UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

2E
66

"PROGRAMA PARA COMPUTADORA B-6700 Y MINI COMPUTADORAS DEL ANALISIS DE ARMADURAS EN 3 DIMENSIONES"

P R E S E N T A

LUIS FERNANDO DZIB COBOS

PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERO CIVIL

MEXICO, D. F. NOVIEMBRE 1983

I N D I C E

I. INTRODUCCION.

La ciencia de la computación es casi tan antigua como el hombre mismo.

El hombre de la Edad de Piedra usaba sus dedos y otras partes de su cuerpo para simbolizar números, en forma muy semejante a la que hacen todavía las tribus en la Nueva Guinea.

Por ejemplo, el salvaje usa su dedo índice derecho para señalar en su mano izquierda los números del uno al cinco.

Luego su muñeca izquierda para el número seis, su antebrazo, codo, bíceps, clavícula, hombro, oreja y ojo para contar hasta el trece.

La nariz es el catorce. Después, señalando con su dedo índice izquierdo va por su lado derecho desde el ojo hasta su dedo meñique para los números del quince al veintisiete.

¿Qué sucede después de éso? El salvaje de la Nueva Guinea no va más allá, probablemente porque en su civilización sin complicaciones no necesita contar en números más altos.

El dispositivo computador más antiguo, que ayudaba como máquina, fué el ábaco. Probablemente evolucionó de la tabla de contar babilónica, que fué inventada hace más de 5,000 años. Alrededor de la Primera Guerra Mundial se introdujo el antecesor de la calculadora moderna de escritorio. Podía sumar, restar, multiplicar y dividir. Efectuaba la multiplicación por la adición repetitiva y la división por la resta repetitiva.

Los últimos avances de las computadoras, se debe en parte, al auge que han tenido en los viajes espaciales, ya que para poder poner al primer hombre en la luna, se necesitaron muchos años para poder desarrollar e implantar nuevas técnicas que no hubieran sido factibles de realizar sin el auxilio de las computadoras.

La computadora digital representa la culminación de una larga serie de técnicas de cálculo tales como el ábaco, la regla de cálculo, tablas, nomogramas, calculadoras de escritorio etc., las cuales han tenido una amplicación importante en la práctica de la ingeniería y las ciencias; sin embargo, estas primeras técnicas no han cambiado significativamente la manera de plantear los problemas a resolver en la práctica ingenieril. Por otro lado, siendo la computadora una herramienta infinitamente versátil, de hecho ha requerido un nuevo enfoque en el planteamiento de los módulos para solución de problemas.

Hace 25 años, alrededor de 1950, las computadoras digitales empezaron a ser utilizadas en los trabajos prácticos de ingenieros y científicos.

Hoy en día, las computadoras o los centros de cálculo, con variedad de tamaños y capacidades, se utilizan para los trabajos de todas las organizaciones y empresas de ingeniería. Actualmente se ofrecen ciertos servicios de computador a través de líneas telefónicas según las necesidades del usuario.

El uso de las computadora ha hecho posible el aprovechamiento óptimo de herramientas matemáticas tales como el cálculo matricial y la creación y búsqueda de otras nuevas tendientes a provechar este nuevo enfoque.

Durante el último cuarto de siglo, los autores de textos de análisis estructual han tratado de anticiparse a la tendencia al uso de computadoras y técnicas de computación suministrando las bases apropiadas para las necesidades futuras de sus lectores.

En resumen, la computadora digital más que una nueva herramienta de cálculo, representa un enfoque completamente diferente en métodos, conceptos y formaciones ingenieriles.

Es importante señalar que la computadora únicamente procesa algoritmos, no resuelve problemas, de aquí que sea necesaria una metodología algorítmica en la resolución de los mismos.

En la actualidad existen lenguajes orientados a problemas de alguna disciplina en particular, tal es el caso de los programas STRESS, STRUDL y SAP IV, para el análisis de estructuras que utilizan en la programación la terminología comunmente usada en dicha rama, haciendo más eficiente y sencilla la relación entre el hombre y la máquina.

El propósito de este trabajo es precisamente la utilización de la computadora electrónica digital en la solución de un tipo muy particular de estructuras: las armaduras en tres dimensiones. Las armaduras con nudos articulados constituyen una forma estructural común en la práctica del diseño de estructuras, se usan en puentes, techos de claros grandes y en muchas aplicaciones especiales en que se soportan maquinaria y equipo.

Se desarrollará un programa de computadora que arroje como resultados, una vez definida la forma de la armadura, las fuerzas a las que estará sujeta cada barra de dicha es- - tructura, los desplazamientos en los nudos (puntos donde se unen varias barras y en donde se consideran aplicadas - las solicitaciones) y las reacciones en los apoyos dado un sistema de fuerzas o solicitaciones específicas.

El lenguaje de computadora utilizado para la elaboración - del citado programa será el FORTRAN IV, por considerarse - especialmente adecuado para los fines perseguidos.

Se utilizará una computadora BURROUGHS B-6700, sistema computacional de gran capacidad y que se encuentra localizado en el centro Programa Universitario de Cómputo en Ciudad - Universitaria.

II. METODO MATRICIAL USADO.

II.1 GENERALIDADES.

El análisis estructural es una rama de las ciencias físicas que tienen que ver con el comportamiento de las estructuras bajo determinadas condiciones de diseño. Las estructuras se definen como los sistemas que soportan cargas, y la palabra comportamiento se entiende como su tendencia a deformarse, vibrar ó fluir dependiendo de las condiciones a que estén sometidas.

Los resultados del análisis se usan entonces para determinar la forma de las estructuras deformadas y verificar si son adecuadas para soportar las cargas para las cuales se han diseñado.

II.2 GRADO DE INDETERMINACION Y LIBERTAD.

Las estructuras, en cuanto concierne a su comportamiento estático, pueden clasificarse como estables o inestables. Las estructuras estables son aquéllas capaces de soportar un sistema general de cargas cuyos valores están limitados a que no ocurra una falla por deformación excesiva. Las estructuras inestables, por el contrario, no pueden sostener cargas a menos que éstas sean de una naturaleza especial.

Analizando las estrcuturas estables, éstas se clasifican en estáticamente determinadas o indeterminadas. Esto depende de que si las ecuaciones de equilibrio son suficientes para poder determinar las reacciones y fuerzas internas, de resultar suficiente, la estructura se denomina determinada, en caso contrario como - indeterminada, lo cual puede ser internamente o externamente. Si el número de las reacciones es mayor que el número de ecuaciones independientes de equilibrio, la denominamos como externamente indeterminadas. Sin embargo, si algunas fuerzas internas del sistema no - pueden determinarse por estática a pesar de que todas las reacciones sean conocidas, entonces la estructura se clasifica como internamente indeterminada.

El grado de indeterminación de una estructura es el - número de componentes de las reacciones y fuerzas internas desconocidas que sobrepasa al número de ecua-- ciones de condición para el equilibrio estático. El grado de libertad, es el número total de componentes de las deflexiones desconocidas de los nudos libres.

II.3 METODOS DE ANALISIS.

Para el análisis de estructuras lineales, elásticas y estáticamente indeterminadas, contamos con dos métodos fundamentales que son el método de las fuerzas - (o flexibilidades) y el de los desplazamientos (o rigideces).

Cualquier estructura se puede analizar mediante cualquiera de los dos procedimientos. Además, con estos dos métodos fundamentales se dispone de varios tipos de planteamientos.

El método de las fuerzas (o flexibilidades) está asociado con el grado de indeterminación de la estructura y requiere resolver tantas ecuaciones simultáneas como número de redundantes.

El método de rigidez, no tiene en cuenta si la estructura es determinada o indeterminada; lo que importa en este caso es el grado total de libertad del sistema. Contrariamente a lo que sucede en el método de flexibilidad o en cualquier otro método clásico, el método de rigidez es favorable en una Estructura Indeterminada a medida que se hace menor el grado de libertad.

Cada Método involucra la solución eventual de ecuaciones simultáneas en las cuales los desplazamientos de los nudos son las incógnitas en el método de rigidez, las Fuerzas en los elementos en el método de flexibilidad y parcialmente desplazamientos en los nudos y fuerzas en los elementos en el método combinado.

II.4 SELECCION DE UN METODO DE ANALISIS.

Los procedimientos para el análisis de un sistema estructural indeterminado, por cualquiera de los dos métodos básicos (flexibilidad o rigidez), muestran que existe poca diferencia entre uno y otro. Por esta razón la elección de un método sobre otro depende de muchos factores incluyendo el tipo de estructuras a resolver. La elección de las redundantes para el método de las Fuerzas es difícil de automatizar, ya que existen varias alternativas como redundantes y la selección de ellas tiene un efecto significativo sobre la naturaleza y cantidad del esfuerzo de cálculo requerido. Esto representa una gran dificultad cuando se van a analizar sistemas a gran escala por medio de los programas de computadora para uso general.

Para aplicar el método de las Rigideces o de los desplazamientos en la solución de una estructura hiperestática se necesita determinar primero las componentes independientes de los desplazamientos (lineales y angulares) que se desconocen. Estos desplazamientos se consideran las incógnitas del problema y utilizando las relaciones esfuerzo-deformación del material, las fuerzas internas de la estructura se pueden expresar en función de estos desplazamientos.

Por cada componente de desplazamiento desconocido, se establece una ecuación de Equilibrio en función de las fuerzas internas no conocidas, las cuales están expresadas en términos de los desplazamientos. Se forma un sistema de ecuaciones cuyo número es igual al número de componentes de desplazamientos desconocidos.

La solución del sistema de ecuaciones permite conocer los valores de los desplazamientos, con los cuales se pueden calcular las fuerzas internas. De esta forma se determinan todas las fuerzas, excepto las reacciones externas en los apoyos, las que se pueden evaluar por medio de las ecuaciones de equilibrio que no se utilizaron al establecer las ecuaciones para calcular los desplazamientos desconocidos. El análisis se limita al rango elástico de deformaciones.

El buen diseño, como el buen análisis, se basa en prever con certeza el comportamiento de una estructura en las condiciones de servicio.

A menudo en el análisis estructural surge la necesidad de la precisión en la idealización. Se hacen muchas - suposiciones cuando se idealizan estructuras antes del análisis; cada suposición tiende a reducir la verdadera precisión que se obtenga en cálculos subsecuentes.

No todas las estructuras se pueden analizar con precisión. Algunas son tan complicadas que nuestros métodos resultan inadecuados; en estos casos, la estructura se simplifica de manera aproximada antes del análisis, o se construyen modelos estructurales y se prueban en laboratorio.

El método de las rigideces sigue un procedimiento bastante organizado, bien definido y con muy pocas variaciones dependiendo de la estructura analizada, por lo tanto, la mayor parte de los programas usados en el - análisis estructural se basan en él aunque, en general, produce más incognitas que el Método de las Fuerzas. - Esta aparente desventaja se compensa, en mucho, con la generalidad y simplicidad de los programas obtenidos. - La finalidad de este trabajo es la aplicación de las - computadoras electrónicas en el análisis de un tipo de estructuras, en especial las armaduras, se implementará el Método de las Rigideces por considerarse el más adecuado, según las razones antes expuestas.

II.5 APLICACION DEL METODO DE LAS RIGIDECES EN ARMADURAS EN TRES DIMENSIONES.

a) BREVE HISTORIA DEL METODO.

Entre los logros de mayor alcance en la Ingeniería Estructual está la capacidad de analizar automáticamente casi todo tipo de estructura con un elevado grado de precisión y a un costo razonable. La aparición de la computadora digital ha hecho posible este perfeccionamiento. Al aparecer la computadora se crearon de inmediato métodos de análisis adecuados para el cálculo en computadora; el más usado de ellos es el método directo de las rigideces, inventado en la década de 1950.

Al principio de dicha década Samuel Levy sugirió algunas de las ventajas de un método de desplazamiento usando coeficientes de influencia para el análisis de las estructuras de los aviones. Al mismo tiempo, varias otras personas estaban elaborando una variedad de métodos para el análisis con base en métodos matriciales, con objeto de aprovechar la computadora digital. Este confuso conjunto de métodos se consolidó con el tiempo. Turner, Clough, Martín y Topp presentaron el primer tratamiento del método directo de las rigideces hacia el año 1954. Demostraron que la matriz de rigideces, un ordenamiento de los coeficientes de influencia de rigidez que se usan para determinar los desplazamientos, se puede plantear como la superposición de las rigideces de los elementos o miembros.

La dualidad de los métodos de las fuerzas y de los desplazamientos fué demostrada por Argyris y Kelsey en 1960 en su tratamiento de los teoremas de energía. Desde entonces, se ha obtenido una gran unidad de los diversos procedimientos, y se ha visto un rápido aumento en el tamaño de los problemas que se tratan, según aumentan el tamaño y las potencialidades de las computadoras.

b) CARACTERISTICAS DE LAS ARMADURAS.

Una estrctura, en general, está formada por ele-- mentos interconectados, los cuales independientemente de su forma, se consideran en una, dos o tres dimensiones. En realidad un elemento tiene siempre tres dimensiones: longitud, anchura y espesor; sin embargo, si la anchura y el espesor son pequeños en comparación con su longitud, como en el caso de vigas y columnas, tales elementos pueden considerarse como unidimensionales.

En las Armaduras, los elementos están unidos entre sí por nudos rígidos los mismos que por articulaciones sin rozamiento y las cargas se aplican en los - nudos. En consecuencia, los elementos están sometidos únicamente a fuerzas axiales (tensión o compresión). En la práctica, por supuesto, los elementos están unidos entre sí por pernos, tornillos o soldaduras, en lugar de estar unidos por un pasador sin rozamiento y están sujetos a cierta flexión y fuerza cortante. Sin embargo, como las rigideces a la flexión de los elementos de la armadura son en - general, muy pequeñas; los errores por la idealización son también pequeños, ésto se debe al considerarse las uniones como rígidas y el análisis puede desarrollarse de acuerdo con ésto.

Las Armaduras se analizan con facilidad por el Método de las Rigideces. Una Armadura en el espacio tiene sólo tres grados de libertad en cada nudo: - traslación en cada una de las direcciones de las - coordenadas del sistema de referencia (sistema global) que se asocia a la estructura en cuestión.

Por lo tanto, la matriz de rigideces básica del - miembro se determina definiendo tres grados de libertad en cada uno de los extremos de las Barras de la armadura.

La solución de dicho sistema estructural comprenderá, en consecuencia, la obtención de la fuerza axial (tensión o compresión) que esté actuando en cada Barra que forma la estructura, así como los desplazamioentos de los nudos y las reacciones en los apoyos.

c) DESCRIPCION DEL METODO DE LAS RIGIDECES.

El método de la rigidez, denominado con frecuencia - método de los desplazamientos (o método de la pendiente). En lugar de trabajar con esfuerzos (o reacciones) desconocidos, este método introduce desplazamientos como cantidades desconocidas.

Debido a que los nudos son los puntos de referencia de la topología estructural, es apenas lógico y práctico, aunque no obligatorio, seleccionar los desplazamientos en los nudos para este fin.

Como los desplazamientos son las incógnitas, la noción de indeterminación estática se reemplaza por el concepto de indeterminación cinemática, definido por el número de desplazamientos en los nudos admisibles, independientes y desconocidos.

Para un sistema plano de $\underline{m}$ barras con $\underline{j}$ nudos, $\underline{s}$ libertades internas, $\underline{c}$ restricciones internas y $\underline{r}$ res tricciones de reacción, el número total de desplazamientos en los nudos (lineales y angulares) admisibles e independientes es

$$n = 3j + 5 - c - r$$

donde las libertades internas son condiciones especiales, tales como articulaciones internas, guías y los apoyos colgantes. En esta ecuación el número total de nudos incluye todos los nudos internos, los puntos de restricciones y libertades internas y todos los puntos de apoyo.

Aunque la formulación es diferente, las condiciones que se deben satisfacer son las mismas, equilibrio estático y compatibilidad de deformaciones. Con este fin la estructura se descompone, nuevamente, en dos sistemas:

a) Sistema básico, el cual se obtiene fijando los extremos de cada uno de los miembros del sistema inicial, previniendo sus desplazamientos, inmovilizando al sistema; pero conservando otras causas, tales como las cargas aplicadas y el cambio volumétrico. La fijación de los extremos (nudos) convierte esencialmente las estructuras en un sistema de miembros fijos. En consecuencia, el sistema básico es estáticamente indeterminado en alto grado.

b) Sistema complementario, obtenido a partir del sistema inicial, retirando las cargas aplicadas y los cambios volumétricos e introduciendo deformaciones en los extremos desconocidos para cada uno de los miembros, satisfaciendo las restricciones naturales del sistema, como son extremos - de miembros ensamblados en un nudo rígido, sometidos al mismo desplazamiento lineal y angular; extremos de miembros unidos por - medio de una articulación mecánica, sometidos al mismo desplazamiento lineal; extremos inicialmente libres o inicialmente empotrados, los cuales permanecen libres o - empotrados, respectivamente, etc. En consecuencia, el sistema complementario es estáticamente indeterminado en alto grado.

La selección de estos sistemas componentes es arbitraria, siempre que cada uno de ellos esté independientemente en un estado de deformación compatible, consistente con la otra parte del mismo sistema y - sea, además, geométricamente estable.

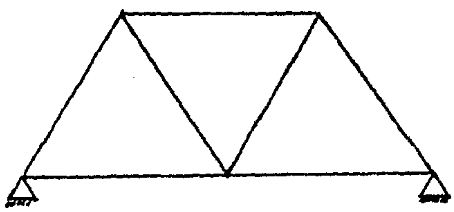
Una estructura es una red contínua de miembros y nudos. Los nudos se encuentran unidos por elementos - denominados barras, se dice que dos barras fijan un nudo. Los nudos se introducen en donde los miembros se cortan o terminan, y donde se colocan los apoyos. Por conveniencia se pueden añadir más nudos; por - ejemplo, en el lugar en que el miembro cambia de sección transversal o donde se requiera conocer los valores de los desplazamientos.

Los nudos son aquellos puntos de la estructura donde se unen los extremos de dos o más barras. Se entiende que estos puntos tienen un desplazamiento libre - en cualquier dirección y que forman articulaciones.

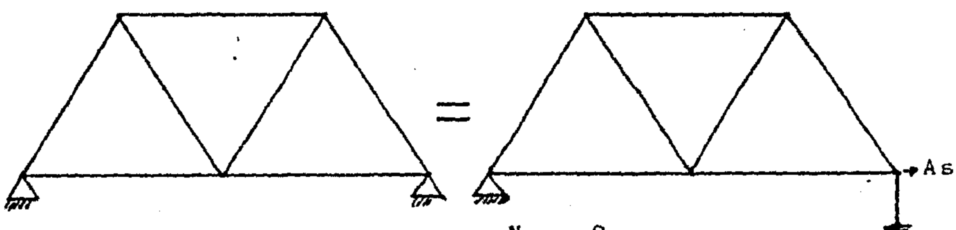
Los componentes de los desplazamientos nodales se llaman grados de libertad. Es suficiente conocer los desplazamientos nodales para definir completamente el perfil deformado de la estructura, porque los miembros siguen una curva elaśtica definida entre los nudos basada en los desplazamientos de sus extremos, en las cargas, y en las propiedades geométricas. Por comodidad, es común que se tomen los componentes del desplazamiento en cada una de las tres direcciones de los ejes de coordenadas mutuamente ortogonales como los tres grados de libertad nodales. Existen seis grados de libertad para cada nudo de una armadura tridimensional y de tres grados de libertad por cada nudo para una en dos dimensiones.

Los nudos dentro de una armadura tendrán una numeración secuencial y serán los únicos lugares en donde se consideran aplicadas las fuerzas externas que actúan en la estructura. Son denominados como apoyos los puntos donde se unen dos o más barras con los elementos encargados de transmitir al suelo, o a otras estructuras las fuerzas o solicitaciones externas que actúan en una armadura.

Los apoyos no tienen desplazamiento en ninguna dirección o solo tienen desplazamiento en una o dos direcciones paralelas a los grados de libertad de la estructura, pero no en las tres direcciones. Cuando el apoyo no tiene desplazamiento en ninguna dirección se denomina "Apoyo Completo" y no se toma como un nudo más de la armadura; en el caso en que tenga algún tipo de desplazamiento se dice que es un "Apoyo Incompleto" y se trata como un nudo más de la armadura, pero con ciertas características de movimiento, lo cual comprende una Barra Ficticia que - tendrá desplazamiento en la dirección no restringida del apoyo. El número de Barras que tenga una armadura se designará como N_b, el número de nudos que posea será N_n y el número de apoyos por N_a.



$N_b = 7$
$N_n = 3$
$N_a = 2$ Apoyos Completos.



Estructura equivalente

$N_b = 8$
$N_n = 4$
$N_a = 2$

Barra ficticia

Se designará como <u>barra</u> a cada uno de los elementos estructurales encargados de transmitir las fuerzas externas o solicitaciones a que se encuentra sujeta una armadura, a los apoyos de la misma. Estos elementos poseen un eje longitudinal recto, que pasa por el centro de gravedad de su sección transversal y están limitados por dos nudos o por un nudo y un apoyo. La sección transversal de cada barra deberá ser constante a todo lo largo de la pieza.

EJES DE COORDENADAS.

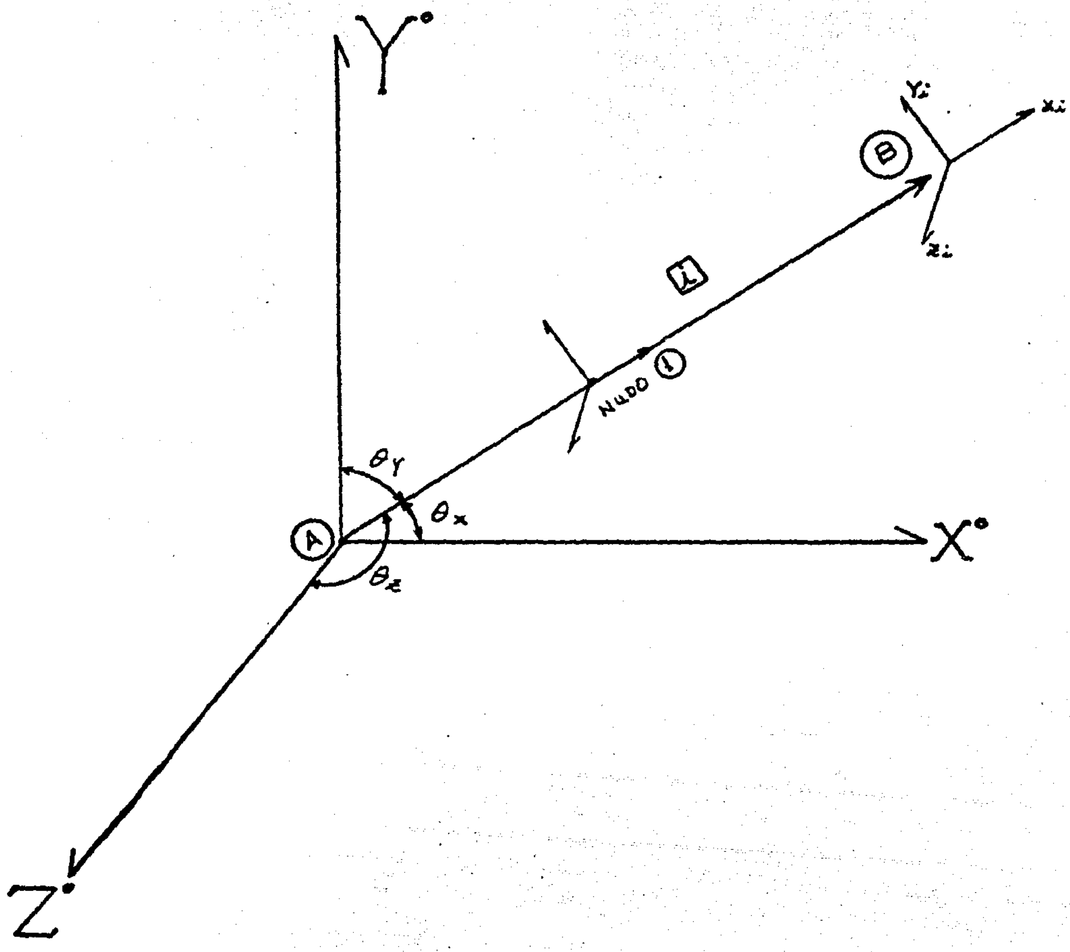
Los ejes de coordenadas pueden definirse como las líneas (reales o imaginarias, rectas o curvas) donde se toman las medidas en unidades de longitud que representan las unidades de cada parámetro independiente de un fenómeno para interpretación geométrica. En verdad, no es fácil visualizar tal interpretación si el fenómeno está gobernado por más de tres variables independientes. Sin embargo, su interpretación podrá teóricamente ser la misma en espacios, uni, bi o tri-dimensionales.

