Tj. 70

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

ALGUNOS METODOS PARA LA DETERMINACION DE POLITICA DE OPERACION DE COMPUERTAS EN UNA PRESA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

I N G E N I E R O C I V I L

P R E S E N T A

ESTEBAN GUTIERREZ MANRRIQUE

México, D. F. 1981

FACULTAD DE INGENIERIA
EXAMENES PROFESIONALES
60-1-191

UNIVERSIDAD NACIONAL
AVTONOMA

Al Pasante señor ESTEBAN GUTIERREZ MANRIQUE,
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor M. I. Oscar A. Fuentes Mariles, para que lo desarrolle como tesis en su Examen Profesional de Ingeniero CIVIL.

"ALGUNOS METODOS PARA LA DETERMINACION DE POLITICA DE OPERACION DE COMPUERTAS EN UNA PRESA"

1. Introducción.
2. Métodos de optimización.
3. Información básica y selección del método de optimización.
4. Aplicación de un método de optimización sin conflicto a una presa para riego.
5. Aplicación de un método de optimización con conflicto a una presa de propósito múltiple.
6. Conclusiones y recomendaciones.

Ruego a usted se sirva tomar debida nota de que en cumplimiento de lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Dirección General de Servicios Escolares en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, 10 de octubre de 1979
EL DIRECTOR

ING. JAVIER JIMENEZ ESPRIU

JJE/OBLH/ser

INDICE

CAPITULO 1

INTRODUCCION

Actualmente en algunos lugares de México hay problemas en los sistemas de aprovechamientos hidráulicos para satisfacer la demanda de agua debido a la insuficiencia de la misma.

Dichos problemas se manifiestan en escasez de agua y conflictos para satisfacer las demandas en aprovechamientos de propósitos múltiples (sirven para varios fines) durante la época de estiaje y los meses de mayor solicitación de agua. Los conflictos se presentan cuando al tratar de satisfacer las demandas de uno de los propósitos se ve afectado otro.

Lo anterior es ocasionado principalmente por los incrementos de las demandas y variaciones de las mismas en diferentes épocas del año y el carácter aleatorio de los volúmenes de ingresos a los vasos de almacenamiento.

Una forma de solucionar estos problemas es determinando cuáles deben ser los gastos de extracción de las presas más convenientes en el transcurso del año, tomando en cuenta las variaciones de las demandas y los ingresos al vaso de almacenamiento. Para encontrar los gastos de extracción más adecuados se hace un análisis de optimización de beneficios en el tiempo, de tal manera que los gastos de extracción serán aquellos que proporcionen un mayor beneficio, al ser utilizados para el ó los propósitos de la presa. Para ello es necesario conocer las técnicas de optimización y saber escoger la adecuada al problema en estudio.

En el presente trabajo se desarrollan dos metodologías, una basada en la programación dinámica y otra en los multiplicadores de Lagrange. Estas se aplican a una presa cuyo propósito es riego y a otra cuyos propósitos estan en conflicto (riego y generación de energía eléctrica).

En el capítulo dos se describen algunos métodos de optimización, señalando sus principales características; algunos casos se han ilustrado con ejemplos.

En el capítulo tres se hace un análisis de las técnicas descritas en el capítulo dos y se hace el planteamiento del problema a resolver, eligiendo las técnicas a emplear para su solución y se integra la información básica necesaria para poder hacer uso de ellas.

En el capítulo cuatro se desarrolla un ejemplo aplicado a una presa cuyo propósito principal es satisfacer la demanda de un distrito de riego, al mismo tiempo que se expone un método de solución basado en la programación dinámica por medio del cuál se pueden determinar los volúmenes de agua que es posible extraer de la presa para que los beneficios sean máximos durante todo el año, así como los intervalos de -- tiempo en que dichos volúmenes sean extraidos; es decir se determina la política de extracción de gastos de la presa.

En el capítulo cinco se desarrolla un método de solución aplicado a una presa cuyos propósitos: riego y generación de energía eléctrica están en conflicto. En este problema el conflicto radica en que mientras para generación el extraer mucha agua de la presa no conviene porque bajan los niveles, para riego hay que extraer grandes volúmenes de agua para satisfacer la demanda. Este tipo de problemas se suelen resolver mediante la técnica de los multiplicadores de Lagrange. Desarrollando un ejemplo se explica como se puede aplicar esta técnica a este tipo de problemas.

Finalmente en el capítulo seis se incluyen las conclusiones y recomendaciones del trabajo.

CAPITULO 2

METODOS DE OPTIMIZACION

El propósito de este capítulo es desarrollar las técnicas más comunes que se emplean en el análisis de sistemas, señalando sus principales características.

Una técnica de optimización es un conjunto ordenado de reglas encaminadas a realizar una búsqueda, que permita detectar el valor óptimo de una función. A dicha función se le conoce como función objetivo.

En problemas reales, generalmente se tienen limitaciones en la disponibilidad de los recursos, que no permiten que la función objetivo se manipule libremente, a éstas limitaciones se le conocen como restricciones de esta función.

La optimización consiste en encontrar el valor de las variables de una función objetivo que la maximizen o minimizen. Las técnicas de optimización permiten encontrar un mínimo o un máximo de una función dentro del intervalo de interés.

Fundamentalmente las técnicas de optimización se basan en dos estrategias. La primera utiliza un procedimiento de gradientes, la segunda consiste en enumerar una serie de combinaciones posibles de solución y escoger la mejor de ellas.

Como se verá posteriormente la naturaleza del problema de optimización sugiere el tipo de técnica que debe emplearse para su solución, ya que cada una de las técnicas impone tanto a la función objetivo como a las restricciones, determinadas condiciones; entre más estrictas sean estas condiciones, tanto más eficiente es la técnica de optimización - empleada.

Dicho lo anterior la estructura general de un problema de optimización es como sigue:

maximizar o minimizar la siguiente función:

$$Z = Z\ (X_1,\ X_2, \ldots,\ X_n) \qquad (2.1)$$

sujeta a las siguientes restricciones:

$$\begin{aligned} &C_i\ (X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n) = 0 \text{ para } i=1,\ldots,m \\ &C_i\ (X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n) \leq 0 \text{ para } i=m+1,\ldots,r \\ &C_i\ (X_1,\ X_2,\ \ldots,\ X_n) \geq 0 \text{ para } i=r+1,\ldots,s \end{aligned} \qquad (2.2)$$

La ecuación 2.1 es la llamada ecuación objetivo y las ecuaciones 2.2 son las restricciones a las que está sujeta dicha función.

Al conjunto de "n" puntos X_i que satisfagan todas las restricciones y que no necesariamente optimicen la función objetivo, se les denomina variables básicas y deben ser positivas para garantizar una posible solución. Cada una de estas variables básicas es una solución factible del problema. Por lo que la solución óptima se encontrará directamente calculando todas las soluciones básicas factibles y obteniendo para cada una de ellas el valor de la función objetivo "Z"; aquella que proporcione el mejor resultado (máximo ó mínimo) será el óptimo factible. Existen técnicas de optimización que permiten encontrar el valor óptimo directamente.

Si la función objetivo es lineal y el sistema de desigualdades (restricciones) son también lineales se dice que se trata de un problema de programación lineal, en caso contrario el problema será de programación no lineal.

Los métodos que se describen en el presente trabajo son los siguientes:

1) PROGRAMACION LINEAL
   a) METODO GRAFICO
   b) METODO SIMPLEX
2) OPTIMIZACION MEDIANTE EL CALCULO DIFERENCIAL
3) MULTIPLICADORES DE LAGRANGE
4) METODOS DE BUSQUEDA DIRECTA
   a) BUSQUEDA EXAHUSTIVA
   b) BUSQUEDA ALEATORIA
   c) METODO DE TRISECCION
5) PROGRAMACION DINAMICA

2.1 PROGRAMACION LINEAL

a) METODO GRAFICO

Este método es una ilustración gráfica del problema de programación lineal, aunque está restringido a funciones con dos variables, porque es complicado resolver problemas con tres variables de decisión; pués se tiene en este caso que trabajar en un sistema de tres ejes coordenados lo cuál frecuentemente resultará díficil.

Para ilustrar el método a continuación se presenta un ejemplo:

Supóngase que en un distrito de riego se siembran dos cultivos: arroz y frijol. Para la producción de estos dos cultivos se utilizan tecnologías diferentes, por lo que los costos de producción también son diferentes.

Se desea saber cuál debe ser la superficie de terreno sembrada por cada cultivo de tal forma que el beneficio sea máximo.

Si las variables de decisión son:

X_1, superficie en hectáreas sembradas de arroz

X_2, superficie en hectáreas sembradas de frijol

Por otro lado se sabe que el beneficio obtenido por hectárea de arroz es de \$10,000.00/Ha y de frijol de \$8,000.00/Ha, por lo que el beneficio total esta dado por:

$$Z = 10\,000\ X_1 + 8\,000\ X_2$$

Como el objetivo es maximizar el beneficio, para lograrlo se tendría que sembrar un número infinito de X_1 y X_2 para de esta manera obtener un beneficio infinitamente grande (máximo).

Desgraciadamente hay restricciones físicas y económicas en el sistema real de producción que impiden aumentar arbitrariamente el número de hectáreas sembradas de X_1 y X_2.

Entre otras restricciones se pueden nombrar las siguientes: terreno disponible, mano de obra, capital, etc.; para facilitar esta ilustración se considerarán solo dos: mano de obra y costos de producción.

Se considera que para cultivar una hectárea de arroz se requieren de 5 peones y que para cultivar una hectárea de frijol se requiere de 2 peones; pero solo se cuenta con 10 peones; esto es, no se puede exceder este número de peones. Lo anterior queda planteado de la siguiente manera:

$$5 X_1 + 2 X_2 \leq 10$$

Por otro lado se considera que el capital disponible es de \$20,000.00 y que para el cultivo de una hectárea de arroz se necesitan \$5,500.00, mientrás que para cultivar una hectárea de frijol se necesitan \$5,000.00. Lo anterior se expresa como sigue:

$$5\ 500\ X_1 + 5\ 000\ X_2 \leq 20\ 000$$

El problema a resolver planteado de esta manera sería: ¿cuál debe ser el número de hectáreas sembradas de arroz X_1 y frijol X_2, de tal forma que los beneficios sean máximos, sin que el número de peones y capital no excedan de 10 y 20 000 respectivamente?.

El planteamiento matemático del problema es:

maximizar $\quad Z = 10\,000\ X_1 + 8\,0000\ X_2$

sujeto a:

$$5\ X_1 + 2\ X_2 \leq 10$$
$$5\,500\ X_1 + 5\,000\ X_2 \leq 20\,000$$
$$X_1 \geq 0\ ;\ X_2 \geq 0$$

La última restricción ($X_1 \geq 0$, $X_2 \geq 0$) se llama condicción de no-negatividad, y sirve para evitar que los resultados den un absurdo negativo.

El primer paso para dar solución a este problema consiste en dibujar las restricciones en un sistema de coordenadas cartesianas.

En el eje vertical se pondrá a X_1 y en el eje horizontal a X_2 (ver figura 2.1.1).

Los vertices del polígono DABCD se les llama puntos extremos.

Todos los puntos que quedan dentro del polígono DABCD son soluciones básicas factibles,puesto que cualquier punto dentro de dicho polígono cumple con las restricciones. El siguiente paso consiste en encontrar cuál de todos estos puntos hace que la función objetivo Z, sea máxima.

Para encontrar el valor máximo de la función objetivo también se dibuja la función con diferentes valores de Z, lo cuál da como resultado una familia de rectas paralelas en el plano.(ver figura 2.1.2).

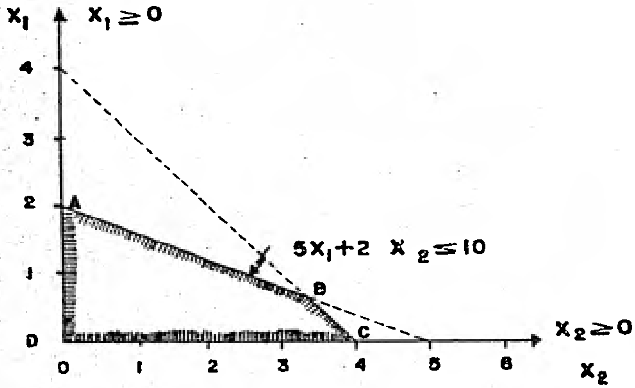


FIGURA 2.1.1

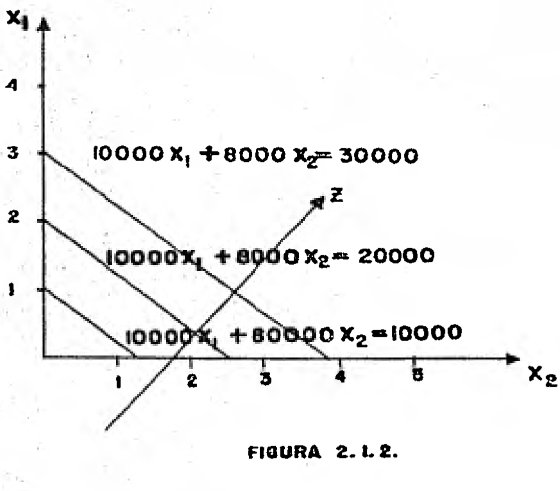


FIGURA 2.1.2.

En la figura 2.1.2 se puede apreciar que en tanto más distantes estan las rectas del origen, mayor es el valor de la función objetivo. Por lo que para encontrar el valor máximo de la función objetivo es necesario desplaza rectas como las de la figura de manera que su distancia al origen sea máxima, pero tenga por lo menos un punto dentro de la región D A B C D de la figura 2.1.1.

Efectuando lo anteriormente descrito el problema queda resuelto de la siguiente manera:

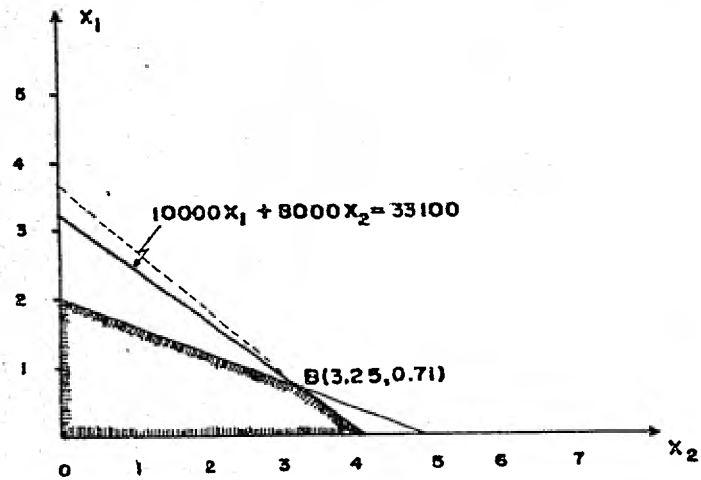


FIGURA 2.1.3

En la figura 2.1.3 se puede ver que el beneficio máximo es de $33,100.00 y que el número de hectáreas a sembrar de arroz debe ser de 0.71 y 3.25 de frijol.

Desgraciadamente es muy limitada la utilidad que tienen los métodos gráficos y sirven principalmente para ilustrar los conceptos introductorios de la programación lineal.

b) METODO SIMPLEX

Es un método análitico sistematizado, que partiendo de una solución básica factible, procede a determinar otras soluciones básicas factibles hasta encontrar la óptima.

La estructura general del planteamiento matemático es la siguiente:

$$\left.\begin{array}{ll} \text{MAX. ó MIN.} & Z = \sum_{j=1}^{n} C_j X_j + \sum_{i=1}^{m} a_o,\ n+i\ Xn+i \\ \text{sujeto a:} & \sum_{i=1}^{n} a_{ij} X_i + X_{n+i} \leq b_i \\ & X_j \geq o \ \forall_j \end{array}\right\} \quad (2.1.1)$$

ó también:

MAX. ó MIN. $Z = CX$

sujeto a: $AX \leq b$

$X \geq o$

donde:

$$X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ X_n \end{pmatrix}, C = (C_1, C_2, \ldots, C_n), \; b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ b_m \end{pmatrix}, \; 0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ 0 \end{pmatrix}$$

Y la matriz A es de orden m por n.

Si se hace a K el conjunto de todas las soluciones factibles, es decir:

$$K = \left\{ X/AX=b, \quad X \geq 0 \right\}$$

a) Cada solución básica factible corresponde con un punto extremo del conjunto convexo K de soluciones factibles.

b) Cada punto extremo (vertices del polígono de la figura 2.1.1) del conjunto K tiene asociados m vectores líneales independientes de la matriz A de coeficientes. En otras palabras cualquier combinación de m vectores línealmente independientes de A corresponde con un punto extremo de K.

c) Existe un punto extremo de K, quizás no único donde la función objetivo obtenga un valor máximo ó mínimo.

Estas tres conclusiones son importantes, puesto que aún cuando existan un número infinito de soluciones factibles (todos los puntos dentro del polígono de la figura 2.1.1) solamente existe un número finito de valores extremos. Por lo que para obtener la solución óptima habrá que analizar la función objetivo en cada punto extremo de la región convexa. El método simplex permite resolver el problema sin necesidad de analizar la función objetivo en cada punto extremo de esta región.

El criterio en que se basa el método, para no calcular todas las soluciones básicas y que define cuál es el vector X_j que en cada etapa debe formar parte de la base y cuál es el que debe abandonar, es el siguiente:

Si se despeja a X de las restricciones y se sustituye en la función objetivo 2.1.1 se obtiene el valor de Z:

$$Z_0 = \sum_{i=1}^{m} a_{0}, n+i\ b_i ; \quad Z_j = \sum_{j=1}^{m} a_{0}, n+i\ a_{ij}$$

$$Z = Z_0 + \sum_{j=1}^{n} \left[-(Z_j - C_j)\ X_j \right] \qquad (2.3)$$

El vector que entra a la base es aquel cuyo coeficiente $-(Z_j-C_j)$ sea mayor, lográndose así el mayor incremento de Z_0. Luego la columna j es seleccionada de entre las que tienen signo negativo y será la de mayor valor absoluto ("más negativa"). De no existir ningun valor negativo, no habrá incremento para Z_0.

La solución óptima del problema se tiene cuando todas las $Z_j - C_j \geq 0$ para toda j.

Ejemplo:

En un sistema de aprovechamiento hidráulico se tienen tres presas derivadoras A, B y C; que abastecen de agua a dos distritos de riego; los costos de operación por hacer llegar un metro cúbico de agua a cada uno de los distritos de riego de cada una de las derivadoras está dado en la siguiente tabla:

DE \ A	DISTRITOS 1	2
	($\$/m^3$)	($\$/m^3$)
A	2.0	1
B	2.5	3
C	1.0	2

El capital disponible para operar el sistema durante un día es variable:
si procede de la derivadora A se dispone de \$ 600.00
si procede de la derivadora B se dispone de \$ 800.00
si procede de la derivadora C se dispone de \$ 500.00

El precio al que se cobra un metro cúbico de agua a cada uno de los distritos de riego es de \$3.00 en el 1 y de \$4.00 en el 2.

Se desea saber cuál es el volumen diario que se entregue a cada distrito de riego de tal forma que se obtenga la máxima ganancia posible por distribuirla.

Solución:

Transformando el problema en la forma canónica del método simplex:

Max. $Z = 3X_1 + 4X_2$

sujeto a:

$$2X_1 + X_2 \leq 600$$
$$2.5X_1 + 3X_2 \leq 800$$
$$X_1 + 2X_2 \leq 500$$
$$X_1 \geq 0;\ X_2 \geq 0$$

Para transformar las desigualdades en igualdades se introducen variables de holgura:

$$\begin{array}{lllll}
2X_1 + X_2 + X_3 & & & = 600 \\
2.5X_1 + 3X_2 + & X_4 & & = 800 \\
X_1 + 2X_2 + & & X_5 & = 500
\end{array}$$
$$X_1 \geq 0,\ X_2 \geq 0$$

y la función objetivo será:

$$Z = 2X_1 + 4X_2 + 0X_3 + 0X_4 + 0X_5$$

si

$$X_1 = X_2 = 0$$
$$X_3 = 600$$
$$X_4 = 800$$
$$X_5 = 500$$

y $Z = 0$

que es la primer solución básica factible.

Para continuar vease la siguiente tabla:

1	2	3	4	5	6	7	8
θ	V.b.	$\bar{b}$	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
600	X_3	600	2	1	1		
266.67	X_4	800	2.5	3		1	
250	X_5	500	1	2*			1
	Z_j-C_j		-3	-4			

TABLA 2.1.1

La columna 1 representada por la letra griega θ es el resultado de dividir el vector $\bar{b}$ columna 3, entre la columna de la Z_j-C_j más negativa, o sea el de mayor vector absoluto de los Z_j-C_j. con signo menos, en este caso es (-4) columna 5.

En la columna 2 se ponen las variables básicas. En la columna 3 se coloca el vector de términos independientes. En la columna 4 a la 8 se coloca el vector de coeficientes C_j correspondientes a cada una de las variables X (incluyendo las de holgura).

