

T-148

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO
FACULTAD DE INGENIERIA



**ANALISIS DE LA INTERACCION COLECTOR-
LUMBRERA-SUELO DE UN TRAMO DEL SISTEMA
DE DRENAJE PROFUNDO DE LA CIUDAD DE
MEXICO.**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO CIVIL
P R E S E N T A**

RODOLFO TORRES CASTILLO

México, D. F.

1979



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INDICE

- 1.- Introducción
- 2.- Análisis del colector
 - 2.1.- Elemento finito
 - 2.1.1.- Desarrollo teórico
 - 2.1.2.- La matriz A
 - 2.1.3.- La matriz S
 - 2.2.- Diferencias finitas
 - 2.2.1.- Desarrollo teórico
 - 2.3.- Solución de Hetenyi
 - 2.3.1.- Desarrollo teórico
- 3.- Análisis de la lumbrera
 - 3.1.- Asentamientos
 - 3.2.- Pilas de fricción en masa de suelo en consolidación
 - 3.3.- Curvas esfuerzo cortante - deslizamiento
 - 3.4.- Análisis
- 4.- Interacción colector - lumbrera - suelo
 - 4.1.- Cálculo de las rigideces equivalentes al subsistema colector - suelo
 - 4.2.- Cálculo del período de vibración de la masa de suelo y desplazamientos horizontales

5.- Resultados

5.1.- Datos generales

5.2.- Análisis del colector

5.2.1.- Elemento finito

5.2.2.- Diferencias finitas

5.2.3.- Solución de Hetényi

5.2.4.- Resumen de resultados

5.3.- Análisis de la lumbrera

5.3.1.- vector inicial de cargas externas P y resultados de momentos en los extremos de cada elemento

5.3.2.- Consolidación del suelo para $t_c = 1$ año

5.3.3.- Consolidación del suelo para $t_c = 10$ años

5.3.4.- Consolidación del suelo para $t_c = 15$ años

6.- Conclusiones

Referencias

1

INTRODUCCION

El Sistema de Drenaje Profundo del Distrito Federal tiene por objeto resolver definitivamente el grave problema que constituía el Gran Canal del Desague, inaugurado en el año de 1900, pues ponía en peligro de una grave inundación de aguas negras a la parte central de la Ciudad de México; evitar las inundaciones producidas por los desbordamientos de los ríos Remedios, Tlalnepantla y San Javier; y hacer posible el buen funcionamiento de los grandes colectores IS, II y Consulado, en las zonas poniente y norte de la ciudad, al descargar gran parte de ese caudal en el Interceptor Central.

Esto origina que se reduzca considerablemente el bombeo de las aguas de estos colectores al gran canal. La capacidad máxima del emisor es de $200\text{m}^3/\text{seg}$.

Dicho Sistema consiste en drenar, por gravedad, en sentido Sur-Norte tanto las aguas negras como cualesquiera otras mediante dos interceptores, el Central y el Oriente, los cua-

les confluyen en el Emisor Central.

Los interceptores se desarrollan en una profundidad de 30 a 50m y el emisor de 50 a 220m.

El presente trabajo tiene como objetivo el análisis de la interacción Colector-Lumbrera-Suelo de un tramo del Sistema de Drenaje Profundo.

Así, el sistema colector-lumbrera-suelo se divide para su análisis en dos subsistemas: colector-suelo y lumbrera-suelo.

En el capítulo dos se analiza el subsistema colector-suelo, por los métodos del Elemento Finito, Diferencias Finitas y de Hetenyi, considerando que el suelo se comporta elásticamente, e idealizando el colector como una viga apoyada sobre una cimentación elástica.

En el capítulo tres se analiza el subsistema lumbrera-suelo por medio del método del elemento finito, tomando en cuenta las condiciones hidrodinámicas a que se encuentra sujeto el subsuelo de la ciudad de México en la zona compresible, debido a la extracción de agua de los acuíferos.

En el capítulo cuatro se integran estos dos subsistemas, idealizando para ello el efecto que produce el sistema colector-suelo sobre el subsistema lumbrera-suelo, mediante resortes con rigideces equivalentes, ante cargas verticales y momentos, K_{pv} y K_{pe} , que ofrece el subsistema colector-suelo en la unión de estos.

También, en éste capítulo se hace el análisis bajo condiciones de sismo; calculandose las fuerzas horizontales equivalentes - que actuarán sobre el subsistema lumbrera-suelo.

En el capítulo cinco se presentan los resultados - tanto del análisis del subsistema colector-suelo, como del análisis del subsistema lumbrera-suelo, que consisten: en la tabulación de los valores de las acciones mecánicas en el subsistema colector-suelo, considerando la descarga que le llega a éste, para la consolidación del suelo en 1 año, utilizando los tres métodos de análisis descritos en el capítulo 2; y en la tabulación de los valores de deslizamiento, fuerza axial y de fricción de cada uno de los elementos en los que se divide el subsistema lumbrera-suelo; para periodos de consolidación de éste último de 1, 10 y 15 años; así como también los valores de los momentos en los extremos de cada elemento, originados por efecto de sismo en el suelo.

Finalmente en el capítulo seis se presentan las conclusiones obtenidas.

2

ANÁLISIS DEL COLECTOR

En este capítulo se hace el análisis del colector utilizando tres métodos: Elemento Finito, Diferencias finitas, y de Hetenyi. (refs. 2, 3 y 4)

El análisis del colector se trata como un problema de una barra sobre una cimentación elástica.

Existen tres aproximaciones básicas a la solución del problema: (1) la llamada aproximación de Winkler, propuesta por E. Winkler, la cual trata a la masa de suelo como una serie de resortes sobre los cuáles el miembro estructural es soportado; (2) la segunda, generalmente atribuida a Biot con elaboración de Ohde, en donde se trata al suelo como un sólido elástico; (3) la tercera resuelve la ecuación diferencial del problema de interacción estructura-suelo.

Hetenyi contribuye con un texto completo a la tercera solución. (ref. 4)

En el análisis del colector se utiliza la aproximación de Winkler en los métodos del Elemento Finito y Diferencias Finitas, no así en el de Hetenyi, que se basa en la solución de la ecuación diferencial arriba mencionada.

Sin embargo en los tres métodos se utiliza el concepto de módulo de reacción de un suelo k_g .

En base a lo anterior se presenta el desarrollo teórico de cada uno de los métodos, haciéndose la aplicación al análisis del colector.

Obteniendo así diagramas de desplazamientos, fuerzas cortantes y momentos flexionantes, los cuales se presentan en el capítulo V.

2.1.- Elemento Finito

El análisis por el método del elemento finito se basa en el método de las rigideces o de los desplazamientos, en el cual se determinan primero las componentes independientes de los desplazamientos (grados de libertad) que se desconocen.

Estos desplazamientos se consideran las incógnitas del problema y utilizando las relaciones esfuerzo-deformación del material, las fuerzas internas de la estructura se pueden expresar en función de estos desplazamientos.

Por cada componente de desplazamiento desconocida, se establece una ecuación de equilibrio en función de las fuerzas externas conocidas y de las fuerzas internas no conocidas, las cuales están expresadas en términos de los desplazamientos.

Se forma así un sistema de ecuaciones cuyo número es -

igual al número de componentes de desplazamiento desconocidas. La solución del sistema de ecuaciones permite conocer los valores de los desplazamientos, con los cuales se pueden calcular las fuerzas internas.

2.1.1.- Desarrollo Teórico

Al seleccionar un nudo de una estructura cualquiera formada por barras, fig. 2-1 la relación entre fuerzas externas y fuerzas internas se puede escribir mediante la ecuación:

$$P_i = A_i F_i \quad 2-1$$

es válida. Esta ecuación simplemente iguala la fuerza externa P a la fuerza interna F usando una constante de proporcionalidad A .

Para un número dado de nudos y utilizando la notación matricial, se tiene;

$$P = AP \quad 2-2$$

Relacionando las deformaciones internas de los miembros estructurales en el nudo con los desplazamientos externos y considerando los mismos nudos dados para 2-1 :

$$e = PX \quad 2-3$$

Por otro lado se puede demostrar que la matriz B es la transpuesta de A ($B = A^T$) por lo que:

$$e = A^T X$$

La fuerza interna en el miembro i ; F_i se relaciona con el desplazamiento interno del miembro e_i como:

$$F_i = S_i e_i$$

y considerando todos los miembros, utilizando notación matricial:

$$F = Se \quad 2-4$$

Las relaciones 2-2 a 2-4 son las ecuaciones fundamentales del método de las rigideces o de los desplazamientos del análisis matricial.

Substituyendo 2-3 en 2-4 se obtiene:

$$F = SA^T X \quad 2-5$$

Haciendo lo mismo con 2-5 en 2-2 :

$$P = ASA^T X \quad 2-6$$

La ecuación 2-6 se resuelve para los desplazamientos mediante la inversión de la matriz cuadrada ASA^T

$$X = ASA^{-T} P \quad 2-7$$

Así substituyendo los desplazamientos obtenidos de 2-7 en 2-5 se obtienen finalmente las fuerzas internas.

2.1.2.- La Matriz A

Considerando la barra soportada sobre un sistema de resortes con constante K, como se muestra en la fig. 2-I.

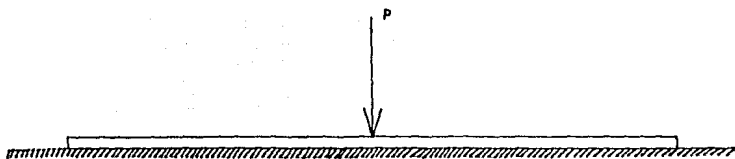
En la fig. 2-Ib la barra de la fig. 2-Ia ha sido idealizada, aplicando en cada nudo los momentos P_I a P_{II} con sus correspondientes rotaciones X_I a X_{II} y fuerzas externas las direcciones P_{I2} a P_{22} con sus correspondientes desplazamientos verticales X_{I2} a X_{22} .

A lo anterior se le denomina el diagrama P-X.

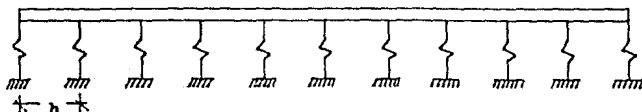
Considerando la fig. 2-1c se ve que la barra se divide en 10 segmentos, en cada uno actúan en sus extremos fuerzas internas.

Así F_1 a F_{20} son los momentos internos y e_1 a e_{20} son las rotaciones producidas por estos; F_{21} a F_{31} son las fuerzas internas de cada resorte y e_{21} a e_{31} las deformaciones producidas por estas.

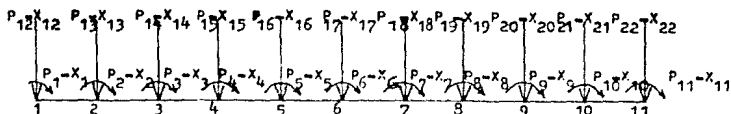
Considerando 2-2 y utilizando las ecuaciones de equilibrio de la Estática se obtiene la matriz A como se muestra a continuación. Y finalmente en la fig. 2-3 se presenta dicha matriz.



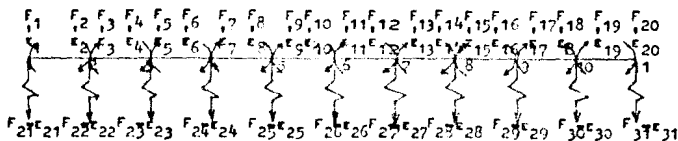
Viga sobre cimentación elástica



a) Idealización de la cimentación según el modelo de Winkler

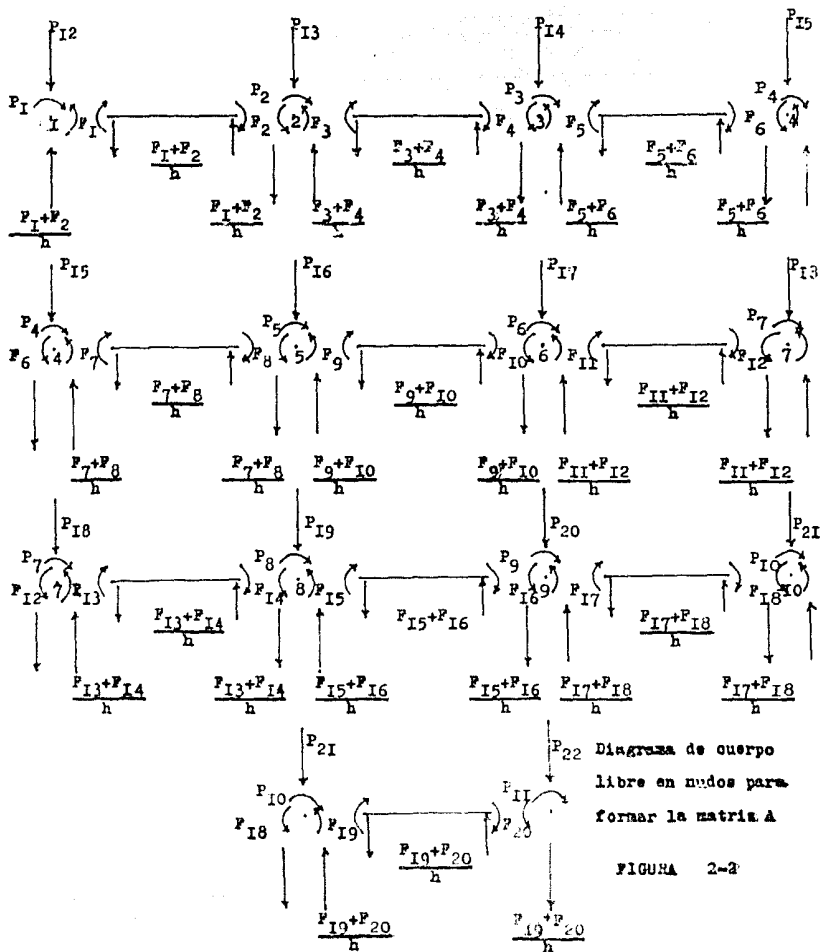


b) Diagrama de fuerzas y deformaciones externas



c) Diagrama de fuerzas y deformaciones internas

FIGURA 2-I



Estableciendo el equilibrio en cada nudo y considerando:

Para el nudo I :

$$\text{de } \Sigma M = 0; \quad P_I - F_I = 0, \quad P_I = F_I \quad (1)$$

$$\text{de } \Sigma F_v = 0; \quad P_{I2} - \frac{F_I}{h} - \frac{F_2}{h} + F_{2I} = 0, \quad P_{I2} = \frac{F_I + F_2}{h} - F_{2I} \quad (2)$$

En el nudo 2 :

$$\text{de } \Sigma M = 0; \quad P_2 - F_2 - F_3 = 0, \quad P_2 = F_2 + F_3 \quad (3)$$

$$\text{de } \Sigma F_v = 0; \quad P_{I3} + \frac{F_I}{h} + \frac{F_2}{h} - \frac{F_3}{h} - \frac{F_4}{h} + F_{22} = 0,$$

$$P_{I3} = -\frac{F_I}{h} - \frac{F_2}{h} + \frac{F_3}{h} + \frac{F_4}{h} - F_{22} \quad (4)$$

En el nudo 3 :

$$\text{de } \Sigma M = 0; \quad P_3 - F_4 - F_5 = 0, \quad P_3 = F_4 + F_5 \quad (5)$$

$$\text{de } \Sigma F_v = 0; \quad P_{I4} + \frac{F_3}{h} + \frac{F_4}{h} - \frac{F_5}{h} - \frac{F_6}{h} + F_{23} = 0,$$

$$P_{I4} = -\frac{F_3}{h} - \frac{F_4}{h} + \frac{F_5}{h} + \frac{F_6}{h} - F_{23} \quad (6)$$

