

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

28

14

"TRANSPORTE DE SOLIDOS EN TUBERIAS, CALCULO DE PERDIDAS POR
FRICCION"

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

INGENIERA CIVIL

P R E S E N T A

RAFAELA GUADALUPE ALVAREZ

HERNANDEZ

México, D. F. 1983



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

	Página
1. INTRODUCCION	
1.1 Comentarios generales	1
1.2 Propiedades físicas de las partículas sólidas y mezclas	5
1.3 Criterios para distinguir los tipos de mezclas	14
2. FORMULAS PARA CALCULAR PERDIDAS POR FRICCIÓN	
2.1 Introducción	40
2.2 Pérdidas de carga en tuberías horizontales	40
2.3 Pérdidas de carga en tuberías verticales e inclinadas	48
3. COMPARACION DE METODOS	
3.1 Introducción	57
3.2 Tuberías horizontales	57
3.3 Tuberías verticales e inclinadas	62
4. APLICACIONES	
4.1 Introducción	66
4.2 Datos Generales	66
4.3 Cálculos previos	67
4.4 Determinación del tipo de mezcla	69
4.5 Solución como mezcla homogénea	70
4.6 Solución como mezcla heterogénea	72
5. CONCLUSIONES	84
REFERENCIAS	88

1. INTRODUCCION

1.1 Comentarios generales

1.1.1 Objetivo

El objetivo de éste trabajo es el análisis de las pérdidas por fricción cuando se transportan sólidos por tuberías. Se presenta un panorama de los estudios existentes limitándose al transporte de sólidos no cohesivos, y excluyendo el caso de reacciones químicas entre el sólido y el fluido con ductor.

1.1.2 Antecedentes

El costo de transportación de materiales sólidos desde sus fuentes de explotación hasta el lugar de su utilización es un factor muy importante.

En las dos últimas décadas se ha observado un aumento en el transporte de

material sólido a través de tuberías, lo que ha permitido un mayor aprovechamiento de los recursos naturales y actualmente se presenta como una posible alternativa en comparación con las formas tradicionales de transportación. El transporte de sólidos por tuberías se realiza mezclándolos con algún fluido, generalmente agua, y ha tenido una amplia aplicación en la industria, entre las cuales se podría mencionar el transporte de minerales, granos, mezclas de cemento, etc. Además se puede emplear en el manejo de materiales en proceso y productos en industrias como la del papel, petróleo, alimentos, siderurgia, química, etc.

En México, de las principales aplicaciones que ha tenido el transporte de sólidos en tuberías, ha sido en la industria minera y siderurgia, siendo estos el de Peña Colorada, Col. y el de las Truchas en el puerto Lázaro Cárdenas, Mich. (en ambos casos se ha transportado mineral de hierro); el primero de ellos con una longitud aproximada de 40 km, diámetro de la tubería 20 cm (8") y una capacidad de transporte de 1.8×10^6 ton/año, y el segundo con una longitud aproximada de 27 km, diámetro de tubería de 25 cm (10") y con capacidad de 1.8×10^6 ton/año; estos sistemas entraron en operación en 1974 y 1976 respectivamente. Además en proyecto se tiene el transporte de roca fosfórica de Baja California Sur.

1.1.3 Consideraciones de diseño

Como se dijo anteriormente el objetivo de este trabajo es el análisis de las pérdidas por fricción en el transporte de sólidos en tuberías; sin embargo, es conveniente mencionar las consideraciones necesarias que deben

tomarse en cuenta para propósitos de diseño.

Generalmente se distinguen tres etapas en la explotación de cualquier recurso natural. La primera es la de preparación, donde el material es obtenido y procesado, de tal manera que pueda ser utilizado en las siguientes etapas; la segunda es la de transportación del producto y la última es la utilización del producto. La que más nos interesa en este trabajo es la segunda, y en especial para el transporte de sólidos en tuberías, las principales consideraciones de diseño que deben tenerse en cuenta, se podrían resumir de la siguiente manera:

I CONDICIONES DEL PROCESO

A. HIDRAULICAS

1. Selección del fluido para transportar el material
2. Selección del tamaño de partículas y concentración de la mezcla
3. Determinación de la velocidad de diseño
4. Determinación de las pérdidas por fricción

B. CORROSION Y ABRASION

1. En la tubería
2. En las bombas

C. DEGRADACION DE PARTICULAS

II CONSIDERACIONES MECANICAS

- A. Selección del tipo de bombas
- B. Selección del número y ubicación de las estaciones de bombeo
- C. Planta de energía
- D. Establecimiento del procedimiento de construcción del sistema
- E. Controles de operaciones

III CONSIDERACIONES DE OPERACION

- A. Selección del tipo de operación
- B. Establecimiento y desarrollo de técnicas de paros y arranques
- C. Selección de procedimientos de emergencia

Aunque del resumen anterior se observa que la hidráulica de las mezclas es sólo una parte del total de los requerimientos que se deben cumplir en sistemas de transporte de sólidos en tuberías, ésta tiene repercusión en muchas de las consideraciones que se hacen, de ahí la gran importancia que tiene la parte hidráulica en el diseño de este tipo de sistemas. El enfoque que se le dará a este trabajo es primordialmente al punto cuatro de las consideraciones hidráulicas, que es lo referente a la determinación de las pérdidas por fricción.

El trabajo está dividido en cinco capítulos; en este primer capítulo se definen y analizan las propiedades físicas de las partículas sólidas y mezclas y además se describen los criterios para distinguir los tipos de mezclas.

clas. En el capítulo dos se hace un análisis de las fórmulas obtenidas por varios investigadores para el cálculo de pérdidas por fricción para tuberías horizontales, verticales e inclinadas. En el capítulo tres se comparan los métodos descritos en el capítulo anterior. El capítulo cuatro se refiere a una aplicación, y en el quinto y último capítulo se presentan conclusiones en los aspectos que la autora considera de más importancia.

1.2 *Propiedades físicas de las partículas sólidas y mezclas*

1.2.1 INTRODUCCION

El conocimiento del comportamiento de las partículas sólidas en un fluido, es importante en el diseño de tuberías que transportan mezclas. En esta parte, se describirán las propiedades más importantes de las partículas sólidas y de su mezcla con algún fluido, su efecto en el diseño de las tuberías y los métodos para la determinación de dichas propiedades.

1.2.2 PROPIEDADES FISICAS DE LAS PARTICULAS SOLIDAS

PESO ESPECIFICO

El peso específico, γ , de una partícula es la relación entre su peso y su volumen, se expresa en kg_f/m^3 .

MASA ESPECIFICA O DENSIDAD

Es la relación entre la masa de la partícula y su volumen, se expresa en $\text{kg}_f \text{ seg}^2/\text{m}^4$, y se designa como ρ .

DENSIDAD RELATIVA DE LOS SOLIDOS

Es la relación entre el peso o masa específica de la partícula sólida y el peso o masa específica del agua a 4°C , y se designa como S

FORMA

La forma de una partícula tiene influencia sobre la fuerza de arrastre necesaria para provocar su movimiento dentro de la tubería. Las formas geométricamente regulares han sido estudiadas analítica y experimentalmente, mientras que las de forma irregular, que son las de mayor interés en el diseño de tuberías para mezclas, sólo han sido estudiadas experimentalmente.

El efecto de la forma irregular de las partículas se ha determinado experimentalmente con el factor de forma, SF , sugerido por ALBERTSON (1953), que se define

$$SF = c / \sqrt{ab} \quad (1.2.1)$$

Donde a es la máxima longitud, c la mínima y b la dimensión restante per-

pendicular a las otras dos.

Las principales conclusiones de los estudios sobre la forma de las partículas se resumen en la fig 1.1, del coeficiente de arrastre contra el número de Reynolds para partículas con distintos factores de forma.

El número de Reynolds de la partícula, se obtiene usando el diámetro nominal de la misma.

$$Re = Vd/\nu \quad (1.2.2)$$

donde

V velocidad del flujo, en m/seg

d diámetro nominal de la partícula, en m

ν viscosidad cinématica del fluido, en m^2/seg

TAMAÑO

El rango de tamaños de las partículas sólidas que son transportadas por medio de tuberías varía mucho. En este trabajo sólo se analizan desde gravas hasta partículas coloidales. El principal efecto del tamaño de las partículas se tiene en la velocidad de caída.

VELOCIDAD DE CAIDA

La velocidad de caída es la máxima velocidad que adquiere una partícula

al caer dentro del agua en reposo, y se designa como ω . La velocidad de caída se alcanza cuando el peso sumergido de la partícula se equilibra con la fuerza de empuje que el agua ejerce sobre ella.

La velocidad de caída toma en cuenta no sólo el peso de las partículas, sino también su tamaño y forma, existiendo expresiones para determinarla cuando se trata de partículas esféricas, o por medio de una gráfica para partículas de forma irregular.

Para partículas de forma esférica, la velocidad de caída se obtiene por medio de la siguiente expresión

$$\omega = \left(\frac{4g \Delta d}{3 C_D} \right)^{1/2} \quad (1.2.3)$$

donde

ω velocidad de caída, en m/s

d diámetro de la partícula, en m

C_D coeficiente de arrastre, adimensional

$$(\Delta) = \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma}$$

donde

γ_s peso específico de las partículas sólidas, en kg_f/m^3

γ peso específico del agua, en kg_f/m^3

g aceleración de la gravedad, en m/seg^2

Para las partículas de forma irregular, la velocidad de caída puede obtenerse utilizando las figs 1.2, 1.3 y 1.4. Para explicar el uso de dichas figuras ver el ejemplo que se desarrollará en el capítulo referente a aplicaciones.

FUERZA DE ARRASTRE

Es la componente de la fuerza ejercida sobre la partícula, en la dirección del flujo por el fluido en movimiento. La obtención de la fuerza de arrastre presenta dificultades debido a que depende de factores que son difíciles de analizar, como por ejemplo; el comportamiento de la capa límite que se forma cerca de la superficie de la partícula. La fuerza de arrastre se calcula mediante la siguiente expresión

$$R = C_D A_p \rho \frac{V}{2} \quad (1.2.4)$$

donde

R fuerza de arrastre, en kg_f

C_D coeficiente de arrastre, adimensional

A_p área de la partícula proyectada normalmente a la dirección del flujo, en m^2

ρ densidad del fluido, en $kg_f \text{ seg}^2/m^4$

V velocidad del flujo, en m/seg

El coeficiente de arrastre varía según la forma de las partículas, obteniéndose de estudios experimentales relaciones de este coeficiente con el número de Reynolds; los resultados obtenidos se presentan en la fig 1.1 . La curva para $SF = 1$ corresponde a partículas esféricas.

1.2.3 PROPIEDADES FISICAS DE LAS MEZCLAS

CONCENTRACION

La concentración de una mezcla, es la cantidad de partículas contenidas dentro del fluido; se puede expresar en volumen, C_v , o en peso, C_w , siendo más fácil obtenerla en este último. Ambos se pueden expresar en kg_f/m^3 o en kg_f/l , y están definidas por las siguientes ecuaciones

$$C_v = \frac{\text{volumen de las partículas sólidas}}{\text{volumen de la mezcla}}$$

$$C_w = \frac{\text{peso de las partículas sólidas}}{\text{peso de la mezcla}}$$

Para determinar la concentración en peso es necesario separar el material sólido y pesarlo, por lo que se tendrá que filtrar o decantar y no evaporar el líquido, ya que en este caso en los sólidos quedarían también las sales disueltas en el fluido.

PESO ESPECIFICO DE LA MEZCLA

El peso específico de la mezcla, γ_m , se puede obtener relacionando el peso de la mezcla, del líquido y de las partículas, o sea

$$\gamma_m V_m = \gamma_l V_l + \gamma_s V_s \quad (1.2.5)$$

donde

γ peso específico ($\gamma = \rho g$)

V volumen

Los subíndices m, l y s indican lo correspondiente a mezcla, fluido y partículas sólidas.

De la relación anterior se tiene que

$$\gamma_m = \gamma_l + \frac{V_s}{V_m} (\gamma_s - \gamma_l) \quad (1.2.6)$$

ya que

$$V_l = V_m - V_s$$

y como la concentración expresada en peso, de la mezcla es

$$C_w = \frac{\gamma_s V_s}{\gamma_l V_m}$$

Finalmente, la relación para determinar el peso específico de la mezcla se expresa como

$$\gamma_m = \gamma_l + \gamma_l C_w - \gamma_l^2 C_w / \gamma_s \quad (1.2.7)$$

DENSIDAD DE LA MEZCLA

La densidad de la mezcla se calcula en la práctica en función de la densidad de las partículas y la del fluido para una concentración dada; y puede usarse la siguiente ecuación

$$\rho_m = \frac{100}{C_w/\rho_s + (100 - C_w)/\rho_1} \quad (1.2.8)$$

donde

- ρ_m densidad de la mezcla, en $\text{kg}_f \text{ seg}^2/\text{m}^4$
- C_w concentración de sólidos en peso, y expresada en porcentaje
- ρ_s densidad de las partículas sólidas, en $\text{kg}_f \text{ seg}^2/\text{m}^4$
- ρ_1 densidad del fluido, en $\text{kg}_f \text{ seg}^2/\text{m}^4$

VISCOSIDAD DE LA MEZCLA

La viscosidad de un fluido es una medida de su resistencia a fluir, como resultado de la interacción y cohesión de sus moléculas.

Dada la naturaleza compleja de una mezcla es difícil definir el concepto de viscosidad de la misma. Sin embargo no es difícil comprender que la presencia de partículas en un fluido incrementa la resistencia en este a fluir.

Hasta ahora sólo se ha estudiado la viscosidad de mezclas que contienen partículas esféricas uniformes, y que además generalmente presentan características Newtonianas; este tipo de mezclas es poco común en la práctica, pero su estudio es de importancia dado que el valor de su viscosidad representa el valor mínimo de la viscosidad de mezclas con características no-Newtonianas, que son las más comunes.

Para mezclas con partículas esféricas muy diluídas, y con concentraciones menores del 1.0% expresadas en volumen, EINSTEIN (1905), propuso la siguiente expresión para obtener la viscosidad dinámica de la mezcla

$$\mu_m = \mu_1 (1 + 2.5 C_v) \quad (1.2.9)$$

donde

μ_m viscosidad dinámica de la mezcla, en poise (poise = $\text{gr}_m / (\text{cm} \cdot \text{seg})$)

μ_1 viscosidad dinámica del fluido a la misma temperatura de la mezcla

Para concentraciones mayores, WARD (1955) propuso una relación similar a la anterior, dada como

$$\mu_m = \mu_1 (1 + 4.5 C_v) \quad (1.2.10)$$

Del análisis de una gran cantidad de datos THOMAS (1965) sugirió la siguiente

te expresión para determinar la viscosidad de la mezcla

$$\mu_m = \mu_1 (1 + 2.5 C_v + 10.05 C_v^2 + 0.00273 e^{16 \cdot 6 C_v}) \quad (1.2.11)$$

Esta última expresión es la más utilizada para obtener la viscosidad de las mezclas en la solución de problemas reales.

1.3 Criterios para distinguir los tipos de mezclas

1.3.1 Introducción

Para estudiar el transporte de sólidos en tuberías, se debe establecer en que condiciones se encuentra distribuido el sólido en el fluido. Se distinguen principalmente dos condiciones que se denominan mezclas homogéneas y mezclas heterogéneas. Se aclara que diferentes autores han propuesto otras condiciones intermedias entre las dos anteriores, aquí se considera también la condición con arrastre de fondo.

En esta parte del capítulo se define cada tipo de mezcla, llamada también régimen, así como los criterios que existen para clasificarlas.

1.3.2 Definiciones

MEZCLAS HOMOGENEAS

Son aquellas en las cuales las partículas sólidas se encuentran distribuidas uniformemente en el medio líquido que usa como transporte. Una forma de ejemplificar esto, serían aquellas mezclas que tienen altas concentraciones de sólidos, tamaño fino de partículas y grandes velocidades de transporte; algunos ejemplos típicos de este tipo de mezclas son los lodos de desecho, lodos de perforación, lechadas de cemento, etc.

MEZCLAS HETEROGENEAS

Son aquellas en las cuales las partículas sólidas no se encuentran distribuidas uniformemente a través de la sección transversal de la conducción; ya que algunas de ellas fluyen arrastrándose sobre el fondo de la tubería y otras en suspensión; generalmente este tipo de mezclas tienen baja concentración de sólidos y la distribución de tamaños es más grande que la que se maneja en las mezclas homogéneas, su velocidad de transporte es baja.

1.3.3 Criterios para distinguir mezclas homogéneas y heterogéneas

Es difícil disponer de un criterio único que ayude a distinguir entre mezclas homogéneas y mezclas heterogéneas. A continuación se describen una serie de criterios que fueron determinados experimentalmente por diferentes investigadores.