Para elegir el pivote (elemento del vector C_j a partir del cuál se introduce una nueva variable básica, transformando a los elementos que quedan arriba y abajo del vector en cero y en uno a dicho elemento) se hace lo siguiente:

Primero se selecciona la columna donde se localiza el valor más negativo de los Z_j-C_j, en este caso el valor más negativo se encuentra en la columna 5 y vale -4, de esta manera queda seleccionada la columna, ahora se escoge el renglón de la siguiente forma: la columna 1 registra los resultados de dividir los términos independientes entre los coeficientes de las variables donde se encuentra la columna seleccionada (5); de esta columna (1) se toma la de menor valor, en esta caso el valor menor es 250 y se encuentra en el tercer renglón; de esta forma queda seleccionado el renglón. En la intersección de la columna seleccionada (5) y el rdnglón elegido (3) se encuentra el pivote; se ha señalado con un asterisco (2*).

Una vez seleccionado el pivote se pasa a la siguiente etapa.

El tercer renglón se divide entre el pivote (2). Luego se procede a hacer nulos los demás valores de los C_j, ubicados en la columna (5), para lograrlo se multiplica el tercer renglón por las C_j y se resta al renglón donde se encuentren ubicados.

La columna 1 no se debe afectar por los cálculos anteriores, ya que solo sirve de apoyo para seleccionar el pivote.

Los cálculos anteriormente mencionados quedan expresados en la siguiente tabla:

2	3	4	5	6	7	8
V.b.	$\bar{b}$	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_3	350	1.5	0	1		-0.5
X_4	50	1	0		1	-1.5
X_2	250	0.5	1			0.5
Z_j-C_j	1000	-1	0			2

Tabla 2.1.2

Luego se procede a elegir el nuevo pivote para la siguiente etapa. El valor de los Z_j-C_j más negativo se encuentra en la columna 4, y vale -1. Para elegir el renglón se agrega la columna 1.

1	2	3	4	5	6	7	8
θ	V.b.	$\bar{b}$	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
233.33	X_3	350	1.5	0	1		-0.5
50	X_4	50	1*	0		1	-1.5
500	X_2	250	0.5	1			0.5
	Z_j-C_j	1000	-1	0			2

Tabla 2.1.3

El nuevo pivote aparece ahora en el segundo renglón y la columna 4 y vale 1.

Luego se pasa a la siguiente etapa tal como se describió anteriormente:

2	3	4	5	6	7	8
V.b.	$\bar{b}$	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
X_3	275	0	0	1	-1.5	1.75
X_1	50	1	0		1	-1.5
X_2	225	0	1		-0.5	1.25
Z_j-C_j	1050	0	0		1	0.5

Tabla 2.1.4

Como los valores de los $Z_j-C_j \geq 0$, entonces esta es la solución óptima. Por lo que el volumen de agua diario que se debe entregar al distrito de riego 1 es de 50 m^3, ya que $X_1=50$; y al distrito de riego 2 es de 225 m^3, puesto que $X_2=225$; y la ganancia que se obtiene por operar de esta forma el sistema es de $1,050.00, pues $Z=3(50)+4(225)=1\,050$. El valor de la variable de holgura $X_3=275$ no afecta a la función objetivo.

El procedimiento a seguir para resolver un problema de optimización por medio del método simplex, se puede resumir de la siguiente manera:

1. Transformar el problema en la forma canónica (ecuación 2.1 ó 2.2)
2. Sumar o restar cantidades positivas (variables de holgura) para transferir las desigualdades en igualdades. Los coeficientes de dichas variables de holgura en la función objetivo son nulos ($C_j=0$)
3. Obtener una primera solución básica factible. Para esto agregue las variables artificiales que sean necesarias para tener un conjunto de "m" vectores unitarios linealmente independientes en la matriz (en cada ecuación debe aparecer una variable que no apares_

ca en los otros y con coeficientes unitario y positivo).

4. Seleccionarse como vector de entrada aquel cuyo valor Z_j-C_j sea el negativo más grande en valor absoluto. Si no existe ningun candidato, es decir que todas las $Z_j-C_j \geq 0$ para toda j, la solución en ese momento es la óptima. En caso de que exista un empate entre varios vectores que pueden ser candidatos, rómpase el empate en forma arbitraria es decir seleccionese cualquiera de los candidatos.

5. Para seleccionar el renglón que entrará de base, se elige el elemento más pequeño del resultado de dividir, el término independiente (b_1, b_2, b_3, ..., b_n) entre los coeficientes de la variable de la columna seleccionada. La intersección de este renglón y la columna seleccionada, se le llama pivote.

6. Dividase el renglón seleccionado entre el pivote y elimine los coeficientes de la variable hacia arriba y hacia abajo del pivote. Para hacer lo anterior se multiplica el coeficiente de las variables del renglón escogido por el coeficiente de la variable de la columna escogida y se resta a los coeficientes del renglón correspondiente.

7. Si las Z_j-C_j no son ≥ 0 regrese al paso 5, en caso contrario la solución es la óptima.

2.2 OPTIMIZACION MEDIANTE EL CALCULO DIFERENCIAL

Si la función objetivo Z(X) es dos veces diferenciable es posible encontrar un punto X que hace que la función sea máxima ó mínima, este punto se localiza haciendo nula la primera derivada de la función. Para determinar si este punto es un mínimo o un máximo hay que evaluar las segundas derivadas de la función objetivo. Las restricciones de igualdad pueden servir para eliminar variables de la función objetivo. Este método tiene el inconveniente de que no siempre es posible introducir todas las restricciones y las ecuaciones resultantes de las derivadas son no lineales y difíciles de resolver.

2.3 MULTIPLICADORES DE LAGRANGE

Sea la función objetivo:

$$Z = Z(X_1, X_2, \ldots, X_n) \qquad 2.3.1$$

sujeta a:

$$C_i(X_1, X_2, \ldots, X_n) = 0; \; i = 1, 2, \ldots, m \qquad 2.3.2$$

Suponiendo que las ecuaciones 2.3.1 y 2.3.2 son continuas y tienen derivadas parciales de primer orden. Si todas las ecuaciones de restricción 2.3.2 son lineales pueden ser sustituidas en la función objetivo, transformandose en un problema sin restricciones, y ya se vió que este tipo de problemas es fácilmente resuelto por medio del cálculo diferencial.

Por medio del método conocido como los multiplicadores de Lagrange puede optimizarse funciones con restricciones no lineales.

El método consiste en lo siguiente:

Si se multiplican las m ecuaciones 2.3.2 por constantes arbitrarias λ_j, j=1,2,...,m respectivamente se tiene:

$$\sum_{i=1}^{m} \lambda_i \, C_i(X) \qquad 2.3.3$$

Los coeficientes λ_i se conocen como multiplicadores de Lagrange.

Ahora si se suman la ecuación 2.3.3 a la función objetivo 2.3.1, se obtiene la función L que se le llama Lagrangiano del conjunto:

$$L = Z(X) + \sum_{i=1}^{m} \lambda_i \, C_i(X) \qquad 2.3.4$$

Posteriormente se forma un sistema de n+m ecuaciones de la siguiente manera:

$$\frac{\partial L}{\partial X_i} = 0 \text{ para } i = 1,2,\ldots,n$$

$$\qquad 2.3.5$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda_i} = 0 \text{ para } i=1,2,\ldots m$$

La solución de este sistema de n+m ecuaciones (2.3.5) simultáneas, donde n es el número de coordenadas y m el número de restricciones permite encontrar el punto de máximo ó mínima.

Ejemplo:

Se tienen tres pozos para la explotación de un manto acuífero. Las ganancias obtenidas al transportar el agua a los lugares de consumo está dada por $C_1 X_1^2$, $C_2 X_2^2$ y $C_3 X_3^2$ donde C_1=\$1.00, C_2=\$2.00 y C_3=\$5.00 representan el precio unitario del metro cúbico al vender el agua en los lugares de consumo; y las X_1 representan la producción en m³ por día de cada uno de los pozos. Si sólo se puede transportar diariamente 1 000 m³, cuál debe ser la producción diaria de cada pozo, si se quiere que las ganancias sean máximas.

Solución:

La función objetivo es:

$$Z(X) = X_1^2 + 2X_2^2 + 5X_3^2$$

y está sujeta a la restricicón:

$$X_1 + X_2 + X_3 = 1\,000$$

La función de Lagrange para este problema queda de la siguiente forma:

$$L(X_1, X_2, X_3, \lambda) = X_1^2 + 2X_2^2 + 5X_3^2 - \lambda(X_1 + X_2 + X_3 - 1\,000)$$

Las derivadas parciales de esta función con respecto de cada una de las variables X_1, X_2, X_3 y el operador λ son:

$$\frac{\partial L}{\partial X_1} = 2X_1 - \lambda \qquad \text{(a)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_2} = 4X_2 - \lambda \qquad \text{(b)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial X_3} = 10X_1 - \lambda \qquad \text{(c)}$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = X_1 - X_2 - X_3 + 1\,000' \qquad \text{(d)}$$

Despejando a X_1, X_2 y X_3 de (a), (b) y (c) respectivamente y sustituyendo en (d) se tiene:

$$X_1 = \frac{\lambda}{2}, \quad X_2 = \frac{\lambda}{4}, \quad X_3 = \frac{\lambda}{10}$$

$$-\frac{\lambda}{2} - \frac{\lambda}{4} - \frac{\lambda}{10} + 1\,000 = 0; \quad -\frac{17\lambda}{20} + 1\,000 = 0$$

donde

$$\lambda = -\frac{1\,000 \times 20}{-17} = 1\,176.47$$

Conociendo el valor del operador λ, se puede conocer el valor de las variables que hacen máxima la función objetivo.

Sustituyendo el valor de $\lambda = 1\,176.47$ en X_1, X_2 y X_3 se tiene:

$$X_1 = \frac{1\,176.47}{2} = 588.23$$

$$X_2 = \frac{1\,176.47}{4} = 294.11$$

$$X_3 = \frac{1\,176.47}{10} = 117.64$$

Por lo que la producción de los pozos queda determinada. La ganancia máxima al mantener esta producción es de:

$$Z = (588.23)^2 + 2(294.11)^2 + 5(117.64)^2 = \$588\,211.77$$

De esta manera el problema queda resuelto.

Este método de optimización también es aplicable a problemas donde las restricciones tienen desigualdades. El palntamiento para estos casos es como sigue:

maximizar $\quad Z = Z\ (X_1,\ X_2)$

sujeto a $\quad g\ (X_1,\ X_2)=b$

$$X_1 \geq a$$

Para transformar la desigualdad se introduce la variable θ (donde θ es un número real) de la siguiente forma:

$$X_1 - a = \theta^2$$

Por lo que las restricciones quedan como:

$$g\ (X_1,\ X_2) = b$$

$$\theta^2 + a - X_1 = 0$$

y la función L queda como:

$$L(X_1,\ X_2,\ \theta,\ \lambda_1,\ \lambda_2) = Z\ (X_1,\ X_2) - \lambda_1 \left[g(X_1,\ X_2) - b\right] - \lambda_2 \left[\theta^2 - X_1 + a\right]$$

Para obtener el punto máximo se derivan parcialmente con respecto a cada una de las variables, entre las cuáles se tiene:

$$\frac{\partial L}{\partial \theta} = -2\lambda_2 \theta = 0$$

Analizando esta igualdad se ve que existen dos posibilidades:

a) $\theta = 0, \lambda_2 \neq 0$; y luego $X_1 = a$

b) $\lambda_2 = 0,\ \theta \neq 0$; y luego $X_1 = a - \theta^2$

Esto indica que no hay que considerar la segunda restricción.

Se sugiere para decidir entre un caso y otro, en primer lugar no considerar la segunda restricción y obtener los valores de X_1 y X_2 que hacen máxima la función Z , y luego revisar si X_1 es menor que a, para que se cumpla la segunda restricción; si se cumple, el problema está resuelto En caso contrario hay que hacer X_1= a y volver a obtener los valores que hacen máxima a Z.

Existe una modalidad del método de los multiplicadores de Longrange, con el cuál es posible optimizar n funciones objetivo Z_j.

El método consiste en maximizar cualquiera de las funciones objetivo sujetas a n-1 restricciones formadas por las otras funciones objetivo, es decir:

mín. $Z_i(X)$ sujeto a $Z_j(X) < E_j$; $j \neq i$

$$j = 1, 2, \ldots, n$$

donde E_j; $j=1, 2, \ldots, n$ son máximos niveles de tolerancia con $E_j = \bar{Z}_j + \bar{E}_j$; $E_j > 0$.

Considerando a E_j como errores admisibles en la realización de la función Z_j.De tal manera que en lugar de tener un punto de solución se encuentra una línea ó toda una región de puntos que son óptimos, llamada región de pareto.

Este método tiene aplicación en problemas de asignación de agua para propósitos múltiples, pues en este caso se tendrán varias funciones a la vez, lo cual se ajusta a las características del método.

2.4 METODOS DE BUSQUEDA DIRECTA

Estos métodos sirven para determinar un máximo ó un mínimo global de una función en un determinado intervalo; a diferencia de los métodos por diferenciación, que solo permiten encontrar mínimos ó máximos locales. Para que estos métodos puedan ser usados solo se requiere que la función sea computable, es decir, que puede valuarse el valor de la variable dependiente, cuando se conocen las variables independientes; o sea no necesariamente la función debe ser diferenciable y contínua (requisito indispensable para poder aplicar los métodos por diferenciación).

Todas estas ventajas de estos métodos pasan a segundo término, cuando se sabe que solo pueden ser aplicables a problemas sin restricciones. Estos métodos pueden ser clasificados en métodos unidimensionales y multidimensionales; y estos a su vez se clasifican en métodos simultáneos y secuenciales; la diferencia que existe entre los métodos simultáneos y secuenciales es que en los primeros, al iniciar la búsqueda se determinan todos los puntos donde se va a valuar la función; mientrás que en los segundos los puntos donde se va a valuar la función no se seleccionan a priori, y dependen de los valores de la función que se hayan observado previamente.

a) METODO DE BUSQUEDA EXHAUSTIVA

Sea la función f(X), se dice que tiene un máximo ó mínimo global en el intervalo a $\leq X \leq b$ en el punto $X=X_0$; $a \leq X_0 \leq b$ si f(X) es mayor (o menor) en $X=X_0$ que en cualquier punto del intervalo a,b .

El método consiste en dividir el intervalo [a,b] en varios intervalos a su vez, y se evalua la función f(X) en los puntos centrales o en los extremos de cada intervalo, y se busca el máximo ó el mínimo de los valores encontrados.

La precisión del resultado depende del tamaño del intervalo que se haya seleccionado, desde luego que al disminuir el intervalo, la presición es mayor pero también mayor el número de cálculos que se tienen que hacer.

b) METODO DE BUSQUEDA ALEATORIA

Este métodoconsiste en generar un número aleatorio dentro del intervalo [a,b] y se valúa la función para ese número aleatorio, y se compara este valor de la función con el siguiente, reteniendo el valor que sea más grande (ó más pequeño) para que este a su vez sea comparado, y así sucesivamente un número predeterminado de veces.

c) METODO DE TRISECCION

Este método es de los llamados de búsqueda secuencial y consiste en sub dividir el intervalo de búsqueda [a,b] en tres intervalos iguales y se valúa la función al centro del primer y tercer intervalo de tal forma que al comparar los valores se puede desechar una parte del intervalor, luego se vuelve a subdividir el nuevo intervalo en tres partes y se repite el procedimiento hasta lograr un intervalo de longitud bastante pequeño, dependiendo de la presición que se desee.

Como se puede ver por las características de estos métodos resulta muy laborioso estar valuando la función cada instante que en funciones complicada se llevaría mucho tiempo en encontrar el valor buscado, esto conjuntado a que no puede ser aplicable a problemas con restricciones; estos métodos resultan ser ineficientes, más bien inadecuados a problemas reales.

2.5 PROGRAMACION DINAMICA

La programación dinámica es una técnica matemática enumerativa, es decir enumera en forma explícita diversas combinaciones posibles de variables, y luego selecciona entre ellas la mejor. Gran parte de su desarrollo se debe a Richard Bellman (1957).

Esta es una técnica aplicable a problemas con restricciones y funciones objetivo que pueden ser no lineales y regiones factibles no convexas. Se puede aplicar en forma natural a problemas que pueden descomponerse en etapas a lo largo del tiempo, pero también puede aplicarse en problemas no secuenciales o con estructura en serie.

Esta técnica se basa en el principio de optimidad que dice: cualquiera que sea el estado inicial y la primera decisión, las decisiones restantes constituyen una política óptima en relación a los efectos resultantes de la primera decisión. Esto quiere decir que si las decisiones que restan por hacerse en sistema no son óptimas, toda la política de decisiones tampoco es óptima.

En comparación con otras técnicas, no existe una formulación estandar, por lo que para cada situación individual se debe de desarrollar las ecuaciones particulares para el problema en estudio.

Por esta razón se requiere cierta habilidad para reconocer cuando se puede resolver un problema por medio de la programación dinámica, para ello se requiere conocer las características que son comunes a este tipo de problemas.

Para poder hacer uso de la programación dinámica en forma natural es necesario que el problema pueda dividirse en etapas, las cuales se le asocian un número de estados.

Los estados son las diversas condiciones posibles, en las cuales, el sistema puede estar en una etapa del problema.

El efecto de la política de decisión en cada etapa es transformar el estado actual en un estado asociado con la siguiente etapa. Esto sugiere que los problemas de la programación dinámica se pueden interpretar en términos de redes, en donde los nudos de la red corresponden a un estado y la rama que conecta las redes puede ser interpretada como la contribución a la función objetivo yendo de un estado a otro.

Para poder explicar con más claridad en que consiste la técnica de la programación dinámica, a continuación se presenta un ejemplo ilustrativo:

Se pretende construir una tubería de agua potable que lleve el agua desde la población 1 hasta la 10. Entre estas dos poblaciones existen ocho poblados más; de estos solamente es posible pasar por dos de ellos, satisfaciendo sus demandas de agua potable.

Se desea saber cuál es la ruta más económica para trazar la tubería.

En la figura 2.5.1 se plantean las alternativas posibles y se identifican las etapas.

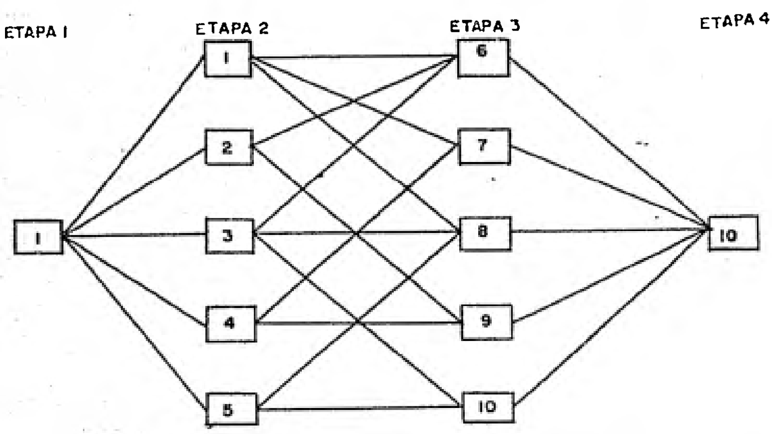


FIG. 2.5.1

En el esquema de la figura 2.5.1 se puede apreciar que a la etapa 1 le corresponde el estado 1, la etapa 2 le pertenecen los estados 1, 2, 3, 4 y 5, a la etapa 3 le toca los estados 6, 7, 8, 9 y 10, a la etapa 4 le corresponde el estado 10.

Para pasar de una etapa a otra existen varias posibilidades (rutas) por las que se puede trazar la tubería; el número total de estas alternativas es igual al número de combinaciones entre el número de estados de la etapa n y la etapa n+1. En la figura 2.5.1 no están representados el total de alternativas (rutas) entre la etapa 2 y 3.

Los costos por pasar de un estado a otro están representados en las tablas 2.5.1, 2.5.2 y 2.5.3 (están en millones de pesos).

DE \ A	1	2	3	4	5
1	10	20	15	8	9

Tabla 2.5.1 Costos en 10^6\$

DE \ A	6	7	8	9	10
1	7	9	10	5	20
2	10	12	13	14	20
3	5	6	7	9	8
4	10	15	20	10	12
5	8	9	10	15	12

Tabla 2.5.2

DE \ A	10
6	8
7	9
8	10
9	15
10	20

Tabla 2.5.3

Solución:

La política de solución en este caso es escoger el costo mínimo, así en la primer etapa se tiene:

	10	20	15	8	9
DE \ A	1	2	3	4	5
1	10*	20*	15*	8*	9*

Tabla 2.5.4

En este caso no hay forma de comparar (puesto que hay solamente un valor por columna) los, costos por lo que se consideran todos ellos mínimos y éstos mismos son los que pasan a la siguiente etapa (Tabla 2.5.5);

		17	18	19	18	20
	DE \ A	6	7	8	9	10
10	1	17*	19	20	25	30
20	2	30	32	33	34	40
15	3	20	21	22	24	23
8	4	18	23	28	18*	20
9	5	17	18*	19*	24	21

Tabla 2.5.5

Los costos mínimos de la primer etapa, se suman a los costos de la siguiente; y de esta se escogerá los costos mínimos por columna para que pasen a la siguiente. Los costos escogidos (costos mínimos) están marcados con un asterisco.

