



Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

Diseño y Construcción de un Equipo Didáctico para
la Enseñanza de la Concentración de Esfuerzos

T E S I S

Para obtener el Título de

INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA

P r e s e n t a

FELIPE VELAZQUEZ GACHUZ

DIR. ING. GUILLERMO AGUIRRE ESPONDA



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

Introducción.....1

CAPITULO I

Parte A	PRINCIPIOS DE OPTICA	
	Naturaleza de la luz.....	4
	Velocidad de la luz.....	5
	Teoria electromagnética de la luz.....	6
	Superficie de onda	10
	Frente de onda.....	10
	Rayo.....	10
	Principio de Huygens.....	10
	Reflexión y refracción.....	10
	Interferencia.....	12
	Luz ordinaria.....	13
	Luz polarizada.....	13

Parte B	POLARIZADORES	
	Polarizador de reflexión.....	15
	Polarizador de refracción.....	15
	Polarizador de rejilla de alambre.....	16
	Polarizador de doble refracción.....	17
	Polarizador dicróico.....	19
	La lámina J.....	20
	La lámina H.....	20

CAPITULO II

FOTOELASTICIDAD	
Introducción.....	22
Placas de onda.....	23
Leyes fundamentales de la fotoelásticidad.....	25
Polariscopio plano.....	26
Polariscopio circular.....	27
Comportamiento fotoelástico de un modelo esforzado en un polariscopio plano.....	29
Lineas isoclinas.....	31

Trayectorias de esfuerzos.....	32
Líneas isocromáticas.....	33
Comportamiento fotoelástico de un modelo esforzado en un polariscopio circular...	34
Evaluación del orden de franja.....	38

CAPITULO III

EL DISPOSITIVO

Introducción.....	41
Descripción de los marcos polarizadores.	41
Los polariscopios.....	43
Algunos puntos importantes acerca de los patrones de esfuerzo	45
Descripción de los modelos.....	46
MODELO 1.....	48
MODELO 2.....	51
MODELO 3.....	53
MODELO 4.....	56
MODELO 5.....	58
MODELO 6.....	60
MODELO 7.....	64
MODELO 8.....	66
El uso del equipo en el salón de clase..	69
Conclusiones y notas finales.....	70

ANEXO A

ELASTICIDAD ELEMENTAL

Fuerzas de superficie.....	71
Fuerzas de cuerpo.....	71
Principio de St. Venant.....	71
Homogeneidad e isotropía.....	71
Esfuerzo.....	71
Círculo de Mohr.....	73
Ecuaciones de equilibrio de esfuerzos...	76
Deformación.....	77
Relaciones esfuerzo-deformación.....	78
Bibliografía.....	80

I N T R O D U C C I O N

Las fórmulas elementales utilizadas en el diseño de elementos de máquinas, están basadas en miembros de sección uniforme o con un cambio gradual en su contorno. Tales condiciones, sin embargo son difícilmente encontradas en los elementos de máquinas o en miembros estructurales; ya que la presencia de discontinuidades, muescas, ranuras, agujeros, cuñeros, etcétera, modifican la distribución uniforme de los esfuerzos, surgiendo entonces variaciones locales de la distribución.

Las variaciones locales en la distribución de los esfuerzos son frecuentemente de mayor magnitud, por lo que al estar el elemento en servicio y bajo la acción de cargas, se pueden producir fracturas en las zonas de alto esfuerzo.

Las causas de concentración de esfuerzos son:

a) Variación en las propiedades del material, punto a punto de un elemento.

Ejemplos de este tipo de concentración de esfuerzos son producidas por: inclusiones, fracturas internas, burbujas de aire, defectos de soldadura, etcétera.

b) Puntos o áreas de presión donde las cargas son aplicadas.

Algunos ejemplos de este tipo de concentración son: el contacto entre una rueda y su riel, contacto entre los dientes de un engranaje, contacto de una viga y sus soportes, etcétera.

c) Cambios abruptos de sección.

Hay dos clases en este tipo de concentración de esfuerzos, la primera incluye condiciones de superficie, como son: marcas por maquinado o por manejo incorrecto del elemento.

La segunda se refiere propiamente a los cambios de sección originados por los requerimientos del diseño, como son: cuñeros, filetes, barrenos, etcétera.

Las concentraciones de esfuerzo debidas a variaciones en las propiedades del material, a puntos de presión y a marcas por manejo o maquinado, muchas veces salen del control del diseñador. Pero las debidas a cambios de sección en la geometría del elemento, que pueden causar concentraciones muy serias, son responsabilidad exclusiva del diseñador.

Debido a la gran responsabilidad que el diseñador de máquinas tiene, se siente la necesidad de que el alumno en su aprendizaje se de cuenta de las concentraciones de esfuerzos que la geometría de los elementos puede inducir, y en su momento pueda encontrar la forma de disminuirlas.

Con el fin de ayudar a ese propósito es que se desarrollo el presente trabajo.

Ahora bien, la concentración de esfuerzos esta medida por un factor llamado: "Factor de concentración de esfuerzos".

El factor de concentración de esfuerzos esta definido por:

$$K = \frac{\sigma_{\max}}{\sigma_{\text{nom}}}$$

Donde σ_{nom} esta dado por las fórmulas elementales de resistencia de materiales.

Los factores de concentración de esfuerzos pueden ser obtenidos por metodos analíticos o por metodos experimentales.

Los metodos analíticos, generalmente involucran matemáticas muy complejas, si la geometría del elemento no es simple, por lo que su obtención analítica se dificulta grandemente.

Existen varios metodos experimentales algunos de los cuales son: strain gage, barnices frágiles, líneas de Muaré, y la fotoelásticidad

En este trabajo se utilizó el método fotoelástico, ya que por sus características es posible emplearle en el salón de clases para mostrar cualitativamente la distribución completa de los esfuerzos en un modelo.

La fotoelasticidad emplea modelos de material transparente, usualmente plásticos. Los modelos, que tienen una geometría similar a la del prototipo que se requiere estudiar, se colocan en un campo de luz polarizada, produciéndose entonces patrones característicos en la imagen del modelo. El estudio de estos patrones nos permiten conocer la distribución de los esfuerzos en el prototipo.

Los elementos de óptica que son necesarios para entender el efecto fotoelástico serán expuestos en el capítulo I, mientras que el capítulo II será dedicado a explicar las bases de la fotoelasticidad.

En el capítulo III se explicará el dispositivo y los modelos de que consta. Este equipo se quedará en la facultad para que los profesores, en sus cátedras se auxilien de él.

Se incluye además un anexo, en el que se da un repaso de los fundamentos de la elasticidad.

C A P I T U L O . I

PARTE A PRINCIPIOS DE OPTICA

I.1 LA NATURALEZA DE LA LUZ

(Resumen histórico)

Hasta aproximadamente la primera mitad del siglo XVII, fué creencia general que la luz consistía en una corriente de corpúsculos, los cuales eran emitidos como proyectiles, alejándose en línea recta, penetrando en las sustancias transparentes y rebotando en los cuerpos opacos.

En 1678 Christian Huygens demostró que las leyes de reflexión y refracción podían basarse en la teoría ondulatoria, proporcionando con esta, además una interpretación sencilla del fenómeno de la doble refracción, recién descubierta.

En 1873, el físico escocés James Clerck Maxwell demostró que un circuito oscilante podía radiar ondas electromagnéticas y la velocidad de propagación de ellas resultó ser aproximadamente igual a la velocidad de la luz.

Heinrich Hertz quince años mas tarde logró producir ondas de corta longitud, de indudable origen electromagnético y demostró que poseían todas las propiedades de la luz, es decir podían ser reflejadas, refractadas, etcétera.

En 1905 Einstein amplió la idea propuesta por Planck cinco años antes y postuló que la energía de un haz de luz, en lugar de estar distribuida por el espacio en los campos eléctrico y magnético de una onda electromagnética, estaba concentrada en pequeños paquetes o fotones, pudiendo con ello exili-

car el mecanismo del efecto fotoeléctrico.

Según Einstein el efecto fotoeléctrico consistía en la transmisión de la energía de un fotón a un electrón.

Milikan demostró que la energía cinética de los fotoelectrones coincidía con la fórmula propuesta por Einstein.

En 1921 A. H. Compton logró determinar, el movimiento de un fotón y un electrón antes y después de un choque entre ellos encontrando que se comportaban como cuerpos materiales que tenían energía cinética y cantidad de movimiento, cuyas dos magnitudes se conservaban después del choque.

Actualmente el punto de vista de los físicos, es el de aceptar el hecho de que la luz tiene una doble naturaleza.

Así los fenómenos de propagación de la luz encuentran su mejor explicación dentro de la teoría ondulatoria electromagnética, mientras que la acción mutua entre la luz y la materia en los procesos de absorción y emisión se consideran un fenómeno corpuscular.

Un comité de la "Optical Society of America" ha propuesto la siguiente definición: "La luz es aquél aspecto de la energía radiante que un observador humano percibe a través de las sensaciones visuales, producidas por el estímulo de la retina del ojo".

I.2 LA VELOCIDAD DE LA LUZ

(Resumen histórico)

Antiguamente se creía que la luz tenía una velocidad infinita, pero en 1675 el astrónomo danés Olaf Roemer en virtud de sus observaciones sobre uno de los satélites de Júpiter obtuvo un valor de: 3.1×10^8 m/s.

Fiseau con un dispositivo de su invención, en 1849 obtuvo un valor de: 3.15×10^8 m/s

Foucault modificando el dispositivo de Fiseau pudo comprobar que en el agua la velocidad de la luz es menor que en el aire (la teoría corpuscular exige que esta sea mayor, por lo que en su tiempo se tomó como una prueba concluyente de la falsedad de la teoría corpuscular).

Albert A. Michelson con el dispositivo de Foucault realizó medidas más precisas, y sus últimos experimentos fueron completados en 1935 por Pease y Pearson, quienes obtuvieron un valor medio de: $2.997\ 740 \times 10^8$ m/s.

W. C. Anderson entre 1937 y 1941 dio como valor óptimo: $2.997\ 760 \times 10^8$ m/s.

En 1953 Dumond y Cohen analizando los valores obtenidos hasta entonces dieron como valor seguro: $2.997\ 929 \times 10^8$ m/s, atribuyéndole un error de $\pm 0.000\ 008 \times 10^8$ m/s.

La teoría electromagnética predice que la velocidad de la luz esta dada por:

$$c = \left(\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0} \right)^{1/2}$$

Donde:

$$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{N} \cdot \text{s}^2}{\text{C}^2}$$

$$\epsilon_0 = \frac{1}{4\pi} 8.987\ 5 \times 10^9 \frac{\text{C}^2}{\text{N} \cdot \text{m}^2}$$

De donde se obtiene:

$$c = 2.997\ 9 \pm 0.000\ 1 \times 10^8 \text{ m/s.}$$

Que como se puede ver esta en excelente acuerdo con el valor propuesto por Dumond y Cohen.

I.3 TEORÍA DE ONDA DE LA LUZ

Esta teoría asume que una fuente luminosa no emite partículas materiales o corpúsculos que viajen como proyectiles a través del espacio, sino que la fuente da al medio circundante un conjunto de vibraciones, las cuales son transmitidas sin cambio en su magnitud y dirección a las partículas vecinas (el medio hipotético en el que las vibraciones son transmitidas es llamado éter, cuyas partículas están rigidamente conectadas entre sí, llenando todo el espacio, de tal manera que a excepción de los cuerpos opacos, la vibración se transmite por este sin cambio).

Las vibraciones viajan en el espacio como ondas transversales, o sea que los desplazamientos son perpendiculares al eje

de propagación del tren de ondas.

La figura 1.1 muestra esquemáticamente una analogía de la onda transversal.

Consideremos una cuerda formada por los puntos: A, B, C, D, ..., M, en la cual el extremo A está libre y el extremo M está fijo. Así si movemos rápidamente A hacia arriba, el movimiento se transmitirá a B, de B a C, y así sucesivamente (en la figura alcanzó hasta D); si ahora bajamos rápidamente A, el movimiento será como el indicado en la figura 1.1c. Si repetimos alternadamente los movimientos de A, obtendremos una onda que avanzara hacia M.

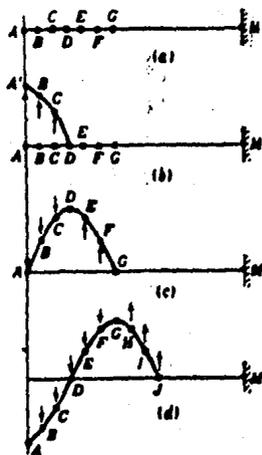


Figura 1.1

En el movimiento de onda solo la energía se transmite; si en un instante dado una onda está en la posición: ABCDE (figura 1.2). Después de cierto tiempo ocupará la posición: A'B'C'D'E' siendo las dos ondas de la misma forma.

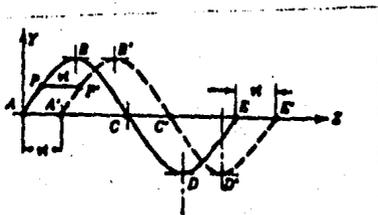


Figura 1.2

Considerando la nomenclatura indicada en la figura 1.3, el desplazamiento para una posición z estará dado por la expresión:

1.1) $S = a \cos \frac{2\pi}{\lambda} (z - vt + e)$

Donde:

- S = magnitud del desplazamiento
- z = distancia a lo largo del eje de propagación
- v = velocidad de propagación
- a = amplitud de la vibración
- λ = longitud de onda
- t = tiempo
- e = constante

En el caso de luz monocromática y bajo circunstancias especiales en las que z y e pueden ser cero, la ecuación puede simplificarse a:

$S = a \cos \frac{2\pi v}{\lambda} t = a \cos (2\pi f) t$

1.2).... $S = a \cos pt$

La constante p indica la dependencia con el color de la luz (su frecuencia).

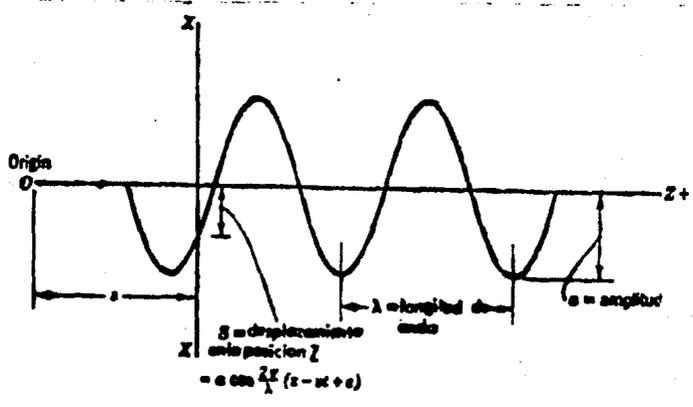


FIGURA 1.3

I.4 TEORIA ELECTROMAGNETICA DE LA LUZ

De acuerdo a esta teoría la luz es considerada como una perturbación electromagnética.

Las perturbaciones electromagnéticas se consideran como una composición de dos efectos, uno eléctrico y otro magnético, los cuales existen simultáneamente en planos perpendiculares entre sí. La línea de intersección de los dos planos es paralela a la dirección del rayo de luz.

Los dos efectos corresponden a ondas transversales y pueden representarse por vectores, el vector eléctrico es considerado como: el vector luz.

La figura 1.4 muestra la representación electromagnética de la luz (solo una onda), el vector eléctrico está en el plano XY y el vector magnético está en el plano XZ, la dirección de propagación es en la del eje X.

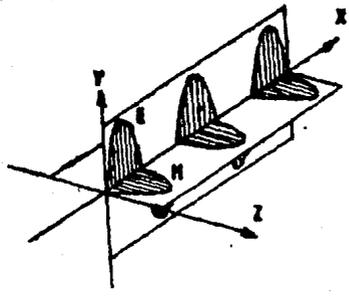


Figura 1.4

La sensación de colores es debida a la frecuencia del tren de ondas, siendo una frecuencia para cada color. Sin embargo, es común describir a los colores con su longitud de onda. La relación entre frecuencia y longitud de onda es:

$$1.3) \dots \lambda = \frac{c}{f}$$

- Donde:
- c = velocidad de la luz
 - f = frecuencia
 - λ = longitud de onda

La luz blanca está formada por una combinación de todas las longitudes de onda. Longitudes de onda de los colores típicos son:

Violeta 4200 Å	Verde 5300 Å	Naranja 6000 Å
Azul 4700	Amarillo 5893	Rojo 6600

1.5 SUPERFICIE DE ONDA, FRENTE DE ONDA, RAYO Y EL PRINCIPIO DE HUYGENS.

Utilizando la teoría de onda que es la que mejor explica el fenómeno de polarización, que es básico en fotoelasticidad haremos las siguientes definiciones:

- i) Superficie de onda: Se define como el lugar de los puntos mas alejados que las perturbaciones han alcanzado en un instante dado. Obviamente si las velocidades con las que las ondas viajan son iguales en todas direcciones, la superficie de onda será una esfera cuyo diámetro aumenta con el tiempo.
- ii) Frente de onda: Es un plano tangente en un punto p de la superficie de onda.
- iii) Rayo: Es el vector que une la fuente y el punto de tangencia del frente de onda, de otra manera: un rayo representa la línea de propagación de la onda.

Principio de Huygens

El principio de Huygens establece que todos los puntos de una superficie de onda son en su momento fuentes de nuevas perturbaciones. Así todos los puntos de una onda esférica producen nuevas superficies de onda de forma esférica, y la envolvente de estas será la nueva superficie de onda.

El principio de Huygens está ilustrado en la figura 1.5

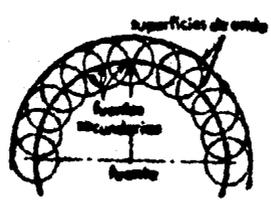


Figura 1.5

1.6 REFLEXION Y REFRACCION

Al incidir un haz de luz sobre una superficie parcialmente reflejante, una porción del haz es reflejada y otra pasa a través de la superficie (es refractada).

Las leyes ópticas que rigen el comportamiento de los rayos estan ilustradas en la figura 1.6.

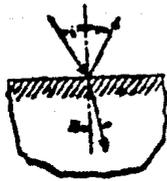


Figura 1.6

Para el caso de reflexión:

$$1.3) \dots \quad i = r$$

Los rayos incidente y reflejado se encuentran en un mismo plano con la normal.

Para el caso de refracción:

$$1.4) \dots \quad \frac{\text{sen } i}{\text{sen } r} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12}$$

Esta ley así expresada se le conoce como: "Ley de Snell".

v_1 y v_2 son las velocidades del rayo incidente y refractado respectivamente. La constante n_{12} es el índice de refracción para los dos medios.

El rayo incidente y refractado se encuentran en un mismo plano con la normal.

A el índice obtenido entre el vacío y un medio dado se le conoce como: "índice de refracción absoluto", para el medio.

Matemáticamente el índice absoluto se expresa como:

$$n_1 = \frac{c}{v_1}$$

Si consideramos dos medios de índices n_1 y n_2 entonces:

$$n_1 = \frac{c}{v_1} \quad n_2 = \frac{c}{v_2}$$

De donde podemos deducir:

$$1.5) \dots \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{v_1}{v_2} = n_{12}$$

Como la velocidad de la luz en el vacío es máxima, el índice absoluto es mayor que la unidad (para el aire y los gases muy cercano a la unidad).

La velocidad de la luz disminuye con la densidad del medio. Así para un rayo viajando de un medio poco denso a uno mas denso el índice será mayor que la unidad, y para un rayo viajando de un medio denso a uno menos denso el índice será menor que uno.

I.7 INTERFERENCIA

Si suponemos que las dos fuentes de onda en los puntos A y B, de la figura 1.7, producen ondas idénticas; entonces si juntamos las dos ondas, estas se reforzarían entre sí, ya que las crestas de la onda A se sumarían a las de la onda B, dando como resultado una onda con crestas iguales a la suma de las dos. Este es el denominado caso de interferencia constructiva.

