

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE
MEXICO**

FACULTAD DE INGENIERIA

Conveccion forzada en ductos helicoidales

**Tesis profesional que para obtener el
titulo de INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA
presentan:**

Wang Zhixue

Marco Antonio Chávez Esparza

Director: Dr. Mihir Sen

México D.F.

Abril de 1985



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

C O N T E N I D O

Resumen.	
I. Introducción1
II. Descripción del experimento7
II.1 Descripción del aparato experimental	
II.2 Nomenclatura del tubo helicoidal	
II.3 Equipo de medición	
III. Procedimiento experimental20
IV. Procedimiento de cálculo23
V. Resultados31
V.1 Datos experimentales	
V.2 Resultados	
V.3 Regresión	
VI. Conclusiones y recomendaciones66
Apéndice	
Referencias	

R E S U M E N

Este trabajo es un estudio experimental de la transferencia de calor por convección forzada en el interior de tubos helicoidales, en donde el fluido de trabajo es agua. Su principal aplicación está en equipos de intercambio térmico en centrales termoeléctricas y plantas nucleares. Se presentan resultados experimentales del parámetro adimensional Nu (número de Nusselt) variando el número de Reynolds y parámetros geométricos característicos de este tipo de tubos, además de resultados para el factor de fricción. Se presenta una correlación de los datos experimentales y se compara con otras correlaciones para tubos recto y helicoidal. La correlación propuesta es:

$$Nu = 0.003132 Re^{1.3148(\phi)} 0.2946(\beta)^{0.7231}$$

en la que ϕ y β son parámetros geométricos adimensionales. El rango de validez de esta correlación para el número de Reynolds es:

$$7100 < Re < 19000$$

en la cual las propiedades físicas del agua se calculan a la temperatura promedio entre la entrada al ducto y la salida.

**CONVECCION FORZADA EN
DUCTOS HELICOIDALES**

I . I N T R O D U C C I O N

La convección forzada en el interior de tubos rectos es un problema de la transferencia de calor prácticamente resuelto. Dittus y Boelter recomiendan una relación para el caso de temperatura de pared constante con flujo totalmente desarrollado en tubos lisos, la cual se evalúa a la temperatura de mezcla del fluido.

Cuando se presentan diferencias de temperatura considerables en el flujo, pueden existir cambios apreciables en las propiedades del fluido entre la pared del tubo y el eje del mismo, lo cual puede evidenciarse en el perfil de velocidades. Para tomar en cuenta estas variaciones en las propiedades del fluido, Sieder y Tate recomiendan otra correlación, también aplicable para el caso de temperatura de pared constante y flujo totalmente desarrollado.

Para la región de entrada en la que el flujo no es totalmente desarrollado, Nusselt propone una relación en la que las propiedades del fluido se evalúan a la temperatura de copa. También Hartnett proporciona datos experimentales en la región de entrada térmica para agua y aceites.

Existen muchas otras relaciones de este tipo para el caso de tubo recto, fácilmente localizables en la literatura de transferencia de calor. Todas estas

Introducción

referencias son, en general, relaciones de los parámetros adimensionales Nu (número de Nusselt), Re (número de Reynolds), Pr (número de Prandtl), además de parámetros geométricos o propiedades físicas variables con la temperatura.

Cuando la geometría de un tubo no es tan sencilla como la de uno recto, el análisis de la dinámica de los fluidos se complica, y con éllo se complica también el estudio teórico de la transferencia de calor. Es por lo anterior que generalmente se complementa la parte teórica con la empírica para obtener relaciones como las mencionadas. Sin embargo, existen muchos casos en los que el estudio teórico es demasiado complicado y las ecuaciones de movimiento son muy difíciles de resolver, como es el caso de flujo turbulento en geometrías no simétricas. En este trabajo se presentan resultados experimentales de la transferencia de calor en ductos helicoidales. Su principal aplicación está en equipos de intercambio térmico, en condensación y evaporación, plantas termoeléctricas, procesos químicos y otros.

Este tipo de ductos es utilizado principalmente cuando se tienen problemas de espacio, ya que el área de transmisión de calor es mayor por su configuración, comparado con uno recto. Las características de la transmisión de calor son especialmente importantes. Comparado con el tubo recto, el helicoidal presenta ventajas respecto al coeficiente de transmisión de calor, el cual resulta ser mucho mayor en éstos. La diferencia en estos casos es la existencia de flujos secundarios, superpuestos al flujo principal, que tienen ocurrencia cuando un fluido circula en el interior de un ducto con curvatura. Estos flujos secundarios o recirculaciones se presentan por la acción de la fuerza centrífuga debida al

Introducción

movimiento dentro del ducto curvado. En la figura 1 se ilustran los flujos secundarios en un tubo de sección circular.

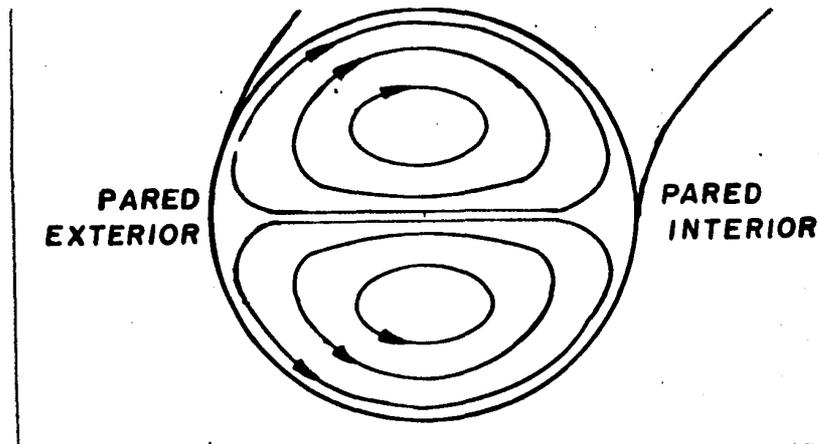


Figura 1.

Flujos secundarios en un ducto curvado.

Respecto al factor de fricción, el tubo helicoidal presenta desventajas, ya que los mismos flujos secundarios provocan mayores caídas de presión. La cuantificación del coeficiente de transmisión de calor por convección y el factor de fricción son dos parámetros importantes para el diseño de equipo térmico que utilice este tipo de cambiadores de calor.

La tasa de transferencia de calor entre un fluido en movimiento y una frontera sólida depende, por una parte, de las propiedades de los materiales involucrados y por otra de las características del flujo. Un estudio adecuado de la convección forzada debe precederse por un análisis de la dinámica de fluidos. En el presente caso, una de las primeras investigaciones sobre la naturaleza del flujo en tubos con curvatura fue hecha por Dean <1,2>. Se analizó el caso de flujo forzado incompresible, totalmente desarrollado y a baja velocidad en un tubo doblado en forma de círculo de pequeña curvatura. El parámetro de importancia es $k=Re(D_1/D)$,

ahora llamado número de Dean, donde Re es el número de Reynolds, D_i el diámetro interno del tubo y $D/2$ el radio de curvatura del círculo.

Respecto a los detalles de los flujos secundarios, se encontró que éstos se dirigen hacia afuera cerca de la pared (ver figura 1). Estos flujos aumentan no sólo los esfuerzos viscosos sino también la convección de cualquier campo escalar existente.

Existe un número considerable de publicaciones en las cuales no hay un acuerdo cualitativo ni cuantitativo (ver ref. <3,4,5>). Es difícil tomar en cuenta el avance por vuelta del tubo enrollado helicoidalmente, así como analizar para grandes curvaturas y números de Reynolds. Incluso parece haber multiplicidad de soluciones laminares cuya existencia ha sido numéricamente demostrada <6>.

Por su importancia desde el punto de vista de aplicación, el problema de transferencia de calor ha recibido especial atención. Mori y Nakayama <7> han hecho experimentos y estudios teóricos con un tubo de una sólo vuelta. Ozisik y Topakoglu <8> utilizaron un método de expansión en series mientras que Cheng y Akiyama <9> en un primer trabajo estudiaron ductos de sección rectangular. Posteriormente Akiyama y Cheng <10>, con un método de diferencias finitas aclararon el efecto del número de Prandtl del fluido. Patankar, Pratap y Spalding <11> utilizaron un método numérico para calcular campos de velocidad y temperaturas de flujo en desarrollo y ya desarrollado.

Tyagi y Sharma <12> consideraron el efecto de la generación de calor en la pared del tubo. Resultados de experimentos hechos en régimen laminar han sido reportados por Janssen y Hoogendorn <13>. Yao y Berger <14> tomaron en cuenta las fuerzas másicas, tanto centrífugas como de flotación.

Introducción

Zapryanov, Christov y Toshev <15> también han utilizado métodos numéricos para la determinación de números de Nusselt para tubos con curvatura. El flujo de calor crítico durante la ebullición de un líquido dentro del ducto helicoidal fue estudiado por Jensen y Bergles <16>. Prusa y Yao <17> tienen resultados numéricos para el caso de un gradiente axial de temperatura constante a lo largo del tubo. Experimentos para determinar la transferencia de calor por convección como función del gasto han sido presentados por Nag, Som y Chakraborty <18>.

Existen muchas más referencias de este tipo en la bibliografía relacionada con la transferencia de calor que ataca este problema, sin embargo se encuentra aún lejos de estar resuelto, cuando menos de forma similar al tubo recto. Por un lado, los análisis teóricos y numéricos en general hacen alguna suposición fuerte con respecto a la situación física, y por otro no han emergido resultados claros con los cuales todos pudieran estar en acuerdo.

El presente trabajo es un estudio empírico de la convección forzada en el interior de tubos helicoidales, en el cual se hará una comparación con valores para un tubo recto y valores encontrados por otros autores. Como se menciona anteriormente, a pesar de la extensa bibliografía referente a este tema, el problema no está resuelto.

Por todo lo anterior, el objetivo de este experimento es determinar el coeficiente de transferencia de calor en ductos helicoidales. Se pretende presentar una correlación del tipo:

$$Nu = a Re^b (\phi)^c (\beta)^d$$

en donde (ϕ) y (β) son parámetros geométricos característicos de este tipo de ductos. Para ello, se realizan una serie de experimentos de los cuales se

Introducción

presentan resultados de los parámetros importantes en este estudio, como los números de Reynolds y Nusselt, además de parámetros geométricos. Para la determinación del número de Nusselt, se hace uso del coeficiente h de transferencia de calor por convección, y a su vez para la determinación de éste, también se introduce el concepto del coeficiente global U de transmisión de calor. En este trabajo, se utilizan diferentes tubos variando sus características geométricas como se establece más adelante.

El estudio también se enfoca a la cuantificación del factor de fricción en estos ductos, el cual está en función de la caída de presión global desde la entrada del fluido al ducto hasta la salida.

I I . DESCRIPCION DEL EXPERIMENTO

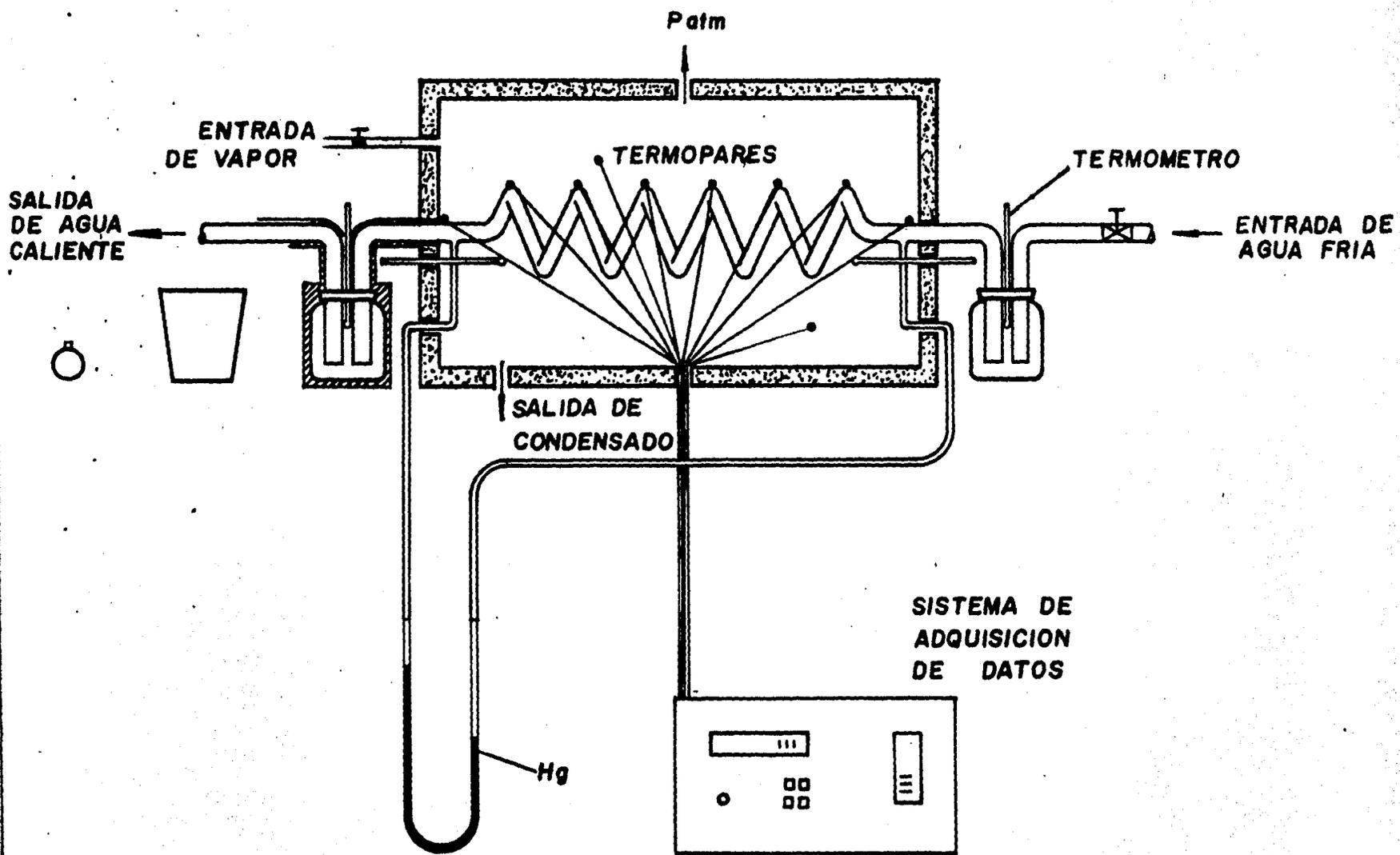
Este trabajo es la culminacion de una serie de experimentos, modificados paulatinamente con el objeto de desarrollar la mejor metodologia de experimentacion. Por lo anterior, fue indispensable contar con un aparato de pruebas en el cual los datos obtenidos fueran confiables y los experimentos reproducibles. En este trabajo se reportan experimentos con diferentes tubos helicoidales, por lo cual el aparato construido tiene la versastilidad de poder cambiar facilmente los diferentes tubos. Por otro lado, se debe tomar en cuenta que este aparato debe contar con un ambiente de alta temperatura, con el fin de poder calentar cada ducto y estudiar las caracterisiticas de transferencia de calor del fluido que circulara en el interior de ellos, que para este trabajo es agua.

En el aparato se hacen pruebas que consisten en calentar el ducto y medir temperaturas, tanto del tubo como del agua y del ambiente de alta temperatura, ademas de registrar la caida de presion del agua en su paso por el tubo helicoidal.

II.1 Descripcion del aparato experimental.

En la figura 2 se muestra un diagrama del aparato de experimentacion. La figura 3 muestra el aparato de experimentacion y algunos detalles de el.

Figura 2. Diagrama del aparato experimental.



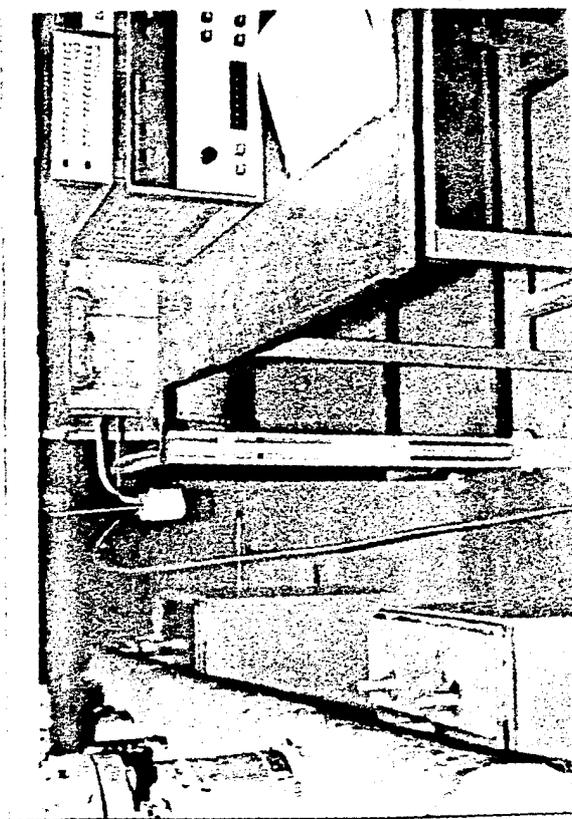
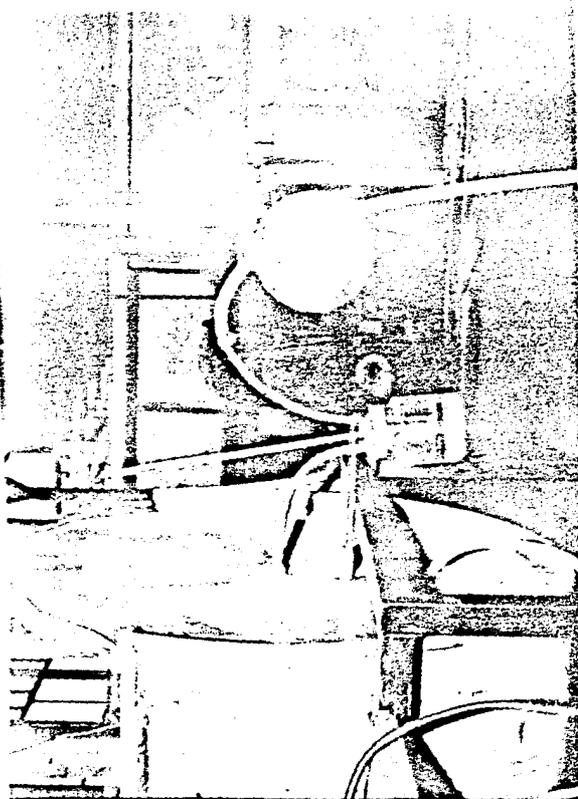
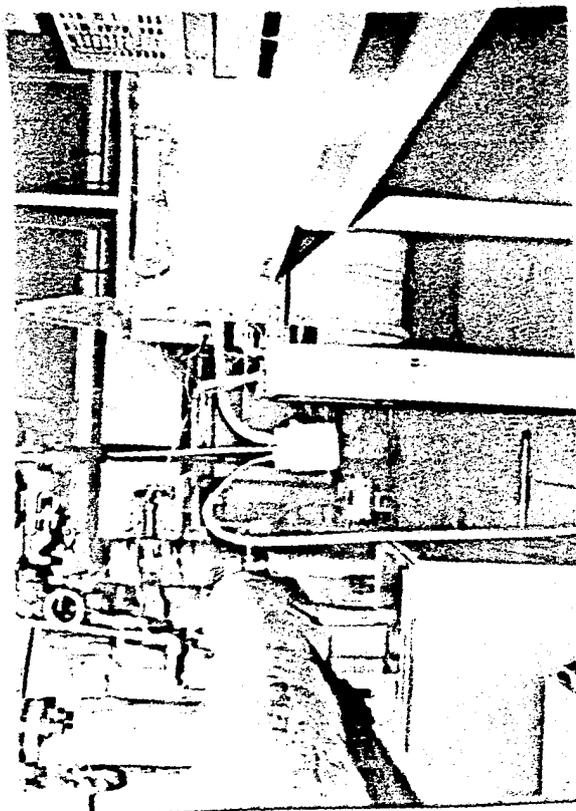
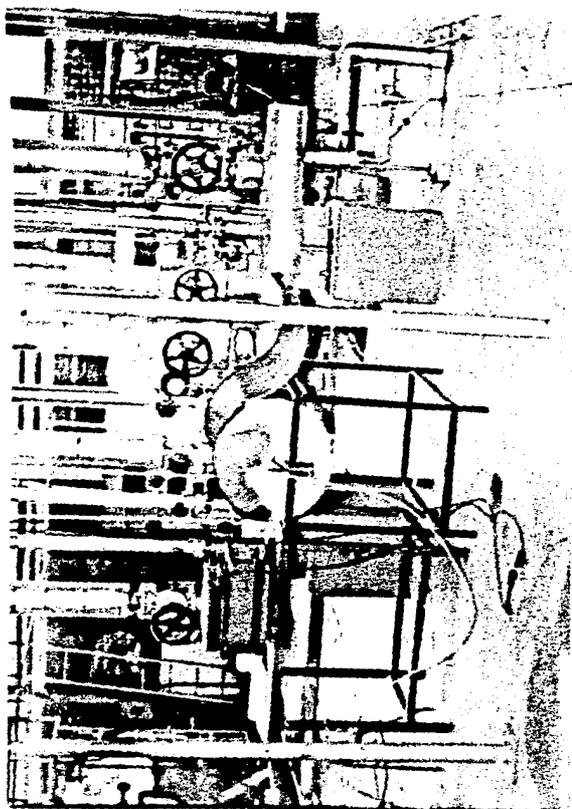


Figura 3. Aparato experimental.

Descripción del experimento

El aparato consiste de una cámara dentro de la cual se coloca un tubo helicoidal. Se hace circular vapor en el interior de la cámara, el cual proviene de una caldera externa y se mantiene a una temperatura constante de aproximadamente 85°C. Esta se registra con un termómetro digital utilizando termopares tipo J, calibre 30. Termómetros de mercurio colocados a ambos extremos de la cámara verifican las temperaturas registradas con los termopares. El gasto de vapor al interior de la cámara se regula con una válvula de aguja. Se hace fluir agua en el interior del serpentín, controlando el gasto con una válvula de globo. La temperatura de mezcla del agua se registra a la entrada y salida de ésta al serpentín con termómetros de mercurio en recipientes mezcladores. La temperatura de pared del tubo se registra con un sistema de adquisición de datos y termopares de tipo J calibre 30 que se fijan al tubo.