Posteriormente se pasa a la siguiente (última) etapa (Tabla 2.5.6)

	DE \ A	10
17	6	25*
18	7	27
19	8	29
18	9	33
20	10	40

Tabla 2.5.6

Ahora analizando los resultados obtenidos, partiendo de la última etapa hacia atrás, se ve que la ruta más económica es 1, 5, 6 y 10. Y el costo total de la tubería si se sigue esta ruta es de: 9 + 17 + 25 = $\$51 \times 10^6$.

Generalmente en un problema real se tiene una función objetivo, con sus respectivas restricciones.

CAPITULO 3

INFORMACION BASICA Y SELECCION DEL METODO DE OPTIMIZACION

Entre las técnicas de optimización la programación líneal es la más empleada ya que al no ser una técnica de enumeración de posibles soluciones y posterior búsqueda entre ellas de la óptima, no requiere de muchos cálculos como otras técnicas. Además la estructura general de los problemas es casi siempre la misma, lo cuál representa una ventaja, puesto que una vez resuelto el primer problema se puede resolver cualquier otro, ya que el procedimiento siempre es el mismo.

Pero desgraciadamente no todos los problemas de optimización pueden ser resueltos por esta técnica.

La técnica de optimización por diferenciación es bastante útil para encontrar el máximo ó un mínimo de una función, pero exige que la función tenga primera y segunda derivada y que no esté sujeta a restricciones. Debido a esto es poco aplicable en problemas reales.

Los multiplicadores de lagrange es una técnica muy útil cuando se tienen varias funciones objetivo; lo que representa una ventaja sobre las otras técnicas, pero solamente puede ser aplicada a funciones continuas y derivables.

La programación dinámica es aplicable a problemas con restricciones no líneales y regiones factibles no convexas. Se aplica en forma natural a problemas que pueden descomponerse en etapas en el tiempo.

En general cuando se tiene un problema de optimización, la naturaleza del mismo indicará el tipo de técnica a emplearse para su solución.

Si un problema no cumple con las condiciones que imponen algunas de las técnicas de optimización, es posible frecuentemente reformularlo para que cumpla con dichas restricciones.

Para el problema de determinar una política de volúmenes de extracción de una presa que satisfaga el máximo de demanda de agua en un distrito de riego teniendo en cuenta las variaciones de la demanda y el carácter aleatorio de los volúmenes de ingreso a la presa, se empleó la programación dinámica, puesto que es factible dividir el problema en etapas. Una forma de establecer la política de volúmenes de extracción, es determinando que volumen debe extraerse cada mes del año; a cada uno de los meses se le puede identificar como etapas y a los níveles de la presa como estados. En el capítulo 4 se explica con más detalle.

En el problema de encontrar una política de extracción de volúmenes en una presa en conflicto, se empleó la técnica de los multiplicadores de Lagrange puesto que se tienen dos objetivos a maximizar.

Por medio de la programación dinámica se pueden determinar las funciones objetivos. Por lo que este método se puede dividir en dos etapas; la primera consiste en la aplicación de la programación dinámica y la segunda en la aplicación de los multiplicadores de Lagrange. En el capítulo 5 se explica el procedimiento con más detalle.

Para resolver cualquiera de los dos problemas es necesario conocer los ingresos al vaso, la curva-elevaciones-capacidades del mismo y el régimen de demandas.

En lo que sigue se elabora toda la información necesaria para cada uno de los ejemplos desarrollados en el capítulo 4 y 5.

3.1 INFORMACION BASICA REFERENTE A LA PRESA JOSEFA ORTIZ DE DOMINGUEZ

Esta presa está situada en la parte noroeste de la República Mexicana a unos 95 Km al noreste de la Ciudad de los Mochis y 15 Km al poniente del poblado el Fuerte. La corriente que alimenta al vaso es el arroyo Alamos.

La altura total de la cortina es de 44.00 m. La longitud de la corona es de 2 730.00 m con un ancho de 10.00 m.

El propósito principal de esta presa es satisfacer las demandas del distrito de riego Valle del Carrizo, Sinaloa con una superficie de 40 000 Ha.

La obra de toma tiene una capacidad de 100 m^3/seg. Los canales principales son revestidos.

3.1.1 Los ingresos medios mensuales al vaso son:

M E S	VOLUMEN EN $10^6 M^3$
ENERO	25.57
FEBRERO	31.89
MARZO	33.52
ABRIL	7.29
MAYO	15.96
JUNIO	25.46
JULIO	48.39
AGOSTO	156.37
SEPTIEMBRE	119.27
OCTUBRE	99.30
NOVIEMBRE	34.61
DICIEMBRE	34.91

3.1.2 La curva elevaciones capacidades del vaso se presenta en la figura 3.1.1.

3.1.3 Cálculo del régimen de demandas del distrito de riego Valle del Carrizo, Sinaloa.

La superficie total es de 40 000 Ha.

3.1.3.1 Datos climatológicos:

Estación representativa: El Carrizo

Localización geográfica: Lat. 26°16' Alt. 10 m.s.n.m.

Período de observación: 11 años

M E S	TEMPERATURA °C	PRECIPITACION(mm)
ENERO	18.5	11.4
FEBRERO	19.5	10.9
MARZO	21.4	5.5
ABRIL	23.6	0.3
MAYO	27.5	0.9
JUNIO	31.9	2.7
JULIO	34.9	92.2
AGOSTO	34.2	122.9
SEPTIEMBRE	33.5	62.7
OCTUBRE	29.3	34.9
NOVIEMBRE	24.3	12.2
DICIEMBRE	19.7	9.1

3.1.3.2 Los principales cultivos son:

Ciclo Otoño - Invierno

CULTIVO	SUPERFICIE Ha	BENEFICIO $\$x10^6$
Cártamo	6 677	57.396

CULTIVO	SUPERFICIE Ha	BENEFICIO $\$x10^6$
Algodón	65	1.710
Chile verde	103	4.752
Frijol	138	1.541
Garbanzo	3 882	68.439
Maíz	121	0.2718
Papa	315	61.875
Trigo	27 451	260.751

Ciclo Primavera - Verano

CULTIVO	SUPERFICIE Ha	BENEFICIO $\$x10^6$
Ajonjolí	95	0.869
Jitomate	30	7.260
Maíz	25	0.150
Sorgo	1 022	10.397
Soya	12 382	155.752

Perennes

CULTIVO	SUPERFICIE Ha	BENEFICIO $\$x10^6$
Alfalfa	139	2.728
Pastos	110	0.544

Una vez conociendo los principales cultivos se procede a calcular el uso consuntivo* mensual.

* El uso consuntivo es la cantidad de agua consumida sin posible recuperación, para que las plantas cultivadas se desarrollen completamente y maduren su cosecha.

3.1.3.3 Cálculo del uso consuntivo.

Para el cálculo del uso consuntivo se utilizó el método de Bláney y Criddle (referencia 10). En el apéndice se incluye un ejemplo y las tablas necesarias.

La fórmula obtenida por dichos autores relaciona la temperatura media de un lugar, con la luminosidad y la evapotranspiración, además introducen un factor de corrección que depende de la época de desarrollo de la planta y del cultivo considerado.

La fórmula de Blaney y Criddle es la siguiente:

$$E_t = \sum_{i=1}^{n} KC_i \; F_i \tag{3.1.1}$$

donde

E_t, es la evapotranspiración total en centímetros

Kc_i, coeficientes de desarrollo mensual

F_i, factor de temperatura y luminosidad en el mes i

El factor F_i se calcula con la siguiente expresión:

$$F_i = P_i \times K_{t_i} \; \left(\frac{t_i + 17.8}{21.8}\right) \tag{3.1.2}$$

donde

P_i, porcentajes de horas luz para el mes i respecto del total anual

T_i, temperatura media en grados centígrados para el mes i

K_{t_i} , factor de corrección de temperatura en zonas áridas y lluvias en verano. Y vale:

$$K_{t_i} = 0.031114t_i + 0.2396 \qquad (3.1.3)$$

En la tabla 3.1.1 se calculan los factores de temperatura y luminosidad F_i, con las temperaturas medias mensuales y la localización geográfica de la estación representativa.

Los coeficientes de desarrollo K_{t_i}, se obtienen de acuerdo con el porciento del ciclo vegetativo.

En la tabla 3.1.2 se presentan los valores de los coeficientes de desarrollo; y en la tabla 3.1.3 se calculan los usos consuntivos mensuales y acumulados, que resultan de multiplicar los coeficiente KC_i por los factores de temperatura y luminosidad F_i, de acuerdo con la fecha probable de siembra.

Para determinar la lluvia aprovechable se empleará el método de Presccott (referencia 10). Dicho método considera que cuando el 0.8 de la precipitación es mayor ó igual a 0.9 la evapotranspiración a la potencia de 0.75 determinada por el método de Thornthwaite, se toma en cuenta la lluvia. Es decir

$$0.8P \geq 0.9E^{0.75}$$

donde:

P = precipitación media mensual

E = Evapotranspiración determinada por el método de Thornthwaite

La expresión de Thorthwaite para el cálculo de la evapotranspiración mensual se basa en la latitud y la temperatura.

$$E_t = 1.6 \left(\frac{10T}{I}\right)^a$$

donde:

E_t = evapotranspiración mensual en cms

T = temperatura media mensual en °C

a = constante que depende del lugar y es función del índice de eficiencia anual de temperatura (I) cuyo valor es: $a=0.0000006751\ I^3-0.0000771\ I^2+0.0179\ 2I+0.4923$

I = índice anual de calor. Es la suma de los índices de las eficiencias mensuales de temperatura i.

$$I = \sum_{m=1}^{12} i_m \;;\; i = \left(\frac{T}{5}\right)^{1.514}$$

Aplicando el método anterior en la tabla 3.1.4 se obtienen las evapotranspiraciones mensuales.

M E S	t_i	P_i*	$K_{t_i}\left(\frac{t_i+17.8}{21.8}\right)$**	F_i
ENERO	18.5	7.47	1.357	10.1367
FEBRERO	19.5	7.11	1.448	10.29
MARZO	21.4	8.39	1.629	13.667
ABRIL	23.6	8.63	1.851	15.974
MAYO	27.5	9.37	2.777	25.95
JUNIO	31.9	9.30	2.811	26.14
JULIO	34.9	9.49	3.206	30.42
AGOSTO	34.2	9.10	3.111	28.31
SEPTIEMBRE	33.5	8.31	3.018	25.079
OCTUBRE	29.3	8.06	2.489	20.061
NOVIEMBRE	24.3	7.36	1.924	14.1606
DICIEMBRE	19.7	7.31	1.467	10.723

Tabla 3.1.1 Factores de Temperatura y Luminosidad

* P_i obtenido de la tabla A-1

** Obtenido de la tabla A-2

CULTIVOS DEL CICLO PRIMAVERA - VERANO

C U L T I V O S	CICLO* VEGETATIVO (DIAS)	COEFICIENTES DE DESARROLLO **				
		1o.MES	2o.MES	3o.MES	4o.MES	5o.MES
Ajonjolí	120	0.69	1.14	1.05	0.7	
Frijol	120	0.80	1.13	0.96	0.6	
Jitomate	120	0.50	0.95	0.96	0.68	
Maíz	150	0.58	0.92	1.08	1.0	0.86
Sorgo	150	0.6	1.00	1.0	0.76	0.55
Soya	150	0.75	1.1	0.95	0.6	0.5

Tabla 3.1.2 Coeficientes de Desarrollo Mensual.

* Valores tomados de la tabla A-3

** Valores tomados de las figuras A-1

CULTIVOS DEL CICLO OTOÑO - INVIERNO

CULTIVO	CICLO VEGETATIVO (DIAS)	COEFICIENTES DE DESARROLLO MENSUAL					
		1o.MES	2o.MES	3o.MES	4o.MES	5o.MES	6o.MES
Cártamo	180	0.26	0.7	1.00	0.98	0.7	0.6
Algodón	180	0.24	0.6	0.98	1.00	0.78	0.5
Chile verde	150	0.75	1.06	1.10	0.84	0.6	
Frijol	150	0.75	1.06	1.10	0.84	0.6	
Garbanzo	150	0.70	1.0	1.06	0.80	0.65	
Maíz	150	0.58	0.92	1.08	1.00	0.86	
Papa	120	0.6	1.17	1.38	1.22		
Trigo	150	1.48	1.48	1.39	1.00	0.6	

Tabla 3.1.2 Continuación

CULTIVOS PERENNES

CULTIVO	CICLO VEGETATIVO (DIAS)	COEFICIENTES DE DESARROLLO MENSUAL					
		1o.MES	2o.MES	3o.MES	4o.MES	5o.MES	6o.MES
Alfalfa	365	0.64	0.75	0.87	1.00	1.10	1.15
		1.13	0.87	1.00	0.91	0.79	0.66
Pastos	365	0.48	0.60	0.75	0.85	0.87	0.88
		0.88	0.87	0.85	0.8	0.65	0.48

CULTIVOS PRIMAVERA - VERANO Y PERENNES

M E S	AJONJOLI E_{tm}	JITOMATE E_{tm}	MAIZ E_{tm}	SORGO E_{tm}	SOYA E_{tm}	ALFALFA E_{tm}	PASTOS E_{tm}	T O T A L E_{tm}
MAYO	17.90	12.97	15.05	15.57	19.46	28.54	22.57	152.82
JUNIO	29.79	24.83	24.04	26.14	28.75	30.06	23.0	216.14
JULIO	31.94	29.20	29.20	30.42	28.89	34.37	26.77	239.99
AGOSTO	19.81	19.25	28.31	21.51	16.98	21.82	24.62	169.28
SEPTIEMBRE			22.17	13.78	12.53	25.07	21.32	94.87
OCTUBRE						18.25	16.04	34.29

Tabla 3.1.3 Valores de la Evapotranspiración mensual y acumulada

CULTIVOS OTOÑO - INVIERNO Y PERENNES

M E S	CARTAMO	ALGODON	CHILE VERDE	FRIJOL	GARBANZO	MAIZ	PAPA	TRIGO	ALFALFA	PASTOS	T O T A L
	Etm	Etm	Etm	Etm	Etm	Etm	Etm	Etm	Etm	Etm	Etm
NOVIEMBRE	3.6B	3.39	10.62	10.62	9.91	8.21	8.49	20.95	11.18	9.20	78.25
DICIEMBRE	7.50	6.43	11.36	11.36	10.72	9.B6	12.54	15.87	7.07	5.14	97.85
ENERO	10.13	9.93	11.15	11.15	10.74	10.94	13.98	14.09	6.4B	4.B6	103.45
FEBRERO	10.08	10.0B	8.64	B.64	B.23	10.29	12.35	10.29	7.71	6.174	92.68
MARZO	9.56	10.66	8.20	B.20	B.BB	11.75		8.20	11.B9	10.25	87.59
ABRIL	9.58	7.9B7							15.97	13.57	47.107

Tabla 3.1.3 Continuación

M E S E S	T °C	$i=(\frac{T}{5})^{1.514}$	$E_t=1.6\ (\frac{10T}{I})^a$
ENERO	18.5	7.24	0.090
FEBRERO	19.5	7.85	0.123
MARZO	21.4	9.03	0.132
ABRIL	23.6	10.47	0.233
MAYO	27.5	13.21	0.9119
JUNIO	31.9	16.53	2.15
JULIO	34.9	18.94	3.64
AGOSTO	34.2	18.37	3.23
SEPTIEMBRE	33.5	17.81	2.87
OCTUBRE	29.3	14.54	1.318
NOVIEMBRE	24.3	10.95	0.4434
DICIEMBRE	19.7	7.97	0.1308
I	152.91		
a	3.84313		

Tabla 3.1.4 Valores de Evapotranspiración mensual por el método de Thornthwaite.

En la tabla 3.1.5 se calcula la lluvia aprovechable por el método de Prescott considerando el 30% de la lluvia total. (referencia 10).

Una vez conocidos los usos consuntivos mensuales de cada cultivo y la lluvia efectiva mensual, se procede a calcular los volúmenes de demanda, de acuerdo con el área que ocupa cada cultivo. En la tabla 3.1.6 se calculan dichos volúmenes.

En la tabla 3.1.6 aparecen dos renglones por cada cultivo; los valores que aparecen en el primer renglón corresponden al producto de el uso consuntivo mensual por la superficie, expresado en millones de metros cúbicos. Los valores del segundo renglón corresponden al volumen de lluvia que resulta de multiplicar el área por la lámina de lluvia efectiva, expresado en millones de metros cúbicos.

El volumen necesario, es la suma de los volúmenes calculados en el primer renglón.

El volumen de lluvia es la suma de la lluvia aprovechable para cada cultivo (segundo renglón).

El volumen neto es la diferencia entre el volumen necesario y el volumen de lluvia.

El volumen bruto es el volumen real de demanda; y resulta de dividir el volumen neto entre la eficiencia del distrito. La eficiencia del dis trito se obtiene multiplicando la eficiencia parcelaria por la eficiencia en la conducción (referencia 10).

Eficiencia del distrito = eficiencia parcelaria x la eficiencia en la conducción.

Para el caso que nos ocupa:

La eficiencia parcelaria = 60%

La eficiencia en la conducción = 80%

La eficiencia del distrito = 48%

Al final de la tabla 3.1.6 aparecen dos renglones en los que se calcula el beneficio total y el beneficio neto mensual respectivamente; el beneficio total es el resultado de la suma de los beneficios obtenidos por cultivo, correspondientes a cada mes. El beneficio neto es el beneficio que se obtendría si solo se le proporcionara a la planta agua por riego, y se calcula con el siguiente criterio:

$$B \text{ neto} = \text{Beneficio} - \frac{\text{vol. lluvia}}{\text{vol. necesario}} \text{ Beneficio}$$

Es decir es el beneficio máximo que se obtendría si unicamente se le aplica al cultivo agua por riego.

