contacto del elemento precolado se hace rugosa artificialmente, _____ 10.6 kg/cm²

III. Requisitos mínimos de los amarres verticales.

Todo el refuerzo del alma se prolongará dentro de las superficies coladas en obra. El área mínima total de los amarres verticales, por unidad de dimensión lineal del claro, no deberá ser menor que el área correspondiente a 2 varillas del # 3 ($A_v = 1.43\text{cm}^2$), con 30cm de distancia entre una y otra. Se puede utilizar el refuerzo del alma, a fin de satisfacer los requisitos para los amarres verticales.

Se debe tomar en cuenta que la separación de los amarres verticales no deberá ser mayor de 4 veces el espesor mínimo de cualquiera de los elementos compuestos y en ningún caso mayor de 60 cm.

Se hace notar que la relación existente entre las ecuaciones 2-36 y 2-31, en un análisis elástico, será la siguiente:

Cuando el eje centroidal de la sección coincide con la superficie de contacto, los valores serán de:

$$v = V_u / b_v j d = V_u Q / I_{b_v}, \text{ ya que } j d = \frac{I}{Q}$$

Como una aproximación, la relación j se omite en la ecuación 2-31 puesto que estas ecuaciones elásticas se aplican en un cálculo de resistencia última. Por tanto, a excepción de la relación de j -- (generalmente alrededor de 0.9), las ecuaciones 2-36 y 2-31) son ecuaciones elásticas idénticas cuando el eje centroidal compuesto coincide con la superficie de contacto.

III. PERDIDAS DE PRESFUERZO EN ELEMENTOS DE CONCRETO
PRESFORZADO. TIPOS DE ANCLAJES. CURVATURAS, ---
FLUJO DEL CONCRETO.

3. PERDIDAS DE PRESFUERZO.

En el capítulo anterior se consideró constante la fuerza de presfuerzo a lo largo de todo el cable en las diferentes etapas expuestas; sin embargo existen caídas de esfuerzo en el acero de los cables; originándose con ello una pérdida de presfuerzo. Por lo tanto será necesario indicar por parte del diseñador mediante especificaciones y dibujos una completa descripción de los esfuerzos de tensado, así como de los esfuerzos iniciales y finales requeridos en el acero de presfuerzo, debiéndose para ello el calcular o suponer las pérdidas de esfuerzo en los tendones.

Si P_0 es la fuerza de presfuerzo que se le dió a los tendones mediante un gato hidráulico y P_e es la fuerza de presfuerzo efectivo en los tendones que se llega a alcanzar después de un determinado tiempo, entonces se tiene que:

$$P_0 > P_e \text{ y } \Delta P = P_0 - P_e$$

siendo ΔP la pérdida de presfuerzo.

3.1. TIPOS DE PERDIDAS DE PRESFUERZO.

Las pérdidas de presfuerzo pueden ser diferenciadas como pérdidas instantáneas (" ΔP_1 ") y como pérdidas diferidas (" ΔP_2 "), siendo la pérdida total la suma de ambas.

$$\Delta P = P_0 - P_1 \quad \text{pérdidas instantáneas}$$

$$\Delta P_2 = P_1 - P_e \quad \text{pérdidas diferidas}$$

$$\Delta P = \Delta P_1 + \Delta P_2 \quad \text{pérdida total}$$

en donde P_1 y P_2 son las fuerzas de presfuerzo una vez que se han presentado las pérdidas instantáneas y diferidas respectivamente.

3.1.1. Pérdidas instantáneas. (ΔP_1)

- a) Acortamiento elástico del concreto (ΔP_{aec})
- b) Desviación de los tendones de pretensado (ΔP_{dt})
- c) Fricción en el acero de postensado debido a una curvatura intencional o accidental. (ΔP_f)
- d) Deslizamiento de los tendones en los anclajes (ΔP_{da})

3.1.2. Pérdidas diferidas (ΔP_2)

- a) Flujo plástico del concreto (ΔP_{fc})
- b) Contracción del concreto (ΔP_c)
- c) Relajación del esfuerzo en el acero (ΔP_{rea})

3.2. PERDIDAS EN LOS SISTEMAS DE PRESFUERZO.

Estas pérdidas estarán aplicadas de manera distinta, -- tanto para los elementos pretensados como en los postensados; diferenciándose básicamente una pérdida de otra por la consideración de la fricción en el acero del postensado y la desviación de los tendones para el pretensado, así como por las diferentes etapas de tensado y comportamiento por los cuales se ven sometidos -- cada uno de los sistemas de presfuerzo.

3.2.1. Pérdidas en elementos pretensados.

$$\Delta P = \Delta P_{aec} + \Delta P_{dt} + \Delta P_{da} + \Delta P_{fc} + \Delta P_c + \Delta P_{rea} \quad \text{Ec. (3-1)}$$

3.2.2. Pérdidas en elementos postensados.

$$\Delta P = \Delta P_{aec} + \Delta P_f + \Delta P_{da} + \Delta P_{fc} + \Delta P_{rea} \quad \text{Ec. (3-2)}$$

3.3. EVALUACION DE LAS PERDIDAS DE PRESFUERZO.

Una manera sencilla y conservadora para evaluar las pérdidas de presfuerzo sin llegar a un análisis más detallado de cada una de ellas, es por medio de las especificaciones que estipulan los diferentes reglamentos.

3.3.1. Reglamento del D. D. F.- 76.

- a) En elementos pretensados la pérdida de presfuerzo será de un 20% respecto a la fuerza de presfuerzo que se le dió a los tendones durante el tensado.

$$\Delta P = 0.20 P_0 \quad \text{Ec. (3-3)}$$

- b) Para los elementos postensados las pérdidas se evaluarán con un porcentaje del 15 (y de igual manera que en el pretensado) respecto a la fuerza aplicada a los tendones durante el tensado, con la excepción de que la fuerza ocasionada por la fricción (ΔP_f) -- tendrá que ser calculada.

$$\Delta P = 0.15 P_0 + \Delta P_f \quad \text{Ec. (3-4)}$$

3.3.2. Reglamento del A C I (1971)

Concepto	Pretensado	Postensado
- Acortamiento elástico del concreto	3%	1%
- Desviación de los tendones	Calcular	- -
- Fricción	- -	Calcular
- Deslizamiento de los anclajes	- -	Calcular
- Flujo plástico	6%	5%
- Contracción	7%	6%
- Relajación del acero	2%	3%
	18%	15%

3.4. ANALISIS DE LAS PERDIDAS DE PRESFUERZO.

De manera de poder determinar de una forma más exacta las pérdidas que se llegan a alcanzar en los tendones de presfuerzo, se hace necesario el cálculo de cada uno de los diferentes tipos de pérdidas que existen.

3.4.1. Acortamiento elástico del concreto o deformación instantánea.

La deformación instantánea o deformación elástica, es aquella que sufre el concreto al comprimirse, simultáneamente a la aplicación de la fuerza de presfuerzo, y por lo tanto, al acortarse la longitud de la pieza, el cable pierde parte de la deformación que se le dió para lograr el esfuerzo previsto.

Considerando primeramente al concreto pretensado, el presfuerzo es transferido al concreto, el miembro se acorta y el acero presforzado se acorta junto con él, por lo que existe una pérdida de presfuerzo en el acero. Considerando únicamente la contracción del concreto producida por el presfuerzo, se tiene que:

Según el instituto americano de presfuerzo (PCI)

$$\Delta f_{aec} = F_{cr} \frac{E_{sp}}{E_{ci}} \quad \text{Ec. (3-5)}$$

en donde:

Δf_{aec} - Pérdida de presfuerzo debidas al acortamiento elástico del concreto (Kg/cm^2)

F_{cr} - Esfuerzo de compresión en el centroide del acero de presfuerzo provocado por el mismo presfuerzo y a la carga actuando en ese momento.

- E_{sp} - Módulo de elasticidad del acero de presfuerzo.
- $$E_{sp} \begin{cases} 2 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (alambre)} \\ 1.9 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2 \text{ (torones)} \end{cases}$$
- E_{ci} - Módulo de elasticidad al momento de ser tensado:
Para concreto en el Distrito Federal
 $B = 10\ 000$ (concreto con agregados andesíticos con bajo contenido de polvos)
- $E_{ci} = B \sqrt{f'_{ci}}$ $B = 8\ 000$ (concreto con agregados bálticos sin control de polvos)
- f'_{ci} = Esfuerzo resistente a la compresión en el concreto al pretensar

$$f'_{ci} = 0.8f'_c$$

En el postensado el problema es diferente, ya que si la trabe se presfuerza con un solo cable, el acortamiento instantáneo del concreto no causa pérdida en el presfuerzo aplicado, ya que el valor del presfuerzo se mide después de aplicado y, en consecuencia, después de que el concreto se acortó por esta causa. Sin embargo, al usarse varios cables para aplicar el presfuerzo, el acortamiento en el concreto es progresivo, o sea que a cada aplicación de una fuerza corresponde un acortamiento y, por lo tanto, la pérdida en cada cable es variable, correspondiéndole al primer cable de tensado la suma de todas las deformaciones menos una; al segundo la suma de las deformaciones, menos dos, y así sucesivamente hasta el último, que no tendría pérdida.

Es fácil determinar la pérdida en cada cable, sin embargo, en la práctica se acostumbra calcular una pérdida promedio para todos los cables, aplicando la siguiente fórmula:

$$\Delta f_{aec} = \frac{N-1}{2} \frac{1.2 F_{cr}}{N} n \quad \text{Ec. (3-6)}$$

en donde:

N = número de cables

n = relación entre los módulos de elasticidad del acero y del concreto ($n = \frac{E_{sp}}{E_{ci}}$)

3.4.2. Desviación en los tendones de elementos pretensados.

En los elementos pretensados en donde la trayectoria -- del presfuerzo se ve afectada por una desviación intencional, (ya sea que ésta se encuentre aplicada en un solo punto o en dos como se muestra en la figura), la pérdida de los esfuerzos en los tendones de presfuerzo por este concepto, se estimará con base en la información que proporcione el fabricante.



Tendón desviado en un solo punto



Tendón desviado en dos puntos

Figura 3-1 Viga de concreto pretensado esforzada mediante tendones inclinados.

3.4.3. Pérdidas por fricción en los cables de postensado.

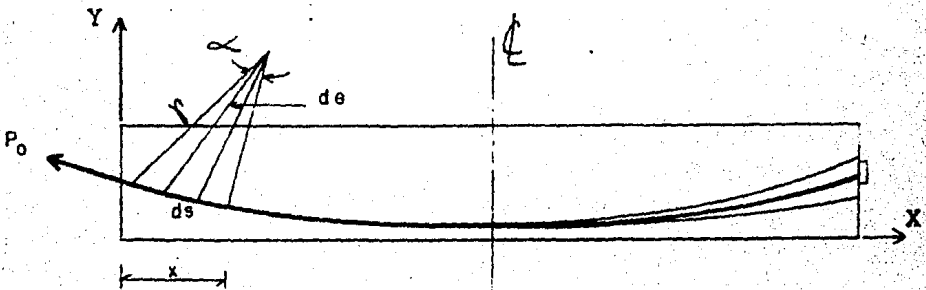
Esta pérdida se debe a las curvaturas intencionales o -- accidentales que se presentan en los propios cables. Así la pérdida de presfuerzo por fricción es originada por el rozamiento entre el cable y el ducto que lo contiene, y es función de la distribución de los alambres que forman el cable, si están sueltos o guiados (siendo mayor el rozamiento cuando están sueltos), de la diferencia que existe entre el diámetro del cable y el del ducto, siendo el rozamiento mayor mientras menor sea esta diferencia, de la forma y tipo de material del ducto y de la trayectoria de pro-

yecto que se le fije al cable, recomendándose que al elegir el -- trazo, éste presente tramos rectos y curvaturas suaves, estudiándose con un mayor cuidado los cables con trazo sinuoso o con puntos de inflexión.

Otros factores muy importantes y que pueden incrementar notablemente el rozamiento, son las ondulaciones que presentan -- los ductos por una defectuosa colocación, y la falta de cuidado -- en el vaciado y vibrado del concreto, originándose pequeñas roturas de los ductos, por donde penetra lechada, llegando en ocasiones a formar tapones que impiden el tensado.

Por lo tanto, se puede afirmar el que no resulta posible realizar un cálculo exacto de las pérdidas de presfuerzo -- debidas al rozamiento, debiéndose recomendar que tanto el proyectista como el constructor, traten de reducir al mínimo los factores que influyan en las pérdidas de presfuerzo por este concepto y procurar efectuar ensayos en los elementos que de acuerdo al -- criterio siguiente sean diseñados.

La solución matemática para el cálculo de la fricción, -- se basa en las consideraciones de que el alambre es infinitamente delgado y que la fricción es proporcional a la presión lateral entre el ducto y el cable. Así se tiene que el diagrama del cuerpo libre de las condiciones que representan las pérdidas de fricción en los elementos postensados quedan ilustradas por la figura 3-2 siguiente:



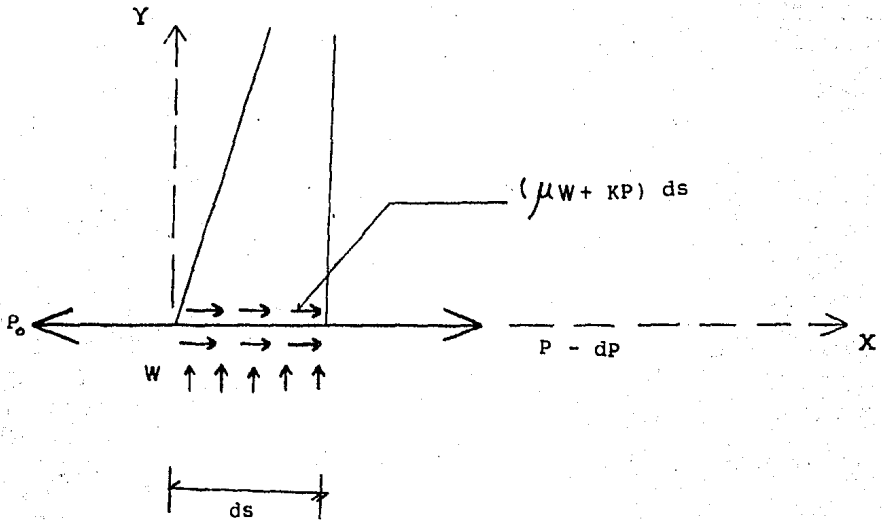


Figura 3-2. Diagrama de cuerpo libre de las fuerzas actuantes en un elemento postensado.

De la $\Sigma F_x = 0$, se tiene que:

$$-P + (P - dP) + (\mu w + KP) ds = 0$$

$$-dP + \mu w ds + KP ds = 0$$

Pero: $w = \frac{P}{\gamma}$ y $ds = \gamma de$

por lo que: $-dP + \mu w \gamma de + KP ds = 0$

$$-dP + \mu \frac{P}{\gamma} \gamma de + KP ds = 0$$

Integrando y multiplicando por $(-1/P)$

$$\int_{P_x}^{P_0} \frac{dP}{P} - \mu \int_0^x de - K \int_0^x ds = 0$$

$$\text{Log} (P_0 - P_x) - \mu x - K x = 0$$

$$\text{Log } (P_o - P_x) = \mu \alpha + K x$$

$$\frac{P_o}{P_x} = e^{(\mu \alpha + Kx)} \Rightarrow P_x = P_o e^{-(\mu \alpha + Kx)}$$

Mediante sencillas transformaciones y simplificaciones se llega a la siguiente expresión práctica:

$$P_x = \frac{P_o}{1 + \mu \alpha + Kx} \quad \text{Ec. (3-7)}$$

$$\Delta P_f = P_o - P_x ; \quad \Delta P_f = P_o \frac{1}{1 + \mu \alpha + Kx} + P_o$$

$$\text{por lo tanto: } \Delta P_f = P_o \left(1 - \frac{1}{1 + \mu \alpha + Kx} \right) \quad \text{Ec. (3-8)}$$

en donde: P_x = Fuerza de presfuerzo aplicada en el punto x .

μ .- Coeficiente de fricción debido a curvaturas impuestas o intencionales en l/radianes (ver tabla 3-1)

K .- Coeficiente de fricción provocado por la curvatura accidental que se presenta en los cables, (también llamado como coeficiente por desviaciones parásitas) en l/metros (ver tabla 3-1).

α .- Cambio angular total en el perfil de acero de presfuerzo desde el extremo donde actúa el gato hasta el punto x en radianes.

Si $\mu \alpha + Kx \leq 0.3$ el valor de P_x (de acuerdo al reglamento del ACI 318-71) viene a ser igual a:

$$P_x = P_o (1 - \mu \alpha - Kx) \quad \text{Ec. (3-9)}$$

e igualmente este reglamento recomienda el utilizar para anteproyecto los valores de $\mu = 0.23/\text{rad}$ y $K = 0.003/\text{m}$.

TABLA 3-1. Coeficientes de fricción para tendones postensados.

Tipo de tendón	K	μ
Tendones asentados en metal flexible		
- Tendones de alambre	0.0010-0.0015	0.15 - 0.25
- Torones con 7 alambres	0.0005-0.0020	0.15 - 0.25
- Varillas de alta resistencia	0.0001-0.0006	0.08 - 0.30
Tendones colocados en ductos metálicos rígidos		
- Torones de 7 alambres	0.0002	0.15 - 0.25
Tendones previamente engrasados		
- Tendones con alambres y torones con 7 alambres	0.0003-0.0020	0.05 - 0.15
Tendones cubiertos con mastique		
- Tendones con alambres y torones con 7 alambres	0.0010-0.0020	0.05 - 0.15

El valor de α o sea el cambio angular total en el perfil del acero de presfuerzo se tomará de manera semejante a como se muestra en la figura siguiente:

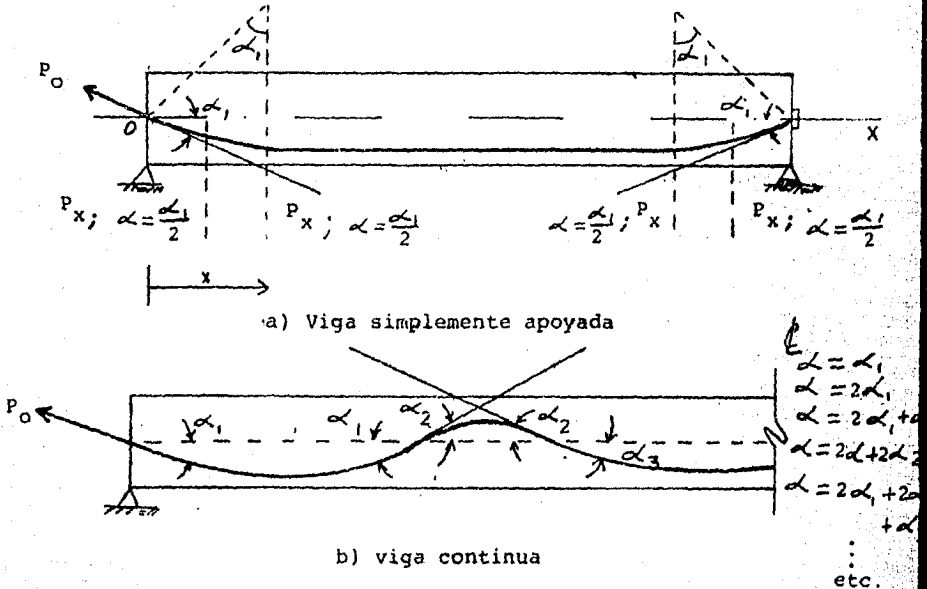


Figura 3-3. Variación angular en los tendones de presfuerzos de una viga postensada

Por último se hará notar que el análisis de cada uno de los cables se realizará de manera independiente y que en el caso de que se llegara a tener curvaturas horizontales en la trayectoria de los tendones, éstas tendrán que ser tomadas en consideración.

3.4.4. Deslizamiento de los tendones en los anclajes.

La pérdida de presfuerzo por anclaje se debe al corrimiento o deslizamiento de los alambres o barras que forman el cable en el dispositivo de anclaje, efectuándose inmediatamente después de la operación de anclaje, depende del sistema de anclaje, de la longitud del cable y del valor de la fricción que exista.

En los miembros pretensados, en donde el presfuerzo es transmitido al elemento por la adherencia entre los cables y el concreto en la etapa de transferencia del presfuerzo, la pérdida en la longitud del cable (ΔL), es estimada por el fabricante, considerando ésta para fines prácticos como de cero ($\Delta L=0$); por lo que la pérdida por deslizamiento en los anclajes en los elementos pretensados es tomada como nula ($\Delta P_{da} = 0$).

Para el postensado al igual que en los elementos pretensados el deslizamiento de los tendones (ΔL) es proporcionado por el fabricante. Estos corrimientos varían entre 1 y 8 milímetros, según sea el sistema de anclaje empleado, así se tiene que:

$$\epsilon_a = \frac{\Delta L}{L} \Rightarrow \Delta f_{da} = \epsilon_a E_{sp} \text{ Y } \Delta P_{da} = \Delta f_{da} A_{sp}$$

por otro lado: $\Delta P_{da} = P_o - P_o$

en donde: A_{sp} = Área del acero de presfuerzo

L = Longitud del cable

ϵ_a = Deformación en el cable ocasionada por el anclaje

Δf_{da} = Pérdida de esfuerzo en el cable por el deslizamiento en el anclaje.

P_o = Fuerza existente en los cables de presfuerzo una vez que se han presentado las pérdidas por el deslizamiento en el anclaje.

El corrimiento en el extremo del cable representa una pérdida en la deformación que se logró mediante la operación de tensado, y en el caso de no existir fricción entre el cable y el ducto, a lo largo de éste la pérdida de esfuerzo en el acero sería constante; sin embargo, con la presencia de la fricción, se origina un efecto inverso al de tensado, ya que esta obra en sentido contrario; por lo tanto la pérdida de esfuerzo es máxima en

el extremo y va disminuyendo conforme se aleja de éste. Así te-
niéndose un cable con un trazo como el que se ilustra a continua-
ción (figura 3-4), en el cual se considera una fuerza P_x en el ex-
tremo B, una desviación angular α y una pérdida por anclaje (ϵ_a)
en el extremo A.

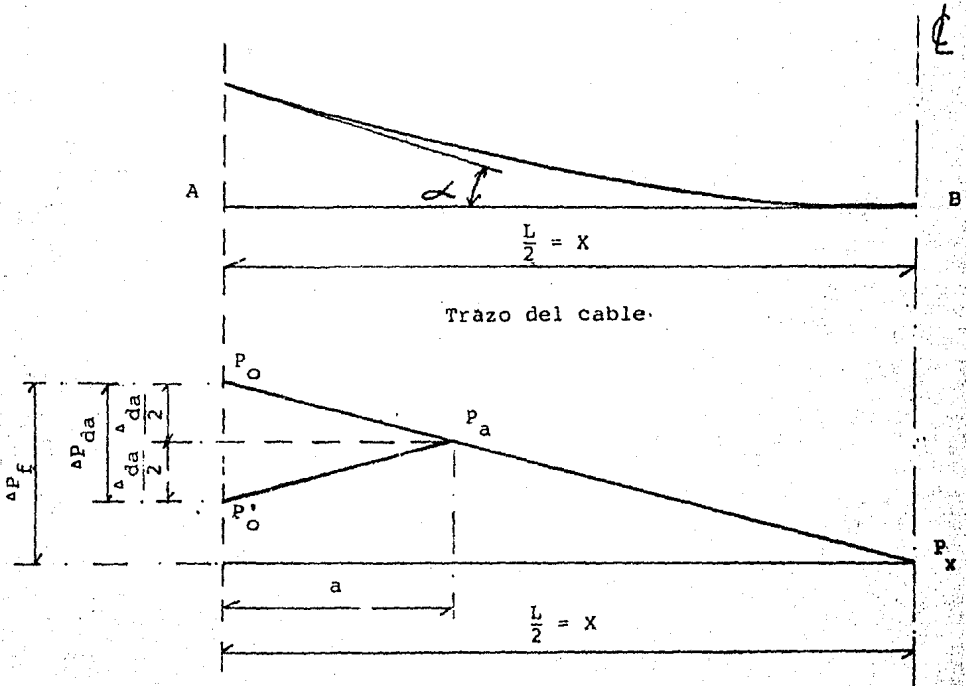


Diagrama de pérdida de fricción.

Figura 3-4. Trayectoria parabólica del cable y su correspondiente diagrama de pérdida por fricción en un elemento postensado.

En la figura, ΔP_f representa la pérdida por fricción entre los puntos A y B, y ΔP_{da} la pérdida por anclaje en el extremo A, "a" la distancia que determina el punto donde ésta pérdida vale cero y P_a la fuerza en dicho punto.

Por semejanza de triángulos se tiene:

$$\frac{\frac{\Delta P_{da}}{2}}{a} = \frac{\Delta P_f}{X}$$

pero: $\frac{\Delta P_{da}}{2} = P_o - P_a$ y $\Delta P_f = P_o - P_x$

por lo tanto: $P_a = P_o - \frac{a}{X} (P_o - P_x)$ Ec. (3-10)

y la deformación ϵ_a está dada por:

$$\epsilon_a = \frac{P_o - P_a}{E_{sp}} a$$
 Ec. (3-11)

con las ecuaciones 3-10 y 3-11 se tiene:

$$\frac{a}{X} (P_o - P_x) = \frac{E_{sp} \epsilon_a}{a} \therefore a^2 = \frac{E_{sp} \epsilon_a X}{(P_o - P_x)}$$
 Ec. (3-12)

y como:

(De la ec.3-7) $P_x = \frac{P_o}{1 + \mu \alpha + kx}$ $\therefore P_o = P_x (1 + \mu \alpha + kx)$

Sustituyendo en 3-10 y 3-12:

$$P_a = P_x \left[1 + (\mu \alpha + kx) \left(\frac{x-a}{x} \right) \right]$$
 Ec. 3-13)

$$a^2 = \frac{E_{sp} \epsilon_a X}{P_x (\mu \alpha + kx)} \implies a = \sqrt{\frac{E_{sp} \epsilon_a X}{P_x (\mu \alpha + kx)}} \quad \text{Ec. (3-14)}$$

Resulta conveniente señalar que si $X_1 \geq \frac{L}{2}$ el cable deberá ser tensado por un solo lado, en cambio si $X_1 \leq \frac{L}{2}$ puede ser -- tensado por uno o dos lados.

Una representación gráfica de los esfuerzos a lo largo de un cable que se tense por sus dos extremos y cuyo trazo esté formado por un tramo recto al centro y una parte curva a cada lado, es el que se muestra en la figura 3-5 siguiente:

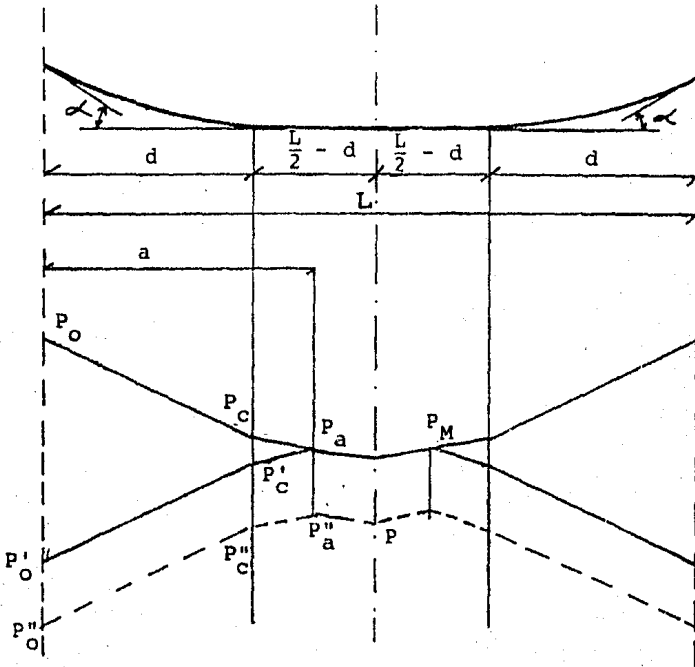


Figura 3-5. Trazo y diagrama de pérdidas de presfuerzo en los cables de un elemento postensado.

