



Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE INGENIERIA

26  
03

**METODO DE LA ESTRUCTURA  
EQUIVALENTE**

**TESIS PROFESIONAL**  
Que para obtener el título de:  
**INGENIERO CIVIL**  
p r e s e n t a :  
**ERNESTO FCO. GARIBAY VARGAS**

México, D.F.

1983



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N D I C E

### CAPITULO I

	Pag.
1. Descripción del Método.	1
1.1. Introducción.	1
1.2. Definición de Marco Equivalente.	3
1.3. Elementos que Integran el Marco Equivalente.	4
1.4. Aplicación del Método.	6
1.5. Limitaciones del Método.	7

### CAPITULO II

2. Procedimiento de Análisis.	10
2.1. Dimensionamiento e Idealización de la Estructura.	10
2.2. Cálculo de las Rigideces de los Elementos -- que Forman los Marcos.	13
2.3. Análisis Estructural de los Marcos.	20
2.4. Distribución de los Momentos Flexionantes y Fuerzas Cortantes.	20
2.5. Diseño o Dimensionamiento de los Elementos - de la Estructura.	25

CAPITULO III

	Pag.
3. Soluciones según las Normas del ACI-77	26
3.1. Dimensionamiento e Idealización de La Estructura Equivalente.	27
3.2. Cálculo de las Rigideces de los Marcos Equivalentes.	29
3.3. Análisis Estructural de los Marcos.	32
3.4. Distribución de Elementos Mecánicos.	33
3.5. Diseño de Elementos Estructurales.	37

CAPITULO IV

4. Ejemplos Ilustrativo.	41
1. Ejemplo de un Marco con Trabes Peraltadas.	42
2. Ejemplo de un Marco a base de Nervaduras y Casetones.	62

CAPITULO V

5. Conclusiones.	88
------------------	----

## PROLOGO:

En el presente trabajo se presentarán disposiciones para diseñar losas planas de concreto reforzado ordinario, de formas regulares y condiciones de carga y apoyo diferentes.

Esta teoría es un método de análisis de losas que permiten determinar la carga de falla.

Es por lo tanto, un método de análisis elástico que debe complementarse con una revisión de las condiciones de servicio de las losas bajo cargas de trabajo, es decir, verificar que no haya deflexiones, vibraciones o agrietamientos excesivos.

El objetivo principal de este trabajo es describir la técnica del análisis del marco equivalente principiando con una breve descripción, y las hipótesis en las cuales se basa, además cubrir todos los aspectos que se necesitan adquirir.

Como nuestros conocimientos acerca del comportamiento del concreto reforzado, proceden principalmente del estudio de vigas en las cuales el refuerzo se coloca en ángulos rectos.

Sin embargo, en losas, los momentos principales estarán en dirección del ángulo del refuerzo, y nuestros conocimientos en esta situación no están bien definidos.

Por lo tanto, para comprender este método, se tendrán que adquirir conocimientos de las hipótesis en que se basa y que se explican en los siguientes capítulos.

## CAPITULO I

### 1. DESCRIPCION DEL METODO.

#### 1.1. INTRODUCCION.

El estudio del marco equivalente está relacionado con la investigación de métodos para determinar los momentos en losas de concreto reforzado por el análisis de marcos elásticos bidimensionales equivalentes. Con el gran desarrollo y alcance logrado en el campo de la computación, fue posible obtener más soluciones basadas en la teoría de la flexión de placas. Así un mayor número de pruebas fueron aplicadas en estructuras y aprovechadas para lograr una correlación de las soluciones teóricas con los resultados experimentales, que con la suma de los resultados y las soluciones teóricas, fue posible la investigación del uso de un análisis de marco equivalente y determinar su precisión como un método de análisis de losa de concreto reforzado.

Uno de los primeros intentos a tratar una estructura de losa de concreto reforzado como un sistema de marcos bidimensionales y equivalentes, fue el presentado por Taylor, Thompson y Smulski. En este método, la losa en un tramo típico fue dividida en partes determinadas por líneas consideradas de contraflexión, los momentos fueron calculados para estas partes individuales, consideradas como estructuras simples cargadas uniformemente. Después los momentos fueron determinados y multiplicados por un factor alrededor de

2/3 y el resultado fue tomado como el momento de diseño. Esta reducción fue justificada porque los momentos flexionantes estáticos no toman en cuenta varios factores que reducen los esfuerzos de tensión en la construcción de losas planas.

En 1929 un comité estudiando sobre lo relacionado al código de construcciones, llevó a cabo una investigación para determinar la aplicabilidad del método Empírico, así como para encontrar un método más generalizado de este estudio, un procedimiento fue desarrollado para el cálculo de los momentos en losas planas por medio de un análisis de Marco equivalente, en donde el método consistió en dividir la estructura en un sistema de Pórticos y cuyo ancho está limitado lateralmente por el eje central del tablero a cada lado del eje de columnas.

Las rigideces de los miembros fueron establecidas tomando en cuenta todas las variaciones en momentos de inercia de los miembros. Los momentos fueron determinados posteriormente para claros cargados alternadamente, un 40% de reducción en momento negativo fue admitido en el "uniform code, California Edition". En ese tiempo se realizó una investigación a cargo de R.L. Bertin con el objeto de incorporar el análisis de Marco en el código ACI, dicha investigación fue iniciada para determinar un método de Análisis de Marco que diera los mismos resultados que el Análisis Empírico.

En ese mismo año se publicó un artículo por Peabody en el cual se usó esencialmente el mismo método que posteriormente fue incluido en el código ACI de 1941. En este procedimiento la es--

estructura fue dividida otra vez en un sistema de pórticos, cada uno con un ancho igual a la longitud de un claro, además se hizo la consideración de incrementar los momentos de inercia en la región de los capiteles de columnas y ábacos, el momento negativo fue reducido en su valor en una distancia XL del centro de línea de la columna. La distancia XL fue determinada de tal manera que el momento total en un claro, fue idéntico al del método Empírico.

Los estudios indicaron que la distancia podría ser determinada por la ecuación:

$$X = 0.073 + 0.57 \frac{A^*}{L}$$

donde:  $A^*$  = Distancia de centro de línea de columna, en la dirección del claro considerado, a la intersección de una línea de  $45^\circ$  tendida completamente en la columna y capitel y la parte inferior de la losa o ábaco, no debe ser mayor de  $L/8$  de la longitud del claro.

$L$  = Longitud del claro de la losa centro a centro de columnas en la dirección considerada.

Esta relación dió resultados muy cercanos a los obtenidos por el análisis Empírico. Estos requisitos fueron los pedidos en el análisis de marco incorporado en el código de construcción del ACI-1941.

## 1.2. DEFINICION DE MARCO EQUIVALENTE.

El método se basa en el principio de sustituir a la estruc

tura tridimensional constituida por el sistema de piso, por un -- marco bidimensional constituido por columnas y vigas.

Deberá considerarse que la estructura está formada por marcos equivalentes sobre ejes de columnas considerados longitudinal y transversalmente. Cada marco consiste en una hilera de columnas o apoyos equivalentes y franjas de vigas y losas, limitadas lateralmente por el eje central del tablero a cada lado del eje de las columnas o apoyos. Los marcos adyacentes y paralelos a un borde, deberán estar limitados por el borde y el eje central del tablero adyacente.

### 1.3. ELEMENTOS QUE INTEGRAN EL MARCO EQUIVALENTE.

El marco equivalente está formado por miembros horizontales (losas y vigas), y estos a su vez están apoyados sobre miembros verticales (columnas equivalentes), por lo tanto, para tener un concepto más amplio de los mismos se describen con detalle de la manera siguiente.

#### 1.3.1. LOSAS - VIGAS.

Los sistemas de losas que incluyen la losa y las vigas (si las hay) entre los apoyos y las columnas se pueden apreciar en la figura No. 1. Pues uno de los principales objetivos para poder utilizar los diagramas de las rigideces de las losas-vigas equivalentes, es determinar, -- las constantes de la distribución de momentos y los momentos de empotramiento, ya que una de las consideraciones de las diversas secciones para poder determinar el cálculo de

Las rigideces está basado en las siguientes hipótesis:

1.- Para cualquier sección transversal fuera de la unión o capitel de la columna de un sistema de viga y losa, el momento de inercia puede basarse en el área de la sección transversal de concreto.

Una consideración que debe de tomarse en cuenta es la variación del momento de inercia de dichos sistemas a lo largo de sus respectivos ejes.

2.- Debe hacerse notar que un apoyo está definido como una columna, capitel, ménsula o muro ya que una viga no puede ser considerada como un elemento de apoyo para el marco equivalente.

3.- En las Losas-Vigas, el momento de inercia está considerado desde los paños de las columnas hasta los ejes de las mismas, el cual se encuentra dividido por la cantidad  $(1-C_2/L_2)^2$ , dicha cantidad se considera como un factor que aplicado al momento de inercia entre las caras y los ejes de las columnas, trata la Losa-Viga como un miembro acartelado mínimo en su longitud.

### 1.3.2. COLUMNAS EQUIVALENTES.

Una columna equivalente esta formada por las columnas reales arriba y abajo del sistema Losa-Viga, más un elemento torsionante fijo transversalmente a la dirección en que se determinan los momentos y que se extiende al eje central del tablero lateral que la limita a cada lado de la columna. (Ver Figura No. 5).

Además hay que hacer mención que para un marco exterior -- los miembros sujetos a torsión están localizados en un lado solamente.

La presencia de vigas paralelas también influirán en la rigidez de la columna equivalente.

En una columna equivalente la rigidez a flexión,  $K_{ec}$ , está dada en términos de su inverso o flexibilidad por la expresión:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \left( \frac{1}{K_c} \right) + \left( \frac{1}{K_e} \right) \quad (1)$$

Dicha expresión considera que la rigidez de la columna está en función de la rigidez a flexión y la rigidez a torsión de la losa o la unión de la viga (con la columna) perpendicular a la dirección en que los elementos están siendo determinados.

#### 1.4. APLICACION DEL METODO.

El método del marco equivalente ha sido planeado para poder proporcionarnos una mejor representación en dos dimensiones de un sistema tridimensional con la ayuda de un artificio que consiste en definir las rigideces a la flexión en las cuales se reflejan los posibles giros torsionantes en el sistema tridimensional.

Una de las aplicaciones de dicho método consiste en que el sistema tridimensional sea dividido en una serie de marcos en dos dimensiones (marcos equivalentes) los cuales deben de ser centrados en los ejes de las columnas o de los apoyos, por lo cual cada marco debe de extenderse a la

altura total de la construcción.

En el sistema de la construcción, dicho método es aplicado en el diseño de losas aligeradas ya que el uso de dichas losas requiere de un menor espesor en comparación con el espesor de la mayoría de los otros sistemas convencionales y esto representa menor altura en los edificios. Además de que en el concreto de dichas losas se puede colar con la cimbra más sencilla y económica que se conoce. Y el utilizar dicho método en un tipo de losa aligerada da como resultado el obtener ventajas de funcionalidad y economía, además de que se adapta en las construcciones a huecos para toda clase de instalaciones ya sean hidráulicas o sanitarias y porqué no también a huecos para escaleras y elevadores.

Otras de las aplicaciones del método consiste en la substitución de las trabes y las vigas que antes se consideraban indispensables, en forma preliminar se puede decir que dicho método -- substituyó a dichos elementos con capiteles y ábacos sobre los -- elementos de apoyos (columnas), haciendo que estos elementos resistieran los esfuerzos cortantes que no pueden resistir las losas simples. Y por último le permite al Arquitecto una gran libertad para una mejor distribución interior de sus proyectos.

#### 1.5. LIMITACIONES DEL METODO.

Las limitaciones para dicho método consisten en que se cumplan todas las condiciones de servicio incluyendo -- los límites especificados para las deflexiones. Cuando en un sistema de losas se utilice dicho método este debe sujetarse a las suposiciones siguientes:

1.- Que una estructura debe de estar constituida -- por marcos equivalentes considerados longitudinal y transversalmente.

2.- La consistencia de cada marco debe de ser una hilera de columnas o apoyos equivalentes y franjas de vigas-losa limitadas lateralmente por el eje central del tablero a cada lado del eje de las columnas.

3.- En los marcos adyacentes y paralelos a un borde estos deben de estar limitados por el borde y el eje central de la columna.

4.- Al analizar un marco equivalente éste debe hacerse en su totalidad o bien para carga vertical, ya que dicho análisis se puede efectuar por separado. Cada piso y techo (viga-losa) con las columnas, tomando únicamente en consideración los extremos lejanos como un empotramiento.

5.- Cuando en un sistema de vigas-losa se realice el análisis para determinar el momento en un apoyo dado, éste debe de considerarse por separado ya que el sistema está empotrado en un apoyo distante dos tableros de él -- siempre y cuando la losa continúe más allá de ese punto.

6.- Cuando la distribución de la carga viva sea el patrón, el análisis del marco debe realizarse para dicha -- carga.

7.- Cuando la magnitud de la carga viva sea variable pero no exceda de 0.75 (3/4) de la carga muerta, todos

Los tableros se cargarán simultáneamente, entónces puede suponerse que los momentos máximos afectados por un factor de carga aparecerán en todas las secciones, siempre y cuando exista la carga viva factorizada en todos los tableros del sistema.

8.- Cuando se tienen distintas condiciones que las establecidas en el inciso "7", entonces se supone que el momento máximo positivo afectado por el factor de carga -- cerca del centro del claro de un tablero, puede ser considerado con 0.75 (3/4) del total de la carga viva factorizada colocada en el tablero y en los tableros alternos. Entonces, partiendo de la consideración anterior el momento negativo afectado por el factor de carga de la losa en un apoyo puede suponerse que se presenta a 0.75 (3/4) del total de la carga viva colocada solamente en los tableros adyacentes.

9.- Partiendo de las consideraciones de los incisos anteriores, los momentos afectados por el factor de carga no deben de considerarse menores que las que se presentan con la carga viva total factorizada en todos los tableros.

## CAPITULO II

### 2. PROCEDIMIENTO DE ANALISIS.

El procedimiento para la realización del método consiste en 5 pasos, que enumeraremos principalmente y que posteriormente se describirán cada uno de ellos.

- 2.1. Dimensionamiento e Idealización de la Estructura equivalente constituida por Columnas y Vigas.
  - 2.2. Cálculo de las Rigideces de los Elementos que forman los -- Marcos.
  - 2.3. Análisis Estructural de los Marcos. Determinación de Momentos y Cortantes.
  - 2.4. Distribución de Los Momentos Flexionantes y Fuerzas Cortantes.
  - 2.5. Diseño o Dimensionamiento de los Elementos de la Estructura
- 2.1. Dimensionamiento e Idealización de la Estructura.

La idealización consiste en dividir la estructura en marcos, en dos direcciones localizados sobre los ejes de soportes. Cada marco debe consistir en una hilera de columnas o apoyos equivalentes y franjas de vigas-losas limitadas lateralmente por el eje del tablero a cada lado de los apoyos. Nótese que un marco exterior está limitado por el borde y el eje del tablero adyacente, con lo cual lo ilus--

tramos en la figura siguiente. (No. 1)

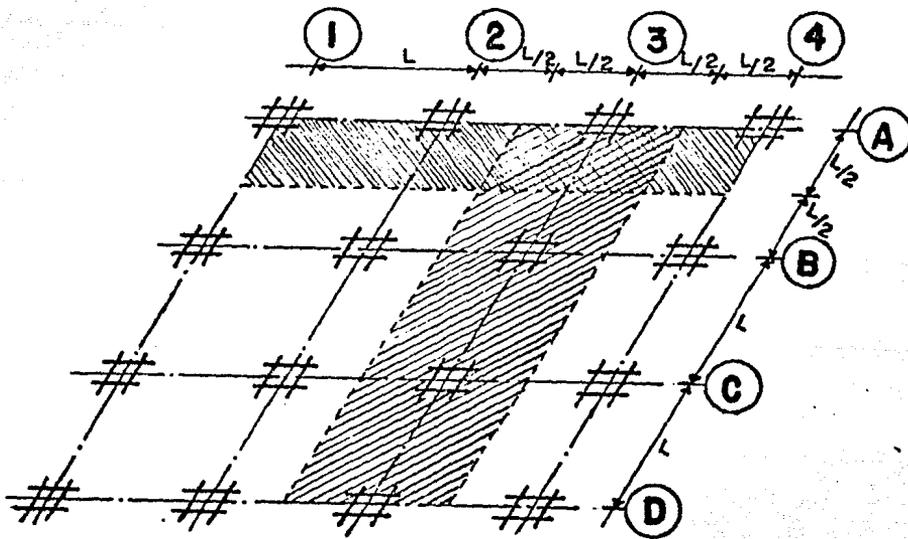


FIGURA No. 1

Las áreas sombreadas representan un marco exterior y uno interior considerados transversal y longitudinalmente.

El marco equivalente comprende tres fases: (1) La franja de losa horizontal incluyendo cualquier viga que se extienda en dirección del marco, (2) Las columnas o cualquier otro miembro de apoyo que se extienda por arriba o por abajo de la losa, y (3) -- Los elementos de la estructura que proporcionen transmisión de momentos entre los miembros horizontales y los verticales.

Si los miembros verticales son muros que se extienden a lo largo de todo el ancho de la franja de la losa, la conexión para-

transmisión de momento es 100% efectiva y el marco equivalente se puede manejar como un marco plano convencional como lo muestra la siguiente figura. (fig. No. 2 y 3)

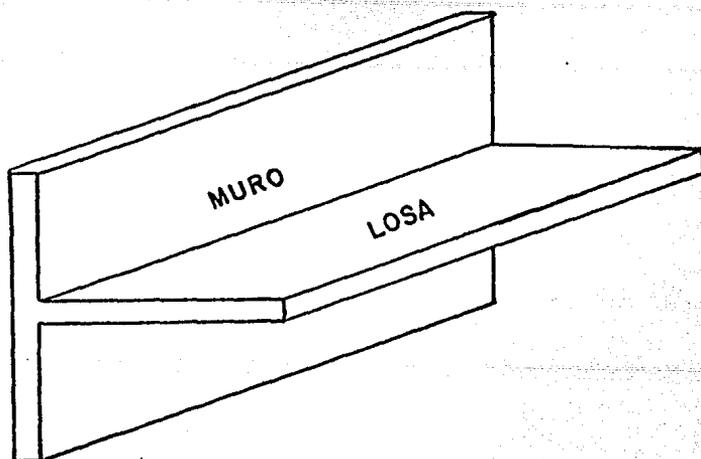


FIGURA No. 2

En otro caso extremo si el apoyo es una columna conectada a la franja de la losa, únicamente en el borde como lo muestra la figura siguiente, en la cual la eficiencia de la conexión para la transmisión de momento se aproxima a cero.

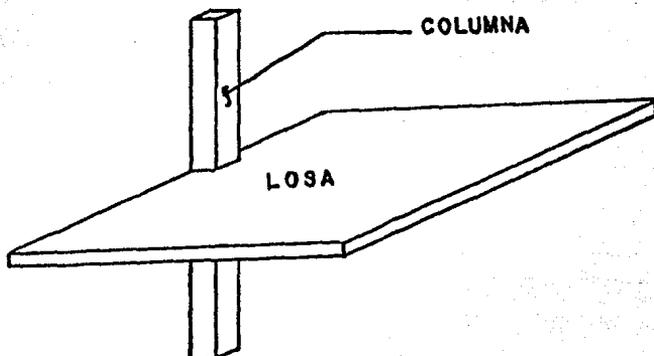


FIGURA No. 3

En una estructura cualquiera, las dimensiones de las columnas son iguales a las columnas de los marcos equivalentes, siempre y cuando sean modificadas de tal manera que además de las columnas propiamente dichas se incluyan las vigas perpendiculares en la dirección del marco equivalente.

Dicha modificación toma en cuenta el efecto de la restricción por torsión que ejercen las vigas sobre las losas. En la realización de sistemas de piso sin vigas, en los cuales se supone la existencia de una viga cuyo peralte es igual al de la losa y cuyo ancho es igual al de la columna o capitel en la dirección del marco equivalente.

En los análisis de las losas apoyadas sobre columnas, las vigas de los marcos están formadas por los tramos de la losa comprendidos entre los ejes centrales de los tableros adyacentes.

Más que nada para dicha idealización hay que tomar en cuenta primeramente las dimensiones de los elementos estructurales, la proposición del peralte de la losa y finalmente el análisis de las cargas.

## 2.2. Determinación de las Rigideces.

Las consideraciones que se deben tomar en cuenta para el cálculo de las rigideces, son únicamente las secciones gruesas de concreto sin agrietar y sin tomar en cuenta el acero de refuerzo, ya que para la variación de las áreas de momentos está basado en las siguientes consideraciones:

2.2.1. El momento de inercia de la Losa-Viga entre las caras de soportes se basa en el ancho de la sección transversal de concreto. La variación del momento de inercia a lo largo del eje de la Losa-Viga entre soportes se toma en cuenta.

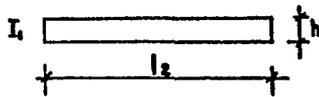
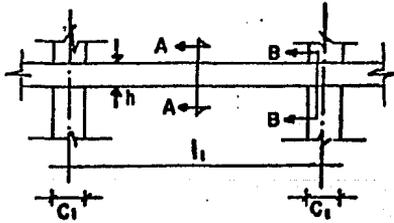
2.2.2. El momento de inercia de la Losa-Viga de la cara del soporte al eje del mismo, se toma igual al momento de inercia de la Losa-Viga en la cara del soporte dividida entre el factor  $(1 - C_2/L_2)^2$ .

