

T-6a

---

Facultad de Ingeniería

U.N.A.M.

**Algunos Métodos para el Tránsito de Avenidas  
y su Aplicación**

**T E S I S**

Que para obtener el título de :

**INGENIERO CIVIL**

p r e s e n t a :

**PABLO HERNANDEZ BAZALDUA**

---

México, D. F.

1979





Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL  
AUTÓNOMA DE  
MÉXICO

FACULTAD DE INGENIERIA  
EXAMENES PROFESIONALES  
60 - 1-301

Al Pasante señor PABLO HERNANDEZ BAZALDUA  
Presente.

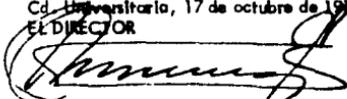
En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted o -  
continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Pro-  
fesor Ing. Oscar A. Fuentes Mariles, para que lo desarrolle como tes-  
tis en su Exámen Profesional de Ingeniero CIVIL.

"ALGUNOS METODOS PARA EL TRANSITO DE AVENIDAS Y SU -  
APLICACION"

1. Introducción
2. Métodos para el tránsito de avenidas en cauces
3. Métodos para el tránsito de avenidas en vasos
4. Aplicación de los métodos
5. Conclusiones

Ruego a usted se sirva tomar debida nota de que en cumplimiento de -  
lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio So-  
cial durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispen-  
sable para sustentar Exámen Profesional; así como de la disposición -  
de la Dirección General de Servicios Escolares en el sentido de que  
se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título -  
del trabajo realizado.

Atentamente  
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"  
Cd. Universitaria, 17 de octubre de 1978.  
EL DIRECTOR

  
ING. JAVIER JIMENEZ ESPRIU

JJE/CSTP/mcr.

# I N D I C E

	PAG.
INTRODUCCION	1
TRANSITO DE AVENIDAS EN CAUCES	5
METODO DE MUSKINGUM	12
METODO DE VALOR TRABAJO	19
METODO DE PROMEDIOS SUCESIVOS	22
METODO GRAFICO	29
METODO CARACTERISTICAS	34
METODO DE LAS DIFERENCIAS FINITAS	42
METODOS DE SOLUCION	48
TRANSITO DE AVENIDAS EN VASOS	52
METODO SEMIGRAFICO	57
METODO DEL COEFICIENTE	63
METODO NUMERICO	66
APLICACIONES	70
CONCLUSIONES	108
ANEXOS	112
BIBLIOGRAFIA	119

## CAPITULO I

## INTRODUCCION

La ocurrencia de precipitación da lugar a escurrimientos superficiales que, en mayor o menor grado incrementan el caudal de las corrientes de la cuenca donde se da este fenómeno natural. A tales incrementos de caudal que experimentan las corrientes, se les ha denominado "avenidas".

El contar con técnicas que nos permitan evaluar el cambio en las condiciones hidráulicas que las avenidas propician, es una necesidad imperante, ya que esto necesariamente, redundará en una posición de ventaja frente a los problemas que en ingeniería hidráulica se presentan a menudo como consecuencia de tales avenidas.

Es por lo anterior, que en el presente trabajo se exponen algunas de las técnicas existentes para la solución de dicho problema.

Ahora bien, los procedimientos para la solución del problema planteado generalmente se estudia en el tema de tránsito de avenidas.

Un hidrograma es en realidad el registro de una onda al pasar por una estación de aforo. Conforme la onda se mueve hacia aguas abajo, casi siempre se reduce su gasto máximo y se amplía su tiempo de acción.

El tránsito de avenidas es muy amplio, pero se puede afirmar que abarca dos grandes ramas, que de alguna manera están relacionadas y que son:

El tránsito de avenidas en cauces y

. El tránsito de avenidas en vasos.

El tránsito de avenidas corresponde a un problema de flujo no permanente y su estudio se hace mediante las ecuaciones fundamentales de este tipo de flujo, esto requiere de abundante información que pocas veces esta disponible, como son: las características hidráulicas de las diferentes secciones transversales a lo largo del vaso o cauce, de aforos, de coeficientes de rugosidad, etc.

El análisis teórico en el tránsito de avenidas se hace mediante modelos que intentan resolver las ecuaciones fundamentales, ya que su aplicación en cauces y vasos es generalmente difícil. Pero también existen métodos aproximados (hidrológicos) que pueden dar resultados con suficiente aproximación y que en algunos casos son los más recomendables.

Por otra parte, el tránsito de avenidas en vasos puede ser empleado para determinar entre otros:

- . Las dimensiones requeridas para obras de desvío (tajos, túneles).
- . La altura de atagüfas.
- . Las dimensiones de las obras de control y excedencias.
- . La evaluación del máximo gasto de egreso.
- . El nivel de agua más alto que se alcanzaría en la presa si se presentará la avenida de diseño (N.A.M.E.).
- . El programa de estudio para el cierre de cortinas.
- . La política de operación de la presa.

A su vez, el tránsito de avenidas en cauces se puede utilizar para deter  
minar:

- . El tiempo de duración de la avenida y las variaciones del gasto en los cauces.
- . La variación de velocidades y de PS distintos niveles de los tirantes, en cada una de las secciones transversales del cauce.

La oportunidad de predecir los diferentes tirantes y gastos que puedan pre  
sentarse, con una anticipación de unas horas o días, puede resultar de gran utilidad para tomar las medidas preventivas.

En los capítulos II y III se expondrán algunos de los métodos existentes para la solución del tránsito de avenidas en vasos y cauces respectivamen  
te, tanto métodos hidrológicos como hidráulicos.

En el capítulo IV se expondrán algunas de las aplicaciones que tienen estos métodos.

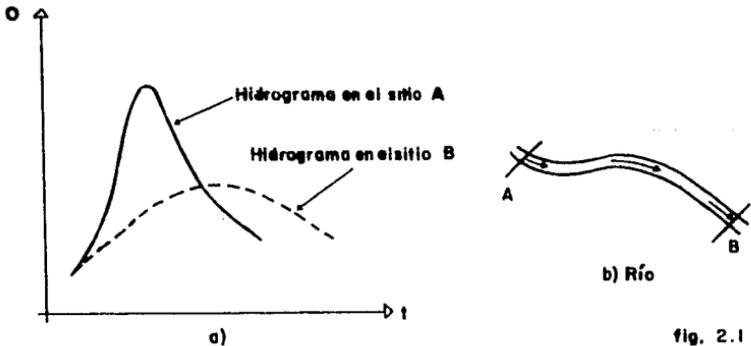
Por último se hará mención de los alcances y aplicación de los diferentes métodos expuestos anteriormente.

## **CAPITULO II**

### **METODOS PARA EL TRANSITO DE AVENIDAS EN CAUCES**

## 2. METODOS PARA EL TRANSITO DE AVENIDAS EN CAUCES

Se puede definir al tránsito de una avenida por un cauce, a los procedimientos utilizados para determinar las modificaciones que sufre la onda representada por el hidrograma al trasladarse a lo largo del cauce desde un punto aguas arriba A, hacia otro punto B en aguas abajo (fig 2.1)



Para resolver este problema existen varias técnicas que se pueden clasificar <sup>(1)</sup> en:

- 1) Métodos Teóricos
- 2) Métodos Experimentales

Los métodos del inciso 1) los podemos clasificar de la siguiente manera:

M.T.	{	METODOS HIDROLOGICOS O APROXIMADOS	{	METODO DE MUSKINGUM METODO DE VALOR TRABAJO METODO DE LOS PROMEDIOS SUCESIVOS METODO GRAFICO
		METODOS HIDRAULICOS	{	METODO DE LAS CARACTERISTICAS METODO DE DIFERENCIAS FINITAS

Los métodos hidrológicos o aproximados se basan en la relación que existe entre el almacenamiento en el tramo del cauce y la descarga de su sección al final del cauce. Estos métodos solo dan resultados aceptables en cauces de dimensiones grandes en los cuales no se presentan dificultades del tipo como obstáculos interpuestos, corrientes afluentes, etc.

El proceso de tránsito de avenidas en hidrología se basa en la ecuación de continuidad, es decir, que en un intervalo dado la diferencia entre el flujo de ingreso y el flujo de egreso es igual a la rapidez de variación del almacenamiento.

$$I - O = \frac{dS}{dt} \quad (2.1)$$

En los modelos matemáticos, donde la ecuación de continuidad es usada con registros estadísticos de avenidas para determinar la variación del almacenamiento

---

(1). El número entre paréntesis indica la referencia bibliográfica.

conamiento el modelo se convierte en un modelo lineal.

El flujo físico que se presenta en el cauce es matemáticamente no lineal, el éxito de este modelo lineal para la determinación del almacenamiento, depende de que los términos no lineales en las ecuaciones diferenciales de flujo no permanente sean pequeños.

Los modelos matemáticos lineales basados únicamente en la ecuación de continuidad no toman en cuenta el recorrido de la onda hacia aguas arriba, tales como se producen en las intersecciones del cauce, por las irregularidades de las secciones transversales del cauce. Hidráulicamente la onda de una avenida es tratada como flujo uniforme.

El modelo de la ecuación de almacenamiento del flujo no permanente involucra 5 variables: (1) flujo de ingreso,  $I$ ; (2) flujo de egreso,  $O$ ; (3) almacenamiento,  $S$ ; (4) tirante,  $y$ ; y (5) tiempo,  $t$ . Generalmente su aplicación involucra 5 funciones: (1) un hidrograma de ingreso, usualmente dado como  $I(t)$ ; (2) un hidrograma de egreso,  $O(t)$ ; una gráfica donde se relaciona a los tirantes como función del tiempo,  $y(t)$ ; (4) una curva de descarga  $O = f(y)$ ; y (5) una función del almacenamiento,  $S = f(y)$ .

La ecuación (2.1) la podemos representar por medio de la fig 2.2.

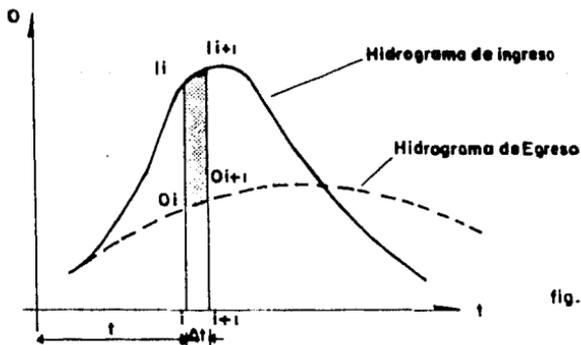


fig. 2.2

El área sombreada es el incremento de volumen de almacenamiento y se puede obtener esta área como:

$$\Delta S = \frac{(I_{i+1} - O_{i+1}) + (I_i - O_i) \Delta t}{2} \quad (2.2)$$

Donde

$\Delta S$  = representa el incremento del volumen almacenado.

$I$  = flujo de ingreso

$O$  = flujo de egreso

$\Delta t$  = la magnitud del incremento de tiempo.

$i$  e  $i + 1$  señalan el valor de las variables al inicio y al final del intervalo de tiempo  $\Delta t$  considerado.

Debido a que el área sombreada se toma como en trapecio, implica que el hidrograma de ingreso y el de egreso es una línea recta durante el intervalo de tiempo  $\Delta t$ .

Y de acuerdo con esta suposición es muy importante que la selección del intervalo de tiempo  $\Delta t$ , sea lo suficientemente pequeño para que dicha suposición sea correcta, considerándose del orden  $t_b/5$ , donde  $t_b$  es el tiempo base del hidrograma (2).

Cuando la ecuación de continuidad (2-1) es aplicada al flujo no permanente, algunos procedimientos de integración han sido desarrollados para la solución de esta ecuación.

Se hará una breve mención de los procedimientos de integración.

Integración Matemática.- Por medio de algunas expresiones matemáticas como son  $I = f(t)$ ,  $O = f(h)$  y  $S = f(h)$  al introducir estas expresiones en la ecuación (2-1), da como resultado una ecuación diferencial con variables en  $h$  y  $t$ , el tipo de la función para el hidrograma del ingreso y la relación descarga-almacenamiento, determinan la posibilidad de llevar a cabo la integración de la forma cerrada.

Las dificultades para ajustar los hidrogramas de ingreso mediante expresiones matemáticas simples y la integración analítica cuando estas expresiones empiezan a ser más complejas limitan el alcance de la integración matemática.

Integración Numérica.- La ecuación (2-1) escrita en la forma de diferencias finitas permite el uso de procedimientos numéricos de integración, la precisión de este procedimiento depende de la selección de  $\Delta t$  y  $\Delta x$ . Esta integración numérica puede ser usada con ventaja en el tránsito de avenidas en vasos.

Integración Gráfica y Semigráfica.- Los procedimientos gráficos son aceptables cuando se aplican a cauces o vasos que tienen una gran capacidad de almacenamiento y sus velocidades dentro del volumen de agua son bajas.

La exactitud de los resultados corresponde en gran medida a la precisión de los datos que se tengan de la avenida.

Los métodos hidráulicos se basan en la solución de las ecuaciones diferen

ciales de flujo no permanente, estos métodos consisten en la aplicación directa e integración de estas ecuaciones. La solución analítica de dichas ecuaciones puede ser aplicada al análisis del tránsito de avenidas para predecir la forma y el movimiento de éstas a lo largo del cauce, pero estas soluciones requieren de sencillos cálculos pero por la considerable cantidad de éstos se requiere de la aplicación de computadora.

Otros métodos de solución para el problema del tránsito de avenidas en cauces son los que se enuncian en el inciso 2). Estos, son los modelos hidráulicos que son usados para el estudio del flujo no permanente, pero requiere de una similitud final entre el prototipo y el modelo, lo cual es un problema difícil cuando se trata de colocar un cauce en un modelo. Generalmente el modelo puede ser distorsionado en dos o tres escalas diferentes para distintas dimensiones geométricas, como lo son la longitud, tirante, ancho. La calibración del modelo para el coeficiente de rugosidad y para reproducir el hidrograma de ingreso, que representaría a la avenida envuelve un trabajo laborioso.

La técnica del tránsito de una avenida mediante modelos hidráulicos se usa con el fin de comprobar los resultados teóricos y cuando la red del cauce principal y sus afluentes es tan compleja en donde el modelo hidráulico puede competir económicamente con otros métodos de solución.

La precisión de los resultados que se obtienen con los modelos es casi de la misma magnitud como los que se obtienen mediante los métodos hidráulicos.

## 2.1 Método de Muskingum

Este método fué desarrollado por G.T. MacCarthy y otros en conexión con los estudios del distrito de Muskingum.

Este método para su aplicación se basa en el concepto de la cuña y prisma de almacenamiento <sup>(4,5,6)</sup>.

El volumen de almacenamiento puede ser correctamente relacionado al flujo de salida con una función lineal.

Durante el recorrido de la onda de una avenida en el cauce el flujo de ingreso siempre excede al flujo de salida produciendo así una cuña de almacenamiento como la mostrada en la fig 2.3.

De la misma manera, pero una vez que ha pasado el máximo gasto (recesión) el flujo de egreso excede al flujo de ingreso dando como resultado una cuña de almacenamiento negativo, el flujo de ingreso y egreso serán iguales, - cuando el régimen del cauce sea permanente.

La cuña de almacenamiento puede ser relacionada con la diferencia entre los valores instantáneos en el flujo de ingreso y egreso. Haciendo mención de la fig 2.3 la cuña de almacenamiento está representada por KX (I-0), además hay un prisma de almacenamiento que esta representado por KO.