En el nudo 4 :

$$\text{de } \Sigma M = 0; \quad P_4 - F_6 - F_7 = 0, \quad P_4 = F_6 + F_7 \quad (7)$$

$$\text{de } \Sigma F_v = 0; \quad P_{I5} + \frac{F_5}{h} + \frac{F_6}{h} - \frac{F_7}{h} - \frac{F_8}{h} + F_{24} = 0,$$

$$P_{I5} = -\frac{F_5}{h} - \frac{F_6}{h} + \frac{F_7}{h} + \frac{F_8}{h} - F_{24} \quad (8)$$

En el nudo 5 :

$$\text{de } \Sigma M = 0; \quad P_5 - F_8 - F_9 = 0, \quad P_5 = F_8 + F_9 \quad (9)$$

$$\text{de } \Sigma F_v = 0; \quad P_{I6} + \frac{F_7}{h} + \frac{F_8}{h} - \frac{F_9}{h} - \frac{F_{10}}{h} + F_{25} = 0,$$

$$P_{I6} = -\frac{F_7}{h} - \frac{F_8}{h} + \frac{F_9}{h} + \frac{F_{10}}{h} - F_{25} \quad (10)$$

En el nudo 6 :

$$\text{de } \Sigma M = 0; \quad P_6 - F_{10} - F_{II} = 0, \quad P_6 = F_{10} + F_{II} \quad (11)$$

$$\text{de } \Sigma F_v = 0; \quad P_{I7} + \frac{F_9}{h} + \frac{F_{10}}{h} - \frac{F_{II}}{h} - \frac{F_{12}}{h} + F_{26} = 0,$$

$$P_{I7} = -\frac{F_9}{h} - \frac{F_{10}}{h} + \frac{F_{II}}{h} + \frac{F_{12}}{h} - F_{26} \quad (12)$$

En el nudo 7 :

$$\text{de } \Sigma M = 0; \quad P_7 - F_{I2} - F_{I3} = 0, \quad P_7 = F_{I2} + F_{I3} \quad (I3)$$

$$\text{de } \Sigma F_v = 0; \quad P_{I8} + \frac{F_{II1}}{h} + \frac{F_{I2}}{h} - \frac{F_{I3}}{h} - \frac{F_{I4}}{h} + F_{27} = 0,$$

$$P_{I8} = -\frac{F_{II1}}{h} - \frac{F_{I2}}{h} + \frac{F_{I3}}{h} + \frac{F_{I4}}{h} - F_{27} \quad (I4)$$

En el nudo 8 :

$$\text{de } \Sigma M = 0; \quad P_8 - F_{I4} - F_{I5} = 0, \quad P_8 = F_{I4} + F_{I5} \quad (I5)$$

$$\text{de } \Sigma F_v = 0; \quad P_{I9} + \frac{F_{I3}}{h} + \frac{F_{I4}}{h} - \frac{F_{I5}}{h} - \frac{F_{I6}}{h} + F_{28} = 0,$$

$$P_{I9} = -\frac{F_{I3}}{h} - \frac{F_{I4}}{h} + \frac{F_{I5}}{h} + \frac{F_{I6}}{h} - F_{28} \quad (I6)$$

En el nudo 9 :

$$\text{de } \Sigma M = 0; \quad P_9 - F_{I6} - F_{I7} = 0, \quad P_9 = F_{I6} + F_{I7} \quad (I7)$$

$$\text{de } \Sigma F_v = 0; \quad P_{20} + \frac{F_{I5}}{h} + \frac{F_{I6}}{h} - \frac{F_{I7}}{h} - \frac{F_{I8}}{h} + F_{29} = 0,$$

$$P_{20} = -\frac{F_{I5}}{h} - \frac{F_{I6}}{h} + \frac{F_{I7}}{h} + \frac{F_{I8}}{h} - F_{29} \quad (I8)$$

En el nudo IO :

$$\text{de } \Sigma M = 0; \quad P_{IO} - F_{I8} - F_{I9} = 0, \quad P_{IO} = F_{I8} + F_{I9} \quad (19)$$

$$\text{de } \Sigma F_v = 0; \quad P_{2I} + \frac{F_{I7}}{h} + \frac{F_{I8}}{h} - \frac{F_{I9}}{h} - \frac{F_{20}}{h} + F_{30} = 0,$$

$$P_{2I} = -\frac{F_{I7}}{h} - \frac{F_{I8}}{h} + \frac{F_{I9}}{h} + \frac{F_{20}}{h} - F_{30} \quad (20)$$

En el nudo II :

$$\text{de } \Sigma M = 0; \quad P_{II} - F_{20} = 0, \quad P_{II} = F_{20} \quad (21)$$

$$\text{de } \Sigma F_v = 0; \quad P_{22} + \frac{F_{I9}}{h} + \frac{F_{20}}{h} + F_{3I} = 0,$$

$$P_{22} = -\frac{F_{I9}}{h} - \frac{F_{20}}{h} - F_{3I} \quad (22)$$

P	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31		
1	I																																
2		I	I																														
3				I	I																												
4					I	I																											
5							I	I																									
6									I	I																							
7											I	I																					
8												I	I																				
9													I	I																			
10														I	I																		
11															I	I																	
12	A	A																															
13	B	B	A	A																													
14			B	B	A	A																											
15				B	B	A	A																										
16					B	B	A	A																									
17						B	B	A	A																								
18							B	B	A	A																							
19								B	B	A	A																						
20									B	B	A	A																					
21										B	B	A	A																				
22											B	B	A	A																			

A = 0.2
B = -0.2

MATRIZ A

MATRIZ DE COEFICIENTES

FIGURA 2-3

2.I.3. La Matriz S

Considerando la fig. 2-4 y recordando los principios de la viga conjugada, de que los giros en los extremos e_1 y e_2 son:

$$\frac{F_1 L}{3EI} - \frac{F_2 L}{6EI} = e_1 \quad 2-8$$

$$- \frac{F_1 L}{6EI} + \frac{F_2 L}{3EI} = e_2 \quad 2-9$$

Resolviendo 2-8 y 2-9 simultáneamente para el primer segmento, donde $L = h$ se obtiene:

$$F_1 = \frac{4EI}{h} e_1 + \frac{2EI}{h} e_2 ; \quad F_2 = \frac{2EI}{h} e_1 + \frac{4EI}{h} e_2$$

y en forma similar:

$$F_3 = \frac{4EI}{h} e_3 + \frac{2EI}{h} e_4 ; \quad F_4 = \frac{2EI}{h} e_3 + \frac{4EI}{h} e_4$$

$$F_5 = \frac{4EI}{h} e_5 + \frac{2EI}{h} e_6 ; \quad F_6 = \frac{2EI}{h} e_5 + \frac{4EI}{h} e_6$$

$$F_7 = \frac{4EI}{h} e_7 + \frac{2EI}{h} e_8 ; \quad F_8 = \frac{2EI}{h} e_7 + \frac{4EI}{h} e_8$$

$$F_9 = \frac{4EI}{h} e_9 + \frac{2EI}{h} e_{10} ; \quad F_{10} = \frac{2EI}{h} e_9 + \frac{4EI}{h} e_{10}$$

$$F_{11} = \frac{4EI}{h} e_{11} + \frac{2EI}{h} e_{12} ; \quad F_{12} = \frac{2EI}{h} e_{11} + \frac{4EI}{h} e_{12}$$

$$F_{13} = \frac{4EI}{h} e_{13} + \frac{2EI}{h} e_{14} ; \quad F_{14} = \frac{2EI}{h} e_{13} + \frac{4EI}{h} e_{14}$$

$$F_{I5} = \frac{4EI}{h} \theta_{I5} + \frac{2EI}{h} \theta_{I6} ; \quad F_{I6} = \frac{2EI}{h} \theta_{I5} + \frac{4EI}{h} \theta_{I6}$$

$$F_{I7} = \frac{4EI}{h} \theta_{I7} + \frac{2EI}{h} \theta_{I8} ; \quad F_{I8} = \frac{2EI}{h} \theta_{I7} + \frac{4EI}{h} \theta_{I8}$$

$$F_{I9} = \frac{4EI}{h} \theta_{I9} + \frac{2EI}{h} \theta_{20} ; \quad F_{20} = \frac{2EI}{h} \theta_{I9} + \frac{4EI}{h} \theta_{20}$$

$$\frac{4EI}{h} = \frac{4 \times 1,414,213 \times 24,87}{5} = 28,137,194 \text{ T-m.}$$

$$\frac{2EI}{h} = 14,068,596 \text{ T-m.}$$

De la ley de Hooke :

$$F = K \delta \quad K = B \times h \times k_{sv} ; k = 5.8 \times 5 \times 250$$

$$K = 7250 \text{ T/m.}$$

$$\text{de } F_{ij} = K e_{ij} ;$$

$$F_{21} = 7250 e_{21} ; F_{22} = 7250 e_{22} ; F_{23} = 7250 e_{23} ;$$

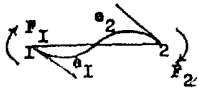
$$F_{24} = 7250 e_{24} ; F_{25} = 7250 e_{25} ; F_{26} = 7250 e_{26} ;$$

$$F_{27} = 7250 e_{27} ; F_{28} = 7250 e_{28} ; F_{29} = 7250 e_{29} ;$$

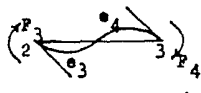
$$F_{30} = 7250 e_{30} ; F_{31} = 7250 e_{31} \text{ Ton.}$$

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11

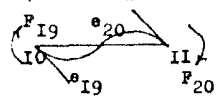
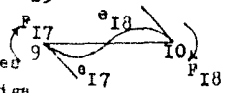
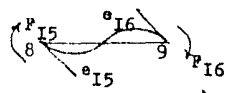
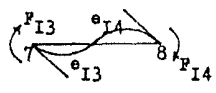
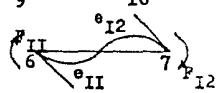
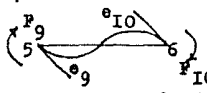
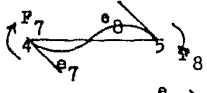
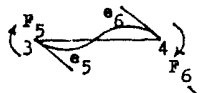
$\left| \begin{array}{c} \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \end{array} \right| h$



$$F_1 = \frac{4EI}{h} e_1 + \frac{2EI}{h} e_{1+1}$$



$$F_{1+1} = \frac{2EI}{h} e_1 + \frac{4EI}{h} e_{1+1}$$



Relaciones entre fuerzas y deformaciones internas usando los principios de la viga conjugada para formar la matriz S

FIGURA 2-4

2.2.- Diferencias Finitas

El método de las diferencias finitas (ref. 6) es un modelo matemático, que permite definir la respuesta de un suelo cuando este es cargado y la interacción que se presenta en la superficie de contacto estructura-suelo.

Básicamente éste método reemplaza ecuaciones diferenciales con ecuaciones de diferencia:

$$dy_{i \text{ fin} \rightarrow 0} \Delta y = \text{valor finito} \quad 2\text{-I0}$$

$$dx_{i \text{ fin} \rightarrow 0} \Delta x = \text{valor finito} \quad 2\text{-II}$$

Así si se tiene una viga simplemente apoyada y uniformemente cargada, su elástica se puede definir si se conoce el valor de los desplazamientos en un número determinado de puntos, considerando que la viga se ha dividido en segmentos iguales. Partiendo de 2-I0 y 2-II, y tomando sólo las primeras diferencias centrales (ref. 6) se tiene:

$$\left. \frac{dy}{dx} \approx \frac{\Delta y}{\Delta x} \right|_i = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = \theta_i \quad 2\text{-I2}$$

$$\left. \frac{EI d^2 y}{dx^2} \approx \frac{EI \Delta^2 y}{\Delta x^2} \right|_i = \frac{EI}{h^2} (y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1})$$

$$-M_i = \frac{EI}{h^2} (y_{i+1} - 2y_i + y_{i-1}) \quad 2\text{-I3}$$

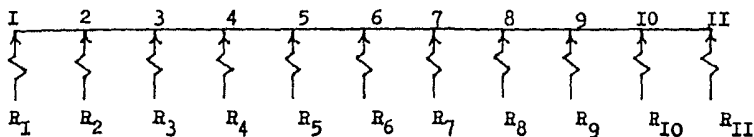
Para el análisis del colector como una viga sobre una cimentación elástica, considerando la hipótesis de Winkler -- se tendrá que las deformaciones de los resortes serán los --

desplazamientos que definirán la elástica de la viga.

Para obtener los valores de los desplazamientos, se utilizan las ecuaciones de equilibrio de la Estática, considerando 2-13 con el fin de generar tantas ecuaciones como desplazamientos haya. Teniéndose para nuestro caso un sistema de II - ecuaciones con II incógnitas. La matriz de coeficientes A y el vector P de términos independientes de éste sistema se presentan en las figs. 2-6 y 2-7 respectivamente.

2.2.1.- Desarrollo Teórico

Considerando la proposición de Winkler:



$$K y_1 = R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = R_8 = R_9 = R_{10} = E h k_{s0} y_1 = 5.8 \times 5 \times 250 \times y_1$$

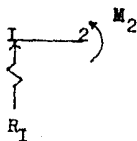
$$R_1 = 7250 y_1 \text{ T/m.}$$

$$\text{De } E I \frac{d^2 y}{dx^2} = - M \quad y,$$

considerando el nudo 2 :

$$\text{de } \Sigma M_2 = 0 ;$$

$$R_1 h - M_2 = 0 ,$$



$$\text{Pero; } - M_1 = \frac{E I}{h^2} (y_{1-1} - 2 y_1 + y_{1+1})$$

Sustituyendo valores :

$$I.407 \times 10^6 (y_1 - 2y_2 + y_3) + 5R_1 = 0$$

$$I.407 \times 10^6 y_1 - 2.814 \times 10^6 y_2 + I.407 \times 10^6 y_3 + 36250 y_1 = 0$$

haciendo operaciones; sumando términos semejantes y considerando todos los desplazamientos :

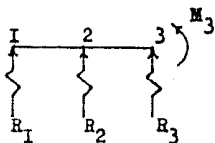
$$\text{si } A = I.4433 \times 10^6, \quad B = 2.814 \times 10^6, \quad \text{y } C = I.407 \times 10^6$$

se tiene :

$$Ay_1 - By_2 + Cy_3 + 0y_4 + 0y_5 + 0y_6 + 0y_7 + 0y_8 + 0y_9 + 0y_{10} + 0y_{11} = 0 \quad (I)$$

NUDO 3 :

$$\text{de } \Sigma M_3 = 0 ;$$



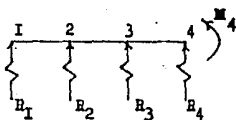
$$2R_1 h + R_2 h - M_3 = 0$$

$$\text{pero; } -M_3 = I.407 \times 10^6 (y_2 - 2y_3 + y_4)$$

procediendo de igual manera que en el nudo 2 :

$$72500 y_1 + Ay_2 - By_3 + Cy_4 + 0y_5 + 0y_6 + 0y_7 + 0y_8 + 0y_9 + 0y_{10} + 0y_{11} = 0 \quad (2)$$