En donde los términos que se ilustran en la figura, son:

- P = Esfuerzo necesario en operación al centro del cable
- P_M = Esfuerzo inicial al centro del cable.
- P_0 = Esfuerzo inicial en el extremo del cable al tensar.
- P_c = Esfuerzo inicial al principio de la parte curva del cable al tensar.
- P'_0 = Esfuerzo inicial al anclar en el extremo del cable.
- P'_c = Esfuerzo inicial al anclar al principio de la parte curva del cable.

P_a = Esfuerzo inicial máximo al anclar.

P_c'' , P_o'' y P_a'' = Esfuerzos finales, después de verificadas las pérdidas en los puntos antes indicados.

Por último si se eligiera una trayectoria del cable de presfuerzo, igual a la que se señala en la figura 3-6, y siguiendo un razonamiento análogo al descrito anteriormente para determinar los valores de a y P_a se encuentran las siguientes expresiones:

Sección de anclaje en el extremo de la trabe

Centro del claro

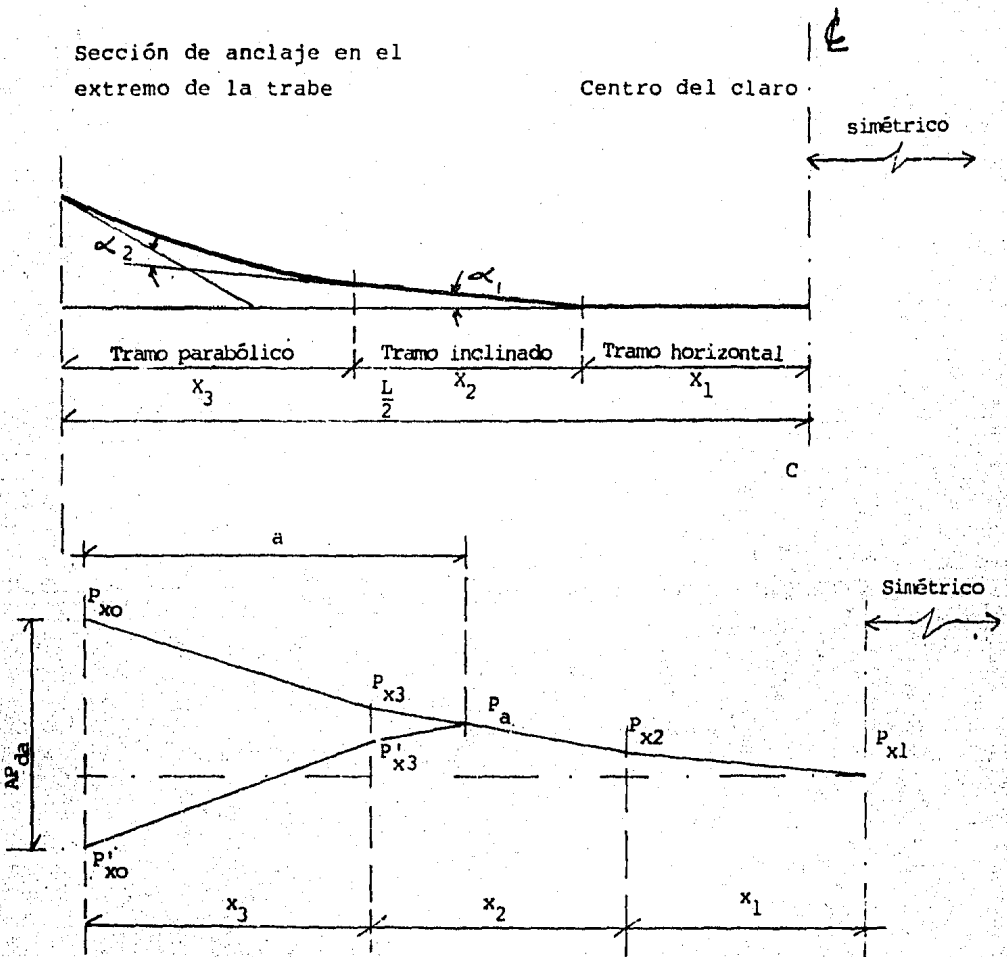


Figura 3-6. Trayectoria de cables y diagrama de pérdidas por fricción en un elemento tensado por sus dos extremos.

Valores de P_2 , P_3 , P_0 , P'_0 , P'_3 , P_a y a .

$$P_2 = P_1 (1 + kx_1) \quad \text{Ec. (3-15)}$$

$$P_3 = P_1 \left[1 + \mu \alpha_1 + k (x_1 + x_2) \right] \quad \text{Ec. (3-16)}$$

$$P_0 = P_1 \left[1 + \mu (\alpha_1 + \alpha_2) + k (x_1 + x_2 + x_3) \right] \quad \text{Ec. (3-17)}$$

$$a^2 = \frac{1}{k} \left[\frac{2000 E_a}{P_2 k (x_2 + x_3 - a)} - 1.75 \mu (\alpha_1 + \alpha_2) (x_3) \right] \quad \text{Ec. (3-18)}$$

$$P_a = P_2 \left(1 + \frac{1.75 \mu (\alpha_1 + \alpha_2) (x_3)}{100} \right) \quad \text{Ec. (3-19)}$$

$$\Delta P_0 = \frac{2 P_2}{100} (1.75 \mu (\alpha_1 + \alpha_2) + k a) \quad \text{Ec. (3-20)}$$

$$P'_0 = P_0 - \Delta P_0 \quad \text{Ec. (3-21)}$$

$$P'_3 = 2 P_x - P_3 \quad \text{Ec. (3-22)}$$

El cálculo del alargamiento de los cables se determinará considerando un esfuerzo uniforme, promedio de la variación de P_1 a P_0 , como si el cable fuera recto, y de longitud igual a la real.

La fuerza de presfuerzo promedio se calculará de la siguiente manera:

$$P_m = \frac{(P_1 + P_2) X_1 + (P_2 + P_3) X_2 + (P_3 + P_0) X_3}{2 (X_1 + X_2 + X_3)} \quad \text{Ec. (3-23)}$$

Conociendo la gráfica esfuerzo deformación para el tipo de acero que se emplee, y entrando con el esfuerzo promedio determinado, se encuentra la deformación unitaria.

3.4.5. Pérdidas por contracción en elementos pretensados y pos tensados.

Los efectos de la contracción del concreto en estructuras presforzadas, son considerados diferentes a los que se presentan en las estructuras de concreto reforzado, ya que en estas últimas, las deformaciones por contracción son resistidas por los esfuerzos de compresión del acero de refuerzo, a diferencia del concreto presforzado en donde el acero siempre se localiza en tensión, causando con ello deformaciones en compresión que se suman a las deformaciones por contracción en el concreto.

La deformación por contracción puede considerarse que se encuentra afectada principalmente por los siguientes dos factores:

- A) Contracción por variación de humedad, la cual puede ser reversible, sin embargo, en la práctica se considera irreversible, pues en condiciones normales el concreto no recupera el agua que se pierde por la desecación que ocurre después del colado y curado.
- B) Contracción por efecto de las reacciones químicas entre los elementos que forman el concreto, durante el proceso de endurecimiento. Esta contracción tiene un valor muy inferior a la primera, por lo que, para fines prácticos, únicamente se toma en cuenta la variación de-humedad.

Estos dos tipos principales de contracción se verifican rápidamente en los primeros días y después de un cierto período de tiempo se aproximan a un valor máximo.

Adicionalmente la contracción del concreto es en cierto modo proporcional a la cantidad de agua empleada en la mezcla. -- Por consiguiente, si se desea una contracción mínima, la relación agua-cemento y la proporción de la pasta de cemento debería conservarse a un mínimo. Así los agregados de tamaño mayor, bien graduados para obtener el mínimo de vacíos, necesitarán una cantidad menor de pasta de cemento y por lo tanto la contracción será menor.

La calidad de los agregados también es una consideración importante. Los agregados duros y más densos de baja absorción y módulo de elasticidad alto exhibirán una contracción menor. El concreto que contiene caliza dura se supone que tiene una contracción menor que el que contiene granito, basalto y arenisca de igual grado. La composición química del cemento también afecta la magnitud de la contracción. Por ejemplo, la contracción es relativamente pequeña para cementos ricos en silicato tricálcico y pobre en los álcalis y óxidos de sodio y potasio.

La magnitud de la deformación por contracción como se ve varía por diversos factores, y puede fluctuar desde cero hasta 0.0010 y más. Por lo que si al concreto se le almacena en agua o bajo condiciones muy húmedas, la contracción puede llegar a ser nula. Aún también puede haber expansión para algunos tipos de agregados y cementos. Por otro lado para una cierta combinación de ciertos cementos y agregados, y con el concreto almacenado bajo condiciones muy secas, se puede esperar una contracción del orden de 0.0010.

Con el objeto de diseño, un valor promedio de la deformación por contracción sería de 0.0002 hasta 0.0004 para las mezclas usuales de concreto empleadas en la construcción del presfuerzo. Los valores de la deformación unitaria (ϵ_c), que dependen de la humedad ambiente son:

1.- Bajo el agua -----	0
2.- En aire muy húmedo -----	0.0001
3.- En atmósfera ordinaria -----	0.0002
4.- En aire seco -----	0.0003

Así la pérdida en los esfuerzos de los tendones de presfuerzo ocasionada por la contracción en el concreto, se calcula como:

$$\Delta f_c = \epsilon_c E_s, \text{ ya que } \epsilon_s = \epsilon_c$$

en donde:
$$\epsilon_c = \frac{\Delta C}{L}$$

y
$$\Delta P_c = \Delta f_c A_{sp} \quad \text{Ec. (3-24)}$$

3.4.6. Pérdida por flujo plástico del concreto.

La deformación diferida del concreto, también conocida como deformación por flujo plástico o fluencia lenta del concreto es aquella que se verifica en el concreto debido a una aplicación permanente de carga o esfuerzo, y que se caracteriza por ser de una rapidez de variación decreciente, siendo máxima en los primeros instantes y tendiendo a cero conforme pasa el tiempo. La pérdida de presfuerzo en el acero debida a esta deformación, es a su vez una función de los esfuerzos del concreto al nivel del centro de gravedad de éste, y de la relación de dichos esfuerzos con el de ruptura del concreto.

La manera de determinar las pérdidas en el acero es la siguiente:

Deformación en el concreto:
$$\epsilon_c = \frac{f'_{cr}}{E_c}; \text{ y } \epsilon_c = \epsilon_s$$

de donde:
$$\Delta f_{fp} = \epsilon_c E_{sp} = \frac{f'_{cr}}{E_c} E_s$$

considerando el coeficiente C_c que varía con las condiciones del ambiente se tiene que:

$$\Delta f_{fp} = (C_c - 1) f'_{Cr} n \quad \text{Ec. (3-25)}$$

En donde los coeficientes recomendados son los siguientes:

- Bajo agua	1.5 - 2.0
- En aire muy húmedo	2.5 - 3.0
- En atmósfera ordinaria	3.0 - 4.0
- En aire seco	4.0 - 5.0

3.4.7. Relajamiento del esfuerzo en el acero.

La deformación por relajación del acero, es muy semejante a la del flujo plástico en el concreto, provocándose por un comportamiento viscoelástico del material, producto de la intensidad y del tiempo de aplicación de la carga.

Este fenómeno se puede comprobar fácilmente en un laboratorio, si a un alambre para presfuerzo se le aplica una carga de tensión, conservando en éste una longitud constante, se verá -- que el presfuerzo disminuye gradualmente al cabo de cierto tiempo aproximándose a un límite, en donde se mantiene constante, esto ocurre en un término de 15 a 20 días después de aplicada la carga.

De acuerdo con los resultados experimentales, esta pérdida de esfuerzo es del orden del 5%, verificándose un 75% de esta pérdida en las primeras horas. Por lo tanto la pérdida por relajamiento del esfuerzo en el acero se obtiene como:

$$\Delta P_{rea} = 0.05 P_o \quad \text{Ec. (3-26)}$$

3.5. PRINCIPALES SISTEMAS DE ANCLAJE EN MEXICO.

A continuación (y con ayuda de la tabla 3-2) se presentan los principales sistemas de anclaje que comúnmente se utilizan en los elementos postensados en México, detallándose únicamente a éstos de manera general, ya que el tratado explícito de cada uno, resultaría en un trabajo muy elaborado debido a la gran variedad que de ellos existe.

TABLA 3-2. CARACTERISTICAS DE LOS PRINCIPALES SISTEMAS DE POSTENSADO EN MEXICO.

Sistema	País	Tendones alambres	Torones	Cables	Anclaje	Comentarios
Freyssinet	Francia	5 y 7 mm.	Ø 1/2"	12Ø 5 mm 12Ø 7 mm 12Ø 1/2"	-Mediante cuñas.	-Es el método más utilizado en el mundo. -Limitación en cuanto a la cantidad de alambres por cable.
BBRV	Suiza	5 y 7 mm.	- -	22Ø 5 mm 12Ø 7 mm 44Ø 5 mm 24Ø 7 mm 64Ø 5 mm 34Ø 7 mm	-Por engrosamiento de tendones y ajustes mediante dispositivos de rosca. -Existen dos tipos de anclaje: Anclaje móvil Anclaje fijo	-Mayor opción en cuanto al número de tendones por cable. -Mayor limitación en cuanto a que no se permite el uso de torones -Requiere mucha exactitud en la longitud del cable.
Prescon	Estados Unidos	7 mm.	- -	4 a 16Ø7mm	-Engrosamiento de los tendones y ajuste mediante placa de apoyo	-Sólo emplea alambre de 7 mm. -Exactitud en la longitud del cable.
V S L	Suiza	- -	Ø 1/2"	1,3,7,12,19 22 mm., Ø 1/2"	-Sistema a base de cuñas individuales en cada uno de los torones.	-Únicamente emplea torones.
C C L	Inglatera	5 y 7 mm.	5/16" 3/8" 1/2"	8Ø 5 mm 8Ø 5/16 8Ø 1/2 12Ø 5 mm 12Ø 5/16 12Ø 1/2 8Ø 7 mm 8Ø 3/8" 12Ø 7 mm 12Ø 3/8"	-Mediante cuñas individuales.	-Se requiere tensar tendón por tendón.
RAMZA	México	2,5 y 7mm	5/16" 3/8"	2 a 19 tendones	-Por medio de rosca.	-Muy versátil

3.6. DEFLEXIONES.

Siendo el principio fundamental del presforzado el obtener una sección que se encuentre casi o por entero sujeta a esfuerzos de compresión, produciendo con ello los esfuerzos, deformaciones elásticas; el cálculo de las deflexiones en miembros de concreto presforzado sujetos a flexión, son efectuados suponiendo que la sección de concreto actúa como un material elástico homogéneo. Esta hipótesis es solo aproximadamente correcta, porque el módulo de elasticidad del concreto, no es un valor constante en todos los niveles de esfuerzos, además de que el módulo de elasticidad varía con la edad en el concreto. Como resultado de ello, los cálculos de la deflexión en elementos presforzados son aproximados.

Normalmente el momento de inercia de la sección total es utilizada para la elaboración de los cálculos, sin embargo en ocasiones pudiera presentarse el caso de tener elementos que poseen una cantidad considerable de acero de presfuerzo, en donde será necesario el tomar en consideración la sección transformada.

La contraflecha proveniente del presfuerzo se puede calcular, conociendo la fuerza y la excentricidad, ya sea basándose en los diagramas de momentos debidos al presfuerzo, empleando el principio de área momento o alternativamente, el efecto del presfuerzo se puede considerar en función de las cargas equivalentes. Luego se calculan las deflexiones debidas a las cargas muerta y viva como cualquier otro miembro sujeto a flexión, y se sobreponen a las deflexiones del presfuerzo para así obtener los valores netos correspondientes a los estados de carga que se analicen.

En el primer método para el cálculo de las deflexiones debidas a la fuerza de presfuerzo por medio del principio de área-

momento, se traza directamente del perfil del centro de gravedad - del acero de presfuerzo, un diagrama de momentos producidos por -- los tendones. Para vigas estáticamente determinadas, el diagrama de momentos del presfuerzo es directamente proporcional al diagrama de la excentricidad, ya que $M = Pe$. Las ordenadas de momentos, - se convierten en ordenadas $\frac{M}{EI}$ y el diagrama $\frac{M}{EI}$ se le considera como una carga elástica para hallar las deflexiones mediante el -- teorema de área de momentos. Así por ejemplo, para la viga de la - figura 3-7a, la cual tiene un tendón parabólico con una excentricidad e en el centro del claro, disminuyendo a cero en los apo- - yos, se obtiene un diagrama parabólico de momentos con una máxima- ordenada Pe . Esta se convierte fácilmente al diagrama M/EI de la - figura 3-7a . Si se aplica el método del área de momentos y cono- - ciendo la mecánica elemental el que la rotación en cualquier sec- - ción de una vigá es igual a:

$$\phi = \frac{M}{EI} = \frac{Pe}{EI} \quad \text{ec. (3-27)}$$

se tiene que el desplazamiento por flexión (y) debido al presfuer- zo P se halla tomando momentos del área $\frac{M}{EI}$, entre el centro del claro y el apoyo, alrededor del punto de apoyo, de esta manera pa- - ra el ejemplo citado se encuentra que:

$$y = \frac{Pe}{EI} \times \frac{L}{2} \times \frac{2}{3} \times \frac{5}{8} \times \frac{L}{2}$$

$$y = \frac{5}{48} \frac{PeL^2}{EI}$$

Este y otros casos que ocurren con frecuencia, se ilustran en la - figura 3-7 ; en donde algunos otros casos se pueden obtener de és- - tos por superposición.

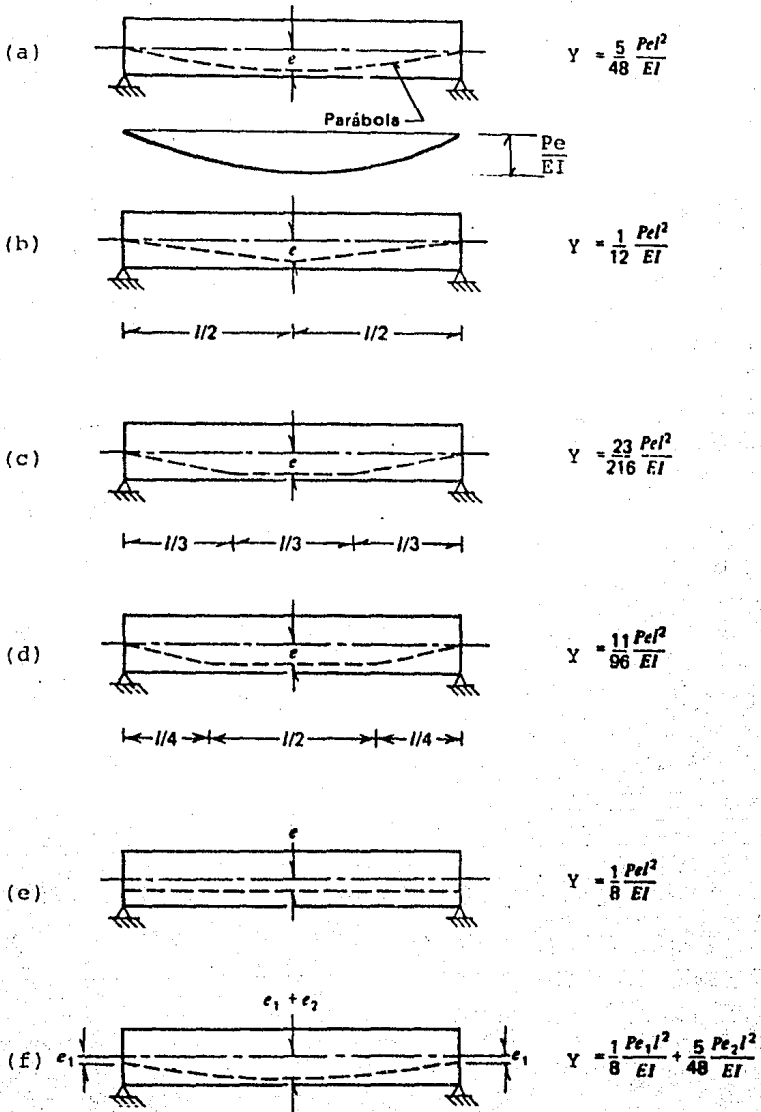


Figura 3-7. Deflexiones del presfuerzo para varios perfiles de tendón.

- a) Deflexiones para tendones parabólicos con una excentricidad máxima en el $\frac{l}{2}$, tendiendo a cero en sus extremos. b), c), d) deflexiones al centro del claro para tendones atirantados al centro del claro.
- f) Viga con un tendón parabólico teniendo una excentricidad e , en los apoyos, más una excentricidad adicional e_2 , en el $\frac{l}{2}$; en donde la deflexión total en el centro del claro debida al presfuerzo se halla superponiendo los casos (a) y (e).

La segunda alternativa para hallar la deflexión debida al presfuerzo consiste en encontrar las cargas equivalentes que produzcan el efecto del presfuerzo, lo que permite el empleo de las ecuaciones para el cálculo de las deflexiones. De manera de poder ejemplificar esta alternativa y comparar los resultados de ambos métodos, se recordará que la carga equivalente hacia arriba producida en un miembro de concreto por un tendón parabólico es:

$$w = \frac{8 Pe}{L^2}$$

con la cual se puede obtener la flecha producida por el presfuerzo con las fórmulas usuales de deflexión debida a una carga uniforme en un claro simple e igual a:

$$y = \frac{5}{384} \frac{wL^4}{EI}$$

en donde sustituyendo la carga equivalente del presfuerzo se tiene que:

$$y = \frac{5 \times 8}{384} \frac{PeL^4}{L^2 EI}$$

$$y = \frac{5}{48} \frac{PeL^2}{EI}$$

valor que resulta semejante al encontrado mediante el método de área de momentos. De manera similar, se puede obtener una configuración para los otros casos de carga que se muestran en la figura 3-7.

2.7.1. Método aproximado para el cálculo de deflexiones.

Los estados en los que normalmente son calculadas las deflexiones de los elementos presforzados son el estado inicial, en donde a la viga le es aplicado el presfuerzo inicial P_i (etapa de transferencia), con el peso propio de la viga actuando de manera simultanea, y cuando actúan una o más combinaciones de la carga

de servicio junto con la fuerza de presfuerzo reducida por las pérdidas hasta P_e y cuyas deflexiones son modificadas por el flujo plástico del concreto sujeto a cargas sostenidas.

Las deflexiones de corta duración y_{p_i} debidas a la fuerza de presfuerzo inicial P_i se pueden hallar por cualquiera de los dos métodos vistos anteriormente. Por lo general, y_{p_i} actúa hacia arriba, y para condiciones normales, el peso propio del miembro se superpone inmediatamente después del presfuerzo. La deflexión inmediata y_i y hacia abajo debida al peso propio, el cual es por lo general uniformemente distribuido, se obtiene fácilmente por los métodos convencionales. Por lo tanto la deflexión inicial después del presfuerzo se calcula como:

$$y = - y_{p_i} + y_i \quad \text{ec. (3-28)}$$

en donde los valores negativos indican desplazamiento hacia arriba

En los efectos a largo plazo que pudieran ser presentados como curvaturas (o deflexiones) debidas a la fuerza de presfuerzo efectiva P_e después de las pérdidas se pueden calcular como la suma de las curvaturas iniciales (o deflexiones) más los cambios debidos a la reducción del presfuerzo y al flujo plástico del concreto. De esta manera se tiene que:

$$\delta_{pe} = - \frac{P_i e_x}{E_c I_c} + (P_i - P_e) \frac{e_x}{E_c I_c} - \left(\frac{P_i + P_e}{2} \right) \frac{e_x}{E_c I_c} C_u \quad \text{ec. (3-29)}$$

en donde C_u es el coeficiente de flujo y el subíndice "x" empleado con e indica que la excentricidad varía a lo largo del claro. El primer término de la ecuación es la curvatura negativa inicial, el segundo es la reducción de aquella curvatura inicial debida a la pérdida del presfuerzo, y el tercero es el incremento en la curvatura negativa debido al flujo plástico del concreto. Mediante la aproximación de que el flujo plástico ocurre bajo una fuerza de --

presfuerzo constante e igual al promedio de sus valores inicial y final, la deflexión final del miembro bajo la acción de P_e es:

$$Y = - Y_{P_i} + (Y_{P_i} - Y_{P_e}) - \frac{Y_{P_i} + Y_{P_e}}{2} C_u$$

Simplificando:

$$Y = - Y_{P_e} - \frac{Y_{P_i} + Y_{P_e}}{2} C_u \quad \text{ec. (3-30)}$$

en donde:

$$Y_{P_e} = Y_{P_i} \frac{P_e}{P_i} \quad \text{ec. (3-31)}$$

La deflexión de larga duración debida al peso propio y a las cargas sobrepuestas es también modificada por el flujo plástico, y puede obtenerse aplicando el coeficiente de flujo plástico a los valores instantáneos, para tomar en cuenta el efecto de larga duración de las cargas muertas sostenidas. De esta manera, la deflexión total del elemento, después de ocurridas las pérdidas y las deflexiones por flujo plástico, cuando actúan el presfuerzo efectivo, el peso propio y toda la carga de servicio, viene dada por:

$$y = - Y_{P_e} - \frac{Y_{P_i} + Y_{P_e}}{2} C_u + (Y_i + Y_{is})(1 + C_u) + y_a \quad \text{ec. (3-32)}$$

Como se mencionó al principio, este análisis desarrollado para el cálculo de las deflexiones de un elemento presforzado, solo es válido en los casos en donde las vigas o losas no se encuentran agrietadas y donde el momento de inercia a emplearse en los cálculos se puede considerar como aquel correspondiente a toda la sección de concreto, sin llegar a cometer grandes errores. Sin embargo cuando empiezan a aparecer grietas en la viga (por sobrepasar su carga actuante a la de agrietamiento), la naturaleza de la

deflexión empezara a cambiar. Aún al principio del agrietamiento, cuando son apenas grietas capilares difícilmente visibles, la sección efectiva deja de ser aplicable para ahora realizar la consideración de una sección agrietada en vez de toda la sección de concreto. A medida que las grietas se van haciendo más profundas, el momento de inercia de la sección se hará más pequeño, hasta que finalmente la sección agrietada pueda tener un momento de inercia de la mitad a un tercio de aquél de las secciones sin agrietar.

Para vigas de concreto presforzado, en las cuales se sobrepase su carga de agrietamiento, Branson ha demostrado y recomendado que puede emplearse en los cálculos de las deflexiones de elementos presforzados un momento de inercia reducido o efectivo, de la manera siguiente:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_{max}} \right)^3 \right] I_{cr} \quad \text{ec. (3-33)}$$

sin que llegue a ser mayor que I_g , en donde:

I_g = momento de inercia de la sección transversal de concreto.

I_{cr} = momento de inercia de la sección transformada de concreto totalmente agrietada.

M_{cr} = momento de agrietamiento de la viga.

M_{max} = momento máximo que actúa en el claro simple.

Al calcular I_{cr} , normalmente se acepta el uso del eje neutro de la sección de la sección transformada y totalmente agrietada, tomando en cuenta el área de acero en forma usual, pero despreciando el efecto de la fuerza de presfuerzo en la modificación de la ubicación del eje neutro.