En el análisis matricial de estructuras se introducen dos sistemas de coordenadas.

a) Sistema de Referencia (sistema global), conjunto de ejes ortogonales X^{o}, Y^{o}, y Z^{o} seleccionado arbitrariamente.

b) Sistema del Miembro (sistema local), formado por los ejes principales X^{i}, Y^{i} y Z^{i} del miembro respectivo.

La dirección del primer sistema es fija y común a todas las partes de la estructura, mientras que el segundo sistema rota y se traslada con la sección transversal del miembro, siendo específico para cada estación de investigación. (Figura II.1).



(FIGURA II.1)

VECTORES ESTRUCTURALES.

Se trata en general de matrices de una sola columna y que en ciertos casos se transforman en matrices de más columnas.

La determinación de estos vectores estructurales constituye el objetivo principal del análisis estructural ya que, una vez que se conocen, se puede establecer el estado de esfuerzos y deformaciones bajo la cual se encuentra sujeta la armadura ante un sistema dado de solicitaciones externas.

a) VECTOR DE FUERZAS EXTERNAS $\{F\}$

Está constituído por todas y cada una de las fuerzas externas que se encuentran actuando en los nudos de una armadura. Su configuración general es la siguiente:

$$\{F\} = \begin{Bmatrix} F_1x \\ F_1z \\ \vdots \\ F_ix \\ F_iy \\ F_iz \\ \vdots \\ FN_nx \\ FN_ny \\ FN_nz \end{Bmatrix}$$

en donde $F_i x$, $F_i y$ y $F_i z$ representa el valor de las fuerzas aplicadas en el nudo (i) en la dirección de cada uno de los ejes globales que orientan la estructura, el sentido de acción de cada fuerza estará determinada por el signo de la misma. En el caso de fuerzas cuya dirección de acción no sea paralela a alguno de los ejes globales, serán sus componentes respecto de dichos ejes lo que se incluirán en el vector de las fuerzas.

Por lo tanto el órden del vector de fuerzas será igual a $3N_n x1$, y expresándolo en términos generales será de la forma $3N_n x$ Ncc, en donde Ncc es el número de condiciones de carga que se aplican a la estructura. Con ésto se determina que cada columna significa un conjunto dado de condición de carga que actúa a un mismo tiempo.

b) VECTOR DE DESPLAZAMIENTO DE LOS NUDOS $\left\{ d \right\}$

Este vector contiene los valores de los desplazamientos que sufre cada uno de los nudos de la armadura en cada una de las direcciones del sistema global de referencia, por lo tanto, su forma general, es:

$$\left\{ d \right\} = \left\{ \begin{array}{c} d_1 x \\ d_1 y \\ d_1 z \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ d_i x \\ d_i y \\ d_i z \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ dN_N x \\ dN_N y \\ dN_N z \end{array} \right\}$$

en donde dix, diy y diz son las magnitudes del desplazamiento del nudo (i) en cada dirección, y el sentido del mismo está dado por el signo que tenga el valor.

El órden del vector de desplazamiento de acuerdo a las condiciones de carga será de $3N_N$ x Ncc.

Las incógnitas en este análisis son los valores de vector de desplazamientos $\{d\}$, ocasionados por la acción de las fuerzas externas en los nudos.

c) VECTOR DE FUERZAS EN LAS BARRAS $\{p\}$

El valor de la fuerza axial en cada una de las barras de la estructura constituirá el Vector de Fuerzas en las Barras y se designará como $\{p\}$; su forma será de la siguiente manera:

$$\{p\} = \begin{Bmatrix} P_1 \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ Pi \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ PNB \end{Bmatrix}$$

en donde Pi representa el valor de la fuerza a que se encuentra sujeta la barra $\boxed{i}$, así hasta llegar a PNB, fuerza en la ùltima barra, ya que N_B es el nùmero de barras.

Definiremos de la siguiente manera el tipo de fuer za axial actuante en una barra, y se tomarà la siguiente convenciòn de signos:

El signo positivo (+) del valor, indicará que la - fuerza es tensión

El signo negativo (-) del valor, indicará que la - fuerza es de compresión

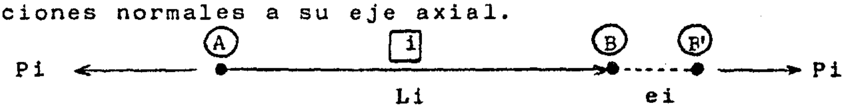
La fuerza resultante en cada barra es, en general, una incógnita que resulta de la aplicación en los nudos de un sistema específico de fuerzas externas. Encontrar los valores de este vector es uno de los principales objetivos del análisis estructural.

El tamaño del vector $\{p\}$ será $N_B x1$, y para más condiciones de carga el órden será de $N_B xNcc$.

d) VECTOR DE DEFORMACIONES DE LA BARRA $\{e\}$

Cuando una armadura está bajo la acción de fuerzas, los miembros de ella sufren deformaciones (o pequeños cambios de forma) y, como consecuencia, puntos dentro de la armadura se desplazarán hacia nuevas posiciones. En general, todos los puntos de la estructura, excepto puntos de apoyos inmóviles, sufrirán dichos desplazamientos. El cálculo de estos desplazamientos es una parte esencial del análisis estructural. Al considerar los desplazamientos, es necesario comprender las deformaciones que producen los desplazamientos.

Consideremos una barra $\boxed{i}$ de longitud L, de la armadura como se muestra en la fig. II.2. Por lo general, las secciones transversales de las barras de una armadura son constantes y están sometidas a pura fuerza axial. El efecto de esta fuerza que actúa sobre el elemento, y suponiendo que actúa en el centroide del área de la sección transversal, se encuentra que el elemento se deforma uniformemente, y las deformaciones de la barra son deformaciones normales a su eje axial.



por ejemplo, el punto B se desplaza al punto B' y la diferencia entre B y B' se denomina deformación $\{e\}$.

Por lo tanto, expresado en forma vectorial se tiene que:

$$\{e\} = \begin{Bmatrix} e_1 \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ e_i \\ \circ \\ \circ \\ \circ \\ eNB \end{Bmatrix}$$

en donde <u>ei</u> representa el valor de la deformación de la barra . El vector $\{e\}$ tendrá un órden de $N_B x1$, si se trata de una sola condición de carga, en caso de ser más de una se tiene que el órden de $\{e\}$ es de $N_B xNcc$.

El signo (+) del valor de ei indicará alargamiento de la barra.

El signo (-) del valor de ei indicará acortamiento de la barra.

Se asume la hipótesis de estas deformaciones son tan pequeñas que no tiene influencia en el cálculo si se toma la longitud original de la barra L_i o la que resulta después de la deformación $L_i \pm ei$.

PRINCIPALES CARACTERISTICAS DEL METODO DE LAS RIGIDECES.

El Método de la Rigidez y el de las Flexibilidades tienen poca variación en cuanto a su formulación matemática. Sus ecuaciones fundamentales se derivan utilizando el principio de superposición. En el método de las Rigideces las incógnitas son los desplazamientos de los nudos de la armadura.

El utilizar el método de las rigideces, para el análisis de una armadura es conveniente dividirla en varias fases:

a) Ordenar los datos de la armadura. La información que se refiere a la armadura debe ser ordenada y registrada. Esta información incluye el número de miembros, el número de nudos, el número de propiedades de los materiales y las propiedades elásticas del material. La localización de los nudos de la armadura está especificada por medio de coordenadas geométricas. Además las condiciones de restricción en los apoyos de la armadura deberán identificarse.

b) Generación e inversión de la matriz de rigidez. - La matriz de rigidez es una propiedad inherente de la armadura y está basada únicamente en los datos de la misma.

c) Ordenar los datos de carga. Se deben especificar, de una manera tal, todas las cargas que actúan en la armadura, ya sea como un solo conjunto de carga o como diferentes condiciones de cargas.

d) Generación de vectores asociados con las cargas. - Las cargas aplicadas en los nudos podrán agruparse en un vector $\underline{p}$, el cual contiene las cargas aplicadas correspondientes a todos los desplazamientos de nudos posibles, incluyendo aquellos en los apoyos restringidos.

e) Cálculo de resultados. En la fase final del análisis son calculados todos los desplazamientos de nudos, reacciones y la fuerza axial en los miembros.

El desarrollo de este método de análisis está basado en la aplicación de tres conceptos básicos y sumamente son sencillos. Dichos fundamentos son: El principio de - Continuidad, el Principio del Comportamiento Elástico Lineal y el Principio del Equilibrio Nodal. A continuación se describe brevemente cada uno de ellos.

EL PRINCIPIO DE CONTINUIDAD O DE LA COMPATIBILIDAD DE LAS DEFORMACIONES, establece que si se conocen los desplazamientos en los nudos de la armadura, se pueden conocer las deformaciones que sufre cada una de las barras, ya que unos y otros se encuentran directamente relacionados. El desplazamiento de cada nudo origina una determinada deformación axial en cada una de las barras que concurren a él, que se obtiene multiplicando el valor de dicho desplazamiento por el coseno del ángulo que forma con la barra y se le asocia el signo que le corresponda según la convención establecida para las deformaciones.

La deformación total de una barra estará dada por la suma de las deformaciones que origina cada uno de sus nudos extremos de ella:

$$ei = dAx\ \cos\theta x + dAy\ \cos\theta y + dAz\ \cos\theta z + dBx\ \cos\theta x + dBy\ \cos\theta y + dBz\ \cos\theta z \quad \text{- - - Ecu. II.1}$$

en donde <u>dA</u> y <u>dB</u> representan el desplazamiento del nudo inicial y final, respectivamente, de la barra en cada una de las direcciones de acuerdo a los ejes globales de referencia. La ecuación II.1 se puede formar para cada una de las barras de la armadura, y todas las ecuaciones así creadas se pueden poner en una expresión matricial de la forma:

$$\{e\} = [a]\{d\} \quad \text{- - - - - - - - - - - - - Ecu. II.2}$$

en donde a será una matriz de órden $NBx3N_N$ llamada matriz de continuidad y está compuesta por los valores de los cosenos correspondientes a cada barra. Debido a que el concepto de compatibilidad supone que las deformaciones, y consecuentemente el desplazamiento de cualquier punto particular de la estructura, es contínuo y tiene un solo valor, resulta evidente que la matriz de continuidad depende únicamente de la linealidad de la geometría de la armadura (Ver figura II.3).

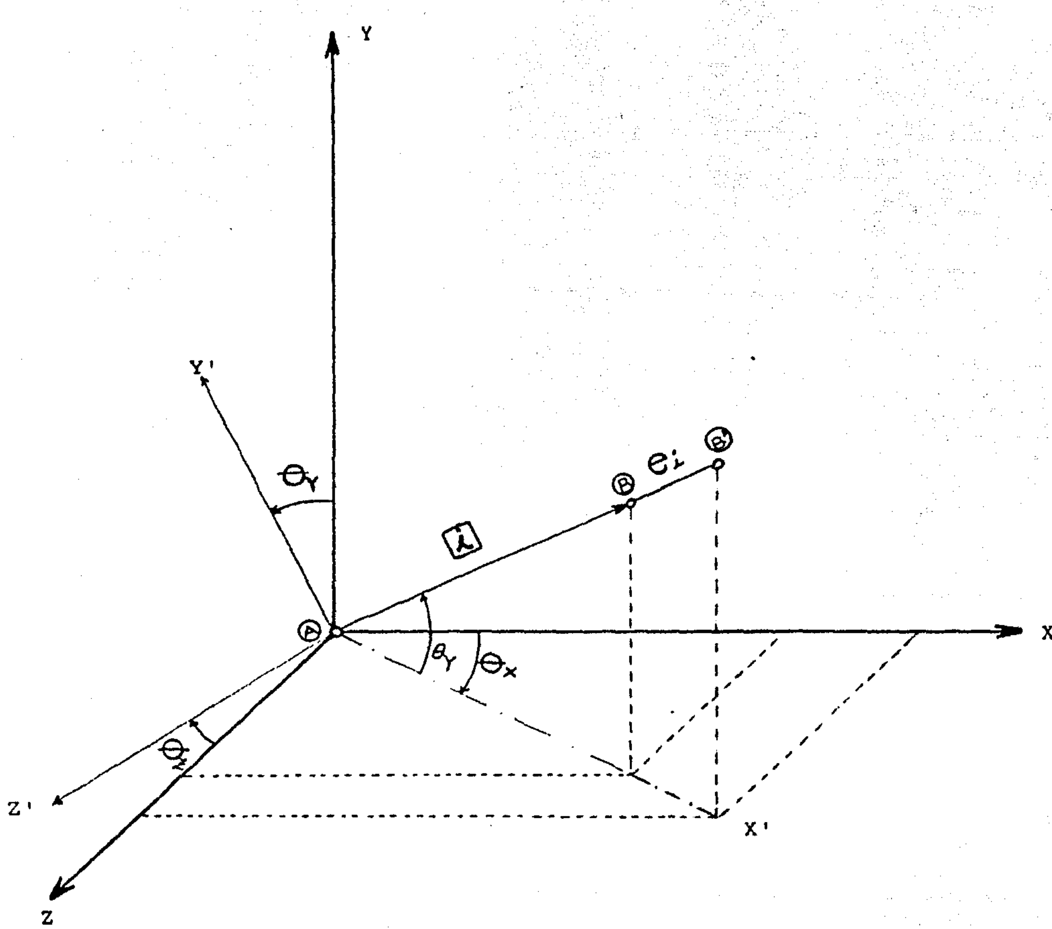
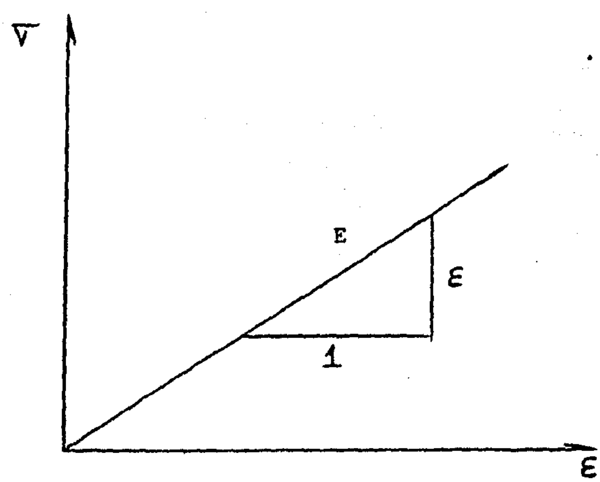


FIG. II.3

EL PRINCIPIO DEL COMPORTAMIENTO ELASTICO LINEAL. Establece que los materiales de la cual están compuestos las barras de la armadura deberán trabajar en su rango elástico-lineal de la curva esfuerzo-deformación. Si sobre un cuerpo elástico se aplica un sistema de fuerzas en equilibrio que se va incrementando gradualmente al punto de aplicación de la carga, se desplaza efectuándose un trabajo que se almacena en el cuerpo al cual denominaremos energía de deformación. Cuando el sistema de fuerzas desaparece, el cuerpo emplea la energía almacenada en recuperar su forma inicial. Por lo general, se supone que la carga se aplique gradualmente, esto es: que la carga incremente su valor desde 0 hasta P. Y, si consideramos que las barras son homogéneas e Isotrópicas, suponemos que es válida la Ley de Hooke en la cual la deformación es directamente proporcional a la carga; por ello, el diagrama esfuerzo-deformación es lineal en este rango.



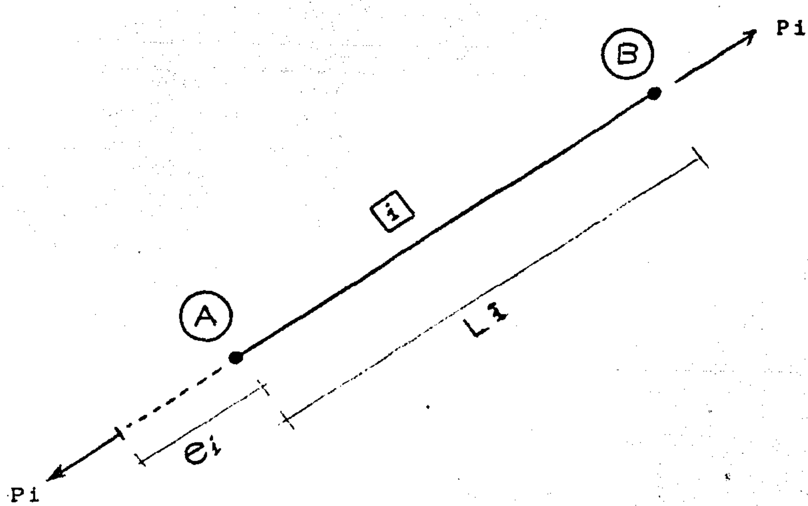


FIG. II.4

En donde:

T= Esfuerzo axial de una barra.

ε= Deformación axial de la misma barra.

E= Pendiente de la recta, comunmente conocida como constante de proporcionalidad o módulo de elasticidad.

Del diagrama presentado anteriormente en la Fi. II.4 se pueden establecer las siguientes ecuaciones:

$$\sigma i = E \varepsilon i \quad \text{- - - - - - - - Ecua. II.3}$$

Pero $\sigma i = \frac{Pi}{Ai}$ - - - - Ecua. II.4

$$\varepsilon i = \frac{ei}{Li} \quad \text{- - - - Ecua. II.5}$$

Designamos con Ai, el área transversal de la barra $\boxed{i}$ ahora sustituímos la Ecua. II.4 y II.5 en la Ecua. - II.3 tendremos que:

$$\frac{Pi}{Ai} = \frac{E\varepsilon i}{Li}$$

despejando Pi nos queda la siguiente ecuación:

$$Pi = E\,\frac{\varepsilon i Ai}{Li} \quad \text{- - - - - Ecu. II.6}$$

A la relación $\left\langle \frac{EA}{L} \right\rangle i$ se le denomina rigidez Axial de la barra $\boxed{i}$ y se conoce como Ki.

$$Pi = Ki\ ei \quad \text{- - - - - Ecu. II.7}$$

Es obvio qu esta relación es única para cada elemento de la armadura, considerando en conjunto todas las barras tendremos la siguiente ecuación Matricial.

$$\left\{ P \right\} = \left[K \right] \left\{ e \right\} \quad \text{- - - Ecu. II.8}$$

En la Matriz $\left[K \right]$, es una matriz diagonal de órden - N_BxNB, y se le conoce como matriz de rigideces de las barras y debe ser un dato del análisis.

EL PRINCIPO DEL EQUILIBRIO NODAL.- Este principio establece que la suma de las fuerzas en el extremo del elemento de todos los elementos que unen en un nudo es igual a la carga externa aplicada en aquel nudo. El objetivo fundamental del análisis ESTRUCTURAL, es determinar las acciones pertenecientes a la estructura, tales como las reacciones y los esfuerzos internos resultantes (Fuerza Axial). Una solución correcta para cualquiera de estas cantidades debe satisfacer todas las condiciones de equilibrio estático, no solo para toda la estructura, sino también para cualquier parte de ella tomada como un cuerpo libre. Un vector en un espacio tridimensional siempre puede descomponerse en tres componente, en tres direcciones ortogonales, representados por X, Y y Z. Si el vector Fuerza resultante es cero, también sus componentes deben ser igual a cero y, por lo tanto, se pueden obtener las siguientes ecuaciones de equilibrio estático.

$Fx = 0$ - - - - - - - Ecu. II.9

$Fy = 0$ - - - - - - - Ecu. II.10

$Fz = 0$ - - - - - - - Ecu. II.11

La sumatoria a la que nos referimos en las ecuaciones anteriores, se refiere a una suma algebraica y estas condiciones de equilibrio deberán cumplirse para cada nudo de la armadura, ya que el equilibrio deberá cumplirse interna y externamente.

Las fuerzas internas de las barras que llegan al nudo deberán proyectarse al sistema global de referencia para poder efectuar las sumas respectivas. La fuerza actuante en cada barra se multiplica por el coseno del ángulo que forma con cada uno de los ejes globales y -

así poder obtener la componente las cuales deben de - ser congruentes para dicho sistema.

$$FAx = pi \cos \theta xi + pj \cos \theta xj + pk \cos \theta xk + \ldots$$
..Ecu. II.12

$$FAy = pi \cos \theta yi + pj \cos \theta yj + pk \cos \theta yk + \ldots$$
..Ecu. II.13

$$FAz = pi \cos \theta zi + pj \cos \theta zj + pk \cos \theta zk + \ldots$$
..Ecu. II.14

Estas ecuaciones se pueden agrupar y ser representadas por una expresión matricial del tipo:

$$\{F\} = [a]^T \{p\} \quad \text{- - - - Ecu. II.15}$$

en la cual los valores de los cosenos de todas las - barras que no concurren a un nudo determinado se sus-- tituyen por el valor de cero en los renglones corres-- pondientes de la matriz $[a]^T$; al sustituir en la ecuación II.15 los valores correspondientes a cada uno de los términos ahí mencionados, se observa que - la matriz $[a]^T$ corresponde a la matriz transpuesta - de la matriz de continuidad planteada en la ecuación - II.2 en el desarrollo del primer principio estructu-- ral analizado, y también depende sólo de la lineali- - dad de la geometría en la armadura. La relación - - existente entre las matrices $[a]$ y $[a]^T$ se debe a que ambas son matrices de rotación, ésto es, la matriz de continuidad gira los desplazamientos en ejes glo- - bales a deformaciones en ejes locales y la matriz - de continuidad transpuesta gira las fuerzas inter--

nas en ejes locales a fuerzas externas en ejes globales.

Delineados los principios estructurales en que se basa el método de las Rigideces, se pueden hacer algunos manejos con las expresiones que resultaron de cada uno de ellos.

Para empezar, si se sustituye la ecuación II.2 en la ecuación II.8 se obtiene:

$$\{P\} = [k]\,[a]\,\{d\} \quad ----- \text{ Ecu. II.16}$$

y si ahora se sustituye la ecuación II.16 en la ecuación II.15 se llega a la siguiente expresión:

$$\{F\} = [a]^T\,[k]\,[a]\,\{d\} \quad ---- \text{ Ecu. II.17}$$

el producto matricial de $[a]^T\,[k]\,[a]$ da por resultado una matriz cuadrada de órden $3N_N$ x $3N_N$ que es conocida como la matriz de Rigidez de la estructura y se denomina como $[k]$. Por lo tanto, la ecu. II.17 se puede escribir como:

$$\{F\} = [K]\{d\} \quad ---- \text{ Ecu. II.18}$$

que constituye la ecuación Fundamental del Método de las Rigideces o de los Desplazamientos.