Este método se puede considerar compuesto de dos partes, a) la primera consiste en obtener ciertos parámetros y coeficientes se le llamará de calibración y la segunda, donde se realizará propiamente el tránsito de la avenida

se le denominará de aplicación.

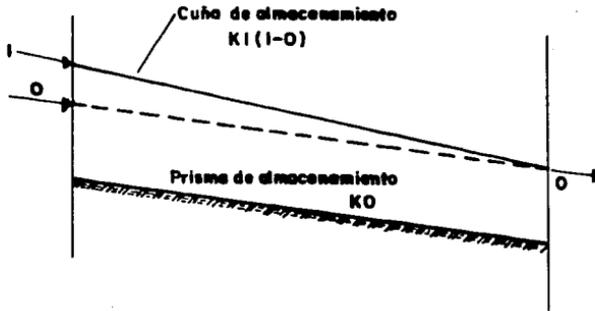


fig. 2.3

### 2.1.1 Desarrollo del método.

Reemplazando en la ecuación (2.1) las diferencias por incrementos y tomando valores se tiene

$$\frac{S_{i+1} - S_i}{\Delta t} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} = \frac{O_{i+1} + O_i}{2} \quad (2.1.1)$$

MacCarthy de acuerdo con su cuña de almacenamiento establece la siguiente relación lineal entre el almacenamiento y los gastos de ingreso y egreso. (Ver anexo I).

$$S = K [XI + O(1-X)] \quad (2.1.2)$$

Donde

$S$  = representa el volumen de almacenamiento en el cauce.

$K$  = es una constante de proporcionalidad llamado "constante de almacenamiento" que tiene unidades de tiempo y es aproximadamente igual al tiempo de recorrido del pico del hidrograma entre las secciones A y B del cauce. Fig 2.4.

$X$  = es un factor para calcular el promedio pesado del flujo de ingreso que varia de  $0 \leq X \leq 1$  y que tiene que ver con la atenuación (fig 2.4) que sufre el gasto máximo del hidrograma en el sitio A, para la mayoría de los ríos se ha encontrado que:  $0 \leq X \leq 0.3$ .

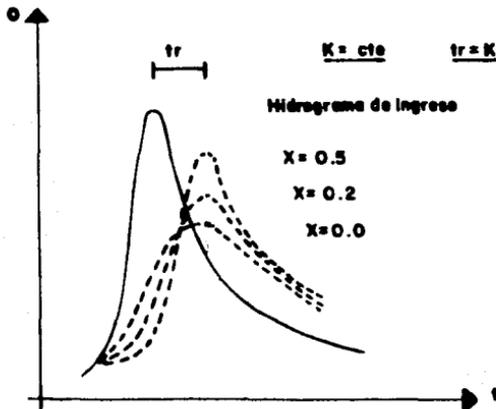


fig. 2.4

Para plantear el método, de acuerdo con la ecuación (2.1.2) se tiene:

$$S_i = X [X I_i + O_i (1-X)] \quad (2.1.3)$$

Ahora para el intervalo de tiempo  $i+1$ .

$$S_{i+1} = K \left[ KI_{i+1} + O_{i+1} (1-X) \right] \quad (2.1.4)$$

A las dos últimas ecuaciones las sustituimos en la ecuación de continuidad tenemos:

$$\frac{K \left[ KI_{i+1} + O_{i+1} (1-X) \right]}{\Delta t} - \frac{K \left[ KI_i + O_i (1-X) \right]}{\Delta t} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - \frac{O_{i+1} + O_i}{2}$$

Despejando para  $O_{i+1}$  tenemos:

$$\frac{KX}{\Delta t} I_{i+1} + \frac{K(1-X)}{\Delta t} O_{i+1} - \frac{KI_i}{\Delta t} - \frac{KO_i(1-X)}{\Delta t} = \frac{I_{i+1}}{2} + \frac{I_i}{2} - \frac{O_{i+1}}{2} - \frac{O_i}{2}$$

$$O_{i+1} \left[ \frac{K(1-X)}{\Delta t} + \frac{1}{2} \right] = I_{i+1} \left[ \frac{-KX}{\Delta t} + \frac{1}{2} \right] + I_i \left[ \frac{KX}{\Delta t} + \frac{1}{2} \right] + O_i \left[ \frac{K(1-X)}{\Delta t} - \frac{1}{2} \right]$$

$$O_{i+1} = \frac{\left[ \frac{1}{2} - \frac{KX}{\Delta t} \right]}{\left[ \frac{K(1-X)}{\Delta t} + \frac{1}{2} \right]} I_{i+1} + \frac{\left[ \frac{KX}{\Delta t} + \frac{1}{2} \right]}{\left[ \frac{K(1-X)}{\Delta t} + \frac{1}{2} \right]} I_i + \frac{\left[ \frac{K(1-X)}{\Delta t} - \frac{1}{2} \right]}{\left[ \frac{K(1-X)}{\Delta t} + \frac{1}{2} \right]} O_i$$

$$O_{i+1} = \frac{\Delta t - 2KX}{2K(1-X) + \Delta t} I_{i+1} + \frac{\Delta t + 2KX}{2K(1-X) + \Delta t} I_i + \frac{-\Delta t + 2K(1-X)}{2K(1-X) + \Delta t} O_i \quad (2.1.5)$$

A esta ecuación la podemos escribir como:

$$O_{i+1} = C_0 I_{i+1} + C_1 I_i + C_2 O_i \quad (2.1.6)$$

Donde

$$C_0 = \frac{\Delta t - 2KX}{2K(1-X) + \Delta t} \quad (2.1.7)$$

$$C_1 = \frac{\Delta t + 2KX}{2K(1-X) + \Delta t} \quad (2.1.8)$$

$$C_2 = \frac{-\Delta t + 2K(1-X)}{2K(1-X) + \Delta t} \quad (2.1.9)$$

Sumando las ecuaciones (2.1.7), (2.1.8) y (2.1.9) se tiene:

$$\frac{\Delta t - 2KX}{2K(1-X) + \Delta t} + \frac{\Delta t + 2KX}{2K(1-X) + \Delta t} + \frac{-\Delta t + 2K(1-X)}{2K(1-X) + \Delta t} = \frac{\Delta t + 2K(1-X)}{2K(1-X) + \Delta t} = 1$$

$$C_0 + C_1 + C_2 = 1 \quad (2.1.10)$$

La ecuación (2.1.6) es la ecuación que se utiliza para la realización del tránsito.

Obsérvese que los coeficientes  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  se deben valorar previamente y se puede comprobar con la ecuación (2.1.10) que suman uno. Estos coeficientes dependen solamente de los valores de  $K$ ,  $X$ .

### 2.1.2 Calibración del método de Muskingum.

Se entiende por calibrar el método de Muskingum el determinar estos coeficientes  $K$  y  $X$ .

La información requerida para calibrar el método es la siguiente:

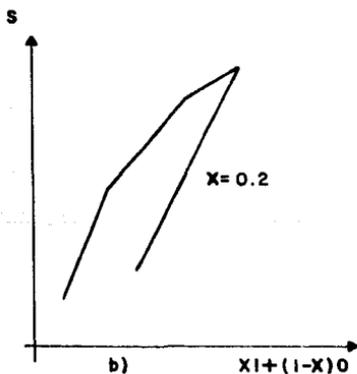
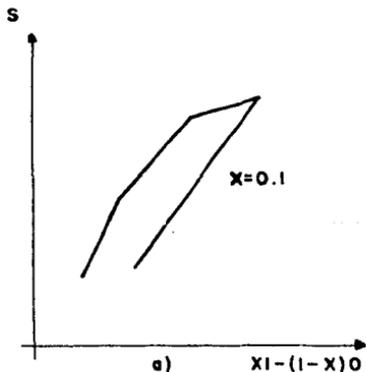
De un tránsito de avenidas conocido o sea un hidrograma en el sitio A fig 2.1, y su correspondiente hidrograma en el sitio B.

El procedimiento se realiza por aproximaciones sucesivas y consiste en:

a) Para un intervalo de tiempo  $\Delta t$  seleccionado, obtener para distintos

tiempos de almacenamiento a partir del tránsito conocido.

- b) Proponer un valor de  $X$  ( $0 \leq X < 1$ ), este valor de  $X$  se puede escoger como primera aproximación entre 0.0 y 0.3.
- c) A partir del hidrograma conocido, obtener para distintos tiempos correspondientes al almacenamiento obtenido en el inciso a), el valor de  $XI_i + (1-X)O_i$ .
- d) Dibujar  $S$  contra  $XI_i + (1-X)O_i$  fig 2.5 que producen trazos de la forma de anillos.
- e) Si en el inciso d) los trazos tienden a ser una recta este será el valor de  $X$  para el cual se obtuvo  $XI_i + (1-X)O_i$ , el valor de  $K$  es la pendiente de esa recta. Si los trazos no tienden a ser una recta, hay que repetir el procedimiento desde el inciso b), hasta cumplir con lo impuesto al principio de este inciso.



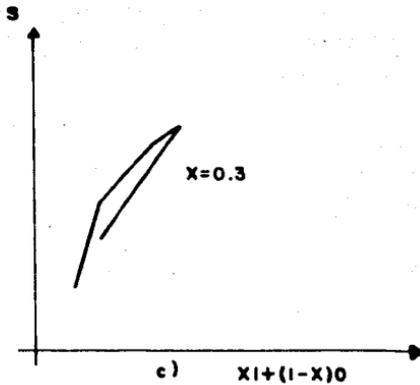


fig. 2.5

### 2.1.3 Aplicación del método de Muskingum.

Se necesita conocer:

a)  $C_0, C_1, C_2$

b) El hidrograma por transitar (correspondiente al sitio A).

c) El primer gasto en el sitio B.

El método se desarrolla utilizando la ecuación (2.1.6); al inicio se conocen  $I_1, I_2, \dots, I_n, O_1, C_0, C_1$  y  $C_2$  de la ecuación (2.1.6) para  $i=1$  se tiene:

$$O_2 = C_0 I_2 + C_1 I_1 + C_2 O_1$$

Todo el lado derecho de la ecuación es conocido así se encuentra  $O_2$ .

Para  $i=2$  de la ecuación (2.1.6) se tiene:

$$O_3 = C_0 I_3 + C_1 + C_2 O_2$$

También el lado derecho de la ecuación es conocido, ya que antes se había obtenido  $O_2$ .

El proceso se repite el número de veces (n) que se desee.

## 2.II METODO DE VALOR TRABAJO

Mediante este método se puede determinar la cuña de almacenamiento que existe en el cauce. El método considera un trabajo virtual de descarga debido a un flujo constante, que produciría un almacenamiento igual al que se tendría por el flujo de ingreso real  $I$  y el flujo de egreso  $O$ . Tomando como referencia la fig 2.5.A, la cuña de descarga que esta trabajando se delimita como (D-O).



fig. 2.5a

De tal manera que

$$D = XI + (1-X) O \quad (2.II.1)$$

Para los flujos de egreso en los intervalos de tiempo  $i$  e  $i + 1$ , la ecuación (2.II.1) resulta en

$$O_i = D_i - \frac{X}{1-X} (I_i - D_i) \quad (2.II.2)$$

$$O_{i+1} = D_{i+1} - \frac{X}{1-X} (I_{i+1} - D_{i+1}) \quad (2.II.3)$$

Sumando las ecuaciones (2.II.2) y (2.II.3) y sustituyendolas en la ecuación (2.I.1) se tiene:

$$S_{i+1} - S_i = \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{1-X} (I_i + I_{i+1}) - \frac{1}{2} \frac{\Delta t}{1-X} (D_i + D_{i+1}) \quad (2.II.4)$$

Arreglando términos

$$S_i (1-X) + \frac{1}{2} \Delta t (I_i + I_{i+1}) - \frac{1}{2} \Delta t D_i = S_{i+1} (1-X) + \frac{1}{2} \Delta t D_{i+1} \quad (2.II.5)$$

$$R_i = S_i (1-X) + \frac{1}{2} \Delta t D_i \quad (2.II.6)$$

$$R_{i+1} = S_{i+1} (1-X) + \frac{1}{2} \Delta t D_{i+1} \quad (2.II.7)$$

Entonces

$$R_{i+1} = R_i + \frac{1}{2} \Delta t (I_i + I_{i+1}) - \Delta t D_i \quad (2.II.8)$$

$R_i$  y  $R_{i+1}$  significan los valores de trabajo y representan un índice de almacenamiento.

Resolviendo para  $S_i$  la ecuación (2.II.1) combinada con la ecuación (2.I.2) se tiene:

$$S = KD \quad (2.II.9)$$

Para los intervalos de tiempo  $i$  e  $i+1$  la ecuación (2.II.9) queda:

$$S_i = K_i D_i \quad (2.II.10)$$

$$S_{i+1} = K_{i+1} D_{i+1} \quad (2.II.11)$$

Si  $K$  es una constante, se tiene  $K = K_i = K_{i+1}$ .

Para la obtención  $K$ ,  $X$  y  $\Delta t$  se sigue la misma secuencia de cálculo descrita en el método de Muskingum (inciso 2.I.2).

Aplicación del método de valor trabajo.

Se necesita conocer lo siguiente:

- a) El hidrograma por transitar
- b) El primer gasto de egreso
- c) Los coeficientes  $K$ ,  $X$  y el intervalo de tiempo  $\Delta t$ .

La secuela de cálculo es la siguiente:

- 1) Con la ecuación (2.III.1), obtener el valor de  $D_i$ , para  $I_i, O_i$ .
- 2) Con la ecuación (2.II.10), obtener el valor de  $S_i$ .
- 3) Mediante la ecuación (2.II.6), obtener el valor de  $R_i$ .
- 4) Usando la ecuación (2.II.7), obtener el valor de  $F_{i+1}$ .
- 5) Sustituir la ecuación (2.II.11) en la ecuación (2.II.7) y despejar el valor de  $D_{i+1}$ .
- 6) El valor obtenido de  $D_{i+1}$  se lleva a la ecuación (2.II.3) y se calcula el valor de  $O_{i+1}$ .

La anterior secuela de cálculo se repite el número de veces que sea necesario.

## 2.III METODO DE LOS PROMEDIOS SUCESIVOS

El método que se describe aquí sirve para predecir el movimiento de una avenida a través de un río, pero el método no está basado en las ecuaciones fundamentales de escurrimiento. F. E. Tatum<sup>(7)</sup> desarrolló este método por medio de procesos empíricos, éstos dependen de las observaciones de las avenidas que ocurrieron en el pasado, y está basado en las suposiciones siguientes:

- a) La forma del hidrograma de ingreso tiende a variar uniformemente a lo largo del cauce.
- b) Los flujos de ingreso promedio  $(I_i + I_{i+1}) / 2$  en los períodos de tránsito  $i + 1$  en algún punto del cauce se experimentaron en algún punto aguas

abajo en el período  $i+1$ .

- c) El cambio de la forma del hidrograma entre dos puntos refleja el efecto acumulativo de todas las características de almacenamiento del tramo en el cauce.
- d) El método es aplicable a cauces que tienen una gran longitud y velocidades pequeñas.

Los intervalos de tiempo en este método están seleccionados de tal manera que el hidrograma de ingreso durante un intervalo es una línea recta.

La base para este método está referida a la fig 2.6 donde el hidrograma X está definido por los flujos de ingreso  $I_0, I_1, I_2, \dots, I_n$  respectivamente, en los intervalos de tiempo  $\Delta t_0, \Delta t_1, \Delta t_2, \dots, \Delta t_n$ .