Los diagramas de rigidez equivalente de Losa-Viga pueden ser usadas para determinar las constantes de distribución de momentos y los momentos de empotramiento para el análisis de estructura equivalente.

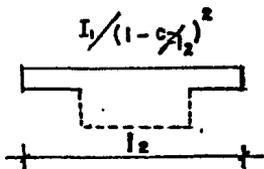
El factor de amplificación  $(1 - C_2/C_1)^2$  aplicado al momento de inercia entre la cara de soporte y su eje, en efecto hace que cada miembro Losa-Viga esté limitado a esa longitud. En consecuencia, la rigidez, los factores de transporte y los momentos de empotramiento basados en consideraciones usuales para miembros prismáticos uniformes no puede ser aplicado a estos miembros de Losa-Viga.

En las presentes figuras podremos observar las secciones - para calcular la rigidez Losa-Viga  $R_{sb}$

1) SISTEMA DE LOSA SIN VIGAS



CORTE A-A



CORTE B-B

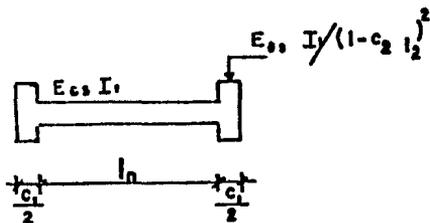
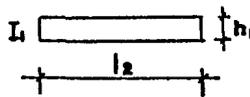
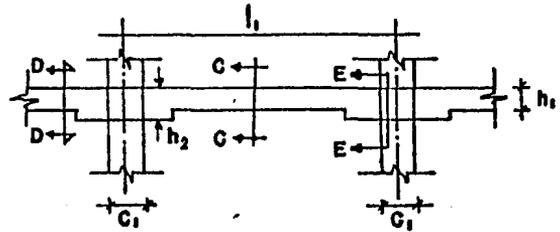
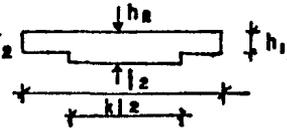


Diagrama de las rigideces Viga-Losa equivalentes

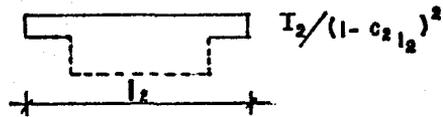
2) SISTEMA DE LOSA CON ABACOS



CORTE C-C



CORTE D-D



CORTE E-E

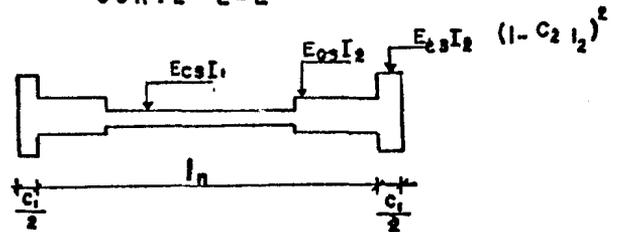


Diagrama de las rigideces Vigas-Losas equivalentes

FIGURA No. 4

### 2.2.3. Columnas Equivalentes.

Una columna equivalente consiste en la columna real sobre y debajo de la losa más los miembros sujetos a torsión de cada lado de las columnas hasta la línea media de los tableros adyacentes.

Nótese que para un marco exterior el miembro sujeto a torsión está solo en un lado de la columna. La presencia de trabes paralelas influenciará también la rigidez de la columna equivalente. (Ver figura No. 5)

La rigidez flexionante de la columna equivalente  $(K_{ec})$  está dada en términos de su inverso o flexibilidad por medio de la expresión siguiente:

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{\sum K_t} \quad (1)$$

Para propósitos de cálculo, se puede preferir que la expresión sea dada en términos de rigidez como sigue:

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c + \sum K_t}{\sum K_c \times \sum K_t} \quad (2)$$

Enseguida se dan algunas consideraciones en referencia de los miembros de la columna equivalente y sus rigideces.

Miembros reales de Columnas.- Los diagramas de rigidez de columna se pueden usar para determinar su rigidez a flexión  $(K_c)$ . La rigidez de la columna se basa en su longitud  $(L_c)$ , medida desde la mitad del espesor de la losa -

inferior hasta la mitad del espesor de la losa superior. La formulación de los diagramas de rigidez se basan en las siguientes consideraciones.

2.2.4. El momento de inercia de la columna fuera de la -- unión Losa-Viga se basa en el área de la sección gruesa de concreto.

Se toma en cuenta la variación del momento de inercia a lo largo del eje de la columna entre la junta Losa-Viga y columna. Para columnas con capiteles se supone que el momento de inercia varía linealmente de la base del capitel a la parte inferior de la Losa-Viga.

2.2.5. El momento de inercia de la Losa-Viga se supone infinito  $I = \infty$  en el espesor de la misma en la unión con la columna. Como con los momentos Losa-Viga, el factor de rigidez ( $K_c$ ) para las columnas, no se basa en consideraciones de miembros prismáticos uniformes.

La rigidez ( $K_t$ ) de un miembro torsionante se calcula con la siguiente expresión:

$$K_t = \frac{9 Ecs C}{l_2 (1 - C_2/l_2)^3} \quad (3)$$

El término "C" es una constante de la sección transversal para definir las propiedades del miembro torsionante.

$$C = (1 - 0.63 \frac{x}{y}) \frac{x^3 y}{3} \quad (4)$$

Donde:

X: dimensión total menor de una sección transversal-  
rect.

Y: dimensión total mayor de una sección transversal-  
rect.

El cálculo de  $(K_t)$  con la ecuación "3", se basa en -  
suponer una distribución triangular de momentos torsionan-  
tes en la viga perpendicular al marco que se considera. -  
Cuando el tablero tiene una viga paralela a la dirección -  
en que actúa el momento flexionante, la hipótesis ya no es  
válida por lo tanto la rigidez torsional  $(K_t)$  dada por la-  
ecuación "3" necesita ser incrementada como sigue:

$$K_{ta} = K_t + \frac{I_{sb}}{I_s} \quad (5)$$

Donde:

$K_{ta}$ : rigidez torsional aumentada.

$I_s$ : momento de inercia de un ancho de losa igual al  
ancho de la franja equivalente que se analiza, -  
 $l_2$ , excluyendo la parte de viga que se proyecta  
arriba y abajo de la losa  $I_s = \frac{l_2 h^3}{12}$

$I_{sb}$ : momento de inercia de la misma losa incluyendo-  
la parte de la viga que se proyecta arriba y --  
abajo de la losa (para la viga paralela que se-  
muestra en la siguiente figura).

COLUMNA REAL SUP.

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c}{1 + \frac{\sum K_c}{K_1}}$$

MIEMBRO ADJUNTO  
SUJETO A TORSION ( $K_{td}$ )

MIEMBRO ADJUNTO  
SUJETO A TORSION ( $K_{td}$ )

COLUMNA REAL INF.

VIGA PARALELA

FIGURA No. 5

### 2.3 Análisis Estructural de los Marcos.

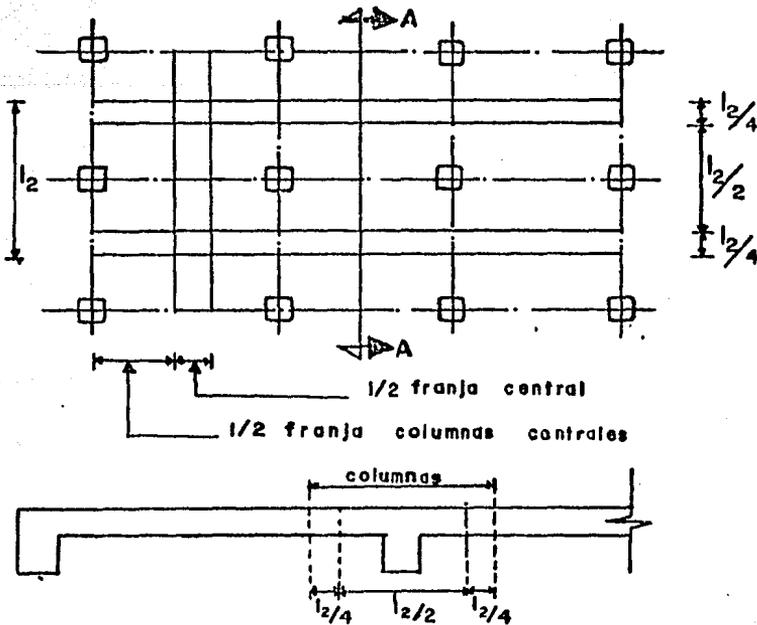
El análisis de los marcos se inicia una vez que se han determinado las rigideces, los momentos de empotramiento y los factores de transporte de cada uno de los elementos de la estructura equivalente. El procedimiento de análisis puede ser cualquiera para marcos bidimensionales. El análisis por carga Vertical puede hacerse aislando cada piso y suponiendo que las columnas superior e inferior están empotradas en sus extremos opuestos. En el análisis por cargas Laterales (viento o sismo) deben de analizarse los marcos completos.

Cuando se conoce la distribución de la carga viva, el análisis se hace para tal distribución. Si no se conoce la distribución y la carga viva no excede de las tres cuartas partes de la carga muerta, o no hay posibilidad de que la carga viva varíe significativamente de uno a otro tablero, el análisis estructural se efectúa suponiendo que todos los claros del marco están cargados. Cuando no se cumplen estas condiciones, el momento positivo máximo en un claro dado, se calcula suponiendo que el claro está cargado con las tres cuartas partes de la carga viva y con la carga muerta total y que los claros adyacentes están cargados únicamente con la carga muerta.

### 2.4. Distribución de los momentos flexionantes y fuerza cortante.

Una vez obtenidos los momentos flexionantes y fuerza cortante, por medio del análisis descrito en el párrafo anterior, corresponden a las traveses y columnas del marco, -- por lo que se recomienda distribuir dichos momentos y fuerzas entre los elementos del sistema de piso.

La representación de las traveses en el marco, vieniéndose por lo tanto las franjas del sistema de piso, las cuales se ilustran en la figura No. 6. La distribución de los momentos y fuerzas cortantes deben de estar comprendidas en dichas franjas. La franja de piso se puede distribuir dividiéndola en una franja de columnas y en una o dos medias franjas centrales.



CORTE A-A  
FIGURA No. 6

La franja de columnas incluye las vigas en caso de que -- existan.

Cuando se haya realizado la división de dichas franjas, entonces se procederá a la distribución de los momentos obtenidos -- en el análisis entre la franja de columnas y las franjas centra-- les de la manera siguiente: Los momentos en las franjas de colum-- nas se calculan multiplicando los momentos totales por los porcen-- tajes mostrados en la tabla No. 1. Después los momentos de las -- franjas de columna se distribuyen entre las vigas, si existen y -- los tramos de losa, de acuerdo con lo que se indica en la tabla -- mencionada, si no existen vigas todo el momento de las franjas de columnas es resistido por la losa. Y finalmente los momentos en las franjas centrales se calculan, restando los momentos de las -- franjas de columnas de los momentos totales.

Las bases en las cuales se apoyan las tablas para sacar la distribución de momentos es considerando la relación de claros -- ( $L_2/L_1$ ) y de los factores que involúcran las rigideces a flexión-- de losas y trabes, y por último la rigidez o torsión de las tra-- bes de borde.

En estudios realizados anteriormente, se ha observado que -- dichos parámetros son los que más influyen en el comportamiento -- del sistema de piso.

Las definiciones de los factores  $\alpha_1$  y  $\beta_t$  que aparecen en -- las tablas son los siguientes:

- 1.- Está considerada como la relación entre la rigidez a

flexión de la sección de la viga y la rigidez a flexión de los tramos de losa a cada lado de la viga, de tal manera que dicha viga debe de considerarse de sección T o L, con un ancho de patín a cada lado del alma igual a la proyección del alma arriba o abajo de la losa. Pero sin exceder 4 veces el espesor de la losa, la cual puede expresarse de la forma siguiente:

$(E_{cb} I_b / E_{cs} I_s)$  en donde:

$E_{cb}$ : Es el módulo de elasticidad del concreto de la viga.

$E_{cs}$ : Es el módulo de elasticidad del concreto de la losa.

$I_b$ : El momento de inercia de la viga.

$I_s$ : El momento de inercia de la losa.

$\beta_t$ .- Esta literal viene a representar la relación entre la rigidez a torsión de la sección transversal de la viga de borde y la rigidez a flexión de un tramo de losa cuyo ancho es igual al claro centro a centro de apoyos de la viga de borde. La expresión con la cual se representa dicha relación es  $(E_{cb} C / 2 E_{cs} I)$ . En donde el término "C" se define en la ecuación 4 y los otros términos han sido definidos anteriormente.

TABLA DEL PORCENTAJE DE LOS MOMENTOS TOTALES QUE SE ASIGNAN A  
A LAS FRANJAS DE COLUMNAS.

MOMENTOS	RELACION DE RIGIDECES	Valores de $L_2/L_1$		
		0.5	1.0	2.0
Momentos Negativos en apoyos interiores.	$\left(\alpha, \frac{L_2}{L_1}\right) = 0$	75	75	75
	$\left(\alpha, \frac{L_2}{L_1}\right) \neq 1.0$	90	75	45
Momentos Negativos en apoyos exteriores.	$\left(\alpha, \frac{L_2}{L_1}\right) = 0$ $B_t = 0$	100	100	100
	$\left(\alpha, \frac{L_2}{L_1}\right) = 0$ $B_t \neq 2.5$	75	75	75
	$\left(\alpha, \frac{L_2}{L_1}\right) \neq 1.0$ $B_t = 0$	100	100	100
	$\left(\alpha, \frac{L_2}{L_1}\right) \neq 1.0$ $B_t \neq 2.5$	90	75	45
Momentos Positivos	$\left(\alpha, \frac{L_2}{L_1}\right) = 0$	60	60	60
	$\left(\alpha, \frac{L_2}{L_1}\right) \neq 1.0$	90	75	45

\*Puede usarse interpolación lineal entre los valores mostrados.

Relación de Rigideces	Porcentaje que se asigna a la viga	Porcentaje que se asigna a la losa
$\left(\alpha, \frac{L_2}{L_1}\right) = 0$	0	100
$\left(\alpha, \frac{L_2}{L_1}\right) \neq 1.0$	85	15

\* Puede usarse interpolación lineal entre los valores mostrados.

## 2.5. *Diseño o Dimensionamiento de los Elementos de la Estructura*

Conocidos los elementos mecánicos, esto es, momentos flexionantes y fuerzas cortantes de los marcos equivalentes se procede al diseño de los elementos estructurales. Además es importante considerar la transmisión del momento flexionante de la losa a la columna, con el objeto de que el comportamiento de la estructura sea más eficiente, se recomienda concentrar el refuerzo de flexión necesario para resistir las fuerzas horizontales en una franja de losa localizada sobre el eje de la columna, el ancho se recomienda sea igual al ancho de la columna más el espesor de la losa. Posteriormente se revisará por efecto de esfuerzo cortante, o sea el efecto de penetración.

### CAPITULO III

#### 3. SOLUCIONES SEGUN LAS NORMAS DEL ACI (77)

El código del ACI-77, es aplicable a todos los tipos de -- sistemas de losas de concreto reforzado en más de una dirección, -- el cual contiene grandes cambios en las consideraciones requeri-- das para determinar los momentos de diseño de dichas losas, sin em-- bargo, está basado para la solución de dichas losas por medio del marco equivalente en las siguientes hipótesis, en las cuales se -- describen primeramente en forma resumida y posteriormente en una-- forma más detallada.

##### 3.1. Dimensionamiento e idealización de la estructura equiva-- lente.

1. Distribución de nervaduras.
2. Proposición del peralte de la losa.
3. Análisis de Cargas.

##### 3.2. Cálculo de las rigideces de los marcos equivalentes.

1. Obtención de los momentos de inercia de vigas y co-- lumnas.
2. Cálculo de rigideces de los elementos estructurales.

##### 3.3. Análisis estructural de los marcos equivalentes.

1. Uso de métodos manuales.

##### 3.4. Distribución de momentos flexionantes.

##### 3.5. Diseño de elementos estructurales.

1. Diseño por flexión de nervaduras.
2. Diseño por cortante de nervaduras y cabezales.

3.1. Dimensionamiento e idealización.

1. La distribución de las nervaduras tanto en la teoría - como en la práctica, existen diversas formas para elegir - la disposición de nervaduras en cuanto a su espesor, pero - se sugiere que esta se realice sobre los planos a mano al - zada. Y que el ancho de las mismas sea por lo menos de 10 cm.

2. Para el peralte de la losa deben de considerarse dos, - que indiquen un mínimo y un máximo los cuales consisten en las siguientes hipótesis.

Peralte mínimo para el control de deflexiones es el requere - rido por las siguientes ecuaciones: .

$$h = \frac{\text{Ln}(800+0.07 f_y)}{36,000+5,000 \beta \left[ \alpha_m - 0.5(1-\beta_s) (1+1/\beta) \right]} \quad (1)$$

$$h = \frac{\text{Ln}(800+0.07 f_y)}{36,000+5,000 \beta (1-\beta_s)} \quad (2)$$

$$h = \frac{\text{Ln}(800+0.07 f_y)}{36,000} \quad (3)$$

Donde el espesor de la losa (h), obtenido en la ecua - ción (1) no debe ser menor que el, obtenido en la ecuación (2), pero este a su vez debe ser mayor que el obtenido en - la ecuación (3). Sin embargo el peralte no debe ser mayor que los siguientes valores:

Para losas sin vigas o ábacos - - - - - 12 cm.

Para losas sin vigas, pero con ábacos que se extiendan en cada dirección, desde el eje del apoyo, una distancia por lo menos igual a un sexto del claro, medido centro a centro de los apoyos en esa dirección hacia abajo de la losa de por lo menos  $h/4$ , el peralte requerido por las ecuaciones (1), (2) y (3) será de -- 10 cm.

Para losas que tengan vigas en los cuatro bordes con valor de  $\alpha_m$  por lo menos igual a 2.0 será de - - - - - 9cm. en donde:

$l_n$ .- Longitud del claro libre en la dirección mayor en las losas en dos direcciones, medida cara a cara de columnas en losas sin vigas, y cara a cara de vigas u otro tipo de apoyos en otros casos.

$\beta$ .- Es la relación de claros libres largo o corto en una losa en dos direcciones.

$\beta_s$ .- Relación de la longitud de los bordes continuos al perímetro total de un tablero de la losa.

$\alpha_m$ .- Valor promedio de  $\alpha$  para las vigas en los bordes de un tablero.

$\alpha$ .- Relación de rigidez a la flexión de la sección de una viga a la rigidez a la flexión de un ancho de losa, limitada lateralmente por la línea central del tablero adyacente si lo hay en cada lado de la viga.

$f_y$ . - Es la resistencia a la fluencia especificada del esfuerzo en  $\text{Kg/cm}^2$ .

*Peralte máximo.* - Para dicho peralte se debe cumplir únicamente que no exceda 3 1/2 veces su ancho mínimo.

$$h_{\max} = 3.5 (A_n) \quad (4)$$

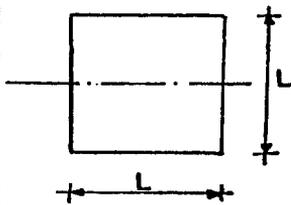
donde;  $A_n$ . - Ancho de la nervadura mínima.

3. Análisis de Cargas. - Para la determinación del análisis de la carga viva esta se basa en sacar el volumen de un tablero que supuestamente sea el más crítico en el cual se toma en cuenta el peso volumétrico del concreto y el peso del número de casetones dependiendo el tipo de material. Con respecto a la carga viva esta se basa en el criterio del reglamento de construcciones para cargas mínimas de diseño (ANSI).

### 3.2. Cálculo de las Rigideces.

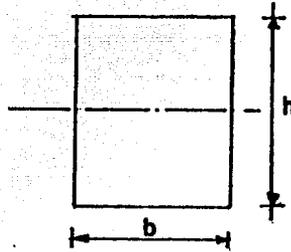
1. Para el cálculo de los momentos de inercia de las columnas y vigas equivalentes, estos se realizan de la siguiente manera.