La Matriz $[K]$ posee ciertas características que la hacen significativa. Como se mencionó, es una matriz cuadrada siempre, lo cual se demuestra facilmente por el órden las matrices que lo originan, además es una matriz simétrica, no singular si la -

estructura es estable y positivamente definida. Dada la característica de las armaduras, que trabajan unicamente a fuerza axial, se puede lograr que la Matriz de Rigidez de la estructura sea una matriz "en Banda", ésto es, que los elementos de la matriz $[K]$ se agrupen alrededor de la diagonal principal dejando los demás lugares con valor cero, si los nudos son numerados adecuadamente.

Conociendo la Matriz de Rigidez de una estructura y dado un sistema de fuerzas externas actuando en ella, se pueden conocer los desplazamientos que sufre cada nudo de la misma. Conocidos los desplazamientos nodales, se obtienen las deformaciones de cada Barra y, con éstas, las fuerzas internas.

Un alto porcentaje del trabajo en el Método Matricial de Rigidez está dirigido al ensamblaje de la Matriz $[K]$ de la estructura. La parte restante del método tiene que ver con el cumplimiento de los principios estructurales descritos.

Se puede descomponer la matriz $[K]$ en submatrices y ordenarla de la siguiente forma:

$$[K] = \begin{bmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} & - - - & K_{1\ N_N} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} & - - - & K_{2\ N_N} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} & - - - & K_{3\ N_N} \\ - - - & - - - & - - - & - - - & - - - \\ K_{NN1} & K_{NN2} & - - - & - - - & K_{N_N\ N_N} \end{bmatrix}$$

en donde cada submatriz está asociada al vector de desplazamientos de cada nudo y por lo tanto es de órden 3 x 3. Si en la ecuación II.18 se hace que [d] sea igual a [I], es decir a la matriz identidad, resulta entonces que [K] representa, por columnas, las fuerzas necesarias en los nudos para producir un desplazamiento unitario en cada dirección de un nudo a la vez manteniendo todos los demás fijos. En consecuencia, las submatrices de la diagonal principal representan la "Rigidez del Nudo" en cada nudo "i", mientras que las submatrices fuera de la diagonal principal corresponden a la rigidez cruzada del elemento, en el extremo "i" del elemento que va del nudo "i" al nudo "j". Esto quiere decir; por ejemplo, que K_{12} representa la matriz de rigidez en el extremo "1" de la barra entre los nudos 1 y 2, así como K_{21} representa lo inverso. Como la matriz [K] es simétrica, K_{21} debe ser la matriz transpuesta de K_{12}. La submatriz K_{12} corresponde a las fuerzas que aparecen en el nudo 1 dado un desplazamiento unitario en el nudo 2.

Por otro lado, K_{11} está formado por las fuerzas necesarias en el nudo 1 para producir un desplazamiento unitario en el nudo 1 por lo que intervienen todos los elementos que llegan a dicho nudo y por eso se conoce como Matriz de Rigidez del Nudo 1. Se forma con la suma de las matrices de rigidez en el extremo 1 de todas las barras concurrentes a él.

Si no existe una barra que una los nudos "i" y "j", entonces se tendrá que $Kij = 0$.

Una característica de la Matriz de Rigidez de la es tructura es la simetría, por lo que solamente se necesita calcular la mitad de ella, o sea, la parte triangular superior observando que si hay un elemento entre los nudos "i" y "m", la matriz de rigidez Kim de ese elemento esté localizada en el renglón i-esimo y la columna m-esima de [K] como se muestra en la siguiente Figura.

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccccc} \phantom{K_{11}} & i & j & m & \end{array} \\ [K] = & \begin{bmatrix} K_{11} & & & & \\ & \ddots & & & \\ & K_{ii} & K_{ij} & K_{im} & \\ & & \ddots & & \\ & & K_{jj} & & \\ & & \ddots & K_{mm} & \\ \text{SIMETRICA} & & & & \ddots \end{bmatrix} \end{array} \begin{array}{c} \\ \\ \\ i \\ \\ j \\ m \\ \\ \end{array}$$

FIGURA II.5

Además, las rigideces de los nudos "i" y "m" (Kii y Kmm) reciben ambas una contribución del elemento "im". En otras palabras, cualquier barra como la "im" afecta cuatro submatrices de [K] , que son Kii, Kim, Kmi y Kmm que se conocen como la rigidez acoplada de la barra "im".

Por lo tanto, la matriz de rigidez acoplada de una barra que va del nudo (A) al nudo (B) será:

$$\begin{bmatrix} K_{AA} & K_{AB} \\ KBA & KBB \end{bmatrix}$$

y estará compuesta por 6 renglones y 6 columnas.

Para obtener la rigidez acoplada de una barra trabajando a carga unicamente axial se parte de la Fig. II.5.

En dicha figura, la barra AB se encuentra sujeta a una fuerza axial pi originada por una fuerza externa $\{Fa\}$ y $\{FB\}$ y unos desplazamientos $\{dA\}$ y $\{dB\}$. - Por equilibrio se cumple que:

$$\{FA\} + \{FB\} = 0$$

o sea $$\{FB\} = -\{FA\}$$

La barra se puede definir en base a un vector unitario, en dirección AB, llamando $\{U\}_i$ tal que:

$$\{U\}_i = \begin{Bmatrix} \cos \theta xi \\ \cos \theta yi \\ \cos \theta zi \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} (XBi - XAi) & / & Li \\ (YBi - YAi) & / & Li \\ (ZBi - ZAi) & / & Li \end{Bmatrix}$$

Los vectores $\{FA\}$, $\{FB\}$, $\{dA\}$ y $\{dB\}$ tienen componentes según los 3 ejes globales de referencia.

Observemos en la Fig. II.6 que los desplazamientos $\{dA\}$ y $\{dB\}$ proyectados sobre el eje de la barra - originan una deformación ei que está dada por la expresión:

$$\{ei\} = \{Ui\}^T \{dB\} - \{Ui\}^T \{dA\} \quad \text{- - Ecu. II.19}$$

si sustituímos esta ecuación en la Ecu. II.7 tendremos la siguiente expresión:

$$pi = Ki \{Ui\}^T \{dB\} - Ki \{Ui\}^T \{dA\} \quad \text{-- Ecu. II.20}$$

además tenemos que la Proyección de la fuerza <u>pi</u> sobre los ejes globales debe equilibrar a las fuerzas externas en cada nudo por lo tanto tendremos que la proyección está dada por:

$$\{FB\} = \{Ui\}\{pi\}$$
$$\{FA\} = \{Ui\}\{pi\} \quad \text{- - - - Ecu. II.21}$$

sustituyendo la Ecu. II.20 en la Ecu. II.21 tendremos:

$$\{FA\} = \{Ui\}\ Ki\ \{Ui\}^T\ \{dA\} - \{Ui\}\ Ki\ \{Ui\}^T\ \{dB\}$$
$$\{FB\} = -\{Ui\}\ Ki\ \{Ui\}^T\ \{dA\} + \{Ui\}\ Ki\ \{Ui\}^T\ \{dB\}$$

estas expresiones se pueden resumir a la siguiente expresión:

$$\begin{Bmatrix} FA \\ FB \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K_{AA} & KAB \\ KBA & KBB \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} dA \\ dB \end{Bmatrix}$$

EN DONDE TENDREMOS QUE:

$$KAA = KBB = \{Ui\}\ Ki\ \{Ui\}^T$$
$$KAB = KBA = -\{Ui\}\ Ki\ \{Ui\}^T \quad \text{- - Ecu. II.22}$$

La formación de la matriz de rigidez de la estructura se reduce, ahora, a el cálculo de las matrices de rigidez acoplada de cada barra y su acomodo, suma en los lugares correspondientes de la matriz $[K]$.

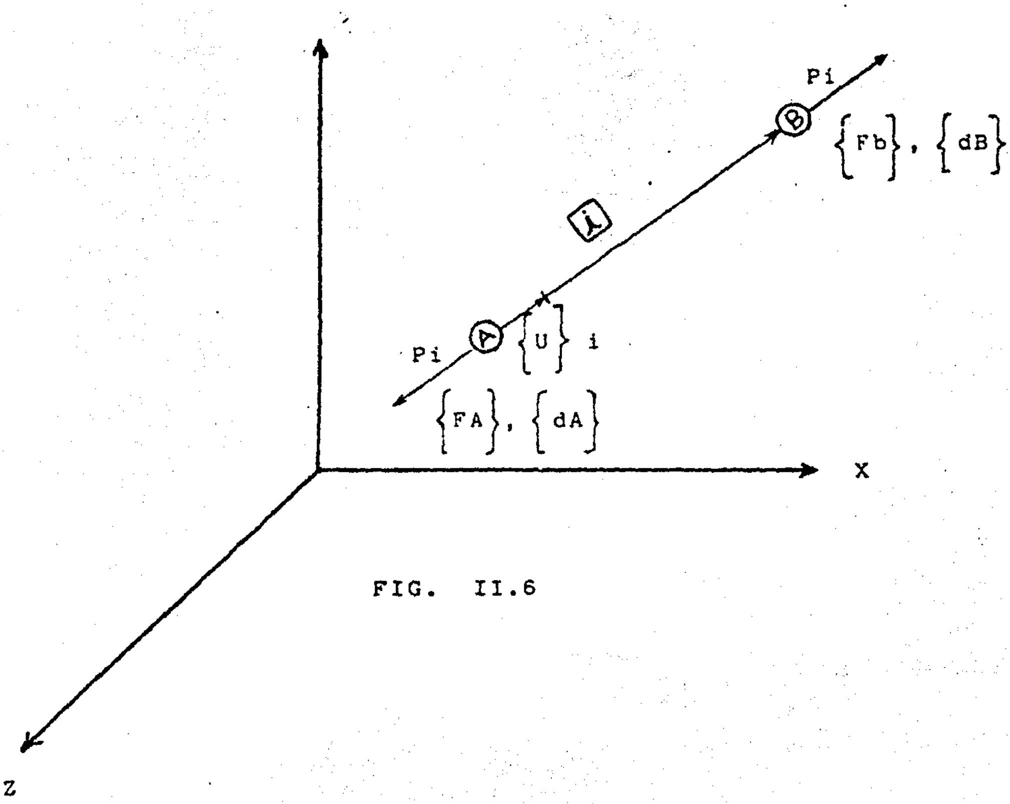


FIG. II.6

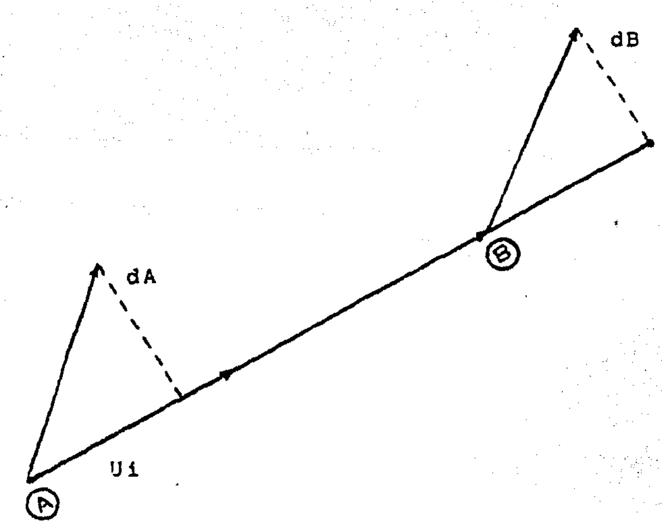


FIG. II.7

III. SOLUCION AL SISTEMA DE ECUACIONES.

Cuando se resuelve problemas a mano, uno puede generar las matrices en cualquier forma conveniente sin pérdida de eficiencia. Las ecuaciones son apropiadas para calcular ciertas acciones de extremo y reacciones de un miembro seleccionado en estructuras relativamente simples. Sin embargo, si la estructura por analizar es grande y complicada y todas las acciones de extremo de los miembros y reacciones van a ser determinadas, será necesario un cierto ordenamiento en la generación de las matrices.

Además, las estructuras grandes y complicadas no pueden ser analizadas directamente a mano, por lo que los cálculos deben ser llevados por una computadora digital. En un programa de computación se hace necesario manejar toda la información acerca de las estructuras y las cargas en una forma altamente organizada. Así, debe seguirse una secuencia que permita a la computadora procesar un gran número de información por un procedimiento rutinario.

Como vimos en el capítulo anterior, el principal punto en el análisis de estructuras por medio del Método de las Rigideces es la solución de la ecuación.

$$\left\{ F \right\} = \left[K \right] \left\{ d \right\}$$

donde, en general, $\left\{ d \right\}$ es la incognita.

Esta ecuación, desde el punto de vista matricial, se soluciona invirtiendo la matriz $[K]$ y multiplicándola por el vector $\left\{ F \right\}$, pero la inversión de matrices es un cálculo que requiere mucho tiempo de máquina y un programa extenso y complicado por lo que resulta muy ineficiente.

Otra forma de resolver la ecuación es tomándola como un sistema de ecuaciones simultáneas y aplicando alguno de los métodos conocidos para este tipo de problemas.

Entre los procedimientos más comunes se tiene el método de Gauss-Seidel, el de Cholesky y el de Jacobi.

El primero es método de Cholesky es exacto y los otros dos restantes son iterativos.

Los métodos iterativos tienen el problema de que su convergencia puede ser muy lenta en algunos casos. Esto dependerá de la forma en que se planteé la matriz de rigidez. Por lo tanto, el método de Cholesky parece ser el método de eliminación más rápido con que se cuenta, por lo que será el que se implemente en el programa objetivo de este trabajo.

III.1 DESCRIPCION GENERAL.

Se dice que una matriz es real cuando todos sus elementos pertenecen al conjunto de los número reales. Una matriz es simétrica cuando se cumple que la matriz transpuesta es igual a la matriz original, o sea que $[A]^T = [A]$ dada una cierta matriz $[A]$.

Una matriz es "positivamente definida" si se cumple que: $[x]^T [A] [x] > 0$

para toda matriz columna (vector) $\{X\}$ diferente de cero.

Una matriz está en "banda" cu ndo todos los elementos diferentes de cero están localizados alrededor de la diagonal principal. El ancho de la banda será (2m + 1) si todos los elementos "aij", para los cuales $|i-j| > m$, son cero y "m" se define como el ancho de media banda.

Para tener está propiedad condicionaremos los nudos de la armadura con el siguiente arreglo, la diferencia entre los dos nudos que limitan un elemento sea mínima, además no todo nudo de una armadura esté - unido a todos los demás, ésto se logra haciendo una correcta numeración de los nudos así como de las Barras. Ya que una numeración descuidada puede invalidar esta propiedad tan importante en el ahorro de tiempo de máquina y de espacio.

Si una matriz $[K]$ es simétrica, definida positiva y cuadrada de órden "nxn", se demuestra que se puede descomponer en:

$$[K] = [L][L]^T$$

donde $[L]$ es una matriz triangular inferior de órden "nxn", con elementos positivos en la diagonal y, en consecuencia, $[L]^T$ es su matriz transpuesta, triangular superior de órden "nxn".

Aplicando esta propiedad, la solución del sistema de ecuaciones que implica la Ecu. II.18 puede ser calculada simplemente reescribiendo al sistema de la siguiente forma:

$$\{F\} = [L][L]^T\{d\} \quad \text{- - - - - - Ecu. III.1}$$

Esta ecuación se resuelve planteando un par de sistemas de ecuaciones expresadas como:

$$\{F\} = [L]\{z\} \text{ - - - - - - Ecu. III.2}$$

y

$$\{z\} = [L]^T \{d\} \text{ - - - - - - Ecu. III.3}$$

La simplificación radica en que $[L]$ y $[L]^T$ son matrices triangulares.

Una característica adicional es que si $[K]$ es una matriz en banda, con ancho (2m + 1), se puede demostrar que la matriz triangular $[L]$ también permanece en banda con ancho (m + 1). En base a estas propiedades se logra que se ahorre capacidad de memoria cuando se trata de programar el método para computadora, ya que - con ésto se logra que sólo se almacenen los elementos diferentes de cero de la matriz $[K]$ y como resultado de la simetría solamente se almacena el ancho de Banda que es igual a (m + 1). Así, si $[K]$ es una matriz cuadrada de órden "n", sólo (m + 1) x n elementos de $[K]$ deberán ser almacenados en la memoria, en lugar de los "nxn" elementos que se tendrían que almacenar, de no contar con estas propiedades.

Por lo tanto la matriz $[L]$ también requerirá solamente almacenar el ancho de banda (m +1).

III.2 METODO DE CHOLESKY PARA LA OBTENCION DE $[L]$ y $[L]^T$.

Este método se basa en la descomposición de la matriz cuadrada original $[K]$ en dos matrices $[L]$ y $[L]^T$, matrices triangular inferior y superior respectivamente.

$$\text{sea: } [K] = [L][L]^T$$

y expresándolo en forma explícita:

$$\begin{bmatrix} K11 & \text{SIME} & \\ K21 & K22 & \text{TRICA} \\ K31 & K32 & K33 \\ --- & --- & --- \\ --- & --- & --- \end{bmatrix} = \underbrace{\begin{bmatrix} L11 & & 0 \\ L21 & L22 & \\ L31 & L32 & L33 \\ --- & --- & --- \\ --- & --- & --- \end{bmatrix}}_{\text{Triangular Inferior.}} \underbrace{\begin{bmatrix} L11 & L12 & L13 \\ & L22 & L23 \\ 0 & & L33 \\ --- & --- & --- \\ --- & --- & --- \end{bmatrix}}_{\text{Triangular Superior}}$$

desarrollando la multiplicación de matrices tendremos que:

$$K11 = L11^2 \quad \therefore \quad L11 = \sqrt{K11}$$

$$K21 = K12 = L21 \; L11$$

$$\therefore \quad L21 = \frac{K21}{L11} .$$

$$K22 = L21 \; L22 + L22^2 \quad \text{para } L21 = L12$$

$$\therefore \quad L22 = \sqrt{K22 - L21^2}$$

$$K31 = K13 = L31 \; L11$$

$$\therefore \quad L31 = \frac{K31}{L11}$$

$$K32 = K23 = L31 \; L21 + L32 \; L22$$

$$\therefore \quad L32 = \frac{K32 - L31 \; L21}{L22}$$

$$K33 = L13\ L31 + L32\ L23 + L33^2$$

por lo tanto tendremos $L33 = \sqrt{K33 - L31^2 - L32^2}$

Continuando con este desarrollo, llegamos a la siguiente expresión conocida como Fórmulas de Recurencia para el Método Cholesky

$$Lii = \sqrt{Kii - \sum_{K=1}^{i-1} Lik^2} \quad - - - \text{Ecu. III.4}$$

$$Lij = \frac{(Kij - \sum_{K=1}^{J=1} Lik\ Ljk)}{L_{JJ}} \quad - - \text{Ecu. III.5}$$

para $i \neq J$

para $i > J$, $J = 1$

Por lo tanto se obtiene $[L]$ y $[L]^T$, cuando aplicamos reiteradamente las fórmulas descritas anteriormente para Lii y Lij.

III.3 SOLUCION DEL SISTEMA DE ECUACIONES.

Obtenidas las matrices $[L]$ y $[L]^T$ la solución del sistema de ecuaciones se podrá plantear de la siguiente manera.

De la ecuación III.2 se tiene que, como $[L]$ es una matriz triangular inferior, los valores del vector auxiliar $\{Z\}$ se obtienen despejándolos de cada ecuación planteada empezando por la primera de arriba hacia abajo y sustituyendo cada valor encontrado en las ecuaciones siguientes.

Es decir, se recurre a los valores previamente encon-- trados para calcular un nuevo elemento en forma directa.

Ya que se han encontrado los valores de $\{Z\}$ por el procedimiento descrito, se sustituyen en la ecuación - III.3 y se calculan los valores del vector $\{D\}$. El - procedimiento es análogo al seguido para hallar $\{Z\}$, sólo que ahora $[L]^T$ es una matriz triangular superior por lo que los despejes y sustituciones se hacen dirección de abajo hacia arriba empezando por la última - ecuación. Nuevamente se recurre a los valores previamente calculados para encontrar un nuevo elemento de - $\{D\}$ en forma directa.

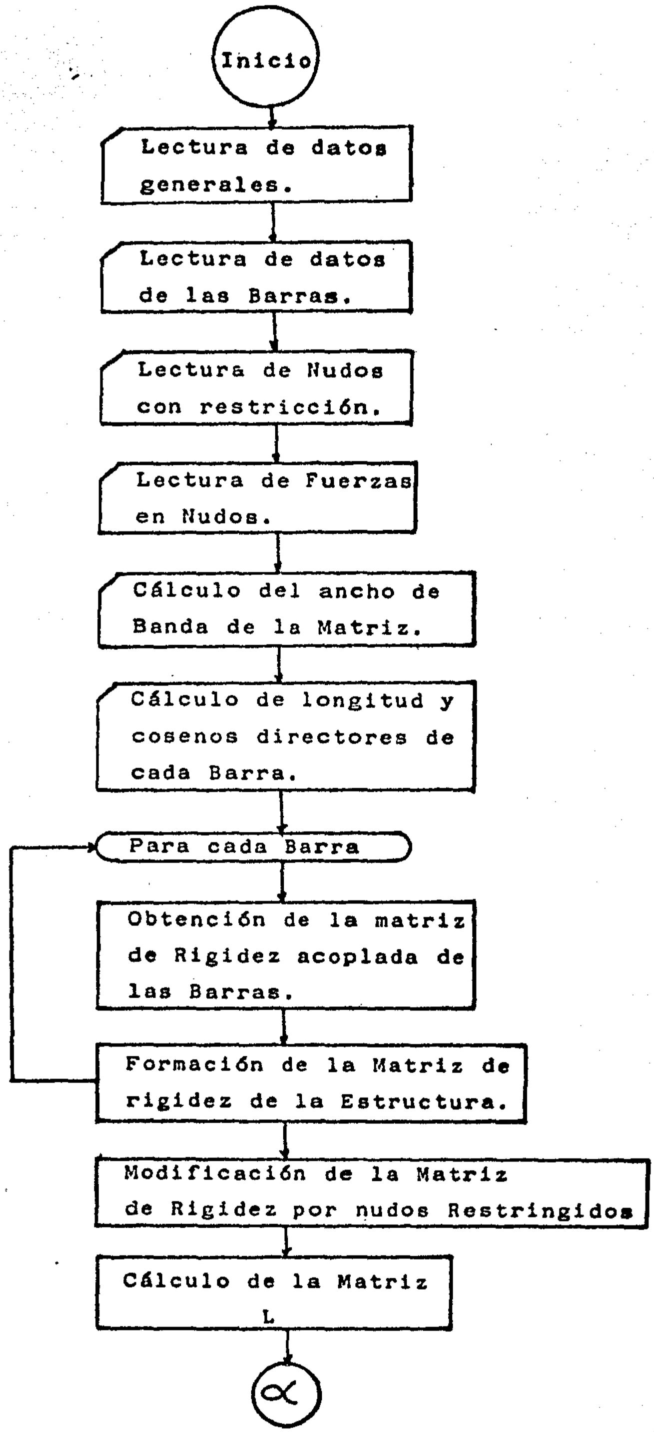
IV. DESCRIPCION DEL PROGRAMA.