La determinación de la deflexión de vigas compuestas de concreto presforzado, introducen algunas complicaciones prácticas debido a la necesidad de relacionar a los parámetros de los materiales dependientes del tiempo con la secuencia de tiempos de las operaciones de construcción, como: el colado de la losa, la acción compuesta total del elemento, y el tensado en etapas del acero, para lo cual deben usarse las propiedades apropiadas de la sección para los diferentes estados en los cálculos. En el empleo del método aproximado de cálculo de las deflexiones, normalmente es necesario emplear dos intervalos de tiempos, en donde el primero se inicia desde el tiempo de la transferencia del presfuerzo hasta el tiempo en que la losa es colada y el segundo a partir del colado de la losa, terminando con la aplicación de las cargas de servicio, momento en el cual se puede suponer que las pérdidas han ocurrido. La contraflecha inicial provocada por el presfuerzo, la deflexión debida al peso propio del elemento y el peso del concreto fresco de la losa se pueden encontrar por medio de los procedimientos descritos, mediante el uso de las propiedades de la sección simple precolada. El efecto del flujo plástico debido al presfuerzo y a otras cargas sostenidas se determinarán antes y después del colado de la losa. La deflexión por carga viva se calculará como se describió anteriormente, empleando las propiedades de la sección compuesta de la viga.

IV PROGRAMA DE CALCULO PARA VIGAS PARCIAL Y TOTALMENTE PRESFORZADAS.

4.1. INTRODUCCION.

Uno de los principales inconvenientes que en el pasado se contemplaban con respecto a la aplicación del concreto presforzado, es la relativa gran cantidad de cálculos que había que hacer, y con ello el tiempo que se tomaba en la ejecución de ellos, en comparación con el tiempo requerido en el diseño de estructuras de concreto reforzado o de acero. Aunado a lo anterior, la gran mayoría de los diseñadores no estaban del todo bien familiarizados con los principios básicos de diseño del concreto presforzado, por lo que no se contaba con la suficiente experiencia en este campo como para desarrollar métodos simplificados de cálculo.

Este capítulo tiene la intención de proporcionar un enlace entre las consideraciones teóricas y los métodos de diseño prácticos. Los teoremas y métodos aquí desarrollados pueden ser aplicados de diversas maneras, así como modificados por cada diseñador para cualquiera condición en especial.

El uso correcto de estos métodos de diseño reducirán grandemente el tiempo y trabajo requerido en el diseño económico de elementos presforzados.

Estos métodos fueron desarrollados con el propósito de reducir y facilitar los cálculos del diseño de vigas de concreto presforzado, con la ayuda de una calculadora programable, como la Hewlett Packard 41 CX

4.2. CALCULO DE LAS PROPIEDADES DE LA SECCION.

Para determinar los esfuerzos elásticos en la sección de concreto, como resultado de la aplicación de la fuerza de presfuerzo y de las cargas externas, es necesario el conocimiento de las características de las propiedades físicas del elemento como: la localización del centro de gravedad, el área y el momento de inercia de la sección, así como de algunas otras propiedades que usualmente se manejan para facilitar el cálculo de los esfuerzos, y que son fácilmente determinadas con el conocimiento previo de estas propiedades geométricas.

El cálculo de las propiedades físicas o geométricas de la sección puede hacerse por diversos métodos, diferenciándose unos de otros principalmente por la organización de los cálculos, los datos con que son tomados los momentos estáticos y el procedimiento empleado en el cálculo del momento de inercia; sin embargo, cualesquiera que sean los métodos de cálculo empleados en los cálculos del momento de inercia, éstos estarán definidos por las siguientes relaciones básicas.

I. a) Momento estático de un elemento de área.

Respecto a un eje cualesquiera en su plano, es el producto de su área, por la distancia de dicho elemento al eje. Por ejemplo, en la figura 4-1 el momento estático ds_x del elemento con respecto al eje x está dado por:

$$ds_x = y da$$

y respecto al eje "y" el momento es:

$$ds_y = x da$$

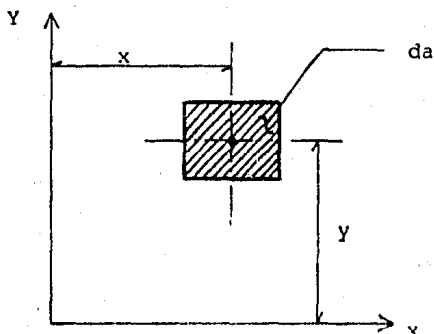


Figura 4-1. Momento estático de un elemento de área.

b) Momento estático de un área finita.

Respecto a un eje contenido en su plano, está dado por la suma de los momentos estáticos respecto a ese eje de todos los elementos de área contenidos en ella. Se suele calcular por medio de la integral

$$S_x = \int ds_x \quad ; \quad S_x = \int y \, da \quad ; \quad S_y = \int x \, da$$

II. Centro de Gravedad de un área.

Está definida por las ecuaciones:

$$\bar{x} = \int \frac{x \, da}{A} = \frac{S_y}{A} \quad ; \quad \bar{y} = \int \frac{y \, da}{A} = \frac{S_x}{A}$$

en donde A representa el área.

III. a) Momento de inercia de un elemento de área.

Respecto a un eje en su plano, está dado por el producto del área del elemento y el cuadrado de la distancia entre el elemento y el eje.

De la fig. 4-1, el momento de inercia dI_x del elemento -- respecto al eje y, es:

$$dI_x = y^2 \, da$$

y respecto al eje "x" , el momento de inercia es:

$$dI_y = x^2 da$$

b) Momento de inercia de un área finita.

Respecto a un eje en su plano, es la suma de los momentos de inercia respecto de ese eje de todos los elementos de área contenidos en ella, y se halla frecuentemente por medio de la siguiente integral:

$$I_x = \int dI_x = \int y^2 da$$

$$I_y = \int dI_y = \int x^2 da$$

IV.

El teorema de los ejes paralelos dice que el momento de inercia de un área respecto a un eje cualquiera, es igual al momento de inercia respecto a un eje paralelo que pasa por el centro de gravedad, más el producto del área por el cuadrado de la distancia entre los dos ejes. Así se tiene, para la figura 4-2, que los momentos de inercia correspondientes a los ejes x e y son:

$$I_x = I_{xcg} + A(y_1)^2 ; I_y = I_{ycg} + A(x_1)^2$$

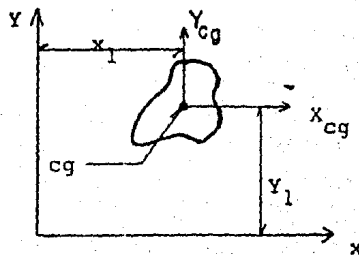


Fig. 4-2. Ilustración del teorema de los ejes paralelos.

- V. El momento de inercia de un área compuesta es la suma de los momentos de inercia de las componentes que forman el total.

4.2.1. Ecuaciones empleadas en el programa.

De acuerdo a los principios y relaciones básicas expuestas anteriormente, se emplea en el programa un método de cálculo - promedio de las propiedades de secciones poligonales. Las coordenadas (x,y) de los vértices del polígono son introducidas secuencialmente en el sentido del movimiento de las manecillas de un reloj - (para su adición), siguiendo la configuración del polígono. Los huecos u orificios en la sección transversal que no se intersectan con el límite del polígono pueden ser descontados, siguiendo su perímetro en sentido contrario a las manecillas del reloj (Fig.4-3) - y las curvas se tomarán en cuenta por su aproximación mediante segmentos rectos. Adicionalmente para la consideración de áreas circulares se especificarán las coordenadas (x,y) del centro del círculo y el diámetro, ya sea este positivo o negativo según se quiera sumar o restar su influencia.

Las ecuaciones que se utilizaron fueron las siguientes - (referencia 12)

$$A = - \sum_{i=0}^n (Y_{i+1} - Y_i)(X_{i+1} + X_i)/2$$

$$\bar{X}_1 = - \frac{1}{A} \sum_{i=0}^n \left[\frac{(Y_{i+1} - Y_i)}{8} \right] \left[(X_{i+1} + X_i)^2 + \frac{1}{3}(X_{i+1} - X_i)^2 \right]$$

$$\bar{Y}_1 = \frac{1}{A} \sum_{i=0}^n \left[\frac{(X_{i+1} - X_i)}{8} \right] \left[(Y_{i+1} + Y_i)^2 + \frac{1}{3}(Y_{i+1} - Y_i)^2 \right]$$

$$I_x = \sum_{i=0}^n \left[(x_{i+1} - x_i)(y_{i+1} + y_i)/24 \right] \left[(y_{i+1} + y_i)^2 + (y_{i+1} - y_i)^2 \right]$$

$$I_y = -\sum_{i=0}^n \left[(y_{i+1} - y_i)(x_{i+1} + x_i)/24 \right] \left[(x_{i+1} + x_i)^2 + (x_{i+1} - x_i)^2 \right]$$

$$I_{\bar{x}} = I_x - A\bar{y}^2$$

$$I_{\bar{y}} = I_y - A\bar{x}^2$$

$$A \text{ círculo} = \frac{\pi d^2}{4}$$

$$I \text{ círculo} = \frac{\pi d^4}{64}$$

$$\bar{x}_2 = b - \bar{x}_1$$

$$\bar{y}_2 = h - \bar{y}_1$$

$$S_{1,2} = I/\bar{y}_{1,2}$$

$$r^2/\bar{y}_{1,2} = I/A\bar{y}_{1,2}$$

donde,

x_{i+1} es la coordenada X del vértice considerado.

x_i es la coordenada X del vértice anterior al considerado.

y_{i+1} es la coordenada Y del vértice tomado.

- Y_i es la coordenada y del vértice anterior al tomado
 A es el área
 \bar{X} es la coordenada x del centroide.
 \bar{Y} es la coordenada y del centroide.
 I_x es el momento de inercia alrededor del eje x .
 I_y es el momento de inercia alrededor del eje y .
 $I_{\bar{x}}$ es el momento de inercia alrededor del eje x trasladado al centroide.

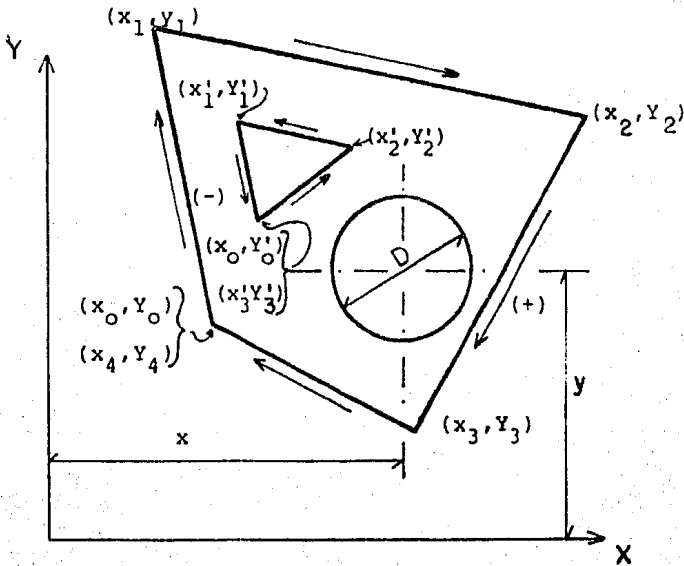


Figura 4-3. Sentido de introducción de datos de secciones poligonales.

En el cálculo de las propiedades de secciones compuestas fundamentalmente se lleva a cabo el mismo procedimiento descrito anteriormente; sin embargo, el concreto colado en sitio, ya sea para el colado de un firme o de un patín en compresión no posee las mismas propiedades elásticas bajo condiciones normales, ya que la

calidad del concreto colado en sitio no es tan alta como la de los elementos presforzados precolados. Este efecto es tomado en consideración mediante el empleo de la sección transformada al ser calculadas las propiedades de la sección compuesta, por el producto de la relación de módulos que tiene cada concreto y el ancho actual que se supone efectivo para el patín o el área con que cuenta el firme, según sea el caso. De esta manera las ecuaciones que intervienen en el cálculo de la sección compuesta son:

$$I_{\bar{x}c} = I_{\bar{x}} + I_{\bar{x}f} + A(\bar{y}_c - y)^2 + nA_f(\bar{y}_c - y_f)^2; \bar{y}_c = \frac{nA_f \bar{y}_f + A\bar{y}}{nA_f + A}$$

$$I_{\bar{y}c} = I_{\bar{y}} + I_{\bar{y}f} + A(\bar{x}_c - \bar{x})^2 + nA_f(\bar{x}_c - \bar{x}_f)^2; \bar{x}_c = \frac{nA_f \bar{x}_f + A\bar{x}}{nA_f + A}$$

$$y \quad n = \frac{\sqrt{\frac{f'_{cf}}{f'_c}}}{\sqrt{\frac{f'_c}{f'_c}}}$$

donde "c" es el subíndice que indica las propiedades de la sección compuesta, así como f se refiere a las propiedades -- que corresponden al firme de concreto colado en sitio, y "n" es igual a la relación modular.

4.2.2. Listado de programa.

Una vez planteadas las ecuaciones de cálculo, se procedió a la elaboración del programa, quedando éste como a continuación se presenta,

PRP *PROSECC
01*LBL *PROSECC*
02 17
03 XROM *SIZE?*

04*LBL a
05 SF 21
06 0
07 STO 00
08 STO 01
09 STO 02
10 STO 03
11 STO 04
12 STO 05

13*LBL b
14 0
15 STO 16
16 SF 00

17*LBL 20
18 RCL 12
19 STO 10
20 RCL 13
21 STO 11
22 FIX 0
23 CF 29
24 *X*
25 ARCL 16
26 *+=?*

27 ENG 3
28 SF 29
29 TONE 9
30 PROMPT
31 STO 12
32 *Y*
33 FIX 0
34 CF 29
35 ARCL 16
36 *+=?*

37 PROMPT
38 STO 15

39 1
40 ST+ 16
41 FS?C 00
42 GT0 20
43 RCL 12
44 RCL 10
45 +
46 STO 03
47 RCL 13
48 RCL 11
49 -
50 STO 07
51 *
52 2
53 /
54 ST- 00
55 12
56 /
57 RCL 12
58 RCL 10
59 -
60 STO 06
61 X12
62 RCL 00
63 X12
64 +
65 *
66 ST- 04
67 RCL 06
68 RCL 11
69 RCL 13
70 +
71 STO 09
72 *
73 24
74 /
75 RCL 09
76 X12
77 RCL 07
78 X12
79 +
80 *
81 ST+ 03
82 RCL 06
83 RCL 09
84 RCL 07
85 X12
86 ?

87 /
88 X1Y
89 X12
90 +
91 *
92 0
93 /
94 ST+ 02
95 RCL 07
96 RCL 08
97 RCL 06
98 X12
99 3
100 /
101 X1Y
102 X12
103 +
104 *
105 0
106 /
107 ST- 01
108 RCL 12
109 RCL 11
110 +
111 RCL 10
112 RCL 13
113 *
114 -
115 ENTER+
116 ENTER+
117 +
118 /
119 RCL 00
120 *
121 RCL 10
122 RCL 12
123 *
124 RCL 12
125 X12
126 STO 09
127 +
128 RCL 10
129 X12
130 ST+ 09
131 +
132 RCL 07
133 *
134 -

134 0
135 /
136 +
137 *
138 RCL 05
139 8
140 /
141 RCL 06
142 *
143 RCL 07
144 X12
145 *
146 +
147 RCL 06
148 X=07
149 /
150 ST+ 05
151 GTD 20

152*LBL A
153 XE0 02
154 ADV

155 *CENTROIDES*

156 AVIEW
157 *X=
158 ARCL X
159 AVIEW
160 *Y=
161 ARCL Y
162 AVIEW
163 *AREA=
164 ARCL 00
165 AVIEW
166 RTH

167*LBL 02
168 RCL 02
169 RCL 00
170 /
171 STO 10
172 RCL 01
173 RCL 00
174 /
175 STO 11
176 RTH

177*LBL B
178 RCL 03

179 RCL 04
180 RCL 05
181 *ORIGINALES*

182*LBL 11
183 ADV
184 *EJES*
185 AVIEW
186 *IX=
187 ARCL Z
188 AVIEW
189 *IY=
190 ARCL Y
191 AVIEW
192 *IXY=
193 ARCL X
194 AVIEW
195 RTH

196*LBL C
197 XE0 03
198 RCL 12
199 RCL 13
200 RCL 14

201 *CENTROIDALES*

202 GTD 11

203*LBL 03
204 XE0 02
205 RCL 05
206 RCL 00
207 RCL 10
208 RCL 11
209 *
210 *
211 -
212 STO 14
213 ENTER1
214 +
215 RCL 04
216 RCL 11
217 X12
218 RCL 00
219 *
220 -
221 STO 13
222 RCL 10
223 X12

224 RCL 00
225 *
226 CHS
227 RCL 03
228 +
229 STO 12
230 -

231 XROM *ATANY/X*
232 RTH

233*LBL D
234 SF 01
235 XE0 03
236 STO 15
237 2
238 /

239 *PRINCIPAL*

240 XE0 06
241 RCL 15
242 2
243 /
244 *Z=
245 ARCL X
246 AVIEW
247 RTH

248*LBL 06
249 1
250 P-R
251 X12
252 STO 10
253 RCL 12
254 *
255 X(Y)
256 X12
257 STO 11
258 RCL 13
259 *
260 +
261 RCL 15
262 SIN
263 RCL 14
264 *
265 -
266 STO 06
267 LASTX
268 RCL 10

269 RCL 13
270 *
271 +
272 RCL 11
273 RCL 12
274 *
275 +
276 ST+ 06
277 RCL 12
278 RCL 13
279 -
280 2
281 /
282 RCL 15
283 SIN
284 *
285 RCL 15
286 COS
287 ST+ 14
288 CLX
289 RCL 14
290 +
291 FS? 01
292 CLX
293 STO 11

294*LBL F
295 CF 01
296 *YOUNG*
297 ENTER↑
298 +
299 STO 15
300 RDH
301 STO 12
302 RDH
303 STO 15
304 XEQ 02
305 *
306 RCL 00
307 *
308 CHS
309 RCL 05
310 +
311 RCL 13
312 RCL 11
313 -
314 RCL 12
315 0PI 10

316 -
317 *
318 RCL 00
319 +
320 +
321 STO 14
322 RCL 12
323 X12
324 RCL 12
325 RCL 10
326 *
327 2
328 *
329 -
330 RCL 00
331 *
332 RCL 03
333 +
334 STO 12
335 RCL 13
336 X12
337 RCL 13
338 RCL 11
339 *
340 2
341 *
342 -
343 RCL 00
344 *
345 RCL 04
346 +
347 STO 13
348 RCL 15
349 2
350 /
351 XEQ 06
352 *J=*
353 ARCL 06
354 AVIEW
355 RTN

356*LBL c
357 ENTER↑
358 ABS
359 *
360 PI
361 *

362 4
363 /
364 STO 06
365 ST+ 08
366 ENTER↑
367 ABS
368 *
369 PI
370 /
371 4
372 /
373 STO 07
374 RDH
375 STO 08
376 RDH
377 STO 09
378 RT
379 *
380 RCL 06
381 +
382 ST+ 05
383 RCL 07
384 RCL 06
385 RCL 08
386 X12
387 *
388 +
389 ST+ 03
390 RCL 07
391 RCL 06
392 RCL 09
393 X12
394 *
395 +
396 ST+ 04
397 RCL 06
398 RCL 09
399 *
400 ST+ 01
401 RCL 06
402 RCL 02
403 *
404 ST+ 02
405 CLX
406 RTN
407 .END.

4.2.3. Instrucciones de uso.

La secuencia o forma en que los datos serán introducidos u obtenidos de manera correcta y ordenada a la máquina será el objetivo de este inciso, describiéndose a continuación una serie de pasos que conducen a una fácil aplicación del programa.

1. Inicio del programa (Tecla "a"). Esta tecla permite el borrar cualquier sección existente y comienza una nueva secuencia en la introducción de datos.
2. Entrada de la coordenada x del vértice inicial con la tecla R/S.
3. Entrada de la coordenada y del vértice inicial con la tecla R/S.
4. Introducción de las coordenadas (x,y) del siguiente vértice en el sentido de las manecillas de un reloj. Nuevamente con la tecla R/S.
5. Se repite el paso 4 para cada punto del polígono, incluyendo el punto inicial.
6. Para restar subsecciones dentro de la sección, se hará uso de la tecla "b" y se continuará en el paso 2, pero en sentido contrario a las manecillas de un reloj.
7. Para la suma de subsecciones dentro de la sección se utilizará la tecla "b" y regresándose al paso 2.
8. Con la tecla "c" se podrán sumar o restar cualquier área circular, con la introducción de las coordenadas del centro del círculo y su diámetro, ya sea éste po-

sitivo para su adición o negativo para su eliminación.

9. Salida de resultados:

Tecla

- | | |
|---|---------------------------------------------------------------------|
| A | centroide y área |
| B | Propiedades con respecto al eje original. |
| C | Propiedades obtenidas alrededor del eje -- trasladado al centroide. |

4.3. ELEMENTOS MECANICOS (MOMENTO FLEXIONANTE Y FUERZA CORTANTE) ACTUANTES EN UNA VIGA Y DEFLEXIONES.

Una vez conocidas las propiedades geométricas de la viga se procederá, con la ayuda de este programa, a determinar las fuerzas y momentos internos que se generan por la aplicación de las -- cargas exteriores, ya sean permanentes como el peso propio de la viga, o vivas como lo son en su mayoría las cargas adicionales impuestas, así como las deflexiones que igualmente estas cargas producen.

De manera semejante que en el cálculo de las propiedades de la sección, este programa se encuentra elaborado de acuerdo a -- las definiciones que a continuación se describen, tomando en consideración las distintas combinaciones de cargas en diferentes condiciones de sujeción o apoyo, y concretamente, la determinación de -- sus valores máximos.

- a) Fuerza cortante en una sección de viga. Es la resultante no equilibrada de las fuerzas exteriores actuantes, siendo su valor la suma de las componentes verticales de las fuerzas exteriores que actúan a uno u -- otro lado de la sección. Esta definición y determinación del valor de la fuerza cortante conduce a la expresión analítica $V = (\Sigma V)$.

- b) Momento flexionante. El momento flexionante es la suma de los momentos de todas las fuerzas que actúan en la porción de la viga a la izquierda o a la derecha de la sección, respecto al eje perpendicular al plano de las fuerzas, y que pasa por el centroide de la sección considerada, que se expresa de manera analítica como $M = (\sum M)_{\text{izq.}} = (\sum M)_{\text{der.}}$.
- c) La deflexión o deformación de una viga se define como el cambio de forma que sufre ésta a consecuencia de una acción externa llamada también carga. La deformación de una viga se suele expresar en función de la flecha, originándose desde la posición no deformada (eje neutro de la sección) hasta la posición adoptada por la superficie neutra de la viga deformada, llamándose a la figura seguida por la superficie neutra deformada curva elástica de la viga. El desplazamiento "y" es la flecha de la viga, y θ será el giro angular de la curva elástica. Por lo general se hace necesario el determinar la flecha "y" y el giro " θ " para cada valor de x a lo largo de la viga, pudiéndose escribir estas relaciones en forma de ecuación (como se muestra a continuación) en donde ésta es llamada ecuación de la curva deformada (o elástica) de la viga.

4.3.1. Ecuaciones aplicadas por el programa.

En seguimiento a las definiciones expuestas para los elementos mecánicos internos en una viga y de acuerdo a las distintas condiciones de sujeción y carga a la que pueden estar sometidos -- (ilustradas por las figuras 4-4 y 4-5), se procedió a establecer una serie de ecuaciones obtenidas por la referencia (3) con las cuales poder desarrollar el programa que proporcione dichos elementos mecánicos en cualquier punto a lo largo de la viga.

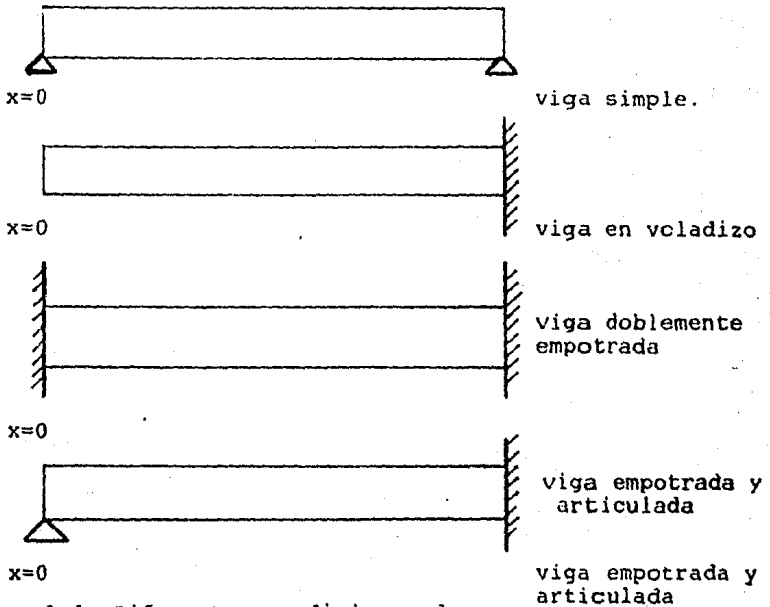


Figura 4-4. Diferentes condiciones de apoyo que se tienen en una viga.

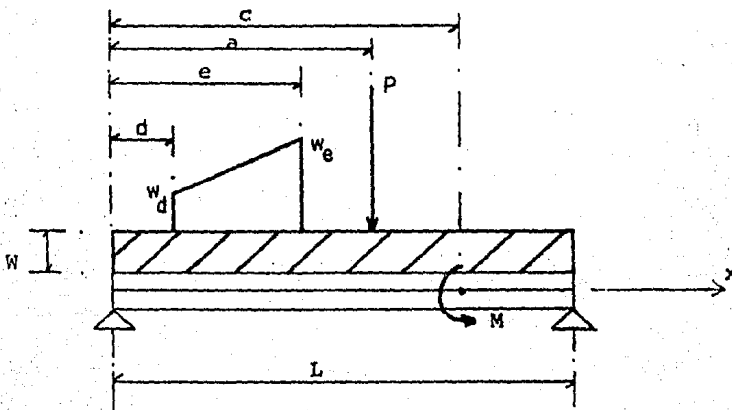


Figura 4-5. Diversas condiciones de carga en una viga.

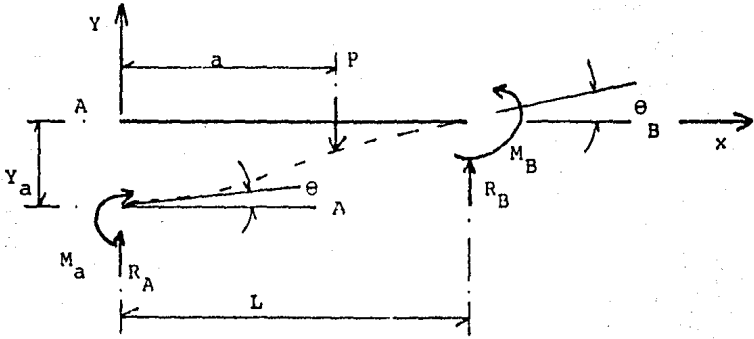
Convención de signos.

	Sentido	Signo
Momento interno		(+)
Cortante		(+)
Fuerza externa o carga		(+)
Momento externo		(+)

Ecuaciones

Carga	Condiciones de apoyo				
		(1)	(5)	(9)	(13)
		(2)	(6)	(10)	(14)
		(3)	(7)	(11)	(15)
		(4)	(8)	(12)	(16)

Ecuaciones: 1, 5, 9, 13.