DURAND (1953) clasificó las mezclas de acuerdo con el tamaño de las partículas, de la siguiente manera:

1. Mezclas homogéneas. Para flujo turbulento de agua con partículas cuyo diámetro es menor de 20 a 30 micras (1 micra = 0.001 mm) como son por ejemplo la arcilla, la ceniza fina y el polvo fino de carbón, pueden ser tratadas como mezclas homogéneas
2. Mezclas intermedias. Son aquellas en las que el tamaño de sedimento varía de 25 a 50 micras
3. Mezclas heterogéneas. Distingue tres tipos
 - a. Partículas transportadas en suspensión cuyo diámetro varía entre 50 micras y 0.2 mm, como son por ejemplo la arena fina y el polvo de carbón.
 - b. Categoría de transición se presenta con tamaños de 0.2 a 2 mm, ejemplo de esto son la arena gruesa y granos finos de carbón.
 - c. Partículas transportadas en saltos con tamaños mayores de 2 mm, por ejemplo la grava, los guijarros y pedazos de carbón.

Esta clasificación de las mezclas es correcta sólo cuando el tamaño de los sólidos es uniforme; cuando se tiene una gran variedad de tamaños su aplicación varía de acuerdo al rango de tamaños y de la concentración.

NEWITT et al (1955), como resultado de investigaciones hechas con materiales de diferente densidad, sugirieron utilizar una velocidad de transición V_H , para separar las mezclas homogéneas de las heterogéneas; dicha velocidad se define como

$$V_H^3 = 1800 g D \omega \quad (1.3.1)$$

donde

- V_H velocidad de transición, o velocidad media de la suspensión,
en m/seg
- ω velocidad de caída de las partículas, en m/seg
- D diámetro de la tubería, en m
- g aceleración de la gravedad, en m/seg²

Si $(V_H/V) < 1$ (ZANDI (1976), GRAF (1971)) la mezcla se considera homogénea. Desafortunadamente la ec. 1.3.1 no ha sido probada exhaustivamente, por lo que sólo puede servir como una guía.

Como una regla práctica, la ecuación anterior implica que las mezclas homogéneas están limitadas a partículas con diámetro menor a 30 micras.

GRAF-ACAROGLU (1967) definen varios tipos de mezclas en función de la pérdida de carga por unidad de longitud de tubería, $\Delta h/L$, contra la velocidad del flujo (ver fig 1.5); hay que señalar que dicha curva, fue obtenida para una concentración de sólidos constante y que sólo cambia su distribución en la sección de la tubería.

SPELLS (1955) toma en cuenta el tamaño y peso específico de las partículas, así como la viscosidad del fluido y los considera como factores que influyen de manera importante en el depósito de los sólidos que viajan en suspensión. Utilizando análisis dimensional y con datos de mezclas formadas con sólidos finos y agua, establece los parámetros adimensiona-

les que se muestran en la fig 1.6. Del análisis de la figura sugirió las siguientes ecuaciones

$$V_{\min}^{1.225} = 0.0251 g d_{85} (\rho_m D / \mu_m)^{0.775} (S-1) \quad (1.3.2)$$

$$V_{sta}^{1.225} = 0.0741 g d_{85} (\rho_m D / \mu_m)^{0.775} (S-1) \quad (1.3.3)$$

donde

d_{85} diámetro de la partícula tal que el 85% en peso de las partículas son más pequeñas que d

D diámetro de la tubería

La V_{\min} es la velocidad mínima para mantener las partículas en suspensión y para valores menores que ella los sólidos se depositan en el fondo de la tubería. La V_{sta} es la velocidad llamada por Spells "estandar" superior a la mínima y es la que hace que la mezcla sea homogénea y se supone que con ella las partículas se encuentran uniformemente distribuidas. La región entre éstas dos velocidades define la del flujo heterogéneo, y con ella se define un gradiente de concentración de sólidos en la vertical.

Los datos utilizados por Spells abarcan diámetros de tubería entre 2.5 y 30 pulgadas, partículas con diámetro entre 56 y 600 micras y concentración de sólidos menores del 35% en peso. Spells indica que sus resultados no son aplicables, sí el tamaño de las partículas es mayor que las que él utilizó, y además señala que probablemente la concentración de sólidos

lidos puede llegar a tomar una mayor influencia que la considerada en sus resultados.

De lo mencionado anteriormente se puede observar que no son muy uniformes los criterios ya analizados. Una manera de hacerlo en forma más rigurosa es considerar una relación para la concentración de las partículas en flujo bidimensional, uniforme y a superficie libre, por medio de la siguiente expresión

$$\frac{C}{C_A} = \left(\frac{d-y}{y} \frac{a}{x-a} \right)^z \quad (1.3.4)$$

En la cual C y C_A son las concentraciones a las distancias y y a , respectivamente y que está por encima del fondo, x , es la profundidad del agua y

$$z = \omega / ku_* \quad (1.3.5)$$

donde

u_* velocidad al cortante, la cual se define como

$$u_* = u \sqrt{f/2}$$

u velocidad media de la mezcla

k constante universal de Von Karman, cuyo valor es 0.4

f factor de fricción

Con ayuda de la ec. 1.3.4 la mezcla homogénea se puede identificar cuan-

do $C = C_A$ para cualquier y .

Cabe aclarar que si los criterios anteriores se aplican en un mismo caso, pueden dar resultados distintos, por lo que no siempre es fácil distinguir los tipos de mezcla. Aquí puede ayudar la experiencia del proyectista.

1.3.4 Criterios para distinguir mezclas heterogéneas y con arrastre de fondo

Las variables que más intervienen para distinguir mezclas heterogéneas con arrastre y sin arrastre son la velocidad de flujo, velocidad de caída de las partículas, diámetro de la tubería, concentración de sedimento, densidad de sedimento y propiedades del flujo; se trata de obtener una velocidad crítica o velocidad límite de depósito.

Cabe aclarar que todo el sedimento que aquí se trate, se referirá a material uniforme a menos que se indique lo contrario.

Para una cierta velocidad media, menor que la necesaria para una mezcla heterogénea sin arrastre, algunas de las partículas en suspensión comienzan a sedimentarse, y son arrastradas por el fondo de la tubería por el flujo como arrastre de fondo. Y si la velocidad todavía fuese menor se forma una superficie con material depositado.

Dependiendo de las condiciones de flujo existentes, la parte superior del lecho puede ser plana o formar dunas. Si la superficie es plana, se

puede considerar como una pared hidráulicamente rugosa, y el incremento de las pérdidas podrían ser relativamente pequeñas; si se forman dunas el incremento de las pérdidas es mayor que para superficies planas.

La velocidad a la cual se distingue la mezcla heterogénea sin arrastre de la mezcla con arrastre, algunos la denominan velocidad crítica, la cual no es única, dependiendo si la velocidad aumenta o disminuye. La velocidad crítica es menor para mezclas con velocidad decreciente, que para velocidad creciente. Para propósitos prácticos, se puede asumir que dicha velocidad tiene un valor único.

DURAND (1953) relaciona la pérdida de carga (o gradiente de energía) como una función de la velocidad media del flujo y una concentración de sólidos constante (en volumen). Sus resultados se muestran en la fig 1.7; la línea con punto y raya separa las zonas de regímenes con o sin depósito en el fondo. La velocidad que limita a ambos regímenes DURAND la llama "VELOCIDAD LIMITE DE DEPOSITO"; puede verse que éste valor límite de la velocidad corresponde además al mínimo de pérdidas de carga para una concentración determinada, y ésta sería la condición más favorable de operación desde el punto de vista económico. Por ejemplo si se está bombeando una mezcla y la velocidad es mayor que la velocidad límite de depósito, la pérdida aumenta y por consiguiente la potencia requerida de bombeo ($h_p = Q \gamma_m h_L / 550 \eta$); si la velocidad es menor, la pérdida también aumenta, pero el sistema es menos eficiente ya que se puede llegar al taponamiento de la tubería por el material que se está depositando.

Durand también considero el efecto del diámetro de la tubería sobre la velocidad límite de depósito, para diferentes sólidos como una función de la concentración, mediante la siguiente expresión

$$F_L = V_L / \sqrt{2gD(S-1)} \quad (1.3.6)$$

donde

$$S = \gamma_s / \gamma$$

F_L es una constante que depende del valor de la concentración y del tamaño de las partículas.

La fig 1.8 muestra la variación de F_L como una función del diámetro de las partículas para diferentes concentraciones expresadas en volumen. Analizando la gráfica se tiene que con partículas finas de arena (tamaño promedio de 0.05 a 1mm) la concentración y el diámetro de las partículas tienden a incrementar el valor de la velocidad límite de depósito, sobre todo para concentraciones arriba del 4% por volumen, pero con arena con diámetro mayor que 1 mm; la concentración y el diámetro de los granos no tienen practicamente mucha influencia. En este caso, el valor de F_L es aproximadamente 1.34. Esta figura es válida para arena uniforme; para arena graduada (no uniforme) ver Durand-Condolios (1952)

CRAVEN (1953) indicó que si la arena se encuentra siempre en movimiento en el flujo, se debe cumplir que

$$\frac{Q}{D^{2.5} \sqrt{g \Delta \rho / \rho}} \left(\frac{Q}{Q_s} \right)^{1/3} > 5.0 \quad (1.3.7)$$

donde

$\Delta \rho$ diferencia de densidad entre la arena y agua

La ec 1.3.7 también puede escribirse

$$V_L / \sqrt{Dg \Delta \rho / \rho} > 6.4 C_v^{1/3} \quad (1.3.8)$$

NEWITT et al (1955) establecieron que era necesario subdividir el flujo heterogéneo; y observaron que a velocidades altas las partículas sólidas viajan con una velocidad ligeramente menor que la del líquido, y son mantenidas en suspensión. A bajas velocidades, las partículas se depositan en el fondo de la tubería; dichas partículas saltan o forman un lecho, las cuales son transportadas a velocidades más bajas que la velocidad del flujo. Así, NEWITT et al (1955). Consideraron a las mezclas como mezclas en suspensión y mezclas con movimiento del lecho. El criterio para separarlas depende de la definición de las pérdidas (como se verá en el capítulo siguiente), y que puede resumirse en la siguiente expresión

$$V_B = 17 \omega \quad (1.3.9)$$

donde

V_B Velocidad media del flujo, la cual representa la transición de mezclas en suspensión a mezclas con movimiento del lecho

HUGHMARK (1961) propuso que el número de Froude, definido con el diámetro del tubo V_L/\sqrt{gD} , basado en la velocidad límite de depósito es una función de $C_v(S-1)F_d$, fig 1.9 a, F_d es a su vez una función del diámetro de la partícula, dada en la fig 1.9 b, El procedimiento a seguir para obtener V_L/\sqrt{gD} es el siguiente:

- Con el diámetro de la partícula (en pies) se encuentra en la fig 1.9b el parámetro F_d .
- Teniendo F_d se obtiene el valor de $C_v(S-1)F_d$ dicho valor se ubica en la fig 1.9 a, para obtener el valor de la relación V_L/\sqrt{gD}

SINCLAIR (1962) utilizando la ecuación propuesta por DURAND y utilizando datos sobre la velocidad límite de depósito para suspensiones heterogéneas de hierro-kerosen, arena-agua y carbón-agua, fluyendo en tuberías de 0.5, 0.75 y 1.0 pulgadas y concentraciones de sólidos en volumen hasta 20%, encontró que la velocidad límite de depósito depende de la relación entre la densidad de la partícula y del fluido de transporte, del tipo de fluido, diámetro de la partícula, diámetro de la tubería y concentración de sólidos transportada; (ver fig 1.10) y propuso la siguiente expresión

$$V_{L \text{ máx}} / \sqrt{gd_{85}(S-1)^{0.8}} = f(d_{85}/D) \quad (1.3.10)$$

Para partículas de sedimento que están totalmente sumergidas en una re-

gión donde las fuerzas viscosas (cortantes) predominan, $f(d_{85}/D) = 650$.

Cuando los sedimentos están expuestos en la zona turbulenta

$$f(d_{85}/D) = 0.19 (d_{85}/D)^{-2} \quad (1.3.11)$$

THOMAS (1962) dividió el flujo de mezclas en varias regiones; para la localización de dichas regiones, será necesario considerar las siguientes expresiones

flujo laminar	$N_{Re} < 1$	(1.3.12 a)
---------------	--------------	------------

transición	$1 < N_{Re} < 500$	(1.3.12 b)
------------	--------------------	------------

flujo turbulento	$N_{Re} > 500$	(1.3.12 c)
------------------	----------------	------------

A su vez, el espesor de la capa límite según Von Karman, en términos de los parámetros adimensionales, queda

$$y^* = y U_{*c} / \nu$$

Obteniéndose los siguientes límites

subcapa laminar	$y^* < 5$	(1.3.13 a)
-----------------	-----------	------------

transición	$5 < y^* < 30$	(1.3.13 b)
------------	----------------	------------

turbulento	$y^* > 30$	(1.3.13 c)
------------	------------	------------

Además, en la parte superior de la fig 1.11 donde están representadas las regiones que se describirán posteriormente; se encuentra el perfil uni-

versal de velocidades definido por Von Karman, y puede ser considerada como la máxima velocidad que puede ser adquirida por una partícula cuando está siendo transportada ascendiendo del fondo de la tubería.

De las definiciones dadas anteriormente divide los problemas de transporte mínimo para el caso límite de dilución infinita en dos regiones de flujo de mezclas, la segunda está subdividida en tres regiones, fig 1.11, siendo estas las siguientes:

REGION I Mezclas con partículas predominantemente en suspensión y partículas más pequeñas que la subcapa laminar (ec 1.3.13a) y las cuales se sedimentan de acuerdo a la ley de stokes (ec 1.3.12a)

REGION II Mezclas con partículas transportadas predominantemente en la parte baja de la tubería, y la subdivisión es la siguiente

IIa partículas las cuales son más pequeñas que el espesor del estrato de transición (ec 1.3.13b) y que se sedimentan de acuerdo a la ley de transición (ec 1.3.12b)

IIb partículas más grandes que el espesor del estrato de transición (ec 1.3.13c) y que se sedimentan de acuerdo a la ley de transición (ec 1.3.12b)

IIC partículas más grandes que el espesor del estrato de transición (ec 1.3.13c) y las cuales se sedimentan según la ley de Newton (ec 1.3.12c)

Encontró además, que la velocidad crítica de fricción U_{*c} (definida como la velocidad de fricción requerida para prevenir la acumulación de una capa de partículas estacionarias o deslizantes en el fondo de un conducto horizontal) puede ser expresada como

$$\omega/U_{*c} = 0.01 \left(d U_{*c} / \nu \right)^{2.71} \quad (1.3.14a)$$

Esta se aplica en el caso de que las partículas sean más pequeñas que el espesor de la subcapa laminar, ésta última es independiente del diámetro de la tubería y de la concentración de la mezcla

Para partículas más grandes (0.19 a 38.1 mm) THOMAS desarrolló las dos siguientes relaciones para U_{*c}

$$\omega/U_{*c} = 4.90 \left(d U_{*c} / \nu \right) \left(\nu / D U_{*c} \right)^{0.60} (S-1)^{0.23} \quad (1.3.14b)$$

y

$$U_{*cm} / U_{*c} = 1 + 2.8 \left(\omega / U_{*c} \right)^{1/3} C_v^{1/2} \quad (1.3.14c)$$

donde

U_{*c} velocidad crítica de fricción, en pies/seg
(para no suspensión)

U_{*cm} velocidad de fricción crítica aplicable a la concentración
 C_v

O sea, la ec 1.3.14b describe la condición de transporte mínimo para el caso de no suspensión y la ec 1.3.14c describe el efecto de la concentración.

ZANDI-GOVATOS (1967) proponen utilizar un número adimensional N_I (llamado índice de régimen del flujo) para definir el límite superior de la transición entre flujo con partículas saltando y heterogéneo y establecieron para ello el siguiente valor para N_I

$$N_I = V^2 \sqrt{C_D} / C_v Dg(S-1) = 40 \quad (1.3.15)$$

Si $N_I > 40$ la mezcla se considera heterogénea, de otro modo las partículas son transportadas en saltos.

Desde su punto de vista el flujo con partículas saltando puede ser tratado como un caso extremo del flujo heterogéneo.

WILSON Y BREBNER (1971) sugirieron que la velocidad límite de depósito de diseño se seleccione de una gráfica de $(i_m - i) / C_v$ i contra V, tal como se muestra en la fig 1.12 .

En resumen, se puede decir que las variables más importantes para separar las mezclas heterogéneas sin arrastre de las mezclas con arrastre de fondo son la velocidad de flujo, velocidad de caída o tamaño del sedimen-

to, diámetro de la tubería, concentración de sedimento, densidad del sedimento y propiedades del flujo.

La velocidad límite de depósito se identifica como el límite inferior de la transición entre las mezclas heterogéneas sin arrastre de las mezclas con arrastre, y corresponde aproximadamente a la mínima pérdida de carga para una concentración de sedimento dada y se utiliza para establecer dicha separación.