Ahora si retrasáramos la onda B en media longitud de onda, al sumarse las las dos ondas estas se anularían, ya que las crestas de la onda A se sumarían a los valles de la onda B, anulándose entre sí. Este es el caso de interferencia destructiva total.

En general si las ondas están defasadas en: $0, \lambda, 2\lambda$, etc., las ondas se refuerzan; pero si están defasadas en: $\lambda/2, 3\lambda/2$, etc., se anularán.

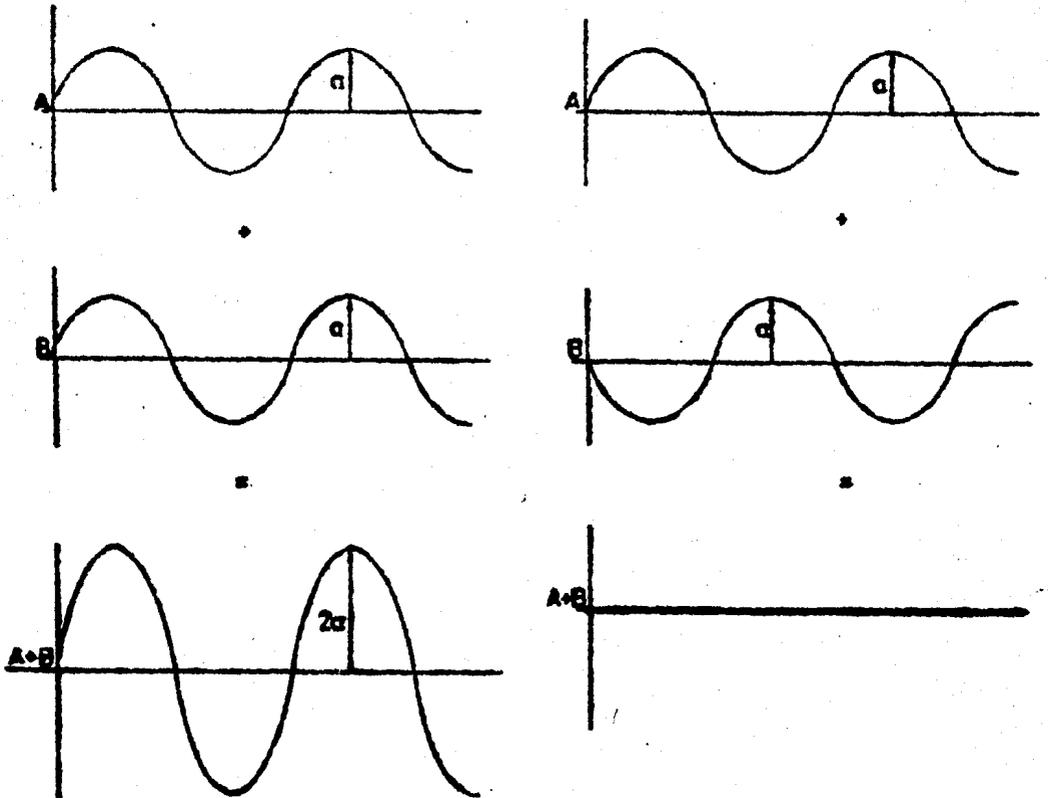


FIGURA 1.7

1.8 LUZ ORDINARIA

De acuerdo a la teoría de onda de la luz, un haz proveniente de una fuente, tal como una lampara incandescente o la luz del sol, consiste de ondas transversales de carácter caótico, estas es de frecuencia y orientación variable.

La figura 1.8 ilustra la representación común de la luz ordinaria. La dirección de propagación es perpendicular al plano del papel, y los vectores representan la amplitud de la vibración, estos vectores se conocen como vectores luz.

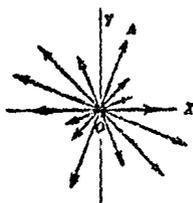


Figura 1.8

1.9 LUZ POLARIZADA

Es posible introducir un orden al movimiento caótico de la luz ordinaria, restringiendo el movimiento caótico de sus ondas, a trayectorias bien definidas (aunque ello implica una reducción en su intensidad).

A la luz que tiene un movimiento ordenado se le conoce como: "Luz polarizada".

Al proceso de rectificación que imparte un orden a las vibraciones, se le conoce como: "Polarización"

La polarización es efectuada mediante dispositivos llamados: "Polarizadores".

La polarización se puede obtener con tres formas, estas son:

a) Polarización plana.- Se dice que la luz es plano-polarizada cuando el vector luz es confinado a un solo plano.

Al plano donde se confina al vector luz se le conoce como: plano de vibración. El plano perpendicular a este se le conoce como: plano de polarización.

La figura 1.9 ilustra a la luz plano-polarizada.

La luz ordinaria puede considerarse como formada por un número infinito de componentes plano-polarizadas cuyos planos de vibración tienen todas las orientaciones concebibles.

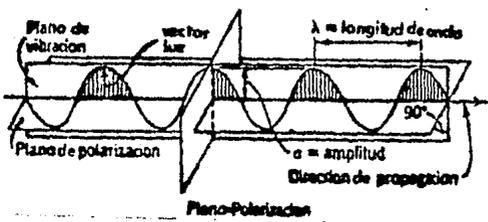


Figura 1.9

b) Polarización circular.- En este tipo de polarización el vector luz gira alrededor del eje de propagación, permaneciendo su magnitud constante.

Si marcáramos la trayectoria del vector luz a lo largo del eje de propagación, esta sería una helice circular, o si la vieramos desde un plano perpendicular al eje de propagación esta sería un círculo. La figura 1.10 ilustra este tipo de polarización.

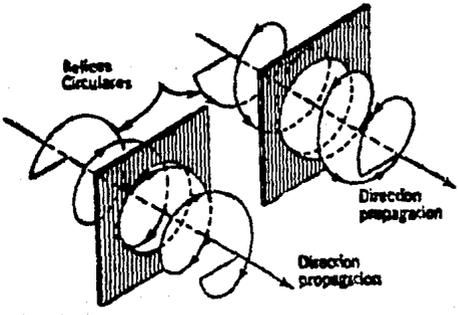


Figura 1.10

c) Polarización elíptica.- La polarización elíptica es esencialmente la misma que la circular a excepción de que aquí el vector luz cambia periódicamente de magnitud durante la rotación, describiendo una helice elíptica, como trayectoria.

La polarización elíptica es ilustrada en la figura 1.11.

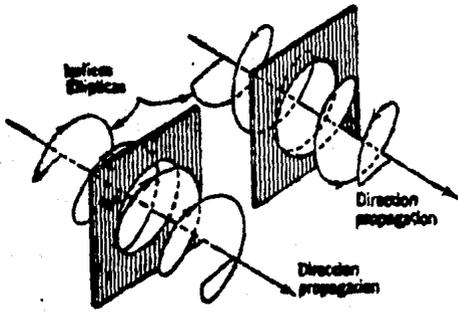


Figura 1.11

PARTE B

POLARIZADORES

I.10 POLARIZADORES DE REFLEXION Y REFRACCION

La forma mas simple de producir luz plano-polarizada es por hacer incidir un haz de luz ordinaria sobre una superficie de vidrio (o de un material parecido), con un ángulo tal, que los rayos de los haces reflejado y refractado formen un ángulo de 90° entre si. En estas condiciones de incidencia el haz reflejado se encuentra plano-polarizado con su plano de vibración perpendicular al plano de incidencia.

Asimismo el haz refractado está plano-polarizado con su plano de vibración paralelo al plano de incidencia.

La polarización por reflexión y refracción se encuentra ilustrada en la figura 1.12.

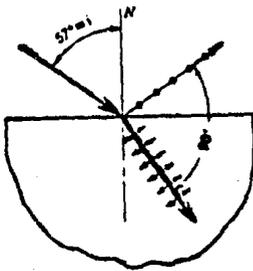


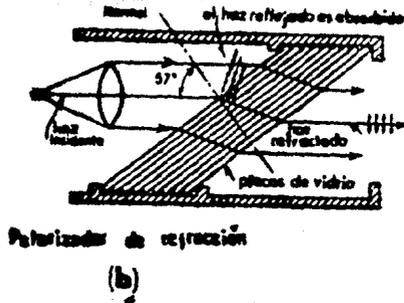
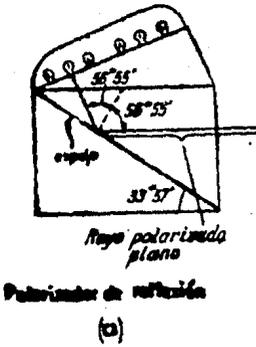
Figura 1.12

El ángulo de incidencia varía de acuerdo al material que se utilice, el indicado en la figura es para el vidrio.

Utilizando el hecho de que los haces reflejado y refractado se encuentran plano-polarizados se pueden construir dispositivos polarizadores, dos de los cuales están ilustrados en la figura 1.13.

Sin embargo, estos equipos tienden a ser muy voluminosos y muy costosos, además de que funcionan correctamente solo si el haz está bien colimado, y en el ángulo de incidencia correcto.

Figura 1.13



I.11 POLARIZADOR DE REJILLA DE ALAMBRE

Este aparato consta de un conjunto de finos alambres colocados paralelamente, como se indica en la figura 1.14.

Siendo los alambres de gran conductividad para los campos eléctricos paralelos a ellos, tales campos producen corrientes eléctricas en los alambres, transformándose estas en calor debido a la pequeña pero significativa resistencia de los alambres.

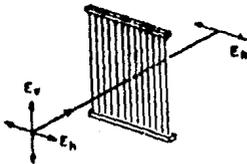


Figura 1.14

Sin embargo, debido a que en los espacios entre los alambres no hay conducción, no hay flujo de corriente perpendicular a ellos. Así pues los campos eléctricos perpendiculares a los alambres no producen corrientes ni pierden energía.

Entonces si colocamos la rejilla frente a un haz de luz no polarizada se disipa la energía de una de las componentes y permite a la otra pasar sin disminución.

La componente transmitida es aquella cuya dirección de vibración eléctrica sea perpendicular a los alambres.

El grosor y la separación de los alambres debe ser menor a una longitud de onda, así por ejemplo se necesitan alrededor de 30 000 alambres para hacer un polarizador apenas mayor que una estampilla de correos.

I.12 POLARIZADORES DE DOBLE REFRACCION

Existen sustancias transparentes cristalinas que aunque son homogéneas, son anisótropas; es decir sus propiedades ópticas son diferentes en las distintas direcciones. Los materiales que presentan esta propiedad se dice que son birrefringentes o que presentan doble refracción. En estos cristales, cada frente de onda origina dos series de ondas secundarias, una de las cuales es esférica y la otra es un elipsoide de revolución.

En algunos cristales existe una dirección particular, llamada eje óptico, en la cual las velocidades de las dos ondas secundarias son iguales. La figura 1.15 ilustra lo que sucede para las diferentes orientaciones del eje óptico. El avance de las ondas se determina por el principio de Huygens.

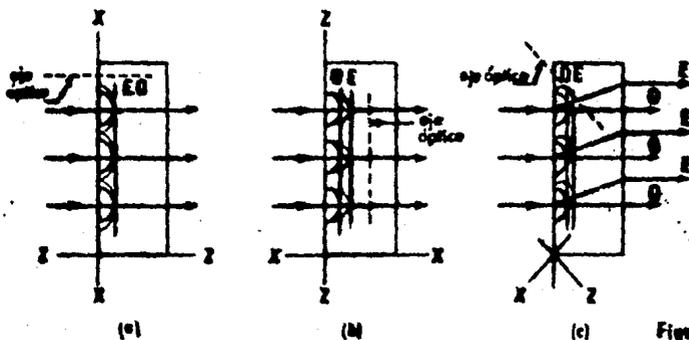


Figura 1.15

Al rayo que es desviado se le conoce como rayo extraordinario, mientras que el que no lo es, como rayo ordinario.

La experiencia ha demostrado que los haces ordinario y extraordinario están plano-polarizados, en direcciones perpendiculares entre sí. En consecuencia si tuvieramos un medio para separarlos tendríamos dos haces de luz plano-polarizada en dos direcciones distintas.

Un método para separarlos consiste en utilizar un prisma de Nicol; este prisma es un cristal de Espato de Islandia o calcita ($CaCO_3$), cortado en un plano diagonal y después pegado; comúnmente se utiliza como pegadura al bálsamo de Canadá, el cual tiene un índice de refracción tal que el rayo ordinario se refleja totalmente, mientras que el rayo extraordinario se transmite, de la manera indicada en la figura 1.16.

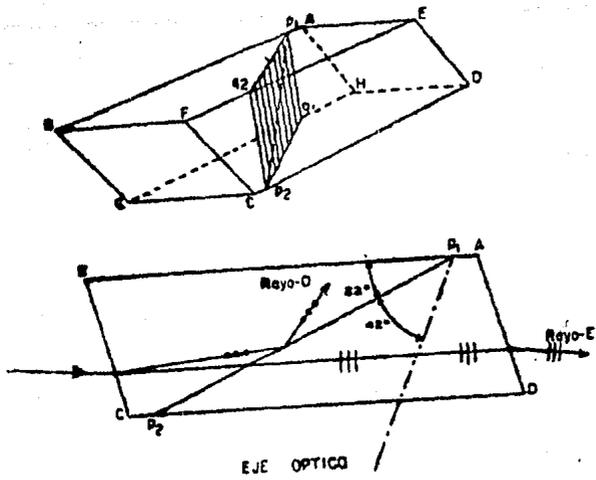


FIG. 1.15 El polarizador de Nicol. El plano $P_1Q_1P_2Q_2$ indica el corte del cristal de calcita donde fue separado en dos, habiéndose usado de nuevo con bálsamo de Canadá. Las cuatro caras laterales se recubren con pintura negra.

Existen otros polarizadores que utilizan al cristal de calcita como son: El de Glan-Foucault y el de Wollaston, que están ilustrados en la figura 1.17.

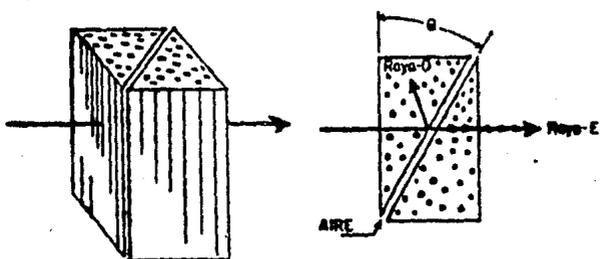


FIG. 1.17a El polarizador de Glan-Foucault. Las rayas verticales indican la dirección del eje óptico.

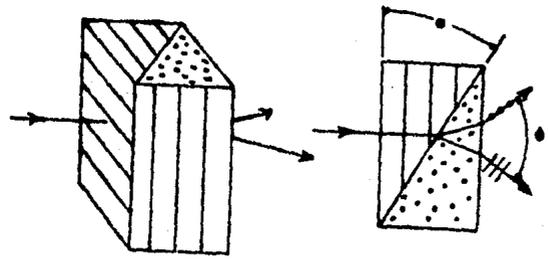


FIG. 1.17b El polarizador de Wollaston. Los dos haces refractados emergen. Pueden usarse distintos ángulos de ápice θ , correspondiendo a cada uno distinto ángulo total de desviación ϕ .

I.13 POLARIZADORES DICROICOS

Ciertos cristales birrefringentes como la turmalina absorben con mayor intensidad una de las componentes secundarias. A esta propiedad se le conoce como: **dicroísmo**.

La figura 1.18 ilustra el fenómeno del dicroísmo.

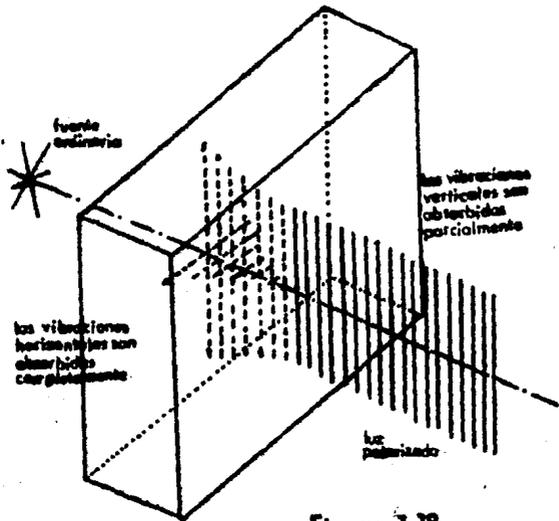


Figura 1.18

Sin embargo, la capacidad de absorción en la turmalina es grande en ambos planos, así entonces el haz plano-polarizado transmitido está muy disminuido en su intensidad.

Además la turmalina presenta una alta selectividad en las longitudes de onda que transmite, con lo que la luz transmitida sale altamente coloreada. Por lo anterior y porque solo se puede obtener en dimensiones muy reducidas y es muy costosa, la turmalina ha caído en desuso.

Existen otros cristales dicroicos que no tienen los inconvenientes de la turmalina, uno de ellos es la herapatita (llamada así por Herapath, quien la descubrió en 1852).

La herapatita es una sal compleja que contiene: quinina, ácido hidriódico y ácido sulfúrico.

Los cristales individuales de la herapatita tienen la forma de agujas muy delgadas, sus diámetros son menores que una longitud de onda de la luz visible.

I.14 LA LÁMINA J

El primer polarizador Polaroid (Polaroid es una marca registrada) fue la lámina J. Se fabricaba orientando los microcristales de herapatita en una placa de acetato.

La orientación de los microcristales se efectuaba haciendo una suspensión de ellos en una solución altamente viscosa de acetato de celulosa, a la que se sometía a un proceso de flujo uniforme, para formar placas en las cuales los cristales se orientaban por sí mismos, en la dirección del flujo.

En la parte final del proceso el solvente es evaporado para obtener una placa rígida.

Al alinearse los pequeños cristales actúan como uno solo; esto es, una hoja de plástico que contiene millones de cristales alineados, actúa como un cristal de gran longitud y anchura, pero de muy poco espesor. Esto es casi ideal, ya que un pequeño espesor de, por ejemplo, 0.0005 pulgadas, proporciona una buena relación entre la gran absorción de la componente que no se desea y la alta transmisión de la componente que sí se desea.

La razón principal de que se haya dejado de usar fue el pequeño defecto que tenía. Los cristales de diámetro mayor de una longitud de onda de luz, de alguna manera disipaba la luz. Pero la producción de cristales más pequeños resulta muy costosa.

I.15 LA LÁMINA H

En la actualidad el polarizador más popular es la lámina H, inventada por E. H. Land en 1938, diez años después de haber inventado la lámina J.

La lámina H, puede considerarse una versión química del polarizador de rejilla de alambre. En lugar de utilizarse delgados alambres se utilizan moléculas (largas cadenas de moléculas polímeras, que contienen átomos de yodo). Estas moléculas se alinean casi perfectamente, paralelas unas con otras, y debido a la conductividad de los átomos de yodo, se absorbe fuertemente la componente de la vibración eléctrica paralela a las moléculas. La componente perpendicular a las moléculas pasa a través de ellas con muy poca absorción.

Se utiliza un procedimiento ingenioso para alinear las moléculas "conductoras". La fabricación empieza con una larga hoja transparente de un plástico que se estira con facilidad y es químicamente activo (generalmente alcohol polivinílico). La hoja se calienta y, enseguida, se estira rápidamente hasta que alcanza una longitud que es varias veces la original; al alargarse la mayoría de moléculas, que originalmente tenían orientaciones al azar, giran hasta tener casi la misma dirección; a saber, la dirección de las fuerzas de estiramiento. Es difícil concebir un medio más rápido y simple para alinearlas. El método no es del todo perfecto; por ejemplo, las líneas que inicialmente eran perpendiculares a la dirección del estiramiento no giran.