NUDO 4 :



$$de \Sigma M_4 = 0 ;$$

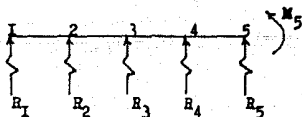
$$3R_1h + 2R_2h + R_3h - M_4 = 0$$

$$-M_4 = I \cdot 407 \times 10^6 (y_3 - 2y_4 + y_5) ;$$

$$108750y_1 + 72500y_2 + Ay_3 - By_4 + Cy_5 + 0y_6 + 0y_7 + 0y_8 + 0y_9 + 0y_{10} + 0y_{11} = 0 \quad (3)$$

NUDO 5 :

$$de \Sigma M_5 = 0 ;$$

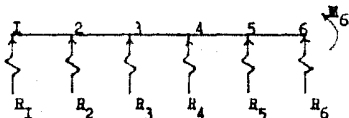


$$4R_1h + 3R_2h + 2R_3h + R_4h - M_5 = 0$$

$$-M_5 = I \cdot 407 \times 10^6 (y_4 - 2y_5 + y_6) ;$$

$$145000y_1 + 108750y_2 + 72500y_3 + Ay_4 - By_5 + Cy_6 + 0y_7 + 0y_8 + 0y_9 + 0y_{10} + 0y_{11} = 0 \quad (4)$$

NUDO 6 :



$$de \Sigma M_6 = 0 ;$$

$$5R_1h + 4R_2h + 3R_3h + 2R_4h + R_5h - M_6 = 0$$

$$-M_6 = I \cdot 407 \times 10^6 (y_5 - 2y_6 + y_7) ;$$

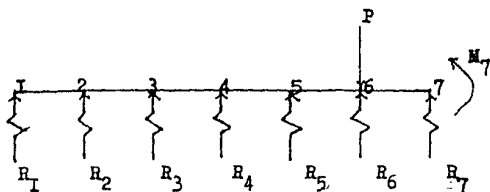
$$181250y_1 + 145000y_2 + 108750y_3 + 72500y_4 + Ay_5 - By_6 +$$

$$+ Cy_7 + 0y_8 + 0y_9 + 0y_{10} + 0y_{11} = 0$$

24

(5)

NUDO 7 :



$$\text{de } \Sigma M_7 = 0 ;$$

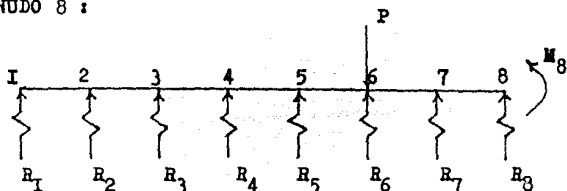
$$6R_1h + 5R_2h + 4R_3h + 3R_4h + 2R_5h + R_6h - Ph - M_7 = 0$$

$$-M_7 = 1.407 \times 10^6 (y_6 - 2y_7 + y_8) ;$$

$$217500y_1 + 181250y_2 + 145000y_3 + 108750y_4 + 72500y_5 + Ay_6 -$$

$$-By_7 + Cy_8 + 0y_9 + 0y_{10} + 0y_{11} = Ph \quad (6)$$

NUDO 8 :



$$\text{de } \Sigma M_8 = 0 ;$$

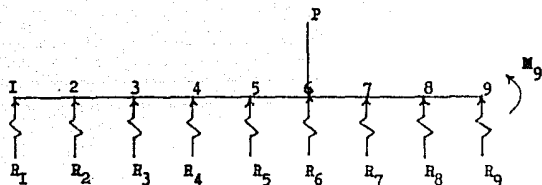
$$7R_1h + 6R_2h + 5R_3h + 4R_4h + 3R_5h + 2R_6h + R_7h - 2Ph - M_8 = 0$$

$$-M_8 = 1.407 \times 10^6 (y_7 - 2y_8 + y_9) ;$$

$$253750y_1 + 217500y_2 + 181250y_3 + 145000y_4 + 108750y_5 +$$

$$+ 72500y_6 + Ay_7 - By_8 + Cy_9 + 0y_{10} + 0y_{11} = 2Ph \quad (7)$$

NUDO 9 :



$$de \Sigma M_9 = 0 ;$$

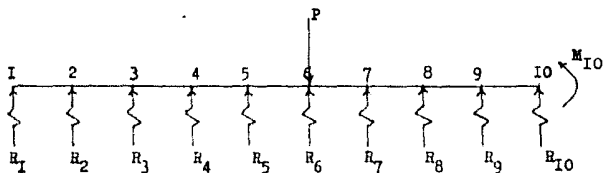
$$8R_1h + 7R_2h + 6R_3h + 5R_4h + 4R_5h + 3R_6h + 2R_7h + R_8h - 3Ph - M_9 = 0$$

$$-M_9 = 1.407 \times 10^6 (y_8 - 2y_9 + y_{10}) ;$$

$$290000y_1 + 253750y_2 + 217500y_3 + 181250y_4 + 145000y_5 +$$

$$+ 108750y_6 + 72500y_7 + Ay_8 - By_9 + Cy_{10} + 0y_{11} = 3Ph \quad (8)$$

NUDO 10 :



$$de \Sigma M_{10} = 0 ; \quad 9R_1h + 8R_2h + 7R_3h + 6R_4h + 5R_5h + 4R_6h + 3R_7h + 2R_8h + R_9h - 4Ph - M_{10} = 0$$

$$-M_{10} = 1.407 \times 10^6 (y_9 - 2y_{10} + y_{11}) ;$$

$$326250y_1 + 290000y_2 + 253750y_3 + 217500y_4 + 181250y_5 + 145000y_6 +$$

$$+ 108750y_7 + 72500y_8 + Ay_9 - By_{10} + Cy_{11} = 4Ph \quad (9)$$

Considerando el equilibrio de toda la viga:

$$\text{de } \Sigma F_v = 0$$

$$R_1 - P_j = 0 ; \quad \text{si } D = 7250 ;$$

$$Dy_1 + Dy_2 + Dy_3 + Dy_4 + Dy_5 + Dy_6 + Dy_7 + Dy_8 + Dy_9 + Dy_{10} + Dy_{II} = P \quad (\text{IO})$$

$$\text{de } \Sigma M_I = 0 ;$$

$$0R_1 - R_2h - 2R_3h - 3R_4h - 4R_5h - 5R_6h - 6R_7h - 7R_8h - 8R_9h - 9R_{10}h - 10R_{II} + 5Ph = 0$$

$$0y_1 + 36250y_2 + 72500y_3 + 108750y_4 + 145000y_5 + 181250y_6 +$$

$$217500y_7 + 253750y_8 + 290000y_9 + 326250y_{10} + 362500y_{II} = 5Ph \quad (\text{II})$$

	I	2	3	4	5	6	7	8	9	IO	II
I	A	-B	C	0	0	0	0	0	0	0	0
2	72500	A	-B	C	0	0	0	0	0	0	0
3	108750	72500	A	-B	C	0	0	0	0	0	0
4	145000	108750	72500	A	-B	C	0	0	0	0	0
5	181250	145000	108750	72500	A	-B	C	0	0	0	0
6	217500	181250	145000	108750	72500	A	-B	C	0	0	0
7	253750	217500	181250	145000	108750	72500	A	-B	C	0	0
8	290000	253750	217500	181250	145000	108750	72500	A	-B	C	0
9	326250	290000	253750	217500	181250	145000	108750	72500	A	-B	0
IO	7250	7250	7250	7250	7250	7250	7250	7250	7250	7250	7250
II	0	36250	72500	108750	145000	181250	217500	253750	290000	326250	362500

FIGURA 2-6

MATRIZ A

MATRIZ DE COEFICIENTES

0
0
0
0
0
F_h
$2F_h$
$3F_h$
$4F_h$
P
$5F_h$

FIGURA 2-7

VECTOR P

VECTOR DE TERMINOS INDEPENDIENTES

2.3.- Solución de Hetenyi

La solución teórica de una barra sobre una cimentación elástica fue tratada por Hetenyi. Esta solución se basa en la ecuación diferencial de una barra cargada con una presión q . Para el caso que nos ocupa q es la presión de reacción del suelo. Esta se obtiene usando el concepto de módulo de reacción del suelo:

$$q = k_s y \quad (FL^2)$$

La ecuación diferencial es:

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} = -q = -k_s y \quad (2-14)$$

Esta es una ecuación diferencial de cuarto orden. La solución general es estandar con 4 constantes arbitrarias de la forma:

$$y = e^{\lambda x} (A \cos \lambda x + B \sin \lambda x) + e^{-\lambda x} (C \cos \lambda x + D \sin \lambda x) \quad (2-15)$$

$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k_s B}{4EI}} \quad (2-16)$$

donde B , E , I son el ancho y propiedades elastogeométricas del colector respectivamente.

2.3.1.- Desarrollo Teórico

Diferenciando 2-15 se obtiene:

y' =giro, y'' =momento, y''' =cortante, y^{IV} =carga

Así para una viga de longitud finita con una carga P en el centro, midiendo las x a partir del extremo izquierdo se tiene:

$$y = \frac{P\lambda}{k_{sv}} \frac{I}{\text{Senh}^2 \lambda L - \text{Sen}^2 \lambda L} \left\{ 2\text{Cosh}\lambda x \text{Cos}\lambda x (\text{Senh}\lambda L \text{Cos}\lambda a \text{Cosh}\lambda b - \text{Sen}\lambda L \text{Cosh}\lambda a \text{Cos}\lambda b) + (\text{Cosh}\lambda x \text{Sen}\lambda x + \text{Senh}\lambda x \text{Cos}\lambda x) \left[\text{Senh}\lambda L (\text{Sen}\lambda a \text{Cosh}\lambda b - \text{Cos}\lambda a \text{Senh}\lambda b) + \text{Sen}\lambda L (\text{Senh}\lambda a \text{Cos}\lambda b - \text{Cosh}\lambda a \text{Sen}\lambda b) \right] \right\}$$

$$V = P \frac{I}{\text{Senh}^2 \lambda L - \text{Sen}^2 \lambda L} \left\{ (\text{Cosh}\lambda x \text{Sen}\lambda x + \text{Senh}\lambda x \text{Cos}\lambda x) (\text{Senh}\lambda L \text{Cos}\lambda a \text{Cosh}\lambda b - \text{Sen}\lambda L \text{Cosh}\lambda a \text{Cos}\lambda b) + \text{Senh}\lambda x \text{Sen}\lambda x \left[\text{Senh}\lambda L (\text{Sen}\lambda a \text{Cosh}\lambda b - \text{Cos}\lambda a \text{Senh}\lambda b) + \text{Sen}\lambda L (\text{Senh}\lambda a \text{Cos}\lambda b - \text{Cosh}\lambda a \text{Sen}\lambda b) \right] \right\}$$

$$M = \frac{P}{2\lambda} \frac{I}{\text{Senh}^2 \lambda L - \text{Sen}^2 \lambda L} \left\{ 2\text{Senh}\lambda x \text{Sen}\lambda x (\text{Senh}\lambda L \text{Cos}\lambda a \text{Cosh}\lambda b - \text{Sen}\lambda L \text{Cosh}\lambda a \text{Cos}\lambda b) + (\text{Cosh}\lambda x \text{Sen}\lambda x - \text{Senh}\lambda x \text{Cos}\lambda x) \left[\text{Senh}\lambda L (\text{Sen}\lambda a \text{Cosh}\lambda b - \text{Cos}\lambda a \text{Senh}\lambda b) + \text{Sen}\lambda L (\text{Senh}\lambda a \text{Cos}\lambda b - \text{Cosh}\lambda a \text{Sen}\lambda b) \right] \right\}$$

En el capítulo V se hace la aplicación de estas expresiones.

3

ANALISIS DE LA LUMBRERA

En este capítulo se presenta el análisis de la lumbrera, utilizando para ello el método del elemento finito.

Se consideran las condiciones hidrodinámicas existentes en la zona de lago de la ciudad de México, originadas por la explotación de los mantos acuíferos cuyo fin es el contribuir a abastecer de agua potable a la ciudad, ocasionando con ello un incremento de la presión efectiva en los diferentes estratos compresibles que forman el depósito de suelo y provocando con esto asentamientos importantes en dicha zona.

En el inciso 3.1 se presenta el cálculo de dichos asentamientos.

Se ha considerado además que debido al asentamiento del suelo se tendrán deslizamientos relativos pilote-suelo, generándose con esto fuerzas de fricción negativas y positivas. En el inciso 3.2 se expone el proceso de análisis utilizando la teoría presentada en la ref. 7.

Así mismo en el inciso 3.3 se presenta el procedimiento seguido para obtener las curvas que relacionan el esfuerzo cortante con el deslizamiento.

Y, finalmente, en el inciso 3.4 se hace el análisis de la lumbrera considerando lo expuesto en los incisos anteriores.

3.1.- Asentamientos

El cálculo de los asentamientos o enjutamientos del suelo se hace con base en los valores de la velocidad de reducción de los niveles piezométricos, $\tilde{\lambda}$, presentados en la ref. 9 y considerando la magnitud del asentamiento promedio dado por la ref. 10; para fines de cálculo se tomó $\tilde{\lambda}$ igual a 30 cm/año. Así mismo se consideran las propiedades elasto-plástico-viscosas de cada estrato, como el coeficiente elasto-plástico M_{ep} , β igual a M_t / M_{ep} , el coeficiente de consolidación C_v , éste último se utiliza para calcular el factor tiempo t en que se considera que a partir de éste $\tilde{\lambda}$ permanece constante, es decir, se considera que se le da el tiempo necesario al acuífero para que recupere su nivel piezométrico. Para el cálculo de estos enjutamientos se utilizó la siguiente expresión: (ref. 7)

$$S_{jt} = \left\{ M_{ep} \left[(T_{vc}) + \frac{\beta}{2.3} \right] \right\}_j \left[\frac{I}{2} (\tilde{\lambda}_j + \tilde{\lambda}_{j+1}) \right] d_j \quad 3-1$$

En base a 3.1 se calcularon los enjutamientos para I, 10 y 15 años considerando que $\tilde{\lambda}$ tenía un valor constante. En --

las tablas 3.1 a 3.3 aparecen los calculos hechos para obtener los asentamientos de la superficie de cada estrato y los asentamientos totales que se presentan en el punto medio de cada segmento en que se ha dividido la lumbrera. En las figuras 3.3 a 3.5 aparecen las gráficas de la variación de los asentamientos con la profundidad.