El hidrograma Y es el hidrograma trasladado en la mitad del período de tránsito sin ninguna modificación. Los flujos para el hidrograma Y y los intervalos de tiempo  $\Delta t_1, \Delta t_2, \Delta t_n$ , por eso son  $\frac{1}{2}(I_0+I_1), \frac{1}{2}(I_1+I_2)$ , etc.

Construyendo líneas rectas entre estas producen el hidrograma Z que representa el primer paso del hidrograma del método.

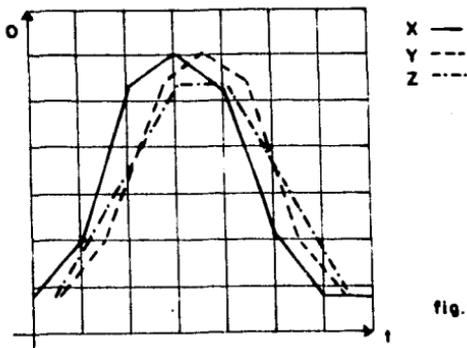


fig. 2.6

Mediante la repetición del proceso la forma del hidrograma de ingreso tien  
de a atenuarse y el hidrograma resultante se aproxima al hidrograma al fi  
nal del último subtramo.

Mediante una selección apropiada de los intervalos de tiempo y el número  
de subtramos un hidrograma observado aguas abajo puede por eso, expresarse  
se en términos del hidrograma aguas arriba. Ahora bien, si se determina  
el número de subtramos, es decir, el número de promedios sucesivos que  
ocurren dentro de un tramo bajo estudio, el flujo de egreso en el cauce  
aguas abajo puede ser calculado extendiendo los promedios.

Tatum encontró que el número de subtramos en que se divide el cauce es  
aproximadamente dos veces el tiempo de recorrido del pico del hidrograma  
entre las secciones A y B entre el intervalo de tiempo  $\Delta t$ .

$$\text{Número de subtramos} = \frac{2K}{\Delta t} \quad (2.III.1)$$

La determinación de  $K$  es igual que en el método de Muskingum según el  
inciso (2.I.2)

Habiendo establecido el número de subtramos, el flujo de egreso para  
dos subtramos, las ordenadas son:

$$O_2 = \frac{1}{2} (I_1 + I_2)$$

Para dos subtramos, las ordenadas son:

$$O = \frac{1}{2} \left( \frac{I_1 + I_2}{2} \right) + \left( \frac{I_2 + I_3}{2} \right) = \frac{1}{4} (I_1 + 2I_2 + I_3)$$

Si las ordenadas del flujo de ingreso son  $I_1, I_2, I_3, \dots, I_{i+1}$ , se tiene:

$$O_{i+1} = C_1 I_1 + C_2 I_2 + C_3 I_3, \dots, C_{n+1} I_{i+1} \quad (2.III.2)$$

Donde

$$C_1 = \frac{1}{2^n}$$

$$C_2 = \frac{n}{2}$$

$$C_3 = \frac{n(n-1)}{2^2 \cdot 2^1}$$

$$C_i = \frac{n(n-1)(n-2)\dots(2)}{2^{(n-1)}!} \quad ,y$$

$$C_{i+1} = \frac{n!}{2^n n!} = \frac{1}{2^n}$$

Esta serie de factores se encuentra en la tabla 2.III.1.

## NUMEROS DE SUBTRAMOS

coef.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
C <sub>1</sub>	.500	.250	.125	.0625	.0313	.0156	.0078	.0039	.0020	.0010
C <sub>2</sub>	.500	.500	.375	.2500	.1562	.0937	.0547	.0313	.0176	.0098
C <sub>3</sub>		.250	.375	.3750	.3125	.2344	.1641	.1094	.0703	.0440
C <sub>4</sub>			.125	.2500	.3125	.3126	.2734	.2187	.1641	.1172
C <sub>5</sub>				.0625	.1562	.2344	.2734	.2734	.2460	.2050
C <sub>6</sub>					.0313	.0937	.1641	.2187	.2460	.2460
C <sub>7</sub>						.0156	.0547	.1094	.1641	.2050
C <sub>8</sub>							.2073	.0313	.0703	.1172
C <sub>9</sub>								.0039	.0176	.0440
C <sub>10</sub>									.0020	.0098
C <sub>11</sub>										.0010

Tabla 2.III.1 Constantes para el tránsito de avenidas en el método de los promedios sucesivos.

Aplicación del método de los promedios sucesivos.

Se necesita conocer:

a) El número de subtramos en que dividirá el cauce según la ecuación (2.III.1).

A partir de esto se procede a determinar el número de coeficientes (que se muestra en la tabla 2.III.1) que intervendrán en la ecuación (2.III.2).

b) El hidrograma por transitar.

El método se desarrolla utilizando la ecuación (2.III.2) en la forma de la

siguiente tabla:

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)
GASTO DE INGRESO $I (m^3 / s)$	$I_1 C_1$	$I_2 C_2$	$I_3 C_3$	$I_4 C_4$	$I_5 C_5$	$O_{i+1}$
$I_5$						
$I_4$						
$I_3$						
$I_2$						
$I_1$	$I_1 C_1$	$I_2 C_2$	$I_3 C_3$	$I_4 C_4$	$I_5 C_5$	$O_1$
						$O_2$ $O_i$

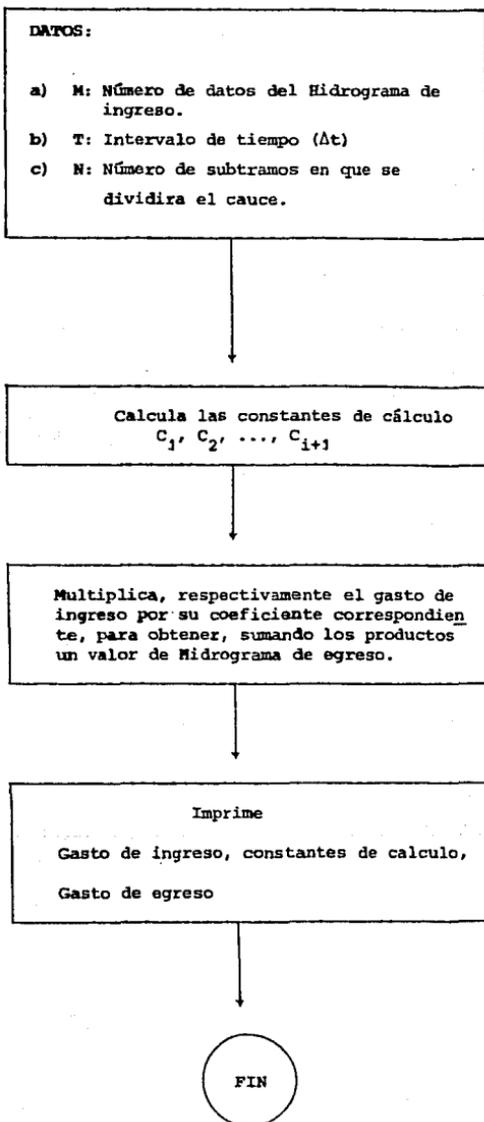
Tabla 3.III.2

Para el inicio de la tabla en la columna (1), se requiere de repetir el valor del primer gasto de ingreso en los renglones anteriores a este, tantas veces como el número de subtramos, por ejemplo: si el número de subtramos es cuatro, es necesario repetir cuatro veces el primer gasto de ingreso para utilizar la ecuación 2.III.2.

Para comodidad en el cálculo se puede utilizar la tabla 3.III.2, o si se prefiere el programa de cálculo que viene dado en el anexo III.

A continuación se presenta el diagrama de bloques del programa.

## DIAGRAMA GENERAL DE BLOQUES



## 2.IV METODO GRAFICO PARA EL TRANSITO DE AVENIDAS EN CAUCES

Los diferentes métodos antes expuestos utilizan para resolver el tránsito de avenidas la ecuación de continuidad (ecuación 2.1).

El método mostrado aquí es rápido y produce el hidrograma de egreso.

### 2.4.1 Desarrollo del método <sup>(1)</sup>.

Toma en cuenta dos factores K y L

Donde

L representa el tiempo de retardo.

K es un coeficiente que al multiplicarlo por el flujo de egreso, se obtiene la variación en el almacenamiento.

Si la ecuación (2.I.4)  $S = K [IX + (1-X) O]$  ponemos a  $X = 0$ .

$$\text{tenemos} \quad \frac{dS}{dt} = \frac{KdO}{dt} \quad (2.IV.1)$$

y si la sustituimos en la ecuación (2.1)

$$\text{resulta que} \quad \frac{I-O}{K} = \frac{dO}{dt} \quad (2.IV.2)$$

donde la diferencia entre el flujo de ingreso y el flujo de egreso dividido entre K es igual a la rapidez de variación en el flujo de egreso con respecto al tiempo.

A este método lo podemos dividir en dos partes: la primera consiste en la determinación gráfica de los valores de  $K$  y  $L$ , y la segunda consiste propiamente en el tránsito de la avenida por el método gráfico.

#### 2.4.2 Determinación gráfica de los valores $K$ y $L$ .

Se debe disponer de la siguiente información:

Un tránsito de avenidas conocido, ocurrido en el pasado.

Ahora bien, la determinación de  $L$  es la diferencia entre los puntos  $A$  y  $B$  del tránsito de avenidas conocido fig 2.8.

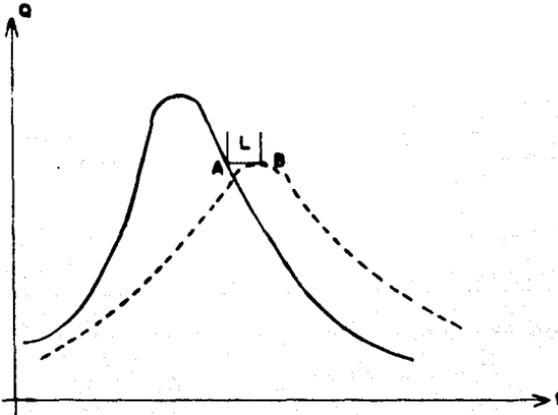


Fig 2.8

El procedimiento para encontrar  $K$  es como sigue:

- 1) Retardar el hidrograma de ingreso  $L$  horas como se muestra en la fig 2.9.

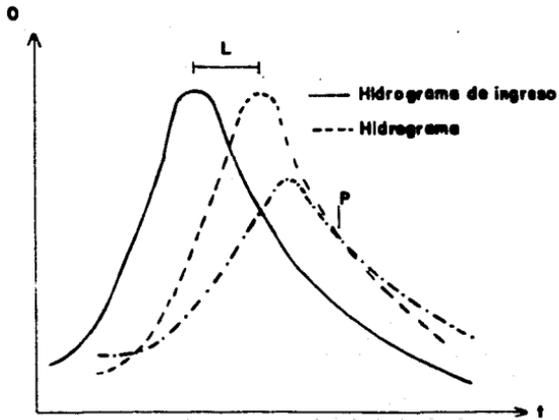


Fig 2.9

- 2) Seleccionar un punto A en el lado ascendente del hidrograma de ingreso fig 2.10.

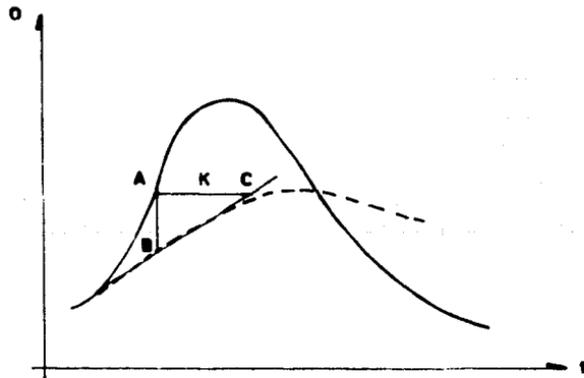


Fig 2.10

- 3) Tirar una línea vertical hacia abajo desde el punto A hasta encontrar el hidrograma de egreso en el punto B.
- 4) Dibujar una línea horizontal a partir del punto A hacia la derecha hasta que intersecte al hidrograma de egreso.
- 5) Desde el punto B tirar una línea tangente al hidrograma de egreso hacia arriba hasta que intersecte con la horizontal en el punto C.
- 6) La distancia en horas entre A y C es el valor de K para el flujo de salida en el punto B.
- 7) Calcular varios puntos a lo largo del hidrograma de egreso y graficarlos como se muestra en la fig 2.11.

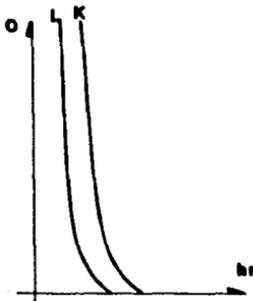


Fig 2.11

### 2.3.3 Aplicación del método gráfico

La aplicación de los valores conocidos de  $K$  y  $L$  a un hidrograma de ingreso, puede ahora ser usado para la determinación de un hidrograma de egreso.

El método consiste en seguir estos pasos:

- 1) Retardar el hidrograma de ingreso  $L$  horas fig 2.12.
- 2) Dibujar un punto  $K$  horas de  $I$  con el mismo valor de descarga.
- 3) La línea recta de este punto a  $O_1$  de la pendiente en  $O_2$ .
- 4) Dibujar un segmento corto del hidrograma de egreso en el tiempo  $O_1$ .
- 5) El hidrograma de ingreso retardado y el hidrograma de egreso gráficamente obtenidos se muestran en la fig 2.13.

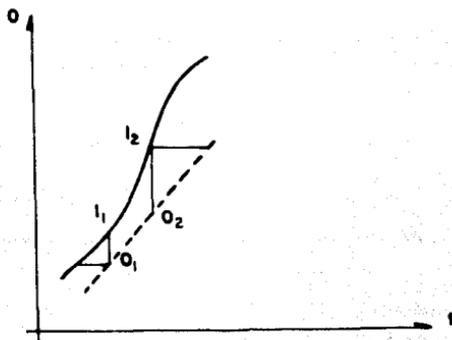


Fig 2.12

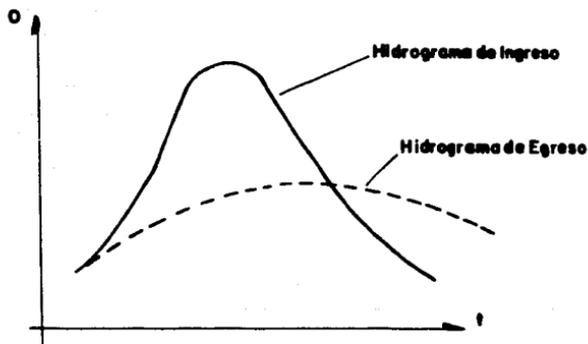


Fig 2.13.

## 2.V METODO DE LAS CARACTERISTICAS

Este método es de los llamados hidráulicos, puede ser descrito como una técnica para resolver las ecuaciones diferenciales parciales de flujo no permanente que son el principio de continuidad y de la conservación de cantidad de movimiento, la expresión matemática de estas ecuaciones es la siguiente:

$$v \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} + D \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (2.V.1)$$

$$\frac{\partial y}{\partial x} + \frac{v}{g} \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial v}{g \partial t} = (S_0 - S_f) \quad (2.V.2)$$

Al integrar las ecuaciones (2.V.1) y (2.V.2) se obtienen dos funciones de variables dependientes  $v = f_1(x,t)$  y  $y = f_2(x,t)$ . En la primera se expre

sa a la velocidad como una función de la distancia y del tiempo, y en la segunda se expresa el tirante como una función de la distancia y el tiempo. Estas dos funciones representan dos superficies en el espacio  $(v, x, t)$  y  $(y, x, t)$ , la intersección de dichas superficies  $f_1$  y  $f_2$  produce unas curvas en el plano  $x-t$ , que son llamados curvas características.