Cortante $V = R_A - P \langle x - a \rangle^0$

Momento $M = M_A + R_A x - P \langle x - a \rangle$

Pendiente $\theta = \theta_A + \frac{M_A x}{EI} + \frac{R_A x^2}{2EI} - \frac{P}{2EI} \langle x - a \rangle^2$

Deflexión $Y = Y_A + \theta x + \frac{M_A x^2}{2EI} + \frac{R_A x^3}{6EI} - \frac{P}{6EI} \langle x - a \rangle^3$

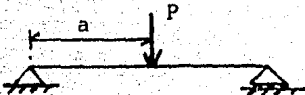
ecuaciones 1

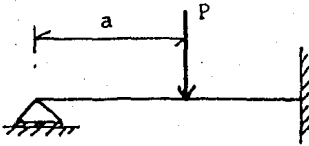
$$R_A = \frac{P}{L} (L - a) ; M_A = 0$$

$$R_B = \frac{Pa}{L} ; M_B = 0$$

$$\theta_A = - \frac{Pa}{6EI} (2L - a)(L - a) ; Y_A = 0$$

$$\theta_B = \frac{Pa}{6EI} (L^2 - a) ; Y_B = 0$$



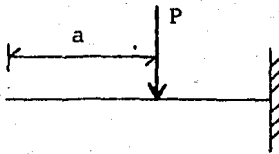
ecuaciones 5

$$R_A = \frac{P}{2L^3} (L - a)^2 (2L + a) ; M_A = 0$$

$$R_B = \frac{Pa}{2L^3} (3L^2 - a^2) ; \theta_B = 0$$

$$\theta_A = -\frac{Pa}{4EI} (L - a)^2 ; Y_A = 0$$

$$M_B = \frac{Pa}{2L^2} (L^2 - a^2) ; Y_B = 0$$

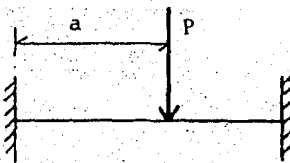
ecuaciones 9

$$R_A = 0 ; M_A = 0 ; \theta_A = \frac{P(L-a)^2}{2EI}$$

$$Y_A = -\frac{P}{6EI} (2L^3 - 3L^2a + a^3)$$

$$R_B = P ; M_B = -P(L - a)$$

$$\theta_B = 0 ; Y_B = 0$$

ecuaciones 13

$$R_A = \frac{P}{L^3} (L - a)^2 (L + 2a)$$

$$M_A = -\frac{Pa}{L^2} (L - a)^2$$

$$R_B = \frac{Pa^2}{L^3} (3L - 2a) ; \theta_A = 0 ; Y_A = 0$$

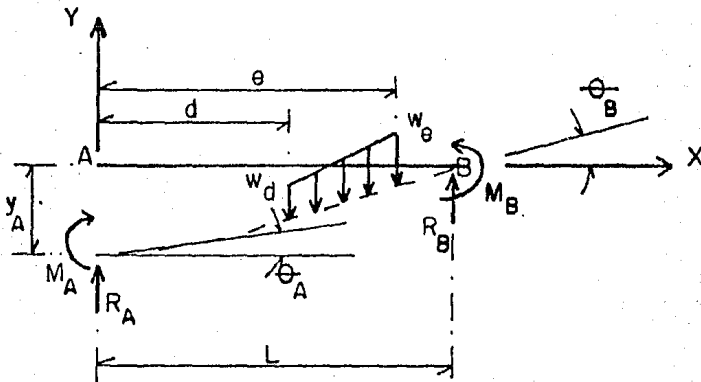
$$M_B = -\frac{Pa^2}{L^2} (L - a) ; \theta_B = 0 ; Y_B = 0$$

en donde:

$$\left. \begin{aligned} \langle x - a \rangle^0 &= 0 \\ \langle x - a \rangle^n &= 0 \end{aligned} \right\} \text{ Si } x < a$$

$$\left. \begin{aligned} \langle x - a \rangle^0 &= 1 \\ \langle x - a \rangle^n &= (x - a)^n \end{aligned} \right\} \text{ Si } x > a$$

Ecuaciones: 2, 3, 6, 7, 10, 11, 14, 15



$$\text{Cortante } V = R_A - w_d \langle x - d \rangle - \frac{w_d e^{-w_d}}{2(e-d)} \langle x - d \rangle^2$$

$$\text{Momento } M = M_A + R_A x - \frac{w_d}{2} \langle x - d \rangle^2 - \frac{w_d e^{-w_d}}{6(e-d)} \langle x - d \rangle^3$$

$$\text{Pendiente } \theta = \theta_A + \frac{M_A x}{EI} + \frac{R_A x^2}{2EI} - \frac{w_d}{6EI} \langle x - d \rangle^3$$

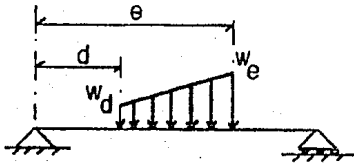
$$- \frac{w_d e^{-w_d}}{24EI(e-d)} \langle x - d \rangle^4$$

$$\text{Deflexión } Y = y_A + \theta_A x + \frac{M_A x^2}{2EI} + \frac{R_A x^3}{6EI} - \frac{w_d}{24EI} \langle x - d \rangle^4 -$$

$$-\frac{(w_e - w_d)}{120EI(e-d)} \langle x - d \rangle^5$$

ecuaciones 2 y 3

(en 2 $w_e = w_d$)



$$R_A = \frac{w_d}{2L}(e-d)^2 + \frac{w_e - w_d}{6L}(e-d)^2$$

$$M_A = 0 ; Y_A = 0$$

$$\theta_A = -\frac{w_d}{24EIL}(e-d)^2(e^2 + 2de - d^2) - \frac{w_e - w_d}{360EIL}(e-d)^2(7e^2 + 6de - 3d^2)$$

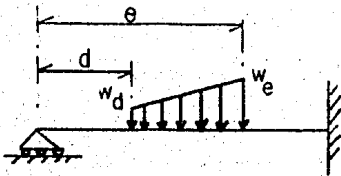
$$R_B = \frac{w_d + w_e}{2}(e-d) - R_A$$

$$\theta_B = \frac{w_d}{24EIL}(e^2 - d^2)^2 + \frac{w_e - w_d}{360EIL}(e-d)^2(8e^2 + 9de + 3d^2)$$

$$M_B = 0 ; Y_B = 0$$

ecuaciones 6 y 7

(en 6 $w_e = w_d$)



$$R_A = \frac{w_d}{8L^3}(e-d)^3(3e+d) + \frac{w_e - w_d}{40L^3}(e-d)^3(4e+d)$$

$$\theta_A = -\frac{w_d}{48EIL}(e-d)^3(e+3e) - \frac{w_e - w_d}{240EIL}(e-d)^3(2e+3d) ; M_A = 0 ; Y_A = 0$$

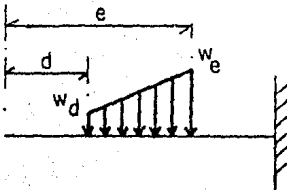
$$R_B = \frac{w_d + w_e}{2}(e-d) - R_A$$

$$M_B = R_A L - \frac{w_d}{2} (e-d)^2 - \frac{w_e - w_d}{6} (e-d)^2$$

$$\theta_B = 0 ; Y_B = 0$$

ecuaciones 10 y 11

(en 10 $w_e - w_d$)



$$R_A = 0 ; M_A = 0$$

$$\theta_A = \frac{w_d}{6EI} (e-d)^3 + \frac{w_e - w_d}{24EI} (e-d)^3$$

$$Y_A = -\frac{w_d}{24EI} (e-d)^3 (3e+d) - \frac{w_e - w_d}{120EI} (e-d)^3 ($$

$$(4e + d)$$

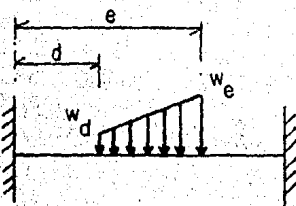
$$R_B = \frac{w_d + w_e}{2} e (e - d)$$

$$M_B = -\frac{w_d}{2} (e-d)^2 - \frac{w_e - w_d}{6} (e-d)^2$$

$$\theta_B = 0 ; Y_B = 0$$

ecuaciones 14 y 15

(en 14 $w_d - w_e$)



$$R_A = \frac{w_d}{2L^3} (e-d)^3 (e+d) + \frac{w_e - w_d}{20L^3} (e-d)^3 (3e+2d)$$

$$M_A = -\frac{w_d}{12L^2} (e-d)^3 (e+3d) - \frac{w_e - w_d}{60L^2} (e-d)^3 (2e+3d)$$

$$\theta_A = 0 ; Y_A = 0$$

$$R_B = \frac{w_e + w_d}{2} (e-d) - R_A$$

$$M_B = R_A L + M_A - \frac{w_d}{2} (e-d)^2 - \frac{w_e - w_d}{6} (e-d)^2$$

$$\theta_B = 0 ; Y_B = 0$$

en donde:

$$\langle x - d \rangle = 0$$

Si $x < d$

$$\langle x - d \rangle^n = 0$$

$$\langle x - d \rangle^0 = 1$$

Si $x > d$

$$\langle x - d \rangle^n = (x - d)^n$$

$$\langle x - e \rangle = 0$$

Si $x > e$

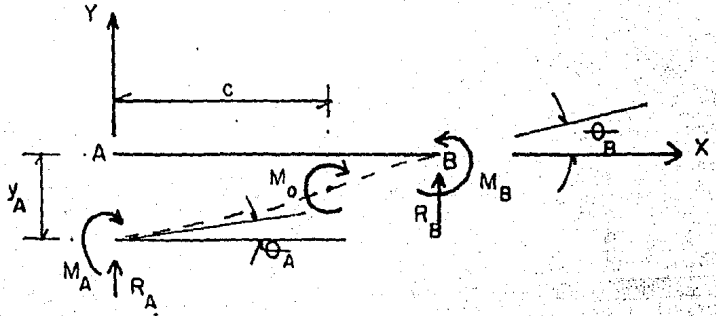
$$\langle x - e \rangle^n = 0$$

$$\langle x - e \rangle^0 = 1$$

Si $x < e$

$$\langle x - e \rangle^n = (x - e)^n$$

Ecuaciones: 4, 8, 12, 16



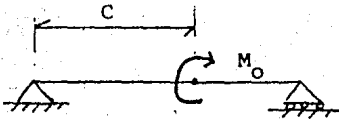
Cortante $V = R_A$

Momento $M = M_A + R_A x + M_0 \langle x - c \rangle^0$

Pendiente $\theta = \theta_A + \frac{M_A x}{EI} + \frac{R_A x^2}{2EI} + \frac{M_O}{EI} \langle x - c \rangle$

Deflexión $Y = Y_A + \theta_A x + \frac{M_A x^2}{2EI} + \frac{R_A x^3}{6EI} + \frac{M_O}{2EI} \langle x - c \rangle^2$

ecuaciones 1



$$R_A = -\frac{M_O}{L}$$

$$\theta_A = -\frac{M_O}{6EIL} (2L^2 - 6cL + 3c^2)$$

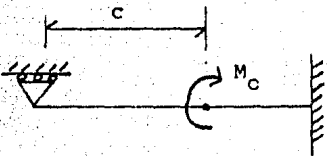
$$M_A = 0 ; Y_A = 0$$

$$R_B = -\frac{M_O}{L}$$

$$\theta_B = \frac{M_O}{6EIL} (L^2 - 3c^2)$$

$$M_B = 0 ; Y_B = 0$$

ecuaciones 8



$$\theta_A = \frac{M_O}{4EIL} (L - c)(3c - L)$$

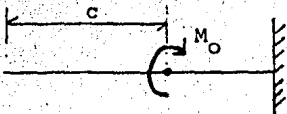
$$M_A = 0 ; Y_A = 0 ; R_A = -\frac{3M_O}{2L^3} (L^2 - c^2)$$

$$R_B = \frac{3M_O}{2L^3} (L^2 - c^2)$$

$$M_B = \frac{M_O}{2L^2} (3c^2 - L^2)$$

$$\theta_B = 0 ; Y_B = 0$$

ecuaciones 12



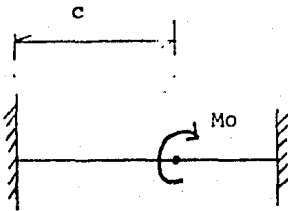
$$R_A = 0 ; M_A = 0$$

$$\theta_A = -\frac{M_O(L-c)}{EI}$$

$$Y_A = \frac{M_0(L^2 - c^2)}{2EI} ; R_B = 0 ; M_B = M_0$$

$$\theta_B = 0 ; Y_B = 0$$

ecuaciones 16



$$R_A = -\frac{6M_0c}{L^3}(L - c)$$

$$M_A = -\frac{M_0}{L^2}(L^2 - 4cL + 3c^2)$$

$$\theta_A = 0 ; Y_A = 0$$

$$R_B = -R_A$$

$$M_B = \frac{M_0}{L^2}(3c^2 - 2cL)$$

$$\theta_B = 0$$

$$Y_B = 0$$

en donde

$$\langle x - c \rangle^0 = 0$$

si $x < c$

$$\langle x - c \rangle^n = 0$$

$$\langle x - c \rangle^0 = 1$$

si $x > c$

$$\langle x - c \rangle = (x - c)^n$$

4.3.2. Listado de Programa.

HP-41.

PRF *SIMPLE*
01*LBL *SIMPLE*
02 1
03 GTO 00
04*LBL *CANT*
05 2
06 GTO 00
07*LBL *EMPSIT*
08 3
09 GTO 00
10*LBL *DEMP*
11 4
12*LBL 00
13 23
14 XROM *SIZE*
15 RDN
16 RDN
17 STO 11
18 *L=?*
19 PROMPT
20 STO 09
21 20.019
22*LBL **AI*
23 STO 12
24 STO 19
25 SF 21
26 *E-I*
27 PROMPT
28*LBL a
29 *
30 STO 03
31 RTN
32*LBL b
33 *+L*
34 ENTER†

35 ENTER†
36 STO 14
37 .002
38 GTO 00
39*LBL c
40 **P*
41 GTO 01
42*LBL e
43 **M*
44*LBL 01
45 ENTER†
46 STO 14
47 .003
48 GTO 00
49*LBL d
50 **W*
51 STO 14
52 RDN
53 .005
54*LBL 00
55 STO 13
56 CLX
57 RCL 12
58 ST+ 13
59 CLX
60 RCL 14
61 RSTO IND 13
62 ISG 13
63*LBL 14
64 SF 25
65 RT
66 STO IND 13
67 FC?C 25
68 GTO 00
69 ISG 13
70 GTO 14
71 RCL 13
72 STO 12
73 CLX
74 RTN
75*LBL 00

76 KUL 12
77 6
78 +
79 *SIZE*
80 INT
81 ARCL X
82 PROMPT
83*LBL E
84 CF 00
85*LBL 00
86 XEQ IND 11
87 FS? 00
88 ADV
89 FC? 00
90 PROMPT
91 FS? 00
92 AVIEW
93 FS? 00
94 ADV
95 8
96 STO 13
97 *L*
98 XEQ 00
99 2
100 STO 13
101 *E+I*
102 XEQ 00
103 FS? 00
104 ADV
105 XEQ 15
106*LBL 13
107 FS? 00
108 ADV
109 CLA
110 ARCL IND 13
111 *FI*
112 RSTO X
113 XEQ IND X
114 ISG 13
115 GTO 13
116 FS? 00
117 RTN
118 PROMPT
119 GTO E

120*LBL *+P1*
121 *F*
122 GTO 00

123*LBL *+P1*
124 *G*
125 XEQ 00
126 *F*
127 GTO 00

128*LBL *+P1*
129 *G*
130 XEQ 00
131 *M*
132 GTO 00

133*LBL **M1*
134 *d*
135 XEQ 00
136 *Hd*
137 XEQ 00
138 *e*
139 XEQ 00
140 *We*

141*LBL 00
142 *F=*
143 ISG 13

144*LBL 00
145 RCL IND 13
146 ARCL IND 13
147 FC? 00
148 PROMPT
149 FS? 00
150 AVIEW
151 STO IND 13
152 RTN

153*LBL 01
154 *SIMPLe*
155 RTN

156*LBL 02
157 *CG-T*
158 RTN

159*LBL 03
160 *SIMPLe*

161 RTN

162*LBL 04
163 *DEFP*
164 RTN

165*LBL 17
166 RCL 19
167 INT
168 RCL 12
169 I
170 -
171 INT
172 I ES
173 /
174 +
175 STO 13
176 RTN

177*LBL H
178 CF 01
179 GTO 00

180*LBL I
181 SF 01

182*LBL 00
183 SF 02
184 GTO 01

185*LBL F
186 CF 01
187 GTO 00

188*LBL G
189 SF 01

190*LBL 00
191 CF 02

192*LBL 01
193 SF 00
194 ADV
195 XEQ 00
196 AVIEW
197 *X INCT*
198 PROMPT
199 nbc

200 STO 15
201 I E99
202 STO 00
203 CHS
204 STO 01
205 CLX
206 STO 06

207*LBL 10
208 ADV
209 *X=*
210 ARCL 06
211 AVIEW
212 XEQ 01
213 RCL 00
214 RCL 01
215 RCL Z
216 X>Y?
217 STO 01
218 X<Y
219 RDN
220 X<=Y?
221 STO 00
222 RCL 10
223 ST+ 05
224 RCL 09
225 RCL 06
226 X<=Y?
227 GTO 10
228 XEQ 03
229 CLX
230 STO 04
231 STO 08
232 STO 06
233 RCL 01
234 RCL 00
235 X*Y?
236 GTO 00
237 X#0?
238 GTO 02
239 I
240 STO 01
241 CHS
242 STO 00
243 GTO 00

244*LBL 02
245 R

246 X??	291*LBL A
247 X<Y	292 CF 01
248 STO 00	293*LBL 00
249 X<Y	294 CF 21
250 STO 01	295 CF 02
251*LBL 00	296*LBL 01
252 RCL 00	297 STO 06
253 X)0?	298 CLX
254 STO 04	299 STO 04
255 RCL 01	300 XEQ 15
256 X<0?	301*LBL 06
257 STO 04	302 RCL IND 1?
258 XROM -PRPLTP*	303 ISG 13
259 ENG 3	304 RCL IND 13
260 RCL 13	305 STO 16
261 STO 11	306 XEQ IND Y
262 ADY	307 ST+ 04
263 CLD	308 ISG 13
264 RTH	309 GTO 06
265*LBL "BEAM"	310 RCL 04
266 RCL 13	311 "MX"
267 STO 11	312 FS? 01
268 RCL 06	313 "V"
269 CF 21	314 FS? 02
270 XEQ 01	315 GTO 00
271*LBL 03	316 RCL 03
272 RCL 11	317 /
273 STO 13	318 "Y"
274 "BEAM"	319 FS? 01
275 RDN	320 "4"
276 ASTO 11	321*LBL 00
277 RTH	322 "I="
278*LBL D	323 ARCL X
279 SF 01	324 RVIEW
280 GTO 02	325 SF 21
281*LBL C	326 RTH
282 CF 01	327 .END.
283*LBL 00	
284 CF 21	
285 SF 02	
286 GTO 01	

4.3.3. Instrucciones de uso.

1. Selección de las condiciones de apoyo

XEQ	simple	simplemente apoyada
	cant	en cantiliver
	EMPSIM	empotrada y simplemente apoyada
	DEMP	Doble empotramiento

2. Longitud de la viga $L=?$ (R/S).

3. Cargas actuantes.

carga	Instrucción de entrada
Uniformemente dis- tribuida (w)	b
Puntual	
a	ENTER ↑
p	c
Trapezoidal	
d	ENTER ↑
w_d	ENTER ↑
e	ENTER ↑
w_e	d
Momento	
C	ENTER ↑
M	e

4. Introducción en el registro x , el valor de x (distancia a partir del origen donde se quiera obtener el momento seguido de la tecla C o el cortante con D, así como las teclas A, B, para obtener la deflexión y la pendiente respectivamente.

5. Para realizar nuevamente los cálculos, con las mismas cargas bastará con regresar al paso 4, y si se quisiera la adición de ellas, bastará con volver al paso 3.

4.4. CALCULO DE LA FUERZA DE PRESFUERZO Y EXCENTRICIDAD.

El diseño en sí de los elementos presforzados consta --- principalmente del conocimiento o cálculo de la magnitud de la --- fuerza de presfuerzo y a su vez de la excentricidad requerida para ésta de manera óptima, es decir, los valores tanto mínimo como --- máximos posibles respectivamente que garanticen el que los esfuerzos actuantes en una sección cualesquiera de una viga presforzada, producto de este par de valores calculados, no excedan los esfuerzos permisibles que les son asignados por diversos reglamentos como el del AASHTO, ACI, FREA (reglamentaciones americanas) y de importante aplicación en nuestro medio, el reglamento para el Distrito Federal (RDDF-76) tomando en cuenta también los esfuerzos inducidos por las cargas actuantes.

Una vez definidos en términos generales los procedimientos de cálculo de elementos presforzados y que es necesario tenerlos en mente para su diseño, se procederá a describir bajo los siguientes incisos las bases teóricas (adicionales expuestas en los capítulos anteriores) que sirvieron para la elaboración de este -- programa y que proporciona dentro de otras cosas la fuerza mínima y excentricidad máxima requeridas, ajustándose estos valores a las posiciones definitivas de los cables, revisión de los esfuerzos -- existentes en cualquier sección de la viga y el momento resistente contra el agrietamiento.

A. Esfuerzos permisibles en el concreto utilizados en -- los cálculos de diseño.

La gran mayoría de los criterios de diseño del concreto presforzado especifican los máximos esfuerzos permisibles iniciales o temporales, tanto en compresión como en tensión, así como -- también, el máximo esfuerzo final o permanente de compresión y de tensión. Este procedimiento generalmente es considerado como necesario o justificado por las siguientes razones:

1. Con el objeto de obtener una producción realista y -- económica en la elaboración de elementos de concreto.

presfuerzo, resulta necesario el que la aplicación del presfuerzo se realice antes de que el concreto alcance su resistencia mínima requerida a los 28 días. Debido a ello, es común que en la práctica la aplicación de la fuerza de presfuerzo en el concreto sea efectuada cuando la resistencia en el concreto es del orden de 280 kg/cm^2 , y no bajo la resistencia mínima requerida en el concreto a los 28 días, que generalmente es de 350 kg/cm^2 o más. Por lo tanto los esfuerzos permisibles iniciales o temporales son tomados como menores a los esfuerzos permanentes o finales permisibles en el concreto.

2. La fuerza inicial de presfuerzo es la máxima fuerza de presfuerzo a la que será sometido un elemento; sin embargo, esta fuerza se encuentra sujeta a una reducción de entre un 10 y 30% (como se describió en el capítulo de pérdidas); existiendo las pérdidas de manera inmediata a la aplicación del presfuerzo y requiriéndose de 3 años o más para que su valor alcance un máximo.
3. Los esfuerzos impuestos en el miembro por el presfuerzo son opuestos en dirección a aquellos provocados mediante las cargas de servicio, por lo que el presfuerzo normalmente conduce a pequeños esfuerzos de tensión en las fibras superiores y grandes esfuerzos de compresión en las fibras inferiores de vigas simples; sin embargo, una vez que las cargas de servicio actúan al mismo tiempo que el presfuerzo, se presenta una condición de esfuerzos en las fibras (tanto superior como inferior) de manera inversa a la que se presenta cuando el presfuerzo es aplicado únicamente.
4. Los esfuerzos resultantes de la fuerza de presfuerzo pueden ser a menudo controlados con gran precisión por el fabricante, a diferencia de la deficiencia en la predicción que el diseñador diere a las cargas im-

puestas a la estructura durante su servicio. Por esta razón y también las anteriores, es que se requiere un factor de seguridad que evite la falla en el concreto durante la aplicación del presfuerzo, y que no requiera ser tan alto como el necesario para las cargas de diseño.

5. En la revisión de los estados límite de servicio, las deformaciones y el agrietamiento bajo las condiciones de carga que pueden llegar a ser críticas durante el proceso constructivo y la vida útil de la estructura, no deberá excederse a los valores que en cada caso se consideran aceptables.

Una forma indirecta de lograr que el agrietamiento no sea excesivo y limitar las pérdidas de flujo plástico, es obligar a que los esfuerzos en condiciones de servicio se mantengan dentro de ciertos límites. Para este fin, al dimensionar o al revisar los esfuerzos bajo condiciones de servicio, puede usarse la teoría elástica del concreto y la sección transformada (en estas revisiones no se emplean secciones reducidas, esfuerzos reducidos ni tampoco factores de reducción).

Si se opta por limitar los esfuerzos (según RDDF-76), se considerarán los valores de los esfuerzos permisibles indicados en la sección de materiales del capítulo 2.

En una viga pretensada con tendones rectos los esfuerzos iniciales mayores ocurren cerca de los extremos donde se desprende el momento para la carga muerta que contrarreste el efecto del presfuerzo. Es por ello que los esfuerzos permisibles temporales para un miembro pretensado en la condición de transferencia pueden ser expresados matemáticamente como:

$$P = f_p A_p$$

$$\frac{P}{A} + \frac{P_e}{I} y_1 + \frac{M_i}{I} y_1 \leq f_{c,i} \quad \text{ec. (4-1)}$$

$$\frac{P}{A} + \frac{P_e}{I} y_2 + \frac{M_i}{I} y_2 \geq f_{t,i} \quad \text{ec. (4-2)}$$

donde: M_i es el momento producto de la carga muerta que actúa en la transferencia del presfuerzo (generalmente solo el peso propio de la viga), " f_p " es el esfuerzo inicial en acero de presfuerzo " A_p " es el área de los tendones, " A " es el área en el concreto, " e " es la excentricidad en el tendón y " y_2 y y_1 " son la distancia tanto hacia arriba como hacia abajo de las fibras con respecto al eje centroidal, respectivamente (los valores de " e " y " y " son positivos cuando se localizan por arriba del centro de gravedad de la sección. Si f_{pe} es el esfuerzo efectivo en los tendones y si M_{is} , M_a se designan como los máximos momentos totales provocados por las cargas de peso propio de la sección simple y del firme de la sección compuesta y por la carga adicional muerta y viva respectivamente (en la etapa de servicio), entonces las restricciones de los esfuerzos finales permisibles quedan expresadas matemáticamente como sigue:

$$P_e = f_{pe} A_p ; S_1 = I/Y_1 ; S_2 = I/Y_2$$

$$\frac{P_e}{A} + \frac{1}{S_1} (P_e e + M_{is} + M_a) \geq f_{t,s} \quad \text{ec. (4-3)}$$

$$\frac{P_e}{A} + \frac{1}{S_2} (P_e e + M_{is} + M_a) \leq f_{c,s} \quad \text{ec. (4-4)}$$

Para una supuesta sección de concreto y una relación entre el esfuerzo efectivo en el acero y su esfuerzo inicial $\beta = \frac{f_{pe}}{f_p}$ (coeficiente por pérdidas de presfuerzo); además habiendo calculado de antemano los valores de M_i , M_{is} , y M_a , se conocerán o se asumirán todos los términos de las ecuaciones 4-1 a 4-4 a excepción de " P y e " que vienen a ser incógnitas de estas ecuaciones. Ya que existe un número considerable de combinaciones de estos términos -

que normalmente satisfacen cada una de las cuatro ecuaciones, se tendrá que las combinaciones que satisfacen por completo todas ellas, se encuentran determinadas por la gráfica de cada una de estas ecuaciones, como se muestra en la figura 4-6. El área de esta figura indica las combinaciones de "P" y "e", que satisfacen las condiciones de los esfuerzos permisibles para la sección supuesta (diagrama de Magnel)

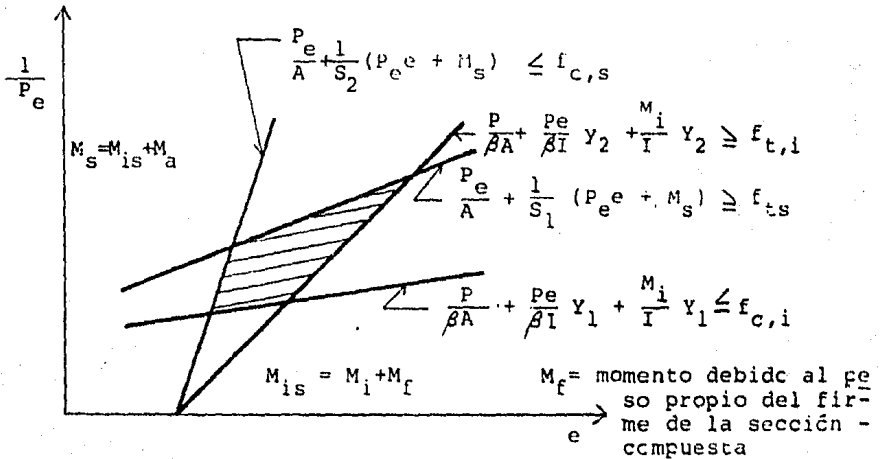


Figura 4-6. Solución gráfica de las 4 ecuaciones para obtener la fuerza de presfuerzo y excentricidad.