Para las columnas, se efectúan utilizando la fórmula dependiendo de la forma geométrica que se les dé a dichas columnas, de las cuales enumeramos algunas fórmulas que comúnmente se utilizan con más frecuencia:



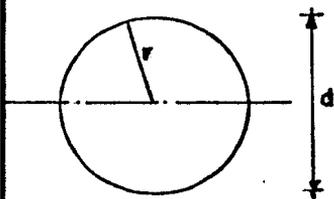
$$I = \frac{L^4}{12}$$

SECCION CUADRADA



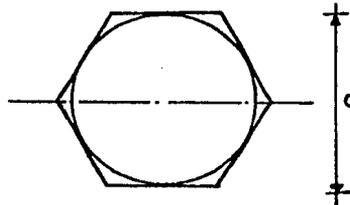
$$I = \frac{b h^3}{12}$$

SECCION RECTANGULAR



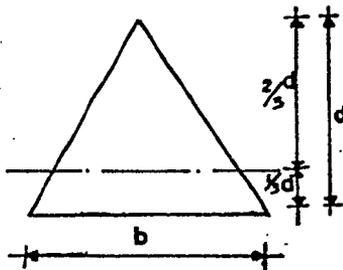
$$I = \frac{\pi d^4}{64}$$

SECCION CIRCULAR



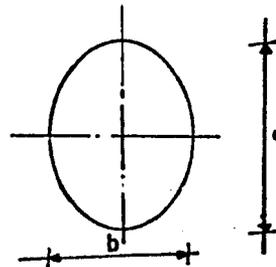
$$I = 0.060 d^4$$

SECCION HEXAGONAL



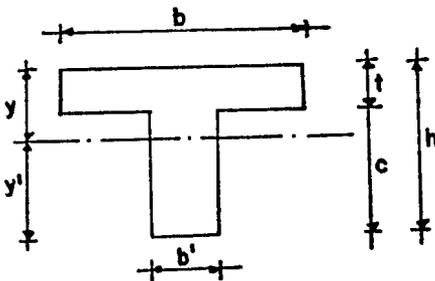
$$I = \frac{b d^3}{36}$$

SECCION TRIANGULAR



$$I = \frac{\pi b d^3}{64}$$

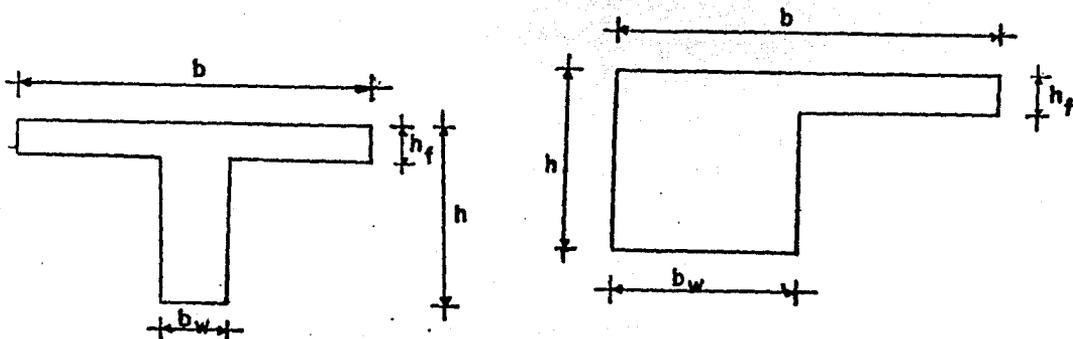
SECCION ELIPTICA



$$I = \frac{b'y^3 + by(b-b')(y-t)^3}{3}$$

SECCION "T"

Para las vigas se toma el siguiente criterio: Se calculan los momentos de inercia de las nervaduras ya sean de sección (T o L) y posteriormente se suman las comprendidas para cada una de las vigas equivalentes. Los momentos de inercia se obtienen con las siguientes fórmulas:



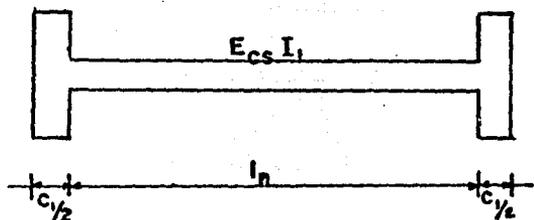
$$I_b = C_t \left( b w \frac{h^3}{12} \right)$$

$$C_t = 1 + (A-1)B^3 + \frac{3(1-B)^2 B(A-1)}{1+B(A-1)}$$

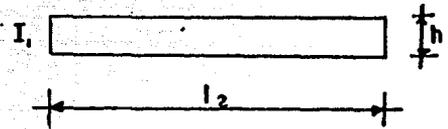
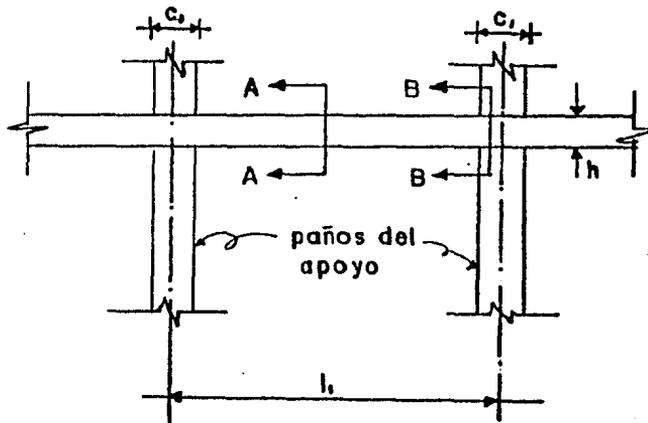
$$A = \frac{b}{b_w} ; B = \frac{h_f}{h}$$

2.- Cálculo de las rigideces.- Para el cálculo de las rigideces, unicamente se consideran secciones gruesas de concreto, sin agrietar y sin tomar en cuenta el acero de refuerzo.

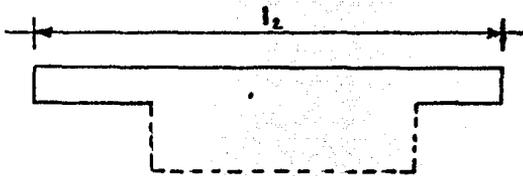
Para la determinación de dicha rigidez de las secciones transversales son las que se muestran en las siguientes figuras:



$$\frac{Ecs I_1}{(1 - c_v/l_n)^2}$$



CORTE A - A



CORTE B - B

$$\frac{I_1}{(1 - c_1/l_2)^2}$$

Estas fórmulas para este tipo de Secciones son aplicables para un sistema de Losa sin Vigas.

### 3.3. Análisis Estructural.

1.- El análisis de los marcos se inicia una vez que se han determinado las rigideces, los momentos de empotramiento y los factores de transporte de cada uno de los elementos de la estructura equivalente. El procedimiento de análisis puede ser cualquiera para marcos bidimensionales. El análisis por carga vertical puede hacerse aislan

do cada piso y suponiendo que las columnas superior e inferior es tan empotradas en sus extremos opuestos.

Por lo cual para facilitar dicho análisis se utiliza generalmente el método de Hardy Cross por su sencillez y su fácil mecanización el cual consiste objetivamente en lo siguiente: Se supone que todos los nudos de la estructura están impedidos de girar, obteniéndose los momentos de barra sobre apoyo; en cada nudo aparecerá un momento de desequilibrio que es el resultado de sumar los momentos de todas las barras que lleguen a él; se permite que los nudos giren, todos simultaneamente o de uno en uno; el momento de desequilibrio de cada nudo se repartirá proporcionalmente a las rigideces angulares de cada barra que llegue a él; este momento que aparece en cada extremo de cada barra provoca la aparición de otro momento en el extremo opuesto, volviendo a quedar el nudo en desequilibrio; se repite la secuela tantas veces como sea necesario hasta lograr que estos últimos momentos, llamados momentos de transporte sean tan pequeños que se puedan despreciar.

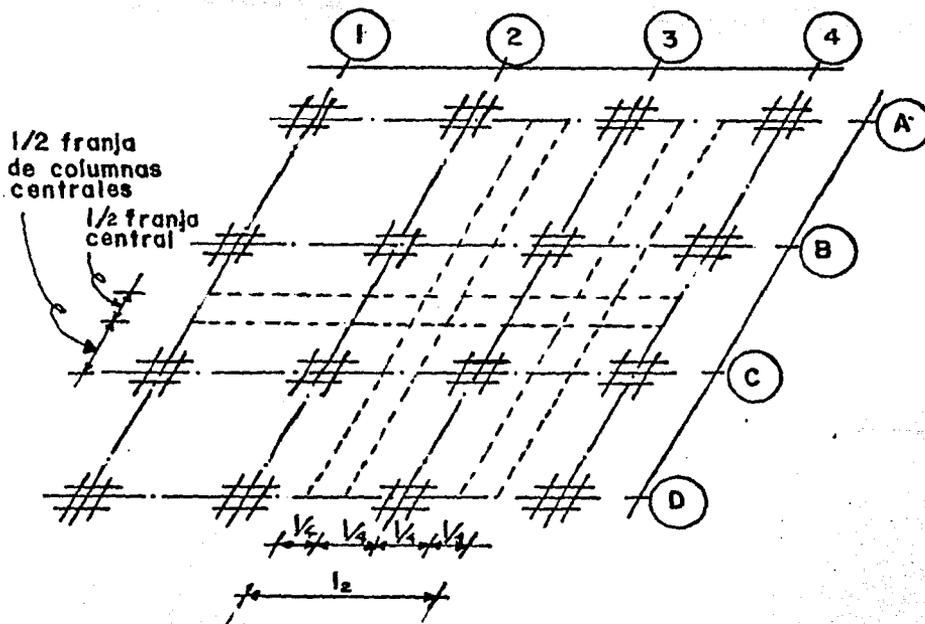
Para el análisis por cargas laterales (viento o sismo) deben analizarse los marcos completos por medio del método de Kanyo o por alguno de los métodos aproximados (Bowman, Portal, Voladizo, Factor)

### 3.4. Distribución de Momentos.

Partiendo del análisis de los marcos que no determinan los valores del momento flexionante y fuerza cortante,

tanto para las columnas como para las trabes, en las cuales debe hacerse la distribución de dichos momentos y fuerzas entre los elementos del sistema de piso.

El momento horizontal del marco que viene siendo representado por la trabe debe de ser por lo tanto las franjas del sistema de piso. Como lo muestra la siguiente figura.



El rango en el cual deben de estar comprendidos los momentos y fuerzas cortantes debe de ser el de las mismas franjas del sistema de piso, las cuales deben de dividirse en una franja de columnas y en una o dos medias franjas centrales como lo muestra la figura anterior.

En la columna la franja que le corresponde debe de estar -

proporcionada para resistir en porcentaje los momentos negativos-afectados por el factor de carga.

Cuando la relación de  $l_2/l_1 = 0.5$  y  $\alpha_1 l_2/l_1 = 0$ , se tiene que el porcentaje es del 75%, cuyo porcentaje se cumple también - cuando  $l_2/l_1 = 1$  y  $l_2/l_1 = 2$ , pero cuando la relación es  $\alpha_1 l_2/l_1 \geq 1.0$  y  $l_2/l_1 = 0.5$  el porcentaje es del 90%, y cuando  $l_2/l_1 = 1$  y  $l_2/l_1 = 2$  los porcentajes son del 75% y 45% respectivamente.

Los porcentajes para momentos positivos, afectados por el factor de carga, son cuando la relación  $l_2/l_1 = 0.5$  y  $\alpha_1 l_2/l_1 = 0$  se tiene que el porcentaje es del 60% y esto se cumple también -- cuando  $l_2/l_1 = 1$  y  $l_2/l_1 = 2$ ; pero cuando la relación es  $\alpha_1 l_2/l_1 \geq 1.0$  y  $l_2/l_1 = 0.5$  el porcentaje es del 90% pero cuando  $l_2/l_1 = 1$  y  $l_2/l_1 = 2$  los porcentajes son del 75% y 45% respectivamente.

Cuando el rango de la relación  $\alpha_1 l_2/l_1$  anda entre 1 y 0, - la proporción de los momentos de la franja de columna que debe -- de ser resistido por la viga puede obtenerse por una interpola- - ción lineal entre 85 y 0%.

Referente a los momentos afectados por el factor de carga- en las franjas centrales tanto positivas como negativas, no resis- tidos por las franjas de columna, entonces debe asignarse propor- cionalmente a cada mitad de las franjas intermedias correspondien- tes. Cada franja intermedia debe de tener las dimensiones para - resistir la suma de los momentos asignados a sus dos mitades de - franja intermedia. Posteriormente se hizo una modificación la --

cual consistía en incrementar en un 10% el momento negativo y positivo, siempre y cuando el momento estático total para un tablero en la dirección considerada, no sea menor que el requerido en la ecuación  $M_o = \frac{W_u l_2 l_n^2}{8}$

Donde:

$M_o$  = Momento total estático afectado por el factor de carga.

$W_u$  = Carga afectada por el factor de carga por unidad de Long. o por unidad de área.

$l_2$  = Longitud del claro transversal a  $l_1$

$l_n$  = Longitud del claro libre en la dirección en la que se determinan los momentos.

Para momento negativo exterior afectado por el factor de carga, los porcentajes correspondientes son los que aparecen en la tabla siguiente.

$\frac{l_2}{l_1}$		0.5	1.0	2.0
$\alpha_t \frac{l_2}{l_1} = 0$	$B_t = 0$	100	100	100
	$B_t \geq 2.5$	75	75	75
$\alpha_t \frac{l_2}{l_1} \geq 1.0$	$B_t = 0$	100	100	100
	$B_t \geq 2.5$	90	75	45

Donde:

$\beta_t$  = Es la relación de rigidez a la torsión de la sección de una viga de extremo a la rigidez a la

flexión de una franja de losa cuyo ancho es igual a la longitud del claro de la viga.

Con relación al cortante afectado por el factor de carga - partiendo de que  $\alpha, l_2/l_1 \geq 1.0$  deben de tener las dimensiones para resistir el cortante producido por las cargas afectadas por el factor de carga en las áreas tributarias limitadas por líneas a 45° trazadas desde las esquinas de los tableros y las líneas del eje de los tableros adyacentes paralelos a los lados mayores.

Para cuando la relación  $\alpha, l_2/l_1 < 1.0$  estas deben de tener las dimensiones para resistir el cortante obtenido por una interpolación lineal, suponiendo que las vigas no soportan carga para  $\alpha = 0$ .

### 3.5. Diseño de Elementos Estructurales.

1.- Una vez realizada la distribución de los momentos entre las zonas críticas, se procede a calcular la cantidad de acero necesario, y para esto el momento asignado a cada franja, se distribuye entre las nervaduras comprendidas en cada una de ellas, proporcionalmente a su ancho.

La utilización de las fórmulas para dicho diseño, son las que recomienda el código del ACI, las cuales enumeramos en la forma siguiente:

$$M_r = b d^2 f'_c q (1 - 0.5q) \quad (1)$$

$$M_u = \phi b d^2 f'_c q (1 - 0.5q) \quad (2)$$

$$M_u = \phi M_r \quad (3)$$

$$q = p \frac{f_y}{f'_c} \quad (4) \quad \therefore P_{max} = 0.75 P_b$$

$$P_b = \frac{B_1 \times 0.85 f'_c}{f_y} \frac{6000}{6000 + f_y} \quad (5) \quad \beta_1 = 0.85$$

$$A_s = P_b d \quad (6)$$

Donde:

$f'_c$  = Resistencia especificada a la compresión del concreto,  $\text{kg/cm}^2$

$f_y$  = Resistencia especificada a la fluencia del acero de refuerzo,  $\text{kg/cm}^2$

$M_r$  = Momento resistente de la sección.

$M_u$  = Momento último de diseño.

$q$  = Cuantía de acero de refuerzo máxima.

$p$  = Porcentaje de acero de refuerzo máximo.

$P_b$  = Porcentaje balanceado de acero de refuerzo.

$A_s$  = Area de acero de refuerzo en tensión en  $\text{cm}^2$ .

$b$  = Ancho de la sección de concreto.

$d$  = Peralte efectivo de la sección de concreto.

2.- Para el diseño del cortante, este se hará primeramente en las nervaduras y posteriormente para una sección más crítica que viene siendo alrededor de las columnas.

Pero para el diseño alrededor de las columnas se contemplan dos casos; el primero es cuando la losa está sujeta-

a esfuerzos en dos direcciones y la falla puede ser por "penetración" y el segundo es cuando la losa actúa como viga ancha.

El diseño se realiza utilizando las fórmulas del código - del ACI, los cuales enumeramos en la forma siguiente:

$$V_n = \frac{V_c}{V_s} \quad (1)$$

$$V_c = 0.5 f'_c b d \quad (2)$$

Por penetración:

$$V_u = \frac{V_u}{\phi A_c} \frac{J_v M_u C}{J_c} \quad (3)$$

$$J_v = \frac{1}{1 + 2/3 \sqrt{(C1+d)/(C2+d)}}$$

Siendo:

$V_n$  = Resistencia nominal al cortante.

$V_c$  = Resistencia nominal al cortante proporcionada al concreto.

$V_s$  = Resistencia nominal al cortante proporcionada por el refuerzo de cortante.

$f'_c$  = Resistencia especificada a la compresión del concreto.

$b$  = Ancho de la sección de concreto.

$d$  = Peralte efectivo de la sección de concreto.

$J_v$  = Francción de momento desequilibrado transmitido por la excentricidad del cortante en las conexiones.

$C_2$  = Dimensión de una columna, capitel o cartela medida transversalmente a la dirección del claro.

$C_1$  = Dimensión de una columna, capitel o cartela, medida en la dirección del claro.

## CAPITULO IV

### EJEMPLOS ILUSTRATIVOS.

#### EJEMPLO No. 1

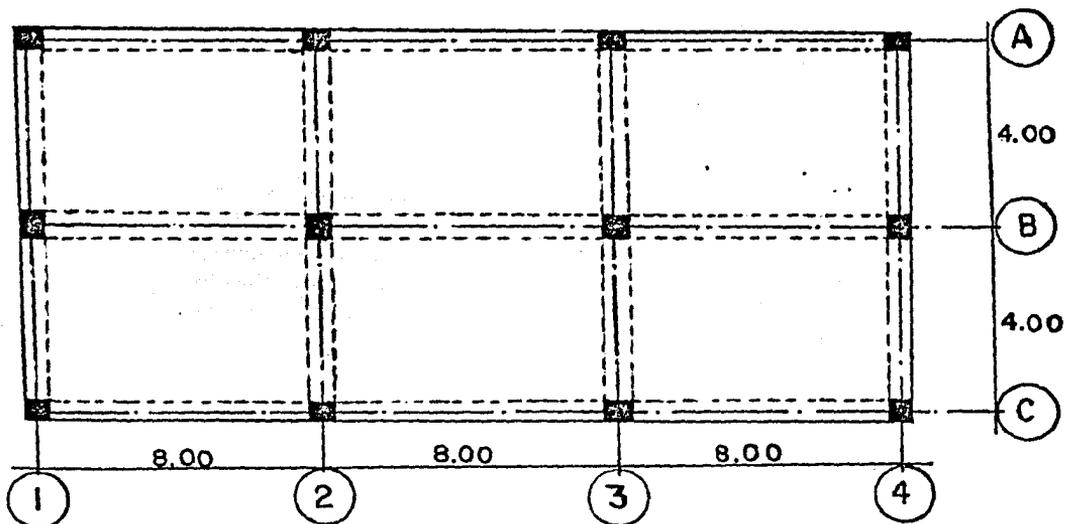
- 1.- Análisis de un sistema de piso con trabes, por medio del marco equivalente.

Datos:

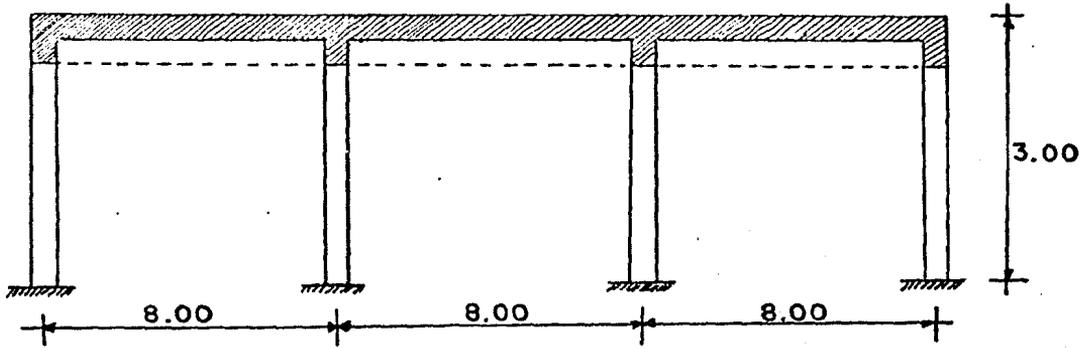
Carga Viva	-----	200 Kg/m <sup>2</sup>
Carga Muerta	-----	400 Kg/m <sup>2</sup>
Carga Total	-----	<u>600 Kg/m<sup>2</sup></u>

Dimensiones:

Trabes	-----	30 x 60 cm.
Columnas	-----	35 x 35 cm.

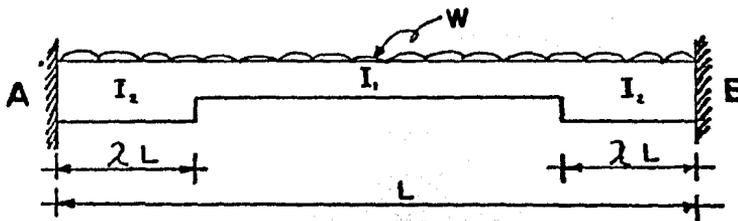


PLANTA



ELEVACION

Ecuaciones para calcular los momentos de empotramiento, rigideces y factores de transporte de vigas con tramos extremos - iguales y con momentos de inercia distintos al del tramo central.