Iniciamos la descripción detallada de la forma en que hemos estructurado el programa de computadora realizado en este trabajo. Dicho programa ha sido denominado AATD, que corresponden a las iniciales de "Análisis de Armaduras en Tres Dimensiones", y se encuentra constituído por un programa principal y tres subrutinas de apoyo. El programa principal será objeto del primer inciso, en tanto que las subrutinas se tratarán de esbozar en el último tema, ya que en él se detalla la forma en que se deben dar los datos de entrada y la forma en que se tendrán los resultados.

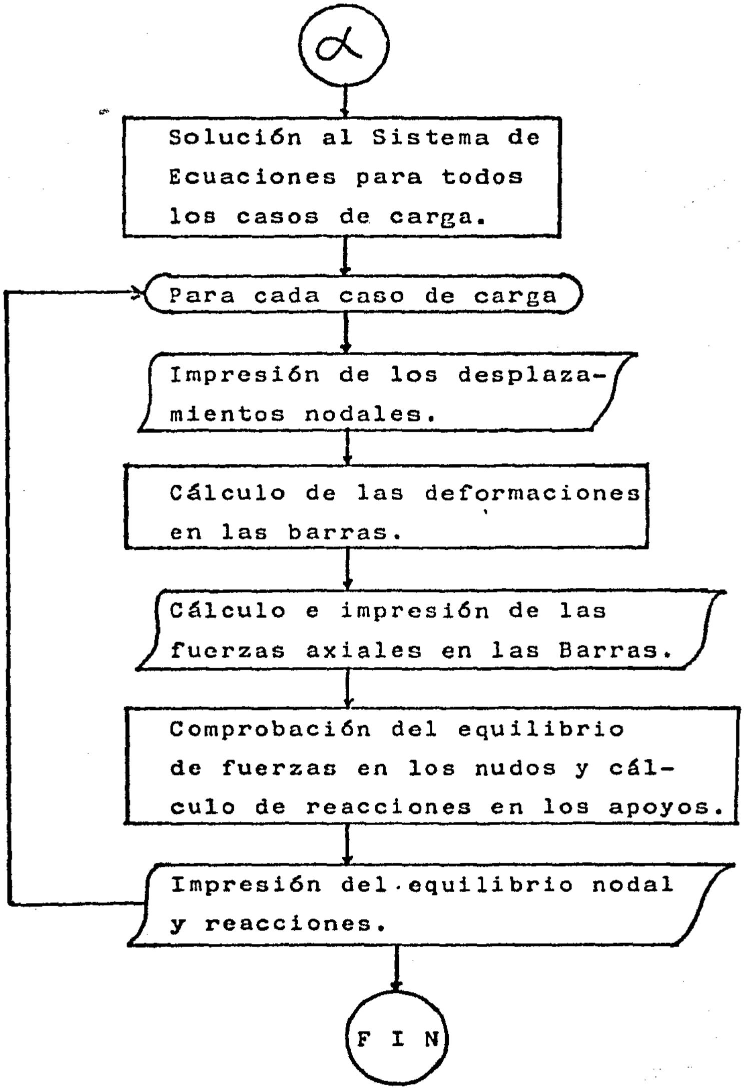
La lista con los nombres de las variables principales que se usan y su significado se dán también en el siguiente capítulo.

A continuación presentamos un diagrama de flujo del Programa AATD y el significado del mismo para tener una asimilación clara y precisa de como está constituído el programa.

En algunas ocasiones se hará mención a alguna instrucción en especial tomando el número que se encuentra en la parte derecha de dicha instrucción, este número lo asigna automáticamente la computadora B-6700 a cada instrucción.



Inicio
Lectura de datos generales.
Lectura de datos de las Barras.
Lectura de Nudos con restricción.
Lectura de Fuerzas en Nudos.
Cálculo del ancho de Banda de la Matriz.
Cálculo de longitud y cosenos directores de cada Barra.
Para cada Barra
Obtención de la matriz de Rigidez acoplada de las Barras.
Formación de la Matriz de rigidez de la Estructura.
Modificación de la Matriz de Rigidez por nudos Restringidos
Cálculo de la Matriz L
α


α
Solución al Sistema de Ecuaciones para todos los casos de carga.
Para cada caso de carga
Impresión de los desplazamientos nodales.
Cálculo de las deformaciones en las barras.
Cálculo e impresión de las fuerzas axiales en las Barras.
Comprobación del equilibrio de fuerzas en los nudos y cálculo de reacciones en los apoyos.
Impresión del equilibrio nodal y reacciones.
F I N

IV.1 PROGRAMA PRINCIPAL.

El Programa Principal se inicia en la instrucción número - 8800 con las declaraciones de arreglos correspondientes a un programa de este tipo, teniendo en cuenta que los límites del problema máximo por resolver serán: 100 nudos, ó - 300 Barras ó 4 condiciones de carga, lo que ocurra primero.

Después sigue la entrada de los datos generales de la es- - tructura que se tenga en cuestión, como son: número de nudos, número de barras, número de apoyos completos, número - de nudos restringidos, módulo de elasticidad del material - de las piezas que la forman, número de condiciones de carga que se darán y el número de nudos cargados en todas las condiciones.

Para definir a la armadura en el espacio y ubicarla, no se darán coordenadas de los nudos, como es frecuente hacerlo - en otros programas, en lugar de ello cada barra estará de-- terminada por el número del nudo en que empieza y el número de nudo en que acaba, así como por las proyecciones de la - barra en cada una de las direcciones de los ejes globales - de referencia y que serán almacenadas en una matriz específica llamada "AL".

Las proyecciones de cada barra representan la diferencia de coordenadas en cada dirección global.

El último dato necesario por cada barra, será su área transversal.

El siguiente punto importante del programa es la lectura de los nudos con desplazamientos restringido o apoyos incompletos. Como ya se ha explicado en otras páginas, los apoyos completos no se tomarán en cuenta para el ensamblaje de la matriz de rigidez de la estructura, no así los apoyos incompletos, los cuales se añadirán como un nudo más de la armadura, pero con restricciones de desplazamiento las cuales serán indicadas mediante la colocación de un uno en el lugar del desplazamiento que se quiere restringir dentro de una matriz auxiliar llamada "KRES" y que tendrá tres renglones, el primero para el desplazamiento en dirección "x", el segundo para el desplazamiento en dirección "y", y el tercero para el de la dirección "Z", y tantas columnas como apoyos de este tipo se tengan. Se deberá tener cuidado de que ninguna columna de dicha matriz tenga tres valores de uno ó tres valores de cero, ya que eso incurriría en decir que se tiene un apoyo completo o un nudo libre en caso de ser ceros.

A partir de la instrucción número 13200 se reciben los datos de las fuerzas que están actuando en los nudos en cada condición de carga. Para cada nudo cargado se especificará la fuerza que actúa en cada condición de carga. Si algún nudo sólo tiene fuerza externa en alguna condición de carga y en las otras no, se colocará el valor de cero en las condiciones en que no intervenga.

Para poder conocer el número de datos que se van a almacenar se debe calcular el ancho de banda que va a tener la matriz $[K]$, ésto se hace a partir de la instrucción número 14500. El número total de renglones de la matriz estará dado por:

$$\text{No. de renglones} = 3 \times \text{núm. de nudos}$$

ya que cada nudo genera tres renglones. El número de columnas será igual al ancho de banda.

Mientras menor sea el ancho de banda será menor el número de datos almacenados y el de cálculos.

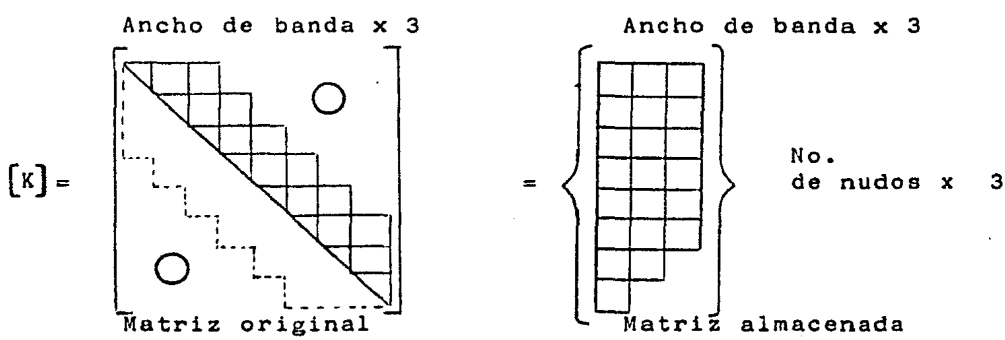
Dicho ancho de banda se define como la mayor diferencia que existe entre dos nudos cualesquiera unidos por una barra, más uno por la diagonal principal. Por ser una diferencia de nudos, el número real de columnas será:

No. de columnas = 3 x (ancho de banda + 1)

El algoritmo para calcular el ancho es:

Ancho de banda = Max| i - j | + 1

Por lo tanto, la matriz [K] que se almacena queda configurada como la mitad de toda ella, por ser simétrica, y sólo el ancho de banda como se muestra a continuación:



En la matriz [K] que se almacena en la memoria, cada columna corresponde a una diagonal de la matriz original, o sea, la primera columna corresponde a los valores de la diagonal principal, la segunda a los valores de la diagonal siguiente de la principal, y así sucesivamente.

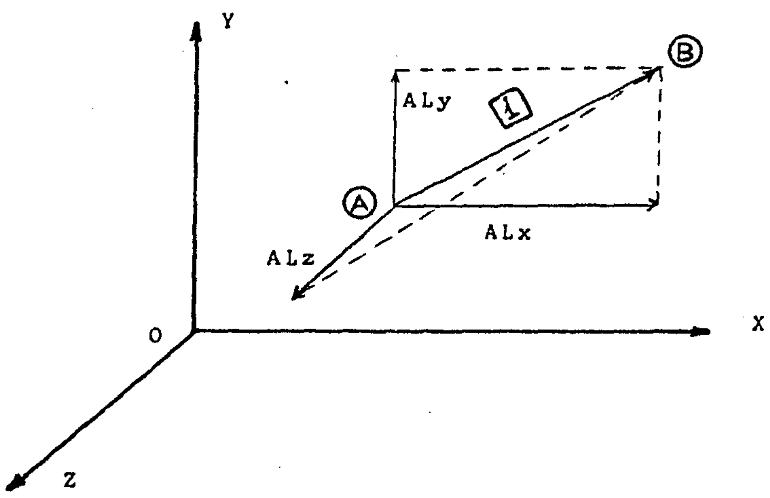
En consecuencia las columnas de la matriz original, se -

transforman en diagonales de la matriz almacenada. Todos estos cambios se tendrán en cuenta en el momento de ensamblar la matriz, ya que ésto se hará directamente en la forma de la matriz almacenada.

La formación de la matriz de rigidez de la estructura se lleva a cabo de las instrucciones número 17000 a la 19500. Este proceso se inicia con el cálculo de la longitud de cada barra aplicando el teoréma de Pitágoras.

$$\text{Long.} = \sqrt{ALx^2 + ALy^2 + ALz^2}$$

tendremos entonces para la barra [i] :



Una vez calculada la longitud de una barra, se divide cada proyección de la misma entre ella, con lo que se obtiene el coseno director de la barra en cada dirección. El valor de los cosenos directores se guardan en la matriz de proyecciones, con lo que ahorran localidades de memoria al evitar generar otro arreglo para este propósito.

La instrucción número 18100 calcula la rigidez axial de cada elemento y se determina de la siguiente manera:

$$Ki = \frac{EAi}{Li}$$

este valor se almacena en el vector de áreas transversales para ahorrar localidades de memoria nuevamente.

De la instrucción número 18300 a la 18600 se efectúa el cálculo de la matriz de rigidez acoplada de cada barra usando las fórmulas ya vistas anteriormente y teniendo en consideración que el vector unitario $\{U\}$ de cada elemento se encuentra ocupando la matriz de proyecciones "AL".

A continuación se hace la colocación de los elementos de la matriz de rigidez acoplada en la diagonal principal, instrucciones 18700 a 19100, y en los demás lugares que le corresponden de la matriz $[K]$ instrucciones 19200 a 19400. Esto se lleva a cabo usando la subrutina COLOC.

Durante el proceso de solución del sistema de ecuaciones creado, los valores encontrados para los desplazamientos nodales son almacenados en la matriz de fuerzas en los nudos con el fin de ahorrar capacidad de memoria, pero como para poder calcular el equilibrio de fuerzas internas y externas en cada nudo es necesario conservar los valores de las fuerzas externas hasta el final del programa, se copian dichos valores en un vector auxiliar. Esto se realiza entre las instrucciones número 19600 y 19900.

Antes de proceder a la solución de la ecuación fundamental del método de las rigideces se debe hacer algunas modificaciones a la matriz de rigidez de la estructura por la inclusión de los nudos con restricción de desplazamiento, si es que existen. Este proceso de modificación de $[K]$ se efec--

túa entre las instrucciones 20000 y 21900.

La alteración de la matriz de fuerzas en los nudos origina que al calcularse el equilibrio de fuerzas en ellos aparezca un valor distinto de cero en las direcciones restringidas de estos apoyos incompletos.

Dicho valor corresponde a la fuerza que le está transmitiendo, en esos puntos, la armadura al apoyo por lo que la reacción será cuantitativamente igual pero con signo contrario.

El siguiente punto importante del programa es la triangularización de la matriz [K] a fin de obtener la matriz [L] usada en el método de Cholesky para la solución del sistema de ecuaciones. Esto se efectúa en la instrucción número 22000 utilizando la subrutina "TRIAN". Los elementos de la matriz triangularizada se guardan en las localidades correspondientes de la matriz de rigidez con el fin de optimizar el uso de la capacidad de memoria de la máquina.

En la instrucción número 22200 se pide la solución del sistema de ecuaciones a través de la subrutina "SOLUC" que es la encargada de la aplicación del método de Cholesky. Se resuelven todos los casos de carga y los desplazamientos nodales se almacenan en los lugares correspondientes de la matriz de fuerzas externas.

Una vez obtendios los desplazamientos en los nudos el programa inicia un ciclo iterativo que va de la instrucción número 22400 a la 26700 y que se ejecuta por cada condición de carga que se haya especificado.

El ciclo se inicia con la impresión de los desplazamientos. Después, entre la instrucción 22800 y la 23500 se calcula la deformación de cada barra y se multiplica por la rigidez axial de ellas para obtener el valor de las fuerzas axiales actuantes e imprimirlas.

Entre la instrucción 24100 y la 24400 se trasladan los valores de las fuerzas externas de cada nudo que habían sido almacenados en una matriz auxiliar, a una matriz que tendrá tantas columnas como número de nudos más número de apoyos tenga la estructura y que se empleará para calcular el equilibrio de fuerzas de cada nudo y las reacciones en los apoyos.

El equilibrio nodal se obtiene sumando algebraicamente en cada nudo la fuerza externa actuante en cada dirección y las proyecciones de las fuerzas axiales de las barras que concurren al mismo nudo multiplicadas por el signo que les corresponda según sea nudo inicial o final de las barras en cuestión, positivo para el primer caso y negativo para el segundo. De la instrucción 24500 a la 25400 se realiza el cálculo de este equilibrio.

Las reacciones en los apoyos serán las sumas de las proyecciones, en cada dirección, de las fuerzas axiales de las barras que llegan a ellos cambiándoles el signo; entre las instrucciones 25600 y 25800 se lleva a cabo este cálculo.

Se imprimen por separado el equilibrio de los nudos y las reacciones en los apoyos completos.

Una vez realizado todo ésto se inicia de nuevo al ciclo para la siguiente condición de carga.

Hasta aquí comprende el programa principal y se han escrito sus puntos más sobresalientes.

IV.2 SUBRUTINAS.

El programa emplea tres subrutinas de apoyo llamadas: - CØLØC, TRIAN., y SØLUC. Las cuales serán descritas a continuación en el órden en que fueron solicitadas por el programa principal.

Las subrutinas CØLØC se utiliza para ir acomodando las matrices de rigidez acoplada de cada barra dentro de la matriz de rigidez de la estructura, haciendo las sumas necesarias y tomando en cuenta la forma en que se tiene almacenada dicha matriz en la memoria de la computadora. Dentro del listado de instrucciones presentado en el capítulo siguiente, este subprograma ocupa desde la instrucción número 7300 a la instrucción número 8700. Los datos de entrada que necesita son los nudos inicial y final de cada barra que se va a ubicar y el signo que debe tener la matriz de rigidez acoplada dependiendo si se va a colocar en la diagonal principal de [K] o en otro lugar de ella. Si alguno de los dos nudos que delimitan una barra es apoyo completo no se ejecuta esta subrutina; dicha situación se vigila en la instrucción 19200 del programa principal.

Las instrucciones 7500 y 7600 localizan el lugar a partir del cual se empiezan a colocar los valores de cada matriz de rigidez acoplada. Para entenderlas mejor, en la figura IV.2 se presenta en forma gráfica este proceso y se recuerda que sólo se almacena la parte tringular superior de [K].

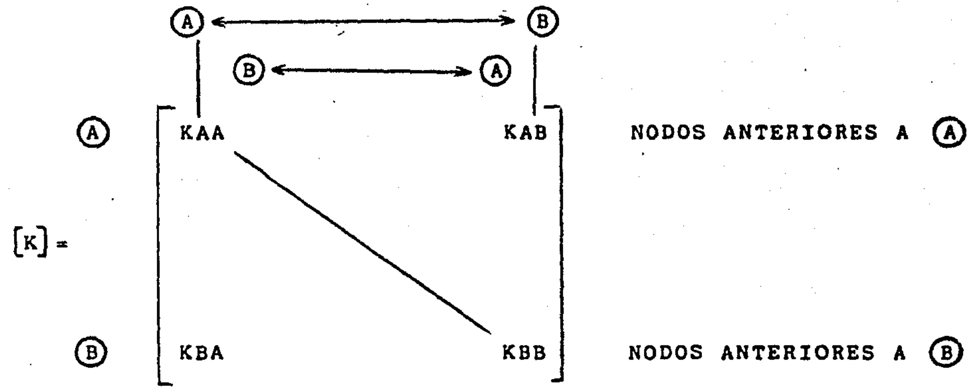
Se hace notar que se usa la misma subrutina para colocar valores tanto dentro de la diagonal principal como fuera de ella, en el primer caso dando como dato de entrada dos veces cada nudo de una barra.

La subrutina TRIAN es la que se encarga de triangularizar a la matriz $[K]$ para obtener la matriz $[L]$ del método de Cholesky. Debido a que se almacenó la mitad superior de $[K]$, la subrutina encuentra en realidad $[L]^T$ aplicando las fórmulas de recurrencia desarrolladas en el capítulo anterior.

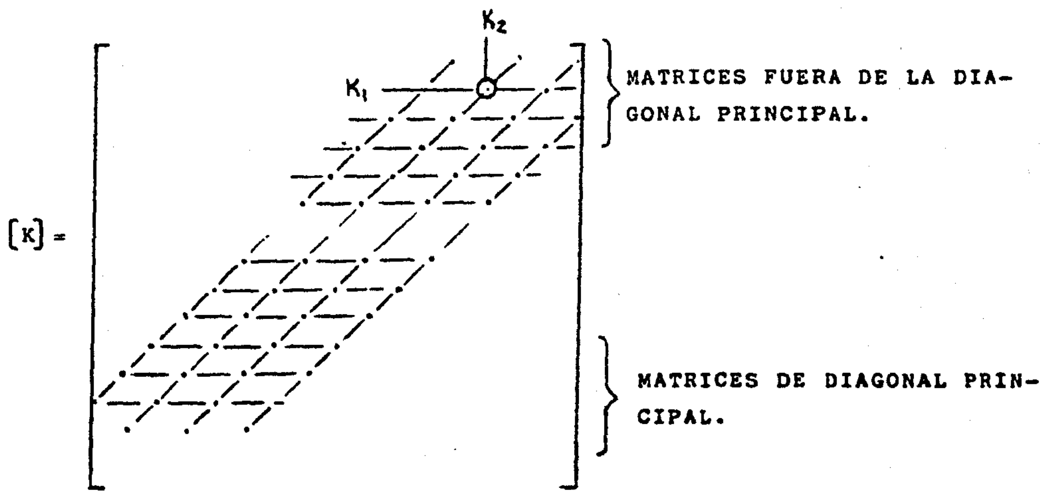
Este sub programa ocupa de la instrucción número 3800 a la 6900.

Los valores se van obteniendo de arriba hacia abajo y de izquierda a derecha, es decir, calculando los elementos correspondientes por renglones de la matriz $[K]$, tomando en consideración que las columnas originales son diagonales en la matriz almacenada y que sólo se guardó el ancho de banda en columnas, por lo que en varios puntos se vigila no rebasar dicho valor. Conforme se va calculando $[L]^T$ se van almacenando sus valores en los lugares que ocupan los datos correspondientes de $[K]$ para ahorrar localidades de memoria. En las instrucciones 4500 y 5400 se utiliza una variable auxiliar para que contenga los resultados de la suma y multiplicaciones empleadas en las fórmulas de recurrencia. La instrucción número 5800 calcula los valores de los elementos en la diagonal principal de $[K]$ o su primera columna en la forma en que se almacena dentro del programa. La instrucción 6000 obtiene los elementos fuera de la diagonal principal de $[K]$.

Se tiene otra variable llamada NØFR que nos sirve para vigilar que no se vaya a colocar un cero en la diagonal principal de $[k]$. Originalmente tiene el valor de uno, instrucción 4000, pero si se detecta un cero en la instrucción 5700, adquiere el valor de cero en la instrucción 6400 e imprime un letrero a este respecto indicando en qué renglón se localizó esta anomalía. La instrucción número 22100 del programa princiapl advierte este caso y detiene la ejecución del programa.



Matriz [K] en su forma original



Matriz [K] almacenada en la computadora.

La subrutina SOLUC calcula el valor de los desplazamientos nodales para todas las condiciones de carga que se hallan proporcionado como datos. Ocupa de la instrucción número - 400 a la número 3400 y necesita como datos de entrada los -

valores almacenados de la matriz de rigidez de la estructura triangularizada, el número de renglones que posea, su número de columna, número de condiciones de carga por re-- solver y los valores de las fuerzas externas aplicadas en cada nudo.

El proceso se va realizando para cada condición de carga a la vez mediante un ciclo iterativo que se indica en la instrucción 600 y termina en la 3200. Primero se calculan los valores del vector $\{Z\}$, vector intermedio en el método de - solución de Cholesky, entre las instrucciones número 700 y 1800, tomando en cuenta que se tiene almacenada la matriz - $[L]^T$, los renglones de $[L]$ serán diagonales de aquella ma- - triz.

La sustitución se hace de arriba hacia abajo de $[L]$, como - se explicó en el capítulo III. El vector $\{Z\}$ se guarda en los lugares correspondientes que ocupan las fuerzas exter-- nas en los nudos para ahorrar localidades de memoria. Después de calcular este vector intermedio auxiliar se obtie-- nen los valores de los desplazamientos nodales haciendo la sustitución de abajo hacia arriba en la matriz $[L]^T$, ocupando de la instrucción número 1900 a la 3100. Nuevamente, - los valores determinados de cada desplazamiento se cambian por el valor de $\{Z\}$ que ocupa el lugar correspondiente para su máxima optimización.

Al concluir la ejecución de esta subrutina la matriz que - originalmente contenía los valores de las fuerzas externas de los nudos, contiene los valores del desplazamiento en cada dirección para los mismos.

IV.3 ENTRADA Y SALIDAS DE DATOS.

En este inciso se describe explícitamente cómo deberán darse los datos de una armadura para su análisis mediante el uso de este programa y cómo es que aparecerán los resultados en el listado de salida impresos.