B. Limitaciones de las secciones presforzadas mediante tendones rectos.

Resulta aparente el que los tendones pretensados rectos y totalmente adheridos puedan ser únicamente utilizados en vigas prismáticas, en donde los máximos esfuerzos de flexión en las fibras inferiores a consecuencia de la carga total no excedan la suma del valor absoluto tanto de los esfuerzos permisibles de tensión y los esfuerzos finales en las fibras inferiores generados por el presfuerzo, o por la suma de los esfuerzos permisibles en tensión y de los de compresión. De manera semejante, los esfuerzos en la fibra superior pudieran estar limitados por la capacidad de la viga de sección prismática si los esfuerzos máximos de flexión en la

fibra superior ocasionados por la carga total, es mayor que la suma de los valores absolutos del esfuerzo permisible en compresión en condiciones de servicio del miembro y los esfuerzos de tensión por el presfuerzo efectivo último en la fibra superior.

Como resultado de estas limitaciones, normalmente se determinará si una sección específica de concreto puede ser empleada con tendones rectos sin calcular la magnitud y la excentricidad de la fuerza de presfuerzo, siendo únicamente necesario determinar los esfuerzos en la sección por efecto de la carga total y comparar estos valores con la suma de los esfuerzos permisibles apropiados.

C. Limitaciones de las secciones presforzadas por tendones curvos.

Al considerar los esfuerzos en la fibra inferior de cualquier sección específica de una viga simple presforzada con tendones curvos, resultará obvio el que los esfuerzos máximos resultantes de la aplicación de las cargas externas no deberán exceder la suma en valor absoluto (sin considerar su signo) de los esfuerzos provocados por la fuerza efectiva de presfuerzo y los esfuerzos permisibles en tensión para la condición de servicio. Adicionalmente, la suma algebraica de los esfuerzos que se proporcionan por la fuerza inicial del presfuerzo y por la condición mínima de carga, no serán mayores a los permisibles iniciales de compresión.

Los esfuerzos iniciales de tensión en las fibras superiores de vigas presforzadas con tendones curvos, normalmente no son críticas en la sección de máximo momento en vigas de una adecuada proporción.

Si los esfuerzos en las fibras superiores limitan el diseño de vigas con tendones curvos, este se deberá usualmente a los excesivos esfuerzos de compresión que se llegan a alcanzar durante las máximas condiciones de carga.

D. Determinación de la fuerza mínima de presfuerzo para tendones rectos.

Mediante un procedimiento de prueba y error para el diseño de miembros presforzados a flexión, con el conocimiento previo o suposición de la sección pueden ser determinados los esfuerzos, producto de las cargas externas y ser éstos comparados con los permisibles. Si estos esfuerzos resultantes de las cargas externas se sitúan dentro de límites prácticos, será necesario obtener la magnitud y excentricidad de la fuerza de presfuerzo requerida para desarrollar los esfuerzos netos elegidos en la sección de concreto. Cuando son utilizados tendones rectos en una viga simple y prismática sujeta a condiciones usuales de carga, los máximos esfuerzos bajo la mínima condición de carga (por lo general solamente la carga muerta de la viga) ocurren en los extremos de la viga donde se cuenta con algún momento por las cargas externas. Los máximos esfuerzos bajo la máxima condición de carga se sitúan muy cerca del centro del claro. Así por ejemplo, si se quisiera obtener la fuerza mínima de presfuerzo y por consiguiente su excentricidad máxima posible, bastará con limitar los esfuerzos de tensión durante la transferencia del presfuerzo y el estado de servicio.

E. Determinación de la fuerza mínima de presfuerzo para tendones curvos.

Como normalmente la carga muerta de la viga actúa simultáneamente con el presfuerzo, la excentricidad de éste puede ser mayor en el centro del claro que en sus extremos, sin que los esfuerzos netos en el concreto lleguen a ser mayores a los valores permisibles. Esta es la principal razón de la utilización de tendones curvos o recubiertos para evitar su adherencia, y porque este método da como resultado un momento variable de presfuerzo a lo largo de la longitud de la viga.

Los esfuerzos en el concreto resultantes de presfuerzo con tendones curvos, tendrán que ser analizados en puntos críticos.

Para miembros prismáticos, la magnitud de la fuerza de presfuerzo requerida con tendones curvos es determinada por las condiciones de esfuerzos en la posición del momento máximo. En miembros con un peralte variable, la magnitud de la fuerza de presfuerzo requerida puede estar controlada por las condiciones de la sección y no por la sección de máximo momento.

Para los detalles del diseño, la fuerza de presfuerzo será desarrollada por un número específico de tendones. Por razones de economía, resulta deseable el esforzar los tendones cerca de sus valores máximos permisibles.

F. Pérdidas de Presfuerzo.

Para la determinación del presfuerzo efectivo (de acuerdo al RDDP-76) se tomarán en cuenta las pérdidas de presfuerzo debidas a las siguientes causas:

(Vistas en el capítulo anterior)

- deslizamiento de los anclajes
- acortamiento elástico del concreto
- flujo plástico del concreto
- contracción del concreto
- relajación del esfuerzo en el acero
- pérdidas por fricción en el acero postensado ocasionadas por la curvatura intencional o accidental de los tendones,

siempre y cuando se cuente con la información necesaria para la valuación de cada pérdida, ya que la mayoría de éstas se determinan con base en datos experimentales. En caso contrario, se supondrá que en elementos pretensados la suma de las pérdidas será del 20% del presfuerzo inicial y que en elementos postensados, la suma de pérdidas (sin incluir las de fricción) será del 15% de dicho presfuerzo inicial.

Las pérdidas de fricción en acero postensado estarán basadas en la ecuación 3-8 y en los coeficientes de fricción, por desviación accidental y curvatura.

4.4.1. Ecuaciones manejadas por el programa.

De manera de poder hacer más general la aplicación del programa y facilitar su programación, se formularon una serie de ecuaciones basadas en los conceptos teóricos antes expuestos y para cada una de las modalidades de presfuerzo que se manejan en este trabajo, dejando para el siguiente inciso el criterio que se sigue para el diseño de elementos parcialmente presforzados.

I. Vigas pretensadas o tensadas mediante tendones rectos.

Como se habló anteriormente, estas poseen la característica de que sus secciones críticas se presenten tanto en sus extremos como en el centro de su claro para las condiciones de transferencia y de servicio respectivamente; siendo los esfuerzos de tensión los que rigen su diseño al no poder resistir el concreto estos esfuerzos de manera efectiva. De esta manera se tiene que mediante la igualación de las condiciones límites de los esfuerzos de tensión (ecuaciones 4-2 y 4-3) y considerando que se llegase a presentar el caso de que la viga fuera de sección compuesta y aligerada o sea de sección hueca, (figura 4-7) se desarrollaron las ecuaciones que proporcionan la fuerza de presfuerzo mínima y su correspondiente excentricidad máxima. Adicionalmente por medio de las ecuaciones 4-1 a 4-4 se realiza una revisión de los esfuerzos una vez conocidos la fuerza P de presfuerzo y la excentricidad " e ". Por último se obtiene el momento de agrietamiento al despejar el momento adicional de la ecuación 4-3 o 4-4 para ser comparado con el momento actuante, y obtener así un factor de seguridad contra el agrietamiento.

II. Vigas Pretensadas o tensadas mediante tendones curvos, desviados y envueltos o engrasados para evitar su adherencia en una porción de la viga.

Básicamente en estos casos de presfuerzos se seguirá con los mismos lineamientos de cálculo descritos anteriormente, considerando sin embargo, el que las secciones críticas para miembros postensados aparecen por lo general al centro del claro, siempre y cuando en este punto se presenten los máximos momentos actuantes. De acuerdo a ello, se analiza la condición más desfavorable para el diseño, cuando el elemento se encuentra sujeto a servicio y restringido por los esfuerzos permisibles de tensión en la parte inferior de la sección (ec. 4-3). Sin embargo, para miembros no prismáticos y miembros pretensados con tendones no adheridos o curvados, las secciones críticas pueden ocurrir cuando tiene lugar un cambio en el tamaño de la sección, magnitud de la excentricidad o dirección de la fuerza de presfuerzo, por lo que para estas condiciones será necesario hacer una revisión de sus esfuerzos adicional a la que se tendrá que realizar para la sección de máximo momento una vez efectuado el diseño.

ECUACIONES.

4.4.1.1. Determinación del módulo de sección.

Al comparar las condiciones de las ecuaciones (4-1) y (4-3) y las condiciones de (4-2) y (4-4) respectivamente, se pueden obtener expresiones para S_1 y S_2 , de la siguiente manera:

$$S_1 \geq \frac{M_s - \beta M_i}{\beta f_{c,i} - f_{t,s}} \quad \text{ec. (4-5)}$$

$$S_2 \geq \frac{M_s - \beta M_i}{f_{c,s} - \beta f_{t,i}} \quad \text{ec. (4-6)}$$

Si se especifica la resistencia del concreto en las condiciones de transferencia y servicio, suponiendo un valor para β puede en cada caso determinarse un valor para el denominador, lo cual no es tarea fácil.

En primer término M_s es el momento máximo de servicio en el claro, en tanto que el segundo término M_i , depende de la sección crítica en la transferencia, la que a su vez depende de la trayectoria del cable, como ya se comentó anteriormente. Siendo miembros de un solo claro simplemente apoyados los que estamos tratando, se supondrá que el momento máximo de servicio se presentará en el centro del claro; esto es:

$$M_s = M_{is} + M_a ; M_{is} = M_i + M_f$$

1) Postensado, trayectoria curva del cable.

La sección crítica de la transferencia será el centro del claro, de manera que substituyendo el valor de M_s en las expresiones 4-5 y 4-6 resultan:

$$S_1 \geq \frac{M_a + M_f + (1-\beta) M_i}{\beta f_{c,i} - f_{t,s}} \quad \text{ec. (4-7)}$$

$$S_2 \geq \frac{M_a + M_f + (1-\beta) M_i}{f_{c,s} - \beta f_{t,i}} \quad \text{ec. (4-8)}$$

2) Pretensado, todos los tendones rectos y totalmente adheridos.

La sección crítica en la transferencia ocurre cerca de los extremos de la viga donde el momento inicial es despreciable; esto es M_i en las expresiones 4-5 y 4-6 se hace igual a cero, por tanto:

$$S_1 \geq \frac{M_a + M_{is}}{\beta f_{c,i} - f_{t,s}} = \frac{M_s}{\beta f_{c,i} - f_{t,s}} \quad \text{ec. (4-9)}$$

$$S_2 \geq \frac{M_s}{f_{c,s} - \beta f_{t,i}} \quad \text{ec. (4-10)}$$

Si se supone que M_{is} es una proporción de M_a , entonces se podrán hallar los valores de S_1 y S_2 para la sección simple, además de S_{1c} y S_{2c} para la sección compuesta.

Resultará extraño el que para encontrar una sección adecuada, habrá que suponer un valor para el momento flexionante en el centro del claro debido a su peso propio, pero en todo diseño de concreto presforzado deben hacerse algunas suposiciones con el fin de obtener una sección conveniente. En caso de utilizar el método arriba expuesto, será posible verificar de manera rápida si la suposición para M_{is} es o no realista.

Dependiendo de la forma de la viga requerida, ya sea rectangular, I simétrica, etc., puede encontrarse ahora una sección adecuada y calcularse el momento en el centro del claro, debido al peso propio. Se compara con el valor supuesto y se llevan a cabo las modificaciones en lo que sea necesario.

4.4.1.2. Fuerza de presfuerzo y excentricidad.

Habiéndose determinado una sección, el siguiente paso será encontrar una P y una e adecuadas. Estas pueden hallarse gráficamente (como se comentó anteriormente) dibujando un diagrama, conocido comúnmente como el diagrama de Magnel.

Un método alternativo y aplicado en el programa es mediante el uso de las condiciones límites de los esfuerzos de tensión, que son las expresiones 4-2 y 4-3. La solución de estas 2 condiciones, dará un valor mínimo de P y un máximo de e , como se desarrollará a continuación:

Así por ejemplo en la figura 4-2 que corresponde al de una tableta presforzada, se especifican los términos que son utilizados en la deducción de las siguientes ecuaciones:

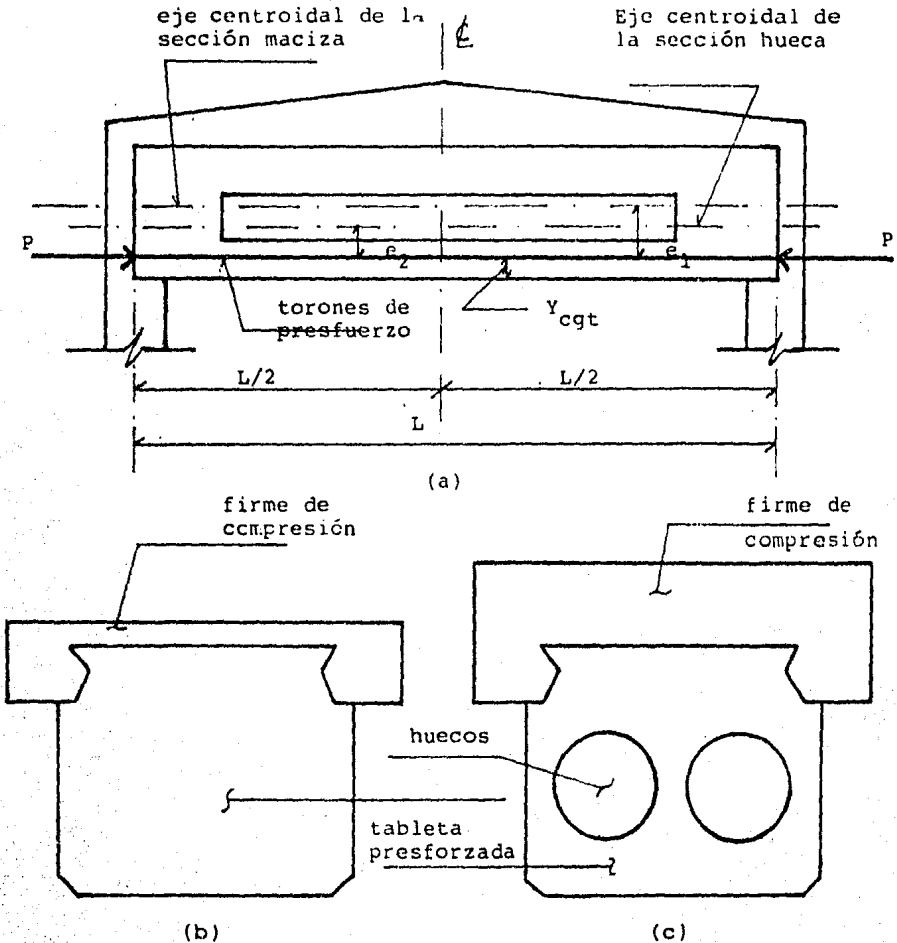


Figura 4-7. Tableta presforzada de sección compuesta y aligerada
 a) Corte longitudinal, b) Corte transversal en el extremo, c) Corte transversal en el centro.

Ecuaciones que proporcionan los esfuerzos máximos de tensión:

$$e_1 = Y_{im} - Y_{cgt}$$

$$\implies e_1 = Y_{im} - Y_{ih} + e_2 \quad \text{ec. (4-11)}$$

$$e_2 = Y_{ih} - Y_{cgt}$$

$$\frac{P}{A_m} - \frac{Pe_1}{S_{2m}} + \frac{M_i}{S_{2m}} = f_{t,i} \quad \text{ec. (4-12)}$$

$$\beta \left(\frac{P}{A_h} + \frac{Pe_2}{S_{1h}} \right) - \frac{M_{ib}}{S_{1h}} - \frac{M_a}{S_{1ch}} = f_{t,s} \quad \text{ec. (4-13)}$$

Resolviendo el sistema de ecuaciones para "P" y "e" se llega a que

$$P_{\min} = \frac{A_h A_m [(M_{is} - \beta M_i) + (S_{1h} f_{t,s}) + (\beta f_{t,i} S_{2m})]}{\beta [A_m S_{1h} + A_h (S_{2m} - A_m Y_{im} + A_h Y_{ih})]} + \frac{M_a A_h A_m S_{1h}}{\beta S_{1ch} [A_m S_{1h} + A_h (S_{2m} - A_m Y_{im} + A_h Y_{ih})]} \quad \text{/ec. (4-14)}$$

$$e_{1 \max} = \frac{S_{2m}}{A_m} + \frac{M_i - f_{t,i} S_{2m}}{P} \quad \text{ec. (4-15)}$$

$$e_{2 \max} = e_{1 \max} + Y_{ih} - Y_{im} \quad \text{ec. (4-16)}$$

$$e_{2 \min} = -\frac{S_{1h}}{A_h} + \frac{M_i + f_{t,s} S_{1h}}{\beta P} + \frac{M_a S_{1h}}{\beta P S_{1ch}} \quad \text{ec. (4-17)}$$

$$e_{1 \min} = e_{2 \min} + Y_{im} - Y_{ih} \quad \text{ec. (4-18)}$$

en donde: "m" y "h" son subíndices que se refieren a la sección maciza y aligerada respectivamente, "c" es el subíndice referido a la sección compuesta, y "y_i" es la distancia medida desde el extremo inferior de la sección al eje centroidal (puede ser tomada tanto para la sección maciza, como para la aligerada).

Se podrá ahora seleccionar un tendón adecuado en el catálogo del fabricante, siempre que el peralte de la sección sea suficiente para permitir una excentricidad de e_{\max} , además del recubrimiento. Quizás será difícil seleccionar un tendón que cumpla exactamente con la fuerza requerida, por lo que posiblemente se tendrá que hacer ajustes, de manera que el producto de P y e se mantenga igual.

Si e_{\max} es mayor que la excentricidad disponible en la sección, se utiliza e_{\max} disponible para hallar valores de P en las ecuaciones 4-2 y 4-3, y posteriormente se seleccionará un valor adecuado que deberá quedar entre los obtenidos. Sustituyendo el valor de la e_{\max} disponible, se obtienen los valores de P siguientes:

$$P_{1 \max} = \frac{A_m (S_{2m}^f t_{t,i} - M_i)}{S_{2m} - A_m e_1} \quad \text{ec. (14-19)}$$

$$P_{2 \min} = \frac{A_h (S_{1h}^f t_{t,s} + M_i)}{\beta (S_{1h} + A_h e_2)} + \frac{M_a A_h S_{1h}}{\beta S_{1h} (S_{1h} + A_h e_2)} \quad \text{ec. (4-20)}$$

4.4.1.3. Límites de las posiciones de los cables:

Las expresiones 4-2 y 4-3 son generales y se pueden aplicar a cualquier sección a lo largo de la viga. Hasta el momento solo se ha considerado la sección en que se presenta la máxima flexión. En otras secciones, el momento flexionante será menor y como P permanece constante (o virtualmente así ocurre), e deberá modificarse, de tal manera que los criterios se satisfagan. Esto significa comúnmente que los esfuerzos de tensión se mantengan dentro de los límites permisibles. De tal forma que las expresiones 4-2 y 4-3 queden escritas de la siguiente forma:

$$e_{1 \max} \leq \frac{S_{2m}}{A_m} + \frac{M_i - f_{t,i} S_{2m}}{P} \quad \text{ec. (4-21)}$$

$$e_2 \max \leq e_1 \max + Y_{ih} - Y_{im} \quad \text{ec. (4-22)}$$

$$e_2 \min \geq \frac{S_{1h}}{A_h} + \frac{M_{is} + f_{t,s} S_{1h}}{P} + \frac{M_a S_{1h}}{\beta P S_{ich}} \quad \text{ec. (4-23)}$$

$$e_1 \min \geq e_2 \min + Y_{im} - Y_{ih} \quad \text{ec. (4-24)}$$

Si se recuerda que S_1/A y S_2/A son respectivamente los límites inferior y superior del núcleo central, que como se dijo en el capítulo II corresponden a los límites de la línea de presión, y solo son función de las dimensiones de la sección, puede verse por lo tanto que los valores de e_1 y e_2 variarán de acuerdo al momento, es decir, que M_1 para e_1 y que M_{is} , M_a para e_2 son las únicas variables en las expresiones.

Con objeto de trazar los límites a lo largo de toda la longitud de la viga, será necesario calcular los momentos en puntos a lo largo de ésta.

Los límites de los cables serán como se muestran y si se usan valores exactos de P y e_{\max} las curvas se tocarán en el punto de flexión máxima.

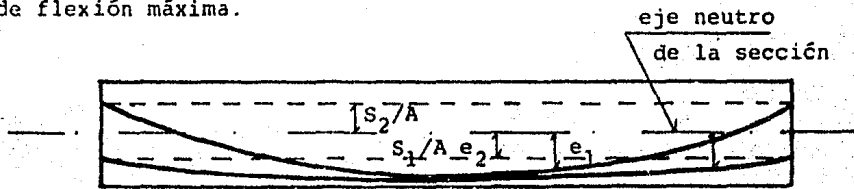
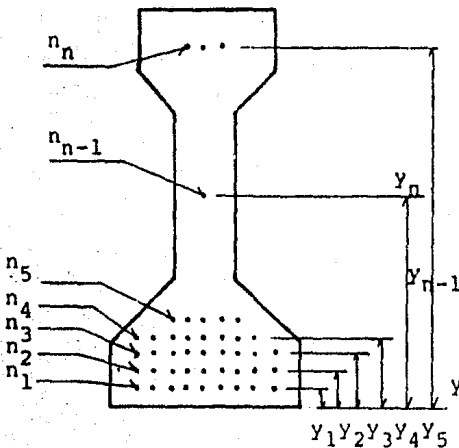


Figura 4-8. Límites en la posición de los cables.

Para una viga pretensada con tendones rectos totalmente adheridos sin admisión de tensión (como puede verse en la expresión 4-21), el límite inferior del cable es el límite inferior del núcleo central, S_2/A , ya que M_1 es cero en la sección crítica cerca del extremo.

Con ayuda de lo anterior, podrá dibujarse dentro de determinados límites, una trayectoria del cable que normalmente tendrá la forma de un paraboloide. Si se llegara a utilizar un solo cable, éste será colocado en dicha trayectoria, pero si se utilizara más de uno, la trayectoria será el centro de la fuerza en los cables, ya que los cables mismos pueden ser los límites exteriores

El centro de los cables de presfuerzo, se encuentra determinado por la siguiente expresión:



$$\text{si } y_{im} > y_{ih}$$

$$y_{cgtmax} = y_{ih} - e_{2min}$$

$$\text{o si } y_{im} < y_{ih}$$

$$y_{cgtmax} = y_{im} - e_{1min}$$

$$\text{si } y_{im} > y_{ih}$$

$$y_{cgtmin} = y_{ih} - e_{2max}$$

$$\text{o si } y_{im} < y_{ih}$$

$$y_{cgtmin} = y_{im} - e_{1max}$$

$$y_{cgt} = \frac{(y_1^{n_1} + y_2^{n_2} + \dots + y_n^{n_n})}{N}$$

ec. (4-25)

Figura 4-9. Localización del centro de gravedad de los tendones.

4.4.1.4. Momento resistente en la sección contra el agrietamiento.

Para calcular el momento para el cual se produce el agrietamiento de la sección presforzada y conocer de esta manera el factor de seguridad que se llegase a tener en el elemento para evitar su agrietamiento, se despejará de las ecuaciones 4-3 y 4-4 el término del momento adicional calculado una vez conocidas la

fuerza de presfuerzo y excentricidad actuantes, de esta manera se tiene que:

$$M_{Ra} = \left[\beta \left(\frac{P}{A_h} + \frac{Pe_2}{S_{1h}} \right) - \frac{M_{is}}{S_{1h}} - f_{t,s} \right] / S_{1ch} \quad \text{ec. (4-26)}$$

$$M_{Ra} = \left[\beta \left(-\frac{P}{A_h} + \frac{Pe_2}{S_{2h}} \right) - \frac{M_{is}}{S_{2h}} + f_{c,s} \right] / S_{2ch} \quad \text{ec. (4-27)}$$

y $F.S. = \frac{M_{Ra}}{M_a} \quad \text{ec. (4-28)}$

en donde: M_{Ra} .- Es el momento resistente al agrietamiento una -- vez conocidas la fuerza de presfuerzo y la excentricidad finales.

M_a .- Es como se había definido anteriormente el momento adicional al que se ve sometido el -- elemento.

4.4.1.5. Cálculos.

Los cálculos que se realizan en las ecuaciones hasta -- aquí desarrolladas solo son de tipo preliminar y no representan la totalidad del asunto. Se ha supuesto un valor de β , (relación de fuerza efectiva en el tendón después de las pérdidas y la fuerza en la transferencia), y así mismo el que la fuerza de presfuerzo "P" es constante en toda la longitud de cable. Todo lo anterior fue necesario para poder llegar a una trayectoria del cable, sin embargo, debido al rozamiento entre el cable y el ducto, la fuerza de presfuerzo variará a lo largo del cable y, en caso de conocerse su curvatura, podrá determinarse la fuerza real en cualquier posición.

Es necesario efectuar cálculos (por medio de las ecs. -- 4-1 a 4-4) para verificar que, tanto la fuerza de presfuerzo seleccionada como la trayectoria del cable, satisfagan los esfuerzos -- permisibles en todas las secciones, en caso de no ser satisfactorias, tendrán que hacerse modificaciones a la fuerza y/o excentricidad.

Así, los miembros diseñados de esta manera resultan adecuados para condiciones de servicio, pero se requerirá de cálculos adicionales (como se verá en los siguientes programas que satisfagan la etapa de límite último (tanto a flexión como en cortante) y el estado límite de servicio en deflexiones.

El diseño de elementos presforzados, comprende un gran número de cálculos y pudiera darse la impresión de que es una materia que requiere de una buena precisión (como la proporcionada por el programa que a continuación se expone); sin embargo, en ocasiones se suelen presentar errores por la equivocada introducción de los datos o la falta de consideración de alguna condición especial que no contemple el programa; por lo que al diseñar estos elementos no se deberá perder de vista los principios básicos expuestos en los primeros capítulos. Los diagramas que muestran la distribución de los esfuerzos en una sección bajo varias condiciones, darán una impresión visual de lo que ocurre, en vez de confiar por entero en los números.

