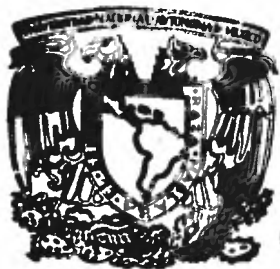


*Lej. 94*

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA**



---

**PROGRAMA DE COMPUTADORA PARA EL  
ANALISIS DE INTERACCION SUELO-ESTRUCTURA  
EN UNA VIGA FLOTANTE DE RIGIDEZ VARIABLE**

**T E S I S      P R O F E S I O N A L**

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE  
I N G E N I E R O   C I V I L  
P R E S E N T A**

**ANDRES CESAR LLADO CASTILLO**

**México, D. F.**

**1981**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

| <u>CONTENIDO</u>                           | <u>PAGINA</u> |
|--|---------------|
| I. INTRODUCCION                            | 1             |
| II. DESCRIPCION DEL METODO                 | 4             |
| 2.1 Análisis Estructural                   | 5             |
| 2.2 Análisis de Hundimientos               | 28            |
| 2.3 Compatibilidad de Desplazamientos      | 31            |
| III. PROGRAMA DE COMPUTADORA               | 36            |
| 3.1 Breve Descripción del Lenguaje Fortran | 37            |
| 3.2 Elaboración del Programa               | 38            |
| 3.3 Instructivo de Uso del Programa        | 52            |
| IV. EJEMPLO DE APLICACION                  | 61            |
| V. CONCLUSIONES                            | 76            |

CAPITULO I

INTRODUCCION

# Introducción

El comportamiento de los edificios cimentados en suelos compresibles o altamente compresibles suele ser, en muchos de los casos, diferente al esperado en los diseños convencionales de cimentaciones. Esta diferencia puede ser favorable, como en el caso en que los hundimientos diferenciales resulten ser menores que los calculados, o desfavorable, como cuando llegan a presentarse momentos flexionantes muy diferentes a los esperados con el diseño convencional.

En cualquiera de los dos casos la explicación se debe a dos aspectos fundamentales: uno, a la gran incertidumbre que existe en las variables que intervienen durante el diseño de las cimentaciones como son el módulo de elasticidad del concreto, el coeficiente de variación volumétrica del suelo, el momento de inercia de las piezas estructurales (por efectos de agrietamiento), etc. y dos, a los métodos de análisis empleados para obtener los elementos mecánicos que actúan en las cimentaciones.

En cuanto al segundo aspecto, se han estado elaborando métodos de interacción suelo-estructura que hacen que los resultados obtenidos se apeguen más a la realidad.

Precisamente, el Ing. Agustín Deméneghi Colina Profesor del Departamento de Geotecnia de la Universidad Nacional Autónoma de México, ha elaborado un procedimiento de análisis de cimentau

ciones basado en la interacción que existe entre el suelo y la estructura. Esta interacción está dada en que por un lado el suelo se hunde diferencialmente a consecuencia de las cargas y por el otro a que la estructura se opone a la deformación por la rigidez que esta guarda. En este método se ponen de manifiesto ambos puntos haciendo de él un análisis más realista.

La presente obra es un intento de dar a conocer el procedimiento desarrollado por el Ing. Doméneghi, así como el programa de computadora que resuelve todo el cálculo numérico. El programa fue realizado por el autor de esta obra con las debidas asesorías del mismo Ingeniero.

En el capítulo dos se plantea todo el desarrollo del método empezando con un análisis estructural, continuando con el cálculo de hundimientos del suelo y se concluye mediante una compatibilidad de deformaciones obteniendo las ecuaciones que nos permitirán resolver el problema de interacción suelo-estructura para la viga flotante.

En el capítulo tres se explica como se llegó a elaborar un programa de computación que resuelve el problema de la interacción. También se dan las bases necesarias para que el lector pueda hacer uso de él. El lenguaje de programación usado fue el Fortran.

El capítulo cuarto trata simplemente un problema sencillo de una viga flotante el cual se resuelve primero empleando las ecuaciones que el método proporciona y enseguida, utilizando el programa de computadora. También se hace en este capítulo una comparación con los resultados obtenidos mediante métodos convencionales.

El capítulo quinto y último explica las aplicaciones que se le pueden dar al método presentado en esta tesis y las limitaciones a que está sujeto.

Empecemos pues con esta breve tesis esperando que resulte ser clara y comprensible y, lo más importante, útil para el lector interesado en este tema.

CAPITULO II

DESCRIPCION DEL METODO



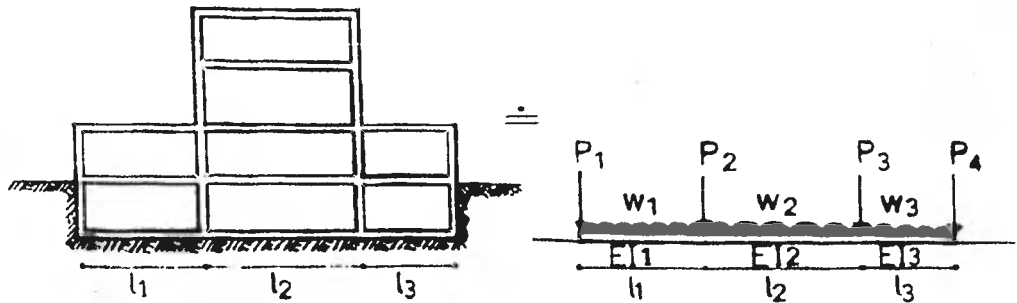
## 2.1 ANALISIS ESTRUCTURAL

Antes de entrar completamente a la descripción del método, se debe empezar por aclarar el por qué del nombre de Viga Flotante, el cual aunque a primera vista nos parezca un tanto Incomprensible resulta ser el más adecuado al caso.

El nombre de Viga Flotante proviene de considerar la hipótesis principal de que un edificio puede ser simulado como una viga con características de carga y rigidez iguales a las de éste y que reposa libremente sobre el suelo de tal forma que cualquier punto que se localice en la superficie de la cimentación sirve como apoyo para sostener la viga.

La forma en que pasamos de una estructura a otra se explica a continuación. Para las condiciones de carga, basta con calcular el valor de las cargas verticales que llegan a la cimentación y así colocarlas actuando sobre la viga ya sean estas concentradas o uniformemente distribuidas. La rigidez de la viga, que estará dada por el parámetro  $EI/L$ , se obtendrá de la siguiente manera: El módulo de elasticidad "E" se tomará igual al del material de que esté construido el edificio ya sea éste de concreto, acero, mampostería o madera. El momento de inercia "I" se obtendrá como la suma de todos los momentos de inercia de las áreas de los elementos estructurales con respecto al eje centroidal del

edificio (Fig. 2-1).



Marco de un edificio

Viga flotante

FIG. 2-1

Ya obtenido el modelo matemático que se analiza en la interacción, procederemos a colocar las reacciones del terreno. Para esto, se harán antes unas pequeñas observaciones. Como es de esperarse, estas reacciones deben de tomar la forma de una curva cuya variación a lo largo de la cimentación no conocemos (Fig. 2-2-A), por lo que se ha visto en la necesidad de discretizarla en una serie de reacciones supuestas representadas por cargas uniformemente distribuidas colocadas en la forma en que se muestra en la Fig. 2-2-B. El querer tomar un número mayor de éstas complicaría más el problema y no daría mejores resultados.

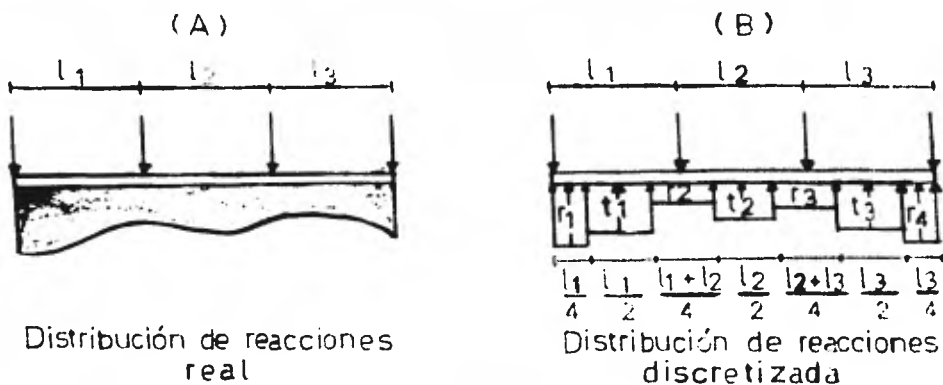


FIG. 2-2

Se observa que la distribución de reacciones supuesta está en función de la distancia que existe entre cargas concentradas por lo que es importante mencionar que para el caso en que exista cambio de rigidez en la viga y no exista carga concentrada alguna en tal punto, se supondrá una de valor nulo la cual también tomará parte en el análisis estructural (Fig. 2-3).

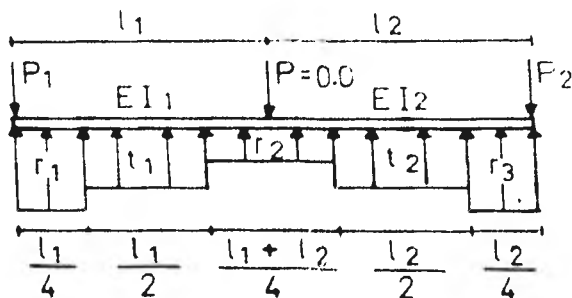


FIG. 2-3

Los desplazamientos verticales de la viga debido al hundimiento del terreno se calculan bajo cada nudo y la mitad de la distancia

entre dos de estos. Se llama nudo al punto sobre la viga donde incide una carga concentrada, aunque ésta se encuentre colocada en la orilla de la misma.

Es importante hacer mención que el presente método se aplica a edificios con rigidez variable: un ejemplo pudiera ser el que se mostró en la Fig. 2-1.

Para realizar el análisis conjunto de la estructura del suelo, el Ing. Agustín Deméneghi Colina, quien es al que se le debe el estudio del procedimiento que en esta tesis se presenta, utiliza el método de rigideces que, como se sabe, nos proporciona como únicas incógnitas los desplazamientos de la estructura (giros en los nudos y desplazamientos verticales) como consecuencia de haber obtenido primeramente la matriz de rigideces y de tener como dato el vector de cargas.

En este caso el vector de cargas no será completamente conocido ya que intervendrán en él, las reacciones del terreno que también son incógnitas, pero, como se muestra en el inciso 2.2, los desplazamientos verticales del suelo se dejan en función de las reacciones mediante un análisis de hundimientos y así, sustituyendo éstos en las ecuaciones que resultan del análisis estructural quedará un sistema determinado en el cual las únicas incógnitas a

resolver serán los giros en la viga y las reacciones del terreno. Una vez resuelto el sistema, para calcular los hundimientos del terreno basta con sustituir el valor de las reacciones encontrado en las ecuaciones de desplazamientos, las cuales habían quedado en función de éstas.

El diagrama de momentos flexionantes en la cimentación se puede obtener fácilmente ya conocido el valor de las reacciones.

Antes de aplicar el método de rigideces al problema de interacción suelo-estructura, explicaremos brevemente en que consiste éste.

Es un método que se utiliza principalmente para resolver estructuras hiperestáticas y en el cual las incógnitas son los desplazamientos de la estructura quedando las fuerzas internas en función de estos.

Primeramente se calculan los grados de libertad que son el número de desplazamientos que se eligen y liberan para poder definir el perfil deformado de la estructura. Posteriormente se obtienen las fuerzas de fijación que resultan de restringir por completo de desplazamientos a la estructura original. Se van soltando uno por uno los desplazamientos y al hacerlo se van obteniendo los coeficientes de rigideces, que son fuerzas o momentos que generan desplazamientos unitarios. Por último se plantean ecua

ciones de equilibrio y se resuelve el sistema.

Los elementos mecánicos (M, V y N) se determinan superponiendo la estructura primaria restringida de desplazarse con las demás que resultaron de ir soltando cada uno de los grados de libertad.

A continuación se plantean las ecuaciones generales de pendiente deformación que es una forma tradicional de presentar el método de rigideces (LUTHE, 1971).

Consideramos una viga de sección transversal constante con un sistema de cargas cualquiera como se muestra en la Fig. 2-4.

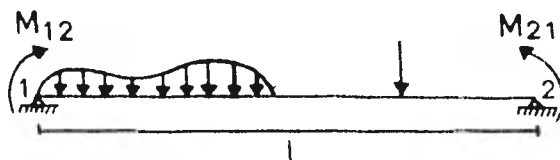


FIG. 2-4

La deformación general que puede sufrir la viga ante la acción de las fuerzas actuantes es presentada en la Fig. 2-5.

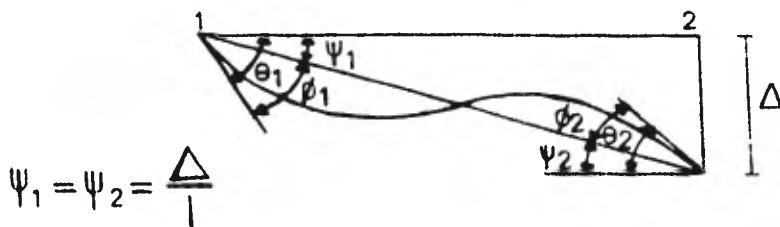


FIG. 2-5

De la figura anterior podemos obtener las siguientes relaciones:

$$\vartheta_1 = \theta_1 - \psi_1 \quad (2-1)$$

$$\vartheta_2 = \theta_2 - \psi_1 \quad (2-2)$$

Los ángulos  $\vartheta_1$  y  $\vartheta_2$  se calcularán aplicando vigas conjugadas y haciendo uso del principio de superposición.

Las vigas resultantes se muestran en la figura 2-6 cargadas con sus respectivos diagramas de  $M/EI$ .

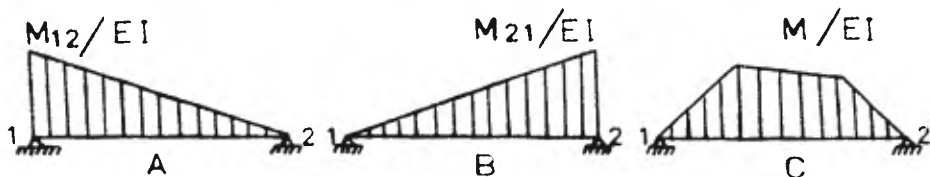


FIG. 2-6

Al calcular las reacciones en los apoyos de cada una de las vigas conjugadas, estamos encontrando directamente el giro de estos en la viga real, por lo que se puede escribir que:

$$\vartheta_1 = R_{1A} + R_{1B} + R_{1C} = \frac{M_{12}l}{3EI} - \frac{M_{21}l}{6EI} + \frac{M_{02}}{lEI} \quad (2-3)$$

$$\vartheta_2 = R_{2A} + R_{2B} + R_{2C} = -\frac{M_{12}l}{6EI} + \frac{M_{21}l}{3EI} - \frac{M_{01}}{lEI} \quad (2-4)$$

Donde  $M_{0,1}$  es el momento estático del diagrama  $M/EI$  de la viga "c" respecto al punto 1 y  $M_{0,2}$  es el correspondiente al punto 2.

Sustituyendo (2-3) y (2-4) en (2-1) y (2-2) queda:

$$\frac{M_{12}l}{3EI} - \frac{M_{21}l}{6EI} + \frac{M_{0,2}}{EI} = \theta_1 - \psi_1 \quad (2-5)$$

$$-\frac{M_{12}l}{6EI} + \frac{M_{21}l}{3EI} - \frac{M_{0,1}}{EI} = \theta_2 - \psi_1 \quad (2-6)$$

Resolviendo el sistema anterior se obtiene que,

$$M_{12} = \frac{4EI\theta_1}{l} + \frac{2EI\theta_2}{l} - \frac{6EI\psi_1}{l} + \frac{2(M_{0,1} - 2M_{0,2})}{l^2} \quad (2-7)$$

$$M_{21} = \frac{2EI\theta_1}{l} + \frac{4EI\theta_2}{l} - \frac{6EI\psi_1}{l} + \frac{2(2M_{0,1} - M_{0,2})}{l^2} \quad (2-8)$$

Si se tiene una viga doblemente empotrada en donde:

$$\theta_1 = \theta_2 = \psi_1 = 0$$

Las ecuaciones (2-7) y (2-8) quedarían como:

$$M_{12} = \frac{2(M_{0,1} - 2M_{0,2})}{l^2} = M_{12}^e \quad (2-9)$$

$$M_{21} = \frac{2(2M_{0,1} - M_{0,2})}{l^2} = M_{21}^e \quad (2-10)$$

que son las ecuaciones que proporcionarían los momentos de empotramiento de la viga doblemente empotrada, por lo que, la nueva

forma de las ecuaciones (2-7) y (2-8) será:

$$M_{12} = \frac{4EI\theta_1}{l} + \frac{2EI\theta_2}{l} - \frac{6EI\psi_1}{l} + M_{12}^e \quad (2-11)$$

$$M_{21} = \frac{2EI\theta_1}{l} + \frac{4EI\theta_2}{l} - \frac{6EI\psi_1}{l} + M_{21}^e \quad (2-12)$$

Estas ecuaciones representan de alguna manera al método de rigideces ya que, como se observa, es una suma de términos que corresponden a las etapas de: restringir a la viga de desplazarse en sus apoyos, permitir el giro en el nudo 1, permitir el giro



en el nudo 2 y por último el desplazamiento vertical relativo entre ambos.

En general para dos nudos consecutivos cualesquiera  $i, j$  se tendrá:

$$M_{ij} = \frac{4EI}{l} \theta_i + \frac{2EI}{l} \theta_j - \frac{6EI}{l} \psi_{ij} + M_{ij}^e \quad (2-13)$$

Un vez que se a explicado en breve lo que es el método de las rigideces se usará en el tema a tratar.

### 2.1.1 Condición de Equilibrio de Momentos en el Nudo $i$ .

De la Fig. 2-7 en donde se aísla un nudo cualquiera  $i$  de la viga flotante se ve que el momento sobre éste debido a la barra  $(i, i+1)$  valdrá:

$$M_{i,i+1} = M_{i,i+1}^e + 2K_i \phi_i + K_i \phi_{i+1} - \frac{6K_i}{l_i} \Delta_i + \frac{6K_i}{l_i} \Delta_{i+1} \quad (2-14)$$

en donde:

- $M_{i,i+1}$  momento en el nudo  $i$  debido a la barra  $(i, i+1)$ .
- $M_{i,i+1}^e$  momento de empotramiento sobre el nudo  $i$  debido a la barra  $(i, i+1)$ .
- $K_i$  rigidez  $EI/l_i$  de la barra  $(i, i+1)$ .
- $\phi_i = 2\theta_i$  doble giro en el nudo  $i$ .
- $\phi_{i+1} = 2\theta_{i+1}$  doble giro en el nudo  $i+1$ .