3.2.- Pilas de Fricción en Masa de Suelo en Consolidación

Al tener pilotes o pilas trabajando por fricción dentro de una masa de suelo consolidándose se presenta un cambio de fricción negativa a fricción positiva debido a lo siguiente. Considérese que es conocida la velocidad del hundimiento del suelo en toda la profundidad del depósito. En la superficie se tendrá una velocidad V_1 y en la punta de la pila V_2 , considerando por simplicidad una variación rectilínea de la velocidad del hundimiento con la profundidad de tal manera que $V_1 > V_2$, se tendrá que bajo estas condiciones la pila tenderá a deslizar, pero ésta no puede seguir cualquier velocidad, por consiguiente la pila tendrá un movimiento hacia abajo con una velocidad V_n donde $V_1 > V_n > V_2$. Así, si consideramos que la punta de la pila desacañca sobre un estrato de arcilla; como se ha supuesto, la pila penetra bajo una carga en la punta Q. Por lo que al presentarse un cierto deslizamiento de la pila con respecto al estrato de arcilla se generará por dicha causa fricción positiva a una cierta distancia Z_n . (fig. 3.6)

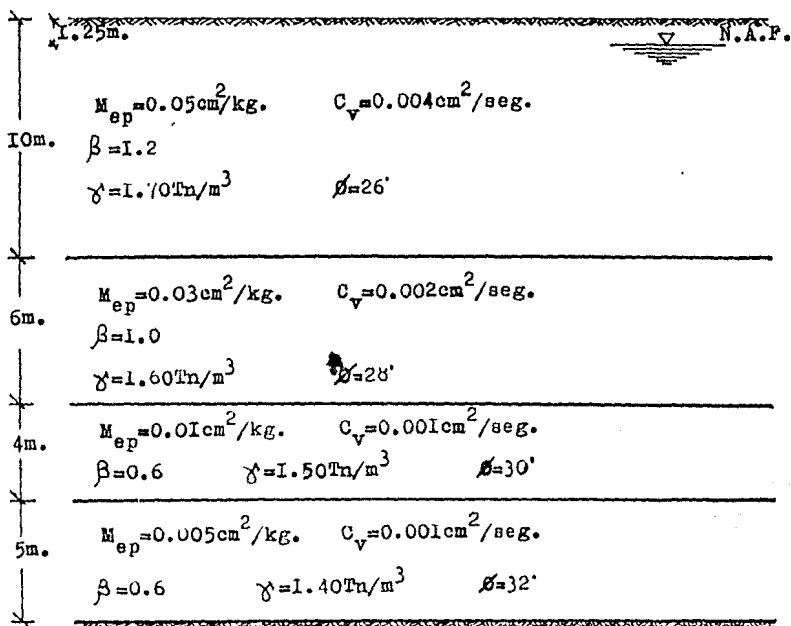
De los resultados obtenidos para los distintos períodos de tiempo considerados se observa, que para períodos mayores de 15 años la fricción positiva tiende a desaparecer generándose sólo fricción negativa a lo largo de todo el fuste de la lumbrera.

El fenómeno anterior se presenta cuando la deformación del suelo en la parte inferior de la lumbrera - hace que éste desarrolle toda su resistencia al esfuerzo cortante impidiendo con ello que la lumbrera penetre más en el estrato de arcilla.

3.3.- Curvas Esfuerzo Cortante-Deslizamiento

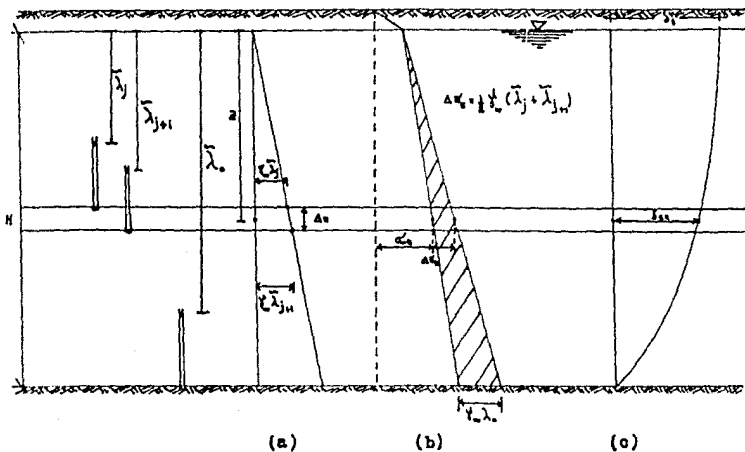
Considerando que debido al asentamiento del suelo se tendrán deslizamientos relativos pilote-suelo, es necesario calcular los esfuerzos cortantes que se generan en éste último por efecto de dichos deslizamientos; es decir se deben tener curvas esfuerzo-cortante-deslizamiento, las cuales están en función de la presión efectiva y dicha presión será la horizontal ya que ésta es la presión normal al deslizamiento. Para obtener dichas curvas se extrapolaron los valores de la presión efectiva del punto medio de cada uno de los 10 segmentos en que se divide la lumbrera, usando para ello curvas obtenidas en la ref. 8

En la figura 3.7 aparecen las curvas esfuerzo cortante-deslizamiento mencionadas.



PERFIL ESTRATIGRAFICO

FIGURA 3.I.



- (a) (b) (c)
- σ_e esfuerzo efectivo inicial
 $\Delta \sigma_e$ incremento de esfuerzo efectivo
 $\bar{\lambda}_{j,u}$ hundimiento del suelo a la profundidad z
 $\bar{\lambda}_j$ hundimiento del suelo en la superficie ($z=0$)

INCREMENTO DE ESPUERZOS EPECTIVOS DEBIDO A LA
 REDUCCION DE LOS NIVELES PIEZOMETRICOS

FIGURA 3.2.

Obtención del Asentamiento en la Frontera Superior
de cada Estrato

$$t_c = 1 \text{ año}$$

$$S_{t_c} = \left\{ M_{ep} \left[\phi(T_{vc}) + \beta/2.3 \right] \right\} \left[I/2\gamma_w (\tilde{\lambda}_j + \tilde{\lambda}_{j+1}) \right] d_j$$

$$\left[I/2\gamma_w (\tilde{\lambda}_j + \tilde{\lambda}_{j+1}) \right] = 0.03 \text{ kg/cm}^2$$

Estrato A	$S_A =$	$\left\{ 0.05 \left[0.52 + 1.2/2.3 \right] \right\} \left[0.03 \right] 1000 = 1.56 \text{ cm.}$
Estrato B	$S_B =$	$\left\{ 0.03 \left[0.61 + 1.0/2.3 \right] \right\} \left[0.03 \right] 600 = 0.56 \text{ "}$
Estrato C	$S_C =$	$\left\{ 0.01 \left[0.65 + 0.6/2.3 \right] \right\} \left[0.03 \right] 400 = 0.11 \text{ "}$
Estrato D	$S_D =$	$\left\{ 0.005 \left[0.52 + 0.6/2.3 \right] \right\} \left[0.03 \right] 500 = 0.06 \text{ "}$

Para obtener la variación del asentamiento con la profundidad se utiliza

$$S_{Bz} = S_B \left[1 - \frac{z^2}{H^2} \right]$$

en cada estrato, siendo S_B , igual al valor del máximo desplazamiento que se presenta en la frontera superior del estrato considerado, más la suma de los asentamientos en la frontera superior de cada uno de los estratos subyacentes. Los valores finales de los asentamientos se muestran en la fig. 3-3.

TABLA

3-1

Obtención del Asentamiento en la Frontera Superior
de cada Estrato

$$t_c = 10 \text{ años}$$

$$S_{t_c} = \left\{ M_{ep} \left[\rho(T_{vc}) + \beta/2.3 \right] \left[I/2\delta_w (\bar{\lambda}_j + \bar{\lambda}_{j+I}) \right] \right\} d_j$$

$$I/2\delta_w (\bar{\lambda}_j + \bar{\lambda}_{j+I}) = 0.30 \text{ kg/cm}^2$$

Estrato A	$S_A = \left\{ 0.05 \left[0.92 + 1.2/2.3 \right] \left[0.30 \right] 1000 \right\} = 21.63 \text{ cm.}$
Estrato B	$S_B = \left\{ 0.03 \left[0.95 + 1.0/2.3 \right] \left[0.30 \right] 600 \right\} = 7.48 \text{ "}$
Estrato C	$S_C = \left\{ 0.01 \left[0.96 + 0.6/2.3 \right] \left[0.30 \right] 400 \right\} = 1.47 \text{ "}$
Estrato D	$S_D = \left\{ 0.005 \left[0.72 + 0.6/2.3 \right] \left[0.30 \right] 500 \right\} = 0.74 \text{ "}$

Los valores finales de los asentamientos se presentan en la —
fig. 3-4.

TABLA

3-2

**Obtención del Asentamiento en la Frontera Superior
de cada Estrato**

$$t_c = 15 \text{ años}$$

$$S_{t_c} = \left\{ M_{ep} \left[\rho(T_{va}) + P/2.3 \right] \left[I/2\sigma_w(\bar{\lambda}_j + \bar{\lambda}_{j+1}) \right] d_j \right. \\ \left. \left[I/2\sigma_w(\bar{\lambda}_j + \bar{\lambda}_{j+1}) \right] = 0.45 \text{ kg/cm}^2 \right.$$

Estrato A	S_A	$=$	$\left\{ 0.05 \left[0.95 + 1.2/2.3 \right] \left[0.45 \right] 1000 \right.$	$=$	33.11 cm.
Estrato B	S_B	$=$	$\left\{ 0.03 \left[0.96 + 1.0/2.3 \right] \left[0.45 \right] 600 \right.$	$=$	11.30 "
Estrato C	S_C	$=$	$\left\{ 0.01 \left[0.97 + 0.6/2.3 \right] \left[0.45 \right] 400 \right.$	$=$	2.22 "
Estrato D	S_D	$=$	$\left\{ 0.005 \left[0.83 + 0.6/2.3 \right] \left[0.45 \right] 500 \right.$	$=$	1.23 "

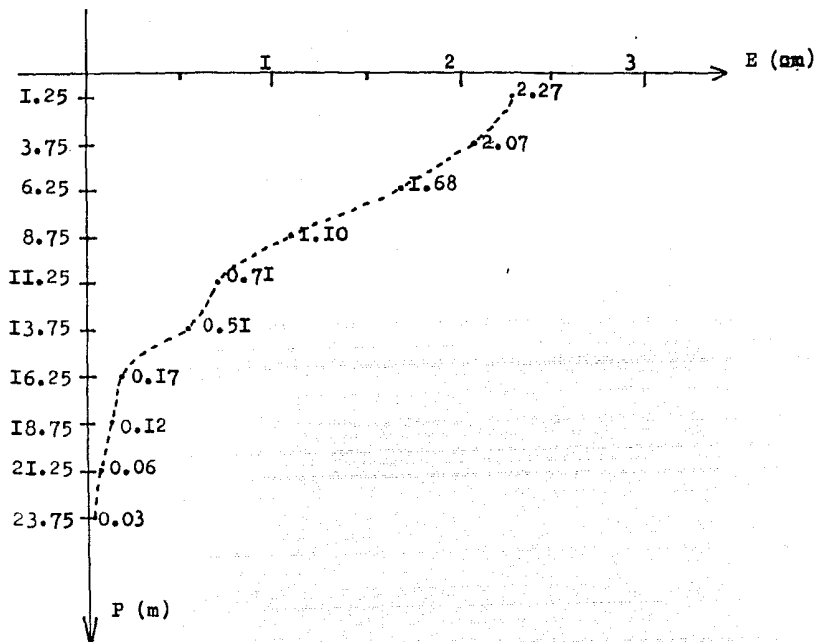
Los valores finales de los asentamientos se presentan en la --
fig. 3-5.

TABLA

3-3

Variación de los Asentamientos con la Profundidad

$t_c = 1$ año

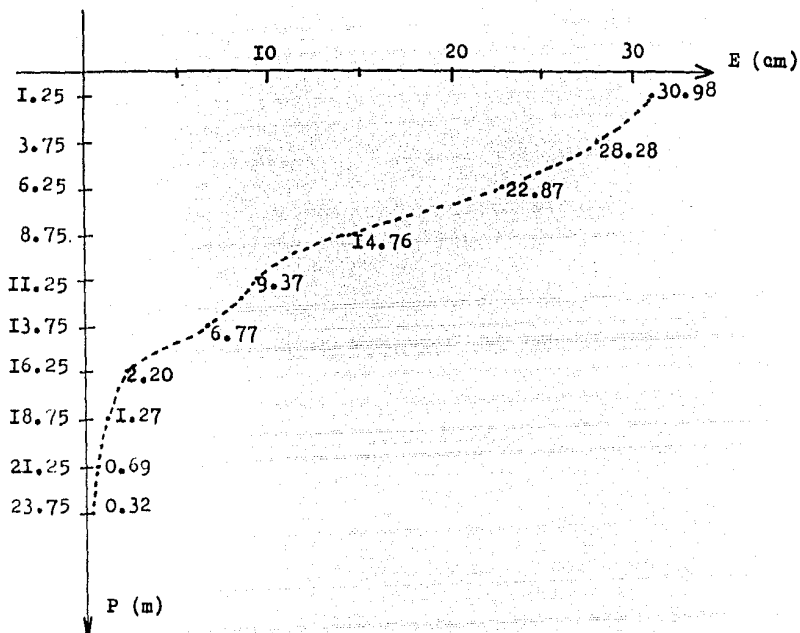


FIGURA

3-3

Variación de los Asentamientos con la Profundidad

$t_a = 10$ años



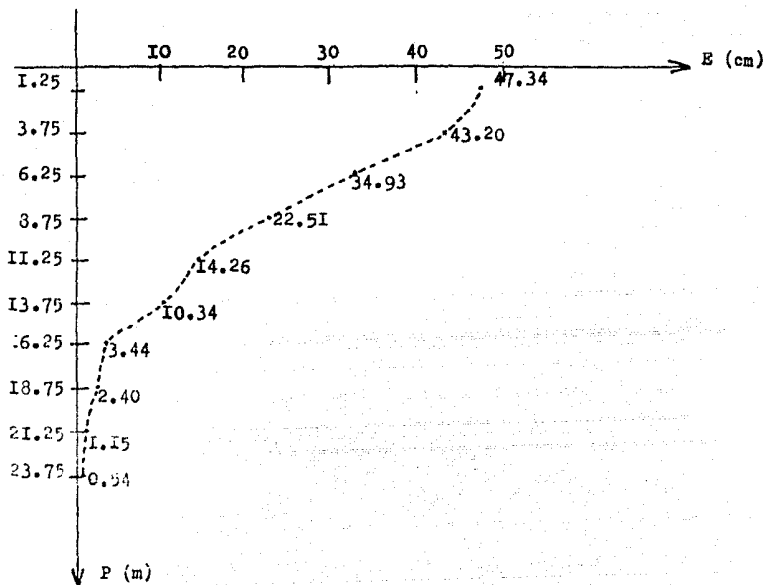
FIGURA

3-4

A PARTIR DE
ESTA PAGINA
FALLA DE
ORIGEN

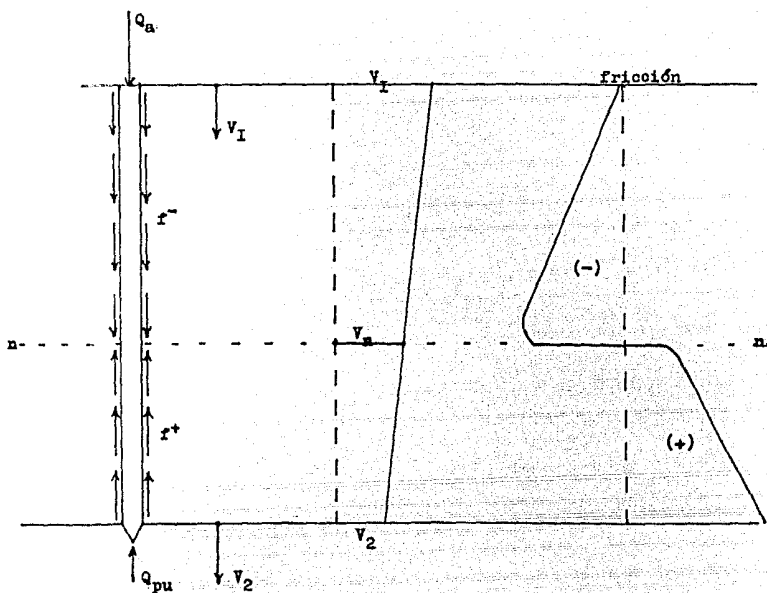
Variación de los Asentamientos con la Profundidad