M E S E S	PRECIPITACION (mm)	0.8P (cm)	E(cm)	$E^{0.75}$	$0.9E^{0.75}$	LLUVIA (mm) APROV .30%
ENERO	11.4	0.912	0.090	0.164	0.147	3.42
FEBRERO	10.9	0.872	0.123	0.207	0.1869	3.27
MARZO	5.5	0.44	0.132	0.2189	0.197	1.65
ABRIL	0.3	0.024	0.233	0.335	0.301	0
MAYO	0.9	0.072	0.9119	0.933	0.839	0
JUNIO	2.7	0.216	2.15	1.775	1.597	0
JULIO	92.2	7.376	3.64	2.63	2.37	27.66
AGOSTO	122.9	9.832	3.23	2.40	2.168	36.87
SEPTIEMBRE	62.7	5.016	2.87	22.0	1.984	18.81
OCTUBRE	34.9	2.792	1.318	1.23	1.107	10.47
NOVIEMBRE	12.2	0.976	0.44	0.54	0.486	3.66
DICIEMBRE	9.1	0.728	0.1308	0.2174	0.195	2.73

Tabla 3.1.5 Cálculo de la lluvia efectiva por el método de Prescott

LLUVIA EFECTIVA		0.366	0.37	0.342	0.327	0.165		Cm
CULTIVOS	MESES SUP.HAS.	NOVIEMBRE	DICIEMBRE	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	
CARTAMO	6 677	2.45	5.00	6.74	6.73	6.38	6.39	x10^6m³ vol.necesario
		0.244	0.247	0.228	0.218	0.11	0	x10^6m³ vol.de lluvia
ALGODON	65	0.022	0.041	0.064	0.065	0.069	0.051	
		0.0023	0.0024	0.0022	0.0021	0.001	0	
CHILE VERDE	103	0.109	0.117	0.114	0.088	0.084		
		0.003	0.0038	0.0035	0.0033	0.0016		
FRIJOL	138	0.146	0.156	0.1538	0.119	0.113		
		0.005	0.0051	0.0047	0.0045	0.0022		
GARBANZO	3 882	3.84	4.16	4.169	3.19	3.44		
		0.142	0.143	0.132	0.126	0.064		
MAIZ	121	0.099	0.119	0.132	0.1245	0.142		
		0.0044	0.0044	0.00413	0.0039	0.00199		
PAPA	315	0.267	0.395	0.4403	0.395			
		0.0115	0.0116	0.010	0.010			
TRIGO	27 451	57.50	43.56	38.486	28.24	22.50		
		1.004	1.015	0.938	0.8976	0.459		
ALFALFA	139	0.155	0.098	0.090	0.1071	0.165	0.2219	
		0.005	0.005	0.0047	0.0045	0.0022	0	
PASTOS	110	0.860	1.076	1.137	1.019	0.963	0.5181	
		0.004	0.004	0.0037	0.0035	0.0018	0	
VOL.NECE.		65.448	54.722	51.526	40.077	33.856	7.181	
VOL.LLUVIA		1.4252	1.4413	1.330	1.2734	0.64379	0	
VOL.NETO		64.022	52.980	50.195	38.80	33.212	7.181	
VOL.BRUTO		133.37	110.37	104.57	80.83	69.19	14.96	
BENEFICIO		92.73	92.73	92.73	92.73	77.27	10.12	\$x10^6
BENE.NETO		90.71	90.28	90.33	89.78	75.80	10.12	

Tabla 3.1.6 Volúmenes de demanda y beneficios mensuales

CULTIVOS	SUP.HAS.	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE
LLUVIA EFECTIVA		0	0	2.76	3.68	1.881	1.047
AJONJOLI	95	0.1700	0.283	0.303	0.188		
				0.026	0.034		
JITOMATE	30	0.038	0.074	0.087	0.057		
				0.0082	0.011		
MAIZ	25	0.0376	0.060	0.073	0.070	0.055	
				0.0069	0.0092	0.0047	
SORGO	1 022	1.080	2.677	3.108	2.198	1.408	
				0.282	0.376	0.192	
SOYA	12 382	24.095	35.59	35.77	21.02	15.51	
				3.41	4.556	2.329	
ALFALFA	139	0.397	0.4178	0.4777	0.3032	0.348	0.2536
				0.0383	0.0511	0.026	0.014
PASTOS	110	0.2482	0.253	0.2944	0.270	0.2345	0.176
				0.030	0.040	0.0206	0.011
VOL.NECESARIO		26.065	39.10	40.113	24.10	17.55	0.4296
VOL.LLUVIA		0	0	3.80	5.077	2.57	0.025
VOL.NETO		26.065	39.10	36.31	19.022	14.97	0.4046
VOL.BRUTO		54.30	81.46	75.64	39.63	31.20	0.8429
BENEFICIOS		35.56	35.56	35.56	35.56	33.53	0.272
BEN.NETOS		35.56	35.56	32.19	28.06	28.61	0.253

Tabla 3.1.6 Continuación

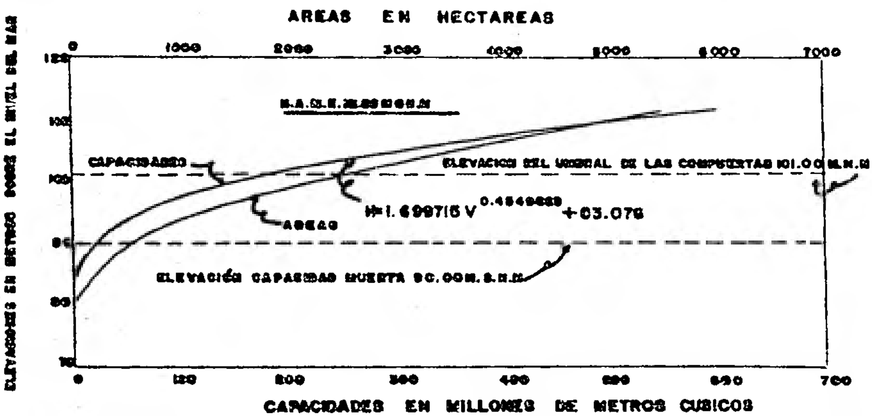


FIGURA 3.1.1. CURVA DE ELEVACIONES — CAPACIDADES DE LA PRESA

[illegible] ORTIZ DE DOMINGUEZ

3.2 INFORMACION BASICA REFERENTE A LA PRESA PRESIDENTE MIGUEL ALEMAN

Esta presa se encuentra sobre el río Tlaltenango, está situada en la parte sur del estado de Zacatecas, en el municipio de Tepechitlán, a unos 4 Km al suroeste de ésta población.

La cortina tiene una altura máxima de 48 m, una anchura en la base de 193 m, ancho de corona de 10 m y longitud de la misma de 481.18 m.

Los propósitos de esta presa son: almacenamiento de los escurrimientos del río Tlaltenango para riego y generación de energía eléctrica.

La capacidad instalada es de 375 KVA.

La capacidad de la obra de toma es 12 m^3/seg.

3.2.1 Los ingresos medios mensuales al vaso son:

M E S E S	VOLUMEN $x10^6 m^3$
ENERO	2.371
FEBRERO	1.83
MARZO	0.940
ABRIL	2.051
MAYO	3.355
JUNIO	6.122
JULIO	37.33

M E S E S	VOLUMEN x $10^6 m^3$
AGOSTO	52.89
SEPTIEMBRE	8.079
OCTUBRE	0.559
NOVIEMBRE	0.269
DICIEMBRE	1.968

3.2.2 La curva elevaciones-capacidades del vaso se presenta en la figura 3.2.1.

3.2.3 Datos climatológicos:

Estación representativa: Excamé III

Localización geográfica: Lat.21°38', Long.103°21'

Alt. 1 666 m.s.n.m.

Período de observación: 31 años

M E S E S	TEMPERATURA °C	PRECIPITACION (mm)
ENERO	14.0	23.01
FEBRERO	15.3	6.41
MARZO	17.6	6.25
ABRIL	19.7	10.64
MAYO	21.9	19.64
JUNIO	22.9	119.59
JULIO	21.1	194.98
AGOSTO	21.0	180.61

M E S E S	TEMPERATURA °C	PRECIPITACION (mm)
SEPTIEMBRE	20.3	115.85
OCTUBRE	18.5	46.60
NOVIEMBRE	16.5	11.01
DICIEMBRE	14.4	16.65

3.2.4 Los principales cultivos son:

Ciclo Otoño - Invierno

C U L T I V O	SUPERFICIE Ha	BENEFICIO $\$x10^6$
Avena	81	0.824
Cebada	264	3.016
Trigo	238	2.502

Ciclo Primavera - Verano

C U L T I V O	SUPERFICIE Ha	BENEFICIO $\$x10^3$
Cacahuate	42	0.824
Frijol	59	0.996
Maíz	1 540	15.675
Sorgo	44	0.795

Perennes

C U L T I V O	SUPERFICIE Ha	BENEFICIO $\$x10^6$
Alfalfa	8	0.632
Pastos	13	0.454

3.2.5 Cálculo del uso consuntivo.

En la tabla 3.2.1 se calculan los factores de temperatura y luminosidad F_i de la fórmula de Blaney y Criddle; con las temperaturas medias mensuales y la localización geográfica de la estación representativa.

En la tabla 3.2.2 se presentan los valores de los coeficientes de desarrollo K_{ci}; y en la tabla 3.2.3 se calculan los usos consuntivos mensuales de cada cultivo.

Con los usos consuntivos y la superficie se calculan las demandas. El procedimiento es el mismo que se describió anteriormente; en la tabla 3.2.4 se calculan los volúmens de demanda.

Los valores de la eficiencia fueron:

Eficiencia parcelaria = 70%

Eficiencia en la conducción = 75%

La eficiencia del distrito de riego es = 52.5%

3.2.6 Cálculo de la lluvia efectiva por el método de Prescott en la tabla 3.2.4 se obtienen las evapotranspiraciones mensuales por el método de Thornthwaite; en la tabla 3.2.5 se calculan las lluvias efectivas por el método de Prescott, considerando un 30% de la lluvia total, cuando resulta que sí se debe tomar en cuenta.

M E S	t_i	P_i*	$K_{t_i}\left(\frac{t_i+17.8}{21.8}\right)$**	F_i
ENERO	14.0	7.71	0.985	7.69
FEBRERO	15.3	7.24	1.08	7.82
MARZO	17.6	8.40	1.279	10.74
ABRIL	19.7	8.54	1.467	12.46
MAYO	21.9	9.18	1.678	15.40
JUNIO	22.9	9.05	1.779	16.01
JULIO	21.1	9.29	1.599	14.85
AGOSTO	21.0	8.98	1.59	14.27
SEPTIEMBRE	20.3	8.29	1.523	12.60
OCTUBRE	18.5	8.15	1.357	11.05
NOVIEMBRE	16.5	7.54	1.185	8.93
DICIEMBRE	14.4	7.62	1.016	7.74

Tabla 3.2.1 Factores de temperatura y luminosidad

* valores tomados de la tabla A-1

** valores tomados de la tabla A-2

CULTIVOS DEL CICLO OTOÑO - INVIERNO

C U L T I V O S	CICLO* VEGETATIVO DIAS	COEFICIENTES DE DESARROLLO**					
		1o.MES	2o.MES	3o.MES	4o.MES	5o.MES	6o.MES
Avena	150	0.45	1.10	1.50	1.40	0.70	
Cebada	150	0.56	1.27	1.62	1.32	0.60	
Trigo	180	0.43	1.00	1.50	1.62	1.20	0.60

Tabla 3.2.2 Coeficientes de desarrollo mensual

* valores tomados de la tabla A-3

** valores tomados de las figuras A-1

CULTIVOS DEL CICLO PRIMAVERA - VERANO

C U L T I V O S	CICLO VEGETATIVO DIAS	COEFICIENTES DE DESARROLLO					
		1o.MES	2o.MES	3o.MES	4o.MES	5o.MES	6o.MES
Cacahuate	150	0.50	0.97	1.25	1.38	1.22	
Frijol	120	0.80	1.13	0.96	0.6		
Maíz	150	0.58	0.92	1.08	1.0	0.86	
Sorgo	150	0.6	1.0	1.0	0.76	0.55	

Tabla 3.2.2 Continuación

CULTIVOS PERENNES

C U L T I V O S	CICLO VEGETATIVO DIAS	COEFICIENTES DE DESARROLLO MENSUAL 1o.MES	2o.MES	3o.MES	4o.MES	5o.MES	6o.MES
Alfalfa	365	0.64	0.75	0.87	1.00	1.10	1.15
		1.13	0.87	1.0	0.91	0.79	0.66
Pastos	365	0.48	0.60	0.75	0.85	0.87	0.88
		0.88	0.87	0.85	0.8	0.65	0.48

Tabla 3.2.2 Continuación

CULTIVOS PRIMAVERA - VERANO Y PERENNES

M E S	CACAHUATE Etm (cm)	FRIJOL Etm	MAIZ Etm	SORGO Etm	ALFALFA Etm	PASTOS Etm
MAYO	7.7	12.32	8.93	9.24	16.94	13.49
JUNIO	15.52	18.09	14.72	16.01	18.41	14.08
JULIO	18.56	14.25	16.03	14.85	16.78	13.06
AGOSTO	19.69	8.55	14.27	10.84	12.39	12.41
SEPTIEMBRE	15.37		10.83	6.93	12.6	10.71
OCTUBRE					10.05	8.84

Tabla 3.2.3 Valores del uso consuntivo mensual de cada cultivo en cms.

CULTIVOS OTOÑO - INVIERNO Y PERENNES

M E S E S	AVENA Etm	CEBADA Etm	TRIGO Etm	ALFALFA Etm	PASTOS Etm
NOVIEMBRE	4.01	5.0	3.83	7.054	5.80
DICIEMBRE	8.51	9.82	7.74	5.10	3.71
ENERO	11.53	12.45	11.53	4.92	3.69
FEBRERO	10.94	10.32	12.66	5.76	4.69
MARZO	7.51	6.44	12.88	9.34	8.05
ABRIL			7.47	12.46	10.59

Tabla 3.2.3 Continuación

M E S E S	T °C	$i=(\frac{T}{5})^{1.514}$	$E_t=1.6(\frac{10T}{I})^a$
ENERO	14	4.75	0.468
FEBRERO	15.3	5.44	0.610
MARZO	17.6	6.72	0.922
ABRIL	19.7	7.97	1.287
MAYO	21.9	9.36	1.763
JUNIO	22.9	10.01	2.0
JULIO	21.1	8.85	1.58
AGOSTO	21.0	8.78	1.55
SEPTIEMBRE	20.3	8.34	1.41
OCTUBRE	18.5	7.25	1.06
NOVIEMBRE	16.5	6.66	0.91
DICIEMBRE	14.4	4.96	0.51
I		89.09	
a		1.9541	

Tabla 3.2.4 Valores de la evapotranspiración por el método de Thornthwaite.

M E S E S	PRECIPITACION (mm)	0.8 P (cms)	E(cms)	$E^{0.75}$	$0.9E^{0.75}$	LLUVIA EFECTIVA (mm)
ENERO	23.01	1.84	0.468	0.56	0.51	6.90
FEBRERO	6.41	0.51	0.610	0.69	0.62	
MARZO	6.25	0.499	0.922	0.94	0.846	
ABRIL	10.64	0.85	1.287	1.20	1.08	
MAYO	19.64	1.57	1.763	1.53	1.38	5.89
JUNIO	119.59	9.56	2.0	1.68	1.51	35.87
JULIO	194.98	15.59	1.58	1.41	1.27	58.49
AGOSTO	180.61	14.48	1.55	1.39	1.25	54.18
SEPTIEMBRE	115.85	9.26	1.41	1.3	1.16	34.75
OCTUBRE	46.60	3.72	1.06	1.04	0.94	13.98
NOVIEMBRE	11.01	0.88	0.91	0.93	0.84	3.30
DICIEMBRE	16.65	1.33	0.51	0.60	0.54	4.99

Tabla 3.2.5 Cálculo de la lluvia efectiva por el método de Prescott

LLUVIA EFECTIVA	(Cms)	0.33	0.49	0.69	0	0	0	
CULTIVOS	MESES SUP.HAS.	NOVIEMBRE	DICIEMBRE	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	
AVENA	81	0.032	0.068	0.093	0.088	0.06		Vol.nec.x$10^6 m^3$
		0.0026	0.0039	0.005				Vol.lluviax$10^6 m^3$
CEBADA	264	0.132	0.26	0.33	0.27	0.17		
		0.008	0.012	0.018				
TRIGO	238	0.091	0.18	0.274	0.30	0.31	0.177	
		0.008	0.011	0.016				
ALFALFA	8	0.0056	0.004[illegible]	0.0039	0.0046	0.0074	0.0099	
		0.00026	0.00039	0.0005				
PASTOS	13	0.0075	0.0048	0.0047	0.0061	0.010	0.013	
		0.00042	0.00063	0.00089				
VOL.NECE.		0.2681	0.5168	0.7086	0.6687	0.56	0.199	
VOL.LLUVIA		0.0192	0.027	0.040	0	0	0	
VOL.NETO		0.2488	0.488	0.668	0.6687	0.56	0.199	
VOL.BRUTO		0.473	0.9312	1.27	1.273	1.06	0.381	
BENEFICIO		1.33	1.33	1.33	1.33	1.33	0.506	$\$x10^6$
BENEF.NETO		1.234	1.260	1.254	1.33	1.33	0.506	

Tabla 3.2.6 Volúmenes de demanda y beneficio mensual.

CULTIVOS	SUP.HAS.	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	
LLUVIA EFECTIVA	(Cms)	0.589	3.5	5.8	5.4	3.4	1.39	
	MESES							
CACAHUATE	42	0.032	0.065	0.077	0.082	0.064		vol.nec.x10^6m^3
		0.0024	0.014	0.024	0.022	0.014		vol.lluviax10^6m^3
FRIJOL	59	0.072	0.106	0.084	0.050			
		0.0034	0.020	0.034	0.032			
MAIZ	1 540	1.375	2.266	2.47	2.19	1.67		
		0.098	0.539	0.893	0.831	0.523		
SORGO	44	0.040	0.070	0.065	0.047	0.030		
		0.0025	0.015	0.025	0.023	0.015		
ALFALFA	8	0.013	0.0147	0.013	0.0099	0.01	0.008	
		0.00047	0.0028	0.0046	0.0043	0.0027	0.0011	
PASTOS	13	0.017	0.018	0.017	0.016	0.014	0.0115	
		0.00076	0.0045	0.0075	0.0070	0.0044	0.0018	
VOL.NEC.		1.55	2.54	2.726	2.39	1.788	0.0195	
VOL.LLUVIA		0.107	0.595	0.9881	0.9193	0.55	0.0029	
VOL.NETO		1.442	1.9447	1.74	1.47	1.23	0.0166	
VOL.BRUTO		2.74	3.70	3.31	2.80	2.34	0.032	
BENEFICIO		3.83	3.83	3.83	3.83	3.54	0.084	\$x10^6
BENEF.NETO		3.56	2.93	2.44	3.44	3.23	0.0715	

Tabla 3.2.6 Continuación

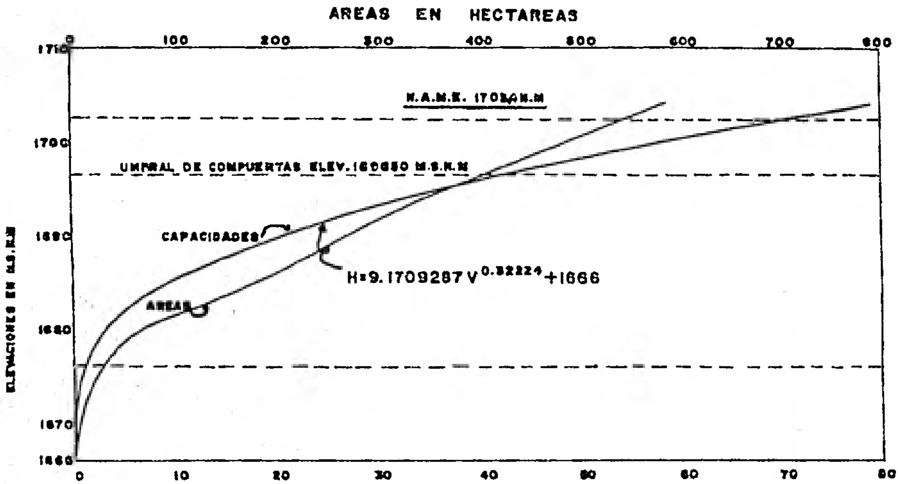


FIGURA 3.2.1 CURVA DE ELEVACIONES— CAPACIDADES DE LA PRESA

PRESIDENTE ALEMAN (E X C A M E)

CAPITULO 4

APLICACION DE UN METODO DE OPTIMIZACION SIN CONFLICTO A UNA PRESA PARA RIEGO

Se trata de determinar una política de extracción de volúmenes de agua de una presa cuyo propósito principal es único, de tal forma que los beneficios por tratar de satisfacer la demanda de dicho propósito sean máximos.

En el capítulo anterior se vió que la técnica de optimización más apro piada para resolver este problema es la programación dinámica, descrita en 2.5.

Para que la terminología sea común al de la têcnica de la programación dinámica, se considera a los meses del año como etapas o periódos y a los níveles del agua en la presa como estados.

Los estados de una etapa se relacionan con las de lo siguiente, por me dio de la ecuación de continuidad.

$$\Delta V = I^n - E^n$$

donde
- ΔV cambio en el volumen almacenado
- I^n volumen de ingreso a la presa en la etapa n
- E^n volúmen de extracción de la presa en la etapa n

n superíndice que indica la etapa que se esta analizando

Para pasar de un nivel j al nivel K en la etapa n+1 se requiere que la extracción sea igual al ingreso más la diferencia de volúmenes correspondientes a los dos níveles h_j y h_K. Esto es:

$$E_{j-K}^{n} = (V_j - V_K) + I^n$$

donde

E_{j-K}^{n} es el volumen de extracción necesario para poder pasar del nivel j al nivel K

I^n volumen de ingreso en la etapa n

V_j volumen almacenado en la presa para el nivel h_j

V_K volumen almacenado en la presa para el nivel h_K

K y j índices que indican el nivel al que se está refiriendo

4.1 PROCEDIMIENTO

Se debe seleccionar de antemano varios níveles (estados) particulares de la presa, teniendo como límite superior al NAMO y como límite inferior al NAMINO. ver figura 4.1.1.

Se recomienda escoger como mínimo 8 níveles; ya que entre mayor sea el número de nívles escogidos, se obtendrá una mayor aproximación, aunque el número de cálculos se incrementen.

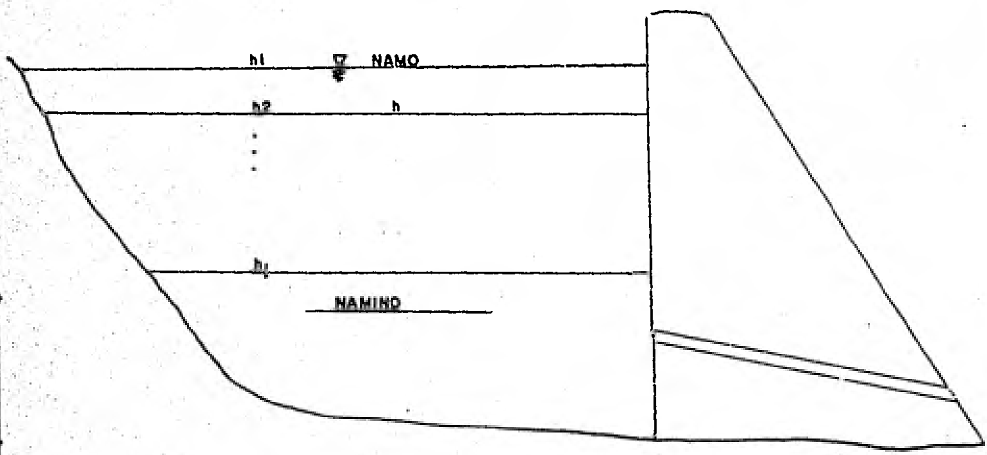


FIG. 4.1.1

Se debe procurar aunque no necesariamente que la máxima diferencia de volúmenes entre cada dos niveles sea mayor que el mínimo volumen promedio de ingreso por etapa.