El ingreso se hará a través de tarjetas perforadas en el orden que se muestra a continuación:

Tarjeta Tipo 1: Corresponde a la instrucción número 9800 del programa principal y contiene datos generales de la estructura. Sólo se tendrá una tarjeta de este tipo y su arreglo es el siguiente.

Columnas 1 a 10 - número de nudos de la estructura (campo para números enteros).

Columnas 11 a 20 - número de barras de la estructura (campo para números enteros).

Columnas 21 a 30 - número de apoyos completos que se tengan (campo para números enteros).

Columnas 31 a 40 - número de nudos restringidos en alguna dirección de desplazamiento (campo para números enteros).

Columnas 41 a 50 - módulo de elasticidad del material de las barras de la armadura (campo para números reales).

Columnas 51 a 60 - número de condiciones de carga para las que se desean conocer resultados (campo números enteros).

Columnas 61 a 70 - número de nudos que tengan alguna fuerza, externa aplicada en cualquier condición de carga especificada (campo para número enteros).

El programa no tiene capacidad para hacer conversiones de unidades, por lo que todos los valores que las requieran deberán estar en unidades congruentes.

Tarjeta Tipo 2: contiene los datos de identificación de cada barra, así como sus dimensiones y área transversal.

Se dará una tarjeta de este tipo por cada elemento de la estructura. La disposición es la siguiente:

Columnas 1 a 10 - número de la barra a que corresponden los datos de la tarjeta (campo para números enteros).

Columnas 11 a 20 - incidencia o nudo en el que se inicia la barra (campo para números enteros).

Columnas 21 a 30 - incidencia o nudo en que termina la barra (campo para números enteros).

Columnas 31 a 40 - proyección de la longitud del elemento en la dirección "x" global (campo para números reales).

Columnas 41 a 50 - proyección de la longitud del elemento en la dirección "y" global (campo para números reales).

Columnas 51 a 60 - proyección de la longitud del elemento - en la dirección "z" global (campo para - números reales).

Columnas 61 a 70 - área de la sección transversal de la barra (campo para números reales).

Este programa está elaborado de forma en que si se numeran en forma consecutiva todas las barras que tengan iguales algunas proyecciones o el área transversal, solamente será nerá necesario dar el valor que se repite en la primera tarjeta en que se solicite y en las demás que le sigan se dará - el valor de cero en el lugar del valor que se repite.

Por lo tanto, si en alguna barra una de sus proyecciones - tiene realmente el valor de cero se especificará, en su lugar, el valor de 1×10^{-10} como dato en esa dirección para - evitar que se asigne un valor incorrecto. El error cometido con esto es despreciable.

<u>Tarjeta Tipo 3:</u> se utiliza para especificar que nudos de - la armadura tiene alguna restricción de desplazamiento. Se proporcionará una tarjeta de este tipo por cada nudo que - sea apoyo incompleto. Si no existen nudos restringidos no será necesario dar ninguna tarjeta como ésta.

Columnas 1 a 5 - número del nudo con restricción de desplazamiento (campo para números enteros).

Columnas 6 a 10 - restricción al desplazamiento en la dirección "x" global, 0 si está libre y 1 - si está restringido (campo para números - enteros).

Columnas 11 a 15 - restricción al desplazamiento en la di-- rección "y" global, 0 si está libre y 1 si está restringido (campo para números enteros).

Columnas 16 a 20 - restricción al desplazamiento en la di-- rección "z" global, 0 si está libre y 1 si está restringido (campo para números enteros).

Tarjeta Tipo 4: En ella se especificarán las fuerzas externas que actúan en los nudos que se encuentren cargados en cualquier condición de carga. Se dará una tarjeta de este - tipo por cada nudo que tenga fuerzas - aplicadas. Su arreglo es como se indica a continuación:

Columnas 1 a 5 - número del nudo con fuerzas aplicadas - (campo para números enteros).

Columnas 6 a 15 - valor de la fuerza en dirección "x" global para la 1a. condición de carga (campo para números reales).

Columnas 16 a 25 - valor de la fuerza en dirección "y" global para la 1a. condición de carga (campo de números reales).

Columnas 26 a 35 - valor de la fuerza en dirección "z" global para la 1a. condición de carga (campo de números reales).

Si existiesen más de dos condiciones de carga los valores -

de las fuerzas para la 2a. condición de carga se darán a continuación en la misma tarjeta con campos de 10 columnas para cada una de las direcciones.

Se tendría el siguiente arreglo, de la columna 36 a 45 fuerza en "x", de la columna 46 a 55 fuerza en "y" y de la columna 56 a 65 el valor de la fuerza en dirección "z" todos ellos campo para números reales. A partir de la 3a. condición de carga se pondrán en una 2a. tarjeta y se comenzará a partir de la primera columna, entonces se tiene que de la columna 1 a 10 se pondrá el valor de la fuerza en "x" para la 3a. condición de carga y así sucesivamente.

Estas son todas las tarjetas de datos necesarias para el análisis de una estructura con el programa AATD. En lo que se ha expuesto anteriormente se entiende que en los campos para números enteros se deberán colocar números positivos, corridos a la extrema derecha del campo. Para los campos de números reales se proporcionarán números positivos o negativos, con punto decimal forzosamente o escritos en notación científica utilizando el formato "E".

Los resultados del análisis aparecen en forma impresa en listados de papel y en el órden que se describe a continuación.

Primero una tabla con los datos generales de la estructura, ésto es, número de nudos, de barras, de apoyos completos y de condiciones de carga; una lista conteniendo para cada barra sus nudos de incidencia en los extremos inicial y final (A y B respectivamente), las proyecciones de su longitud en cada dirección y su área transversal; otra lista que presenta los nudos con restricción de desplazamiento, o apoyos incompletos, así como cuales de sus desplazamientos están -

restringidos y cuales libres; una lista para cada condición de carga especificada que presenta las fuerzas externas aplicadas en los nudos de la armadura.

Después de ésto vienen ya los resultados, separados por cada condición con que se cargó la estructura y en forma de tablas. La primera contiene los valores del desplazamiento nodal en cada dirección y para todos los nudos, en notación científica con formato "E"; la segunda presenta los valores de la fuerza axial actuante en cada barra e indicando si es de tensión o de compresión, en notación científica también; una más que exhibe el resultado del cálculo de equilibrio de fuerzas en los nudos para cada dirección global; por último, una lista con los valores de las reacciones en cada dirección en los apoyos completos.

Los valores de las reacciones en apoyos incompletos deberán buscarse en la tabla de equilibrio nodal, en el nudo correspondiente, donde aparecerán en forma de acción de la estructura sobre el apoyo por lo que habrá de cambiárseles el signo para conocer las reacciones en dichos lugares como ya se había explicado en párrafos anteriores.

V.- PROGRAMA AATD.

Este capítulo contiene la lista completa de instrucciones - que conforman el programa de análisis de armaduras en tres dimensiones. Los dos primeros incisos sirven para aclarar el significado de las variables más importantes empleadas, tanto en el programa principal como en las subrutinas de - apoyo; el último inciso se muestra el listado de instrucciones dadas a la computadora.

V.I PROGRAMA PRINCIPAL.

Significado de las variables más importantes, en órden alfabético:

AK = Matriz de rigidez de la estructura; matriz triangular $[L]^T$

AKBB = Matriz de rigidez acoplada de cada barra.

AL = Matriz de proyecciones de las barras en cada di-- rección; matriz de Cosenos Directores en cada dirección de las barras.

ALØN = Longitud real de una barra.

AREA = Vector de áreas transversales de las barras; - Vector de Rigideces Axiales de las barras.

DESP = Matriz de desplazamientos nodales (equivalente en localidades de memoria a YY).

E = Deformación axial de cada barra.

EE = Módulo de elasticidad del material de la estructura.

EAL = Rigidez axial de una barra.

FZA = Matriz de fuerzas externas en los nudos (equivalente en localidad de memoria a YY).

FZAP = Matriz auxiliar para soportar los valores de las fuerzas externas en los nudos (equivalente en localidades de memoria YYP).

INC = Matriz que contiene las incidencias de cada barra, es decir, su nudo inicial y final.

KAN = Ancho de la banda de la matriz de rigidez de la estructura, tanto en nudos como en columnas.

KRES = Matriz que contiene las restricciones de desplazamientos de los nudos restringidos.

NA = Número de apoyos completos.

NB = Número de barras de la estructura.

NCC = Número de condiciones de carga.

NN = Número de nudos.

NNC = Número de nudos cargados.

NNR = Número de nudos restringidos.

NUDR = Número del nudo restringido.

PP = Vector de fuerzas axiales en las barras.

REQ = Vector que contiene el equilibrio en los nudos y las reacciones en los apoyos.

YY = Matriz de fuerzas externas en los nudos; matriz - de desplazamientos en los nudos.

YYP = Matriz auxiliar para soportar los valores de las fuerzas externas en los nudos.

V.2 SUBRUTINAS.

Significado de las variables más importantes, por subrutina y órden alfabético.

Subrutina CØLØC:

AK = Mismo que en el programa principal.

AKBB = Mismo que en el programa principal.

I1, I2 = Número del nudo de incidencia inicial o final de la barra, según sea el caso.

SIG = Signo asociado a la matriz de rigidez acoplada - de las barras.

Subrutina TRIAN:

A = Matriz por tringulizar; matriz tringulizada $[L]^T$.

KAN = Número de columnas de $[A]$.

N = Número de renglones de [A].

N1 = Tamaño máximo del arreglo [A].

NØFR = Bandera para localizar ceros en la diagonal principal de [A].

Subrutina SØLUC:

A = Matriz tringularizada [L].

KAN = Número de columnas de [A].

N = Número de renglones de A .

NC = Número de condiciones de carga por resolver.

N1 = Tamaño máximo del arreglo [A].

N2 = Tamaño máximo de la arreglo [Y].

Y = Matriz de fuerzas externas; matriz auxiliar [Z] del método de Cholesky; matriz de solución del sistema de ecuaciones.

V.3 LISTADO GENERAL DE INSTRUCCIONES DEL PROGRAMA AATD.

Las hojas que se presentan a continuación son el listado de instrucciones del programa AATD.

**** JG90 3868 TESIS ****

```
DATE: NOV 15, 1983 16:51:35, SYSTEM SERIAL: 212, B7800 MCP: SYSTEM/MCP/BUENO. 33.320.2327

                         W O R K   F L O W   S T A T E M E N T S

00000100  ?JOB TESIS;USER=JG90;CLASS=2;BEGIN
00000200  ?COMPILE AATD FORTRAN
00000300  ?DATA
00033000  ?DATA FILES
00032200  ? END JOB

                              J O B   S U M M A R Y

NOV 15, 1983
  16:49:07     BOJ  3868  TESIS.
                          JOB ENTERED SYSTEM: NOV 15, 1983 16:43:12 FROM WFL 33.320
                          QUEUE: 2
                          ORIGINATING UNIT: 10
                          PRIORITY: 50
                          USERCODE: JG90.
```

```
16:49:08    BOT  3990  SYSTEM/FORTRAN.
                       CODE COMPILED: OCT 27, 1982 16:24:38 BY ALGOL 33.320
                       TASK TYPE: COROUTINE(CALL)
                       PRIORITY: 50
                       CODEFILE: .ATD.
                       USERCODE: JG90.
16:49:29    BOT  3999  (JG90)AATD ON PACK.
                       CODE COMPILED: NOV 15, 1983 16:49:09 BY FORTRAN 33.320
                       TASK TYPE: DEPENDENT TASK(PROCESS)
                       PRIORITY: 50
                       USERCODE: JG90.
16:49:30    EOT  3990  SYSTEM/FORTRAN.
                       PROCESSOR TIME: 00:00:01.395  USERCODE: JG90.
                       I/O       TIME: 00:00:04.084  CARDS READ: 326.
                       READYQ    TIME: 00:00:06.827  LINES PRINTED: 352.
                       INITPBIT  TIME: 00:00:00.223  AVERAGE MEMORY USAGE: CODE=17088, DATA=11106
                       ELAPSED   TIME: 00:00:21.892  MEMORY INTEGRAL: CODE=93.638, DATA=60.859
                                                     DATA & CODE ALLOWED IN & OCCUPIED: GLOBAL.
                                                     INITIAL PEITS: 143.

16:49:54    EOT  3999  (JG90)AATD ON PACK.
                       PROCESSOR TIME: 00:00:02.137  USERCODE: JG90.
                       I/O       TIME: 00:00:03.251  CARDS READ: 231.
                       READYQ    TIME: 00:00:08.094  LINES PRINTED: 679.
                       INITPBIT  TIME: 00:00:00.195  AVERAGE MEMORY USAGE: CODE=1136, DATA=7633
                       ELAPSED   TIME: 00:00:25.173  MEMORY INTEGRAL: CODE=6.180, DATA=41.517
                                                     DATA & CODE ALLOWED IN & OCCUPIED: GLOBAL.
                                                     INITIAL PEITS: 100.

16:49:55    EOJ  3868  TASIS.
                       PROCESSOR TIME: 00:00:00.090  USERCODE: JG90.
                       I/O       TIME: 00:00:00.206  AVERAGE MEMORY USAGE: CODE=82, DATA=1281
                       READYQ    TIME: 00:00:00.232  MEMORY INTEGRAL: CODE=0.024, DATA=0.383
                       INITPBIT  TIME: 00:00:00.046  DATA & CODE ALLOWED IN & OCCUPIED: GLOBAL.
                       ELAPSED   TIME: 00:00:47.754  INITIAL PEITS: 35.
```

