

2ej 11

**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA**



---

**CRITERIO DE DISEÑO DE ELEMENTOS**  
**ESTRUCTURALES DE ACERO DE**  
**SECCION VARIABLE**

**T E S I S**  
**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE**  
**I N G E N I E R O C I V I L**  
**P R E S E N T A**

**MANUEL ARIAS RODRIGUEZ**

**MEXICO, D. F.**

**1981**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

## INDICE

Inciso	Capítulo	Contenido	Página
	I	INTRODUCCION	1
I-a.-		Ventajas y economías que se logran con la utilización de miembros estructurales de sección variable.	1
I-b.-		Problema que representa el tener un momento de inercia I variable, en éste tipo de secciones.	5
I-c.-		Esfuerzo crítico de Euler para pandeo axial (la elástica).	6
I-d.-		Método numérico de Newmark.	9
I-e.-		El método de Stodola-Vianello.	14
I-f.-		El efecto de momentos $P\Delta$ .	21
	II	MIEMBROS DE SECCION VARIABLE, SOMETIDOS A CARGA AXIAL.	24
II-a.-		Nomenclatura.	24
II-b.-		Esfuerzo permisible - Compresión.	26
	III	MIEMBROS DE SECCION VARIABLE SUJETOS A FLEXION.	35
III-a.-		Nomenclatura.	35

Inciso	Capítulo	Contenido	Página
III-b.-		Esfuerzo permisible - Flexión. Tensión y Compresión en las fibras extremas de miembros flexibles de sección variable.	36
III-c.-		Procedimiento.	39
	IV	MIEMBROS DE SECCION VARIABLE SUJETOS A CARGA AXIAL Y FLEXION COMBINADOS.	41
IV-a.-		Nomenclatura.	41
IV-b.-		Esfuerzos combinados.	41
	V	MIEMBROS DE SECCION VARIABLE POR EL CRITERIO DE PARAMETROS ELASTICOS.	44
V-a.-		Metodología para diseñar la estructura.	46
V-b.-		Criterio para valuar el esfuerzo axial permisible $F_{ax}$ , en miembros de sección variable.	48
V-c.-		Criterio para valuar el esfuerzo de flexión permisible $F_{bx}$ , en miembros de sección variable.	49
V-d.-		Criterio para valuar los esfuerzos combinados de compresión axial y de flexión, en miembros de sección variable.	51

Inciso	Capítulo	Contenido	Página
	VI	APLICACION A UN CASO EJEMPLIFICATIVO.	53
VI-a.-		Análisis preliminar (según tablas del libro "Pórticos y Arcos" de Valerian Leontovich).	55
VI-b.-		Análisis exacto, método de flexibilidades.	61
VI-c.-		Chequeo por fórmula y graficar.	62
VI-d.-		Valor del esfuerzo permisible $F_{ay}$ .	64
VI-e.-		Valor del esfuerzo de flexión permisible $F_{by}$ .	66
VI-f.-		Valor permisible del esfuerzo combinado de flexión y compresión.	68
	VII	DISCUSION DE RESULTADOS.	69
		BIBLIOGRAFIA	72

## I.- INTRODUCCION.

### I-a.- VENTAJAS Y ECONOMIAS QUE SE LOGRAN CON LA UTILIZACION DE MIEMBROS ESTRUCTURALES DE SECCION VARIABLE.

Primeramente trataremos de responder a la interrogante de que porqué el material empleado en el análisis del presente trabajo es acero y no cualquier otro material de construcción como pueden ser el concreto reforzado, la madera etc., aunque se podría generalizar a cualesquiera de ellos con sus elementos correspondientes en el análisis.

En nuestro país há surgido un cambio notable en el ramo de la construcción de estructuras, de lo que anteriormente el concreto reforzado por su economía, gran nobleza en formas y acabados fué el material más usado en nuestro medio, ahora el incremento en alta producción de la siderurgia mexicana en aceros estructurales de todos tipos, de alta resistencia, inmunes al intemperismo y las especificaciones para el diseño de estructuras de acero ( AISC.1969, AISI.1968, AWS.1972 etc.) han ido cambiando la preferencia de los constructores y usuarios. Por otro lado en cuanto a economía se refiere, el acero há competido favorablemente, prueba de ello sin efectuar un censo estricto es que día a día aparecen más construcciones con acero, tanto en las ciudades como en el campo y áreas industriales.

Dichas construcciones son por lo general: edificios de departamentos, edificios para oficinas, edificios tipo industrial, almacenes, escuelas, auditorios, estacionamientos, mercados, hangares para la aviación, talleres, puentes, viaductos, pasos elevados, etc.

Toda esta visualización está fundamentada en los siguientes conceptos ventajosos del acero:

- 1.- Diseños y prefabricación.
- 2.- Sistemas estructurales.
- 3.- Versatilidad y ligereza de las estructuras.
- 4.- Manuabilidad y montaje sencillos.
- 5.- Amplitud de áreas y grandes claros.
- 6.- Reserva de resistencia ( diseño elástico ).
- 7.- Desmontabilidad y valor de recuperación.
- 8.- Ciencia y tecnología.
- 9.- Mercado etc.

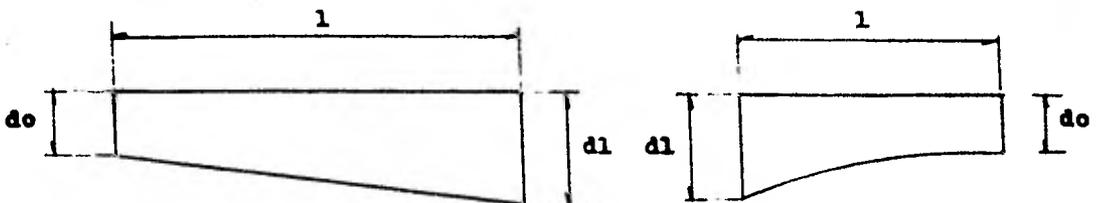
Ahora bien aún se pueden lograr más ventajas y economías al incorporar miembros de sección variable.

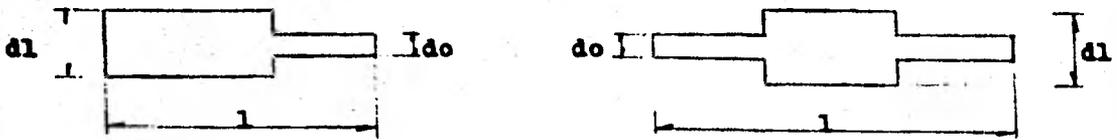
Primeramente definamos lo que es un miembro de sección variable. Es como su nombre lo indica, aquel que no guarda sección constante en toda su longitud, para entenderlo plenamente apoyemonos en la siguiente figura y empecemos a nomenclaturar:

$d_1$  = Parte más gruesa del elemento.

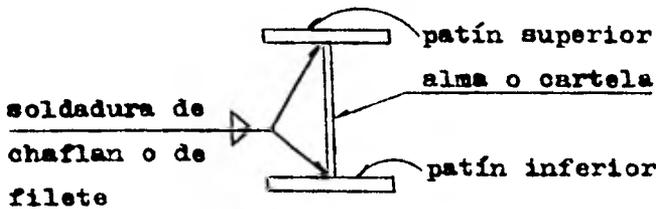
$d_o$  = Parte más delgada del elemento.

$l$  = Longitud del elemento.



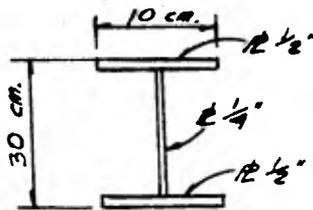


La sección del elemento puede ser tipo cajón  $\square$  , tipo celosía, es decir, de varios elementos que pueden ser de acero liso, varilla corrugada, angulos, canales, viguetas, o vigueta I formada por tres placas soldadas y que es la sección a la que avocaremos nuestro estudio por ser una de las más económicas.

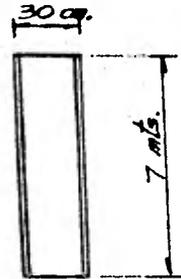


Ahora bien la principal ventaja económica que se logra con elementos de sección variable sobre las secciones prismáticas ( de sección constante ), es que a cada elemento estructural por ejemplo a las columnas, a las traveses o a los marcos les estamos anulando el acero que no está trabajando bajo ninguna condición de carga. Sea por ejemplo una columna elemento de un marco, con carga axial y momento flexionante en la parte superior de ella ya que por considerar apoyo articulado no acusa momento en la base, se analiza y se diseña con el momento máximo que dijimos está en la parte superior, entonces con ese elemento mecánico, después de los pasos analíticos de diseño, en--

contramos una sección x cualquiera, supongamos que fué la siguiente:

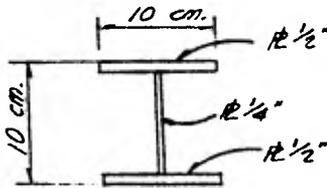


planta de la sección

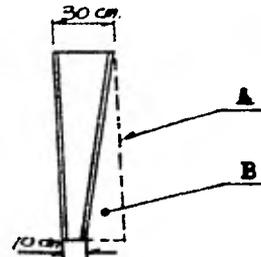


vista lateral

Ahora bien diseñando la sección de dicha columna en su base ( parte inferior ) donde una de las componentes reactivas es la fuerza horizontal en la base y con ella se diseña por cortante, haciendo que la sección necesaria sea la siguiente:



planta de la sección  
en la base



vista lateral

Donde: A= Proyección en caso de que fuera sección constante.

B= Material que no trabaja y se anula representando el ahorro.

Dicho ahorro en cada elemento componente de la estructura ( columnas, traveses, vigas, traveses carril etc.) puede ser sustancioso y apreciable económicamente, dependiendo de la magnitud de cada obra. A grosso modo la reducción de que estamos hablando vá de un 10 a un 50 % .

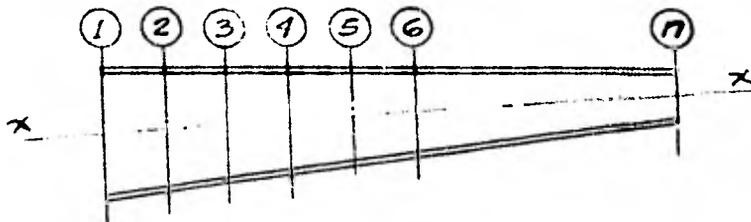
Es importante hacer notar que aparte del ahorro en material, tenemos otras economías por los siguientes conceptos:

- a) Fabricación.
- b) Montaje o erección.
- c) Transporte.
- d) Ingeniería de proyecto.

Etc. ya que la mayor de las veces, estos conceptos se cotizan y se pagan por tonelaje o peso de la estructura en cuestión.

**I-b.- PROBLEMA QUE REPRESENTA EL TENER UN MOMENTO DE INERCIA VARIABLE, EN ESTE TIPO DE SECCIONES.**

Al tener un elemento de sección variable, aparecen automáticamente una familia de secciones a lo largo del elemento, que van desde la parte más delgada hasta la parte más gruesa del mismo, como se ilustra en la siguiente figura:



En la que haciendo cortes en cada abscisa, tenemos las siguientes secciones:



Cada una de las cuales por ser de diferente peralte, tienen diferentes características de sección, como son, área, momento de inercia, radio de giro, módulo de sección etc. con respecto a un eje, en este caso el eje X.

Es decir, que al tener nosotros en un elemento de sección variable una variación lineal del peralte en la viga o columna, se origina una variación no lineal del momento de inercia I.

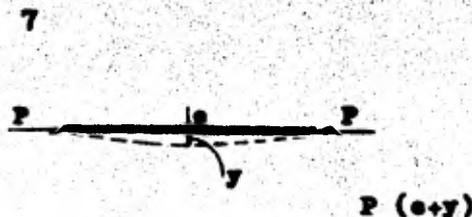
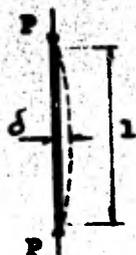
Ahora bien, anteriormente, para el diseño de elementos de sección variable se tenía la incertidumbre de que cual momento de inercia se debía tomar, si el de la parte más delgada, si el de la parte más gruesa, si un promedio o el que pasara por el centroide, en fin, no existía un raciocinio formal.

Había también discrepancia en los criterios para evaluar el pandeo axial y lateral de los elementos bajo condiciones de carga. Ahora, con el nuevo advenimiento del AISC, llamado suplemento # 3 y cuyo apéndice D nos da la pauta para la valuación de los elementos mecánicos, el pandeo axial y lateral bajo condiciones de carga en elementos de sección variable.

Dicha aparición de estas revisiones de diseño fueron incluidas a las especificaciones de diseño en Junio 12/ 1974 y revisadas en Octubre 30/ 1975 con otra revisión en Noviembre 1<sup>o</sup> / 1978, cuyo estudio y comentarios son tema base de esta tesis.

#### I-o.- ESFUERZO CRITICO DE EULER PARA PANDEO AXIAL ( LA ELASTICA ).

Si tenemos un elemento de sección constante, sujeto a carga axial pura, tenemos:



Partiendo de la fórmula de carga crítica de Euler tenemos:

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(Kl)^2}$$

dividiendo ambos miembros de la ecuación entre el área A de la sección en tratamiento, tenemos:

$$\frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 EI/A}{(Kl)^2}$$

pero  $I/A = r^2$  que es el radio de giro de la sección al cuadrado, substituyendo en lo anterior, tenemos:

$$\frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 Er^2}{(Kl)^2}$$

que se puede escribir como:

$$\frac{P_{cr}}{A} = \frac{\pi^2 E}{(Kl/r)^2}$$

y como  $\sigma_{cr} = P_{cr}/A$  escribimos:

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(Kl/r)^2}$$

$$\sigma_{cr} = \frac{\pi^2 E}{(Kl/r)^2} = F_y/2$$

despejando  $Kl/r$  tenemos:

$$Kl/r = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}}$$

la cual igualamos a  $F_y/2$  para estar en el punto medio del límite de fluencia del material y procedemos a evaluar el valor de  $C_0$  el cual igualamos a la relación de esbeltez de la columna  $Kl/r$  para poder encontrar un valor de factor de seguridad que asegure estar dentro del pandeo inelástico.

$$Kl/r = \sqrt{\frac{2\pi^2 E}{F_y}} = C_0$$

Además tenemos la ecuación para valuar el factor de seguridad F.S.

$$F.S. = \frac{5}{3} + \frac{3}{8} \frac{(Kl/r)}{C_0} - \frac{(Kl/r)^2}{8 C_0^2}$$

por iteraciones sucesivas, tenemos:

si:

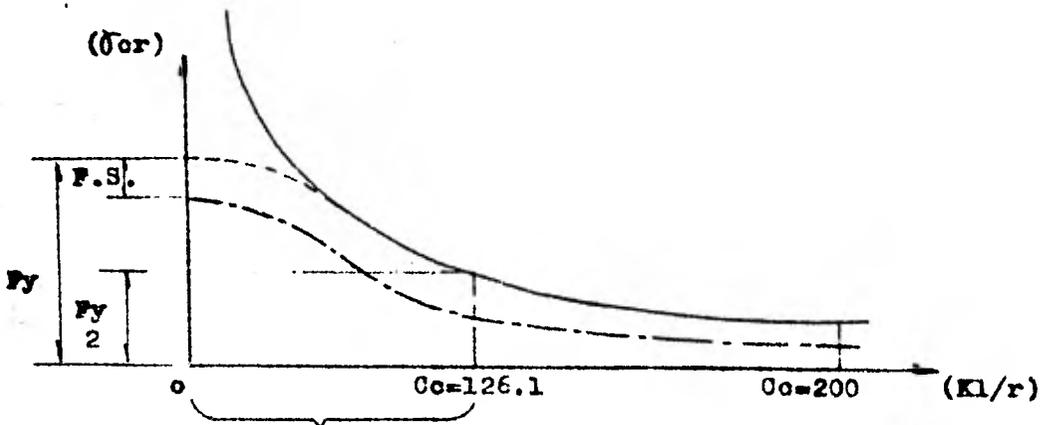
$$C_0 = 0 \dots\dots\dots F.S. = \frac{5}{3} = \frac{20}{12}$$

$$C_0 = 126.1 \dots\dots F.S. = \frac{5}{3} + \frac{3}{8} - \frac{1}{8} = \frac{5}{3} + \frac{1}{4} = \frac{20 + 3}{12} = \frac{23}{12}$$

y substituyendo en la fórmula del esfuerzo crítico de Euler :

$$\sigma_{cr}(Kl/r = C_0) = \frac{12 \pi^2 E}{23 (Kl/r)^2} \dots\dots\dots I-c-1$$

hacemos la siguiente gráfica explicativa:



Pandeo inelástico  
según las provisiones  
1.5.1 AISC.

Es utilizable el método para los miembros de sección variable, cuya fórmula tuvo en cuenta las provisiones que se comentan en el apéndice D del AISC y que veremos más adelante.

Hablaremos ahora de los métodos existentes para el estudio del comportamiento axial y lateral de los miembros estructurales, dichos métodos son:

- 1.- Método numérico de Newmark ( para deflexiones ).
- 2.- Método de aproximaciones sucesivas de Stodola Vianello.

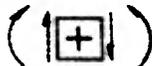
#### 1-d.- METODO NUMERICO DE NEWMARK.

Este es un procedimiento numérico para calcular los momentos flexionantes y los desplazamientos en vigas, así como las cargas críticas en columnas. Este procedimiento aunque es aproximado, resulta ser exacto cuando la variación de carga en la viga real o la viga conjugada es lineal o según una parábola de segundo grado.

El elemento estructural se divide en segmentos y los momentos flexionantes y desplazamientos se calculan en los puntos de división, entre mayor sea el número de segmentos es mayor la precisión que se obtiene.

Para aplicar este método se requiere una ecuación diferencial de una sola variable independiente, siendo la segunda derivada igual a una cantidad conocida.