4.4.2. Listado del Programa.

PRP *PVE*
01+LBL *PVE*
02 RCL 15
03 5
04 CLRG
05 ADV
06 40
07 XEQ *SIZE*
08 ARCL X
09 SF 30

10+LBL A
11 CF 01
12 CF 04
13 FIX 5
14 *PRESF Y EXCENT*
15 PROMPT
16 *NIS*
17 PROMPT
18 STO 00
19 *D=?*
20 PROMPT
21 STO 01
22 *N1=?*
23 PROMPT
24 STO 02
25 *S1M1 S1H=?*
26 PROMPT
27 STO 03
28 RDN
29 *N11 111

30 *IIS*
31 PROMPT
32 STO 05
33 *FTI=?*
34 PROMPT
35 STO 06
36 *S2M1 S2H=?*
37 PROMPT
38 STO 07
39 RDN

40 STO 06
41 *AM1 AH=?*
42 PROMPT
43 STO 09
44 RDN
45 STO 10
46 *M2=?*
47 PROMPT
48 STO 11
49 *S1CM1 S1CH=?*
50 PROMPT
51 STO 12
52 RDN
53 STO 13
54 *S2CM1 S2CH=?*
55 PROMPT
56 STO 14
57 RDN
58 STO 15

59+LBL B
60 RCL 07
61 RCL 09
62 *
63 RCL 08
64 *
65 RCL 09
66 ENTER
67 RCL 10
68 *
69 +
70 RCL 10
71 *
72 RCL 03
73 RCL 09
74 *
75 *

77 *
78 STO 16
79 RCL 01
80 CHS
81 RCL 02
82 *
83 RCL 00
84 +
85 RCL 03
-- -- --

86 RCL 07
87 *
88 *
89 RCL 01
90 RCL 05
91 *
92 RCL 07
93 *
94 +
95 RCL 09
96 RCL 10
97 *
98 *
99 RCL 01
100 *
101 RCL 11
102 RCL 10
103 *
104 RCL 10
105 *
106 RCL 04
107 *
108 +
109 RCL 04
110 *
111 RCL 06
112 /
113 STO 17

114+LBL 01
115 RCL 07
116 RCL 05
117 *
118 CHS
119 RCL 02
120 *
121 *

123 RCL 07
124 RCL 10
125 /
126 *
127 STO 18
128 STO 07
129 RCL 05
130 RCL 25
131 *
132 RCL 07

132 -
134 STO 10
135 RCL 10

136*LBL 03
137 STO 11
138 RCL 09
139 X<Y
140 RCL 10
141 I
142 ENTER
143 X<Y
144 /
145 RCL 09
146 RCL 10
147 -
148 RCL 11
149 +
150 CHS
151 STO 10
152 STOP
153 RCL 11
154 STO 09
155 STOP

156*LBL 06
157 RCL 10
158 RCL 09
159 -
160 RCL 11
161 -
162 CHS
163 STO 09
164 STOP
165 RCL 11
166 STO 10
167 STOP
168 RCL 37
169 RCL 04
170 -
171 RCL 00
172 -
173 RCL 32
174 *
175 +
176 RCL 37
177 RCL 32
178 -

179 /
180 RCL 01
181 *
182 STO 00
183 RCL 27
184 RCL 05
185 *
186 RCL 01
187 +
188 *
189 STO 10
190 STOP
191 RCL 11
192 STO 09
193 STOP

194*LBL 02
195 RCL 10
196 RCL 09
197 -
198 RCL 11
199 -
200 CHS
201 STO 09
202 STOP
203 RCL 11
204 STO 10
205 STOP
206 RCL 37
207 RCL 04
208 *
209 RCL 00
210 -
211 RCL 32
212 *
213 /
214 RCL 37
215 RCL 32
216 -
217 /
218 RCL 05
219 *
220 STO 00
221 RCL 20
222 RCL 05
223 +
224 RCL 01
225 +

226 RCL 24
227 *
228 /
229 RCL 03
230 /
231 RCL 24
232 RCL 10
233 *
234 /
235 RCL 10
236 +
237 RCL 20
238 /
239 RCL 02
240 RCL 24
241 *
242 RCL 20
243 *
244 RCL 03
245 /
246 RCL 22
247 /
248 RCL 24
249 RCL 10
250 *
251 +
252 RCL 20
253 +
254 ST+ 00
255 RCL 00
256 /
257 2
258 /
259 STO 00
260 STOP

261*LBL 04
262 STO 11
263 CHS
264 I
265 ENTER
266 X<Y
267 /
268 RCL 00
269 I
270 +
271 STO 12
272 STOP

275 RCL 11
276 *
278 STO 06
279 STOP
277 GTO 05
278 STOP
279 RCL 05
280 *
281 RCL 20
282 +
283 RCL 01
284 +
285 RCL 03
286 /
287 RCL 06
288 /
289 +
290 RCL 02
291 RCL 28
292 *
293 RCL 03
294 RCL 06
295 /
296 RCL 22
297 /
298 RCL 23
299 RCL 24
300 /
301 -
302 STO 13
303 STOP
304 RCL 13
305 RCL 33
306 +
307 RCL 25
308 -
309 STO 14
310 STOP
311 RCL 33
312 X<Y
313 RCL 25
314 X12
315 X1Y?
316 SIN
317 RCL 25
318 RCL 13
319 -
320 STO 15

321 STOP
322 RCL 25
323 RCL 16
324 -
325 STO 16
326 STOP
327 *LBL 06
328 RCL 33
329 RCL 14
330 -
331 STO 15
332 STOP
333 RCL 33
334 RCL 09
335 -
336 STO 16
337 STOP
338 *LBL 05
339 XEQ *CLR*
340 STO 18
341 STO 20
342 STO 17
343 ST+ 18
344 STOP
345 STO 19
346 RCL 17
347 *
348 RCL 12
349 /
350 95
351 *
352 ST+ 20
353 RCL 12
354 X<Y
355 RCL 18
356 X<=Y?
357 COS
358 GTO 04
359 *LBL 09
360 RCL 20
361 X<Y
362 RCL 15
363 X1Y?
364 TAN
365 RCL 20

366 BEEP
367 RCL 15
368 STOP
369 GTO 05
370 RCL 16
371 1
372 X<Y
373 /
374 RCL 20
375 STOP
376 RCL 07
377 /
378 STO 03
379 RCL 06
380 RCL 01
381 /
382 STO 05
383 *S2*
384 XEQ 03
385 RCL 06
386 RCL 07
387 /
388 RCL 01
389 /
390 STO 01
391 *K1*
392 XEQ 03
393 RCL 01
394 *
395 RCL 00
396 /
397 STO 11
398 *K2*
399 XEQ 03
400 *LONGITUD*
401 PROMPT
402 STO 20
403 RCL 07
404 24
405 *
406 STO 10
407 RCL 20
408 X12
409 *
410 8
411 /
412 STO 12
413 RCL 13

414 *
415 10
416 *
417 RCL 12
418 10
419 *
420 -
421 RCL 10
422 RCL 11
423 *
424 RCL 14
425 +
426 /
427 STO 15
428 RCL 14
429 *
430 STO 16
431 RCL 12
432 10
433 *
434 RCL 16
435 /
436 RCL 11
437 /
438 STO 17
439 "e"
440 XEQ 03
441 "02?"
442 PROMPT
443 RCL 01
444 *
445 STO 19
446 "eMX="

447 XEQ 03
448 RCL 17
449 X<=Y?
450 GT0 09
451 RCL 19
452 STO 17
453 RCL 10
454 +
455 1
456 X<Y
457 /
458 RCL 15
459 *
460 10
461 *
462 *
463 "P="

500 RCL 17
509 *
510 PCL 04
511 /
512 +
513 RCL 12
514 10
515 *
516 RCL 04
517 /
518 -
519 CLA
520 ARCL 09

521*LBL 03
522 ARCL X
523 PROMPT
524 END

464 XEQ 03
465 RCL 14
466 *
467 STO 16
468 "PO="

469 XEQ 03
470 GT0 10

471*LBL 05
472 RCL 15
473 "P="

474 XEQ 03
475 RCL 16
476 "PO="

477 XEQ 03

478*LBL 10
479 "F10="

480 ASTO 09
481 XEQ 08
482 RCL 05
483 CHS
484 STO 04
485 "F20="

486 ASTO 09
487 XEQ 08
488 RCL 15
489 STO 16
490 RCL 13
491 STO 12
492 RCL 08
493 STO 04
494 "F1="

495 ASTO 09
496 XEQ 08
497 RCL 05
498 CHS
499 STO 04
500 "F2="

501 ASTO 09

502*LBL 08
503 RCL 16
504 CHS
505 RCL 07
506 /
507 RCL 16

4.4.3. Instrucciones de uso.

A. Determinación del módulo de sección.(XEQ DMOSE)

1. Por medio de la función R/S se introducirán los momentos actuantes y el supuesto por peso propio para una determinada sección elegida, así como los esfuerzos permisibles y el factor -- que toma en cuenta las pérdidas de presfuerzo.

FUNCIÓN DE ENTRADA	INTRODUCCION DE	APOYAR EN
R/S	M_i	R/S
	M_{is}	R/S
	M_a	R/S
	β	R/S
	$f_{t,i}$	R/S
	$f_{t,s}$	R/S
	$f_{c,i}$	R/S
	$f_{c,s}$	R/S

2. Habiéndose calculado ya las propiedades de una supuesta sección, éstas quedarán almacenadas en las memorias del programa y serán tomadas directamente en este para su revisión por las requeridas aquí calculadas, continuándose así con el paso 3, en caso de no ser así (por haber sido conocidas de antemano, será necesaria su introducción para poder ser revisadas y llegar a decidir si la sección resulta adecuada.

ETIQUETA	INTRODUCCION DE	APOYAR EN:
C'	S_1	ENTER
	S_2	C'

3. Con ayuda de la tecla B' se realizará el cálculo del módulo de sección necesario y su revisión con el propuesto, visualizándose de manera intermitente los valores de S_1 y S_2 propuestos, cuando éstos resulten menores que los requeridos y de manera

permanente en caso contrario. Los módulos de sección necesarios -- S_1 min y S_2 min serán obtenidos por la tecla D'.

4. Si se quisiera comparar nuevamente otros valores de -- S_1 y S_2 bastará con regresarse nuevamente al pasc 2.

B. Fuerza de presfuerzo y excentricidad. (XEQ Pye)

Para el cálculo de P y e bastará únicamente con apoyar -- sobre la tecla A, siempre y cuando se encuentren almacenados en -- las memorias los datos de las variables que son indispensables para ello, y que se logra por el seguimiento escalonado de los programas anteriores. De no ser así, estos datos serán almacenados o introducidos de la siguiente manera:

FUNCIÓN DE ENTRADA	INTRODUCCION	TECLA
ENTER y/o R/S	M_{is}	R/S
	β	R/S
	M_i	R/S
	S_{1m}, S_{1h}	ENTER ,R/S
	$f_{t,s}$	R/S
	$f_{t,i}$	R/S
	S_{2m}, S_{2h}	ENTER R/S
	A_r, A_h	ENTER ,R/S
	M_a	R/S
	S_{1cm}, S_{1ch}	ENTER ,R/S
	S_{2cm}, S_{2ch}	ENTER .R/S

2. Si la excentricidad calculada llegase a ser mayor que la disponible, ésta será tomada como la máxima posible de ser aplicada en el elemento y tendrá que ser incluida en la memoria del -- programa por medio de la etiqueta B, para obtener así su correspondiente fuerza de presfuerzo.

3. Para conocer los valores reales de "P" y "e" se introducirá (apoyando sobre C) la resistencia individual de los torones encontrándose así, su número, el esfuerzo real al que se encuentran sometidos y los valores máximos y mínimos de las excentricidades, para los cuales el centroide del acero de presfuerzo deberá quedar comprendido.

4. Apoyando sobre la tecla D se inicia la introducción de la tentativa y supuesta posición de los cables para la localización de su centroide y comprobación de que este caiga dentro de los límites calculados. De esta manera se logra hallar la fuerza de presfuerzo y excentricidad reales.

C. Revisión de los esfuerzos.

1. Durante la transferencia:

Etiqueta A: Comparación del esfuerzo permisible inicial en tensión y compresión con los que se presentan en esta condición.

2. Durante las cargas de servicio:

Etiqueta B: Comparación de esfuerzo permisible en servicio tanto en tensión como en compresión, con los ocasionados por las cargas últimas soportadas.

3. Con respecto al momento de agrietamiento.

Etiqueta D: Revisión del momento para el cual se presenta el agrietamiento de la sección, con respecto al adicional actuante, y cálculo del factor de seguridad contra el agrietamiento.

4.5. MOMENTO ULTIMO RESISTENTE.

Este programa determina la resistencia a flexión de --- miembros adheridos presforzados o parcialmente reforzados de concreto, de una sección cualesquiera, utilizando las propiedades de la curva esfuerzo-deformación del acero empleado; resultando con ello valores menos conservadores, pero más precisos de la resistencia a flexión de los obtenidos con la ecuación 2-17 del reglamento del ACI o del AASHTO. Adicionalmente este programa puede -- ser utilizado en miembros con tendones no adheridos con la sustitución del valor del esfuerzo en el acero, en la resistencia nominal a flexión (ecs. 2-18 y 2-19) en las ecuaciones para el momento resistente.

El programa se encuentra básicamente constituido de 2 - partes:

- A) Curva de esfuerzo-deformación del acero de presfuerzo.

La curva típica del esfuerzo contra deformación del ace ro de presfuerzo consiste de una parte lineal que corresponde a - la región elástica, una curva en la vecindad del punto donde se - localiza el esfuerzo nominal de fluencia, y por último de una par - te aproximadamente lineal del esfuerzo-deformación (figura 4-10) -- tendiente hacia la falla al mantenerse el valor del esfuerzo e in crementarse de manera excesiva la deformación (región plástica).

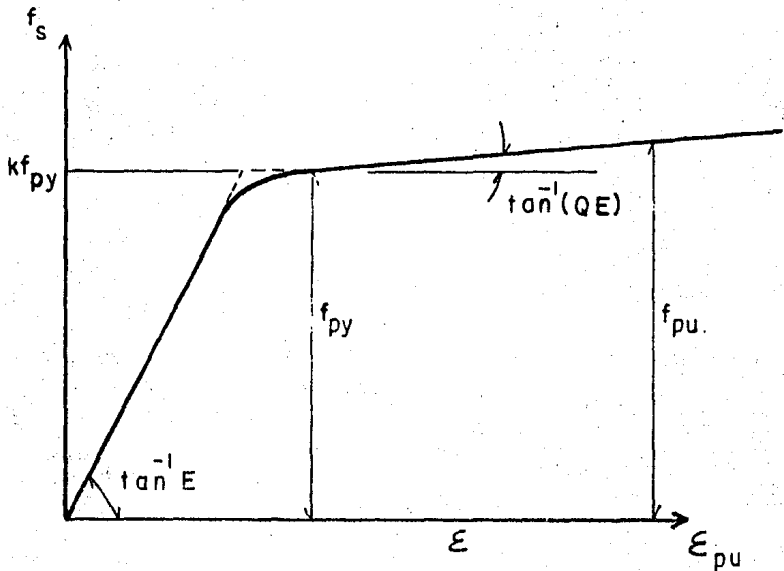


Figura 4-10. Idealización de la curva esfuerzo-deformación del acero de presfuerzo.

La ecuación que se utilizó para aproximar la curva de esfuerzo-deformación del acero de presfuerzo es la siguiente:

$$f_s = \epsilon E \left[Q + \frac{1-Q}{1 + \left(\frac{\epsilon E}{k f_{py}} \right)^R} \right]^{1/R} \quad \text{ec. (4-29)}$$

en donde

$$Q = \left(\frac{f_{pu} - k f_{py}}{\epsilon_{py} - k f_{py}} \right) \quad \text{ec. (4-30)}$$

K = coeficiente

f_{py} = resistencia especificada de fluencia del acero de presfuerzo sometido a tensión.

E = módulo de elasticidad del acero de presfuerzo

ϵ_{su} = deformación por la falla en tensión del acero de presfuerzo.

El coeficiente R se encuentra determinado al resolver la ecuación 4-29 para las condiciones en que $f_s = f_{py}$ y $\epsilon = 0.01$. De esta manera será posible (conociendo los parámetros K , Q , R) calcular el esfuerzo correspondiente a una deformación del 1% o menor para las curvas actuales del esfuerzo-deformación del acero de presfuerzo. Si para el acero de presfuerzo disponible se conoce la curva de esfuerzos contra deformaciones, el coeficiente K puede ser obtenido por la prolongación de los tramos lineales de la curva (ver figura 4-10), hasta su intersección en el punto correspondiente al valor de $K f_{py}$ con el cual se obtiene K . Si no se dispone de esta curva, puede ser razonable por ejemplo, el asumir un valor para K de 1.04 en el caso de torones formados por 7 alambres. La solución de la ecuación 4-29 para obtener R es llevada a cabo mediante una adaptación del método de Newton; en donde para que esta parte del programa resulte válida se debe cumplir que: $K f_{py} < f_{pu}$, $K f_{py} > 0.75 f_{pu}$.

B) Cálculo de la resistencia a flexión.

Mediante el cálculo de la resistencia a flexión son obtenidos los valores de la distancia desde la parte superior de la sección al eje neutro de los esfuerzos (c), las fuerzas tanto de compresión (C) y tensión (T) que actúan por encima y debajo del eje neutro respectivamente, los esfuerzos en el refuerzo presfuerzado (f_{ps}) y no presfuerzado (f_s) en la resistencia nominal, y la resistencia nominal a flexión de la sección (M_n). Como se mencionó en un principio el cálculo de la resistencia a la flexión se encuentra basado en las ecuaciones que se dedujeron en el capítulo 2 (ecuaciones 2-20 a 2-27) y propuestas por el reglamento del A.C.I-318-77, excepto por la consideración de los esfuerzos resul

tantes en el acero presforzado y no presforzados en la resistencia nominal de flexión calculados con la ecuación 4-29.

Tanto para el refuerzo presforzado como no presforzado, se supone que la curva de esfuerzos y deformaciones es la misma, siempre y cuando el acero no presforzado posea las mismas propiedades que el presforzado (que estos sean aceros de alta resistencia; y en el caso de contarse con aceros no presforzados ordinarios de baja resistencia, su esfuerzo actuante para el cálculo del momento nominal resistente será considerado igual al de su fluencia).

Para resolver el problema de encontrar la distancia del eje neutro (c), se utiliza un procedimiento iterativo debido a la complejidad de la ecuación de esfuerzos y deformaciones, y a la variación del ancho de las secciones, así una vez conocida la profundidad del bloque de esfuerzos en compresión de la sección, puede hallarse fácilmente la resistencia a flexión, sustituyendo su valor en la ecuación apropiada. De esta manera el procedimiento descrito, se puede resumir como sigue:

1. Se supone un valor para c (el cual es asignado automáticamente por el programa).
2. Se obtiene la deformación en el refuerzo de acuerdo al valor de c supuesto.
3. Cálculo de los esfuerzos en el refuerzo, correspondientes a las deformaciones, con la ayuda de la ecuación 4-29 y cálculo de la fuerza total de tensión " T ".
4. Cálculo de la fuerza resultante de compresión " C ".
5. Comparación de los valores de C y T . Si estos valores poseen una diferencia mayor al 0.1%, el valor de c se reajustará, y siguiendo un proceso cíclico iniciándose en el punto 1 nuevamente, se llegará a la aproximación marcada, con lo cual el valor de c es conocido.

6. Cálculo del momento último.

4.5.1. Ecuaciones.

El programa y las ecuaciones se encuentran desarrolladas para una variedad de secciones como las que se muestran en la figura 4-11, adicionalmente en la figura 4-12, se muestra la sección de una viga "T" simple y reforzada mediante tendones adheridos y las condiciones de esfuerzos y deformación a las que se encuentra sometida. Así se tiene que las ecuaciones correspondientes serán las siguientes:

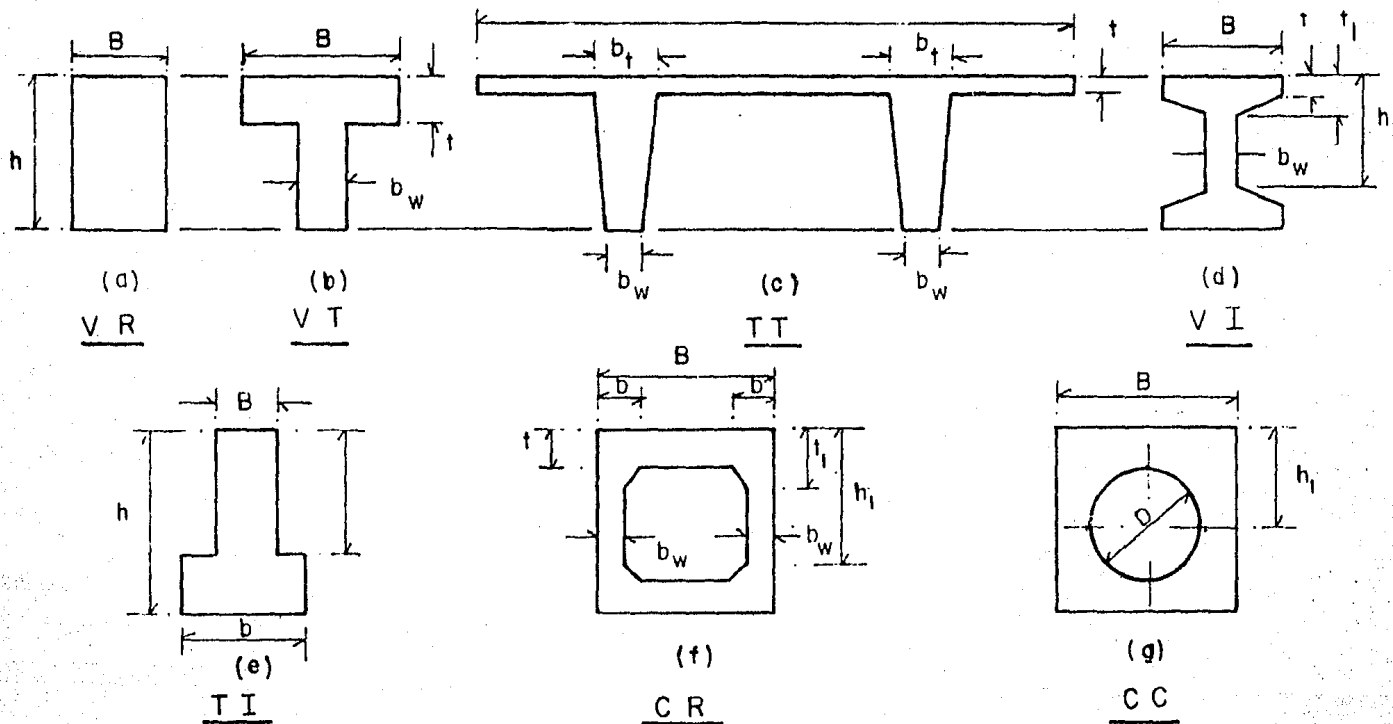


Figura 4-II. Diferentes tipos de secciones manejadas por el programa.

- a) Viga de sección rectangular (VR), b) Viga "T" (VT),
 c) Doble "T" (TT) d) Viga "I" (VI), e) Viga de sección
 "T" invertida (TI), f) Cajón con hueco rectangular (CR).
 g) Cajón con hueco circular. (CC)

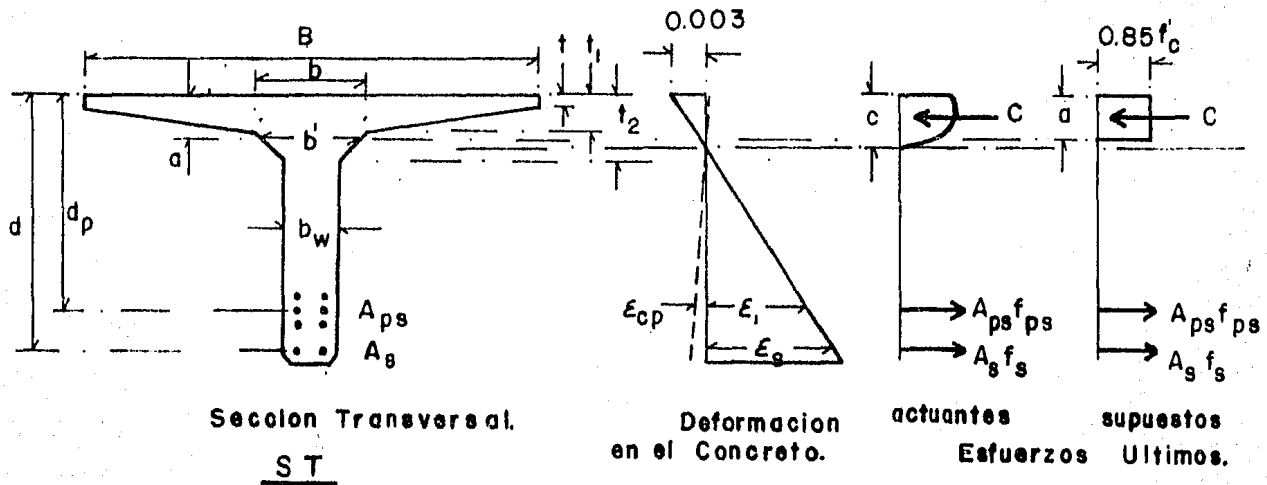


Figura 4-12. Viga de sección "T" (ST) y diagramas de deformación y esfuerzos bajo condiciones últimas de carga.

1) Fuerza de compresión en el concreto (C) para diversas localizaciones de c.

$$a \leq t \quad C = 0.85 f'_c B a \quad \text{ec. (4-31)}$$

$$t < a < t_1 \quad C = 0.85 f'_c \left[A_1 + (a-t) \left(B - \left(\frac{B-b}{2} \right) \left(\frac{a-t}{t_1-t} \right) \right) \right] \quad \text{ec. (4-32)}$$

$$t_1 < a < t_2 \quad C = 0.85 f'_c \left[A_2 + (a-t_1) \left(b - \left(\frac{b-b_w}{2} \right) \left(\frac{a-t_1}{t_2-t_1} \right) \right) \right] \quad \text{ec. (4-33)}$$

$$t_2 < a \quad C = 0.85 f'_c \left[A_3 + (a-t_2) b_w \right] \quad \text{ec. (4-34)}$$

donde: $A_1 = Bt$

$$A_2 = A_1 + \left(\frac{B+b}{2} \right) (t_1 - t)$$

$$A_3 = A_2 + \left(\frac{b+b_w}{2} \right) (t_2 - t_1)$$

2) Ecuaciones de la deformación:

$$\epsilon_{ps} = \epsilon_{se} + \epsilon_{ce} + \epsilon_{cu} ; \epsilon_{ps} = \epsilon_{se} + \epsilon_{ce} + 0.003(d_p - c)/c$$

ϵ_{se} = deformación en el acero de refuerzo provocado por el presfuerzo efectivo f_{se}

ϵ_{ce} = deformación en el concreto al nivel del acerc resultado del presfuerzo

debido a que ϵ_{ce} es muy pequeña comparada con ϵ_{se} y ϵ_{cu} , esta puede ser despreciada. Por lo que:

$$\epsilon_{ps} = \epsilon_{se} + 0.003 (d_p - c)/c \quad \text{ec. (4-35)}$$

la deformación del acero de refuerzo de alta resistencia no presfuerzado en la resistencia última de flexión, se calcula como:

$$\xi_s = 0.003 (d - c)/c \quad \text{ec. (4-36)}$$

3) Ecuaciones de los esfuerzos.

Los valores de los esfuerzos f_{ps} y f_s (para el acero presforzado y no presforzado respectivamente), podrán ser obtenidos de la ecuación 4-29, al sustituir en ella las deformaciones ξ_{ps} y ξ_s ; de esta manera la fuerza de tensión total en la sección se encuentra dada por la siguiente expresión:

$$T = A_{ps} f_{ps} + A_s f_s \quad \text{ec. (4-37)}$$

y de equilibrio se requiere que $C = T$.