BURROUGHS LARGE SYSTEMS FORTRAN COMPILATION MARK 3.3.320 TUESDAY, 11/15/83 04:49 PM

A A T D _ O N _ D I S K

```
C                                                             00000100  C   000:0000:5
C   SUBRUTINA   PARA   SOLUCIONAR   SISTEMA   DE   ECUACIONES 00000200  C   000:0000:5
C                                                             00000300  C   000:0000:5
                                                                             START OF SEGMENT 002
      SUBROUTINE SOLUC(A,N,KAN,N1,Y,NC,N2)                    00000400  C   002:0000:0
      DIMENSION A(N1,1),Y(N2,1)                               00000500  C   002:0000:0
        DO 35 L=1,NC                                          00000600  C   002:0000:0
          DO 20 I=1,N                                         00000700  C   002:0000:4
            SUMA=Y(I,L)                                       00000800  C   002:0001:2
            IF(I.EQ.1) GO TO 15                               00000900  C   002:0004:5
            KS=KAN                                            00001000  C   002:0006:0
            I1=I                                              00001100  C   002:0006:5
            IF(KAN.GT.I) KS=I                                 00001200  C   002:0007:4
              DO 10 K2=2,KS                                   00001300  C   002:0009:5
                I1=I1-1                                       00001400  C   002:000A:4
                SUMA=SUMA-A(I1,K2)*Y(I1,L)                    00001500  C   002:000C:0
10            CONTINUE                                        00001600  C   002:0013:1
15          Y(I,L)=SUMA/A(I,1)                                00001700  C   002:0015:5
20        CONTINUE                                            00001800  C   002:001B:1
          DO 30 IP=1,N                                        00001900  C   002:001D:5
            I=N-IP+1                                          00002000  C   002:001E:3
            SUMA=Y(I,L)                                       00002100  C   002:0020:2
      IF(I.EQ.N) GO TO 26                                     00002200  C   002:0023:5
        KS=N-I+1                                              00002300  C   002:0025:1
        IF(KS.GT.KAN) KS=KAN                                  00002400  C   002:0027:0
        I1=I                                                  00002500  C   002:0028:5
        DO 25 K2=2,KS                                         00002600  C   002:0029:4
        I1=I1+1                                               00002700  C   002:002A:3
        SUMA=SUMA-A(I,K2)*Y(I1,L)                             00002800  C   002:002B:5
25            CONTINUE                                        00002900  C   002:0033:0
26      Y(I,L)=SUMA/A(I,1)                                    00003000  C   002:0035:4
30      CONTINUE                                              00003100  C   002:003B:0
35      CONTINUE                                              00003200  C   002:003D:4
        RETURN                                                00003300  C   002:0040:2
        END                                                   00003400  C   002:004C:5
                                                                      SEGMENT 002 IS 004C LONG
```

```
C                                                                    C   002:004C:0
C    SUBRUTINA   PARA   TRIANGULARIZAR   MATRICES                    C   002:004C:0
C                                                                    C   002:004C:0
                                                                      START OF SEGMENT 003
      SUBROUTINE TRIAN(A,N,KAN,N1,NOFR)                              C   003:0000:0
      DIMENSION A(N1,1)                                              C   003:000C:0
      NOFR=1                                                         C   003:0000:0
      DO 100 I=1,N                                                   C   003:0000:4
      KN=N-I+1                                                       C   003:0001:2
      IF(KN.GT.KAN) KN=KAN                                           C   003:0003:1
      DO 100 J=1,KN                                                  C   003:0005:0
      SUMA=A(I,J)                                                    C   003:0005:4
      IF(J.EQ.KAN) GO TO 15                                          C   003:0009:1
      KS=KAN                                                         C   003:000A:3
      K1=1                                                           C   003:000B:2
      I1=I                                                           C   003:000C:0
      IF(J+I-1.LT.KAN) KS=J+I-1                                      C   003:000C:5
       DO 10 K2=J+1,KS                                               C   003:0010:5
      K1=K1+1                                                        C   003:0012:0
      I1=I1-1                                                        C   003:0013:2
      SUMA=SUMA-A(I1,K1)*A(I1,K2)                                    C   003:0014:4
   10 CONTINUE                                                       C   003:001B:5
   15  IF(J.NE.1) GO TO 20                                           C   003:001E:3
       IF(SUMA.LE.1.E-25) GO TO 105                                  C   003:001F:4
      A(I,1)=SQRT(SUMA)                                              C   003:0022:4
      GO TO 100                                                      C   003:0025:3
   20 A(I,J)=SUMA/A(I,1)                                             C   003:0026:0
  100 CONTINUE                                                       C   003:002B:2
      RETURN                                                         C   003:0030:4
  105 WRITE(6,1000)I,SUMA                                            C   003:0031:1
                                                                            FIB IS 0006 LONG
      NOFR=0                                                         C   003:0039:2
 1000 FORMAT(10(/),30X,63H"LA ESTRUCTURA NO ES ESTABLE YA QUE SE TIENE U C 003:003A:0
     1N 0 EN EL RENGLON,I5,/,30X,37HDE LA DIAGONAL PRINCIPAL DE LA MATRI  C 003:003A:0
     2Z,/,30X,39HEL VALOR DE LA SUMA EN ESTE PUNTO ES DE,F11.3,2X,1H")  C   003:003A:0
      RETURN                                                         C   003:003A:0
      END                                                            C   003:003A:3
                                                                 SEGMENT 003 IS 0047 LONG
```

```
C
C     SUBRUTINA   PARA   ORGANIZAR   LA   MATRIZ   DE   RIGIDEZ
C
      SUBROUTINE ECLOC(I1,I2,SIG)
      COMMON/C1/AK(300,60),AKBB(3,3)
      K1=3*(I1-1)+1
      K2=3*(I2-1)+1
       DO 15 K=1,3
       L=K1+K-1
        DO 10 J=1,3
        LL=K2+J-1
        IF(LL.LE.0) GO TO 10
        AK(L,LL)=AK(L,LL)+AKBB(K,J)*SIG
   10   CONTINUE
       K2=K2-1
   15  CONTINUE
      RETURN
      END
```

```
C   003:0047:0
C   003:0047:0
C   003:0047:0
        START OF SEGMENT 006
C   006:0000:0
C   006:0000:0
C   006:0000:0
C   006:0002:1
C   006:0004:3
C   006:0005:3
C   006:0007:0
C   006:0007:4
C   006:0009:3
C   006:000A:2
C   006:0010:4
C   006:0013:2
C   006:0014:4
C   006:0017:2
C   006:0017:5
     SEGMENT 006 IS 0020 LONG
```

```
C                                                                        00008800   C   006:0020:0
C     PROGRAMA   PRINCIPAL                                               00008900   C   006:0020:0
C     =====================                                              00009000   C   006:0020:0
C                                                                        00009100   C   006:0020:0
                                                                              START OF SEGMENT 007
                                                                   FORMAT SEGMENT IS 0128 LONG
                                                                   FORMAT SEGMENT IS 000A LONG
      DIMENSION FZA(3,100,4),YY(300,4),YYP(300,4),FZAP(3,100,4),PF(300), 00009200   C   007:0000:0
     1DESP(3,100,4),AL(3,300),INC(2,300),AREA(300),NUDR(100),KRES(3,100) 00009300   C   007:0000:0
     2,PLO(3,100)                                                        00009400   C   007:0000:0
      COMMON/C1/AK(300,60),ROR(3,3)                                      00009500   C   007:000C:0
      EQUIVALENCE (FZA(1),YY(1)),(YYP(1),FZAP(1)),(DESP(1),YY(1))        00009600   C   007:000C:0
      WRITE(6,2000)                                                      00009700   C   007:0000:0
      READ(5,1000)NN,NB,NA,NPR,IX,NCC,NNC                                00009800   C   007:0004:2
                                                                               FIB IS 0006 LONG
C                                                                        00009900   C   007:0017:2
C     DATOS DE LAS BARRAS                                                00010000   C   007:0017:2
C                                                                        00010100   C   007:0017:2
      IF(NN+NA.GT.100.OR.NB.GT.300.OR.NCC.GT.4) GO TO 10                 00010200   C   007:0017:2
      GO TO 15                                                           00010300   C   007:001E:2
   10 WRITE(6,2005)                                                      00010400   C   007:001E:5
      CALL EXIT                                                          00010500   C   007:0020:2
   15 DO 20 I=1,NB                                                       00010600   C   007:0021:1
      READ(5,1005)K,(INC(J,K),J=1,2),(AL(J,K),J=1,3),AREA(K)             00010700   C   007:0021:5
   20 CONTINUE                                                           00010800   C   007:0031:2
      DO 30 I=2,NB                                                       00010900   C   007:0041:0
      DO 25 J=1,3                                                        00011000   C   007:0041:5
      IF(ABS(AL(J,I)).LT.1.E-10) AL(J,I)=AL(J,I-1)                       00011100   C   007:0042:3
   25 CONTINUE                                                           00011200   C   007:004C:3
      IF(AREA(I).LE.0.0) AREA(I)=AREA(I-1)                               00011300   C   007:004F:1
   30 CONTINUE                                                           00011400   C   007:0053:5
      WRITE(6,2010)NN,NB,NA,NCC,IX                                       00011500   C   007:0056:3
      DO 35 I=1,NB                                                       00011600   C   007:0063:2
      WRITE(6,2015)I,(INC(J,I),J=1,2),(AL(J,I),J=1,3),AREA(I)            00011700   C   007:0064:0
   35 CONTINUE                                                           00011800   C   007:0071:2
C                                                                        00011900   C   007:0081:0
C     LECTURA DE NUDOS RESTRINGIDOS                                      00012000   C   007:0081:C
C                                                                        00012100   C   007:0081:0
      WRITE(6,2016)                                                      00012200   C   007:0081:0
      IF(NPR.EQ.0)GO TO 45                                               00012300   C   007:0085:2
      WRITE(6,2020)                                                      00012400   C   007:008C:3
      DO 40 I=1,NPR                                                      00012500   C   007:008A:2
      READ(5,1010)NUDR(I),(KRES(J,I),J=1,3)                              00012600   C   007:008P:0
      WRITE(6,2025)NUDR(I),(KRES(J,I),J=1,3)                             00012700   C   007:009C:2
   40 CONTINUE                                                           00012800   C   007:00AC:2
C                                                                        00012900   C   007:00AF:0
C     LECTURA DE FUERZAS EN LOS NUDOS                                    00013000   C   007:00AF:0
C                                                                        00013100   C   007:00AF:0
   45 DO 50 L=1,NCC                                                      00013200   C   007:00AF:0
      DO 50 I=1,NN+NA                                                    00013300   C   007:00AF:4
      DO 50 K=1,3                                                        00013400   C   007:00B3:3
      FZA(K,I,L)=0.0                                                     00013500   C   007:00B4:1
   50 CONTINUE                                                           00013600   C   007:00B6:0
      DO 55 J=1,NNC                                                      00013700   C   007:00B0:5
      READ(5,1015)I,((FZA(K,I,L),K=1,3),L=1,NCC)                         00013800   C   007:00BE:3
   55 CONTINUE                                                           00013900   C   007:00D5:2
      WRITE(6,2030)                                                      00014000   C   007:00D8:0
      DO 60 L=1,NCC                                                      00014100   C   007:00DC:2
      WRITE(6,2035)L                                                     00014200   C   007:00D0:0
      DO 60 I=1,NN                                                       00014300   C   007:00E3:2
      WRITE(6,2040)I,(FZA(K,I,L),K=1,3)                                  00014400   C   007:00F4:0
```

```
60   CONTINUE
C
C                                INICIO  DE  LOS  CALCULOS
C                                ========================
      KAN=0
       DO 65 I=1,NE
       IA=INC(1,I)
       IB=INC(2,I)
       IF(IA.GT.NN.OR.IB.GT.NN) GO TO 65
       KAN=MAX0(KAN,IABS(IA-IB))
65     CONTINUE
      WRITE(6,2045)KAN
      KAN=3*(KAN+1)
      NRA=3*NN
C
C     OBTENCION DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ
C
       DO 70 J=1,KAN
        DO 70 I=1,NRA
        AK(I,J)=0.0
70     CONTINUE
C
C     INICIO DEL GRAN DO
C
       DO 90 I=1,NE
       IA=INC(1,I)
       IB=INC(2,I)
       DO 74 J=1,3
        DO 74 K=1,3
         AKEB(K,J)=0.0
74    CONTINUE
       ALON=SQRT(AL(1,I)**2 + AL(2,I)**2 + AL(3,I)**2)
        DO 75 K=1,3
        AL(K,I)=AL(K,I)/ALON
75      CONTINUE
       EAL=EE*AREA(I)/ALON
      AREA(I)=EAL
        DO 80 J=1,3
         DO 80 K=1,3
         AKEB(K,J)=AL(K,I)*AL(J,I)*EAL
80      CONTINUE
        DO 85 L=1,2
        II=INC(L,I)
        IF(II.GT.NN) GO TO 85
      CALL COLOC(II,II,1.)
85      CONTINUE
       IF(IA.GT.NN.OR.IB.GT.NN)GO TO 90
      IF(IB.GT.IA) CALL COLOC (IA,IB,-1.)
      IF(IA.GT.IB) CALL COLOC (IB,IA,-1.)
90     CONTINUE
       DO 95 J=1,NCC
        DO 95 I=1,NRA
        YYP(I,J)=YY(I,J)
95     CONTINUE
      IF(NNR.EQ.0.0) GO TO 120
       DO 115 I=1,NNR
       L=NUDR(I)
        DO 110 J=1,3
        K=KRES(J,I)
        IF(K.NE.1) GO TO 110
        IR=3*(L-1)+J
        AK(IR,1)=1.0
        IK=IR-1
         DO 100 LJ=2,KAN
         AK(IR,LJ)=0.0
         IF(IK.LE.0) GO TO 100
         AK(IK,LJ)=0.0
```

```
      IK=IK+1
  100 CONTINUE
      DO 105 L=1,NCC
      YY(IK,L)=0.0
  105 CONTINUE
  110 CONTINUE
  115 CONTINUE
  120 CALL TRIAN (JK,NRA,KAN,300,NOFR)
      IF(NOFR.EQ.0) CALL EXIT
      CALL SOLUC (JK,NRA,KAN,300,YY,NCC,300)
      WRITE(6,2050)
      DO 155 L=1,NCC
      WRITE(6,2055)L
      WRITE(6,2060)
      WRITE(6,2065)(I,(D.SP(K,I,L),K=1,3),I=1,NN)
      DO 130 I=1,NE
      IA=INC(1,I)
      IB=INC(2,I)
      U=0.0
      DO 125 K=1,3
      U=U+(D.SP(K,IB,L)-D.SP(K,IA,L))*AL(K,I)
  125 CONTINUE
      PP(I)=AREA(I)*U
  130 CONTINUE
      WRITE(6,2070)
      WRITE(6,2075)(I,PP(I),I=1,NE)
C
C     CALCULO DE LAS REACCIONES Y COMPROBACION DEL EQUILIBRIO
C
      DO 135 I=1,NN+NA
      DO 135 K=1,3
      REQ(K,I)=FZF(K,I,L)
  135 CONTINUE
      DO 150 J=1,NE
      SIG=1.0
      PPP=PP(J)
      DO 145 LL=1,2
      II=INC(LL,J)
      IF(II.GT.NN) GO TO 141
      DO 140 K=1,3
      REQ(K,II)=REQ(K,II)+PPP*AL(K,J)*SIG
  140 CONTINUE
      GO TO 143
  141 DO 142 K=1,3
      REQ(K,II)=REQ(K,II)-PPP*AL(K,J)*SIG
  142 CONTINUE
  143 SIG=-1.0
  145 CONTINUE
  150 CONTINUE
      WRITE(6,2080)
      WRITE(6,2085)(I,(REQ(K,I),K=1,3),I=1,NN)
      IF(NA.EQ.0) GO TO 155
      WRITE(6,2090)
      WRITE(6,2095)(I,(REQ(K,I),K=1,3),I=NN+1,NN+NA)
  155 CONTINUE
 1000 FORMAT(4I10,F10.2,2I10)
 1005 FORMAT(I10,4F10.2)
 1010 FORMAT(4I5)
 1015 FORMAT(I5,(6F10.2))
 2000 FORMAT(15(/),34X,66(1H*),/,4(34X,1H*,64X,1H*,/),34X,1H*,3X,62HPROG
     1RAMA PARA EL ANALISIS TRIDIMENSIONAL DE ARMADURAS *,/,34X,1
     2H*,3X,59(1H=),2X,1H*,/,6(34X,1H*,64X,1H*,/),34X,66(1H*),9(/),32X,5
     3HNOTAS,//,35X,61HEL PROGRAMA ES INDEPENDIENTE DE LAS UNIDADE
     4S EMPLEADAS,//,38X,54HPOR LO QUE SE SUGIERE USAR UNIDADES
     5CONGRUENTES)
 2005 FORMAT(1H1,10(/),30X,93HLA ARMADURA ES MAYOR QUE LA CAPACIDA
     1D DEL PROGRAMA, REVISAR LOS DATOS DE ENTRADA,/,30X,93(1H*),
     2/,30X,93(1H*))
```

```
2010 FORMAT(1H1,///,40X,40HDATOS   GENERALES   DE   LA   ESTRUCTURA,/,  00028100  C  007:0252:0
    140X,40(1H=),4(/),10X,16HNO.  DE  NUDOS :,19X,I4,/,10X,17HNO.  DE  00028200  C  007:0252:0
    2BARRAS :,18X,I4,/,10X,23HNO.  DE  APOYOS  COMPLETOS :,7X,I4,/,10X,  00028300  C  007:0252:0
    333HNO.  DE  CONDICIONES  DE  CARGA :,2X,I4,//,10X,32HMODULO  DE  E  00028400  C  007:0252:0
    4LASTICIDAD  USADO :,3X,F10.1,///,10X,6HBARRAS,/,10X,6(1H*),///,12X  00028500  C  007:0252:0
    5,5HBARRA,5X,11HINCIDENCIAS,10X,12HPROYECCIONES,/,80X,8HAREA DE ,/,  00028600  C  007:0252:0
    623X,1HA,7X,1HB,11X,1HX,12X,1HY,12X,1HZ,10X,8HLA BARRA,/)  00028700  C  007:0252:0
2015 FORMAT(13X,I4,4X,I3,5X,I3,4X,3(F10.2,3X),3X,F10.2)  00028800  C  007:0252:0
2016 FORMAT(////,10X,5HNUDOS,/,10X,5(1H*),///)  00028900  C  007:0252:0
2020 FORMAT(13X,27HNUDOS  CON  RESTRICCIONES :,//,37X,11HRESTRICCION,//  00029000  C  007:0252:0
    1,23X,4HNUDO,6X,1HX,6X,1HY,6X,1HZ,/)  00029100  C  007:0252:0
2025 FORMAT(23X,I4,8X,3(I1,6X))  00029200  C  007:0252:0
2030 FORMAT(///,13X,25HFUERZAS  EN  LOS  NUDOS :)  00029300  C  007:0252:0
2035 FORMAT(///,15X,33HCONDICION  DE  CARGA  NUMERO :,I5,///,28X,4HN  00029400  C  007:0252:0
    1UDO,27X,7HFUERZAS,//,57X,1HX,14X,1HY,14X,1HZ,/)  00029500  C  007:0252:0
2040 FORMAT(38X,I4,8X,3(E10.2,5X))  00029600  C  007:0252:0
2045 FORMAT(1H1,///,45X,29HS  O  L  U  C  I  O  N,/,45X,25(1H=),  00029700  C  007:0252:0
    1///,10X,55HEL  ANCHO  DE  BANDA  DE  LA  MATRIZ  DE  RIGIDEZ  ES :  00029800  C  007:0252:0
    2,2X,I5)  00029900  C  007:0252:0
2050 FORMAT(/,10X,118HLA  SOLUCION  DEL  SISTEMA  DE  ECUACIONES  SE  O  00030000  C  007:0252:0
    1BTUVO  EMPLEANDO  EL  METODO  DE  CHOLESKI,  POR  LO  QUE  ES  EXA  00030100  C  007:0252:0
    2CTA)  00030200  C  007:0252:0
2055 FORMAT(///,15X,30HCONDICION  DE  CARGA  NUMERO :,I5,/,15X,35(1H*),  00030300  C  007:0252:0
    1/,15X,35(1H*))  00030400  C  007:0252:0
2060 FORMAT(///,10X,15HDESPLAZAMIENTOS,/,10X,15(1H=),///,15X,2(4HNUDO,8  00030500  C  007:0252:0
    1X,1HX,12X,1HY,12X,1HZ,7X),/)  00030600  C  007:0252:0
2065 FORMAT(15X,I4,2X,E11.4,2X,E11.4,2X,E11.4,3X,I4,2X,E11.4,2X,E11.4,2  00030700  C  007:0252:0
    1X,E11.4)  00030800  C  007:0252:0
2070 FORMAT(///,10X,24HFUERZAS  EN  LAS  BARRAS,10X,15H(-)  COMPRESION,  00030900  C  007:0252:0
    1/,10X,24(1H-),10X,12H(+)  TENSION,///,15X,5(5HBARRA,7X,6HFUERZA,4X  00031000  C  007:0252:0
    2),/)  00031100  C  007:0252:0
2075 FORMAT(15X,I4,3X,E11.4,4X,I4,3X,E11.4,4X,I4,3X,E11.4,4X,I4,3X,E11.  00031200  C  007:0252:0
    14,4X,I4,3X,E11.4)  00031300  C  007:0252:0
2080 FORMAT(////,10X,26HEQUILIBRIO  DE  LOS  NUDOS,/,10X,26(1H-),//,15X  00031400  C  007:0252:0
    1,2(4HNUDO,10X,1HX,12X,1HY,12X,1HZ,7X),/)  00031500  C  007:0252:0
2085 FORMAT(15X,I4,3X,F10.2,3X,F10.2,3X,F10.2,5X,I4,3X,F10.2,3X,F10.2,3  00031600  C  007:0252:0
    1X,F10.2)  00031700  C  007:0252:0
2090 FORMAT(////,10X,27HREACCIONES  EN  LOS  APOYOS,/,10X,27(1H-),///,1  00031800  C  007:0252:0
    15X,5HAPOYO,21X,10HREACCIONES,16X,5HAPOYO,21X,10HREACCIONES,//,32X,  00031900  C  007:0252:0
    21HX,12X,1HY,12X,1HZ,25X,1HX,12X,1HY,12X,1HZ,/)  00032000  C  007:0252:0
2095 FORMAT(15X,I4,6X,F10.2,3X,F10.2,3X,F10.2,6X,I4,6X,F10.2,3X,F10.2,  00032100  C  007:0252:0
    13X,F10.2)  00032200  C  007:0252:0
     CALL EXIT  00032300  C  007:0252:0
     END  00032400  C  007:0252:5
                                                                  SEGMENT 007 IS 028A LONG
```

```
                                                                    FORMAT SEGMENT IS 00BF LONG
                                                                        START OF SEGMENT 00A
                                                                    SAGMENT 00A IS 0017 LONG
NO ERRORS DETECTED.  NUMBER OF CARDS = 326.
COMPILATION TIME = 19 SECONDS ELAPSED, 1.26 SECONDS PROCESSING(15524 CEM).
D2 STACK SIZE = 14 WORDS.  FILESIZE = 140 WORDS.  ESTIMATED CORE STORAGE REQUIREMENT = 7073 WORDS.
TOTAL PROGRAM CODE = 392 WORDS.  ARRAY STORAGE = 5968 WORDS.
NUMBER OF PROGRAM SEGMENTS = 13.  NUMBER OF DISK SEGMENTS = 100.
PROGRAM CODE FILE = (JG90)AATD ON PACK.
```

VI. EJEMPLO PRACTICO.

Se requiere efectuar el análisis de una estructura cuyo sistema de techo es una armadura tridimensional. Dicho análisis se realizará ante dos condiciones de carga principales: una, el peso propio de la estructura; otra la acción del viento en una sola dirección.

Se trata solamente de un ejemplo para demostrar el uso del programa AATD, no se harán todas las consideraciones que establece cualquier reglamento de construcciones para el análisis y diseño total de una estructura.

La configuración general de la armadura en cuestión se presenta en la figura VI.1, junto con sus dimensiones.

Como se puede observar, consta de una cuerda superior horizontal y otra cuerda inferior, también horizontal, unidas mediante barras diagonales. Descansa sobre cuatro columnas las cuales constituirán los apoyos; tres de ellos tienen libertad de desplazamiento en dos direcciones ortogonales horizontales, mientras que la dirección vertical la tienen restringida, por lo que son apoyos incompletos (o nudos con restricciones de desplazamiento). Solamente uno de los apoyos será completo, es decir, restringido en todas las direcciones de desplazamiento.

Se considera que sólo los nudos de la cuerda superior tomarán las fuerzas que actúan en las dos condiciones de carga propuestas.

La primera condición de carga comprenderá las fuerzas originadas por la suma del peso propio de la estructura más una cierta carga viva. Las barras de la armadu ra son de acero, por lo que se tomarán los siguientes valores:

Peso propio estructura - - -	200 Kg/m^2
Carga viva adicional - - - -	100 Kg/m^2
TOTAL	300 Kg/m^2

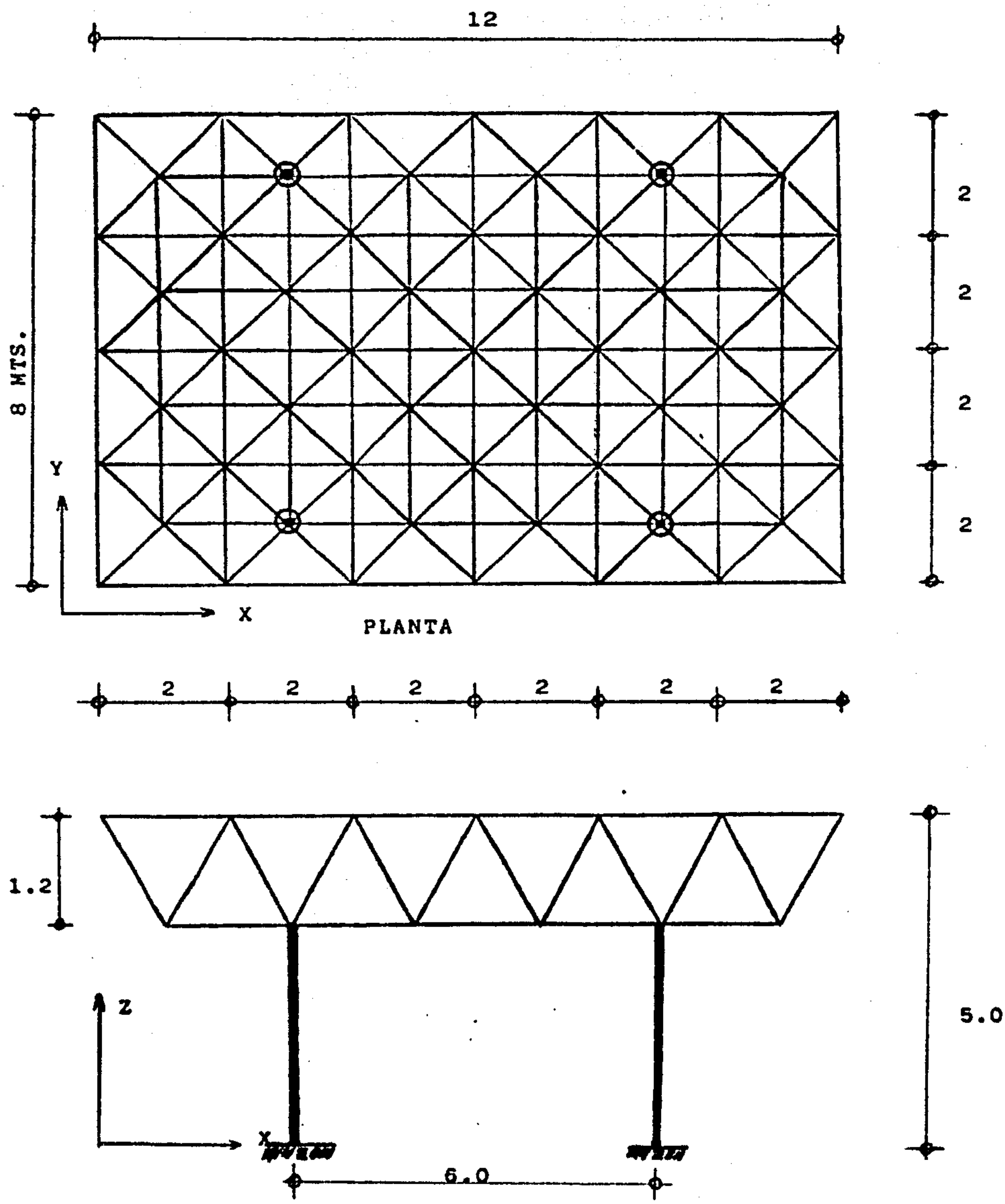
Este peso está uniformemente repartido en toda el área de la cuerda superior, para transformarla en fuerzas - aplicadas en los nudos se multiplicará el área tributo ria de cada nudo por dicho peso. La dirección de ac-- ción de las fuerzas será hacia abajo, por lo que siem- pre tendrá signo negativo.

Por lo tanto la fuerza actuante en cada nudo será:

LOCALIZACION DEL NUDO	AREA TRIBUTARIA (m^2)	FUERZA (Kg)
Esquina	1.0	- 300.0
Borde	2.0	- 600.0
Interior	4.0	-1200.0

Para la segunda condición de carga, se supondrá que el viento actúa en la dirección positiva del eje X global.

El viento actuando sobre una superficie horizontal ori gina una presión de succión que va variando según la - longitud del área expuesta. Para fines prácticos, es- ta variación de la presión se ha convertido en una pre sión uniformemente distribuida y que cambia de intensi



PLANTA

COTAS EN MTS.

ELEVACION

FIGURA VI.1

dad según tres zonas bien delimitadas. La primera - que se extiende desde la arista de barlovento hasta - una distancia igual a un tercio de la altura de la - construcción; la segunda, que abarca hasta una y media veces la altura de la construcción medida desde la misma arista. Y la tercera, el resto de la superficie. - La figura VI.2 muestra esta zonificación de la armadura que se está analizando.

Por cada zona, la presión ejercida por el viento, estará dada por la siguiente expresión:

$$p = 0.0055\ CV^2$$

de donde

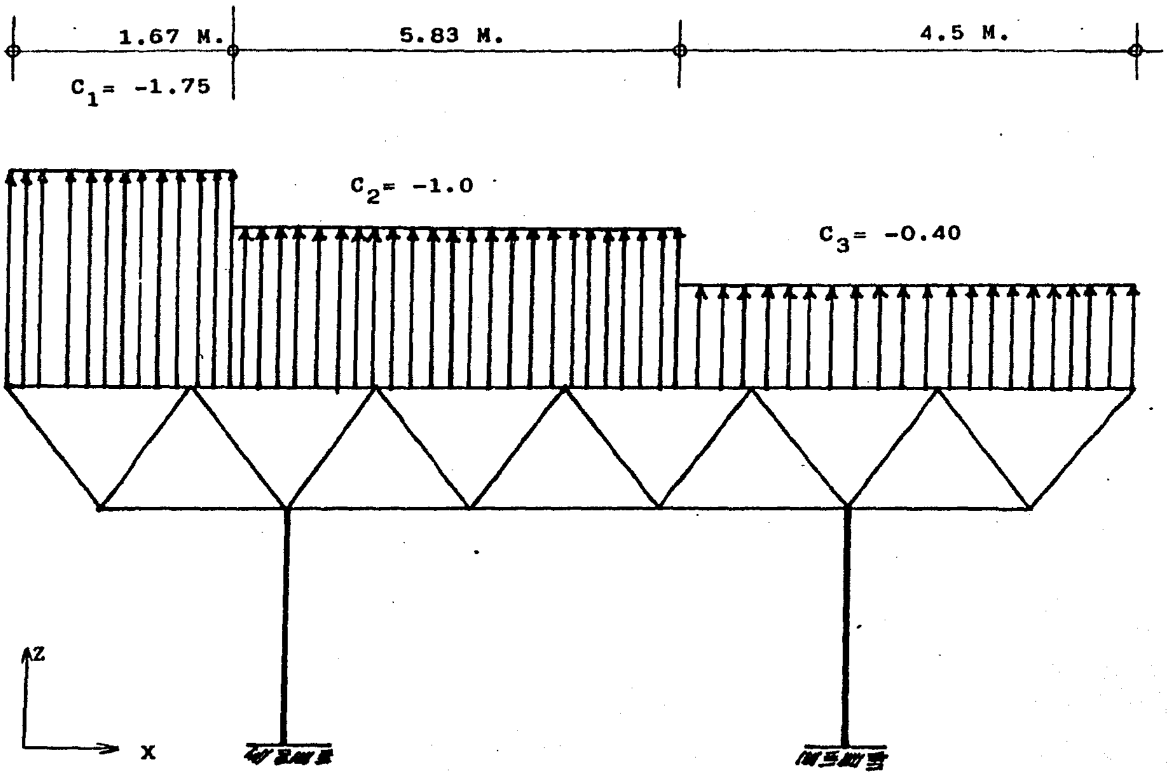
p = succión del viento (kg/m^2)
c = factor de empuje
v = velocidad de diseño del viento (km/hr.)

El factor C es el que determina la intensidad del empuje, ya que tiene diferentes valores según la zona de - acción.

Como velocidad de diseño se tomará el valor de 150 km/hr.