$\Delta_i$  desplazamiento vertical del nudo  $i$ .

$\Delta_{i+1}$  desplazamiento vertical del nudo  $i+1$ .

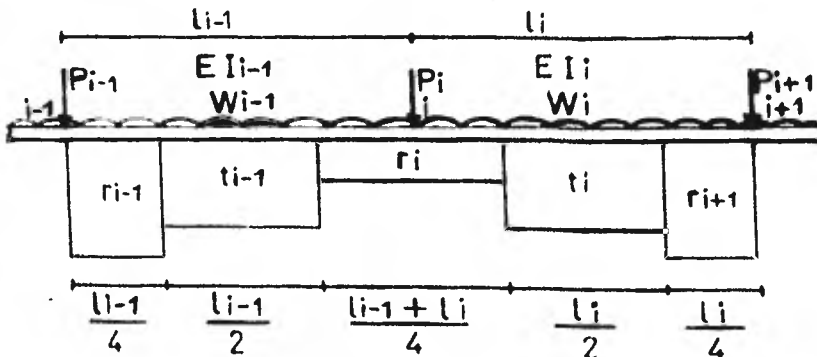


FIG. 2-7

El momento sobre el nudo  $i$  debido a la barra  $(i, i-1)$  será:

$$M_{i,i-1}^e = M_{i,i-1}^e + 2K_{i-1}\phi_i + K_{i-1}\phi_{i-1} - \frac{6K_{i-1}}{l_{i-1}}\Delta_{i-1} + \frac{6K_{i-1}}{l_{i-1}}\Delta_i \quad (2-15)$$

Los momentos de empotramiento para cada caso serán:

$$M_{i,i+1}^e = \frac{W_i l_i^2}{12} - \frac{67 r_i l_i^2}{3072} - \frac{11 t_i l_i^2}{192} - \frac{13 r_{i+1} l_i^2}{3072} \quad (2-16)$$

$$M_{i,i-1}^e = \frac{W_i l_{i-1}^2}{12} - \frac{67 r_i l_{i-1}^2}{3072} - \frac{11 t_{i-1} l_{i-1}^2}{192} - \frac{13 r_{i-1} l_{i-1}^2}{3072} \quad (2-17)$$

en donde, para obtenerlos, nos hemos ayudado de las vigas que aparecen en la Fig. 2-8.

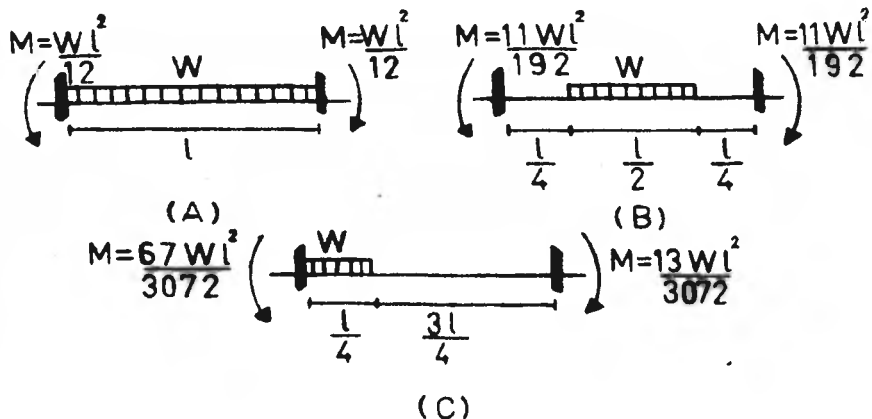


FIG. 2-8

Sustituyendo las ecuaciones (2-16) y (2-17) en las ecuaciones (2-14) y (2-15), nos queda:

$$M_{i,j+1} = \frac{W_i l_i^2}{12} - \frac{67 l_i^2 r_i}{3072} - \frac{11 l_i^2 t_i}{192} - \frac{13 l_i^2 r_{i+1}}{3072} + 2K_i \phi_i + K_i \phi_{i+1} - \frac{6K_i \Delta_i}{l_i} + \frac{6K_i \Delta_{i+1}}{l_i} \quad (2-18)$$

$$M_{i,j-1} = \frac{W_{i-1} l_{i-1}^2}{12} - \frac{67 l_{i-1}^2 r_i}{3072} - \frac{11 l_{i-1}^2 t_{i-1}}{192} - \frac{13 l_{i-1}^2 r_{i-1}}{3072} - 2K_{i-1} \phi_i - K_{i-1} \phi_{i-1} + \frac{6K_{i-1} \Delta_{i-1}}{l_{i-1}} - \frac{6K_{i-1} \Delta_i}{l_{i-1}} \quad (2-19)$$

En el nudo i debe existir equilibrio de momentos por lo que:

$$M_{i,j+1} + M_{i,j-1} = 0 \quad (2-20)$$

Sustituyendo (2-18) y (2-19) en (2-20) y agrupando términos se obtiene la expresión de equilibrio de momentos para el nudo i.

$$3 \leq i \leq n-2$$

$$K_{i-1} \phi_{i-1} + 2(K_{i-1} + K_i) \phi_i + K_i \phi_{i+1} - 6 \frac{K_{i-1} \Delta_{i-1}}{l_{i-1}}$$

$$+ 6 \left( \frac{K_{i-1} - K_i}{l_{i-1}} \right) \Delta_i + 6 \frac{K_i \Delta_{i+1}}{l_i} + \frac{13 l_{i-1}^2 r_{i-1}}{3072}$$

$$+ \frac{67 (l_{i-1}^2 - l_i^2) r_i}{3072} - \frac{13 l_i^2 r_{i+1}}{3072} + \frac{11 l_{i-1}^2 t_{i-1}}{192}$$

$$- \frac{11 l_i^2 t_i}{192} = \frac{W_{i-1} l_{i-1}^2}{12} - W_i l_i^2 \quad (2-21)$$

Esta ecuación solo se aplicará a vigas en donde el número de nudos sea mayor que cuatro.

### 2.1.2 Condición de Equilibrio de Momentos en los Nudos 2 y n-1.

El momento  $M_{2,1}$  no se puede obtener directamente con la fórmula (2-13) debido a la condición de frontera que existe en el nudo 1 ( $M_{1,2}^e = 0$ ) por lo que el equilibrio de momentos en el nudo dos se obtendrá directamente (Fig. 2-8-A).

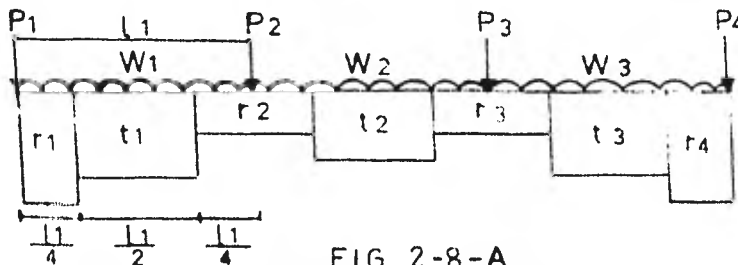


FIG. 2-8-A

De la Fig. 2-8 los momentos que resultan a la izquierda y a la derecha del nudo dos son los siguientes:

$$M_{2,1} = \frac{W_1 l_1^2}{2} + P_1 l_1 - \frac{7 l_1^2 r_1}{32} - \frac{l_1^2 t_1}{4} - \frac{l_1^2 r_2}{32} \quad (2-22)$$

$$M_{2,3} = \frac{W_2 l_2^2}{12} + 2K_2 \phi_2 + K_2 \phi_3 - \frac{6K_2 \Delta_2}{12} + \frac{6K_2 \Delta_3}{12} - \frac{67 l_2^2 r_2}{3072} - \frac{13 l_2^2 r_3}{3072} - \frac{11 l_2^2 t_2}{192} \quad (2-23)$$

en el nudo dos se debe cumplir que:

$$M_{2,1} + M_{2,3} = 0 \quad (2-24)$$

sustituyendo (2-22) y (2-23) en (2-24) obtenemos la ecuación de equilibrio de momentos en el nudo dos.

$$2K_2\phi_2 + K_2\phi_3 - \frac{6K_2\Delta_2}{l_2} + \frac{6K_2\Delta_3}{l_2} + \frac{7l_1^2}{32}r_1 + \left(\frac{l_1^2}{32} - \frac{67l_2^2}{3072}\right)r_2 - \frac{13l_2^2}{3072}r_3 + \frac{l_1^2}{4}t_1 - \frac{11l_2^2}{192}t_2 = \frac{W_1l_1^2}{2} - \frac{W_2l_2^2}{12} + P_1l_1 \quad (2-25)$$

De igual manera se procede a obtener el equilibrio de momentos en el nudo n-1, en donde hemos llamado "n" al último nudo a la derecha de la viga flotante. La expresión queda de la siguiente manera:

$$2K_{n-2}\phi_{n-1} + K_{n-2}\phi_{n-2} - \frac{6K_{n-2}\Delta_{n-2}}{l_{n-2}} + \frac{6K_{n-2}\Delta_{n-1}}{l_{n-2}} - \frac{7l_{n-1}^2}{32}r_n + \left(\frac{67l_{n-2}^2}{3072} - \frac{l_{n-1}^2}{32}\right)r_{n-1} + \frac{13l_{n-2}^2}{3072}r_{n-2} - \frac{l_{n-1}^2}{4}t_{n-1} + \frac{11l_{n-2}^2}{192}t_{n-2} = \frac{W_{n-2}l_{n-2}^2}{12} - \frac{W_{n-1}l_{n-1}^2}{2} - P_nl_{n-1} \quad (2-26)$$

Las expresiones (2-25) y (2-26) solo se emplearán cuando "n" sea mayor o igual a cuatro. Para vigas donde el número de nudos es igual a tres, la ecuación de equilibrio de momentos en el nudo dos queda así:

$$\frac{7l_1^2}{32}r_1 + \left(\frac{l_1^2}{32} - \frac{l_2^2}{32}\right)r_2 - \frac{7l_2^2}{32}r_3 + \frac{l_1^2}{4}t_1 - \frac{l_2^2}{4}t_2 = \frac{W_1l_1^2}{2} - \frac{W_2l_2^2}{2} + P_1l_1 - P_3l_2 \quad (2-27)$$

### 2.1.3 Condición de Equilibrio de Fuerzas Cortantes en el Nudo i.

Otra condición que ayudará a resolver la interacción suelo-estructura para una viga flotante será la del equilibrio de fuerzas cortantes en el nudo i. Para esto se ha aislado un entre-nudo cualquiera que es el espacio comprendido entre los nudos i e i + 1 (Fig. 2-9).

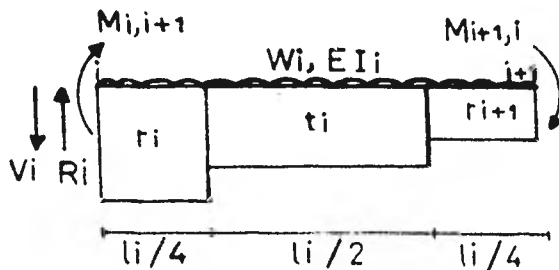


FIG. 2-9

El equilibrio de fuerzas cortantes en el nudo i está dado por:

$$V_i = R_i \quad (2-28)$$

En donde  $V_i$  es la suma de fuerzas cortantes a la izquierda del punto i y  $R_i$  es la reacción en el mismo punto que resulta de considerar a una viga simplemente apoyada cargada con las fuerzas  $r_i$ ,  $t_i$ ,  $r_{i+1}$ ,  $M_{i,i+1}$  y  $M_{i+1,i}$ . Los valores que se obtienen son los siguientes:

$$V_i = -\sum_{k=1}^{i-1} l_k W_k - \sum_{k=1}^i P_k + \frac{l_1 r_1}{4} + \sum_{k=2}^{i-1} \left( \frac{l_{k-1} + l_k}{4} \right) r_k + \frac{l_{i-1} r_i}{4} + \sum_{k=1}^{i-1} \frac{l_k t_k}{2} \quad (2-29)$$

$$R_i = \frac{M_{i,i+1} + M_{i+1,i}}{l_i} - \frac{7l_i r_i}{32} - \frac{l_i r_{i+1}}{32} - \frac{l_i t_i}{4} + \frac{W_i l_i}{2} \quad (2-30)$$

en donde:

$$M_{i,i+1} = \frac{W_i l_i^2}{12} + 2K_i \phi_i + K_i \phi_{i+1} - 6 \frac{K_i \Delta_i}{l_i} + 6 \frac{K_i \Delta_{i+1}}{l_i} - \frac{67 l_i^2 r_i}{3072} - \frac{13 l_i^2 r_{i+1}}{3072} - \frac{11 l_i^2 t_i}{192} \quad (2-31)$$

$$M_{i+1,i} = -\frac{W_i l_i^2}{12} + K_i \phi_i + 2K_i \phi_{i+1} - 6 \frac{K_i \Delta_i}{l_i} + 6 \frac{K_i \Delta_{i+1}}{l_i} + \frac{13 l_i^2 r_i}{3072} + \frac{67 l_i^2 r_{i+1}}{3072} + \frac{11 l_i^2 t_i}{192} \quad (2-32)$$

Sustituyendo (2-29) y (2-30) en (2-28) y multiplicando ambos términos por  $l_i$ , se obtiene la expresión de equilibrio de fuerzas cortantes en el nudo  $i$ .

$$3 \leq i \leq n-2$$

$$3K_i \phi_i + 3K_i \phi_{i+1} - 12 \frac{K_i \Delta_i}{l_i} + 12 \frac{K_i \Delta_{i+1}}{l_i} - \frac{11 l_i r_i}{4} - \frac{l_i}{4} \sum_{k=2}^{i-1} (l_{k-1} + l_k) r_k - \left( \frac{l_i - 1 l_i}{4} + \frac{12 l_i}{512} \right) r_i - \frac{7 l_i r_{i+1}}{512} - \frac{l_i}{2} \sum_{k=1}^{i-1} l_k t_k - \frac{l_i t_i}{4} = -l_i \sum_{k=1}^{i-1} W_k l_k - \frac{W_i l_i}{2} - l_i \sum_{k=1}^i P_k \quad (2-33)$$

La ecuación (2-33) solo se utilizará en el caso en que el número de nudos de la viga sea igual o mayor a cinco.

#### 2.1.4 Condición de Equilibrio de Fuerzas Cortantes en el Nudo 2.

La expresión para el equilibrio de coriantes en el nudo dos se obtuvo directamente quedando de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
& 3K_2\phi_2 + 3K_2\phi_3 - \frac{12K_2\Delta_2}{l_2} + \frac{12K_2\Delta_3}{l_2} - \frac{l_1 l_2 r_1}{4} \\
& - \left( \frac{l_1 l_2}{4} + \frac{12l_1^2}{512} \right) r_2 - \frac{7l_2^2 r_3}{512} - \frac{l_1 l_2 t_1}{2} - \frac{l_2^2 t_2}{4} \\
& = -l_2 l_1 W_1 - \frac{l_2^2 W_2}{2} - (P_1 + P_2) l_2 \quad (2-34)
\end{aligned}$$

Esta ecuación se empleará cuando "n" sea mayor o igual a cuatro.

### 2.1.5 Condición de Desplazamiento Vertical a la Mitad del Entre-nudo i.

Falta encontrar expresiones que relacionen al desplazamiento vertical a la mitad de un entre-nudo con las reacciones del terreno y los doblegiros en la viga. Para esto a continuación se explica brevemente el método de la viga conjugada.

Este método sirve especialmente para encontrar desplazamientos y giros en vigas sujetas a flexión. Consiste en cargar a la viga con el diagrama de  $M/EI$ , a esta nueva viga se le denomina viga conjugada. El cortante y momento flexionante que se encuentren en un punto de la viga conjugada corresponderán al giro y desplazamiento vertical respectivamente, en ese mismo punto en la viga real.

Este hecho se explica teniendo en cuenta las relaciones que se obtienen al haber resuelto la ecuación diferencial correspondiente a la deflexión de una viga elástica. Tales relaciones se presentan enseguida:

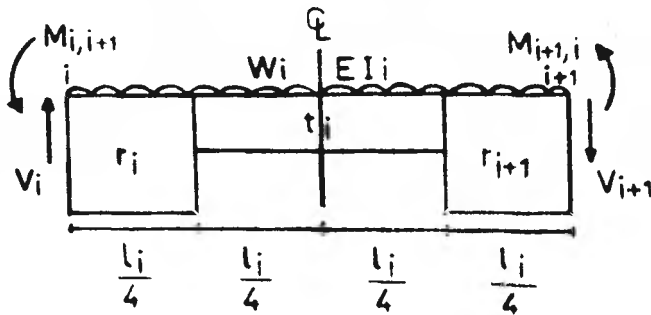


|                     |                     |                                     |                          |
|---------------------|---------------------|-------------------------------------|--------------------------|
| M                   | momento flexionante | v                                   | deflexión de la elástica |
| $\frac{dM}{dx} = V$ | Fuerza cortante     | $\frac{dv}{dx} = \theta$            | pendiente de la elástica |
| $\frac{dV}{dx} = w$ | carga uniforme      | $\frac{d\theta}{dx} = \frac{M}{EI}$ | elástica de la viga.     |

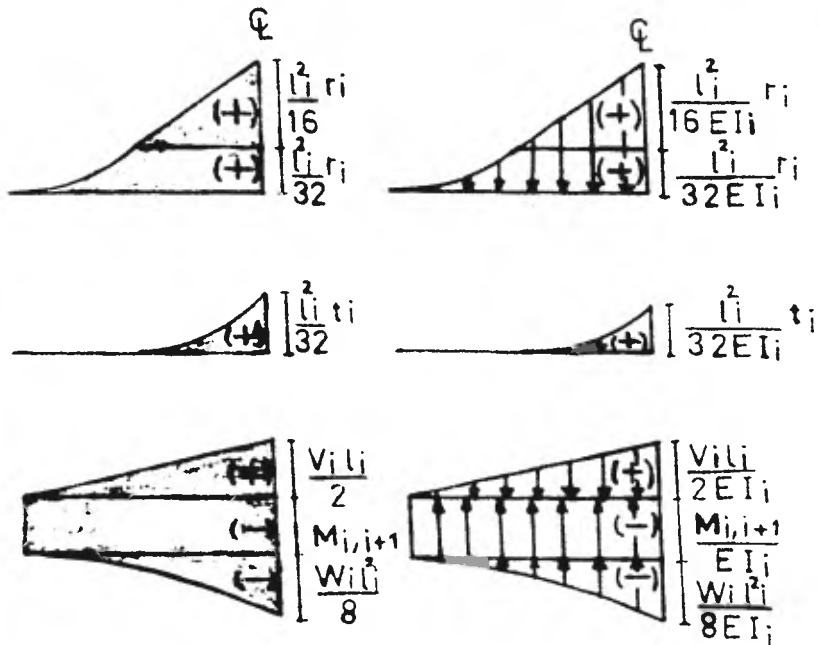
Para que las relaciones anteriores se puedan utilizar en la viga conjugada debemos tener mucho cuidado con las condiciones de fuerza cortante y momento flexionante que se presentan en la viga real.