La diferencia de presión del agua a su paso por el tubo, se mide con un manómetro diferencial de mercurio, conectado a aquél en las zonas de entrada y salida. Los diferentes serpentines se montan en el eje de la cámara de vapor con acoplamientos para tubo de cobre tipo T. El serpentín se une por un extremo al acoplamiento T (que está unido a la pared de la cámara). Por el extremo inferior del acoplamiento se conecta un ducto plástico que a su vez se conecta al manómetro diferencial de mercurio. En la figura 4 se muestran los acoplamientos tipo T y un serpentín montado en la cámara de vapor. Para fijar los termopares al tubo de cobre, la punta del termopar se coloca sobre la superficie del tubo y sobre ella se sobrepone un material aislante térmico (hule) de pequeña superficie, con lo que en la medición no existe influencia de la temperatura del ambiente sobre el termopar. El hule se fija al tubo con cintillas de alambre que lo sujetan de

Descripción del experimento

manera que el termopar queda fijo a un mismo punto durante toda la prueba. Esto se ilustra en la figura 5.

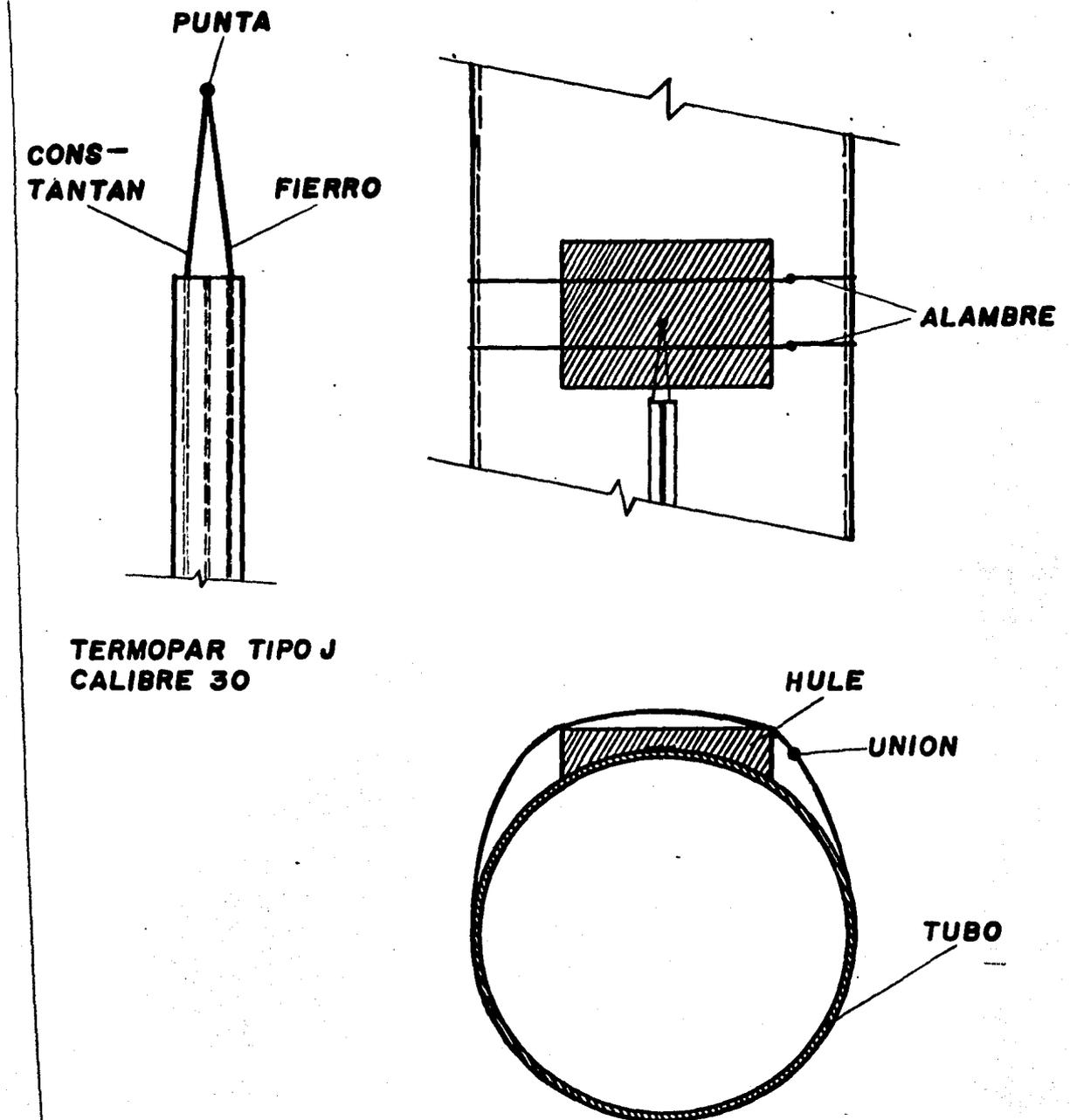


Figura 5. Sujecion de los termopares al tubo.

Descripción del experimento

El número de termopares que se utilizan por cada tubo depende del número de vueltas de éste. Es decir, si el serpentín tiene un número N de vueltas, entonces tendrá en total $N+3$ termopares. Esto es, tiene $N+1$ puntos donde colocar un termopar en la zona de enrollamiento ($0-N$). Como también se registra la temperatura en la zona de entrada y salida del tubo, entonces el total de datos de temperatura en cada ducto es $N+3$.

El gasto másico del agua de circulación se determina de manera directa con un recipiente colector en la salida del ducto y un cronómetro. Se desprecia la masa de agua que evapora. Debido a que la cámara de vapor no está presudizada, la presión en ella es la atmosférica.

II.2 Nomenclatura del tubo helicoidal.

Debido a que en este trabajo se utilizaron diferentes tubos variando sus características geométricas, éstas se especifican. Para establecer claramente lo que es un ducto helicoidal, imaginemos un cilindro sólido sobre el cual se enrolla un ducto sin permitir que se sobreponga a si mismo. Esto se ilustra en la figura 6.

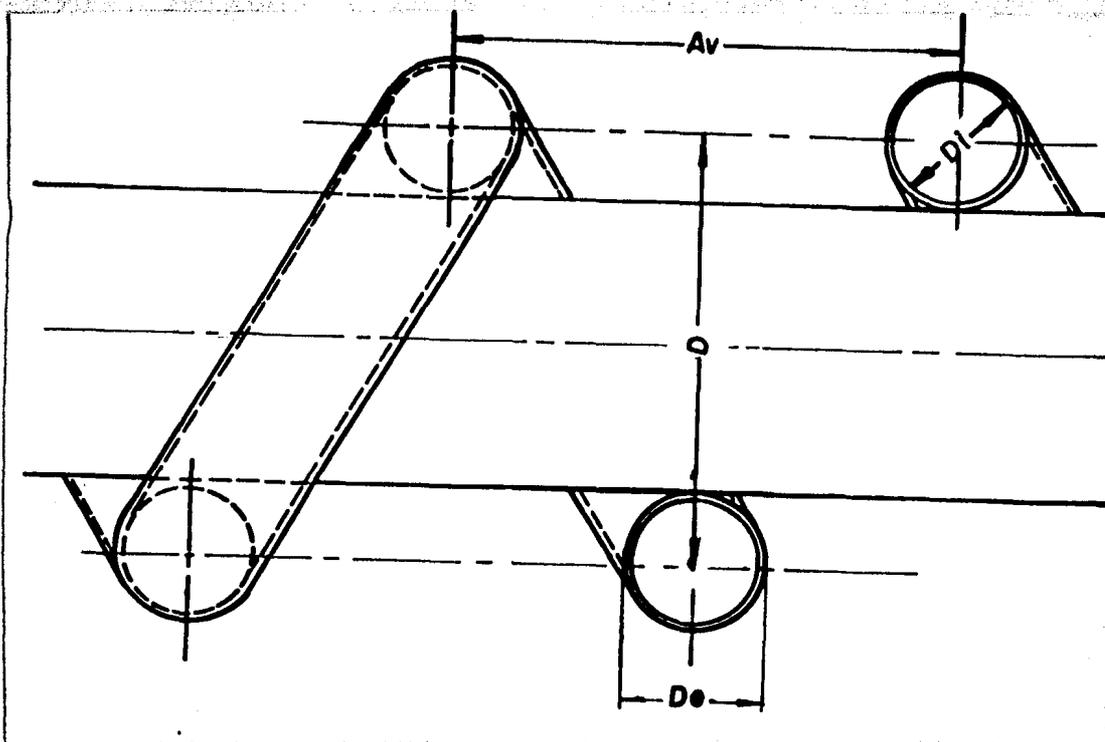


Figura 6. Serpentín enrollado.

De la figura 6, la magnitud A_v se refiere al avance que describe el tubo al ser enrollado en el cilindro.

Cada uno de los tubos utilizados en este experimento, tienen un avance constante aunque no es el mismo para los diferentes tubos. En base a lo anterior, definimos como parámetros geométricos en un tubo helicoidal de sección transversal circular, los siguientes:

- a) El diámetro interior D_i , de la sección transversal del tubo
- b) El radio de curvatura del ducto, definido como $D/2$
- c) El avance por vuelta A_v del tubo

Para el estudio de la transferencia de calor en estos tubos, definiremos dos parámetros geométricos adimensionales importantes:

Denotaremos por (ϕ) la relación del diámetro interior del tubo y el diámetro de enrollamiento, es decir:

$$\phi = D_i / D$$

Descripción del experimento

Denotaremos por (β) a la relación del avance y el diámetro de enrollamiento, entonces:

$$\beta = A_v/D$$

De acuerdo con lo anterior, en la figura 7 se muestran los diferentes valores de (ϕ) y (β) utilizados en el experimento.

D	D_i	A_v	ϕ	β
0.170	0.0075	0.061	0.044	0.359
0.170	0.0075	0.055	0.044	0.324
0.170	0.0075	0.050	0.044	0.294
0.170	0.0075	0.047	0.044	0.277
0.170	0.0075	0.043	0.044	0.255
0.230	0.0075	0.059	0.033	0.255
0.215	0.0075	0.055	0.035	0.255
0.150	0.0075	0.038	0.050	0.255
0.123	0.0075	0.031	0.061	0.255

Figura 7. Tabla de los parámetros geométricos.

D, D_i y A_v en <m>.

En la figura 8 se presentan algunos serpentines utilizados en el experimento.

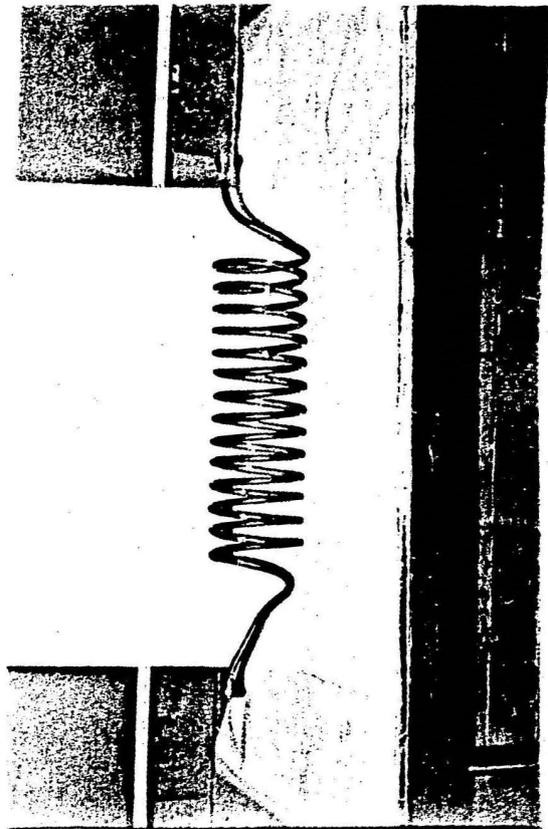
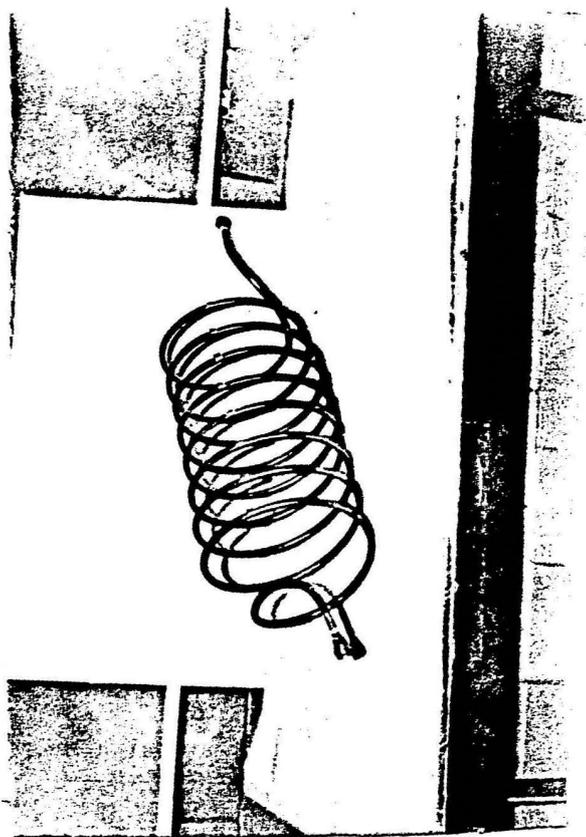
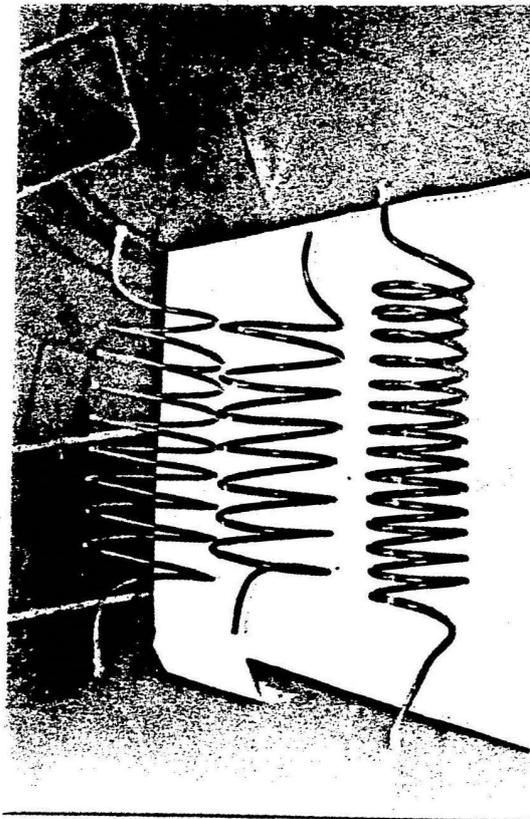
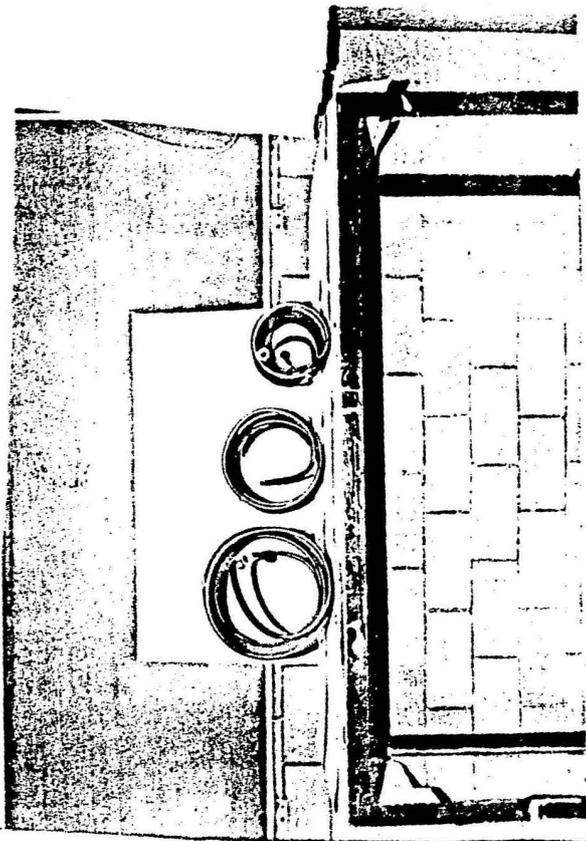


Figura 8. Diferentes serpentes.

Descripcion del experimento

Utilizar diferentes valores de estos parametros es con el objeto de correlacionar, de ser posible, con Nu y Re , ya que son parametros de los que depende la transferencia de calor. Los tubos utilizados para este trabajo son de cobre flexible de diametro exterior de 95<mm> y diametro interior de 75<mm>, mismo que es comercialmente facil de conseguir.

En cuanto a las propiedades del cobre, encontramos que su conductividad termica es $K_c=386\langle W/m^*K\rangle$, la cual se considera constante para un amplio rango de temperaturas, dentro del cual se realiza este trabajo.

Para la elaboracion de cada tubo, el procedimiento que utilizamos consiste en doblar el tubo flexible sobre un cilindro macizo engendrador, de tal manera que el radio de la curvatura sea constante. Para esto es menester utilizar cilindros con buen acabado superficial. La figura 9 muestra algunos serpentines con su cilindro engendrador.

Una vez doblado el tubo en forma helicoidal, es posible alargarlo hasta obtener el avance deseado, para lo cual es necesaria una verificacion cuidadosa de este parametro en diferentes zonas del helicoides, debido a que por su flexibilidad puede tener un avance correcto en una locacion, pero en alguna otra no.

Es importante aclarar que la longitud total en cada tubo es un parametro importante para nuestros calculos, ya que como se explicara mas adelante, el coeficiente global de transmision de calor esta en funcion de la longitud de cada tubo. Como el tubo es flexible, su longitud antes de ser enrollado helicoidalmente es distinta que cuando ya esta doblado. Ademas, la longitud a utilizar en los calculos es la del eje axial del tubo. La manera de medir esta longitud, es enrollando un tubo de material plastico del mismo diametro en el

Descripción del experimento

mismo cilindro que se enrolla cada tubo, y posteriormente desenrollarlo y medir su longitud total.

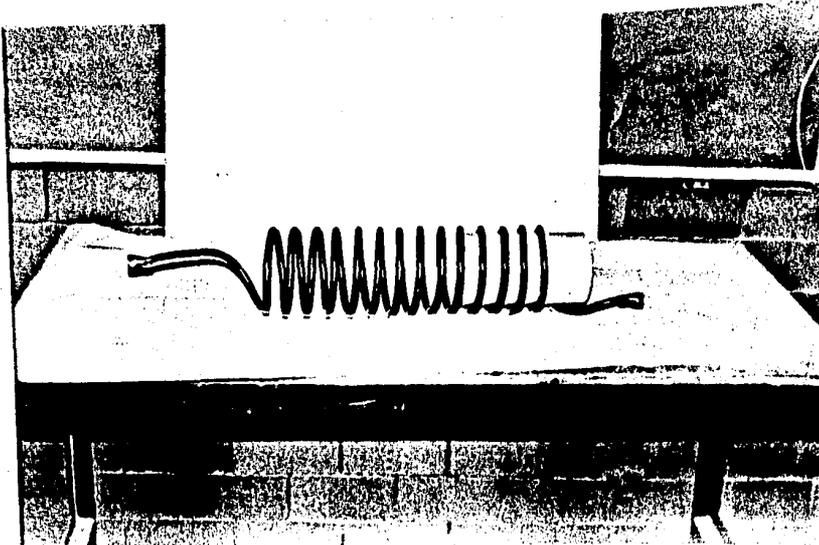
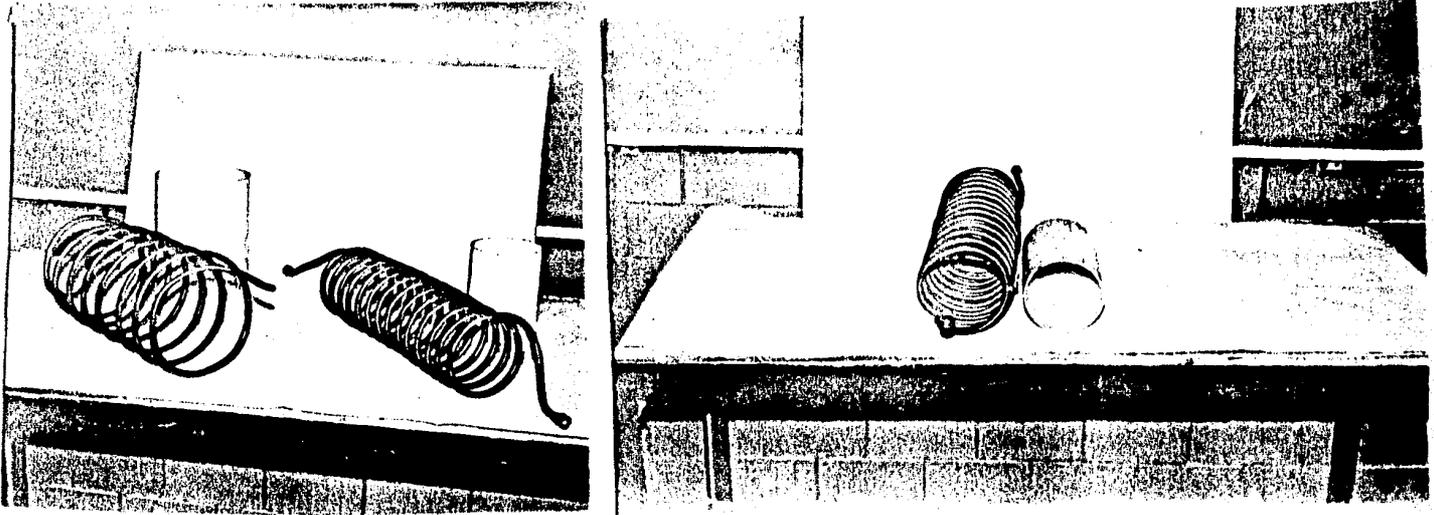


Figura 9. Serpentina y cilindros engendradores.