En consecuencia, las presiones actuantes en toda el - área serán:

ZONA	VALOR DE C	EMPUJE
1	1.75	216.60
2	1.00	123.75
3	0.40	49.50



VIENTO.

FIGURA VI.2

Nuevamente, hay que transformar estas cargas uniforme-- mente repartidas en fuerzas puntuales aplicadas en los nudos. El procedimiento es el mismo, es decir, multi- plicar el área tributaría de cada nudo por la presión o presiones del lugar en donde se encuentre ubicado. La fuerza resultante, por ser de succión, se tomará con - signo positivo al actuar hacia arriba.

El método de análisis por viento, fué tomado del capítu lo de Diseño por Viento del Reglamento para las cons- - trucciones del Departamento del Distrito Federal. De-- terminadas las condiciones bajo las cuales se efectuará el análisis, se procede a preparar los datos de entrada al Programa.

Primero se numeran todos los nudos cuidando que las ba- rras estén determinadas por nudos cuya numeración sea - lo más cercana posible. El nudo que constituye en apo- yo completo recibirá el último número, sin importar su localización.

Después se numeran las barras de manera que tengan nume ración consecutiva aquellas barras con iguales proyec-- ciones y áreas transversales, para facilitar el trabajo de perforación de datos.

Como módulo de elasticidad del acero se dará el valor - de 2 100 000.00 Kg/cm^2. Las secciones transversales de las barras tendrán la siguiente área:

Barras de cuerda superior - - - - - - - - 60 cm^2
Barras diagonales - - - - - - - - - - - - 35 cm^2
Barras de cuerda inferior - - - - - - - - 55 cm^2

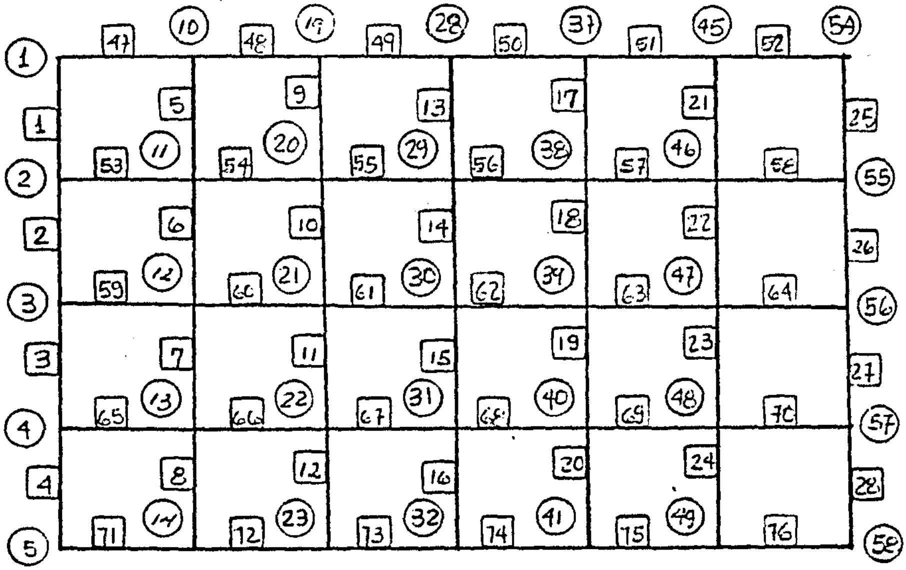
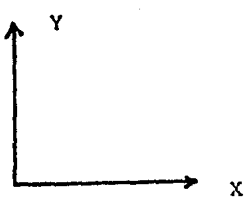


FIGURA VI.3



CUERDAS SUPERIORES

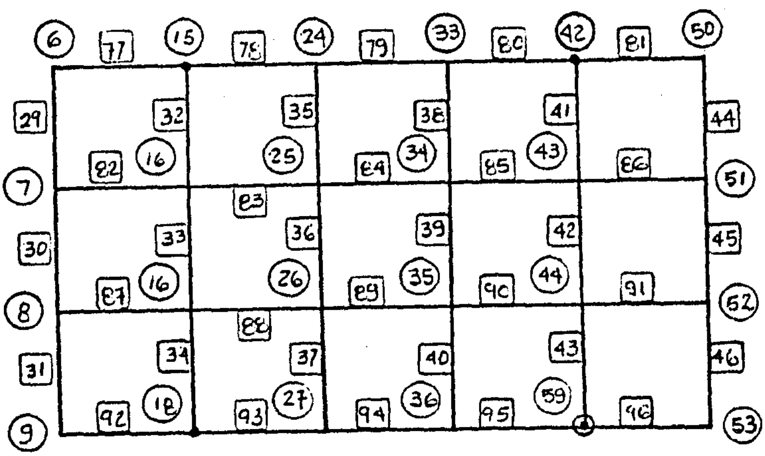


FIGURA VI.4

CUERDAS INFERIORES

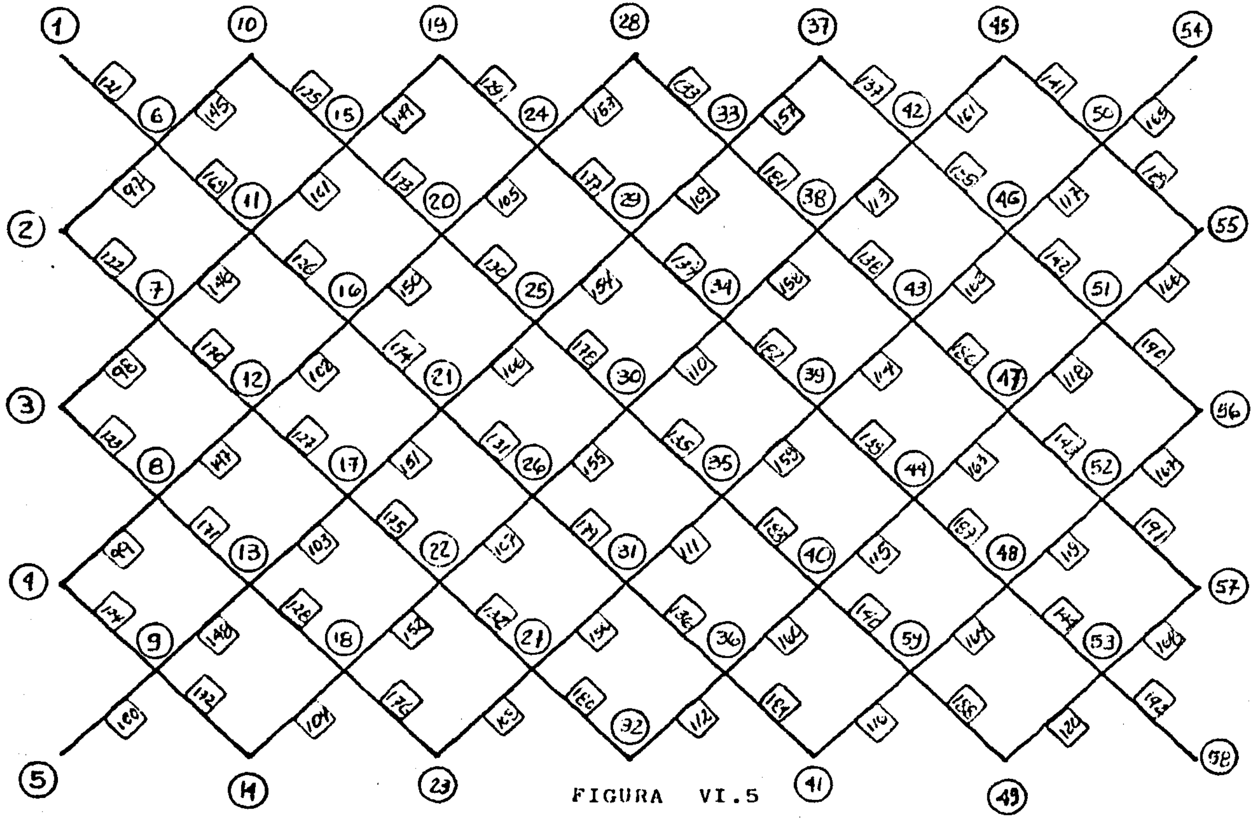


FIGURA VI.5

CUERDAS DIAGONALES

Los resultados del programa están en las siguientes páginas. Como ya se mencionó anteriormente, las reacciones en los apoyos incompletos deberán buscarse en el inciso de Equilibrio de los Nudos, donde aparecerán como acciones, por lo que deberá modificárseles el signo para determinar la reacción deseada.

PROGRAMA PARA EL ANALISIS TRIDIMENSIONAL DE ARMADURAS

NOTA:

EL PROGRAMA ES INDEPENDIENTE DE LAS UNIDADES EMPLEADAS POR LO QUE SE SUGIERE USAR UNIDADES CONGRUENTES

DATOS GENERALES DE LA ESTRUCTURA

NO. DE NUDOS : 58
NO. DE BARRAS : 192
NO. DE APOYOS COMPLETOS : 1
NO. DE CONDICIONES DE CARGA : 2

MODULO DE ELASTICIDAD USADO : 2100000.0

BARRAS
******

BARRA	INCIDENCIAS A	INCIDENCIAS B	PROYECCIONES X	PROYECCIONES Y	PROYECCIONES Z	AREA DE LA BARRA
1	2	1	0.00	200.00	0.00	60.00
2	3	2	0.00	200.00	0.00	60.00
3	4	3	0.00	200.00	0.00	60.00
4	5	4	0.00	200.00	0.00	60.00
5	11	10	0.00	200.00	0.00	60.00
6	12	11	0.00	200.00	0.00	60.00
7	13	12	0.00	200.00	0.00	60.00
8	14	13	0.00	200.00	0.00	60.00
9	20	19	0.00	200.00	0.00	60.00
10	21	20	0.00	200.00	0.00	60.00
11	22	21	0.00	200.00	0.00	60.00
12	23	22	0.00	200.00	0.00	60.00
13	29	28	0.00	200.00	0.00	60.00
14	30	29	0.00	200.00	0.00	60.00
15	31	30	0.00	200.00	0.00	60.00
16	32	31	0.00	200.00	0.00	60.00
17	38	37	0.00	200.00	0.00	60.00
18	39	38	0.00	200.00	0.00	60.00
19	40	39	0.00	200.00	0.00	60.00
20	41	40	0.00	200.00	0.00	60.00
21	46	45	0.00	200.00	0.00	60.00
22	47	46	0.00	200.00	0.00	60.00
23	48	47	0.00	200.00	0.00	60.00
24	49	48	0.00	200.00	0.00	60.00
25	55	54	0.00	200.00	0.00	60.00
26	56	55	0.00	200.00	0.00	60.00
27	57	56	0.00	200.00	0.00	60.00
28	58	57	0.00	200.00	0.00	60.00
29	7	6	0.00	200.00	0.00	55.00
30	8	7	0.00	200.00	0.00	55.00
31	9	8	0.00	200.00	0.00	55.00
32	16	15	0.00	200.00	0.00	55.00
33	17	16	0.00	200.00	0.00	55.00
34	18	17	0.00	200.00	0.00	55.00
35	25	24	0.00	200.00	0.00	55.00
36	26	2[illegible]	0.00	200.00	0.00	55.00

37	27	26	0.00	200.00	0.00	55.00
38	34	33	0.00	200.00	0.00	55.00
39	35	34	0.00	200.00	0.00	55.00
40	36	35	0.00	200.00	0.00	55.00
41	43	42	0.00	200.00	0.00	55.00
42	44	43	0.00	200.00	0.00	55.00
43	59	44	0.00	200.00	0.00	55.00
44	51	50	0.00	200.00	0.00	55.00
45	52	51	0.00	200.00	0.00	55.00
46	53	52	0.00	200.00	0.00	55.00
47	1	10	200.00	0.00	0.00	60.00
48	10	19	200.00	0.00	0.00	60.00
49	19	28	200.00	0.00	0.00	60.00
50	28	37	200.00	0.00	0.00	60.00
51	37	45	200.00	0.00	0.00	60.00
52	45	54	200.00	0.00	0.00	60.00
53	2	11	200.00	0.00	0.00	60.00
54	11	20	200.00	0.00	0.00	60.00
55	20	29	200.00	0.00	0.00	60.00
56	29	38	200.00	0.00	0.00	60.00
57	38	46	200.00	0.00	0.00	60.00
58	46	55	200.00	0.00	0.00	60.00
59	3	12	200.00	0.00	0.00	60.00
60	12	21	200.00	0.00	0.00	60.00
61	21	30	200.00	0.00	0.00	60.00
62	30	39	200.00	0.00	0.00	60.00
63	39	47	200.00	0.00	0.00	60.00
64	47	56	200.00	0.00	0.00	60.00
65	4	13	200.00	0.00	0.00	60.00
66	13	22	200.00	0.00	0.00	60.00
67	22	31	200.00	0.00	0.00	60.00
68	31	40	200.00	0.00	0.00	60.00
69	40	48	200.00	0.00	0.00	60.00
70	48	57	200.00	0.00	0.00	60.00
71	5	14	200.00	0.00	0.00	60.00
72	14	23	200.00	0.00	0.00	60.00
73	23	32	200.00	0.00	0.00	60.00
74	32	41	200.00	0.00	0.00	60.00
75	41	49	200.00	0.00	0.00	60.00
76	49	58	200.00	0.00	0.00	60.00
77	6	15	200.00	0.00	0.00	55.00
78	15	24	200.00	0.00	0.00	55.00
79	24	33	200.00	0.00	0.00	55.00
80	33	42	200.00	0.00	0.00	55.00
81	42	50	200.00	0.00	0.00	55.00
82	7	16	200.00	0.00	0.00	55.00
83	16	25	200.00	0.00	0.00	55.00
84	25	34	200.00	0.00	0.00	55.00
85	34	43	200.00	0.00	0.00	55.00
86	43	51	200.00	0.00	0.00	55.00
87	8	17	200.00	0.00	0.00	55.00
88	17	26	200.00	0.00	0.00	55.00
89	26	35	200.00	0.00	0.00	55.00
90	35	44	200.00	0.00	0.00	55.00
91	44	52	200.00	0.00	0.00	55.00
92	9	18	200.00	0.00	0.00	55.00
93	18	27	200.00	0.00	0.00	55.00
94	27	36	200.00	0.00	0.00	55.00
95	36	59	200.00	0.00	0.00	55.00
96	59	53	200.00	0.00	0.00	55.00
97	2	6	100.00	100.00	-120.00	35.00
98	3	7	100.00	100.00	-120.00	35.00
99	4	8	100.00	100.00	-120.00	35.00
100	5	9	100.00	100.00	-120.00	35.00
101	11	15	100.00	100.00	-120.00	35.00
102	12	16	100.00	100.00	-120.00	35.00
103	13	17	100.00	100.00	-120.00	35.00
104	14	18	100.00	100.00	-120.00	35.00

105	20	24	100.00	100.00	-120.00	35.00
106	21	25	100.00	100.00	-120.00	35.00
107	22	26	100.00	100.00	-120.00	35.00
108	23	27	100.00	100.00	-120.00	35.00
109	29	33	100.00	100.00	-120.00	35.00
110	30	34	100.00	100.00	-120.00	35.00
111	31	35	100.00	100.00	-120.00	35.00
112	32	36	100.00	100.00	-120.00	35.00
113	38	42	100.00	100.00	-120.00	35.00
114	39	43	100.00	100.00	-120.00	35.00
115	40	44	100.00	100.00	-120.00	35.00
116	41	59	100.00	100.00	-120.00	35.00
117	46	50	100.00	100.00	-120.00	35.00
118	47	51	100.00	100.00	-120.00	35.00
119	48	52	100.00	100.00	-120.00	35.00
120	49	53	100.00	100.00	-120.00	35.00
121	1	6	100.00	-100.00	-120.00	35.00
122	2	7	100.00	-100.00	-120.00	35.00
123	3	8	100.00	-100.00	-120.00	35.00
124	4	9	100.00	-100.00	-120.00	35.00
125	10	15	100.00	-100.00	-120.00	35.00
126	11	16	100.00	-100.00	-120.00	35.00
127	12	17	100.00	-100.00	-120.00	35.00
128	13	18	100.00	-100.00	-120.00	35.00
129	19	24	100.00	-100.00	-120.00	35.00
130	20	25	100.00	-100.00	-120.00	35.00
131	21	26	100.00	-100.00	-120.00	35.00
132	22	27	100.00	-100.00	-120.00	35.00
133	28	33	100.00	-100.00	-120.00	35.00
134	29	34	100.00	-100.00	-120.00	35.00
135	30	35	100.00	-100.00	-120.00	35.00
136	31	36	100.00	-100.00	-120.00	35.00
137	37	42	100.00	-100.00	-120.00	35.00
138	38	43	100.00	-100.00	-120.00	35.00
139	39	44	100.00	-100.00	-120.00	35.00
140	40	59	100.00	-100.00	-120.00	35.00
141	45	50	100.00	-100.00	-120.00	35.00
142	46	51	100.00	-100.00	-120.00	35.00
143	47	52	100.00	-100.00	-120.00	35.00
144	48	53	100.00	-100.00	-120.00	35.00
145	6	10	100.00	100.00	120.00	35.00
146	7	11	100.00	100.00	120.00	35.00
147	8	12	100.00	100.00	120.00	35.00
148	9	13	100.00	100.00	120.00	35.00
149	15	19	100.00	100.00	120.00	35.00
150	16	20	100.00	100.00	120.00	35.00
151	17	21	100.00	100.00	120.00	35.00
152	18	22	100.00	100.00	120.00	35.00
153	24	28	100.00	100.00	120.00	35.00
154	25	29	100.00	100.00	120.00	35.00
155	26	30	100.00	100.00	120.00	35.00
156	27	31	100.00	100.00	120.00	35.00
157	33	37	100.00	100.00	120.00	35.00
158	34	38	100.00	100.00	120.00	35.00
159	35	39	100.00	100.00	120.00	35.00
160	36	40	100.00	100.00	120.00	35.00
161	42	45	100.00	100.00	120.00	35.00
162	43	46	100.00	100.00	120.00	35.00
163	44	47	100.00	100.00	120.00	35.00
164	59	43	100.00	100.00	120.00	35.00
165	50	54	100.00	100.00	120.00	35.00
166	51	55	100.00	100.00	120.00	35.00
167	52	56	100.00	100.00	120.00	35.00
168	53	57	100.00	100.00	120.00	35.00
169	6	11	100.00	-100.00	120.00	35.00
170	7	12	100.00	-100.00	120.00	35.00
171	8	13	100.00	-100.00	120.00	35.00
172	9	14	100.00	-100.00	120.00	35.00

173	15	20	100.00	-100.00	120.00	35.00
174	16	21	100.00	-100.00	120.00	35.00
175	17	22	100.00	-100.00	120.00	35.00
176	18	23	100.00	-100.00	120.00	35.00
177	24	29	100.00	-100.00	120.00	35.00
178	25	30	100.00	-100.00	120.00	35.00
179	26	31	100.00	-100.00	120.00	35.00
180	27	32	100.00	-100.00	120.00	35.00
181	33	38	100.00	-100.00	120.00	35.00
182	34	39	100.00	-100.00	120.00	35.00
183	35	40	100.00	-100.00	120.00	35.00
184	36	41	100.00	-100.00	120.00	35.00
185	42	46	100.00	-100.00	120.00	35.00
186	43	47	100.00	-100.00	120.00	35.00
187	44	48	100.00	-100.00	120.00	35.00
188	49	42	100.00	-100.00	120.00	35.00
189	50	55	100.00	-100.00	120.00	35.00
190	51	56	100.00	-100.00	120.00	35.00
191	52	57	100.00	-100.00	120.00	35.00
192	53	58	100.00	-100.00	120.00	35.00

NUDOS
*****

NUDOS CON RESTRICCIONES :

NUDO	RESTRICCION X	Y	Z
15	0	0	1
18	0	0	1
42	0	0	1

FUERZAS EN LOS NUDOS :

CONDICION DE CARGA NUMERO : 1

NUDO	FUERZAS X	Y	Z
1	0.00	0.00	-300.00
2	0.00	0.00	-600.00
3	0.00	0.00	-600.00
4	0.00	0.00	-600.00
5	0.00	0.00	-300.00
6	0.00	0.00	0.00
7	0.00	0.00	0.00
8	0.00	0.00	0.00
9	0.00	0.00	0.00
10	0.00	0.00	-600.00
11	0.00	0.00	-1200.00
12	0.00	0.00	-1200.00
13	0.00	0.00	-1200.00
14	0.00	0.00	-600.00
15	0.00	0.00	0.00
16	0.00	0.00	0.00

17	0.00	0.00	0.00
18	0.00	0.00	0.00
19	0.00	0.00	-600.00
20	0.00	0.00	-1200.00
21	0.00	0.00	-1200.00
22	0.00	0.00	-1200.00
23	0.00	0.00	-600.00
24	0.00	0.00	0.00
25	0.00	0.00	0.00
26	0.00	0.00	0.00
27	0.00	0.00	0.00
28	0.00	0.00	-600.00
29	0.00	0.00	-1200.00
30	0.00	0.00	-1200.00
31	0.00	0.00	-1200.00
32	0.00	0.00	-600.00
33	0.00	0.00	0.00
34	0.00	0.00	0.00
35	0.00	0.00	0.00
36	0.00	0.00	0.00
37	0.00	0.00	-600.00
38	0.00	0.00	-1200.00
39	0.00	0.00	-1200.00
40	0.00	0.00	-1200.00
41	0.00	0.00	-600.00
42	0.00	0.00	0.00
43	0.00	0.00	0.00
44	0.00	0.00	0.00
45	0.00	0.00	-600.00
46	0.00	0.00	-1200.00
47	0.00	0.00	-1200.00
48	0.00	0.00	-1200.00
49	0.00	0.00	-600.00
50	0.00	0.00	0.00
51	0.00	0.00	0.00
52	0.00	0.00	0.00
53	0.00	0.00	0.00
54	0.00	0.00	-300.00
55	0.00	0.00	-600.00
56	0.00	0.00	-600.00
57	0.00	0.00	-600.00
58	0.00	0.00	-300.00

CONDICION DE CARGA NUMERO : 2

NUDO	FUERZAS X	Y	Z
1	0.00	0.00	216.60
2	0.00	0.00	433.20
3	0.00	0.00	433.20
4	0.00	0.00	433.20
5	0.00	0.00	216.60
6	0.00	0.00	0.00
7	0.00	0.00	0.00
8	0.00	0.00	0.00
9	0.00	0.00	0.00
10	0.00	0.00	309.40
11	0.00	0.00	618.80
12	0.00	0.00	618.80
13	0.00	0.00	618.80
14	0.00	0.00	309.40
15	0.00	0.00	0.00
16	0.00	0.00	0.00

17	0.00	0.00	0.00
18	0.00	0.00	0.00
19	0.00	0.00	247.50
20	0.00	0.00	495.00
21	0.00	0.00	495.00
22	0.00	0.00	495.00
23	0.00	0.00	247.50
24	0.00	0.00	0.00
25	0.00	0.00	0.00
26	0.00	0.00	0.00
27	0.00	0.00	0.00
28	0.00	0.00	247.50
29	0.00	0.00	495.00
30	0.00	0.00	495.00
31	0.00	0.00	495.00
32	0.00	0.00	247.50
33	0.00	0.00	0.00
34	0.00	0.00	0.00
35	0.00	0.00	0.00
36	0.00	0.00	0.00
37	0.00	0.00	136.13
38	0.00	0.00	272.25
39	0.00	0.00	272.25
40	0.00	0.00	272.25
41	0.00	0.00	136.13
42	0.00	0.00	0.00
43	0.00	0.00	0.00
44	0.00	0.00	0.00
45	0.00	0.00	99.00
46	0.00	0.00	198.00
47	0.00	0.00	198.00
48	0.00	0.00	198.00
49	0.00	0.00	99.00
50	0.00	0.00	0.00
51	0.00	0.00	0.00
52	0.00	0.00	0.00
53	0.00	0.00	0.00
54	0.00	0.00	49.50
55	0.00	0.00	99.00
56	0.00	0.00	99.00
57	0.00	0.00	99.00
58	0.00	0.00	49.50