El uso de las características en la descripción matemática del flujo no permanente en cauces, significa que las dos ecuaciones diferenciales parciales son reemplazadas por un sistema de cuatro ecuaciones diferenciales ordinarias, que en el caso específico de considerar un canal rectangular prismático y omitiendo los términos de la pérdida de energía, la resistencia friccional y flujo lateral pueden escribirse como:

$$dv + \sqrt{\frac{g}{y}} dy + dt (g(S_f - S_o)) = 0 \quad (2.V.3)$$

$$dx = (V + \sqrt{gy}) dt \quad (2.V.4)$$

$$dv - \sqrt{\frac{g}{y}} dy + dt (g(S_f - S_o)) = 0 \quad (2.V.5)$$

$$dx = (V - \sqrt{gy}) dt \quad (2.V.6)$$

Donde

$S_f$  = pendiente de fricción

$S_o$  = pendiente de fondo

$g$  = aceleración de la gravedad

$dv$  = diferencial de velocidad

$dx$  = diferencial de distancia

$dt$  = diferencial de tiempo

y = tirante del agua.

La curva descrita por la ecuación (2.V.4) se le llama la característica positiva que emana del punto L en la fig (2.14), la curva para la ecuación (2.V.6) es la característica negativa que emana del punto R.

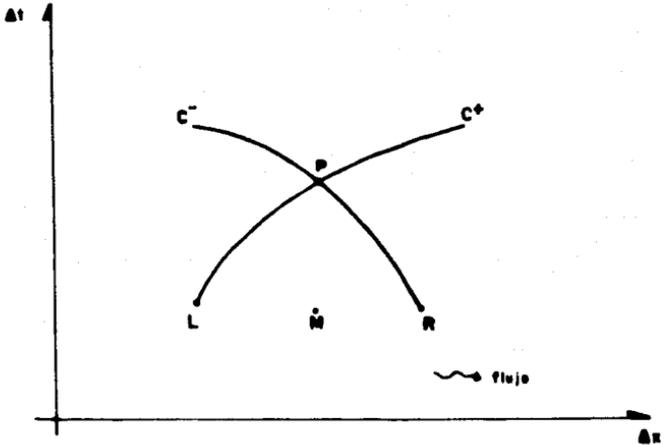


Fig 2.14

La solución de las ecuaciones (2.V.3) a la (2.V.6) se puede llevar a cabo numéricamente para describir el movimiento de la avenida de un punto aguas arriba hacia otro punto aguas abajo.

La sustitución de primer orden en la forma de diferencias finitas para  $V$ ,  $y$ ,  $t$ ,  $x$ , en las ecuaciones (2.V.3) a la (2.V.6) dan como resultado.

$$V_p - V_L + \sqrt{gY_L} (y_p - y_L) + (t_p - t_L) (q(Sf_L - S_o)) = 0 \quad (2.V.7)$$

$$x_p - x_L = (V_L + \sqrt{gY_L}) (t_p - t_L) \quad (2.V.8)$$

$$V_P - V_R - \sqrt{g/Y_R} (y_P - y_R) + (t_P - t_R) (g(Sf_R - S_0)) = 0 \quad (2.V.9)$$

$$X_P - X_R = (V_R - \sqrt{g/Y_R}) (t_P - t_R) \quad (2.V.10)$$

Con las ecuaciones anteriores se puede calcular la variación del tiempo a través de la característica mediante la substracción de la ecuación (2.V.8) de la ecuación (2.V.10) que resulta en:

$$t_P = \left[ X_L - X_R + t_R (V_R - \sqrt{g/Y_R}) - t_L (V_L + \sqrt{g/Y_L}) \right] \div (V_R - V_L - \sqrt{g/Y_L} - \sqrt{g/Y_R}) \quad (2.V.11)$$

La distancia a lo largo del plano  $X$  se puede obtener de la ecuación (2.V.8)

$$X_P = X_L + (V_L + \sqrt{g/Y_L}) (t_P - t_L) \quad (2.V.12)$$

Ahora bien la ecuación (2.V.7) se resta de la ecuación (2.V.9) para obtener la siguiente ecuación:

$$y_P = V_L - V_R + \sqrt{g/Y_L} (Y_L) + (\sqrt{g/Y_R}) (y_R) - (t_P - t_L) (g(Sf_L - S_0)) + (t_P - t_R) (g(Sf_R - S_0)) \quad (2.V.13)$$

El valor de  $V_P$  se encuentra en la ecuación (2.V.7)

$$V_P = V_L - \sqrt{g/Y_L} (y_P - y_L) - (t_P - t_L) (g(Sf_L - S_0)) \quad (2.V.14)$$

Para la aplicación del método de las características es necesario conocer:

- a) El hidrograma de la avenida por transitar

- b) Las características del flujo uniforme
- c) Características geométricas del cauce
- d)  $g$ ,  $n$ ,  $\Delta x$ . (aceleración de la gravedad, rugosidad del cauce, longitud del tramo, respectivamente).
- e) Longitud total del cauce
- f) El número de tramos en que se dividirá el cauce para su estudio (este número es arbitrario).

Una selección adecuada de  $\Delta x$  es importante para el buen desarrollo del método. La condición de Courant  $\Delta t \leq \frac{x}{v} + C$  provee una guía en la selección de  $\Delta t$  y  $\Delta x$ .

Generalmente los valores para  $\Delta t$  son aproximadamente un 20% de los obtenidos en la condición de Courant.

Proponemos un  $\Delta x$  de la siguiente manera:

$$\Delta x = \frac{\text{Longitud del cauce}}{\text{número de tramos}}, \quad v = \text{vel. en flujo uniforme}, \quad C = \text{celeridad.}$$

el término de la derecha en la condición de Courant debe ser lo suficientemente mayor para que el método converja más rápidamente.

Para llevar a cabo el método se siguen los siguientes pasos:

1. Se calculan los puntos interiores  $X_L, T_L, V_L, Y_L$  y  $X_R, T_R, V_R, Y_R$  en los puntos 1, 2, 3, 4, 5, 6 (ver fig 2.15) con las ecuaciones (2.V.14).
2. Se calculan los puntos interiores  $X_P, T_P, V_P, Y_P$  en los puntos 7, 8,

9, 10, 11 con las ecuaciones (2.V.11) a la (2.V.14).

3.a) El punto 12 de frontera, aguas arriba se encuentra con la ecuación (2.V.10)

b) El punto 13 de frontera, aguas abajo se encuentra con la ecuación (2.V.8)

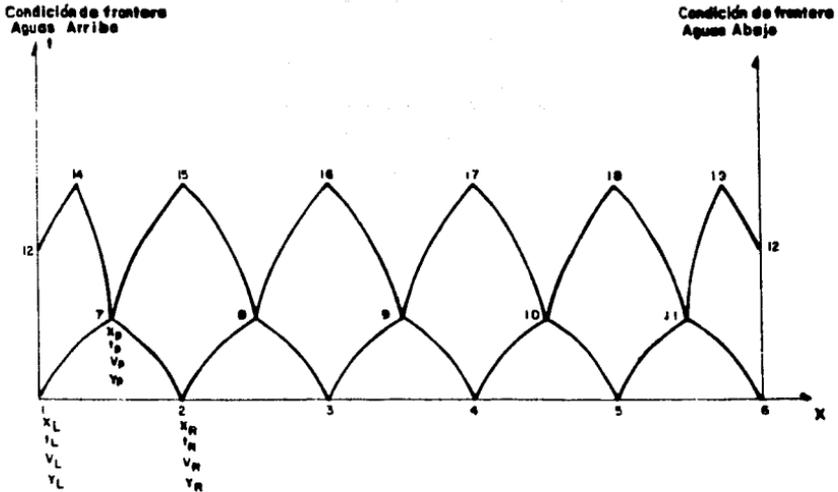
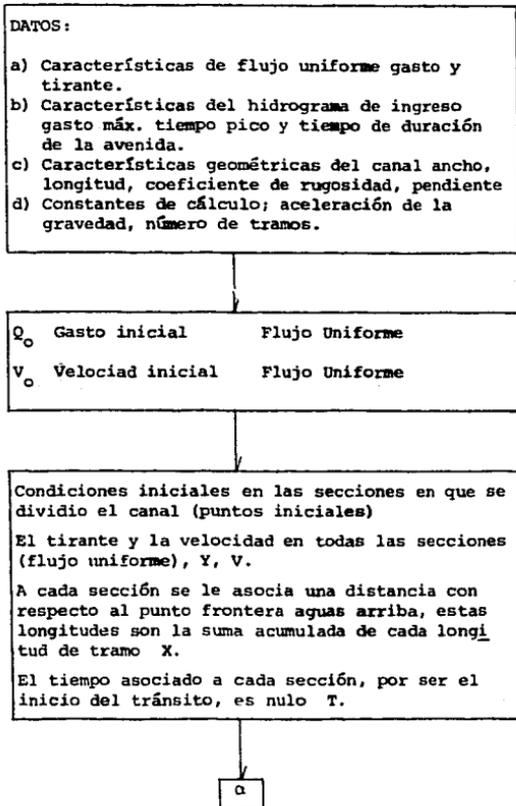
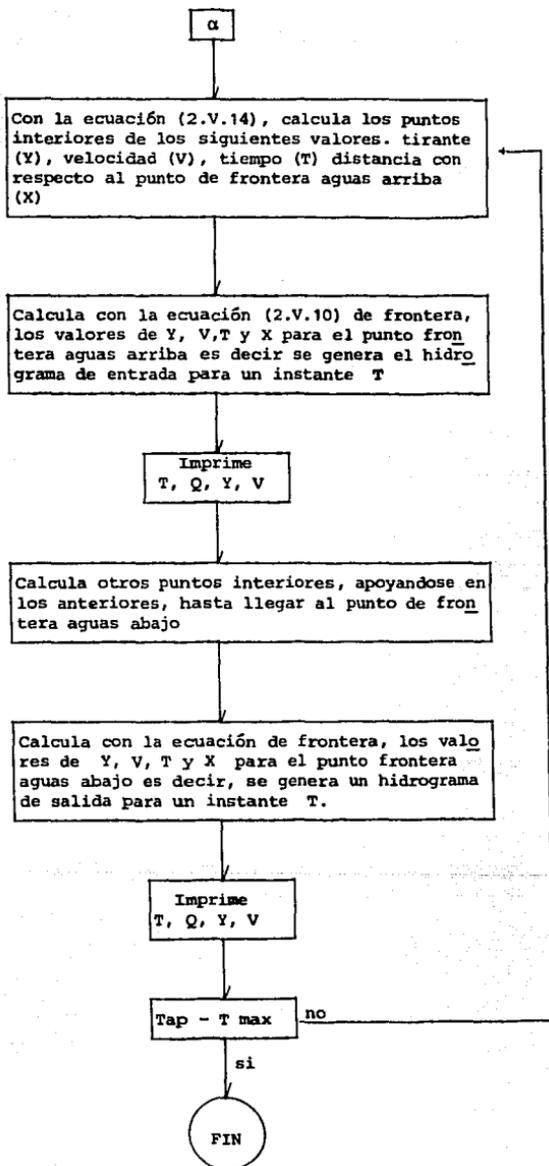


fig. 2.15

A continuación se presenta el diagrama de bloques del programa, mediante el cual se obtiene la solución para el método de las características.

#### DIAGRAMA GENERAL DE BLOQUES





## 2.VI METODO DE LAS DIFERENCIAS FINITAS.

Este es otro método de los llamados hidráulicos, que se utiliza para resolver las ecuaciones diferenciales parciales de flujo no permanente. Mediante su aplicación puede resolverse el problema de Tránsito de avenidas en cauces.

En seguida, se describe el desarrollo del método: <sup>(12)</sup>

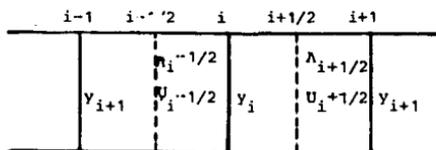
Considere la ecuación de continuidad

$$\frac{\partial A}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} (UA) = 0 \quad (2.VI.1)$$

$$T \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (UA) = 0$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} = - \frac{1}{T} \frac{\partial}{\partial x} (UA) \quad (2.VI.2)$$

$$\frac{y_i^{K+1} - y_i^K}{\Delta t} = - \frac{1}{\Delta X T_i} \left[ U_{i+1/2}^{K+1} A_{i+1/2}^K - U_{i-1/2}^{K+1} A_{i-1/2}^K \right] \quad (2.VI.3)$$



Donde:

A = es el área de la sección transversal

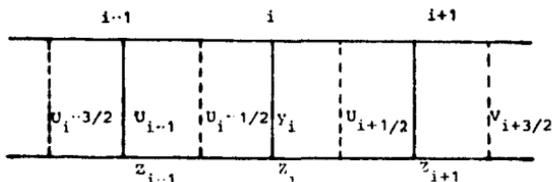
U = la velocidad

T = es el ancho de la superficie libre del agua

K + 1 y K son superíndices que indican la variación con respecto al tiempo.