Por ejemplo, si se tiene una viga en donde el momento flexionante en uno de sus apoyos es igual a cero, entonces, se toma la precaución de usar una viga conjugada que tenga en el mismo apoyo, una deflexión igual a cero. De igual forma, si se tuviera un punto en donde el cortante fuera diferente de cero, en la viga conjugada se pondría la condición de que la pendiente de la elástica fuera diferente de cero.

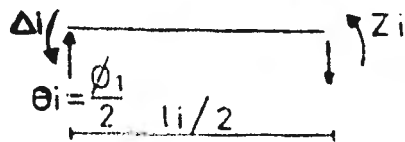
Para aplicar este método en el cálculo del desplazamiento vertical a la mitad del entre-nudo i de la viga flotante, hagamos referencia a la figura 2-10. En ella se muestra primero una barra i cualquiera de la viga con sus cargas, después el diagrama de momentos flexionantes que provoca cada carga y por último se tiene a la viga conjugada. Al desplazamiento vertical a la mitad del entre-nudo i se le ha llamado Z<sub>i</sub>.



a) Cargas en la barra



b) Diagramas de momentos flexionantes



c) Vigas conjugadas

FIG. 2-10

Tomando momentos con respecto al centro de la crujia  $i$  en la viga conjugada, se obtiene la expresión:

$$\frac{V_i l_i^3}{48EI_i} - \frac{M_{i,i+1} l_i^2}{8EI_i} - \frac{W_i l_i^4}{384EI_i} + \frac{15 l_i^4}{6144 EI_i} r_i + \frac{l_i^4}{6144 EI_i} t_i + \frac{l_i}{4} \phi_i - \Delta_i + Z_i = 0 \quad (2-35)$$

multiplicando toda la expresión por  $16EI_i/l_i^2$  y agrupando términos se encuentra la ecuación que relaciona al desplazamiento vertical "Z" con las reacciones del terreno, los doblegiros y el desplazamiento vertical " $\Delta$ ".

La expresión final es la siguiente:

$$2 \leq i \leq n-2$$

$$K_i \phi_i - K_i \phi_{i+1} - \frac{8K_i}{l_i} \Delta_i - \frac{8K_i}{l_i} \Delta_{i+1} + 16 \frac{K_i}{l_i} Z_i + \frac{l_i^2}{256} r_i + \frac{l_i^2}{256} r_{i+1} + \frac{13l_i^2}{384} t_i = \frac{W_i l_i^2}{24} \quad (2-36)$$

Esta ecuación solo será aplicable cuando "n" sea igual o mayor a cuatro.

2.1.6 Condición de desplazamiento vertical a la mitad de los entre-nudos 1 y n-1.

La ecuación de desplazamiento vertical a la mitad del entre-nudo 1 se obtendrá directamente. Obsérvese la Fig. 2-11.

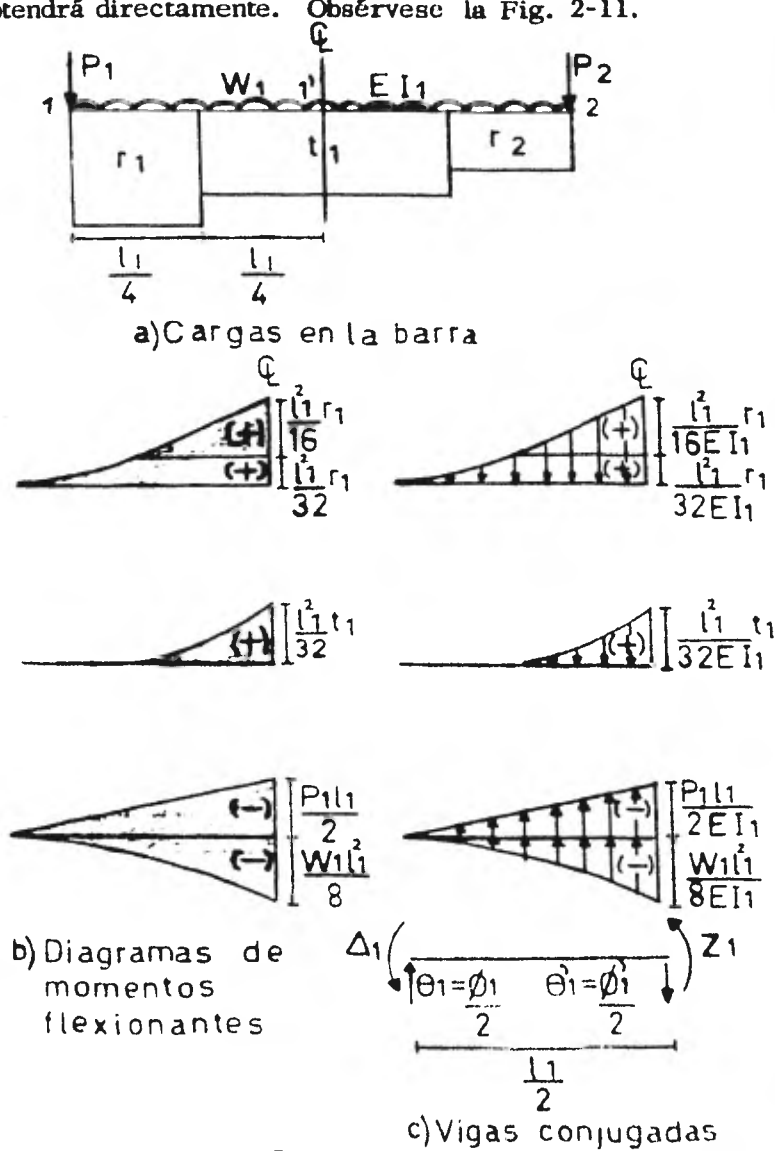


FIG. 2-11

Tomando momentos en el punto 1' de la viga conjugada y multiplicando toda la expresión por  $8EI/l_1^2$  para simplificar, se llega finalmente a:

$$2K_1\phi_1 - \frac{8K_1\Delta_1}{l_1} + \frac{8K_1Z_1}{l_1} + \frac{5l_1^2}{256}r_1 + \frac{l_1^2}{768}t_1$$

$$= \frac{W_1l_1^2}{48} + \frac{P_1l_1}{6} \quad (2-37)$$

De igual manera, para el entre-nudo n-1 queda:

$$-2K_{n-1}\phi_n - \frac{8K_{n-1}\Delta_n}{l_{n-1}} + \frac{8K_{n-1}Z_{n-1}}{l_{n-1}} + \frac{5l_{n-1}^2}{256}r_n$$

$$+ \frac{l_{n-1}^2}{768}t_{n-1} = \frac{W_{n-1}l_{n-1}^2}{48} + \frac{P_nl_{n-1}}{6} \quad (2-38)$$

### 2.1.7 Condición de desplazamiento vertical en los puntos 1 y n.

Esta condición se obtienen fácilmente tomando momentos en los puntos 2 y n-1 de las siguientes vigas conjugadas respectivamente.

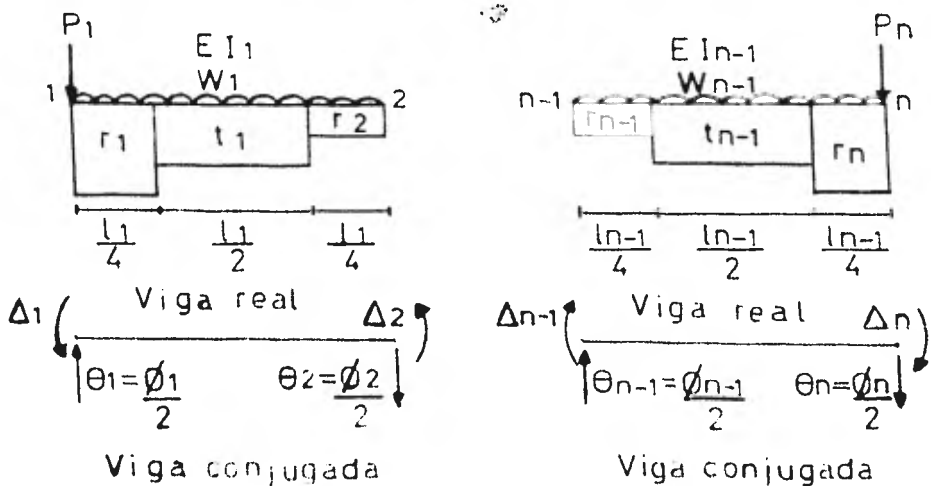


FIG. 2-12

Las expresiones que resultan finalmente son las siguientes:

para  $\Delta_1$  ;

$$K_1 \phi_1 - 2 \frac{K_1}{l_1} \Delta_1 + 2 \frac{K_1}{l_1} \Delta_2 + \frac{175 l_1^2}{3072} r_1 + \frac{l_1^2}{3072} r_2 + \frac{5 l_1^2}{192} t_1 = \frac{P_1 l_1}{3} + \frac{W_1 l_1^2}{12} \quad (2-39)$$

para  $\Delta_n$  ;

$$-K_{n-1} \phi_n + 2 \frac{K_{n-1}}{l_{n-1}} \Delta_{n-1} - 2 \frac{K_{n-1}}{l_{n-1}} \Delta_n + \frac{l_{n-1}^2}{3072} r_{n-1} + \frac{175 l_{n-1}^2}{3072} r_n + \frac{5 l_{n-1}^2}{192} t_{n-1} = \frac{P_n l_{n-1}}{3} + \frac{W_{n-1} l_{n-1}^2}{12} \quad (2-40)$$

### 2.1.8 Condición de giro en los puntos 1 y n.

Haciendo suma de fuerzas verticales iguales a cero en las vigas de la Fig. 2-12 resultan las expresiones siguientes para la condición anterior.

para  $\phi_1$  ;

$$K_1 \phi_1 - K_1 \phi_2 + \frac{37 l_1^2}{192} r_1 + \frac{l_1^2}{192} r_2 + \frac{13 l_1^2}{96} t_1 = P_1 l_1 + \frac{W_1 l_1^2}{3} \quad (2-41)$$

para  $\phi_n$  ;

$$-K_{n-1} \phi_n + K_{n-1} \phi_{n-1} + \frac{37 l_{n-1}^2}{192} r_n + \frac{l_{n-1}^2}{192} r_{n-1} + \frac{13 l_{n-1}^2}{96} t_{n-1} = P_n l_{n-1} + \frac{W_{n-1} l_{n-1}^2}{3} \quad (2-42)$$

### 2.1.9 Condición de suma de fuerzas verticales.

La última expresión que se obtiene será la relativa al equilibrio de

fuerzas verticales en la viga real, la cual resulta ser de la siguiente manera después de haber sido multiplicada por cuatro para simplificarla.

$$l_1 r_1 + \sum_{i=2}^{n-1} (l_{i-1} + l_i) r_i + l_{n-1} r_n + 2 \sum_{i=1}^{n-1} l_i t_i = 4 \left( \sum_{i=1}^{n-1} W_i l_i + \sum_{i=1}^n P_i \right) \quad (2-43)$$

Para el caso particular de dos nudos como se muestra en la figura 2-13, se utiliza la siguiente ecuación:

$$\frac{l_1}{4} r_1 + \frac{l_1 t_1}{2} + \frac{l_1}{4} r_2 = W_1 l_1 + P_1 + P_2 \quad (2-44)$$

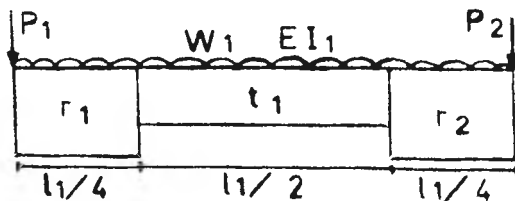


FIG. 2-13

De todas las condiciones obtenidas hasta aquí, se observa que se tiene como incógnitas a los desplazamientos  $\Delta_i$  y  $Z_i$ , a las reacciones del terreno  $r_i$  y  $t_i$  y a los doblegiros  $\theta_i$  y  $\theta_{i+1}$ . En el inciso siguiente se ve como dejar a los desplazamientos verticales  $\Delta_i$  y  $Z_i$ , en función de las reacciones  $r_i$  y  $t_i$  y sustituyendo estas ecuaciones en las expresiones que resultaron del análisis estructural, se observa que queda un sistema en el cual el número de incógnitas es igual al número de ecuaciones.

## 2.2 ANALISIS DE HUNDIMIENTOS

Se procede ahora a dejar los desplazamientos verticales del suelo

$\Delta_i$  y  $Z_i$  en función de las reacciones del terreno  $r_i$  y  $t_i$  (Fig. 2-14).

Para simplificar la explicación se hará un cambio de variable llamado  $\eta_i$  a cualquier desplazamiento vertical y  $q_i$  a cualquier reacción (Fig. 2-15).

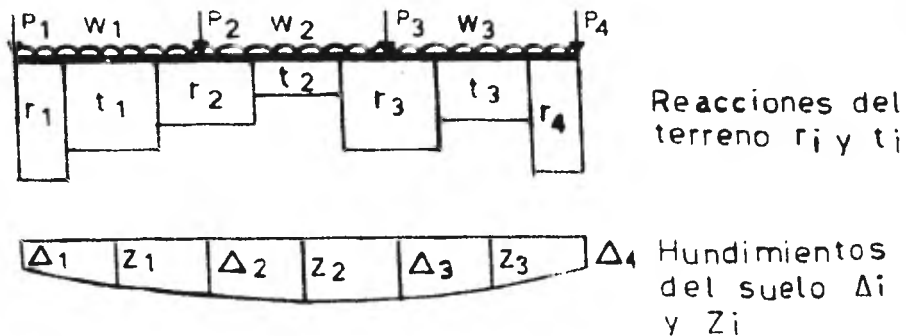


FIG. 2-14

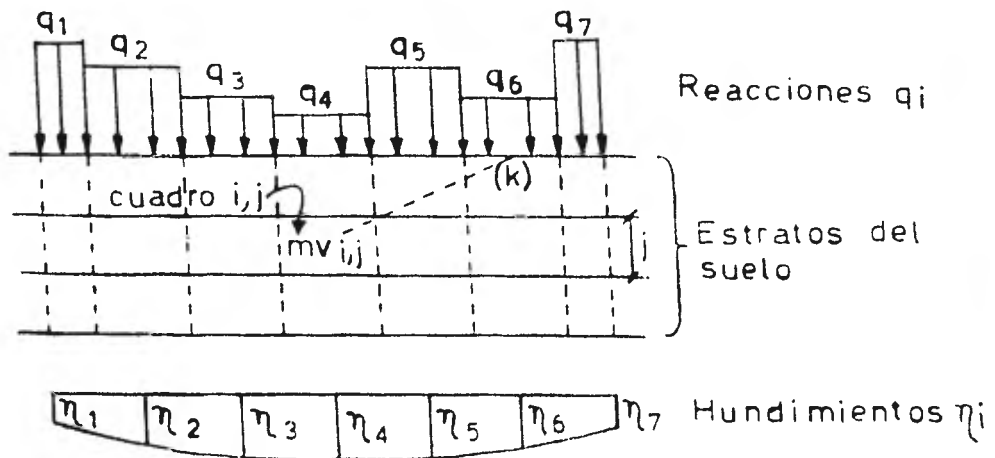


FIG. 2-15



El cambio de variable está dado por las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \eta_{2i-1} &= \Delta_i & q_{2i-1} &= r_i \\ \eta_{2i} &= Z_i & q_{2i} &= t_i \end{aligned} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n$$

Cada estrato del terreno se ha dividido en cuadros que corresponden a cada reacción. Se llamará "Cuadro i, j" al cuadro que se encuentra bajo la reacción i en el estrato j y "q<sub>k</sub>", a la carga uniforme aplicada en el punto "k" sobre el suelo (Fig. 2-15).

La deformación del cuadro i, j debido a la carga q<sub>k</sub> valdrá:

$$\Delta h_{(i,j)_k} = mv_{i,j} H_j \Delta \sigma_{(i,j)_k} \quad (2-45)$$

en donde:

- $\Delta h_{(i,j)_k}$  deformación del cuadro "i, j" debida a una carga colocada en k (q<sub>k</sub>).
- $mv_{(i,j)}$  módulo de deformación volumétrica del suelo en el cuadro i, j.
- $H_j$  espesor del estrato compresible j.
- $\Delta \sigma_{(i,j)_k}$  incremento de esfuerzo efectivo en el cuadro i, j debido a la presión q<sub>k</sub>/b en la frontera de la viga y el suelo.
- $b$  ancho en planta de la cimentación en donde actúa la carga q<sub>k</sub>.

La ecuación (2-45) se deriva de la fórmula general para calcular el asentamiento por consolidación primaria con flujo vertical del suelo en un estrato de espesor H (cc. 2-46). La obtención de la

ecuación (2-45) se presenta enseguida.

$$\Delta H = \frac{\Delta e}{1 + e_0} H \quad (2-46)$$

el coeficiente de compresibilidad ( $a_v$ ) para un suelo se puede calcular como:

$$a_v = \frac{\Delta e}{\Delta \sigma_v}$$

de donde;

$$\Delta e = a_v \Delta \sigma_v \quad (2-46-a)$$

por otro lado sabemos que;

$$m_v = \frac{a_v}{1 + e_0}$$

de donde;

$$a_v = m_v(1 + e_0) \quad (2-46-b)$$

sustituyendo (2-46-b) en (2-46-a) y luego esta en (2-46) obtenemos:

$$\Delta H = \frac{m_v(1 + e_0) \Delta \sigma_v}{(1 + e_0)} H$$

finalmente queda;

$$\Delta H = m_v H \Delta \sigma_v \quad (2-47)$$

El incremento de presión  $\Delta \sigma_v$  se puede escribir de la siguiente manera:

$$\Delta \sigma_v = I \frac{P}{A}$$

en donde "I" es el incremento en la presión efectiva del suelo provocado por una carga unitaria en el área "A". A este incremento se le denomina "valor de influencia".