La hoja suave y flexible obtenida del proceso de estirado se pega a una hoja rígida, de acetato de celulosa por ejemplo, a fin de impedir que se contraiga.

El siguiente paso es sumergir la hoja en una solución rica en yodo, para que este se fije imitando a las moléculas anfítrionas, formando a su vez largas y delgadas cadenas de átomos.

Finalmente la hoja se lava y se corta a la medida.

Las fugas de luz en la dirección no deseada se pueden reducir al aumentar la cantidad de yodo, pero desafortunadamente también se reduce la intensidad en la dirección deseada.

Los valores de transmisión de estas placas, comercialmente son: 38%, 32%, 22%, para las placas MN-36, MN-32 y MN-22, respectivamente, esta última impide virtualmente el paso de la luz visible.

CAPITULO II

FOTODELASTICIDAD

2.1 INTRODUCCION

La fotoelasticidad es una técnica experimental empleada en el análisis de esfuerzos, en la cual se emplean modelos de prototipos, hechos de un plástico transparente apropiado, y un campo de luz polarizada.

La interacción de la luz polarizada y el modelo, este último bajo la acción de cargas similares a las existentes en el prototipo, produce en la imagen del modelo un conjunto de bandas oscuras y brillantes (o coloreadas si se utiliza luz monocromática o luz policromática, respectivamente). Al conjunto de bandas se le conoce como: "Patron de esfuerzos"

De la observación directa de los patrones de esfuerzo se pueden localizar zonas de alto y bajo esfuerzo, con el fin de buscar reducir la concentración de esfuerzos, o retirar material de las zonas de bajo esfuerzo, para reducir el peso del elemento.

Ya que generalmente los esfuerzos debidos a cargas externas en un sistema bidimensional de esfuerzos son función de la geometría del prototipo y de la distribución e intensidad de las cargas, los patrones de esfuerzo del modelo son iguales a los del prototipo, en una escala proporcional.

Algunas ventajas de este método son:

- 1.- Obtención de una imagen total de la distribución de esfuerzos cortantes en el prototipo.
- 2.- Medición de los esfuerzos en un punto y consecuentemente la posibilidad de obtener valores pico en regiones de alto esfuerzo

3.- Determinación de esfuerzos en problemas que no pueden ser resueltos analíticamente.

4.- Se obtienen fácilmente resultados cualitativos respecto a zonas de alto y bajo esfuerzo, o para los cambios en la distribución de esfuerzos causados por alteraciones menores en la forma del modelo, ayudando así a encontrar un diseño mas satisfactorio.

Algunas desventajas son:

1.- Siendo un método indirecto, se requiere del uso de modelos, y la subsecuente interpretación de resultados.

2.- Su aplicación en modelos bidimensionales es relativamente sencilla, pero en modelos tridimensionales se complica.

3.- No provee información relativa a condiciones de superficie como son: corrosión, marcas de maquinado, etcétera.

4.- No provee información relativa a esfuerzos residuales o su redistribución.

2.2 PLACAS DE ONDA

Placas de ciertos materiales como la mica, tienen la propiedad de resolver la luz (cuando esta incide normalmente) en dos componentes que se transmiten en planos ortogonales. Es decir, estas placas son birrefringentes.

Las propiedades ópticas de las dos componentes en general son diferentes, esto es, las dos componentes se transmiten con velocidades distintas. Entonces, cuando las dos vibraciones emergen de la placa, tienen una diferencia de fase, la cual es proporcional al espesor de la placa atravezada por la luz.

Placas que poseen esta característica son llamadas: placas de onda o de retardo. Se les designa de acuerdo al retardo relativo que producen en las ondas componentes.

Por ejemplo, si para una longitud de onda de luz, se tiene un desplazamiento relativo de un cuarto de longitud de onda, esta placa se designará como: "placa de cuarto de onda" o "placa $\lambda/4$ " o si, el retardo es de media longitud de onda, será una placa de media onda o placa $\lambda/2$, y así sucesivamente.

Se debe notar que, una placa puede tener un retardo específico para una longitud de onda dada, pero para otras longitudes de onda puede haber una ligera variación en la fracción de longitud.

La figura 2.1 muestra gráficamente como una placa $\lambda/4$ divide un haz de luz que incide normalmente en ella (el haz es monocromático plano-polarizado), en dos componentes y las defasa un cuarto de longitud de onda.

La luz monocromática polarizada que entra en la placa, con un ángulo de 45° con los planos de transmisión de la placa, como se indica en la figura 2.1b, es resuelta en dos componentes de igual magnitud (figura 2.1c). Al salir de la placa tienen un retraso relativo de un cuarto de longitud de onda, pero sus amplitudes son iguales y están en planos perpendiculares. Estas ondas están representadas por los vectores de la figura 2.1d. Si los combinamos, el vector resultante es igual a:

2.1) Resultante = $\sqrt{\left(\frac{a}{\sqrt{2}} \text{sen } pt\right)^2 + \left(\frac{a}{\sqrt{2}} \text{cos } pt\right)^2}$
 $= \frac{a}{\sqrt{2}}$

2.2) $\tan \theta = \frac{\frac{a}{\sqrt{2}} \text{sen } pt}{\frac{a}{\sqrt{2}} \text{cos } pt} = \tan pt$

De lo que se deduce que θ es proporcional al tiempo t , lo cual indica, que el vector luz permanece constante en amplitud y gira uniformemente con el tiempo. Esto corresponde a la definición de luz circularmente polarizada.

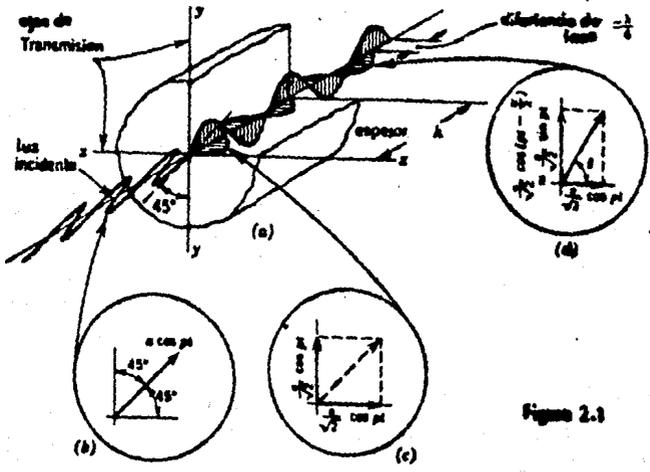


Figura 2.1

2.3 LEYES FUNDAMENTALES DE LA FOTOELASTICIDAD

Algunos materiales como el vidrio, celuloide, bakelita, resinas poliéster y resinas epoxicas, exhiben birrefringencia temporal al ser sometidas a esfuerzos. Esta birrefringencia depende de la naturaleza e intensidad de las cargas, así al desaparecer las cargas esta también desaparece.

Para una incidencia normal de un haz de luz polarizada en placas planas, sujetas a esfuerzos planos, dentro del límite elástico, la transmisión de la luz obedece a las dos leyes básicas de la determinación fotoelástica de esfuerzos. Estas leyes son:

1.- La luz es polarizada en las direcciones de los ejes de los esfuerzos principales, y se transmiten solo en los planos de los esfuerzos principales.
 2.- La velocidad de transmisión en cada plano principal depende de la intensidad de los esfuerzos principales, obedeciendo a las siguientes ecuaciones:

$$2.3) \dots \delta_1 = N_1 - N_0 = A \sigma_1 + B \sigma_2$$

$$2.4) \dots \delta_2 = N_2 - N_0 = B \sigma_1 + A \sigma_2$$

Donde:

δ_1 = cambio del índice de refracción en el plano principal 1

δ_2 = cambio del índice de refracción en el plano principal 2

σ_1, σ_2 = esfuerzos principales 1 y 2

A y B = constantes fotoelásticas del material

N_0 = índice de refracción en el modelo no esforzado.

N_1 y N_2 = índices de refracción en los planos principales 1 y 2, respectivamente.

Restando 2.4 de 2.3 tendremos:

$$\delta_1 - \delta_2 = N_1 - N_2 = (A - B) (\sigma_1 - \sigma_2)$$

$$2.5) \dots = C (\sigma_1 - \sigma_2)$$

Donde C es una constante óptica.

De la ecuación 1.4 podemos obtener:

$$\delta_1 - \delta_2 = \frac{v}{v_1} - \frac{v}{v_2}$$

Donde:

v_1 y v_2 = velocidades de transmisión en los planos principales de esfuerzo.

v = velocidad de transmisión del medio circundante.

Sustituyendo en la ecuación 2.5, obtenemos:

$$2.6) \dots \frac{v(v_2 - v_1)}{v_1 v_2} = C(\sigma_1 - \sigma_2)$$

Entonces, la diferencia de velocidades de transmisión ($v_1 - v_2$) (y su resultante diferencia de fase) esta directamente relacionada a la diferencia de los esfuerzos principales ($\sigma_1 - \sigma_2$).

2.4 POLARISCOPIOS

Los dispositivos utilizados para proveer el campo de luz polarizada y el medio para interpretar el efecto fotoelástico en el modelo, se les conoce como: "Polariscopios".

En general hay dos tipos de polariscopios, uno conocido como: "Polariscopio plano"; y el otro conocido como: "Polariscopio circular".

2.4.1 POLARISCOPIO PLANO

El polariscopio plano es el tipo mas sencillo, consta de: una fuente de luz, un polarizador, el modelo fotoelástico y un segundo polarizador llamado analizador.

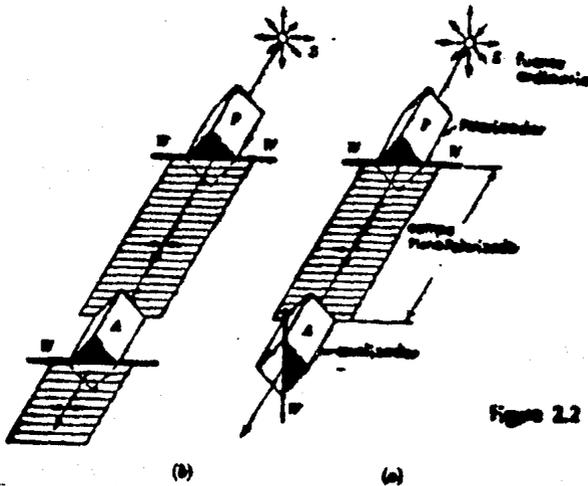
De acuerdo a la posición relativa del analizador y el polarizador se pueden obtener dos arreglos de polariscopio plano. En la figura 2.2 están representados los dos tipos.

En el arreglo de la figura 2.2a, el polarizador y el analizador están con sus planos de polarización paralelos. A este arreglo se le conoce como: "Polariscopio plano de campo claro" o también como "Polariscopio plano de campo brillante".

La luz plano-polarizada que emerge del polarizador, al estar en el mismo plano que el de polarización del analizador, puede pasar sin modificación a través del analizador.

En la figura 2.2b, el polarizador y el analizador tienen sus planos de polarización perpendiculares, de esta forma la luz del polarizador al estar plano-polarizada en un plano perpendicular al del analizador, no puede pasar a través de este, extinguiéndose.

A este segundo arreglo se le conoce como: "Polariscopio plano de campo oscuro".



2.4.2 POLARISCOPIO CIRCULAR

Si a un polariscopio plano le agregamos dos placas cuarto de onda, como se indica en la figura 2.3. El haz de luz plano-polarizado por el polarizador, se hace circularmente polarizado al pasar por la primera placa cuarto de onda; en la segunda placa cuarto de onda se restablece la condición plano-polarizada del haz pero en un plano perpendicular al del polarizador. El analizador, al estar con su plano de polarización paralelo al del polarizador, no permite el paso del haz, extinguiendolo.

A este arreglo se le conoce como: "Polariscopio circular de campo oscuro".

Se debe notar que, los planos de transmisión de las placas cuarto de onda son paralelos entre si.

La figura 2.4, muestra un arreglo de polariscopio circular, al que se denomina: "Polariscopio circular de campo claro", o de campo brillante.

Este arreglo como se puede observar, difiere de el de campo oscuro, por que el plano de polarización del analizador está perpendicular al del polarizador.

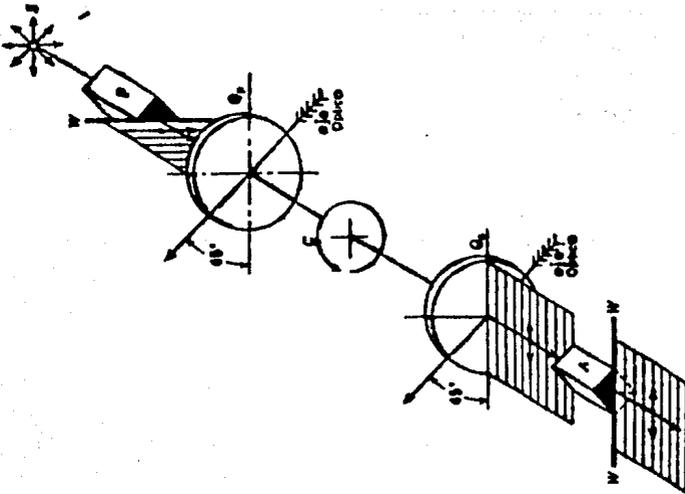


Figura 2.A

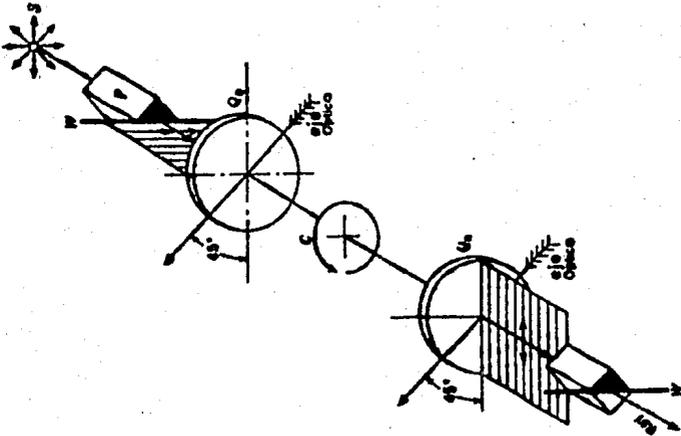


Figura 2.B

Existen otros dos arreglos posibles para los polariscopios circulares. Se obtienen por orientar las placas cuarto de onda de tal manera, que sus planos de transmisión sean perpendiculares entre si; entonces, al restablecerse la plano-polarización, en la segunda placa cuarto de onda, se encuentra en el mismo plano que el polarizador. Dependiendo entonces de la orientación del analizador, se obtendrán polariscopios en campo brillante o en campo oscuro.

2.5 COMPORTAMIENTO FOTOELASTICO DE UN MODELO ESFORZADO EN UN POLARISCOPIO PLANO.

La figura 2.5, muestra esquemáticamente como la luz polarizada (por el polarizador), es resuelta en dos componentes al entrar en un modelo esforzado. Las direcciones de las dos componentes son las de los esfuerzos principales del modelo.

Asumiendo que la luz es monocromática, entonces, al pasar por el polarizador es confinada al plano de polarización de este, y su amplitud estará dada por (figura 2.5b):

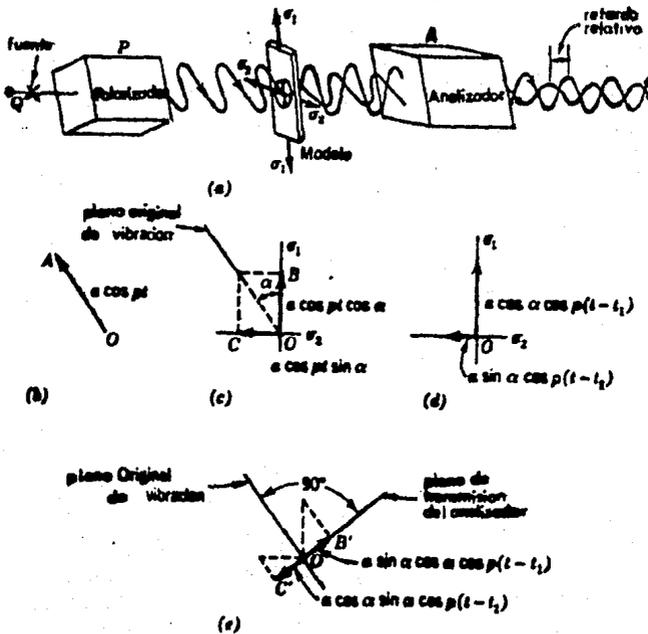
$$s = a \cos pt$$

Al incidir el haz polarizado en el modelo, se resuelve en dos componentes que estarán dadas por:

2.7) $a \cos \alpha \cos pt$ (paralela al plano principal 1)

2.8) $a \sin \alpha \cos pt$ (paralela al plano principal 2)

Donde α es el ángulo entre el plano de vibración original y el plano principal 1; como está indicado en la figura 2.5c.



Ahora si t_1 y t_2 , representan el tiempo requerido para la transmisión en los planos principales 1 y 2, respectivamente. Los dos componentes saliendo del modelo estarán representados por las ecuaciones:

2.9) $a \cos \alpha \cos p (t - t_1)$ (paralela al plano principal 1)

2.10) ... $a \operatorname{sen} \alpha \cos p (t - t_2)$ (paralela al plano principal 2)

Si h es el espesor del modelo a lo largo de la trayectoria de la luz, entonces:

$$t_1 = \frac{h}{v_1} \qquad t_2 = \frac{h}{v_2}$$

De donde:

2.11) $t_1 - t_2 = h \left(\frac{v_2 - v_1}{v_1 v_2} \right)$

Y, de la ecuación 2.6 obtenemos:

2.12) $t_1 - t_2 = \frac{h C}{v} (\sigma_1 - \sigma_2)$

Entonces, la diferencia de fase $p(t_1 - t_2)$, es directamente proporcional a la diferencia entre los esfuerzos $(\sigma_1 - \sigma_2)$, al espesor de la placa h , y a la constante óptica C/v .

El analizador deja pasar solo las componentes que se encuentran en su plano de polarización, las cuales están representadas por:

2.13) $a \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha \cos p(t - t_1)$

2.14) $a \operatorname{sen} \alpha \cos \alpha \cos p(t - t_2)$

Como ambas tienen la misma amplitud y se encuentran en el mismo plano (el del analizador), pueden sumarse algebraicamente y la resultante será:

$$2.15) \dots a \cos \alpha \operatorname{sen} \alpha (\cos p(t - t_1) - \cos p(t - t_2))$$

$$2.15) \dots a \operatorname{sen} 2\alpha \operatorname{sen} p \left(\frac{t_1 - t_2}{2} \right) \operatorname{sen} p \left(t - \frac{t_1 + t_2}{2} \right)$$

La intensidad de la luz es igual al cuadrado de la amplitud de la vibración. Un punto oscuro se observara en el modelo cuando:

2.16) $a \operatorname{sen} 2\alpha \operatorname{sen} p \left(\frac{t_1 - t_2}{2} \right) = 0$

2.6 LINEAS ISOCLINAS

La ecuación 2.16 se cumple cuando: $a = 0$, $\text{sen } 2\alpha = 0$, ó cuando, $\text{sen } p\left(\frac{t_1 - t_2}{2}\right) = 0$.

La primera condición, $a = 0$, implica que no hay luz, lo que sería el caso trivial.

Si consideramos que, $\text{sen } p\left(\frac{t_1 - t_2}{2}\right) \neq 0$.

Entonces, 2.16 se cumplirá cuando: $\text{sen } 2\alpha = 0$; esto es, el ángulo α tiene valores de 0° ó 90° ; lo que sucede cuando los planos de transmisión del analizador y polarizador, son paralelos a la dirección de los planos principales de esfuerzo.