La convención de signos que se aplica a este método es la siguiente:



Por condiciones de equilibrio se obtienen las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$\frac{dM}{dx} = V \dots\dots\dots I-d-1$$

M= Momento

$$\frac{dV}{dx} = q \dots\dots\dots I-d-2$$

V= Cortante

q= Carga

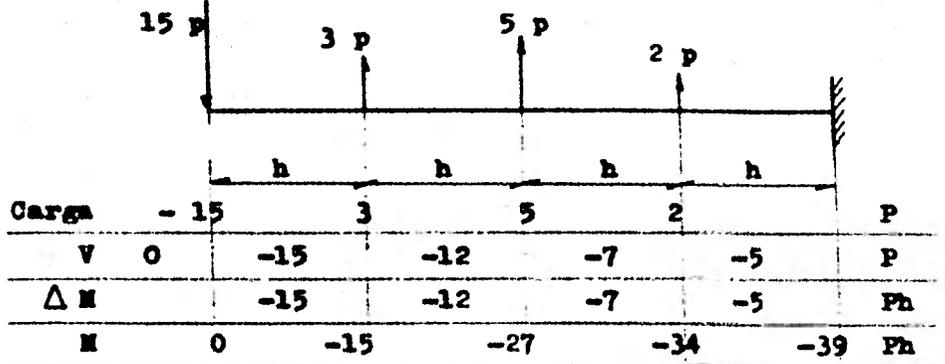
Derivando la ecuación(I-4-1)con respecto a X y teniendo en cuenta(I-4-2)se obtiene:

$$\frac{d^2 M}{d X^2} = q \quad \dots\dots\dots I-4-3$$

Que es la ecuación diferencial del problema e indica que M es función solo de X y su segunda derivada es igual a la carga q que es positiva cuando está dirigida hacia arriba.

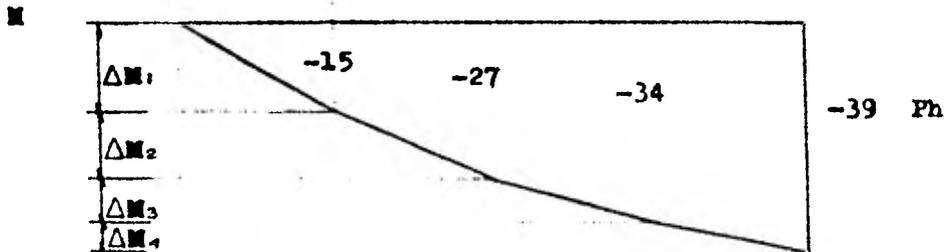
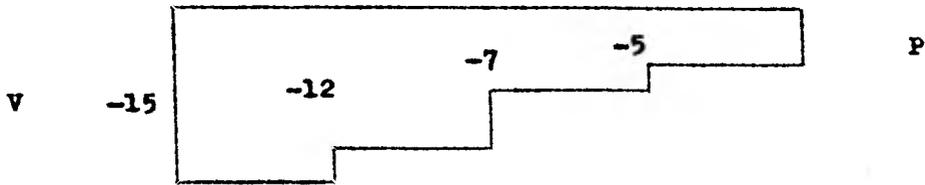
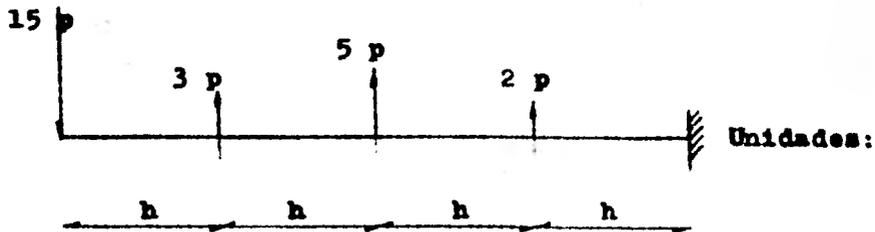
Ejemplo:

Para calcular fuerzas cortantes y momentos flexionantes por el método numérico de Newmark, que como ya dijimos es un método de integración por diferencias finitas. Sea la siguiente viga en voladizo con las cargas concentradas que aparecen en la misma:



Se observa en éste método que no es necesario escribir el tercer renglón correspondiente al incremento de momento, ya que es idéntico al segundo renglón correspondiente al cortante V, excepto por las unidades y además por ser una manera conceptual del método hay que repetirlo. Este proceso como se vé,

se efectúa de izquierda a derecha y se suma acumulativamente como indican las flechas. Se puede proceder de derecha a izquierda y en este caso se restan las cantidades en vez de sumarse. Las unidades se escriben en la última columna como se muestra. Ya conocidos los valores numéricos de las fuerzas cortantes y momentos se pueden trazar los diagramas correspondientes que son:

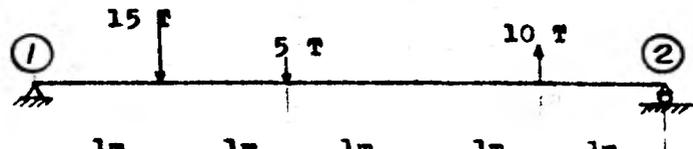


donde:

Suma Acumulada:

M = -15 Ph	-15 Ph
M = -12 Ph	-27 Ph
M = -7 Ph	-34 Ph
M = -5 Ph	-39 Ph

Otro ejemplo de éste método es el siguiente, sea la viga simplemente apoyada:



Unidades

carga		-15	-5		10		Ton
V	R	R-15	R-20	R-20	R-10		Ton
M	R	R-15	R-20	R-20	R-10		Ton
M	0	R	2R-15	3R-35	4R-55	5R-65	T-M
V	13	-2	-7	-7	3		Ton
M	0	13	11	4	-3	0	T-M

Donde:

$$(M_2) = 0 \quad 5R - 65 = 0 \quad R = 65/5 = 13 \text{ Ton}$$

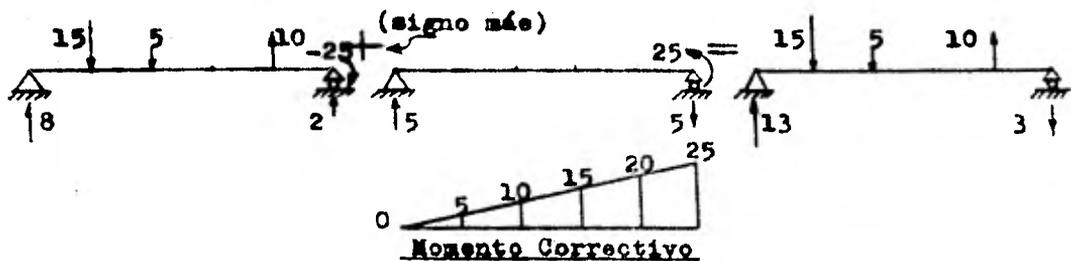
Substituyendo éste valor en el renglón anterior de V encontramos los valores de V final.

En éste mismo ejemplo podemos aplicar otra variación del método que consiste en suponer el valor de R, es decir el valor de la fuerza cortante en el primer intervalo. ( Supondremos el valor de 8, ocho ) y se tiene:

carga		-15	-5		10		Ton
V sup.		8	-7	-12	-12	-2	Ton
M sup.	0	8	1	-11	-23	-25	T-M
M corr.	0	5	10	15	20	25	T-M
<hr/>							
M	0	13	11	4	-3	0	T-M
V		13	-2	-7	-7	3	Ton
Reacción	13					-3	Ton

La fuerza cortante en un intervalo se puede obtener a partir del renglón de momentos, restando al valor de la derecha el correspondiente valor de la izquierda y dividiendo ésta diferencia entre la longitud del intervalo ( como lo muestran las flechas ).

Con el valor supuesto de R se encuentra un momento de - 25 en el apoyo de la derecha, como se trata de un apoyo simple, su verdadero valor de momento es cero, entonces se necesita un momento correctivo que anule ese valor supuesto. Esta corrección es de apoyo a apoyo de la estructura como se muestra a continuación:



La corrección lineal se puede obtener de las siguientes ecuaciones diferenciales:

$$dV/dx = q \quad ; \quad V = \int q \, dx + C_1$$

$$dM/dx = V \quad ; \quad M = \int [q \, dx] \, dx + C_1 x + C_2$$

En donde la integral del segundo miembro corresponde a la técnica numérica presentada y  $( C_1 x + C_2 )$  indica precisamente una corrección lineal.

#### I-e.- EL METODO DE STODOLA - VIANELLO.

Este método es aplicable a la solución del problema de la columna por aproximaciones sucesivas. Dicho método no es más que una representación gráfica o numérica que procede de integrar la ecuación diferencial de estabilidad de la columna por una secuencia de aproximaciones sucesivas. El método fué introducido al campo de la ingeniería por Vianello, quien demostró su aplicación a la solución gráfica de problemas de la columna. Es de gran utilidad para resolver problemas vibratorios, la introducción de dicho método fué hecha por Stodola y la prueba de la convergencia del método fué elaborada por Koch.

Comenzando de la ecuación diferencial de segundo orden para columna libremente apoyada:

$$E I_x y'' + P y = 0 \quad \dots\dots\dots I-e-1$$

Considerando que el momento de inercia  $I_x = I \psi(x)$  para hacer continua o discontinua la función de  $(x)$ . Introduciendo  $I \psi(x)$ , en el cual  $I$  es una referencia arbitraria del momento de inercia y  $\psi(x)$  es una función dada de  $x$ , la ecuación I-e-1 la podemos escribir:

$$\psi(x) y'' + \lambda^2 y = 0 \quad \dots\dots\dots I-e-2$$

donde  $\lambda = \sqrt{P/EI}$

En orden de solución de la ecuación diferencial I-e-2, por el método de aproximaciones sucesivas, procedemos de la siguiente forma:

Considerando una secuencia de funciones,

$$Z_0, Z_1, Z_2, \dots \quad \text{I-e-3}$$

las cuales satisfacen las condiciones de los límites del problema y son interrelacionadas por las ecuaciones diferenciales

$$Z_n'' = - \frac{Z_{n-1}}{\psi(x)} \quad \text{donde: } (n = 1, 2, 3, \dots) \quad \text{I-e-4}$$

Si  $Z_0$  es arbitraria, las funciones  $Z_1, Z_2, Z_3, \dots$  se pueden determinar paso a paso por integración directa de la ecuación I-e-4, como se demostrará subsecuentemente, las funciones  $Z_n$  obtenidas por convergencia en la primera solución característica  $Y$  (Primer modelo de resistencia) de la ecuación diferencial I-e-2 y el valor  $\lambda$  característica asociada, la cual define el valor crítico de  $P$ , está dada por la ecuación:

$$\lambda_1^2 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{Z_{n-1}}{Z(n)} \quad \dots \quad \text{I-e-5}$$

Cuando la función  $Z_0$  de la cual comienza el cálculo, escogida adecuadamente, la fracción  $Z_{n-1}/Z_n$  donde  $(n = 1, 2, 3, \dots)$  muy rápidamente se acerca al valor real del parámetro  $\lambda_1^2$ . En muchos casos 2 o 3 pasos son suficientes para lograr un valor exacto de  $\lambda_1$ . Sin embargo después de un número limitado de pasos, las 2 curvas  $Z_{n-1}$  y  $Z_n$ , no son completamente similares y el valor de  $\lambda_1^2 = Z_{n-1}/Z_n$ , dependerá de la abscisa particular  $x$ , en la que las ordenadas  $Z_{n-1}$  y  $Z_n$  se pueden leer. Esta dificultad podrá superarse usando los valores promedio de  $Z$  :

$$\lambda_1^2 = \lim_{h \rightarrow \infty} \frac{\int_0^l Z_{n-1} dx}{\int_0^l Z_n dx} \dots\dots\dots \text{I-e-6}$$

La convergencia rápida del proceso en la primera fase y la facilidad de llevar a cabo la integración de la ecuación I-e-4 en la segunda fase, hacen que el método antes discutido sea una herramienta valiosa para la solución aproximada de los problemas de la columna.

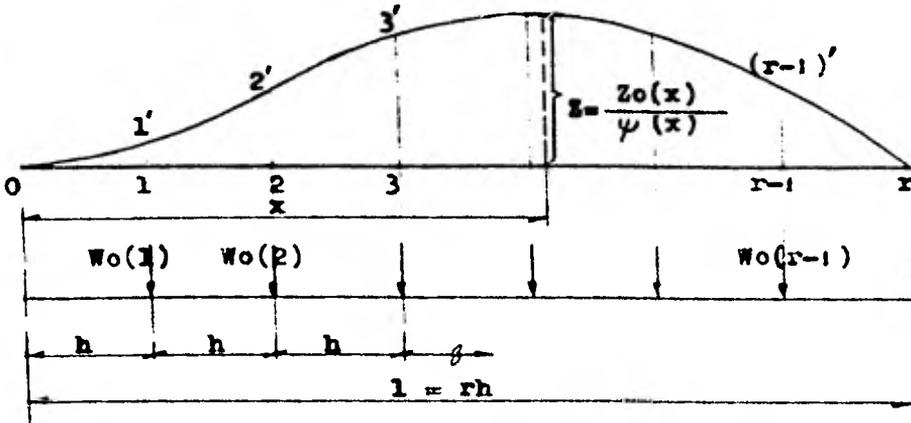


Fig. I-1

De acuerdo a la ecuación I-e-4, \$Z\_n\$ puede interpretarse como el momento producido por la carga \$Z\_{n-1}/\psi(x)\$ y consecuentemente, la ejecución de las integraciones de la ecuación I-e-4 necesarias para obtener las funciones \$Z\_1, Z\_2, Z\_3, \dots\$ es reducida a la determinación numérica de las ordenadas de los diagramas de momento. En función del calculo de un caso actual, la carga distribuida \$Z\_{n-1}/\psi(x)\$ puede ser reemplazada por cargas equivalentes concentradas, actuando en puntos a distancias iguales en la columna. Si suponemos que \$Z\_0\$ es la deflexión (Fig. I-1) las ordenadas de la curva \$\bar{Z}\_0(x) = Z\_0(x)/\psi(x)\$ en los puntos \$1, 2, 3, \dots, r-1\$, son calculados primeramente. Esto permite la de-

terminación de las cargas equivalentes concentradas  $W_o(i)$ , actuando en los puntos  $i= 1,2,3,\dots\dots r-1$ , de la siguiente fórmula aproximada:

$$W_o(i) = \frac{h}{6} [\bar{Z}_o(i-1) + 4 \bar{Z}_o(i) + \bar{Z}_o(i+1)] \dots\dots I-e-7$$

donde: (  $i = 1,2,3 \dots\dots r-1$  )

Si la curva  $Z_o$  tiene una discontinuidad en cualquier punto ( $i$ ) como se vé en la figura I-2, la carga  $W_o(i)$  podrá ser calculada de la siguiente ecuación:

$$W_o(i) = \frac{h}{6} [\bar{Z}_o(i-1) + 2 (\bar{Z}'_o(i) + \bar{Z}''_o(i)) + \bar{Z}_o(i+1)] \dots\dots \dots I-e-8$$

Ahora es fácil determinar numéricamente el momento  $m_i(i)$  debido a las cargas  $W_o(i)$  por el método ya familiar para la ingeniería estructural, el cálculo de las reacciones finales encontrando el esfuerzo cortante en cada intervalo, añadiendo cargas sucesivas al esfuerzo cortante en la franja presente y finalmente obteniendo los momentos sumando los esfuerzos cortantes sucesivos multiplicados por la longitud  $h$  de los intervalos.

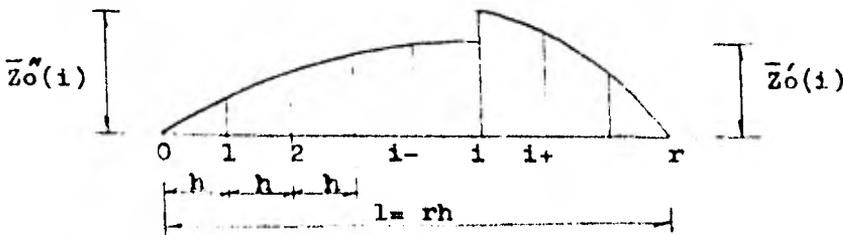


Fig. I-2

El momento resultante  $m_1(i)$  es la primera aproximación de la deflexión de la curva  $Z_1(i) = m_1(i)$ .

Repetiendo éste procedimiento pero comenzando con las curvas  $m_1(i)/\psi$ ,  $m_2(i)/\psi$ , ..... se obtienen improvisando curvas de deflexión.

$$Z_n(i) = m_n(i)$$

Aplicando la ecuación I-e-6 el parámetro  $\lambda_1$ , puede ser expresado por:

$$\lambda_1^2 = \frac{\int_0^l Z_{n-1} dx}{\int_0^l Z_n dx} = \frac{\int_0^l m_{n-1}(i)}{\int_0^l m_n(i)} \dots\dots\dots \text{I-e-9}$$

y las cargas críticas finalmente se obtienen de:

$$P_c = E I \frac{\int_0^l m_{n-1}(i)}{\int_0^l m_n(i)} \dots\dots\dots \text{I-e-10}$$

Así hasta ahora tenemos a P constante. Si P varía a lo largo de la columna, el método también es aplicable. Al adaptarlo para casos semejantes es necesario usar una forma más general de la ecuación I-e-1 que es:

$$E I y'' + M(x) = 0 \dots\dots\dots \text{I-e-11}$$

donde M(x) es el momento de referencia en el punto x del eje de deflexión de la columna. Considerando por ejemplo una columna de longitud l cargada por una fuerza axial P aplicada en el punto medio c (Fig. I-3)

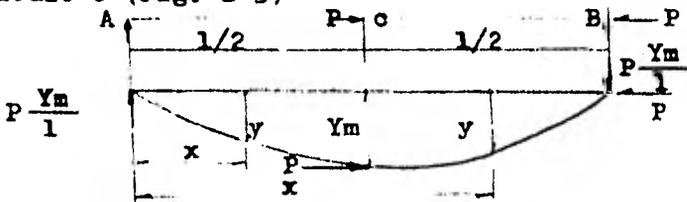


Fig. I-3

El momento  $M(x)$  entre los puntos A y C es:

$$M(x) = P y_m \frac{x}{l}$$

y entre los puntos C y B es:

$$M(x) = \left[ P y_m \frac{x}{l} - (Y_m - y) \right]$$

Si escribimos  $M(x) = M_1(x)$ , la ecuación I-e-11 toma la forma:

$$\psi(x) y'' + \lambda^2 \psi(x) = 0 \dots\dots\dots \text{I-e-12}$$

donde  $\lambda = \sqrt{P/EI}$  y en lugar de la ecuación I-e-4 tenemos la relación:

$$Z_n'' = \frac{\mu_{n-1}(x)}{\psi(x)} \dots\dots\dots \text{I-e-13}$$

donde:

$$(n = 1, 2, 3, \dots\dots\dots)$$

Por integraciones sucesivas de la ecuación I-e-13 comenzando por  $n = 1$  con una curva arbitraria  $\mu_0(x)$  y usando el procedimiento numérico previamente descrito, el problema se puede resolver en alguna manera como en el caso de la P constante.