Dicha velocidad depende del tamaño del sedimento, y se expresa como

$$v_L = (d_{50})^{k_1} \quad (1.3.16)$$

donde

d_{50} diámetro medio de las partículas, así

$$0.5 < k_1 < 1$$

$$\text{para } d_{50} < 0.5 \text{ mm}$$

$$0 < k_1 < 0.5$$

$$0.5 \text{ mm} < d_{50} < 1.5 \text{ mm}$$

$$k_1 = 0$$

$$d_{50} > 1.5 \text{ mm}$$

Cerca del límite superior de la transición, la velocidad crítica al corriente se utiliza para separar las mezclas heterogéneas sin arrastre y con arrastre de fondo y ésta velocidad se puede expresar en forma aproximada como

$$U_{*c} \approx (d_{50})^{k_2} \quad (1.3.17)$$

$$k_2 = -0.20 \quad \text{para } d_{50} < 0.1 \text{ mm}$$

$$k_2 = -0.33 \quad d_{50} > 1.5 \text{ mm}$$

$$-0.33 < k_2 < -0.22 \quad 0.1 \text{ mm} < d_{50} < 1.5 \text{ mm}$$

El efecto del tamaño de la tubería sobre V_L , puede expresarse como

$$V_L = D^{k_3} \quad (1.3.18)$$

donde

$$k_3 \approx 0.5$$

El valor de k_3 podría variar ligeramente (alrededor de ± 0.1) el signo negativo se asocia con $d/D < 0.01$ y el signo positivo con $d/D > 0.1$.

Es común considerar que la velocidad cortante crítica U_{*c} , es independiente del diámetro de la tubería; resultados experimentales indican que existe cierta relación dada por

$$U_{*c} \approx D^{0.13} \quad (1.3.19)$$

La velocidad límite de depósito se encontró que se incrementa con la concentración de sedimento, y se tiene la siguiente expresión

$$V_L \approx C_v^{k_4} \quad (1.3.20)$$

El valor de k_4 varía aproximadamente entre 0.3 a 0.4 para concentraciones de sedimento de 5% a 15%, respectivamente.

El efecto del sedimento y la densidad del fluido sobre V_L podría ser aproximadamente igual a

$$V_L \approx (s-1)^{k_5} \quad (1.3.21)$$

con $k_5 \approx 0.5$

Debe recalcar aquí que las relaciones planteadas en las ecs 1.3.16 a 1.3.21 son sólo indicativas y por lo tanto los exponentes k_1 a k_5 sólo deben considerarse como aproximados.

La dependencia de V_L de las variables anteriores puede expresarse aproximadamente como

$$V_L \approx (d_{50})^{k_1} D^{k_3} C_v^{k_4} (s-1)^{k_5} \quad (1.3.22)$$

En esta ecuación el tamaño de sedimento, d_{50} , tiene en general mayor influencia sobre V_L . Cuando la concentración en volumen de sedimento es menor de 15% se recomienda que V_L se determine con ayuda de las figuras 1.8, 1.10 y 1.12, y se use como referencia para la velocidad límite de depósito de diseño; es importante indicar que esta recomendación se basa sólo en condiciones hidráulicas en la tubería, pero algunas veces consideraciones mecánicas o de operación del sistema pueden ser más severas que las condiciones hidráulicas; por lo que la velocidad de diseño en la tubería deberá ser más grande que V_L obtenida de las figuras.

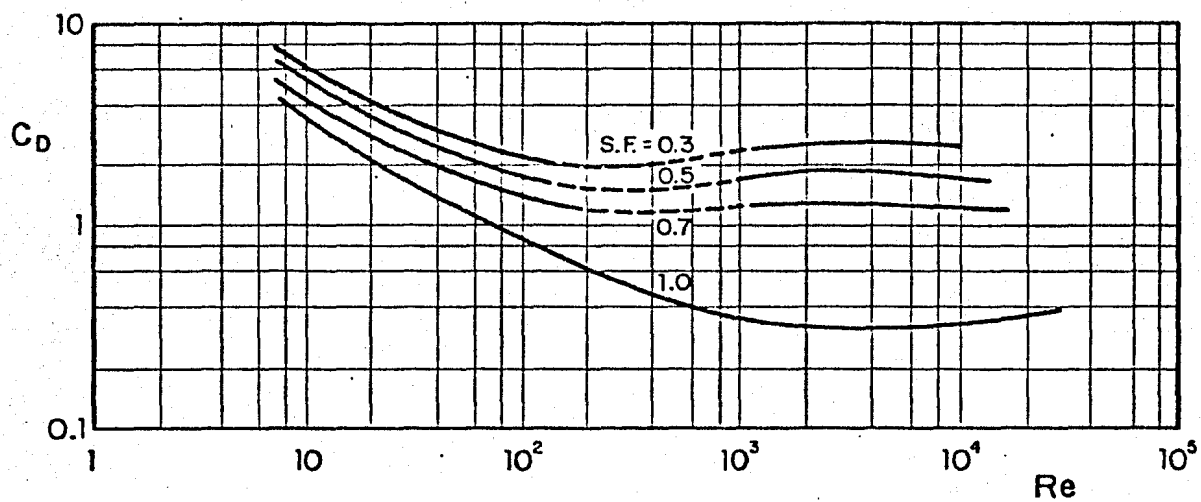


Fig 1.1. Coeficiente de arrastre - No. de Reynolds para distintos factores de forma (S.F.)

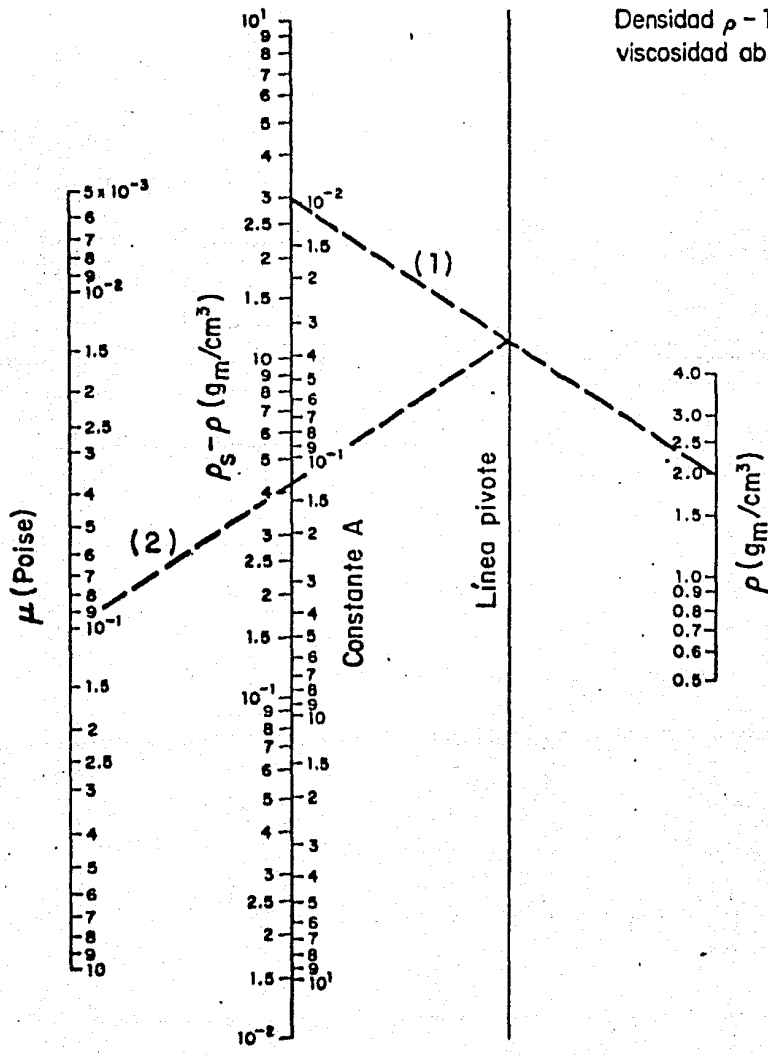


Fig 1.2 . Solución gráfica de la constante A

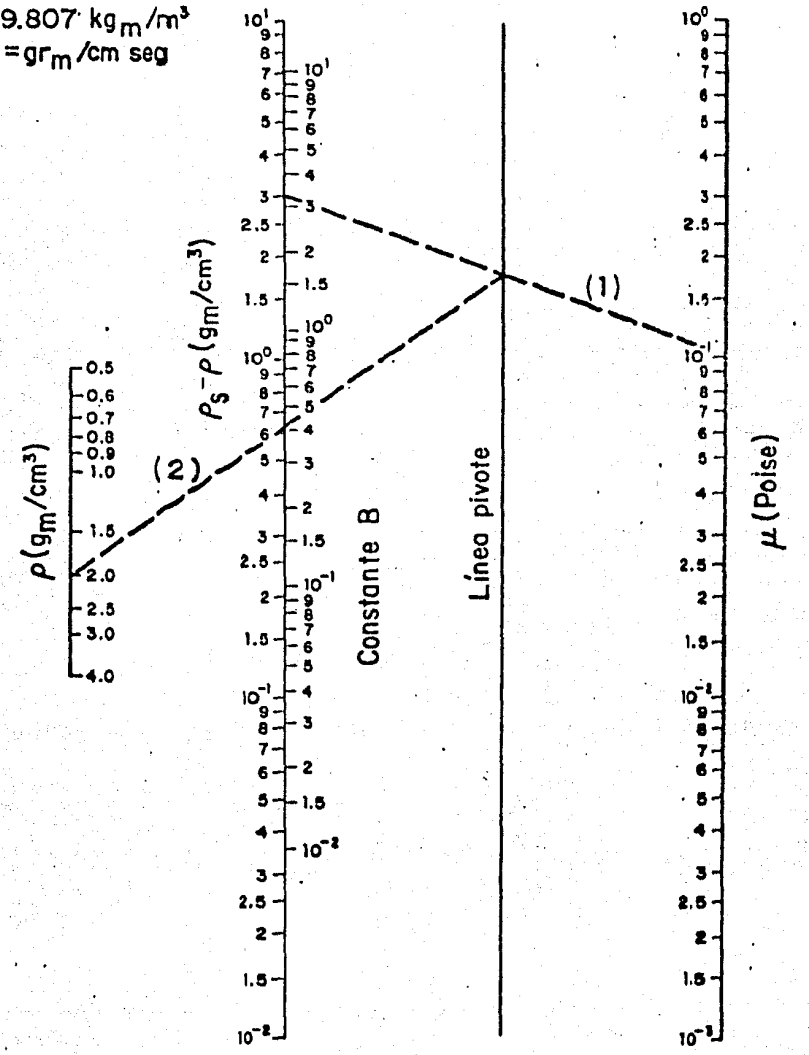


Fig 1.3 . Solución gráfica de la constante B

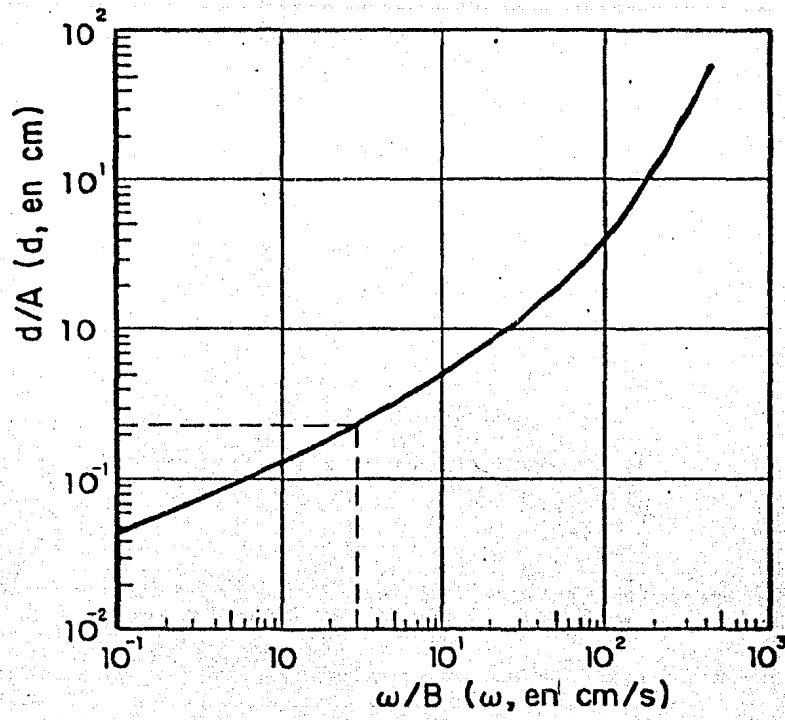


Fig 1.4 Solución gráfica para la velocidad de caída (ω)

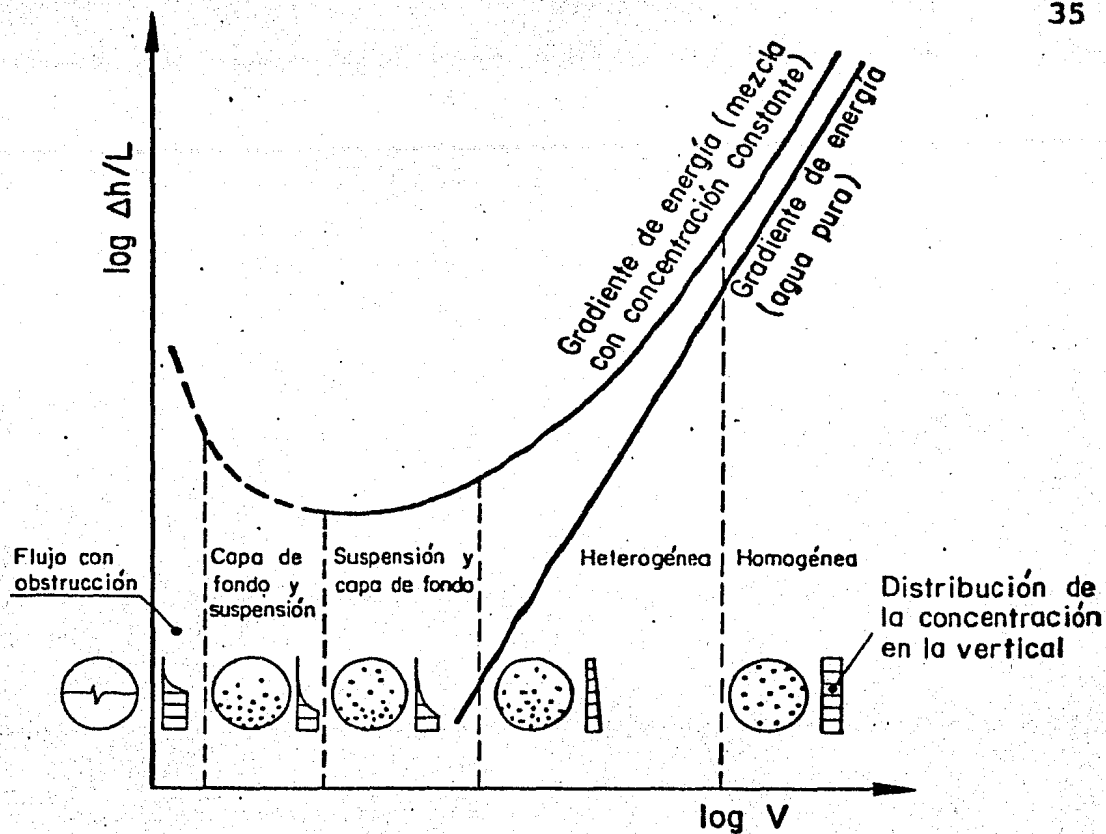


Fig 1.5 Tipos de mezclas en función de la pérdida de carga por unidad de longitud de tubería-velocidad, según Graf-Acaroglu (1967)

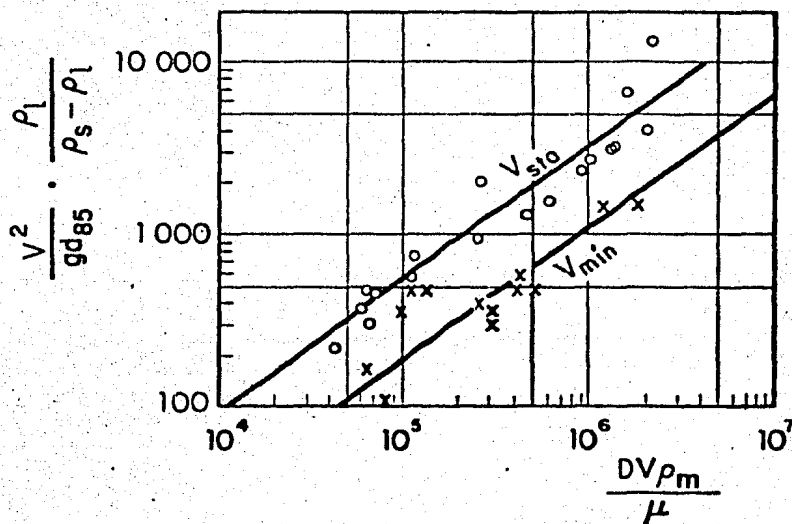


Fig 1.6 Relación de velocidades, según Spells (1955)