En la imagen del modelo aparecerán puntos oscuros, en los puntos en los que los planos de los esfuerzos principales coinciden con los planos de transmisión del analizador y del polarizador. Estos puntos están unidos entre sí, formando líneas continuas, que se conocen como: "Isoclinas".

Entonces una isoclina se puede definir como: "El lugar de los puntos, en los que los esfuerzos principales tienen la misma dirección".

Si giramos el campo de luz polarizada, podríamos obtener las direcciones de los esfuerzos en todo el modelo, ya que en algún momento la dirección de los planos principales del modelo en cada punto, coincidirán con los planos de transmisión del polarizador y del analizador.

Algunas propiedades de las líneas isoclinas son:

- 1.- No se intersectan, excepto en puntos isotrópicos (en ellos los esfuerzos principales son iguales en todas direcciones).
- 2.- Intersectan bordes, solo cuando estos tienen la misma inclinación que el parámetro de la isoclina (se llama parámetro de la isoclina al ángulo que forma con una línea de referencia, uno de los esfuerzos)
- 3.- Un borde libre recto, es también una isoclina.
- 4.- Un eje de simetría, con respecto a la geometría y a las cargas, es también una isoclina.

2.7 TRAYECTORIAS DE ESFUERZOS

Las isostáticas o trayectorias de esfuerzos son líneas paralelas o normales a las direcciones de los esfuerzos principales, en los puntos por donde esta pasa.

La figura 2.6 muestra un conjunto de isoclinas, y la manera, en que a partir de ellas se puede trazar las trayectorias de esfuerzo.

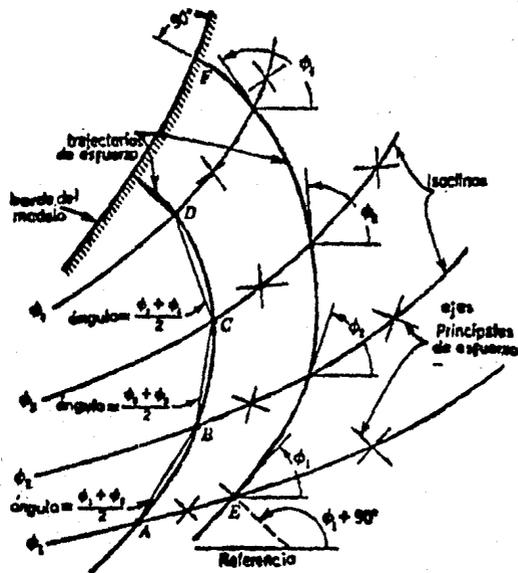


Figura 2.6

Para trazar las isostáticas se procede como sigue: tomando un punto A (a partir del cual empezaremos a trazar la isostática) en la primera isocлина, de este punto trazamos una recta con una inclinación igual al promedio de las inclinaciones de los esfuerzos en las isoclinas 1 y 2, y la prolongamos hasta intersectar en B a la segunda isocлина, a partir de B trazamos otra recta, con una inclinación igual al promedio de las inclinaciones de los esfuerzos de las isoclinas 2 y 3, esta recta intersectara a la isocлина 3 en C; repitiendo este proceso para todas las isoclinas restantes, y uniendo todos los puntos obtenidos con una curva continua, tendremos la isostática buscada.

2.8 LINEAS ISOCROMATICAS

Considerando la otra condición, no trivial, para que la ecuación 2.16 se cumpla, tendremos:

$$\text{sen } p\left(\frac{t_1 - t_2}{2}\right) = 0$$

Condición que prevaleciera en los puntos en que:

2.17) ... $p\left(\frac{t_1 - t_2}{2}\right) = 0 \text{ ó } n\pi \quad n = 1, 2, 3, \dots$

Inversamente la máxima iluminación tendrá lugar en los puntos en los que:

2.18) ... $p\left(\frac{t_1 - t_2}{2}\right) = \frac{\pi}{2} \text{ ó } \left(n + \frac{1}{2}\right)\pi$

En general, los puntos en los que el retardo $p(t_1 - t_2)$ es constante, forman una línea o banda continua.

Entonces, una banda oscura aparecerá para los valores de n de la ecuación 2.17, y una banda brillante, para los valores de n de la ecuación 2.18.

Cuando el modelo es examinado con luz blanca, aparecen en su imagen, un conjunto de bandas de colores. La razón de ellas, es que cada color es extinguido en turno, de acuerdo a su longitud de onda. A estas bandas de colores se les llama apropiadamente: "Isocromáticas".

Las bandas oscuras y brillantes que aparecen alternadamente en la imagen del modelo, cuando se examina con luz monocromática, también son isocromáticas, aunque, comúnmente son designadas como: "franjas"

Las bandas isocromáticas, son distinguidas unas de otras de acuerdo al valor de n ; consecuentemente, tendremos franjas de orden cero, de orden uno, de orden dos, etcétera.

Comparando las ecuaciones 2.12 y 2.17, se puede observar que

$$p\left(\frac{t_1 - t_2}{2}\right) \text{ es proporcional a } (\sigma_1 - \sigma_2)$$

Entonces, el orden de interferencia es proporcional a la diferencia de los esfuerzos principales, de ahí que las isocromáticas puedan ser definidas como: "El lugar de los puntos de igual diferencia de los dos esfuerzos principales".

Si recordamos que el esfuerzo cortante máximo es igual a la

semidiferencia de los esfuerzos principales; entonces, una isocromática se puede definir como: "El lugar de los puntos de esfuerzo cortante máximo".

De la ecuación 2.12, tenemos que:

$$2.19) \dots \quad (\sigma_1 - \sigma_2) = \frac{\nu}{E h} (t_1 - t_2) = \frac{f}{h} n$$

Donde:

f = constante de franja del material $(\frac{lb}{in \text{ franja}})$

h = espesor del material.

n = orden de interferencia o de franja.

Al examinar un modelo en un polariscopio plano, con luz monocromática, aparecen simultáneamente las isoclinas y las isocromáticas, con lo que se dificulta su identificación.

Al examinar el modelo con luz blanca, además de la belleza del conjunto de bandas, se puede identificar con mayor facilidad a las isoclinas, ya que estas son siempre negras; entonces, a excepción de las franjas de orden cero, las líneas negras son las isoclinas.

Si giramos el campo de luz polarizada, dejando fijo el modelo cargado, las isoclinas variaran de posición, no así las isocromáticas, que solo varían cuando la carga varía.

2.9 COMPORTAMIENTO FOTOELASTICO DE UN MODELO ESFORZADO EN UN POLARISCOPIO CIRCULAR.

Los diversos planos de vibración implicados en un polariscopio circular que contiene un modelo esforzado, hacen que una representación gráfica de ellos cause confusión; sin embargo, un análisis relativamente simple, puede hacerse por medio de dos diagramas vectoriales; uno dando los planos de vibración, y el otro la diferencia relativa de fase (como los indicados en la figura 2.7).

Asumiendo que, la luz circularmente polarizada está entrando en el modelo esforzado, los planos de vibración serán:

- 1.- Los planos principales de el modelo, perpendiculares entre si, en la figura 2.7a están representados por OX y OY.
- 2.- Los planos de transmisión de la segunda placa cuarto de onda que también son perpendiculares entre si, representados por OF y

OC. Estos planos se encuentran inclinados un ángulo arbitrario con los planos principales del modelo.

3.- El plano de polarización del analizador, representado por OG_1 , que esta inclinado un angulo de 45° respecto a la segunda placa cuarto de onda.

Si la amplitud máxima de la luz plano-polarizada, producida por el polarizador es A; entonces, la luz circularmente polarizada emergiendo de la primera placa cuarto de onda, tendra sus componentes con amplitudes iguales a: $A \cos 45^\circ = A/\sqrt{2}$.

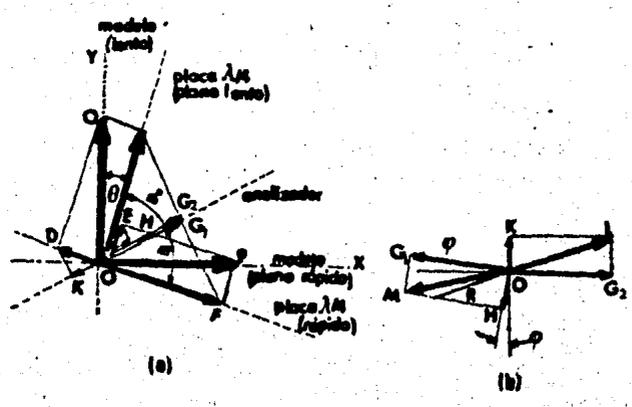
Las componentes que salende la primera placa cuarto de onda tienen sus planos de vibración en los planos OX y OY, y al entrar en el modelo produce las componentes OP y OQ, cada una de amplitud:

$$OP = OQ = A/\sqrt{2}$$

La componente OP, al salir del modelo, produce las componentes OE y OF en la placa cuarto de onda. Y estas producirán a las componentes OH y OG_1 en el analizador. Las componentes perpendiculares son absorbidas por el analizador.

Similarmente, la componente OQ producirá las componentes OC y OD en la placa cuarto de onda, y estas a las componentes OG_2 y OK, en el analizador.

Las cuatro componentes que pasan en el analizador (OH, OG_1 , OG_2 y OK), deberán ser sumadas para obtener el efecto total. Se debe tomar en cuenta que están en el mismo plano, y en general no están en fase unas con otras.



Las amplitudes individuales son derivadas de la figura 2.7a, recordando que OP y OQ son iguales, por estar la luz circularmente polarizada. Tenemos que:

$$2.20) \dots \quad OG_1 = OG_2 = OP \cos \theta \cos 45^\circ = \frac{1}{2} A \cos \theta$$

$$2.21) \dots \quad OH = OK = OP \sin \theta \cos 45^\circ = \frac{1}{2} A \sin \theta$$

Para determinar la diferencia de fase, entre las cuatro componentes emergiendo del analizador, se tomara como referencia a la componente mas lenta.

Asumiendo que la luz circularmente polarizada, tiene su componente OQ un cuarto de longitud de onda atrasada de la componente OP, y también que, por razones del estado de esfuerzos en el modelo, la componente OQ viaja con una velocidad mas lenta a través del modelo, que la componente OP. Subsecuentemente la componente OC de OQ, viaja en el plano lento de la segunda placa cuarto de onda, produciendose así la componente mas lenta de todas, a la que designaremos como OG₂, en el analizador.

Es conveniente expresar la diferencia de fase en grados, donde 360° corresponderán a una longitud de onda. Entonces un retraso relativo R producido dentro del modelo corresponderá a:

$$2.22) \dots \quad \frac{360}{\lambda} R = \varphi$$

Las diferencias de fase, de las otras tres componentes, se pueden deducir de lo siguiente:

i) La componente de OQ es OD, la cual está 90° adelantada, al emerger de la placa cuarto de onda. Esta componente producirá a OK, la cual está en el lado opuesto de OG₁, y por tanto está 270° adelantada de OG₂.

ii) La componente OP entra adelantada 90° (respecto a OQ) en el modelo, por estar circularmente polarizada la luz. Emerge adelantada (90 + φ), por viajar en el plano rápido del modelo.

La componente OE de OP, la cual viaja en el plano lento de la placa cuarto de onda, no tiene ninguna ganancia extra, por tanto la componente OH está (90 + φ) grados adelantada de OG₂.

iii) La otra componente de OP es OF, la cual viaja en el plano rápido de la placa cuarto de onda, teniendo una ganancia de 90°, y la componente OG₁, esta entonces, adelantada (180 + φ) de OG₂.

Los puntos anteriores están resumidos en la tabla I.

TABLA I

Componentes entrando en el modelo	Componentes emergiendo del modelo	Componentes emergiendo de la segunda placa $\lambda/4$	Componentes emergiendo del analizador
OQ (0°)	OQ (0°)	OC (90°) OD (90°)	OG ₂ (0°) OK (270°)
OP (90°)	OP ($90 + \varphi$)	OE ($90^\circ + \varphi$) OF ($180^\circ + \varphi$)	OH ($90^\circ + \varphi$) OG ₁ ($180^\circ + \varphi$)

Para sumar las cuatro componentes de la última columna de la tabla I, nos auxiliaremos del diagrama vectorial de la figura 2.7b. La longitud de cada vector representa la amplitud de la vibración, y la dirección representa la fase con respecto a la componente OG₂, medida positivamente en sentido horario.

En el diagrama, la resultante de OK y OG₂ es OL. Similarmente, la resultante de OH y OG₁ es OM. Como OG₁ es igual a OG₂, y OH es igual a OK, OL será igual a OM.

Es evidente, de la inspección del diagrama 2.7b, que el ángulo ROM es igual a la diferencia de fase en grados. Ahora, la componente OL no cambia de fase con el cambio de retardo en el modelo; con lo que, la diferencia de fase de OM, respecto a OL es directamente proporcional al retardo en el modelo. Así, al aumentar el retardo relativo, OM girará en sentido de las manecillas del reloj, produciéndose las características necesarias para la interferencia con OL.

Así, cuando $\varphi = 0^\circ, 360^\circ, 720^\circ$, etc., las dos componentes están opuestas entre sí, presentándose extinción de la luz, y cuando $\varphi = 180^\circ, 540^\circ$, etc., las dos componentes coinciden entre sí, habiendo entonces la máxima transmisión de luz.

Sumando los vectores de la figura 2.7b, obtenemos:

$$2.23) \dots OL = \sqrt{OG_2^2 + OK^2}$$

$$2.24) \dots OM = \sqrt{OG_1^2 + OH^2}$$

Y, de la ecuación 2.20 y 2.21

$$2.25) \dots OL = OM = \frac{1}{2} A \sqrt{\sin^2 \theta + \cos^2 \theta} = \frac{1}{2} A$$

Designando con A" la amplitud resultante:

$$\frac{1}{2} A'' = A \text{ sen } \frac{1}{2} \phi$$

2.26) ... $A'' = A \text{ sen } \frac{1}{2} \phi$

Finalmente, la intensidad es proporcional al cuadrado de la amplitud. Entonces, para un polariscopio circular en campo oscuro tendremos:

2.27) $I'' = I \text{ sen}^2 \frac{1}{2} \phi$

Donde:

- I'' = Intensidad del haz emergiendo del analizador
- I = Intensidad del haz plano-polarizado, emergiendo del polarizador.

Por un procedimiento similar, para un polariscopio de campo claro, podemos obtener:

2.28) $I = I \text{ cos}^2 \frac{1}{2} \phi$

En las ecuaciones 2.27 y 2.28 el ángulo ϕ no está involucrado; por lo cual, para cualquier orientación del modelo, no hay extinción de la luz; esto es, en un polariscopio circular las líneas isoclinas son eliminadas.

En la tabla II se resumen las principales características de los polariscopios circular y plano.

2.10 EVALUACION DEL ORDEN DE FRANJA

La determinación del orden de franja en un punto en particular puede hacerse por cualquiera de los métodos siguientes:

- 1.- Localizar la línea correspondiente a la isocromática de orden cero, y a partir de ella contar las siguientes franjas.

La franja de orden cero puede no distinguirse de las de orden mayor, al usar luz monocromática; sin embargo, cambiando las cargas, todos los otros puntos cambiarán de brillantez indicando un cambio en el orden de franja, permaneciendo constante la franja de orden cero.

Si es inconveniente cambiar la carga, o si la prueba no es lo suficientemente sensible, la línea cero puede ser checada, por la utilización de luz blanca en un polariscopio circular de campo oscuro, en el cual la línea de orden cero es solo una, representada

T A B L A II

TIPO DE POLARISCOPIO	ARREGLO	CAMPO	ISOCLINAS	CON LUZ MONOCROMATICA CADA ISOCROMATICA EN NEGRO REPRESENTA
Plano	Polarizador y analizador con sus planos de transmisión perpendiculares.	oscuro	en negro	Orden entero de interferencia
	Polarizador y analizador con sus planos de transmisión paralelos.	brillante	iluminadas	medio orden de interferencia
Circular	Polarizador y analizador cruzados y las placas $\lambda/4$ con sus planos de transmisión perpendiculares.	oscuro	no se muestran	orden entero de interferencia
	Polarizador y analizador cruzados y las placas $\lambda/4$ con sus planos de transmisión paralelos.	brillante	no se muestran	medio orden de interferencia
	Polarizador y analizador paralelos y las placas $\lambda/4$ con sus planos de transmisión perpendiculares.	oscuro	no se muestran	orden entero de interferencia
	Polarizador y analizador paralelos y las placas $\lambda/4$ con sus planos de transmisión paralelos	brillante	no se muestran	medio orden de interferencia

100

en negro con tintes naranja y amarillo a sus costados.

2.- Encontrar un punto isotrópico ($\sigma_1 = \sigma_2$), y contar las franjas a partir de este punto.

Con luz isocromática, el punto está representado en negro (en un polariscopio de campo oscuro), y puede ser confundido con otros que representan altos ordenes de interferencia. Si cambiamos las cargas y el punto permanece oscuro, entonces este será un punto isotrópico. Si este chequeo no es satisfactorio, o si las cargas no pueden ser cambiadas, un examen con luz blanca nos dara los puntos isotrópicos en negro, y los de mayor orden estarán coloreados.

Si utilizamos un polariscopio plano, el punto donde las isoclinas se intersectan será un punto isotrópico.

3.- Cualquier saliente de un borde libre, será un punto isotrópico y por tanto, pueden contarse desde este las franjas. Se debe tener cuidado, ya que los esfuerzos residuales por maquinado, o el llamado efecto borde-tiempo (se forman franjas, por absorción de humedad del medio ambiente, con el paso del tiempo), recorren las franjas de orden cero de los bordes.

4.- Contar las franjas que se forman en una sección dada, durante la aplicación gradual de la carga. Este método es muy utilizado cuando las franjas desaparecen en el borde del modelo o salen del campo del polariscopio.

5.- Es una variación del método cuatro. Cuando es posible variar gradualmente la carga por un incremento conocido, suficiente para producir un cambio determinado en el orden de franja, de un punto en particular; se puede determinar el incremento de carga por franja, y por una proporción directa, calcular las franjas esperadas para cualquier carga.

En ciertos casos, los esfuerzos de una region en particular pueden ser calculados analíticamente, y su correspondiente orden de franja también se determina y es usado como referencia posterior, para otras secciones.

CAPITULO III

EL DISPOSITIVO

3.1 INTRODUCCION

El equipo diseñado en este trabajo consta de: 8 modelos y 3 marcos; los marcos permiten formar 2 tipos de polariscopios (plano de campo oscuro y circular de campo claro).

Los modelos tienen forma de "U", y en cada uno de sus brazos se encuentra una configuración que produce concentración de esfuerzos. Observando la imagen de los modelos en los polariscopios se puede comparar la magnitud de las concentraciones de esfuerzos que cada configuración de los brazos produce.

El objetivo de los modelos es poder tener una vision clara de que la geometría de un elemento puede producir concentraciones de esfuerzos y que esta geometría puede modificarse para obtener una concentración de esfuerzos menor.

Con los marcos se pretenden dos cosas, la primera es mostrar a los alumnos los dos tipos básicos de polariscopios que hay, la segunda es, obviamente, la de poder observar los patrones de esfuerzo de los modelos.

3.2 DESCRIPCION DE LOS MARCOS POLARIZADORES.

Los marcos estan constituidos basicamente de: una placa polaroid, una placa $\lambda/4$ (adherida a una cara de la polaroid), 2 placas de vidrio y marco de aluminio. Adicionalmente, los marcos que van a ser utilizados como polarizadores, poseen un mecanismo para poder dar carga a los modelos.

En la figura 3.1a, se muestra un despiece de un marco polarizador.