El método discutido depende completamente del teorema expresado por la ecuación I-e-5 y una prueba de ello es de interés. El proceso de aproximaciones sucesivas, comenzando con una función  $Z_0$  que satisface las condiciones de frontera pero es arbitrariamente diferente. Algunas funciones semejantes  $Z_0$  se pueden expresar en la forma:

$$Z_0 = a_1 \varphi_1 + a_2 \varphi_2 + a_3 \varphi_3 + \dots\dots\dots \text{I-e-14}$$

donde los  $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3, \dots\dots\dots$  son las funciones características de la ecuación diferencial I-e-2, asociados con los valores característicos  $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \dots\dots\dots$

Introduciendo ésta expresión dentro de la ecuación I-e-4 para  $n = 1$ , tenemos:

$$Z_1'' = - \left[ a_1 \frac{\varphi_1}{\psi(x)} + a_2 \frac{\varphi_2}{\psi(x)} + \dots\dots\dots \right] \dots\dots\dots \text{I-e-15}$$

Dada alguna función  $\varphi_i$  que satisfice a la ecuación diferencial I-e-2 si  $\lambda^2 = \lambda_i^2$ , tenemos:

$$\frac{\varphi_i}{\psi(x)} = - \frac{\varphi_i''}{\lambda_i^2} \quad \text{donde } (i = 1, 2, 3, \dots)$$

e introduciendo ésta relación dentro de la ecuación I-e-15, llegamos a:

$$Z_i'' = a_1 \frac{\varphi_i''}{\lambda_i^2} + a_2 \frac{\varphi_i''}{\lambda_i^2} + \dots$$

integrando dos veces obtenemos:

$$Z_i = a_1 \frac{\varphi_i}{\lambda_i^2} + a_2 \frac{\varphi_i}{\lambda_i^2} + \dots \quad \text{I-e-16}$$

Aplicando el mismo razonamiento para  $Z_1$  tenemos:

$$Z_2 = a_1 \frac{\varphi_1}{\lambda_1^2} + a_2 \frac{\varphi_2}{\lambda_2^2} + \dots$$

y después de los pasos para  $n-1$  y  $n$  respectivamente se tiene:

$$Z_{n-1} = \frac{1}{\lambda_1^{2n-2}} ( a_1 \varphi_1 + \frac{\lambda_1^{2n-2}}{\lambda_2^{2n-2}} a_2 \varphi_2 + \dots )$$

y

$$Z_n = \frac{1}{\lambda_1^{2n}} ( a_1 \varphi_1 + \frac{\lambda_1^{2n}}{\lambda_2^{2n}} a_2 \varphi_2 + \dots )$$

como  $\lambda_2, \lambda_3, \dots$  son mucho mayores que  $\lambda_1$ , las funciones  $Z_{n-1}$  y  $Z_n$  convergen conforme  $n$  se incrementa.

$$\left. \begin{aligned}
 Z_{n-1} &= \frac{1}{\lambda_1^{2n-2}} a_1 \varphi_1 \\
 Z_n &= \frac{1}{\lambda_1^{2n}} a_1 \varphi_1
 \end{aligned} \right\} \dots \quad \text{I-e-17}$$

Así la relación  $Z_{n-1} / Z_n$ , se aproxima al valor característico más bajo  $\lambda_1^2$  cuando  $n \rightarrow \infty$ .

### I-f.- EL EFECTO DE MOMENTOS $P\Delta$ .

Para una estructura rígida de pisos múltiples no reforzada, bajo una combinación de carga de gravedad y cargas laterales, ocurre una desviación horizontal  $\Delta$  al inicio de la carga  $P$ . A un valor determinado de las cargas aplicadas, la estructura tiene una cantidad determinada de desviación  $\Delta$  (Delta).

Debido a dicha desviación, momentos de flexión secundarios, conocidos como momentos  $P\Delta$  se desarrollan en cada piso o nivel de la estructura, en la que  $P$  es la carga total por gravedad sobre el piso. Al incrementar las cargas aplicadas, los momentos  $P\Delta$  también se incrementan, por lo tanto el efecto que deberá tomarse en cuenta para el diseño de estructuras es el mencionado efecto  $P\Delta$ .

El AISC. conservadoramente previene éste efecto con factores de largo efectivo mayores que la unidad y un valor de  $C_m = 0.85$  en la fórmula:

$$\frac{f_a}{F_a} + \frac{C_{mx} f_{bx}}{(1 - f_a/P_{ex}) F_{bx}} + \frac{C_{my} f_{by}}{(1 - f_a/P_{ey}) F_{by}} \leq 1.0$$

Las estructuras incluidas en éste estudio fueron de 10 a 40 pisos de altura y la relación de esbeltez de la columna del plano interior fué de 18 hasta 42. La carga viva incluyendo muros divisorios varió de 40 a 100 psf. (195 a 488 Kg/m) y la carga muerta fué de 50 a 75 psf. (244 a 366 Kg/m) así como una carga uniforme de viento de 20 psf. (98 Kg/m).

Los resultados demuestran que una adecuada fuerza y estabilidad pueden ser aseguradas bajo cargas gravitacionales

y laterales cuando éstas estructuras rígidas son diseñadas para cumplir con el siguiente criterio:

- 1.- Todas las columnas son proporcionadas de acuerdo con la sección 1-6-1 del AISC. excepto que:
  - a) El factor de largo efectivo  $K$  se supone como la unidad en los calculos de  $P_a$  y  $P_e$ .
  - b) El coeficiente  $C_m$  es calculado como en las estructuras reforzadas.
- 2.- La máxima relación de carga axial para columnas  $f_a/P_a$  no excede el valor de 0.75 ( máxima relación de carga axial de columnas presentes en el estudio de Lehigh- 1973).
- 3.- La máxima relación de esbeltez  $h/r_x$  para la columna del plano interior no excede el valor de 35 ( máxima relación de esbeltez en el estudio de Lehigh- 1973).
- 4.- El índice de deslizamiento para carga de trabajo en estructuras desnudas ( deslizamiento a nivel del techo, dividido por la altura total de la estructura) no excede el valor de 0.004 .

El rasgo principal de éstas recomendaciones es que el artículo 4 representa un mínimo nivel de rigidez de estructuras rígidas para la estabilidad de estructuras bajo cargas combinadas.

Esta recomendación no intenta sugerir límites de deslizamiento para servicio, además estructuras con menos de 10 pisos quedaron fuera del estudio de Lehigh. Para edificios altos de acero, concerniente al diseño de columnas con factores de largo efectivo para estructuras de pisos múltiples existen referencias en el Diario de la División

Estructural, Springfield y P.F. Adams, ASCE vol.98 No ST-5 Mayo 1972.

La estabilidad de estructuras bajo cargas por gravedad solamente, está actualmente en estudio. Trabajos previos sugieren que cuando cargas laterales y por gravedad controlan el diseño de vigas y columnas en un piso, una adecuada rigidez en estructuras rígidas, para la estabilidad de las mismas bajo -- cargas combinadas, como se describió en el artículo 4 anterior puede proveer una estabilidad adecuada para estructuras bajo cargas por gravedad solamente.

Según los resultados de estudios actuales, factores de largo efectivo mayores que la unidad y un valor de  $C_m$  mayor que 0.85 siguen siendo recomendados para columnas en pisos superiores, donde solo cargas por gravedad controlan el diseño de estructuras rígidas.

## 11.- MIEMBROS DE SECCION VARIABLE, SOMETIDOS A CARGA AXIAL.

### 11-a.- NOMENCLATURA.

$F_{a\gamma}$  = Esfuerzo axial permisible en un miembro de sección variable en ausencia de momento de flexión.

$F'_{e\gamma}$  = Esfuerzo de Euler para un miembro de sección variable, dividido por el factor de seguridad e igual a :

$$F'_{e\gamma} = \frac{12\pi^2 E}{23(K_{\gamma}l/r_{b_0})^2}$$

$K_{\gamma}$  = Factor de longitud efectiva para un miembro de sección variable tal como se determina por análisis racional.

$S$  = Relación de esbeltez gobernante en un miembro de sección variable e igual a :

$$S = K_{\gamma}l/r_{o\gamma} \quad d$$

$$S = K_{\gamma}l/r_{ox}$$

$d_L$  = Profundidad en el extremo grueso de un miembro de sección variable.

$d_l$  = Profundidad en el extremo más grueso de uno de sus segmentos libres de un miembro de sección variable.

$d_o$  = Profundidad en el extremo más delgado de un miembro de sección variable, o en el extremo

más delgado de uno de sus segmentos libres.

- fa.** = Esfuerzo axial calculado en el extremo más delgado de un miembro de sección variable o en su extremo libre.
- l** = Largo del miembro o de su segmento libre.
- r.** = Radio de giro en el extremo más delgado de un miembro de sección variable.
- rt.** = Radio de giro en el extremo de un miembro de sección variable, considerando solamente el patín de compresión más un tercio del área de compresión del alma, tomado alrededor de un eje en el plano del alma.
- Z** = Distancia desde el extremo más delgado de un miembro de sección variable.
- $\gamma$**  = Relación de adelgazamiento de un miembro de sección variable ( También se usa como subíndice de referencia para miembros de sección variable ).

Para que un miembro de sección variable pueda clasificarse dentro de la especificación que trataremos ( Apéndice D AISC ) deberá cumplir con los siguientes requerimientos :

- a) Deberá tener al menos un eje de simetría, el cual será perpendicular al plano de flexión, si hay momentos presentes.
- b) Los patines deberán de ser iguales y de área constante.
- c) La altura varía linealmente de acuerdo a :

$$d_o \left( 1 + \gamma \frac{Z}{l} \right)$$

donde:

$$\gamma = \frac{d_1 - d_o}{d_o}$$

y donde  $\gamma$  será menos que el menor de: 0.268  $l/d_o$      $d$     6.0

## II-b.- ESFUERZO PERMISIBLE-COMPRESION.-

En la sección gruesa de un miembro de sección variable sujeto a compresión y cargado axialmente, donde  $S$  la relación de esbeltez efectiva es menor que  $C_c$ :

$$F_{aF} = \frac{(1.0 - S^2/2C_c^2) F_y}{5/3 + 3S/8C_c - S^2/8C_c^2} \dots\dots\dots \text{II-b-1}$$

y cuando la relación de esbeltez efectiva  $S$  excede a  $C_c$ :

$$F_{aF} = \frac{12 \pi^2 E}{23 S^2} \dots\dots\dots \text{II-b-2}$$

donde:

$$S_y = \frac{K_y l}{r_{oy}} \dots\dots\dots \text{para flexión axial débil}$$

$$S_x = \frac{K_x l}{r_{ox}} \dots\dots\dots \text{para flexión axial fuerte}$$

donde:

$K_x$  = Factor de longitud efectiva para un miembro prismático.

$K_y$  = Factor de longitud efectiva para un miembro de sección variable según se determina por análisis racional.

$r_{ox}$  = Radio de giro de un eje fuerte en el extremo más delgado para un miembro de sección variable.

$r_{oy}$  = Radio de giro para el eje débil en el extremo más delgado de un miembro de sección variable.

## II-o.- PROCEDIMIENTO.-

La aproximación al formular  $F_{aF}$  de columnas de sección variable, se basa en el concepto de que el esfuerzo crítico para una columna de sección variable axialmente cargada, es igual al de una columna prismática de diferente longitud, pero

de la misma sección transversal que la de la parte más delgada de la columna de sección variable. Esto ha dado por resultado un factor  $K_r$  equivalente de largo efectivo para un miembro de sección variable sujeto a compresión axial.

Este factor, el cual es usado para determinar el valor de  $S$  en las fórmulas II-b-1 y II-b-2, puede ser determinado exactamente para una estructura rígida simétrica y rectangular, compuesta de vigas prismáticas y columnas de sección variable.

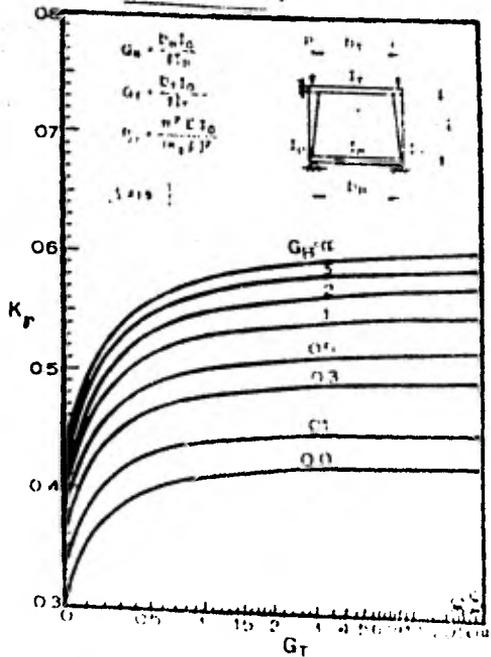
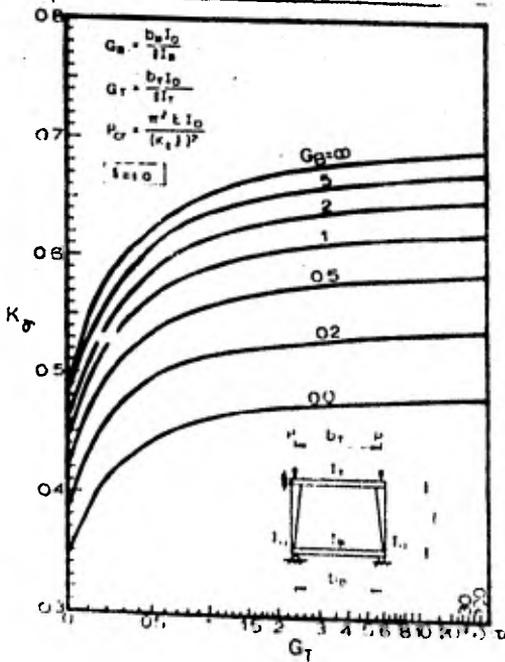
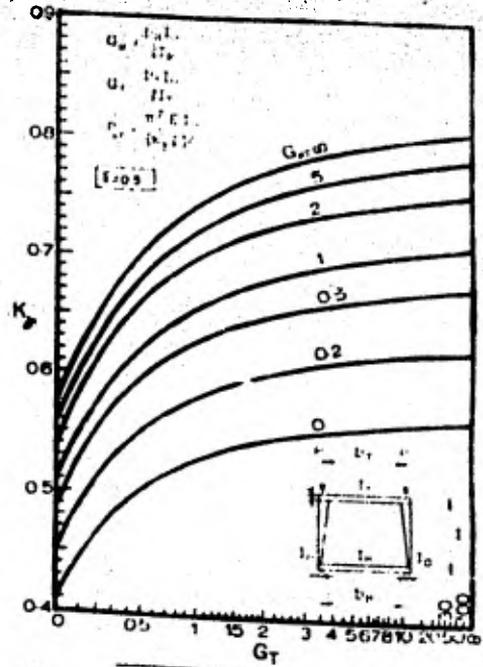
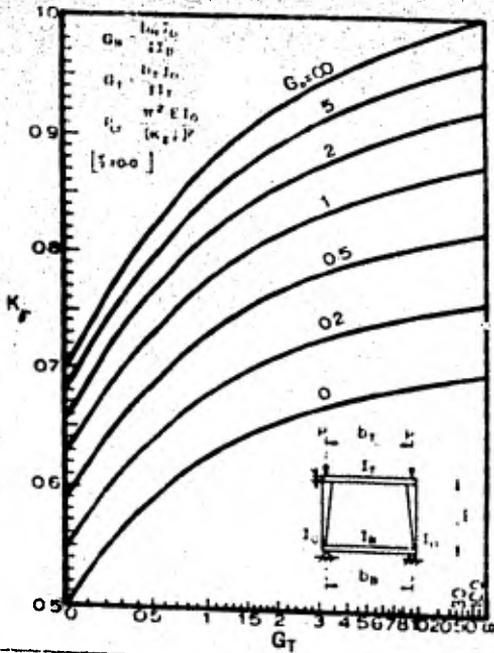
Con proposiciones modificantes, una estructura de ese tipo puede ser usada como un modelo matemático, para determinar con suficiente exactitud la influencia de la rigidez  $\Sigma (I/b)_g$  de miembros que proporcionan sujeción en los extremos de la columna de sección variable.