En este caso la ecuación (2-45) queda como:

$$\Delta h_{(i,j)k} = m v_{i,j} H_j I_{(i,j)k} \frac{q_k}{b_k} \quad (2-48)$$

La deformación de cuadro  $i, j$  debida a todas las cargas  $q_k$  será:

$$\eta_{(i,j)} = m v_{i,j} H_j \sum_{k=1}^m I_{(i,j)k} \frac{q_k}{b_k} \quad (2-49)$$

en donde;

$m$  número de reacciones aplicadas en la superficie.

El hundimiento total bajo el punto  $i$  será la suma acumulada de los hundimientos calculados en cada estrato por lo que éste valor se obtendrá finalmente como:

$$\eta_i = \sum_{j=1}^p m v_{i,j} H_j \sum_{k=1}^m I_{(i,j)k} \frac{q_k}{b_k} \quad (2-50)$$

siendo;

$p$  número de estratos del subsuelo.

### 2.3 COMPATIBILIDAD DE DESPLAZAMIENTOS

En la ecuación (2-50) los desplazamientos  $\Delta_i$  y  $Z_i$  son una función lineal de las reacciones  $r_i$  y  $t_i$ , para esto se utilizan las siguientes transformaciones:

$$\begin{aligned} r_1 &= q_{2i-1} & i &= 1, 2, 3, \dots, n \\ t_i &= q_{2i} \end{aligned} \quad (2-51)$$

$$\Delta_i = \eta_{2i-1} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (2-52)$$

$$Z_i = \eta_{2i}$$

Las expresiones que se obtienen de aplicar las ecuaciones (2-50) (2-51) y (2-52) se sustituyen en las ecuaciones obtenidas en el inciso 2.1. Con esto, se dejan como únicas incógnitas a los doblegiros en los nudos  $\theta_i$  y a las reacciones  $r_i$  y  $t_i$ . El número de incógnitas que quedan es igual al número de ecuaciones que resultan por lo que es fácil despejar a los doblegiros y a las reacciones. Ya obtenidas las reacciones y con ayuda de las transformaciones (2-51) y (2-52) se pueden obtener fácilmente los hundimientos del suelo.

Este método de interacción se basa en la compatibilidad de desplazamientos que existe entre la estructura y el suelo, es decir, se hacen intervenir en él al mismo tiempo, la rigidez de la primera contra la compresibilidad del segundo lo cual es logrado al sustituir los hundimientos del terreno en los desplazamientos verticales de la estructura. Lo anterior es posible ya que ambas respuestas deben de ser iguales, es decir, debe de existir una compatibilidad de desplazamientos.

En resumen, la secuencia de operaciones que se debe de seguir

para el análisis conjunto de la estructura y el suelo es la siguiente:

- a) **Determinar las características geométricas de la viga.** Estas pueden ser: Longitud de entre-nudos, momentos de inercia de cada tramo, cargas concentradas, etc.
- b) Utilizar las ecuaciones de desplazamientos en los nudos 1 y n (Ecs. 2-39 y 2-40).
- c) Emplear las ecuaciones que resultaron de encontrar el giro en los nudos 1 y n (Ecs. 2-41 y 2-42).
- d) Aplicar las fórmulas (2-37) y 2-38) que se deducen de encontrar el desplazamiento "Z" a la mitad de los entre-nudos 1 y  $n-1$ .
- e) Usar la ecuación de desplazamiento vertical a la mitad del entre-nudo  $i$ , si esta es necesaria, haciéndola variar desde  $i$  igual 2 hasta  $n-2$ .
- f) Emplear la ecuación (2-34) del equilibrio de fuerzas cortantes en el nudo 2 cuando  $n$  mayor o igual a 4.
- g) Utilizar la ecuación general de equilibrio de fuerzas cortante en el nudo  $i$ , desde  $i$  igual 3 a  $n-2$  (Ec. 2-33).
- h) Aplicar las ecuaciones que resultaron del equilibrio de momentos en los nudos 2 y  $n-1$  (Ecs. 2-25 y 2-26).

- i) Hacer uso de la fórmula (2-21) del equilibrio de momentos en el nudo  $i$ , si es necesaria, haciendola variar desde  $i$  igual 3 hasta  $n-2$ .
- j) Por último, emplear la ecuación del equilibrio de fuerzas verticales.
- k) Obtener los hundimientos del terreno en función de las cargas  $q_r$  (Ec. 2-50).
- l) Hacer el cambio de variable utilizando las transformaciones (2-51) y (2-52).
- m) Sustituir las ecuaciones de cálculo de los hundimientos  $\Delta_i$  y  $Z_i$ , que quedaron en función de las reacciones  $r_i$  y  $t_i$ , en las expresiones que resultaron del análisis estructural.
- n) Resolver el sistema de ecuaciones en las cuales las únicas incógnitas son los doblegiros  $\theta_i$  y  $\theta_{i+1}$  y las reacciones  $r_i$  y  $t_i$ .
- ñ) Sustituir el valor de las reacciones  $r_i$  y  $t_i$  en las ecuaciones de hundimientos  $\Delta_i$  y  $Z_i$  para encontrar dichos valores.

Después de seguir los pasos anteriores, se resuelve el problema de interacción suelo-estructura para una viga flotante con rigidez variable y del cual obtendremos los valores de los hundimientos y reacciones del suelo así como el giro en cada uno de los nudos de la viga.

Unicamente faltará encontrar el valor de los momentos en los nudos. Para esto se pueden emplear las ecuaciones (2-18), (2-19), (2-22) y (2-23). Finalmente podemos conocer el diagrama de momentos flexionantes en la viga.

CAPITULO III

PROGRAMA DE COMPUTADORA



### 3.1 BREVE DESCRIPCION DEL LENGUAJE FORTRAN.

Actualmente, los lenguajes para comunicarse con la computadora se han simplificado y desarrollado notablemente. En un principio el programador invertía demasiado tiempo y dedicación para realizar un programa. Estos se hacían usando directamente el lenguaje de máquina (sistema binario).

Posteriormente se empleó el lenguaje ensamblador que aunque disminuía en gran parte el tiempo de programación, no dejaba de ser demasiado largo.

Finalmente, con la necesidad de escribir los programas en forma más clara y accesible a personas que no hubieran intervenido en la programación y con la necesidad también de realizar los programas en corto tiempo, se llegó a lo que actualmente se denominan lenguajes de alto nivel.

Un lenguaje de alto nivel es un lenguaje de programación que permite con una sola instrucción, hacer una serie de operaciones que anteriormente se tenían que desglosar y especificar una tras otra.

Entre los lenguajes de alto nivel más conocidos y empleados actualmente tenemos el Basic, Cobol, Algol, PL/I y el Fortran.

El lenguaje Fortran (Fórmula traslator) está diseñado especialmen

te para ser utilizado por un compilador que incluye un conjunto de programas que permiten a la computadora aceptar problemas en términos de notación matemática. Es por ésto que el Fortran es el lenguaje empleado preferentemente en las carreras de ciencias e ingeniería por permitir soluciones a problemas de tipo numérico.

La versión actual que tienen las computadoras sobre el lenguaje Fortran es conocida como Fortran IV.

En el inciso siguiente se explica como se elaboró el programa de computadora para resolver el problema de interacción suelo-estructura para la viga flotante. El lenguaje de computación que se utilizó es el Fortran por las razones expuestas anteriormente.

### 3.2 Elaboración del Programa.

Este inciso está elaborado con el auxilio del programa realizado por Deméneghi y Hernández (1980).

La primera instrucción que se utilizó en la codificación del programa fué un DIMENSION con el cual pedimos a la computadora que nos aparte un cierto número de lugares en la memoria para cada una de las variables que intervendrán durante todo el proceso de cálculo.

El significado de las variables que intervienen en el proceso se explica a continuación:

- TL (I) Longitud de entre-nudo o distancia que existe entre dos nudos consecutivos.
- W (I) Carga uniformemente distribuída en cada entre-nudo.
- P (I) Carga concentrada en cada nudo.
- ET (I) Módulo de elasticidad de cada uno de los entre-nudos.
- TMI (I) Momento de inercia de cada uno de los entre-nudos.
- H (J) Espesor de cada uno de los estratos del suelo.
- SMV (I, J) Coeficiente de variación volumétrica de cada estrato del suelo y bajo cada reacción.
- TK (I) Rigidez  $EI/L$  de cada entre-nudo.
- F (I, J) Coeficiente del doblegiro en el nudo "i" en la ecuación "j".
- D (I, J) Coeficiente del desplazamiento vertical bajo el nudo "i" en la ecuación "j".

- R (I, J) Es el coeficiente de la reacción del suelo "r<sub>i</sub>" en la ecuación "j".
- T (I, J) Es el coeficiente de la reacción "t<sub>i</sub>" en la ecuación "j".
- C (J) Es el término independiente que aparece en la ecuación "j".
- Z (I, J) Coeficiente del desplazamiento vertical "i" a la mitad del entre-nudo "i" en la ecuación "j".
- CB (J) Ancho de la cimentación sobre cada reacción.
- AI (I, J, KR) Valor de la influencia debido a la carga colocada en "kr", en el estrato de suelo "j" sobre la reacción colocada en el lugar "i".
- AL (I) Distancia acumulada.
- AH (J) Distancia acumulada.
- Q (I, J) Coeficiente de las reacciones R(I, J) y T (I, J) en la ecuación del cálculo del hundimiento " $\Delta_j$ " ó "Z<sub>j</sub>".
- RD(I,J), TD(I,J), RZ(I,J) y TZ(I,J) Son variables que intervienen en el cambio de variable y que representan a Q(I, J), es decir, son los

coeficientes de las reacciones "ri" ó "ti" en la ecuación del cálculo del hundimiento " $\Delta_j$ " o " $Z_j$ " según el caso.

A (I, J)            Matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones.

B (J) - C (J).

X(K)                Vector solución del sistema de ecuaciones

ASENT (J)          Valor de los hundimientos totales del suelo.

Las variables X, A, B, C, UL, AINV, SCALES, IPS, RE y DX, son variables que están definidas en el programa de biblioteca de solución de matrices por el método de Gauss.

Análisis Estructural.

Para calcular las rigideces de cada entre-nudo se utilizó la siguiente expresión:

$$K = \frac{EI}{L} \times 1 \times 10^{-7} \quad (\text{ton-m})$$

E en Kg/cm<sup>2</sup>.

I en cm<sup>4</sup>.

L en m.

que, según la nomenclatura usada en el programa queda como:

$$TK(I) = ET(I) * TM I(I) * 1.0 E-7 / TL(I).$$

La forma en que las ecuaciones que surgieron del análisis estructural se guardaron en la memoria fue por medio de los coeficientes que acompañan a cada una de las incógnitas que aparecen en las ecuaciones. A estos coeficientes se les dio un nombre en la memoria para que nos pudiera identificar a la variable que acompaña. También se pidió un arreglo bidimensional por medio del "DIMENSION" en donde el primer subíndice nos indica el número de la variable que se identifica y el segundo la ecuación a la que pertenece.

Enseguida se da una lista del orden en que fueron enumeradas las ecuaciones en el programa dependiendo el número de nudos de la viga flotante.

| Número de nudos de la viga. | Número de Incógnitas en la matriz estructural - suelo. | Ecuaciones Empleadas.   |
|-----------------------------|--|---|
| 2                           | 5  | 1) Desplazamiento a la mitad del entre-nudo 1.<br>2) Desplazamiento en el nudo 1.<br>3) Giro en el Nudo 1.<br>4) Suma de momentos en el nudo 2 igual a cero.<br>5) Suma de fuerzas verticales igual a cero.                               |
| 3                           | 8  | Ecuaciones 1, 2 y 3 anteriores.<br>4) Desplazamiento a la mitad del entre-nudo n-1.<br>5) Giro en el nudo n.<br>6) Desplazamiento en el nudo n.<br>7) Suma de fuerzas verticales igual a cero.<br>8) Equilibrio de momentos en el nudo 2. |

| Número de nudos de la viga | Número de incógnitas en la matriz estructu <u>ra</u> -suelo. | Ecuaciones Empleadas.   |
|----------------------------|--|---|
| 4                          | 11   | Ecuaciones 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 anteriores.<br>8) Equilibrio de momen <u>tos</u> en el nudo 2.<br>9) Equilibrio de cortan <u>tes</u> en el nudo 2.<br>10) Equilibrio de momen <u>tos</u> en el nudo n-1.<br>11) Desplazamiento a la mitad del entre-nudo "i". |
| 5                          | 14   | Ecuaciones 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10 y 11 anterio <u>res</u> .<br>12) Equilibrio de momen <u>tos</u> en el nudo "i".<br>13) Equilibrio de cortan <u>tes</u> en el nudo "i".   |

Como se puede observar, primero se codificaron las ecuaciones que siempre serán empleadas independientemente del valor del número de nudos de la viga. Posteriormente aquellas que son válidas para los casos particulares de  $n=2$ ,  $n=3$  y  $n=4$  y por último las ecuaciones generales que se emplean para cuando "n" es igual o mayor a cuatro.

Las ecuaciones 11, 12 y 13 que aparecen en la lista anterior, no precisamente fueron codificadas con estos números ya que estas, como se puede ver en el análisis estructural, son válidas dentro de un cierto rango por lo que pueden ser utilizadas varias veces.

La forma en que se van enumerando estas ecuaciones en el programa se obtuvo de la siguiente manera: La ecuación de desplazamiento vertical a la mitad del entre-nudo "i" es válida para  $2 \leq i \leq n-2$  por lo que el número de ecuaciones correspondientes a esta expresión que siempre resultará en función de "n" será:

$$2 + \text{No. ec.} = n-2$$

$$\text{No. ec.} = n-4$$

a este número habrá que sumarle el número 11 que es a partir de donde se emplea esta ecuación:

$$\text{No. ec. última} = n-4 + 11 = n + 7$$

Obtenido este número se procedió a utilizar una orden "DO" dentro del programa el cual variará desde  $j = 11$  hasta  $n + 7$ , con lo que finalmente se logra que se enumeren las ecuaciones en forma consecutiva.

Para la siguiente ecuación, que es la del equilibrio de momentos en el nudo "i", la cual es válida para  $3 \leq i \leq n-2$ , se procedió de igual manera: El número de veces que se repetirá el empleo de esta ecuación será:

$$3 + \text{No. ec.} = n-2$$

$$\text{No. ec.} = n-5$$

sumándole el número  $n + 8$ , que es a partir de donde se empieza a emplear esta ecuación, nos resulta:





el uso de esta ecuación que, como vimos anteriormente, va desde  $2n + 4$  hasta  $3n - 1$ . Este contador se incrementa en una unidad cada vez que se repite un nuevo ciclo "DO".

Una vez teniendo el contador es fácil realizar las sumatorias haciéndolas variar, empleando "DOS" anidados, desde el valor "k" hasta el valor "l" o "l-1" según sea la sumatoria.

A las sumatorias que contienen términos conocidos se les dió el nombre de SUMC y SUMD para posteriormente poderlas guardar en su respectivo valor de términos independientes C (J).

Para las sumatorias que aparecen en la ecuación 2-43 no se encontró gran problema ya que estas se realizan desde un valor "i" hasta el valor directo de "n" o "n-1". A las sumatorias que tienen términos independientes se les nombró como SUMA y SUMB. Todas estas se presentan enseguida:

$$\sum_{i=2}^{n-1} (l_{i-1} + l_i) r_i \quad ; \quad 2 \sum_{i=1}^{n-1} l_i t_i$$

$$4 \sum_{i=1}^{n-1} W_i l_i \quad ; \quad 4 \sum_{i=1}^n P_i$$

(SUMA)  (SUMB)

Obtención de los valores de influencia.

Para obtener los valores de influencia que, como se mostro en el capítulo anterior, es el incremento en la presión efectiva del suelo provocado por una carga unitaria colocada en un punto "k" sobre la viga, se utilizó la siguiente fórmula de Boussinesq:

$$\sigma_z = \frac{3}{2\pi} \frac{z^3}{(x^2 + z^2)^{5/2}}$$

que, empleando la nomenclatura del programa será:

$$z = AI(I, J, KR)$$

$$z = AH(J)$$

$$x = AL(KR)$$

En el valor de influencia AI(I, J, KR), el significado de los subíndices es el siguiente :

"I" indica bajo que reacción del suelo sobre la viga se está calculando el valore de influencia.

"J" indica en que estrato se calcula el valor de influencia.

"KR" indica debido a que carga se calcula el valor de influencia.

La variable AH (J) representa la profundidad media a la que se encuentra el estrato en cuestión.

La variable AL (KR) representa la distancia que existe del punto "I" a la reacción "KR".

Es conveniente aclarar que el cálculo de los valores de influencia se hace a partir del tercer estrato en adelante, ya que los correspondientes a los dos primeros estratos se dan como dato.

Calculo de los hundimientos del terreno.