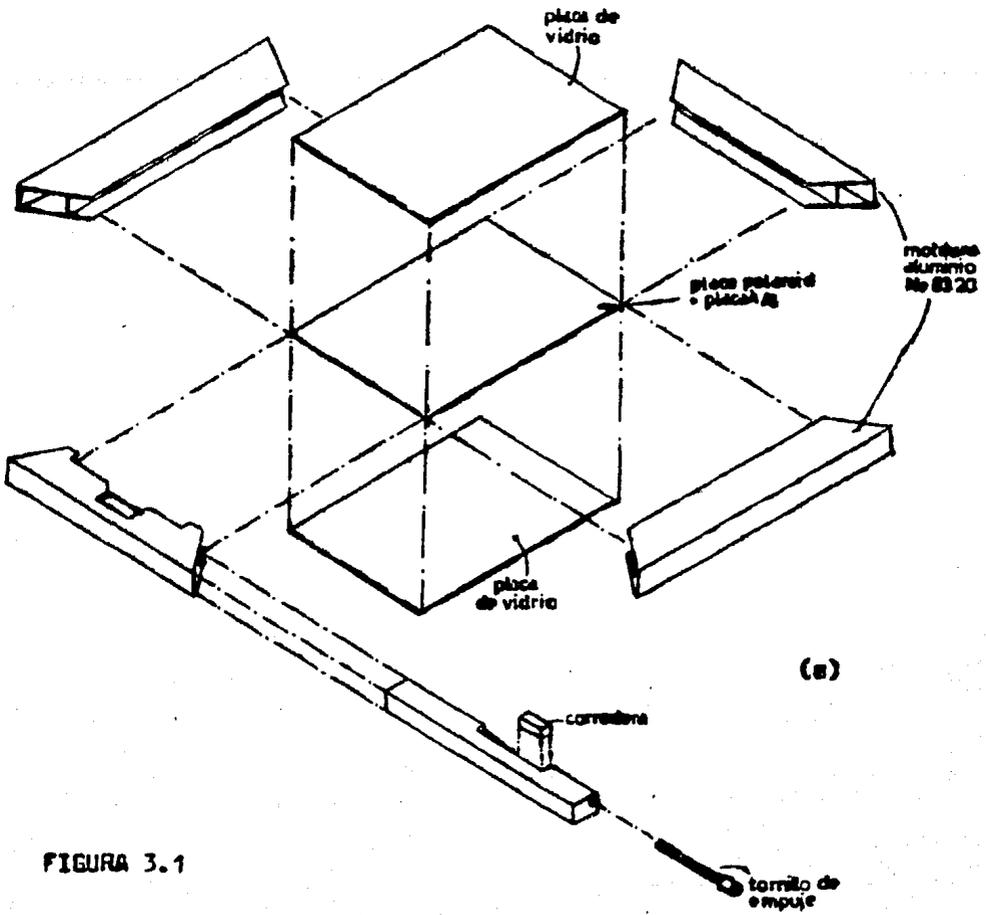
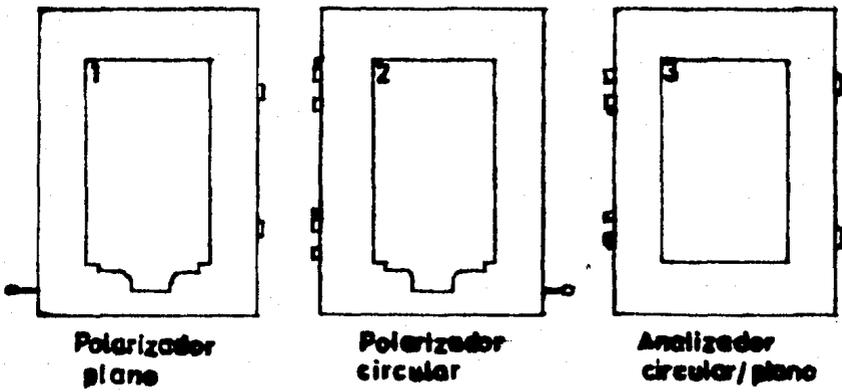


FIGURA 3.1



(b)

Las placas de vidrio se colocaron solo como protección de las placas polaroid y $\lambda/4$, para evitar rayones o huellas digitales, en el momento de su utilización.

En la figura 3.1b se muestran los tres marcos utilizados, como se puede observar cada uno tiene un número, en una esquina para su identificación; siendo (1) para el polarizador plano, (2) para el polarizador circular y (3) para el analizador plano/circular.

Las placas $\lambda/4$, tienen sus planos de transmisión formando 45° con el plano de vibración de las polaroid, a su vez estas tienen sus planos de vibración a 45° , respecto a los lados de los marcos, como esta indicado en la figura 3.2.

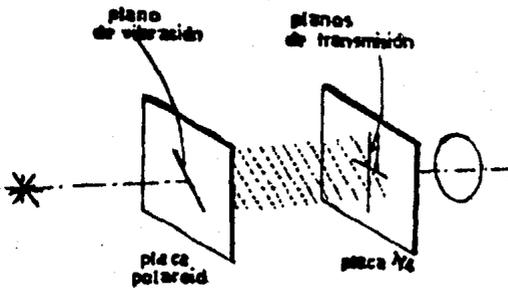


FIGURA 3.2

3.3 LOS POLARISCOPIOS.

Como ya se menciono se pueden formar dos tipos de polariscopios, lograndose esto por colocar el analizador (3) sobre uno u otro polarizador (marcos 1 ó 2)

Si se coloca el marco (3) sobre el marco (1) (la forma correcta de colocarlos queda obligada por las bisagras desarmables colocadas en los costados, ya que solo coinciden en una posición) tendremos un arreglo de polariscopio plano de campo oscuro. Esto es posible por que las placas $\lambda/4$ quedan fuera del campo de luz plano-polarizada que se forma entre las placas polaroid, como esta indicado en la figura 3.3.

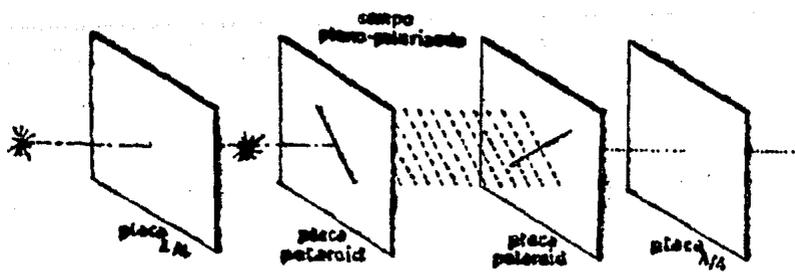


FIGURA 33

Si colocamos el analizador (marco 3) sobre el polarizador circular (marco 2) obtendremos un arreglo de polariscopio circular en campo claro. Esto se debe a que las placas polaroid se encuentran con sus planos de vibración cruzados y las placas $\lambda/4$ tienen sus planos de transmisión paralelos, como esta indicado en la figura 3.4.

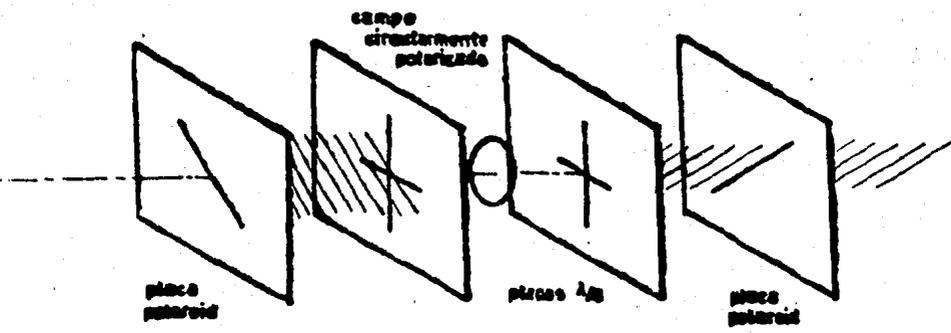


FIGURA 3.4

3.5 ALGUNOS PUNTOS IMPORTANTES ACERCA DE LOS PATRONES DE ESFUERZO

Recordaremos algunos puntos importantes acerca de los patrones de esfuerzo, que nos ayudaran a entender los patrones que se observaran en la imagen de los modelos.

i) Las franjas que se obtienen en la imagen de un modelo esforzado en un polariscopio circular, son conocidas como isocromáticas o simplemente como "franjas".

ii) A las isocromáticas se les define como el lugar de los puntos de igual diferencia de los dos esfuerzos principales. σ , en terminos de esfuerzo cortante, como el lugar de los puntos de esfuerzo cortante máximo.

iii) En la imagen del modelo esforzado, obtenida en un polariscopio plano, se obtienen además franjas conocidas como isoclinas las cuales son oscuras o brillantes si el polariscopio es de campo oscuro o brillante respectivamente.

iv) A las isoclinas se les define como el lugar de los puntos en los que los esfuerzos principales tienen la misma dirección.

v) El orden de franja n esta relacionado con la diferencia de los esfuerzos principales por la ecuación:

3.1)
$$\sigma_1 - \sigma_2 = \frac{f \cdot n}{h}$$

vi) Puesto que hay el mismo cambio de esfuerzo cortante entre cada isocromática, es evidente que, donde las líneas se acumulan juntandose estrechamente entre si, habrá un alto gradiente de esfuerzo, señalandose así una region de alto esfuerzo.

vii) El orden de franja se toma a partir de la franja de orden cero, la cual aparecerá en la imagen del modelo como la franja iluminada con luz blanca (cuando se utiliza luz blanca) y las de mayor orden serán coloreadas. Lo anterior para un polariscopio circular de campo claro.

En el polariscopio plano de campo oscuro las de orden cero se observaran en negro (debe tenerse cuidado con las isoclinas que tambien aparecen como franjas oscuras).

viii) Las franjas coloreadas representan un orden fraccional; esto es, cada secuencia completa de colores representa un orden entero, esto se puede apreciar mejor si colocamos un filtro con

el fin de obtener luz monocromática, con lo que las franjas son oscuras y brillantes únicamente, las cuales representan ordenes entero o mitad, dependiendo del arreglo del polariscopio (vease la tabla II, capítulo II).

ix) Los esfuerzos tienen valores máximos en los bordes, con la sola excepción de los esfuerzos locales provocados por las cargas y los esfuerzos debidos a fuerzas de cuerpo.

3.6 DESCRIPCION DE LOS MODELOS

Los modelos están hechos de un material fotoelástico, conocido como PSM-1, con un espesor de 1/8", y su constante fotoelástica es $f = 40 \text{ lb/in-fr}$.

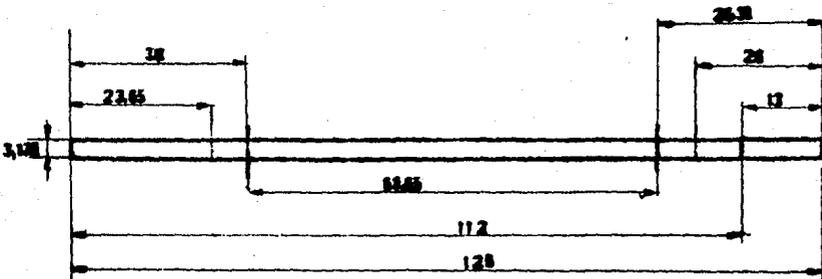
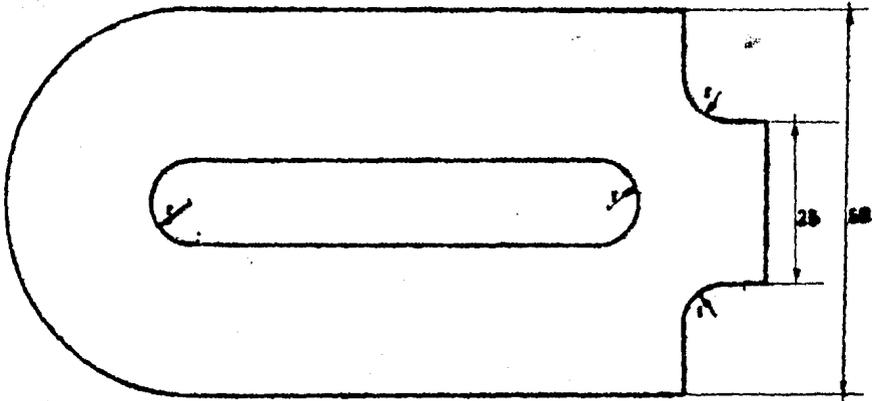
La forma inicial de los modelos esta indicada en la figura 3.5; a partir de ella se modificaron las formas rectas de los brazos de la "U", por otras que ilustraran algún tipo de concentración o alguna tecnica para reducirla.

La forma de "U" de los modelos se eligió por dos razones, la primera es porque esta configuración permite cargarlos facilmente, la segunda razón es que los brazos están sometidos a las mismas condiciones de carga aproximadamente.

Antes de pasar a analizar los patrones de esfuerzo que se obtienen con los modelos, se debe considerar que el objetivo de ellos es tener una comparación cualitativa de las concentraciones de esfuerzo ocurridas en cada uno de los brazos. Aunque, podría cuantificarse aplicando la formula 3.1.

Las fotografías que aqui se presentan fueron obtenidas utilizando como fuente luminosa a 2 lamparas de tungsteno tipo reflector de 150 watts, y un filtro color rojo.

La película empleada fue de tipo normal de blanco y negro, con sensibilidad 125 ASA, en una cámara réflex automática.



$r = 6,35$

medida en mm
escala 1:1

FIGURA 2.5

MODELO No 1

(Lado recto - Lado con una muesca semicircular)

La muesca en "U" o canal semicircular (la muesca semicircular es un caso especial de este), es de considerable interese en ingeniería, ya que se presenta en elementos de máquinas frecuentemente, por ejemplo, en los empotramientos de las aspas de un rotor de turbina, o en flechas que tienen canales de lubricación, canales de relevación de esfuerzos, canales para arandelas retén, etcetera. Algunos ejemplos de estos están ilustrados en la figura 3.6.



FIGURA 3.6

En el modelo 1 se tiene una muesca semicircular con $r = 1/8''$, en uno de los brazos, mientras que el otro brazo no tiene ningún tipo de concentración, como se indica en la figura 3.7.

El lado recto nos servira para observar la distribución de los esfuerzos al no existir concentradores, mientras que el otro brazo nos mostrara la concentración que una pequeña muesca induce en el elemento.

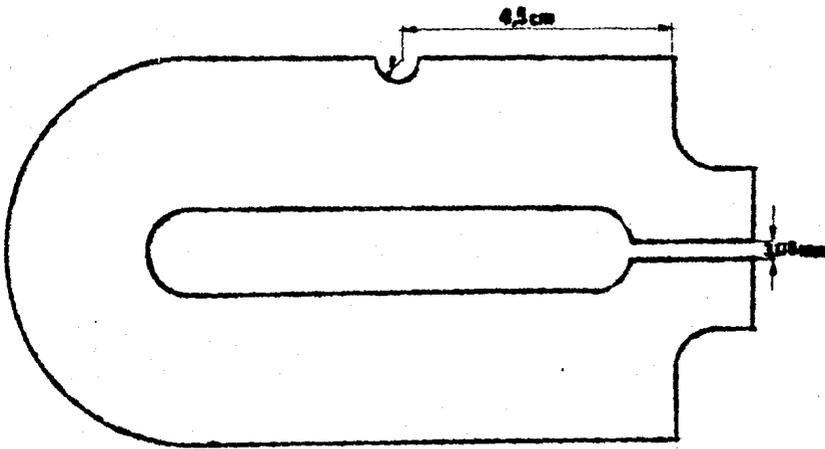
Refiriendonos a la fotografía M1.2, podemos observar que en la base de la muesca hay una concentración de franjas que nos indican el aumento local de esfuerzos.

Si contamos el número de franjas en la base de la muesca para obtener el orden máximo obtenemos que $n = 4$, mientras que en el punto simetrico en el otro brazo el orden es $n = 1.5$.

Podemos entonces calcular el factor de concentración de esfuerzos como:

$$K_t = \frac{4}{1.5} = 2.66$$

De lo anterior podemos deducir que una pequeña muesca produce una concentración muy seria, que deberemos tomar en cuenta en el diseño de elementos de máquinas.

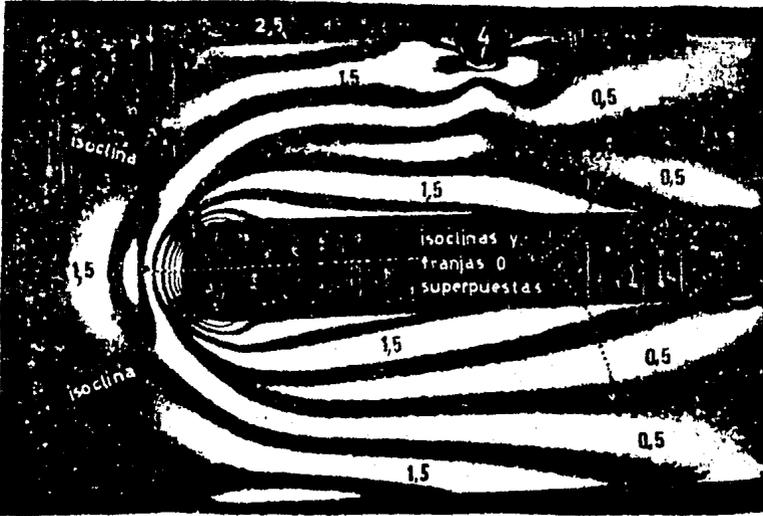


1-3,75 mm

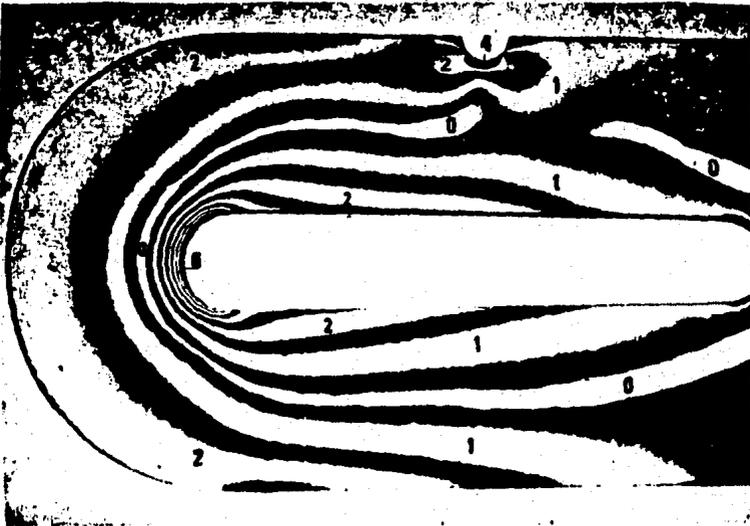
FIGURA 37

MODELO No 1

(Lado recto-lado con muesca semicircular, $r = 1/4''$)



M 1.1 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio plano de campo oscuro.



M 1.2 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio circular de campo claro.

MODELO No 2

(Agujero circular central-Agujero circular decentrado)

Un método efectivo para reducir el peso de una viga en flexión es remover el material cercano al eje neutral, por medio de uno o varios agujeros circulares.

El modelo 2 ilustra los dos tipos de agujeros circulares (central y decentrado). Los agujeros tienen un radio de 1/8", y $c=0.08025$ mm; $e=1.5625$ mm, como se indica en la figura 3.8.

Refiriendonos a la fotografía M2.2, se puede observar que para el agujero central no hay concentración apreciable de esfuerzos (la desviación que tiene una de las franjas es debida a los esfuerzos residuales del maquinado).

En el brazo con el agujero decentrado se observa una concentración, obteniendo el orden máximo de franja tenemos que $n=3$, y para la misma zona en el otro brazo $n=1.5$, con lo que podemos obtener el factor de concentración de esfuerzos como:

$$K_t = \frac{3}{1.5} = 2$$

De lo que podemos deducir que si buscamos reducir el peso, o necesitamos barrenar una viga, se buscara siempre que los agujeros sean centrales.