$t_a = 15$ años



FIGURA

3-5



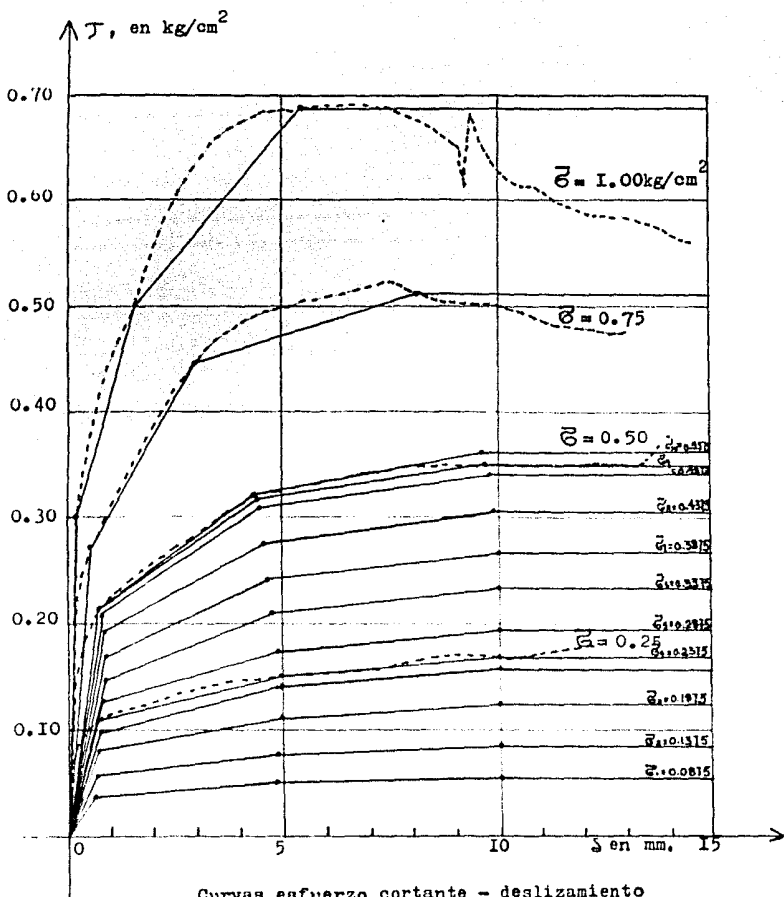
V_1 = Velocidad en la superficie del suelo

V_2 = Velocidad del suelo en la punta de la pila

V_n = Velocidad de la pila

MASA DE SUELO CONSOLIDÁNDOSE

FIGURA 3.6.



FIGURA

3-7

3.4.- Análisis

El análisis de la lumbrera se hizo utilizando el método del elemento finito discretizándola en diez elementos como se muestra en la fig. 3.8. Considerando el sistema de coordenadas locales x-y, para cada miembro es posible relacionar las fuerzas internas p con las p' referidas al sistema global X-Y, mediante

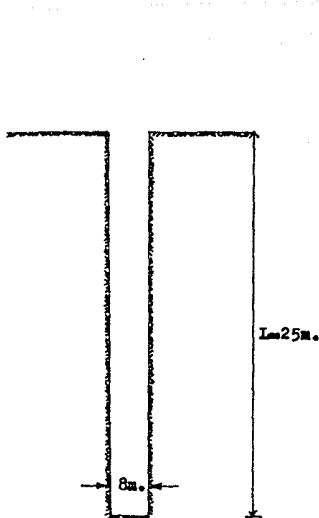
$$p = Tp'$$

donde, para el elemento I

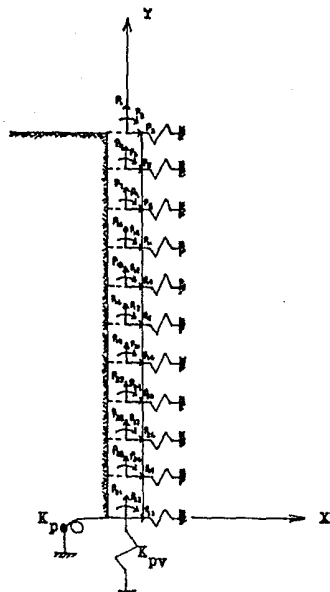
$$p = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ p_3 \\ p_4 \\ p_5 \\ p_6 \end{bmatrix} ; \quad p' = \begin{bmatrix} p'_1 \\ p'_2 \\ p'_3 \\ p'_4 \\ p'_5 \\ p'_6 \end{bmatrix}$$

siendo T la matriz que relaciona ambos vectores de fuerzas, y que está dada por

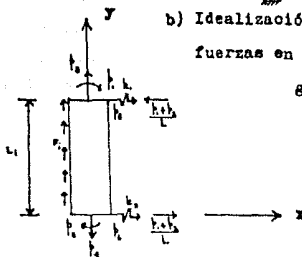
$$T = \begin{array}{c|cccccc} & p'_1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 0 & -I/L & I & 0 & I/L & 0 \\ 2 & 0 & -I/L & 0 & 0 & I/L & I \\ 3 & I & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & -I & 0 & 0 \\ 5 & 0 & I & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & I & 0 \end{array}$$



a) Corte Vertical de la Lumbra



b) Idealización de la Lumbra, fuerzas en las coordenadas globales



c) Elemento i, fuerzas en las coordenadas locales

FIGURA 3-8

teniendose también

$$d = Td'$$

3-3

siendo;

$$d' = \begin{bmatrix} D_1 \\ D_2 \\ D_3 \\ D_4 \\ D_5 \\ D_6 \end{bmatrix} ; \quad d = \begin{bmatrix} d_1 \\ d_2 \\ d_3 \\ d_4 \\ d_5 \\ d_6 \end{bmatrix}$$

La relación entre fuerzas internas y desplazamientos es

$$p = kd$$

3-4

para obtener la matriz de rigideces en coordenadas locales, k , se hace uso de los principios de la viga conjugada (ref. 6)

$$p_1 = \frac{4EI}{L} d_1 + \frac{2EI}{L} d_2$$

$$p_2 = \frac{2EI}{L} d_1 + \frac{4EI}{L} d_2$$

Por otro lado, el desplazamiento que se presenta en cada nudo, se distribuye entre los elementos que inciden a él proporcionalmente a su longitud, consecuentemente

$$p_3 = \frac{2EA}{L} d_3$$

$$p_4 = \frac{2EA}{L} d_4$$

Usando la ley de Hooke para los resortes horizontales, se tiene que

$$P_5 = k_1 d_5$$

$$P_6 = k_2 d_6$$

donde k_1 y k_2 se obtienen de considerar un confinamiento horizontal del suelo en función del módulo de reacción, el cual varía con la profundidad de la manera siguiente

$$k_s = 125 + 4.167Z \quad T/m^3$$

siendo k_s = módulo de reacción del suelo

Z = profundidad del nudo a partir de la superficie del suelo, en m.

Partiendo de una variación parabólica del módulo de reacción y discretizando éste en los nudos se obtienen reacciones equivalentes en los mismos, siendo (fig.3.9a)

$$k_1 = \frac{BL}{24}(7k_{s_1} + 6k_{s_{1+1}} - k_{s_{1+2}})$$

$$k_2 = \frac{BL}{24}(k_{s_1} + 10k_{s_{1+1}} + k_{s_{1+2}})$$

siendo B y L el ancho y la longitud del elemento y k_{s_1} , $k_{s_{1+1}}$, $k_{s_{1+2}}$, los valores del módulo de reacción en los nudos considerados, para cualquier elemento i.

Para el último elemento

$$k_1 = \frac{BL}{24}(k_{s_{11}} + 10k_{s_{10}} + k_{s_9})$$

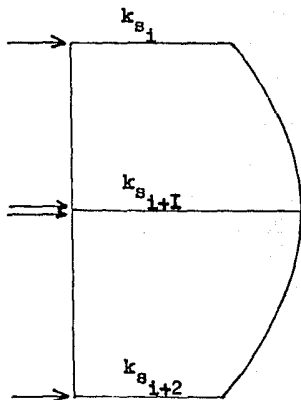
$$k_2 = \frac{BL}{24}(7k_{s_{11}} + 6k_{s_{10}} - k_{s_9})$$

$$k_I = \frac{BL(7k_{s_i} + 6k_{s_{i+1}} - k_{s_{i+2}})}{24}$$

$$k_2 = \frac{BL(k_{s_i} + 10k_{s_{i+1}} + k_{s_{i+2}})}{24}$$

$$k_I = \frac{BL(k_{s_{i+1}} + 6k_{s_{i+2}} - k_{s_{i+3}})}{24}$$

$$k_2 = \frac{BL(k_{s_{i+1}} + 10k_{s_{i+2}} + k_{s_{i+3}})}{24}$$



a) Variación parabólica del módulo de reacción horizontal del suelo

Elemento	k_I	k_2
1	642.363	1319.450
2	1388.900	1423.625
3	1493.075	1527.800
4	1597.250	1631.975
5	1701.425	1736.150
6	1805.600	1840.325
7	1909.775	1944.500
8	2013.950	2048.675
9	2118.125	2152.850
10	2222.300	2257.025

b) Valores de k_I y k_2 en T/m.

FIGURA

3-9

Finalmente

$$k = \begin{array}{c|cccccc} & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ \hline 1 & 4EI/L & 2EI/L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 2EI/L & 4EI/L & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 2EA/L & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & 2EA/L & 0 & 0 \\ 5 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_1 & 0 \\ 6 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k_2 \end{array}$$

Considerando 3-2, 3-3 y 3-4; para cualquier elemento se tiene

$$p = kd = kTd'$$

$$Tp' = kTd'$$

$$p' = T^T k T d' = T^T k T d' = k' d'$$

$$p' = k' d' \quad 3-5$$

Obtenidas, la matriz de rigidez y de transformación en cada elemento, k y T , se procede a calcular para cada uno

$$k' = T^T k T \quad 3-6$$

referida a las coordenadas globales.

Así, la matriz de rigidez de la estructura se obtiene como la aportación de todos los elementos en los grados de libertad correspondientes

$$K = \sum k' \quad 3-7$$

De acuerdo con el principio de superposición, las ecuaciones de equilibrio son: (ref. I)

$$KD = P \quad 3-8$$

donde el vector P , está compuesto al principio, por el peso -

de cada elemento; suponiendo que la mitad de éste está con -
centrado en cada extremo; se considera además el peso muerto
de la alcancía, bajo el colector y la porción del mismo bajo
la lumbrera, teniéndose así un primer valor de P_{3I} ; resolvi-
endo 3-8 para calcular los desplazamientos

$$D = K^I P \quad 3-9$$

Obteniendo así el vector de desplazamientos de los nudos de
la estructura. A partir de estos desplazamientos se calculan
las deformaciones de cada elemento, considerando que el des-
plazamiento que se presenta en cada nudo se reparte propor-
cionalmente a la longitud de cada uno de los elementos que -
inciden a él. Con la carga en la punta (P_{3I}) y la rigidez -
ante cargas verticales del colector (K_{pv} , capítulo 4), se -
calcula el desplazamiento en la punta $D_p(I)$ como

$$D_p(I) = \frac{P_{3I}}{K_{pv}} \quad 3-10$$

pu diéndose dar $D_p(I)$ como dato en caso de tener estimaciones
previas de su valor. Con el desplazamiento en la punta y el
valor de la consolidación del suelo en el punto medio de ca-
da elemento, considerando además su deformación se calculan-
los deslizamientos de cada uno de ellos.

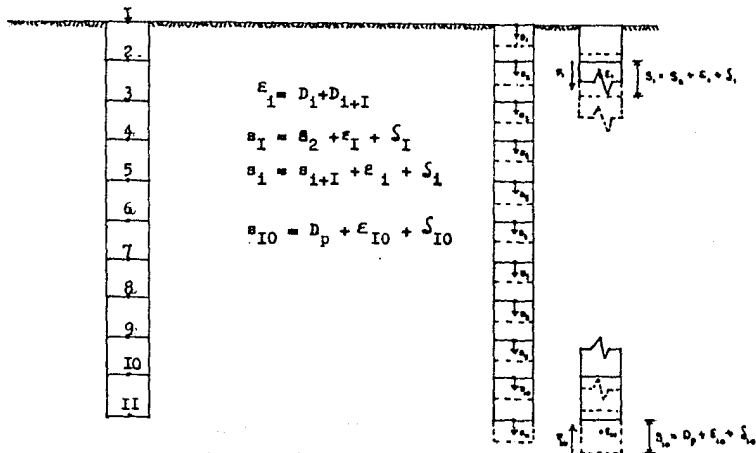
Para el elemento I0 se tiene

$$s_{I0} = D_p + \epsilon_{I0} + s_{I0} \quad 3-II$$

para los elementos restantes se tiene

$$s_i = s_{i+I} + \epsilon_i + s_i$$

haciéndose los calculos de abajo hacia arriba (fig. 3.10)



CALCULO DE LOS DESLIZAMIENTOS

FIGURA 3-10

donde

ϵ_i = Deformación total del elemento i

s_i = Enjutamiento del suelo en el punto medio del elemento i

D_p = Desplazamiento de la punta

s_i = Deslizamiento del elemento i.

Con el deslizamiento, s_i , de cada elemento se entra a las curvas esfuerzo cortante-deslizamiento obtenidas con base en la ref. 8 (fig. 3.7) para obtener el esfuerzo cortante respectivo. Calculandose la carga de fricción con

$$F_i = L_i \tau_i C_i \quad 3-12$$

siendo L_i = Longitud del elemento i

τ_i = Esfuerzo cortante entre el elemento i y el suelo

C_i = Perímetro del elemento i

Con las fuerzas de fricción y el peso propio se calculan las fuerzas normales en cada elemento, sumandose algebraicamente y designandolas por N; este proceso se hace de arriba hacia abajo. A partir de estas se calcula un nuevo vector P en el que ya se incluye las fuerzas de fricción. Con este vector se resuelve nuevamente 3-9 obteniendo un nuevo vector de deslizamientos, $s(2)$ y el esfuerzo cortante y la fricción correspondiente.

Calculandose nuevamente las fuerzas normales y teniendo así un segundo valor de los deslizamientos, se define el cambio de deslizamiento como

$$s = \frac{s_1^I + s_1^2}{s_1} \quad 3-13$$

Si se obtiene para cada elemento un valor de s menor o igual a 0.01, el problema se considera resuelto. Cumpliéndose que el desplazamiento en la punta $D_p(I)$ del ciclo anterior es igual al obtenido en el último ciclo $D_p(2)$. En caso contrario se sigue iterando hasta lograr la tolerancia deseada. Este proceso iterativo se debe al comportamiento no lineal del suelo ya que el $D_p(I)$ no se conoce de antemano.

RESUMEN

1er Ciclo

- a) Obtención de $D_p(I)$.
- b) Cálculo de los deslizamientos. $s(I)$
- c) Obtención del esfuerzo cortante y cálculo de fuerzas de fricción. $Z(I)$, $F(I)$
- d) Cálculo de las fuerzas normales. N

2o Ciclo

- e) Cálculo del nuevo vector de fuerzas. $P(2)$
- f) Obtención del vector de desplazamientos. $D(2)$
- g) Cálculo de las deformaciones. $\epsilon(2)$
- h) Cálculo de $D_p(2)$.
- i) Cálculo de deslizamientos, esfuerzo cortante y fuerzas de fricción. $s(2)$, $Z(2)$, $F(2)$

j) Cálculo de fuerzas normales. N(2)

k) Convergencia $s(1) = s(2)$.