Momentos de empotramiento perfecto  $M_e = \frac{\Theta_A}{\Theta_{AA} + \Theta_{AB}}$  (1)

Rigidéz  $\alpha$  Flexión  $K = \frac{\Theta_{AA}}{\Theta_{AA}^2 - \Theta_{AB}^2}$  (2)

Factor de Transporte  $F.T. = \frac{\Theta_{AB}}{\Theta_{AA}}$  (3)

En donde:

$$\Theta_A = \frac{wL^3}{24EI_1} (1 - 6\lambda^2 + 4\lambda^3) + \frac{wL^3}{24EI_2} (6\lambda^2 - 4\lambda^3)$$

$$\Theta_{AA} = \frac{L}{EI_1} (1/3 - \lambda + \lambda^2 - 2/3 \lambda^3) + \frac{L}{EI_2} (\lambda - \lambda^2 + 2/3 \lambda^3)$$

$$\Theta_{AB} = \frac{L}{EI_1} (1/6 - \lambda^2 + 2/3 \lambda^3) + \frac{L}{EI_2} (\lambda^2 - 2/3 \lambda^3)$$

Rigidéz torsionante  $K_t = \frac{9CE}{L_2(1-C_2/L_2)^3}$  (4)

$$\therefore c = \frac{(1-0.63 X/Y) X^3 Y}{3}$$

Rigidéz de la columna equivalente  $\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{K_c} + \frac{1}{K_t}$  (5)

\* Procedimiento:

La relación de carga viva a carga muerta, a nivel de servicio, debe de ser menor que 0.75 (3/4)

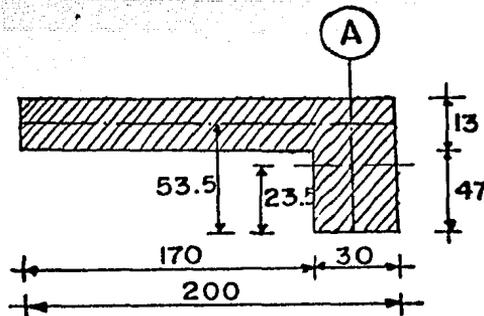
$$\frac{C.V.}{C.M.} < \frac{3}{4} ; \frac{200}{400} < \frac{3}{4} ; \underline{0.50 < 0.75} \text{ Esta bien.}$$

Cálculo de carga ultima  $W_u = 1.4(400) + 1.7(200) = 900 \text{ kg/m}^2$

\* Cálculo del marco equivalente "A"

Cálculo de los momentos de inercia de las vigas 1-2, 2-3 y

3-4.



$$\bar{Y} = \frac{(200 \times 13 \times 53,5) + (30 \times 47 \times 23,5)}{(200 \times 13 + 30 \times 47)} = \frac{172,235}{4010} = 42,95 \text{ cm.}$$

$$I_x = \frac{200(60)^3}{3} - \frac{170(47)^3}{3} = 14'400,000 - 5'883,303 = 8'516,696 \text{ cm}^4$$

Momento de inercia del centro del claro de la viga 1-2

$$I_A = I_x - A(\bar{Y})^2 = 8'516,696 - 4010(42,95)^2 = 1'119,438 \text{ cm}^4$$

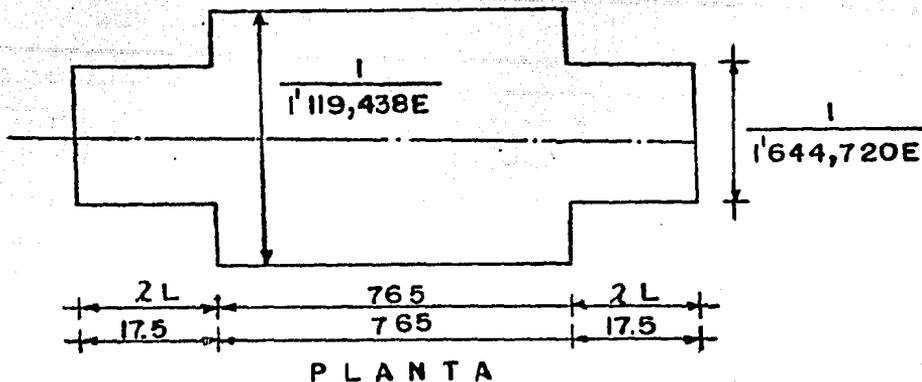
Momento de inercia del eje al paño de la columna de la viga 1-2, según el ACI.

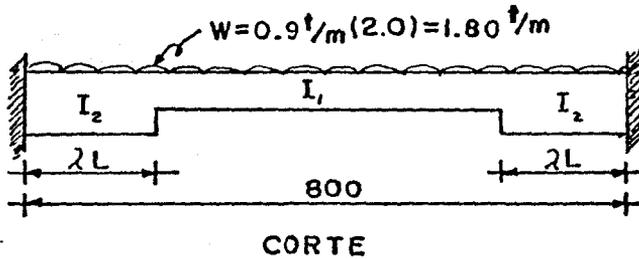
$$I_B = \frac{I_A}{\left(1 - \frac{c_2}{l_2}\right)^2} = \frac{1'119,438}{\left(1 - \frac{35}{200}\right)^2} = 1'644,720 \text{ cm}^4$$

\* Para obtener  $\lambda$ , se recuerda que en los nudos interiores, la sección crítica por momento negativo está localizada en las caras de las columnas pero a una distancia no mayor de :

$$0,175 \cdot l_1 \text{ , , } l_1 = \text{en metros.}$$

Diagrama de variación de  $1/EI$





El valor de  $\lambda$  se obtiene de la siguiente manera:

$$17.5 = \lambda L \quad L = 800$$

$$17.5 = \lambda (800)$$

$$\lambda = \frac{17.5}{800} = 0.02$$

$$\lambda = 0.02$$

La rigidez angular de las vigas 1-2, 2-3 y 3-4, las obtenemos con la ecuación:

$$K = \frac{\Theta_{AA}}{\Theta_{AA}^2 - \Theta_{AB}^2} \quad (2)$$

$$\Theta_{AA} = \frac{L}{EI_1} \left( \frac{1}{3} - \lambda + \lambda^2 - \frac{2}{3} \lambda^3 \right) + \frac{L}{EI_2} \left( \lambda - \lambda^2 + \frac{2}{3} \lambda^3 \right)$$

$$\Theta_{AB} = \frac{L}{EI_1} \left( \frac{1}{6} - \lambda^2 + \frac{2}{3} \lambda^3 \right) + \frac{L}{EI_2} \left( \lambda^2 - \frac{2}{3} \lambda^3 \right)$$

$$\Theta_{AA} = \frac{800}{1'119,438E} (1/3 - 0.02 + 0.0004 - 0.000005) + \frac{800}{1'644,720E} (0.02 - 0.0004 + 0.000005)$$

$$\Theta_{AA} = \frac{0.00022}{E}$$

$$\Theta_{AB} = \frac{800}{1'119,438E} \left( \frac{1}{6} - 0.0004 + 0.000005 \right) + \frac{800}{1'644,720E} (0.0004 - 0.000005) = \frac{0.00011}{E}$$

Substituyendo los valores anteriores en K, obtenemos:

$$K = \frac{0.00022}{(0.00022)^2 - (0.00011)^2} = 6,060.61E$$

$$K_{1-2} = K_{2-1} = K_{2-3} = K_{3-2} = K_{3-4} = K_{4-3} = 0,6060 \times 10^4 E$$

Cálculo del factor de transporte.

Según la ecuación (3):

$$F.T. = \frac{\Theta_{AB}}{\Theta_{AA}} = \frac{0.00011}{0.00022} = 0.50$$

Cálculo del momento de empotramiento:

$$M_e = \frac{\Theta_A}{\Theta_{AA} + \Theta_{AB}} \quad (1)$$

$$\Theta_A = \frac{WL^3}{24EI_1} (1 - 6\lambda^2 + 4\lambda^3) + \frac{WL^3}{24EI_2} (6\lambda^2 - 4\lambda^3)$$

$$\Theta_A = \frac{W(800)^3}{24 \times 1'119,438E} (1 - 0.0024 + 0.000032) + \frac{W(800)^3}{24 \times 1'644,720E} (0.0024 - 0.000032)$$

$$\underline{\underline{\Theta_A = \frac{19.04W}{E}}}$$

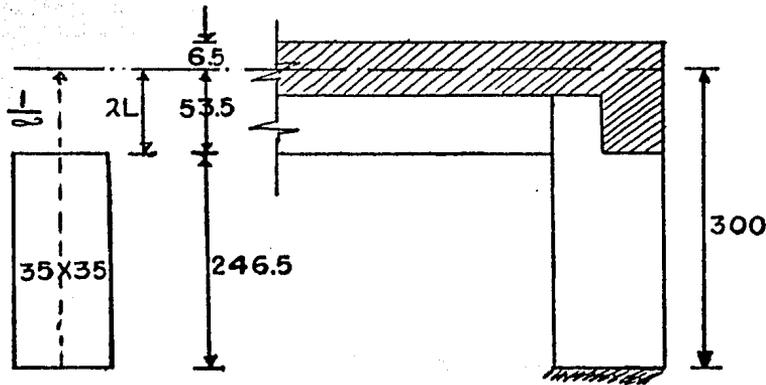
Substituyendo valores, obtenemos:

$$M_e = \frac{19.04W}{0.00022 + 0.00011} = 57,696.97 W \quad \therefore W = 0.900 \text{ T/M}^2 (2.0M) = 1.80 \text{ T/M}$$

$$M_e = 57,696.97 \times 1.80 = 103,854.54 = \underline{\underline{10.38 \text{ T-M}}}$$

Cálculo de los momentos de inercia de las columnas  $A_1$  y  $A_4$

Diagrama de variación de  $\frac{1}{EI}$



El valor de  $EI = \infty$ , porque la sección transversal en esas partes se considera muy grande o sea de valor infinito.

$$I_c = \frac{bh^3}{12} = \frac{(35)^4}{12} = 125,052 \text{ cm}^4$$

La rigidez angular de la columna la obtenemos con:

$$K_c = \frac{EI}{L} \times K_{TB} \quad \text{Donde:} \quad = \frac{53.5}{300} = 0.178$$

Con el valor de  $\lambda = 0.178$  se obtiene del apéndice "C" el factor  $K_{TB} = 8.80$  (gráfica "1")

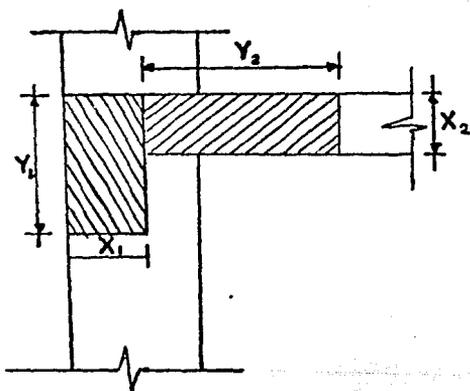
Obteniendose:

$$K_c = \frac{8.80 \times 125,052 E}{300} = 3,668,2E = 0,3668 \times 10^4 E$$

Cálculo de la rigidez torsionante de la trabe, según la ecuación:

$$K_t = \frac{9CE}{L_2 \left(1 - \frac{C}{L_2}\right)^3} \quad (4)$$

Secciones transversales para determinar el parámetro "C" de la viga sujeta a torsión.

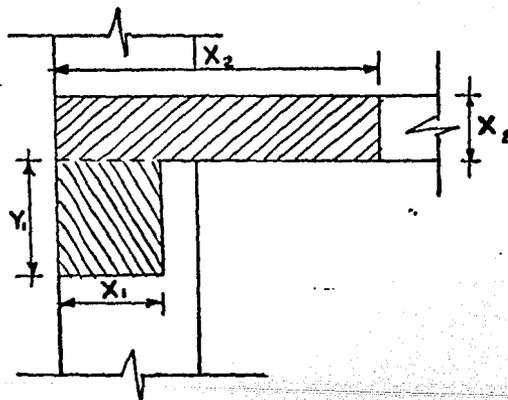


Caso 1

$$X_1 = 30 \text{ cm.}$$

$$Y_1 = 60 \text{ cm.}$$

$$X_2 = 13 \text{ cm.}$$



Caso 2

$$X_1 = 30 \text{ cm.}$$

$$Y_1 = 47 \text{ cm.}$$

$$X_2 = 13 \text{ cm.}$$

Caso 1

$$Y_2 = 60 - 13 = 47 < 4X_2 = 52$$

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{X}{Y}\right) \frac{X^3 Y}{3}$$

Caso 2

$$Y_2 = 47 + 30 = 77 \text{ cm.}$$

Considerando el Caso 1 se obtiene:

$$C_1 = (1 - 0.63 \frac{30}{60}) \frac{(30)^3 \times 60}{3} + (1 - 0.63 \frac{13}{52}) \frac{13^3 \times 52}{3} = 401,984$$

Considerando el Caso 2 se obtiene:

$$C_2 = (1 - 0,63 \frac{30}{47}) \frac{30^3 \times 47}{3} + (1 - 0,63 \frac{13}{77}) \frac{13^3 \times 77}{3} = 303,292$$

$$\therefore C_1 > C_2 ; C = C_1 = 401,984$$

Substituyendo valores en  $K_t$  obtenemos:

$$K_t = \frac{9 \times 401,984 E}{200(1 - \frac{35}{200})^3} = 32,215,096 E = 3,22 \times 10^4 E$$

Valor modificado de  $K_t$  le llamaremos  $K_{tm}$ .

$$K_{tm} = K_t \frac{I_A}{I_S} \quad \therefore \begin{aligned} I_A &= 1'119,438 \text{ cm}^4 \\ I_S &= \frac{2 h^3}{12} = \frac{200 \times 13^3}{12} = 36,617 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

Substituyendo valores obtenemos:

$$K_{tm} = 3,22 \times 10^4 E \frac{1'119,438}{36,617} = 98,44 \times 10^4 E$$

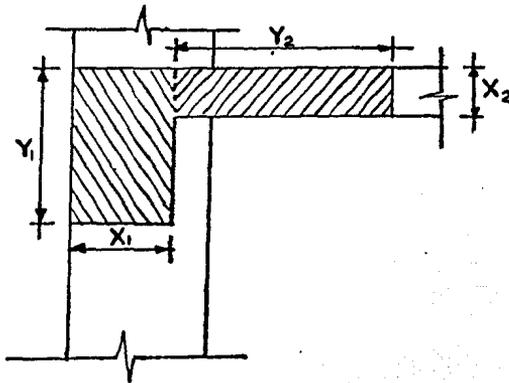
Cálculo de la rigidez de la columna equivalente, según la ecuación (5)

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{0,3668 \times 10^4 E} + \frac{1}{98,44 \times 10^4 E} = \frac{2,74}{10^4 E}$$

$$K_{ec} = 0,365 \times 10^4 E$$

Columnas  $A_2$  y  $A_3$

Secciones transversales para determinar el parámetro "C" - de la viga sujeta a torsión.

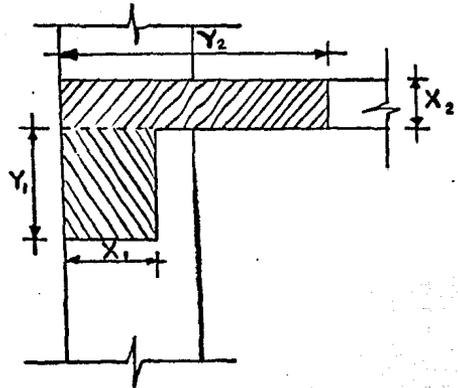


Caso 1

$$X_1 = 30 \text{ cm.}$$

$$Y_1 = 60 \text{ cm.}$$

$$X_2 = 13 \text{ cm.}$$



Caso 2

$$X_1 = 30 \text{ cm.}$$

$$Y_1 = 47 \text{ cm.}$$

$$X_2 = 13 \text{ cm.}$$

$$Y_2 = (60 - 13) \cdot 2 = 94 < 8X_2 = 104 \text{ cm.} \quad Y_2 = 94 + 30 = 124 \text{ cm.}$$

$$C = \sum \left(1 - 0.63 \frac{X}{Y}\right) \frac{X^3 Y}{3}$$

Considerando el Caso 1 se obtiene:

$$C_1 = \left(1 - 0.63 \frac{30}{60}\right) \frac{(30)^3 \times 60}{3} + \left(1 - 0.63 \frac{13}{104}\right) \frac{(13)^3 \times 104}{3} = 440,065$$

Considerando el Caso 2 se obtiene:

$$C_2 = \left(1 - 0.63 \frac{30}{47}\right) \frac{(30)^3 \times 47}{3} + \left(1 - 0.63 \frac{13}{124}\right) \frac{(13)^3 \times 124}{3} = 337,712$$

$$C_1 > C_2 ; C = C_1 = 440,065$$

Cálculo de la rigidez torsionante de la trabe..

$$K_t = \frac{9 \times 440,065E}{200(1 - \frac{35}{200})^3} = 35,267E = 3.5267 \times 10^4 E$$

Valor modificado de  $K_t L_e$  llamaremos  $K_{tm}$

$$K_{tm} = K_t \frac{I_A}{I_S} = 3.52 \times 10^4 E \frac{1'119,438}{36,617} = 107.82 \times 10^4 E$$

Rigidez de la columna equivalente, según la ecuación (5)

$$\frac{1}{K_{ec}} = \frac{1}{\sum K_c} + \frac{1}{\sum K_{tm}} = \frac{1}{0.3668 \times 10^4 E} + \frac{1}{107.82 \times 10^4 E} = 2.74 = 0.365 \times 10^4 E$$

Obtención de los factores de distribución F.D. =  $\frac{K}{\sum K}$

NUDOS A<sub>1</sub> Y A<sub>4</sub>

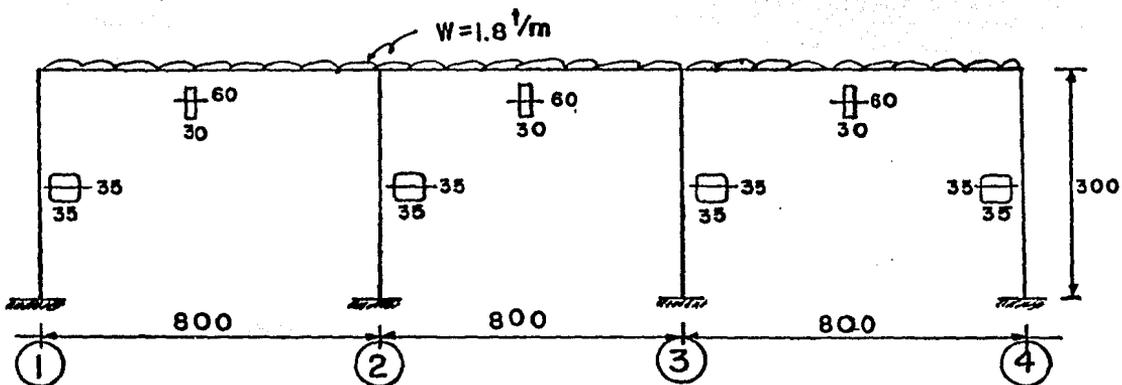
	$\frac{K}{10^4 E}$	F.D.
$K_{ec}$	0.365	0.38
$K_{1-2}$	0.606	0.62
$\Sigma$	0.971	1.00

NUDOS A<sub>2</sub> Y A<sub>3</sub>

	$\frac{K}{10^4 E}$	F.D.
$K_{ec}$	0.365	0.24
$K_{1-2}$	0.606	0.38
$K_{2-3}$	0.606	0.38
$\Sigma$	1.577	1.00

TRABE EJE "A"

METODO DE CROSS.



	CI	TD	TI	CI	TD	TI	CI	TD	TI	CI
F.D.	0.38	0.62	0.38	0.24	0.38	0.38	0.24	0.38	0.62	0.38
F.T.		0.50	0.50		0.50	0.50		0.50	0.50	
M.E.		-10.38	+10.38		-10.38	+10.38		-10.38	+10.38	
1a. Dist.	+3.94	+ 6.44	-	-	-	-	-	-	- 6.44	-3.94
1a. Transp.		-	+ 3.22		-	-		- 3.22	-	
2a. Dist.	-	-	- 1.22	-0.78	- 1.22	+ 1.22	+0.78	+ 1.22	-	-
2a. Transp.		- 0.61	-		+ 0.61	- 0.61		-	+ 0.61	
3a. Dist.	+0.23	+ 0.38	- 0.23	-0.15	- 0.23	+ 0.23	+0.15	+ 0.23	- 0.38	-0.23
M.F.	+4.17	- 4.17	+12.15	-0.93	-11.22	+11.22	+0.93	-12.15	+ 4.17	-4.17
Visost.		+ 7.20	- 7.20		+ 7.20	- 7.20		+ 7.20	- 7.20	
Vcorrect.		+ 1.00	+ 1.00		-	-		- 1.00	- 1.00	
Vhiperest.		+ 8.20	- 6.20		+ 7.20	- 7.20		+ 6.20	- 8.20	
Vtotal.	8.20			13.40			13.40			8.20
X	4.56					4.00			4.56	
M.P.	14.51					3.18			14.51	

Cálculo de los momentos positivos.