Ahora bien, con la ecuación la Cantidad de Movimiento

$$\frac{\partial U}{\partial t} + U \frac{\partial U}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g (S_x - S_p) \quad (2.VI.4)$$



$$S_f = \frac{U^2 n^2}{R^{4/3}}$$

$S_f$  = es la pendiente de fricción

$S_x$  = es la pendiente de fondo

$$\frac{\partial U}{\partial t} = -U \frac{\partial U}{\partial x} - g \frac{\partial y}{\partial x} + g (S_x - S_f) \quad (2.VI.5)$$

Para el lado izquierdo del volumen de control

$$\begin{aligned} \frac{U_{i-1/2}^{K-1} - U_{i-1/2}^K}{\Delta t} &= \frac{U_{i-1/2}^{K+1}}{2\Delta x} \left[ U_{i+1/2}^K - U_{i-3/2}^K \right] - \frac{g}{\Delta x} \left[ y_i^{K+1} - y_{i-1}^{K+1} \right] + \\ &+ g S_x - g \left[ \frac{U_{i-1/2}^{K+1} U_{i-1/2}^K}{(R_{i-1/2}^K)^{4/3}} \right] \end{aligned} \quad (2.VI.6)$$

$$\begin{aligned} U_{i-1/2}^{K+1} \left[ 1 + \frac{\Delta t}{2\Delta x} (U_{i+1/2}^K - U_{i-3/2}^K) + \frac{\Delta t g n^2 U_{i-1/2}^K}{(R_{i-1/2}^K)^{4/3}} \right] &= \frac{\Delta t}{\Delta x} g \left[ y_{i-1}^{K+1} - y_i^{K+1} \right] + \\ &+ U_{i-1/2}^K + g S_x \Delta t \end{aligned} \quad (2.VI.7)$$

Haciendo

$$\begin{aligned} \alpha_{i-1/2} &= \left[ 1 + \frac{\Delta t}{2\Delta x} (U_{i+1/2}^K - U_{i-3/2}^K) + \frac{\Delta t g n^2 U_{i-1/2}^K}{(R_{i-1/2}^K)^{4/3}} \right] \\ U_{i-1/2}^K &= \frac{\Delta t g}{\Delta x \alpha_{i-1/2}} \left[ y_{i-1}^{K+1} - y_i^{K+1} \right] + \frac{U_{i-1/2} + g S_x R_{i-1/2} \Delta t}{\alpha_{i-1/2}} \end{aligned} \quad (2.VI.8)$$

Para el lado derecho del volumen de control

$$\frac{U_{i+1/2}^{K+1} - U_{i+1/2}^K}{\Delta t} = -\frac{U_{i+1/2}}{2\Delta x} \left[ U_{i+3/2}^K - U_{i-1/2}^K \right] - \frac{g}{\Delta x} \left[ y_{i+1}^{K+1} - y_i^K \right] +$$

$$+ g S_X - g \left[ \frac{n^2 U_{i+1/2}^{K+1} |U_{i+1/2}^K|}{\left( R_{i+1/2}^K \right)^{4/3}} \right] \quad (2.VI.9)$$

$$U_{i+1/2}^{K+1} \left[ 1 + \frac{\Delta t}{2\Delta x} (U_{i+3/2} - U_{i-1/2}) + \frac{\Delta t g n^2 |U_{i+1/2}^K|}{\left( R_{i-1/2}^K \right)^{4/3}} \right] = \frac{\Delta t}{\Delta x} g \left[ y_i^{K+1} - y_{i+1}^{K+1} \right] +$$

$$+ U_{i+3/2}^K + g S_X \Delta t \quad (2.VI.10)$$

Haciendo

$$\alpha_{i+1/2} = \left[ 1 + \frac{\Delta t}{2\Delta x} (U_{i+3/2} - U_{i-1/2}) + \frac{\Delta t g n^2 |U_{i+1/2}^K|}{\left( R_{i-1/2}^K \right)^{4/3}} \right]$$

$$U_{i+1/2}^{K+1} = \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{g}{\alpha_{i+1/2}} \left[ y_i^{K+1} - y_{i+1}^{K+1} \right] + \frac{U_{i+3/2}^K + g S_X \Delta t}{\alpha_{i+1/2}} \quad (2.VI.11)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.VI.8) y (2.VI.11) en la ecuación (2.VI.3) se tiene:

$$\frac{y_i^{K+1} - y_i^K}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta x \alpha_i^K} \left[ -\frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{g}{\alpha_{i+1/2}^K} A_{i+1/2}^K \left[ y_i^{K+1} - y_{i+1}^{K+1} \right] - \right.$$

$$\left. - \frac{A_{i+1/2}^K}{\alpha_{i+1/2}^K} (U_{i+3/2}^K + S_X \Delta t) - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{g}{\alpha_{i-1/2}^K} \right]$$

$$A_{i-1/2}^K \left[ y_{i-1}^{K+1} - y_i^{K+1} \right] + \frac{A_{i-1/2}^K}{\alpha_{i-1/2}^K} (U_{i-1/2}^K + g S_{X_{i-1/2}} \Delta t) \quad (2.VI.12)$$

Agrupando convenientemente la ecuación (2.VI.12)

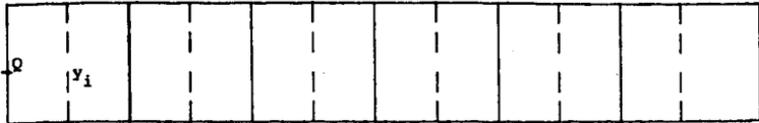
$$\begin{aligned} & \left[ -\frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{g}{\alpha_{i-1/2}^K} A_{i-1/2}^K \frac{\Delta t}{\Delta X T_i^K} \right] y_{i-1}^{K+1} + \left[ 1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{g}{\alpha_{i+1/2}^K} A_{i+1/2}^K \frac{\Delta t}{\Delta X T_i^K} + \right. \\ & \left. + \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{g}{\alpha_{i-1/2}^K} A_{i-1/2}^K \frac{\Delta t}{\Delta X T_i^K} \right] y_i^{K+1} + \left[ -\frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{g}{\alpha_{i+1/2}^K} A_{i+1/2}^K \frac{\Delta t}{\Delta X T_i^K} \right] y_{i+1}^{K+1} = \\ & = \left[ y_i^K + \frac{\Delta t}{\Delta X T_i^K} \right] - \frac{A_{i+1/2}^K}{\alpha_{i+1/2}^K} (U_{i+1/2}^K + g S_{K_{i+1/2}} \Delta t) + \frac{A_{i-1/2}^K}{\alpha_{i-1/2}^K} \\ & (U_{i-1/2}^K + g S_{K_{i-1/2}} \Delta t) \end{aligned}$$

Haciendo

$$\begin{aligned} B &= \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{g}{\alpha_{i-1/2}^K} A_{i-1/2}^K \frac{\Delta t}{\Delta X T_i^K} \\ - B_{i-1/2}^K y_{i-1}^{K+1} + \left[ 1 + B_{i-1/2}^K + B_{i+1/2}^K \right] y_i^{K+1} - B_{i+1/2}^K y_{i+1}^{K+1} &= \gamma_i^K \quad (2.VI.13) \end{aligned}$$

La ecuación (13) permite calcular las características hidráulicas en los puntos interiores.

Para las condiciones de frontera



Para la frontera izquierda (aguas arriba)

Gasto conocido: hidrograma

De la ecuación (2.VI.3)

$$\frac{y_i^{K+1} - y_i^K}{\Delta t} = \frac{1}{\Delta x T_i^R} \left[ U_{i+1/2}^{K+1} A_{i+1/2}^K - Q^{K+1/2} \right] \quad (2.VI.14)$$

Sustituyendo la ecuación (11) en la ecuación (14)

$$\begin{aligned} y_i^{K+1} - y_i^K &= - \frac{\Delta t}{\Delta x T_i^K} \left[ \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{g}{\alpha_{i+1/2}^K} A_{i+1/2}^K (y_i^{K+1} - y_{i+1}^{K+1}) + \right. \\ &\quad \left. + \frac{A_{i+1/2}^K}{\alpha_{i+1/2}^K} (U_{i+3/2}^R + g S_{K,i+1/2} \Delta t) - Q^{K+1/2} \right] \\ &\quad \left[ 1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{g}{\alpha_{i+1/2}^K} A_{i+1/2} \frac{\Delta t}{\Delta x T_i^K} \right] y_i^{K+1} + \\ &\quad + \left[ - \frac{\Delta t}{\Delta x} \frac{g}{\alpha_{i+1/2}^K} A_{i+1/2}^Y \frac{\Delta t}{\Delta x T_i} \right] y_{i+1}^{K+1} = y_i + \end{aligned}$$

$$+ \frac{\Delta t}{\Delta x T_i^K} \left( - \frac{A_{i+1/2}^K}{\alpha_{i+1/2}^K} \left( U_{i+3/2}^K - g S_x \Delta t \right) + Q^{K+1/2} \right)$$

$$\left[ 1 + B_{i+1/2}^K \right] y_i^{K+1} + \left[ - B_{i+1/2}^K \right] y_{i+1}^{K+1} = y_i \quad (2.VI.15)$$

Para la frontera derecha (aguas abajo)

Condición tirante conocido

$$y_{i+1} = y_F$$

$$\left[ - B_{i-1/2}^K \right] y_{i+1}^{K+1} + \left[ 1 + B_{i-1/2}^K + B_{i+1/2}^K \right] = y_i + B_{i+1/2}^K y_F \quad (2.VI.16)$$

## 2.VII OTROS METODOS DE SOLUCION PARA EL TRANSITO DE AVENIDAS

Existen un grupo de técnicas que intentan dar solución al problema del tránsito de avenidas, de los cuales se mencionarán someramente algunos de ellos.

### 2.VII.1 Método de la analogía de difusión

Este método aproximado para el tránsito de avenidas en cauces. Utiliza la ecuación de difusión para un flujo de partículas

$$\frac{\partial N}{\partial t} = Kd \frac{\partial^2 N}{\partial x^2} \quad (2.VI.1)$$

Donde

N = es el número de partículas

t = es el tiempo

x = es la distancia

Kd = es un coeficiente de difusión

La ecuación (2.VI.1) tiene muchas aplicaciones como lo es el problema de transferencia de calor. Se puede suponer que el caso de la difusión de las ondas y las turbulencias en el cauce originadas por las irregularidades del cauce, es análogo a la de difusión de partículas. El desarrollo matemático ha sido tratado por Hayami<sup>(8)</sup>, y someramente es como sigue:

En la ecuación (2.VI.1), el tirante h puede ser considerado como una cantidad que se difunde del sitio de turbulencia. Por lo que la ecuación - -

(2.VI.1) se convierte en

$$\frac{\partial h}{\partial t} = Kd \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (2.VI.2)$$

Esta ecuación no se obtuvo de consideraciones físicas del movimiento de las ondas en el cauce, y representa la variación del almacenamiento en el cauce debido a las irregularidades de la sección transversal.

Si se sustituye la ecuación (2.VII.2) en la ecuación de continuidad (2.1) y la ecuación de Chézy para el gasto de descarga, el resultado se encamina hacia una ecuación básica para el tránsito de avenidas en cauces, mediante la analogía de difusión.

$$\frac{\partial h}{\partial t} + C \sqrt{S_0} \frac{\partial (h)^{3/2}}{\partial x} = Kd \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \quad (2.VII.3)$$

La solución analítica de la ecuación (2.VI.3) fué propuesta por Hayami la cual es:

$$\frac{h - h_n}{h_u} = 1 - (2/\eta) \int_0^{\frac{x}{2\sqrt{Kd}f}} \exp \left[ \frac{Uw^x}{2Kd} - X^2 - (Uw^x/4K_c^X)^2 \right] dx \quad (2.VII.4)$$

En la ecuación (2.VI.4),  $h$  es el tirante del agua en un punto  $x$  aguas arriba,  $h_n$  el tirante normal en el mismo punto,  $h_u$  es el tirante aguas arriba,  $Kd$  es la difusividad (que puede ser estimada o puede ser medida),  $Uw = 1.5 U$  ( $U$  es la velocidad promedio) y  $x$  es la variable ficticia.

Para la aplicación de una avenida real, se considera una superposición de un número de avenidas unitarias, cada una de las cuales es una onda fictia

cia de un tirante constante.

### 2.VI.2 Métodos de tránsito usando la analogía eléctrica <sup>(9)</sup>.

La analogía eléctrica es una herramienta muy útil, cuando una gran cantidad de tránsito de avenidas van a ser realizados.

Hay varios tipos de analogías eléctricas, pero aquí solo se menciona a los analizadores diferenciales, los cuales han sido visto muy apropiados, especialmente cuando el tránsito de avenidas esta basado en la ecuación diferencial de almacenamiento. El cambio de las condiciones del flujo puede ser manejado muy fácilmente y los resultados dan una exactitud aceptable.

La disponibilidad de las analogías eléctricas hace que la integración de las ecuaciones diferenciales de flujo no permanente en cauces sea una operación rápida.

Si las analogías eléctricas son usadas para un sistema bien definido de cauces y de condiciones de frontera y además se usa repetidamente, puede competir con otros métodos de solución.

### 2.VI.3 Dispositivos para el tránsito de avenidas.

Generalmente, los dispositivos implican procedimientos sencillos y fácilmente aplicables para la integración de la ecuación de continuidad. Tales dispositivos son: nomogramas, plantillas, reglas de cálculo, integrados mecánicos, etc. Con el advenimiento de las computadoras digitales la mayoría de estos dispositivos han perdido su utilidad excepto para casos en los que in

volucren condiciones particularmente convenientes para su uso.

#### 2.VI.4 Método de tránsito de avenidas que utilizan solamente la de conservación de momento.

El tránsito de avenidas ha sido aproximado mediante un procedimiento que utiliza la ecuación de la conservación de cantidad de movimiento solamente se utiliza el término de la aceleración local  $\frac{\partial U}{\partial t}$ , el término  $U \frac{\partial U}{\partial x}$  ha sido eliminado. Porque en la ecuación de flujo no permanente se supone una pendiente de la superficie del agua en línea recta y una sección transversal del canal uniforme. La ecuación de continuidad no interviene en este procedimiento. Igual que los otros métodos hidrológicos, esta técnica proporciona un modelo lineal para el flujo no permanente.

#### 2.VI.5 Métodos de transición

En estos métodos se usan las ecuaciones de continuidad o almacenamiento y la de conservación de cantidad de movimiento, pero en esta última se omiten algunos términos, además se hacen suposiciones tales como: la pendiente del fondo del cauce es constante, una variación lineal de las características geométricas del cauce.

Los métodos de transición usan la celeridad de la onda en su desarrollo matemático. Para ciertas consideraciones los métodos de transición dan buenos resultados.

### **CAPITULO III**

#### **METODOS PARA EL TRANSITO DE AVENIDAS EN VASOS**

### 3. METODOS PARA EL TRANSITO DE AVENIDAS EN VASOS

Se puede definir al tránsito de una avenida por un vaso, a los procedimientos utilizados para determinar las modificaciones que sufre un hidrograma a través del vaso.

La gran variedad de métodos aproximados de tránsito de avenidas es debido a las diferentes técnicas de expresar la dependencia del almacenamiento en el ingreso o egreso del flujo.

Dependiendo en la relación de la forma del almacenamiento, la ecuación (3.1) puede ser integrada numéricamente, gráficamente, o en algunos casos analíticamente.

Varias formas de la ecuación han sido usadas para el tránsito.

Los métodos usados para transitar una avenida en un vaso dependen de la inclinación que tenga el fondo del vaso, ya que éste puede ser horizontal o bien si tiene una pendiente considerable y si las compuertas son operadas durante el período de tránsito por lo que el proceso es más complicado.

La aplicación más simple de la ecuación de almacenamiento es cuando el almacenamiento puede ser considerado como una sola función del flujo de egreso. Este es el caso más usual cuando la superficie del agua es horizontal (vasos profundos, de gran capacidad de almacenaje) y la posición de las compuertas no cambia.

El problema de tránsito de avenidas en vasos se puede plantear de la siguiente forma:

En un vaso de almacenamiento con una estructura que permite la salida del agua a determinada elevación como se muestra en la fig 3.1.

Para un intervalo de tiempo  $\Delta t$  entra al vaso un volumen  $I\Delta t$ , que se reparte en un volumen que sale del vaso  $O\Delta t$  y otro que se almacena  $\Delta S$ .

$$\Delta S = I\Delta t - O\Delta t \quad (3.1)$$

La ecuación 3.1, no tiene una solución directa ya que el gasto de egreso es una función de la elevación  $h$  y esta es función del incremento de volumen  $\Delta S$  el cual a su vez es una función de la diferencia de  $I-O$ .

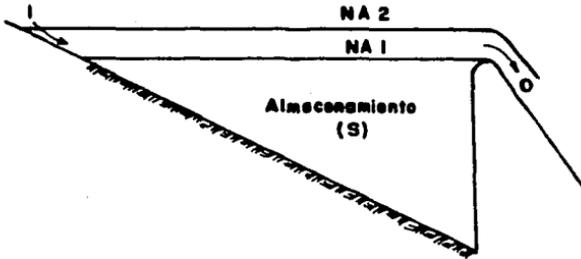


Fig 3.1

Por medio de un artificio algebraico y valiéndose de gráficas auxiliares se puede resolver la ecuación 3.1.