1.- Sí (l)

2.- No (e)

l) Cálculo de acciones mecánicas.

m) Fin.

4

INTERACCION COLECTOR - LUMBRERA - SUELO

El sistema colector - lumbrera - suelo, se dividió en dos subsistemas, uno colector - suelo y otro lumbrera - suelo, los cuáles se analizaron según se describe en los capítulos anteriores.

A fin de integrar estos subsistemas se consideró que el efecto que el subsistema colector - suelo ejerce sobre la lumbrera, es una restricción; tanto al giro debido a la presencia de un momento en la punta, como al desplazamiento vertical provocado por la acción de una fuerza en esta dirección.

Así, basandose, en el equilibrio de fuerzas y en la compatibilidad de desplazamientos que debe tenerse en la unión de estos dos subsistemas, se calcularon en el inciso 4.1 - las rigideces equivalentes del subsistema colector - suelo, K_{pv} y K_{pe} , indicando la secuencia de cálculo utilizada.

Teniéndose de esta manera idealizado el sistema colector - lumbrera - suelo, se procede, en el inciso 4.2, a consi

derar el efecto sísmico, calculando primero el período de vibración de la masa de suelo, como la suma de los períodos de vibración de cada uno de los estratos, que forman el perfil de suelo, según se muestra en la figura 4.2.

Una vez calculado este período y considerando que el desplazamiento máximo en la superficie del suelo en la zona compresible, bajo condiciones de sismo, registrado en la ciudad de México es del orden de 15cm. (ref.II), se procede con base en éste, al cálculo de los desplazamientos en los extremos de cada elemento en que se ha dividido la lumbrera.

Con estos desplazamientos se calculan, utilizando la ley de Hooke, las fuerzas horizontales que se presentan en la lumbrera por efecto de sismo en el suelo.

4.I.- Cálculo de las Rigideces Equivalentes al Subsistema Colector - Suelo

A fin de integrar los subsistemas colector - suelo y lumbrera - suelo, se parte de que en la unión debe cumplirse equilibrio de fuerzas y compatibilidad de desplazamientos. Así, partiendo de la definición de rigidez, se aplicó una carga vertical P_v igual a 1000 Ton. en el centro del colector, obteniéndose el desplazamiento D_{pv} en este punto.

De la ley de Hooke se obtiene que la rigidez equivalente al subsistema colector - suelo, ante cargas verticales,

es:

$$K_{pv} = \frac{P_v}{D_{pv}} = \frac{1000}{0.0213} \frac{\text{Ton}}{\text{m}} = 46950 \text{ T/m}$$

el procedimiento se ilustra en la figura 4.I.

De manera semejante, para momento se tiene:

$$K_{pe} = \frac{P_e}{D_{pe}} = \frac{1000 \text{ Ton-m}}{0.000142 \text{ rad}} = 7.042 \times 10^6 \text{ Ton-m/rad}$$

Finalmente, para obtener los diagramas de acciones mecánicas tanto en el colector como en la lumbrera, se procedió de la siguiente manera:

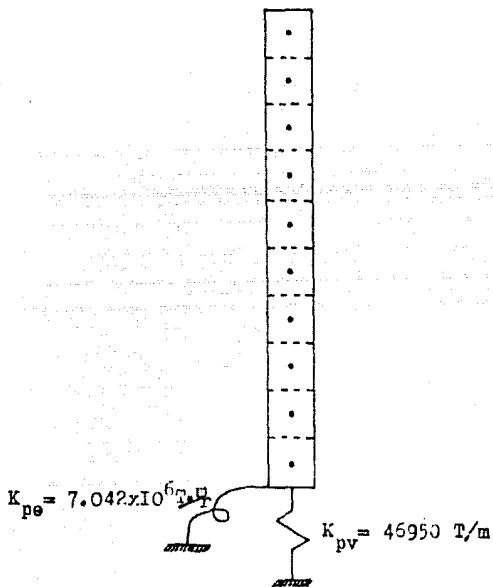
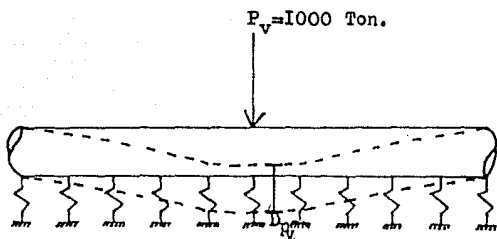
I.- Análisis del subsistema colector - suelo con una carga vertical de 1000 Ton. y el momento de 1000 Ton-m en el centro del mismo. Cálculo de K_{pv} y K_{pe} .

2.- Análisis del subsistema lumbrera - suelo.

2a.- Obtención de la descarga en la punta de la lumbrera, P_v y P_e y desplazamientos D_{pv} y D_{pe} .

2b.- Cálculo de las acciones mecánicas.

3.- Cálculo de las acciones mecánicas en el colector considerando la descarga que le transmite la lumbrera. (P_v)



Obtención de K_{pv}

FIGURA

4- I

4.2.- Cálculo del Período de Vibración de la Masa de Suelo

El período fundamental de vibración, de un suelo comprensible estratificado, T , se puede calcular en términos de las propiedades de cada uno de los estratos. Así siendo ΔT_i el tiempo necesario para que una onda de cortante con velocidad, V_{s_i} , recorra un estrato de espesor d_i , el período de vibración de una masa de suelo como la mostrada en la figura 4.2, se obtiene con la contribución de los distintos, ΔT_i .

De acuerdo con la ref. 7

$$T_i = \frac{4d_i}{(V_s)_i} \quad 4-1$$

El período total de la masa de suelo es

$$T = \sum \Delta T_i \quad 4-2$$

siendo además;

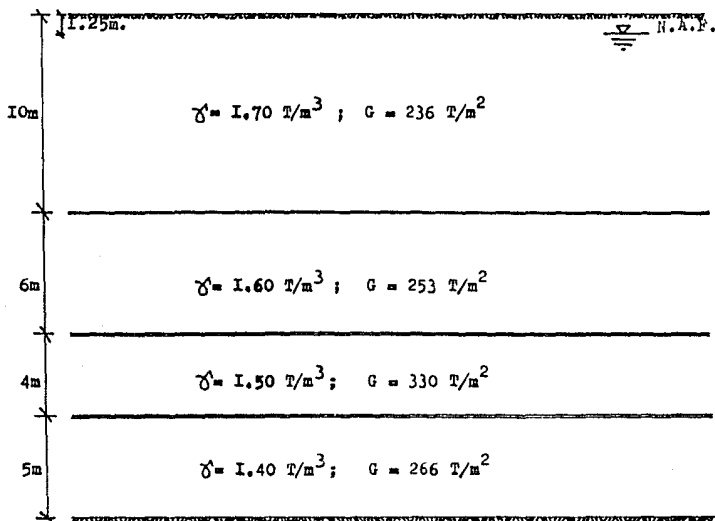
$$(V_s)_i = \sqrt{\frac{G_i}{\rho_i}} \quad 4-3$$

dónde, G_i representa el módulo de elasticidad dinámico en cortante, en Ton/m^2 .

γ_i ,

$$\rho_i = \frac{\gamma_i}{g} \quad 4-4$$

dónde, ρ_i es la densidad de masa del estrato en $\text{Ton-seg}^2/\text{m}^4$, γ_i es el peso volumétrico del suelo en T/m^3 , y g , la aceleración de la gravedad igual a $9.81 \text{ m}/\text{seg}$.



Propiedades del Suelo

FIGURA

4-2

Así el período fundamental de vibración, T , se obtiene, calculando primero, para cada estrato, la densidad de masa, ρ_i , la velocidad de ondas de cortante, V_{s_i} , y el tiempo- ΔT_i . Los cálculos se muestran en la siguiente tabulación:

Cálculo del Período Fundamental de la Masa
de Suelo

Profundidad (m)	d_i (m)	γ_i (T/m ³)	ρ_i (T-s ² /m ⁴)	G_i (T/m ²)	V_{s_i} (m/s)	ΔT_i (Seg)
0-10	10	1.70	0.1733	236	36.903	1.0840
10-16	6	1.60	0.1631	253	39.385	0.6094
16-20	4	1.50	0.1529	330	46.456	0.3444
20-25	5	1.40	0.1427	266	43.173	0.4633
Σ						2.5011

De ahí que el período fundamental sea de acuerdo con 4-2

$$T = 2.50 \text{ Seg.}$$

Considerando que el desplazamiento máximo horizontal en la superficie del suelo, bajo sismo, registrado en la ciudad de México es del orden de 15cm. (ref. II), se tiene que para obtener los desplazamientos horizontales γ_i , y los esfuerzos cortantes τ_i , a diferentes profundidades viene dado por: (ref. 7)

$$\gamma_{i+1} = A_i \gamma_i - B_i \tau_i \quad 4-5$$

$$\tau_{i+1} = C_i (\gamma_i + \gamma_{i+1}) + \tau_i \quad 4-6$$

siendo $\gamma_0 = 15\text{cm.}$, y considerando los valores para cada estrato de A_i , B_i , C_i y N_i .

donde

$$A_i = \frac{I - N_i}{I + N_i} \quad 4-7$$

$$B_i = \frac{I}{I + N_i} \frac{d_i}{G_i} \quad 4-8$$

$$C_i = \frac{I}{2} \frac{C_i}{d_i} \frac{d_i^2 w_n^2}{G_i} \quad 4-9$$

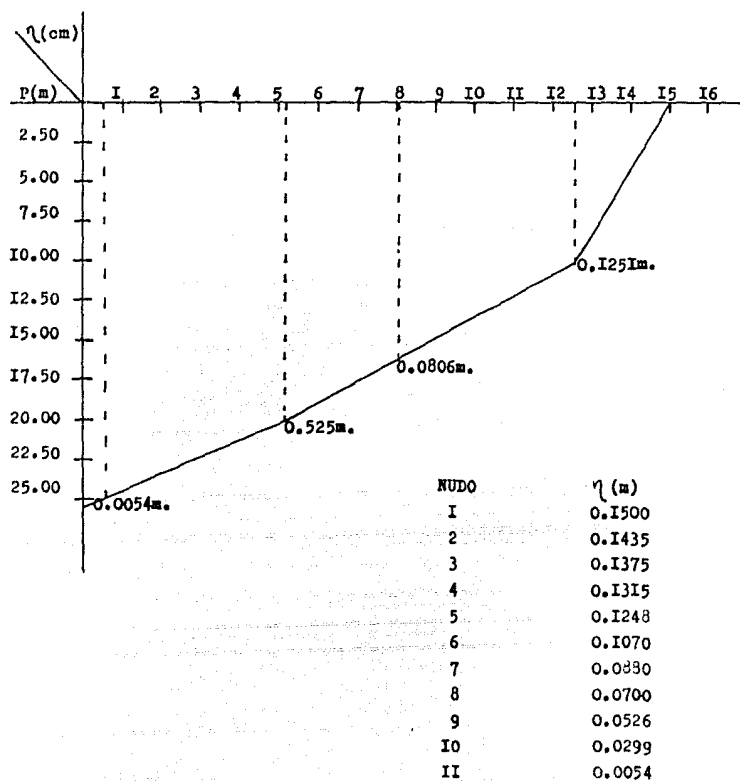
$$N_i = \frac{G_i d_i^2 w_n^2}{4G_i} \quad 4-10$$

Considerando las relaciones anteriores se presenta a continuación el cálculo de los desplazamientos horizontales.

Cálculo de los Desplazamientos Horizontales

Estrato	d_i (m)	N_i	A_i	B_i (m^3/T)	C_i (T/m^3)	γ_i (m)	Z_i (T/m^2)
						$\gamma_0 = 0.15$	
1	10	0.1200	0.7900	0.038	5.469	0.1251	1.5507
2	6	0.0366	0.9294	0.023	3.038	0.0806	2.1859
3	4	0.0117	0.9769	0.012	1.930	0.0525	2.4428
4	5	0.0212	0.9586	0.018	2.252	0.0054	2.5732

En función de los desplazamientos anteriores se procedió a graficar los valores de los desplazamientos en los extremos de cada elemento según se muestra en la fig. 4.3.



Obtención de Desplazamientos Horizontales

FIGURA

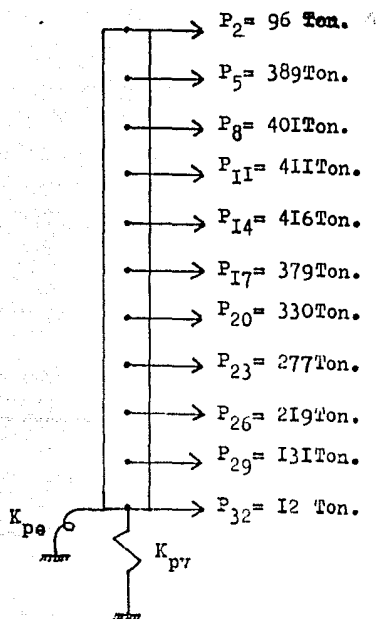
4-3

Con los desplazamientos anteriores y utilizando la ley de Hooke, donde las constantes de los resortes se calculan como se indica en el inciso 3.4 (fig. 3.9b), se obtiene para cada extremo de los elementos que forman la lumbrera las fuerzas horizontales equivalentes al sismo. (fig. 4.4)

Una vez calculadas las fuerzas horizontales que actúan bajo sismo se analiza la lumbrera, utilizando la teoría presentada en el capítulo 3. Obteniéndose los resultados que se muestran en el capítulo V.

De

$$P_i = K_i \gamma_i$$



Fuerzas Horizontales Equivalentes al Efecto de Sismo en el Suelo

FIGURA

4-4

5

RESULTADOS

En éste capítulo se presentan los resultados obtenidos en el análisis de la lumbrera y del colector, basandose en la teoría expuesta en los capítulos previos, se presentan primero datos generales de estos elementos.

Se analizó el colector por los metodos del elemento finito, diferencias finitas y de Hetenyi expuestos en el capítulo 2, - considerando la descarga que le trasmite la lumbrera, para la consolidación del suelo en el periodo de un año.

Se exponen enseguida los resultados obtenidos en el análisis de la lumbrera, considerando la consolidación del suelo, para periodos de 1, 10 y 15 años. En los cuales ya se toma en cuenta la idealización, hecha del colector; sustituyendolo por sus rigideces equivalentes, K_{pv} y K_{pe} calculadas en el capítulo 4.

De los resultados obtenidos para los distintos periodos de consolidación del suelo considerados, se observa, que para periodos de tiempo mayores de 15 años, la -

fricción positiva tiende a desaparecer, generándose sólo -- fricción negativa a lo largo de todo el fuste de la lumbrera. El fenómeno anterior se presenta cuando la deformación del -- suelo en la parte inferior de la lumbrera hace que, éste desarrolle toda su resistencia al esfuerzo cortante, impidiendo -- con ello que la lumbrera penetre más en el estrato de arcilla. En la figura 5.8 se presenta una grafica que relaciona la carga axial con el periodo de tiempo, t_c , en que se considera -- que $\bar{\lambda}$ permanece constante. Observandose que a partir de $t_c = 25$ años, la variación de la carga axial sobre el colector es casi nula; ocasionando con ello que la lumbrera no penetre más en el estrato de arcilla con la consecuente desaparición de fricción positiva.

5.1.- Datos Generales

En la figura 5.1 se presentan los datos generales del sistema colector-lumbrera-suelo y la expresión para calcular k_{sv} (ref I2) en función de la relación de poisson, ν , y del -- módulo de elasticidad, E_s , del suelo.