II.3 Equipo de medición.

La confiabilidad de los resultados de este trabajo, depende en gran parte de las mediciones en el experimento. Por esto, es fundamental utilizar los equipos de medición operando en buenas condiciones. Para las mediciones de temperatura, se utilizaron dos aparatos, uno para medir temperaturas del vapor y el otro para temperaturas de pared del tubo. Los aparatos utilizados son:

TERMOMETRO DIGITAL YEW 2572

Con este instrumento se registro la temperatura del vapor dentro de la cámara de vapor. Este aparato proporciona lecturas con un error de $\langle +, - \rangle 0.03\%$ con una resolución de $1/10^{\circ}\text{C}$. Las lecturas pueden ser leídas tanto en milivolts como en grados centígrados o Kelvin. El aparato está provisto de un compensador interno tipo transistor, el cual genera una referencia interna de temperatura, con lo que no hay necesidad de hacer curvas de calibración para los termopares.

En la figura 10 se muestra el termómetro digital YEW 2572, y algunas de sus partes.

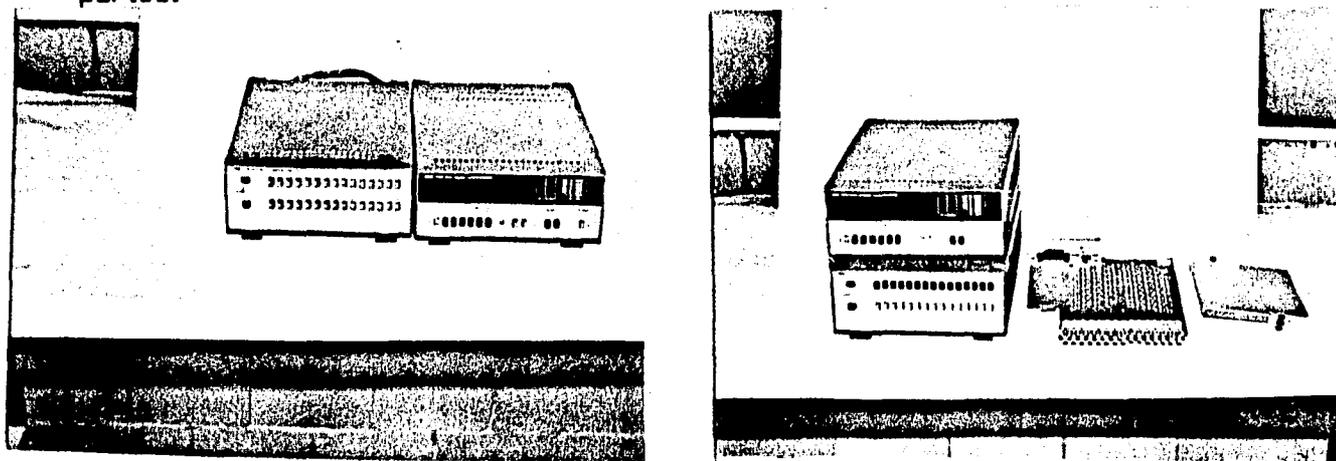


Figura 10.- Termómetro digital YEW 2572.

SISTEMA DE ADQUISICION DE DATOS DE TEMPERATURA

YODAC-8 TIPO 3873.

Las mediciones de temperatura de pared se realizaron con este sistema, que al igual que el YEW 2572 está provisto de referencia interna mediante un compensador. Este sistema tiene una gran versatilidad para la adquisición de datos, además de contar con un impresor termico. Es programable para diversas rutinas, como por ejemplo proporcionar lecturas e imprimirlas cada determinado intervalo de tiempo. Tiene una capacidad para registrar cien canales distintos al mismo tiempo. En la figura 11 se muestra el sistema de adquisición de datos YODAC-8.

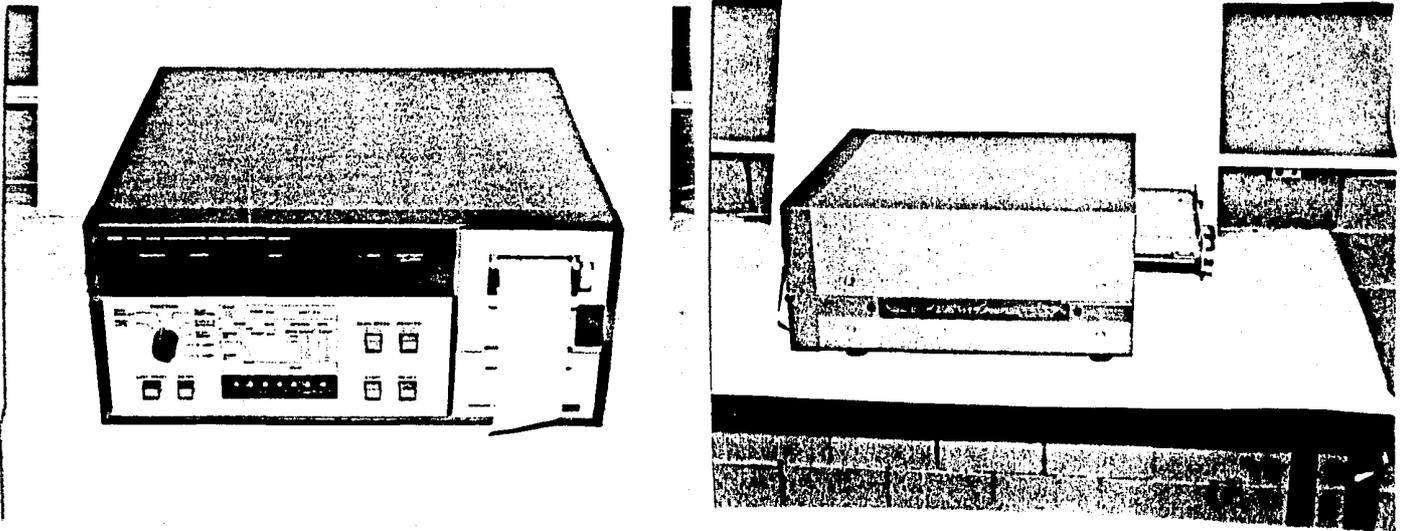


Figura 11. Sistema de adquisición de datos YODAC-8.

III . PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Efectuar la experimentación de una manera metodológica es un factor muy importante para que los experimentos sean reproducibles. En seguida se presenta la manera de experimentación.

III.1 Calibración del equipo.

Los instrumentos de medición y obtención de datos utilizados en el experimento no requieren una rutina de calibración. Tanto el sistema de adquisición de datos como el termómetro digital están diseñados con compensadores para que las lecturas en ellos sean directamente en grados centígrados.

Sin embargo, es conveniente hacer una verificación de las lecturas con alguna referencia . Por ejemplo, cuando el agua fluye por el ducto y las condiciones de temperatura en la cámara son condiciones ambientales, las lecturas de temperatura del agua y del tubo deben ser muy parecidas. Así, los termómetros inmersos en los recipientes mezcladores marcan temperaturas semejantes a las marcadas por los termopares conectados a la pared del tubo. También los termopares sensores de la temperatura del vapor deben marcar temperaturas similares a los termómetros ambientales. Esto debe ser verificado en cada

Procedimiento experimental

experimento para cumplir las mismas condiciones en todos ellos. También, en cada experimento se verifica que el manómetro diferencial de mercurio esté nivelado. Es el único instrumento que se puede considerar que requiere una calibración en este trabajo.

Para la medición del gasto másico, se utiliza un recipiente colector y un cronómetro digital. Se utiliza una báscula convencional para este fin.

III.2 Técnica experimental.

Una vez que se han verificado los instrumentos de medición, se procede a realizar cada experimento. En cada tubo helicoidal se realizan experimentos a 10 diferentes valores de gasto másico. Por cada gasto másico se toman lecturas tanto del agua como de la pared del tubo.

Cada prueba consiste en hacer fluir vapor al interior de la cámara en la que se ha colocado el tubo helicoidal. Se regula la entrada de vapor a un valor fijo de presión de entrada en la cámara. Se hace fluir el agua al interior del ducto y se fija un gasto másico a un cierto valor, el cual se manifiesta en una diferencia de presiones del agua en el manómetro diferencial. En este caso el manómetro hace las veces de rotámetro, ya que a cada gasto másico le corresponde una diferencia de presión.

Se verifica que no existan fluctuaciones en el gasto, y cuando las lecturas de temperatura de pared son suficientemente parecidas (registradas con el sistema de adquisición de datos YODAC-8) en un intervalo de tiempo (aproximadamente 10 minutos), entonces se registran todas las lecturas: temperatura del agua a la

Procedimiento experimental

entrada y salida del ducto, temperatura de pared, caída de presión del agua y temperatura ambiente, así como gasto másico.

El fijar un intervalo de tiempo como el mencionado para tomar las lecturas pudiera parecer sospechoso, ya que puede pensarse que no se permite que las condiciones del flujo estabilicen. Sin embargo, con la experiencia en este trabajo encontramos que el tiempo mencionado es suficiente para considerarlo como flujo estable. Algunos factores como la imposibilidad de tener un absoluto control del gasto másico del agua y vapor son determinantes en este punto.

Se lleva un registro de todos los datos y en el caso de la temperatura de pared, el impresor del sistema de adquisición de datos proporciona las lecturas de temperatura por separado.

Una vez terminado este procedimiento, se fija un nuevo gasto y se regula la entrada de vapor hasta que la temperatura ambiente en la cámara tiene el mismo valor del gasto másico anterior, la cual se registra con el termómetro digital YEW 2572, repitiéndose el proceso hasta tener las 10 lecturas correspondientes a cada gasto másico.

IV. PROCEDIMIENTO DE CALCULO

Para determinar los parámetros de interés en nuestro estudio, partiremos de un análisis teórico.

Los datos que se obtienen de realizar el experimento, son datos que han de ser procesados. El procedimiento de cálculo se detalla en seguida.

IV.1 Balance de energía

El agua al fluir por un medio que se encuentra a mayor temperatura, incrementa su energía interna, la cual se puede cuantificar en función de la temperatura como:

$$dq_a = m c_p dT \quad \text{.....(1)}$$

en donde:

dq_a = incremento de energía del agua por unidad de área

m = gasto másico del agua

C_p = calor específico del agua

dT = variación de la temperatura del agua

A la vez, el flujo de calor al agua desde la frontera sólida, puede escribirse en función del coeficiente global U de transmisión de calor:

$$dq_a = U D_e (T_w - T) dx \quad \text{.....(2)}$$

donde:

U = coeficiente global de transmisión de calor

T_w = temperatura de la pared del tubo

T = temperatura del agua

D_e = diámetro exterior del tubo

Procedimiento de calculo

dx = variacion de la distancia

y el coeficiente global de transmision de calor U involucra, en este caso, al coeficiente de transmision de calor por conveccion h_i y la conductividad termica k_c del material de la frontera solida (en este caso cobre). De esta manera, para un tubo de seccion circular, este coeficiente se puede expresar, despreciando el coeficiente de suciedad (se utilizaron tubos limpios):

$$U = \frac{1}{\frac{D_e}{D_i h_i} + \frac{D_e}{2k_c} \ln \frac{D_e}{D_i}} \quad \text{.....(3)}$$

en donde:

D_i = diametro exterior del tubo

k_c = conductividad termica de la pared solida

h_i = coeficiente de transferencia de calor por conveccion en el interior del tubo

Es importante hacer notar que T_w variara a lo largo del tubo, de tal manera que $T_w = T_w(x)$.

Igualando (1) y (2):

$$m c_p dT = D_e U (T_w(x) - T) \quad \text{.....(4)}$$

arreglando la ecuacion (4) llegamos a:

$$dT = (T_w(x) - T) dx \quad \text{.....(4')}$$

$$\text{en donde} \quad = m c_p / (D_e U) \quad \text{.....(5)}$$

De la ecuacion (4') obtenemos:

$$\frac{dT}{dx} + T = \frac{T_w(x)}{m c_p / (D_e U)} \quad \text{.....(6)}$$

La ecuacion (6) es una ecuacion diferencial lineal no homogenea, de primer orden con coeficientes constantes. La solucion homogenea de la ec. (6) es:

Procedimiento de calculo

$$T_h = C_1 \exp(-x/\lambda) \quad \dots\dots\dots(7)$$

multiplicando la ec. (6) por el reciproco de la ec. (7) obtenemos:

$$C_2 \exp(x/\lambda) \frac{dT}{dx} + C_2 \exp(x/\lambda) T = C_2 \exp(x/\lambda) \frac{T_w(x)}{\lambda}$$

o bien:

$$\frac{d}{dx} [\exp(x/\lambda) T] = \exp(x/\lambda) \frac{T_w(x)}{\lambda} \quad \dots\dots\dots(8)$$

Integrando ambos miembros sobre toda la longitud:

$$\int_0^L \frac{d}{dx} [\exp(x/\lambda) T] dx = \int_0^L \exp(x/\lambda) \frac{T_w(x)}{\lambda} dx \quad \dots\dots\dots(9)$$

$$[\exp(x/\lambda) T]_0^L = \int_0^L \exp(x/\lambda) \frac{T_w(x)}{\lambda} dx$$

Evaluando los limites de la integral del lado izquierdo de la ecuacion:

$$[\exp(L/\lambda) T_s - T_e] = \int_0^L \exp(x/\lambda) T_w(x) dx \quad \dots\dots\dots(10)$$

De la ec. (10) debemos hacer las siguientes consideraciones:

a) Se desconoce la funcion $T_w(x)$ por lo cual no se puede integrar analiticamente.

b) La incognita de la ecuacion es $T_w(x)$ definida por la ec. (5) que esta en forma implicita. De esta forma su solucion la aproximaremos con un metodo numerico el cual se discute adelante.

De la primera consideración, aunque se desconoce la función $T_w(x)$, conocemos valores discretos de $T_w(x)$ ya que son valores que se miden directamente mediante los termopares. Por esto, la integral de la ec. (10), la podemos aproximar con un método de integración numérica. Este y la solución de la ec. (10) se discuten en seguida.

IV.2 Solución de la ecuación de energía.

i) Integración numérica.

La solución de la integral de la ec. (10) la aproximaremos utilizando la regla trapezoidal. Esta se define como (con referencia a la figura 8):

$$\int_a^b f(x)dx = \frac{h}{2} [f(a) + f(b)] \quad \text{.....(11)}$$

Respecto a los datos del experimento, cada tubo helicoidal, como antes se mencionó, tiene $N+3$ datos (o puntos) de temperatura de pared, donde N es el número de vueltas. En cada serpentín, el origen del sistema de referencia coincide con la entrada X_0 . Esto se ilustra en la figura 9.

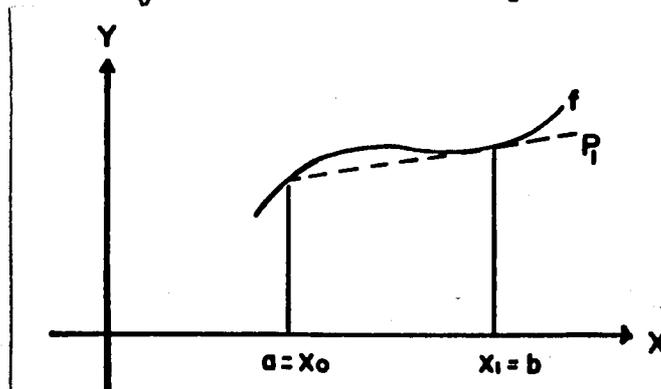


Figura 8. Regla trapezoidal.

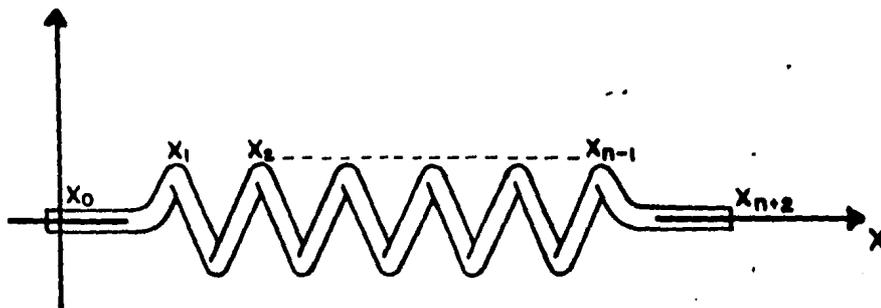


Figura 9. Sistema de referencia.

Denominamos longitud de entrada L_e , al valor $(X_1 - X_0)$, y longitud de salida L_s al valor $(X_{N+2} - X_{N+1})$, donde N es el número de vueltas del serpentín y $N+i$ un punto con referencia al serpentín, como se ilustra en la figura 9. Todos los demás valores de X están distanciados entre sí un valor constante a partir del punto X_1 hasta el punto X_{N+1} . A este valor constante lo denominamos L_v (longitud por vuelta). Entonces, la integral puede resolverse como:

$$\int_0^L f(x) dx = 0.5[X_0 - X_1][f(X_0) + f(X_1)] +$$

$$+ \sum_{i=1}^{N+1} 0.5L_v[f(X_{i+1}) + f(X_i)] +$$

$$+ 0.5[X_{N+2} - X_{N+1}][f(X_{N+2}) + f(X_{N+1})] \dots \dots \dots (12)$$

En nuestro caso, de la ec. (10): $f(x) = \exp(x/\alpha) T_w(x)$. Los detalles de este procedimiento se discuten por separado en el Apéndice.

ii) Solución a la ecuación (10)

En adelante, la integral de la ec. (12) la denominaremos como $I_n(\alpha)$, y la ec. (10) puede escribirse como:

$$\propto [\exp(x/\alpha) T_s - T_e] = I_n(\alpha), \text{ o bien:}$$

$$\alpha = I_n(\alpha) / [\exp(x/\alpha) T_s - T_e] \dots\dots(13)$$

la cual puede interpretarse como:

$$\alpha = F(\alpha) \text{ o también } \alpha - F(\alpha) = 0 \dots\dots(14)$$

La ec. (14) depende del valor de α y de los valores discretos de T_w y X_i . El procedimiento de solución consiste en suponer un valor de α y calcular $I_n(\alpha)$. Con este último se determina $F(\alpha)$. Si, de la ec. (14), la diferencia entre α y $F(\alpha)$ es menor que una tolerancia preestablecida o igual a cero, entonces la ecuación (10) queda resuelta. De lo contrario, se realiza nuevamente el cálculo, asignando a α el valor de $F(\alpha)$. El proceso se repite hasta encontrar la solución de la ec. (10). Más detalles de este procedimiento se discuten en el Apéndice.

IV.3 Cálculo de los parámetros U, h_i ; Nu y f.

Una vez conocido el valor de α , podemos calcular el valor de U ya que la ec. (5) los relaciona tal que:

$$U = \frac{m C_p}{\alpha D}$$

De la ecuación (3), se despeja h_i y se obtiene:

$$h_i = \frac{1}{\frac{1}{U} + \frac{D_e}{2k_c} + \frac{D_e}{D_i} \ln \frac{D_e}{D_i}}$$

Sustituyendo U en esta última se conoce el valor de h_i . El número de Nusselt se define como:

Procedimiento de cálculo

$$Nu = \frac{h_i D_i}{k_a}$$

en donde k_a = conductividad térmica del agua.

La conductividad térmica del agua se calcula a la temperatura media del fluido, definida como:

$$T_m = 0.5 [T_s + T_e]$$

El número de Reynolds se define como:

$$Re = \frac{V D \rho}{\mu}$$

en donde:

ρ = densidad del agua
 μ = viscosidad dinámica del agua.

Esta ecuación se puede expresar en función del gasto másico como:

$$Re = \frac{m D_i}{\mu A_i}$$

en la cual:

A_i = área de la sección transversal interior del tubo
 m = gasto másico del agua.

Esta última es la ecuación que se utiliza para el cálculo de Re , en la que también se evalúan las propiedades físicas del agua a la temperatura promedio T_m . En cuanto al factor de fricción f , este se determina con la ecuación:

$$f = \frac{2(\Delta P)D_i}{m \left[\frac{L}{A_i} \right]}$$

Procedimiento de cálculo

en la que:

ΔP = diferencia de presiones entre la entrada y la salida del agua

L = longitud total del serpentín.

V. RESULTADOS

Los datos experimentales y los resultados del procesamiento de éstos se muestran en seguida. En todas las figuras referentes a datos experimentales se muestran los resultados de temperatura del tubo con su correspondiente valor de distancia a lo largo del tubo.

V.1 Datos experimentales

En la parte superior de las figuras 14 a la 22, se presentan los datos generales de cada serpentín, tales como su número de vueltas, avance por vuelta y su diámetro de enrollamiento. Se muestran los datos experimentales tales como la caída de presión correspondiente a cada gasto y todos los datos de temperatura de pared. En la parte inferior se muestra el valor de temperatura del agua, tanto de entrada como de salida. Las unidades correspondientes se especifican en cada caso.

Cada una de las figuras 23 a 31, son las gráficas correspondientes a las figuras 14 a la 22. Se muestra la distribución de temperatura de la pared a lo largo del tubo y la temperatura del agua para cuatro diferentes gastos máxicos (especificados también). En cada figura se especifican las características de cada serpentín.