Una vez seleccionado el número de niveles y las etapas, se procede a calcular los volúmenes que deben ser extraidos de la presa para pasar de un nivel a otro, realizando todas las combinaciones posibles por etapa. Estos volúmenes son los disponibles para usarse. Desde luego no simpre será igual a la demanda, habrá ocasiones en que el volumen disponible sea menor que la demanda y otras en que sea mayor. En el primer caso se considera que se tiene una pérdidad, puesto que se tendrán beneficios menores con respecto a los que se obtendrían si se satisface totalmente la demanda. En el segundo caso se considera que habrá un desperdicio pues el beneficio es máximo cuando se satisface la demanda. Es decir no se pueden tener beneficios mayores que el que se obtiene al satisfacer la demanda totalmente, aunque se proporcione un volumen de agua mayor que el demandado. Por esta razón y por que éste excedente haría falta en las etapas en que los ingresos son bajos se trata como una pérdida.

Con base en las ideas anteriores se procede a plantear la función objetivo y las restricciones a las que estará sujeta.

El método puede resumirse en dos partes:

parte 1, selección de los niveles en la presa

parte 2, aplicación de la programación dinámica

A continuación se dan los pasos a seguir en cada parte:

4.2 SELECCION DE LOS NIVELES EN LA PRESA

1. Conocer los volúmenes mensuales promedio de ingreso al vaso, para cualquier año que se desea analizar.

2. Proponer el número de niveles, se recomienda escoger ocho como mínimo.

3. Los niveles deben de seleccionarse entre el nivel mínimo de operación (NAMINO) y el nivel máximo de operación (NAMO).

4. Con la curva elevaciones-capacidades del vaso determinar los volúmenes correspondientes a cada uno de los niveles escogidos y calcular la diferencia entre los volúmenes correspondientes a cada dos niveles consecutivos. De preferencia debe procurarse que estas diferencias de volúmenes entre cada dos niveles consecutivas, sean semejantes.

4.3 APLICACION DE LA PROGRAMACION DINAMICA

1. Se plantea la función para valuar el beneficio por pasar de un nivel a otro, en términos de la extracción.

2. Se escoge como período (etapa) inicial aquel que tenga el míni-

mo volumen de ingreso y suponer que el vaso está lleno, es decir el nivel H(1) al NAMO.

3. Se calcula el volumen que es necesario extraer de la presa para pasar del nivel H(1) a cada nivel posible correspondiente a la siguiente etapa.

4. Se cálcula el beneficio que se obtendría al extraer los volúmenes calculadas en el paso 3.

5. Se encuentra el volumen que es necesario extraer de la presa para pasar a cada nivel posible de la etapa siguiente.

6. Se calcula el beneficio correspondiente a cada volumen calculado en el paso 5 y agregarlo a los acumulados hasta la etapa anterior.

7. De los beneficios calculados en el paso 6 escoger el máximo por cada nivel y guardarlo para usarlo en el siguiente período.

8. Se repiten los pasos 5, 6 y 7 hasta el penúltimo período.

9. Para el último período se encuentra el volumen que es necesario extraer para pasar de los niveles posibles del penúltimo período al nivel H(1).

10. Se calcula el beneficio correspondiente a cada volumen determinado en el paso 9 y sumarlo al acumulado correspondiente.

11. De los beneficios acumulados en el paso 10 se escoge el máximo.

12. Del beneficio máximo encontrado en el paso 11 regresar sucesivamente al nivel determinado en el período anterior hasta llegar al primero, para tener por cada período, el nivel y la descarga que hagan máximo el beneficio anual.

4.4 EJEMPLO NUMERICO

Determinar la política de extracción de volúmenes de la presa Josefa Ortíz de Domínguez, cuyo principal propósito es aprovechamiento en riego, de tal forma que los beneficios por dicha extracción sean máximos.

La elaboración de los datos necesarios se encuentran en 3.1.

4.4.1 SELECCION DE LOS NIVELES DE LA PRESA

1. Los volúmenes mensuales promedio de ingreso al vaso se conocen; se encuentran descritos en 3.1.1.

   En este ejemplo se seleccionaron etapas de dos meses cada una, formando un total de seis en todo el año. Luego entonces las etapas quedan de la siguiente manera:

E T A P A S	VOLUMEN DE INGRESO EN $10^6 M^3$
ENERO-FEBRERO	57.46
MARZO-ABRIL	40.81
MAYO-JUNIO	41.42
JULIO-AGOSTO	204.76
SEPTIEMBRE-OCTUBRE	218.55
NOVIEMBRE-DICIEMBRE	68.71

2. Se escogen 12 niveles.

3. El nivel mínimo de operación NAMINO es 90 m.s.n.m. y el nivel máximo de operación NAMO es 109 m.s.n.m. por lo que los niveles elegidos estarán dentro de este rango de niveles.

4. Con ayuda de la curva elevaciones-capacidades de la presa; figura 3.1.1 se calculan los volúmenes correspondientes a cada nivel escogido y la diferencia entre cada dos niveles consecutivos.

NIVEL	ELEVACION M.S.N.M.	VOLUMEN EN $10^6 M^3$	DIFERENCIA
H(1)	109.00	469.92	40.22
H(2)	107.69	424.70	40.22
H(3)	106.92	384.48	40.22
H(4)	106.00	344.26	40.22
H(5)	104.61	304.04	40.22

NIVEL	ELEVACION M.S.N.M.	VOLUMEN EN $10^6 M^3$	DIFERENCIA
H(6)	103.46	263.82	40.22
H(7)	102.30	223.6	40.22
H(8)	100.77	183.38	40.22
H(9)	98.84	143.16	40.22
H(10)	97.30	102.94	40.22
H(11)	94.61	62.72	40.22
H(12)	90.00	22.50	40.22

Se prefirieron etapas de dos meses porque en ocasiones es conveniente que la mayor diferencia de volumen entre cada dos niveles sea menor que el menór ingreso por período.

4.4.2 APLICACION DE LA PROGRAMACION DINAMICA

1. Para obtener el beneficio máximo, por dar agua para riego, al pasar de un nivel a otro en un período; se utiliza el siguiente criterio.

$$(4.1) \qquad B_{i,i+1} \begin{cases} BMAX-(VE-1.1VD)P1 & \text{si} \quad VE>1.1\ VD \\ BMAX & \text{si} \quad 0.8\ VD \leq VE \leq 1.1VD \\ \frac{VE}{VD}\ BMAX & \text{si} \quad 0< VE< 0.8\ VD \end{cases}$$

donde:

$B_{i,i+1}$	es el beneficio obtenido por pasar del nivel i al nivel i+1
BMAX	es el beneficio máximo por período, si se satisface la demanda
P1	precio unitario del metro cúbico de agua
VE	volumen de egreso en el período
VD	volumen demandado por período

para este ejemplo el valor de P1 será P1=0.60 $/m³.

El volumen de egreso VE, que es necesario extraer para pasar de un nivel a otro; se calcula de la siguiente forma:

$$VE_{i,i+1} = (V_i - V_{i+1}) + VI$$

donde:

VI	es el volumen de ingreso en el período de análisis
V_i	es el volumen correspondiente al nivel i
V_{i+1}	es el volumen correspondiente al nivel i+1

2. Al inicio del análisis se supone que la presa está llena.

Se selecciona para iniciar el análisis la etapa de menor ingreso. En este caso la etapa de menor ingreso corresponde a la de marzo-abril.

3. Como se está partiendo del supuesto de presa llena, solo existen las alternativas de pasar del nivel H(1) al (1), H(2),...,H(12) de la siguiente etapa.

Por ejemplo para pasar del nivel H(1) al H(2) se tiene de la etapa marzo-abril.

$VI=40.80x10^6$ (correspondiente a la etapa marzo-abril)

$V(1) = 464.97x10^6M^3$

$V(2) = 424.7x10^6M^3$

$$VE_{1,2} = (464.97x10^6-424.7x10^6)+40.80x10^6= 81.07x10^6M^3$$

Los cálculos completos se pueden ver en la tabla 4.1.a. (En esta tabla aparecen dos renglones por cada nivel; en el de arriba estan los volúmenes en 10^6M^3).

4. Se calculan los beneficios correspondientes a los volúmenes de extracción del paso anterior. Para ello es necesario agrupar los volúmenes de demanda y beneficio máximo por etapas de dos meses, de igual forma en que se agruparon los ingresos medios mensuales.

E T A P A	VOLUMEN DE DEMANDA EN $10^6 M^3$	BENEFICIO MAXIMO \$ EN 10^6
ENERO - FEBRERO	185.4	180.11
MARZO - ABRIL	84.15	85.92
MAYO - JUNIO	135.76	71.12
JULIO - AGOSTO	115.26	60.25
SEPT. - OCTUBRE	32.04	28.86
NOV. - DICIEMBRE	243.74	180.99

por ejemplo el beneficio por pasar del nivel H(1) al H(2) de la etapa marzo-abril es:

$VD = 84.15 \times 10^6$

aplicando la ecuación 4.1 se tiene:

$1.1VD = 92.56 \times 10^6 M^3$

$0.8VD = 67.32 \times 10^6 M^3$

y $VE_{1,2} = 81.07 \times 10^6$

$\therefore \ 0.84VD > VE_{1,2} < 1.1VD$

Por lo que el beneficio será:

$B_{1,2} = BMAX; \ B_{1,2} = \$85.92 \times 10^6$

Los cálculos completos pueden verse en la tabla 4.1.a (en esta tabla aparecen dos renglones por cada nivel, en el de abajo están los beneficios en $\$10^6$).

5. En período siguiente corresponde a los meses de mayo-junio, en donde al igual que los siguientes excepto el último, presentan más alternativas de pasar de los niveles H(1),...,H(12) a los niveles H(1),...,H(12) de la siguiente etapa.

   En la tabla 4.1.b se obtienen los volúmenes de extracción necesarios por pasar a dichos niveles.

   Por ejemplo por pasar del nivel H(2) al H(3), el volumen de la etapa mayo-junio es:

   $V(2) = 424.7x10^6M^3$
   $V(3) = 384.48x10^6M^3$
   $VI = 41.40x10^6M^3$

   $\therefore VE_{2,3} = (424.7x10^6-384.48x10^6)+41.42x10^6= 81.54x10^6M^3$

6. Se calculan los beneficios correspondientes a los volúmenes de extracción del paso anterior.

   Por ejemplo el beneficio por pasar de H(2) a H(3) es:

$VE_{2,3}=81.64x10^6M^3$

$VD = 135.76x10^6M^3$

Al comparar los volúmenes según la fórmula 4.1 se tiene:

$0.8VD = 108.6x10^6M^3$

$1.1VD = 149.33x10^6M^3$

$0.8VD>VE_{2,3}$, por lo que el beneficio será igual a:

$$B_{2,3} = \frac{VE_{2,3}}{VD} BMAX$$

Sustituyendo valores:

$$B_{2,3} = \left(\frac{81.64x10^6}{135.76x10^6} x71.12x10^6\right)= \$42.76x10^6$$

y el beneficio acumulado es:

$B_{2,3}$ acumulado = $B_{2,2}$ acumulado del período anterior +
$B_{2,3}$ delperíodo actual

sustituyendo se tiene:

$B_{2,3}$ acumulado = $85.92x10^6+42.76x10^6 =\$128.68x10^6$

En la tabla 4.1.b se pueden ver el total de los resultados.

7. De los beneficios acumulados se escoge el máximo por llegar a cada nivel y se guarda para usarlo en la etapa siguiente. En el último renglón de las tablas 4.1.aparecen los valores de los beneficios máximos.

8. Repetir los pasos 5, 6 y 7 hasta llegar a la penúltima etapa: en este caso corresponde a la etapa de noviembre-diciembre. Los resultados aparecen las tablas 4.1.c, 4.1.d y 4.1.e.

9. Para el último período (etapa 6) correspondientes a los meses de enero-febrero, se encuentra el volumen que es necesario extraer para pasar de los níveles H(1),...,H(12), al nível H(1), para dejar la presa llena.

Por ejemplo para pasar de H(3) a H(1) se tiene:

$V(3) = 384.48 \times 10^6 M^3$

$V(1) = 464.92 \times 10^6 M^3$

$VI = 57.40 \times 10^6 M^3$

y el volumen que es necesario extraer es:

$VE_{3,1} = (384.48 \times 10^6 - 464.92 \times 10^6) + 57.40 \times 10^6 = -23.04 \times 10^6 M^3$

pero como físicamente este valor no tiene sentido, por lo que se considera igual a cero, es decir no es posible pasar del nível H(3) al H(1).

10. Se calculan los beneficios asociados a cada volumen del paso anterior. En la tabla 4.2.f se puede ver el total de los cálculos.

11. En la tabla 4.1.f se presentan los volúmenes y beneficios acumulados correspondientes a la última etapa. De los beneficios obtenidos se escoge el valor máximo. En este caso el valor máximo es 291.5×10^6.

12. Del máximo beneficio acumulado en el último período se regresa al nivel del que procede de la etapa anterior y así sucesivamente hasta llegar a la primer etapa. Es decir en la última etapa el beneficio máximo corresponde al volúmen que se extrae por pasar del nivel H(1) al H(1), y siguiendo por el nivel H(1) que es del que procede de la etapa anterior, se elige el máximo, en este caso es 235.7×10^6(de la tabla 4.1.e) y procede del nivel H(1), por lo que en la etapa anterior a ésta se elegirá el máximo beneficio y así sucesivamente.

En la tabla 4.2 se presentan estos resultados que son los resultados finales a los que se llega.

Para aplicar este procedimiento se requiere que en todas las etapas haya extracciones, es decir siempre debe de haber un cierto volumen demandado para cada etapa.

E T A P A	NIVEL INICIAL	NIVEL FINAL	VOLUMEN EN $10^6 M^3$	BENEFICIO EN $\$10^6$
MARZO-ABRIL	H(1)	H(3)	121.30	68.68
MAYO-JUNIO	H(3)	H(6)	162.0	132.2
JULIO-AGOSTO	H(6)	H(5)	164.50	169.9
SEPT.-OCTUBRE	H(5)	H(1)	57.60	184.70
NOV.-DIC.	H(1)	H(1)	68.70	235.70
ENERO-FEBRERO	H(1)	H(1)	57.40	291.50
S U M A			631.50	1 082.68

Tabla 4.2 Resultados Finales (Política de Operación).

ETAPA MARZO-ABRIL

VOLUMEN DE DEMANDA 84.15 BENEFICIO MAXIMO 85.92 VOLUMEN DE INGRESO 40.80

	H(1)	H(2)	H(3)	H(4)	H(5)	H(6)	H(7)	H(8)	H(9)	H(10)	H(11)	H(12)
H(1)	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	443.00	483.20*
	41.60	85.92	[illegible]	[illegible]	20.14	[illegible]	[illegible]	-51.98	[illegible]	[illegible]	-124.34	-148.46**

- 87 -

TABLA 4.1.a VOLUMENES Y BENEFICIOS POR PASAR DEL NIVEL H(1) AL H9I), H(2),...,(H12)

* VOLUMENES EN $10^6 M^3$
** BENEFICIOS EN $\$10^6$

ETAPA MAYO-JUNIO

VOLUMEN DE DEMANDA 135.70 BENEFICIO MAXIMO 71.12 VOLUMEN DE INGRESO 41.40

	H(1)	H(2)	H(3)	H(4)	H(5)	H(6)	H(7)	H(8)	H(9)	H(10)	H(11)	H(12)
H(1)	41.40 63.3	81.60 64.4	121.90 112.0	162.10 105.1	202.30 81.0	242.50 56.9	282.70 32.0	323.00 8.6	363.20 -15.5	403.40 -38.7	443.60 -63.6	483.80 -87.9
H(2)	1.20 80.5	41.40 107.6	81.70 128.7	121.90 157.0	162.10 149.4	202.30 125.3	242.50 101.1	282.80 77.0	323.00 52.6	363.20 28.7	403.40 4.0	443.60 -19.5
H(3)	0.00 0.0	1.20 69.3	41.40 90.4	81.60 111.4	121.80 139.0	162.00 132.2	202.20 100.1	242.50 63.9	282.70 59.6	322.90 35.7	363.10 11.5	403.30 -12.6
H(4)	0.00 0.0	0.00 0.0	1.20 95.2	41.40 [illegible]	81.60 87.3	121.80 [illegible]	162.00 100.1	202.30 63.9	242.50 59.6	282.70 35.7	322.90 11.5	363.10 -12.6
H(5)	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	1.20 21.1	41.40 [illegible]	81.60 63.2	121.80 [illegible]	162.10 63.9	202.30 59.6	242.50 35.7	282.70 11.5	322.90 -12.6
H(6)	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	1.20 -3.1	41.40 [illegible]	81.60 39.1	121.70 67.4	162.10 55.6	202.30 35.7	242.50 11.5	282.70 -12.6
H(7)	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	1.20 -27.2	41.40 -6.1	81.70 15.0	121.90 43.3	162.10 35.7	202.30 11.5	242.50 -12.6
H(8)	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	1.10 -51.4	41.40 -30.3	81.60 -9.2	121.80 17.1	162.00 11.5	202.20 -12.6
H(9)	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	1.20 -75.5	41.40 -54.4	81.60 -33.4	121.80 -5.0	162.00 -12.6
H(10)	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	1.20 -99.6	41.40 [illegible]	81.60 -57.5	121.80 -29.1
H(11)	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	1.20 -123.7	41.40 -102.7	81.60 -81.6
H(12)	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	1.20 -147.8	41.40 -126.8
LMAX	80.5	107.6	128.7	157.0	149.4	132.2	100.1	63.9	59.6	35.7	11.5	-12.6

TABLA 4.1.b CONTINUACION

ETAPA JULIO-AGOSTO

VOLUMEN DE DEMANDA 115.27 BENEFICIO MAXIMO 60.20 VOLUMEN DE INGRESO 204.70

	H(1)	H(2)	H(3)	H(4)	H(5)	H(6)	H(7)	H(8)	H(9)	H(10)	H(11)	H(12)
H(1)	204.70 160.1	244.90 76.0	285.00 -51.0	325.40 27.7	365.60 3.5	405.80 -20.6	446.00 -44.7	486.30 -68.8	526.50 -93.0	566.70 -117.1	606.90 -141.2	647.10 -165.4
H(2)	164.50 145.3	204.70 121.1	245.00 97.0	285.20 72.8	325.40 48.7	365.60 24.6	405.80 0.5	446.10 -23.7	486.30 -47.8	526.50 -71.9	566.70 -96.1	606.90 -120.2
H(3)	124.20 189.0	164.40 166.4	204.70 142.3	244.90 118.1	285.10 94.0	325.30 69.8	365.50 45.6	405.80 21.6	446.00 -2.5	486.20 -26.6	526.40 -50.8	566.60 -74.9
H(4)	84.00 201.0	124.20 217.3	164.40 194.7	204.70 170.6	244.90 146.5	285.10 122.3	325.30 98.2	365.60 74.0	405.80 49.9	446.00 25.8	486.20 1.7	526.40 -22.4
H(5)	43.60 172.3	84.00 193.3	124.30 209.7	164.50 187.0	204.70 162.9	244.90 138.8	285.10 114.7	325.40 90.5	365.60 66.4	405.80 42.3	446.00 18.1	486.20 -6.0
H(6)	3.60 134.1	43.80 155.1	84.10 176.0	124.30 192.5	164.50 169.9	204.70 145.7	244.90 121.6	285.20 97.4	325.40 73.3	365.60 49.2	405.80 25.1	446.00 1.0
H(7)	0.00 0.0	3.60 110.0	43.90 131.0	84.10 152.1	124.30 168.4	164.50 145.7	204.70 121.6	245.00 97.4	285.20 73.3	325.40 49.2	365.60 25.1	405.80 1.0
H(8)	0.00 0.0	0.00 0.0	4.00 85.0	43.80 106.8	84.00 127.8	124.20 144.2	164.40 121.6	204.70 97.4	244.90 73.3	285.10 49.2	325.30 25.1	365.50 1.0
H(9)	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	3.60 61.7	43.80 82.7	84.00 103.7	124.20 120.1	164.50 97.4	204.70 73.3	244.90 49.2	285.10 25.1	325.30 1.0
H(10)	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	3.60 37.5	43.80 58.6	84.00 79.0	124.30 95.9	164.50 73.3	204.70 49.2	244.90 25.1	285.10 1.0
H(11)	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	3.60 13.4	43.80 34.4	84.10 55.5	124.30 71.8	164.50 49.2	204.70 25.1	244.90 1.0
H(12)	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	[illegible] -10.7	43.90 10.4	84.10 31.4	124.30 47.7	164.50 25.1	204.70 1.0
BMAX	201.0	217.3	209.7	192.5	169.9	145.7	121.6	97.4	73.3	49.2	25.1	1.0