De las fórmulas II-b-1 y II-b-2, la carga crítica  $P_{cr}$  puede expresarse como  $P_{cr} = \pi^2 E I_o / (K_r l)^2$ . El valor de  $K_r$  puede ser obtenido por interpolación, usando la gráfica apropiada (ver gráficas anexas II-1 a II-16) y los modificadores de sujeción  $G_t$  y  $G_b$ . En cada uno de éstos modificadores, la columna de sección variable, tratada como un miembro prismático con un momento de inercia  $I_o$  calculado en el extremo más delgado y una longitud real  $l$ , que es asignada con una rigidez  $I_o/l$ , lo cual es entonces dividida por la rigidez de los miembros de sujeción al extremo de la columna de sección variable en consideración. Tal aproximación está bien documentada. Casos típicos (ver figuras II-17). Así, hay que notar en éstas gráficas que los valores de  $K_r$  representan los efectos combinados de sujeción y de reducción de sección. Para el caso en que  $\delta = 0$ ,  $K_r$  se convierte en  $K$ , la cual puede también determinarse por medio de la

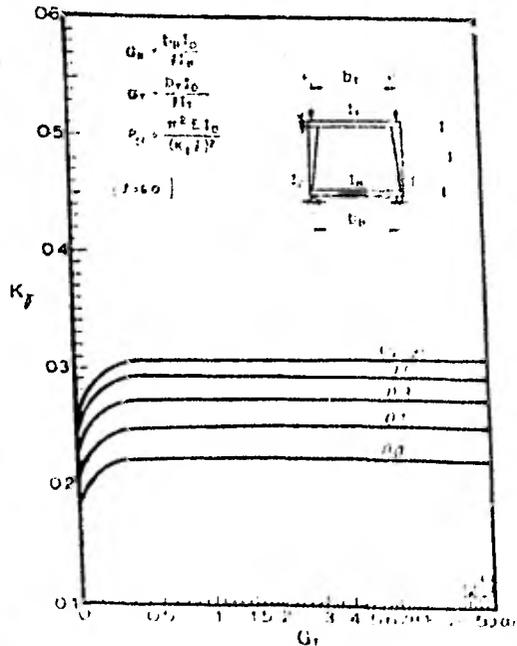
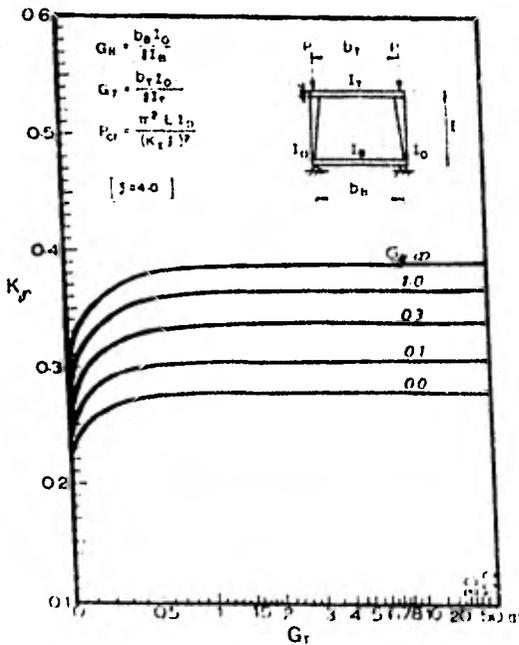
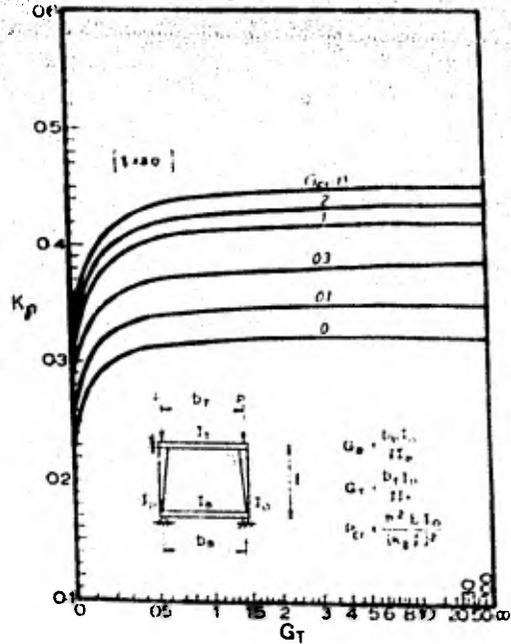
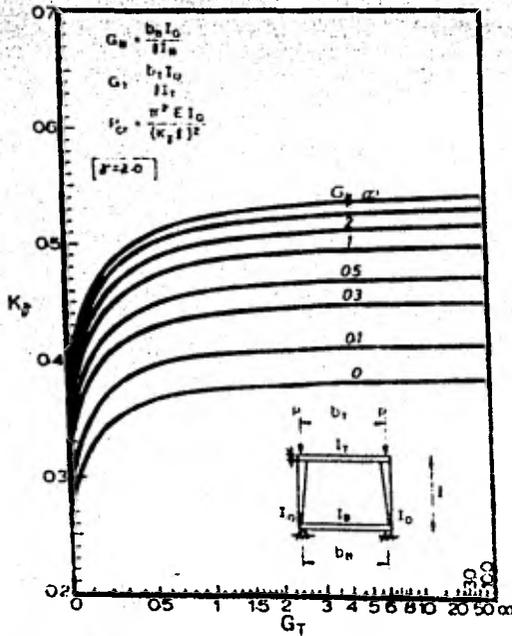
gráfica de alineamiento para longitud efectiva de columnas en estructuras continuas (figura II-18).

Para el caso de que las vigas de sujeción sean también de sección variable, la estimación de  $K_r$  puede calcularse con las mismas gráficas.

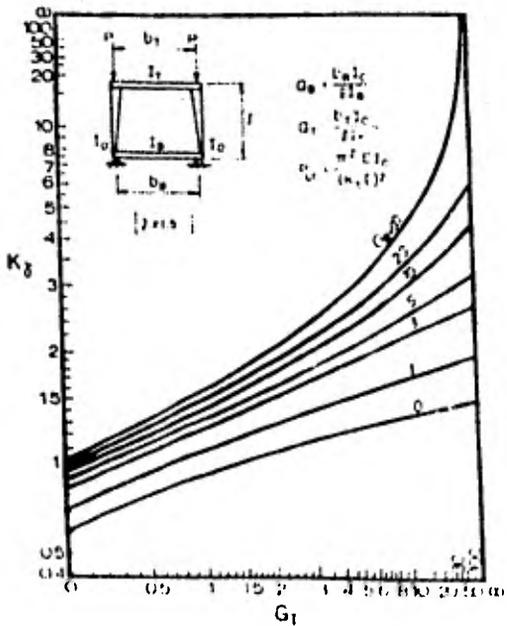
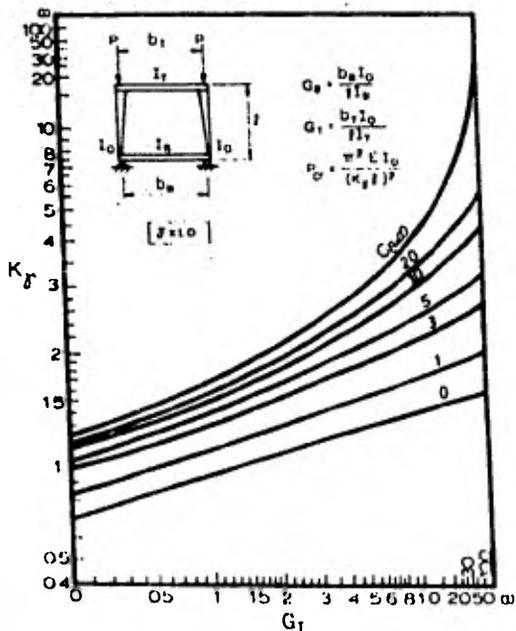
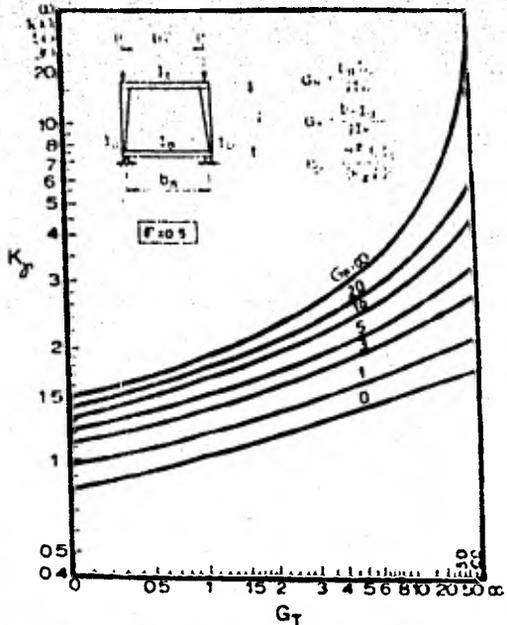
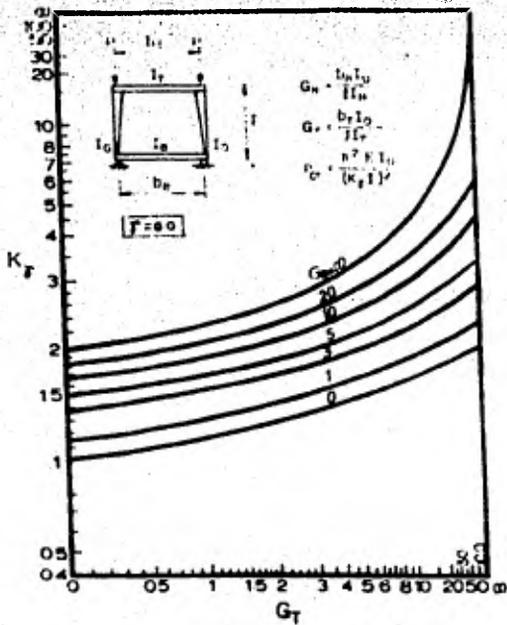
**Factores de longitud efectiva para columnas de sección variable sin desplazamiento lateral. Gráficas II-1, II-2, II-3 y II-4**



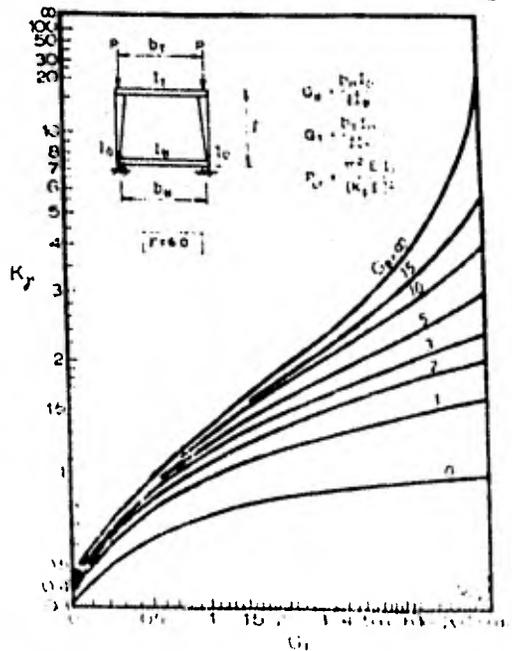
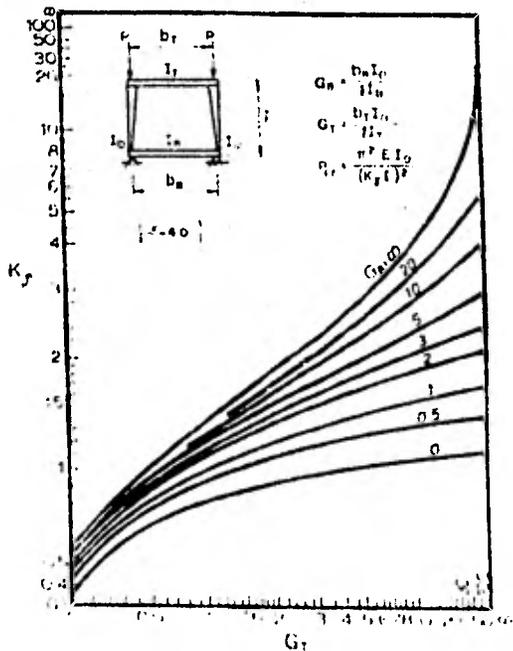
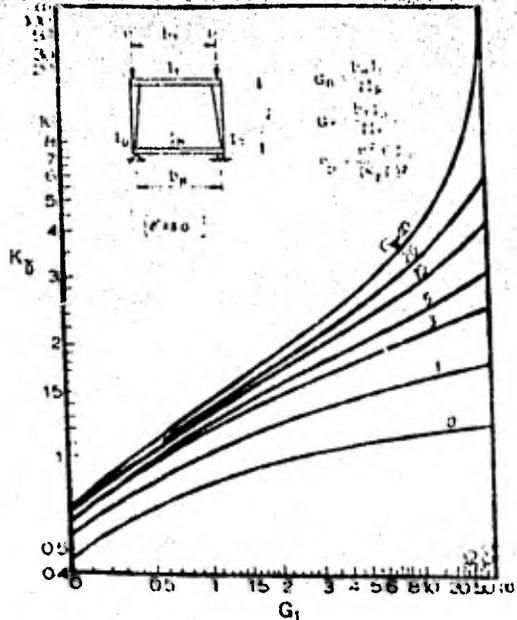
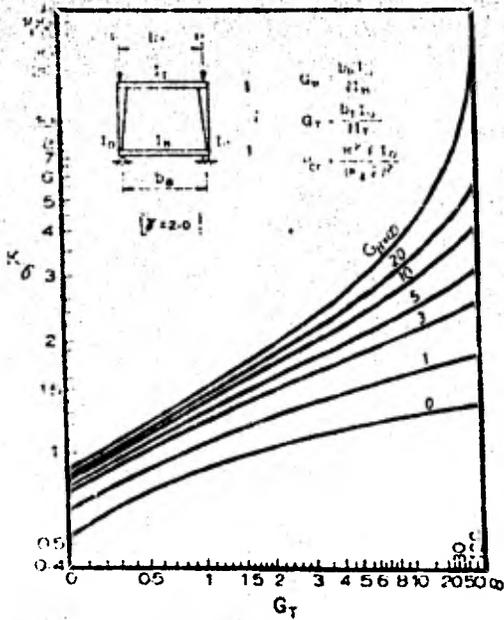
**Factores de longitud efectiva para columnas de sección variable sin desplazamiento lateral. Gráficas II-5, II-6, II-7 y II-8**

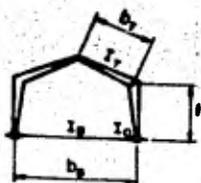


Factores de longitud efectiva para columnas de sección variable con desplazamiento lateral. Gráficas II-9, II-10, II-11 y II-12



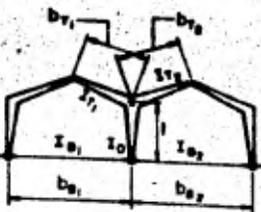
**Factores de longitud efectiva para columnas de sección variable con desplazamiento lateral. Gráficas II-13, II-14, II-15 y II-16.**





$$G_y = \frac{b_y I_x}{I_y}$$

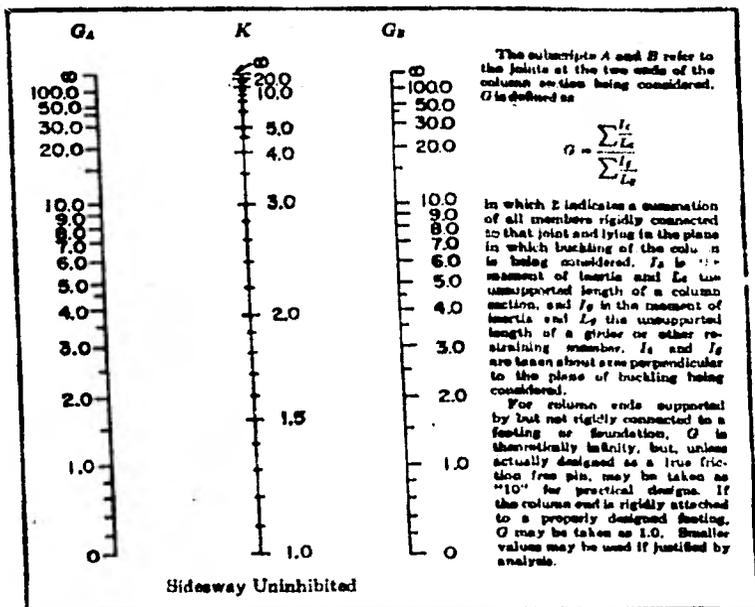
$$G_x = \frac{b_x I_y}{I_x}$$



$$G_y = \frac{I_x}{I_y} \sum \frac{b_y}{I_y}$$

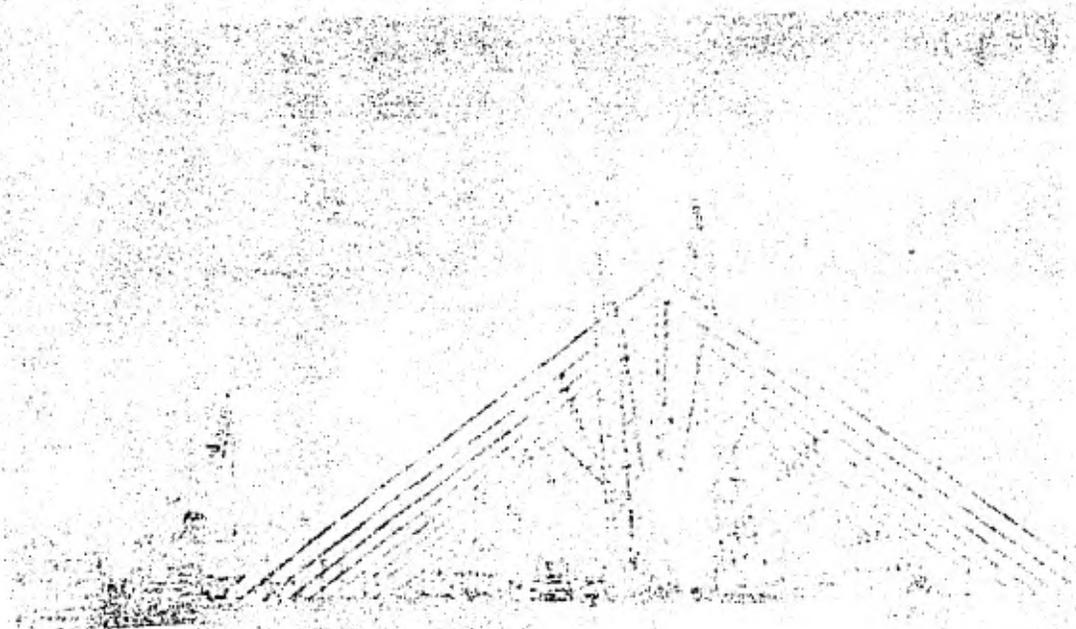
$$G_x = \frac{I_x}{I_x} \sum \frac{b_x}{I_x}$$

Gráficas II-17



Alignment Chart for Effective Length of Columns in Continuous Frames

Gráfica II-18



### III.- MIEMBROS DE SECCION VARIABLE SUJETOS A FLEXION.

#### III-a.- NOMENCLATURA:

**B** = Coeficiente de flexión dependiente del momento calculado o esfuerzo en los extremos libres de un miembro de sección variable.