Serpentin de 7 vueltas

Avance por vuelta: .2613 [m/vuelta]

Diametro de enrollamiento: .17 [m]

RESULTADOS

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gasto masico [Kg/s]:										
m	.10159	.09393	.08865	.08538	.08122	.07764	.07024	.06407	.05647	.04759
Caída de presión [cm Hg]:										
Dr	32.50	28.00	24.50	23.10	20.20	19.10	16.10	13.50	10.60	7.70
Temperatura de pared [C]:										
X(0)	22.02	23.13	23.47	23.90	24.56	24.57	25.51	26.60	28.06	30.40
X(1)	26.30	27.40	27.60	28.00	29.00	29.00	30.50	31.30	33.00	35.70
X(2)	27.70	28.90	29.30	30.60	30.90	31.30	32.30	33.90	35.40	38.70
X(3)	30.70	31.80	32.40	33.60	33.90	34.70	36.00	37.50	39.40	42.50
X(4)	33.10	34.20	34.80	35.70	36.50	37.20	38.70	40.10	42.00	45.50
X(5)	34.30	35.20	36.30	37.50	37.90	38.60	40.60	41.90	43.70	47.60
X(6)	36.50	37.30	38.00	39.40	40.20	41.10	43.20	44.30	46.40	50.30
X(7)	38.30	39.30	39.90	41.60	42.20	43.10	45.10	46.70	48.70	52.90
X(8)	41.60	42.90	43.40	45.10	45.60	46.70	48.70	50.30	52.50	56.00
X(9)	45.02	46.62	47.01	48.71	49.11	50.42	52.42	54.02	56.42	60.93
Temperatura del agua [C]:										
Te	16.50	16.50	16.60	16.60	16.60	16.60	16.60	16.60	16.60	16.70
Ts	40.00	43.10	44.10	44.20	45.00	46.00	47.90	49.40	52.00	55.20
Dual Routine now OFF										

14

Figura 14.

Serpentin de 8 vueltas

Avance por vuelta: .055 [m/vuelta]

Diametro de enrollamiento: .17 [m]

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gasto masico [Kg/s]:										
m	.09821	.09274	.08843	.08469	.07903	.07364	.06847	.06061	.05459	.04614
Caída de presión [cm Hg]:										
Da	31.50	28.00	25.60	23.50	19.40	17.70	15.10	12.15	9.70	0.00
Temperatura de pared [°C]:										
X(0)	24.79	25.30	25.99	26.25	26.84	27.10	27.85	29.41	30.53	33.01
X(1)	27.70	29.60	30.90	31.20	32.00	32.10	33.10	35.30	36.20	38.40
X(2)	32.50	33.20	33.90	34.10	35.40	35.90	36.00	38.20	39.00	42.00
X(3)	34.40	35.10	35.80	36.10	37.40	37.90	39.00	41.20	42.00	46.10
X(4)	37.50	38.40	39.00	39.00	40.60	41.30	42.60	45.20	46.90	50.30
X(5)	39.50	40.30	41.00	40.90	42.90	43.20	44.80	47.20	49.00	52.60
X(6)	41.70	42.00	43.60	43.20	45.30	45.90	47.50	49.70	51.70	55.40
X(7)	43.80	45.10	45.60	45.90	47.60	48.10	50.00	52.40	54.40	58.30
X(8)	47.60	48.60	49.60	49.40	51.60	52.40	54.20	56.80	59.70	62.50
X(9)	50.30	51.10	51.90	50.00	52.50	53.10	57.10	60.00	62.00	65.40
X(10)	53.10	53.70	54.67	54.77	57.59	57.90	60.19	63.41	65.51	68.49
Temperatura del agua [°C]:										
Te	16.00	16.30	16.80	16.00	16.00	16.90	16.90	16.90	17.30	17.30
Ts	47.90	50.10	50.80	51.10	53.20	54.00	56.00	57.90	60.00	63.50
Dual Routine now OFF										

15

Figura 15.

Serpentin de 7 vueltas

Avance por vuelta: .05 [m/vuelta]

Diametro de enrollamiento: .17 [m]

RESULTADOS

N	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gasto masico [Kg/s]:										
m	.09181	.08437	.07919	.07306	.06689	.06227	.05829	.05432	.04991	.04150
Caída de presión [cm Hg]:										
De	29.50	26.80	23.75	20.30	17.60	15.50	13.40	11.70	8.00	6.30
Temperatura de pared [C]:										
X(0)	24.90	25.00	25.62	26.81	27.39	28.13	29.28	30.00	31.63	32.96
X(1)	27.90	28.60	27.10	29.70	30.90	31.70	32.40	33.00	34.70	36.50
X(2)	31.60	32.60	33.80	34.20	35.40	36.20	37.70	39.70	43.60	42.30
X(3)	34.00	35.20	35.70	37.10	38.40	39.00	40.10	41.60	43.80	45.80
X(4)	39.10	39.60	39.70	40.40	41.00	42.60	43.90	45.50	47.80	50.50
X(5)	40.00	41.40	42.00	43.60	45.30	46.30	47.70	49.40	51.90	55.10
X(6)	41.90	43.20	43.00	45.00	47.10	48.30	49.70	51.60	53.90	57.30
X(7)	43.70	45.00	45.60	47.30	49.00	50.30	51.40	53.60	55.70	59.70
X(8)	45.50	47.20	48.20	49.70	51.70	52.90	54.00	56.20	58.60	62.30
X(9)	47.50	49.30	50.40	51.80	54.20	55.20	56.50	59.00	61.30	64.80
X(10)	50.00	51.30	52.00	53.80	56.60	57.50	58.80	61.40	63.30	66.90
X(11)	52.60	53.40	55.30	55.90	59.10	59.90	61.10	63.90	65.40	61.10
Temperatura del agua [C]:										
Ta	16.00	16.00	16.80	16.00	16.80	16.90	16.90	16.70	16.80	16.90
Ts	50.00	51.30	52.80	54.40	56.10	57.20	59.10	63.70	64.50	67.00

Dual Routing now OFF

16

Figura 16.

Serpentin de 12 vueltas

Avance por vuelta: .047 [m/vuelta]

Diámetro de enrollamiento: .17 [m]

RESULTADOS

X	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gasto masico [Kg/s]:										
m	.09115	.08491	.07937	.07381	.06925	.06492	.05681	.05107	.04755	.03558
Caída de presión [cm H ₂ O]:										
De	72.50	28.50	25.50	22.50	20.00	16.00	14.00	11.50	9.50	5.50
Temperatura de pared [°C]:										
X(0)	24.40	25.00	25.23	25.44	26.50	27.49	28.35	29.74	30.61	34.96
X(1)	27.30	27.70	28.00	28.50	29.50	30.30	31.90	32.70	33.80	37.00
X(2)	31.10	30.90	31.60	32.10	33.30	34.90	35.70	37.00	38.40	43.20
X(3)	32.70	33.60	34.10	35.00	36.20	37.40	38.70	41.00	41.70	47.20
X(4)	35.10	36.00	36.80	37.50	38.80	40.60	41.90	43.80	44.50	50.90
X(5)	37.30	38.00	38.80	39.70	41.10	43.20	44.70	46.90	47.80	54.40
X(6)	39.00	39.90	40.70	41.80	43.20	45.40	47.00	49.30	50.20	57.20
X(7)	40.60	41.70	42.60	43.50	44.90	47.20	49.10	51.40	52.00	59.40
X(8)	42.60	43.70	44.60	45.80	47.20	49.50	51.60	54.20	54.80	62.00
X(9)	44.30	45.40	46.50	48.10	49.50	51.90	53.90	56.50	57.20	64.50
X(10)	46.10	46.90	48.40	49.80	51.40	53.70	55.90	58.60	59.20	66.60
X(11)	48.00	49.80	51.10	52.70	54.30	56.70	58.70	61.30	62.00	69.00
X(12)	51.62	52.83	53.92	51.13	57.33	59.63	62.03	64.12	65.33	71.50
Temperatura del agua [°C]:										
Te	16.40	16.40	16.40	16.40	16.40	16.40	16.40	16.70	16.70	16.70
Ts	40.50	49.50	50.60	52.50	53.80	55.90	57.90	60.00	61.40	62.90
Dual Routing now OFF										

17

Figura 17.

Serpentin de 11 vueltas

Avance por vuelta: .0433 [m/vuelta]

Diametro de enrollamiento: .17 [m]

RESULTADOS

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gasto masico [Kg/s]:										
m	.08381	.07910	.07476	.07123	.06735	.06228	.05027	.05185	.04431	.03557

Da	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Caida de presion [cmHg]:										
	31.53	27.53	25.00	22.10	20.33	17.83	15.50	12.50	9.50	6.50

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temperatura de pared [C]:										
X(0)	24.64	25.85	26.96	28.98	32.24	34.51	35.87	37.32	39.57	43.74
X(1)	28.00	29.30	30.50	32.10	34.50	36.70	39.20	42.00	42.90	45.90
X(2)	32.30	33.00	34.70	36.00	39.80	42.00	42.80	45.60	47.50	51.30
X(3)	37.00	38.00	39.90	42.50	43.30	46.40	46.60	49.70	51.50	55.60
X(4)	39.75	40.30	40.70	43.00	44.20	46.70	47.70	50.20	52.30	57.70
X(5)	42.00	43.40	44.30	46.00	47.10	50.00	51.40	53.70	56.00	61.20
X(6)	45.50	46.70	47.40	48.80	50.10	53.00	54.40	56.90	59.50	64.20
X(7)	47.90	49.10	50.00	51.60	52.60	55.00	57.50	59.00	62.90	67.20
X(8)	50.10	51.70	52.70	54.10	55.30	58.90	60.30	62.60	65.50	69.90
X(9)	52.20	54.00	54.90	56.50	57.60	61.20	62.30	64.90	67.70	71.80
10)	54.80	56.40	57.10	58.80	59.50	62.90	64.00	66.50	69.10	73.50
	57.20	58.70	59.40	61.10	62.10	65.20	66.70	69.70	71.30	75.50
	61.00	62.50	62.90	64.50	65.50	68.60	69.00	71.70	74.10	77.50
	67	66.57	66.65	68.14	67.14	72.24	73.19	74.91	76.70	77.64

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Temperatura del agua [C]:										
	14.50	16.50	16.50	16.50	16.50	16.50	16.80	16.70	16.70	
	67.00	64.70	65.90	67.50	68.50	72.50	73.50	75.50		

Figura 18.

Serpentin de 7 vueltas

Avance por vuelta: .0589 [m/vuelta]

Diametro de enrollamiento: .23 [m]

RESULTADOS

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gasto masico [Kg/s]:										
m	.09129	.08579	.08107	.07626	.07116	.06497	.05946	.05197	.04449	.03725
Caída de presión [cm H ₂ O]:										
De	32.50	29.00	26.50	23.50	20.50	17.00	14.50	11.50	8.50	6.20
Temperatura de pared [C]:										
X(0)	23.00	24.10	24.20	24.60	24.70	25.50	26.30	27.20	28.20	29.00
X(1)	28.00	28.50	29.00	30.00	31.20	31.60	33.70	35.70	37.00	40.00
X(2)	32.60	33.20	34.10	34.90	35.90	36.80	39.00	41.20	43.00	46.70
X(3)	37.10	38.00	39.00	39.70	41.00	42.00	44.40	46.90	48.00	43.50
X(4)	40.40	41.10	41.90	43.10	44.20	45.40	47.60	50.50	52.70	57.30
X(5)	41.90	42.70	43.80	44.90	46.10	47.40	50.20	52.60	55.10	59.40
X(6)	44.90	46.00	46.70	48.10	49.40	50.70	53.60	56.30	59.10	63.20
X(7)	47.00	49.00	49.60	51.20	52.60	53.90	56.90	59.90	62.30	66.50
X(8)	50.90	52.00	53.20	54.00	56.50	57.70	60.60	63.70	66.00	70.10
X(9)	56.40	57.40	59.40	60.20	61.40	62.70	65.40	68.10	70.20	73.70
Temperatura del agua [C]:										
Te	17.00	17.00	17.00	17.00	17.00	17.00	17.00	17.00	16.00	17.00
Ts	51.00	52.00	53.20	54.50	56.00	57.50	59.50	62.00	64.70	68.50

19

Figura 19.

Serpentin de 7 vueltas

Avance por vuelta: .0548 [m/vuelta]

Diametro de enrollamiento: .215 [m]

RESULTADOS

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gasto masico [Kg/s]:										
m	.00957	.00975	.07944	.37407	.06852	.06150	.05377	.04093	.34016	.03347
Caída de presión [cm Hg]:										
De	31.20	29.00	24.00	20.00	18.00	14.50	11.00	9.50	6.50	4.50
Temperatura de pared [°C]:										
X(0)	23.60	24.10	24.20	24.80	24.80	25.40	25.00	26.20	27.60	28.60
X(1)	29.70	33.60	31.00	31.90	32.90	34.40	35.40	38.00	39.30	41.30
X(2)	35.00	36.20	36.80	37.80	39.00	43.10	41.80	44.20	46.50	49.80
X(3)	39.00	40.60	41.80	43.00	44.10	45.90	48.00	50.30	53.20	57.00
X(4)	43.00	44.10	45.40	46.00	47.70	49.40	51.90	54.50	57.40	61.20
X(5)	45.80	47.10	48.30	49.90	50.90	52.00	55.10	57.70	60.90	64.60
X(6)	47.90	49.00	50.50	52.20	53.50	55.70	58.00	60.30	63.90	67.60
X(7)	52.30	53.50	54.80	56.00	57.90	60.30	62.00	64.90	68.20	71.70
X(8)	55.50	56.70	58.30	60.30	61.60	63.50	65.70	68.50	71.30	74.50
X(9)	61.20	62.50	64.10	65.60	67.70	68.90	71.00	73.20	75.70	78.30
Temperatura del agua [°C]:										
Ta	17.00	17.00	17.00	17.00	17.00	17.00	17.00	17.00	17.00	17.10
Ts	55.30	56.30	57.90	60.10	61.10	62.70	65.00	68.00	70.00	73.10
Dual Routing now OFF										

20

Figura 20.

Serpentin de 11 vueltas

Avance por vuelta: .038 [m/vuelta]

Diametro de enrollamiento: .15 [m]

RESULTADOS

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gasto masico [Kg/s]:										
m	.08634	.08679	.07500	.07069	.06608	.06144	.05704	.05231	.04513	.04140
Caída de presión [cm Hg]:										
De	36.30	26.00	22.70	20.00	17.20	14.80	12.50	10.00	7.50	5.50
Temperatura de pared [C]:										
X(0)	25.20	25.50	26.10	26.40	27.00	26.60	27.50	28.00	29.00	30.30
X(1)	29.20	30.70	30.90	32.00	32.20	33.40	34.20	35.70	36.70	38.40
X(2)	35.70	36.30	37.30	38.10	38.70	39.80	40.10	41.30	42.70	45.00
X(3)	36.50	37.40	38.70	39.40	40.30	40.90	41.40	43.50	45.50	48.20
X(4)	39.60	40.10	41.60	42.70	43.20	44.00	45.00	46.00	48.30	52.00
X(5)	42.00	43.00	44.60	45.60	46.50	47.20	48.30	50.20	52.60	56.20
X(6)	44.50	45.80	47.30	48.40	49.10	49.80	50.90	52.00	55.20	59.30
X(7)	47.20	48.50	50.00	50.90	51.80	52.60	53.30	55.30	57.90	61.90
X(8)	49.10	50.70	52.30	53.20	54.10	54.60	55.30	57.30	60.20	64.00
X(9)	51.90	53.00	54.90	56.00	56.60	57.20	57.70	60.00	62.50	66.70
X(10)	53.60	54.20	56.00	57.00	57.80	58.70	59.10	61.40	64.10	67.90
X(11)	55.50	56.20	58.50	59.50	60.50	60.70	61.60	64.00	66.40	70.30
X(12)	57.10	58.20	60.40	61.80	62.30	62.90	63.70	66.00	68.60	72.20
X(13)	63.60	64.40	66.40	67.50	68.00	68.60	69.10	71.20	73.30	76.40
Temperatura del agua [C]:										
Te	16.90	17.00	17.00	17.00	17.00	17.00	17.00	17.00	17.00	17.00
Ts	57.50	50.00	59.20	60.10	61.00	62.50	63.10	64.70	67.10	70.00

Dual Routing now OFF

21

Figura 21.

Serpentín de 14 vueltas

Avance por vuelta: .0310 [m/vuelta]

Diametro de enrollamiento: .123 [m]

RESULTADOS

#	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Gasto masico [Kg/s]:										
m	.59029	.58341	.57729	.57192	.56889	.56529	.56201	.54262	.53742	.53105
Caída de presión [cm H ₂ O]:										
Dp	31.20	29.80	24.80	21.80	17.50	14.30	13.50	9.60	6.50	4.20
Temperatura de pared [°C]:										
X(0)	23.20	23.20	23.70	24.20	24.40	24.80	25.30	26.00	27.70	29.10
X(1)	29.60	30.70	31.50	31.90	33.30	34.00	34.00	34.50	35.40	37.00
X(2)	30.90	31.70	32.80	33.80	34.80	36.50	38.60	39.80	42.10	43.60
X(3)	33.60	34.20	35.40	36.00	37.40	39.40	41.50	43.30	45.00	47.80
X(4)	35.00	35.60	36.80	38.00	39.10	40.90	43.30	45.70	49.20	51.50
X(5)	36.80	37.60	38.60	40.00	41.30	42.90	45.00	48.30	50.80	53.70
X(6)	38.40	39.90	40.80	41.70	43.80	44.40	47.90	50.10	52.90	56.30
X(7)	39.80	40.60	41.50	43.20	44.50	45.80	49.40	52.30	54.60	58.30
X(8)	41.60	42.30	43.60	44.90	46.60	49.20	51.40	54.30	56.90	60.80
X(9)	42.60	43.40	44.60	46.40	47.70	49.40	53.10	56.20	58.60	62.50
X(10)	44.20	44.90	46.50	48.50	49.10	51.10	54.90	57.80	62.70	64.40
X(11)	46.10	47.10	48.40	50.60	51.70	53.50	57.10	60.70	63.40	66.60
X(12)	48.30	48.70	50.80	52.10	53.30	54.80	59.30	62.00	64.90	68.20
X(13)	50.00	50.80	52.20	54.30	55.50	57.40	61.30	64.20	67.00	70.00
X(14)	50.90	51.90	53.50	55.70	57.20	59.70	62.70	65.70	68.50	71.50
X(15)	53.00	54.00	55.60	57.60	59.50	61.10	64.90	68.00	70.50	73.60
X(16)	54.50	55.60	57.20	59.10	61.10	62.50	66.20	69.20	71.60	74.40
Temperatura del agua [°C]:										
Te	16.90	16.90	17.50	17.00	17.00	17.00	17.50	17.00	17.00	17.00
Ts	50.00	50.00	52.00	53.40	55.00	57.00	60.20	64.00	67.00	70.00
Dual Routine now OFF										

27

Figura 22.

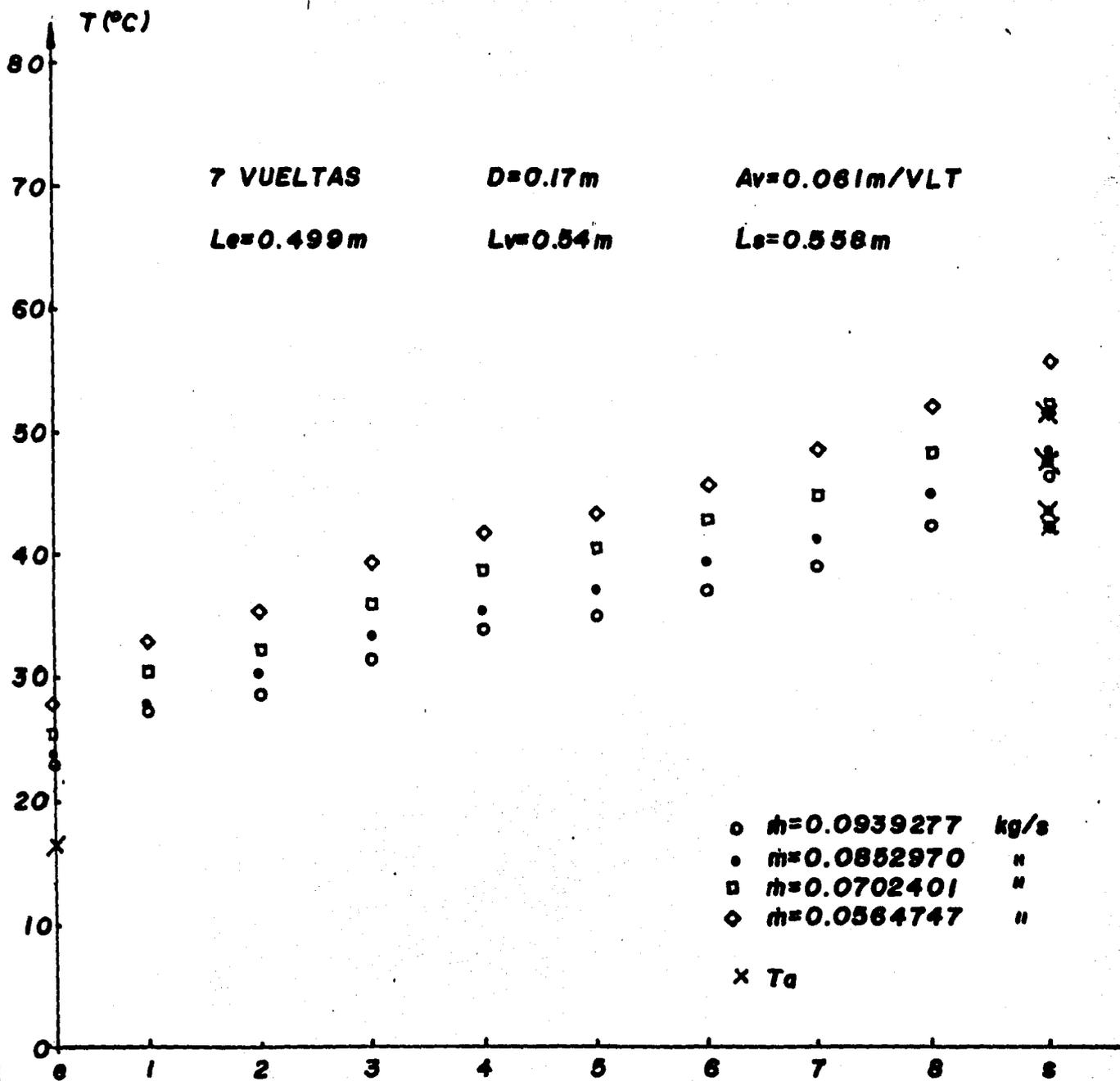


Figura 23.