5.2.- Análisis del Colector

5.2.1.- Elemento Finito

Se presentan en la tabla 5.1 los desplazamientos y giros externos X , los desplazamientos y giros internos e y las fuerzas internas F que se presentan en el colector.

En la fig. 5.2 se grafican los desplazamientos, momentos flexionantes y fuerza cortante.

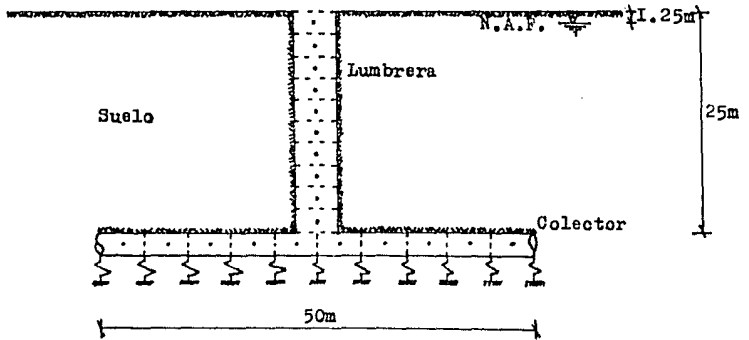
5.2.2.- Diferencias Finitas

En la tabla 5.2 se muestra el vector de desplazamientos Y . A partir de éste se obtienen; reacciones, fuerza cortante y momento flexionante. En la fig. 5.3. se grafican estas acciones mecánicas.

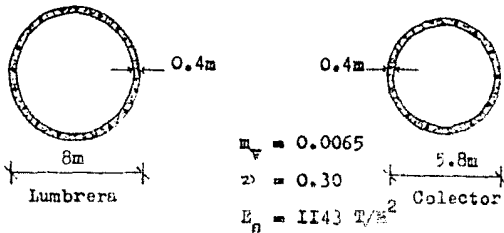
5.2.3.- Solución de Hetenyi

Se presentan los cálculos hechos para obtener; desplazamientos, momento flexionante y fuerza cortante, resolviéndose estos valores en la tabla 5.3, y graficándolos en la fig. 5.4. Finalmente en la tabla 5.4 se presentan los resultados de momento flexionante, fuerza cortante y desplazamientos obtenidos por los tres métodos.

5.I- Datos Generales



Discretización del Sistema



$$k_{sv} B = \beta_z \frac{E_B}{(1 - \nu^2)} \sqrt{\frac{B}{L}} ; \quad k_{sv} = 250 \text{ T/M}^3$$

donde: B = ancho del colector
 L = longitud de un segmento

$$\beta_z = f(L/B)$$

FIGURA 5-I

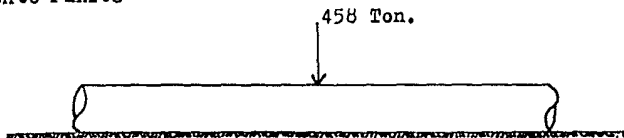
5.2.I. Elemento Finito

X		e		F	
I	0.00044 rad	I	9.97×10^{-7} rad	I	0.00 T-m
2	0.00044 "	2	-1.99×10^{-6} "	2	-42.10 "
3	0.00042 "	3	6.88×10^{-6} "	3	42.10 "
4	0.00037 "	4	-1.08×10^{-5} "	4	-206.00 "
5	0.00024 "	5	2.23×10^{-5} "	5	206.00 "
6	0.00000 "	6	-3.20×10^{-5} "	6	-572.00 "
7	-0.00024 "	7	5.58×10^{-5} "	7	572.00 "
8	-0.00037 "	8	-7.09×10^{-5} "	8	-1210.00 "
9	-0.00042 "	9	1.09×10^{-4} "	9	1210.00 "
10	-0.00044 "	10	-1.32×10^{-4} "	10	-2180.00 "
11	-0.00044 "	11	1.32×10^{-4} "	11	2180.00 "
12	0.00116 "	12	-1.09×10^{-4} "	12	-1210.00 "
13	0.00337 "	13	7.09×10^{-5} "	13	1210.00 "
14	0.00554 "	14	-5.58×10^{-5} "	14	-572.00 "
15	0.00754 "	15	3.20×10^{-5} "	15	572.00 "
16	0.00910 "	16	-2.33×10^{-5} "	16	-206.00 "
17	0.00976 "	17	1.08×10^{-5} "	17	206.00 "
18	0.00910 "	18	-6.88×10^{-6} "	18	-42.10 "
19	0.00754 "	19	1.99×10^{-6} "	19	42.10 "
20	0.00554 "	20	-9.97×10^{-7} "	20	0.00 "
21	0.00337 "	21	0.00116 m	21	8.41 "
22	0.00116 "	22	0.00337 "	22	24.50 "
		23	0.00554 "	23	40.20 "
		24	0.00754 "	24	54.60 "
		25	0.00910 "	25	65.90 "
		26	0.00976 "	26	70.70 "
		27	0.00910 "	27	65.90 "
		28	0.00754 "	28	54.60 "
		29	0.00554 "	29	40.20 "
		30	0.00337 "	30	24.50 "
		31	0.00116 "	31	8.41 "

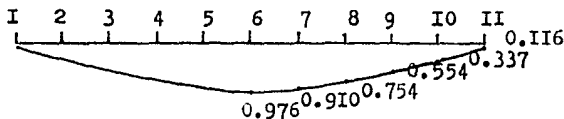
TABLA

5-I

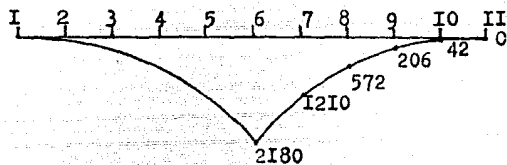
Elemento Finito



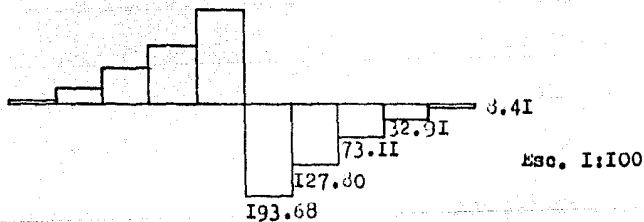
D (cm)



M (T-m)



V (Ton)



FIGURA

5-2

5.2.2.- Diferencias Finitas

Deflexiones. (m)

$$y_1=0.00114, y_2=0.00333, y_3=0.00550, y_4=0.00752, y_5=0.00914$$
$$y_6=0.00991, y_7=0.00914, y_8=0.00752, y_9=0.00550, y_{10}=0.00333$$
$$y_{11}=0.00114.$$

Reacciones (Ton) $R_1=750y_1$

$$R_1=750(0.00114)=8.27, R_2=750(0.00333)=24.14,$$
$$R_3=750(0.00550)=39.88, R_4=750(0.00752)=54.52,$$
$$R_5=750(0.00914)=66.27, R_6=750(0.00991)=71.85,$$
$$R_7=R_5, R_8=R_4, R_9=R_3, R_{10}=R_2, R_{11}=R_1.$$

Momento flexionante (T-m)

$$M_1=0, M_2=8.27(5)=41.35, M_3=8.27(10)+24.14(5)=203.40,$$
$$M_4=8.27(15)+24.14(10)+39.88(5)=564.85,$$
$$M_5=8.27(20)+24.14(15)+39.88(10)+54.52(5)=1199.00,$$
$$M_6=8.27(25)+24.14(20)+39.88(15)+54.52(10)+66.27(5)=2164.00,$$
$$M_7=1199.00, M_8=564.85, M_9=203.40, M_{10}=41.35, M_{11}=0.$$

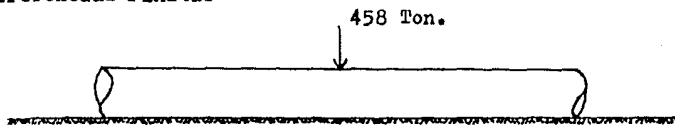
Fuerza cortante (Ton)

$$\text{Tramo 1-2} \quad V=8.27$$
$$\text{Tramo 2-3} \quad V=8.27+24.14=32.41$$
$$\text{Tramo 3-4} \quad V=8.27+24.14+39.88=72.29$$
$$\text{Tramo 4-5} \quad V=8.27+24.14+54.52+66.27=126.81$$
$$\text{Tramo 5-6} \quad V=8.27+24.14+54.52+66.27+71.85=193.08$$

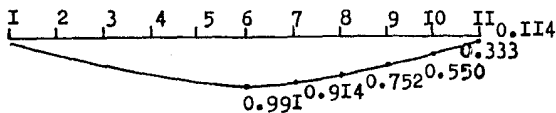
TABLA

5-2

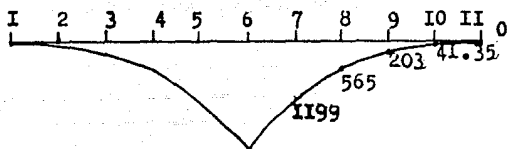
Diferencias Finitas



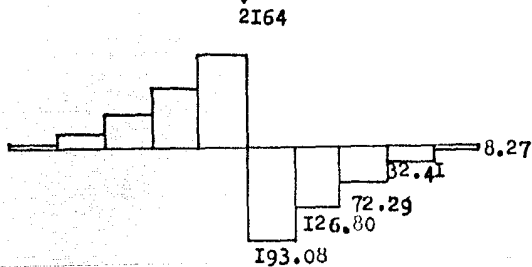
D (cm)



M (Ton-m)



V (Ton)



Esc. 1:100

FIGURA

5-3

5.2.3.- Solución de Hetenyi

Considerando
$$\lambda = \sqrt[4]{\frac{k_{BV} B}{4EI}} = \sqrt[4]{\frac{250 \times 5.8}{4 \times 1.41 \times 10^6 \times 24.87}} = 0.0566 \text{ m}^{-1}$$

siendo k_{BV} = módulo de reacción del suelo

E = módulo de elasticidad del concreto

I = momento de inercia de la sección transversal del colector

B = Ancho del colector

Se tiene aplicando las ecs. 2-17, 2-18 y 2-19:

Deflexiones (m)

$$y_6 = 0.00972, \quad y_5 = y_7 = 0.00907, \quad y_4 = y_8 = 0.00755,$$

$$y_3 = y_9 = 0.00561, \quad y_2 = y_{10} = 0.00351,$$

$$y_1 = y_{11} = 0.00138.$$

Momentos flexionantes (t-m)

$$M_6 = 2187, \quad M_5 = M_7 = 1216, \quad M_4 = M_8 = 573,$$

$$M_3 = M_9 = 204, \quad M_2 = M_{10} = 39, \quad M_1 = M_{11} = 0.$$

Fuerzas Cortantes (T)

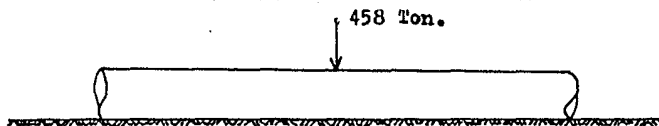
$$V_0 = 0, \quad V_5 = 17.78, \quad V_{10} = 51.01, \quad V_{15} = 99.00,$$

$$V_{20} = 159.93, \quad V_{25} = 229.00.$$

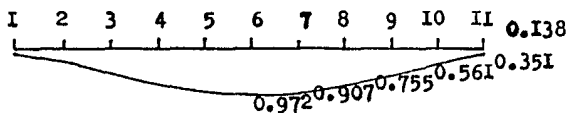
TABLA

5-3

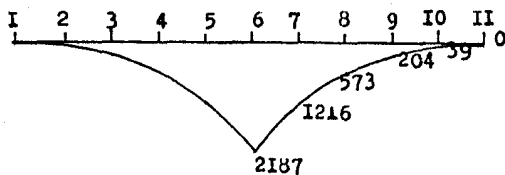
Solución de Hetenyi



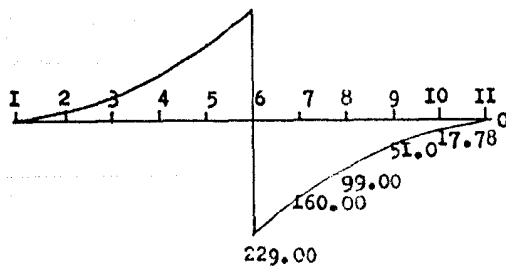
D (cm)



M (T-m)



V (T)



Esc. 1:100

5.2.4.- Resumen de resultados

Sección	Desplazamientos (cm)			Momentos (T-m)			Cortantes (Ton)		
	E.F.	D.F.	H.	E.F.	D.F.	H.	E.F.	D.F.	H.
I	0.116	0.114	0.137	0.0	0.0	0.0			
							8.4	8.3	8.9
2	0.337	0.333	0.351	42.0	41.4	39.0			
							33.0	32.4	34.4
3	0.554	0.550	0.561	206.0	203.4	204.0			
							73.1	72.3	75.0
4	0.754	0.752	0.755	572.0	565.0	573.0			
							127.7	126.8	129.4
5	0.910	0.914	0.907	1210.0	1199.0	1216.0			
							193.7	193.1	194.5
6	0.976	0.991	0.972	2180.0	2164.0	2187.0			

E.F. - Elemento Finito

D.F. - Diferencias Finitas

H. - Hetenyi

5.3.- Análisis de la Lumbraera

5.3.I.- Vector inicial de cargas Externas P y resultados de momentos en los extremos de cada elemento.

	Vector Inicial		Momentos en los Extremos	
	P (Ton)	Elemento	(T-m)	
I	-0.001	1	0.00	-72.16
3I	-733.500	2	72.16	-414.91
2	96.000	3	414.91	-1022.72
5	389.000	4	1022.72	-1892.21
8	401.000	5	1892.21	-3009.32
11	411.000	6	3009.32	-4268.87
14	416.000	7	4268.87	-5541.27
17	379.000	8	5541.27	-6689.20
20	330.000	9	6689.20	-7564.00
23	277.000	10	7564.00	-7942.11
26	219.000			
29	131.000			
32	12.000			

TABLA

5-5

5.3.2.- Consolidación del suelo para $t_c = 1$ año.

Elemento	Deslizamiento (m)	Fuerza de Fricción (Ton)	Carga (Ton)	Axial
1	0.0125	-50.27	-35.34	156.29
2	0.0105	-70.37	-156.29	297.35
3	0.0066	-98.03	-297.35	466.05
4	0.0009	-99.84	-466.05	636.53
5	-0.0030	128.75	-636.53	578.44
6	-0.0049	183.98	-578.44	465.13
7	-0.0082	214.90	-465.13	320.91
8	-0.0086	241.80	-320.91	149.78
9	-0.0092	257.57	-149.78	37.13
10	-0.0095	273.95	37.13	457.777

Desplazamientos de la Lumbra :
(Extremo Superior del I^{er} Elemento)

Vertical = -0.01025 m.

Horizontal = 0.11385 m.

Angular = 0.00186 rad.

TABLA

5-6

5.3.3.- Consolidación del suelo para $t_0 = 10$ años.

Elemento	Deslizamiento (m)	Fuerza de Fricción (Ton)	Carga Axial (Ton)
I	0.2825	-50.26	-35.34 156.30
2	0.2555	-70.36	-156.30 297.38
3	0.2015	-105.55	-297.38 473.64
4	0.1205	-163.30	-473.64 707.70
5	0.0666	-168.37	-707.70 946.78
6	0.0408	-189.55	-946.78 1224.82
7	-0.0048	219.90	-1224.82 1092.64
8	-0.0139	245.00	-1092.64 918.28
9	-0.0195	257.58	-918.28 731.36
10	-0.0231	276.00	-731.36 1226.34

Desplazamientos de la Lumbra : Vertical = -0.02725 m.
(Extremo Superior del 1^{er} Elemento)

Horizontal = 0.11385 m.