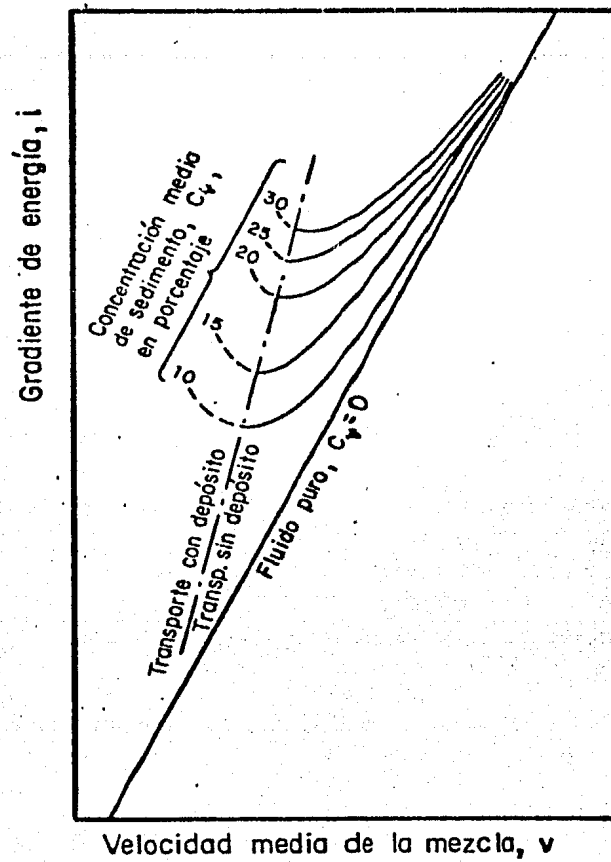


Fig 1.7 Pérdida de carga-velocidad media de flujo, para distintas concentraciones de sólidos en volumen ; según Durand (1953)

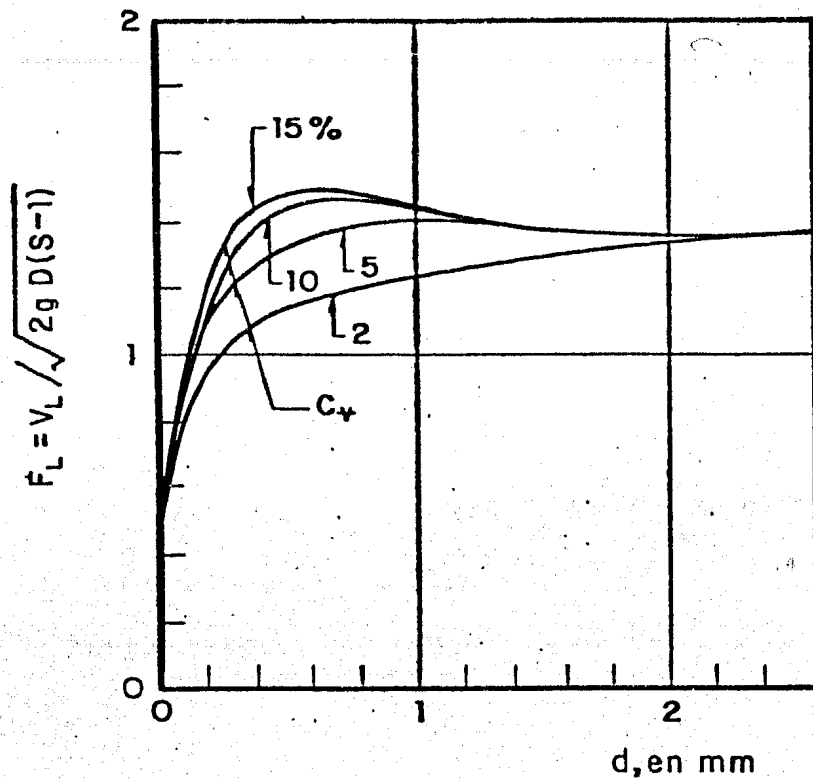


Fig 1.8 Velocidad límite de depósito para material uniforme, según Durand (1953)

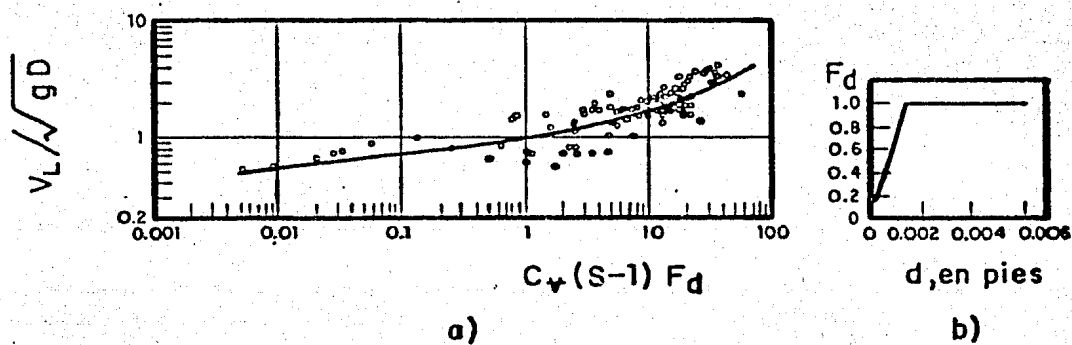


Fig 1.9 Velocidad límite de depósito, según Hughmark (1961)

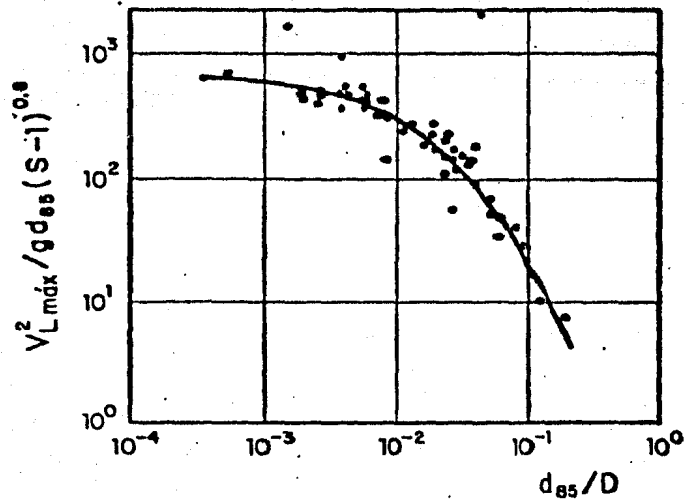


Fig 1.10. Correlación propuesta para velocidad límite de depósito, según Sinclair (1962)

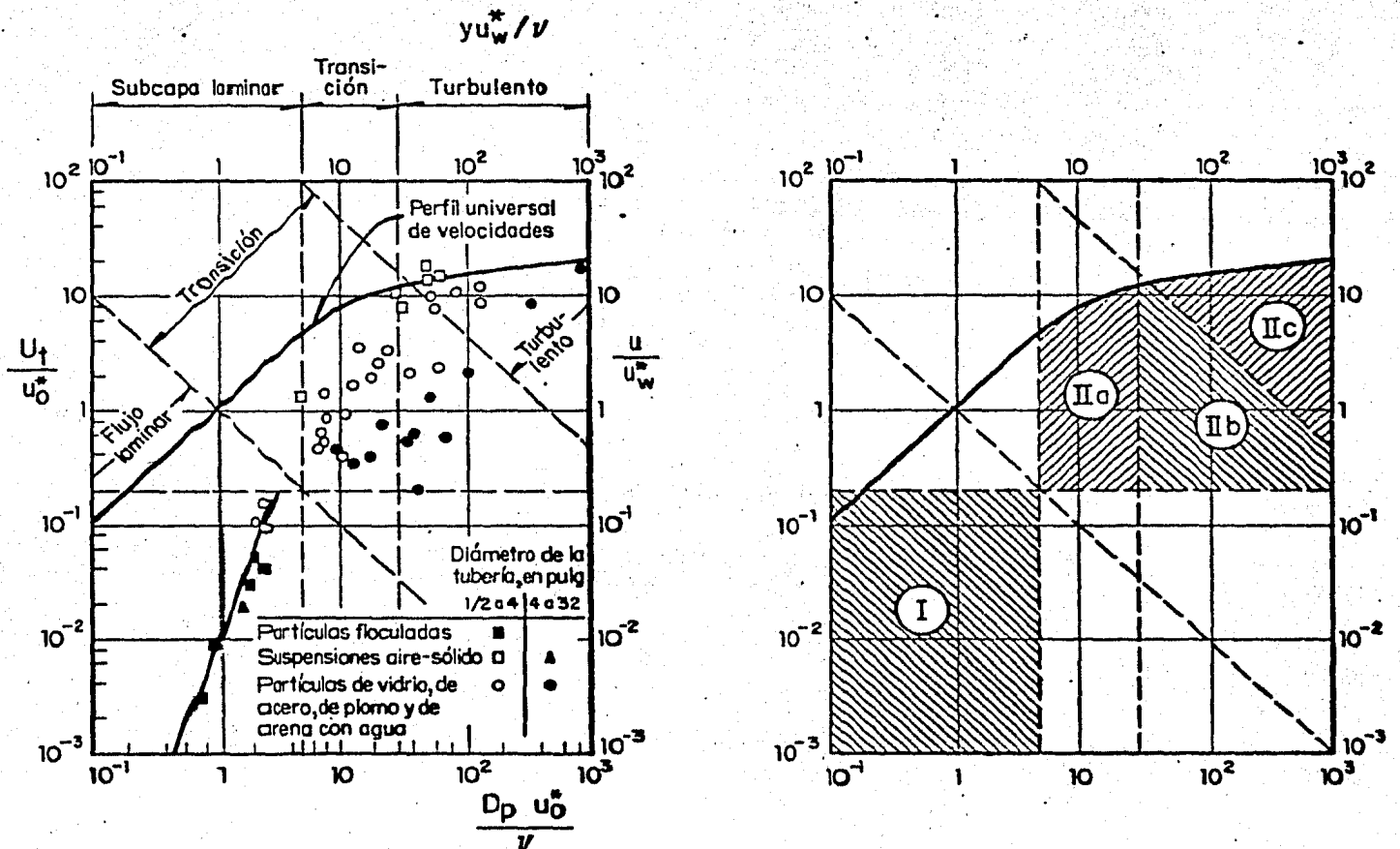


Fig 1.11. Clasificación del flujo de mezclas, según Thomas (1962)

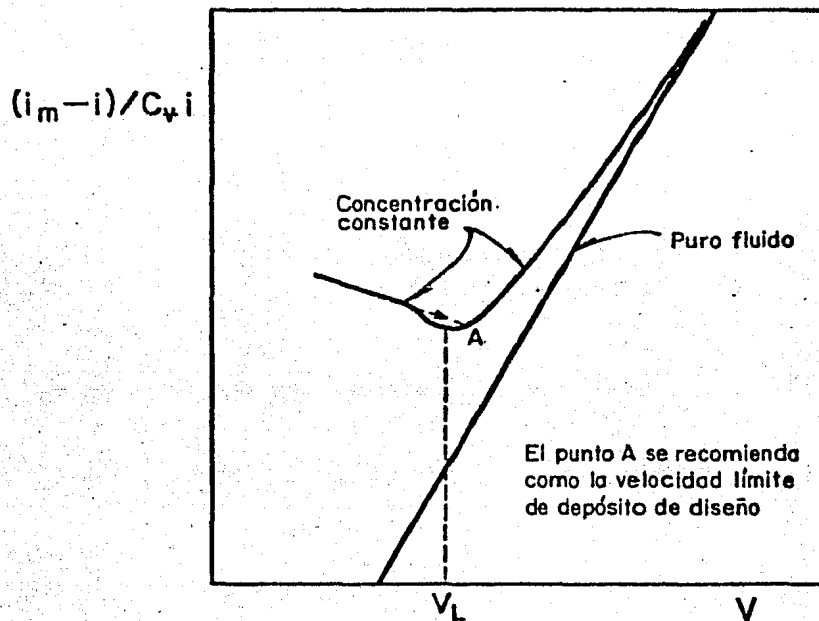


Fig 1.12. Método para seleccionar cualitativamente la velocidad límite de depósito de diseño, según Wilson y Brebner (1971)

2. FORMULAS PARA CALCULAR PERDIDAS POR FRICCIÓN

2.1 *Introducción*

Se tratará en ésta parte el cálculo de las pérdidas de carga en tuberías horizontales y posteriormente se analizarán las verticales e inclinadas. El medio por el cual se hace el transporte de las partículas es un fluido (líquido o gas) y en algunos casos se indicará el tipo de fluido utilizado por los diferentes autores.

2.2 *Pérdidas de carga en tuberías horizontales*

Se analizará primero el cálculo para mezclas homogéneas y luego para heterogéneas, así como la condición con arrastre de fondo.

2.2.1 Mezclas homogéneas

DURAND (1953) encontró en sus pruebas que las pérdidas de carga asociadas con mezclas homogéneas, es la misma que se tendría si se tuviera puro líquido, expresada en términos de la carga de mezcla.

NEWITT et al (1955) llegaron a la misma conclusión de DURAND (1953), esto es, suponen que el factor de resistencia de Darcy-Weisbach para la mezcla, f_m , es igual a f el factor de resistencia de Darcy-Weisbach para puro líquido, y propone que las pérdidas de carga se evalúen con la siguiente ecuación

$$(i_m - i)/C_v i = S - 1 \quad (2.2.1)$$

donde

i_m pérdida de carga por unidad de longitud de la tubería para la mezcla homogénea

i pérdida de carga por unidad de longitud de tubería si sólo se transportara al fluido.

La ec 2.2.1 no siempre dá resultados satisfactorios. Así, una revisión de los experimentos de Newitt muestra que para una arena tipo A (tamaño medio de la partícula 0.02 mm), $(i_m - i)/C_v i \approx 3$ que es mayor que $S-1$, y para una arena tipo B (tamaño medio de la partícula 0.096 mm),

$(i_m - i)/C_v i < S - 1$, para velocidades mayores de 1.68 m/seg.

ZANDI (1967) realizó pruebas con carbón (densidad específica de sólidos 1.67, tamaños entre 0.074 mm y 0.297 mm y concentraciones hasta 5% en peso), cenizas finas (densidad específica de sólidos 2.40, tamaños menores que 0.149 mm y concentraciones hasta 0.5% en peso), arcillas (densidad específica de sólidos 1.67, tamaño entre 0.21 mm y 0.84 mm y concentración hasta 7.5% en peso) y carbón vegetal activado (densidad específica de sólidos 1.56 y 95% de las partículas tienen un tamaño menor que 0.44 mm) y cinco diámetros de tubería (1/2, 3/4, 1, 1 1/2 y 2 pulgadas) y con ello obtuvo aproximadamente 800 datos de pérdidas de carga; la mayor parte de ellos caen abajo de los puntos que corresponden a la pérdida que se tendría si únicamente se tuviera agua.

Además se observa que, cuando la mezcla se comporta como fluido Newtoniano, la pérdida de carga puede calcularse con la ecuación de Darcy-Weisbach utilizando para ello la densidad y viscosidad de la mezcla.

2.2.2 Mezclas heterogéneas

DURAND-CONDOLIOS (1953) realizaron 310 pruebas con tamaños de sedimento en el rango de 0.2 a 25 mm, concentraciones de 2 a 23% en volumen, y diámetros de tuberías entre 1.5 y 28 pulgadas y concluyeron de sus experiencias que para mezclas heterogéneas, la pérdida de carga debido a la presencia de partículas sólidas, se puede expresar con la siguiente relación:

$$\phi_D = (i_m - i)/C_v \quad i = 176 (\sqrt{gD}/V)^3 (1/\sqrt{C_D})^{1.5}$$

o también

$$\phi_D = 176 (gD/V^2 \sqrt{C_D})^{3/2} \quad (2.2.2)$$

donde

C_D coeficiente de arrastre de las partículas

Para que la ecuación 2.2.2 sea válida debe cumplirse que $V > V_L$ (ec 1.3.6) ya que con $V = V_L$, es la velocidad límite de depósito, para la cual se presenta aproximadamente la pérdida de carga mínima.

Esta ecuación es válida para partículas de arena, grava y guijarros. La relación aparece en la fig 2.1 .

WORSTER (1952) quien trabajó con partículas grandes (partículas de carbón) propuso la relación siguiente, similar a la de Durand (ver fig 2.2)

$$(i_m - i)/C_v i = 120 \left[\frac{gD(S-1)}{V^2} \right]^{3/2} \quad (2.2.3)$$

Además, modificó la ecuación de Durand-Condolios, para que fuese aplicable a materiales que tengan una densidad de sólidos diferente a la de la arena (2.65), corrigiendo el valor de la constante de dicha ecuación o sea

$$(i_m - i)/C_v i = 81 \left[\frac{gD(\rho_s - \rho_l)/\rho_l}{V^2 \sqrt{C_D}} \right]^{3/2} \quad (2.2.4)$$

En la mayoría de los casos el fluido es el agua y la ec 2.2.4 se puede

escribir de la siguiente forma

$$(i_m - i)/C_v i = 81 \left[gD(S - 1)/V^2 \sqrt{C_D} \right]^{3/2} \quad (2.2.5)$$

NEWITT et al (1955) subdividieron las mezclas heterogéneas en suspensión y con movimiento del lecho; la pérdida de carga para ambos casos se puede expresar por la ecuación

$$i_m = i_L + i_s \quad (2.2.6)$$

La pérdida de carga para el líquido, se calcula con la relación de Darcy-Weisbach

$$i_L = f(1/D)(V^2/2g) \quad (2.2.7)$$

La pérdida de carga debida a la presencia de las partículas sólidas en la mezcla en suspensión, está dada por la siguiente expresión

$$i_s = k_N C_v (S-1)\omega/V \quad (2.2.8)$$

Las mezclas con movimiento del lecho o arrastre de fondo se tratarán posteriormente.