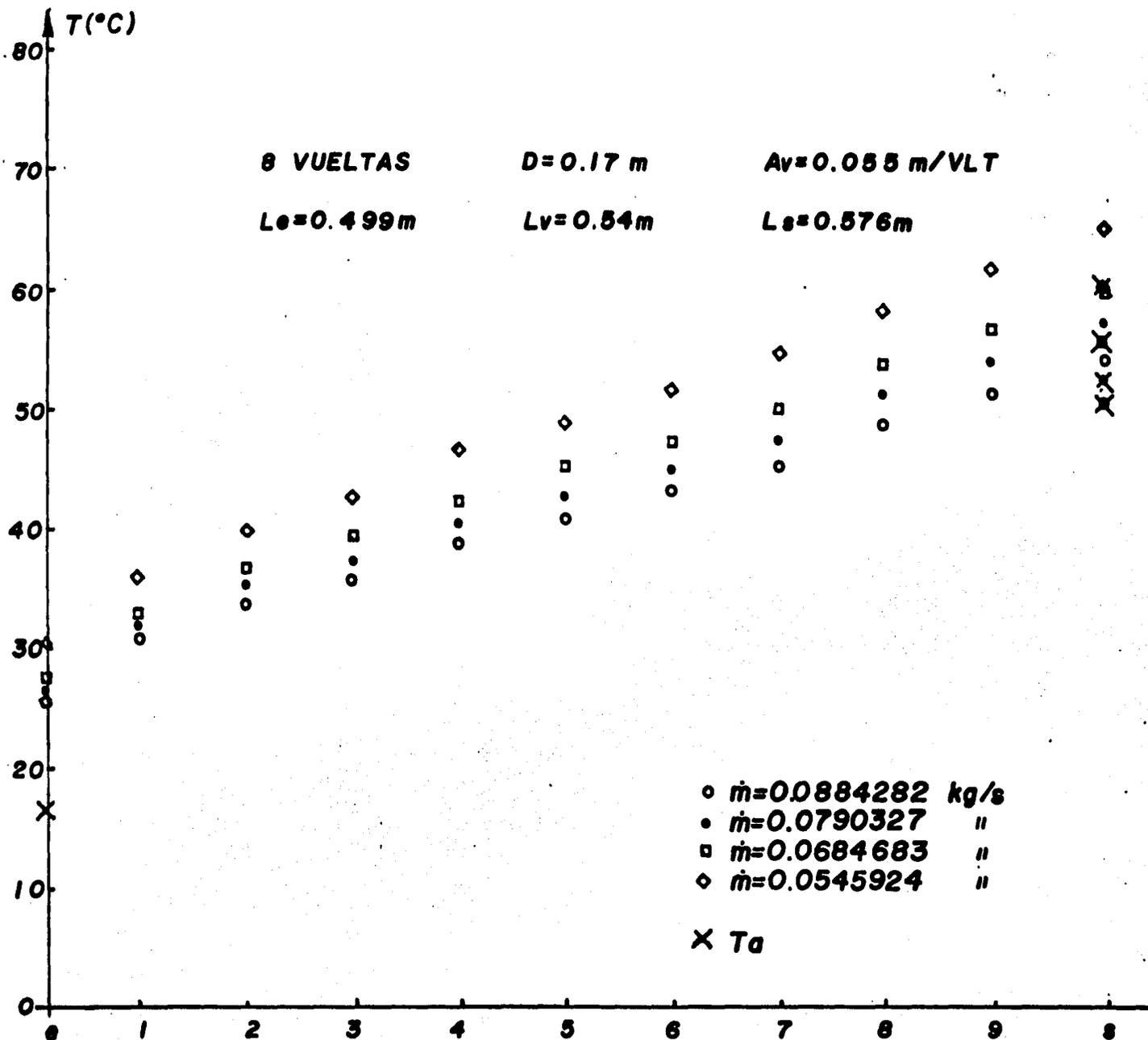
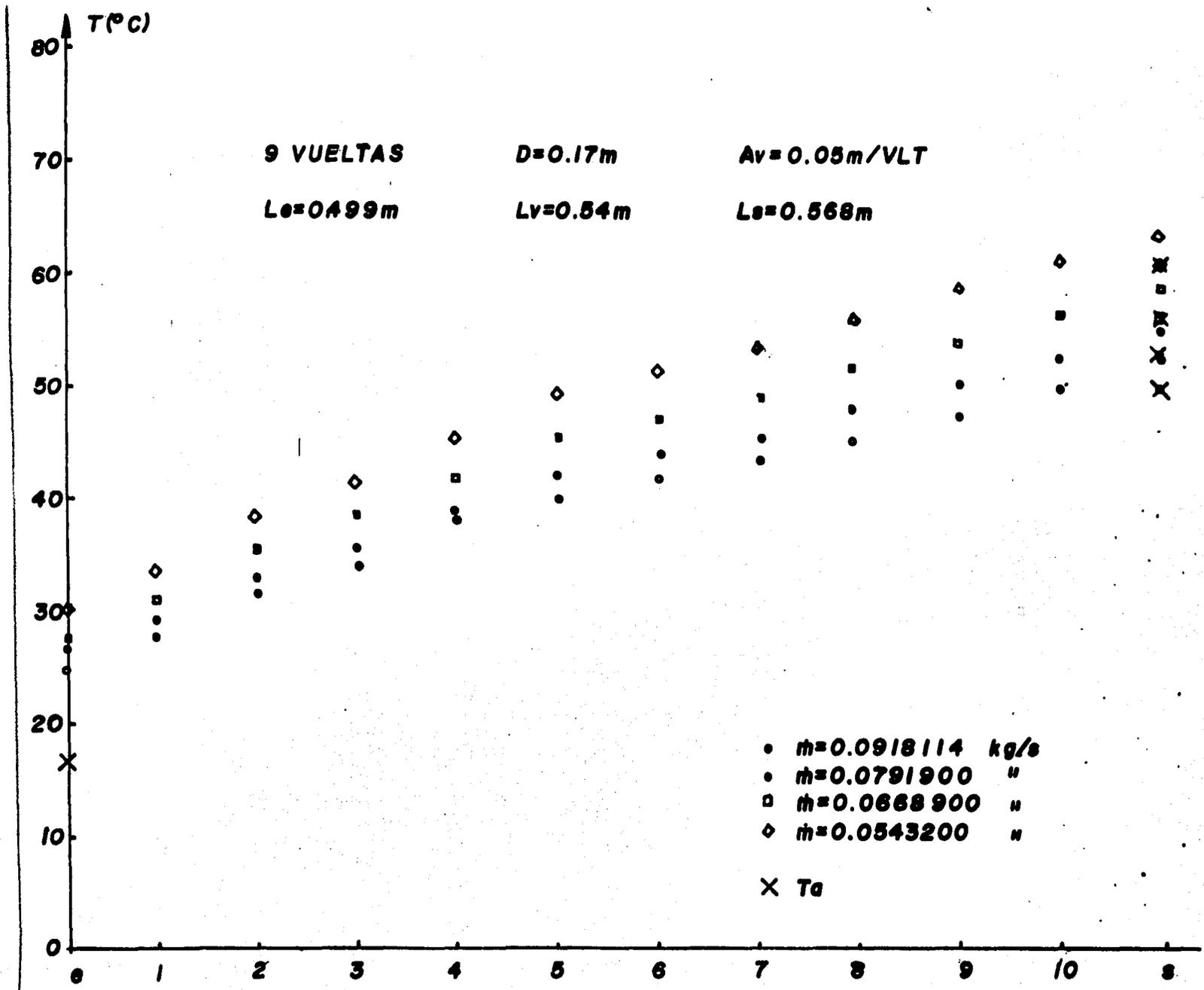


Figura 24.

Figura 25.



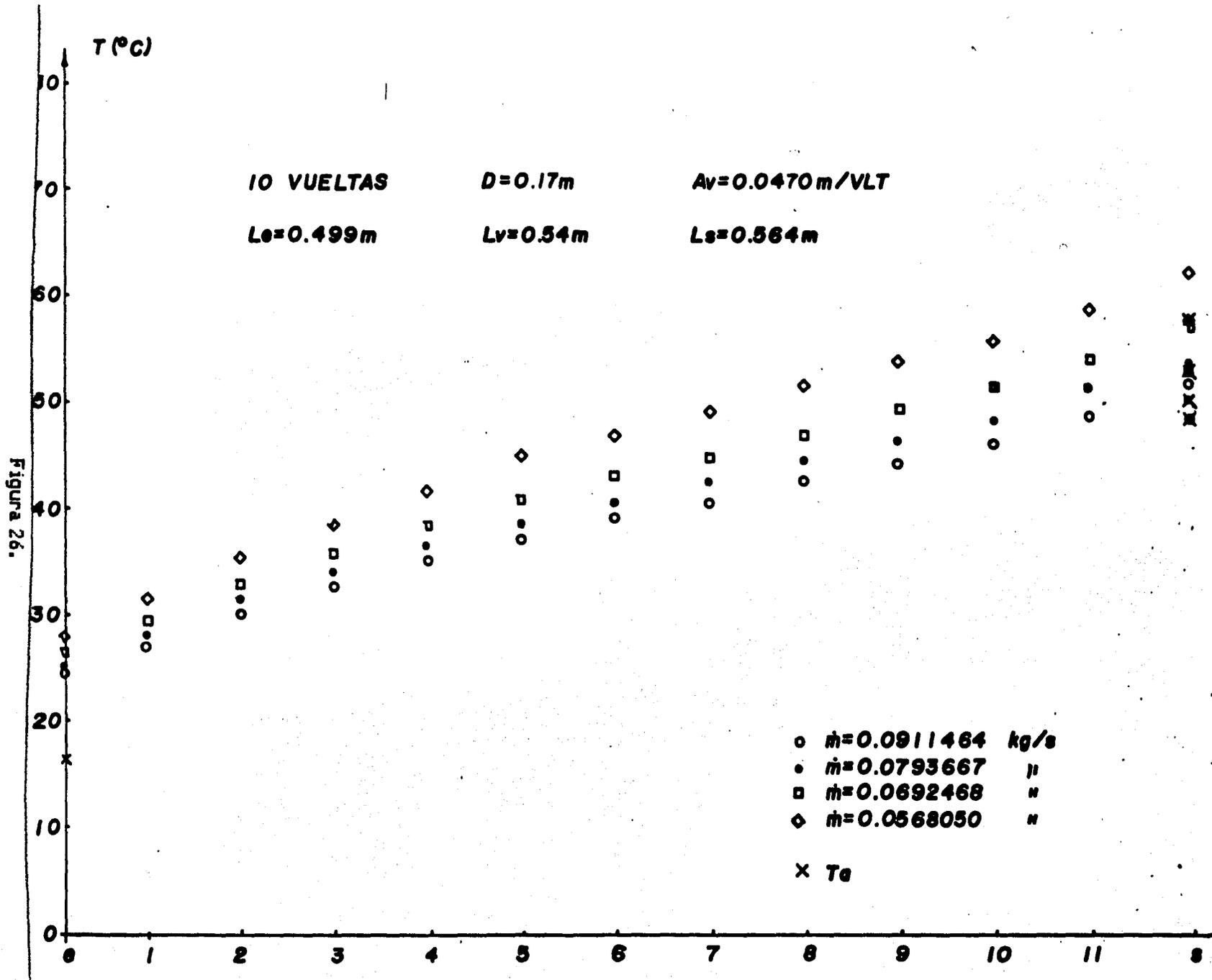


Figura 26.

$D=0.17m$

$A_v=0.0433m/VLT$

$L_v=0.54m$

$L_s=0.878m$

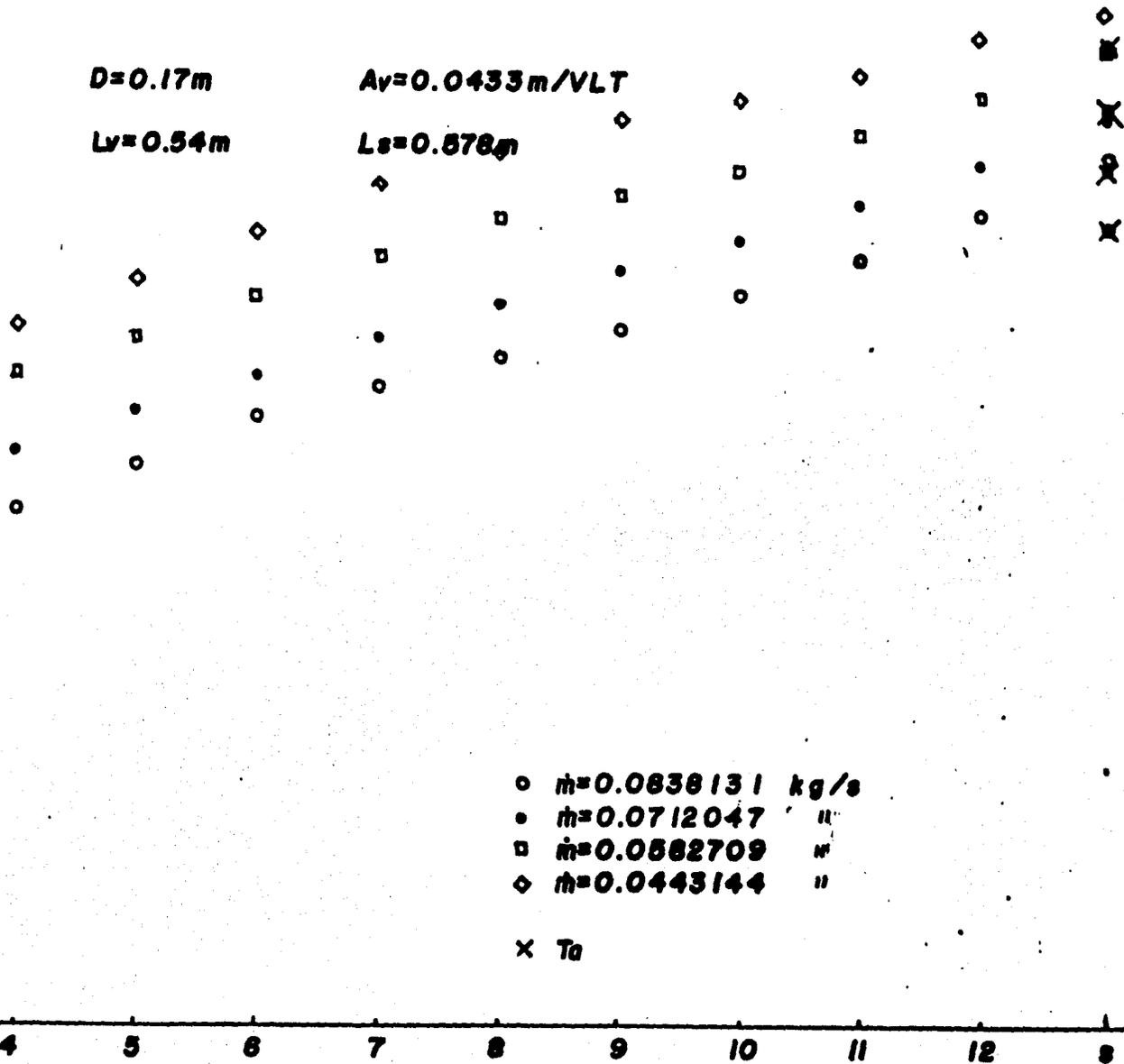
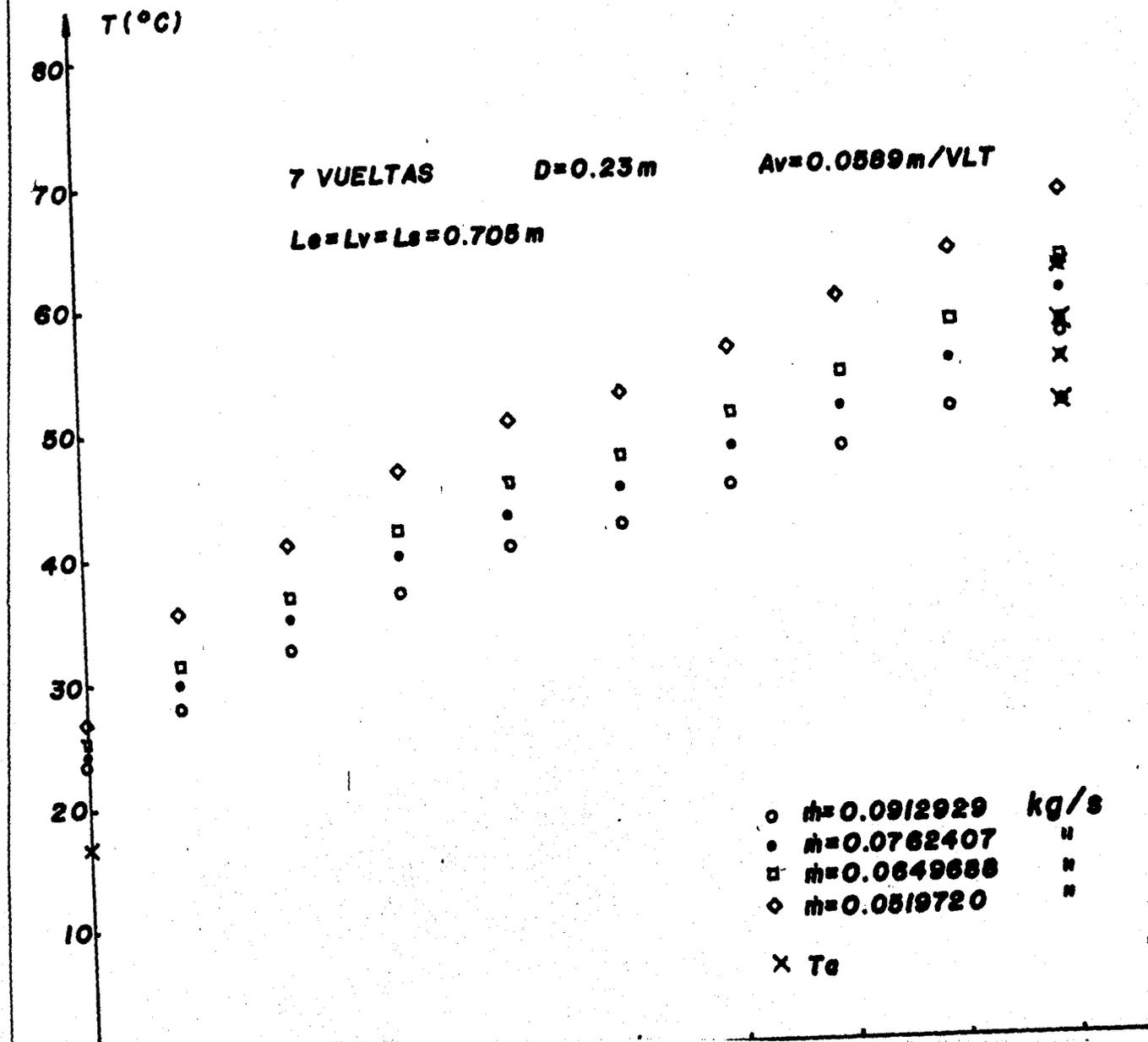


Figura 27.

Figura 28.