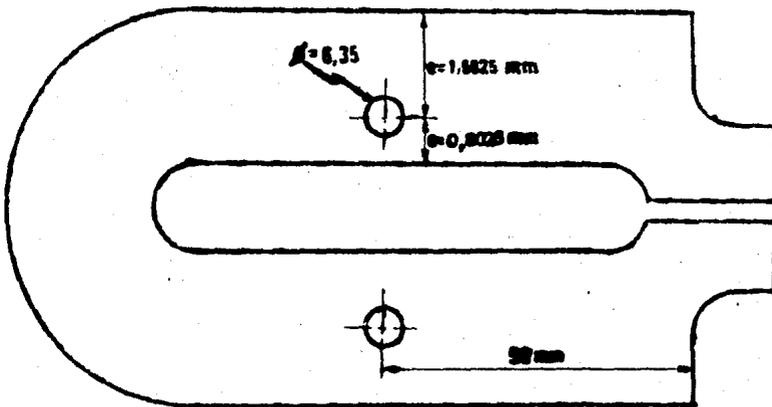
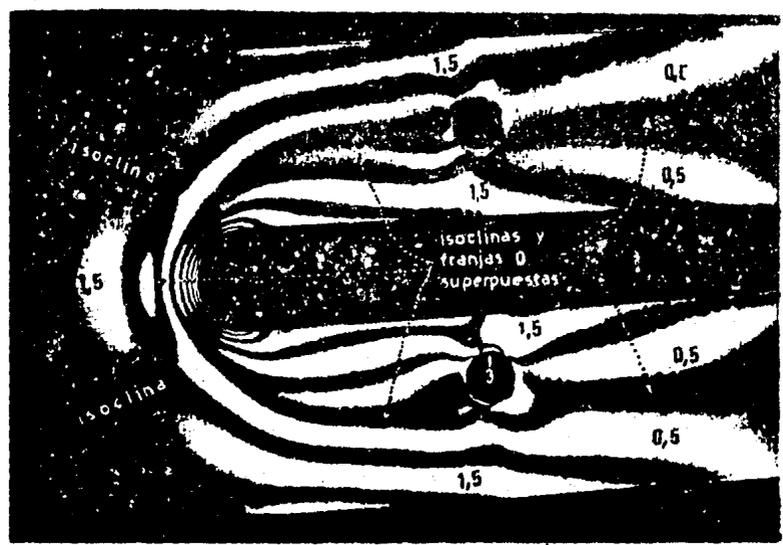


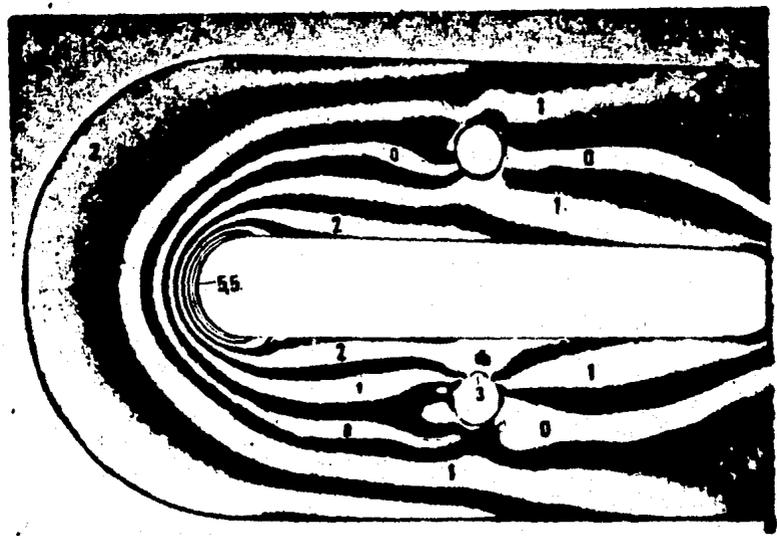
FIGURA 3.8

MODELO No2

(Agujero circular central - agujero circular decentrado)
 $r=1/8"$; $c=0,6025$ mm; $e=1,5625$ mm; $r/c=0,4$; $c/e=0,5$



M 2.1 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio plano de campo oscuro.



M 2.2 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio circular de campo claro.

MODELO No 3

(Filete recto-Filete con reducción de concentración por una muesca semicircular sobre el lado vertical)

En los cambios de sección de flechas o en elementos con discontinuidades, ejes acodados y árbol de levas por ejemplo, la magnitud de la concentración de esfuerzos depende de la forma que tenga el filete. En la figura 3.8 se muestran algunos ejemplos de elementos con filete.

Una forma para reducir la concentración de esfuerzos cuando, por razones de espacio, se requiere que el filete sea recto (por ejemplo cuando se necesite colocar rodamiento o poleas), es utilizar filetes rebajados. Este tipo de filetes permite aumentar el radio, sin requerir espacio adicional.

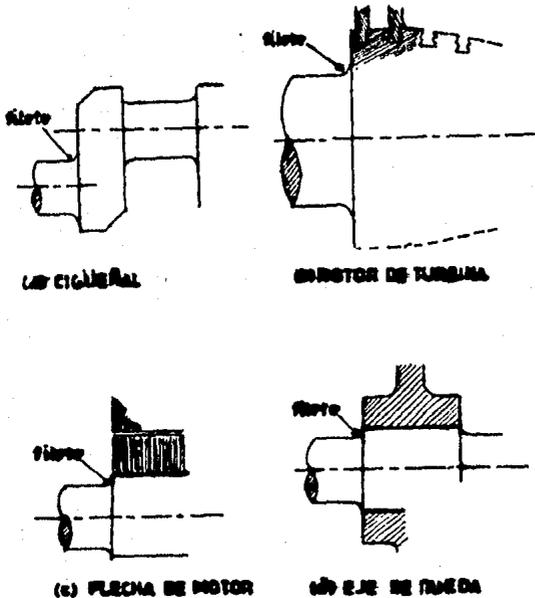


FIGURA 3.8

En el modelo 3 se muestran dos tipos de filete, filete recto y filete rebajado (figura 3.9).

En la imagen del modelo obtenida en el polariscopio circular, (fotografía M3.2) observamos que para el filete recto existe concentración de esfuerzos y el número máximo de franjas es

$n=6$, y la concentración tiene su valor máximo en un punto (en la esquina).

En el filete rebajado el orden máximo es $n=4.5$, y la concentración no es en un punto sino que se presenta en el perímetro del semicírculo.

De la comparación de los dos brazos se puede deducir que el efectuar una muesca en el lado vertical del filete recto, reduce la concentración que este produce, y mas importante, redistribuye los esfuerzos a un área mayor.

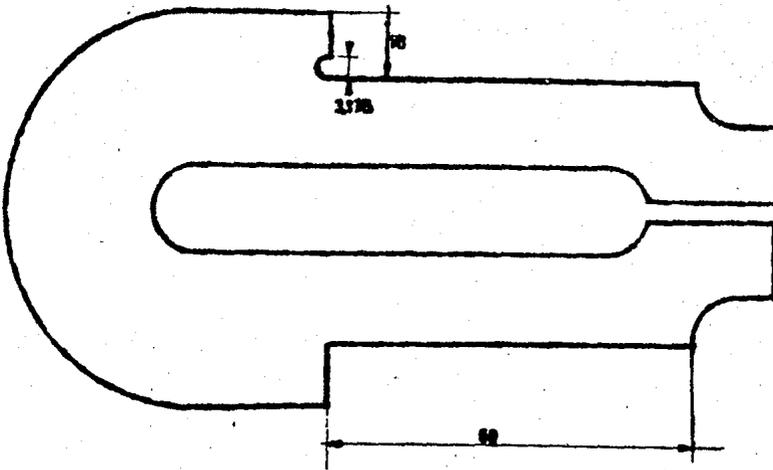
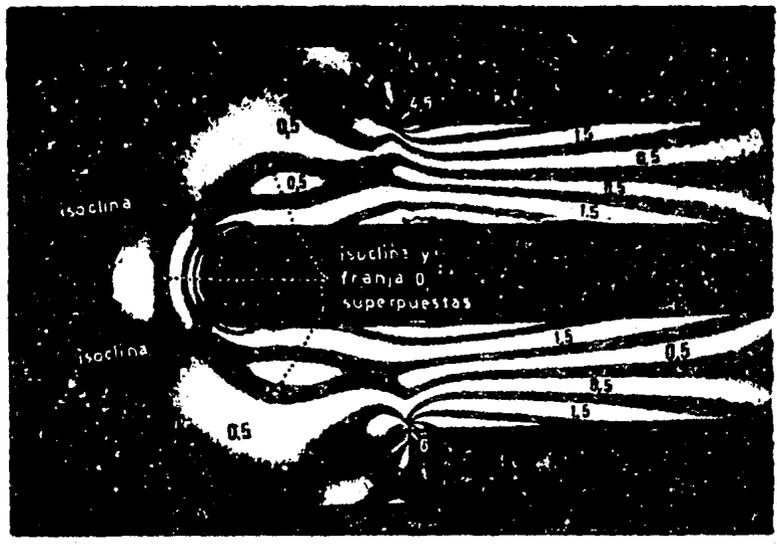


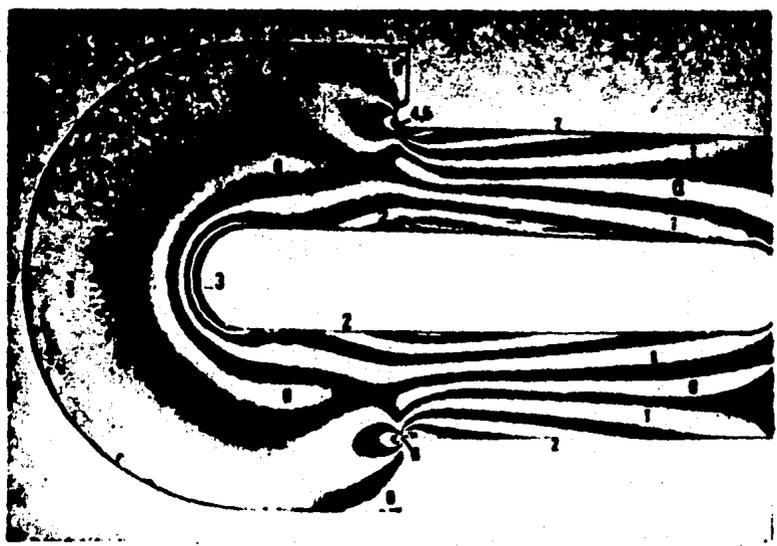
FIGURA 3.9

MODELO No 3

(Filete recto-Filete con muesca semicircular en su lado vertical)



M 3.1 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio plano de campo oscuro.



M 3.2 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio circular de campo claro.

MODELO No 4

Filetes rectos con reducción de concentración de esfuerzos
(Barreno, $r = 3 \text{ mm}$ - Muecas en "U", $l = 1/8"$)

Resulta extraordinario que, la concentración de esfuerzos pueda reducirse por aumentar los esfuerzos de las regiones vecinas a los concentradores; una aplicación de este principio puede hacerse en los filetes, removiendo el material de las esquinas adyacentes a ellos.

En el modelo 4 (figura 3.10), se ilustran dos formas sugeridas por Black & Adams (en su libro: Machine Design).

De la observación de la imagen obtenida en el polariscopio circular (fotografía N°4.2), obtenemos que el orden máximo de las franjas en el brazo con el barreno es $n = 5$, y para el brazo con las muecas el orden máximo es $n = 5$.

Si comparamos el orden de franja aquí obtenido, con el que se obtuvo en el modelo 3, que fue de $n = 6$, podemos inferir que: para las modificaciones en la geometría sugeridas, se obtiene en las concentraciones de esfuerzo una reducción, que es pequeña en comparación con las modificaciones que se hicieron a la geometría, pero esto puede deberse, y sería interesante comprobarlo, a que los autores las proponen para elementos en tensión.

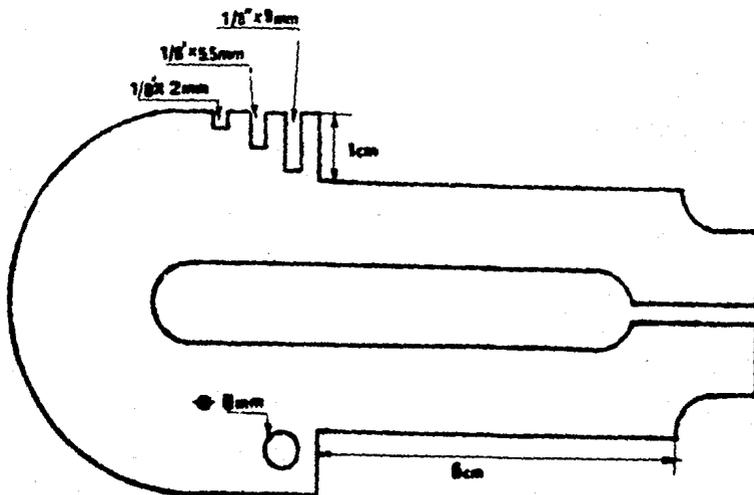
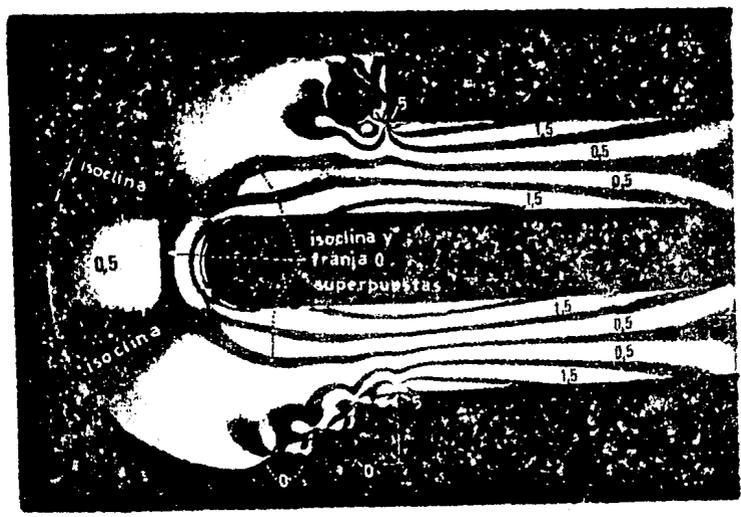


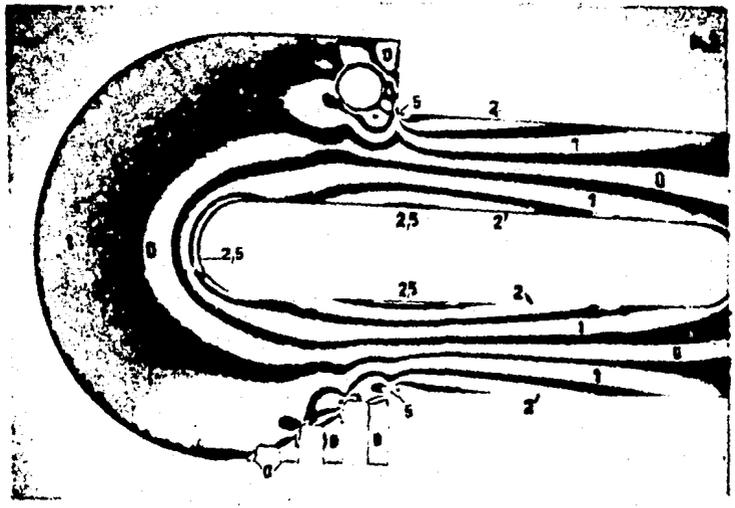
FIGURA 3.10

MODELO No 4

Filetes rectos con reducción de concentración de esfuerzo
(Barreno $r = 3 \text{ mm}$ - Muecas en "U" $l = 1/8''$)



M 4.1 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio plano de campo oscuro.



M 4.2 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio circular de campo claro.

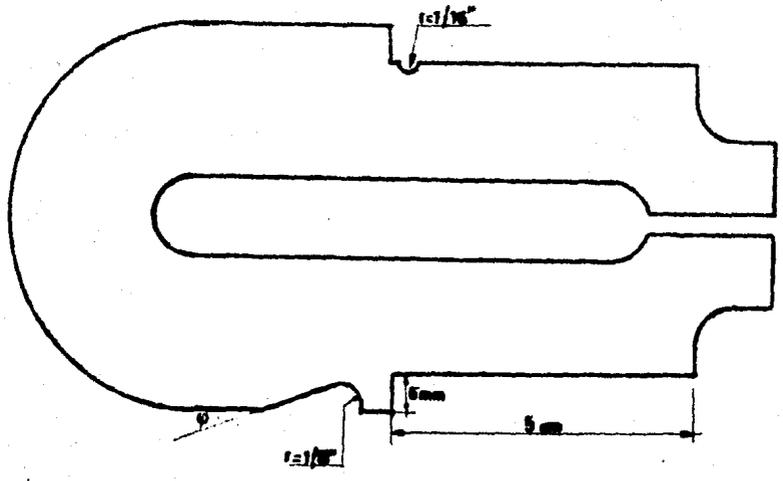
MODELO No 5

Filetes rectos con reducción de concentración de esfuerzos (Muesca semicircular en el lado horizontal- muesca con ángulo)

En el modelo 5 (figura 3.11), se muestran otras dos técnicas para reducir la concentración de esfuerzos. Uno de los brazos tiene una muesca semicircular en el lado horizontal de la discontinuidad (esta técnica se recomienda para cuando se colocan rodamientos); en el otro brazo se removió material de la esquina adyacente, haciendo una muesca con ángulo.

Observando la imagen del modelo obtenida en el polariscopio circular (fotografía M5.2), obtenemos que la concentración máxima, en el brazo con la muesca semicircular, no se presenta en la esquina, sino que se presenta en la base de la muesca distribuyéndose en el perímetro de ella. El orden máximo, en la base de la muesca es $n = 5$, mientras que en la esquina es solo de $n = 4$.

En el brazo en el que el material de la esquina adyacente se removió, se observa que la concentración de esfuerzos se redujo teniendo un orden de franja máximo en la esquina de tan solo $n = 4$.



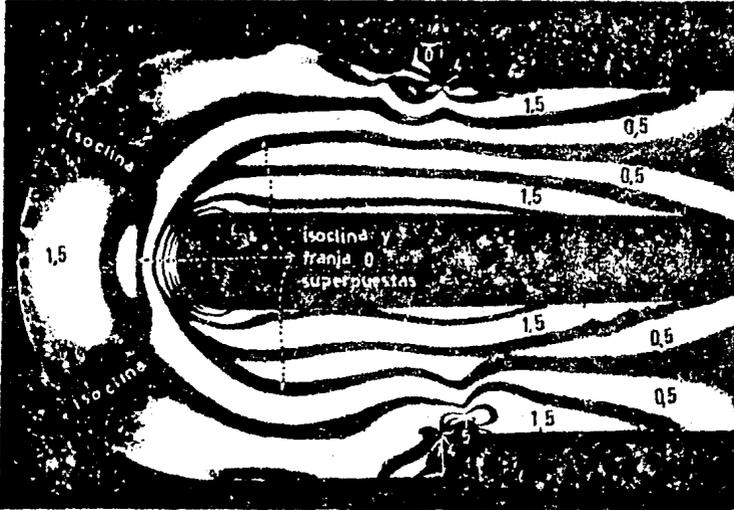
$\phi = 20$

FIGURA 3.11

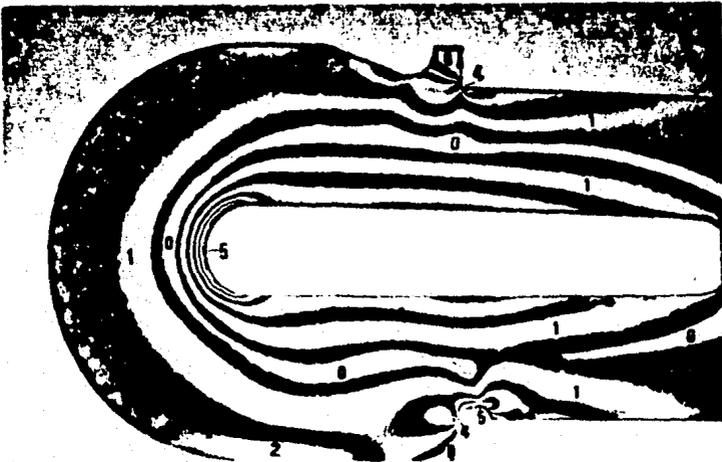
MODELO No 5

Filetes rectos, con reducción de concentración de esfuerzos.