Para el cálculo de los hundimientos del terreno se empleó la siguiente ecuación:

$$\eta_i = \sum_{j=1}^{NP} m v_{i,j} H_j \sum_{k=1}^m I(i,j)_k \frac{q_k}{b_k} \quad i=1,2,\dots,m$$

que se puede escribir como:

$$\eta_i = \sum_{j=1}^{NP} m v_{i,j} H_j \left( \frac{I(i,j)_1}{b_1} q_1 + \frac{I(i,j)_2}{b_2} q_2 + \dots + \frac{I(i,j)_m}{b_m} q_m \right) \quad i=1,2,\dots,m$$

y que, desarrollandola para el cálculo de todos los hundimientos del terreno, se forma un sistema de ecuaciones en función de las cargas "qk" como sigue:

$$\begin{aligned} \eta_1 = & \left( m v_{1,1} H_1 \frac{I_{1,1,1}}{b_1} + m v_{1,2} H_2 \frac{I_{1,2,1}}{b_1} + \dots + m v_{1,NP} H_{NP} \frac{I_{1,NP,1}}{b_1} \right) q_1 + \\ & \left( m v_{1,1} H_1 \frac{I_{1,1,2}}{b_2} + m v_{1,2} H_2 \frac{I_{1,2,2}}{b_2} + \dots + m v_{1,NP} H_{NP} \frac{I_{1,NP,2}}{b_2} \right) q_2 + \\ & \dots + \left( m v_{1,1} H_1 \frac{I_{1,1,m}}{b_m} + m v_{1,2} H_2 \frac{I_{1,2,m}}{b_m} + \dots + m v_{1,NP} H_{NP} \frac{I_{1,NP,m}}{b_m} \right) q_m \\ \eta_2 = & \left( m v_{2,1} H_1 \frac{I_{2,1,1}}{b_1} + m v_{2,2} H_2 \frac{I_{2,2,1}}{b_1} + \dots + m v_{2,NP} H_{NP} \frac{I_{2,NP,1}}{b_1} \right) q_1 + \\ & \left( m v_{2,1} H_1 \frac{I_{2,1,2}}{b_2} + m v_{2,2} H_2 \frac{I_{2,2,2}}{b_2} + \dots + m v_{2,NP} H_{NP} \frac{I_{2,NP,2}}{b_2} \right) q_2 + \\ & \dots + \left( m v_{2,1} H_1 \frac{I_{2,1,m}}{b_m} + m v_{2,2} H_2 \frac{I_{2,2,m}}{b_m} + \dots + m v_{2,NP} H_{NP} \frac{I_{2,NP,m}}{b_m} \right) q_m \end{aligned}$$

$$\eta_m = \left( mv_{m,1} H_1 \frac{I_{m,1,1}}{b_1} + mv_{m,2} H_2 \frac{I_{m,2,1}}{b_1} + \dots + mv_{m,n} H_n \frac{I_{m,n,1}}{b_1} \right) q_1 +$$

$$\left( mv_{m,1} H_1 \frac{I_{m,1,2}}{b_2} + mv_{m,2} H_2 \frac{I_{m,2,2}}{b_2} + \dots + mv_{m,n} H_n \frac{I_{m,n,2}}{b_2} \right) q_2 +$$

$$\dots + \left( mv_{m,1} H_1 \frac{I_{m,1,m}}{b_m} + mv_{m,2} H_2 \frac{I_{m,2,m}}{b_m} + \dots + mv_{m,n} H_n \frac{I_{m,n,m}}{b_m} \right) q_m$$

en donde:

$\eta_i$  = Desplazamientos D (I, J) ó Z (I, J) según el caso.

mv = SMV (I, J)

H = H (J)

I = AI (I, J, KR)

qi = Reacciones R(I, J) ó T (I, J) según el caso.

A la suma de los productos mv x H x I divididos entre b se le llamó Q (I, J), que como se dijo al explicar la nomenclatura del programa, es el coeficiente de "q" y por lo tanto de las reacciones R (I, J) y T (I, J) en la ecuación del cálculo del hundimiento " $\eta_j$ ".

El sistema quedará de la siguiente manera.

$$\eta_1 = Q_{1,1} q_1 + Q_{2,1} q_2 + Q_{3,1} q_3 + \dots + Q_{m,1} q_m$$

$$\eta_2 = Q_{1,2} q_1 + Q_{2,2} q_2 + Q_{3,2} q_3 + \dots + Q_{m,2} q_m$$

⋮

$$\eta_m = Q_{1,m} q_1 + Q_{2,m} q_2 + Q_{3,m} q_3 + \dots + Q_{m,m} q_m$$

Cambio de variable.

En esta parte del programa se cambia el coeficiente  $Q(I, J)$  u coefi-  
cientes de la forma  $RD(I, J)$ ,  $RZ(I, J)$ ,  $TD(I, J)$  y  $TZ(I, J)$  para que  
exista una notación semejante a la que se usó en la parte del análi-  
sis estructural, por esta razón, las incógnitas "q" se transforman  
también en incógnitas del tipo  $R(I, J)$  y  $T(I, J)$ .

El nuevo sistema queda de la siguiente forma:

$$\Delta_1 = RD_{1,1}R_1 + TD_{1,1}T_1 + \dots + RD_{n,1}R_n + TD_{n-1,1}T_{n-1}$$

$$Z_1 = RZ_{1,1}R_1 + TZ_{1,1}T_1 + \dots + RZ_{n,1}R_n + TZ_{n-1,1}T_{n-1}$$

$$\Delta_2 = RD_{1,2}R_1 + TD_{1,2}T_1 + \dots + RD_{n,2}R_n + TD_{n-1,2}T_{n-1}$$

$$Z_2 = RZ_{1,2}R_1 + TZ_{1,2}T_1 + \dots + RZ_{n,2}R_n + TZ_{n-1,2}T_{n-1}$$

.

.

$$\Delta_n = RD_{1,n}R_1 + TD_{1,n}T_1 + \dots + RD_{n,n}R_n + TD_{n-1,n}T_{n-1}$$

$$Z_{n-1} = RZ_{1,n-1}R_1 + TZ_{1,n-1}T_1 + \dots + RZ_{n,n-1}R_n + TZ_{n-1,n-1}T_{n-1}$$

donde: n número de nudos de la viga flotante.

Sustitución en el método de las rigideces.

Después de realizar el análisis estructural se tiene en la memoria  
de la máquina un sistema de coeficientes como el que se muestra  
enseguida:

$$\begin{aligned}
& \phi_{1,1} \cdot \phi_{n,1} R_{1,1} \cdot \cdot R_{n,1} T_{1,1} \cdot \cdot T_{n-1,1} \Delta_{1,1} \cdot \cdot \Delta_{n,1} Z_{1,1} \cdot \cdot Z_{n-1,1} \quad C_1 \\
& \phi_{1,2} \cdot \phi_{n,2} R_{1,2} \cdot \cdot R_{n,2} T_{1,2} \cdot \cdot T_{n-1,2} \Delta_{1,2} \cdot \cdot \Delta_{n,2} Z_{1,2} \cdot \cdot Z_{n-1,2} \quad C_2 \\
& \vdots \\
& \phi_{1,3n-1} \cdot \phi_{n,3n-1} R_{1,3n-1} \cdot \cdot R_{n,3n-1} T_{1,3n-1} \cdot \cdot T_{n-1,3n-1} \Delta_{1,3n-1} \cdot \cdot \\
& \cdot \Delta_{n,3n-1} Z_{1,3n-1} \cdot \cdot Z_{n-1,3n-1} \quad C_{3n-1}
\end{aligned}$$

en donde  $3n - 1$  es el número de ecuaciones que siempre resultan después de aplicar el método de rigideces, y que por cierto, es menor que el número de incógnitas que en este aparecen. Ahora, llamando al sistema de ecuaciones que resultaron del cálculo de hundimientos y sustituyendo cada valor en su lugar correspondiente, se logra finalmente obtener un sistema de ecuaciones con igual número de ecuaciones como de incógnitas.

Formación de la matriz.

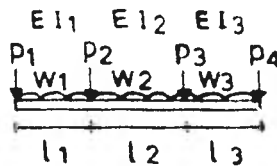
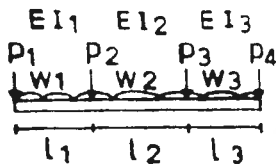
Finalmente en esta parte del programa se llama a la matriz de coeficientes que se tiene en la memoria de la máquina y se para de la notación que se emplea en el método a la notación que se usa en el programa de biblioteca de solución de ecuaciones para el método de Gauss.

Hasta aquí se ha hecho una breve descripción de como se llevó a cabo la elaboración del programa. En el inciso siguiente se tratará a detalle como una persona puede hacer uso de él.

### 3.3 INSTRUCTIVO DE USO DEL PROGRAMA

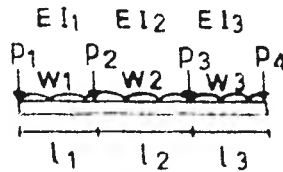
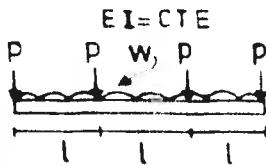
La forma en que se codificaron las ecuaciones en el programa, lleva a tomar suposiciones en ciertos casos particulares de vigas flotantes. Enseguida se muestran algunos de ellos en donde las suposiciones se pueden extender a vigas mayores.

| Caso Real de<br>Viga Flotante | Caso Supuesto para<br>uso del programa | No. de Nudos<br>de la Viga<br>(n) | No. de Ecuaciones a<br>resolver<br>(3n - 1) |
|-------------------------------|--|-----------------------------------|---|
|-------------------------------|--|-----------------------------------|---|



4

11



4

11

$$\begin{aligned}
 l_1 &= l_2 = l_3 \\
 W_1 &= W_2 = W_3 \\
 EI_1 &= EI_2 = EI_3 \\
 P_1 &= P_2 = P_3 = P_4
 \end{aligned}$$

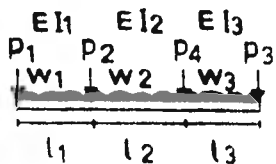
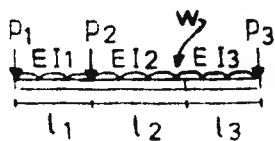


Caso Real de  
Viga Flotante

Caso Supuesto para  
uso del Programa

No. de Nudos  
de la Viga  
(n)

No. de Ecuaciones a  
resolver.  
(3n - 1)

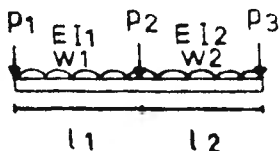
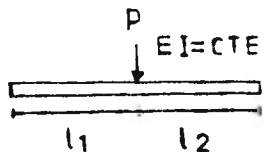


4

11

$$P_4 = 0$$

$$w_1 = w_2 = w_3$$



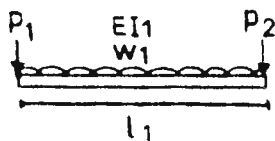
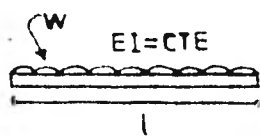
3

8

$$P_1 = P_3 = 0$$

$$w_1 = w_2 = 0$$

$$EI_1 = EI_2 = EI$$



2

5

$$P_1 = P_2 = 0$$

La orden "DIMENSION" que aparece al principio del programa está limitada a un arreglo de 15 elementos por lo que únicamente se podrán computar problemas en los cuales el máximo sistema que se puede aceptar es de 15 ecuaciones con 15 incógnitas. Si se tiene un problema mayor, bastará con modificar esta orden según sea conveniente.

Es bueno repetir que el número de ecuaciones que nos pueden resultar en un momento dado, para cualquier problema, está dado por:  $No. ec. = 3N-1$ , en donde "N", es el número de nudos de la viga flotante.

Lectura de datos de la viga y el suelo.

Los datos, tanto de la viga como del suelo, que se le deben proporcionar al programa, sus unidades y el orden en que estos van siendo leídos por la computadora se enlistan a continuación:

- N      Número de nudos de la viga flotante (sin unidades).
- TL (I) Longitud de cada entre-nudo (en metros). Aquí se hace variar "I" desde 1 hasta N-1.
- W (I) Carga uniforme en cada entre-nudo (en toneladas por metro). De igual forma se hace variar "I" desde 1 hasta N-1.
- P (I) Carga concentrada vertical que incide en cada nudo (en toneladas). En esta parte la computadora varía "I" desde 1 hasta N.

ET (I) Módulo de elasticidad de cada entre-nudo (en kilogramos por centímetro cuadrado). Se varía "I" desde 1 hasta N-1.

TMI(I) Momento de Inercia de cada entre-nudo (en centímetros cuadrados). Se hace variar "I" desde 1 hasta N-1.

MyNP Estos datos se dan simultáneos en una misma tarjeta (sin unidades). M es el número de reacciones del suelo y NP el número de estratos del mismo.

CB(J) Es el ancho de la cimentación en contacto con el suelo y bajo cada reacción (en metros). La computadora varía "J" desde 1 hasta M.

H (J) Espesor de cada estrato del suelo (en metros). Se varía "J" desde 1 hasta NP.

SMV(I,J) Coeficiente de variación volumétrica de cada estrato del suelo y bajo cada reacción (en metros cuadrados por tonelada). Para leer los datos, la computadora varía "I" desde 1 hasta M y "J" desde 1 a NP. El primer "DO" que aparece es el de "J" y luego el de "I".

AI(I,J,KR) Este es el último dato que se le dá a la computadora. Representa los valores de influencia para los dos primeros estratos del suelo.

Primero aparece el "DO" del subíndice "KR", inmediatamente después el del subíndice "J" y por último el de "I". "KR" lo hacemos variar desde 1 hasta M, "J" de 1 hasta NP e "I" desde 1 hasta M.

El significado de los subíndices ya se dió anteriormente.

Los formatos que se le proporcionaron al programa para que la computadora pueda leer los datos anteriores se explican enseguida.

Las variables TL, W, P, CB, H, SMV y AI, se leen con formatos del tipo XF10.5, en donde "X" es un número que variará dependiendo del número de datos que entran en una sola tarjeta, el máximo valor que puede tomar es 8, "F" indica la conversión a un número de punto flotante en la entrada, el "10" es el número de columnas de tarjeta que se escogieron para poder escribir el dato incluyendo la fracción y el "5" el máximo número de fracciones que puede llevar.

Para las variables ET y TMI, por ser números demasiado grandes, se escogió un formato de tipo exponencial (Potencia 10) para su lectura. La forma de esta conversión es del tipo XE10.4, en donde "X" tiene el mismo significado que en la conversión "F", "E" indica la entrada de un dato en forma exponencial, el "10" es un número que se escogió arbitrariamente y que nos indica el número de columnas de tarjeta de las que podemos disponer para escribir el dato incluyendo: signo, parte entera, parte fraccionaria, signo del exponente y el exponente y por último el "4", que nos expresa la máxima porción fraccional que podemos escribir.

La variable "N" es leída por la computadora con un formato "14", en

donde "I" indica que es una variable entera y "4", que disponemos de cuatro columnas en la tarjeta para poderla escribir.

Los datos M y NP, por ser siempre proporcionados en una misma tarjeta, se leen directamente con un formato de la forma 214.

Impresión de datos y resultados.

Para que cualquier persona pueda conocer a que problema corresponden los resultados obtenidos al final del programa, se le han anexando al mismo ordenes de impresión de todos los datos, tanto de la viga como del suelo, que se requirieron para su ejecución.

Los encabezados que se imprimen y acompañan a los datos correspondientes son los siguientes:

NUMERO DE NUDOS DE LA VIGA FLOTANTE

LONGITUD DE ENTRE-EJES (M)

CARGAS UNIFORMES EN CADA ENTRE- EJE (TON/M)

MODULO DE ELASTICIDAD DE CADA ENTRE-EJE (KG/CM<sup>2</sup>)

MOMENTO DE INERCIA DE CADA ENTRE-EJ (CM<sup>4</sup>)

RIGIDEZ (EI/L) DE CADA ENTRE-EJE (TON-M)

NUMERO DE REACCIONES DEL SUELO

NUMERO DE ESTRATOS DEL SUELO

ANCHO DE LA CIMENTACION SOBRE CADA REACCION (M)

ESPEJOR DE CADA ESTRATO DEL SUELO (M)

COEFICIENTE DE VARIACION VOLUMETRICA DE CADA  
ESTRATO DEL SUELO Y BAJO CADA REACCION (M2/TON).  
VALORES DE INFLUENCIA.

Los valores de influencia que imprime la computadora son los correspondientes a todos los estratos, es decir, incluye los que se le proporcionan como dato y los que ella calcula en el caso de que existan más de dos estratos.

Los valores de influencia son escritos de la siguiente manera: supongamos que se tienen tres estratos comprensibles entonces, los tres primeros renglones de números se refieren a los valores de influencia que provoca la carga unitaria colocada en "r1" sobre las demás. La primera columna son los valores de influencia sobre "r1", la segunda columna son sobre "t1", la tercera columna son sobre "r2", la cuarta columna son sobre "t2" y así sucesivamente. El primer renglón corresponde a los valores de influencia del primer estrato, el segundo a los del segundo estrato y el tercero a los del tercer estrato.

Los siguientes tres renglones del arreglo son los coeficientes de influencia que provoca la carga unitaria colocada en "t1" sobre las demás, los siguientes tres cuando se coloca en "r2", los tres siguientes cuando se coloca en "t2" y así sucesivamente.

La rigidez  $EI/L$ , aunque no se dá como dato, es un parámetro muy significativo en la realización de la interacción suelo-estructura por lo que se concluyó que debería de aparecer impreso como dato la viga. El valor de esta relación lo obtiene directamente el programa.

Los resultados que finalmente nos aborta el programa son la matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones, el vector "X" solución y los hundimientos totales del suelo. Todos aparecen con su respectivo encabezado.

En la matriz, las primeras columnas corresponden a los coeficientes de los doblegiros, después a los de las reacciones "ri" y por último a los de las reacciones "ti".

En el vector solución, los primeros números se refieren al valor de los doblegiros en los nudos en radianes, los siguientes al valor de las reacciones "ri" en toneladas por metro y los últimos corresponden a los de las reacciones "ti", también en toneladas por metro.

Los hundimientos totales del suelo se dan en metros apareciendo en el siguiente orden.  $\Delta_1, Z_1, \Delta_2, Z_2, \dots, Z_{n-1}, \Delta_n$ .

En sí, el objetivo de este capítulo es el que haya sido lo suficientemente claro para que el lector interesado en el programa sepa como se realizó y puede hacer uso de él, tomando en cuenta las limitacio-

nes que este presenta.



C A P I T U L O   I V

EJEMPLO DE APLICACION

En este capítulo se presenta un problema sencillo de interacción suelo-estructura para una viga flotante, el cual se resuelve primero utilizando las ecuaciones que se obtuvieron en el capítulo II y después haciendo uso directo del programa para computadora. El problema dice así:

Considérese una viga apoyada sobre un suelo compresible cuyas características de carga se muestran en la figura 4-1, las propiedades tanto del suelo como de la viga se mencionan en la misma figura.

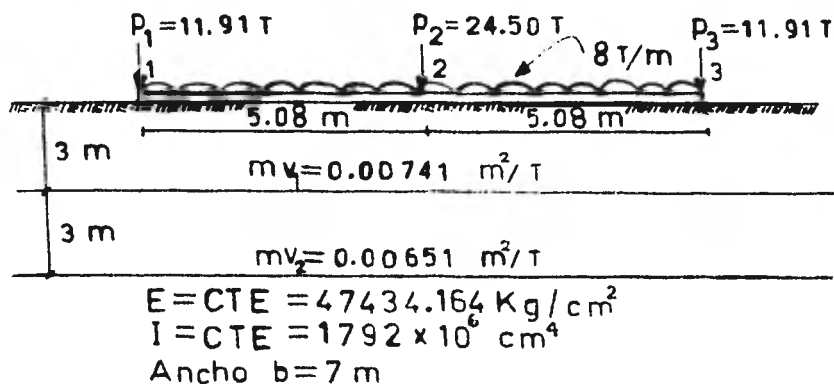


FIG. 4-1

Se pide encontrar las reacciones del terreno y los hundimientos totales que provoca la estructura sobre el suelo bajo cada nudo y a la mitad de cada entre-eje. También se piden los giros en los puntos 1, 2 y 3 de la viga así como el diagrama de momentos flexionantes en la misma.