Se debe tomar en consideración que para transitar una avenida en un vaso se necesitan conocer los siguientes datos:

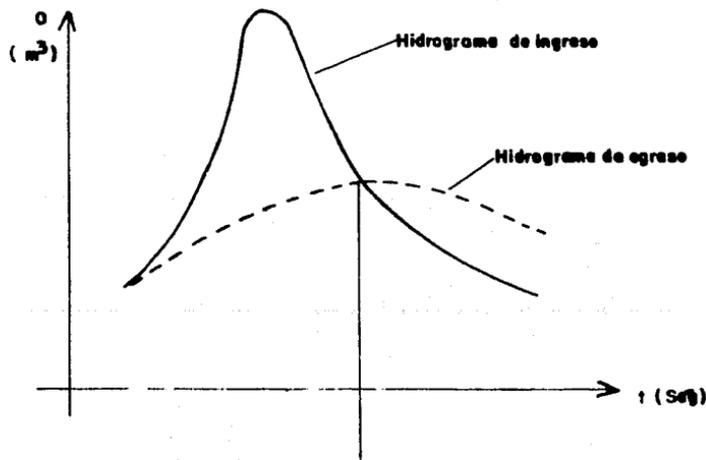
1. Hidrograma de ingreso.
2. La elevación de la superficie del agua contra distintos almacenamientos en el vaso.
3. La elevación de la superficie del agua contra el flujo de egreso en el vaso.
4. La elevación inicial de la superficie libre del agua o el gasto de egreso antes de llegar la avenida.

La información que se proporciona por los incisos 2,3, es indispensable para formar las curvas elevación-capacidad y elevación-descarga.

La curva elevación-capacidad para vasos se puede obtener mediante un mapa topográfico. Se determina midiendo con la ayuda de un planímetro las áreas entre las curvas de nivel consecutivamente, estas áreas multiplicados por el incremento de elevación, producen incrementos de volúmenes.

La curva elevación-descarga se puede obtener mediante las características geométricas del vertedor o bien calibrando la ecuación de gasto de un vertedor contra distintas elevaciones en un modelo físico hidráulico.

La ecuación (3.1) se puede ilustrar mediante la fig 3.2, donde la diferencia entre las ordenadas del flujo de ingreso y el flujo de egreso es igual al volumen de almacenamiento como se muestra en la fig 3.3.



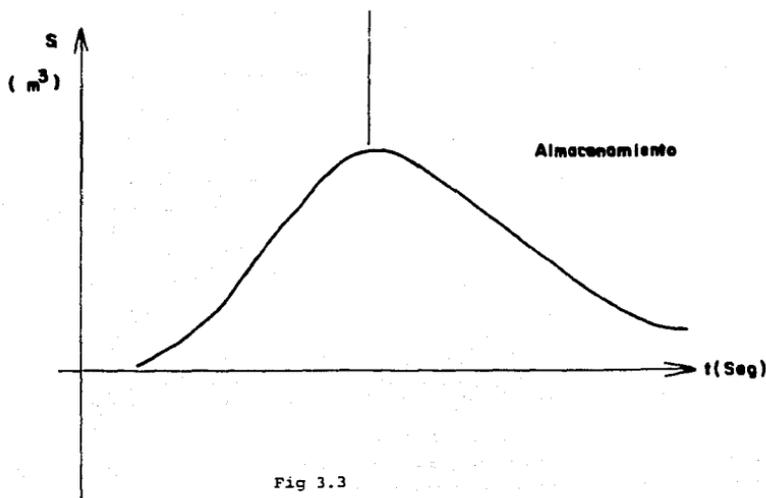


Fig 3.3

### 3.1 METODO SEMIGRAFICO

Con el advenimiento y la utilización de las modernas computadoras electrónicas han facilitado grandemente la resolución del problema del tránsito de avenidas, pero a veces es necesario contar con un método rápido que permita comprobar los resultados que se obtuvieron en la computadora, o en algún caso particular cuando no se tenga a la disposición de una máquina computadora. Un procedimiento para integrar la ecuación de continuidad es el método semi gráfico.

Este método<sup>(2)</sup> supone una relación invariable descarga-almacenamiento.

La aplicación de la ecuación de almacenamiento (3.1) se puede utilizar cuando el almacenamiento es una función del flujo de egreso.

Utilizando la ecuación (3.1) y una relación descarga-almacenamiento se puede llevar a cabo del tránsito como sigue:

La ecuación (3.1) en su forma de diferencias finitas, usando  $\Delta t = t_{i+1} - t_i$  es:

$$\frac{1}{2} (I_i + I_{i+1}) \Delta t - \frac{1}{2} (O_i + O_{i+1}) \Delta t = S_{i+1} - S_i \quad (3.I.1)$$

La ecuación (3.I.1) también se puede escribir como:

$$\frac{S_{i+1} - S_i}{\Delta t} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - \frac{O_{i+1} + O_i}{2} \quad (3.I.2)$$

Si  $i=1$ , para el primer intervalo de tiempo se conocen,  $I_1, I_2, S_1, \Delta t, O_1$ .

Para el segundo intervalo de tiempo se conocen  $I_2, I_3, S_2, \Delta t, O_2$  de la ecuación (3.I.2)

$$\frac{2 S_{i+1}}{\Delta t} - \frac{2 S_i}{\Delta t} = I_{i+1} + I_i - O_{i+1} - O_i$$

Y agrupando convenientemente los valores conocidos en el lado derecho de la ecuación tenemos:

$$\frac{2 S_{i+1}}{\Delta t} + O_{i+1} = I_{i+1} + I_i + \frac{(2 S_i - O_i)}{\Delta t} \quad (3.I.3)$$

A partir de las curvas elevación-capacidad y elevación-descarga, es decir se dispone de la fig 3.4 se pueden formar las curvas de  $O$  contra  $\frac{2S}{\Delta t} + O$

y 0 contra  $\frac{2S}{\Delta t} = 0$  fig 3.5 de la siguiente manera:

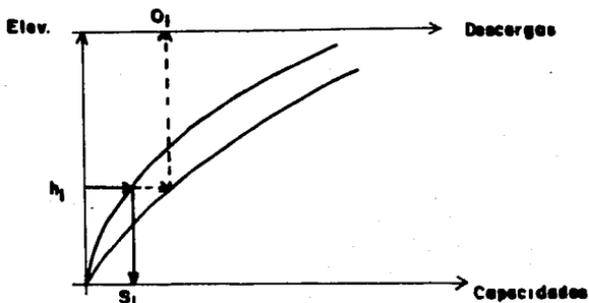


Fig 3.4

Hacer una tabla con los siguientes encabezados:

1	2	3	4	5	6
Elevación	Almacenamiento	Descarga	$\frac{2S}{\Delta t}$	$\frac{2S}{\Delta t} + 0$	$\frac{2S}{\Delta t} - 0$
h	s	0			

Esta tabla se forma de la siguiente manera:

Columna 1. Son los valores escogidos a criterio con objeto de definir adecuadamente las curvas de tránsito  $\frac{2S}{\Delta t} \neq 0$ .

Columna 2. Son los almacenamientos correspondientes a cada elevación de la columna 1.

Columna 3. Es el flujo de egreso correspondiente a cada elevación de la

columna 1.

Columna 4. Es el cociente de dos veces la columna 2 entre, el intervalo de tiempo.

Columna 5. Es la suma de la columna 4 más la columna 3.

Columna 6. Es la recta de la columna 4 menos la columna 3.

Con esta tabla podemos formar las curvas de tránsito al dibujar las columnas 5 y 6 contra columna 3, fig 3.5.

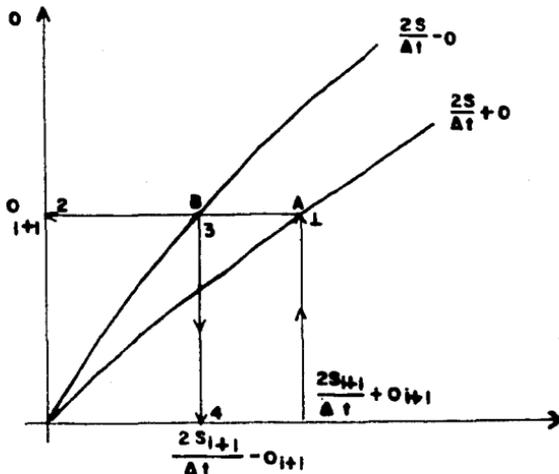


fig. 3.5

La forma propuesta para resolver la ecuación 3.I.3 es la siguiente:

Elegido un intervalo de tiempo  $\Delta t$  conveniente y con las curvas elevación-capacidad y elevación-descarga, de las cuales se hizo mención para su cons

trucción anteriormente (cap. 3). En la ecuación (3.I.3) por resolver se conocen, al iniciar el tránsito de la avenida, los valores de  $I_{i+1}$  e  $I_i$  (obtenidos directamente del hidrograma de ingreso), la elevación del nivel del agua en el vaso, el volumen en él (obtenido de la curva elevación-capacidades), puede ser determinado de la curva elevación-descarga, de donde se tiene para el primer intervalo de tiempo que todos los términos del lado derecho de la ecuación son conocidos por lo tanto se conoce el valor de  $\frac{(2S_{i+1} + O_{i+1})}{\Delta t}$

Así entrando a las curvas auxiliares  $\frac{2S}{\Delta t} \pm 0$  con el valor de  $\frac{(2S_{i+1})}{\Delta t}$   $O_{i+1}$ ) de la siguiente manera (fig 3.5)

1. Se entra en el eje  $\frac{2S}{\Delta t} \pm 0$  con el valor indicado y se lleva una vertical hasta encontrar a la curva  $\frac{2S}{\Delta t} + 0$  en el punto A.
2. Desde el punto A se lleva una horizontal hasta encontrar el eje  $O$ , y leer el valor correspondiente a  $O_{i+1}$  para el primer intervalo.
3. Desde el punto A se lleva una horizontal hasta encontrar a la curva  $\frac{2S}{\Delta t} - 0$  en el punto B.
4. Desde el punto B se lleva una vertical hasta encontrar el eje  $\frac{2S}{\Delta t} + 0$  y leer el valor correspondiente de  $\frac{2S_{i+1}}{\Delta t} - O_{i+1}$  y este nos servirá para el siguiente intervalo de tiempo ya que en el lado derecho de la ecuación (3.I.3) aparece este término. Con los valores encontrados en la fig 3.5 se encuentra el nuevo valor de  $\frac{2S}{\Delta t} + 0$  y se repite los pasos 1 a 4 para los siguientes intervalos de tiempo hasta el tiempo que se desee.

### 3.1.1 Tránsito de avenidas en vasos de almacenamiento controlado.

La política de operación de las compuertas del vertedor es una función de la relación entre el almacenamiento y el gasto de egreso. Cuando las compuertas del vertedor sean de las mismas características geométricas, la curva elevación-descarga puede representarse por una familia de curvas con el número de compuertas abiertas difiriendo como un parámetro fig 3. . Ahora bien, las curvas de tránsito  $\frac{2S}{\Delta t} \neq 0$  contra 0 deben ser sustituidas por una familia de curvas con el número de compuertas abiertas como parámetro.

El procedimiento de tránsito es el mismo que en el capítulo 3.1, pero ahora se modifica la ecuación 3.1.2 a:

$$\frac{S_{i+1} - S_i}{\Delta t} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - \frac{O_{i+1} + O_i}{2} - \bar{O}_R \quad (3.1.1a)$$

donde el término  $\bar{O}$  es la salida controlada

$$\frac{2S_{i+1}}{\Delta t} + O_{i+1} = I_{i+1} + I_i - 2O_K + \frac{(2S_i)}{\Delta t} - O_i \quad (3.1.1b)$$

La solución de la ecuación (3.1.1b) es la misma que la ecuación (3.1.3)

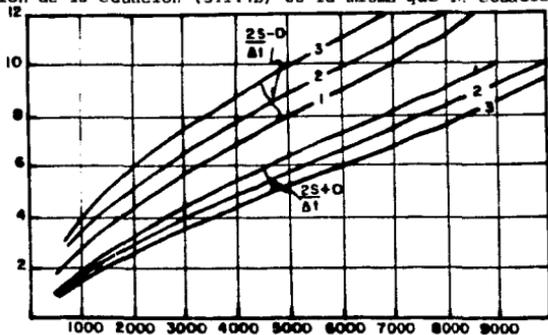


Fig 3.6

## 3.II METODO DEL COEFICIENTE PARA EL TRANSITO DE AVENIDAS POR VASOS

Este método comprende un grupo de procedimientos que aproximan mediante simples relaciones las complejas relaciones existentes entre el volumen de agua almacenada y los gastos de ingreso y egreso. Estas relaciones simples son de la forma de coeficiente, dan un peso a las distintas variables que intervienen en el proceso del tránsito de avenidas.

La aplicación de este método<sup>(9)</sup> es sencilla, además de que permite valuar rápidamente los gastos de egreso del vaso.

Este método supone que el almacenamiento es directamente proporcional al flujo de egreso  $O$ , es decir.

$$S = K O \quad (3.II.1)$$

Si se sustituye a la ecuación (3.II.1) en la forma de diferencias finitas se tiene:

$$S_{i+1} - S_i = K (O_{i+1} - O_i) \quad (3.II.2)$$

De la ecuación (3.I.1) y sustituyendola en la ecuación (3.II.2) se obtiene

$$\frac{(I_{i+1} + I_i)}{2} \Delta t - \frac{(O_{i+1} + O_i)}{2} \Delta t = K (O_{i+1} - O_i) \quad (3.II.3)$$

$$\frac{1}{2} (I_{i+1} + I_i) \Delta t - \frac{1}{2} (O_{i+1} + O_i) \Delta t = KO_{i+1} - KO_i \quad (3.II.4)$$

$$O_{i+1} = O_i + C (I_i - C_i) + \frac{1}{2} C (I_{i+1} - I_i) \quad (3.II.5)$$

Donde

$$C = \frac{\Delta t}{K + 0.5 \Delta t}$$

K representa a una constante de proporcionalidad igual al recíproco de la pendiente de la curva de almacenamiento fig 3.7, usada ya sea como constante o como una función variable del flujo de egreso.

Si la ecuación (2.I.4) se le resta la ecuación (2.I.3) se tiene:

$$S_{i+1} - S_i = K \left[ XI_{i+1} + O_i (1-X) \right] - K \left[ XI_i + O_i (1-X) \right] \quad (3.II.6)$$

Cuando  $X = 0$  para la ecuación de arriba se obtiene

$$S_{i+1} - S_i = K \left[ O_{i+1} \right] - K \left[ O_i \right]$$

$$S_i - S_i = K \left[ O_{i+1} - O_i \right] \quad (3.II.7)$$

Nótese que la ecuación (3.II.7) es igual que la ecuación (3.II.2) por lo que se concluye que esta ecuación es igual a la ecuación (2.I.4) del método Muskingum cuando  $X = 0$ .

Para la solución de este método se requiere de esta información:

- . Hidrograma de ingreso
- . Las curvas elevación-capacidad y elevación-descarga.

El procedimiento de cálculo para este método es el siguiente:

Formar una gráfica de capacidad contra descarga de la siguiente manera:

- 1) De la fig 3.4 proponer un valor para  $h_1$  y ver que valor de  $S_1$  le corresponde.
- 2) De la fig 3.4 con el valor de  $h_1$  ver el valor de  $O_1$  que le corresponde.
- 3) La pareja de valores de  $S_1$  y  $O_1$  colocarlos en la gráfica de capacidad-descarga. fig 3.7.
- 4) Repetir los pasos 1 y 3, las veces que sea necesario para formar la gráfica capacidad-descarga.
- 5) Calcular la pendiente ( $m$ ) de la curva de almacenamiento.
- 6) Calcular  $K = \frac{1}{m}$
- 7) Calcular  $C = \frac{\Delta t}{K + 0.5 \Delta t}$

Ahora ya se puede comenzar el tránsito del hidrograma de ingreso utilizando la ecuación (3.II.5) para obtener el hidrograma de egreso.