**Cm** = Coeficiente aplicado al término de flexión en la fórmula de interacción y dependiente de la curvatura de la columna, causada por momentos aplicados. (ver sección IV, Esfuerzos combinados para valores ).

**F<sub>S</sub>** = Esfuerzo de flexión de St. Venant de resistencia a la torsión e igual a :

$$F_S = \frac{12 \times 10^3}{hsl d_o / A_f}$$

**F<sub>w</sub>** = Esfuerzo de flexión de resistencia a la torsión e igual a :

$$F_w = \frac{170 \times 10^3}{hwl / r_{to}}$$

**dL** = Profundidad en el extremo más grueso de un miembro de sección variable.

**dl** = Profundidad en el extremo más grueso de uno de sus segmentos libres de un miembro de sección variable.

**do** = Profundidad en el extremo más delgado de un miembro de sección variable o en el extremo más delgado de uno de sus segmentos libres.

**fbl** = Esfuerzo de flexión calculado en el extremo más delgado de un miembro de sección variable o en su extremo libre.

**hs** = Factor aplicado al espacio libre de un miembro de sección variable e igual a :

$$hs = 1.0 + 0.0230 \delta \sqrt{l d_o / A_f}$$

$hw$  = Factor aplicado al espacio libre de un miembro de sección variable e igual a :

$$hw = 1.0 + 0.003856\sqrt{l/rto}$$

$l$  = Largo del miembro o de su segmento libre.

$rto$  = Radio de giro en el extremo más delgado de un miembro de sección variable, considerando solamente el patín de compresión más un tercio del área de compresión del alma tomado alrededor de un eje en el plano del alma.

= Relación de adelgazamiento de un miembro de sección variable ( también se usa como subíndice de referencia para miembros de sección variable ).

$Af$  = Área del patín

### III-b.- ESFUERZO PERMISIBLE-FLEXION.-

TENSION Y COMPRESION EN LAS FIBRAS EXTREMAS DE MIEMBROS FLEXIBLES DE SECCION VARIABLE.-

$$Fb_f = \frac{2}{3} \left[ 1.0 - \frac{Fy}{6 B (Fs_f)^2 + (Fw_f)^2} \right] Fy \leq 0.6 Fy \dots \text{III-b-1}$$

a menos que :

$$Fb_f \leq 0.33 Fy$$

en cuyo caso :

$$Fb_f = B \sqrt{(Fs_f)^2 + (Fw_f)^2} \dots \text{III-b-2}$$

en las que:

$$Fs_f = \frac{12 \times 10^3}{hslido/Af}$$

y

$$Fw_f = \frac{170 \times 10^3}{(hw_l/rto)^2}$$

donde:

$$h_s = 1.0 + 0.0230\delta \sqrt{I_{do}/A_f}$$

$$h_w = 1.0 + 0.00385\delta \sqrt{I/r_{to}}$$

en que;

l = Distancia entre secciones transversales sujetas por torcedura o desplazamiento lateral del patín.

r<sub>to</sub> = Radio de giro de una sección en el extremo más delgado considerando solo el patín de compresión más un tercio del área de compresión del alma, tomado alrededor de un eje en el plano del alma.

A<sub>f</sub> = Área del patín.

δ = Relación de adelgazamiento que se define como:

$$\delta = d_1 - [d_o / d_o]$$

y donde el coeficiente de flexión B se calcula como sigue:

a) Cuando el momento máximo M<sub>2</sub> en tres segmentos adyacentes de aproximadamente igual longitud libre, se localiza dentro del segmento central, y M es el momento mayor en un extremo de la porción de tres segmentos del miembro ( M<sub>1</sub> / M<sub>2</sub> es considerado negativo cuando produce curvatura sencilla ; en el raro caso de que M<sub>1</sub> / M<sub>2</sub> sea positivo se recomienda tomarlo como cero).

$$B = 1.0 + 0.37 \left[ 1.0 + \frac{M_1}{M_2} \right] + 0.50\delta \left[ 1.0 + \frac{M_1}{M_2} \right] \geq 1.0$$

b) Cuando el mayor esfuerzo de flexión calculado fb<sub>2</sub> , ocurre en el extremo más largo de dos segmentos adyacentes de aproximadamente igual longitud libre y fb<sub>1</sub> es el esfuerzo de flexión calculado en el extremo más pequeño de la sección de dos seg-

mentos de un miembro, ( $f_{b_1}/f_{b_2}$ , es considerado negativo cuando produce curvatura sencilla. Si un punto de inflexión ocurre en uno de los dos segmentos libres adyacentes  $f_{b_1}/f_{b_2}$  es considerado como positivo ), la relación  $f_{b_1}/f_{b_2} \neq 0$

$$B = 1.0 + 0.58 \left[ 1.0 + \frac{f_{b_1}}{f_{b_2}} \right] - 0.708 \left[ 1.0 + \frac{f_{b_1}}{f_{b_2}} \right] > 1.0$$

- c) Cuando el mayor esfuerzo de flexión calculado  $f_{b_2}$ , ocurre en el extremo más largo de dos segmentos adyacentes de aproximadamente iguales tramos libres y  $f_{b_1}$  es el esfuerzo de flexión calculado en el extremo mayor de la porción de dos segmentos de un miembro, ( $f_{b_1}/f_{b_2}$ , es considerado negativo cuando produce curvatura sencilla. Si un punto de inflexión ocurre en uno de los dos segmentos libres adyacentes  $f_{b_1}/f_{b_2}$  es considerado como positivo ), la relación  $f_{b_1}/f_{b_2} \neq 0$

$$B = 1.0 + 0.55 \left[ 1.0 + \frac{f_{b_1}}{f_{b_2}} \right] + 2.2 \left[ 1.0 + \frac{f_{b_1}}{f_{b_2}} \right] > 1.0$$

En lo sucesivo  $\gamma = \frac{d_1 - d_0}{d_0}$  calculado para el tramo libre que contiene al máximo momento de flexión calculado.

- d) Cuando el esfuerzo de flexión calculado en el extremo más pequeño de un miembro de sección variable o un segmento del mismo es igual a cero.

$$B = \frac{1.75}{1.0 + 0.25}$$

donde:

$\gamma = \frac{d_1 - d_0}{d_0}$  calculado para el tramo libre adyacente al punto donde el esfuerzo de flexión es igual a cero.

El valor de B será tomado como la unidad al calcular el valor de  $P_{b_1}$ , para ser usado en la fórmula de esfuerzos combinados. Deberá también ser tomado como la unidad para miembros

de sección variable o segmentos de los mismos no tratados anteriormente.

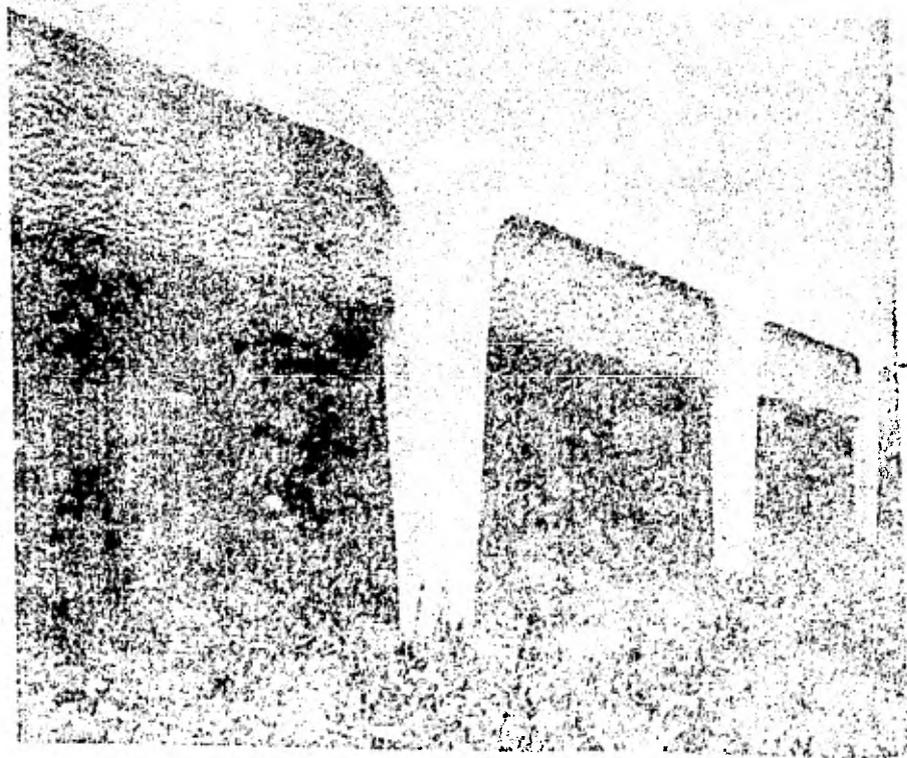
### III-c.- PROCEDIMIENTO.-

El desarrollo de los esfuerzos permisibles de flexión para vigas de sección variable, siguen muy de cerca a aquellos para vigas prismáticas. El concepto básico es reemplazar una viga de sección variable por una viga prismática equivalente, con una longitud diferente pero con una sección transversal idéntica a la de la sección más delgada del miembro de sección variable.

Esto há conducido a los factores modificados de longitud  $h_s$  y  $h_w$  en las fórmulas III-b-1 y III-b-2. Estas fórmulas se basan en la resistencia total al pandeo lateral, usando las resistencias de St. Venant y de ladeamiento.

El factor B modifica el  $F_b$  básico para contar en el gradiente de momento y la sujeción lateral ofrecida por segmentos adyacentes.

Para miembros que son continuos más allá de soportes laterales, se aplican usualmente las categorías a, b y c de la sección III-b (D-3 AISC). Desde luego hay que notar que ellas se aplican solo cuando la fuerza axial es pequeña y los segmentos adyacentes no sujetos son aproximadamente iguales en longitud. Para un miembro sencillo o segmentos que no caen dentro de la categoría a, b, c o d, el valor recomendado para B es la unidad. El valor de B será también tomado como la unidad al calcular el valor de  $F_b$  para usarse en la fórmula de interacción ya que el efecto del gradiente de momento es proporcionado por el factor  $C_m$ .



#### IV.- MIEMBROS DE SECCION VARIABLE SUJETOS A CARGA AXIAL Y FLEXION COMBINADOS.-

##### IV-a.- NOMENCLATURA:

$f_{ax}$  = Esfuerzo axial permisible en un miembro de seccion variable en ausencia de momento de flexion.

$f_{ao}$  = Esfuerzo axial calculado en el extremo más delgado de un miembro de seccion variable o en su extremo libre.

$f_{bx}$  = Esfuerzo de flexion permisible en miembros de seccion variable en ausencia de fuerza axial.

$f_{bl}$  = Esfuerzo de flexion calculado en el extremo más delgado de un miembro de seccion variable o en su extremo libre.

$F'_{ey}$  = Esfuerzo de Euler para un miembro de seccion variable dividido por el factor de seguridad e igual a :

$$F'_{ey} = \frac{12 \pi^2 E}{23(K_r l/rbo)^2}$$

$C_m$  = Coeficiente aplicado al término de flexion en la fórmula de interaccion y dependiente de la curvatura de la columna, causada por momentos aplicados.

$F_y$  = Límite de fluencia del acero que utilizamos.

##### IV-b.- ESFUERZOS COMBINADOS.-

Los miembros de seccion variable y los extremos libres de los mismos, sujetos a compresion axial y esfuerzos de flexion seran proporcionados por los siguientes requerimientos:

$$\frac{f_{ao}}{f_{ax}} + \left[ \frac{C_m}{1 - f_{ao}/F'_{ey}} \right] (f_{bl}/f_b) \leq 1.0 \quad \dots \text{IV-1}$$

$$\frac{f_{ao}}{0.6 F_y} + \frac{f_{bl}}{F_{bx}} \leq 1.0 \quad \dots \text{IV-2}$$

Cuando  $[f_{ao}/F_a] < 0.15$  la siguiente fórmula ( IV-3 ) puede ser usada en lugar de las fórmulas IV-1 y IV-2

$$\frac{f_{ao}}{F_{a_p}} + \frac{f_{bl}}{F_{b_p}} < 1.0 \dots\dots\dots IV-3$$

$F_{a_p}$  = Esfuerzo axial que sería permitido si solo existiera fuerza axial.

$F_{b_p}$  = Esfuerzo flexionante de compresión que sería permitido si solo existiera momento de flexión.

$$F_{e_r} = \frac{12I^2 E}{23 (K_y l / r_{bo})^2}$$

donde;

$l$  = Largo libre efectivo en el plano de flexión.

$r_{bo}$  = Radio de giro correspondiente en su extremo más delgado.

$f_{ao}$  = Esfuerzo axial calculado en el extremo más delgado de un miembro o segmento libre, según el caso.

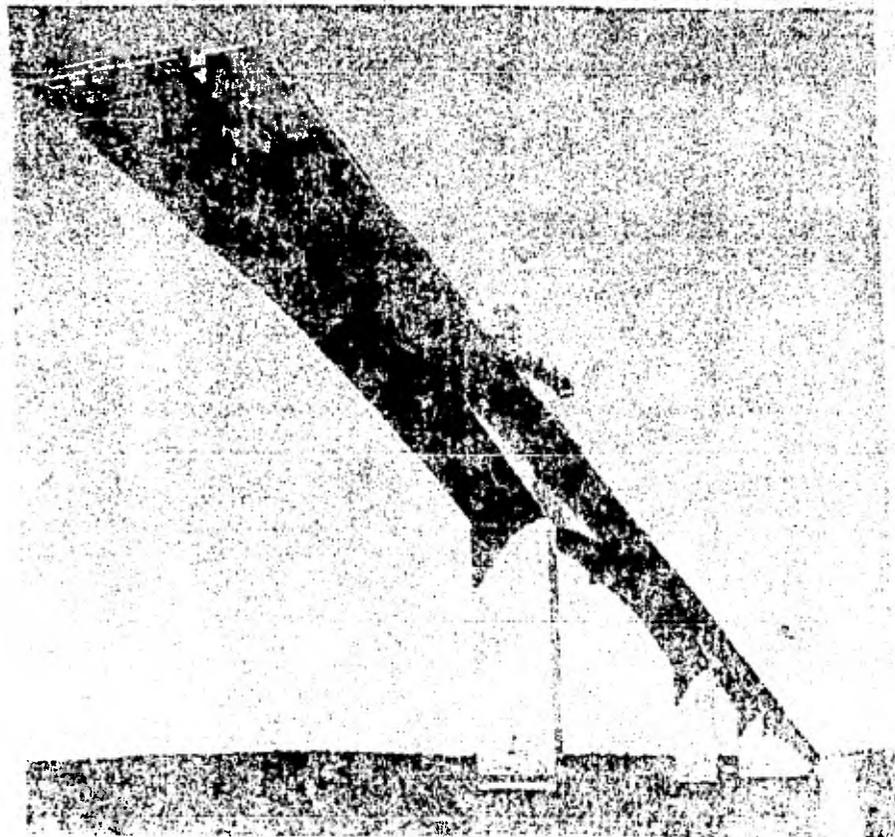
$f_{bl}$  = Esfuerzo de flexión calculado en el extremo más grueso del miembro o del segmento libre, según el caso:

a) Cuando el miembro está sujeto a momentos extremos que causan flexión con curvatura sencilla y momentos de flexión calculados aproximadamente iguales.

$$C_m = 1.0 - 0.1 \left[ \frac{f_{ao}}{F_{e_r}} \right] + 0.3 \left[ \frac{f_{ao}}{F_{e_r}} \right]^2$$

b) Cuando el esfuerzo de flexión calculado en el extremo más delgado de la longitud libre es igual a cero.

$$C_m = 1.0 - 0.9 \left[ \frac{f_{ao}}{F_{e_r}} \right] + 0.6 \left[ \frac{f_{ao}}{F_{e_r}} \right]^2$$



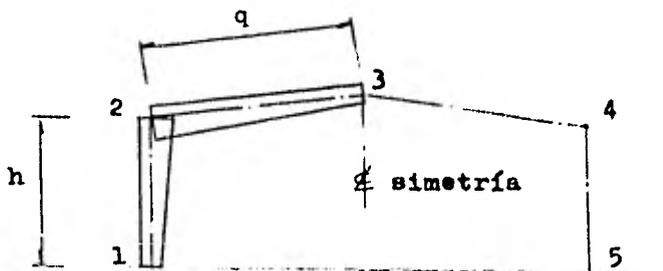
## V.- MIEMBROS DE SECCION VARIABLE POR EL CRITERIO DE PARAMETROS ELASTICOS.

Este método llamado también mecánico, fué introducido por el Ing. Valerian Leontovich en su trabajo titulado "Conceptos de parámetros elásticos".

Todas las ecuaciones estan formuladas en términos generales y se aplican a estructuras simétricas con miembros de diferentes formas y proporciones. Presenta las fuerzas y momentos producidos por diferentes condiciones de carga, tanto horizontales como verticales, además expresa las fuerzas y los momentos producidos por distorsiones provocadas por asentamientos o desplazamientos de los apoyos, o por momentos aplicados.

Definen como eje longitudinal de un miembro de sección variable, según el (Portland Cement Association) y otras reconocidas autoridades en la materia, al eje paralelo al borde recto del miembro y que pase a través del centro de gravedad de la sección transversal más delgada.

El análisis de la estructura se basa en las propiedades físicas y elásticas de los miembros individuales, por lo que el primer paso de análisis es la reducción de la estructura a sus miembros constitutivos. Las longitudes de éstos miembros se consideran entre las intersecciones de los ejes. Las formas de los miembros se definen extendiendo el acartelamiento hasta las líneas normales a los ejes a través de los puntos de intersección. Vease las siguientes figuras:



Para desarrollar el análisis de estructuras con miembros de sección transversal variable, en una forma general aplicable a varios tipos y formas de miembros, hay que definir las propiedades elásticas de los miembros e introducirlos al análisis.