Las reacciones y hundimientos que se piden se dibujan en la figura 4-2.

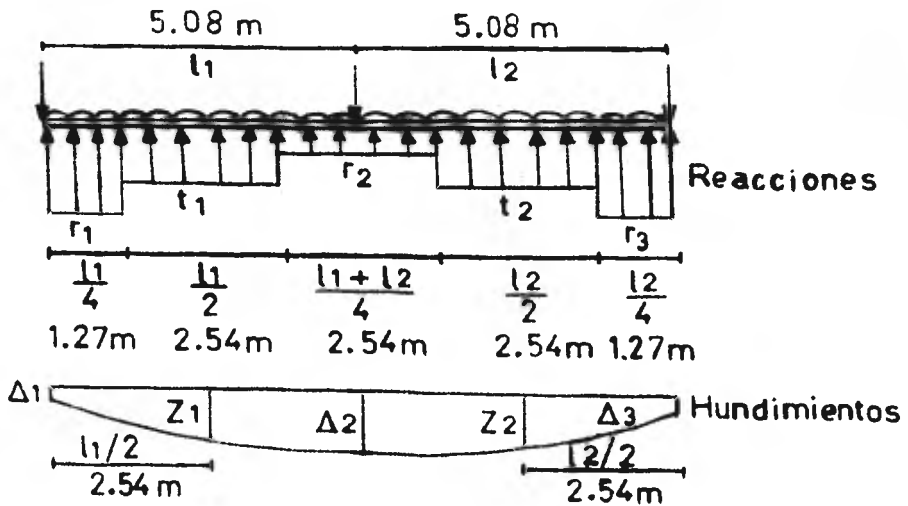


FIG. 4-2

Tomando apoyo de la simetría que existe en el problema, unicamente se trabaja con la mitad de la viga y tomando como condición que:

$$\theta_2 = 0 \quad \therefore \phi_2 = 0$$

Empecemos por calcular la rigidez de la viga y que valdrá:

$$K_1 = \frac{E_1 I_1}{l_1} = \frac{(47434.164)(1792 \times 10^6)}{5.08} \times 10^7$$

$$K_1 = 0.167 \times 10^7 \text{ TON} - \text{m}$$

Aplicando la ecuación de desplazamiento a la mitad del entre-nudo

1 (EC. 2-37):

$$2 K_1 \phi_1 - 8 \frac{K_1}{l_1} \Delta_1 + 8 \frac{K_1}{l_1} Z_1 + \frac{5 l_1^2}{256} r_1 + \frac{l_1^2}{768} t_1 = \frac{W l_1^2}{48}$$

$$+ \frac{P_1 l_1}{6}$$

nos queda:

$$0.334 \times 10^7 \phi_1 - 0.263 \times 10^7 \Delta_1 + 0.263 \times 10^7 Z_1 + 0.504 r_1 + 0.003 t_1 = 14.385 \quad (4-1)$$

Utilizando la ecuación de desplazamiento vertical en el nudo 1

(EC. 2-39).

$$K_1 \phi_1 - 2 \frac{K_1}{l_1} \Delta_1 + 2 \frac{K_1}{l_1} \Delta_2 + \frac{175}{3072} l_1^2 r_1 + \frac{l_1^2}{3072} r_2 + \frac{5}{192} l_1^2 t_1 = \frac{P_1 l_1}{3} + \frac{W_1 l_1^2}{12}$$

y sustituyendo los valores se obtiene:

$$0.167 \times 10^7 \phi_1 - 0.066 \times 10^7 \Delta_1 + 0.066 \times 10^7 \Delta_2 + 1.47 r_1 + 0.008 r_2 + 0.672 t_1 = 37.372 \quad (4-2)$$

Haciendo uso de la expresión que nos resultó de haber calculado el giro en el nudo 1, (EC. 2-41), se obtiene:

$$K_1 \phi_1 - K_1 \phi_2 + \frac{13}{96} l_1^2 t_1 + \frac{37}{192} l_1^2 r_1 + \frac{l_1^2}{192} r_2 = P_1 l_1 + \frac{W_1 l_1^2}{3}$$

y sustituyendo:

$$0.167 \times 10^7 \phi_1 + 3.495 t_1 + 4.973 r_1 + 0.134 r_2 = 129.319 \quad (4-3)$$

Por último, con ayuda de la ecuación de suma de fuerzas verticales

(EC. 2-43) resulta:

$$l_1 r_1 + \sum_{i=2}^{n-1} (l_{i-1} + l_i) r_i + l_{n-1} r_n + 2 \sum_{i=1}^{n-1} l_i t_i = 4 \left( \sum_{i=1}^{n-1} W_i l_i + \sum_{i=1}^n P_i \right)$$

que sustituyendo valores y simplificando:

$$10.16 r_1 + 20.32 t_1 + 10.16 r_2 = 518.40 \quad (4-4)$$

Las cuatro ecuaciones anteriores son más que suficientes para resol

ver el problema de interacción suelo-estructura para la viga flotante que en este problema se presenta. Ahora procederemos a explicar cómo se calcularon los coeficientes de influencia que provocan las reacciones sobre los puntos en cuestión y que se presentan en las tablas 4-1 y 4-2.

Para obtenerlos se recurrió a las gráficas de Fádum para el caso Boussinesq de un área rectangular cargada uniformemente. Las áreas que se consideraron en el cálculo se presentan en la figura 4-3 en la cual se muestra una vista en planta de las reacciones del terreno.

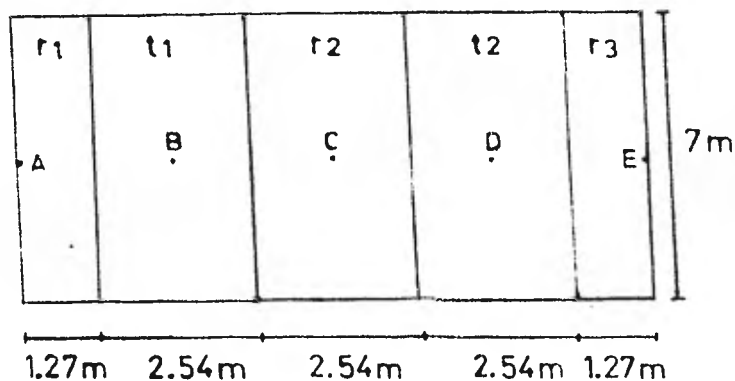


FIG. 4-3

Los coeficientes que se obtuvieron fueron calculados a la mitad de cada estrato del subsuelo.

TABLAS DE COEFICIENTES DE INFLUENCIA

|   | r1    | t1    | r2    | t2    | r3    |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|
| A | 0.386 | 0.090 | 0.008 | 0.002 | 0.000 |
| B | 0.024 | 0.772 | 0.090 | 0.008 | 0.003 |
| C | 0.010 | 0.090 | 0.772 | 0.090 | 0.010 |
| D | 0.003 | 0.008 | 0.090 | 0.772 | 0.024 |
| E | 0.000 | 0.002 | 0.008 | 0.090 | 0.386 |

Z=1.5 m

Tabla 4-1

|   | r1    | t1    | r2    | t2    | r3    |
|---|-------|-------|-------|-------|-------|
| A | 0.130 | 0.170 | 0.050 | 0.008 | 0.000 |
| B | 0.106 | 0.260 | 0.170 | 0.050 | 0.008 |
| C | 0.028 | 0.170 | 0.260 | 0.170 | 0.028 |
| D | 0.008 | 0.050 | 0.170 | 0.260 | 0.106 |
| E | 0.000 | 0.008 | 0.050 | 0.170 | 0.130 |

Z=4.5 m

Tabla 4-2

(Estos coeficientes de influencia se obtuvieron haciendo uso de las gráficas de Fádum).

Ya teniendo los coeficientes de influencia, se calcula ahora los hundimientos del terreno teniendo en cuenta que por la simetría  $r1 = r2$  y  $t1 = t2$ . Empleando la (EC. 2-50).

$$\Delta_1 = mv_1 H_1 \frac{1}{b} (0.386r_1 + 0.090t_1 + 0.008r_2 + 0.002t_2) + mv_2 H_2 \frac{1}{b} (0.130r_1 + 0.170t_1 + 0.050r_2 + 0.008t_2) \quad (4-5)$$

$$Z_1 = mv_1 H_1 \frac{1}{b} (0.024r_1 + 0.772t_1 + 0.090r_2 + 0.008t_2 + 0.003r_3) + mv_2 H_2 \frac{1}{b} (0.106r_1 + 0.260t_1 + 0.170r_2 + 0.050t_2 + 0.008r_3) \quad (4-6)$$

$$\Delta_2 = mv_1 H_1 \frac{1}{b} (0.010r_1 + 0.090t_1 + 0.772t_2 + 0.090t_2 + 0.010r_3) + mv_2 H_2 \frac{1}{b} (0.028r_1 + 0.170t_1 + 0.260r_2 + 0.170t_2 + 0.028r_3) \quad (4-7)$$

sustituyendo en 4-5, 4-6 y 4-7 los valores de:

$$mv_1 = 0.000741 \text{ m}^2/\text{ton} ; \quad mv_2 = 0.00651 \text{ m}^2/\text{ton}$$

$$H_1 = 3.0 \text{ m} \quad ; \quad H_2 = 3.0 \text{ m}$$

$$b = 7.0 \text{ m}$$

nos queda que ;

$$\Delta_1 = 1.56 \times 10^{-3} r_1 + 7.59 \times 10^{-4} t_1 + 1.64 \times 10^{-4} r_2 + 2.86 \times 10^{-5} t_2 \quad (4-8)$$

$$Z_1 = 3.71 \times 10^{-4} r_1 + 3.17 \times 10^{-3} t_1 + 7.59 \times 10^{-4} r_2 + 1.64 \times 10^{-4} t_2 + 3.18 \times 10^{-5} r_3 \quad (4-9)$$

$$\Delta_2 = 10.98 \times 10^{-5} r_1 + 7.59 \times 10^{-4} t_1 + 3.17 \times 10^{-3} r_2 + 7.59 \times 10^{-4} t_2 + 10.98 \times 10^{-5} r_3 \quad (4-10)$$

Por último, sustituyendo 4-8, 4-9 y 4-10 en 4-1 y 4-2 y haciendo las simplificaciones que se estiman necesarias, queda el siguiente sistema de ecuaciones:

$$0.334 \times 10^7 \phi_1 - 3042.94 r_1 + 6697.06 t_1 + 1564.85 r_2 = 14.385 \quad (4-11)$$

$$0.167 \times 10^7 \phi_1 - 883.19 r_1 + 482.74 t_1 + 1983.97 r_2 = 37.372 \quad (4-12)$$

$$0.167 \times 10^7 \phi_1 + 4.973 r_1 + 3.495 t_1 + 0.134 r_2 = 129.319 \quad (4-13)$$

$$10.16 r_1 + 20.32 t_1 + 10.16 r_2 = 518.40 \quad (4-14)$$

Después de resolver el sistema de ecuaciones por cualquiera de los métodos de solución de ecuaciones simultáneas, se llega a los resultados siguientes:

$$\phi_1 = -\phi_3 = -0.0000145 \text{ rad.} \Rightarrow \theta_1 = -\theta_3 = -0.00000725 \text{ rad.}$$

$$r_1 = r_3 = 24.306661 \text{ T/m}$$

$$t_1 = t_2 = 9.031503 \text{ T/m}$$

$$r_2 = 8.653955 \text{ T/m}$$

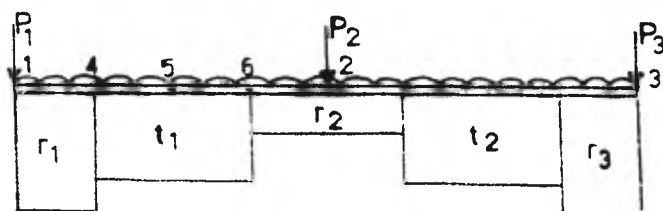
Para encontrar la magnitud de los hundimientos del terreno, bastará con sustituir los valores anteriores en las ecuaciones 4-8, 4-9 y 4-10. Los hundimientos calculados son los siguientes:

$$\Delta_1 = \Delta_3 = 0.04645 \text{ m}$$

$$Z_1 = Z_2 = 0.04647 \text{ m}$$

$$\Delta_2 = 0.04648 \text{ m}$$

Los puntos en donde se calculará el momento flexionante suficientes para trazar el diagrama, se muestran a continuación:



También se calcularán los momentos flexionantes máximos y nulos.

Los cálculos se realizan enseguida:

para  $0 \leq X \leq L_1/4$  a la ecuación de momentos que resulta es:

$$M = 8.153 X^2 - 11.91 X$$

sustituyendo:

$$X = 1.27 \quad M_4 = -1.976 \text{ ton-m}$$

derivando la expresión e igualando a cero para obtener la "x" donde

el momento es máximo, nos resulta:

$$16.306X - 11.91 = 0$$

de donde:  $X = 0.73 \text{ m}$ , finalmente:



$$M_{\max.} = -4.349 \text{ ton-m}$$

para el intervalo  $L_1/4 \leq x \leq 3L_1/4$ , la ecuación de momentos que finalmente se obtiene es:

$$M = 0.5155X^2 + 7.4892X - 12.3185$$

sustituyendo valores de "X";

$$\text{en } X = 1.27 \text{ m} \quad M_4 = -1.976 \text{ ton-m}$$

$$\text{en } X = 2.54 \text{ m} \quad M_5 = 10.029 \text{ ton-m}$$

$$\text{en } X = 3.81 \text{ m} \quad M_6 = 23.698 \text{ ton-m}$$

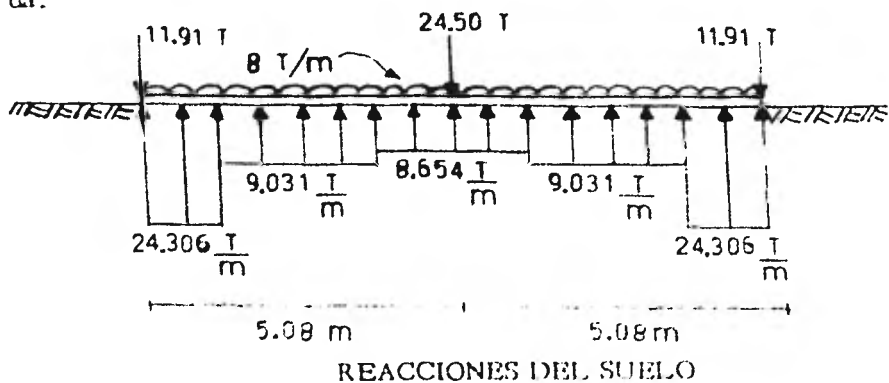
Como vemos existe un cambio de signo en los momentos, calcularemos la distancia en donde el momento flexionante es nulo, para esto haremos:

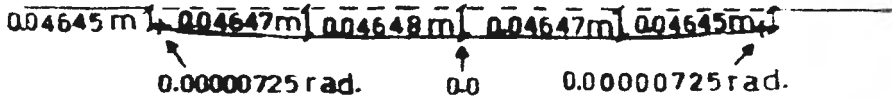
$$M = 0.5155X^2 + 7.4892X - 12.3185 = 0$$

de donde se obtiene la raíz positiva que es la que importa:

$$X = 1.49 \text{ m (momento nulo)}$$

Resumiendo, los resultados finales son los que se muestran enseguida:





HUNDIMIENTOS DEL TERRENO Y GIROS EN LA VIGA

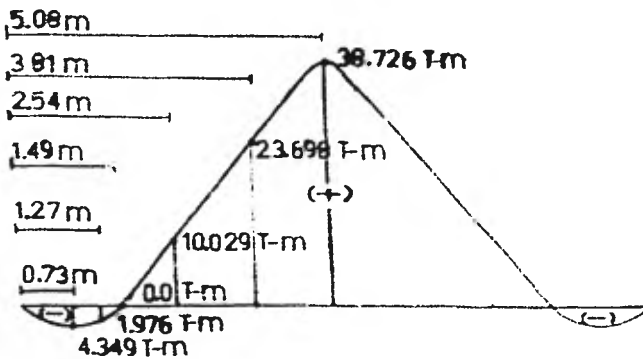


DIAGRAMA DE MOMENTOS FLEXIONANTES

(Resultados del problema empleando interacción suelo-estructura)

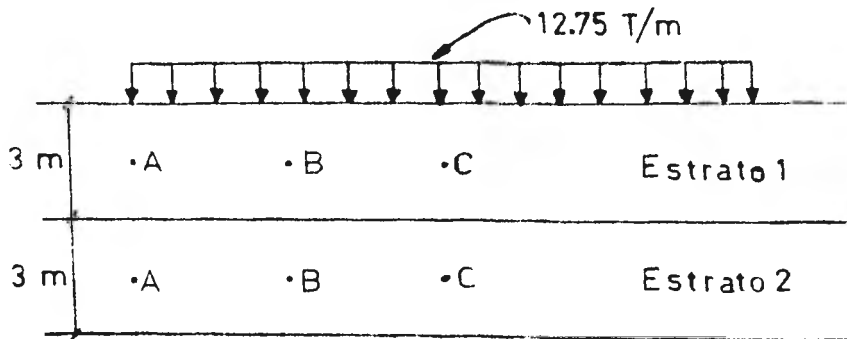
Hasta aquí, hemos resuelto el problema utilizando la interacción suelo-estructura. Cabe hacer ahora la comparación resolviendo el problema por los métodos convencionales. Los cálculos se muestran enseguida.

La reacción del suelo, tomándola como una reacción media, se calcula de la siguiente manera:

$$\text{Reacción} = \frac{(11.91 \times 2) + 24.50}{10.16} + 8.0 = 12.75 \text{ ton/m.}$$

Los hundimientos del terreno se calcularán en los mismos puntos.

A continuación presentamos los esfuerzos que la reacción del suelo provoca en mencionados puntos y a la profundidad media de los estratos.



ESFUERZOS PROVOCADOS (TON/m<sup>2</sup>).