En la ec 2.2.8, k_N , es una constante que se obtiene experimentalmente y cuyo valor es aproximadamente 1,100, bajo las siguientes condiciones

$$0.01 < \omega < 0.025 \text{ m/seg}$$

$$1.18 < s < 4.60$$

$$0 < C_v < 37\%$$

$$D = 1 \text{ pulgada}$$

Considerando lo anterior

$$i_s = 1100 C_v (s - 1)\omega/V \quad (2.2.9)$$

En términos del parámetro ϕ , éste sería de la forma

$$\phi_N = (i_m - i)/C_v \quad i = 1100(gD/V^2)(\omega/V)(s-1) \quad (2.2.10)$$

Como se puede apreciar tanto la ec 2.2.10 como la de Durand-Condolios indican que $(i_m - i)/C_v$ es inversamente proporcional al cubo de la velocidad V . Sin embargo, las dos ecuaciones difieren respecto a la dependencia del diámetro de la tubería. La ec 2.2.10 fue determinada para un diámetro de tubería de 1 pulgada.

ZANDI-GOVATOS (1967) trataron de evaluar la validez de la ecuación de Durand-Condolios para arena y agua, siendo ésta

$$\phi = 176(\sqrt{gD}/V)^3 (1/\sqrt{C_D})^{1.5} \quad (2.2.2)$$

$$\phi = 81 \left[gD(s - 1)/V^2 \sqrt{C_D} \right]^{3/2} \quad (2.2.5)$$

Y concluyeron que dicha relación no tiene validez cuando los sólidos es-

tán siendo transportados en saltación.

Si $N_I < 40$ (ver ec 1.3.15) se considera que el régimen se encuentra en saltación. Aunque algunos investigadores sugirieron que N_I debería ser menor de 10.

Si la mezcla se encuentra en suspensión heterogénea, entonces las siguientes ecuaciones pueden utilizarse para predecir las pérdidas de energía.

$$(i_m - i)/C_v i = 6.3 \psi^{-0.35} \quad \text{cuando } \psi > 10 \quad (2.2.11a)$$

$$(i_m - i)/C_v i = 280 \psi^{-1.93} \quad \text{cuando } \psi < 10 \quad (2.2.11b)$$

donde

$$\psi = v^2 \sqrt{C_D} / gD (S - 1)$$

Zandi-Govatos utilizaron mezclas con concentraciones en volumen hasta del 50%; en cambio Durand trabajó con concentraciones hasta del 20%.

2.2.3 Mezclas con arrastre de fondo

Generalmente, las pérdidas de carga en tuberías que transportan sedimentos por el fondo son mayores que las pérdidas asociadas con la velocidad límite de depósito es decir con mezclas heterogéneas sin arrastre; para esta condición se analizan los siguientes criterios.

NEWITT et al (1955) determinaron de sus experimentos con partículas de

grava, óxido de manganeso ($M_n O_2$) y carbón, la siguiente expresión

$$(i_m - i)/C_v i = 66 (S - 1) D/V^2 \quad (2.2.12)$$

Válida para mezclas en las cuales el material depositado se está deslizando por el fondo de la tubería, así como para mezclas con sedimento en sal tación.

LAURSEN (1956) resumió los trabajos de investigación realizados por Graven, Ambrose, Vallentine e Ince realizados por la Universidad Iowa, los cuales se muestran en la fig 2.3 . La mayor parte de los datos fueron obtenidos experimentalmente en tuberías de lucita de 2 y 6 pulgadas. Se probaron tres arenas uniformes con d_{50} de 0.25, 0.58 y 1.62 mm, dos arenas graduadas con tamaños que varían entre 0.4 - 2.1 mm y entre 0.1 - 1.5 mm, respectivamente, y una escoria de hierro (densidad relativa 2.80) con tamaños que varían entre 0.3 - 3.0 mm. De acuerdo a estos estudios, la pérdida de carga es función solamente de la concentración de sedimento e independiente de la velocidad de flujo, del tamaño de sedimento y de la tubería, ello se observa en la fig 2.3 . La fig 2.4 dá el grado de obstrucción de la tubería debido al depósito de sedimento.

GRAF-ACAROGLU (1968) dibujaron los resultados de Ismail (1952), Wilson (1966) y Acaroglu (1968) para conductos cerrados, de Gilbert (1914), Ansley (1963) y Guy et al (1966) obtenidos en Canales de madera y por Einstein (1944) en ríos, como se muestra en la fig 2.5 . La ecuación de la recta que aparece en ella es

$$C_v \frac{VR_h}{\sqrt{(S-1)gd^3}} = 10.39 \left[(S-1)d/i_m R_h \right]^{-3.52} \quad (2.2.13)$$

Esta ecuación permite evaluar la pérdida de carga tanto en tuberías como para canales abiertos.

2.3 Pérdidas de carga en tuberías verticales e inclinadas

Las mezclas en tuberías inclinadas pueden analizarse en forma similar a las mezclas en tuberías horizontales, las cuales se describieron anteriormente y sólo se añade el efecto de la gravedad debido a la inclinación de la tubería. Sin embargo, a una inclinación dada, el sedimento transportado como mezcla heterogénea en una tubería horizontal puede depositarse a lo largo de la tubería inclinada, y acumularse en la parte más baja, tendiendo a obstruir la tubería.

Para facilitar el análisis se tratará primero a las mezclas en tuberías verticales y posteriormente el caso general para las inclinadas.

2.3.1 Pérdidas de carga en tuberías verticales

DURAND-CONDOLIOS (1952) establecieron que en una tubería vertical las pérdidas de carga de mezclas homogéneas en agua son las mismas que para agua únicamente expresando la pérdida de carga en metros de columna equivalente al peso específico de la mezcla.

De acuerdo a sus estudios, sugirieron que la caída de presión de una mezcla de líquido con sedimento es la misma que para agua fluyendo a la mis

ma velocidad promedio de flujo; si se acepta una tolerancia para la carga estática de sólidos, expresada de la siguiente manera

$$(\Delta h/\Delta L)_m = (\Delta h/\Delta L)_L + (\Delta h/\Delta L)_s \quad (2.2.6)$$

Donde el primer término del lado derecho de la ecuación está dado de la siguiente forma

$$(\Delta h/\Delta L)_L = f(1/D) V^2/2g \quad (2.2.7)$$

que es la ecuación de Darcy-Weisbach y el segundo término es igual a

$$(\Delta h/\Delta L)_s = C_v (S - 1) \quad (2.3.1)$$

La ec 2.3.1 representa la pérdida estática de los sólidos. Sustituyendo las ecs 2.2.7 y 2.3.1 en la ec 2.2.6, se llega a

$$(\Delta h/\Delta L)_m = f(1/D) V^2/2g + C_v (S - 1) \quad (2.3.2)$$

Es importante señalar que la ec 2.3.2 es solamente correcta si la velocidad de caída ω , es considerablemente menor que la velocidad media del flujo.

NEWITT et al (1961) sugirieron modificar la ec 2.3.1 como

$$(\Delta h/\Delta L)_s = C_v (S - 1) V/u \quad (2.3.3)$$

donde

V velocidad media de la mezcla

u velocidad del fluido

Dentro del estudio de las tuberías verticales se debe analizar el caso en el cual las mezclas están fluyendo en forma ascendente o descendente.

FLUJO DE MEZCLAS ASCENDENTES

En el caso del flujo de mezclas que fluyen en forma ascendente en tuberías verticales, la velocidad de las partículas sólidas u_s es menor que la del agua u y la diferencia entre ellas $u - u_s$ es aproximadamente igual a la velocidad de caída ω . La velocidad media de la mezcla, V , es mayor que la velocidad de los sólidos u_s , pero menor que la velocidad del líquido, (ver fig 2.6).

FLUJO DE MEZCLAS DESCENDENTES

Para el caso de flujo de mezclas descendentes, la pérdida de carga está dada por la siguiente ecuación

$$i_m = i_L - C_v (S - 1) \quad (2.3.4)$$

La cual es semejante a la ec 2.3.2, la cual indica que la pérdida de carga para mezclas descendiendo en tuberías verticales, toma en cuenta la pérdida de carga debida al agua, menos una corrección que toma en cuenta

el gradiente estático de presión debido a la presencia de las partículas sólidas.

2.3.2 Pérdidas de carga en tuberías inclinadas

Las tuberías inclinadas, se puede decir que son un caso especial de las tuberías verticales y horizontales. Por otra parte, la pérdida de carga en una tubería inclinada puede considerarse como la suma de las pérdidas de carga de las tuberías horizontales y verticales, expresadas en función de una longitud equivalente, ésta última se puede escribir como

$$(\Delta h/\Delta L)_m = (\Delta h/\Delta L)_L + (\Delta h/\Delta L)_s^h \cos \theta + (\Delta h/\Delta L)_s^v \operatorname{sen} \theta \quad (2.3.5)$$

donde

θ ángulo de inclinación

Al observar dicha ecuación se nota que el segundo término desaparece para tuberías verticales y el tercero para horizontales, el subíndice s se refiere a los sólidos y h y v a la condición horizontal y vertical respectivamente.

CRAVEN (1953) investigó el efecto de la inclinación de la tubería sobre la pérdida de carga, en una tubería obstruida parcialmente con sedimento, y encontró que para una velocidad media y altura de depósito dada y una pendiente adversa de 10%, la pérdida de carga resulta mayor en alrededor del 25% comparada con la obtenida en una tubería horizontal; si la pendiente es del 10% en la dirección del flujo la pérdida de carga resul

ta aproximadamente 25% menor que para una tubería horizontal.

WORSTER (1955) propuso para el tercer término de la ec 2.3.5 la ecuación

$$(\Delta h / \Delta L)_s = C_v (S - 1)$$

y para el segundo término una relación del tipo de Durand-Condolios.

Las pruebas que realizó fueron en una tubería con diámetro de 1.5 pulgadas y varias inclinaciones.

GRAF-ACAROGLU (1967) realizaron pruebas en mezclas homogéneas en conductos circulares inclinados y probaron dos arenas uniformes ($d_{50} = 2.85$ mm y $d_{50} = 1.15$ mm) en una tubería de 3 pulgadas de aluminio y de acero galvanizado liso; la concentración de sólidos en volumen varió entre 0 y 7%, la velocidad del agua varió entre 4.9 y 6.25 m/seg con arena gruesa (diámetro medio 2.85 mm). Los ángulos de inclinación de la tubería fueron 0° , 11.25° , 22.5° , 45° y 90° , la pérdida de carga para mezclas homogéneas resulta

$$h_L = \pm L \operatorname{sen} (S - 1) C_v + f(L/D) V^2 / 2g \left[1 + (S-1) C_v \right] \quad (2.3.6)$$

donde

h_L expresada en metros de columna de agua limpia

El coeficiente de fricción f , es el mismo que se usa cuando la tubería conduce agua únicamente y ellos no encuentran causa alguna para que dicho factor dependa de la concentración y sí se toma en cuenta que el

flujo es una suspensión.

En la ec 2.3.6 se considera que el signo positivo es para flujo en tubos ascendentes y para descendentes se usa el signo negativo.

KAWASHIMA-NODA (1970) presentaron datos indicando que para velocidades grandes de flujo (mezclas homogéneas) la ecuación de GRAF-ACAROGLU es buena, pero para velocidades pequeñas (mezclas heterogéneas) dá una pérdida de carga demasiado pequeña.

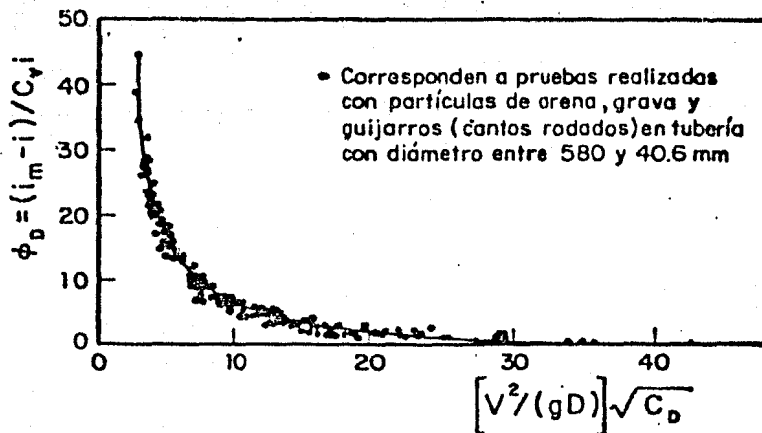


Fig 2.1 . Pérdida de carga para mezclas heterogéneas sin depósito , según Durand (1953)

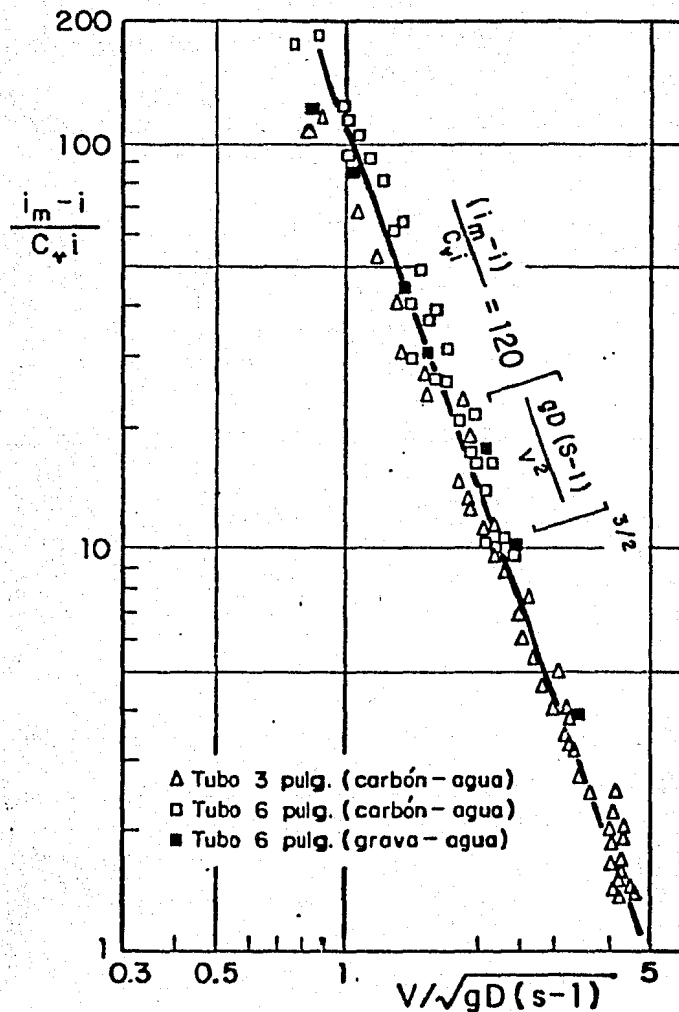


Fig 2.2 . Pérdida de carga para mezclas heterogéneas sin depósito , según Worster (1952)

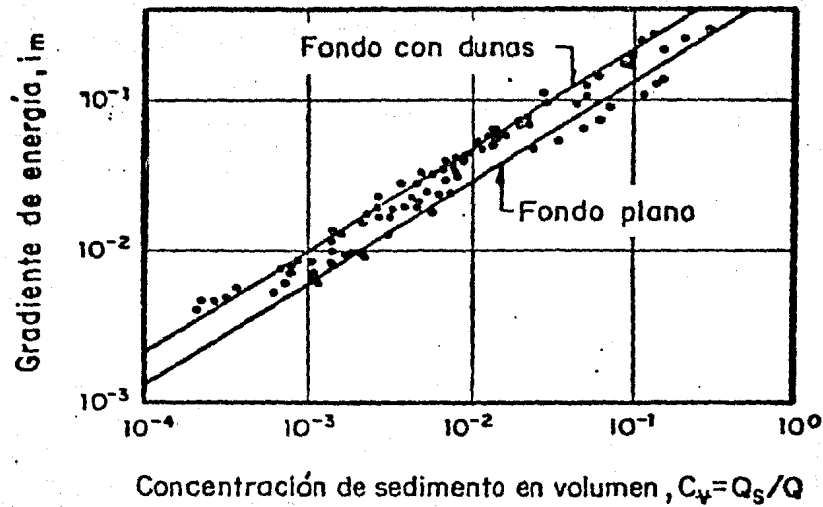


Fig 2.3. Pérdida de carga en función de la concentración del sedimento, según Laursen (1956)

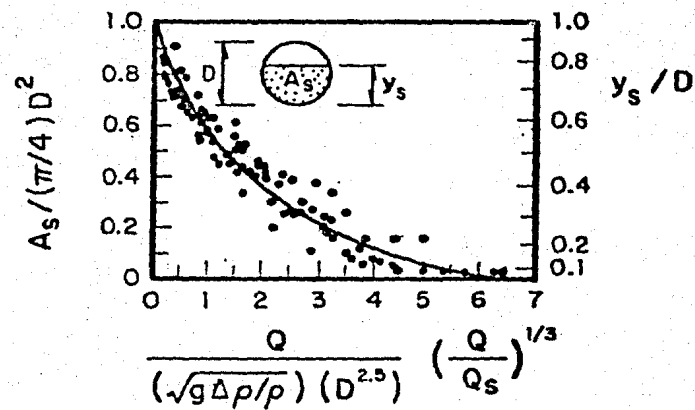


Fig 2.4. Grado de obstrucción en la tubería debido al depósito de sedimento, según Laursen (1956)