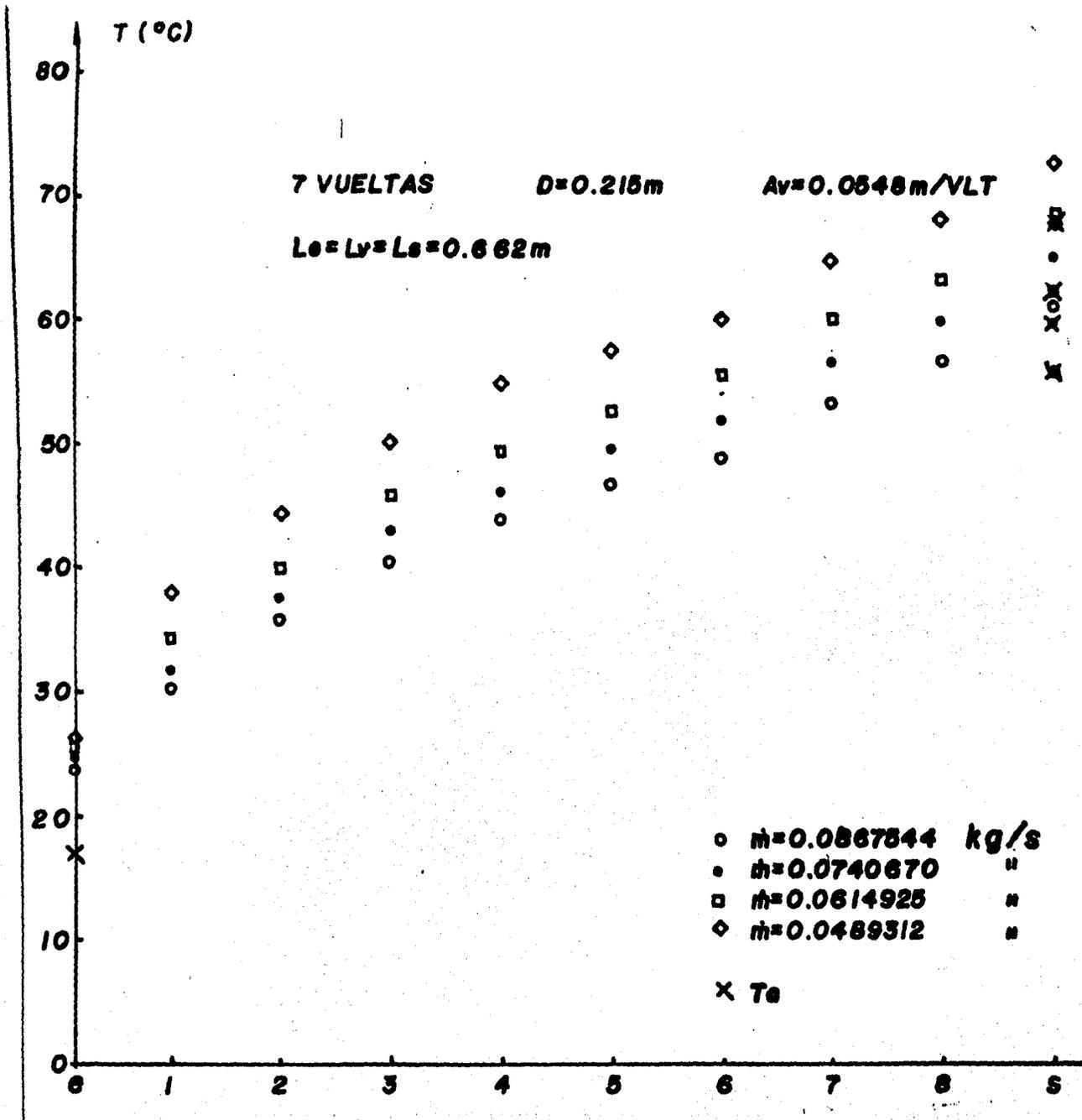
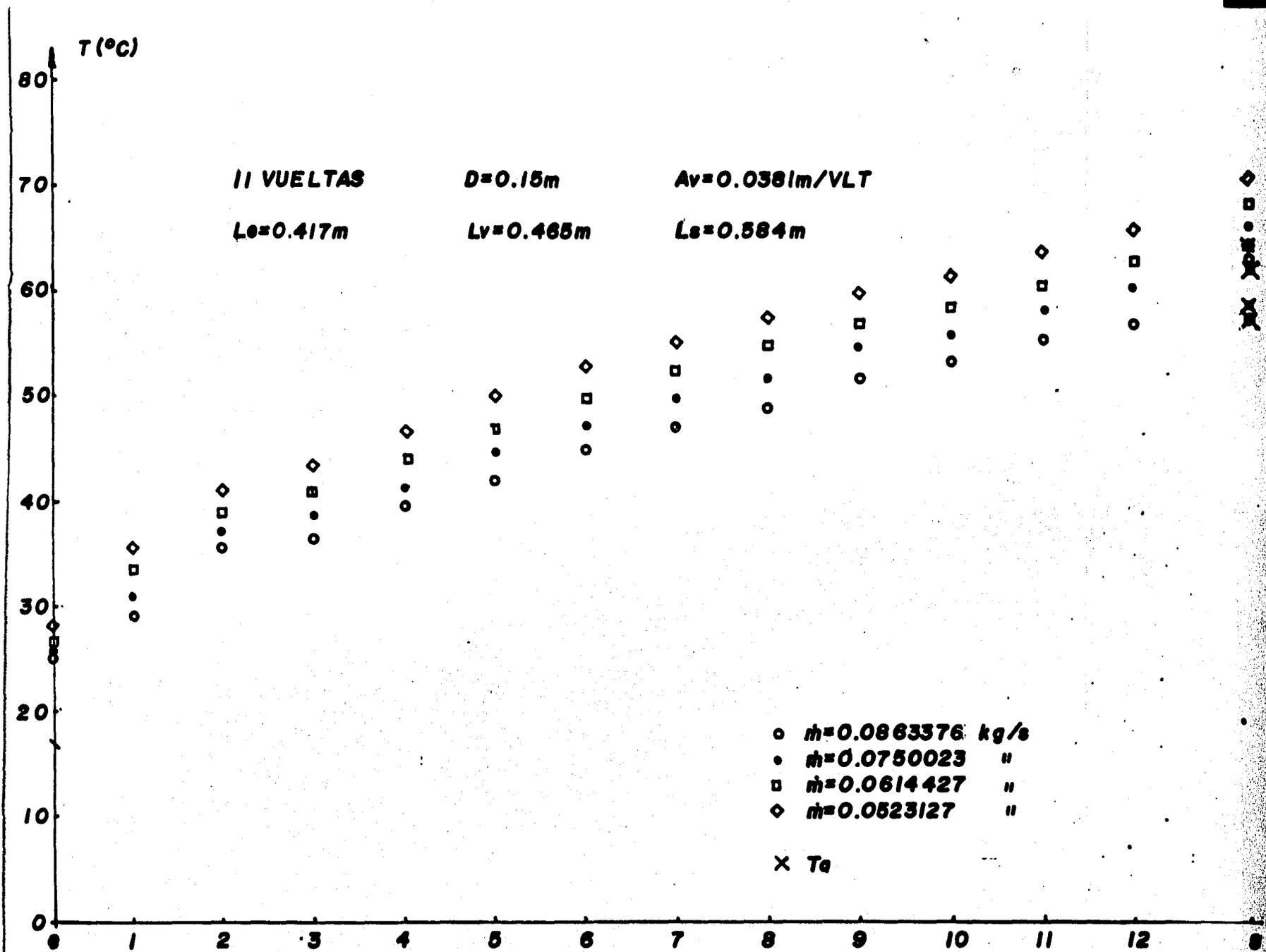


Figura 29.

Figura 30.



T (°C)

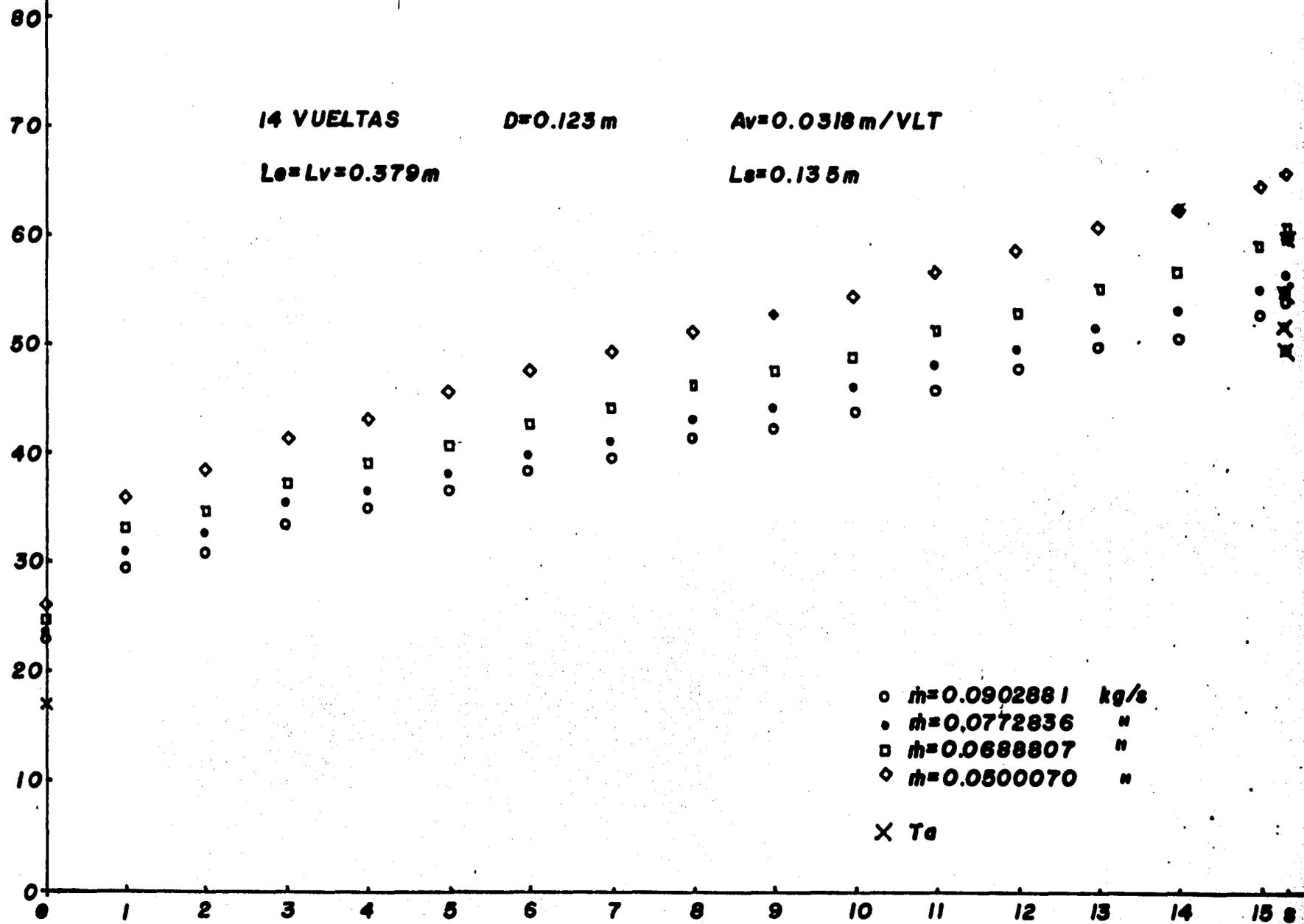


Figura 31.

V.2 Resultados

Los datos experimentales se procesan según se especificó en el capítulo IV, y los resultados se muestran en las figuras 31 a 39. Se presentan los resultados para cada serpentín, cuyas características aparecen en la parte superior de cada figura. Se muestra el valor calculado de alfa (definida por la ec. (5)) y los valores calculados de los coeficientes U y h_i , además de los valores de los números Nu , Re y f . Las primeras cuatro figuras corresponden a valores constantes del parámetro ϕ , las figuras 36 a 39 corresponden a valores constantes del parámetro β , y la figura 35 es la intersección de ambos grupos.

Serpentin de 11 vueltas

$Av/D=0.2547350$

$Di/D=0.0441176$

$D=0.17 [m]$

RESULTADOS

alfa	U	h	Nu	Re	f
1.3792	13092.7	14249.3	172.3	17634.9	0.03162
1.3731	13339.2	13902.5	163.0	16075.1	0.03099
0.9692	10019.2	14149.3	170.6	16144.0	0.03154
0.9620	10372.9	13547.8	163.1	15659.6	0.03073
0.9432	10614.4	13065.6	157.1	14923.6	0.03156
1.1328	7719.8	9991.2	119.9	14001.8	0.03236
1.1603	7043.0	9190.0	109.2	13222.0	0.03219
0.9343	7783.7	10087.9	120.5	12251.0	0.03278
1.0957	5672.2	7335.3	87.2	10561.1	0.03232
1.3452	3708.9	4749.2	56.6	0645.7	0.03343

Figura 31.

Serpentin de 10 vueltas

$Av/D=0.2764725$

$Di/D=0.0441176$

$D=0.17 [m]$

Resultados

alfa	U	h	Nu	Re	f
1.0084	12677.5	16673.1	203.9	17446.0	0.02995
1.0169	11712.3	15359.5	187.6	16301.4	0.03026
1.0344	10761.6	14071.9	171.7	15444.3	0.03099
1.3122	10227.4	13351.9	162.6	14501.0	0.03162
1.0270	9457.0	12317.0	149.0	13025.0	0.03193
1.0643	8159.8	10587.1	120.5	12576.3	0.03295
1.0944	7280.1	9421.0	110.2	11731.4	0.03322
1.1391	6287.0	8113.0	98.1	10763.2	0.03376
1.0695	6235.8	8044.6	97.1	10143.6	0.03217
1.0809	2653.4	3307.2	40.0	7691.3	0.03325

Figura 32.

Serpentin de 7 vueltas

$Av/D=0.2941176$

$Di/D=0.2441176$

$D=0.17$ [m]

RESULTADOS

alfa	U	h	Nu	Re	f
0.9638	13360.9	17408.3	214.9	17837.8	0.02921
0.9647	12266.5	16112.6	196.4	16562.1	0.03143
0.9524	11662.1	15290.8	186.1	15733.6	0.03155
0.9892	11650.4	15274.9	185.6	14866.8	0.03166
1.0127	9264.2	12059.7	146.3	13653.7	0.03284
0.9977	8754.0	11378.2	137.9	12938.5	0.03337
0.9222	8065.9	11527.4	139.4	12213.1	0.03292
1.0373	7344.9	9536.6	114.8	11537.9	0.03316
0.9889	7244.0	9373.3	112.9	10628.7	0.03485
0.9642	6636.2	7782.6	93.4	9321.1	0.02989

Figura 33.

Serpentin de 8 vueltas

$Av/D=0.3235294$

$Di/D=0.2441176$

$D=0.17$ [m]

RESULTADOS

alfa	U	h	Nu	Re	f
0.9556	14414.7	19057.8	232.6	19065.6	0.02996
1.0360	12546.1	16493.8	201.3	18032.9	0.02986
1.0467	11849.4	15545.1	189.6	17287.7	0.03003
1.0157	11695.1	15335.5	187.0	16598.8	0.03005
1.0975	10482.2	13695.1	166.6	15753.2	0.02049
1.0285	10042.7	13103.6	159.3	14786.6	0.02994
1.0301	9322.6	12137.8	147.3	13975.9	0.02954
1.1315	7512.5	9728.5	117.8	12569.2	0.03022
1.0065	7047.4	9113.6	110.1	11565.8	0.02985
1.1160	5795.0	7466.2	89.9	10052.7	0.03446

Figura 34.

Serpentin de 7 vueltas

$Av/D=0.3500235$

$Di/D=0.0641176$

$D=0.17 \text{ cm}$

RESULTADOS

alfa	U	h	Nu	Re	f
1.0227	13932.7	19393.6	226.6	18368.2	0.03221
0.9976	14842.3	19648.7	241.5	17267.3	0.03247
0.9350	14876.9	19696.5	241.8	16432.2	0.03189
1.0233	11691.1	15336.2	180.2	15822.3	0.03248
0.9950	11507.0	15095.4	185.0	15157.8	0.03132
0.9977	10914.0	14278.0	175.0	14600.2	0.03241
1.0084	9769.6	12736.9	155.0	13403.3	0.03338
1.0130	8871.6	11525.2	140.9	12378.7	0.03364
0.9671	8192.5	10627.9	129.5	11130.6	0.03400
1.0018	6179.7	7959.1	96.7	8635.1	0.03477

Figura 35.

Serpentin de 7 vueltas

$Av/D=0.2547250$

$Di/D=0.0326004$

$D=0.23 \text{ cm}$

RESULTADOS

alfa	U	h	Nu	Re	f
1.2285	18422.7	13615.1	166.3	17986.7	0.03841
1.2524	9697.4	12519.3	152.5	16962.1	0.03873
1.2129	9467.0	12331.2	150.0	16344.7	0.03883
1.2468	9576.6	11141.7	135.4	15383.7	0.03152
1.2375	8864.9	10461.1	126.9	14536.9	0.03157
1.2102	7529.6	9751.2	118.1	13448.8	0.03148
1.3167	6333.8	8173.4	98.8	12518.8	0.03198
1.2674	5751.5	7439.2	99.3	11253.8	0.03323
1.3211	4723.9	6867.3	73.8	9797.8	0.03378
1.3233	3927.1	5831.8	63.3	8446.1	0.03488

36

Figura 36.

Serpentin de 7 vueltas

$\Delta v/D=0.2547059$

$D_i/D=2.009837$

$D=0.215 \text{ m}$

RESULTADOS

alfa	U	h	Nu	Re	f
1.1634	13798.9	14122.4	171.4	18193.5	0.03229
1.1965	10220.9	13343.2	161.9	17767.5	0.03089
1.1792	9448.6	12356.6	149.0	16480.7	0.03150
1.1237	9244.9	12033.8	145.4	15664.7	0.03148
1.1555	8317.5	10796.8	130.3	14617.8	0.03103
1.2116	7119.1	9298.2	111.6	13303.7	0.03184
1.1931	6321.5	8157.3	98.1	11973.0	0.03159
1.1535	5949.7	7669.0	92.0	11102.0	0.03295
1.1705	4811.7	6181.3	73.9	9353.0	0.03347
1.2345	3897.2	4993.0	59.6	7976.7	0.03336

Figura 37.

Serpentin de 11 vueltas

$\Delta v/D=0.2547059$

$D_i/D=2.00$

$D=0.15 \text{ m}$

RESULTADOS

alfa	U	h	Nu	Re	f
1.0602	11421.9	14965.0	181.3	17845.0	0.03290
1.1170	10130.5	13221.7	165.1	16763.4	0.03231
1.2217	8610.7	11197.1	135.3	15740.7	0.03264
1.2569	7898.4	10226.6	123.6	14950.6	0.03238
1.2267	7647.2	9906.9	119.6	14295.5	0.03110
1.1092	7769.4	10068.0	121.4	13268.0	0.03171
1.1190	7149.5	9240.4	111.4	12390.0	0.03108
1.2027	6100.6	7867.1	94.5	11519.4	0.02956
1.2076	5241.9	6742.6	80.9	10156.4	0.02979
1.3011	4463.2	5727.9	68.6	9571.2	0.02595

Figura 38.

Carretillo de 14 vueltas

$A_v/D=0.2547259$

$D_i/D=0.3609756$

$D=2.123 \text{ cm}$

RESULTADOS

alfa	U	h	Nu	Re	f
3.9593	13236.9	17388.9	212.2	17555.7	0.03254
3.9786	11954.3	15607.7	191.3	16326.9	0.03421
1.3245	10503.4	13927.5	168.4	15283.7	0.03416
1.1311	8917.8	11596.8	141.8	14381.5	0.03452
1.1048	8744.6	11365.7	138.8	13955.9	0.03135
1.0472	7806.7	10118.3	122.6	12897.2	0.03578
1.1449	6126.3	7990.8	95.5	10585.2	0.03569
1.0286	5011.0	7487.2	90.1	9325.7	0.04825
3.9733	5392.3	6939.1	83.3	8428.6	0.03946
1.0693	4314.9	5535.1	66.3	7177.9	0.03783

Figura 39.

Resultados

Las figuras 40 y 41 son gráficas en escala doble logarítmica de Nu contra Re . En la figura 40 aparecen los valores de los parámetros mencionados para todos aquellos tubos con el parámetro ϕ constante. La figura 41 corresponde a los tubos con el parámetro β constante. En cada caso un símbolo distingue cada tubo, especificados en las figuras.

Por último, las figuras 42 y 43 son gráficas del factor de fricción f contra Re , en escala semilogarítmica. También se especifica en las figuras el parámetro geométrico constante, y un símbolo distingue los valores para cada tubo.

Figura 40.

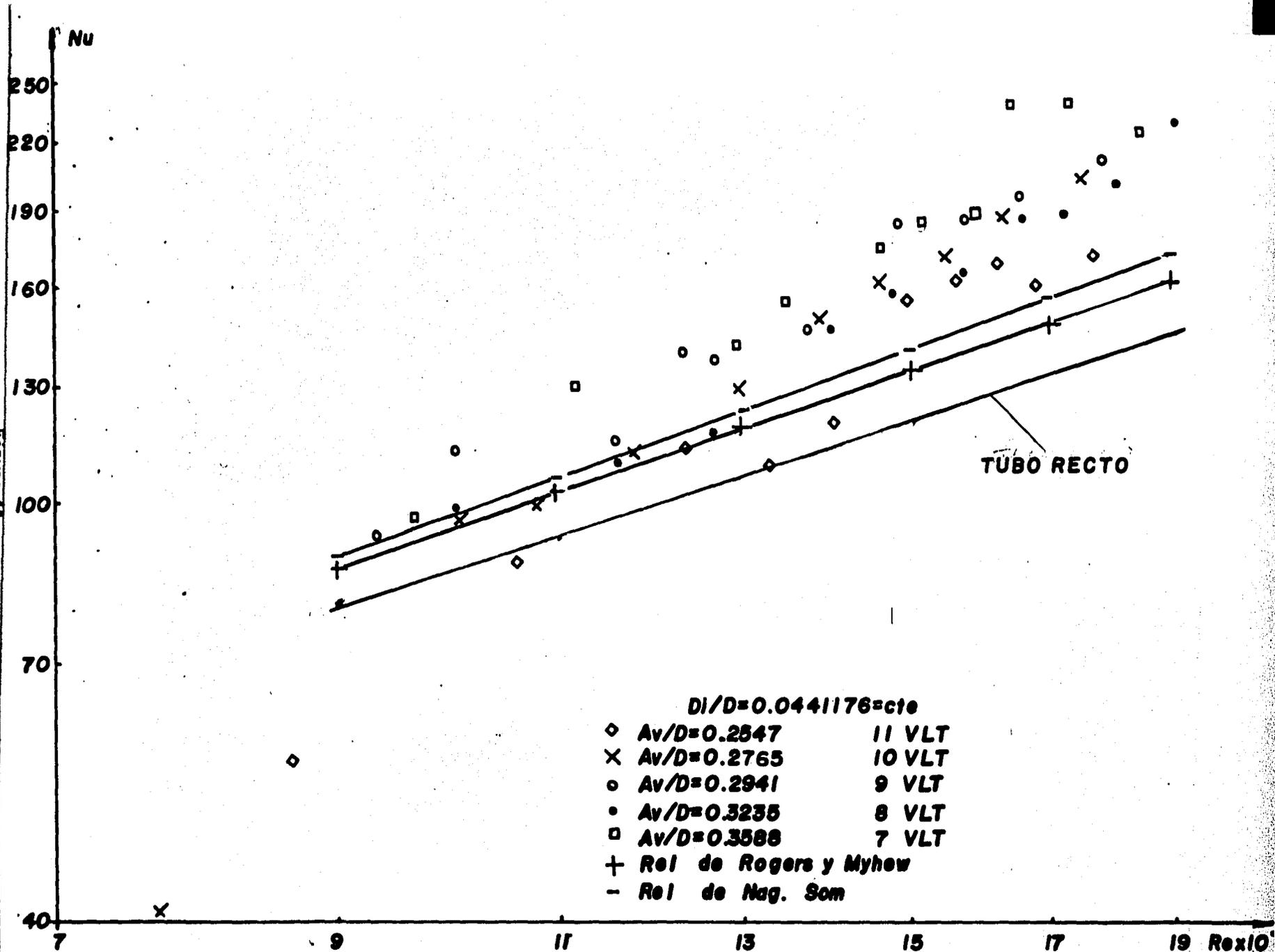


Figura 41.