Momentos positivos en las vigas 1-2 y 3-4

$$M_x = 8.20x - 4.17 - \frac{1.80x^2}{2}$$

$$\frac{d(M_x)}{dx} = 8.20 - 1.80x = 0 \quad \therefore \quad x = \frac{8.20}{1.80} = 4.56 \quad x = 4.56$$

$$M_{(+)} = (8.20 \times 4.56) - 4.17 - \frac{1.80 (4.56)^2}{2} = \underline{\underline{14.51 \text{ T-M}}}$$

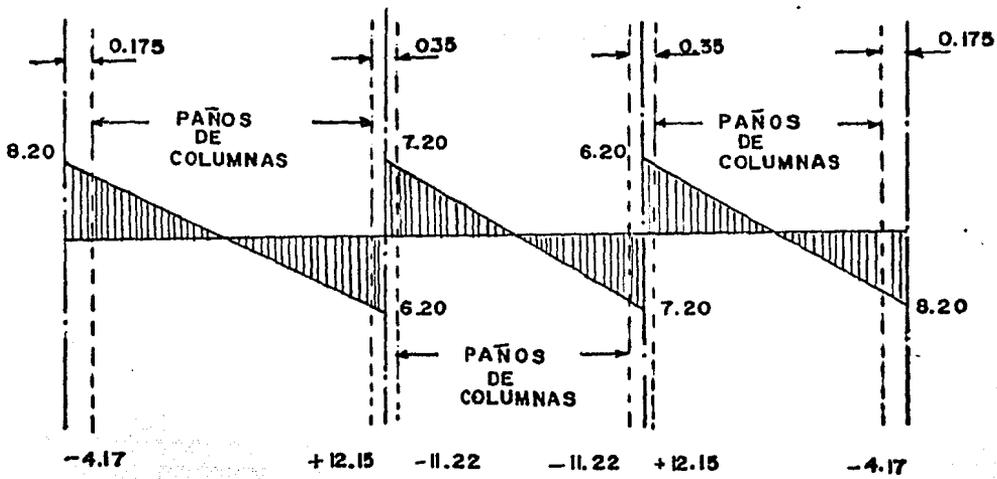
Momento positivo en la viga 2-3

$$M_x = 7.20x - 11.22 - \frac{1.80 (x)^2}{2}$$

$$\frac{d(M_x)}{dx} = 7.20 - 1.80x = 0$$

$$\therefore \quad x = \frac{7.20}{1.80} = 4.00 \text{ m} \quad x = 4.00 \text{ M}$$

$$M_{(+)} = 7.20 \times 4 - 11.22 - \frac{1.80 (4)^2}{2} = 3.18 \text{ T - M}$$



Obtención de momentos al paño de columnas:

$$\text{Miembro 1-2 columna A1 } M_{\text{paño}} = 8.20 \times 0.175 - 4.17 - \frac{1.80(0.175)^2}{2} = -2.76 \text{ T-M}$$

$$\text{Miembro 2-1 columna A2 } M_{\text{paño}} = 6.20 \times 0.175 - 12.15 - \frac{1.80(0.175)^2}{2} = -11.09 \text{ T-M}$$

$$\text{Miembro 2-3 columna A2 } M_{\text{paño}} = 7.20 \times 0.175 - 11.22 - \frac{1.80(0.175)^2}{2} = -9.99 \text{ T-M}$$

Distribución de los momentos totales entre las zonas críticas.

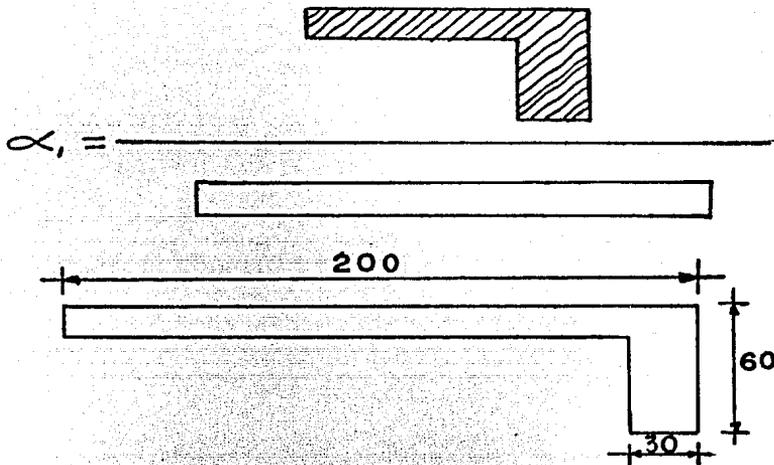
Tablero de Borde.

Cálculo de  $\alpha_1$  donde

$$\alpha_1 = \frac{\text{Rigidéz a la flexión de la Sección de la Viga}}{\text{Rigidéz a flexión de los tramos de losa a cada lado de la viga.}}$$

$$\alpha_1 = \frac{E_{cb} I_b}{E_{cs} I_s}$$

Cuando la viga y la losa son del mismo material o sea que  $E_{sb} = E_{cb}$  simplemente hablaremos de los momentos de inercia o -- sea:



Esta viga L debe reducirse de la siguiente manera:

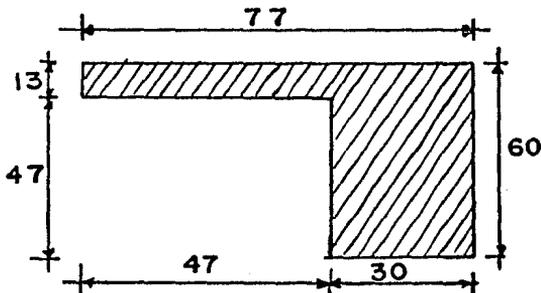
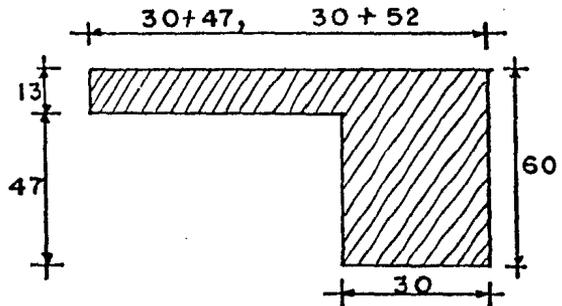
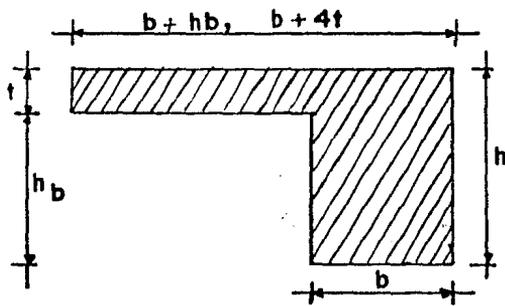
Su ancho de ala del patín será igual a "h" pero no mayor de  $4t$ ; en caso de ser mayor de  $4t$ , se tomará  $h_p$  y si aún es mayor se tomará  $4t$ .

De tal manera, en este caso el ancho de ala del ala del patín será:

$$1.- h = 60 > 4t = 52$$

$$2.- h_p = 47 < 4t = 52$$

Por lo que se tomará 47 cm. como ancho de ala de patín como se muestra en la siguiente figura.



Viga "L" reducida

Cálculo del momento de inercia de la viga "L" reducida:

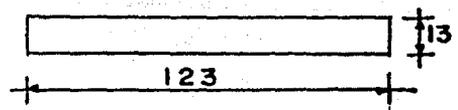
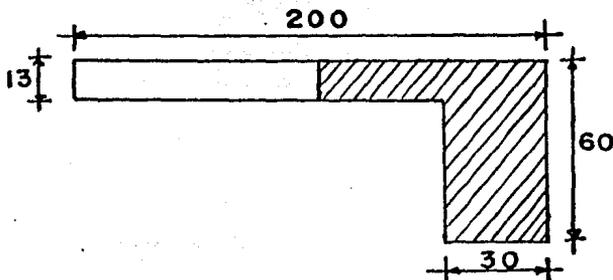
$$\bar{Y} = \frac{(77 \times 13 \times 53.5) + (30 \times 47 \times 23.5)}{(77 \times 13) + (30 \times 47)} = \frac{86,688.5}{2,411} = 35.96 = 36 \text{ cm.}$$

$$I_x = \frac{77 \times 60^3}{3} - \frac{47 \times 47^3}{3} = 5'544,000 - 1'626,560 = 3'917,440 \text{ cm.}$$

$$I_b = I_x - A (Y)^2 = 3'917,440 - 2411 \times (36)^2 = 792,784 \text{ cm}^4$$

=====

El tramo de losa al lado de la viga será:  $200 - 77 = 123 \text{ cm.}$



$$I_s = \frac{123 \times 13^3}{12} = 22,519 \text{ cm}^4$$

Cálculo de  $\alpha_1$  ;  $\alpha_1 = \frac{792,784}{22,519} = 35$

Relación de claro corto a claro largo:  $\frac{L_2}{L_1} = \frac{200}{800} = 0.25$

Cálculo de  $\alpha_1 \left(\frac{L_2}{L_1}\right) = 8.75$

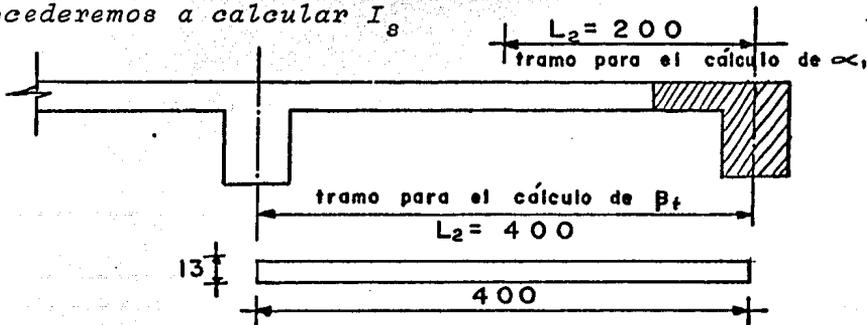
Una vez que se hizo la repartición (Tabla de Porcentajes Figura No. 6)

Ahora calculamos:

$\beta_t = \frac{\text{Rigidéz a torsión de la sección transversal transformada de la viga de borde}}{\text{Rigidéz a flexión de un tramo de losa cuyo ancho es igual al claro centro, a centro de apoyos de la viga de borde.}}$

$$\beta_t = \frac{E_{cb} C}{2E_{cs} I_s} \quad \text{Pero como } E_{cb} = E_{cs} \text{ y } C = 440,065 \text{ Entonces } \beta_t = \frac{C}{2I_s}$$

Procederemos a calcular  $I_s$



$$I_s = \frac{400 \times 13^3}{12} = 73,233 \text{ cm}^4$$

$$\beta_t = \frac{440,065}{2 \times 73,233} = 3$$

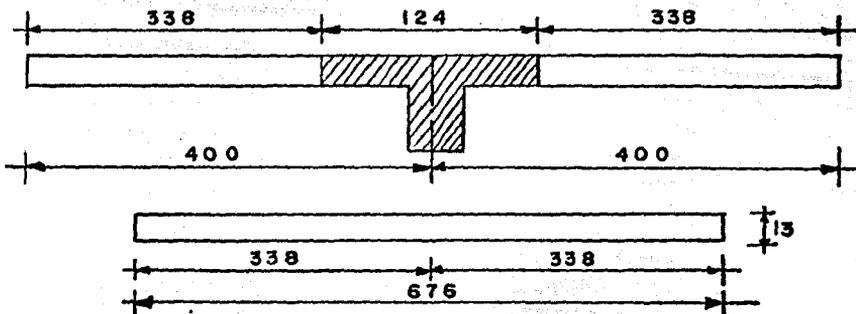
Revisión del requisito de la ecuación

$$0.2 < \frac{1}{2} \frac{L_2^2}{L_1^2} < 5$$

En donde  $\alpha_2 = \frac{I_b}{I_s}$  Pero como  $I_b = 792,784 \text{ cm}^4$  (Ver cálculo de  $\alpha_1$ )

Entonces solo se desconoce  $I_s$

Procedimiento para calcular  $I_s$



$$I_s = \frac{676 \times 13^3}{12} = 123,764 ; \text{ Cálculo de } \alpha_2 = \frac{792,784}{123,764} = 6.41$$

=====

$$0.2 < \frac{35 \times 200^2}{6.41 \times 800^2} < 5 ; \quad 0.2 < \frac{0.34}{6.41} < 5 \quad \text{Bien}$$

La relación de  $\frac{L_2}{L_1} = 0.25$  la aproximamos a 0.5 y mediante

la tabla 1 se distribuyen los porcentajes de los momentos totales: 90% para la franja de columnas.

10% para la franja central.

MOMENTOS EN TABLERO DE BORDE 1 - 2 EJE A.

MOMENTOS TOTALES.	FRANJA DE		COLUMNAS			FRANJA CENTRAL
	COEFICIENTE	MOMENTO	ELEMENTO	COEFICIENTE	MOMENTO	
$M_{1-2} = -2.76$	0.90	- 2.48	Viga	0.85	- 2.11	-0.28
			Losa	0.15	- 0.37	
$M_{(+)} = 14.51$	0.90	13.06	Viga	0.85	11.10	+1.45
			Losa	0.15	1.96	
$M_{2-1} = -11.09$	0.90	- 9.98	Viga	0.85	- 8.48	-1.11
			Losa	0.15	- 1.50	

Tablero Interior:

$$\alpha_1 = 35 \quad (\text{ver cálculo de tablero de borde})$$

$$\frac{L_2}{L_1} = 0.25 \quad \text{de donde se toma } 0.5$$

$$\alpha_1 \left( \frac{L_2}{L_1} \right) = 8.75$$

Revisión del requisito de la ecuación:

$$0.2 < \frac{\alpha_1 L_2^2}{\alpha_2 L_1^2} < 5 \quad \therefore \alpha_2 = 6.41 \quad (\text{ver tablero de borde})$$

$$0.2 < 0.34 < 5 \quad (\text{ver tablero de borde})$$

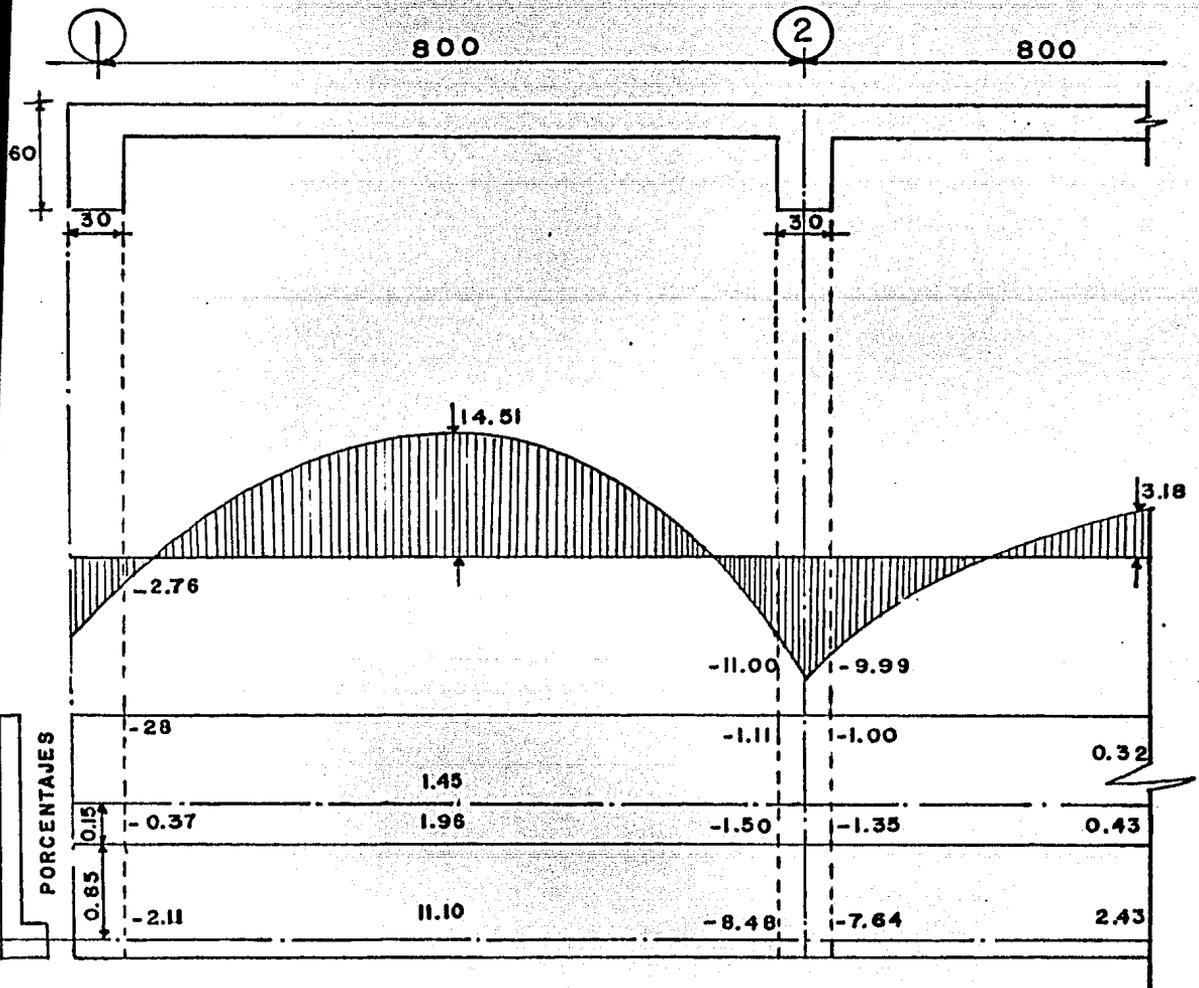
La repartición de los momentos totales se hará como en el tablero de borde: 90% para la franja de columna.

10% para la franja central.

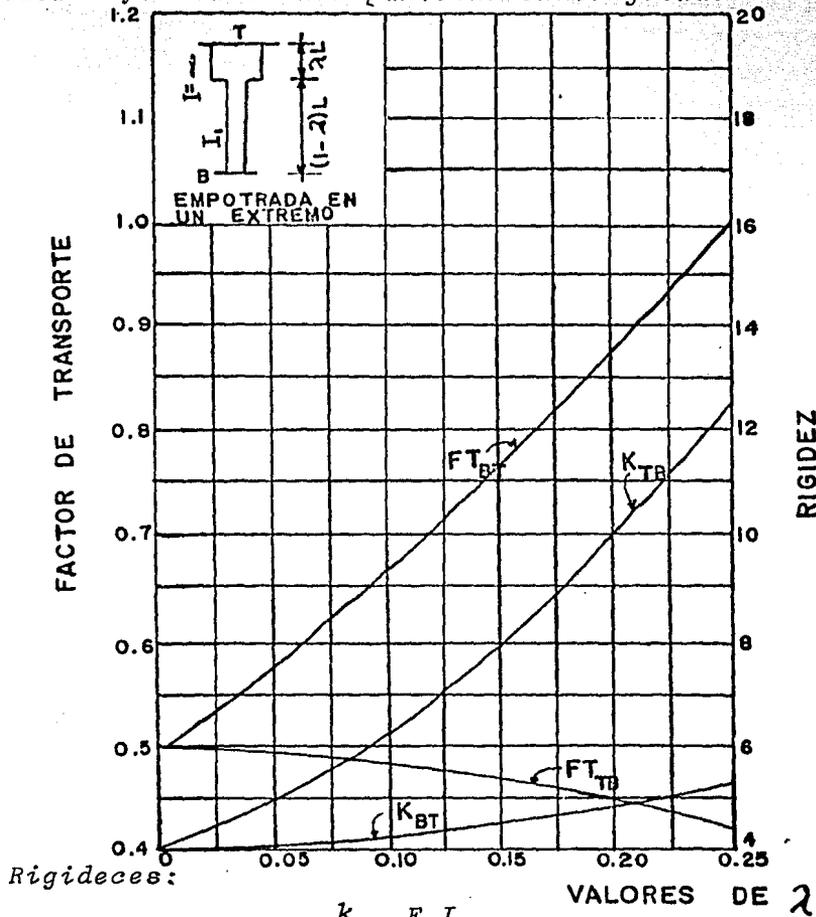
MOMENTOS EN TABLERO INTERIOR 2-3 EJE "A"

MOMENTOS TOTALES	FRANJA DE		COLUMNA			FRANJA CENTRAL
	COEFICIENTE	MOMENTO	ELEMENTO	COEFICIENTE	MOMENTO	
$M_{2-3} = -9.99$	0.90	-8.99	Viga	0.85	-7.64	-1.00
			Losa	0.15	-1.35	
$M_{(+)} = 3.18$	0.90	2.86	Viga	0.85	2.43	0.32
			Losa	0.15	0.43	
$M_{3-2} = -9.99$	0.90	-8.99	Viga	0.85	-7.64	-1.00
			Losa	0.15	-1.35	

DIAGRAMA DE MOMENTOS



Gráfica para factores de rigidez y transporte para miembros con rigidez infinita en una parte de su longitud.



$$K_{BT} = k_{BT} \frac{E I_1}{L}$$

$$K_{TB} = k_{TB} \frac{E I_1}{L}$$

GRAFICA No. 1

EJEMPLO No. 2

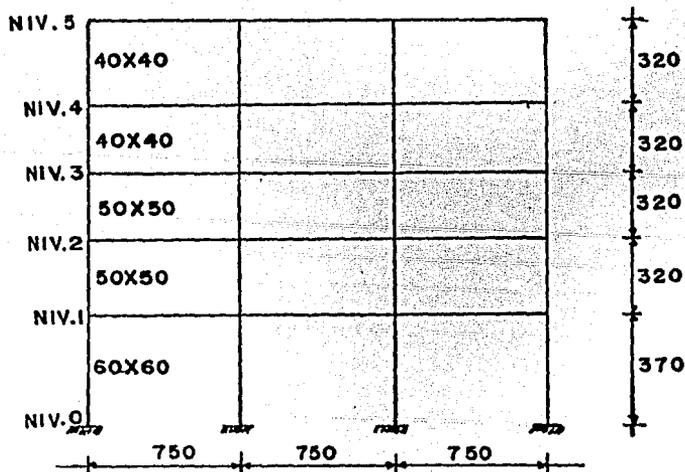
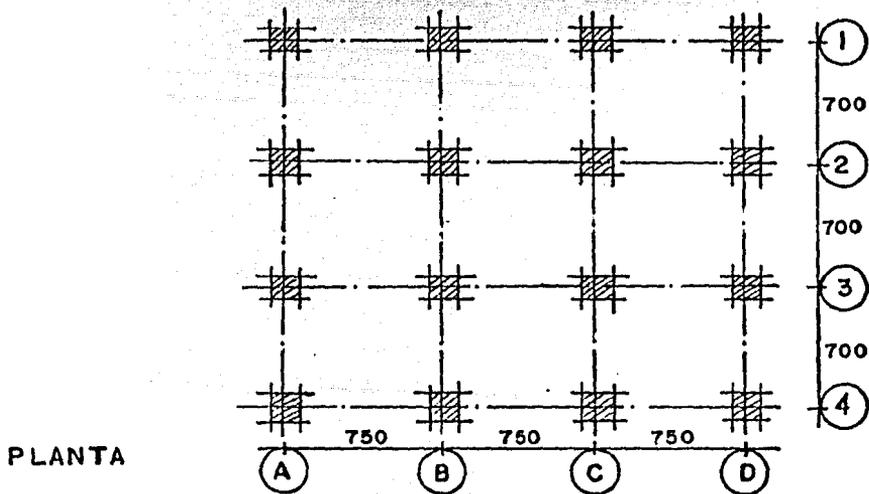
2. Cálculo de un sistema de piso a base de nervaduras con moldes recuperables para un edificio de 5 niveles, empleando las normas del Reglamento del ACI-77

Datos:

Edificio para oficinas

Concreto,  $f'_c = 200 \text{ kg/cm}^2$

Acero,  $f_y = 4200 \text{ kg/cm}^2$



2.1. Dimensionamiento e Idealización.

1. Distribución de Nervaduras.

Molde de 60x60 cm., entera de 30 cm. de altura.