TABLA 4.1.c CONTINUACION

ETAPA SEPTIEMBRE-OCTUBRE

VOLUMEN DE PLANTA 37.04 BENEFICIO MAXIMO 28.26 VOLUMEN DE INGRESO 218.56

	H(1)	H(2)	H(3)	H(4)	H(5)	H(6)	H(7)	H(8)	H(9)	H(10)	H(11)	H(12)
H(1)	[illegible]	258.70 95.2	299.00 71.0	339.20 46.8	379.40 22.7	419.60 -1.4	459.80 -25.5	500.10 -49.7	540.30 -73.8	580.50 -97.9	620.70 -122.0	660.90 -146.2
H(2)	[illegible]	218.50 135.6	256.00 111.4	299.00 67.3	339.20 63.2	379.40 39.1	419.60 15.0	459.80 -9.2	500.10 -33.3	540.30 -57.5	580.50 -81.6	620.70 -105.7
H(3)	[illegible]	178.70 152.1	218.50 128.0	258.70 103.8	298.90 79.7	339.10 55.6	379.30 31.5	419.60 7.3	459.00 -16.0	500.00 -40.9	540.20 -65.1	580.40 -89.2
H(4)	[illegible]	138.00 157.1	178.30 134.9	218.50 110.8	258.70 86.7	298.90 62.5	339.10 38.4	379.40 14.2	419.60 -9.9	459.80 -34.0	500.00 -58.1	540.20 -82.2
H(5)	[illegible]	97.80 160.6	138.10 136.4	178.30 112.3	218.50 88.2	258.70 64.0	298.90 39.9	339.20 15.7	379.40 -8.4	419.60 -32.5	459.80 -56.6	500.00 -80.7
H(6)	17.40 [illegible]	57.60 160.6	97.90 136.4	138.10 112.3	178.30 88.2	218.50 64.0	258.70 39.9	299.00 15.7	339.20 -8.4	379.40 -32.5	419.60 -56.6	459.80 -80.7
H(7)	0.00 0.0	17.40 137.0	57.70 136.4	97.90 112.3	138.10 88.2	178.30 64.0	218.50 39.9	258.80 15.7	299.00 -8.4	339.20 -32.5	379.40 -56.6	419.60 -80.7
H(8)	0.00 0.0	0.00 0.0	17.40 112.0	57.60 112.3	97.80 88.2	138.00 64.0	178.20 39.9	218.50 15.7	258.70 -8.4	298.90 -32.5	339.10 -56.6	379.30 -80.7
H(9)	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	17.40 88.7	57.60 88.2	97.80 64.0	138.00 39.9	178.30 15.7	218.50 -8.4	258.70 -32.5	298.90 -56.6	339.10 -80.7
H(10)	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	17.40 64.5	57.60 64.0	97.60 39.9	138.10 15.7	178.30 -8.4	218.50 -32.5	258.70 -56.6	298.90 -80.7
H(11)	0.00 0.0	[illegible]	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	17.40 40.4	57.60 39.9	97.90 15.7	138.10 -8.4	178.30 -32.5	218.50 -56.6	258.70 -80.7
H(12)	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	0.00 0.0	17.40 16.3	57.70 15.7	97.90 -8.4	138.10 -32.5	178.30 -56.6	218.50 -80.7
BFAX	[illegible]	160.6	136.4	112.3	88.2	64.0	39.9	15.7	-8.4	-32.5	-56.6	-80.7

TABLA 4.1.d CONTINUACION

ESTAPA NOVIEMBRE-DICIEMBRE

VOLUMEN DE DESCARGA 243.74 SUPERFICIE MAXIMA 180.99 VOLUMEN DE INGRESO 68.70

	H(1)	H(2)	H(3)	H(4)	H(5)	H(6)	H(7)	H(8)	H(9)	H(10)	H(11)	H(12)
H(1)	68.70	108.90	149.20	189.40	229.60	269.80	310.00	350.30	390.50	430.70	470.90	511.10
	235.7	265.6	295.5	325.3	365.7	304.7	340.0	316.4	282.3	208.1	244.0	219.9
H(2)	28.50	68.70	109.00	149.20	189.40	229.60	269.80	310.10	350.30	390.50	430.70	470.90
	181.7	211.6	241.5	271.4	301.2	341.0	340.0	316.4	282.3	208.1	244.0	219.9
H(3)	0.00	28.40	68.70	108.70	149.10	189.30	229.50	269.80	310.00	350.20	390.40	430.60
	0.0	157.5	187.4	217.3	247.1	277.0	317.4	316.4	282.3	208.1	244.0	219.9
H(4)	0.00	0.00	28.50	68.70	108.90	149.10	189.30	229.60	269.00	310.00	350.20	390.40
	0.0	0.0	133.4	163.3	193.1	223.0	252.9	293.3	282.3	208.1	244.0	219.9
H(5)	0.00	0.00	0.00	28.50	68.70	108.90	149.10	189.40	229.00	269.80	310.00	350.20
	0.0	0.0	0.0	109.3	139.2	169.0	198.9	228.8	264.2	208.1	244.0	219.9
H(6)	0.00	0.00	0.00	0.00	28.50	68.70	108.90	149.20	189.40	229.60	269.60	310.00
	0.0	0.0	0.0	0.0	85.2	115.1	144.9	174.8	204.7	245.0	244.0	219.9
H(7)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	28.50	68.70	109.00	149.60	189.80	229.80	269.80
	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	61.1	90.9	120.8	150.7	180.6	220.9	219.9
H(8)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	28.40	68.70	108.90	149.10	189.30	229.50
	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	30.8	60.8	90.0	120.5	150.3	196.7
H(9)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	28.50	68.70	108.90	149.10	189.30
	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	12.0	42.0	72.5	102.5	132.2
H(10)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	28.50	68.70	108.90	149.10
	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-11.3	18.5	48.4	78.2
H(11)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	28.50	68.70	108.90
	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-35.5	-5.0	24.2
H(12)	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	28.50	68.70
	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	-59.0	-29.7
LMAX	235.7	265.6	295.5	325.3	365.7	304.7	340.0	316.4	282.3	208.1	244.0	219.9

TABLA 4.1.e CONTINUACION

ETAPA ENERO-FEBRERO

VOLUMEN DE DEMANDA 1[illegible].?0 [illegible] MAXIMO 180.11 VOLUMEN DE INGRESO 57.40

	U(I)
U(1)	17.42 201.5
U(2)	17.20 202.3
U(3)	0.00 0.0
U(4)	0.00 0.0
U(5)	0.00 0.0
U(6)	0.00 0.0
U(7)	0.00 0.0
U(8)	0.00 0.0
U(9)	0.00 0.0
U(10)	0.00 0.0
U(11)	0.00 0.0
U(12)	0.00 0.0

Tabla 4.1.f Continuación

CAPITULO 5

APLICACION DE UN METODO DE OPTIMIZACION CON CONFLICTO A UNA PRESA DE PROPOSITOS MULTIPLES

En el ejemplo que aquí se desarrolla, los principales propósitos son: generación de energía eléctrica y aprovechamiento en riego.

Tal como se explicó en el capítulo 3 este problema conocido como optimización en conflicto se resuelve mediante la técnica de los multiplicadores de Lagrange descrita en 2.3.

El procedimiento se divide en dos partes: la primera parte consitirá en encontrar las funciones objetivo y la segunda en la aplicación de la técnica de los operadores de Lagrange.

5.1 EJEMPLO

Obtener una política de extracción de volúmenes de la presa Presidente Alemán (excamé) cuyas características se describieron en 3.2, de tal forma que los beneficios por generación de energía eléctrica y aprovechamiento en riego sean máximos. Es decir se tratar de fijar cuales deben ser los níveles en que debe permanecer la presa en cada etapa, de tal forma que los beneficios por extraer el volumen (por pasar de un nivel a otro) sean máximos.

5.1.1 OBTENCION DE LAS FUNCIONES OBJETIVO

Para encontrar las funciones objetivo se aplicará la programación dinámica de igual forma que en el capítulo 4, solo que ahora se propondrán varios níveles iniciales y llegar al final del año al mismo nível; por lo que se hará un funcionamiento por medio de la programación dinámica para cada nível propuesto; es decir al inicio del análisis ya no se tendrá presa llena, excepto cuando se proponga como nível inicial al nível correspondiente al NAMO.

Para cada nível inicial se tendrá un beneficio máximo acumulado en el transcurso del año y una política de operación con sus respectivos volúmenes de extracción por etapa. Lo anterior se realiza considerando cada propósito por separado.

Una vez hecho lo anterior se calculan los beneficios que se obtendrán para el otro propósito dejando fijos los volúmenes de extracción por etapa obtenidos en el paso anterior.

Posteriormente se dibujan los beneficios máximos por propósito. Conociendo la forma de las curvas se puede saber de que tipo son, para proceder por mínimos cuadrados a su ajuste. De preferencia se tratarán de ajustar a curvas de tipo polinómico.

5.1.1 OBTENCION DE LA FUNCION BENEFICIO POR DAR AGUA PARA RIEGO

Para aplicar la programación dinámica se eligieron cuatro etapas de tres meses cada una.

Los ingresos medios mensuales están en 3.2.1; agrupados en cuatro etapas de tres meses cada una, quedan de la siguiente forma:

E T A P A	VOLUMEN x $10^6 M^3$
DICIEMBRE - ENERO - FEBRERO	6.169
MARZO - ABRIL - MAYO	6.346
JUNIO - JULIO - AGOSTO	96.34
SEPTIEMBRE - OCTUBRE - NOVIEMBRE	8.907

Se escogieron ocho níveles y están comprendidos entre el nível mínimo de operación NAMINO= 1 676.0 m.n.s.m. y el nível máximo de operación NAMO= 1 696.50 m.n.s.m.

Con ayuda de la cuenca elevaciones-capacidades de la presa (figura 3.2.1) se calcularon los volúmenes correspondientes y las diferencias en volumen entre cada dos níveles consecutivos, quedando de la siguiente manera:

NIVEL	ELEVACION m.s.n.m.	VOLUMEN EN $10^6 M^3$	DIFERENCIA EN $10^6 M^3$
H(1)	1 696.50	43.02	5.96
H(2)	1 695.47	37.05	5.96
H(3)	1 693.85	31.08	5.96
H(4)	1 691.99	25.11	5.96
H(5)	1 689.81	19.14	5.96

NIVEL	ELEVACION (m.s.n.m.)	VOLUMEN EN 10^6M^3	DIFERENCIA EN 10^6M^3
H(6)	1 687.81	13.17	5.96
H(7)	1 683.36	7.20	5.96
H(8)	1 676.0	1.26	5.96

Los volúmenes de demanda y los beneficios mensuales obtenidos en la tabla 3.2.6, agrupados en cuatro etapas quedan como sigue:

E T A P A	VOLUMEN DE DEMANDA EN 10^6M^3	BENEFICIO EN 10^6M^3
DICIEMBRE - ENERO - FEBRERO	3.47	3.84
MARZO - ABRIL - MAYO	4.181	5.39
JUNIO - JULIO - AGOSTO	9.81	8.81
SEPTIEMBRE - OCTUBRE - NOVIEMBRE	2.845	4.53

El criterio para obtener los beneficios será el mismo que se utilizó en 4.4.2. Sólo que ahora el precio del metro cúbico de agua fué P1=0.1 $\$/m^3$.

Al inicio de todos los funcionamientos se tomará como etapa inicial a la comprendida por los meses de JUNIO - JULIO - AGOSTO.

Para cada nivel escogido se hará un funcionamiento por medio de la programación dinámica, suponiendo como nivel inicial al mismo nivel.

En este caso se tendrán ocho funcionamientos correspondientes a cada uno de los niveles seleccionados. Los resultados finales se agruparon en la tabla 5.1.

Posteriormente con los volúmenes obtenidos se procede a calcular el beneficio que se tendría por generación de energía eléctrica. Se puede ver claramente el conflicto que existe entre estos dos fines, pues mientras que para la generación de energía eléctrica es conveniente permanecer en los níveles más altos, lo cuál equivale a extraer poco gasto, para riego es necesario extraer mucho gasto para satisfacer las demandas.

Los datos de la tabla 5.1 se encuentran graficados en la figura 5.1, de aquí se puede apreciar que sí es posible ajustarlos a una curva del tipo $f(X)=a_0+a_1X+a_2X^2$. Haciendo el ajuste por mínimos cuadrados se encontró lo siguiente:

$$B(X) = 254.638+0X-0.760923x10^{-4}x^2 \qquad (5.1)$$

$$g(X) = -989.6014+0X+0.357518x^{-3}x^2 \qquad (5.2$$

siendo:

X los níveles en m.s.n.m.

B(X) la función beneficio por concepto de riego en $\$10^6$

g(X) la función beneficio por concepto de generación de energía eléctrica, en $\$10^6$

5.1.1.2 OBTENCION DE LA FUNCION BENEFICIO POR PROPORCIONAR AGUA PARA LA GENERACION DE ENERGIA ELECTRICA.

Para encontrar la función beneficio por generación hidroeléctrica es ne cesario hacer funcionamientos de vaso tomando como etapas y niveles escogidos en 5.1.1.1, y deben ser efectuados de manera tal, que supuesto un nivel inicial al final del año se llegue a ese mismo nivel.

Para hacer los funcionamientos de vaso se empleará la programación dinámica tal como se hizo en el capítulo 4 sólo que ahora la función beneficio está en términos de la energía generada y ésta a su vez de las cargas al variar los niveles en la presa.

Para calcular el beneficio obtenido por generación de energía eléctrica al pasar de un nivel a otro en la presa, en un período cualquiera Δt (3 meses en este caso), se hará como sigue:

$$E=9.81\left(\frac{H_j+H_{j-1}}{2}\right)\frac{V_t}{3600}\;n\;\eta$$

$$H_{j-1}=h_{j-1}-h_t$$

$$H_j= h_j-h_t$$

donde:

E	es la energía generada en el período Δt, en KW-HORA
V_t	volumen turbinado en el período Δt, en m³
η n	eficiencia del sistema
H_{j-1}	carga al inicio del período (cualquiera de los estados de la etapa anterior, n)
H_j	carga al final del período (cualquiera de los estados a que se puede llegar de la etapa en estudio, n+1)

h_{j-1} nivel del agua al inicio del período

h_j nivel del agua al final del período

h_t nivel del desfogue

El volumen turbinado está dado por:

$$V_t = I_j + V_{j-1} - V_j$$

donde:

V_t es el volumen en el vaso asociado a la carga H_j

V_{j-1} volumen en el vaso asociado a la carga H_{j-1}

I_j volumen de ingreso al vaso en el período

Cuando $V_j - V_{j-1} < I_j$ significa que no se puede pasar del nivel H_{j-1}, por lo que el beneficio será cero.

El criterio para el cálculo de los beneficios de acuerdo a lo anterior será:

$$B_{j-1,j} \begin{cases} P_1 \; E-M & \text{si } E<F \\ P_1 \; E & \text{si } F<E<F\;(1+r) \\ P_1 F(1+r)+P_2 \;\; E-F(1+r) & \text{si } E>F(1+r) \end{cases}$$

donde:

$B_{j-1,j}$ es el beneficio por pasar el nivel h_{j-1} al nivel h_j en el período en análisis

E es la energía generada en KW-Hora por pasar del nivel h_{j-1} al nivel hj

F generación firme en KW-Hora (se supone que esta energía se ofreció como mínimo, de manera que generar menos significa un déficit)

F(1+r) energía por arriba de la cual se paga el precio unitario P_2

P_1 percio por KW-Hora que se paga por generar entre 0 y F(1+r)

P_2 precio por KW-Hora que se paga por generar más de F(1+r)

M multa por generar menos que F

r es un porcentaje

Los valores de las variables que intervinieron para el desarrollo de este ejemplo son:

$F = 100 \times 10^6$ KW-Hora/3 meses

n = 85%

r = 0.10

P_2 = 2.5 \$/KW-Hora

P_1 = 2.0 \$/KW-Hora

$M = 2 \times 10^6$ \$

n_t = 1 666.00 m.s.n.m.

Por ejemplo para calcular el beneficio que se obtiene por pasar del nivel H(1) al H(2) de la etapa correspondiente a los meses de JUNIO - JULIO - AGOSTO se tiene:

$I_1 = 96.34\text{x}10^6 M^3$ volumen de ingreso tomado de 5.1.1.1

$h_1 = 1\ 696.50$ m.n.s.m.

$h_2 = 1\ 696.47$ m.s.n.m.

$V_1 = 43.02\text{x}10^6 M^3$

$V_2 = 37.05\text{x}\ 10^6 M^3$

por lo que:

$H_2 = 1\ 695.47 - 1\ 666.00 = 29.47$

$H_1 = 1\ 696.50 - 1\ 666.00 = 30.5$

$V_T = 43.02\text{x}10^6 - 37.05\text{x}10^6 + 96.34\text{x}10^6 = 102.31\text{x}10^6 M^3$

$$E = 9.81\left(\frac{29.47+30.5}{2}\right) \frac{102.31\text{x}10^6}{3\ 600} \times 0.80 = 6.6877\text{x}10^6$$

KW-Hora

$\therefore\ E<F;\ 6.68\text{x}10^6 < 100\text{x}10^6$

y el beneficio es:

$B_{1,2} = P_1 E - M = 2\text{x}6.68\text{x}10^6 - 2\text{x}10^6 = \$11.37\text{x}10^6$

Los cálculos restantes se efectuan siguiendo los pasos indicados en el capítulo cuatro para llevar a cabo la programación dinámica.

Los resultados finales de los ocho funcionamientos de vaso correspondientes a otros tantas niveles iniciales, se encuentran resumidas en la tabla 5.2, cabe señalar que dichos niveles iniciales son los mismos que se escogieron en 5.1.1.1.

Posteriormente se calcularon los beneficios obtenidos por riego, tomando como volúmenes de extracción los mismos que se obtuvieron para generación.

En la figura 5.2 pueden verse los resultados finales ya dibujados. De aquí se puede observar que sí es posible ajustarlos a una función del tipo $f(X)=a_0+a_1X+a_2X^2$.

Ajustando los datos de la tabla 5.2 por mínimos cuadrados se llegó a lo siguiente:

$$g(X)=1\ 161.78+0.4168105\times10^{-3}X^2 \quad (5.3)$$

$$B(X)=530.047-0.1715268\times10^{-3}X^2 \quad (5.4$$

donde:

g(X) es la función beneficio por concepto de generación de energía eléctrica en $\$10^6$.

B(X) es la función beneficio por concepto de riego en $\$10^6$.

X son los niveles en m.s.n.m.

5.1.2 APLICACION DE LOS OPERADORES DE LAGRANGE

En la parte 5.1.1 se obtuvieron dos pares de funciones beneficio para riego y generación.

Las primeras dos se obtuvieron optimizando mediante la programación dinámica, el beneficio por riego; y una vez conocidos los volúmenes por etapa se calculó el beneficio que se obtendría para esos volúmenes por concepto de generación. Las otros dos funciones se calcularon a partir de los datos obtenidos mediante la programación dinámica haciendo lo contrario, es decir optimizando generación y calculando los beneficios por concepto de riego para los volúmenes ya obtenidos.

Aplicando el método de los operadores de Lagrange a las funciones obtenidas en 5.1.1.1.:

$$B(X) = 254.638-0.760923\times10^{-4}X^2$$

$$g(X) = -989.6014+0.357518\times10^{-3}X^2$$

obteniendo el Lagrangiano:

$$L\ (X_1\ \lambda) = B(X) + \lambda\ g(X) \qquad (5.5)$$

el cual debe cumplir con la condición de que $\lambda>0$.