Para tener en cuenta diversas cargas sobre la estructura hay que definir las propiedades de las áreas de momentos e introducirlas también al análisis.

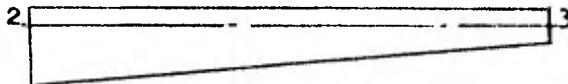
Las propiedades elásticas de los miembros rectos de sección transversal variable, están definidas por tres parámetros:  $\alpha_n$ ,  $\alpha_m$ , y  $\beta_n$  que caracterizan completamente a todas las propiedades elásticas del miembro ( ver gráficas del apéndice del libro "Pórticos y Arcos" de Valerian Leontovich, para valores numéricos de éstos parámetros ).

Las propiedades del área de momentos del miembro cargado con sección transversal variable quedan definidas por dos constantes de carga:  $R_n$  y  $R_m$  (ver gráficas del apéndice del libro de Leontovich, para valores numéricos de éstas constantes para un cierto número de cargas principales).

Los valores numéricos de los parámetros elásticos dependen únicamente de la forma del miembro, en tanto que los valores de las constantes de carga dependen de la forma del miembro y de la forma de la carga.

Para definir los parámetros elásticos del siguiente elemento en el extremo grueso es  $\alpha_{23}$  y  $\beta_{23}$ .

Así mismo en el extremo delgado serían  $\alpha_{32}$  y  $\beta_{32}$ .



De igual forma se nomenclaturan las constantes de carga  $R_n$  y  $R_a$ .

Una vez encontrados los valores numéricos de los parámetros elásticos y de las constantes de carga, se pueden calcular fácilmente las magnitudes hiperestáticas de la estructura, empleando las ecuaciones de las soluciones condensadas de análisis. Ya una vez encontradas las magnitudes hiperestáticas se pueden obtener los momentos y las fuerzas axial y cortante en cualquier sección de la estructura.

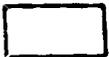
#### V-a.- METODOLOGIA PARA DISEÑAR LA ESTRUCTURA.

Al haber hecho el análisis por cualquier método y el haber encontrado los elementos mecánicos de los miembros, los cuales rigen el diseño de éstos se procede según los siguientes diagramas de flujo, preparados para definir los esfuerzos permisibles.

##### SIMBOLOGIA UTILIZADA PARA LOS DIAGRAMAS DE FLUJO.-



Requisito de decisión (si o no). Punto del diagrama donde un cierto criterio de la especificación en cuestión se satisface o no y la respuesta determina cual de las dos alternativas se debe seguir para la salida de éste símbolo.



Requisito del proceso u orden de ejecución. Punto del diagrama donde se inicia o termina el proceso, o bien donde una determinada operación específica se debe de hacer.

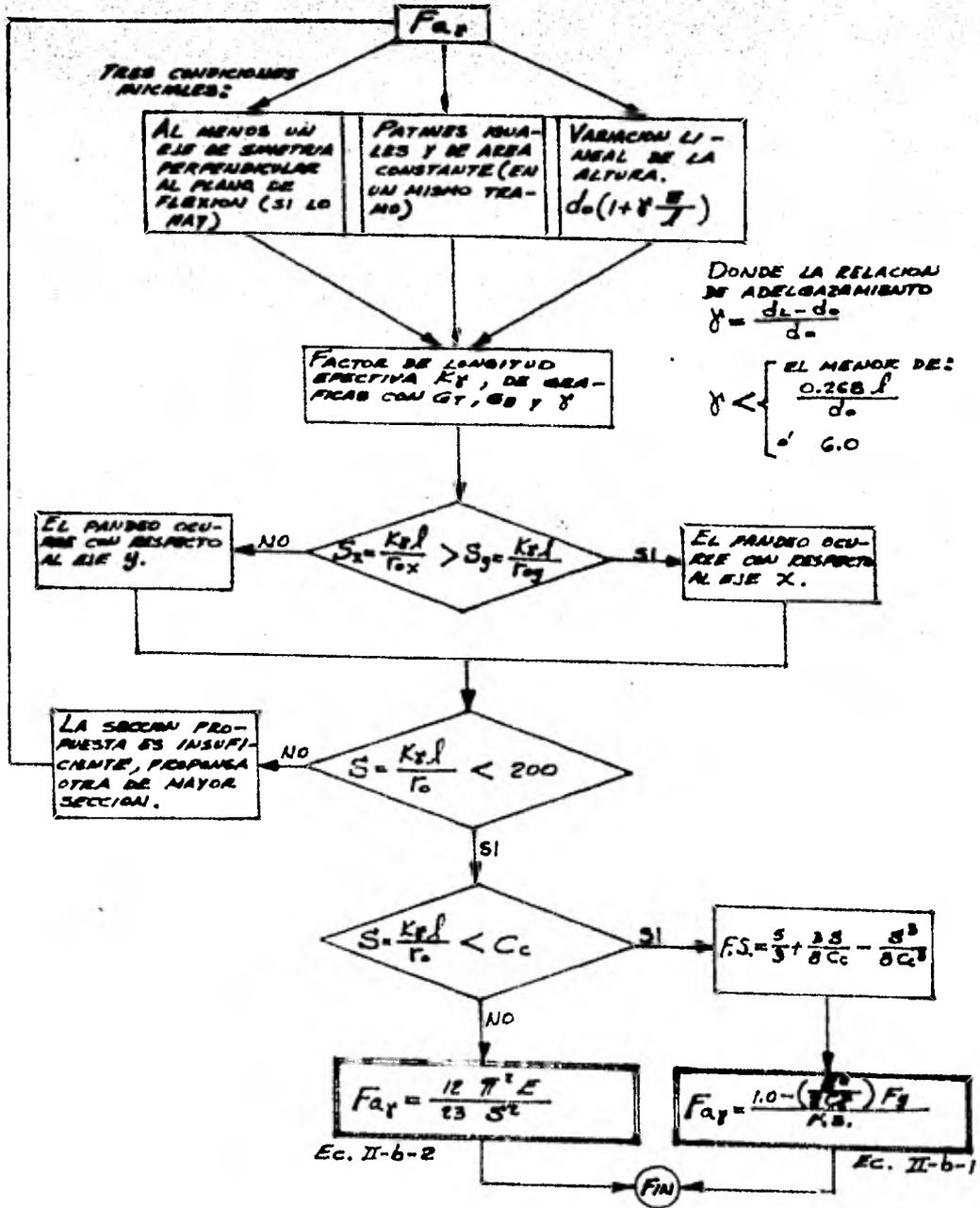


Conector. Representa el punto de unión en la línea de flujo. Un caracter alfabético identifica a un conector único que debe transferirse dentro del diagrama de flujo.

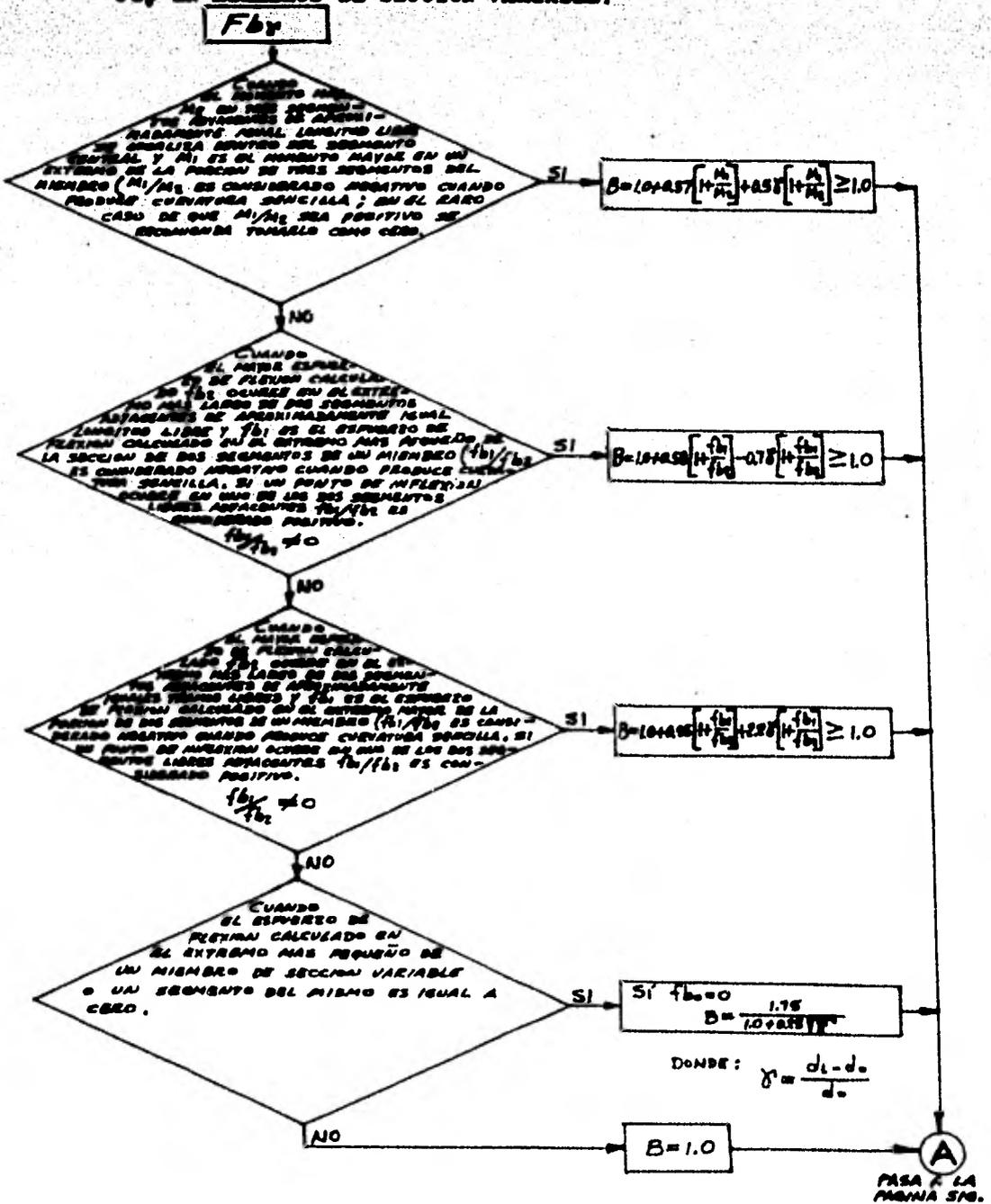


Conector a otra sección o página. Cuando un determinado diagrama de flujo no quede en una cierta hoja, se determina con éste símbolo y se continúa donde vuelva a aparecer dicho símbolo en otra hoja.

V-b.- CRITERIO PARA VALUAR EL ESFUERZO AXIAL PERMISIBLE  $F_{ax}$ , EN MIEMBROS DE SECCION VARIABLE.



V-6.- CRITERIO PARA VALUAR EL ESFUERZO DE FLEXION PERMISIBLE  $F_{by}$  EN MIEMBROS DE SECCION VARIABLE.



VIENE DE LA  
PAGINA ANTERIOR

(A)

$$F_{bx} = \frac{2}{3} \left[ 1.0 - \frac{F_y}{6B \sqrt{(F_{sy})^2 + (F_{wy})^2}} \right] F_y$$

EC. III-b-1

SI  $F_{bx} \leq 0.6 F_y$  NO

$$F_{bx} = 0.6 F_y$$

EC. III-b-3

$F_{bx} \leq 0.33 F_y$  NO

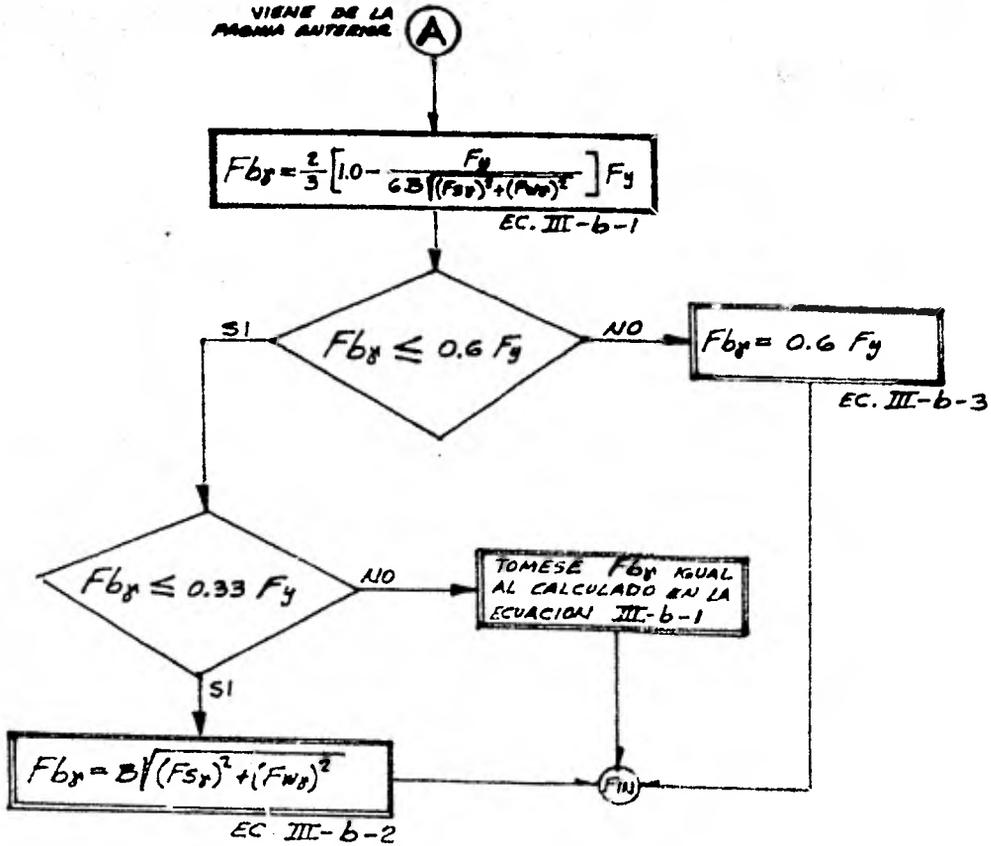
TOMESE  $F_{bx}$  IGUAL  
AL CALCULADO EN LA  
ECUACION III-b-1

SI

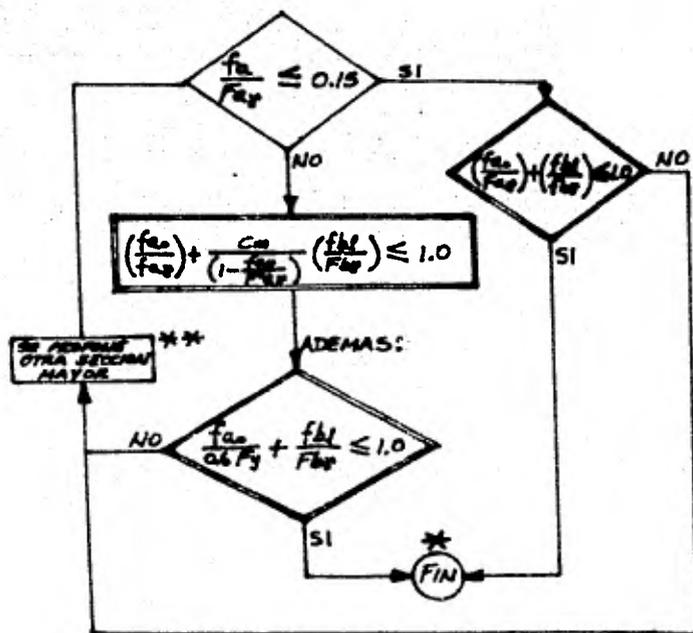
$$F_{bx} = B \sqrt{(F_{sy})^2 + (F_{wy})^2}$$

EC. III-b-2

FIN



V-d.- CRITERIO PARA VALUAR LOS ESFUERZOS COMBINADOS DE COMPRESION AXIAL Y DE FLEXION, EN MIEMBROS DE SECCION VARIABLE.



DONDE:

$$C_m = 1.0 + 0.1 \left( \frac{f_{c0}}{F_{cy}} \right) + 0.3 \left( \frac{f_{c0}}{F_{cy}} \right)^2$$

CUANDO HAY MOMENTOS EXTREMOS APROXIMADAMENTE IGUALES Y QUE PRODUCEN FLEXION CON CURVATURA.

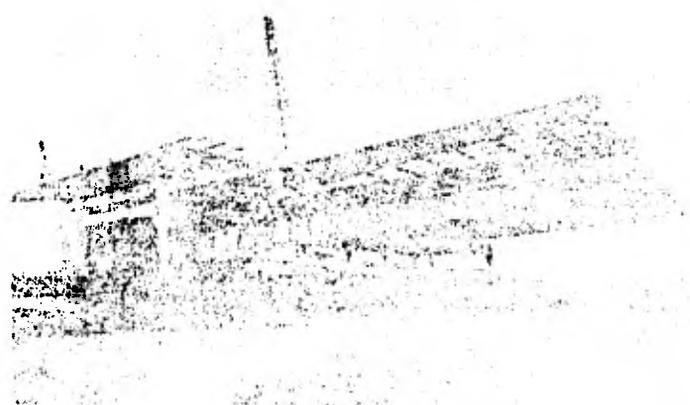
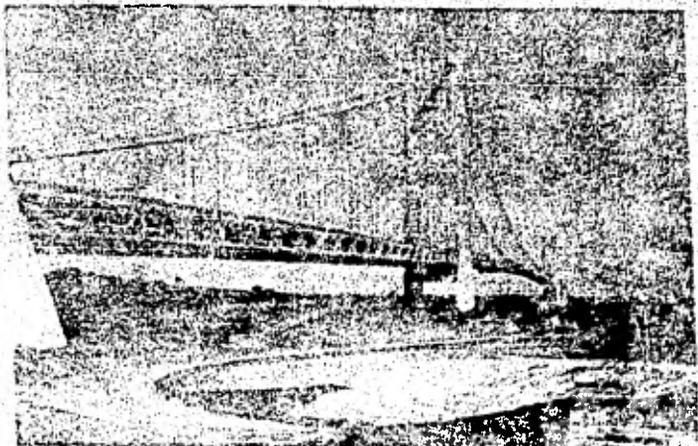
— 0 —

$$C_m = 1.0 - 0.9 \left( \frac{f_{c0}}{F_{cy}} \right) + 0.6 \left( \frac{f_{c0}}{F_{cy}} \right)^2$$

CUANDO EL ESFUERZO DE FLEXION CALCULADO EN EL EXTREMO MAS DELGADO DE LA LONGITUD LIBRE ES IGUAL A CERO.