Molde de 30x60 cm., medio de 30 cm. de altura.

Nervaduras de borde de 50 cm.

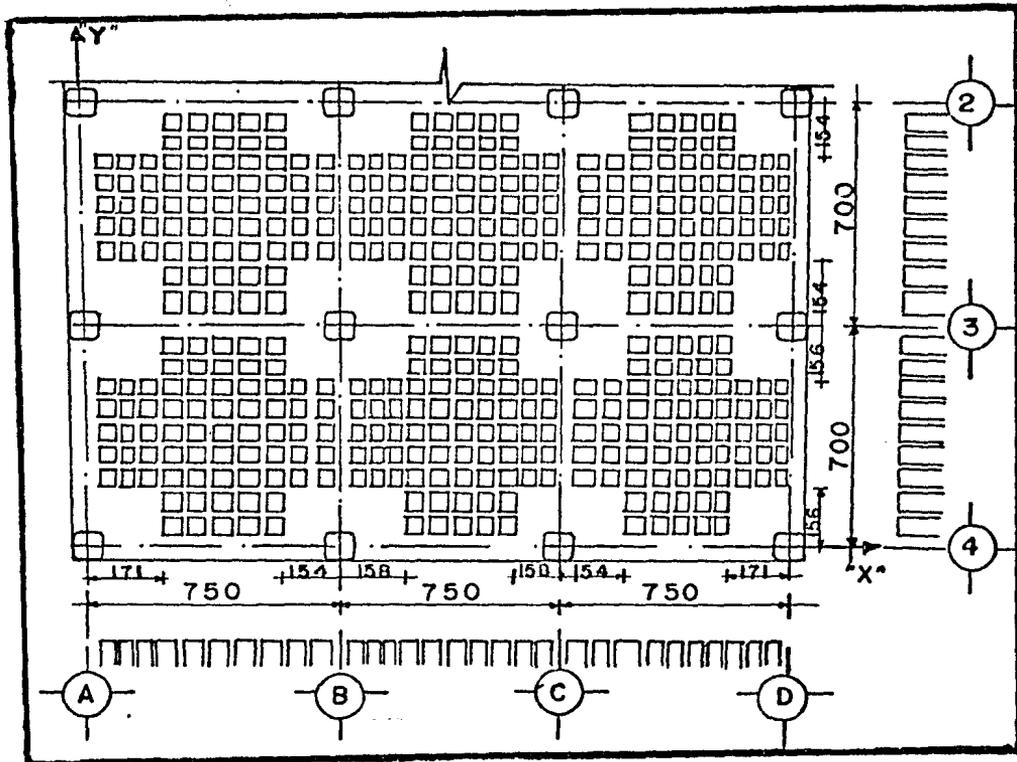
Nervaduras sobre ejes 16 cm.

Nervaduras claros laterales dirección "X" 9 N. 13 cm.

Nervaduras claro central dirección "X" 8 N. 15 y 1 N. 14cm.

Nervaduras claros laterales dirección "Y" 7 N. 16 y 1 N. 15cm.

Nervaduras claro central dirección "Y" 8 N. 18



2. Peralte de la Losa.

$$h_{\min} = \frac{l_m (800 + 0.07 f_y)}{36,000} = \frac{750 (800 + 0.07 \times 4200)}{36,000} = 22 \text{ cm.}$$

$$h_{\max} = 3.5 (a_m) = 3.5 (12) = 42 \text{ cm.}$$

Peralte Seleccionado  $h = 35 \text{ cm.}$

3. Análisis de cargas (se analiza tablero A-B : 1-2)

Peso de la Losa

$$\text{Area} = 7.75 \times 7.25 = 56.19 \text{ M}^2$$

$$\text{Volúmen} = 56.19 \times 0.35 = 19.65 \text{ M}^3$$

Número de Casetones  $9 \times 9 = 81$  piezas de  $60 \times 60$

Peso por pieza 26 kg. de  $20 \times 60 \times 30$   $P_p = 0.078 \text{ Ton.}$

Peso total  $P_t = 81 \times 0.078 = 6.32 \text{ Ton.}$

Volúmen Casetones  $60 \times 60 \times 30 \times 81 = 8.75 \text{ M}^3$

Volúmen Concreto  $V_c = 19.65 - 8.75 = 10.90 \text{ M}^3$

Peso Concreto  $10.90 \times 2.4 = 26.16 \text{ Ton.}$

Peso Total  $6.32 + 26.16 = 32.48 \text{ Ton.}$

$$W = \frac{32.48 \text{ Ton}}{56.19 \text{ M}^2} = 578 \text{ kg/M}^2 \doteq 580 \text{ kg/M}^2$$

Mortero y Piso =  $50 \text{ kg/M}^2$

Peso Carga Muerta =  $580 + 50 = 630 \text{ kg/M}^2$

Peso Carga Viva =  $250 \text{ kg/M}^2$  (Según R.D.D.F.)

De acuerdo al ACI, la carga total es:

$$w = 1.4 \text{ C.M.} + 1.7 \text{ C.V.}$$

$$w = 1.4 (630) + 1.7 (250) = \underline{\underline{1,307 \text{ kg/M}^2}}$$

$$w = \underline{\underline{1.307 \times 7 = 9.15 \text{ Ton/M}}}$$

2.2. Cálculo de las rigideces de los marcos equivalentes.

1. Cálculo de los momentos de inercia del eje 3

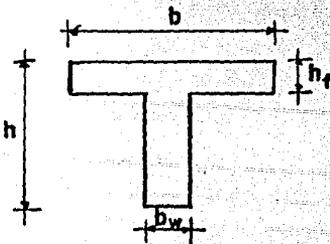
Columnas;  $40 \times 40 \text{ cm.}; I = \frac{bh^3}{12} = \frac{(40)^4}{12} = \underline{\underline{213,333 \text{ cm}^4}}$

$50 \times 50 \text{ cm.}; I = \frac{bh^3}{12} = \frac{(50)^4}{12} = \underline{\underline{520,833 \text{ cm}^4}}$

$60 \times 60 \text{ cm.}; I = \frac{bh^3}{12} = \frac{(60)^4}{12} = \underline{\underline{1,080,000 \text{ cm}^4}}$

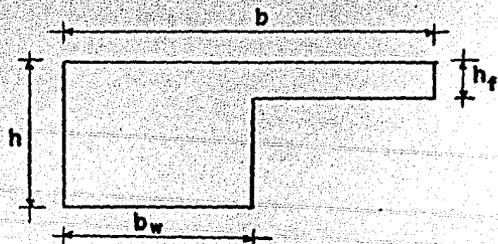
Vigas Equivalentes;

Los momentos de inercia se obtienen con las siguientes fórmulas.



$$I_b = C_t (bw) \left( \frac{b^3}{12} \right)$$

$$C_t = 1 + (A-1)B^3 + \frac{3(1-B)^2 B(A-1)}{1+B(A-1)}$$



$$A = \frac{b}{bw}$$

$$B = \frac{hf}{h}$$

En el Eje "3" para todos los casos  $h = 35$  cm. y  $h_f = 5$  cm.

$$B = \frac{hf}{h} = \frac{5}{35} = 0.143$$

Nervadura "T"  $C_t = 1 + (A-1)B^3 + \frac{3(1-B)^2 B(A-1)}{1+B(A-1)} = 1.012 + 0.84 = \underline{\underline{1.85}}$

$$b = 14$$

$$b = 74$$

$$A = \frac{b}{b_w} = \frac{74}{14} = 5.29$$

$$I_b = C_t (b_w \frac{h^3}{12}) = 1.85 (14 \times \frac{(35)^3}{12}) = \underline{\underline{92,539 \text{ cm}^4}}$$

Nervadura "T"

$$b_w = 13$$

$$b = 73$$

$$A = \frac{b}{b_w} = \frac{73}{13} = 5.62$$

$$C_t = 1 + (5.62-1)(0.143)^3 + \frac{3(1-0.143)^2(5.62-1)}{1+(0.143)(5.62-1)} = \underline{\underline{1.89}}$$

$$I_b = 1.89 (13 \times \frac{(35)^3}{12}) = \underline{\underline{87,787 \text{ cm}^4}}$$

Nervadura "T"

$$b_w = 16$$

$$b = 76$$

$$A = \frac{b}{b_w} = \frac{76}{16} = 4.75$$

$$C_t = 1 + (4.75-1)(0.143)^3 + \frac{3(1-0.143)^2(0.143)(4.75-1)}{1+(0.143)(4.75-1)} = \underline{\underline{1.78}}$$

$$I_b = 1.78 (16 \times \frac{(35)^3}{12}) = \underline{\underline{101,757 \text{ cm}^4}}$$

El momento de inercia de la viga equivalente en la zona central se obtiene sumando los momentos de inercia parciales anteriores.

$$I_c = 4 \times 92,539 + 4 \times 87,787 + 1 \times 101,757 = \underline{\underline{823,061 \text{ cm}^4}}$$

Momento de inercia en el cabezal (entre ejes 3-4)

$$b_w = 156$$

$$b = 187.25$$

$$A = 1.20 \quad I_b = 1.06 (156 \times \frac{(35)^3}{12}) = 590,818 \text{ cm}^4$$

$$C_t = 1 + (1.20-1.00)(0.143)^3 + \frac{3(1-0.143)^2(0.143)(1.20-1)}{1+(0.143)(1.20-1)} = \underline{\underline{1.06}}$$

Momento de inercia en el cabezal (entre ejes 3-2)

$$bw = 154$$

$$b = 184.85$$

$$C_t = 1.06$$

$$A = 1.20$$

$$I_b = 1.06 \left( 154 \times \frac{(35)^3}{12} \right) = \underline{\underline{583,243 \text{ cm}^4}}$$

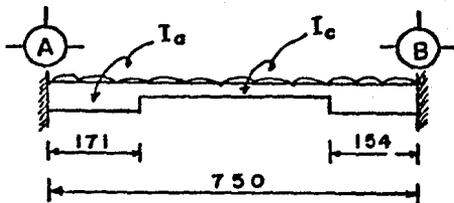
El momento de inercia de la viga equivalente en la zona del cabezal se obtiene sumando los momentos de inercia parciales anteriores.

$$I_a = 2 \times 92,539 + 590,818 + 583,243 + 2 \times 87,787 = \underline{\underline{1'534,713 \text{ cm}^4}}$$

## 2. Cálculo de las rigideces del marco equivalente

Tramo A-B ; Para dicho cálculo se utilizará la tabla --  
=====

No. 1 y la gráfica No. 1



$$I_a = 1'534,713 \text{ cm}^4$$

$$I_c = 823,061 \text{ cm}^4$$

$$\lambda L_1 = 163$$

$$L_1 = 750 \therefore \lambda = \frac{163}{750} = 0.22$$

Con  $\lambda = 0.22$  de la gráfica No. 1 tenemos;

$$k = 5.10 \quad K_{AB} = k \frac{EI_c}{L} = 5.10 \times \frac{E \times 823,061}{750} = \underline{\underline{5,597E}}$$

$$F.T. = 0.50$$

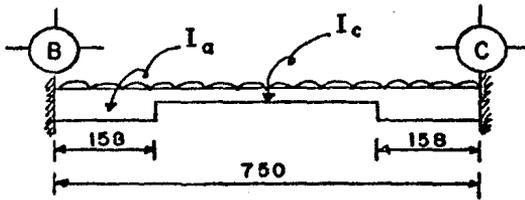
=====

Momento de empotramiento

$$M_e = MWL_2 L_1^2 = 0.085 \times 1.3 \times 7 \times (7.5)^2 = \underline{\underline{43.51 \text{ T-M}}}$$

=====

Tramo B - C



$$I_a = 1'534,713 \text{ cm}^4 \quad \lambda = \frac{158}{750} = \underline{\underline{0.21}}$$

$$I_c = 823,061 \text{ cm}^4$$

$$\lambda L_1 = 158 \therefore L_1 = 750$$

$$k = 5 \quad K_{BC} = 5 \times \frac{E \times 823,061}{750} = \underline{\underline{5,487 E}} \quad ; \quad \underline{\underline{F.T. = 0.50}}$$

$$M_e = 0.084 \times 1.3 \times 7 \times (7.5)^2 = \underline{\underline{42.99 \text{ T-M}}}$$

Rigidéz de la columna equivalente.

$$l_{co-1} = 370 \text{ cm.}$$

$$h = 35 \text{ cm.}$$

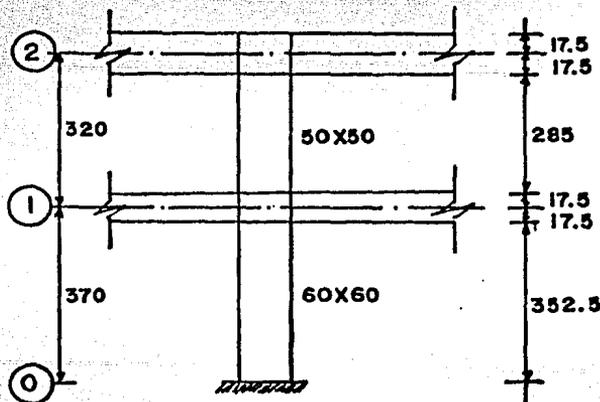
$$l_{c1-2} = 320 \text{ cm.}$$

$$I_{o-1} = 1'080,000$$

$$I_{1-2} = 520,833$$

$$\lambda_1 = \frac{17.5}{320} = 0.047$$

$$\lambda_2 = \frac{17.5}{370} = 0.055$$



de la gráfica No. 1 con  $\lambda_1 = 0.047$  y  $\lambda_2 = 0.055$  obtenemos

$$k_1 = 4.9 \quad ; \quad k_2 = 5.00$$

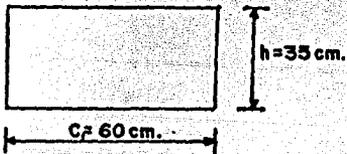
$$K_{co-1} = 4.9 \times \frac{E \times 1'080,000}{370} = \underline{\underline{14,302 E}}$$

$$K_{c1-2} = 5 \times \frac{520,833 \times E}{320} = 8,138 E$$

Rigidéz torsionante de la Viga.

$$\frac{K_t}{E} = \frac{9 C E}{L_2 (1 - \frac{C^2}{L_2^2})^3} \quad \therefore C = (1 - 0.63 \frac{X}{Y}) \frac{X^3 Y}{3}$$

Para nuestro caso tenemos,



$$X = 35 \text{ cm.} \quad C = (1 - 0.63 \frac{35}{60}) \frac{(35)^3 60}{3} = 542,369$$

$$Y = 60 \text{ cm.}$$

$$\frac{K_t}{E} = \frac{9 \times 542,369 \times E}{700 (1 - \frac{60}{700})^3} = 9,124 E$$

Finalmente la rigidéz de la columna equivalente es :

$$K_{ec} = \frac{\sum K_c}{1 - \sum K_c / K_t} = \frac{14,302 + 8,138}{1 - \frac{14,302 + 8,138}{9,124}} = \frac{22,440}{3.46} = \underline{\underline{6,486 E}}$$

Factores de Distribuci3n.

NUDO "A"

	$\times 10^4 E$	F.d.
$K_{ec}$	0.6486	0.54
$K_{AB}$	0.5597	0.46
$\Sigma$	1.2083	1.00

NUDO "B"

	$\times 10^4 E$	F.d.
$K_{ec}$	0.6486	0.37
$K_{BA}$	0.5597	0.32
$K_{BC}$	0.5487	0.31
$\Sigma$	1.757	1.00

### 2.3. Análisis del marco equivalente

Momento máximo positivo  $M_x = \frac{WL^2}{8} - M_e$   
 =====

Derivando la ecuación de Momento se obtiene el cortante

$\frac{dMx}{dx} = V - Wx$   
 =====

Cortante isostático  $V_{isos} = \frac{WL}{2}$

Cortante Hiperestático  $V_{hiper} = \frac{M.F.(izquierda) + M.F.(derecha)}{L}$

Cortante total  $V_{tot} = \underline{\underline{V_{isos} + V_{hiper}}}$

Puntos de inflexión  $V - WX = 0 \therefore X = \frac{V}{W}$

Distribución de momentos finales.

$\alpha_1 = \frac{E_{cb} I_{sb}}{E_{cs} I_s} = \frac{I_{sb}}{I_s}$  ya que  $E_{cb} = E_{cs}$

pero  $I_{sb} = 0$  (ya que no hay vigas de apoyo)  $\therefore \underline{\underline{\alpha_1 = 0}}$

La relación de claros es :  $\frac{L_2}{L_1} = \frac{700}{750} = 0.93$

ahora se calcula  $\beta_t$  :

$B_t = \frac{E_{cb} C}{2E_{cs} I_s} = \frac{C}{2I_s} = \frac{542,369}{2(1'534,713)} = 0.18$

Para momentos negativos en apoyos extriories, el porcentaje para las columnas es el siguiente:

$$\beta_t = 0 \quad 100\%$$

$$\beta_t \geq 2.5 \quad 75\%$$

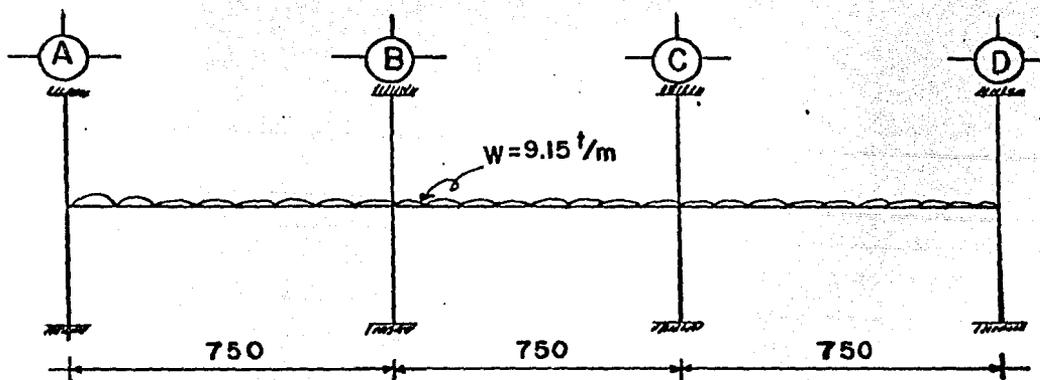
Interpolando entre los Valores para

$$\beta_t = 0.18 \quad 98.2\%$$

Para momentos negativos en apoyos interiores es del 75% y para momentos positivos es del 60%.

Marco "3"

Nivel "1"



$$F. T. = 0.50$$

Nudo	A		B			C			D	
	V	H	H	V	H	H	V	H	H	V
F.d.	0.54	0.46	0.32	0.37	0.31	0.31	0.37	0.32	0.46	0.54
Me		-43.51	+43.51		-42.99	+42.99		-43.51	+43.41	
1a.d	+23.50	+20.01	- 0.16	-0.19	- 0.17	+ 0.17	+0.19	+ 0.16	-20.01	-23.50
T		- 0.08	+10.00		+ 0.09	- 0.09		-10.00	+ 0.08	
2a.d	+ 0.04	+ 0.04	- 3.23	-3.73	- 3.13	+ 3.13	+3.73	+ 3.23	- 0.04	- 0.04
T		- 1.62	+ 0.02		+ 1.57	- 1.57		- 0.02	+ 1.62	
3a.d	+ 0.87	+ 0.75	- 0.51	-0.59	- 0.49	+ 0.49	+0.59	+ 0.51	- 0.75	- 0.87
Ma	+24.41	-24.41	+49.63	-4.51	-45.12	+45.12	+4.51	-49.63	+24.41	-24.41
Visos.		+34.31	-34.31		+34.31	-34.31		+34.31	-34.31	
Vhiper.		+ 3.36	+ 3.36		---	---		- 3.36	- 3.36	
Vcorrec.		+37.67	-30.95		-34.31	-34.31		+30.95	-37.67	
Vtotal	37.67		65.26			65.26			37.67	
X	3.38			3.75			3.38			
Mu(+)	27.32			14.71			27.32			

$$X_{AB} = \frac{V}{W} = \frac{30.95}{9.15} = 3.38 ; X_{BC} = \frac{34.31}{9.15} = 3.75 ; X_{CD} = \frac{30.95}{9.15} = 3.38$$

$$M_{u(+)}_{AB} = \frac{WL^2}{8} - Me = 27.32 \text{ T-M}$$

$$M_{u(+)}_{BC} = \frac{WL^2}{8} - Me = 14.71$$

El momento al paño de columna se obtiene substituyendo en la fórmula de  $M_x$  el valor de  $x = 0.30$  que es la distancia del eje de columna a paño de columna.