Sustituyendo las funciones B(X) y g(X) en el lagrangiano se obtiene:

$$L = 254.638-0.760923x10^{-4}X^2+\lambda\ (-989.6014+0.3571x10^{-3}X^2)$$

derivando con respecto a X y λ se tiene:

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 1.5218x10^{-4}X + 7.15036x10^{-4}X\lambda \qquad (5.6)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = -989.6014+0.357518x10^{-3}X^2 \qquad (5.7)$$

de 5.6 se obtiene $\lambda = \dfrac{1.5218x10^{-4}X}{7.15036x10^{-4}X} = 0.2128>0$

de 5.7 se obtiene $X = \left(\dfrac{989.6014}{0.357218x10^{-3}}\right)^{1/2} = \underline{1\ 664.42}$

Ahora aplicando el método de los operadores de Lagrange a las funciones obtenidas en 5.1.1.2:

$$g(X) = 1\ 161.78+0.4168105x10^{-3}X^2$$
$$B(X) = 530.047-0.1715268x10^{-3}X^2$$

formando el lagrangiano:

(5.8) $L = 1\ 161.78+0.4168105x10^{-3}X^2+\lambda\ (530.0-0.1715268x10^{-3}X^2)$

derivando con respecto a X y λ se tiene:

$$\frac{\partial L}{\partial X} = 8.3362x10^{-4}X-3.38452x10^{-4}X\lambda \qquad (5.9)$$

$$\frac{\partial L}{\partial \lambda} = 530.0 - 0.1715268x10^{-3}X^2 \qquad (5.10)$$

de 5.9 se tiene:

$$\lambda = \frac{8.33621 \times 10^{-4}}{3.38452 \times 10^{-4}} = 2.463 > 0$$

de 5.10 se tiene:

$$X = \left(\frac{530.0}{0.1715268 \times 10^{-3}}\right)^{1/2} = \underline{1\ 757.81}$$

Esto quiere decir que el rango de valores de X(níveles) que maximizan a las dos funciones estan entre 1 664.42 y 1 757.81.

Dando valores de X dentro de este rango a las funciones 5.3 y 5.4 se tiene:

NIVELES INICIALES m.s.n.m.	BENEFICIO POR RIEGO B(X) EN 10^6\$	BENEFICIO POR GENERACION G(X) EN 10^6\$	S U M A EN 10^6\$
1 664.42	54.86	- 7.09	47.77
1 670.0	51.67	0.66	52.33
1 683.36	43.99	19.33	63.32
1 689.81	40.25	28.40	68.65
1 691.99	38.99	31.47	70.46
1 693.0	38.40	32.96	71.36
1 695.0	37.24	35.72	72.96
1 696.0	36.66	37.14	73.80
1 696.5	36.37	37.89	74.26
1 700.0	34.33	42.80	77.13

NIVELES INICIALES	BENEFICIO POR RIEGO B(X)EN 10^6\$	BENEFICIO POR GENERACION G(X) EN 10^6\$	S U M A EN 10^6\$
1 710.0	28.48	57.01	85.49
1 720.0	22.60	71.31	93.91
1 742.8	9.05	104.22	113.27

Tabla 5.3 Valores de las funciones beneficio valuadas para diferentes níveles iniciales

Ahora valuando las funciones 5.1 y 5.2 para los mismos valores iniciales se tiene:

NIVELES INICIALES	BENEFICIO POR RIEGO B(X)EN 10^6\$	BENEFICIO POR GENERACION G(X) EN 10^6\$	S U M A EN 10^6\$
1 664.42	43.83	0.83	44.66
1 670.0	42.42	7.48	49.90
1 683.36	39.01	23.49	62.50
1 689.81	37.35	30.41	67.76
1 691.99	36.79	33.91	70.70
1 693.0	36.53	35.13	71.66
1 695.0	36.02	37.55	73.57
1 696.0	35.76	38.77	74.53
1 696.50	35.63	39.37	75.00
1 700.0	34.73	43.62	78.35
1 710.0	32.13	55.81	87.94

NIVELES INICIALES	BENEFICIO POR RIEGO B(X)EN 10^6\$	BENEFICIO GENERACION G(X) EN 10^6\$	S U M A EN 10^6\$
1 720.0	29.52	68.08	97.60
1 742.8	23.51	96.30	119.81

Tabla 5.4 Valores de las funciones beneficio valuadas para diferentes valores iniciales

Observando los valores de las tablas 5.3 y 5.4, se puede ver que hay un rango de níveles que físicamente no pueden ser posibles, por las características de la presa; dichos valores son: los níveles menores que 1 676.0 y mayores que 1 696.50, por lo que los níveles dentro de estos rangos se descartan como posibles soluciones. Por lo que la solución está comprendida entre los valores siguientes 1 676≥NIVELES≤1 696.50; cualquier valor dentro de este rango hace que los beneficios sean máximos.

Generalmente este intervalo resulta más reducido, en este caso resultó ser bastante amplio.

Sin tomar en consideración más elementos de juicio, que los beneficios, se puede decir que la solución óptima es la que produce el mayor beneficio y corresponde al nivel 1 695.50, y la suma de los dos beneficios es 74.26×10^6 (tabla 5.3) y 75×10^6 (tabla 5.4)

Para hacer un análisis más profundo se necesita conocer las necesidades de la región, para que con base en otros elementos de juicio se puede tomar una mejor decisión. Para el caso del ejemplo se eligió el nivel 1 696.50 como solución por ser el nivel que produce un mayor beneficio.

En la tabla 5.5 queda resumida la política de operación que hace máximos los beneficios para ambos propósitos (nivel inicial 1 696.50 m.s.n.m.).

NIVEL INICIAL	VOLUMEN 1	VOLUMEN 2	VOLUMEN 3	VOLUMEN 4	BENEFICIO (RIEGO)	BENEFICIO (GENERACION)
1 696.50	96.30	8.90	6.10	6.3	35.26	40.81
1 695.47	96.30	8.90	6.10	6.3	35.26	39.25
1 693.85	90.30	8.90	12.10	6.3	36.46	36.19
1 691.99	90.35	8.90	12.05	6.3	36.46	33.67
1 689.81	84.35	8.90	12.10	12.25	38.85	29.60
1 687.10	84.35	8.90	6.10	18.25	38.85	25.99
1 683.36	78.40	14.90	18.00	6.30	38.25	23.17
1 676.00	75.40	14.90	12.05	18.20	40.64	16.34

Tabla 5.1 Resultados de los funcionamientos de vaso optimizando los beneficios por riego y calculando los beneficios por generación para esos volúmenes. Los valores de los volúmenes y los beneficios están en $10^6 M^3$ y $\$10^6$ respectivamente.

NIVEL INICIAL	VOLUMEN 1	VOLUMEN 2	VOLUMEN 3	VOLUMEN 4	BENEFICIO (RIEGO)	BENEFICIO (GENERACION)
1 696.50	96.30	8.90	6.10	6.3	40.81	35.26
1 695.47	90.30	8.90	6.10	12.30	37.41	37.06
1 693.85	84.30	14.90	6.10	12.30	35.1	37.65
1 691.99	78.40	8.90	12.10	18.20	30.46	37.65
1 689.81	72.40	8.90	6.10	30.20	25.71	42.45
1 687.10	66.40	8.90	6.10	36.20	21.64	42.42
1 683.36	60.50	8.90	12.10	36.20	17.91	45.44
1 676.00	54.50	8.90	18.10	36.10	12.31	46.64

Tabla 5.2 Resultados de los funcionamientos de vaso optimizando los beneficios por generación y calculando los beneficios por riego para esos volúmenes.

E T A P A	NIVEL INICIAL (m.s.n.m.)	NIVEL FINAL (m.s.n.m.)	VOLUMEN DE EXTRACCION EN $10^6 M^3$
JUNIO - JULIO - AGOSTO	1 696.50	1 696.50	96.30
SEPTIEMBRE - OCTUBRE - NOVIEMBRE	1 696.50	1 696.50	8.90
DICIEMBRE - ENERO - FEBRERO	1 696.50	1 696.50	12.10
MARZO - ABRIL - MAYO	1 696.50	1 696.50	18.20

Tabla 5.5 Resultados Finales

(Política de Extracción de Volúmenes)

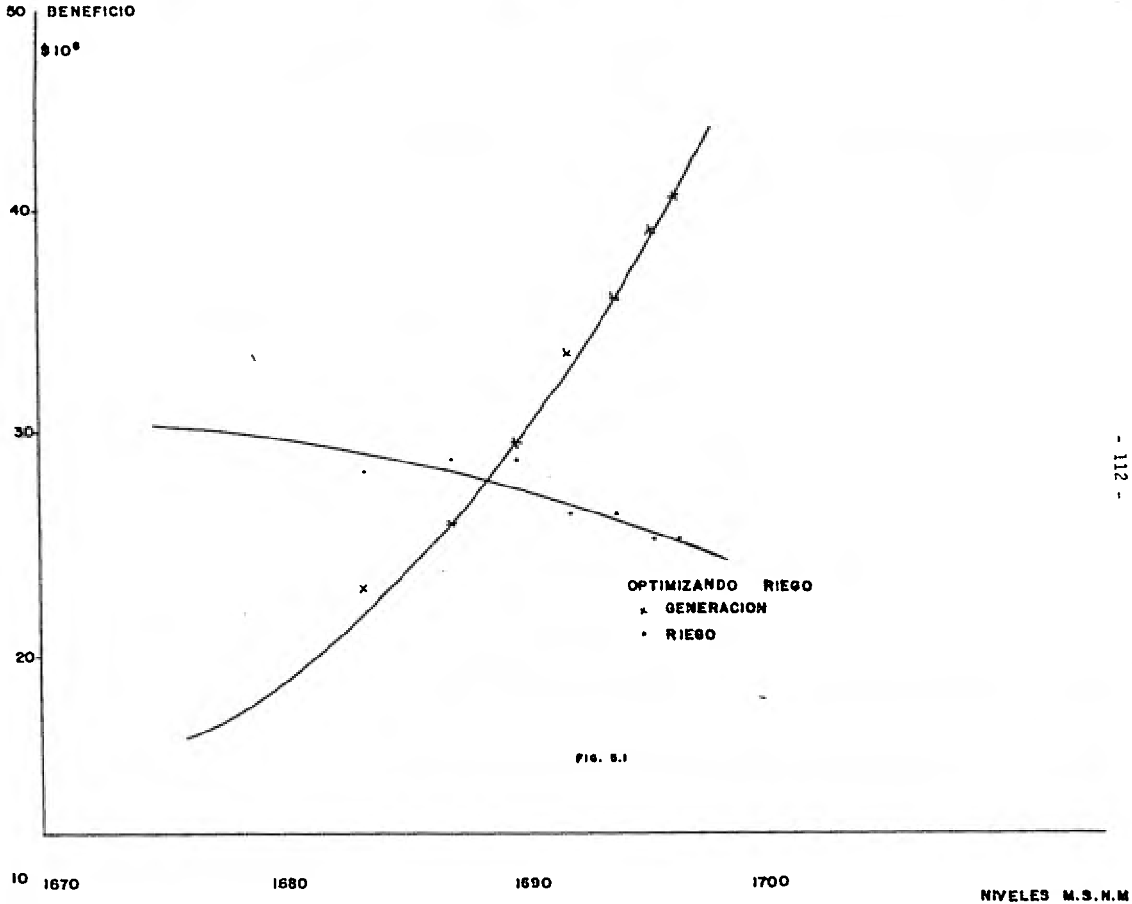
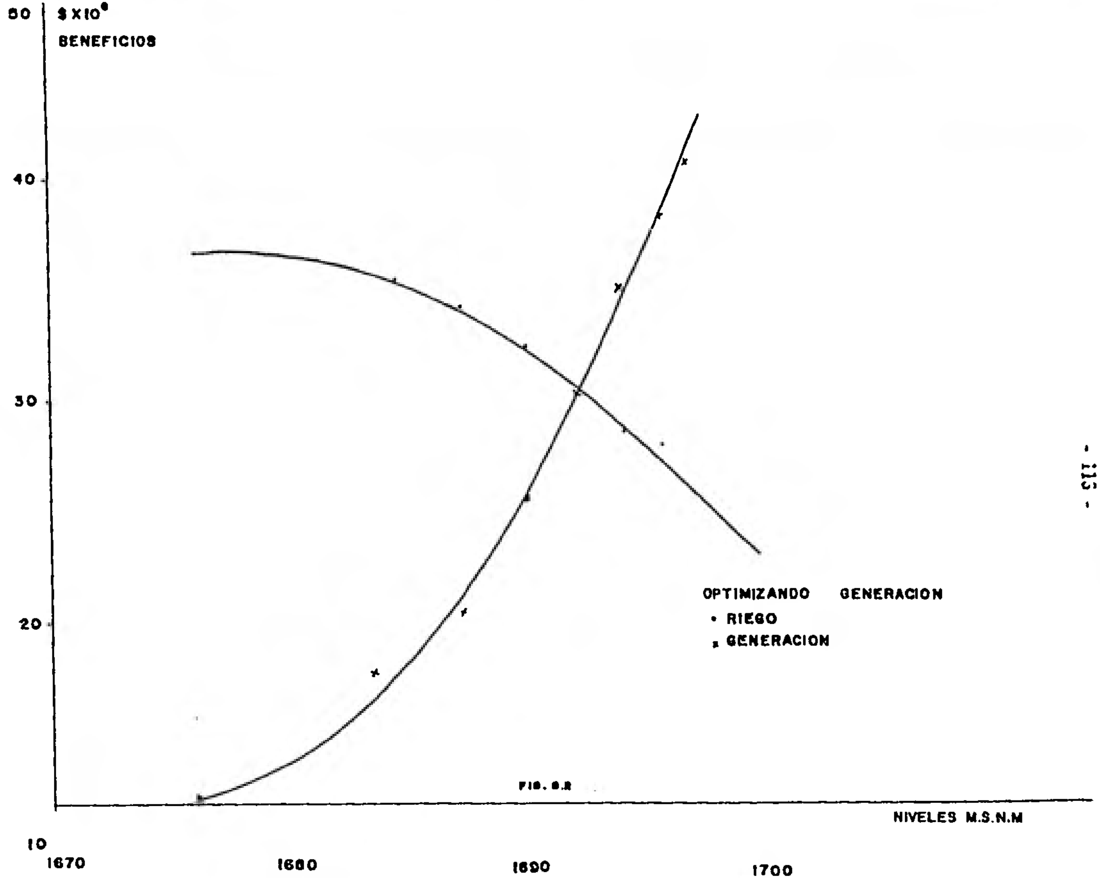

BENEFICIO
$10⁶
50
40
30
20
10
1670
1680
1690
1700
NIVELES M.S.N.M
OPTIMIZANDO RIEGO
x GENERACION
· RIEGO

FIG. 5.1



$ X10⁶
BENEFICIOS
50
40
30
20
10
1670
1680
1690
1700
NIVELES M.S.N.M
OPTIMIZANDO GENERACION
• RIEGO
x GENERACION

FIG. 8.2

CAPITULO 6

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En los ejemplos desarrollados en los capítulos cuatro y cinco se ve que la preparación de datos es una parte importante para la aplicación de los métodos allí vistos, y no debe confundirse ésta con el método mismo; por esta razón se separaron la obtención de la información básica (capítulo 3) y la aplicación de los métodos (capítulos 4 y 5).

En un problema real es conveniente calcular los volúmenes de demanda en función de las láminas de riego y los intervalos de aplicación de los mismos para cada cultivo (ref. 10). Esto conduciría a una mejor distribución de los volúmenes de demanda en el año.

También es conveniente realizar análisis de sensibilidad, es decir, aplicar el método varias veces cambiando algunos datos con el objeto de saber que influencia tienen en los resultados finales, para que así en problemas posteriores se dedique mayor atención en la obtención de la información que más influye. Para poder llevar a cabo con más facilidad lo anterior, es conveniente desarrollar un programa para computadora debido a la gran cantidad de cálculos a efectuar; además al contar con tal programa se puede ampliar el número de niveles y etapas en el análisis, lo cuál puede conducir a la obtención de mejores resultados.

Por otra parte, tanto para el cálculo de los ingresos al vaso como de la lluvia aprovechable se trabajó con el "año promedio", es decir, para cada mes del año (y considerando el período total del registro) se obtuvieron sus correspondientes valores promedio. Esto se hizo debido a que el número de años con registros disponibles, en promedio, fue de veinte. Cuando el período de registros sea menor es conveniente realizar otro tipo de análisis; por ejemplo, generar registros sintéticos (a partir de la información disponible) o bien efectuar un análisis de tipo probabilístico.

En el problema de asignación con conflicto, como el del ejemplo del Capítulo 5, deben tenerse bien establecidas las variables que están en conflicto antes de empezar a plantear el problema, pues en función de éstas se desarrollarán las funciones objetivo. Así, por ejemplo, en las figuras 5.1 y 5.2 puede apreciarse con claridad que ambas funciones están en conflicto, ya que mientras una es creciente en relación a los niveles, la otra es decreciente.

Los valores para el ajuste de las funciones objetivo se obtuvieron optimizando uno de los propósitos y obteniendo los beneficios del otro para los volúmenes encontrados en el anterior y viceversa; en ambos casos se utilizó la programación dinámica. Es conveniente señalar que esto fue posible porque para ninguno de los dos propósitos se tuvieron restricciones en cuanto a satisfacer un mínimo de demanda, en caso contrario tal manera de proceder no hubiera sido posible.

En cuanto al procedimiento para el problema de asignación con conflicto deben tenerse bien claras las dos partes que lo forman, la primera consiste en la obtención de las funciones objetivo (funciones beneficio) y la segunda en la aplicación de la técnica de los operadores de lagrange a dichas funciones.

El tipo de función de las funciones objetivo puede ser cualquiera, para este caso en particular se ajustaron por mínimos cuadrados a funciones de tipo polinómico con el objeto de que se facilitara la aplicación del método. Si se observan las figuras 5.1 y 5.2 se puede ver que efectivamente las curvas tienden a una representación de este tipo.

Los resultados deben interpretarse racionalmente, pues habrá casos en que algunos no tengan sentido práctico como resultó en el ejemplo del capítulo 5, ya que en éste los niveles que están por arriba del NAMO y por abajo del NAMINO físicamente no son factibles.

También es conveniente señalar que en este caso particular el rango de resultados que hacen óptimas las funciones beneficio (región de pareto) es bastante amplio; esto probablemente se deba a que en este ejemplo no existe mucha competencia entre las demandas de los propósitos; dicho de otra manera, el conflicto entre estos dos propósitos no es muy marcado. Generalmente, dicha región resulta pequeña.

Por último, en lo que se refiere a las técnicas de optimización se encontró que resulta más complicado adaptar el problema a las condiciones necesarias para poder aplicar determinada técnica que la aplicación misma de ella.

APENDICE

CALCULO DEL USO CONSUNTIVO POR EL METODD

DE BLANEY - CRIDDLE

METODO DE BLANEY-CRIDDLE PARA CALCULAR

EL USO CONSUNTIVO (REFERENCIA 10).

La fórmula de Blaney-Criddle es la siguiente:

$$E_t = \sum_{i=1}^{n} KCi\ Fi$$

donde:

E_t, es la evaporación total en cms

KCi, coeficientes de desarrollo mensual

Fi, factor de temperatura y luminosidad en el mes i

El factor Fi se calcula con la siguiente expresión:

$$Fi = Pi \times Ht_i \left(\frac{t_i + 17.8}{21.8}\right)$$

donde:

Pi, porcentaje de horas luz para el mes i respecto del total anual

t_i, temperatura media en grados centígrados para el mes i

Kt_i, factor de corrección de temperatura en zonas áridas y lluvias en verano, y vale:

$K_{t_i} = 0.03111\ et_i + 0.2396$

PROCEDIMIENTO

1) Se calculan los porcentajes de hora luz para cada mes del año (Pi) con ayuda de la tabla A-1, usando las temperaturas medias mensuales y la localización geográfica de la estación representativa del lugar.

2) Se calcula el factor K_{t_i} $\left(\frac{t_i+17.8}{21.8}\right)$ para cada mes del año, usando la tabla A-2.

3) Se calcula el factor de luminosidad y temperatura Fi, para cada mes del año, multiplicando los valores obtenidos en el paso 1 con los del paso 2.

4) Con ayuda de la tabla A-3 se ve cuál es el ciclo vegetativo que corresponde al cultivo que se está analizando.

5) Con las figuras A-1 se procede a calcular los coeficientes de desarrollo mensual para el cultivo. La escala horizontal de estas figuras está el tiempo de desarrollo en porcentaje y en la escala vertical el coeficiente de desarrollo KCi.

6) Se obtienen los usos consuntivos mensuales multiplicando los valores obtenidos en el paso 3 con los del paso 5.

Ejemplo:

Calcular los usos consuntivos mensuales del algodón que se pretende sembrar el lo. de enero en una zona árida. La localización geográfica de la estación representativa es LAT.NORTE 30° ALT.100 m.s.n.m. Las temperaturas medias mensuales son:

M E S	T°C
ENERO	18
FEBRERO	20
MARZO	25
ABRIL	28
MAYO	30
JUNIO	28
JULIO	29
AGOSTO	28
SEPTIEMBRE	25
OCTUBRE	26
NOVIEMBRE	20
DICIEMBRE	18

Solución:

1) Se calculan los porcentajes de hora luz para cada mes del año con ayuda de la tabla A-1. Por ejemplo para el mes de enero P=7.30 para la latitud norte 30°. En la tabla A-4 se pueden ver el total de los valores.

2) Se calcula el factor K_{t_i} $(\frac{t_i+17.8}{21.8})$ para cada mes del año, con ayuda de la tabla A-2. Por ejemplo para el mes de enero es igual a 1.313, con una temperatura media de 18°C. El total de los valores están en la tabla A-4.