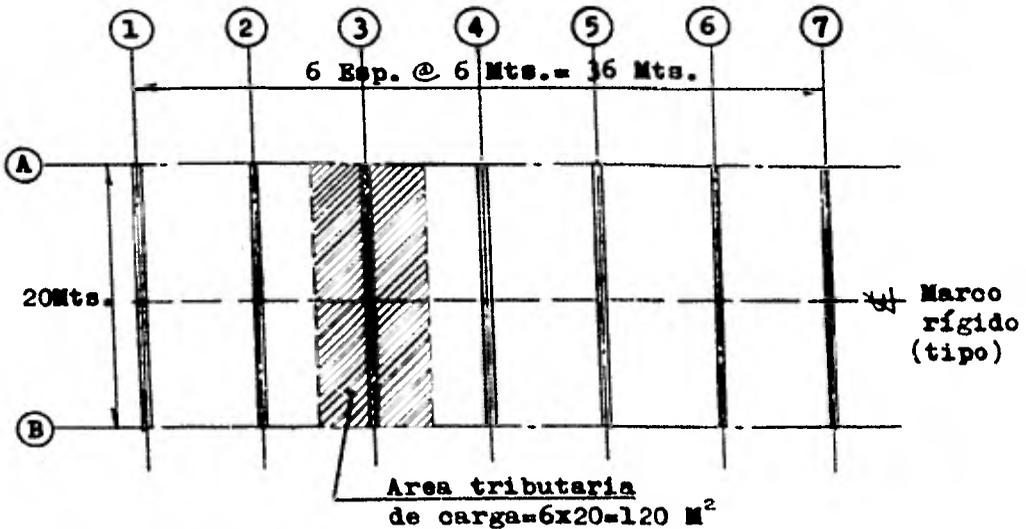
\* A JUICIO DEL DISEÑADOR PODRA DISMINUIRSE LA SECCION SI SE CONSIDERA CONVENIENTE Y ADECUADO.

\*\* PUEDEN AUMENTARSE LOS ANCHOS Y/O ESPESORES DE PANTONES Y ALMA O BIEN EL PERALTE DE LA SECCION. NO QUEDA DENTRO DE LA FINALIDAD DE ESTE TRABAJO EL CRITERIO DE PROPORCIONAMIENTO OPTIMO DE SECCION, EL CUAL PUEDE VERSE EN OTRAS FUENTES DE INFORMACION.



## VI.- APLICACION A UN CASO EJEMPLIFICATIVO.

Proponemos la siguiente estructuración, que se planeó como la alternativa más conveniente, la cual soluciona con marcos rígidos de doble vertiente (a dos aguas), con ambos apoyos articulados y con un techado de lámina de asbesto-cemento de 6.5 mm. de espesor, dicho edificio es para uso industrial en área no peligrosa ubicado en Sn. Luis Potosí.



### D A T O S :

SISMO

Zona.....I

Estructura tipo 1

Estructura subtipo 1.1

Estructura grupo B

Coef. sísmico  $C = 0.025$

Factor de ductilidad  $Q = 4$

VIENTO

Estructura tipo 1

Velocidad viento  $V = 100$  Km/Hr

**ANALISIS DE CARGAS:****Carga Muerta:**

Po lámina asbesto-cemento	=	16 Kg/m <sup>2</sup>
Po largueros .....	=	4 " (estimado)
Po accesorios(contrav, ri- ostras, etc.....)	=	2 " (estimado)
Po trabe .....	=	12 " (estimado)

---

Tot.= 34 Kg/m<sup>2</sup>

Carga Viva(según código C.F.E.)..... = 50 "

---

CM+CV= 84 "

Multiplicando por el factor de carga:  $84 \times 1.4 = 117 \text{ Kg/m}^2$

de donde :  $W \text{ tot} = 117 \times 120 = 14040 \text{ Kg. (sobre cada marco)}$

Se hace un análisis con varias condiciones de carga para encontrar la que produce efectos más desfavorables o la situación más crítica sobre la estructura y proceder con dicha condición de carga al análisis y diseño de la estructura. Así pues, después de analizar por separado para cada una de las siguientes condiciones de carga se encontró que la más desfavorable de ellas fué D + L (muerta más viva).

D + L ..... Muerta + Viva

D +(W o E o T)..... Muerta + ( Viento o Sismo o Efectos de Temp.)

0.75 D + L +(W o E o T) ... 0.75 Muerta + Viva + Vto. o Sis. o E.T.)

0.75 D +(W o E) + T ..... 0.75 Muerta +(Vto. o Sis.) + E.T.

0.66 D + L + T +(W o E).... 0.66 Muerta + Viva + E.T.+(Vto. o Sis.)

Como comentario debemos tener en cuenta que existen otras muchas condiciones de carga, sobre todo cuando la estructu-

ra lleva grúas o está sometida a vibraciones por maquinaria, transportadores etc., en nuestro ejemplo no es el caso.

No está al alcance de nuestro estudio el demostrar todos los análisis que se llevan a cabo para diferentes condiciones de carga, por lo que solo tomaremos el resultado de que la condición más desfavorable fué la de D+L (Carga muerta + Carga viva) y con ella procedemos al análisis de nuestra estructura así como el diseño de la misma.

Analizemos únicamente el marco rígido como el elemento principal resistente a las cargas del edificio.

#### VI-a.- ANALISIS PRELIMINAR ( SEGUN TABLAS DEL LIBRO "PORTICOS Y ARCOS" DE VALERIAN LEONTOVICH.)

Se analiza por éste método únicamente la combinación de C.M. + C.V. (Carga muerta + Carga viva) para poder proporcionar secciones tentativas.

Se propone la siguiente geometría:

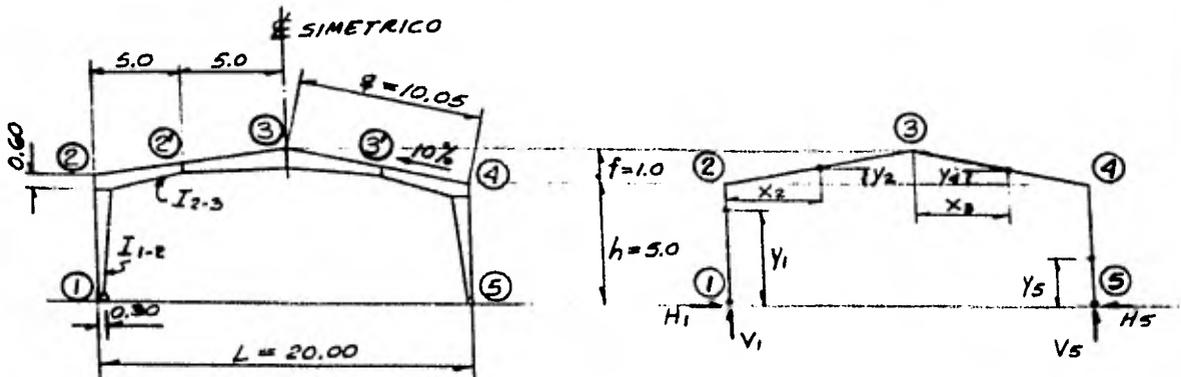


DIAGRAMA UNIFILAR

Se indican las direcciones positivas de las componentes vertical y horizontal de las reacciones de la estructura. Se definen también las coordenadas para cualquier sección de dicha estructura, éstas coordenadas se consideran solo en sentido positivo.

Constantes generales de la estructura.- De las gráficas 1 a 10 del apéndice del libro de V. Leontovich se obtienen los valores numéricos para los parámetros elásticos  $\alpha_{21}$ ,  $\alpha_{23}$ ,  $\alpha_{32}$  y  $\beta_{23}$ .

$$\phi = \frac{\text{mín } I_{1-2}}{\text{mín } I_{2-3}} \cdot \frac{q}{h}$$

$$\psi = \frac{f}{h}$$

$$\theta_{23} = \alpha_{23} + \alpha_{32} + 2\beta_{23}$$

$$A = \theta_{23} + \psi^2 \alpha_{32} + 2\psi(\alpha_{32} + \beta_{23}) + \frac{\alpha_{21}}{\phi}$$

$$B = \alpha_{32}(1 + \psi) + \beta_{23}$$

Ecuaciones de reacciones de la estructura y de momentos.-

Como referencia se dan las siguientes ecuaciones para momentos libres de cargas:

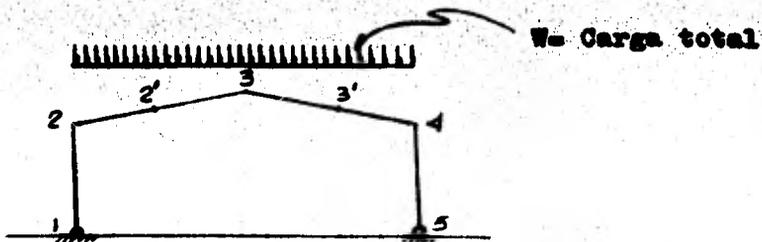
$$M_{y_1} = M_2 \frac{y_1}{h} \dots\dots\dots \text{VI-a}$$

$$M_{x_2} = M_2 \left( 1 - \frac{2x_2}{L} \right) + M_3 \frac{2x_2}{L} \dots\dots \text{VI-b}$$

$$M_{x_3} = M_3 \left( 1 - \frac{2x_3}{L} \right) + M_4 \frac{2x_3}{L} \dots\dots \text{VI-c}$$

$$M_{y_5} = M_4 \frac{y_5}{h} \dots\dots\dots \text{VI-d}$$

## Carga vertical uniformemente repartida.-



Como el marco es completamente simétrico con respecto a la línea de centros ( $\bar{x}$ ) se puede obtener la solución al problema empleando las constantes de carga solamente del miembro inclinado hacia la izquierda. Así obteniendo los valores de las constantes de carga  $R_{23}$  y  $R_{32}$  e introduciéndolas en las siguientes ecuaciones, se obtiene con facilidad la solución al problema:

$$K = R_{23} + R_{32} (1 + \psi)$$

$$H_1 = H_5 = \frac{W L}{8 A h} (B + 2 K)$$

$$M_2 = M_4 = - H_5 h$$

$$M_3 = \frac{W L}{8} - H_5 h (1 + \psi)$$

$$V_1 = V_5 = \frac{W}{2}$$

Para valuar el momento en cualquier sección del miembro 2-3 :

$$M_{x_2} = \left[ \frac{W x_2}{4} + M_2 \right] \left[ 1 - \frac{2 x_2}{L} \right] + M_3 \frac{2 x_2}{L}$$

Se utiliza la ecuación VI-a para obtener el momento en cualquier sección de la columna izquierda. Los momentos, esfuerzos y reacciones de la mitad derecha de la estructura, son idénticos a los correspondientes de la mitad izquierda.

Procedemos primeramente a encontrar los siguientes parámetros:

Miembro 1-2

$$v = \frac{lh}{l} = \frac{5}{5} = 1$$

El término  $t$  que representa al cubo de la relación entre la profundidad mínima y máxima del elemento, resulta ser:

$$t = \left[ \frac{\text{mín } d}{\text{máx } d} \right]^3 = \left[ \frac{0.30}{0.60} \right]^3 = 0.125$$

Entrando a la gráfica # 6 del apéndice del libro de V. Leontovich, con los valores de  $v$  y  $t$  tal y como se han determinado, entonces el valor del parámetro elástico  $\alpha'$  en el extremo grueso resulta ser  $\alpha' = 0.82$ . Como el extremo grueso del elemento se define por notación de la estructura con el subíndice 2-1 por lo que  $\alpha_{21} = 0.82$

Usando el mismo procedimiento para el miembro 2-2' :

$$v = \frac{lh}{l} = \frac{5}{10} = 0.50$$

$$t = \left[ \frac{\text{mín } d}{\text{máx } d} \right]^3 = \left[ \frac{0.30}{0.60} \right]^3 = 0.125$$

De las gráficas # 5 y # 6 del mismo apéndice se tiene:

$$\alpha_{22'} = 1.52$$

$$\alpha_{2'2} = 3.80$$

$$\beta_{22'} = \beta_{2'2} = 1.46$$

Así mismo para el miembro 2'-3 tenemos:

$$v = 0.50$$

$$t = 0.220$$

Y los parámetros elásticos con las mismas gráficas # 5 y # 6 son:

$$\alpha_{2'3} = 3.74$$

$$\alpha_{32'} = 1.90$$

$$\beta_{2'3} = \beta_{32'} = 1.56$$

El siguiente paso es encontrar la constante de carga  $R$  para el miembro cargado, que como se trata de una carga uniformemente repartida será el mismo valor en toda la longitud de la trabe, por lo que de las gráficas # 13 y # 14 del mismo apéndice y con los valores de:

$$V = 0.50 \quad \text{y} \quad t = 0.22$$

que es la parte más desfavorable por tener menor momento de inercia la sección, tenemos:

$$R_{2'3} = 0.442$$

$$R_{32'} = 0.340$$

Ahora sí pasamos a la solución condensada de análisis:

$$\phi = \frac{\min I_{1-2} \cdot q}{\min I_{2-3} \cdot h}$$

$$\phi = 1 \times \frac{10.05}{5} = 2.01$$

$$\psi = \frac{f}{h} = \frac{1}{5} = 0.20$$

En nuestro ejemplo suponemos el mismo momento de inercia en vigas y en columnas.

$$\Theta_{23} = \alpha_{23} + \alpha_{32} + 2\beta_{23} = 3.74 + 1.90 + 2(1.56) = 8.76$$

$$A = \Theta_{23} + \psi^2 \alpha_{32} + 2\psi(\alpha_{32} + \beta_{23}) + \frac{\alpha_{21}}{\phi} =$$

$$= 8.76 + (0.2)^2(1.9) + 2(0.20)(1.9 + 1.56) + \frac{0.82}{2.01} = 10.63$$

$$B = \alpha_{32}(1 + \psi) + \beta_{23} = 1.9(1 + 0.2) + 1.56 = 3.84$$

Dichas ecuaciones son las constantes generales de la estructura y en ellas nos apoyamos para encontrar finalmente las ecuaciones de reacciones y momentos de la estructura.

$$W = 14 \text{ ton.}$$

$$K = R_{23} + R_{32}(1 + \psi) = 0.442 + 0.34(1 + 0.2) = 0.85$$

$$H_1 = H_5 = \frac{WL}{8 Ah}(B + 2K) = \frac{14 \times 20}{8 \times 10.63 \times 5} [3.84 + 2(0.85)] = 3.65 \text{ ton.}$$

$$M_2 = M_4 = -H_5 h = -3.65 \times 5 = -18.25 \text{ ton - m}$$

$$M_3 = \frac{WL}{8} - H_5 h(1 + \psi) = \frac{14 \times 20}{8} - 3.65 \times 5(1 + 0.20) = 13.10 \text{ ton - m}$$

$$V_1 = V_5 = \frac{W}{2} = \frac{14}{2} = 7.0 \text{ ton}$$

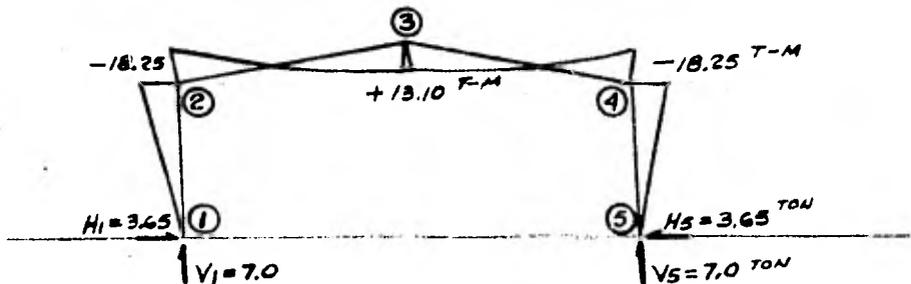


DIAGRAMA DE MOMENTOS Y REACCIONES FINALES.



$$H = 4 \left[ 0.5 + 3 + 3(0.2) + (0.2)^2 \right] = 16.56$$

$$R_A = R_E = \frac{w l}{2} = \frac{0.7 \times 20}{2} = 7.0 \text{ ton.}$$

$$H_A = H_E = \frac{w l^2}{8h N} (8 + 5q) = \frac{0.7 (20)^2}{8(5)(16.56)} [8 + 5(0.2)] = 3.80 \text{ ton.}$$

$$M_D = M_D = -Hh = -3.8 \times 5 = -19.02 \text{ ton-m}$$

$$M_C = \frac{R l}{4} - H(h + f) = \frac{7 \times 20}{4} - 3.8(5 - 1) = 19.80 \text{ ton-m}$$

que como vemos éstos resultados dieron un valor poco más elevado que los obtenidos por el método de V. Leontovich.