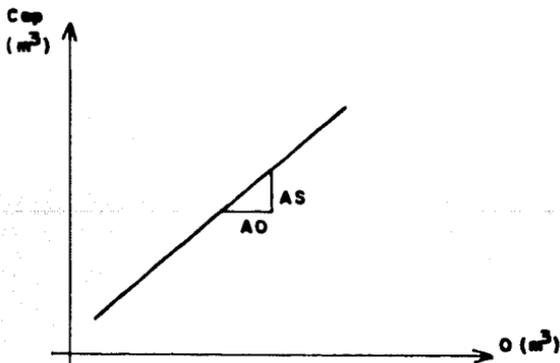


Fig 3.7

## 3.III METODO NUMERICO PARA EL TRANSITO DE AVENIDAS POR VASOS

Es posible que se requiera de transitar varias avenidas o bien porque de realizarlas uno con métodos semigráficos resulte muy engorroso. Ante tal situación, se puede realizar en pequeñas computadoras. Por esta razón se presenta un procedimiento que fácilmente se puede programar en microcomputadoras del tipo Hewlett Packard (HP-25, HP-29, HP-33) y Texas Instruments (TI-58 y TI-59) entre otras.

A continuación se presenta el desarrollo matemático<sup>(10)</sup> de dicho procedimiento:

Considérese la ecuación de almacenamiento (2.1)

$$\frac{S_{i+1} - S_i}{\Delta t} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - \frac{O_{i+1} + O_i}{2}$$

La cual puede escribirse como

$$\frac{\Delta S_i}{\Delta t} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - \frac{O_{i+1} + O_i - O_i + O_i}{2}$$

O sea que

$$\frac{\Delta S_i}{\Delta t} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} - \frac{\Delta O}{2} - O_i \quad (3.III.1)$$

donde  $\Delta O = O_{i+1} - O_i$

De la curva elevaciones-capacidad fig 3.8 se supondrá que:

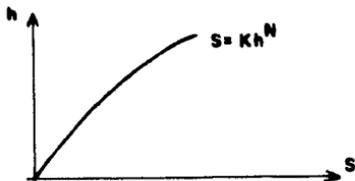


Fig 3.8

$$S = Kh^N$$

(3.III.2)

Donde

S = es el almacenamiento a la elevación h.

h = elevación del agua en el vaso

K, N = parámetros que se pueden obtener de un ajuste de mínimos cuadrados de manera que

$$dS = Kh^{N-1} dh = \Delta S$$

Pero si

$$\Delta S = S_{i+1} - S_i$$

y

$$\Delta h = h_{i+1} - h_i = dh$$

así

$$\Delta S_i = KNh_i^{N-1} (h_{i+1} - h_i)$$

o bien se puede escribir de la siguiente forma:

$$\Delta S_i = KNh_i^N + KNh_i^{N-1} h_{i+1} \quad (3.III.3)$$

De la curva elevaciones-descarga fig 3.9 del vertedor

$$O = C (h_{i+1} - H)^{3/2} \quad \text{si } h > H \quad (3. III. 4)$$

$$O = 0.0 \quad \text{si } h \leq H \quad (3. III. 4a)$$

Donde

$O$  = es el gasto de egreso por el vertedor

$C$  =  $C_0 L$  con  $C_0$  coeficiente de descarga y  $L$  longitud efectiva del vertedor.

$h$  = elevación del agua en el vaso

$H$  = elevación de la cresta del vertedor.

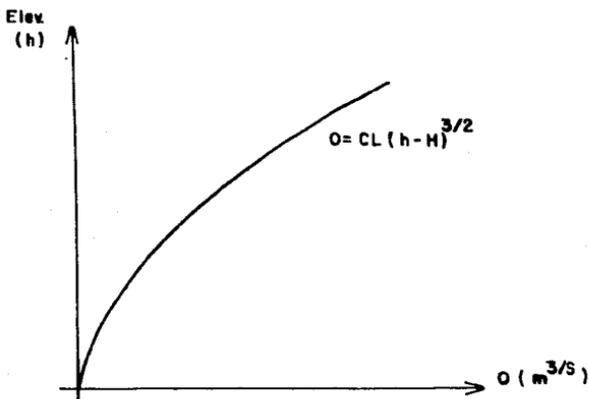


Fig 3.9 Curva Elevaciones-Descarga

$$O = C (h-H)^{3/2}$$

$$dO = \frac{3C}{2} (h-H)^{1/2} dh = \Delta O$$

y como  $dh = h_{i+1} - h_i$

$$\Delta O_i = \frac{3C}{2} (h_i - H)^{\frac{1}{2}} (h_{i+1} - h_i)$$

quedando

$$\Delta O_i = \frac{3C}{2} (h_i - H)^{\frac{1}{2}} h_i + \frac{3C}{2} (h_i - H)^{\frac{1}{2}} h_{i+1} \quad (3.III.5)$$

Sustituyendo (3.III.3) y (3.III.4) en la ecuación (3.III.1)

$$\frac{-KNh_i^N + KNh_i^{N-1} h_{i+1}}{\Delta t} = \frac{I_{i+1} + I_i}{2} + \frac{3C}{4} (h_i - H)^{\frac{1}{2}} h_i - \frac{3C}{4} (h_i - H)^{\frac{1}{2}} h_{i+1} - O_i$$

despejando para  $h_{i+1}$  y sustituyendo  $O_i = C (h_i - H)^{3/2}$  se obtiene

$$h_{i+1} = \frac{KNh_i^N + \left[ \frac{I_{i+1} + I_i}{2} \right] \Delta t + 4C (h_i - H)^{\frac{1}{2}} h_i \Delta t - C (h_i - H)^{3/2} \Delta t}{KNh_i^{N-1} + \frac{3}{4} C (h_i - H)^{1/2} \Delta t} \quad (3.III.6)$$

$$h_{i+1} = h_i + \frac{\left[ \frac{I_{i+1} + I_i}{2} \right] - C (h_i - H)^{3/2}}{\frac{KN}{\Delta t} h_i^{N-1} + \frac{3}{4} C (h_i - H)^{1/2} \Delta t} \quad (3.III.7)$$

La aplicación del método consiste en utilizar la ecuación (3.III.7) para encontrar el valor de  $h_{i+1}$  y este valor sustituirlo en la ecuación (3.III.4) para encontrar el hidrograma de egreso.

NOTA: En la solución de las ecuaciones diferenciales por medio de los métodos numéricos es importante la selección del intervalo de tiempo  $\Delta t$ , éste no debe ser demasiado grande para evitar errores grandes en la solución de interés. Se recomienda que  $\Delta t$  sea menor o igual a  $t_b/5$  horas.

## **CAPITULO IV**

### **APLICACIONES**

#### 4. APLICACIONES

##### Ejemplo 4.1

En una presa que tiene las curvas elevación-capacidad y la curva elevación-descarga mostrada en la fig 4.1 ingresa al hidrograma de la tabla 1. Encontrar:

- a) La máxima elevación a la que llega en el vaso de la presa al transitar el hidrograma de ingreso.
- b) El máximo volumen almacenado en el vaso de la presa durante el tránsito del hidrograma.
- c) ¿Sufrirá inundación un poblado situado inmediatamente abajo de la presa?.  
El poblado se inunda si se presenta un gasto de  $150 \text{ m}^3/\text{seg}$ .

El nivel inicial en la presa es de 30 m.

FECHA	HORA	GASTO ( $m^3/s$ )
23-abril-79	24	0
24-abril 79	6	56
24-abril-79	12	80
24-abril-79	18	113
24-abril-79	24	147
25-abril-79	6	170
25-abril-79	12	160
25-abril-79	18	140
25-abril-79	24	100
26-abril-79	6	20

TABLA 1

Solución:

De los datos del problema para el nivel inicial se tiene que el almacenamiento inicial (al nivel de la cresta) es de  $6.5 \times 10^6 m^3$  y que el gasto de descarga inicial es de  $0.0 m^3/seg$ .

Según el hidrograma se seleccionó  $\Delta t = 6$  horas.

Los pasos que se siguen son:

- Obtener la tabla 2 a partir de la fig 4.1 según el capítulo 3.I.1.
- Con referencia a la tabla 2 dibujar las curvas de tránsito al graficar

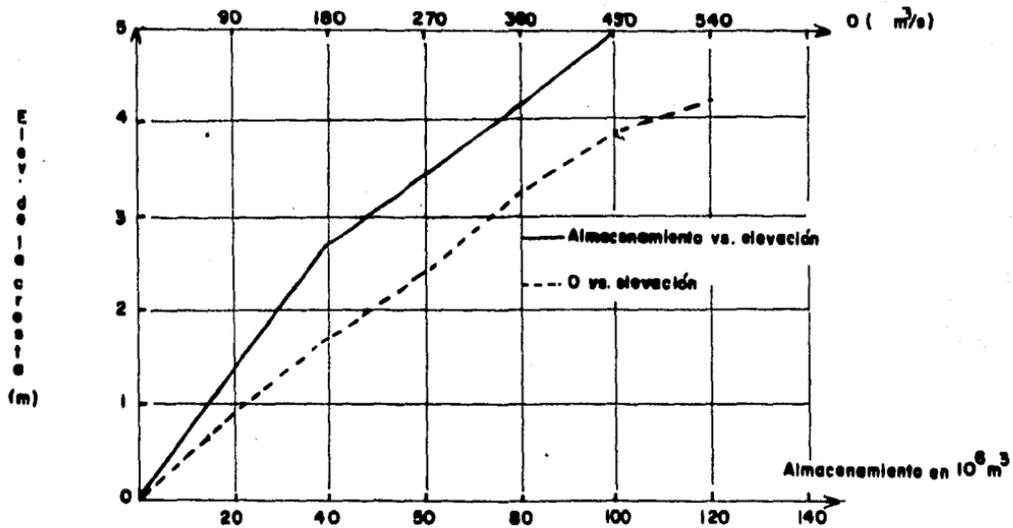


Fig. 4.1 Curvas elevación - Descarga y Elevación - Capacidad

la columna contra las columnas 5 y 6 fig 4.2.

c) Obtener la tabla 3 de acuerdo al procedimiento indicado en el inciso

3.I.1. La última columna de esta tabla proporciona el hidrograma transitado.

(1) Elevación h (m)	(2) Almacenamiento S (m <sup>3</sup> x10 <sup>6</sup> )	(3) Descarga O (m <sup>3</sup> /seg)	(4) $\frac{2S}{\Delta t}$ (m <sup>3</sup> /seg)	(5) $\frac{2S}{\Delta t} + O$ (m <sup>3</sup> /seg)	(6) $\frac{2S}{\Delta t} - O$ (m <sup>3</sup> /seg)
0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
0.50	7.0	50.5	648.15	698.65	597.65
1.00	14.0	102.0	1296.30	1398.30	1194.30
1.50	21.0	147.5	1944.45	2091.95	1796.95
2.00	29.0	218.5	2685.20	2903.70	2446.80
2.50	37.0	283.5	3425.93	3709.43	3142.43
3.00	47.0	333.0	4351.85	4684.85	4018.85
3.50	60.0	391.5	5555.66	5947.06	5164.06
4.00	74.0	477.0	6851.85	7328.85	6374.85

TABLA 2

La tabla 3 se genera de la fig 4.2 y usando la ecuación (3.I.3)

Para  $i=1$

$$\frac{2S_2}{\Delta t} + O_2 = I_2 + I_1 + \left( \frac{2S_1}{\Delta t} - O_1 \right)$$

$$\frac{2S_2}{\Delta t} + O_2 = 56 + 0 + 0 = 56$$

Por pasos para el primer intervalo de tiempo se tiene:

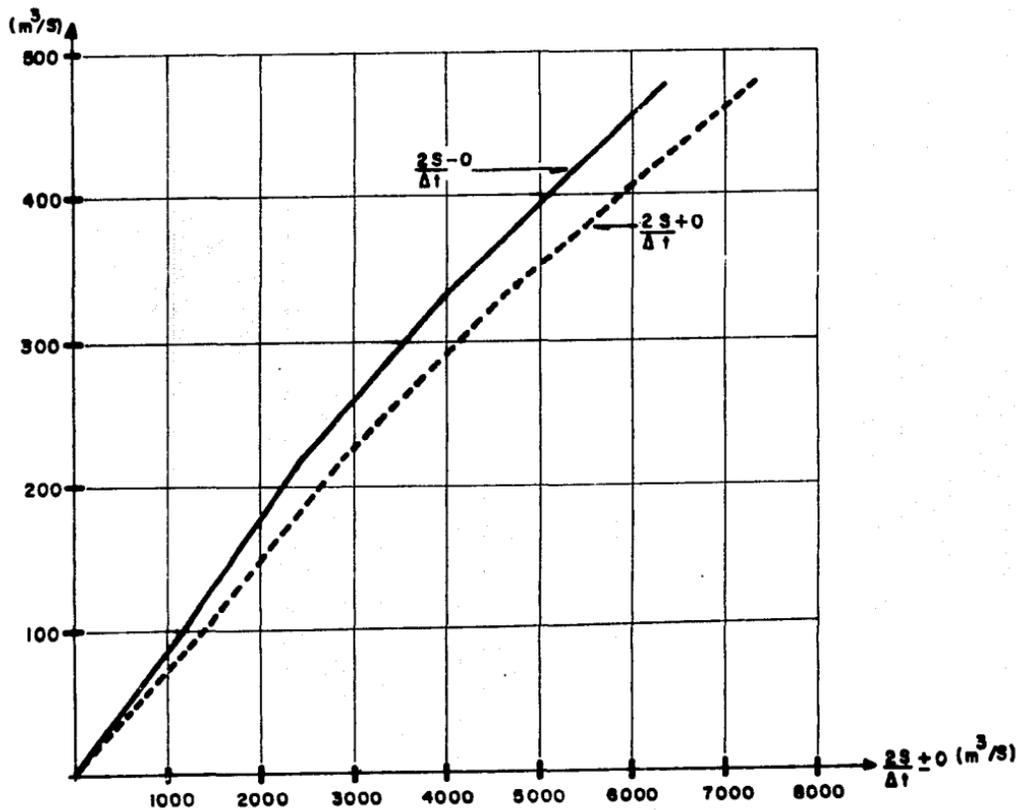


fig. 4.2

Curvas de Trdnalno

1.  $\frac{2S_2}{\Delta t} + O_2 = 56.0$  se entra a la fig 4.2 en el eje  $\frac{2S}{\Delta t} \pm 0$  con 56 y se lleva una vertical hasta encontrar a la curva  $\frac{2S}{\Delta t} + 0$  en el punto A.
2. Desde el punto A se lleva una horizontal hasta encontrar el eje O, y leer el valor de  $O_2 = 3.73$ .
3. Desde el punto A se lleva una horizontal hasta encontrar la curva  $\frac{2S}{\Delta t} - 0$  hasta encontrar el punto B.
4. Desde el punto B se lleva una vertical hasta encontrar el eje  $\frac{2S}{\Delta t} \pm 0$  y leer el valor de  $\frac{2S_2}{\Delta t} - O_2 = 50$ .
5. Se obtuvo de  $56+80+50=186$  (similar al punto (1)).
6. Similar a (2) ahora entrando con 186 en el eje horizontal.
7. Similar a (4) ahora entrando con 186 en el eje horizontal.