4) Ecuaciones del momento último.

$$a < t; M_n = C(d_p - a/2) + A_s f_s (d - d_p) \quad \text{ec. (4-38)}$$

$$t < a < t_1; M_n = 0.85 f'_c \left[A_4 + \left(\frac{B+b'}{2} \right) (a-t) \left(d_p - t - \left(\frac{a-t}{3} \right) \left(\frac{B+2b'}{B+b'} \right) \right) \right] + A_s f_s (d - d_p) \quad \text{ec. (4-39)}$$

$$\text{donde: } b' = \left(B - \frac{(B-b)(a-t)}{(t_1 - t)} \right)$$

$$t_2 < a; M_n = 0.85 f'_c \left[A_6 + (a - t_2) (b_w) \left(d_p - \left(\frac{t_2 + a}{2} \right) \right) \right] + A_s f_s (d - d_p) \quad \text{ec. (4-40)}$$

$$\text{donde: } A_4 = (Bt) \left(d_p - \frac{t}{2} \right)$$

$$A_5 = A_4 + \left(\frac{B+b}{2} \right) (t_1 - t) \left(d_p - t - \left(\frac{t_1 - t}{3} \right) \left(\frac{B+2b}{B+b} \right) \right)$$

$$A_6 = A_5 + \left(\frac{b+b_w}{2} \right) (t_2 - t_1) \left(d_p - t_1 - \left(\frac{t_2 - t_1}{3} \right) \left(\frac{b+2t_w}{b+b_w} \right) \right)$$

4.5.2. Listado del programa.

PAP *MAYPRE
 04*LBL *MAYPRE
 02 CLAS
 03 ADV
 04 ST
 05 *STZEL
 06 ARCL X
 07 SF 23
 08 I
 09 -
 10 RCL IND 1
 11 FCP 21
 12 PROMPT
 13 CLD
 14 SF 13
 15 *MOMENT RESIST
 16 FS? 21
 17 PRA
 18 CF 13
 19 SF 12
 20 *MAYPRE
 21 AVIEW
 22 PSE
 23 CF 12
 24 SF 13
 25 *MOMENT RESIST
 26 FS? 21
 27 PRA
 28 CLD
 29 ADV
 30 CF 13
 31*LBL *D ACERO
 32 CF 22
 33 .000
 34 STO 28
 35 *IG
 36 NSTO Y
 37 *ACERO NUEVO ?
 38 AOH
 39 STOP
 40 ASTO 2

41 CLR
 42 AOFF
 43 Z-Y?
 44 GTO 03
 45 *DATOS DEL ACERO
 46 AVIEW
 47 PSE
 48 SF 13
 49 *FPY=
 50 XEQ 02
 51 *K=
 52 XEQ 02
 53 SF 13
 54 *FPU=
 55 XEQ 02
 56 SF 13
 57 *EPU=
 58 XEQ 02
 59 *E=
 60 XEQ 02
 61 *AST=
 62 XEQ 02
 63 CLD
 64*LBL 05
 65 FCP 22
 66 SF 00
 67 7.000
 68 STO 28
 69 *TIPO DE VIGA
 70 AOH
 71 STOP
 72 ASTO 29
 73 CLD
 74 AOFF
 75 SF 13
 76 *DP=
 77 XEQ 02
 78 *d=
 79*LBL 02
 80 PROMPT
 81 ARCL X
 82 STO IND 23
 83 FS? 21
 84 AVIEW
 85 CF 13
 86 ISG 28

87 RTH
 88 CLA
 89 9.014
 90 STO 28
 91 ADV
 92 *VIGA TIPO
 93 ARCL 29
 94 AVIEW
 95 PSE
 96 *1.=
 97 XEQ *a1
 98 *2.=
 99 XEQ *a1
 100 *3.=
 101 XEQ *a1
 102 *4.=
 103 XEQ *a1
 104 *5.=
 105 XEQ *a1
 106 *6.=
 107*LBL *a1
 108 PROMPT
 109 ARCL X
 110 STO IND 28
 111 FS? 21
 112 AVIEW
 113 ISG 20
 114 RTH
 115 CLD
 116 FS?C 00
 117 GTO 05
 118 RCL 02
 119 RCL 01
 120 RCL 00
 121 *
 122 -
 123 RCL 03
 124 RCL 04
 125 *
 126 RCL 01
 127 RCL 00
 128 *
 129 -
 130 /
 131 STO 18
 132 3
 133 STO 19

134 2
135 /
136 STO 23

137 LBL 04
138 .01
139 RCL 04
140 *
141 RCL 00
142 /
143 RCL 01
144 /
145 RCL 19
146 YXX
147 1
148 +
149 RCL 19
150 1/X
151 YXX
152 1
153 RCL 10
154 -
155 X<Y
156 /
157 .01
158 *
159 RCL 10
160 .01
161 +
162 +
163 RCL 00
164 RCL 04
165 /
166 -
167 X=0?
168 GTO "D ACERO"
169 RCL 30
170 X<Y
171 STO 30
172 -
173 1/X
174 RCL 30
175 *
176 RCL 23
177 +
178 STO 23
179 ST- 19
180 RCL 19

181 /
182 ACS
183 .001
184 X<Y?
185 GTO 04

186 LBL 05
187 0
188 STO 20
189 RCL 04
190 RCL 00
191 RCL 01
192 *
193 /
194 STO 23
195 "A1="
196 PROMPT
197 STO 05
198 ARCL X
199 AVIEW
200 "A2="
201 PROMPT
202 STO 06
203 ARCL X
204 AVIEW
205 ADV
206 "Fc="
207 PROMPT
208 STO 15
209 ARCL X
210 AVIEW
211 SF 13
212 "FSE="
213 PROMPT
214 ARCL X
215 AVIEW
216 CF 13
217 RCL 04
218 /
219 LASTX
220 +
221 STO 17
222 CF 21
223 "CALCULANDG"
224 AVIEW
225 1

226 LBL 01

227 STO 20
228 RCL 07
229 XE0 06
230 RCL 17
231 FRC
232 +
233 XE0 07
234 RCL 05
235 *
236 STO 22
237 RCL 06
238 X=0?
239 GTO 08
240 RCL 08
241 XE0 06
242 XE0 07
243 RCL 06
244 *

245 LBL 06
246 STO 34
247 ST+ 22
248 4
249 RCL 15
250 X<Y?
251 GTO 09
252 .85
253 GTO 10

254 LBL 09
255 8
256 X<Y?
257 GTO 11
258 4
259 RCL 15
260 -
261 .05
262 +
263 .85
264 +
265 GTO 10

266 LBL 11
267 .65

268 LBL 10
269 RCL 20
270 *
271 .85

271 STO 16
272 RCL 12
273 X<Y
274 X>Y?
275 GTO 12
276 RCL 09
277 *
278 GTO 13

279*LBL 12
280 RCL 13
281 X<Y
282 X>Y?
283 GTO 14
284 RCL 09
285 STO 30
286 RCL 10
287 STO 31
288 RCL 12
289 STO 32
290 RCL 13
291 STO 33
292 XEQ 15
293 XEQ 16
294 +
295 GTO 13

296*LBL 14
297 RCL 14
298 X<Y
299 X>Y?
300 GTO 17
301 RCL 18
302 STO 30
303 RCL 11
304 STO 31
305 RCL 15
306 STO 32
307 RCL 14
308 STO 33
309 XEQ 18
310 XEQ 15
311 +
312 GTO 13

313*LBL 17
314 XEQ 19
315 RCL 16
316 RCL 14

317 -
318 RCL 11
319 *
320 +

321*LBL 13
322 RCL 15
323 .85
324 *
325 +
326 STO 21
327 RCL 22
328 -
329 RCL 21
330 /
331 CHS
332 STO 30
333 ABS
334 .001
335 X>Y?
336 GTO 21
337 RCL 30
338 .7
339 *
340 1
341 +
342 RCL 20
343 *
344 GTO 31

345*LBL 16
346 RCL 09
347 RCL 12
348 *
349 RTN

350*LBL 18
351 XEQ 16
352 RCL 09
353 RCL 10
354 +
355 2
356 /
357 RCL 13
358 RCL 12
359 -
360 *
361 +

362 RTN

363*LBL 19
364 XEQ 18
365 RCL 10
366 RCL 11
367 +
368 2
369 /
370 RCL 14
371 RCL 13
372 -
373 *
374 +
375 RTN

376*LBL 15
377 RCL 16
378 RCL 32
379 -
380 STO 35
381 RCL 33
382 RCL 32
383 -
384 /
385 RCL 31
386 RCL 30
387 -
388 *
389 2
390 /
391 RCL 30
392 +
393 RCL 35
394 *
395 RTN

396*LBL 07
397 ENTER1
398 ENTER1
399 RCL 23
400 *
401 RCL 19
402 Y1X
403 1
404 +
405 RCL 19
406 1/X

407 11Z
408 1/Y
409 1
410 RCL 10
411 -
412 *
413 RCL 15
414 +
415 *
416 RCL 04
417 *
418 RCL 02
419 X<=Y?
420 RTN
421 X<>Y
422 RTN

423*LBL 06
424 RCL 20
425 -
426 LASTX
427 /
428 .003
429 *
430 RTN

431*LBL 21
432 RCL 22
433 RCL 34
434 -
435 RCL 05
436 /
437 STO 24
438 RCL 34
439 RCL 06
440 X=0?
441 GTO 22
442 /
443 STO 25

444*LBL 22
445 RCL 24
446 RCL 00
447 X<=Y?
448 GTO 0
449 ADV

450 "SOBRE REFORZADA"
451 AVIEW

452 P0E
453 CLD
454 GTO 0
455*LBL a
456 RCL 08
457 RCL 07
458 -
459 RCL 35
460 *
461 RTN

462*LBL b
463 RCL 30
464 RCL 31
465 2
466 *
467 +
468 RCL 30
469 RCL 31
470 +
471 /
472 RCL 33
473 RCL 32
474 -

475 3
476 /
477 *
478 RCL 33
479 -
480 RCL 34
481 +
482 RCL 32
483 RCL 33
484 -
485 *
486 2
487 /
488 RCL 36
489 RCL 31
490 +
491 *
492 RTN

493*LBL c
494 RCL 12
495 2
496 /
497 P0E

498
499 RCL 34
499 +
500 RCL 05
501 *
502 RCL 12
503 *
504 RTN

505*LBL d
506 RCL 09
507 STO 30
508 RCL 10
509 STO 31
510 RCL 13
511 STO 32
512 RCL 12
513 STO 33
514 XEQ b
515 XEQ c
516 +
517 RTN

518*LBL e
519 RCL 10
520 STO 30
521 RCL 11
522 STO 31
523 RCL 14
524 STO 32
525 RCL 13
526 STO 33
527 XEQ b
528 STO 29
529 XEQ d
530 RCL 29
531 +
532 RTN

533*LBL E
534 RCL 16
535 RCL 33
536 -
537 RCL 30
538 RCL 31
539 -
540 *
541 RCL 32
542 RCL 33

543 -
544 /
545 CHS
546 RCL 30
547 +
548 STO 31
549 PTN/

550*LBL 6
551 RCL 34
552 STO 35
553 RCL 07
554 STO 34
555 RCL 16
556 RCL 12
557 X<Y
558 X>Y?
559 GTO 28
560 2
561 /
562 CHS
563 RCL 34
564 +
565 RCL 21
566 *

567*LBL 23
568 XEQ 3
569 +
570 STO 26
571 STO 27
572 .9
573 ST* 26
574 12
575 /
576 ST* 27
577 ADV
578 SF 21
579 CLD
580 18.027
581 STO 28
582 FIX 4
583 0=
584 XEQ 27
585 *R=
586 XEQ 27
587 FIX 2
588 *C=
589

589 ADV 27
590 *C=
591 XEQ 27
592 *T=
593 XEQ 27
594 ISG 20
595 SF 13
596 *FPS=
597 XEQ 27
598 SF 13
599 *FS=
600 XEQ 27
601 *(K-IN).9M=
602 XEQ 27
603 *(K-F).9M=

604*LBL 27
605 ARCL IND 28
606 RVIEW
607 CF 13
608 ISG 20
609 RTN
610 CLD
611 CLA
612 0
613 STO 24
614 STO 25
615 FC? 55
616 CF 21
617 ADV
618 *FIN-LISTA*
619 PROMPT
620 GTO *D ACERO*

621*LBL 20
622 RCL 13
623 X<Y
624 X>Y?
625 GTO 24
626 RCL 09
627 STO 30
628 RCL 10
629 STO 31
630 RCL 13
631 STO 32
632 RCL 12
633 STO 33
634 XEQ E
635 RCL 16

636 STO 32
637 XEQ b
638 STO 36
639 XEQ c
640 RCL 36
641 +

642*LBL 25
643 .85
644 *
645 RCL 15
646 *
647 GTO 23

648*LBL 24
649 RCL 14
650 X<Y
651 X>Y?
652 GTO 26
653 RCL 10
654 STO 30
655 RCL 11
656 STO 31
657 RCL 14
658 STO 32
659 RCL 13
660 STO 33
661 XEQ E
662 RCL 16
663 STO 32
664 XEQ b
665 STO 36
666 XEQ d
667 RCL 36
668 +
669 GTO 25

670*LBL 26
671 RCL 08
672 RCL 14
673 RCL 16
674 +
675 2
676 /
677 -
678 RCL 11
679 *
680 RCL 16
681 RCL 14

682 -
683 *
684 STG 36
685 XE :
686 RCL 36
687 +
688 GTG 25
689 JEM.

4.5.3. Instrucciones de uso.

1. Llamado del programa (XEQ MRVPRE).
Esta función permite colocar el programa en su inicio para la introducción de los datos que este requiere.
2. Pregunta por parte del programa si las propiedades -- del acero son diferentes o iguales si/no. En el caso afirmativo (si las propiedades fueran diferentes a -- las introducidas de antemano o si no se hubiesen introducido anteriormente), se almacenarán en las memorias del programa los datos de f_{py} , K , f_{pu} , ϵ_{pu} , A_s -- por medio de la tecla R/S.
3. Entrada de datos de la sección de la viga. Valores -- de: d_p y d ; además de aquellos que corresponden al tipo de viga seleccionada, de acuerdo a la tabla 4-1 siguiente.

TABLA 4-1.

Dato	Entrada de datos para las secciones. (Tecla R/S)							
No.	VR	VT	TT	VI	TI	CR	CC	ST
1.	B	B	B	B	B	B	B	B
2.	O	b_w	$2t_t$	b_w	b	$2t$	$B-0.3D$	b
3.	O	b_w	$2b_w$	b_w	b	$2b_w$	$B-D$	b_w
4.	h	t	t	t	h_1	t	$h_1-0.5D$	t
5.	O	t	t	t_1	h_1	t	$h_1-0.5D$	t_1
6.	O	h	h	h_1	h	t_1	$h_1-0.2D$	t_2

y las áreas equivalentes rectangulares A_1 y A_2 , así como la resistencia a compresión del concreto (f'_c) y el esfuerzo efectivo en el presfuerzo (f_{pe}); introduciéndose todos ellos en la memoria del programa con la tecla R/S.

4. Una vez seguidos estos 3 pasos el programa comenzará a realizar los cálculos necesarios, para así obtener los siguientes resultados:

- coeficiente Q
- coeficiente R
- Localización del eje neutro (c)
- Resultante de compresión en el concreto (C)
- Resultante de la fuerza de tensión (T)
- Esfuerzos en el acero de presfuerzo (f_{ps})
- Esfuerzos en el acero no presforzado (f_s)
- Momento reducido último por flexión ($C.9 M_n$)

valores que son obtenidos a través de apoyar en la -- función R/S para cada uno de ellos.

4.6. CORTANTE RESISTENTE Y DISEÑO POR CORTANTE.

En seguimiento al criterio de diseño al corte en la resistencia a la ruptura del capítulo 2 (inciso 2.6.1.2) y llevándose además un análisis más detallado para su diseño, considerando el que la resistencia que proporciona la sección de concreto únicamente, estará en función del tipo de falla que pudiera presentarse, ya sea que ésta se encuentre ocasionada por la tensión principal que se genera en el alma (falla de tipo I) o por la tensión -- producto de la flexión (falla de tipo II); entonces y de acuerdo a las especificaciones que marca el reglamento del ACI 318-71 para -- determinar la cantidad del refuerzo por cortante requerido, será -- necesario el tomar en consideración los dos tipos de fallas antes -- mencionados. Por todo lo anterior, es necesario realizar dos análisis por separado, ya que la falla de tipo I no se encuentra rela--

cionada con el momento y únicamente con el cortante, mientras que la de tipo II se encuentra a su vez en función del cortante y del momento.

Este programa proporciona el área de acero necesaria para los esfuerzos cortantes generados por las cargas, con la característica de que los cables de presfuerzo pueden tener igualmente una trayectoria lineal o curva. Los datos necesarios de entrada serán las propiedades mecánicas de la sección, los cortantes aplicados (tanto por cargas vivas como muertas), la fuerza de presfuerzo efectiva y la resistencia de los materiales.

4.6.1. Ecuaciones.

a) Cortante resistido por el concreto (V_c)

La resistencia al cortante por parte de la sección de concreto estará constituida por cualquiera de las 2 ecuaciones siguientes, que corresponden a los tipos 1 y 2 de falla, eligiendo el valor del cortante resistente como aquél que resulte menor de ambos.

$$V_c \leq \begin{cases} V_{cw} = \text{cortante resistido por el concreto para} \\ \text{la falla de tipo I} \\ V_{ci} = \text{cortante que toma el concreto en la falla} \\ \text{de tipo II.} \end{cases}$$

$$V_{cw} = (0.937 \sqrt{f'_c} + 0.3 \frac{P_e}{A}) b_w d \quad \text{ec. (4-41)}$$

y

$$V_{ci} = (0.16 \sqrt{f'_c}) b_w d + V_i + \left(\frac{V_i + V}{M_a} \right) M_{cr} \quad \text{ec. (4-42)}$$

además:

$$V_{ci} \geq 0.45 \sqrt{f'_c} b_w d$$

en donde: b_w = ancho del alma de la sección

d = distancia al centroide del acero de presfuerzo.

V_i = fuerza cortante que actúa en la sección debida al peso propio del elemento.

V_a = Fuerza cortante actuante para la sobrecarga adicional de la viga.

M_i = momento flexionante por el peso propio de la viga

M_a = momento adicional por sobrecarga.

el valor del momento resistente contra el agrietamiento (M_{cr}), se calculará con la siguiente expresión:

$$M_{cr} = \frac{I}{Y_1} (1.6 \sqrt{f'_c} + f_{1,p} - f_{1,i}) \quad \text{ec. (4-43)}$$

donde: $f_{1,p}$ = esfuerzo en la fibra inferior de la sección debido a la fuerza de presfuerzo únicamente.

$f_{1,i}$ = esfuerzo en la fibra inferior de la sección debido al peso propio de la viga.

$$f_{1,p} = \frac{P_e}{A} + \frac{P_e e}{I} Y_1 \quad \text{y} \quad f_{1,i} = \frac{M_i}{I} Y_1$$

b) Cortante que toma el acero de presfuerzo (V_p).

En base a lo descrito en el capítulo 2 (inciso 2.5.4), - con respecto a las ventajas que se obtienen en la utilización de tendones con pendiente y curvos, se llega a obtener que:

$$V_p = P_e \sin \alpha \quad \text{ec. (4-44)}$$

para lo cual el ángulo estará definido como la inclinación o pendiente del cable en un determinado punto a lo largo de su trayectoria.

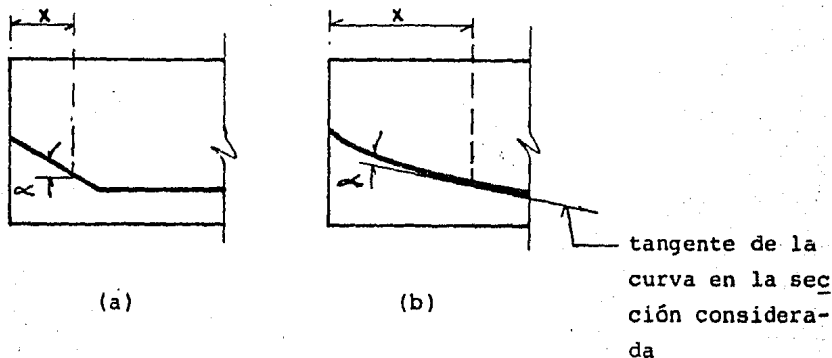


Figura 4-13. Angulo de inclinación del acero de prefuerzo

- a) trayectoria recta de los cables
b) trayectoria parabólica.

c) Cortante que deberá soportar el acero de los estribos. (V_s)

Siendo V_n la capacidad nominal a cortante del elemento, e igual a:

$$V_n = \frac{V_u}{\phi} ; \phi = 0.80$$

además de que: $V_n = V_c + V_s + V_p$

entonces: $V_s = \frac{V_u}{\phi} - V_c - V_p$ ec. (4-45)

siendo V_u igual a la fuerza cortante última actuante por las cargas aplicadas y ϕ el factor de reducción de la resistencia e - - igual a 0.80 para cortante.

d) Espaciamiento de los estribos. (S)

Mediante la utilización de estribos verticales, la expresión que proporciona la separación de éstos será la siguiente, en

donde el área (A_v) referida a los estribos, será la correspondiente a 2 veces el área de la varilla utilizada en su elaboración (en el caso de contar con estribos formados por dos ramas) y f_y será el esfuerzo de fluencia del acero empleado en los estribos.

$$S = \frac{A_v f_y d}{V_s} \quad \text{ec. (4-46)}$$

e) Refuerzo mínimo (separación máxima)

El refuerzo mínimo por cortante, será igual al descrito anteriormente por las ecuaciones 2-34 y 2-35 de esta forma se tiene que:

$$1) A_v = \frac{3.5 b_w S}{f_y} \quad S_{\max 1} = \frac{A_v f_y}{3.5 b_w}$$

$$2) A_v = \frac{A_p f_{pu} S}{80 f_y d} \left(V \cdot \frac{d}{b_w} \right) \quad S_{\max 2} = \frac{A_v 80 f_y d}{A_p f_{pu}} \sqrt{\frac{b_w}{d}}$$

f) Cálculo del peralte efectivo (d_x).

Debido a la variación que existe de la distancia del extremo superior de la sección con respecto del centroide del acero de presfuerzo (peralte efectivo) en el caso de tendones con una trayectoria parabólica y tendones con pendiente, será necesario el calcular el peralte efectivo en cualquier punto a lo largo de toda la trayectoria del cable para así poder analizar el cortante resistente para todas las secciones que forman la longitud de la viga.

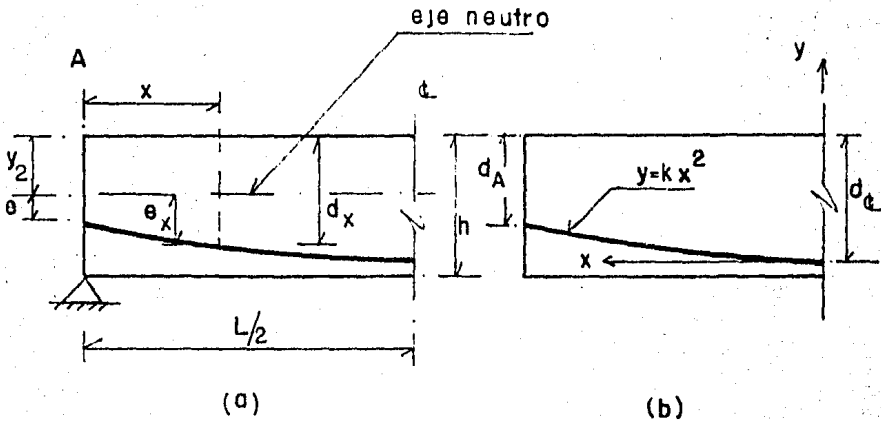


Figura 4-14. Viga presfrczada por un tendón parabólico.

- a) mostrando la variación del peralte efectivo (d_x),
 b) definición de la ecuación del cable.

Por lo que:

$$d_x = y_2 + e_x$$

y la ecuación de cable es igual a:

$$y = Kx^2 \quad (\text{ecuación de la parábola})$$

$$\Rightarrow K = \frac{y}{x^2}$$

donde: $y = d_t - d_A$, $x = L/2$

sustituyendo: $K = \frac{4}{L^2} (d_t - d_A)$

por lo tanto: $d_x = y = \frac{4(d_t - d_A)}{L^2} x^2$ ec. (4-47)

en el caso de contar con cables con una trayectoria parabólica, el ángulo que sigue éste a lo largo de la viga se calcula por la derivada respecto a X de la ecuación 4-35, teniendo así que:

$$y' = 8 \frac{(d_B - d_A)}{L^2} X = \tan \alpha \quad \text{ec. (4-48)}$$

y referida a los ejes en el extremo será:

$$y' = 8 \frac{(d_B - d_A)}{L^2} \left(\frac{L}{2} - X \right) = \tan \alpha$$

4.6.2. Listado

APP 1000

01 *BL *MOV
 02 CLAG
 03 CF 01
 04 CF 04
 05 FI 4
 06 *DIS COFFANTE
 07 PROMPT
 08 *Fc + FY ?
 09 PROMPT
 10 STO 00
 11 RDN
 12 STO 01
 13 *P + R ?
 14 PROMPT
 15 STO 02
 16 RDN
 17 STO 03
 18 *Y2t Y1 ?
 19 PROMPT
 20 STO 04
 21 RDN
 22 STO 05
 23 *V1 + Va ?
 24 PROMPT
 25 STO 06
 26 RDN
 27 STO 07
 28 *I + bM ?
 29 PROMPT
 30 STO 08
 31 RDN
 32 STO 09
 33 *FFU + AP ?
 34 PROMPT
 35 STO 10
 36 RDN
 37 STO 11
 38 * L ?
 39 PROMPT
 40 STO 12

41 *LCL 10
 42 *X 1 + ?
 43 PROMPT
 44 STO 13
 45 RDN
 46 STO 14
 47 L 2
 48 RCL 02
 49 +
 50 STO 15
 51 XEQ 00
 52 STO 16
 53 XEQ 01
 54 STO 17
 55 RCL 07
 56 RCL 06
 57 +
 58 2
 59 /
 60 STO 15
 61 XEQ 06
 62 STO 18
 63 XEQ 01
 64 STO 19
 65 2.4
 66 RCL 02
 67 *
 68 RCL 07
 69 +
 70 .7
 71 *
 72 .83
 73 RCL 06
 74 *
 75 +
 76 STO 15
 77 XEQ 08
 78 STO 20
 79 XEQ 01
 80 STO 21
 81 RCL 02
 82 1.2
 83 RCL 13
 84 RCL 04
 85 +
 86 RCL 09
 87 /

88 +
 89 RCL 07
 90 *
 91 RCL 17
 92 RCL 09
 93 /
 94 RCL 04
 95 *
 96 -
 97 RCL 01
 98 SORT
 99 16
 100 *
 101 +
 102 RCL 09
 103 *
 104 RCL 04
 105 /
 106 STO 22
 107 RCL 05
 108 RCL 13
 109 +
 110 STO 25
 111 RCL 04
 112 RCL 05
 113 +
 114 .4
 115 +
 116 *Y??
 117 STO 25
 118 RCL 01
 119 SORT
 120 RCL 06
 121 *
 122 RCL 25
 123 *
 124 STO 23
 125 1.6
 126 *
 127 RCL 14
 128 +
 129 RCL 10
 130 RCL 11
 131 /
 132 RCL 27
 133 *
 134 +

135 STO 24
136 RCL 23
137 4.5
138 *
139 *?
140 STO 24
141 RCL 24
142 *VcI=
143 XEQ 03
144 FC? 04
145 GTO 00
146 FC? 01
147 GTO 09

148 *LBL 05
149 FC? 01
150 GTO 06
151 *dCL † deK ?
152 PROMPT
153 SF 01
154 -
155 8
156 *
157 RCL 12
158 X^2
159 /
160 STO 26

161 *LBL 06
162 RCL 26
163 RCL 12
164 2
165 /
166 RCL 14
167 -
168 *
169 ATAN
170 STO 27
171 GTO 07

172 *LBL 05
173 *CURV 3 RFC 1*
174 PROMPT
175 X=0?
176 GTO 05

177 *LBL 05

178 *OT*
179 PROMPT
180 STO 27

181 *LBL 07
182 SF 04
183 RCL 27,
184 SIN
185 RCL 03
186 *
187 9.37
188 RCL 01
189 SORT
190 *
191 .3
192 RCL 03
193 *
194 RCL 02
195 /
196 †
197 RCL 08
198 *
199 RCL 25
200 *
201 †
202 *VcH=
203 XEQ 03
204 RCL 24
205 X>Y?
206 X<Y
207 STO 24

208 *LBL 20
209 *8 ESTRIBO NI*
210 PROMPT
211 X^2
212 PI
213 *
214 2
215 /
216 STO 28
217 RCL 00
218 *
219 RCL 25
220 *
221 RCL 20
222 .85
223

224 RCL 24
225 -
226 /
227 1 E5
228 /
229 *S=
230 XEQ 03
231 *ACERO MINIMO*
232 PROMPT
233 RCL 28
234 RCL 00
235 *
236 3.5 E6
237 /
238 RCL 00
239 /
240 STO 29
241 RCL 28
242 .8
243 *
244 RCL 00
245 *
246 RCL 25
247 *
248 RCL 10
249 /
250 RCL 11
251 /
252 RCL 25
253 RCL 03
254 /
255 SORT
256 /
257 RCL 29
258 X>Y?
259 X<Y
260 *SMaX=

261 *LBL 03
262 ARCL X
263 PROMPT
264 RTN

265 *LBL 00
266 RCL 12
267 2
268 RCL 14

265 *
270 -
271 RCL 15
272 *
273 ABS
274 R10

275 *LEI 11
276 RCL 18
277 RCL 14
278 *
279 RCL 14
280 X12
281 -
282 RCL 15
283 *
284 ABS
285 .END.