Punto A

| Z(m) | σ     |
|------|-------|
| 1.5  | 2.771 |
| 4.5  | 0.892 |

Punto B

| Z(m) | σ     |
|------|-------|
| 1.5  | 5.295 |
| 4.5  | 1.487 |

Punto C

| Z(m) | σ     |
|------|-------|
| 1.5  | 5.389 |
| 4.5  | 1.700 |

Ya teniendo los esfuerzos provocados en la masa del suelo, los hundimientos se calculan de la siguiente forma.

$$\Delta_A = mv_1 H_1 (2.711) + mv_2 H_2 (0.892)$$

$$Z_B = mv_1 H_1 (5.295) + mv_2 H_2 (1.487)$$

$$\Delta_C = mv_1 H_1 (5.389) + mv_2 H_2 (1.700)$$

sustituyendo los valores de:

$$mv_1 = 0.00741 \text{ m}^2/\text{ton} \quad mv_2 = 0.00651 \text{ m}^2/\text{ton}$$

$$H_1 = 3.0 \quad H_2 = 3.0 \text{ m}$$

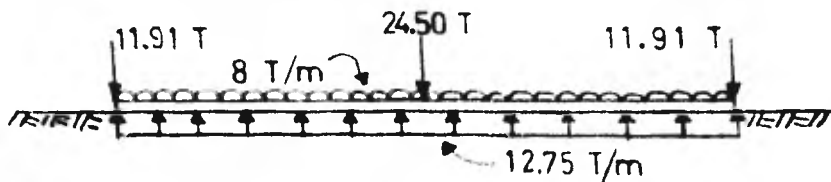
nos queda finalmente:

$$\Delta_1 = \Delta_3 = 0.077 \text{ m}$$

$$Z_1 = Z_2 = 0.146 \text{ m}$$

$$\Delta_2 = 0.152 \text{ m}$$

Para obtener el diagrama de momentos flexionantes se considera la reacción media calculada, quedando una viga con las siguientes características de carga:



La ecuación de momentos flexionantes para  $0 \leq x \leq 5.08$  queda como:

$$M = 2.375X^2 - 11.91X$$

Los momentos flexionantes para algunos puntos de la viga adquieren el siguiente valor:

|                   |                     |
|-------------------|---------------------|
| para $X = 0.0$ m  | $M = 0.0$ ton-m     |
| para $X = 1.27$ m | $M = -11.295$ ton-m |
| para $X = 2.54$ m | $M = -14.928$ ton-m |
| para $X = 3.81$ m | $M = -10.901$ ton-m |
| para $X = 5.08$ m | $M = 0.787$ ton - m |

para el momento nulo:

$$2.375 X^2 - 11.91 = 0.0$$

de donde;

$$X = 5.014 \text{ m (momento nulo)}$$

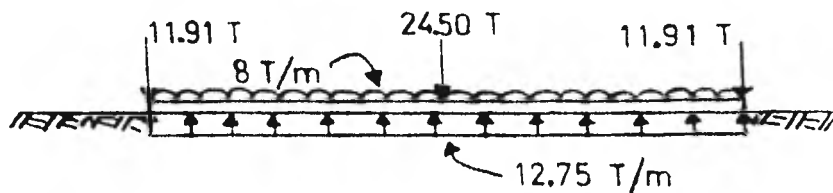
para el momento máximo derivando la expresión e igualando a cero:

$$4.75X - 11.91 = 0.0 \quad \text{de donde; } X = 2.507 \text{ m}$$

finalmente, sustituyendo el valor de "equis" encontrado:

$$M_{\max} = -14.931 \text{ ton-m}$$

Resumiendo, los valores calculados son:



REACCION DEL SUELO

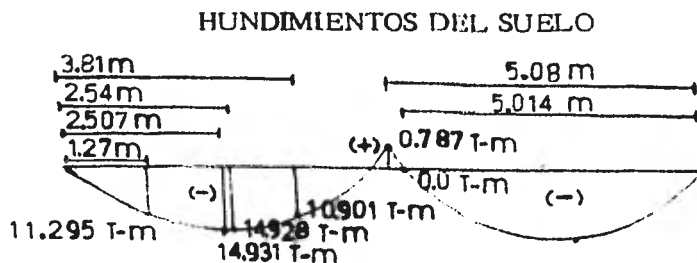
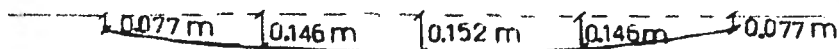


DIAGRAMA DE MOMENTOS FLEXIONANTES

(Resultados del problema empleando métodos convencionales)

Comprobando los resultados aquí obtenidos con los calculados empleando interacción suelo-estructura, concluimos que no se parecen absolutamente en nada. Este hecho se explica en que los métodos convencionales no hacen intervenir en ningún momento la rigidez de la estructura, propiedad que influye muchísimo en el cálculo de los hundimientos del terreno.

Puede observarse que los momentos flexionantes son muy diferentes en ambos casos: considerando la rigidez de la viga se obtiene un momento al centro del claro de 38.7 ton-m positivo, mientras que con reacción uniforme, en el mismo punto, el momento es del orden de 0.8 ton-m positivo; la diferencia es notable. En el momento negati-

vo máximo la diferencia es de 4.3 ton-m a 14.3 ton-m, es decir, también se presenta gran diferencia entre las dos soluciones.

Este ejemplo sencillo permite apreciar la gran importancia que tiene el tomar en cuenta conjuntamente la rigidez de la estructura y la estratigrafía y propiedades del terreno.

Por último, para acabar de ilustrar el problema que en este capítulo se estudia, se anexan enseguida los resultados que nos proporcionó la computadora, usando el programa que en el capítulo II se explicó. Los resultados son ligeramente diferentes a los obtenidos empleando directamente las ecuaciones del método, debido a la alta precisión de la computadora pero, desde el punto de vista práctico, podemos considerarlos como iguales.

El programa y los resultados se presentan en las hojas siguientes.

```

DIMENSION TL(15),H(15),P(15),E(15),MI(15),L(15),SMV(15),K(15)
*JF(15),D(15),A(15),U(15),RL(15),T(15),R2(15),A2(15)
*15,15),AL(15),AH(15),U(15),RL(15),T(15),R2(15),A2(15)
*15),A(15),U(15),AH(15),AINV(15),UL(15),ASENT(15)
LECTURA DE DATOS DE LA VIGA Y EL SUELO
HEAD(5,5)N
  
```

```

4  FORMAT (14)
10  HEAD(5,10) (1, I=1,N-1)
11  HEAD(5,10) (1, I=1,N-1)
12  HEAD(5,10) (1, I=1,N-1)
13  HEAD(5,10) (1, I=1,N-1)
20  HEAD(5,25) (1, I=1,N-1)
21  HEAD(5,25) (1, I=1,N-1)
30  HEAD(5,30) (1, I=1,N-1)
31  HEAD(5,30) (1, I=1,N-1)
14  HEAD(5,14) (SMV(I,J), I=1,M)
15  HEAD(5,14) (SMV(I,J), I=1,M)
16  HEAD(5,16) (H(I), I=1,NP)
17  HEAD(5,16) (H(I), I=1,NP)
45  CONTINUE
50  U=0
55  U=0
HEAD(5,14) (ALL(I,J,KR), I=1,M)
55  CONTINUE
  
```

```

C  CALCULO DE LAS RIGIDEZES DE LOS ENTREJEZ
56  U=0
57  U=0
58  U=0
59  U=0
60  U=0
61  U=0
62  U=0
63  U=0
64  U=0
65  U=0
66  U=0
67  U=0
68  U=0
69  U=0
70  U=0
71  U=0
72  U=0
73  U=0
74  U=0
75  U=0
76  U=0
77  U=0
78  U=0
79  U=0
80  U=0
81  U=0
82  U=0
83  U=0
84  U=0
85  U=0
86  U=0
87  U=0
88  U=0
89  U=0
90  U=0
91  U=0
92  U=0
93  U=0
94  U=0
95  U=0
96  U=0
97  U=0
98  U=0
99  U=0
100 U=0
  
```

```

C  IMPRESION DE LOS DATOS ANTERIORES
WRITE(6,60)
60  FORMAT(//3X,"NUMERO DE NUDOS DE LA VIGA FLUCTANTE",3X,14)
WRITE(6,62)
62  FORMAT(//3X,"LARGO DE EN(EJEZ (H))")
WRITE(6,65) (L(I), I=1,N-1)
65  FORMAT(//3X,"LARGOS UNIFORMES EN CADA ENTREJEZ (TLH/M)")
WRITE(6,67) (L(I), I=1,N-1)
67  FORMAT(//3X,"LARGOS CONCENTRADOS EN CADA ENTREJEZ (LON)")
WRITE(6,69) (L(I), I=1,N-1)
69  FORMAT(//3X,"MODULO DE ELASTICIDAD DEL CEMENTO (KKG/CM2)")
WRITE(6,72) (K(I), I=1,N-1)
72  FORMAT(//3X,"MODULO DE ELASTICIDAD DEL SUELO (KKG/CM2)")
WRITE(6,75) (K(I), I=1,N-1)
  
```



```

* FUHMAT(1/3) * MOMENTO Y ENERGIA DE CADA ENTRE-EJE (CM2M")
* WRITE(6,77) (MOMENTOS Y ENERGIA DE CADA ENTRE-EJE (TON-M))
* FUHMAT(1/3) * COEFICIENTE DE CADA ENTRE-EJE (TON-M)
* WRITE(6,72) (COEFICIENTES DE CADA ENTRE-EJE (TON-M))
IMPRESION DE LOS DATOS DEL SUELO
* FUHMAT(1/3) * NUMERO DE REACCIONES DEL SUELO * 2 * IA)
* WRITE(6,83) N
* FUHMAT(1/3) * NUMERO DE ESTRATOS DEL SUELO * 2 * IA)
* WRITE(6,84) N
* FUHMAT(1/3) * ANCHO DE LA CIMENTACION SOBRE CADA REACCION (M)
* WRITE(6,85) (CM(1), I=1,M)
* FUHMAT(1/3) * ESPESOR DE CADA ESTRATO DE SUELO (M)
* WRITE(6,86) (H(I), I=1,NP)
* FUHMAT(1/3) * COEFICIENTE DE VARIACION VOLUMETRICA DE CADA ESTRATO
DEL SUELO Y BAJU CADA REACCION (H2/TON)
* WRITE(6,85) (CMV(I,J), I=1,M)
* GO TO 20C
CURTINE
EQUACION 1 DESP. A LA MITAD DEL E.F. 1
F(1,1)=2.0 * F(1)
U(1,1)=2.0 * T(1) / TL(1)
Z(1,1)=8.0 * T(1) / TL(1)
H(1,1)=5.0 * TL(1) * 2 / 256.0
T(1,1)=TL(1) * 2 / 768.0
C(1)=(TL(1) * 2 * W(1) / 48.0) + (T(1) * P(1) / 6.0)
EQUACION 2 DESP. EN EL NUDO 1
F(1,2)=T(1)
U(1,2)=2.0 * T(1) / TL(1)
U(2,2)=2.0 * T(1) / TL(1)
H(1,2)=175.0 * TL(1) * 2 / 3072.0
H(2,2)=175.0 * TL(1) * 2 / 3072.0
T(1,2)=5.0 * TL(1) * 2 / 144.0
T(2,2)=(P(1) * TL(1) / 3.0) + (W(1) * TL(1) * 2 / 12.0)
EQUACION 3 GIRO EN EL NUDO 1
F(1,3)=T(1)
T(1,3)=11.0 * 2 / 96.0
H(1,3)=17.0 * TL(1) * 2 / 192.0
H(2,3)=17.0 * TL(1) * 2 / 192.0
C(3)=(P(1) * TL(1) * 2 / 3.0) + (W(1) * TL(1) * 2 / 3.0)
EQUACION 4 SUMA DE MOMENTOS EN EL NUDO 2
H(1,4)=7.0 * TL(1) * 2 / 32.0
T(1,4)=TL(1) * 2 / 4.0
H(2,4)=TL(1) * 2 / 32.0
C(4)=(H(1) * TL(1) * 2 / 2.0) + (P(1) * TL(1))
EQUACION 5 SUMA DE FUERZAS VERTICALES
H(1,5)=TL(1) / 4.0
T(1,5)=TL(1) / 8.0
H(2,5)=TL(1) / 4.0
C(5)=(H(1) * TL(1)) + P(1) + P(2)
GO TO 20C
CURTINE
EQUACION 6 DESP. A LA MITAD DEL E.F. N=1
F(N,1)=2.0 * T(N-1)
U(N,1)=2.0 * T(N-1) / TL(N-1)

```

57

```

L(N-1,4)=8.0*(L(N-1)-1)/L(N-1)
R(N,4)=5.0*TL(N-1)+2.5M.G.
T(1,4)=TL(1)*(L(N-1)+2)/L(N-1)
CUACION 5 EQUIL. DE MOMENTOS EN EL NUDO N
R(1,5)=TL(N-1)
R(2,5)=TK(N-1)
R(3,5)=12.0*(L(N-1)+2)/96.0
R(4,5)=37.0*(L(N-1)+2)/192.0
R(5,5)=11.0*(L(N-1)+2)/192.0
C(1,5)=(R(N)+TL(N-1))*(L(N-1)+2)/3.0
CUACION 6 DESP. DE EL NUDO N
R(1,6)=TK(N-1)
R(2,6)=2.0*(L(N-1)/L(N-1))
R(3,6)=2.0*(L(N-1)/L(N-1))
R(4,6)=11.0*(L(N-1)+2)/3072.0
R(5,6)=17.5*(L(N-1)+2)/3072.0
R(6,6)=5.0*(L(N-1)+2)/192.0
CUACION 7 SUMA DE DEFLEXIONES VERTICALES
R(1,7)=TL(1)
R(2,7)=TL(N-1)
R(3,7)=TL(N-1)

```

```

100 CONTINUE
DO 160 I=1,N-1

```

```

101 CONTINUE
SUMA=0.0

```

```

DO 160 I=1,N-1
SUMA=SUMA+TL(I)*W(I)

```

```

102 CONTINUE
SUMA=SUMA+F(1)

```

```

103 CONTINUE
C(7)=0.0*(SUMA+SI MP)
IF (C(7).GT.3) GO TO 98

```

C ECUACION 5 EQUIL. DE MOMENTOS EN EL NUDO 2

```

R(1,8)=7.0*TL(1)+37.0
R(2,8)=TL(1)+2.0
R(3,8)=11.0*(L(2)+2)/32.0
R(4,8)=17.5*(L(2)+2)/32.0
R(5,8)=5.0*(L(2)+2)/32.0
C(8)=(W(1)*TL(1)+2/2.0)+P(1)*TL(1)-(W(2)*TL(2)+2/2.0)-F(3)*TL(2)

```

C GU TO 200

C CUANDO N=4

4 ECUACION 8 EQUIL. DE MOMENTOS EN EL NUDO 2

```

R(1,8)=TK(2)
R(2,8)=4.0*(L(2)/L(2))
R(3,8)=6.0*(L(2)/L(2))
R(4,8)=7.0*(L(2)+2)/3072.0
R(5,8)=11.0*(L(2)+2)/3072.0
R(6,8)=17.5*(L(2)+2)/3072.0
R(7,8)=5.0*(L(2)+2)/192.0

```

```

C(8)=(W(1)*TL(1)+2/2.0)+(W(2)*TL(2)+2/2.0)+(P(1)*TL(1))

```

C ECUACION 9 EQUIL. DE CRISTALIZOS FR FL F.E.L. 2

```

R(1,9)=3.0*TL(2)
R(5,9)=3.0*TL(2)

```



```

N(1,J)=TL(1)-TL(K)/4.0)-(121.0+TL(1))*2/512.0
H(1+1,J)=7.0*U(1-(I))*2/512.0
T(1+1,J)=2*TL(1)/2.0
UD 120 K=2 I=1
H(K,J)=-(TL(1)/4.0)*(TL(K-1)+TL(K))
120 CONTINUE
UD 130 K=1 I=1
T(K,J)=2*TL(1)/2.0+TL(K)
130 CONTINUE
SUMC=0.0
SUMD=0.0
UD 140 K=1 I=1
SUMC=SUMC+TL(1)+TL(K)*4(K)
UD 145 I=1
SUMD=SUMD+TL(1)*P(L)
145 CONTINUE
110 CONTINUE
C OBTENCIÓN DE LOS VALORES DE INFLUENCIA
200 AT=0.0
SUM=0.0
UD 320 I=2.0
AL(2*I-1)=TL(1-1)*SLM
320 CONTINUE
AL(2)=TL(1)/2.0
IF(M=0) GO TO 325
UD 330 I=2.0 I=1
AL(2*I)=AL(2*I-1)+(TL(1)/2.0)
330 CONTINUE
325 AM(1)=H(1)/2.0
SUM=H(1)
UD 335 J=2.0
AM(J)=H(J)/2.0+SUM
SUM=SUM+AM(J)
335 CONTINUE
UD 340 J=1.0
UD 345 J=3.0
AL(1+J)=AL(1+J)*(TL(1)/4.0)+CR(J)+AM(J)*3/(2.0*3.14*((AL(1)-AL(1)
)*2.0+2.5))
340 CONTINUE
345 CONTINUE
TI(N)=0.0
UD 350 KR=2.0
UD 355 J=1.0
UD 360 J=3.0
AL(1+J)=J*(3.0*((TL(KR-1)+TL(KR))/4.0)+CR(KR)+AM(J)*3/(2.0*
3.14*((AL(1)-AL(2*KR-1))*2.0+2.5)))
360 CONTINUE
355 CONTINUE
350 CONTINUE
UD 370 KR=1.0 I=1
UD 375 I=1.0
UD 375 J=3.0
AL(1+I)=J*(3.0*(TL(KR)/2.0)+CR(KR)+AM(I)*3/(2.0*3.14*((AL(1)-
AL(2*KR-1))*2.0+2.5)))
375 CONTINUE
370 CONTINUE