S O L U C I O N

EL ANCHO DE BANDA DE LA MATRIZ DE RIGIDEZ ES : 9

LA SOLUCION DEL SISTEMA DE ECUACIONES SE OBTUVO EMPLEANDO EL METODO DE CHOLESKI, POR LO QUE ES EXACTA

CONDICION DE CARGA NUMERO : 1

DESPLAZAMIENTOS

NUDO	X	Y	Z	NUDO	X	Y	Z
1	-.6430E-03	.5923E-02	-.3231E-01	2	-.1310E-02	.5532E-02	-.4010E-01
3	-.9175E-03	.5973E-02	-.4344E-01	4	-.2667E-02	.6224E-02	-.4010E-01
5	-.2401E-02	.5327E-02	-.3231E-01	6	.3050E-02	.8611E-02	-.2565E-01
7	.5261E-02	.7143E-02	-.3544E-01	8	.4822E-02	.4174E-02	-.3544E-01
9	.6736E-02	.2507E-02	-.2565E-01	10	-.2512E-03	.3192E-02	-.8761E-02
11	-.1017E-02	.2398E-02	-.2342E-01	12	-.1139E-03	.5440E-02	-.3329E-01
13	-.1393E-02	.0431E-02	-.2342E-01	14	-.2004E-02	.7688E-02	-.8761E-02
15	.5503E-02	.9127E-02	0.	16	.4332E-02	.7297E-02	-.2533E-01
17	.3931E-02	.3144E-02	-.2533E-01	18	.4193E-02	.1314E-02	0.
19	.3261E-02	.2655E-02	-.1704E-02	20	.2617E-02	.1859E-02	-.1680E-01
21	.1463E-02	.5002E-02	-.2699E-01	22	.1740E-02	.8144E-02	-.1680E-01
23	.1502E-02	.7350E-02	-.1704E-02	24	.3166E-02	.8114E-02	-.1169E-01
25	.3213E-02	.6417E-02	-.2283E-01	26	.2760E-02	.3149E-02	-.2288E-01
27	.1151E-02	.1451E-02	-.1169E-01	28	.3630E-02	.4132E-02	-.1057E-01
29	.3103E-02	.3334E-02	-.1980E-01	30	.2754E-02	.4564E-02	-.2555E-01
31	.2316E-02	.5789E-02	-.1980E-01	32	.1679E-02	.4995E-02	-.1057E-01
33	.3357E-02	.7676E-02	-.1169E-01	34	.2727E-02	.5978E-02	-.2268E-01
35	.2223E-02	.2710E-02	-.2283E-01	36	.2342E-02	.1013E-02	-.1169E-01
37	.5990E-02	.1777E-02	-.1704E-02	38	.3767E-02	.9831E-03	-.1680E-01
39	.4340E-02	.4125E-02	-.2699E-01	40	.2891E-02	.7268E-02	-.1680E-01
41	.2244E-02	.6474E-02	-.1704E-02	42	.1314E-02	.7813E-02	0.
43	.1616E-02	.5933E-02	-.2533E-01	44	.1164E-02	.1830E-02	-.2533E-01
45	.7511E-02	.1439E-02	-.8761E-02	46	.7401E-02	.6458E-03	-.2342E-01
47	.5623E-02	.3647E-02	-.3329E-01	48	.4524E-02	.6729E-02	-.2342E-01
49	.7550E-02	.5935E-02	-.8761E-02	50	-.1228E-02	.6620E-02	-.2565E-01
51	.4355E-03	.4953E-02	-.3544E-01	52	.2473E-03	.1984E-02	-.3544E-01
53	-.2543E-03	.3165E-03	-.2565E-01	54	.7908E-02	.3300E-02	-.3231E-01
55	.2194E-02	.2933E-02	-.4010E-01	56	.6415E-02	.3249E-02	-.4344E-01
57	.7710E-02	.3595E-02	-.4010E-01	58	.6156E-02	.3199E-02	-.3231E-01

FUERZAS EN LAS BARRAS (-) COMPRESION
(+) TENSION

BARRA	FUERZA	BARRA	FUERZA	BARRA	FUERZA	BARRA	FUERZA	BARRA	FUERZA
1	.2500E+03	2	-.2182E+03	3	-.2182E+03	4	.2500E+03	5	.5000E+03
6	-.1916E+04	7	-.1916E+04	8	.5000E+03	9	.5000E+03	10	-.1980E+04
11	-.1916E+04	12	.5000E+03	13	.5000E+03	14	-.7721E+03	15	-.7721E+03
16	.5000E+03	17	.5000E+03	18	-.1980E+04	19	-.1980E+04	20	.5000E+03
21	.5000E+03	22	-.1916E+04	23	-.1916E+04	24	.5000E+03	25	.2500E+03
26	-.2182E+03	27	-.2182E+03	28	.2500E+03	29	.9628E+03	30	.1715E+04
31	.9628E+03	32	.1057E+04	33	.2398E+04	34	.1057E+04	35	.9804E+03
36	.1887E+04	37	.9804E+03	38	.9804E+03	39	.1887E+04	40	.9804E+03
41	.1057E+04	42	.2398E+04	43	.1057E+04	44	.9628E+03	45	.1715E+04
46	.9628E+03	47	.2500E+03	48	.2213E+04	49	.2324E+03	50	.2324E+03
51	.2213E+04	52	.2500E+03	53	.5000E+03	54	.2289E+04	55	.3624E+03
56	.3624E+03	57	.2289E+04	58	.5000E+03	59	.5000E+03	60	.9963E+03
61	.8103E+03	62	.8103E+03	63	.9963E+03	64	.5000E+03	65	.5000E+03
66	.2289E+04	67	.3624E+03	68	.3624E+03	69	.2289E+04	70	.5000E+03
71	.2500E+03	72	.2213E+04	73	.2324E+03	74	.2324E+03	75	.2213E+04
76	.2500E+03	77	-.1468E+04	78	-.1353E+04	79	.2835E+03	80	-.1353E+04
81	-.1468E+04	82	-.5318E+03	83	-.6474E+03	84	-.2835E+03	85	-.6474E+03
86	-.5318E+03	87	-.5318E+03	88	-.6474E+03	89	-.2835E+03	90	-.6474E+03
91	-.5318E+03	92	-.1468E+04	93	-.1353E+04	94	-.2835E+03	95	-.1353E+04
96	-.1468E+04	97	-.8779E+03	98	-.4637E+03	99	-.2947E+02	100	-.4637E+03
101	-.3173E+04	102	-.6938E+03	103	.5466E+03	104	-.2284E+04	105	.1444E+03
106	-.3774E+03	107	.7149E+03	108	.1373E+04	109	-.1054E+04	110	-.4637E+03
111	.1262E+03	112	-.4637E+03	113	-.3371E+04	114	-.5499E+03	115	.6572E+03
116	-.2300E+04	117	.5042E+01	118	-.2335E+03	119	.7267E+03	120	.1357E+04
121	-.4637E+03	122	-.2947E+02	123	-.4637E+03	124	-.8979E+03	125	-.2284E+04
126	.5366E+03	127	-.6938E+03	128	-.3173E+04	129	.1373E+04	130	.7149E+03
131	-.3774E+03	132	.1444E+03	133	-.4637E+03	134	.1262E+03	135	-.4637E+03
136	-.1054E+04	137	-.2300E+04	138	.6572E+03	139	-.5499E+03	140	-.3371E+04
141	.1357E+04	142	.7267E+03	143	-.2335E+03	144	.5042E+01	145	.1357E+04
146	.7267E+03	147	-.2335E+03	148	.5042E+01	149	-.2300E+04	150	.6572E+03
151	-.5499E+03	152	-.3371E+04	153	-.4637E+03	154	.1262E+03	155	-.4637E+03
156	-.1054E+04	157	.1373E+04	158	.7149E+03	159	-.3774E+03	160	.1444E+03
161	-.2284E+04	162	.5366E+03	163	-.6938E+03	164	-.3173E+04	165	-.4637E+03
166	-.2947E+02	167	-.4637E+03	168	-.8979E+03	169	.5042E+01	170	-.2335E+03
171	.7267E+03	172	.1357E+04	173	-.3371E+04	174	-.5499E+03	175	-.6572E+03
176	-.2300E+04	177	-.1054E+04	178	-.4637E+03	179	.1262E+03	180	-.4637E+03
181	.1444E+03	182	-.3774E+03	183	.7149E+03	184	-.1373E+04	185	-.3173E+04
186	-.6938E+03	187	.5366E+03	188	-.2284E+04	189	-.8979E+03	190	-.4637E+03
191	-.2947E+02	192	-.4637E+03						

EQUILIBRIO DE LOS NUDOS

NUDO	X	Y	Z	NUDO	X	Y	Z
1	0.00	-0.00	-0.00	2	-0.00	0.00	-0.00
3	-0.00	-0.00	0.00	4	-0.00	-0.00	0.00
5	0.00	0.00	0.00	6	-0.00	0.00	-0.00
7	-0.00	0.00	0.00	8	-0.00	0.00	-0.00
9	0.00	-0.00	-0.00	10	0.00	-0.00	0.00
11	0.00	0.00	-0.00	12	0.00	0.00	-0.00
13	-0.00	-0.00	-0.00	14	0.00	-0.00	0.00
15	0.00	0.00	-7200.00	16	-0.00	-0.00	0.00
17	0.00	0.00	-0.00	18	0.00	0.00	-7200.00
19	0.00	-0.00	-0.00	20	-0.00	0.00	-0.00
21	-0.00	0.00	-0.00	22	-0.00	-0.00	-0.00
23	0.00	-0.00	0.00	24	0.00	-0.00	0.00
25	-0.00	-0.00	-0.00	26	-0.00	-0.00	-0.00
27	-0.00	0.00	-0.00	28	0.00	-0.00	0.00
29	-0.00	-0.00	-0.00	30	0.00	0.00	0.00
31	-0.00	0.00	-0.00	32	-0.00	0.00	0.00
33	-0.00	-0.00	0.00	34	-0.00	0.00	0.00
35	-0.00	-0.00	-0.00	36	-0.00	-0.00	-0.00

35	-0.00	-0.00	-0.00	36	-0.00	-0.00	-0.00
37	-0.00	0.00	0.00	38	0.00	0.00	-0.00
39	0.00	0.00	0.00	40	0.00	0.00	-0.00
41	0.00	-0.00	0.00	42	0.00	0.00	-7200.00
43	0.00	0.00	-0.00	44	-0.00	-0.00	-0.00
45	0.00	-0.00	-0.00	46	-0.00	-0.00	-0.00
47	0.00	0.00	-0.00	48	0.00	-0.00	-0.00
49	0.00	0.00	-0.00	50	-0.00	0.00	0.00
51	0.00	-0.00	0.00	52	0.00	0.00	0.00
53	-0.00	0.00	0.00	54	0.00	0.00	-0.00
55	-0.00	-0.00	0.00	56	-0.00	0.00	-0.00
57	-0.00	-0.00	-0.00	58	0.00	0.00	0.00

REACCIONES EN LOS APOYOS

APOYO	REACCIONES			APOYO	REACCIONES		
	X	Y	Z		X	Y	Z
59	-0.00	0.00	7200.00				

CONDICION DE CARGA NUMERO : 2

DESPLAZAMIENTOS

NUDO	X	Y	Z	NUDO	X	Y	Z
1	.1466E-02	-.3505E-02	.2477E-01	2	.2979E-02	-.3218E-02	.2978E-01
3	.3043E-02	-.3390E-02	.3201E-01	4	.4166E-02	-.3562E-02	.2978E-01
5	.3339E-02	-.3276E-02	.2477E-01	6	-.5593E-02	-.4983E-02	.1881E-01
7	-.3219E-02	-.3982E-02	.2457E-01	8	-.3126E-02	-.2205E-02	.2457E-01
9	-.3313E-02	-.1205E-02	.1681E-01	10	.1180E-02	-.1472E-02	.6849E-02
11	.2406E-02	-.1063E-02	.1515E-01	12	.2470E-02	-.2797E-02	.2072E-01
13	.3593E-02	-.4531E-02	.1515E-01	14	.3552E-02	-.4122E-02	.6849E-02
15	-.3843E-02	-.4509E-02	0.	16	-.2969E-02	-.3622E-02	.1395E-01
17	-.2376E-02	-.1379E-02	.1395E-01	18	-.2063E-02	-.4115E-03	0.
19	-.1007E-02	-.7669E-03	-.8066E-03	20	.7538E-04	-.4395E-03	.7229E-02
21	.1355E-02	-.2204E-02	.1264E-01	22	.1262E-02	-.3968E-02	.7229E-02
23	.1366E-02	-.3641E-02	-.8066E-03	24	-.1974E-02	-.3400E-02	.3831E-02
25	-.2021E-02	-.2652E-02	.9073E-02	26	-.1428E-02	-.1162E-02	.9073E-02
27	-.1943E-03	-.4139E-03	.3831E-02	28	-.1439E-02	-.1518E-02	.3504E-02
29	-.4929E-03	-.1191E-02	.6778E-02	30	.5618E-03	-.1610E-02	.8961E-02
31	.6936E-03	-.2030E-02	.6778E-02	32	.9337E-03	-.1703E-02	.3504E-02
33	-.2035E-02	-.2216E-02	.3785E-02	34	-.1728E-02	-.1746E-02	.6619E-02
35	-.1135E-02	-.3313E-03	.6619E-02	36	-.2550E-03	-.4116E-03	.3785E-02
37	-.1459E-02	-.6353E-03	.1202E-02	38	-.6025E-03	-.4553E-03	.4187E-02
39	.1427E-03	-.1017E-02	.6173E-02	40	.5840E-03	-.1579E-02	.4187E-02
41	.9142E-03	-.1399E-02	.1202E-02	42	-.1780E-02	-.1441E-02	0.
43	-.1477E-02	-.1096E-02	.4443E-02	44	-.8837E-03	-.3454E-03	.4443E-02
45	-.2003E-02	-.5101E-04	.4177E-03	46	-.1200E-02	.7914E-04	.2639E-02
47	-.1927E-03	-.4240E-03	.4464E-02	48	-.1353E-04	-.9271E-03	.2839E-02
49	.3699E-03	-.7962E-03	.4177E-03	50	-.1394E-02	-.5695E-03	.2149E-02
51	-.1291E-02	-.3328E-03	.3559E-02	52	-.6980E-03	.7805E-04	.3559E-02
53	.3857E-03	.3147E-03	.2149E-02	54	-.2069E-02	.1300E-03	.2427E-02
55	-.1331E-02	.195[illegible]E-03	.3242E-02	56	-.3236E-03	.1692E-03	.3470E-02

57	-.1445E-03	.1430E-03	.3242E-02	.3045E-03	.2085E-03	.2427E-02

FUERZAS EN LAS BARRAS

(-) COMPRISION
(+) TENSION

BARRA	FUERZA	BARRA	FUERZA	BARRA	FUERZA	BARRA	FUERZA	BARRA	FUERZA
1	-.1805E+03	2	.1083E+03	3	.1083E+03	4	-.1805E+03	5	-.2578E+03
6	.1092E+04	7	.1092E+04	8	-.2578E+03	9	-.2062E+03	10	.1111E+04
11	.1111E+04	12	-.2062E+03	13	-.2063E+03	14	.2644E+03	15	.2644E+03
16	-.2063E+03	17	-.1134E+03	18	.3540E+03	19	.3540E+03	20	-.1134E+03
21	-.8250E+02	22	.3170E+03	23	.3170E+03	24	-.8250E+02	25	-.4125E+02
26	.1650E+02	27	.1650E+02	28	-.4125E+02	29	-.5780E+03	30	-.1026E+04
31	-.5730E+03	32	-.5586E+03	33	-.1295E+04	34	-.5586E+03	35	-.4320E+03
36	-.3606E+03	37	-.4320E+03	38	-.2713E+03	39	-.4996E+03	40	-.2713E+03
41	-.1994E+03	42	-.4334E+03	43	-.1994E+03	44	-.1367E+03	45	-.2373E+03
46	-.1367E+03	47	-.1355E+03	48	-.1377E+04	49	-.2725E+03	50	-.1223E+02
51	-.3429E+03	52	-.4125E+02	53	-.3610E+03	54	-.1469E+04	55	-.3580E+03
56	-.6904E+02	57	-.3764E+03	58	-.8250E+02	59	-.3610E+03	60	-.7029E+03
61	-.4995E+03	62	-.2640E+03	63	-.2113E+03	64	-.8250E+02	65	-.3610E+03
66	-.1469E+04	67	-.3580E+03	68	-.6904E+02	69	-.3764E+03	70	-.8250E+02
71	-.1805E+03	72	-.1377E+04	73	-.2725E+03	74	-.1223E+02	75	-.3429E+03
76	-.4125E+02	77	.1011E+04	78	.1079E+04	79	-.3477E+02	80	.1473E+03
81	.2223E+03	82	.4332E+03	83	.5475E+03	84	.1691E+03	85	.1450E+03
86	.1072E+03	87	.4332E+03	88	.5475E+03	89	.1691E+03	90	.1450E+03
91	.1072E+03	92	.1011E+04	93	.1079E+04	94	-.3477E+02	95	.1473E+03
96	.2223E+03	97	.6026E+03	98	.3348E+03	99	.6692E+02	100	.3348E+03
101	.1797E+04	102	.3976E+03	103	-.2916E+03	104	.1349E+04	105	-.1995E+03
106	.9696E+02	107	-.4479E+03	108	-.8333E+03	109	.2189E+03	110	-.8206E+02
111	-.1044E+03	112	-.5011E+02	113	.6112E+03	114	.8075E+02	115	-.1158E+03
116	.4119E+03	117	-.3326E+01	118	.1679E+02	119	-.1162E+03	120	-.2032E+03
121	.3348E+03	122	.6692E+02	123	.3348E+03	124	.6026E+03	125	.1349E+04
126	-.2916E+03	127	.3976E+03	128	.1797E+04	129	-.8333E+03	130	-.4479E+03
131	.9696E+02	132	-.1995E+03	133	-.5011E+02	134	-.1044E+03	135	.8206E+02
136	.2189E+03	137	.4119E+03	138	-.1158E+03	139	.8075E+02	140	.6112E+03
141	-.2032E+03	142	-.1162E+03	143	.1679E+02	144	-.3326E+01	145	-.8708E+03
146	-.4823E+03	147	.8057E+02	148	-.6663E+02	149	.1216E+04	150	-.3916E+03
151	.2856E+03	152	.1804E+04	153	.4326E+03	154	.5044E+02	155	.3005E+03
156	.6001E+03	157	-.2015E+03	158	-.1073E+03	159	.1296E+03	160	.3266E+02
161	.3563E+03	162	-.1012E+03	163	.1362E+03	164	.5268E+03	165	.7651E+02
166	.2295E+02	167	.7651E+02	168	.1301E+03	169	-.6663E+02	170	.8057E+02
171	-.4823E+03	172	-.8708E+03	173	.1804E+04	174	.2856E+03	175	-.3916E+03
176	.1216E+04	177	.6001E+03	178	.3005E+03	179	.5044E+02	180	.4326E+03
181	.3266E+02	182	.1296E+03	183	-.1073E+03	184	-.2015E+03	185	.5268E+03
186	.1362E+03	187	-.1012E+03	188	.3563E+03	189	.1301E+03	190	.7651E+02
191	.2295E+02	192	.7651E+02						

EQUILIBRIO DE LOS NUDOS

NUDO	X	Y	Z	NUDO	X	Y	Z
1	-0.00	0.00	0.00	2	-0.00	0.00	-0.00
3	0.00	-0.00	-0.00	4	0.00	0.00	0.00
5	0.00	-0.00	0.00	6	-0.00	-0.00	0.00
7	0.00	-0.00	0.00	8	0.00	-0.00	0.00
9	0.00	-0.00	0.00	10	0.00	0.00	-0.00
11	0.00	-0.00	-0.00	12	0.00	-0.00	0.00
13	-0.00	0.00	0.00	14	-0.00	0.00	-0.00
15	-0.00	-0.00	3989.22	16	0.00	0.00	0.00
17	-0.00	0.00	0.00	18	-0.00	0.00	3989.22
19	-0.00	-0.00	-0.00	20	0.00	-0.00	0.00

21	0.00	-0.00	0.00	22	0.00	-0.00	0.00
23	-0.00	0.00	-0.00	24	0.00	0.00	-0.00
25	0.00	-0.00	0.00	26	0.00	0.00	0.00
27	-0.00	-0.00	0.00	28	-0.00	0.00	-0.00
29	0.00	-0.00	-0.00	30	-0.00	-0.00	-0.00
31	0.00	-0.00	0.00	32	-0.00	-0.00	-0.00
33	-0.00	-0.00	0.00	34	-0.00	0.00	-0.00
35	0.00	-0.00	-0.00	36	0.00	-0.00	0.00
37	0.00	0.00	-0.00	38	0.00	0.00	0.00
39	0.00	-0.00	-0.00	40	-0.00	-0.00	0.00
41	-0.00	0.00	-0.00	42	-0.00	-0.00	1233.28
43	0.00	-0.00	0.00	44	0.00	0.00	-0.00
45	-0.00	0.00	0.00	46	0.00	0.00	0.00
47	0.00	0.00	0.00	48	0.00	-0.00	0.00
49	-0.00	-0.00	0.00	50	0.00	-0.00	-0.00
51	-0.00	0.00	0.00	52	-0.00	-0.00	-0.00
53	0.00	0.00	-0.00	54	0.00	-0.00	0.00
55	0.00	-0.00	-0.00	56	-0.00	0.00	0.00
57	0.00	0.00	0.00	58	0.00	-0.00	0.00

REACCIONES EN LOS APOYOS

APOYO	REACCIONES			APOYO	REACCIONES		
	X	Y	Z		X	Y	Z
59	0.00	-0.00	-1233.28				

B I B L I O G R A F I A

GERE JAMES M. y WEAVER WILLIAM, JR.
"Análisis de Estructuras Reticulares", tercera impresión, compañía Editorial Continental, S.A. 1982.

TUMA JAN J. y MUNSHI R.K.,
"Análisis Estructural Avanzado", Schaum's Outline Series, Mc - Grawhill, 1974.

AYRES F. JR.,
"Matrices" Series de Compendios Schaum, Mc Grawhill, 1974.

WHITE, GERGELY AND SEXSMITH,
"Estructuras Estaticamente Indeterminadas"
Volúmen 2 Editorial Limusa, S.A., 1977.

POPOV EGOR P.
"Introducción a la Mecánica de Sólidos"
Editorial Limusa, S.A. 1976.

MEEK JOHN L.,
"Matrix Structural Analysis"
International Student, Edition 1971.

CASTILLO M. HEBERTO
"Nueva Teoria de las Estructuras"
Representaciones y Servicios de Ingeniería, S.A. 1975.

DAMY RIOS JULIO E.
"Topicos Estructurales y Aplicación de las Computadoras al Análisis Estructural", "Teoria General de las Estructuras" apuntes tomados por el autor en la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería U.N.A.M.

IMPRENTA Y PAPELERIA
Italia, S. de R. L.
REP. DE CUBA No. 96-A
TELEFONO 5-10-30-26