El cortante a paño de columna, se obtiene por la relación de triángulos semejantes.

Momentos al paño de columna;

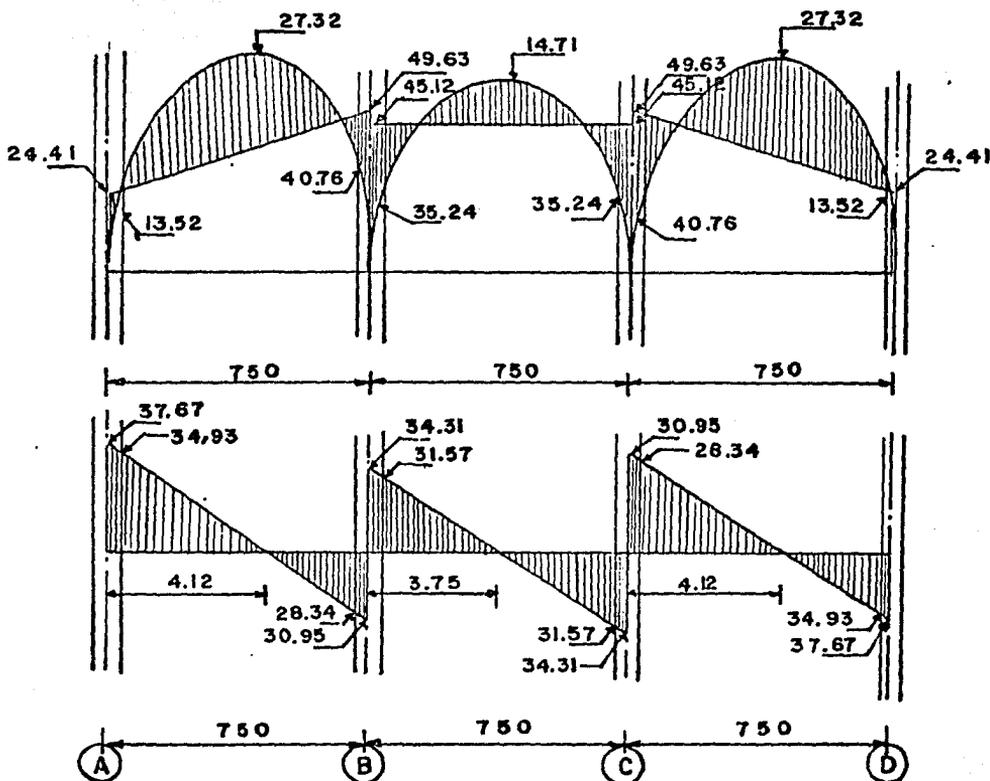
$$M_x = V(x) - M.F. - \frac{Wx^2}{2}, \quad M_A = -13.52 \text{ T-M}; \quad M_{AB} = 40.76 \text{ T-M}; \quad M_B = 35.24 \text{ T-M}$$

Cortante al paño de columna.

$$\frac{37.67 + 30.95}{7.5} = \frac{V_{x_A} + 30.95}{7.5 - 0.30} \therefore V_{x_A} = 34.93$$

$$\frac{30.95 + 34.31}{7.5} = \frac{V_{x_{BA}} + 34.31}{7.5 - 0.3} \therefore V_{x_{BA}} = 28.34 \text{ Ton.}$$

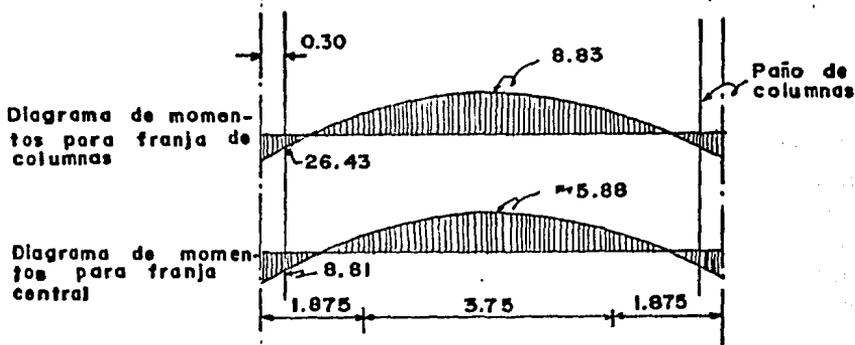
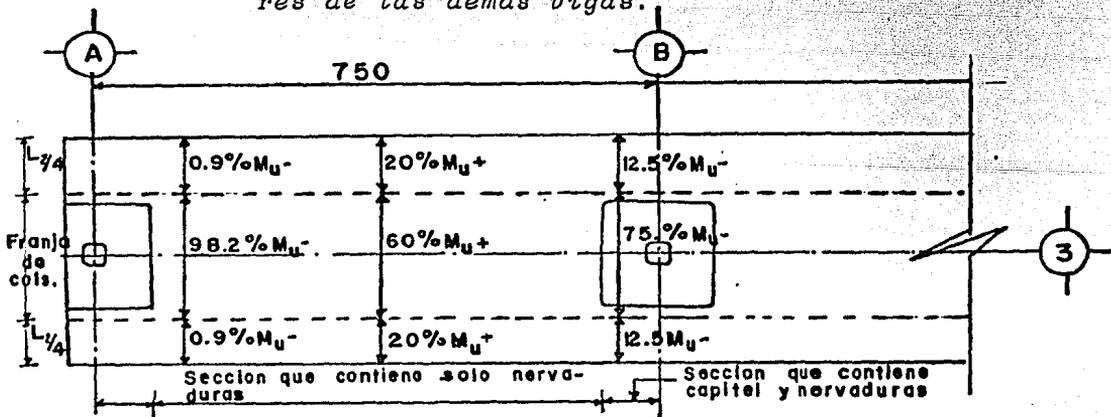
$$\frac{34.31 + 34.31}{7.5} = \frac{V_{x_B} + 34.31}{7.5 - 0.3} \therefore V_{x_B} = 31.57 \text{ Ton.}$$



Los momentos que aparecen en la tabla son los que actúan a paño de columnas ya que son los que deben usarse para el diseño.

V i g a	Mu ton-m	Franja de Columnas		F. Central
		%	Mu ton - m	Mu ton - m
A - B	-13.52	98.20	-13.28	- 0.24
	+27.32	60.0	+16.39	+ 10.93
	-40.76	75.0	-30.57	+ 10.19
B - C	-35.24	75.0	-26.43	- 8.81
	+14.71	60.0	+ 8.83	+ 5.88

NOTA: Como el marco es simétrico no se anotan los valores de las demás vigas.



2.5. Diseño de Elementos Estructurales.

1. Diseño por Flexión.

Para un ancho equivalente  $L_2 = 700$  cm. tenemos las siguientes nervaduras entre los capiteles:

5 N. de 16 cm.

4 N. de 18 cm.

Para la sección correspondiente a las columnas.

2 N. de 16 cm.

2 N. de 18 cm.

1 C. de 310cm.

Para la zona de momento positivo se tiene:

3 N. de 16 cm.

2 N. de 18 cm.

Para la franja central.

2 N. de 16 cm.

2 N. de 18 cm.

Debido a la simetría de la planta se analizará únicamente los tramos A-B y B-C; cuyos resultados se anotan en la siguiente tabla.

Fórmulas para Diseño

$$M_r = b d^2 f'_c q (1 - 0.59 q) \quad \rho_b = \beta_1 \frac{0.85 f'_c}{f_y} \frac{6000}{6000 + f_y} \therefore \beta_1 = 0.85$$

$$M_u = \phi b d^2 f'_c q (1 - 0.59 q)$$

$$M_u = \phi M_r$$

$$A_s = \rho b d$$

$$q = \rho \frac{f_y}{f'_c}$$

$$M_u = \phi A_s d f_y (1 - 0.5 q)$$

$$\rho = 0.75 \rho_b$$

$$A_s = \frac{M_u}{\phi f_y d (1 - 0.59 q)}$$

$$\rho_{min} = \frac{14}{f_y}$$

V i g a	Mu Ton-M		Amcho de elementos (cm.)	Mu Ton-M		
	F. columnas	F. central		F. columnas	F. central	
A - B	-13.28	- 0.24	C	310.00	13.28	----
			N	16.00	---	0.06
			N	18.00	---	0.06
	+16.39	+10.93	N	16.00	3.12	2.08
			N	18.00	3.51	2.34
			C	310.00	30.57	----
-30.57	-10.19	N	16.00	---	1.94	
		N	18.00	---	2.18	
		C	310.00	26.43	----	
B - C	-26.43	- 8.81	N	16.00	---	2.07
			N	18.00	---	2.33
	+ 8.83	+ 5.88	N	16.00	1.68	1.12
			N	18.00	1.89	1.26

Substituyendo valores en las fórmulas se obtiene

$$P_b = \frac{0.85 \times 0.85 \times 200}{4200} \frac{6000}{6000 + 4200} = 0.0202 \quad P_b = 0.0202$$

$$P_{max} = 0.75(0.0202) = 0.01515 \quad P = 0.01515$$

$$q_{max} = 0.01515 \times \frac{4200}{200} = 0.3181 \quad q = 0.3181$$

$$P_{min} = \frac{14}{4200} = 0.0033 \quad P_{min} = 0.0033$$

$$q_{min} = 0.0033 \times \frac{4200}{200} = 0.070 \quad q_{min} = 0.070$$

$$\phi f_y d (1 - 0.59q) = 0.9 \times 4200 \times 30 (1 - 0.59 \times 0.3181) = 92,117$$

Area de Acero

$$A_B = \frac{Mu}{92,117}$$

Para la viga A-B (franja de columnas)

$M_u = +3.5L T-M$ ;  $b = 18.0 \text{ cm.}$ ;  $d = 30 \text{ cm.}$

Substituyendo valores en la expresión de  $M_r$

$$Q = \frac{M_r}{\phi b d^2 f'_c} \frac{351,000}{0.9 \times 18 \times (30)^2 \times 200} = 0.135$$

Con este valor se entra a la gráfica No. 2 y se obtiene el valor de la cuantía o índice de refuerzo necesaria para resistir el momento último de diseño.

$$\text{de donde } q = 0.140 < q_{\text{máx}} = 0.3181$$

$$\rho = 0.140 \frac{200}{4200} = 0.0067 > \rho_{\text{mín}} = 0.0033$$

$$A_s = 0.0067 \times 16 \times 30 = 3.22 \text{ cm}^2 \therefore \text{se usarán 2 Vars. del \#4 y 1 del \#3 (} A_s = 3.25 \text{ cm}^2 \text{)}$$

Para el capitel del apoyo exterior, solo se calculará el área de acero necesario para resistir el momento calculado y la separación entre barras.

$$M_u = 13.28 \text{ T-M}; A_s = \frac{M_u}{92,117}; S = \frac{a_s b}{A_s} \quad S_{\text{máx}} = 3h$$

Substituyendo valores tenemos:

$$A_s = \frac{1'328,000}{92,117} = 14.42 \text{ cm}^2 \text{ Se usarán Vars. del \#4 (} a_s = 1.27 \text{ cm)}$$

$$S = \frac{1.27 (310)}{14.42} = 27.30 \text{ cm} \therefore \text{Se colocarán Vars. \#4 c25 para el momento negativo.}$$

Franja Central.

$$M_u = -0.06 \text{ T-M}; N. \text{ de } 16.0 \text{ cm.}$$

$$Q = \frac{6000}{0.9 \times 16 \times (30)^2 \times 200} = 0.00231 < q_{\text{mín}} \therefore \text{Se usa } q_{\text{mín}} = 0.070$$

$$\rho = 0.070 \frac{200}{4200} = 0.0033$$

$$A_s = 0.0033 \times 16 \times 30 = 1.58 \text{ cm}^2 \therefore \text{Se usarán 2 Vars. del \#3 y una del \#2.5}$$

Para  $M_u = + 2.08 T - M$

$$Q = \frac{208,000}{2'592,000} = 0.08 \quad \therefore \quad q = 0.095 > q_{min}$$

$$P = 0.095 \frac{200}{4200} = 0.00452$$

$$A_s = 0.0045 \times 16 \times 30 = 2.17 \text{ cm}^2 \quad \therefore \quad \text{Se usarán 2 Vars. del \#4}$$

Para  $M_u = -1.94 T - M$

$$Q = \frac{194,000}{2'592,000} = 0.074 \quad q = 0.075 > q_{min}$$

$$P = 0.075 \frac{200}{4200} = 0.0036$$

$$A_s = 0.0036 \times 16 \times 30 = 1.73 \text{ cm}^2 \quad \text{Se usarán 2 Vars. del \#4 y una del \#3}$$

En las tablas siguientes se anotan los resultados de toda la viga equivalente.

Franja de Columnas

V i g a	elemento	$M_u$ T-M	Q	q	P	$A_s$ cm <sup>2</sup>	N. de Barras
A - B	C. 310.00	13.28	---	---	---	14.42	1 #4 25 cm.
	N. 16.00	3.12	0.120	0.125	0.00595	2.85	2 #4 + 1 # 2.5
	N. 18.00	3.51	0.135	0.140	0.0067	3.22	2 #4 + 1 # 3
	C. 310.00	30.57	---	---	---	33.19	1 #6 25 cm.
B - C	C. 310.00	26.43	---	---	---	28.69	1 #6 30 cm.
	N. 16.00	1.68	0.064	0.064	0.0033	1.58	2 #3 + 1 # 2.5
	N. 18.00	1.89	0.065	0.065	0.0033	1.58	2 #3 + 1 # 2.5

Nota: Observese que las nervaduras de la franja de columnas, solo se diseñan

para momento positivo, ya que el momento se aproxima a ce ro en la unión con los capiteles.

Franja Central

V i g a	Elemento	Mu T-M	Q	q	P	As cm <sup>2</sup>	N. de Barras
A - B	N. 16.00	0.06	0.00231	0.070	0.0033	1.58	2 # 3 + 1 # 2.5
		2.08	0.08	0.095	0.0045	2.17	2 # 4
		1.94	0.074	0.075	0.0036	1.73	2 # 4 + 1 # 3
	N. 18.00	0.06	0.00205	0.070	0.0033	1.78	1 # 4 + 1 # 3
		2.34	0.080	0.082	0.0039	2.10	2 # 4
		2.18	0.074	0.076	0.0036	1.95	1 # 4 + 1 # 3
B - C	N. 16.00	2.07	0.079	0.082	0.0039	2.10	2 # 4
		1.12	0.0432	0.040	0.0033	1.58	2 # 3 + 1 # 2.5
	N. 18.00	2.33	0.079	0.082	0.0039	2.10	2 # 4
		1.26	0.432	0.040	0.0033	1.78	1 # 4 + 1 # 3

Longitud de desarrollo según el Reglamento ACI

Ld ; para varillas sujetas a tensión  $Ld = \frac{0.05 Abfy}{f'_c}$  pero

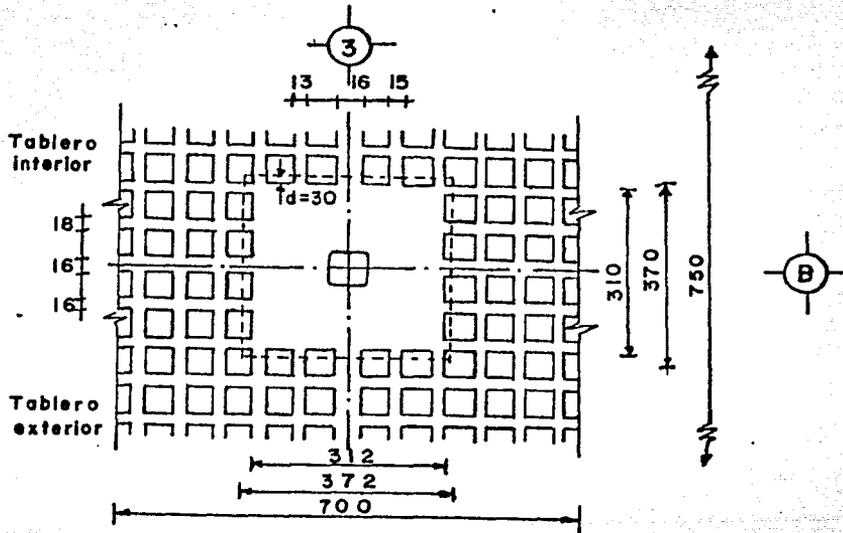
Ld  $\geq$  30 cm.  $\therefore$  Ab = área de una varilla individual en cm<sup>2</sup>

Ld ; para varillas corrugadas en compresión Ld = 20 cm.

Varillas	Ld
# 2.5, 3 y 4	30
# 5	36
# 6	50

1. Diseño por Cortante.- Primero se hará el diseño por cortante en nervaduras y posteriormente en la sección crítica alrededor de las columnas.

Primeramente se analizará el tablero exterior el cual comprende 10 nervaduras a una distancia "d" del paño del capitel el cual se ilustra en la siguiente figura.



Perímetro de la sección crítica a una distancia "d" del paño del capitel.

$$312.00 + 2 (30) = 372.00 \text{ cm.} \quad \text{en dirección del eje "B"}$$

$$310.00 + 2 (30) = 370.00 \text{ cm.} \quad \text{en dirección del eje "3"}$$

Perímetro de la sección crítica hasta la primera nervadura transversal.

$$312.00 + 2 (60) = 432.00 \text{ cm.} \quad \text{en dirección del eje "B"}$$

$$310.00 + 2 (60) = 430.00 \text{ cm.} \quad \text{en dirección del eje "3"}$$

Area donde se reducen las cargas  $A = (7.0 \times 7.50) - (3.12 \times 3.10) = \underline{\underline{42.83m^2}}$

Como solo se está considerando la mitad de las nervaduras que están alrededor del capitel; el cortante que actúa sobre ellos solo será la mitad-

del total;  $V_u = 0.5 \sqrt{w}A + V_{hip.}$   
 =====

$0.5 \sqrt{w}A = \text{Visost.}$

$w = \text{Carga de diseño en ton/m}^2$

$A = \text{Area donde se deducen la --}$   
 cargas en  $m^2$

$V_{hip.} = \text{Cortante hiperestático en}$   
 el apoyo.

$V_u = 0.5 (1.307)(42.83) + \frac{49.63-24.41}{7.5} = 31.35 \text{ TON.}$   
 =====

Area de las 10 nervaduras que resisten el cortante:

$a_m = 3(16.00) + 2(18.00) + 2(16.00) + 2(18.00) \times 30 = 4,560 \text{ cm}^2$   
 =====

Esfuerzo cortante que actúa.

$V_m = \frac{V_u}{a_m} = \frac{31.35 \text{ ton.}}{0.85(4,560) \text{ cm}^2} = \frac{31,350}{3,876} = 8.09 \text{ kg/cm}^2$   
 =====

Esfuerzo cortante que resiste el concreto.

$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} = 0.53 \sqrt{200} = 7.49 \text{ kg/cm}^2$   
 =====

Como  $V_m > V_c \therefore$  se necesitan estribos.

$V_s = 8.09 - 7.49 = 0.60 \text{ kg/cm}^2 < 1.1 \sqrt{f'_c} = 15.55 \text{ kg/cm}^2$

La separación de los estribos es la siguiente:

$S = \frac{A_v f_y}{b V_s} = \frac{(0.32)(4200)}{16 \times 0.60} = 140 \text{ cm.}$  Se pondrán por especificación.  
 =====

La especificación por separación es  $d/2 \quad S = \frac{30}{2} = 15 \text{ cm}$   
 =====

Revisión hasta la cara de la primera nervadura transversal:

$$V_u = [34.31 \times 0.81 - (3.93 \times 3.92) - (3.12 \times 3.10)(1.307)(0.5)] = 6.06 \text{ ton.}$$

Area de las nervaduras (14 nervaduras)

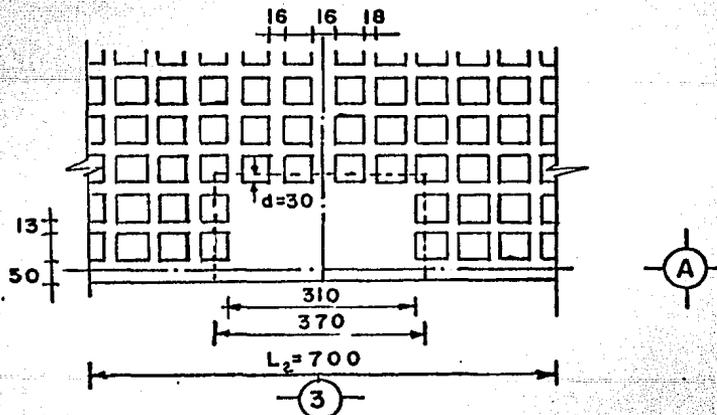
$$a_m = [16 + 3(13) + 3(15) + 16 + 3(16) + 3(18)] (30) = \underline{\underline{6540 \text{ cm}^2}}$$

$$\text{Esfuerzo cortante que actúa } V_m = \frac{6060}{0.85(6540)} = \underline{\underline{1.09 \text{ kg/cm}^2}}$$

$$\text{Esfuerzo cortante que resiste el concreto } V_c = 7.49 \text{ kg/cm}^2$$

$\therefore V_c > V_m$  Por lo tanto después de la primera nervadura no se necesitan estribos.