4.6.3. Instrucciones de uso.

1. Carga del programa y colocación en su inicio.

función XEQ D C V P

2. Entrada de los siguientes datos:

DATO		FUNCION DE ENTRADA
f'_c	(Kg/cm ²)	ENTER
f_y	(Kg/cm ²)	R/S
P_e	(Ton)	ENTER
A	(m ²)	R/S
Y_2	(m)	ENTER
Y_1	(m)	R/S
V_i	(Ton)	ENTER
V_a	(Ton)	R/S
I	(m ⁴)	ENTER
b_w	(m)	R/S
f_{pu}	(Kg/cm ²)	ENTER
A_p	(cm ²)	R/S
L	(m)	R/S

3. Introducción de la distancia X y de la excentricidad e en la sección en estudio.

DATO		FUNCION DE ENTRADA
X	(m)	ENTER
e	(m)	R/S

4. Obtención del valor de V_{ci}
5. Apoyando en R/S el programa pregunta si es que la sección posee un cable con una trayectoria parabólica o recta.

DATO

FUNCION DE ENTRADA

Para los cables:

- | | | |
|-----------------|-------------------|-----|
| - rectos: 1 | 1, 0 | R/S |
| - Parabólicos 0 | α (grados) | R/S |

6. Diámetro del refuerzo vertical en

DATO

FUNCION DE ENTRADA

D_E (mm.)	R/S
-------------	-----

7. Salida del valor del espaciamiento de los estribos (m). Si el valor obtenido fuera negativo, resulta que el cortante resistido por el concreto (sin tomar en cuenta el de los estribos), es mayor que cortante último ($V_c > \frac{V_u}{\phi}$); sin embargo será necesario colocar un re fuerzo mínimo.
8. Si el refuerzo mínimo por cortante fuera el que rigiera, entonces la separación máxima (m) se obtiene como

FUNCION DE SALIDA

R/S

Si para el paso 5 el dato de entrada fuera de 0 (para un cable parabólico), este paso viene a ser igual a:

DATO		FUNCION DE ENTRADA
0		R/S
d_B	(m)	ENTER
d_A	(m)	R/S

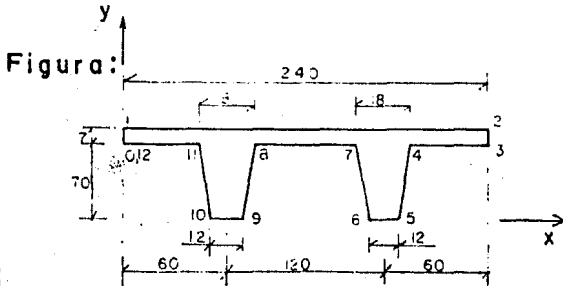
Para el análisis de cualquiera otra sección de la viga se procederá a introducir la función XEQ 10, para así continuar nuevamente con el paso 3.

V. APLICACIONES

5. A continuación se presentan una serie de ejemplos que ilustran la manera adecuada y clara de hacer uso de los programas que en el capítulo anterior se presentaron.

EJEMPLO # 1

Descripcion: Cálculo de las propiedades geométricas de una viga de sección doble "T", semejante a la que se ilustra en la figura siguiente:



Datos: (coordenadas)

nudo	x	y	nudo	x	y
0	0	70	9	66	0
1	0	77	10	54	0
2	240	77	11	51	70
3	240	70	12	0	70
4	189	70			
5	186	0			
6	174	0			
7	171	70			
8	69	70			

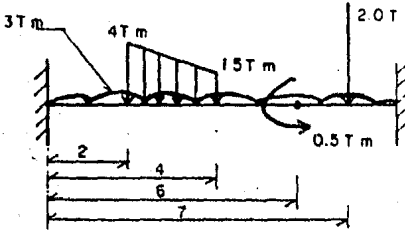
SOLUCION

Visualizacion	Dato	Funcion	Comentarios
		XEQ PROSECC	Llamado del programa.
X0=?, YO=?	0, 70	R/S, R/S	Coordenadas del nudo inicial
X1=?, Y1=?	0, 77	R/S, R/S	Coordenadas X1, Y1
X2=?, Y2=?	240, 77	R/S, R/S	Coordenadas X2, Y2
X3=?, Y3=?	240, 70	R/S, R/S	Coordenadas X3, Y3
X4=?, Y4=?	189, 70	R/S, R/S	Coordenadas X4, Y4
X5=?, Y5=?	186, 0	R/S, R/S	Coordenadas X5, Y5
X6=?, Y6=?	174, 0	R/S, R/S	Coordenadas X6, Y6
X7=?, Y7=?	171, 70	R/S, R/S	Coordenadas X7, Y7
X8=?, Y8=?	69, 70	R/S, R/S	Coordenadas X8, Y8
X9=?, Y9=?	66, 0	R/S, R/S	Coordenadas X9, Y9
X10=?, Y10=?	54, 0	R/S, R/S	Coordenadas X10, Y10
X11=?, Y11=?	51, 70	R/S, R/S	Coordenadas X11, Y11
X12=?, Y12=?	0, 70	R/S, R/S	Coordenadas X12, Y12

EJEMPLO # 2

Descripcion: Hallar los elementos mecánicos y la deflexión a las distancias de $L/2$, y $L/4$ del extremo, de una viga sujeta a las cargas que se muestran en la figura

Figura:



Datos:

$L=8.0$ m. ; $w_d=4.0$ T/m
 $I=0.2$ m⁴ ; $e=4.0$ m
 $E=1.871 \times 10^6$ t/m²; $w_e=1.5$ T/m
 $w=3$ T/m ; $c=6.0$ m
 $a=7$ m ; $M=0.5$ T-m
 $P=2.0$ T
 $d=2.0$ m

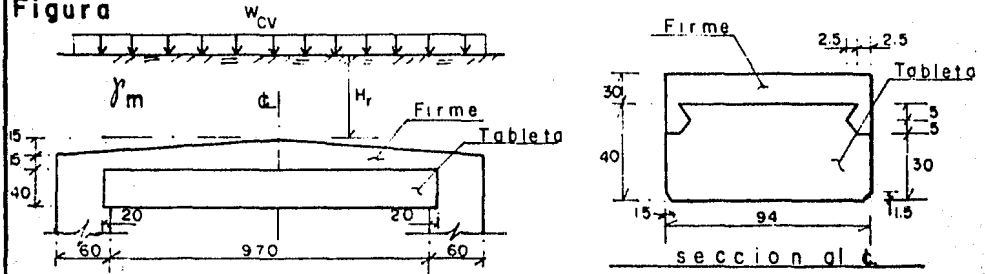
SOLUCION

Visualizacion	Dato	Funcion	Comentarios
		XEQ D E M P	Inicio del programa
$L = ?$	8.0	R/S	Longitud de la viga
	0.2	enter↑	Momento de inercia
	1.87×10^6	a	Módulo de elasticidad
	3.0	b	Carga uniforme
	7.0	enter↑	Dist. carga puntual
	2.0	c	Valor de P
	2.0	enter↑	Distancia d
	4.0	enter↑	w_d carga trapezoidal
	4.0	enter↑	Distancia e
	1.5	d	w_e carga trapezoidal
	6.0	enter↑	Dist. momento puntual
	0.5	e	Valor del momento

EJEMPLO # 3

Descripcion: Obtención de la fuerza de presfuerzo y excentricidad de una tableta presforzada con tendones rectos, adheridos, simplemente apoyada, y de sección compuesta como la que se tiene en la figura.

Figura



SOLUCION

Visualizacion	Dato	Funcion	Comentarios
		XEQ P y e	Comienzo del programa
Mis=?	21.72	R/S	PoPo secc.en cond.de serv.
B = ?	0.82	R/S	Coefficiente por pérdidas
Mi = ?	2.83	R/S	PoPo secc.en la transfer.
S1m=?, S1h=?	24497	enter ↑ y R/S	Mod.de secc.interior simple
ft,s=?	-16	R/S	Esf.tensión perm.(servicio)
ft,i=?	-13.387	R/S	Esf.tensión perm.(transfer.)
S2m=?, S2h=?	23789.798	enter ↑ y R/S	Mod.de secc.sup.simple
Am=?, Ah=?	3682.75	enter ↑ y R/S	Area de la sección simple
Ma=?	28.275	R/S	Momento adicional
S1cm=?, S1ch=?	67008.876	enter ↑ y R/S	Mod.de secc.inf.compuesto
S2cm=?, S2ch=?	75940.000	enter ↑ y R/S	Mod.de secc.sup.compuesto
		A	Calc.de la fza.de presf.
P=215796.39		R/S	Calc.de la excentricidad

EJEMPLO No. 3, (continuación)

Datos:

$$\gamma_m = 1.6 \text{ T/m}^3$$

$$H_r = 1.43(1.20) = 1.72 \text{ m.}$$

$$w_r = 2.74 \text{ T/m}$$

$$w_{cv} = 1.20 \text{ T/m}$$

$$w_{cv+r} = 3.94 \text{ T/m}$$

$$M_{\max(+)} = 30.08 \text{ T-m/m}$$

$$A = 3682.75 \text{ cm}^2$$

$$Y_1 = 19.7064 \text{ cm}$$

$$Y_2 = 20.2935 \text{ cm}$$

$$I = 482764.276 \text{ cm}^4$$

$$S_1 = 24497.798 \text{ cm}^3$$

$$S_2 = 23789.033 \text{ cm}^3$$

$$A_c = 5455.568 \text{ cm}^2$$

$$Y_{1c} = 31.007 \text{ cm}$$

$$Y_{2c} = 27.360 \text{ cm}$$

$$I_c = 2077738.25 \text{ cm}^4$$

$$S_{1c} = 67008.876 \text{ m}^3$$

$$S_{2c} = 75940.000 \text{ cm}^3$$

$$M_{is} = 21.72 \text{ T-m}$$

$$\beta = 0.82$$

$$M_i = 2.83 \text{ T-m}$$

$$f_{t,s} = -16 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{t,i} = -13.387 \text{ Kg/cm}^2$$

$$M_a = 28.275 \text{ T-m}$$

$$f_{c,i} = 168 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{c,s} = 160 \text{ Kg/cm}^2$$

$$n = 0.6123724$$

$$f_{pj} = 9078 \text{ Kg/cm}^2$$

$$\phi_T = 1/2" = 1.27 \text{ cm}$$

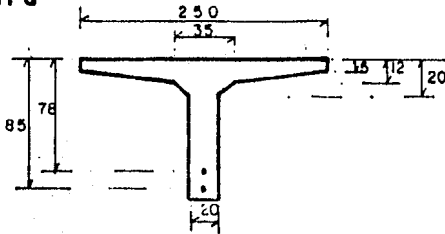
SOLUCIÓN

Visualización	Dato	Funcion	Comentarios
$e = 9.246765$			$e \leq e_{\max}$
	11,500.00	C	Resist. ind. de los torones
$N = 19$		R/S	Número de torones
$P_{\min} = 218,500$		R/S, R/S	Presfuerzo mínimo
$e_{\max} = 9.2122$ $e_{\min} = 9.0504$		R/S, R/S	Excentricidades max. y min.
$Y_{cgt \max} = 10.6564$ $Y_{cgt \min} = 10.494$		D	Centro de gravedad max y min. de los torones
$\# T = ?, y = ?$	7,5;5,10;5,15 5,15;2,20	R/S, R/S;R/S, P/S;...	Número y posición de los cables
$Y_{cgt} = 10.526$		R/S, R/S	$Y_{cgt \min} \leq Y_{cgt} \leq Y_{cgt \max}$
$P = 218,500; e = 9.13$		a	Presfuerzo y excentricidad reales
$f_{t,i} = -13.0916$		R/S	$-13.0916 \geq -13.387$
$f_{c,i} = 129.65$		b	$129.65 \leq 168$
$f_{t,s} = -15.048$		R/S	$-15.048 \geq -16$
$f_{c,s} = 83.034$		c	$83.034 \leq 160$
$M_{cr} = 28.9125$			$28.9125 = 1.023 \geq 1.0$ 28.275

EJEMPLO # 4

Descripción: Cálculo de la resistencia a flexión de una viga de sección "T" (ST), presforzada con 18 torones presforzados y 6 no presforzados, con un diámetro de 1.27 cm, colocados a un peralte efectivo de 78cm y 85cm respectivamente.

Figura



Datos:

$$B = 250\text{cm} \quad ; \quad K=1.05$$

$$b_f = 35 \quad ; \quad \epsilon_{pu} = 0.05$$

$$b_w = 20; \quad E=1.90 \times 10^6 \text{ Kg/cm}^2$$

$$t = 5 \quad ; \quad A_s = 7.6 \text{ cm}^2$$

$$t_1 = 12 \quad ; \quad A_{sp} = 22.80 \text{ cm}^2$$

$$t_2 = 20 \quad ; \quad d = 85 \text{ cm}$$

$$f_{pu} = 19000 \text{ Kg/cm}^2; \quad d_p = 78 \text{ cm}$$

SOLUCION

Visualizacion	Dato	Funcion	Comentarios
		XEQ MRVPRE	Llamado del programa
Nuevo acero?	SI	R/S	Pregunta si las prop. del acero son iguales o nuevas
$f_{py} = ?$	16200	R/S	Esfuerzo de fluencia del acero.
$K = ?$	1.05	R/S	Coefficiente K
$f_{pu} = ?$	19000	R/S	Esfuerzo de ruptura del acero
$\epsilon_{pu} = ?$	0.05	R/S	Deformación última del acero
$E = ?$	1.90×10^6	R/S	Módulo de elasticidad del acero
$A_t = ?$	1.267	R/S	Area de un torón
Viga tipo	ST	R/S	Viga de sección "T"
$d_p = ?$	78	R/S	Peralte efectivo del acero presforzado
$d = ?$	85	R/S	Peralte efectivo del acero no presforzado
Viga tipo ST			
1. = ?	250	R/S	$B = 250 \text{ cm}$
2. = ?	35	R/S	$b = 35$

EJEMPLO (Ejemplo No. 4, continuación)

Datos:

$$f_{py} = 16200 \text{ Kg/cm}^2 \quad f_c = 350 \text{ Kg/cm}^2$$

$$f_{pc} = 11200 \text{ Kg/cm}^2$$

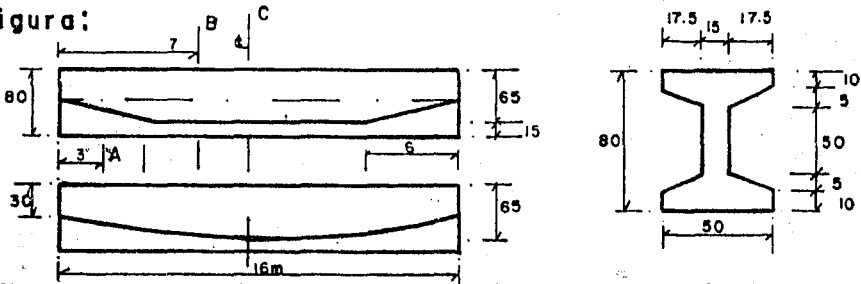
SOLUCION

Visualizacion	Dato	Funcion	Comentarios
3. = ?	20	R/S	b = 20
4. = ?	5	R/S	t = 5
5. = ?	12	R/S	t ₁ = 12
6. = ?	20	R/S	t ₂ = 20
Asp = ?	22.80	R/S	Area del acero presforzado
As = ?	7.6	R/S	Area del acero no presforzado
fc = ?	350	R/S	Resistencia a la compresión del concreto
fpe = ?	11200	R/S	Presfuerzo efectivo en el acero presforzado
Cálculos			
Q = 0.0255		R/S	Valor del parámetro Q
R = 7.0659		R/S	Coefficiente R
c = 11.73		R/S	Distancia de la fibra extrema superior al eje centroidal
C = 535.658.96		R/S	Resultante de compresión en el concreto
T = 536010.84		R/S	Resultante de tensión en el concreto

EJEMPLO # 5

Descripcion: Diseño del acero por cortante de la siguiente viga presforzada y simplemente apoyada en las secciones A y B ; además del acero necesario en la sección C si la trayectoria del cable resulta ser parabólica.

Figura:



SOLUCION

Visualizacion	Dato	Funcion	Comentarios
		XEQ D C V P	
$f_c = ? , f_y = ?$	350, 4000	enter ↑ , R/S	Resist. del concreto a la comp., esf. de fluencia del acero.
$P = ? , A = ?$	150, 0.2075	enter ↑ , R/S	Fuerza de presfuerzo, área de la sección.
$Y_1 = ? , Y_2 = ?$	0.40, 0.40	enter ↑ , R/S	Distancias superior e inferior del centroide de la secc
$W_{cm} = ? W_{cv} = ?$	0.70, 2.0	enter ↑ , R/S	Cargas muertas y vivas
$I = ? ; b_w = ?$	0.0164, 0.15	enter ↑ , R/S	Momento de inercia, ancho del alma
$f_{pu} = ? ; A_P = ?$	19000, 13.03	enter ↑ , R/S	Esf. último del acero de presfuerzo, área del acero de presf.
$L = ?$	16	R/S	Longitud de la viga
$x = ? , e = ?$	3.0, 0.125	enter ↑ , R/S	Distancia "x" a la sección "A" en estudio y excentricidad
$V_{ci} = 18.43$		R/S	Cortante resistido por el concreto, falla tipo II
Curv. 0, Rec 1	1	R/S	Trayectoria recta del cable
$\angle_c = ?$	2.386	R/S	Angulo de la trayectoria recta del cable.
$V_{cw} = 43.89$		R/S	Cortante resistido por el concreto, falla tipo I
$\phi_{est.} = ?$	9.53	R/S	Diámetro del estribo empleado.

EJEMPLO (Ejemplo # 5, continuación)

Datos:

$$\begin{aligned}
 A &= 2075 \text{ cm}^2 & ; & A_P = 13.03 \text{ cm}^2 \\
 Y_1 = Y_2 &= 40 \text{ cm} & ; & W_{cm} = 0.70 \text{ T/m} \\
 I &= 1.644 \times 10^6 \text{ cm}^4 & ; & W_{cv} = 2.0 \text{ T/m} \\
 f'_c &= 350 \text{ Kg/cm}^2 & ; & D_E = 0.953 \text{ cm} \\
 f_{pu} &= 19000 \text{ Kg/cm}^2 & ; & \\
 f_y &= 4000 \text{ Kg/cm}^2 & ; & \\
 b_w &= 15 \text{ cm} & & \\
 P &= 150 \text{ T} & &
 \end{aligned}$$

SOLUCION

Visualizacion	Dato	Funcion	Comentarios
$S = 0.3193$		R/S	Separación de los estribos
Acero mínimo		R/S	Revisión con el acero mínimo
$S \text{ max} = 0.5713$			Separación máxima
		XEQ 10	Análisis de la sección B
$X = ? ; e = ?$	7 , 0.25	enter ↑ , R/S	Distancia "x" a la sección B y excentricidad
$V_{ci} = 8.21$		R/S	Cortante resistido por el concreto, falla tipo II
$\angle_c = ?$	0	R/S	Angulo de la trayectoria curva del cable
$V_{cw} = 38.23$		R/S	Cortante resistido por el concreto, falla tipo I
$\phi \text{ est} = ?$	9.53	R/S	Diámetro del estribo empleado
$S = -1.66$		R/S	Separación de los estribos
Acero mínimo		R/S	Revisión con el acero mínimo
$S \text{ max} = 0.5758$			Separación máxima
		XEQ 10	Análisis de la sección C
$X = ? ; e = ?$	8 , 0.25	enter ↑ , R/S	Distancia "x" a la sección C y excentricidad

VI.- CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

El propósito de este trabajo de tesis, ha sido el explicar hasta donde la simplicidad de su exposición lo ha permitido y mediante términos sencillos, todo lo referente al diseño de elementos de concreto presforzado y en lo particular el diseño de vigas de concreto parcial y totalmente presforzadas.

Se ha presentado en el capítulo 1, los fundamentos básicos — que dieron origen a la necesidad de contar con un nuevo sistema — estructural (como lo es el presforzado) que aprovechará de manera más eficiente las cada día más y mejores cualidades que de los materiales que componen a los elementos de concreto reforzado se tienen, además de las distintas modalidades que del presforzado existen y los distintos comportamientos que estos elementos adquieren en su funcionamiento por las diversas condiciones de carga a los cuales pueden quedar sometidos. En el capítulo 2 se exponen los — principios básicos de análisis de los elementos de concreto pretensado y postensado, las 2 formas usuales de presforzar al concreto y su diseño con base en los criterios elástico o de condiciones de servicio (principalmente utilizado en el diseño de elementos totalmente presforzados) y el de resistencia última (empleado éste para la revisión de los elementos diseñados por el primer criterio y como una herramienta fundamental de diseño para los elementos parcialmente presforzados). Para estimar de manera sencilla y aproximada las pérdidas que se presentan en el acero de presfuerzo se desarrolló el capítulo 3, en donde se describen y calculan cada una de ellas (provenientes principalmente de la contracción y flujo del concreto, relajación del — acero de presfuerzo, fricción entre el ducto y los cables por las curvaturas intencionales y accidentales que le son impuestas, por el corrimiento de los anclajes, y algunas otras pérdidas que se señalan en este capítulo); además de hacerse mención de los principales sistemas de anclaje que son empleados en México y de proporcionarse los lineamientos a seguir en el cálculo de las deflexiones. — Por medio del capítulo 4 se llevo a cabo la elaboración de un pro-

grama de cálculo estructurado por una serie de subprogramas (que en su conjunto proporcionan la solución global al problema de diseño) ya que su creación mediante uno solo resultaría en una solución -- inalcanzable de los problemas que se pretenden resolver mediante -- su utilización, debido a la poca capacidad que ofrecen las calculadoras programables y lo extenso y variado de los problemas que se pueden presentar con relación al diseño de vigas de concreto presforzado, además de que la solución que de esta manera se obtuviera se volvería similar a la de introducir en una caja negra (que en este caso sería la calculadora) un conjunto de datos y que ésta mediante una serie de algoritmos nos proporcione los resultados al problema planteado, pudiéndose con ello pasar por alto algunos aspectos como: la no introducción o en su caso la introducción errónea de algún dato importante, la equivocada interpretación del problema planteado, la falta de consideración por parte del programa de algún caso en especial de diseño y el desconocimiento total por parte de la persona que emplea el programa de lo que este realiza. Por todo lo anterior fue que en la presentación de cada uno de los programas se señalaron los conceptos teóricos que en especial en cada uno de ellos se utilizó para su elaboración, para así poder contar con una visión de los alcances que cada uno de ellos posee. Mediante la presentación del capítulo 1 (inciso 3) y del 5, se pusieron de manifiesto el gran número de aplicaciones que del presforzado existen, así como la solución mediante el programa desarrollado de los ejemplos de diseño, que proporcionan una idea clara de la manera adecuada de hacer uso de la serie de programas que se desarrollaron en el capítulo 4.

A pesar de que durante las décadas de 1950 y 1960 el concreto presforzado tuvo un desarrollo muy rápido, actualmente todavía existe un campo para el refinamiento de las soluciones y métodos existentes, así como la necesidad de otras tecnologías que proporcionen al igual que el presforzado no solo una mejoría en el comportamiento de los elementos bajo la carga de servicio, por el control del agrietamiento y la deflexión, sino también porque per-

mite la utilización de materiales eficientes de alta resistencia; - pudiendo con ello utilizar miembros de menores dimensiones y más ligeros, reducir la relación de la carga muerta a la carga viva, - el aumentar los claros y ampliar considerablemente la gama de aplicaciones posibles del concreto estructural. Para muchos componentes y estructuras, el concreto presforzado puede proporcionar la solución más económica, durable y estéticamente atractiva y, para otras, proporciona soluciones donde antes nada era posible.

VII.- BIBLIOGRAFIA

1. Modern Prestressed Concrete: Design Principles and Construction Methods.
James R. Libby, segunda edición
Van Nostrand Reinhold Co., Nueva York, 1977
2. Design of Prestressed Concrete.
A. H. Nilson.
John Wiley and Sons, Nueva York, 1978
3. Design of Prestressed Concrete Structures
T. Y. Lin, segunda edición
John Wiley and Sons, Nueva York, 1963
4. American Concrete Institute, ACI 318-77
Detroit, Michigan, 1977
5. American Association of State Highway and Transportation Officials (AASHTO)
Washington, D.C., 1977
6. Prestressed Concrete Institute, PCI Handbook
Precast and Prestressed Concrete, segunda edición
Chicago, Illinois, 1978
7. Deflexiones de Estructuras de Concreto Reforzado y Presforzado
Dan E. Branson
I.M.C.Y.C.
México, D.F. 1978
8. Diseño de Vigas de Concreto Presforzado
Dan E. Branson
I.M.C.Y.C.
México, D. F. 1981

9. Apuntes de la Materia de Presfuerzo y Prefabricación dirigida por los profesores José María Ricoboc Martin y Constancio Rodríguez Cabello, 1984, Facultad de Ingeniería U.N.A.M.
10. Introducción al concreto presforzado
A. H. Allen
I.M.C.Y.C.
México, D.F. 1980.
11. Le Beton Precontraint. Elements de Calcul.
J. Baretz, A. Ponds, Tercera edición
Editions Eyrolles, Paris, 1962.
12. "Properties of Plane Cross Sections". Machine Design.
Félix Wojciechowski, 1976.
13. Fórmulas for Stress and Strain
Roark, Raymond J., Young, Warren C.
Mc. Graw-Hill Book Company, 1975.