Muesca en ángulo, Muesca semicircular en el
 $r = 5/32$; $\phi = 20^\circ$ lado horizontal, $r = 1/16$ "



M 5.1 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio plano de campo oscuro.



M 5.2 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio circular de campo claro.

MODELO No6
(Filete circular - Filete stream line)

Los filetes circulares son utilizados por simplicidad en su trazado y maquinado, pero no corresponden a la geometría que da la mínima concentración de esfuerzo.

Filetes que producen una menor concentración de esfuerzo son los filetes de radio variable, una aproximación usual de ellos son los filetes compuestos, que son hechos con dos radios, como se indica en la figura 3.12.

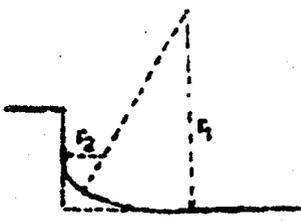


FIGURA 3.12

Otro tipo de filete que también produce poca concentración de esfuerzos, es el filete parabólico, propuesto por Grodzinsk, cuya construcción gráfica se muestra en la figura 3.13.

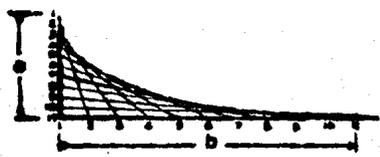


FIGURA 3.13

En 1934 Baud, propuso un filete con la misma forma que la dada matemáticamente por un líquido fluyendo por gravedad, de un agujero en el fondo de un estanque abierto. Este filete es conocido como filete stream line, las ecuaciones que dan su contorno son:

$$x = 2 \frac{d}{\pi} \operatorname{sen}^2 \frac{\theta}{2}$$

$$Y = \frac{d}{\pi} \left(\log \tan \left(\frac{\theta}{2} + \frac{\pi}{4} \right) - \operatorname{sen} \theta \right)$$

Donde X e Y están indicados en la figura 3.14.

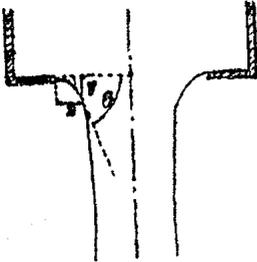


FIGURA 3.14

Por medio de pruebas fotoelásticas Baud observo que con esta forma de filete no se presentaba concentración apreciable de esfuerzos. Thum y Bautz, haciendo una corrección de acuerdo al cubo del diámetro obtuvieron un filete equivalente, pero mas corto, sus resultados están tabulados en la tabla III.1.

El modelo 6 (figura 3.15) muestra en uno de sus brazos un filete circular de radio= 5/16" (que es grande para las proporciones del filete), en el otro brazo se tiene un filete stream line.

En la fotografía M6.2, obtenida en el polariscopio circular, observamos que en el filete circular existe una concentración de esfuerzos y $n = 3$; mientras que en el filete stream line, no hay concentración apreciable (las líneas isocromáticas siguen el contorno del filete) y $n = 2$.

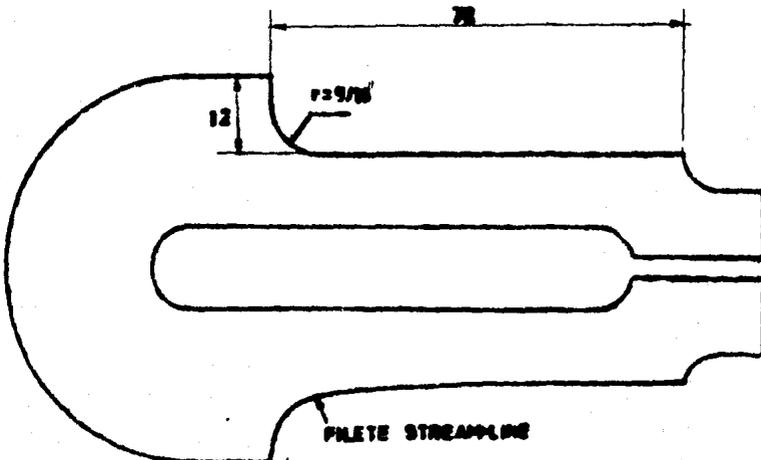


FIGURA 3.15

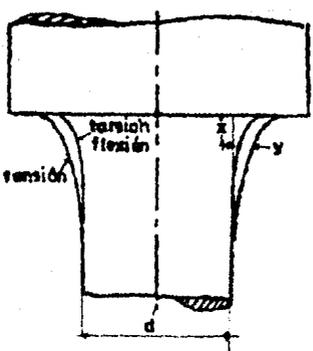
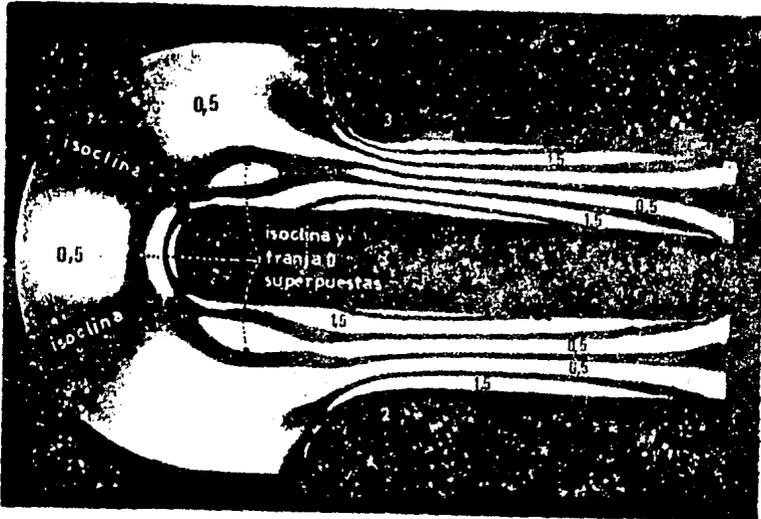


TABLA III.1

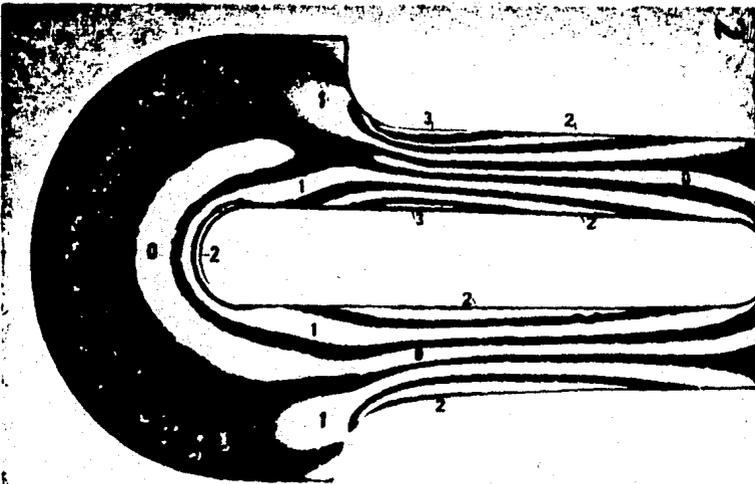
relación x/d	relación y/d		
	tensión o compresión	flexión	torsión
0	0.308	0.232	0.203
0.005	0.287	0.183	0.157
0.01	0.276	0.163	0.139
0.02	0.258	0.138	0.119
0.04	0.231	0.110	0.100
0.06	0.210	0.091	0.088
0.08	0.192	0.078	0.077
0.10	0.177	0.0675	0.069
0.15	0.145	0.0485	0.052
0.20	0.120	0.036	0.036
0.30	0.083	0.021	0.018
0.40	0.057	0.0125	0.010
0.50	0.038	0.008	0.0065
0.60	0.025	0.0055	0.0045
0.70	0.0155	0.0040	0.0035
0.80	0.0085	0.0025	0.002
0.90	0.0035	0.0010	0.001
1.0	0	0	0

MODELO No 6

(Filete circular, $r = 5/16''$ - Filete stream line)



M 6.1 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio plano de campo oscuro.



M 6.2 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio circular de campo claro.

MODELO No 7

(Protuberancia trapezoidal solida y hueca)

Una protuberancia trapezoidal se presenta en flechas que portaran poleas o volantes, o una aproximación serian los cordones de soldadura.

En el modelo 7, se encuentra una protuberancia trapezoidal solida en uno de sus brazos y en el otro la misma protuberancia pero ahuecada; el ahuecar la protuberancia se haria nesesarrio para reducir el peso del elemento.

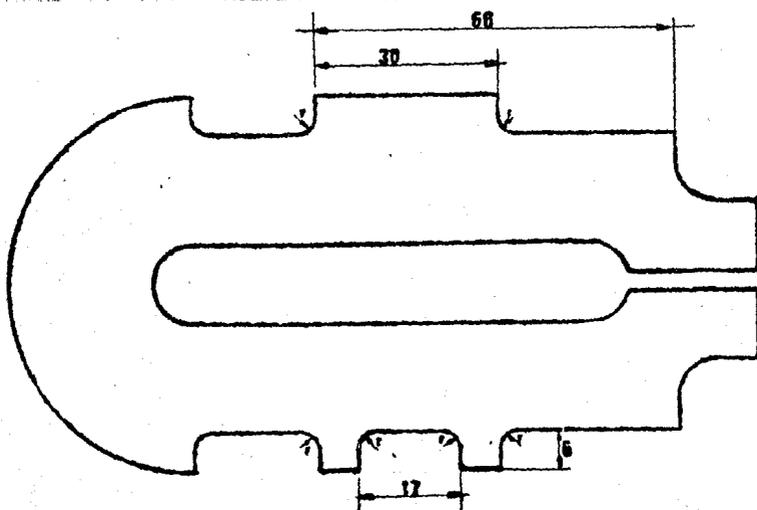


FIGURA 3.18

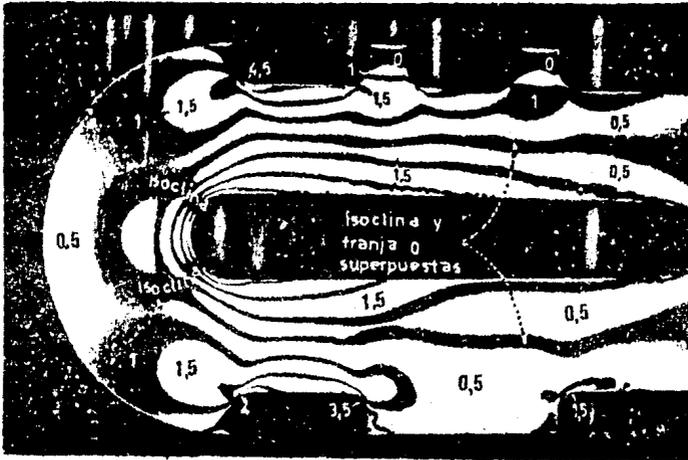
En el patrón de esfuerzos del modelo, obtenido en el polariscopio circular, podemos observar que en la protuberancia solida hay mayor concentración de esfuerzos que en la protuberancia hueca. Además, en la protuberancia solida la concentración se presenta en uno de sus filetes, mientras que en la hueca se presenta a lo largo del ahuecamiento.

Para la protuberancia solida el orden máximo de franja es $n = 3.5$

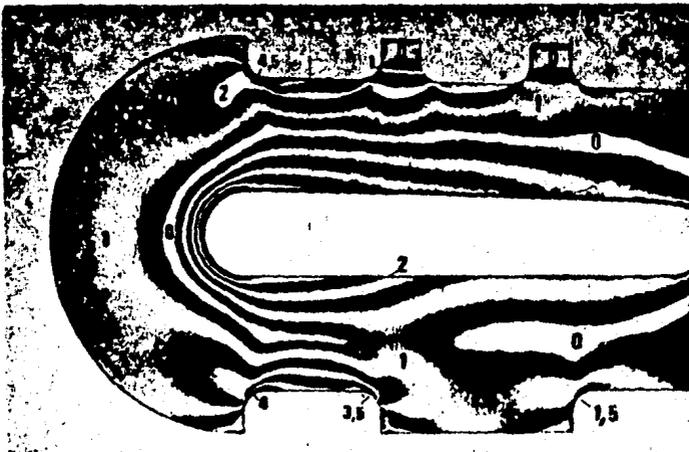
Para la protuberancia hueca el orden máximo de franja es $n = 2$.

MODELO No 7

Protuberancia _ Protuberancia
trapezoidal solida trapezoidal hueca



M 7.1 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio plano de campo oscuro.

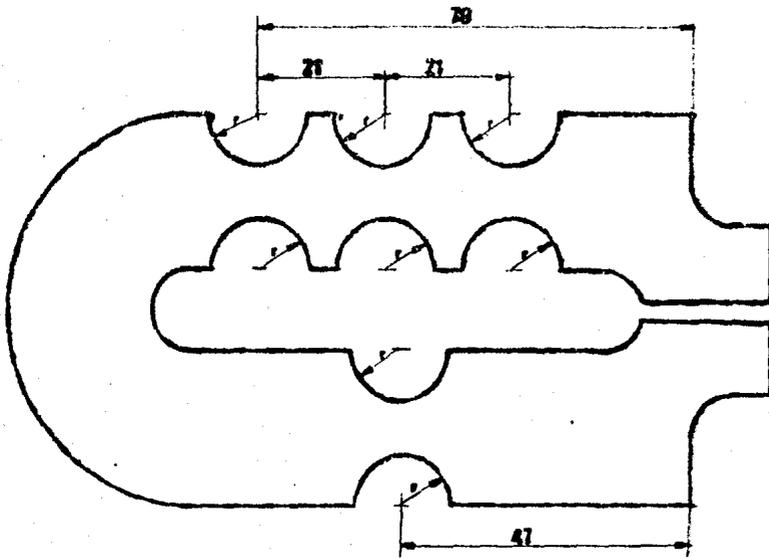


M 7.2 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio circular de campo claro.

MODELO No 8

Muesca semicircular única - Muestras semicirculares múltiples (3)

En este modelo se hicieron muescas semicirculares a ambos lados de cada brazo, en uno se hizo una muesca de cada lado mientras que en el otro se hicieron tres, como está indicado en la figura 3.16.



$\frac{5}{16}$

FIGURA 3.17

Para el brazo con dos muescas obtenemos, de la imagen del modelo en el polariscopio circular (fotografía MB.2), que el orden máximo de franja es $n = 3.5$ (para tensión y compresión).

En el brazo con seis muescas, tenemos que los ordenes máximos de franja (numerando en forma creciente, a partir de la parte curva) son:

$n_1 = 5$	en compresión	$n'_1 = 4$	en tensión
$n_2 = 3.5$	" "	$n'_2 = 2.5$	" "
$n_3 = 2.5$	" "	$n'_3 = 1.5$	" "

De lo anterior podemos deducir que la zona más crítica para

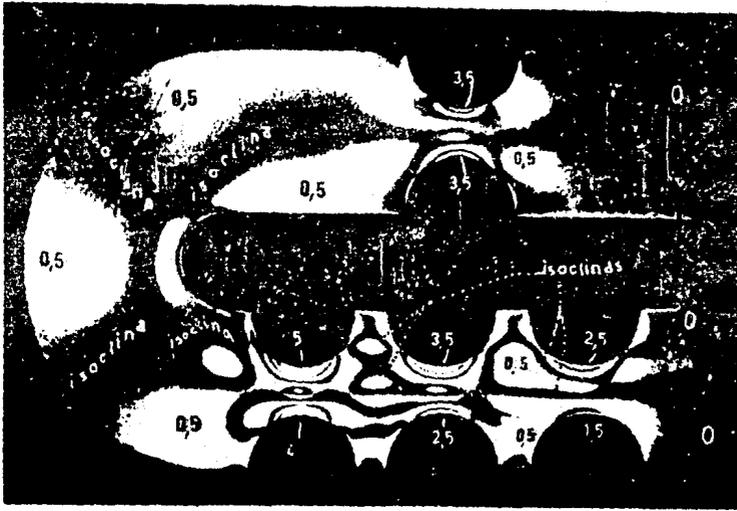
un diseño sería la zona mas cercana a un empotramiento. Se debe notar asimismo que, no es que el factor sea mayor en esa zona, sino que, por la distribución de los esfuerzos en el elemento, el mismo factor de concentración produce mayor concentración en esta zona.

Lo anterior resulta mas evidente si recordamos que, en el modelo 1 (fotografía M1.2), los esfuerzos van disminuyendo de la parte curva hacia el extremo (siendo practicamente cero en el extremo).

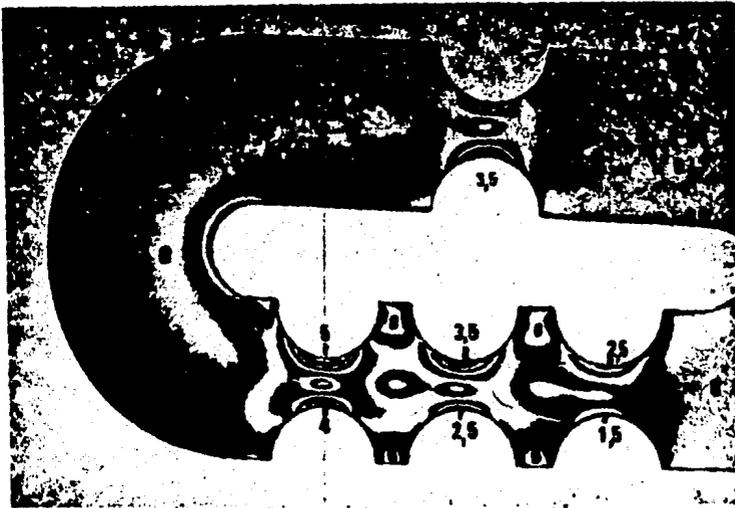
MODELO No 8

(Muesca semicircular única— Muecas múltiples (3))

$r = 5/16''$



M 8.1 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio plano de campo oscuro.

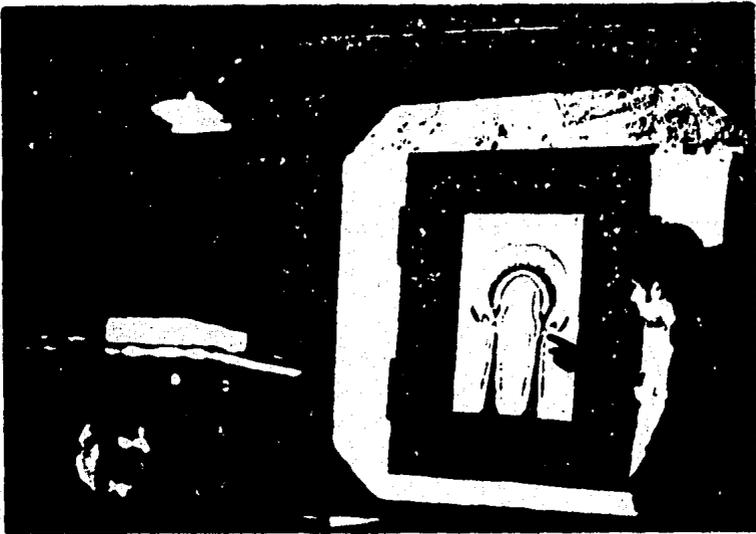


M 8.2 Patrón de esfuerzos obtenido en el polariscopio circular de campo claro.