Revisión por cortante en nervaduras del lado de la columna exterior, los cuales se ilustran en la siguiente figura.



$$V_u = V_{isos.} - V_{hiper.} + [F.C. \cdot bh \cdot e + F.C. \cdot b \cdot C.V.] [L_2 - (L_{cap} + 2d)]$$

$$V_u = 26.90 - 2.8 + [1.4 \times 0.50 \times 0.35 \times 2.4 + 1.7 \times 0.50 \times 0.25] [7.0 - 3.70]$$

$$V_u = 24.10 + 2.64 = 26.74 \text{ ton.}$$

Area que resiste el cortante.

$$a_m = [50 + 2(13) + 2(16) + 16 + 2(18) + 2(13) + 50] (30) = 7,080 \text{ cm}^2$$

Esfuerzo cortante que actúa en la sección.

$$V_m = \frac{V_u}{a_m} = \frac{26,740}{0.85(7,080)} = 4.44 \text{ kg/cm}^2$$

Esfuerzo cortante que toma el concreto,  $V_c = 7.49 \text{ kg/cm}^2$

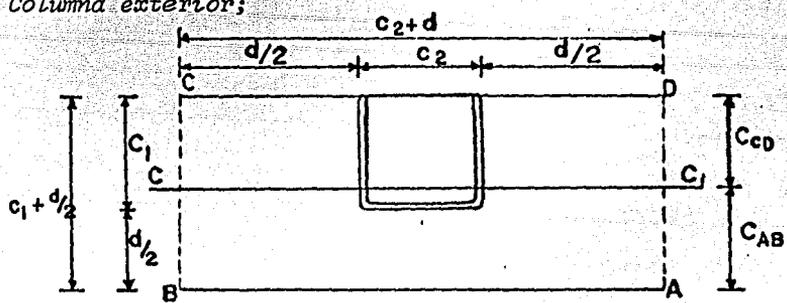
$\therefore V_c > V_m$  por lo tanto no es necesario reforzar por cortante. Cortante alrededor de las columnas; la revisión se hace por dos casos; el primero, es cuando la losa está sujeta a esfuerzos en dos direcciones y la falla puede ocurrir por penetración o cuando la losa actúa como viga ancha.

En este ejemplo solamente se revisará por penetración.

2. Revisión por penetración; el esfuerzo cortante máximo - - afectado por el factor de carga se calcula con la fórmula siguiente.

$$V_{uAB} = \frac{V_u}{\phi A_c} + \frac{\gamma_v M_u C_{AB}}{J_o} \therefore \gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + 2/3 \sqrt{(c_1 + d)/(c_2 + d)}}$$

Columna exterior;



El esfuerzo que toma el concreto

$$V_c = 1.1 \sqrt{f'_c} = 1.1 \sqrt{200} = 15.55 \text{ kg/cm}^2$$

$$c_1 = c_2 = 60 \text{ cm. ; } d = 30 \text{ cm. ; } c_2 + d = 90 \text{ cm. ; } c_1 + d/2 = 75 \text{ cm.}$$

Centroide del área crítica.

$$C_{AB} = \frac{2(c_1 + d/2)(d/2) \left(\frac{c_1 + d/2}{2}\right) + (c_2)(d/2)(c_1 + d/4)}{2(c_1 + d/2)(d/2) + c_2(d/2)}$$

$$C_{AB} = \frac{2(75)(15)(37.5) + (60)(15)(67.5)}{2(75)(15) + (60)(15)} = \frac{145.125}{3.150} = \underline{\underline{46.07 \text{ cm.}}}$$

$$C_{CD} = 75 - 46.07 = \underline{\underline{28.93 \text{ cm.}}}$$

$$J_r = 1 - \frac{1}{1 + 2/3 \sqrt{90/90}} = 0.40$$

$$J_r = \underline{\underline{0.40}}$$

Area de la sección crítica.

$$A_c = 2(c_1 + d/2)d + (c_2 + d)d = 2(75)(30) + (90)(30) = \underline{\underline{7,200 \text{ cm}^2}}$$

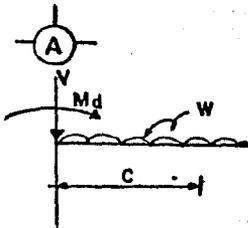
Propiedad de la sección crítica supuesta análoga al momento polar de inercia.

$$J_c = \frac{d(c_1 + d/2)^3}{6} + \frac{(c_1 + d/2)d^3}{6} + 2d(c_1 + d/2) \left[ \frac{c_1 + d/2}{2} - C_{AB} \right]^2 + d(c_2 + d) C_{AB}^2$$

$$J_c = \frac{30(75)^3}{6} + \frac{(75)(30)^3}{6} + 2(30)(75) \left[ \frac{75}{2} - 46.07 \right]^2 + (30)(90)(46.07)^2$$

$$J_c = 2'109,375 + 337,500 + 330,502 + 5'730,601 = \underline{\underline{8'507,978 \text{ cm}^4}}$$

El momento que se usa en la fórmula para determinar el esfuerzo cortante máximo, debe ser el desbalanceado que actúa en el centroide de la sección crítica. Entonces primero, se determina el momento desbalanceado en el eje de la columna y después planteando la ecuación de momentos, podremos conocer el momento desbalanceado en el centroide de la sección crítica.



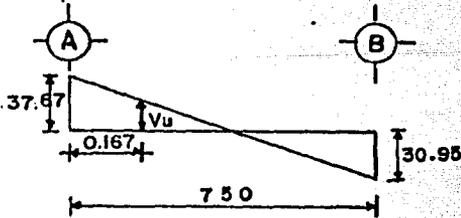
$$V = 37.67 \text{ ton.} \quad M_c = M_d - V(c) - \frac{Wc^2}{2}$$

$$M_d = 24.41 \text{ t-m} \quad \therefore c = 46.07 - 30 = 16.07 \text{ cm} = 0.1607 \text{ m}$$

$$W = 9.15 \text{ ton/m}$$

$$M_{dc} = 24.41 - 37.67(0.1607) - \frac{9.15(0.1607)^2}{2} = 18.24 \text{ t-m}$$

El cortante que debe substituirse en la fórmula también debe de ser el que actúa en el centroide de la sección crítica el cual es :



Por triángulos semejantes tenemos.

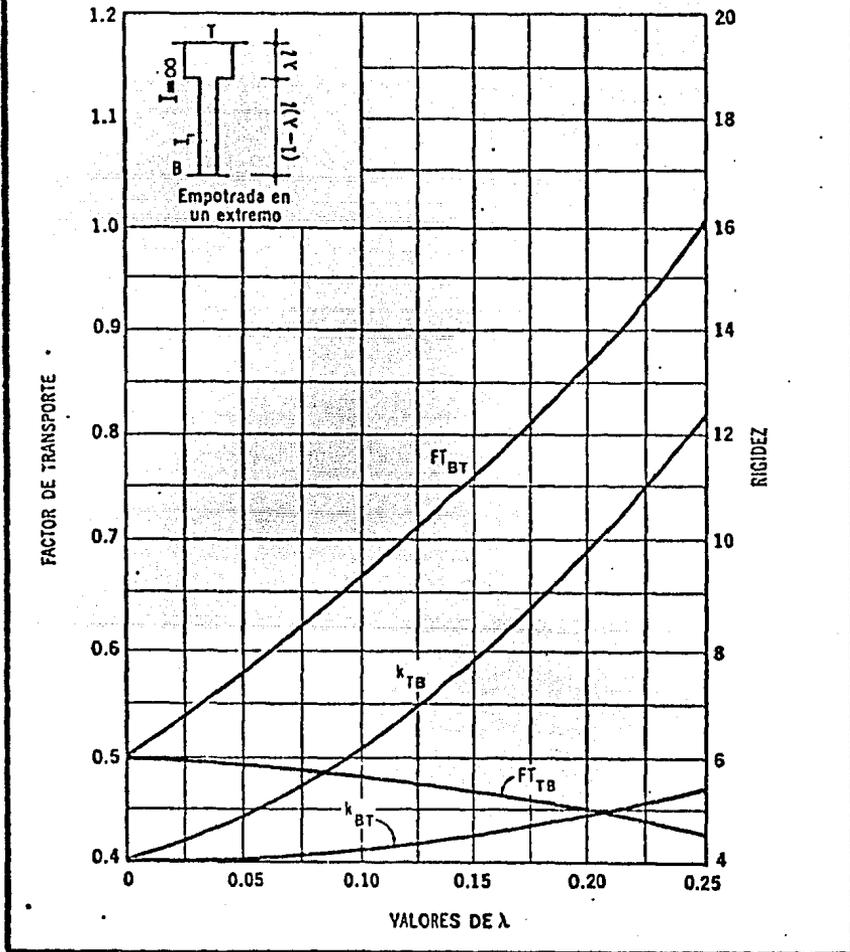
$$\frac{37.67 + 30.95}{7.5} = \frac{V_u + 30.95}{7.5 - 0.1607} \quad \therefore V_u = 36.20 \text{ ton}$$

Substituyendo en la fórmula tenemos

$$V_m = \frac{36,200}{0.85(7,200)} + \frac{0.40 \times 18.24 \times 10^5 \times 46.07}{8'507,978} = 5.92 + 3.95 = 9.87 \text{ kg/cm}^2$$

$\therefore V_m < V_o$  Por lo tanto no es necesario reforzar.

Gráfica para determinar factores de rigidez y transporte para miembros con rigidez infinita en una parte de su longitud.



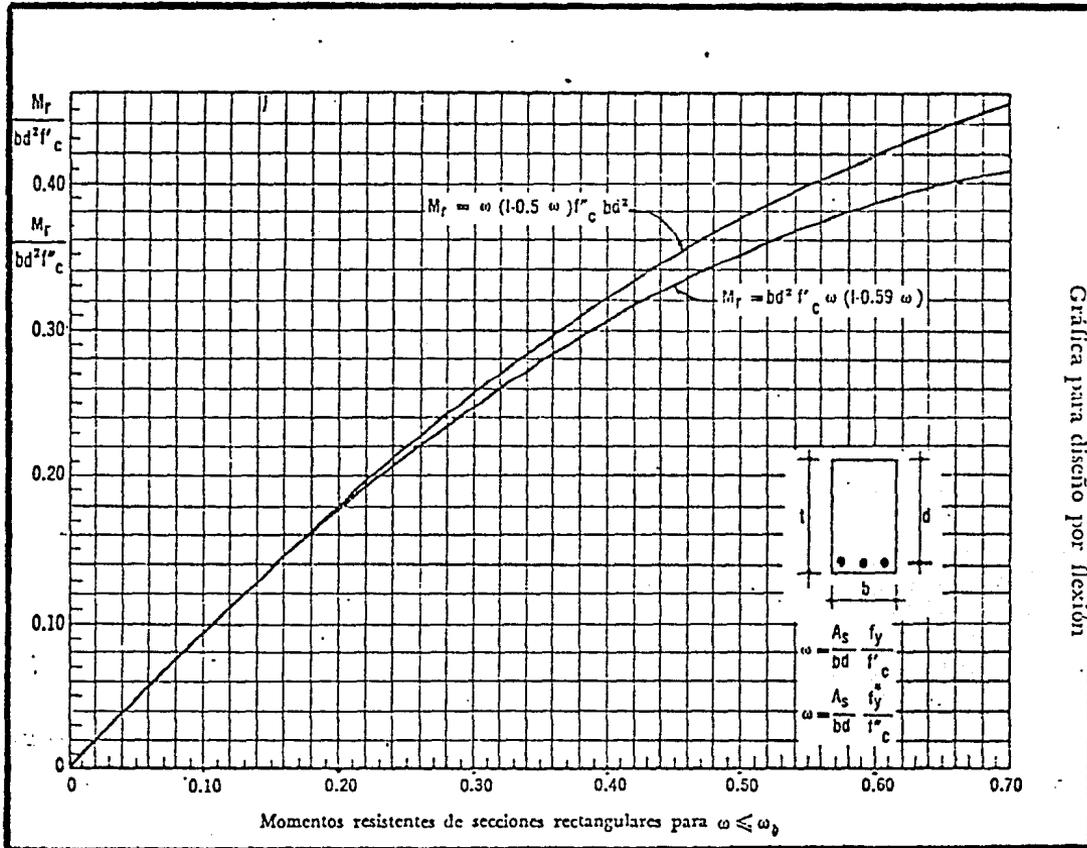
GRAFICA No.1

Rigideces

$$K_{BT} = k_{BT} \frac{EI_1}{L}$$

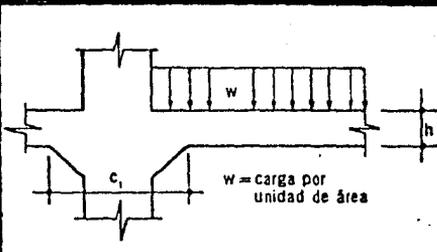
$$K_{TB} = k_{TB} \frac{EI_1}{L}$$

GRAFICA No. 2



Gráfica para diseño por flexión

Constantes para calcular los momentos de empotramiento, rigideces y factores de transporte.



Momentos de empotramiento perfecto =  $Mwl_2^2/2$

Rígidez a flexión =  $K = kEl_2h^3/12l_2$

Factor de transporte = FT

$c_2/l_2$			0.00	0.05	0.10	0.15	0.20	0.25	0.30	0.35	0.40	0.45	0.50
$c_1/l_2$													
0.00	M	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083	0.083
	k	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000	4.000
	FT	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500	0.500
0.05	M	0.083	0.084	0.084	0.084	0.085	0.085	0.085	0.085	0.086	0.086	0.086	0.086
	k	4.000	4.017	4.093	4.138	4.181	4.222	4.261	4.299	4.334	4.368	4.398	4.398
	FT	0.500	0.503	0.507	0.510	0.513	0.516	0.518	0.521	0.523	0.526	0.528	0.528
0.10	M	0.083	0.084	0.085	0.085	0.086	0.087	0.087	0.088	0.088	0.089	0.089	0.089
	k	4.000	4.091	4.182	4.272	4.362	4.449	4.535	4.618	4.698	4.774	4.846	4.846
	FT	0.500	0.506	0.513	0.519	0.524	0.530	0.535	0.540	0.545	0.550	0.554	0.554
0.15	M	0.083	0.084	0.085	0.086	0.087	0.088	0.089	0.090	0.090	0.091	0.091	0.092
	k	4.000	4.132	4.267	4.403	4.541	4.680	4.818	4.955	5.090	5.222	5.349	5.349
	FT	0.500	0.509	0.517	0.526	0.534	0.543	0.550	0.558	0.565	0.572	0.579	0.579
0.20	M	0.083	0.085	0.086	0.087	0.088	0.089	0.090	0.091	0.091	0.092	0.093	0.094
	k	4.000	4.170	4.316	4.459	4.617	4.717	4.910	5.108	5.303	5.509	5.710	5.903
	FT	0.500	0.511	0.522	0.532	0.543	0.554	0.564	0.574	0.584	0.593	0.602	0.602
0.25	M	0.083	0.085	0.086	0.087	0.089	0.090	0.091	0.093	0.094	0.095	0.095	0.096
	k	4.000	4.204	4.420	4.648	4.887	5.138	5.401	5.672	5.952	6.238	6.527	6.527
	FT	0.500	0.512	0.525	0.538	0.550	0.563	0.576	0.588	0.600	0.612	0.623	0.623
0.30	M	0.083	0.085	0.086	0.088	0.089	0.091	0.092	0.094	0.095	0.096	0.098	0.098
	k	4.000	4.235	4.488	4.760	5.050	5.361	5.692	6.044	6.414	6.802	7.205	7.205
	FT	0.500	0.514	0.527	0.542	0.556	0.571	0.585	0.600	0.614	0.628	0.642	0.642
0.35	M	0.083	0.085	0.087	0.088	0.090	0.091	0.093	0.095	0.096	0.098	0.099	0.099
	k	4.000	4.264	4.551	4.864	5.204	5.575	5.979	6.416	6.888	7.395	7.935	7.935
	FT	0.500	0.514	0.529	0.545	0.560	0.576	0.593	0.609	0.626	0.642	0.658	0.658
0.40	M	0.083	0.085	0.087	0.088	0.090	0.092	0.094	0.095	0.097	0.099	0.100	0.100
	k	4.000	4.289	4.607	4.959	5.348	5.778	6.255	6.782	7.365	8.007	8.710	8.710
	FT	0.500	0.515	0.530	0.546	0.563	0.580	0.598	0.617	0.635	0.654	0.672	0.672
0.45	M	0.083	0.085	0.087	0.088	0.090	0.092	0.094	0.096	0.098	0.100	0.101	0.101
	k	4.000	4.311	4.658	5.046	5.480	5.967	6.517	7.136	7.836	8.623	9.514	9.514
	FT	0.500	0.515	0.530	0.547	0.564	0.583	0.602	0.621	0.642	0.662	0.683	0.683
0.50	M	0.083	0.085	0.087	0.088	0.090	0.092	0.094	0.096	0.098	0.100	0.102	0.102
	k	4.000	4.331	4.703	5.123	5.599	6.141	6.760	7.470	8.289	9.234	10.329	10.329
	FT	0.500	0.515	0.530	0.547	0.564	0.583	0.603	0.624	0.645	0.667	0.690	0.690
$X = (1 - c_2/l_2)^2$			1.000	0.856	0.729	0.613	0.512	0.421	0.343	0.274	0.216	0.166	0.125

T A B L A No. 1

## CAPITULO V

### 5. CONCLUSIONES.

*El reglamento del ACI como cualquier otro contienen una serie de limitaciones que deben de reunir las estructuras para que proporcionen una cierta seguridad, contra --- cualquier tipo de falla, por lo cual es recomendable que cuando se realice un análisis o diseño se respeten este tipo de limitaciones, ya que muchas de las veces a este tipo de fallas no se les da el debido interés y estas a lo largo del tiempo pueden llegar a afectar seriamente a la estructura.*

*El método de la estructura equivalente que aparece en el reglamento del ACI-77 a sufrido una serie de modificaciones como es el caso de la ocultación de las vigas en el mismo espesor de la losa y que dicha losa sea dividida en una serie de nervaduras en ambos sentidos que hacen que la losa se forme a base de casetones y que esto influya para que el peso se aligere considerablemente. Una de tantas modificaciones consiste en la colocación de capiteles en la zona de los apoyos, con la finalidad de que tomen el esfuerzo cortante dichos apoyos.*

*Las diferencias que existen en cuanto a los métodos que propone el código del ACI y el método del marco equivalente que proporciona el mismo reglamento es que dicho método determina los valores tanto del momento flexionante*

como de la fuerza cortante en las secciones críticas de la estructura.

Una de las más importantes consideraciones que toma en cuenta el método es el efecto torsionante sobre las vigas de la estructura el cual se considera principalmente en las vigas de borde, ya que otros métodos de diseño de losas no los toman en cuenta.

En resultados obtenidos de estudios tanto físicos como analíticos se ha encontrado que hay congruencia muy satisfactoria entre los momentos calculados sobre las bases de la teoría de la flexión para placas. De tal manera que se puede concluir que el método del marco equivalente suministra un mejoramiento en el procedimiento de diseño.

La consideración que no debe de tomarse en cuenta en el reglamento del ACI es cuando los tableros de las losas los considera aislados, cuando en realidad están formando parte del conjunto de elementos que los integran.

El reglamento del ACI anterior al del ACI-71 nos proporciona una rigidez infinita de la losa dentro de los límites del capitel de la columna, esto nos da como resultado una rigidez y un momento de empotramiento irreal, en consecuencia el método cumple con este requisito, de tal manera que el momento de inercia de la sección ficticia permanece finito, considerando desde luego el incremento de rigidez en la periferia de las columnas.

Las ventajas que puede ofrecer el método del marco equivalente, es cuando se efectúa el cambio en la longitud de las columnas y las losas debido a esfuerzos directos, al igual que las deflexiones debidas al cortante, las cuales pueden despreciarse.

Otra ventaja que nos proporciona el método es que el análisis de cada marco puede analizarse en su totalidad para cargas laterales y por separado para carga vertical, considerando únicamente empotrados los extremos lejanos de las columnas.

Además de que puede aplicarse a cualquier sistema de piso ya sean en losa macisa, losa plana y piso Viga-Losa.

Pero una de las principales ventajas del método es la transformación del sistema tridimensional al sistema bidimensional ya que es mucho más fácil un análisis en el plano que en el espacio.

Al utilizar capiteles en las columnas, puede tomarse en consideración su contribución a la rigidez y su resistencia al momento y al cortante.

Una recomendación que se le pide a las personas que utilizan este método, es que se aseguren que la losa funcione satisfactoriamente bajo cargas de trabajo.

## BIBLIOGRAFIA

1. *Reglamento de las Construcciones del Concreto Reforzado, ACI-318-63 IMCYC, A. C.*
2. *Reglamento de las Construcciones del Concreto Reforzado, ACI-318-71 IMCYC, A. C.*
3. *Reglamento de las Construcciones del Concreto Reforzado, ACI-318-77 IMCYC, A. C.*
4. *Teoría Elemental del Concreto Reforzado, Phil M. Ferguson.*
5. *Concreto Reforzado, Oscar M. González Cuevas, Fco. Robles F.V.*
6. *Análisis Estructural, Rodolfo Luthé.*
7. *Limitaciones del Diseño Plástico, Herbert A Sawyer.*
8. *Diseño Avanzado de Estructuras de Concreto, Otto Fritz.*
9. *Concreto Armado, Otto Fritz.*
10. *Concreto, Marco A. Torres H.*