```

```

395 CONTINUE
C CALCULO DE LOS HUMIDIMIENTOS DEL TERRENO
423 DO 396 I=1,N
DU 396 RRF=1-R
SU=0.0
DU 396 J=1,NP
397 CONTINUE
SUM=SUM+SMV(1,J)*H(J)*AI(1,J,KR)/CP(KR)
400 CONTINUE
399 CONTINUE
300 CONTINUE
C CAMBIO DE VARIABLES
DU 395 K=1,N
DU 400 I=1,N
R0(I,K)=C(2*I-1,2*K-1)
401 CONTINUE
DU 400 Y=1,N-1
IU(I,K)=C(2*I,2*K-1)
402 CONTINUE
398 CONTINUE
DU 410 R=1,N-1
DU 410 Y=1,N
K2(I,K)=C(2*I-1,2*K)
411 CONTINUE
DU 420 I=1,N-1
I2(I,K)=C(2*I,2*K)
421 CONTINUE
C SUSTITUCION EN EL METODO DE LAS RIGIDEZES
DU 425 I=1,N1
DU 430 K=1,N
DU 435 KC=1,N-1
SUM1=FD(I,KC)*D(KC,K)+RZ(I,KC)*Z(KC,K)
431 CONTINUE
R(I,K)=R(I,K)+SUM1
SUM1=FD(I,K)*D(K,K)
432 CONTINUE
R(I,K)=R(I,K)+SUM1
433 CONTINUE
DU 440 I=1,N-1
DU 445 KC=1,N-1
SUM2=TD(I,KC)*D(KC,K)+TZ(I,KC)*Z(KC,K)
441 CONTINUE
T(I,K)=T(I,K)+SUM2
SUM2=TD(I,K)*D(K,K)
442 CONTINUE
T(I,K)=T(I,K)+SUM2
443 CONTINUE
444 CONTINUE
C FORMACION DE LA MATRIZ
DU 450 I=1,N1
JA=1
DU 460 J=1,N1
A(I,JA)=F(J,I)
JA=JA+1
451 CONTINUE
452 CONTINUE
DU 465 I=1,N1
DU 470 J=1,N1
A(1,N+J)=R(J,I)
471 CONTINUE

```

```

465 CONTINUE
   DD 475 I=1,N1
   DD 480 J=1,N2
   A(I,N+NU*J)=T(J,I)
480 CONTINUE
475 CONTINUE
   DD 485 K=1,N1
   B(K)=C(K)
465 CONTINUE
   WRITE(6,92)
   92 FORMAT(7/3X,"VALORES DE INFLUENCIA")
   DD 101 K=1,N1
   DD 102 J=1,N2
   WRITE(6,95) (A(I+J*N), I=1,N)
102 CONTINUE
101 CONTINUE
SOLUCION DE LAS ECUACIONES
METODO DE GAUSS
NU=N
N1=N
WRITE(6,500)
500 FORMAT(7X,"MATRIZ A DE COEFICIENTES")
   DD 505 I=1,N1
   WRITE(6,510) I
510 FORMAT(7X,"K=NU(NU+15/)",
          1X,"A(I,J), J=1,N")
515 FORMAT(8F15.6)
505 CONTINUE
520 WRITE(6,520)
520 FORMAT(7/3X,"VALORES DE TERMINOS INDEPENDIENTES")
   WRITE(6,515) (B(I), I=1,N)
   CALL ECCHF (N1, A, UL)
   CALL SOLVE (N1, UL, B, X)
   WRITE(6,525)
525 FORMAT(7/3X,"VALORES DE LA SOLUCION SIN RECHAMIENTO ITERATIVO")
   WRITE(6,515) (X(I), I=1,N)
   CALL IMPRUV (N1, A, UL, B, X, ICLGTT)
   WRITE(6,530) ICLGTT
530 FORMAT(7/3X,"VALORES DE LA SOLUCION REFINADA CON", 14, "DIGITOS")
   WRITE(6,515) (X(I), I=1,N)
   DD 600 J=1,NU+1
   R=NU
   SUMA=0.0
   SUMB=0.0
   DD 650 I=1,NU+1
   K=K+1
   SUMA=SUMA+ED(I,J)*X(K)+TD(I,J)*X(K+NU)
   SUMB=SUMB+FZ(I,J)*X(K)+TZ(I,J)*X(K+NU)
650 CONTINUE
   ASENT(2,J-1)=SUMA+RC(NU,J)*X(2*NU)
600 ASENT(2,J)=SUMB+DZ(NU,J)*X(2*NU)
   CONTINUE
   SUMA=0.0
   R=NU
   DD 675 I=1,NU+1
   K=K+1
   SUMA=SUMA+RD(I,N1)*X(K)+TD(I,NL)*X(K+NL)
675 CONTINUE
   ASENT(2,NL)=SUMA+D(NU,NU)*X(2*NL)
   WRITE(6,700)
700 FORMAT(7X,"LOS RESULTADOS OBTENIDOS DEL SUBPROGRAMA")

```

```
WRITE(6,515) (AFNT(I), I=1,2*NL-1)
CALL EXIT
END
```





```

SUBROUTINE SOLVE(N)
DIMENSION LL(15),A(15),X(15),IP(15)
COMMON /PS
OPEN(1)
IP=IP(1)
X(1)=F(IP)
DO 2 I=2,N
IP=IP(I)
SUM=0.0
DO 1 J=1,I-1
SUM=SUM+M(I,J)*X(J)
X(I)=F(IP)-SUM
IF=IP(N)
X(N)=X(N)/LL(IP,N)
DO 4 I=BACK=2,N
I=I-1-IDACK
I=VA(ESDE(N-1)) HASTA )
IP=IP(I)
SUM=0.0
DO 3 J=I+1,N
SUM=SUM+M(I,J)*X(J)
X(I)=(Y(I)-SUM)/LL(IP,I)
RETURN
END

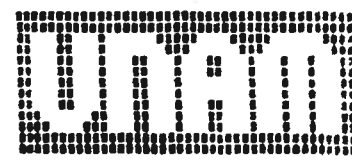
```

```

SUBROUTINE IMPROV (N1, A, UL, P, X, ICDIGIT)
DIMENSION A(1:2,15), LL(15,15), R(15), X(15), RE(15), DX(15)
DOUBLE PRECISION SUM
N=N1
EPS=1.0*10**(P)
ITMAX=5
XNORM=C,C
DO 1 I=1,N
1 XNORM=MAX1(LAMBDA*ABS(X(I)))
IF(XNORM.NE.0) GO TO 3
DIGITS=ALCG(DIGIT/EPS)
ICDIGIT=DIGITS
GO TO 10
3 DO 2 J=1,NMAX
DO 3 I=1,N
SUM=0.0
DO 4 J=1,N
4 SUM=SUM+A(I,J)*X(J)
SUM=B(I)-SUM
5 RE(I)=SUM
CALL SOLVE(N,LL,RE,DX)
DXNORM=0.0
DO 6 I=1,N
TEMP=X(I)
X(I)=X(I)+R(I)
DXNORM=MAX1(DXNORM,ABS(X(I)-TEMP))
6 CONTINUE
IF(ITER.LE.9) GO TO 8
DIGITS=ALCG(ICDIGIT*(LAMBDA*(DXNORM/XNORM)/EPS))
P=ICDIGIT-DIGITS
EPS=XNORM*10.10*9
9 CONTINUE
C LAST ITERATIONS NO CONVERGIERON
10 RETURN
END

```





NUMERO DE NUDOS DE LA VIGA FLOTANTE 3

LONGITUD DE ENTRE-EJES (M)  
5.08000 5.08000

CARGAS UNIFORMES EN CADA ENTRE-EJE (TON/M)  
8.00000 8.00000

CARGAS CONCENTRADAS EN CADA NUDO (TON)  
11.91000 24.50000 11.91000

MÓDULO DE ELASTICIDAD DE CADA ENTRE-EJE (KG/CM<sup>2</sup>)  
.4743E+05 .3743E+05

MÓDULO DE INERCIA DE CADA ENTRE-EJE (CM<sup>4</sup>)  
.1792E+10 .1792E+10

RIGIDEZ (EI/L) DE CADA ENTRE-EJE (TON-M)  
.1673E+07 .1673E+07

NUMERO DE REACCIONES DEL SUELO 5

NUMERO DE ESTRATOS DEL SUELO 2

ANCHO DE LA CIMENTACION SOBRE CADA REACCION (M)  
7.00000 7.00000 7.00000 7.00000 7.00000

ESPESOR DE CADA ESTRATO DE SUELO (M)  
3.00000 3.00000

COEFICIENTE DE VARIACION VOLUMETRICA DE CADA ESTRATO DEL SUELO Y BAJO CADA REACCION (M<sup>2</sup>/TON)  
0.00741 0.00741 0.00741 0.00741 0.00741  
0.00651 0.00651 0.00651 0.00651 0.00651

| VALORES DE INFLUENCIA |         |         |         |         |
|-----------------------|---------|---------|---------|---------|
| 0.38600               | 0.02000 | 0.01000 | 0.00300 | 1.00000 |
| 0.13000               | 0.10000 | 0.02800 | 0.00800 | 0.00000 |
| 0.09000               | 0.77200 | 0.09000 | 0.00600 | 0.00200 |
| 0.17000               | 0.26000 | 0.17000 | 0.05000 | 0.00800 |
| 0.00800               | 0.09000 | 0.77200 | 0.09000 | 0.00800 |
| 0.05000               | 0.17000 | 0.26000 | 0.17000 | 0.05000 |
| 0.00200               | 0.09000 | 0.09000 | 0.77200 | 0.09000 |
| 0.00800               | 0.05000 | 0.17000 | 0.26000 | 0.17000 |
| 0.00000               | 0.00000 | 0.01000 | 0.02400 | 0.38600 |
| 0.00000               | 0.00000 | 0.02800 | 0.10600 | 0.13000 |

MATRIZ A DE COEFICIENTES

|                |                |                |              |             |              |             |             |                |
|----------------|----------------|----------------|--------------|-------------|--------------|-------------|-------------|----------------|
| REGLON 1       |                |                |              |             |              |             |             |                |
| 3346445.460232 | 0.000000       | 0.000000       | -3205.149806 | 1568.372456 | 83.917108    | 6368.654334 | 358.974856  | 4366.654334    |
| REGLON 2       |                |                |              |             |              |             |             |                |
| 1673222.730112 | 0.000000       | 0.000000       | -972.588334  | 1984.256696 | 72.381470    | 0.672042    | 481.837328  | 0.672042       |
| REGLON 3       |                |                |              |             |              |             |             |                |
| 1673222.730112 | 1673222.730112 | 0.000000       | 4.973108     | 0.134406    | 0.000000     | 3.494617    | 0.000000    | 0.000000       |
| REGLON 4       |                |                |              |             |              |             |             |                |
| 0.000000       | 0.000000       | 3346445.460232 | 83.917108    | 1568.372456 | -3205.149806 | 358.974856  | 4366.654334 | 3346445.460232 |
| REGLON 5       |                |                |              |             |              |             |             |                |
| 0.000000       | 1673222.730112 | 1673222.730112 | 0.000000     | 0.134406    | 4.973108     | 0.000000    | 3.494617    | 0.000000       |
| REGLON 6       |                |                |              |             |              |             |             |                |
| 0.000000       | 0.000000       | 1673222.730112 | 72.381470    | 1984.256696 | -972.588334  | 481.837328  | 0.672042    | 0.000000       |
| REGLON 7       |                |                |              |             |              |             |             |                |
| 0.000000       | 0.000000       | 0.000000       | 5.080000     | 10.160000   | 5.080000     | 10.160000   | 10.160000   | 10.160000      |
| REGLON 8       |                |                |              |             |              |             |             |                |
| 0.000000       | 0.000000       | 0.000000       | 5.645150     | 0.000000    | -5.645150    | 6.451600    | -6.451600   | 0.000000       |

VECTOR F DE TERMINOS INDEPENDIENTES

14.384867      37.371367      129.319867      14.384867      129.319867      37.371367      518.400000      0.000000

VECTOR X SOLUCION SIN MEJORAMIENTO ITERATIVO

0.000014      0.000000      0.000014      24.043084      8.717874      24.043084      9.131332      9.131332

NO HAY CONVERGENCIA EN LA SUBROUTINA TPRCV

VECTOR X SOLUCION REFINADA CON 11 DIGITOS

0.000014      0.000000      0.000014      24.043084      8.717874      24.043084      9.131332      9.131332

LOS HUNDIMIENTOS TOTALES DEL SULC SON:

0.046833      0.046852      0.046862      0.046852      0.046833



C A P I T U L O V

CONCLUSIONES

Durante los capítulos anteriores se ha presentado un método teórico de interacción suelo-estructura el cual resuelve el problema de encontrar las reacciones que se generan en un medio compresible y las deformaciones verticales que en éste se puedan presentar, al ser sometido a solicitaciones estáticas, através de una viga elástica lineal, prismática y de rigidez variable, la cual reposa libremente sobre aquel. Pero ¿en qué le puede ayudar a la Ingeniería el estudiar problemas como éste?

Ya se explicó, al principio de esta tesis, la forma en que podemos idealizar a una estructura como una viga flotante la cual se apoya sobre el medio compresible, en su caso, será el suelo de cimentación. Faltará ahora hacer mención de los provechos que se pueden sacar de los resultados que finalmente se obtienen.

Sabemos, por mera elucubración, que el calcular una cimentación considerando una reacción promedio uniforme del suelo, no es del todo cierto, ya que esta puede ir variando a lo largo de todo el apoyo. Uno de estos casos es aquel en el que se utilizan cajones de cimentación en el cual, dependiendo de la rigidez del edificio, será o no constante la reacción del terreno.

El método aquí presentado nos permitirá intentar superar este problema. Las reacciones finalmente obtenidas son el resultado de ha-

ber tomado en cuenta todas las cargas actuando sobre el suelo y de tomar en cuenta también a la rigidez de la estructura y la estratigrafía y propiedades del suelo, hechos que son bastante mas reales. También podremos prever en donde se nos pueden presentar tensiones en el suelo y con esto, tomar las precauciones debidas en el diseño de la cimentación.

En cuanto a los hundimientos, que es el aspecto mas importante en estructuras apoyadas en suelos compresibles, el método nos proporciona los hundimientos totales y diferenciales que existen a lo largo de la cimentación.

En el caso de estructuras resueltas a base de muros de carga, la viga flotante puede ser un modelo de su comportamiento.

El caso típico de agrietamientos en muros divisorios o de carga se debe, en gran medida, a las deformaciones del suelo. Con la ayuda de este método nos daremos cuenta del orden de magnitud en que pueden andar nuestros hundimientos diferenciales y conocer si estos son tolerables para los muros. Si estos resultan ser demasiado grandes, es fácil observar que aumentando la rigidez de nuestra estructura lograremos disminuirlos hasta un valor que nos resulte razonable.

El método nos permite "jugar" con la rigidez de la estructura y hacer un estudio de la variación de los hundimientos y reacciones



del suelo y así poder formar criterios y dar una solución de estructuración más acertada.

Estoy casi seguro que con la ayuda de este método, se disminuirán en gran parte los daños que, sobre la estructura provocan los hundimientos diferenciales.

Los giros en los nudos de la viga también nos revelan la deformación que se producirá en la cimentación, motivados por los hundimientos diferenciales. Estas deformaciones evidentemente serán tomadas por las trabes, columnas o muros de la estructura con la respectiva aparición de esfuerzos en estos miembros, que, de no tomarse en cuenta en el diseño nos pueden ocasionar agrietamientos y deformaciones muy visibles.

El diagrama de momentos flexionantes nos ayudará a localizar zonas de tensión y comprensión máximas de las cuales reforzaremos para evitar el agrietamiento o la falla.

Ultimamente, cuando se tiene el caso de construir varias casas habitación juntas cimentadas sobre losas de concreto, se acostumbra, por decisiones de tipo económico, construir una sola losa de cimentación ininterrumpida a lo largo de todas las casas. Si aplicamos el método de interacción suelo-estructura a todo el conjunto, lograremos, con la ayuda del diagrama de momentos flexionantes, localizar

los puntos en donde sea conveniente dejar una junta constructiva en la losa de cimentación. Las juntas constructivas se dejarán en los puntos de máximo momento negativo o positivo.

Este mismo criterio se aplicará a los edificios que suelen ser demasiado largos en comparación con su altura.

Sabemos por estudios realizados que el módulo de elasticidad de los materiales, sobre todo el del concreto, tiende a disminuir con el tiempo. Por otro lado, el coeficiente de variación volumétrica de los suelos compresibles también sufre esta variación. Las anteriores conclusiones nos llevan a pensar que mientras la estructura pierde rigidez, el suelo, por el contrario, se vuelve más rígido. Por lo tanto, la distribución y magnitud de las reacciones y hundimientos diferenciales cambiará con el transcurso de los años. Si al método aquí presentado lo alimentamos con diferentes valores de módulo de elasticidad y coeficiente de variación volumétrica, nos podrá dar una idea de lo que puede suceder con los hundimientos y las reacciones del suelo a través del tiempo. Con esto, en caso de ser necesario, tomaremos ciertas medidas de seguridad para no poner en peligro la vida útil de la estructura.

En los párrafos anteriores se ha explicado con brevedad las aplicaciones que en la ingeniería puede tener el procedimiento de análisis de interacción suelo-estructura en una viga flotante con rigidez varia

ble. Lo importante de este estudio es que nos acerca más a lo que realmente está sucediendo entre una estructura y el suelo sobre el cual se apoya.

Uno de los fines principales de la Ingeniería es el crear métodos de análisis que se apeguen más a la realidad, aunque para esto tengamos que hacer mas complejas las cosas. Actualmente nos encontramos en una etapa de investigación para lograr hacer más refinados los diseños de las estructuras.

Aquí pues se presenta un estudio que ojalá se utilice en los nuevos diseños de cimentaciones y no pierdo la esperanza de que algún día sea este superado por algún otro que nos dará un nuevo salto en la lucha por acercarse a la realidad.

Por último, quisiera mencionar que no se olviden de las limitaciones que este método presenta. Recordar siempre que surgió de métodos que, tanto en la mecánica de suelos como en la mecánica de materiales, tienen hipótesis muy importantes que, por el momento, no las podemos hacer a un lado.

El último paso a seguir y el más difícil, creo yo, es el de tener que calibrar la teoría en la práctica. Para esto se necesitará mucho tiempo de dedicación y la ayuda de las dependencias gubernamentales para efectos de financiamiento. Queda pues este espacio vacío en el desarrollo de la presente tesis.

## REFERENCIAS.

1. DEMENEGHI A. "Un Método para el Análisis Conjunto de la Estructura y el Suelo" , Revista de Ingeniería Número 3, 1979. U. N. A. M.
2. DEMENEGHI A. Y HERNANDEZ CRUZ C., "Programa de Computadora para el Análisis de Interacción Suelo-Estructura en una Estructura Reticular", 1980.
3. LUTHE R. "ANALISIS ESTRUCTURAL" Representaciones y Servicios de Ingeniería, México, 1971.
4. MANUAL, "INTRODUCCION A EL AREA DE COMPUTACION", Centro de Servicios de Cómputo, U. N. A. M. , 1979.