#### VI-c.- CHEQUEO POR FORMULA Y GRAFICAR.

Por último chequeemos los valores de las fuerzas horizontales en los apoyos con la fórmula:

$$H_A = H_E = \frac{M_s Y \Delta_s / I}{Y^2 \Delta_s / I}$$

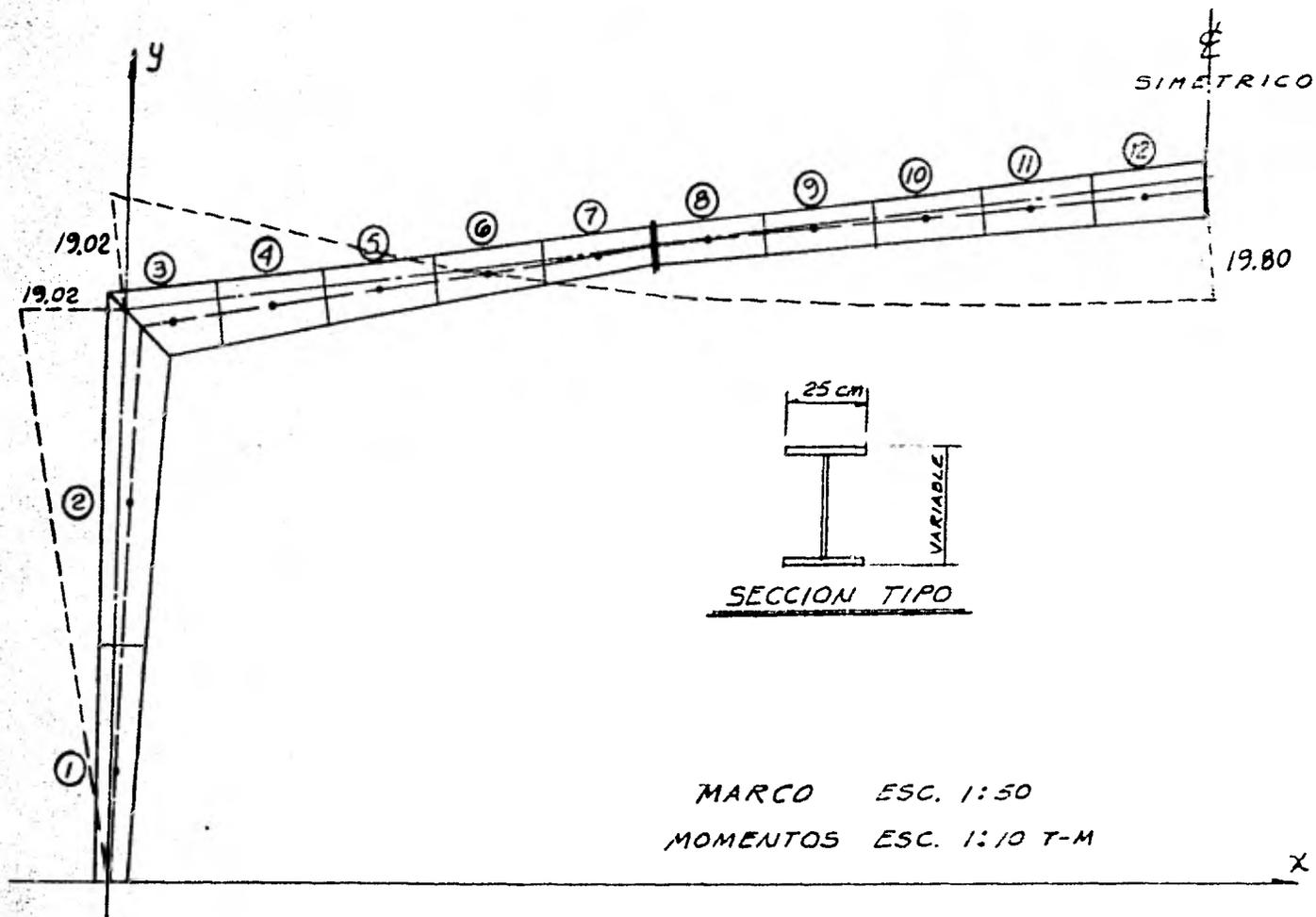
Tomando dovelas sobre el marco tenemos:

SECC.	MIEMBRO PARTIDA	ALMA	$\Delta_s$ (m)	$x$ (m)	$y$ (m)	$d$ (cm)	$I$ (cm <sup>4</sup> )	$\frac{\Delta_s}{x} (10^4)$	$\frac{y^2 \Delta_s}{x} (10^8)$	$M_s$ (T.M)	$\frac{M_s y \Delta_s}{x} (10^8)$
1	R1.0	R0.5	2.00	0.50	0.85	38	19060	10.50	7586	3.50	62474
2	R1.3	R0.6	2.70	1.00	3.20	53	49844	5.42	55500	13.00	450944
3	R1.3	R0.6	0.75	0.42	4.75	59	63080	1.19	26849	17.00	192184
4	R1.3	R0.6	1.00	1.36	4.90	52	47807	2.09	50180	11.00	225302
5	R1.3	R0.6	1.00	2.36	5.05	45	34852	2.87	73192	5.50	159428
6	R1.0	R0.5	1.00	3.36	5.20	38	19060	5.25	41960	0.50	27300
7	R1.0	R0.5	1.00	4.36	5.35	31	12270	8.15	233273	5.00	496024
8	R1.0	R0.5	1.00	5.36	5.45	31	12270	8.15	242075	9.00	799514
9	R1.0	R0.5	1.00	6.36	5.54	36	16954	5.90	181080	12.50	817150
10	R1.3	R0.6	1.00	7.36	5.63	40	26962	3.71	117595	15.50	647506
11	R1.3	R0.6	1.00	8.36	5.72	44	33185	3.01	98482	17.50	602602
12	R1.3	R0.6	1.00	9.36	5.81	49	41977	2.38	80359	19.50	539284

1308083

4959712

$$\therefore H_A = H_E = \frac{4959712}{1308083} = 3.79 \text{ TON.} \text{ --- OK}$$



Habiendo ya obtenido los principales elementos mecánicos que obran sobre la estructura, se procede al diseño de los elementos o miembros componentes siguiendo los diagramas de flujo para criterios de diseño mostrados en el capítulo V incisos del a al d.

VI-d.- VALOR DEL ESFUERZO PERMISIBLE  $F_{aT}$  .-

$$\gamma = \frac{d_L - d_o}{d_o} = \frac{60 - 30}{30} = 1$$

que sea menos que el menor de:

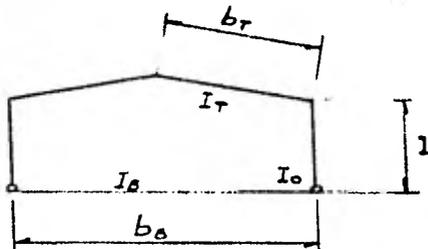
$$\gamma = \frac{0.268}{d} = \frac{0.268(500)}{30} = 4.47 \Rightarrow \text{RIGE}$$

$$\circ \quad \gamma = 6.0$$

$$1 < 4.47 \dots\dots\dots \text{OK}$$

Así vemos, siguiendo el diagrama de flujo que se cumplen las tres condiciones iniciales.

De aquí pasamos a la gráfica de longitud efectiva para hallar  $K_T$  con  $G_T$ ,  $G_o$  y  $\gamma$ .

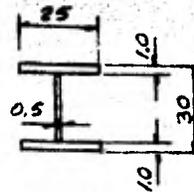


$$G_T = \frac{b_T I_o}{1 I_T} = \frac{10.05 (1)}{5 (1)} = 2.01$$

$$G_o = \frac{b_o I_o}{1 I_B} = \frac{20 (1)}{5 (1)} = 4.0$$

De gráfica con  $G_T = 2.01$ ,  $G_0 = 4.0$  y  $\gamma = 1.0$   
 $K_T = 1.6$

Procedemos a evaluar:



$$A = 64 \text{ cm}^2$$

$$I_x = 11431 \text{ cm}^4$$

$$I_y = 2604 \text{ cm}^4$$

$$r_{ox} = \sqrt{I_x/A} = 13.36 \text{ cm.}$$

$$r_{oy} = \sqrt{I_y/A} = 6.38 \text{ cm.}$$

$$\frac{K_T l}{r_{ox}} = \frac{1.6 \times 500}{13.36} = 59.88$$

$$\frac{K_T l}{r_{oy}} = \frac{1.6 \times 500}{6.38} = 125.39$$

Como  $\frac{K_T l}{r_{ox}} < \frac{K_T l}{r_{oy}}$  el pandeo ocurre con respecto al eje Y.

como  $\frac{K_T l}{r_{oy}} < C_0$  donde  $C_0 = \sqrt{\frac{2F^2 E}{F_y}} = 128$  Si  $F_y = 2.53$   
 en acero A-36

como  $125.39 < 128$  pasamos a la fórmula:

$$F.S. = \frac{5}{3} + \frac{3}{8} \frac{K_T l / r_{oy}}{C_0} - \frac{(K_T l / r_{oy})^3}{8 (C_0)^2}$$

$$F.S. = \frac{5}{3} + \frac{3}{8} \frac{125.39}{128} - \frac{(125.39)^3}{8 (128)^2} = 1.92$$

Y finalmente aplicamos la fórmula:

$$F_{ax} = \frac{1.0 - \frac{(K l / r_{oy})^2}{2 (C_0)^2} F_y}{F.S.} = 0.111 = 111 \text{ Kg/cm.}$$

El esfuerzo axial actuante es:

$$f_a = \frac{P}{A} = \frac{7000}{64} = 109 \text{ Kg/cm}$$

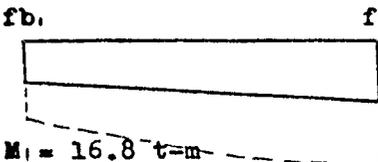
$$\frac{f_a}{F_a} = \frac{109}{111} = 0.98 < 1.0 \dots\dots\dots\text{OK}$$

Se observa que estamos muy en el límite, pero para caso ejemplificativo lo aceptamos, estamos consientes de que en la práctica se tendría que aumentar la sección a juicio del diseñador para absorber la flexión (si la hay) y revisar el elemento a flexocompresión, dicho cociente debe estar próximo al valor:

$$\frac{f_a}{F_a} = 0.15$$

#### VI-e.- VALOR DEL ESFUERZO DE FLEXION PERMISIBLE $F_b$ .-

Como primer paso según el diagrama de flujo tenemos que ver en cual de las cuatro condiciones iniciales cae nuestro ejemplo y analizando cada una de ellas con nuestro diagrama de momentos finales, vemos que caemos en la segunda condición (b) ya que:



$$fb_1 = \frac{M_1}{S_1} = \frac{1680000}{1508} = 1114 \text{ Kg/cm.}$$

$$fb_2 = \frac{M_2}{S_2} = \frac{1980000}{1713} = 1156 \text{ Kg/cm.}$$

Cumple con su enunciado y para éste caso tomaremos:

$$B = 1.0 + 0.58 \left[ 1.0 + \frac{Fb_1}{Fb_2} \right] - 0.70 \gamma \left[ 1.0 + \frac{Fb_1}{Fb_2} \right] \geq 1.0$$

$$\gamma = \frac{d_1 - d_0}{d_0} = \frac{50 - 30}{30} = 0.67$$

$$B = 1.0 + 0.58 \left[ 1.0 - \frac{1114}{1156} \right] - 0.70(0.67) \left[ 1.0 - \frac{1114}{1156} \right] \geq 1.0$$

$$B = 1.0 \geq 1.0 \dots\dots\dots \text{OK}$$

tenemos:

$$Fb_r = \frac{2}{3} \left[ 1.0 - \frac{F_y}{6 B (F_{s_r})^2 + (F_{w_r})^2} \right] F_y$$

Para lo cual debemos valorar primero:

$$h_s = 1.0 + 0.023 \gamma \sqrt{1 d_0 / A_f}$$

$$A_f = 1.3 \times 20 = 26 \text{ cm}^2$$

$$h_s = 1.0 + 0.023(0.67) \sqrt{500(30)/26}$$

$$h_s = 1.37$$

$$h_w = 1.0 + 0.00385 \gamma \sqrt{1 / r_{to}}$$

$$A_0 = (1.3 \times 20) + 0.33(41.4 \times 0.6) = 34.2 \text{ cm}^2$$

$$r_{to} = \sqrt{\frac{I_0}{A_0}} = \sqrt{\frac{33185}{34.2}} = 31.15 \text{ cm.}$$

$$h_w = 1.0 + 0.00385(0.67) \sqrt{500/31.15}$$

$$h_w = 1.01$$

Ademas tenemos que valorar:

$$F_{s_r} = \frac{12 \times 10^3}{h_s 1 d_0 / A_f} = \frac{12 \times 10^3}{1.37(500)(30/26)} = 15.18$$

$$F_{w_r} = \frac{170 \times 10^3}{(h_w l / r_{to})^2} = \frac{170 \times 10^3}{(1.01 \times 500/31.15)^2} = 646.8$$

Substituyendo:

$$Fb_f = \frac{2}{3} \left[ 1.0 - \frac{2530}{6(1.0) \sqrt{(15.18)^2 + (646.8)^2}} \right] 2530$$

$$Fb_f = 587.39 \text{ Kg/cm}^2 < 0.6(2530) = 1518 \dots\dots\dots \text{OK}$$

además:

$$Fb_f = 587.39 \text{ Kg/cm}^2 < 0.33(2530) = 834 \dots\dots\dots \text{OK}$$

entonces:

$$Fb_f = B \sqrt{(Fm_f)^2 + (Fw_f)^2}$$

$$Fb = 1.0 \sqrt{(15.18)^2 + (646.8)^2} = 646.98 \text{ Kg/cm}^2$$

Que finalmente es el esfuerzo de flexión admisible.

En nuestro ejemplo el esfuerzo de flexión actuante es:

$$fb = \frac{M}{S} = \frac{1980000}{1713} = 1155 \text{ Kg/cm}$$

como,

$fb > Fb$  y debe ser al contrario  $fb < Fb$ , debemos proponer una sección mayor y repetir los mismos pasos mostrados hasta hacer que  $\frac{fb}{Fb} \leq 1.0$ , en nuestro caso ya no lo haremos debido a que el ejemplo es solo demostrativo de los criterios de diseño y no así de la optimización o valores finales de las secciones.

#### VI-f.- VALOR PERMISIBLE DEL ESFUERZO COMBINADO DE FLEXION Y COMPRESION.-

Este esfuerzo comunmente llamado de flexocompresión, sigue el procedimiento que se muestra en el diagrama de flujo correspondiente. Como en nuestro ejemplo deberíamos de haber ajustado las secciones (darlas mayores) pero por ser ilustrativo ya no lo hicimos, pero una vez teniendo las secciones definitivas es relativamente sencillo seguir dicho diagrama hasta poder llegar a:

$$\frac{f_{ao}}{F_{ay}} + \frac{f_{bl}}{F_{br}} \leq 1.0$$

o tal vez:

$$\frac{f_{ao}}{0.6 F_y} + \frac{f_{bl}}{F_b} \leq 1.0$$

Generalmente éstos esfuerzos se presentan en columnas, pero también pueden aparecer en: trabes, largueros, puntales etc. dependiendo de las condiciones mecánicas a que está sujeta la estructura, así como la clase de apoyos que brindan restricciones o no.

#### VII.- DISCUSION DE RESULTADOS.-

Como se vió en el desarrollo del presente trabajo, primeramente se debe analizar la estructura o los miembros componentes con las condiciones iniciales (cargas) por cualquier método, de tal forma que lleguemos a obtener los elementos mecánicos que obran en dicha estructura ( momentos flexionantes, cortantes, fuerzas horizontales etc.).

Una vez ya obtenidos éstos, se procede a diseñar la estructura, es decir, encontrar el dimensionamiento adecuado y las secciones o perfiles apropiados de cada parte componente de la estructura de tal forma que podamos optimizar dicha estructura en cuanto a resistencia y economía en costo.

Así mismo observamos en el transcurso del presente trabajo, que se han tomado en cuenta factores de largo efectivo adecuados para columnas prismáticas con diferente longitud pero de la misma sección transversal que de la parte más delgada de la columna de sección variable.

Al introducir en las fórmulas los modificadores de sujeción  $G_t$  y  $G_s$  y obtener el valor de  $K_r$ , intrínsecamente adopta las rigideces de los elementos de sujeción y por consiguiente  $K_r$  representa efectos combinados de sujeción y de reducción de sección. Dicho factor  $K_r$  se puede encontrar en las gráficas anexas II-1 a II-16 ver también las figuras II-17 y II-18. Para el caso que se trate de vigas de sección variable, la estimación de  $K_r$  se puede calcular con las mismas gráficas.

Para el caso de los esfuerzos permisibles de flexión siguen muy de cerca a aquellos para vigas prismáticas, el concepto básico es reemplazar una viga de sección variable por una viga prismática equivalente, con una longitud diferente pero con una sección transversal idéntica a la de la sección más delgada del miembro de sección variable. Esto conduce a los factores modificados de longitud  $h_s$  y  $h_w$  para aplicarlos en las fórmulas de esfuerzo permisible de flexión, que se basan en la resistencia total al pandeo lateral, usando las resistencias de St. Venant y de ladeamiento.

El factor B modifica al esfuerzo  $F_{b_y}$  básico, para contar con el gradiente de momento y la sujeción lateral ofrecida por segmentos adyacentes.

Para miembros continuos más allá de soportes laterales se aplica lo visto en las categorías a, b y c de la sección III-b, desde luego ello se aplica cuando la fuerza axial es pequeña y los segmentos adyacentes no sujetos, son aproximadamente iguales en longitud.

Para un miembro sencillo o segmentos que no caen dentro de las categorías a, b, c o d el valor recomendado para el factor B es la unidad, también será tomado así al calcular el valor de  $F_b$  para usarse en la fórmula de interacción, ya que el efec-

to del gradiente de esfuerzos de compresión por el factor  $C_m$ .

Por todas estas consideraciones y otras vistas en el desarrollo de este trabajo, el diseño de vigas tipo  $C_m$  1975. tiene, ya que estamos representando una mejor respuesta a las acciones permanentes, variables y accidentales.

El criterio del diseñador podrá ser influenciado por otros factores como pueden ser los estándares, de normas, políticas etc., pero el diseño de miembros de sección variable que sigue estas consideraciones y recomendaciones del apartado # 3 de la especificación para el diseño, fabricación y erección de estructuras para edificios de acero, del AISI. (American Institute of Steel Construction) estarán en la mejor decisión de diseño estructural. "Análisis estructural" Esc. Ingeniería UNAM.

"Apuntes de Análisis Estructural" Ing. Enrique Méndez Romero

"Manual Construcción de Acero" AISC.

# **TESIS**



Tesis por computadora

Medicina 26 Local 2  
Tel. 650-87-98

Presente a la Facultad de Medicina  
Ciudad Universitaria