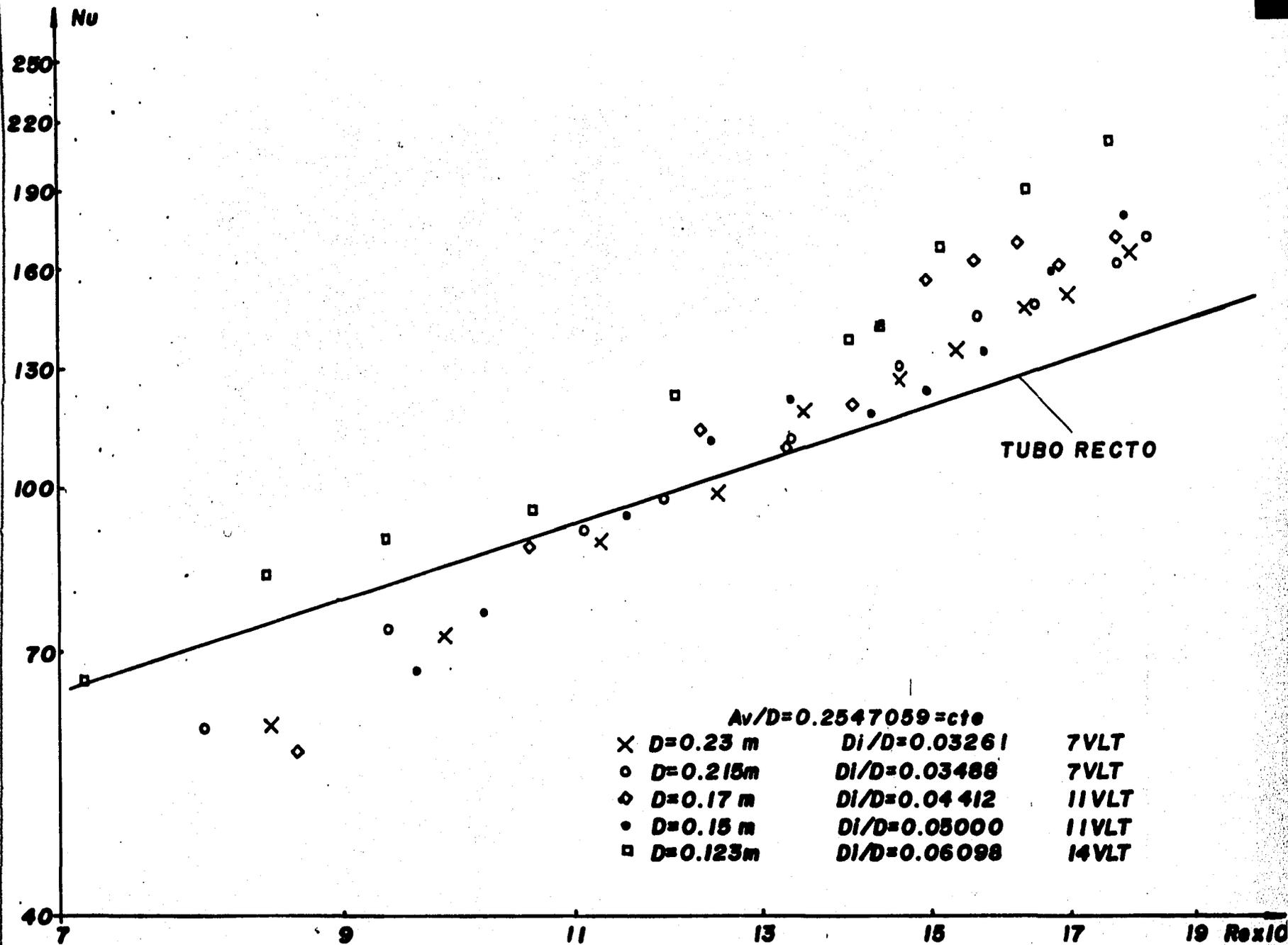


Figura 42.

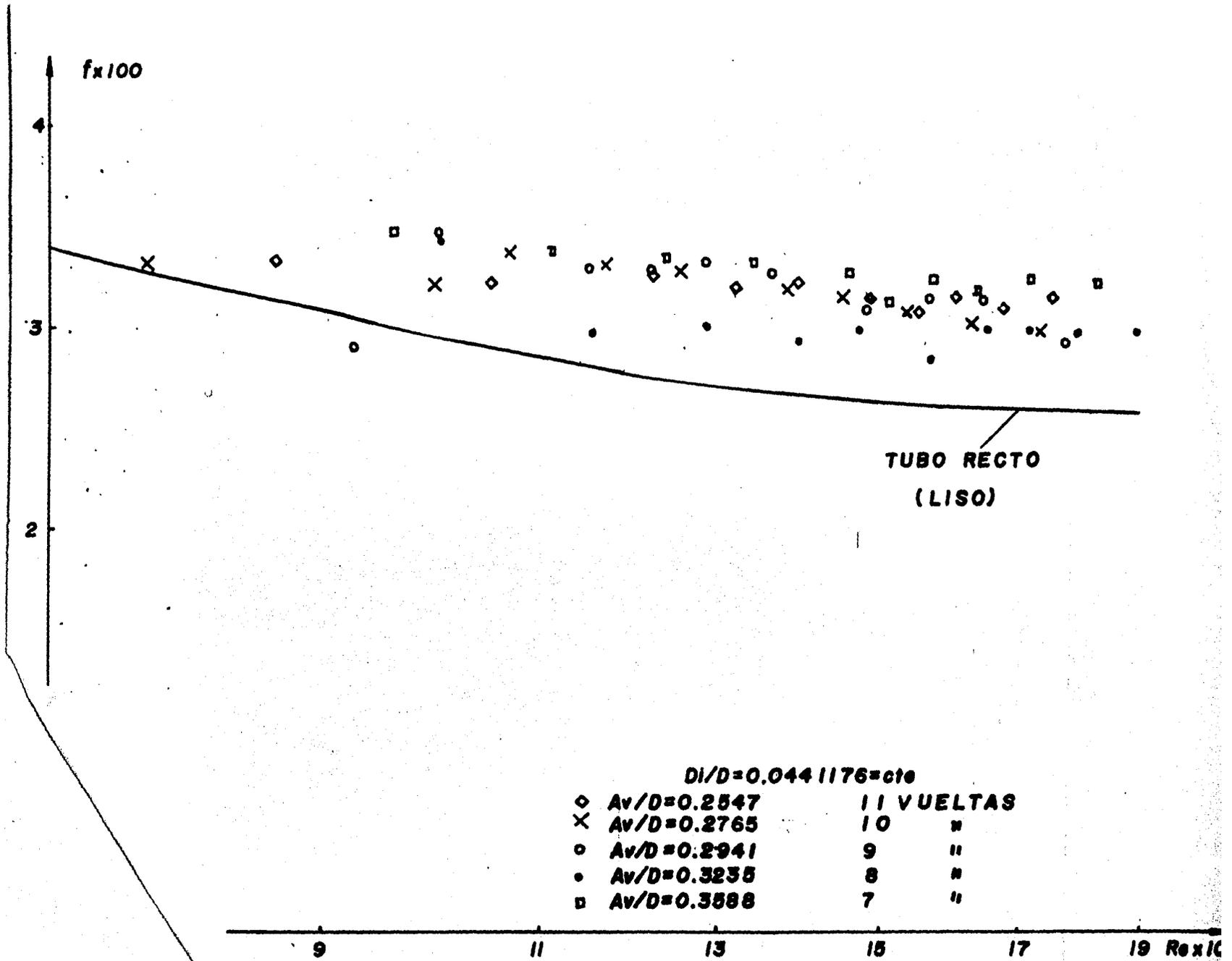


Figura 42.

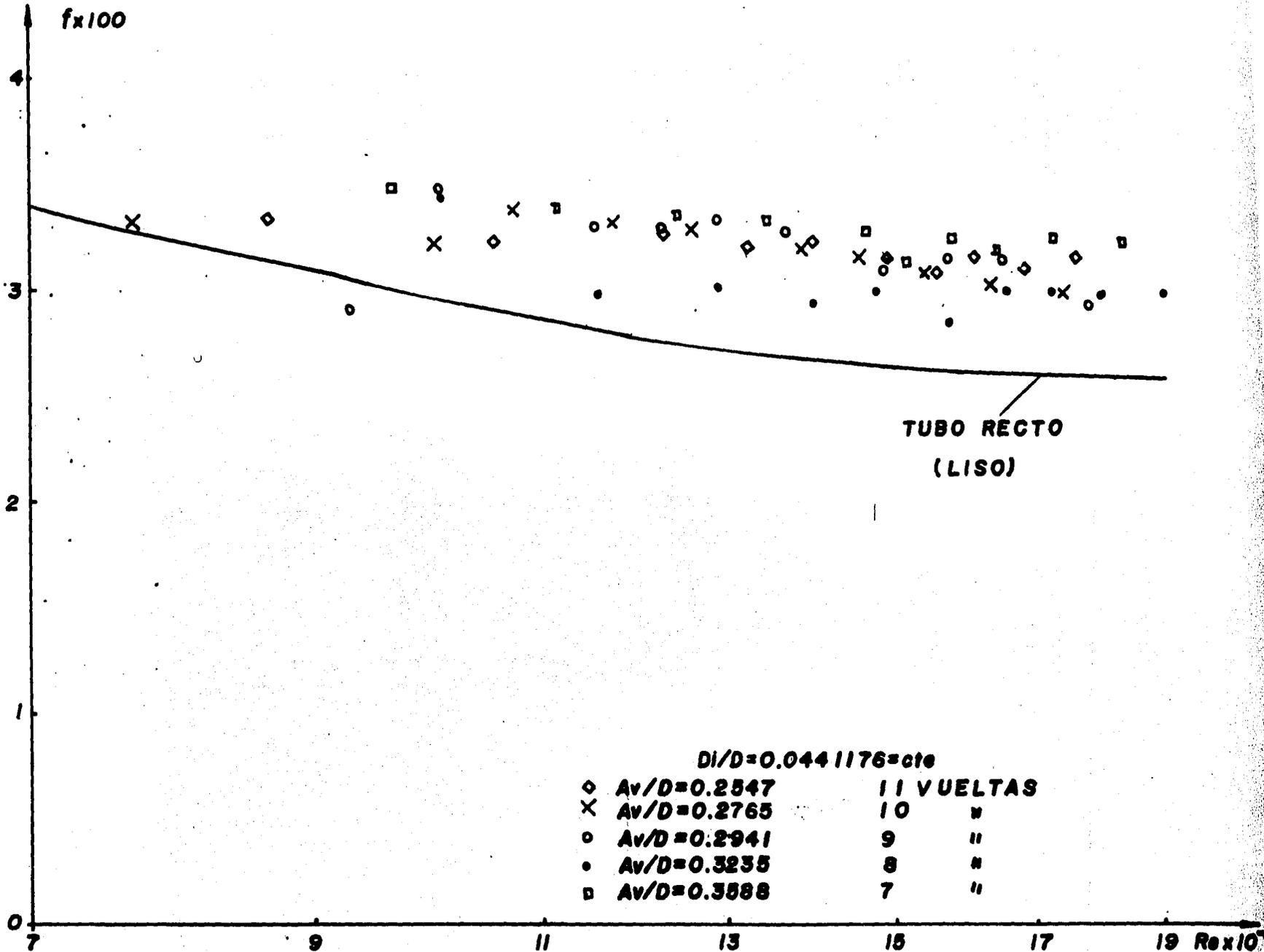
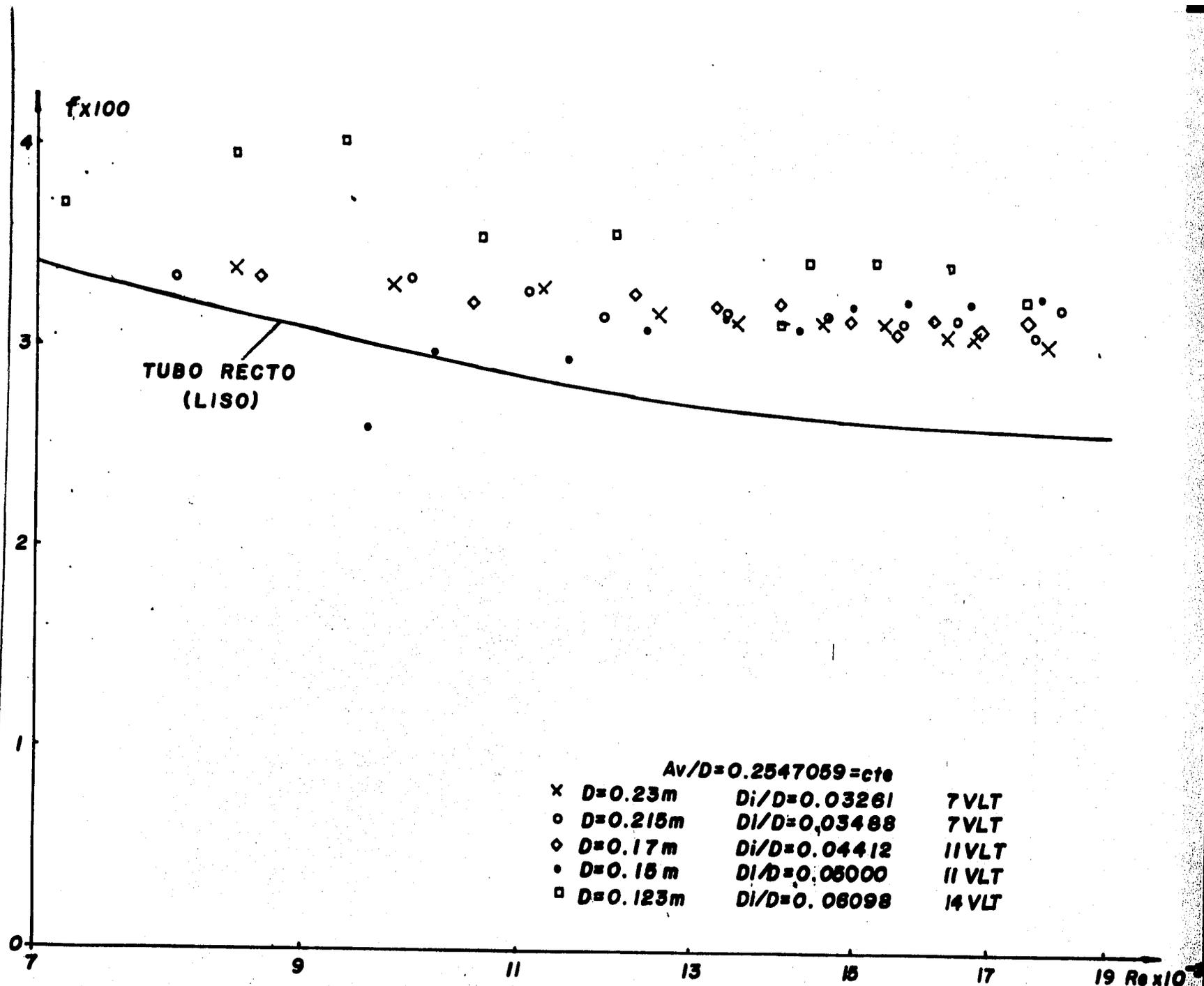


Figura 43.



V.3 Regresión.

Las figuras 40 y 41 son gráficas de Nu contra Re en escala doble logarítmica, y se observa un comportamiento monótonico de ambos con una tendencia lineal. Por éello, se propone una regresión lineal en esta escala que puede transformarse a la forma:

$$Nu = a Re^b (\phi)^c (\beta)^d$$

en la que los coeficientes a, b, c y d se calculan con el método de mínimos cuadrados, el cual se discute con más detalle en el Apéndice. Los 90 datos experimentales corresponden al modelo propuesto con los siguientes coeficientes:

$$a = 0.001966$$

$$b = 1.3631$$

$$c = 0.2983$$

$$d = 0.7149$$

.....(15)

En esta correlación, existen dos puntos fuera de un error del 18%. El promedio de los valores absolutos de los errores para esta correlación es 7.08% con una desviación estándar de 5.6%. Eliminando estos dos datos, se correlaciona nuevamente y los nuevos coeficientes son:

$$a = 0.003132$$

$$b = 1.3148$$

$$c = 0.2964$$

$$d = 0.7231$$

.....(16)

El promedio de los valores absolutos de los errores de este nuevo modelo es 6.44% y la desviación estándar es 4.7%. En las figuras 44 y 45 aparecen graficados los Nu y Re experimentales en escala doble logarítmica para ambos parámetros geométricos, y con una línea recta se muestra la correlación correspondiente a los coeficientes de (16). Los símbolos en estas figuras corresponden a los de las figuras 40 y 41. En la figura 46, se grafican todos los datos experimentales con la ecuación:

$$a = \frac{Nu}{Re^b(\phi)^c(\rho)^d}$$

en donde b, c y d toman los valores de la ec. (16). La línea punteada corresponde al valor de a en la ecuación (16). De esta manera es posible visualizar la correlación respecto a todos los datos experimentales.

En las figuras 40 y 41 se presentan los valores obtenidos con las correlaciones de Nag, Som y Chakraborty [18] y Rogers y Myhew [19]. Los valores para tubo recto de la correlación de Dittus y Boelter [20] se muestran con una línea recta.

Figura 44.

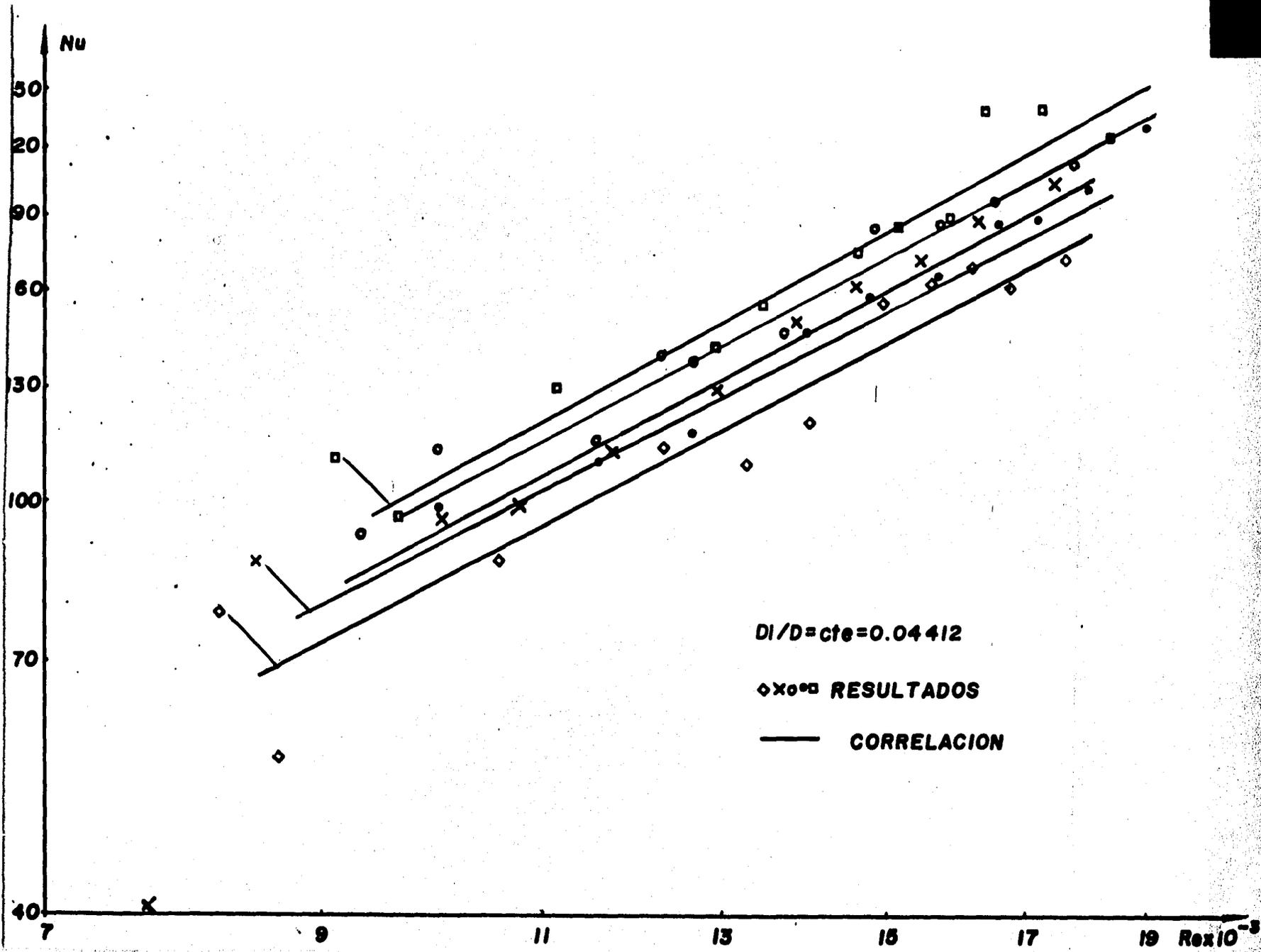
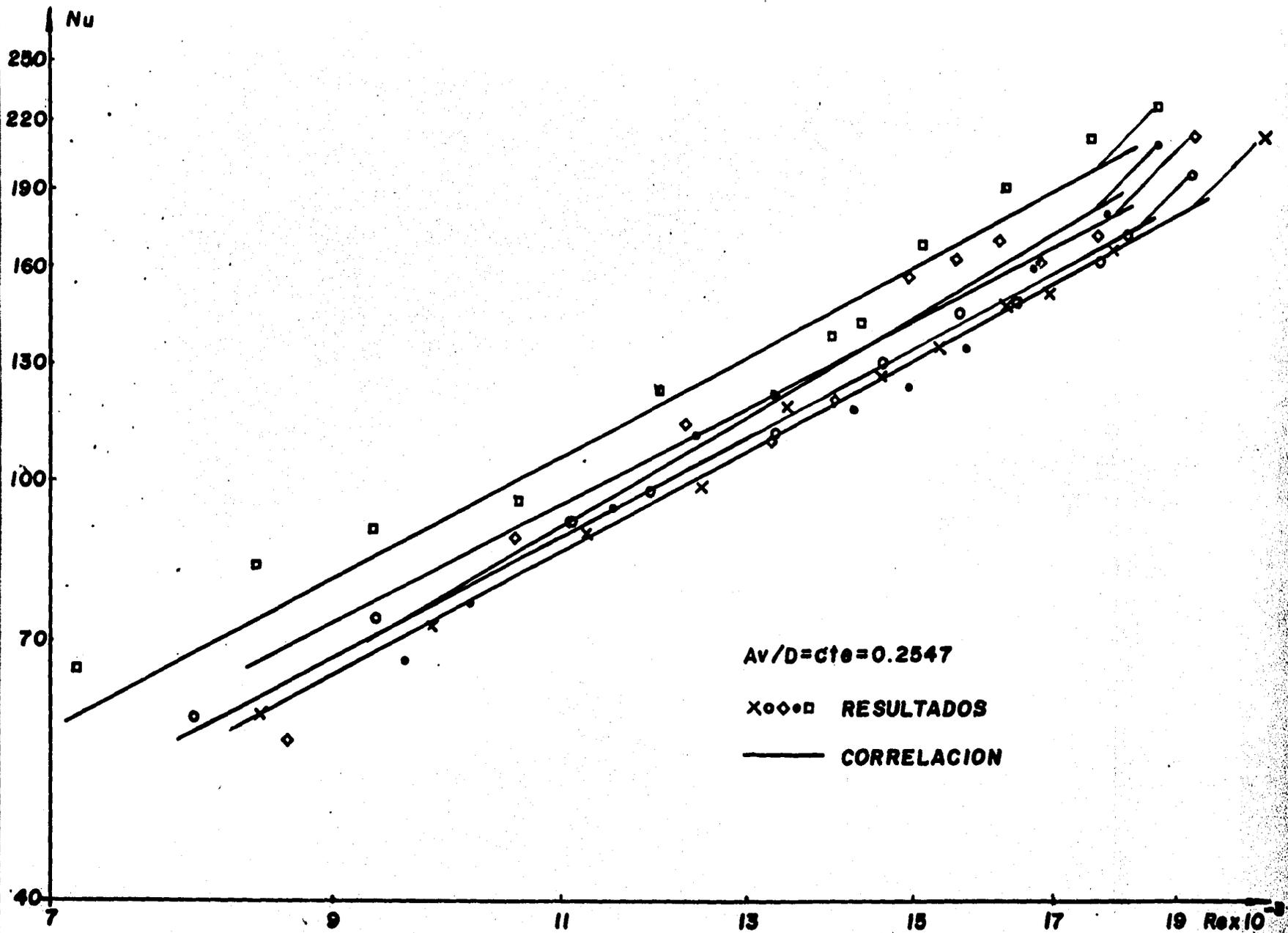


Figura 45.