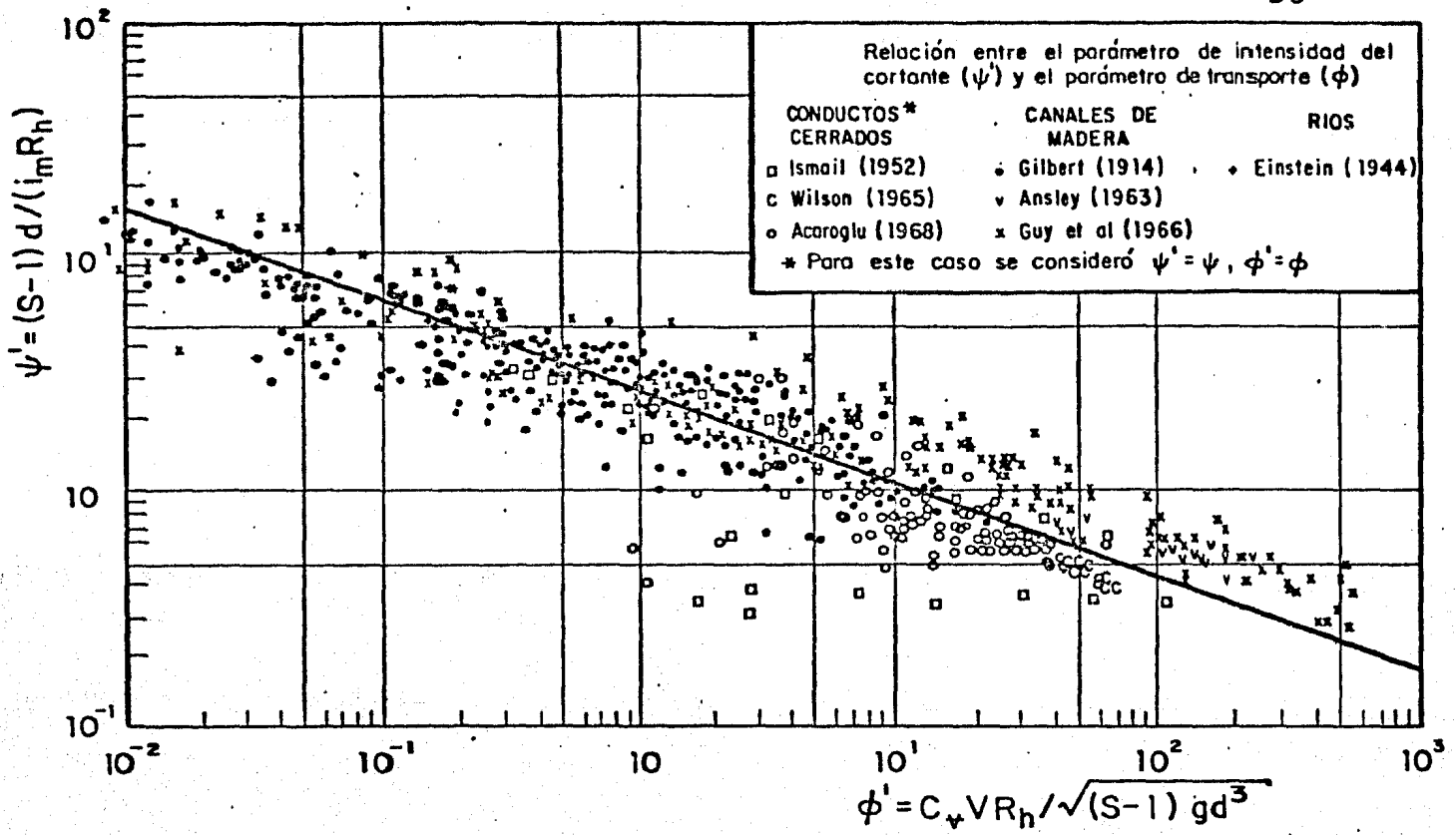


Fig 2.5 . Relación de la intensidad de cortante ψ' y parámetro de transporte ϕ' , según Graf-Acaroglu (1968)

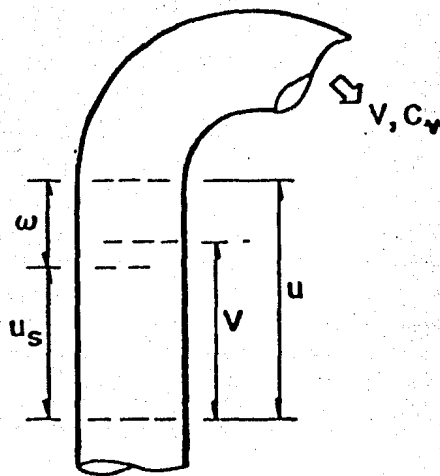


Fig 2.6 . Relación de velocidades en flujo de mezclas ascendentes

3. COMPARACION DE METODOS

3.1 *Introducción*

En este capítulo se trata de comparar los criterios tratados en el capítulo anterior. Además, se incluyen cuadros donde se pueden visualizar dichos criterios para algunos de los tipos de mezclas.

3.2 *Tuberías horizontales*

3.2.1 Mezclas homogéneas

Para este caso lo más recomendable sería que en el diseño de una tubería que funciona con flujo de mezclas homogéneas, se siguieran los siguientes pasos para el cálculo de las pérdidas por fricción.

1. Determinar la viscosidad de la mezcla para la concentración de sólidos que se desee utilizar o bien calcularla con los criterios in-

dicados en 1.2.3 .

2. El factor de fricción f_m , de la ecuación de Darcy-Weisbach, se determina del diagrama de Moody. Usando en este diagrama el número de Reynolds, que se calcula con la siguiente expresión

$$R = VD/v_m$$

donde

V velocidad promedio del flujo, en m/seg

D diámetro de tubería, en m

v_m viscosidad cinématica de la mezcla, en m^2/seg

y con la rugosidad relativa ϵ/D (ϵ depende del tipo de material de que está fabricado el tubo).

3. Se calcula la pérdida de carga, h_m con la ecuación de Darcy-Weisbach

$$h_m = f_m (L/D) v^2/2g$$

siendo L la longitud de la tubería.

Como se indica anteriormente el valor de h_m puede ser menor por la presencia de sedimento muy fino y con el procedimiento establecido se obtendría una h_m mayor, lo cual daría un cierto factor de seguridad al diseñar el equipo de bombeo con esta última carga.

Los criterios analizados en la parte 2.2.1 y otros adicionales se resumen en la tabla 3.1

3.2.2 Mezclas heterogéneas

Haciendo un análisis de los criterios descritos en la parte que se refiere a las pérdidas de carga debido a las mezclas heterogéneas, se observa que los investigadores han intentado determinar el incremento en la pérdida de carga para tuberías que transportan sedimentos en suspensión con respecto a la que se tiene si sólo se transportara agua. Las relaciones deben tomar en cuenta los efectos de la concentración de sedimentos, la rugosidad de la tubería y las propiedades de la mezcla. El criterio que sería recomendable aplicar para el análisis de mezclas heterogéneas sin arrastre, es la ecuación de Durand, ya que la predicción que se hace con ella parece estar en concordancia con los valores medidos.

En la tabla 3.2 se resumen los criterios analizados,

En la fig 3.1 se hace un análisis comparativo de las fórmulas propuestas para el cálculo de las pérdidas de carga, haciendo en algunas de las ecuaciones ciertos ajustes para adaptarlos a los parámetros ϕ y ψ , siendo estos los siguientes:

Durand

$$\phi = 81 \left[gD (S-1) / V^2 \sqrt{C_D} \right]^{3/2}$$

$$\phi = 81 (1/\psi)^{3/2}$$

Worster

$$\phi = 120 \left[gD (S-1)/V^2 \right]^{3/2}$$

$$\phi = 120 \left(\sqrt{C_D} \right)^{3/2} \left[gD(S-1)/V^2 \sqrt{C_D} \right]^{3/2}$$

$$\phi = 120 \left(\sqrt{C_D} \right)^{3/2} (1/\psi)^{3/2}$$

Para esta ecuación se supuso un $C_D = 0.4$

$$\phi = 60 (1/\psi)^{3/2}$$

Zandi-Govatos

$$\phi = 6.3 \psi^{-0.35} \quad \text{si } \psi > 10$$

$$\phi = 280 \psi^{-1.93} \quad \text{si } \psi < 10$$

Newitt

$$\phi = 1100 gD/V^2 (\omega/V) (S-1)$$

$$\phi = 1100 \frac{gD(S-1)}{V^3} (\omega)$$

Sustituyendo ω por la ec 1.2.3, haciendo los ajustes necesarios y recomodando se tiene

$$\phi = 1100 \sqrt{d/D} \left(\sqrt{C_D} \right)^{1/2} \left[gD(S-1)/V^2 \sqrt{C_D} \right]^{3/2}$$

si

$$C_D = 0.4 \quad \text{y} \quad d/D = 100$$

$$\phi = 101 (1/\psi)^{3/2}$$

A la figura 3.1 se le podrían hacer algunas observaciones, siendo estas

1. Se graficó en papel doble logarítmico
2. Para un valor de ψ igual a 10, el rango de variación de ϕ es aproximadamente un ciclo logarítmico (de 1 a 10)
3. La pendiente de la mayoría de las rectas de ajuste es $-3/2$, de ahí que tengan la misma inclinación, a excepción de la Zandi-Govatos, la cual para $\psi < 10$, se sale un poco de los datos experimentales, no así con la recta para $\psi > 10$
4. Para $\psi > 5$ los datos presentan mucha dispersión, valdría la pena investigar a que se debe este hecho.

Para la calidad de los datos que se tienen se podría decir que en general las fórmulas propuestas son representativas de los mismos.

3.2.3 Mezclas con arrastre de fondo

En esta sección se podría decir, que a pesar de los esfuerzos hechos por los investigadores, parecería que la fórmula más recomendable es la de Newitt et al (1955).

Al igual que las mezclas en canales, las mezclas en una tubería tratarán de equilibrarse, de tal manera, que la entrada y la salida del sedi

mento esté balanceada. (Mediante el incremento del depósito, disminuye el área del flujo, y por tanto aumenta la velocidad del flujo y el arrastre).

3.3 *Tuberías verticales e inclinadas*

Para el escurrimiento en tuberías verticales los criterios de Durand-Condolios (1952) y Newitt et al (1961) parecen ser recomendables.

Para este caso la velocidad del flujo debe ser mayor que la velocidad de caída de las partículas. Entonces para el flujo turbulento, la velocidad varía con el tiempo y el espacio, como velocidad media del flujo; podría quizá tomarse igual a cuando menos dos veces la velocidad de caída de los sólidos.

Para mezclas heterogéneas en tuberías inclinadas, la información de que se dispone es limitada; y no se presenta una solución general que se pueda aplicar con cierta confiabilidad. Para una inclinación y concentración de sedimento dada, la tubería puede llegar a obstruirse en la parte más baja de la inclinación, lo cual se debe a que las partículas tienden a sedimentarse desde la parte superior hacia abajo de la tubería inclinada.

TABLA 3.1 FORMULAS PARA CALCULAR PERDIDAS DE CARGA PARA MEZCLAS HOMOGENEAS

AUTOR	ECUACION	CONDICIONES	OBSERVACIONES
DURAND (1953)	Igual que para agua $h_m = f(1/D)V^2/2g$		No especifica rangos de tamaños de partículas sobre los cuales se basó para su conclusión
NEWITT et al (1955)	$(i_m - i)/C_v i = S-1$	Arena A (tamaño medio 0.02 mm) $i_m - i/C_v i \approx 3$ es más grande que S-1 Arena B (tamaño medio 0.096 mm) $i_m - i/C_v i < S-1$ para velocidades más grandes que 1.68 m/seg	
ZANDI (1967)		Carbón: $S = 1.67, 0.074 < d < 0.297$ mm C_w hasta 5% Cenizas finas: $S = 2.40 d < 0.149$ mm C_w hasta 0.5% Arcillas: $S = 1.67, 0.2 < d < 0.84$ mm C_w hasta 7.5% Carbón vegetal activado: $S = 1.56$ 95% de partículas con $d < 0.44$ mm Tuberías: 1/2, 3/4, 1, 1 1/2 y 2 pulgadas	Casí todas las pérdidas de carga caen abajo de los puntos que corresponden a agua pura
HOWARD (1962)	Igual que para agua	C_v hasta 6%, diámetro medio de partículas 0.01 mm	Si $C_v > 6\%$ las pérdidas se incrementan
HOMAYOUNFAR (1965)		Carbón ($d < 0.254$ mm) $C_w < 5\%$	Las pérdidas son menores que para pura agua

TABLA 3.2 FORMULAS PARA CALCULAR PERDIDAS DE CARGA PARA MEZCLAS HETEROGENEAS

AUTOR	ECUACION	CONDICIONES	OBSERVACIONES
DURAND-CONDOLIOS (1953)	$\phi_D = (i_m - i) / C_v i = 176 (gD / V^2 \sqrt{C_D})^{3/2}$	0.2 mm < d < 25 mm, 2% < C_v < 23%	Válida para partículas de arena, grava y guijarros
MODIFICACION A DURAND-CONDOLIOS POR WORSTER (1952)	$\phi_D = 81 \left[gD(S-1) / V^2 \sqrt{C_D} \right]^{3/2}$		Para partículas con gravedad específica distinta a la de la arena y grava (2.65), y con agua como fluido
WORSTER (1952)	$(i_m - i) / C_v i = 120 \left[gD(S-1) / V^2 \right]^{3/2}$		Partículas de carbón
NEWITT et al (1955)	$(i_m - i) / C_v i = 1,100 (gD / V^2) \omega / V(S-1)$	1.18 < S < 4.60, 0 < C_v < 37% D = 1 pulg.	
ZANDI-GOVATOS (1967)	$(i_m - i) / C_v i = 6.3 \psi^{-0.35}$ $(i_m - i) / C_v i = 280 \psi^{-1.93}$	Para $\psi > 10$ Para $\psi < 10$	$\psi = V^2 \sqrt{C_D} / gD(S-1)$

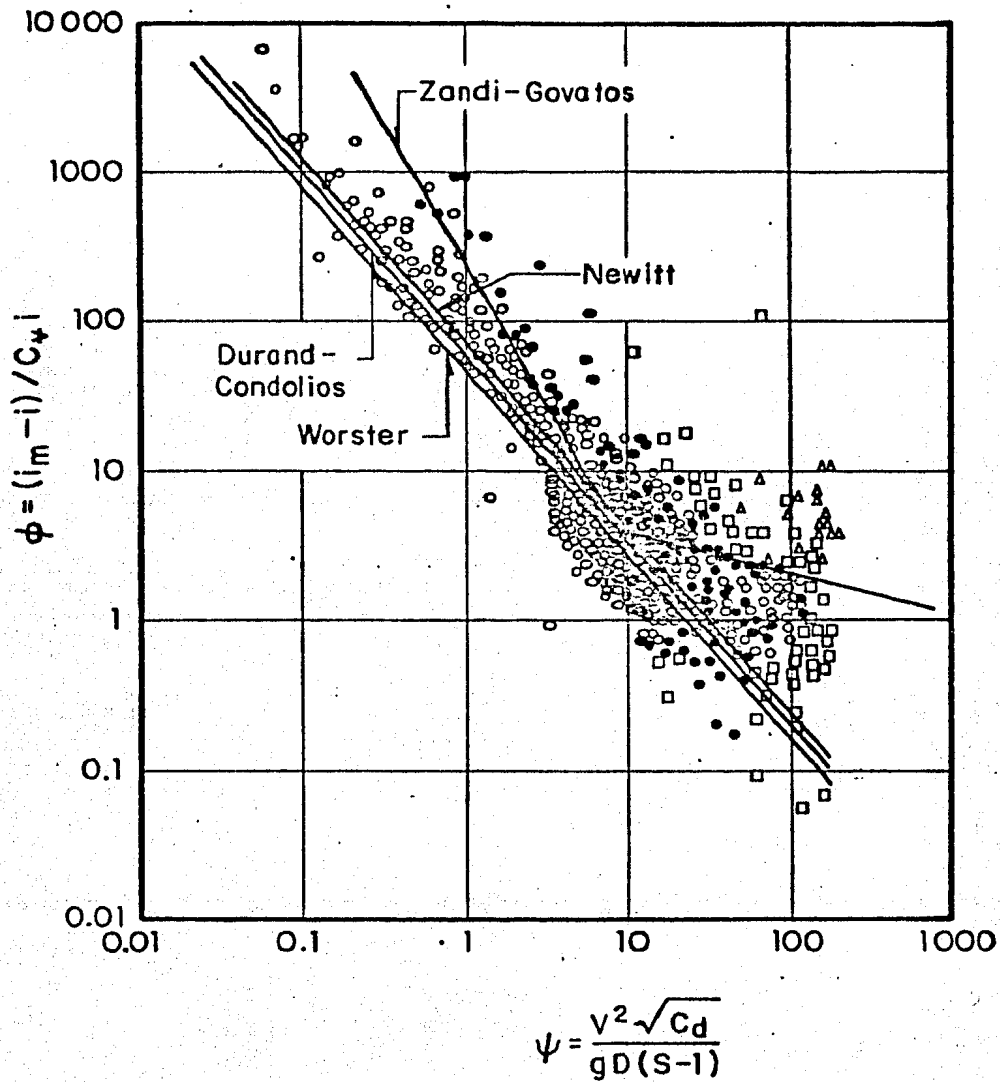


Fig 3.1 . Comparación de las fórmulas propuestas para valuar el gradiente de energía

4. APLICACIONES

4.1 *Introducción*

La zona de Matancita en Baja California Sur, cuenta con minas para la explotación de roca fosfórica y que para su posible aprovechamiento se necesita transportar hasta un lugar de embarque (ver fig 5.1).