3.7 EL USO DEL EQUIPO EN EL SALÓN DE CLASES

El uso del dispositivo en el salón es sumamente sencillo, ya que solo hay que colocar los marcos de los polariscopios sobre el retroproyector e ir intercambiando los modelos, las imágenes fotoelásticas de ellos serán entonces proyectadas en la pantalla como se indica en la fotografía 1.

Al colocar el modelo en el polariscopio sin carga la imagen del modelo se verá transparente u oscura, según si se coloca en el polariscopio circular o en el polariscopio plano respectivamente. Cuando cargamos el modelo por medio del tornillo de empuje observaremos que las isocromáticas empiezan a aparecer gradualmente, indicando el incremento de esfuerzos en el modelo. Si utilizamos el polariscopio plano las franjas que aparecen con la carga mínima son las isoclinas (aunque la franja cero aparece superpuesta a algunas de ellas).



FOTOGRAFIA. 1

3.8 CONCLUSIONES Y NOTAS FINALES

Este equipo será una valiosa ayuda para la enseñanza de materias tales como: Diseño de elementos de maquinas, Diseño de maquinas, Mecánica de sólidos, y en general aquellas que involucren análisis de esfuerzos; ya que este equipo permite la observación directa de la distribución de esfuerzos en un modelo.

Otra ventaja que ofrece este equipo, es la de que los alumnos conocerán la técnica de la fotoelasticidad, como un método para el análisis experimental de esfuerzos. Ya que desafortunadamente, por el momento, solo en cursos de posgrado se hace uso de ella. Yo espero que este trabajo de pie a que se incluya posteriormente alguna materia o laboratorio de análisis experimental de esfuerzos.

Esta técnica, aunque sencilla, utiliza materiales especiales que resultan relativamente costosos, sin embargo es posible sustituirlos, cuando no se requieren mediciones exactas, por otros menos costosos en la fabricación de modelos. Yo experimente con materiales que son fáciles de conseguir y son muy económicos, que dan resultados bastante aceptables, estos fueron: el barniz poliéster y la resina cristal, con los cuales es posible fabricar placas de pequeñas dimensiones (6"x4"x1/4"), colandolas entre dos placas de vidrio. El que mejor resultado da es el barniz poliéster, se debe utilizar pequeñas cantidades de catalizador para reducir el calentamiento que se produce al "gelar" el barniz.

Entonces los modelos de este equipo, tomando en cuenta lo expuesto en el párrafo anterior, pueden ampliarse para satisfacer los requerimientos particulares de cada materia.

Para elaborar los modelos de material fotoelástico se utiliza, de preferencia, el "router". Ya que para que no existan esfuerzos residuales por maquinado se necesitan velocidades de corte de 20 000rpm ó mas (en la referencia 2 se explica ampliamente las técnicas de elaboración de modelos). Es posible sin embargo utilizar velocidades menores, dando un avance muy pequeño.

Los modelos de este equipo se maquinaron en los talleres de la facultad, utilizando la fresadora vertical, en su velocidad máxima (2300 rpm) obteniéndose buenos resultados.

A N E X O A

ELASTICIDAD ELEMENTAL

A.1 FUERZAS DE SUPERFICIE Y FUERZAS DE CUERPO.- Las fuerzas que se distribuyen sobre una superficie, se llaman: "Fuerzas de superficie"; su intensidad se expresa como una fuerza por unidad de área. Ejemplos de ellas son: presión, esfuerzo, etcétera.

Las fuerzas que se distribuyen en un volúmen, son llamadas: "Fuerzas de cuerpo"; se expresan como una fuerza por unidad de volumen. Ejemplos de ellas son: los campos magnéticos y los campos gravitacionales.

A.2 PRINCIPIO DE ST. VENANT.- Este principio expresa, que si se sustituye un sistema de fuerzas, que estén actuando sobre un cuerpo, por otro sistema estáticamente equivalente, la distribución de esfuerzos y deformaciones en el cuerpo no cambiará apreciablemente, excepto en la proximidad de los puntos de aplicación de las cargas.

A.3 HOMOGENEIDAD E ISOTROPIA.- El material de un cuerpo se supone continuo y homogéneo, en la totalidad y en cualquier elemento tan pequeño como se quiera. Asimismo, sus propiedades elásticas se suponen isotrópicas en cualquier punto; es decir, idénticas en cualquier dirección.

A.4 ESFUERZO.- Cuando un cuerpo está sometido a cargas exteriores, el material de este, resiste y transmite dichas cargas. La observación de que un elemento de mayor sección puede soportar mayor carga que otro de menor sección, conduce a la idea de que la resistencia de un material está correctamente medida en términos de fuerza por unidad de superficie, a lo que se designa como: Esfuerzo.

La definición matemática de esfuerzo, está dada por:

1) ...

$$\sigma = \frac{P}{A}$$

Donde:

P = la fuerza normal a la superficie.

A = área de la sección.

Si se toma una sección distinta a la perpendicular al eje de la fuerza, habrá dos componentes, a las que designaremos como: N , a la componente normal a la superficie, y T , a la componente tangencial.

La acción de las dos componentes N y T , dan lugar a dos tipos de esfuerzos, que son:

2) $\sigma = \frac{N}{A}$ (Esfuerzo normal)

3) $\tau = \frac{T}{A}$ (Esfuerzo cortante)

En la figura 1, se muestra un elemento sujeto a un sistema bidimensional de esfuerzos; cada una de las caras esta sujeta a una combinación de esfuerzo normal (considerado positivo a tensión y negativo a compresión) y de esfuerzo cortante.

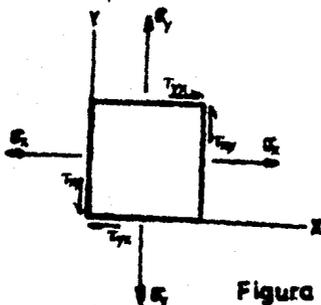


Figura 1

La notación común es como sigue:

σ_x = esfuerzo normal paralelo al eje X

σ_y = esfuerzo normal paralelo al eje Y

τ_{xy} = esfuerzo cortante. El primer subíndice, indica que se considera el plano perpendicular al eje X, y el segundo designa la dirección de la componente de esfuerzo.

Es posible demostrar que: $\tau_{xy} = \tau_{yx}$

Aún cuando se exprese el mismo estado de esfuerzos, las magnitudes de éstos cambiarán cuando se cambie la dirección de los ejes. En la figura 2 se muestran dos ejes $X'-Y'$, que se han girado un ángulo con respecto a los ejes X-Y.

Por el planteamiento del equilibrio de fuerzas sobre el ele-

mento trapezoidal, podemos obtener las siguientes ecuaciones:

4) $\sigma_{x'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta + \tau_{xy} \operatorname{sen} 2\theta$

5) $\sigma_{y'} = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \cos 2\theta - \tau_{xy} \operatorname{sen} 2\theta$

6) $\tau_{x'y'} = \tau_{xy} \cos 2\theta - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \operatorname{sen} 2\theta$

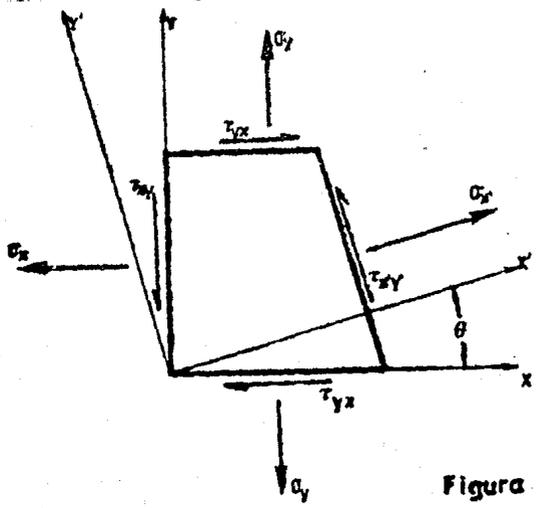


Figura 2

Del estudio de estas ecuaciones se puede demostrar que existe una orientación de los ejes X'-Y', en la que el esfuerzo cortante es nulo, y los esfuerzos normales en esos planos son máximo y mínimo. Esto ocurre cuando el ángulo entre el eje X y el X' vale:

7) $\tan 2\theta = \frac{2 \tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$

Los ejes X' e Y', orientados de esta manera reciben el nombre de ejes principales, y los correspondientes esfuerzos normales σ_x y σ_y , son los esfuerzos principales de ese punto.

A.5 CIRCULO DE MOHR.- Si se hace una gráfica, cuyas abscisas son los esfuerzos normales y sus ordenadas son los esfuerzos cortantes, las ecuaciones 4 y 6 darán las coordenadas de un punto, que representará la combinación de esfuerzos sobre el plano X' que pase por la posición en la que el estado de esfuerzos es conocido. El lugar geométrico de tales puntos, determinados al variar

el ángulo θ , es un círculo con centro en el eje horizontal, en:

8) $C = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2}$

Y cuyo radio es:

9) $R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + (\tau_{xy})^2}$

A esta representación gráfica del estado de esfuerzos en un punto se le conoce como: "Círculo de Mohr".

Para trazar el círculo de Mohr procedemos como sigue: Por un punto arbitrario O, de el eje horizontal, trazamos segmentos OA y OB iguales respectivamente a p y q, con direcciones que concuerdan con los signos de los esfuerzos. Por regla, los esfuerzos de tensión o positivos se trazan a la derecha de O, y a la izquierda los de compresión o negativos.

Por un punto C, que bisecta a AB, trazamos un círculo de radio CA (ver figura 3), el cual será el círculo de Mohr.

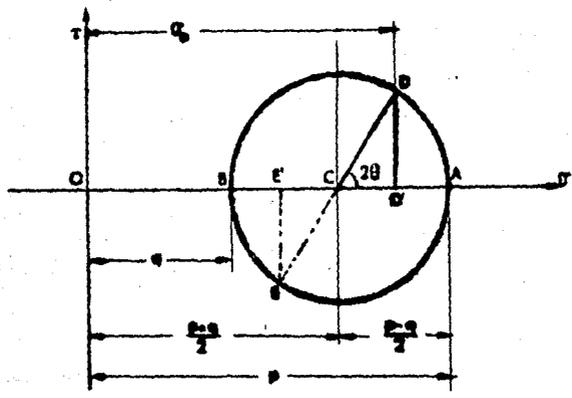


Figura 3

Para la determinación de los esfuerzos principales, en el caso general de un sistema bidimensional de esfuerzos, el procedimiento es:

De un punto arbitrario O trazamos dos segmentos OD' y OE', iguales a σ_x y σ_y , respectivamente, y con direcciones iguales a sus signos respectivos.

Por el extremo de σ_x (punto D', figura 4), trazamos el segmento DD', igual al cortante τ_{xy} , hacia arriba si es positivo y

hacia abajo si es negativo; localizando así el punto D. Bisectamos D'E', para obtener C; entonces, CD es el radio del círculo de Mohr. En este círculo obtenido, OA y OB son los esfuerzos principales, que designaremos con p y q.

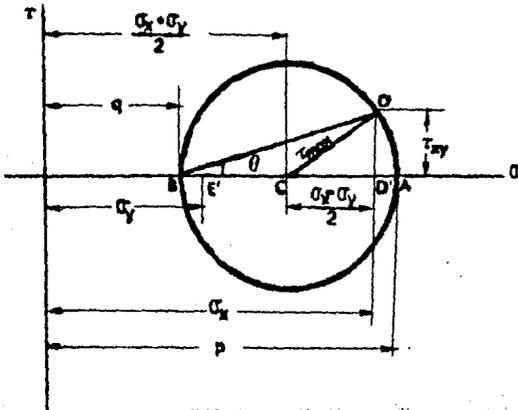


Figura 4

De la figura podemos obtener:

10)
$$p = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

11)
$$q = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} - \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_x - \sigma_y)^2 + 4\tau_{xy}^2}$$

12)
$$\tan 2\theta = \frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y}$$

13)
$$\tau_{\max} = \frac{p - q}{2}$$

Se debe notar que cuando los esfuerzos principales son iguales entre si, el radio del círculo de Mohr es cero, y los esfuerzos cortantes desaparecen; es más, los esfuerzos normales son iguales en todas direcciones. Este punto se define como un punto isotropico.

A.6 ECUACIONES DE EQUILIBRIO, DE ESFUERZOS.- Si se considera la variación de esfuerzos en un campo bidimensional, las condiciones de equilibrio aplicadas sobre un elemento diferencial, conducen a las siguientes ecuaciones, conocidas como ecuaciones de equilibrio; referidas a unos ejes X e Y son:

$$14) \dots \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \bar{X} = 0$$

$$15) \dots \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \bar{Y} = 0$$

Donde \bar{X} e \bar{Y} , son las componentes de las fuerzas de cuerpo en las direcciones X e Y, respectivamente.

Estas ecuaciones pueden también referirse a unos ejes coordenados curvilíneos, formados por las trayectorias de los esfuerzos principales. Designando con S_1 y S_2 las trayectorias tenemos:

$$16) \dots \frac{\partial \sigma_1}{\partial S_1} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\rho_1} = 0$$

$$17) \dots \frac{\partial \sigma_2}{\partial S_2} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\rho_2} = 0$$

Donde ρ_1 y ρ_2 son los radios de curvatura de S_1 y S_2 .

Las ecuaciones de equilibrio en esta forma son conocidas como: Ecuaciones de Lamé-Maxwell.

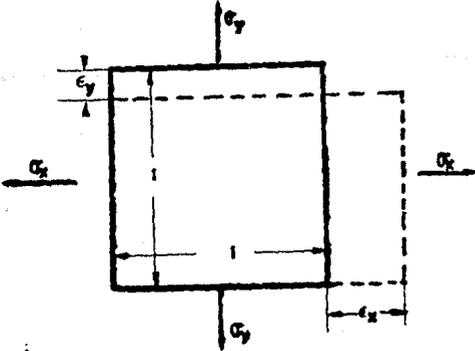
A.7 DEFORMACION .- Es fácil comprobar que la aplicación de una fuerza P en un elemento, provoca un alargamiento si la carga es de tensión, y un acortamiento si es de compresión. Así, considerando que un elemento tiene una longitud inicial L, definiremos la deformación unitaria como:

$$18) \dots \epsilon = \frac{\Delta L}{L}$$

Asimismo, un esfuerzo cortante producirá una distorsión angular, a la que designaremos con γ .

En la figura 5 se muestran de manera exagerada las deformaciones normales y angulares, producidas en un elemento.

De un estado de deformaciones conocido con respecto a unos ejes X-Y, se puede encontrar el estado de deformaciones con res-



(a) Deformaciones por esfuerzos normales

(b) Deformaciones por esfuerzos cortantes

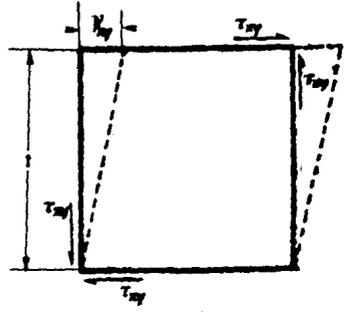


Figura 5

pecto a unos ejes $X'-Y'$, girados un ángulo θ . Suponiendo que las deformaciones son suficientemente pequeñas, para que solo se consideren efectos de primer orden (aproximación válida para la mayoría de aplicaciones en ingeniería) se puede obtener:

- 19) $\epsilon_{x'} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} + \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\theta + \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta$
- 20) $\epsilon_{y'} = \frac{\epsilon_x + \epsilon_y}{2} - \frac{\epsilon_x - \epsilon_y}{2} \cos 2\theta - \frac{\gamma_{xy}}{2} \sin 2\theta$
- 21) $\gamma_{x'y'} = \gamma_{xy} \cos 2\theta - (\epsilon_x - \epsilon_y) \sin 2\theta$

Donde θ es el ángulo entre los ejes X' y X .

De una manera similar que para los esfuerzos, se puede encontrar una pareja de ejes principales de deformación, cuyo ángulo con respecto a los ejes $X-Y$ esta dado por:

22) ... $\tan 2\theta = \frac{\gamma_{xy}}{\epsilon_x - \epsilon_y}$

En estos ejes la deformación cortante es nula. Incluso puede dibujarse un círculo de Mohr para deformaciones unitarias, tomando a ϵ como abscisas y $\gamma/2$ como ordenadas.

Las deformaciones principales están dadas por:

- 23) $\epsilon_p = \frac{1}{2} \left[\epsilon_x + \epsilon_y + \sqrt{(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2} \right]$
- 24) $\epsilon_q = \frac{1}{2} \left[\epsilon_x + \epsilon_y - \sqrt{(\epsilon_x - \epsilon_y)^2 + \gamma_{xy}^2} \right]$

A.8 RELACIONES ESFUERZO/DEFORMACION.- Experimentalmente se ha comprobado que todos los cuerpos sometidos a esfuerzos son deformados, la relación que existe entre esfuerzo y deformación, en un rango elástico esta dada por la ley de Hooke, que expresa:

el esfuerzo es proporcional a la deformación

En forma matemática es:

25) $\sigma = E \epsilon$ (Para esfuerzo normal)

26) $\tau = G \gamma$ (Para esfuerzo cortante)

Donde:

E = módulo de elasticidad o módulo de Young.

G = módulo de rigidez o módulo de elasticidad al corte.

Experimentalmente se ha encontrado que una deformación longitudinal en una dirección, es acompañada de otra similar de signo contrario en dirección lateral. Matemáticamente se expresa:

27) $\epsilon_y = \epsilon_x = - \nu \frac{\sigma_x}{E}$

Donde ν es conocida como: "Relacion de Poisson"

La deformación en una dirección, producida por la acción simultanea de un sistema general de esfuerzos, se obtiene utilizando el principio de superposición. Entonces, para un caso bidimensional:

28) $\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma_y$

29) $\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \frac{\nu}{E} \sigma_x$

30) $\epsilon_z = - \frac{\nu}{E} (\sigma_x + \sigma_y)$

Y para los esfuerzos y deformaciones cortantes:

31) $\tau_{xy} = G \gamma_{xy}$

32) $\tau_{yz} = G \gamma_{yz}$

33) $\tau_{zx} = G \gamma_{zx}$

Sin embargo, para un material isotrópico existe una relación entre el módulo de elasticidad, el módulo de rigidez y la relación de Poisson. La ecuación que los relaciona es:

$$33) \dots \quad G = \frac{E}{2(1 + \nu)}$$

BIBLIOGRAFIA

- 1.- PHOTOELASTICITY, Volumen I
MAX MARK FROCHT
Editorial John Wiley & Sons
- 2.- PHOTOELASTICITY FOR DESIGNERS
R. B. KEYWOOD
Editorial Pergamon Press
- 3.- OPTICA
FRANCIS WESTON SEARS
Editorial Aguilar
- 4.- INTRODUCCION A LA MECANICA DE SOLIDOS
EGOR P. POPOV
Editorial Limusa
- 5.- LUZ POLARIZADA
WILLIAM A. SHURCLIFF & STANLEY S. BALLARD
Editorial Reverte Mexicana
- 6.- HANDBOOK OF EXPERIMENTAL STRESS ANALYSIS
M. HETENYI
Editorial John Wiley And Sons
- 7.- NONDESTRUCTIVE TESTING HANDBOOK, Volumen II
ROBERT C. MASTER
Editorial The Ronald Press
- 8.- ANALISIS EXPERIMENTAL DE TENSIONES
W. H. TUPPENY Y A. S. KOBAYASHI
Editorial Urpo
- 9.- STRESS CONCENTRATION FACTORS
R. E. PETERSON
Editorial John Wiley & Sons
- 10.- MACHINE DESIGN
PAUL H. BLACK AND C. EUGENE ADAMS
Editorial Mc Graw-Hill