3) Se calcula el factor de luminosidad y temperatura Fi, para cada mes del año. Por ejemplo para el mes de enero F=1.313x7.30=9.5849. Los valores de los otros meses están en la tabla A-4.

4) El ciclo vegetativo del algodón es de 7 meses de la tabla A-3.

5) Con la figura A-1 se calculan los coeficientes de desarrollo mensual. Por ejemplo para el primer mes ó sea enero se tiene: en la escala horizontal $\frac{\text{31 días del mes de enero}}{\text{210 días del ciclo}} = 0.1476$

con este valor se entra por la escala horizontal y donde corta la gráfica, se ve en la escala vertical K_c=0.28. En la tabla A-5 se pueden ver el total de los valores.

6) Se obtienen los usos consuntivos mensuales.

Por ejemplo para el mes de enero el uso consuntivo es de: U.C.=0.28x 9.584 = 2.682 cms. En la tabla A-5 están el total de los valores.

M E S	T°C	Pi	K_{t_i} $(\frac{t_i+17.8}{21.8})$	Fi
ENERO	18	7.30	1.313	9.58
FEBRERO	20	7.03	1.495	10.91
MARZO	25	8.38	1.999	16.75
ABRIL	28	8.72	2.335	20.31
MAYO	30	9.53	2.574	24.53
JUNIO	28	9.49	2.335	22.15
JULIO	29	9.67	2.453	23.72
AGOSTO	28	9.22	2.335	21.52
SEPTIEMBRE	25	8.33	1.999	16.65
OCTUBRE	26	7.99	2.108	16.84
NOVIEMBRE	20	7.19	1.495	10.74
DICIEMBRE	18	7.15	1.313	9.38

Tabla A-4

M E S E S	Kc	U.C.(cm)
ENERO	0.147	2.68
FEBRERO	0.48	5.23
MARZO	0.82	13.73
ABRIL	1.10	22.34
MAYO	0.92	22.56
JUNIO	0.70	15.50
JULIO	0.50	11.86

Σ 93.90 cms

Tabla A-5

Tabla A-1 Porciento de horas de sol mensual

LATIT. "N" NORTE	ENERO	FEBRERO	MARZO	ABRIL	MAYO	JUNIO	JULIO	AGOSTO	SEPTIEMBRE	OCTUBRE	NOVIEMBRE	DICIEMBRE
0	8.50	7.66	8.49	8.21	8.50	8.22	8.50	8.49	8.21	8.50	8.22	8.50
5	8.32	7.57	8.47	8.29	8.65	8.41	8.67	8.60	8.23	8.42	8.07	8.30
10	8.13	7.47	8.45	8.37	8.81	8.60	8.86	8.71	8.25	8.34	7.91	8.10
15	7.94	7.36	8.43	8.44	8.98	8.80	9.05	8.83	8.28	8.20	7.75	7.88
16	7.93	7.35	8.44	8.46	9.07	8.83	9.07	8.85	8.27	8.24	7.72	7.83
17	7.86	7.32	8.43	8.48	9.04	8.87	9.11	8.87	8.27	8.22	7.69	7.80
18	7.83	7.30	8.42	8.50	9.89	8.92	9.16	8.90	8.27	8.21	7.66	7.74
19	7.79	7.28	8.41	8.51	9.11	8.97	9.20	8.92	8.28	8.19	7.63	7.71
20	7.74	7.25	8.41	8.52	9.15	9.00	9.25	8.96	8.30	8.18	7.58	7.66
21	7.71	7.24	8.40	8.54	9.18	9.05	9.29	8.98	8.29	8.15	7.54	7.62
22	7.66	7.21	8.40	8.56	9.22	9.09	9.33	9.00	8.30	8.13	7.50	7.55
23	7.62	7.19	8.40	8.57	9.24	9.12	9.35	9.02	8.30	8.11	7.47	7.50
24	7.58	7.17	8.40	8.60	9.30	9.20	9.41	9.05	8.31	8.09	7.43	7.46
25	7.53	7.14	8.39	8.61	9.33	9.23	9.45	9.09	8.32	8.09	7.40	7.42
26	7.49	7.12	8.40	8.64	9.38	9.30	9.49	9.10	8.31	8.06	7.36	7.31
27	7.43	7.09	8.38	8.65	9.40	9.32	9.52	9.13	8.32	8.03	7.36	7.31
28	7.40	7.07	8.39	8.68	9.46	9.38	9.58	9.16	8.32	8.02	7.27	7.27
29	7.35	7.04	8.37	8.78	9.49	9.43	9.61	9.19	8.32	8.80	7.24	7.20
30	7.30	7.03	8.38	8.72	9.53	9.49	9.67	9.22	8.33	7.99	7.19	7.15
31	7.25	7.00	8.36	8.73	9.57	9.54	9.72	9.24	8.33	7.95	7.15	7.09
32	7.20	6.97	8.37	8.76	9.62	9.59	9.77	9.27	8.34	7.95	7.11	7.05
33	7.15	6.94	8.36	8.78	9.68	9.65	9.82	9.31	8.35	7.94	7.07	6.98
34	7.10	6.91	8.36	8.80	9.72	9.70	9.88	9.33	8.36	7.90	7.02	6.92
35	7.05	6.88	8.35	8.83	9.77	9.76	9.94	9.37	8.37	7.88	6.97	6.85
36	6.99	6.85	8.35	8.85	9.82	9.82	9.99	9.48	8.37	7.85	6.92	6.79
38	6.87	6.79	8.34	8.90	9.92	9.95	10.10	9.47	8.38	7.80	6.82	6.66
40	6.76	6.72	8.33	8.95	10.02	10.08	10.22	9.54	8.39	7.75	6.72	7.52
42	6.63	6.65	8.31	9.00	10.14	10.22	10.35	9.62	8.40	7.69	6.62	6.37
44	6.49	6.58	8.30	9.06	18.26	10.38	10.49	9.70	8.41	7.63	6.49	6.21
46	6.34	6.50	8.29	9.12	10.39	10.54	10.64	9.79	8.42	7.57	6.36	6.04
48	6.17	6.41	8.27	9.18	10.53	10.71	10.80	9.89	8.44	7.51	6.23	5.86
50	5.98	6.30	8.24	9.24	10.68	10.91	10.90	10.00	8.46	7.45	6.10	5.65
52	5.77	6.19	8.21	9.29	10.85	11.13	11.20	10.12	8.49	7.39	5.93	5.43
54	5.55	6.08	8.18	9.36	11.03	11.38	11.43	10.26	8.51	7.30	5.74	5.18
56	5.30	5.95	8.15	9.45	11.22	11.67	11.69	10.40	8.52	7.21	5.54	4.89
58	5.01	5.81	8.15	9.55	11.46	12.00	11.98	10.55	8.51	7.10	4.31	4.56
60	4.67	5.65	8.08	9.65	11.74	12.39	12.31	10.70	8.51	6.98	5.04	4.22
LATITUD SUR												
0	8.50	7.66	8.49	8.21	8.50	8.22	8.50	8.49	8.21	8.50	8.22	8.50
5	8.68	7.76	8.51	8.15	8.34	8.05	8.33	8.38	8.19	8.56	8.37	8.68
10	8.86	7.87	8.53	8.09	8.18	7.86	8.14	8.27	8.17	8.62	8.53	8.88
15	9.05	7.98	8.55	8.02	8.02	7.65	7.95	8.15	8.15	8.68	8.70	9.10
20	9.24	8.09	8.57	7.94	7.85	7.43	7.76	8.03	8.13	8.76	8.87	9.33
25	9.46	8.21	8.60	7.84	7.66	7.20	7.54	7.90	9.11	8.86	9.04	3.58
30	9.70	8.33	8.62	7.73	7.45	6.96	7.31	7.76	8.07	8.97	9.24	9.85
32	9.81	8.39	8.63	7.69	7.36	6.85	7.21	7.70	8.96	9.01	9.33	9.98
34	9.92	8.45	8.64	7.64	7.27	6.74	7.10	7.63	8.05	9.06	9.42	10.08
36	10.03	8.51	8.65	7.59	7.18	6.62	6.99	7.56	8.04	9.11	9.51	10.21
38	10.15	8.57	8.66	7.54	7.08	6.50	6.87	7.49	8.03	9.16	9.61	10.34
40	10.27	8.63	8.67	7.49	6.97	6.37	6.76	7.41	8.02	9.21	9.71	10.49
42	10.40	8.70	8.68	7.44	6.85	6.23	6.64	7.33	8.01	9.26	9.82	10.64
44	10.54	8.78	8.69	7.38	6.73	6.08	6.51	7.25	7.99	9.31	9.94	10.80
46	10.69	8.86	8.70	7.32	6.61	5.02	6.37	7.16	7.96	9.37	10.07	10.97

Tabla A-2 Valores de la Expresión $K_t(\frac{t_i+17.8}{21.8})$ en relación con las temperaturas medias en °C para usarse en la fórmula de Blaney-Criddle

3	0.317	0.322	0.327	0.331	0.335	0.340	0.345	0.349	0.354	0.359
4	0.364	0.369	0.373	0.378	0.384	0.388	0.393	0.398	0.403	0.408
5	0.413	0.418	0.423	0.428	0.433	0.439	0.444	0.449	0.455	0.460
6	0.465	0.470	0.476	0.481	0.487	0.492	0.498	0.503	0.509	0.514
7	0.520	0.526	0.531	0.537	0.543	0.549	0.554	0.560	0.566	0.572
8	0.578	0.584	0.590	0.596	0.602	0.608	0.614	0.620	0.626	0.632
9	0.638	0.645	0.651	0.657	0.664	0.670	0.676	0.682	0.689	0.696
10	0.702	0.708	0.715	0.722	0.729	0.735	0.742	0.748	0.755	0.762
11	0.708	0.775	0.782	0.789	0.796	0.803	0.810	0.817	0.824	0.830
12	0.838	0.845	0.852	0.859	0.866	0.874	0.880	0.889	0.895	0.902
13	0.910	0.917	0.925	0.932	0.939	0.947	0.954	0.962	0.970	0.977
14	0.985	0.992	1.000	1.008	1.016	1.024	1.031	1.039	1.047	1.055
15	1.063	1.071	1.079	1.086	1.095	1.103	1.111	1.119	1.127	1.135
16	1.143	1.152	1.160	1.168	1.175	1.185	1.193	1.202	1.210	1.219
17	1.227	1.235	1.244	1.253	1.262	1.270	1.279	1.287	1.296	1.305
18	1.313	1.322	1.331	1.340	1.349	1.357	1.367	1.375	1.385	1.393
19	1.403	1.412	1.421	1.430	1.439	1.448	1.458	1.467	1.476	1.485
20	1.495	1.505	1.513	1.523	1.533	1.542	1.551	1.561	1.571	1.580
21	1.590	1.599	1.609	1.619	1.629	1.639	1.648	1.658	1.668	1.678
22	1.688	1.697	1.708	1.717	1.728	1.738	1.748	1.758	1.768	1.779
23	1.789	1.799	1.810	1.819	1.830	1.840	1.851	1.861	1.871	1.882
24	1.892	1.903	1.914	1.924	1.935	1.945	1.956	1.967	1.977	1.988
25	1.999	2.010	2.020	2.031	2.042	2.053	2.064	2.074	2.086	2.096
26	2.108	2.119	2.130	2.141	2.153	2.164	2.175	2.186	2.198	2.208
27	2.220	2.232	2.243	2.255	2.265	2.277	2.289	2.300	2.312	2.323
28	2.335	2.345	2.358	2.370	2.382	2.394	2.405	2.417	2.430	2.441
29	2.453	2.464	2.477	2.489	2.500	2.513	2.525	2.537	2.549	2.561
30	2.574	2.586	2.598	2.610	2.623	2.635	2.647	2.660	2.672	2.685
31	2.698	2.719	2.723	2.734	2.747	2.760	2.773	2.786	2.798	2.811
32	2.822	2.836	2.850	2.862	2.875	2.887	2.900	2.914	2.927	2.940
33	2.953	2.966	2.978	2.992	3.006	3.018	3.032	3.045	3.058	3.072
34	3.085	3.098	3.111	3.125	3.138	3.152	3.166	3.179	3.193	3.206
35	3.220	3.234	3.247	3.261	3.274	3.289	3.303	3.316	3.330	3.344

Tabla A-3 Valores del ciclo vegetativo

Cultivo	Ciclo vegetativo	Coeficiente Global Kglobal
Aguacate	Perenne	0.50 - 0.55
Ajonjolí	3 a 4 meses	0.80
Alfalfa	Entre heladas	0.80 - 0.85
	En invierno	0.60
Algodón	6 ó 7 meses	0.60 - 0.65
Arroz	3 a 5 meses	1.00 - 1.20
Cacahuate	5 meses	0.60 - 0.65
Cacao	Perenne	0.75 - 0.80
Café	Perenne	0.75 - 0.80
Camote	5 a 6 meses	0.60
Caña de Azúcar	Perenne	0.75 - 0.90
Cártamo	5 a 8 meses	0.55 - 0.65
Cereales de grano pequeño; (alpiste, avena, cebada, centeno, trigo)	3 a 6 meses	0.75 - 0.85
Cítricos	7 a 8 meses	0.50 - 0.65
Chile	3 a 4 meses	0.60
Espárrago	6 a 7 meses	0.60
Fresa	Perenne	0.45 - 0.60
Frijol	3 a 4 meses	0.60 - 0.70
Frutales de hueso y pepita (hoja caduca)	Entre heladas	0.60 - 0.70
Garbanzo	4 a 5 meses	0.60 - 0.70
Girasol	4 meses	0.50 - 0.65
Gladiolo	3 a 4 meses	0.60
Haba	4 a 5 meses	0.60 - 0.70
Hortalizas	2 a 4 meses	0.60
Jitomate	4 meses	0.70
Lechuga y col	3 meses	0.70
Lenteja	4 meses	0.60 - 0.70
Maíz	4 meses	0.60 - 0.70
Maíz	4 a 7 meses	0.75 - 0.85
Mango	Perenne	0.75 - 0.80
Melón	3 a 4 meses	0.60
Nogal	Entre heladas	0.70
Papa	3 a 5 meses	0.65 - 0.75
Palma datilera	Perenne	0.65 - 0.80
Palma cocotera	Perenne	0.80 - 0.90
Papaya	Perenne	0.60 - 0.80
Plátano	Perenne	0.80 - 1.00
Pastos de gramíneas	Perenne	0.75
Remolacha	6 meses	0.65 - 0.75
Sandía	3 a 4 meses	0.60
Sorgo	3 a 5 meses	0.70
Soya	3 a 5 meses	0.60 - 0.70
Tabaco	4 a 5 meses	0.70 - 0.80
Tomate	4 a 5 meses	0.70 - 0.80
Trébol ladino	Perenne	0.80 - 0.85
Zanahoria	2 a 4 meses	0.60

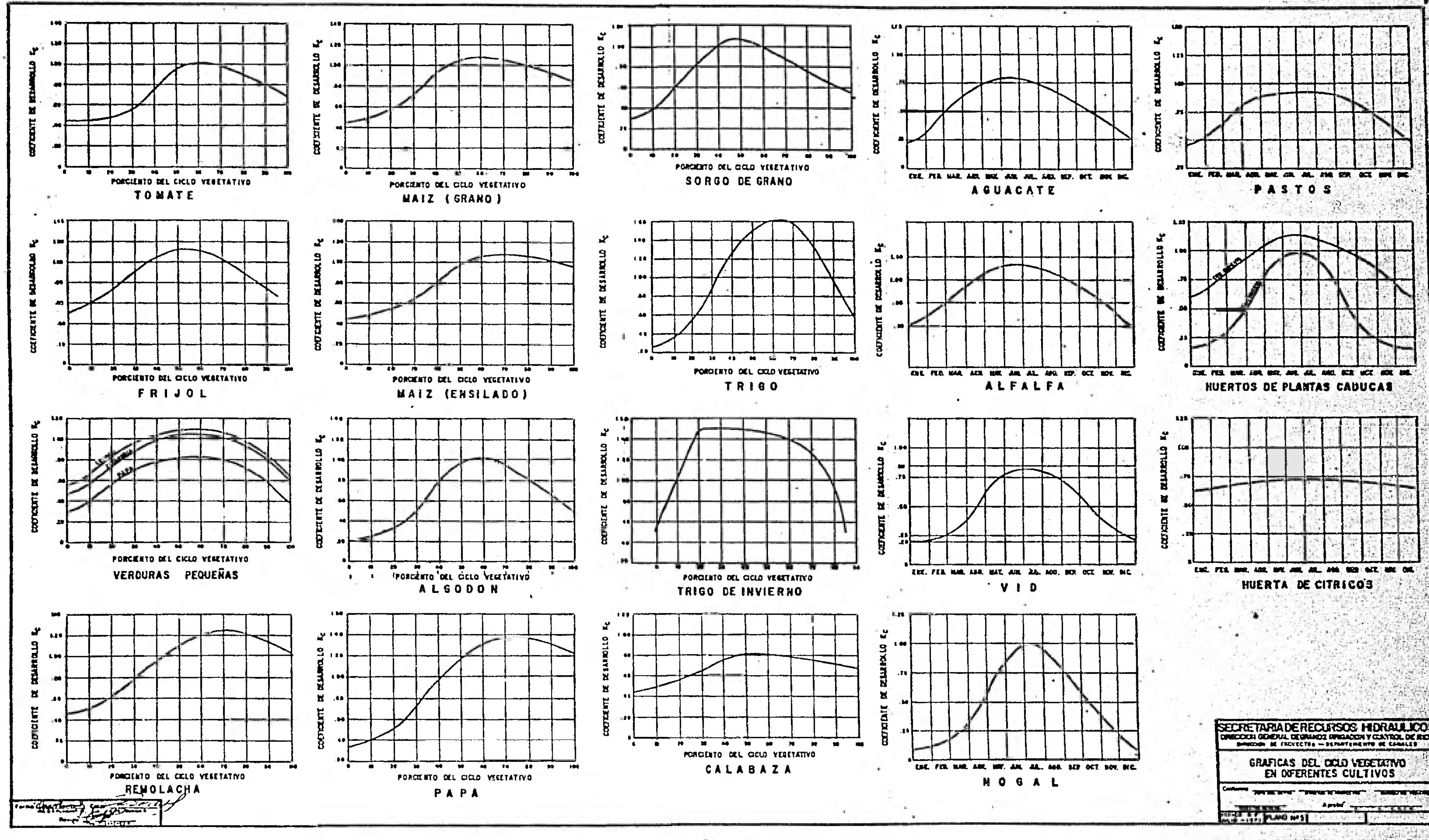

COEFICIENTE DE DESARROLLO Kc
PORCIENTO DEL CICLO VEGETATIVO
TOMATE
MAIZ (GRANO)
SORGO DE GRANO
AGUACATE
PASTOS
FRIJOL
MAIZ (ENSILADO)
TRIGO
ALFALFA
HUERTOS DE PLANTAS CADUCAS
VERDURAS PEQUEÑAS
ALGODON
TRIGO DE INVIERNO
VID
HUERTA DE CITRICOS
REMOLACHA
PAPA
CALABAZA
NOGAL
SECRETARIA DE RECURSOS HIDRAULICOS
GRAFICAS DEL CICLO VEGETATIVO EN DIFERENTES CULTIVOS

FIGURA A-1

BIBLIOGRAFIA Y REFERENCIAS

1. PRAWDA WITENVERG JUAN; "METODOS Y MODELOS DE INVESTIGACION DE OPERACIONES", LIMUSA, 1979, MEXICO.
2. RUSSELL L. ACKOFF, MAURICE W. SASIENI, "FUNDAMENTOS DE INVESTIGACION DE OPERACIONES", LIMUSA, 1974,
3. W. HILLIER FREDERICK, LIEBERMAN GERALD J., "INTRODUCTION TO OPERATIONS RESEARCH", SECON EDITION, 1974.
4. JAUFFRED FRANCISCO J. , MORENO BONETT ALBERTO, J. JESUS A., "METODOS DE OPTIMIZACION", REPRESENTACIONES Y SERVICIOS DE INGENIERIA, S.A., MEXICO, 1971.
5. GEREZ, GRIJALVA, "EL ENFOQUE DE SISTEMAS", LIMUSA, 1978.
6. HAIMES., J., "HIERARCHICAL ANALYSES OF WATER RESOURCES SYSTEMS", Mc.Graw-Hill, 1977.
7. S.R.H., "GRANDES PRESAS EN MEXICO", MEXICO, 1976.
8. S.R.H., "PRESAS CONSTRUIDAS EN MEXICO", MEXICO, 1976.
9. S.R.H., "CARACTERISTICAS DE LOS DISTRITOS DE RIEGO", MEXICO, 1978.
10. S.R.H., "PROYECTOS DE ZONAS DE RIEGO", MEXICO, 1973.
11. FUENTES MARILES O.A., "PROBLEMAS Y SUS POSIBLES SOLUCIONES EN RELACION CON LA ASIGNACION DE AGUA", INSTITUTO DE INGENIERIA, UNAM, 1980.