El cálculo de las pérdidas por fricción en la tubería para el transporte de la producción de roca fosfórica desde el lugar de explotación hasta el puerto Magdalena, se muestra a manera de ejemplo de aplicación de los conceptos enunciados en los capítulos anteriores.

4.2 *Datos Generales*

a) Tubería

diámetro

10" (25.4 cm)

material

acero

longitud . 72 km
 rugosidad relativa 0.05 mmr

b) Partículas sólidas

peso específico 1.9 ton/m³

granulometría	mallá	% en peso
	60	4.17
	100	74.13
	200	21.70

c) Fluido de transporte

agua a 20°C (promedio)

d) Mezcla

concentración de sólidos (C_v) 30% en volumen

temperatura 20°C (en promedio consideran-
do 30°C en el día y 10°C en
la noche)

peso volumétrico 1.27 ton/m³

producción 1.2 x 10⁶ ton/año

4.3 Cálculos previos

a) Gasto de diseño

producción = 1.2 x 10⁶ ton/año = 0.038 ton/seg

$Q_{\text{sólidos}} = 0.038/1.9 = 0.020 \text{ m}^3/\text{seg}$

Dado que

$$C_v = Q_{\text{sólidos}} / Q_{\text{mezcla}}$$

entonces

$$Q_{\text{mezcla}} = Q_{\text{sólidos}} / C_v = 0.020 / 0.3 = 0.067 \text{ m}^3/\text{seg}$$

Sin embargo, se considera como gasto de diseño

$$Q_{\text{diseño}} = 0.070 \text{ m}^3/\text{seg}$$

b) Velocidad de transporte

$$V = Q/A = 1.38 \text{ m/seg}$$

c) Viscosidad de la mezcla

Con la ec 1.2.11

$$\begin{aligned} \mu_m / \mu_a &= 1 + 2.5 C_v + 10.05 C_v^2 + 0.00273 e^{16.6 C_v} \\ &= 1 + 2.5(0.3) + 10.05(0.3)^2 + 0.00273 e^{16.6(0.3)} \end{aligned}$$

$$\mu_m / \mu_a = 3.052$$

como

$$\mu_{a_{20^\circ\text{C}}} = 9.905 \times 10^{-3} \text{ gr}_m / (\text{cm} \cdot \text{seg})$$

$$\mu_m = 0.030 \text{ gr}_m / (\text{cm} \cdot \text{seg})$$

d) Peso volumétrico de la mezcla

se calculará con la ecuación 1.2.6

$$\gamma_m = \gamma_a + (\gamma_s - \gamma_a) C_v$$

$$= 1 + (1.9 - 1) 0.3$$

$$\gamma_m = 1.27 \text{ ton/m}^3$$

4.4 Determinación del tipo de mezcla

Se trata de determinar, en base a los criterios vistos en el inciso 1.3 si la mezcla es homogénea o heterogénea (con o sin arrastre de fondo).

- a) Velocidad de transición entre mezcla homogénea y heterogénea.

Criterio de Newitt

$$V_H = \sqrt[3]{1800 \text{ gD } \omega}$$

siendo

$$\omega = \left(\frac{4 \text{ g } \Delta d}{3 C_D} \right)^{1/2}$$

$$d_{50} = 0.2 \text{ mm}$$

$$C_D = 0.4$$

entonces $\omega = 0.0767 \text{ m/seg}$

y $V_H = 6.5 \text{ m/seg}$ y $V = 1.38 \text{ m/seg}$

como $V < V_H$ se tiene una mezcla heterogénea

- b) Velocidad límite de depósito o velocidad crítica:

Criterio de Durand

De la fig 1.8 y con $d_{50} = 0.2 \text{ mm}$ se tiene que $F_L = 1.32$

como
$$F_L = V_L / \sqrt{2g D (S-1)}$$

entonces
$$V_C = V_L = F_L (\sqrt{2g D (S-1)})$$

$$V_C = 2.79 \text{ m/seg} \quad \text{y} \quad V = 1.38 \text{ m/seg}$$

Como $V_C > V$ se tiene una mezcla con depósito.

Entonces para este caso se tiene una mezcla heterogénea con arrastre de fondo.

Utilizando el Criterio de Durand basado en el tamaño de las partículas (ver 1.3.1). Con $d_{50} = 0.2$ mm, puede considerarse que la mezcla es heterogénea en la categoría de transición.

4.5 Solución como mezcla homogénea

Según los criterios anteriores la mezcla es heterogénea con arrastre de fondo. No obstante, se hará este cálculo para tener una idea de las pérdidas que se tendrían si la mezcla se comportara como homogénea.

Utilizando la ec 2.2.7 (Darcy-Weisbach)

$$\Delta h/L = f V^2 / 2g D$$

El factor de fricción f se obtendrá de la fig 4.2, como función de R_e y ϵ/D

$$R_e = VD/v_m$$

$$v_m = \mu_m / \rho_m$$

$$\rho_m = \gamma_m / g$$

$$\rho_m = 1270/9.81 = 129.46 \text{ kg seg}^2/\text{m}^4 = 1.27 \text{ gr}_m/\text{cm}^3$$

$$\therefore v_m = 0.030/1.27 = 0.024 \text{ cm}^2/\text{seg}$$

$$\therefore R_e = 138(25.4)/0.024 = 1.46 \times 10^5$$

$$\epsilon/D = 0.05/254 = 0.0002$$

Con R_e y ϵ/D de la fig 4.2 se obtiene

$$f = 0.018$$

$$\therefore \Delta h/L = 0.018 (1.38)^2 / 2(9.81)(0.254)$$

$$= 0.0069 \text{ m/m}$$

Para toda la línea de conducción

$$\Delta h = 0.0069 (72000)$$

$$\Delta h_{\text{total}} = 497 \text{ m}$$

4.6 Solución como mezcla heterogénea

Para este caso, las pérdidas se calcularán con dos criterios, el primero será con el Método Americano y en el segundo se utilizará la fórmula de Newitt (ec 2.2.12) para mezclas heterogéneas con arrastre de fondo.

CRITERIO A-Método Americano.

Aquí se toma como punto de partida los resultados obtenidos en la solución como mezcla homogénea; se obtienen las pérdidas para cada una de las fracciones de tamaños de partículas tanto de las que viajan en suspensión como las que se arrastran por el fondo. El procedimiento de cálculo se realizará en forma iterativa, siendo conveniente para ello elaborar una tabla de cálculo (ver tabla 4.1) y posteriormente se dará una serie de comentarios y aclaraciones sobre la misma.

T A B L A 4.1

MALLA TIPO TYLER	DIAMETRO MEDIO cm	VELOCIDAD DE CAIDA cm/seg	% VOLUMEN DE SOLIDOS	$Z = \frac{\omega}{\beta \times U_*}$	$\frac{C}{C_A} = 10^{-1.8Z}$	(4) (6)	(4)-(7)	VELOCIDAD DE CAIDA EN EL AGUA cm/seg	C_D	$C_D^{-3/4}$	ΔP_{fondo}	$\Delta P_{\text{transp.}}$	$\Delta P_{\text{mezcla (12)+(13) (14)}}$
(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)
PRIMERA ITERACION													
60	0.0246	0.69	1.251			1.251	0.0	2.03	7.04	0.23	0.0		
100	0.0147	0.25	22.239			22.239	0.0	0.95	19.22	0.11	0.0		
200	0.0074	0.06	<u>6.510</u> 30.000			<u>6.510</u> 30.000	0.0	0.268	120	0.03	<u>0.0</u> 0.0	<u>0.0069</u>	<u>0.0069</u>
SEGUNDA ITERACION													
60	0.0246	0.69	1.251	0.1520	0.5326	0.6663	0.5847	2.03	7.04	0.23	0.00086		
100	0.0147	0.25	22.239	0.0551	0.7959	17.700	4.539	0.95	19.22	0.11	0.0032		
200	0.0074	0.06	<u>6.510</u> 30.000	0.0132	0.9467	<u>6.1630</u> 24.5293	<u>0.3470</u> 5.4707	0.268	120	0.03	<u>6.66×10^{-5}</u> 0.00041	<u>0.0065</u>	<u>0.00706</u>
TERCERA ITERACION													
60	0.0246	0.69	1.251	0.1554	0.5252	0.6570	0.594	2.03	7.04	0.23	0.00087		
100	0.0147	0.25	22.239	0.0563	0.7919	17.6111	4.6279	0.95	19.22	0.11	0.00326		
200	0.0074	0.06	<u>6.510</u> 30.000	0.0135	0.9455	<u>6.1552</u> 24.4233	<u>0.3548</u> 5.5767	0.268	120	0.03	<u>6.81×10^{-5}</u> 0.00042	<u>0.0067</u>	<u>0.0071</u>

COMENTARIOS Y ACLARACIONES. SOBRE LA TABLA DE CALCULO

Primera Iteración

En esta primera iteración se considera que todos los sólidos están mezclados homogéneamente en el agua. El cálculo de las pérdidas bajo esta consideración se realizó como si fuera mezcla homogénea, sin embargo en esta iteración se obtendrán propiedades del transporte necesarias en las siguientes iteraciones.

En la columna (1) está el número de malla, según el análisis granulométrico de la muestra de los sólidos.

En la columna (2) está el diámetro medio de las partículas que cruzan cada una de las mallas.

En la columna (3) se obtiene la velocidad de caída de las partículas (ω) dentro de la mezcla y para cada uno de los diámetros. Para obtenerla se utilizan las figs 1.2, 1.3 y 1.4 conocida la densidad de la mezcla y la diferencia de ésta con la de los sólidos

$$\rho = 1 + (\rho_s - 1) C_v$$

$$\Delta\rho = \rho_s - \rho$$

En la columna (4) se coloca el % de volumen de sólidos, obtenido a partir del % en peso multiplicado por la concentración en volumen.

En la columna (5) se calcula $Z = \frac{\omega}{\beta \times U_*}$.

En la columna (6) se calcula $C/C_A = 10^{-1.8 Z}$

Las columnas (5) y (6) no se calculan en la primera iteración, ya que ambas son para el caso de mezclas heterogéneas.

La columna (7) se obtiene multiplicando las columnas (4) por (6), y que es la concentración en volumen de cada fracción de las partículas que viajan en suspensión. Para esta iteración esta columna es igual a la (4) ya que se considera que todas las partículas viajan en suspensión.

La columna (8) es la resta de las columnas (4) menos (7) y es la concentración en volumen de cada fracción de las partículas que se arrastran por el fondo.

La columna (9) es el cálculo de la velocidad de caída de partículas dentro del fluido (agua)

$$\omega = \frac{g}{18} \left(\frac{\rho_s - \rho_a}{\rho_a} \right) \frac{1.0}{\nu} d^2$$

donde

- ω velocidad de caída
- g aceleración de la gravedad
- ρ_s densidad de sólidos
- ρ_a densidad del agua
- ν viscosidad cinemática del agua
- d diámetro de las partículas

En la columna (10) se obtiene el coeficiente de arrastre y se calcula con las siguientes expresiones

$$R_e = \omega d/v$$

Si $R_e < 1$ se toma la ω calculada en (9) y $C_D = 24/R_e$.

Si $R_e > 1$, C_D se calcula de la siguiente manera

$$C_D R_e^2 = \frac{4 g (\rho_s - \rho) \rho d^3}{3 \mu^2}$$

y con la fig 4.3 se obtiene ω , y también se obtiene C_D despejándolo de la siguiente expresión

$$\frac{C_D}{R_e} = \frac{4 g (\rho_s - \rho)}{3 \rho^2 \omega^3} \mu$$

En la columna (11) se obtiene $C_D^{-3/4}$

En la columna (12) se obtienen las pérdidas correspondientes a las partículas que se arrastran por el fondo. En esta primera iteración es cero.

La columna (13) son las pérdidas debidas a las partículas en suspensión, su cálculo es igual a la del primer caso.

La columna (14) es la suma de las columnas (12) y (13) y es la suma de las pérdidas en la mezcla por unidad de longitud.

Para las siguientes iteraciones, las columnas (1) a (4) son iguales a las de la primera.

Para la columna (5) se calcula Z, utilizando la velocidad al cortante U_* con $U_* = V \sqrt{f_1/2}$, siendo f_1 la pérdida considerada en la iteración anterior.

Las columnas (9), (10) y (11) son iguales a las de la primera iteración.

En la columna (12) se calcula $\Delta_{P_{\text{fondo}}}$ con la ecuación

$$\Delta_{P_{\text{fondo}}} = 82 \Delta_{P_{\text{agua}}} C_{v_{\text{fondo}}} \left(\frac{g D (\rho_s - 1)}{v^2 \sqrt{C_D}} \right)^{1.5}$$

$$\Delta_{P_{\text{agua}}} = f V^2 / 2g D$$

$$v_{\text{agua}} = \mu_a / \rho_a$$

$$\rho_a = 1 \text{ gr}_m / \text{cm}^3, \quad \mu_a_{20^\circ\text{C}} = 9.905 \times 10^{-3} \text{ gr}_m / \text{cm} \cdot \text{seg}$$

$$v_{\text{agua}} = 9.905 \times 10^{-3} \text{ cm}^2 / \text{seg}$$

$$R_e = \frac{138 (25.4)}{9.905 \times 10^{-3}} = 3.54 \times 10^5$$

$$\epsilon/D = 0.005/25.4 = 0.0002$$

Con R_e y ϵ/D , de la fig 4,2 se tiene:

$$f = 0.016$$

$$\therefore \Delta_{P_{\text{agua}}} = 0.016 \frac{(138)^2}{2 \times 981(25.4)} = 0.0061 \text{ cm/cm}$$

Sustituyendo en la ec de $\Delta_{P_{\text{fondo}}}$

$$\Delta_{P_{\text{fondo}}} = 82 (0.0061) C_{v_{\text{fondo}}} \left(\frac{981(25.4)(1.9 - 1)}{(138)^2 \sqrt{C_D}} \right)^{1.5}$$

$$\Delta_{P_{\text{fondo}}} = 0.64 C_{v_{\text{fondo}}} C_D^{-3/4}$$

$C_{v_{\text{fondo}}}$ se toma de la columna (8) dividiendo dichos valores entre 100.

Para la columna (13) el peso específico de la muestra se calcula con la ec 1.2.6

$$\gamma_m = 1 + (\gamma_s - 1) C_v$$

C_v es el valor de la concentración en volumen de sólidos en suspensión (columna (7)).

Para así obtener la viscosidad de la mezcla (ν_m) y poder calcular el R_e y con ϵ/D se obtiene f , calculándose con ello

$$\Delta_{P_t} = f \frac{v^2}{2g D}$$

En la columna (14) se anota la suma de las columnas (12) y (13) y si no es igual a la de la iteración anterior, se repite el procedimiento hasta lograrse la igualdad.

CRITERIO B.

Se utilizará para calcular las pérdidas por fricción, la fórmula de Newitt para mezclas heterogéneas con arrastre de fondo

$$\begin{aligned} (i_m - i)/C_v i &= 66 (S - 1) D/v^2 \\ &= 66 (1.9 - 1)(0.254)/(1.38)^2 \end{aligned}$$

$$(i_m - i)/C_v i = 7.92$$

La pérdida por fricción en el agua, se calcula con la ec 2.2.7 (Darcy-Weisbach)

$$\Delta h/L = f v^2/2g D$$

y fue calculada cuando se obtuvo la ΔP_{fondo} obteniéndose en este caso $i = 0.0061 \text{ m/m}$.

Entonces

$$\begin{aligned} i_m &= 7.92 C_v i + i \\ &= 7.92 (0.3 \times 0.0061) + 0.0061 \end{aligned}$$

$$i_m = 0.0206 \text{ m/m}$$

La pérdida total con el Método Americano (tabla 4.1) resulta $0.0071(72000) = 511 \text{ m}$ y con el Criterio de Newitt resulta $0.0206(72000) = 1483 \text{ m}$ (casi tres veces mayor). En este caso son más confiables los resultados obtenidos con el Método Americano pues éste considera la influencia que tiene cada fracción de la granulometría.