Angular = 0.00186 rad.

TABLA

5-7

A PARTIR DE

ESTA PAGINA

FALLA DE

ORIGEN

5.3.4.- Consolidación del suelo para $t_0 = 15$ años.

Elemento	Deslizamiento (m)	Fuerza de Fricción (Ton)	Carga Axial (Ton)
1	0.4392	-50.26	-35.34 156.30
2	0.3978	-70.36	-156.30 297.38
3	0.3151	-105.55	-297.38 473.64
4	0.1910	-163.30	-473.64 707.70
5	0.1086	-168.37	-707.70 946.78
6	0.0695	-189.55	-946.78 1224.82
7	0.0007	-118.80	-1224.82 1414.07
8	-0.0092	245.00	-1414.07 1239.71
9	-0.0218	257.58	-1239.71 1052.79
10	-0.0278	276.00	-1052.79 1547.77

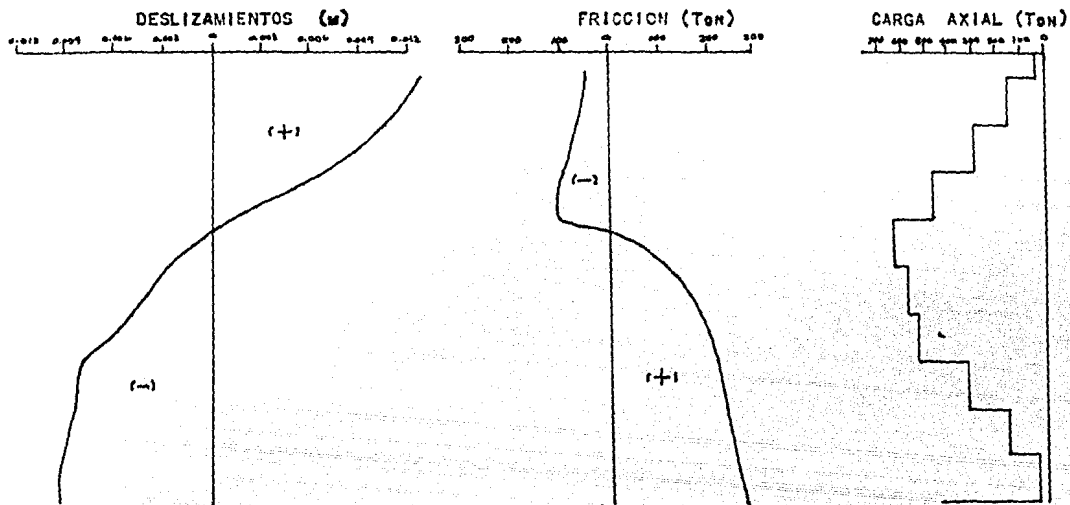
Desplazamientos de la Lumbra :
(Extremo Superior del 1^{er} Elemento)

Vertical = -0.03421 m.
Horizontal = 0.11385 m.
Angular = 0.00186 rad.

TABLA

5-8

CONSOLIDACION DEL SUELO PARA $T_c = 1$ AÑO



FIGURA

5-5

CONSOLIDACION DEL SUELO PARA $T_c = 10$ AÑOS

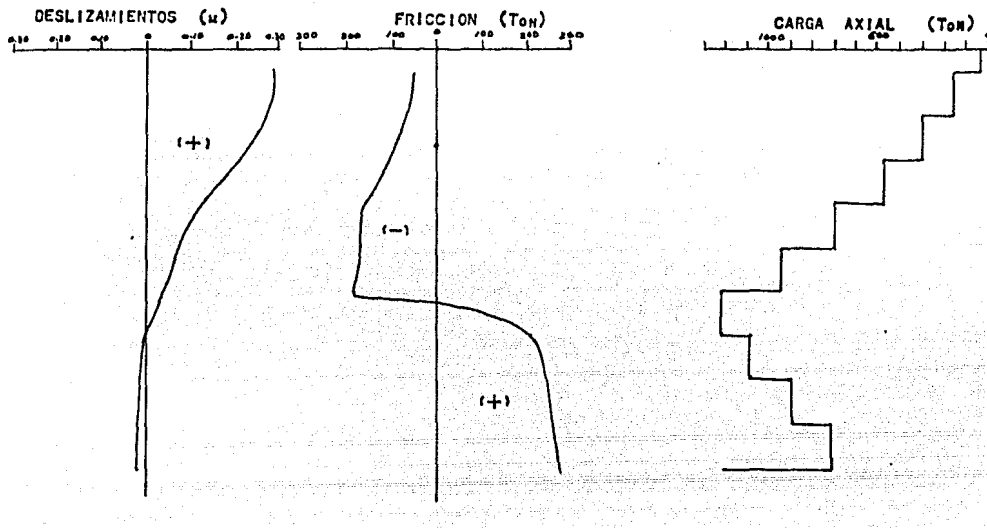
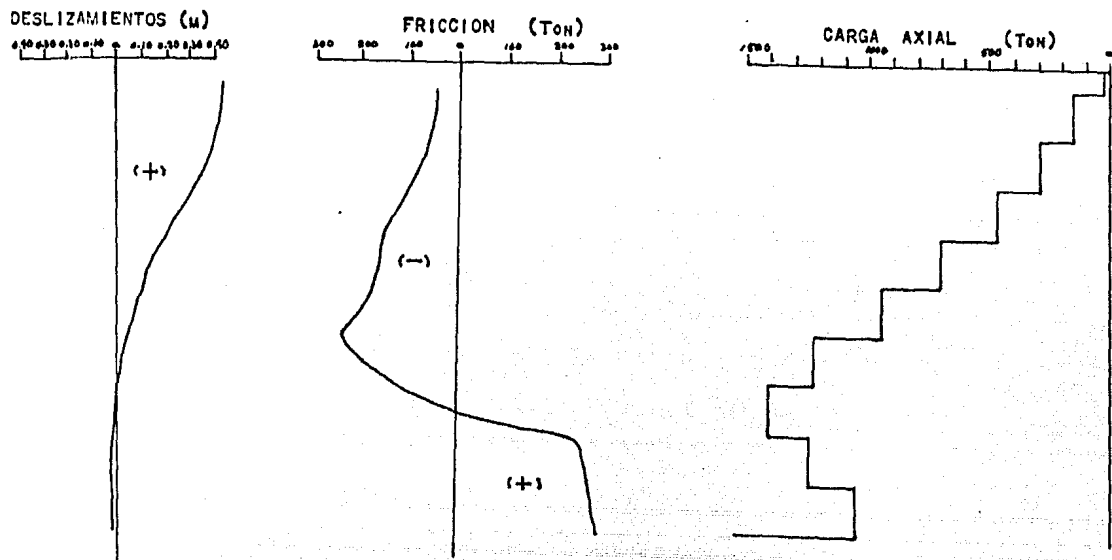


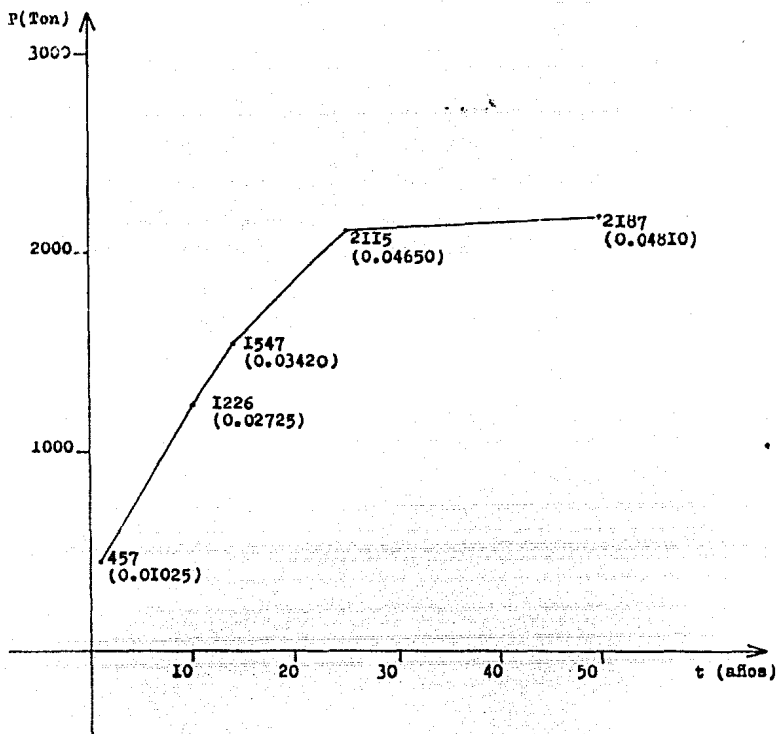
FIGURA 5-6

CONSOLIDACION DEL SUELO PARA $T_c = 15$ AÑOS



FIGURA

5-7



() Desplazamiento vertical en el centro del colector en m.

CARGA AXIAL - TIEMPO

FIGURA 5-8

6

CONCLUSIONES

Para el análisis de la interacción del sistema - colector-lumbrera-suelo, este se dividió en dos subsistemas: colector-suelo y lumbrera-suelo, utilizando propiedades mecánicas promedio del subsuelo de la zona compresible de la ciudad de México, considerando un comportamiento elástico del - suelo, del colector y de la lumbrera.

Así se analiza el subsistema colector-suelo como una viga-apoyada sobre una cimentación elástica, por los métodos del-Elemento Finito, Diferencias Finitas y de Hetenyi. De dicho-análisis se concluye que el método del Elemento Finito resulta ser el más adecuado y de más fácil aplicación cuando se - trata de una viga sobre cimentación elástica, porque permite corregir & modificar:

I.- Las propiedades del suelo representadas por el valor de k_g , módulo de reacción del suelo, modificando el valor de K_1 en la matriz S. (ec. 2-7) Lo cual no puede hacerse-directamente en el método de las Diferencias Finitas, ya que el valor de k_g se utiliza para obtener cada elemento de la - matriz de coeficientes, A, por lo que un cambio de dicho valor implicaría volver a calcular la matriz A.

Por lo que respecta al método de Hetenyi, el valor de k_g tiene un papel predominante al calcular desplazamientos, - momentos flexionantes y fuerzas cortantes (ecs. 2-17, 2-18 - y 2-19) teniéndose que calcular otra vez estos valores al variar k_g .

2.- Desplazamiento excesivo. Aplicando una fuerza en la matriz de coeficientes, A , con valor $K \times S$, donde S es el desplazamiento a partir del cual se origina el comportamiento no lineal del suelo. Lo cual es difícil de hacer en los otros dos métodos.

Además de lo expuesto arriba, para utilizar los métodos de Diferencias Finitas y de Hetenyi, la estructura idealizada para analizarse como una viga sobre cimentación elástica debe reunir ciertas características de carga para ser resuelta con un cierto grado de facilidad.

De lo anterior puede inferirse que los 3 métodos son sensibles al valor de k_B , pero es más simple modificarlo en el método del Elemento Finito, que en los otros dos métodos, ahorrando con ello tiempo y dinero.

El subsistema lumbrera-suelo se analizó por el método del Elemento Finito considerando que el valor de k_B varía con la profundidad, lo cual es lógico ya que como se ve en la ec. 5-1 éste depende de la relación de poisson, ν , y del módulo de elasticidad del suelo, k_B , y se ha aplicado a un depósito de suelo estratificado, en donde las características antes mencionadas son diferentes en cada uno de los estratos.

Se toman en cuenta las condiciones hidrodinámicas del suelo, representándolas por la consolidación que ha de presentarse para períodos de 1, 10 y 15 años, partiendo de una variación de la reducción de niveles piezométricos, $\tilde{\lambda}$, igual a-

30 cm por año, que si bien es alto, representa en forma aproximada el orden de los asentamientos a presentarse en estos intervalos de tiempo.

Se introducen en éste análisis curvas no lineales esfuerzo cortante-deslizamiento, a fin de obtener en función del último, el esfuerzo cortante que permite calcular la fuerza de fricción que se presenta en cada uno de los elementos en que se divide la lumbrera al consolidarse el suelo. Haciendo notar que estas curvas están en función de la presión efectiva horizontal y que supuso que al llegar, el esfuerzo cortante a un cierto valor, la deformación crece, manteniéndose dicho esfuerzo constante.

Una de las ventajas de aplicar el método del Elemento Finito, tanto al subsistema colector-suelo, como al subsistema lumbrera-suelo, es que se puede programar para ser resuelto en computadora electrónica y que, como se ha mencionado, es fácil de corregir el valor de k_g , ya que éste se da como dato por lo que permite utilizar el mismo programa para diferentes características del suelo.

Por lo que respecta a la interacción de estos subsistemas, es razonable considerar que los resortes que sustituyen al subsistema colector-suelo, representados por las rigideces equivalentes, K_{pv} , K_{pe} , obtenidas mediante la aplicación de cargas unitarias (vertical y momento) sobre el centro del colector — para obtener los desplazamientos respectivos en ese punto y — aplicando la definición de rigidez, representan adecuadamente-

el efecto del colector sobre la lumbrera, ya que desde el procedimiento constructivo, se busca que la unión funcione como una sola estructura, es decir, debe cumplirse equilibrio de fuerzas y compatibilidad de desplazamientos en dicha unión, lo cual se logra mediante la utilización de estos resortes.

De los resultados obtenidos puede inferirse, que el método utilizado en el análisis de la interacción del sistema colector-lumbrera-suelo, da valores de momentos, fuerzas axiales, cortantes y desplazamientos en la unión, que permite un diseño estructural racional del colector.

REFERENCIAS

- 1.- Ghali, A. y Neville, A. M., "Structural analysis: a unified classical and matrix approach", Intext, 1972.
- 2.- Zienkiewicz, O. C., "The finite element method", Mc Graw -- Hill, 1977.
- 3.- Salvadori, M. G. y Baron, L. M., "Numerical methods in Engineering", Prentice Hall, 1952.
- 4.- Hetényi, M. I., "Beams on elastic foundation", University of Michigan, 1961.
- 5.- Bowles, J. E., "Foundation analysis and design", Mc Graw -- Hill, 1968.
- 6.- Bowles, J. E., "Analytical and computer methods in foundation Engineering", Mc Graw Hill, 1974.
- 7.- Zeevaert, L., "Foundation Engineering for Difficult Subsoil Conditions", Van Nostrand Reinhold Co, 1973.
- 8.- Alberro, A. J. e Hiriart, G., "Resistencia a largo plazo de las arcillas de la ciudad de México", Publicación 317, Instituto de Ingeniería, UNAM, Agosto 1973.
- 9.- Marsal, J. R. e Hiriart F., "El hundimiento de la ciudad de México", Observaciones y Estudios Analíticos, Ediciones ICA, serie B, No 3, 1952.
- 10.- C.A.V.M., S.R.H., "Boletín anual de Mecánica de Suelos 1978"
- 11.- Rascón, O., Chávez, M., Alonso, L. y Palencia, V., "Registros y espectros de temblores en las ciudades de México y Acapulco, 1961-1968", Publicación 385, Instituto de Ingeniería, -- UNAM, Febrero 1977.
- 12.-oulos, H.G. y Davis, E.H., "Elastic solutions for soil and rock mechanics", John Wiley, 1974.