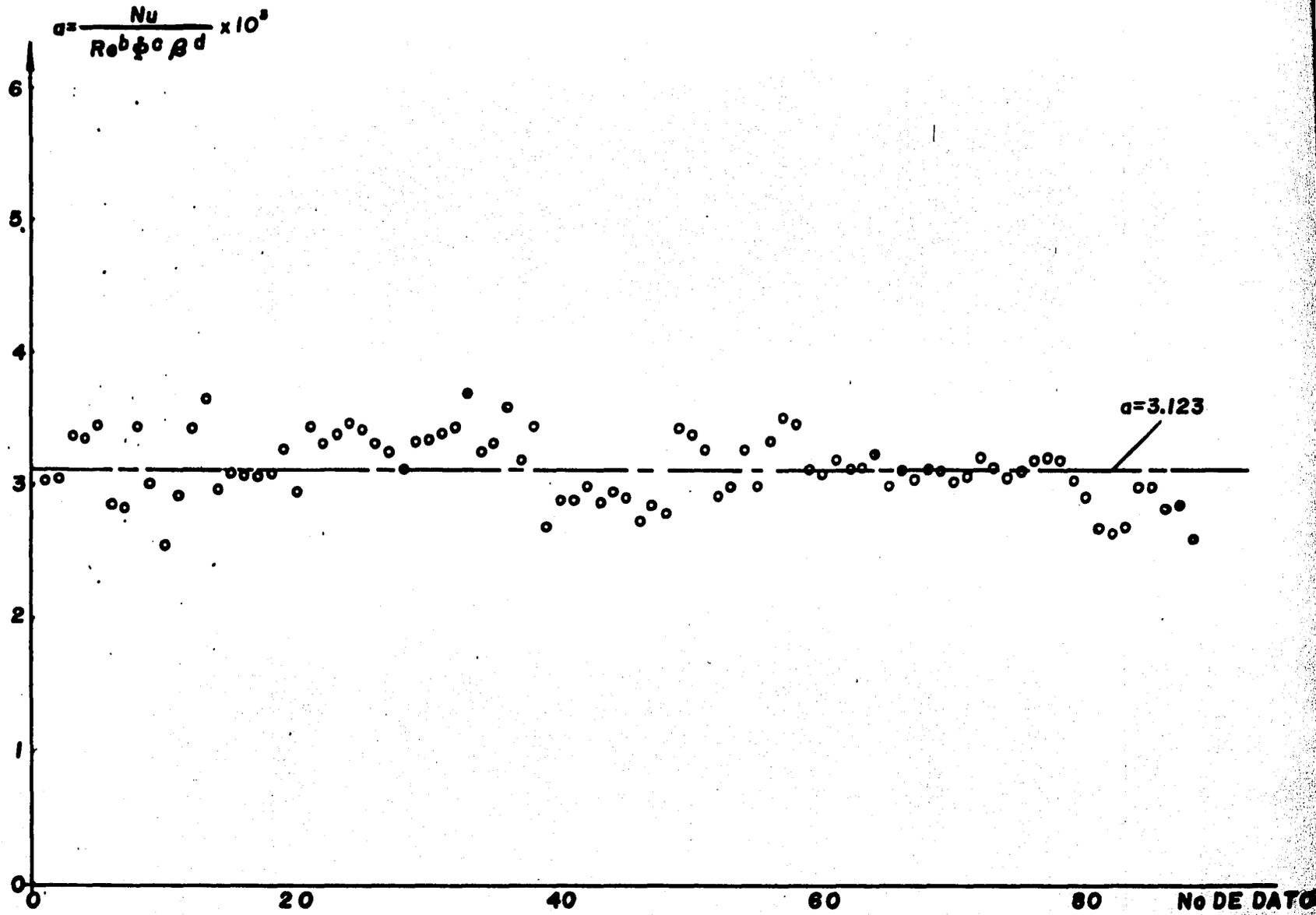


Figura 46.

VI . CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

VI.1 Conclusiones.

Con referencia a los datos experimentales, encontramos que en todos los experimentos la temperatura de pared a lo largo del tubo fue creciente, como un gradiente de temperatura longitudinal aproximadamente constante. Esto puede interpretarse como un flujo térmicamente desarrollado. La temperatura del agua a la salida del ducto fue creciente cuando el gasto másico decrecía en todos los experimentos. Respecto al factor de fricción, como se observa en las figuras 42 y 43, decrece monotónicamente con el número de Reynolds. Aunque es difícil determinar una dependencia entre el factor de fricción y los parámetros geométricos, siempre la tendencia con el número de Reynolds es la mencionada.

Comparado con el tubo recto, los valores calculados de factor de fricción en el tubo helicoidal son mayores. El factor de fricción reportado en este trabajo se calculó bajo condiciones de calentamiento, en las cuales la viscosidad del agua tiene un comportamiento variable. Es por esta razón que no se aprecia una fuerte diferencia del factor de fricción para el caso de tubo recto y helicoidal, con referencia a las figuras 42 y 43.

Conclusiones y recomendaciones

El criterio encontrado por Mori y Nakayama [7] para el numero de Reynolds de transicion es:

$$Re_c = 2(D_1/D)^{0.32} \times 10000$$

de acuerdo con el cual en este experimento solo se alcanzo en uno de los 90 experimentos, con valor de 8171 para la relacion $D_1/D = 0.00609$. En este caso, en la figura 43 se observa una tendencia a aumentar bruscamente el factor de friccion conforme decrece el numero de Reynolds.

El comportamiento del numero de Nusselt depende, sobre el numero de Reynolds a traves de un exponente 1.3148, mientras que los otros autores proponen en el rango de 0.5 a 0.9. Sin embargo, esta correlacion no involucra al numero de Prandtl, ademas de que estas referencias son para el caso de temperatura de pared constante, mientras que la propuesta es aplicable para el caso de temperatura de pared variando a lo largo del tubo. De la ec. (16), se observa que para mayores valores de Re y Pr corresponden mayores numeros de Nusselt. Este comportamiento se refleja en las figuras 40 y 41.

VI.2 Recomendaciones.

La parte experimental es muy delicada, debido a que existen muchos factores que no son controlables. Por ejemplo, las fluctuaciones en el gasto masico pueden evitarse con algun dispositivo regulador de gasto masico de mayor precision. El

Conclusiones y recomendaciones

vapor en la cámara también puede controlarse con algún dispositivo para eliminar las inestabilidades del gasto del agua.

La unión de los termopares al tubo es un factor muy importante y debe hacerse una rutina sistemática de verificación. Muchas veces una ligera diferencia en la colocación propicia datos muy distintos.

A P E N D I C E

PROGRAMA PARA CALCULO DE LOS
PARAMETROS Nu y Re .

Procedimiento de calculo

```
15 REM "PROGRAMA PARA CALCULAR EL NUMERO DE NUSSOLT EN TUBOS HELICOIDALES VERIFI  
CADO. 25/2/1985"  
20 DIM T(20),X(20)  
30 INPUT "NUMERO DE TERMOPARES";ND  
40 ND=ND-1;NV=ND-2  
50 PRINT "NUMERO DE VUELTAS";NV;" NUMERO DE DATOS";ND;1  
60 INPUT "LONGITUD POR VUELTA";LV  
70 L0=NV*LV;REM CALCULO DE LA LONG. DEL SERPENTIN  
80 INPUT "LONGITUD HASTA EL PRIMER TERMOPAR";LE  
90 INPUT "LONGITUD DE SALIDA DESDE EL ULTIMO TERMOPAR";LS  
100 LT=L0+LS;LE;REM CALCULO DE LONGITUD TOTAL  
110 FOR M=1 TO 10  
120 AL=1;REM VALOR INICIAL DE ALFA  
130 READ TE(M),TS(M),GM(M),T(0),T(ND),DH(M)  
140 PRINT "TE=";TE(M);" TS=";TS(M);" G=";GM(M);PRINT "T(0)=";T(0);PRINT "T(ND)"  
;"T(ND)  
150 FOR J=1 TO ND-1  
160 READ T(J)  
170 PRINT "T("J")=";T(J)  
180 NEXT J  
190 X(0)=0;X(1)=LE;X(ND)=LT;IN=0  
200 PRINT "X("0")=";X(0);PRINT "X("1")=";X(1)  
210 FOR J=2 TO ND-1  
220 X(J)=X(1)+LV*(J-1)  
230 PRINT "X("J")=";X(J)  
240 NEXT J  
250 PRINT "X("ND")=";X(ND)  
260 FOR I=0 TO ND-1;REM CALCULO DE LA INTEGRAL  
270 IF I=0 THEN IN=LE/2*(EXP(X(I)/AL)*T(I)+EXP(X(I+1)/AL)*T(I+1));GOTO 300  
280 IF I=ND-1 THEN IN=IN+LS/2*(EXP(X(I)/AL)*T(I)+EXP(X(I+1)/AL)*T(I+1));GOTO 310  
290 IN=IN+LV/2*(EXP(X(I+1)/AL)*T(I+1)+EXP(X(I)/AL)*T(I))  
300 NEXT I  
310 L=IN/(EXP(LT/AL)*TS(M)-TE(M))  
320 D=AL*L  
330 PRINT "ALFA=";AL;" F(AL)=";L;" DIF=";D
```

```

330 PRINT "ALFA=";AL;" F(AL)=";L;" DIF=";D
340 IF ABS(D)<1E-4 THEN 360
350 AL=L:IN=0:GOTO260
360 PRINT :PRINT"ALFA=";AL;" F(AL)=";L
370 REM ALFA CALCULADA
380 REM CALCULO DE U, H, RE, NU
390 U=GM(M)*41867/(AL*.0298451)
400 KC=386:REM CONDUCTIVIDAD DEL COBRE EN W/MC
410 H=1/((.78947/U-2.298523E-6)
420 TP=(TE(M)+TS(M))/2:PRINT "Te=";TP
430 KA=1.19457E-3*TP+.5746
440 REM"CALCULO DE K DEL AGUA"
450 NU=H*.0075/KA:REM CALCULO DE NUSSELT
460 MU(1)=-1.380276E-5*TP+1.33477E-3
470 MU(2)=-2.5222522E-5*TE(M)+1.5124E-3
480 RE(1)=169.76*GM(M)/MU(1)
490 RE(2)=169.76*GM(M)/MU(2)
500 PRINT "COEFICIENTE U=";U
510 PRINT"COEFICIENTE H=";H
520 PRINT "K DEL AGUA K=";KA;" A LA TEMPERATURA DE Te=";TP;" C"
530 PRINT "NUSSELT MEDIO Num=";NU;" A LA TEMPERATURA DE Te=";TP
540 PRINT "REYNOLDS A LA ENTRADA Re=";RE(2)
550 PRINT"REYNOLDS A LA Te: Ret=";RE(1)
552 REM "CALCULO DEL FACTOR DE FRICCION"
554 F(M)=2.92762E-8*136*9.81*DH(M)/(LT*GM(M)1/2)
556 PRINT "FACTOR DE FRICCION: f=";F(M);"PARA EL GASTO NUMERO ";M
579 NEXTM

```

PROGRAMA PARA CALCULO DE LA
MATRIZ DE COVARIANCIAS.

Programa de mínimos cuadrados

```

10 INPUT "NUMERO DE DATOS";ND
20 DIM RE(ND),NU(ND),AL(ND),BT(ND)
30 FOR I=1 TO ND
40 READ NU(I),RE(I),AL(I),BT(I)
50 PRINT "Re=";RE(I);" Nu=";NU(I);" AL=";AL(I);" BT=";BT(I)
60 RC=RC+RE(I)^2
70 RA=RA+RE(I)*AL(I);RB=RB+RE(I)*BT(I);RC=RE+RE(I)
80 AC=AC+AL(I)^2;AB=AB+AL(I)*BT(I);AL=AL+AL(I)
90 NR=NR+NU(I)*RE(I);NA=NA+NU(I)*AL(I);NB=ND+NU(I)*BT(I);NU=NU+NU(I)
100 BC=BC+BT(I)^2;BT=BT+BT(I)
110 PRINT "Re^2=";RC;" ReAl=";RA;" ReB=";RB;" Re=";RC
120 PRINT "Al^2=";AC;" AlB=";AB;" Al=";AL
130 PRINT "B^2=";BC;" B=";BT
140 PRINT "NR=";NR;" NAl=";NA;" NB=";NB;" Nu=";NU
150 PRINT:PRINT:PRINT
160 NEXT I
170 M=4:N=5
180 DIM A(M,N):DIM B(M,N):DIM X(M)
190 FOR I=1 TO M
200 A(1,1)=RC:A(1,2)=RA:A(1,3)=RB:A(1,4)=RE:A(1,5)=NR
210 A(2,1)=A(1,2):A(2,2)=AC:A(2,3)=AB:A(2,4)=AL:A(2,5)=NA
220 A(3,1)=A(1,3):A(3,2)=A(2,3):A(3,3)=BC:A(3,4)=BT:A(3,5)=NB
230 A(4,1)=A(1,4):A(4,2)=A(2,4):A(4,3)=A(3,4):A(4,4)=ND:A(4,5)=NU
240 FOR I=1 TO M
250 FOR J=1 TO N
260 PRINT "A("I";"J")="A(I,J);" ";
270 NEXT J
280 PRINT
290 NEXT I

```

**PROGRAMA DE GAUSS-SEIDEL PARA
SOLUCION DE LA MATRIZ DE
COVARIANCIAS.**

Algoritmo de Gauss Seidel

```
10 CLS
20 REM ALGORITMO DE GAUSS
65 PRINT:PRINT " ALGORITMO DE GAUSS PARA RESOLVER MATRICES CUADRADAS":PRINT
T " INTRODUCIR EL VECTOR INDEPENDIENTE, HACIENDOLA AUMENTADA":PRINT " ES
DECIR QUE Col=Ren+1"
70 PRINT:PRINT:PRINT," INTRODUCIR EL ORDEN DE LA MATRIZ Ren, Col ";
80 INPUT M,N:DIM A(M,N):DIM B(M,N):DIM X(M)
85 PRINT:PRINT,"INTRODUCE LOS ELEMENTOS POR RENGLONES":PRINT
90 FOR I=1 TO M
100 PRINT " INTRODUCIR EL RENGLON No. ";I
110 FOR J=1 TO N
120 PRINT "A(";I;",";J;")=";
125 INPUT A(I,J)
130 NEXT J
140 NEXT I
150 REM QUEDA INTRODUCIDA LA MATRIZ DEL SISTEMA
160 REM INICIA LA RECOMODACION DE LA MATRIZ, SIN CEROS EN LA DIAGONAL
170 K=0:T=M*N
180 I=0:K=K+1
190 I=I+1
200 IF K>T THEN GOTO 660
210 J=I
220 IF I>M THEN GOTO 350
230 IF A(I,J)<>0 THEN GOTO 190
240 P=J
250 FOR L=1 TO M
260 IF A(L,P)=0 THEN GOTO 330
270 FOR J=1 TO N
280 B(I,J)=A(I,J)
290 A(I,J)=A(L,J)
300 A(L,J)=B(I,J)
310 NEXT J
```

```

320 GOTO 180
330 NEXT L
340 GOTO 180
350 REM MATRIZ REACOMODADA SIN CEROS EN LA DIAGONAL TERMINADA
360 REM INICIA EL ALGORITMO DE GAUSS
370 FOR I=1 TO M-1
380 FOR J=I+1 TO M
390 C=A(J,I)/A(I,I)
400 FOR S=I TO N
410 A(J,S)=A(J,S)-(C*A(I,S))
420 NEXT S
430 NEXT J
440 NEXT I
450 FOR I=1 TO M
460 IF A(I,I)=0 THEN GOTO 640
470 NEXT I
480 REM MATRIZ TRIANGULAR TERMINADA
490 REM INICIA METODO DE VUELTA ATRAS
500 I=M
510 J=M
520 D=0
530 IF I=J THEN GOTO 570
540 D=D-(A(I,J)*X(J))
550 J=J-1
560 GOTO 530
570 X(I)=(A(I,N)+D)/A(I,I)
580 IF I=1 THEN GOTO 620
590 I=I-1
600 GOTO 510
620 PRINT:PRINT,"LAS RAICES DEL SISTEMA SON ":PRINT
621 FOR I=1 TO M
630 PRINT,"X(";I;")=";X(I)
640 NEXT I
650 END
660 PRINT,"SIEMPRE EXISTE UN CERO EN LA DIAGONAL PRINCIPAL":PRINT,"POR LO Q

```

REFERENCIAS

1. Dean, W. R., Note on motion of fluid in a Curved pipe, *Phil. Mag.*, Vol. 4, pp. 208-233, 1927.
2. Dean, W. R., The stream line motion of fluid in a curved pipe. *Phil. Mag.*, Vol. 5, No. pp. 673-695, 1928.
3. Topakoglu, H. C. Steady laminar flows of an incompressible viscous fluid in curved pipes. *J. Math. Mech.*, vol. 16, No. 12, pp. 1321-1327, 1967.
4. Ito, H., Laminar flows in curved pipes, *ZAMM*. Vol. 49, pp. 653-663, 1969.
5. Mc Conalogue, D. J., The effects of secondary flows on the laminar dispersion of an injected substance in a curved tube, *Prog. Roy Soc. Lond. A*, Vol. 325, pp. 99-113, 1970.
6. Nandakumar, K., Masliyan, J. H., Bifurcation in steady laminar flows through curved tubes, *J. Fluid Mech.*, Vol. 119, pp. 475-490, 1980.
7. Mori, Y. y Nakayama, W., Study in forced convective heat transfer in curved pipes (1st report. laminar region). *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 8, pp. 67-82, 1965.
8. Ozisik, M.N., Topakoglu, H. C., Heat transfer for laminar flows in a curved pipes, *J. Heat Transfer*, Vol., pp. 313-318, 1968.
9. Cheng, K. C. y Akiyama, M., Laminar forced convection heat transfer in curved rectangular channels, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 13, pp. 471-490, 1970.
10. Akiyama, M. y Cheng, K. C., Boundary vorticity methods for laminar forced convection heat transfer in curved pipe, *Int. J Heat Transfer*, Vol. 14, pp. 1659-1675, 1971.
11. Patankar, S. V., Pratap, V. S. y Spaldin., D. JB., Prediction of laminar flow and heat transfer in helically coiled pipes, *J. Fluid Mech.*, Vol. 12, partr. 3, pp. 539-551.
12. Tyagi, V. P. y Sharma, V. K., An analysis of steady fully developed heat transfer in laminar flow with viscous dissipation in a curved circular duct, *Int. J. Heat and Mass Transfer*, Vol. 18 , pp. 69-78, 1975.
13. Janssen, S.L. A. M. y Hoogendoorn., C.J. Laminar convective heat transfer in helical coiled tubes, *Int. J. Heat Mass Transfer*, Vol. 21, pp. 1193-1206, 1978.
14. Yao, L. S. y Berger, S. A., Flow in heated curved pipes, *J. Fluid. Mech.*, Vol. 88, part 2, pp 339-354, 1978.

15. Zapryanov, Z., Christov., Ch., y Toshiev , E., Fully developed heat transfer in curved tube, Int. Heat Mass Transfer, Vol. 123, pp. 873-880, 1980.
16. Jensen, M. K. y Bergles, A. E., Critical heat flux in helically coiled tubes, J. Heat Transfer, Vol. 103. pp. 660-666, 1981.
17. Prusa, J. y Yao, L. S., Numerical solution for fully developed flow in heated curved tubes, J. Fluid Mech., Vol. 123, pp. 503-522, 1982.
18. Nag. P. K., Som, S.K., Chakraborty, S., Turbulence forced convection heat transfer in helically coiled tubes with uniform wall temperature, J. Inst. Engineers (India), Vol. 63, part Me3, pp. 117-122, 1982.
19. Rogers, G.F.C., y Mayhew, Y.R., Int. J. Heat Mass Transfer, Vol. 7, p. 1207, 1964.
20. Holman, H.P., Heat Transfer, Ed. McGraw Hill.