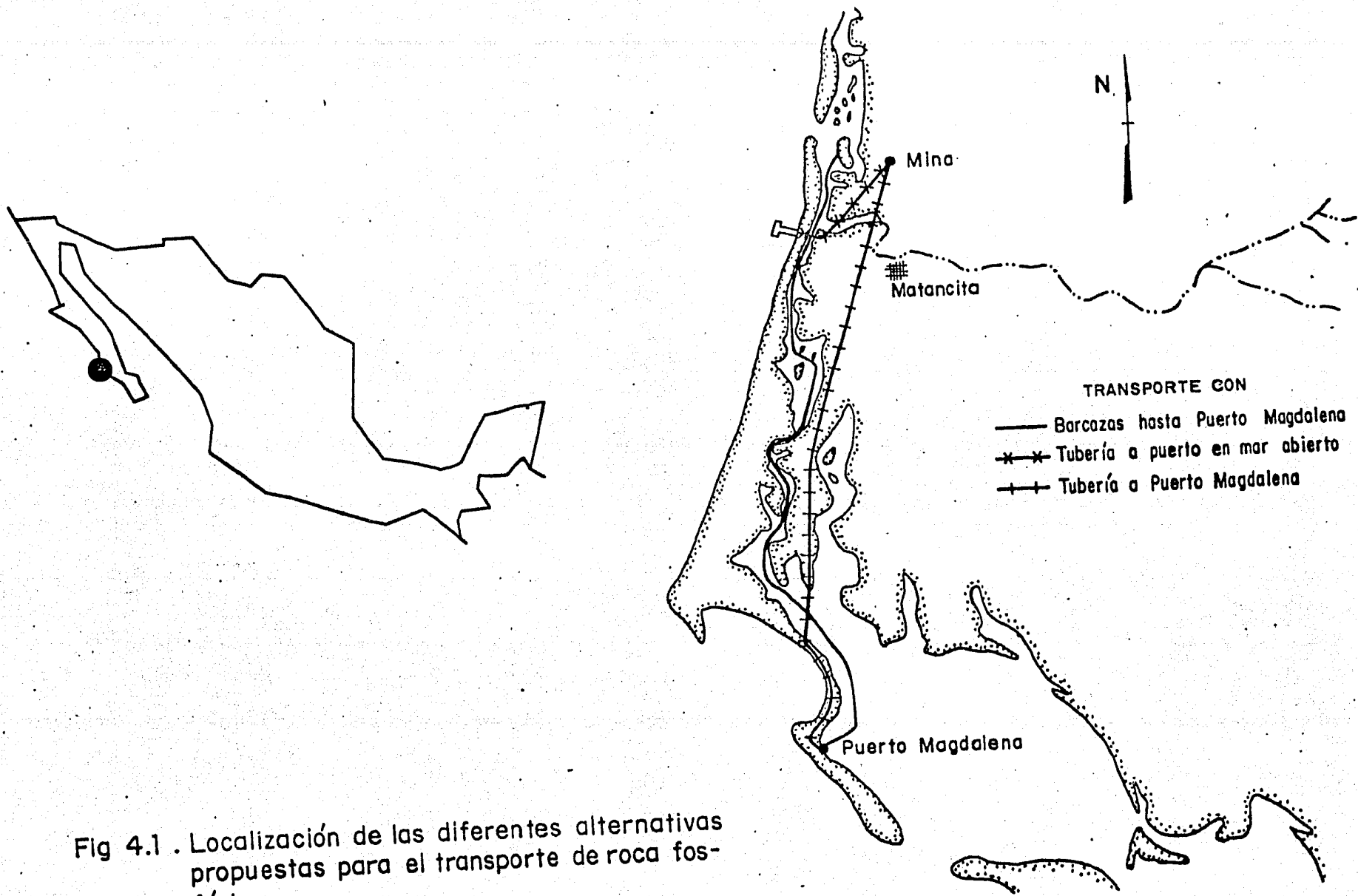


Fig 4.1 . Localización de las diferentes alternativas propuestas para el transporte de roca fosfórica

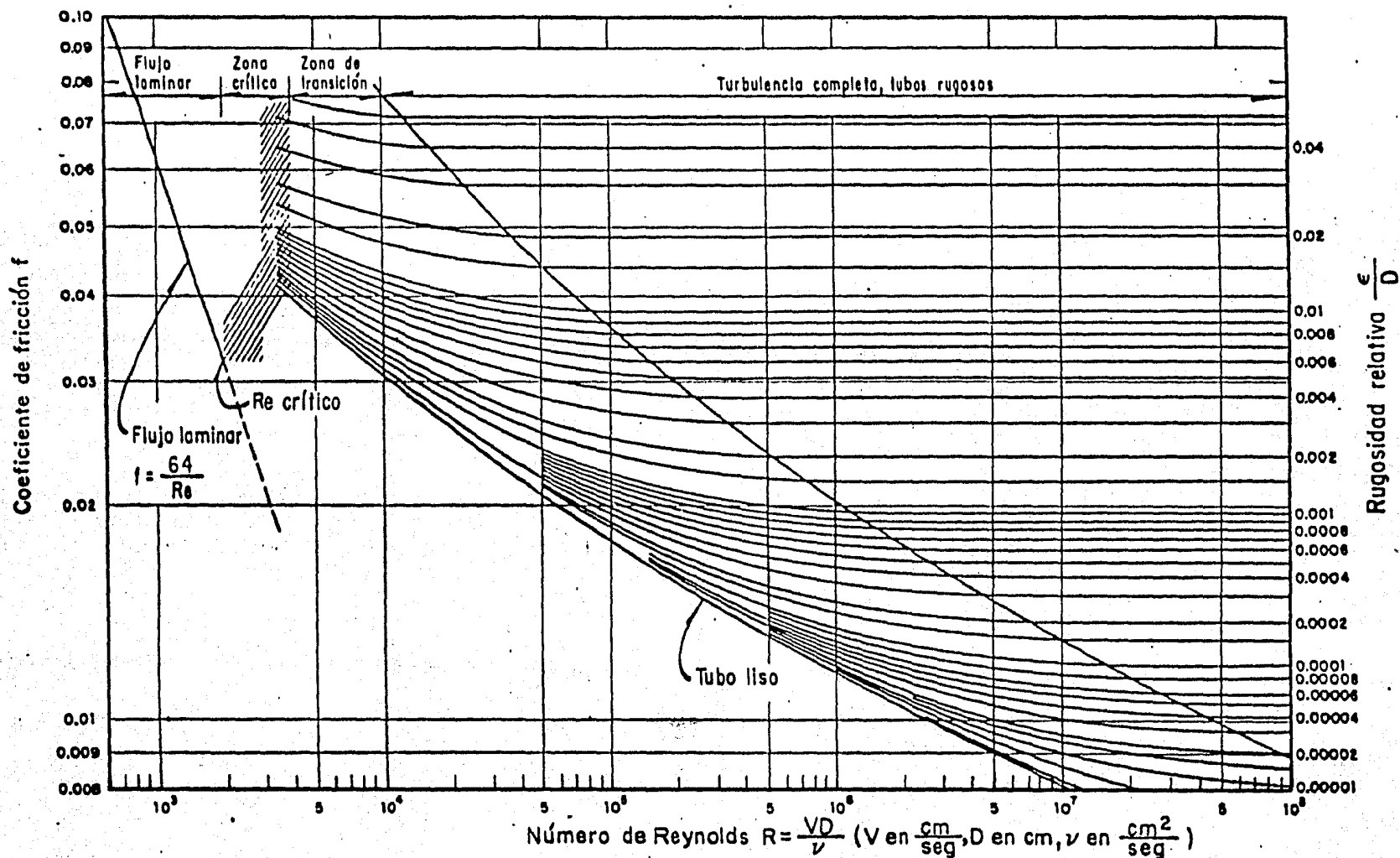


Fig 4.2. Coeficiente de fricción para cualquier tipo y tamaño de tubería (diagrama universal de Moody)

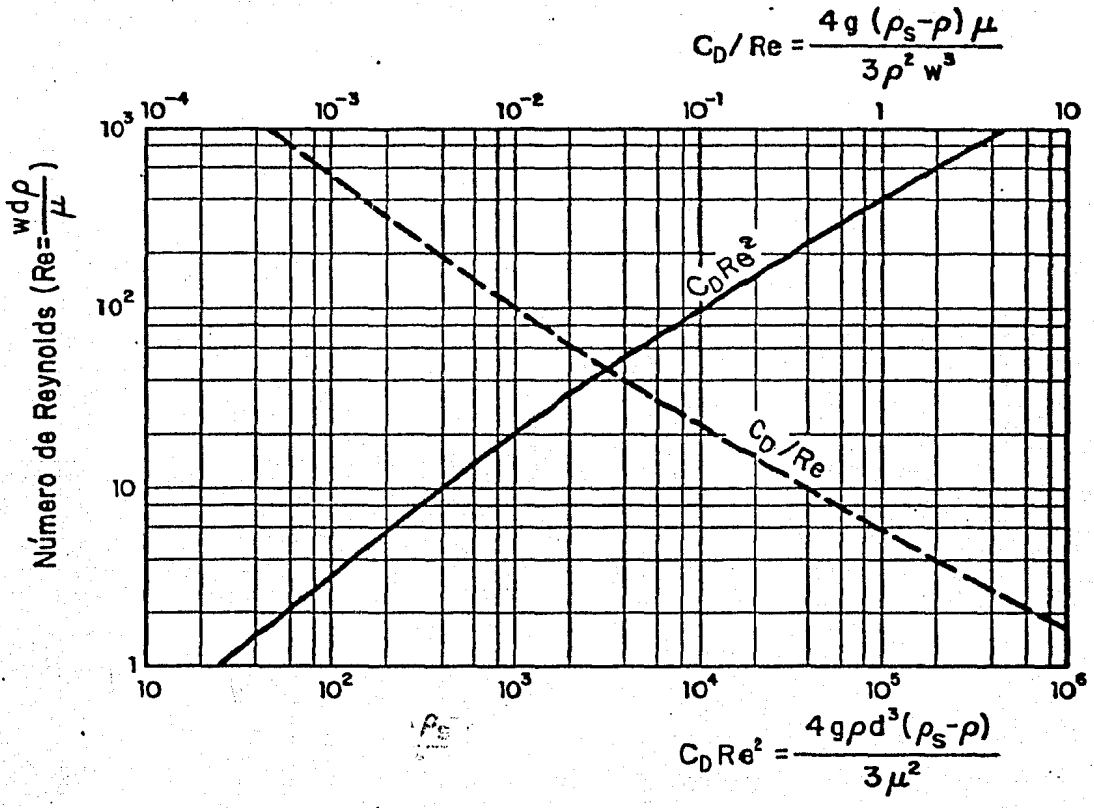


Fig 4.3. C_D/Re y $C_D Re^2$ contra Re para esferas

5. CONCLUSIONES

Los criterios para distinguir el tipo de flujo o régimen dentro de una tubería no definen exactamente el límite en el cual se puede clasificar a la mezcla que se está analizando y sólo proporcionan una guía acerca del flujo que se puede tener en ella. Por otra parte se necesita que el proyectista tenga cierta experiencia para distinguir el tipo de mezcla de manera que también visualice los problemas que se lleguen a presentar con dicha mezcla, como son por ejemplo, arrastre en el fondo de la tubería, depósito del sedimento, desgaste de la tubería, etc.

Como se pudo apreciar en el ejemplo de aplicación propuesto se obtuvieron resultados diferentes al aplicar los distintos criterios para clasificar la mezcla. Ya que el tipo de material que se tiene es fino y se podría esperar que la mezcla

se comportara como homogénea, pero de acuerdo con Durand la mezcla (que tiene un $d_{50} = 0.2$ mm) se comporta como un flujo heterogéneo quedando en el límite entre suspensión y transición; al aplicar los métodos analizados en el subcapítulo 1.3 se obtuvo que la mezcla es heterogénea y con arrastre sobre el fondo de la conducción, y se pudo observar que las ecuaciones de Newitt (ec. 1.3.9) y la de Durand (ec. 1.3.6) son las que mejor se aproximan a las condiciones propuestas.

Asimismo, en el ejemplo se pudo observar que los criterios propuestos para calcular la pérdida por fricción proporcionan distintos resultados, por tanto se puede decir que no existe un criterio único para ello y más bien si se quiere tener un factor de seguridad, se escogería la pérdida por fricción más grande lo que involucraría disponer de un equipo de bombeo de mayor capacidad lo que se refleja en el costo de la instalación. También se puede disminuir la velocidad del flujo y por tanto disminuir la pérdida por fricción pero se tiene mayor arrastre sobre el fondo, (ver figs 1.5 y 1.7)

El cálculo de las pérdidas por fricción para el caso de las mezclas homogéneas, de acuerdo con los resultados de una gran cantidad de investigadores indican que estas se pueden tratar como si fuera puro líquido y utilizar para ello la ecuación de Darcy-Weisbach, lo cual se hizo en el ejemplo y resulta que la del agua es un poco menor que la de la mezcla (en un

12%), adicionalmente se comprueba que la pérdida de la mezcla resulta ser mayor que la del agua pura como se muestra esquemáticamente en la fig 1.7.

Pero como se menciona en los párrafos anteriores, se obtuvo que la mezcla se comporta heterogéneamente, y dentro de esto se pueden tener diferentes condiciones, que de acuerdo con los resultados del ejemplo se tiene arrastre en el fondo de la tubería. Al aplicar los diferentes criterios se obtuvieron valores de las pérdidas que al compararlos entre sí son diferentes y se llega al caso por ejemplo de que la ecuación de Newitt para la condición de comportamiento de la mezcla resulta ser la más conveniente.

Adicionalmente se presenta el método Americano propuesto por Wasp, el cual se describe en forma detallada en la ref 14 y parece ser el más adecuado ya que se asemeja más a las condiciones del ejemplo, y lo que hace es dividir la pérdida en dos partes, una la debida al líquido y la otra a las partículas (esto último se aplica a cada diámetro de partículas) y la suma de ambas es la pérdida total.

De lo anterior se puede concluir que lo más recomendable es buscar el método para el cual se hayan utilizado datos parecidos a los que se van a utilizar en el diseño de la tubería.

Ello implica tener una descripción detallada de los métodos de que se dispone en la literatura para diferentes condiciones de flujo. En las refs 1, 13, 14 y 16 se describen la mayor parte de los métodos en forma detallada, así como las condiciones para las cuales fueron obtenidos.

REFERENCIAS

1. Bain, A. G. and Bonnington, S. T., *The Hydraulic Transport of solid by pipeline*, Pergamon Press, Oxford 1970
2. Cruickshank, Carlos, *Transporte de solidos en tuberías*, Notas del Centro de Educación Continua, Facultad de Ingeniería, México 1975.
3. David G. Thomas (1962) *Transport Characteristics of suspensions*, Part VI, Minimum Transport Velocity for large Particule Size Suspensions in Round Horizontal Pipes, A. I. Ch. E. Journal, July 1962, Vol. 8 pp 373-378
4. Durand, R. (1953) *Basic Relationships of the Transportation of Solids in Pipes*. Experimental Research. I. A. H. R. Proceedings. 5th Congress Minneapolis, Minnesota, September 1953. pp 89-103
5. Faddick R.R. (1974) *Flow Properties of Coal-Water slurries* Third International Conference on the Hydraulic Transport

- of Solids in Pipes. B. H. R. A., Fluid Engineering, Golden Colorado, Paper H1, May 1974
6. Garde, R. J. and Ranga Raju, K. G. *Mechanics of Sediment Transportation and alluvial stream problems* John Wiley and Sons, New Delhi 1977, Cap. 16 pp 459-469
 7. Graf, W. H. and Acoroglu E. R. (1967) *Homogeneous suspensions in circular conduits*, Journal of the Pipelines Division, A. S. C. E., Vol. 93, No. PL 2 Proceedings Paper 5352, July 1967. pp 63-69
 8. Graf W. H. (1971) *Hydraulics of Sediments Transport*, McGraw Hill, New York 1971, Cap 15, pp 425-482
 9. Juárez B. Rico R. *Mecánica de Suelos*, Tomo 1, Editorial Limusa, México 1980
 10. Newitt, D. M. et al (1955) *Hydraulic conveying of solids in horizontal pipes*, Transactions Institution Chemical Engineers, London 1955, Vol. 33, No. 2, pp 93-110
 11. Raudkivi, A. J. *Loose Boundary hydraulics*, Second Edition, Pergamon Press, New York 1976, Cap 12, pp 315-330
 12. Sotelo A. G. *Hidráulica General*, Vol. 1, Editorial Limusa, México 1977
 13. Vanoni V. A. Editor (1975) *Sedimentation Engineering*, American Society of Civil Engineers, New York 1975, pp 245-278
 14. Wasp, E. J. (1977), *Solid-liquid flow slurry pipeline transportation*, Trans Tech Publications, Series on Bulk Materials Handling. Vol. 1, No. 4, San Francisco 1977.

15. Zandi, I. and Govatos, G. (1967) *Heterogeneous flow of solids in pipelines*, Journal of the Hydraulic Division A.S.C.E., Vol. 93, No. HY 3, Proceedings Paper 5244, May 1967, pp 145-159
16. Zandi, I. Editor *Advances in solid-liquid flow in pipes and its application*, Pergamon Press, Oxford 1971.
17. Zandi, I. and Gimm, K. K. (1976) *Transport of Solid commodities via freight pipeline*, U.S. Department of Transportation, Washington, D. C., July 1976.