Y el proceso se repite varias veces hasta terminar con los valores de la columna 4 en la Tabla 3.

(1) i	(2) FECHA	(3) HORA	(4) GASTO DE INGRESO (m <sup>3</sup> /s)	(5) $\frac{2S_{i+1}}{\Delta t} - O_{i+1}$ (m <sup>3</sup> /seg)	(6) $\frac{2S_{i+1}}{\Delta t} + O_{i+1}$ (m <sup>3</sup> /s)	(7) GASTO DE EGRESO $O_i$ (m <sup>3</sup> /s)
1	23-ABRIL-79	24	0	0*	0	0*
2	24-ABRIL-79	6	56	50 <sup>(4)</sup>	56 <sup>(1)</sup>	3.73 <sup>(2)</sup>
3	24-ABRIL-79	12	80	145 <sup>(7)</sup>	186 <sup>(5)</sup>	12.4 <sup>(6)</sup>
4	24-ABRIL-79	18	113	250	338	22.63
5	24-ABRIL-79	24	147	400	510	34.0
6	25-ABRIL-79	6	110	600	717	47.80
7	25-ABRIL-79	12	160	750	930	62.0
8	25-ABRIL-79	18	140	850	1050	70.0
9	25-ABRIL-79	24	100	900	1090	72.66
10	25-ABRIL-79	6	60	860	1060	70.66
11	26-ABRIL-79	12	20	775	930	62.0
12	26-ABRIL-79	18	20	650	815	54.33
13	26-ABRIL-79	24	20	600	690	46.0
14	27-ABRIL-79	6	20	550	640	142.66

TABLA 3

## Notas:

- . Las primeras cuatro columnas son datos.
- . Los valores señalados con \* son datos
- . El significado de las flechas es el siguiente:  
La flecha = proviene de la fig 4.2  
La flecha + proviene de la ecuación (3.I.3)

Ahora bién, con los resultados de la columna 7 de la tabla 3 se puede dar respuesta de la siguiente manera:

Para incisos a) y b). Entrando con el máximo gasto vertido  $O=72.66$  a la fig 4.1 se tiene:

- a) 0.70 mts. sobre la cresta vertedora
- b)  $10.0 \times 10^6 \text{ m}^3$
- c) No se inunda el poblado; ya que el máximo gasto que se descarga es de  $72.66 \text{ m}^3/\text{seg}$  menor que  $150 \text{ m}^3/\text{seg}$ .

## Ejemplo 4.2

Repetir el ejemplo 4.1 pero ahora utilizando el método del coeficiente del capítulo 3.II.

Solución:

Formar una gráfica de capacidades contra descarga de la siguiente forma:

- 1) De la fig 4.1 proponer un valor  $h_1 = 0.50 \text{ m}$  y ver el valor que le corresponde  $S_1 = 7 \times 10^6 \text{ m}^3$ .
- 2) De la fig 4.1 con el valor de  $h_1 = 0.50$  ver el valor que le corresponde de  $O_1 = 49.5$ .
- 3) La pareja de valores de  $S_1 = 7 \times 10^6$  y  $O_1 = 49.5$  colocarlos en la gráfica de capacidad-descarga (fig 4.4)
- 4) Repetir los pasos 1, 2 y 3 hasta poder formar la gráfica capacidad-descarga.

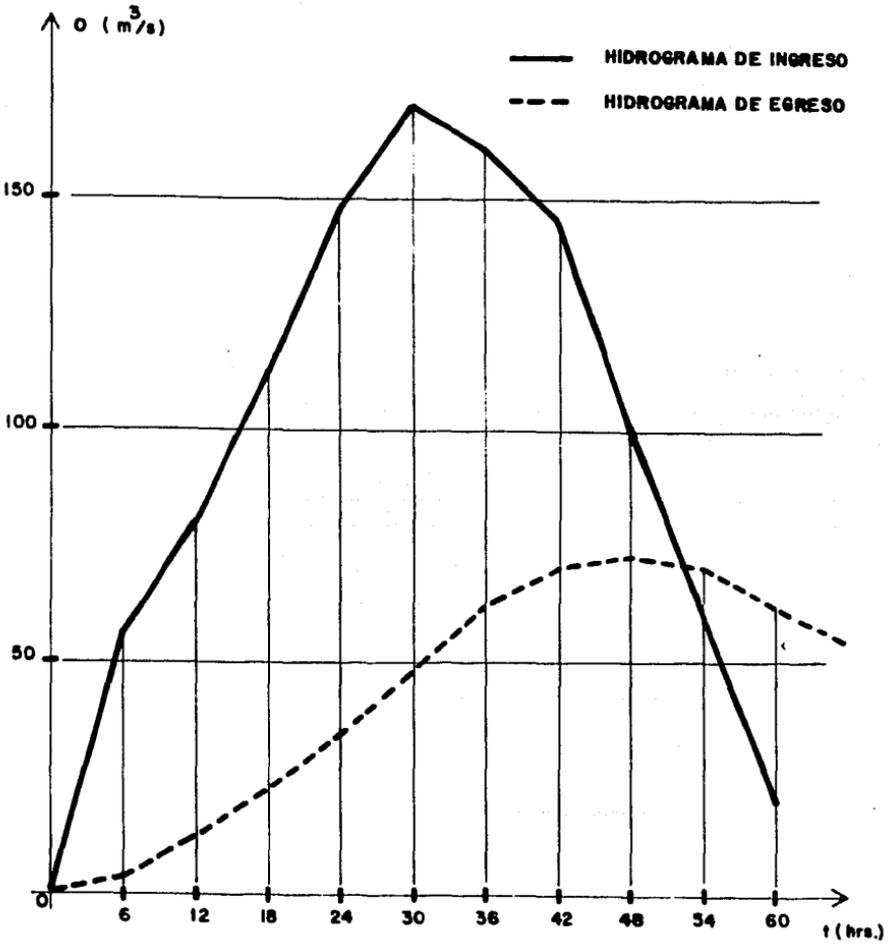


fig.4.3 Resultados del ejemplo 4.1 (metodo semigráfico)

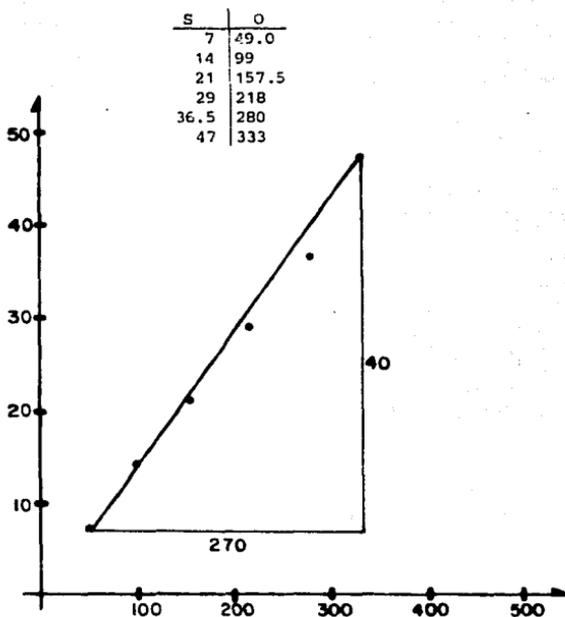


Fig 4.4 Capacidad descarga

5) Calcular la pendiente  $m$  de la curva de almacenamiento.

$$m = \frac{40}{270} = 0.14814$$

6) Calcular  $k = \frac{1}{m} = \frac{1}{0.14814} = 6.75$

7) Calcular  $C = \frac{\Delta t}{k+0.5\Delta t} = \frac{6}{6.75+0.5(6)} = 0.6153$

Aplicando la ecuación (3.11.5)

$$O_2 = 0.0 + 0.6156(0.0-0.0) + 0.3072(56-0) = 17.20$$

$$O_3 = 17.20 + 0.6156(56-17.2) + 0.3072(80-56) = 48.46$$

$$O_4 = 48.46 + 0.6156(80-48.46) + 0.3072(113 - 80) = 78.01$$

$$O_5 = 78.01 + 0.6156(113-78.01) + 0.3072(147-113) = 110.0$$

$$O_6 = 110.0 + 0.6156(147-110) + 0.3072(170-147) = 139.84$$

$$O_7 = 139.84 + 0.6156(170-129.84) + 0.3072(160-170) = 155.34$$

$$O_8 = 155.34 + 0.6156(160-153.34) + 0.3072(140-160) = 152.06$$

$$O_9 = 152.06 + 0.6156(140-162.06) + 0.3072(100-140) = 132.35$$

$$O_{10} = 132.35 + 0.6156(100-132.35) + 0.3072(60-100) = 100.15$$

$$O_{11} = 100.15 + 0.6156(60-100.15) + 0.3072(20-60) = 63.15$$

$$O_{12} = 63.15 + 0.6156(20-63.15) + 0.3072(20-20) = 36.59$$

## Ejemplo 4.3

En una presa que tiene las curvas elevaciones-capacidades y la curva elevación-descarga mostrada en la fig 4.6 se desea transitar el hidrograma de la siguiente Tabla cuando el nivel del agua en la presa esta a la elevación de 80 m. Resolver el problema por el método numérico.

FECHA	HORA	GASTO (m <sup>3</sup> /S)
23-JULIO-79	0	0
23-JULIO-79	0:30	60
23-JULIO-79	1:00	100
23-JULIO-79	1:30	250
23-JULIO-79	2:00	400
23-JULIO-79	2:30	350
23-JULIO-79	3:00	425
23-JULIO-79	3:30	200
23-JULIO-79	4:00	90
23-JULIO-79	4:30	50
23-JULIO-79	5:00	15
23-JULIO-79	5:30	0

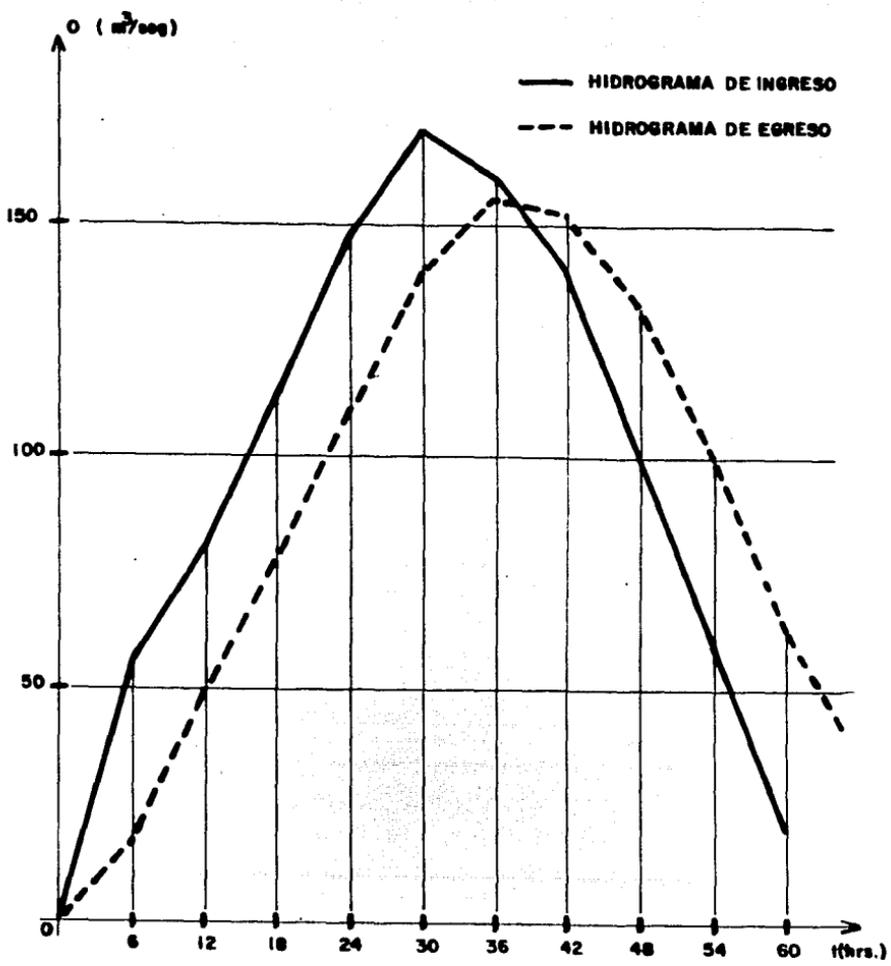


fig. 4.5 Resultados del ejemplo 4.2 (metodo del coeficiente)

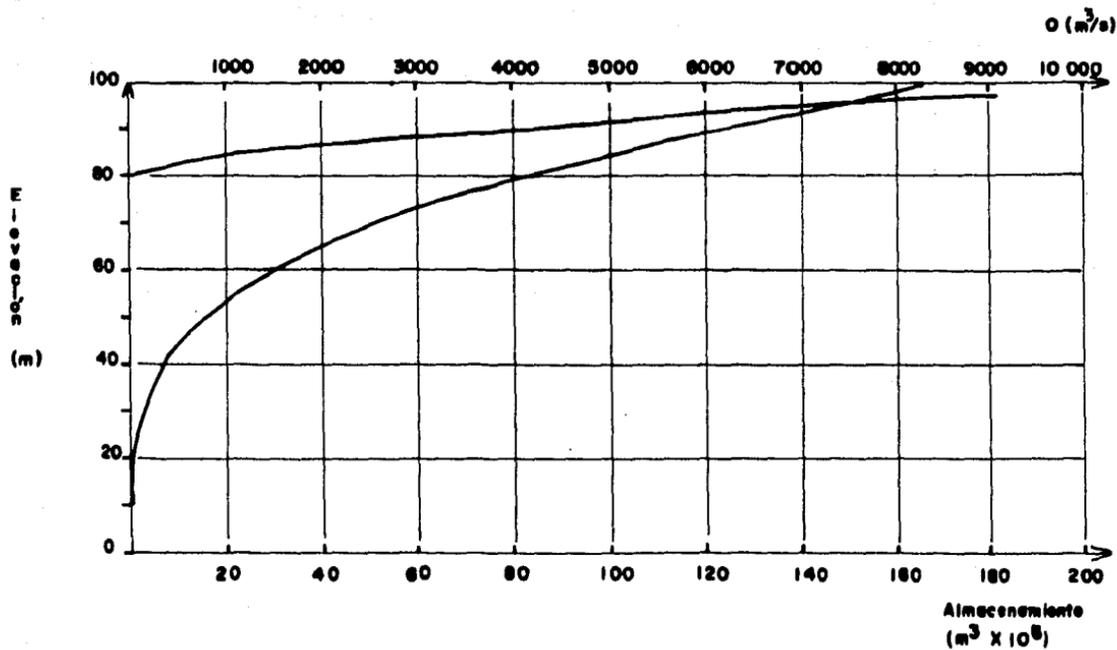


fig. 4.6 Curvas Elevación-Discharge y Elevación Descarga

## Solución

1) Encontrar los parámetros K y N de la siguiente manera.

Escoger algunos puntos de la fig 4.6 correspondientes a las elevaciones y su correspondiente valor de almacenamiento, por ejemplo  $h_1 = 10$  m su correspondiente valor  $S_1 = 0.045$ , para formar la tabla 4.

Elevación h (m)	X	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Volumen (m <sup>3</sup> )	Y	0.045	0.43	2.09	6.11	14.48	29.25	51.35	80.25	116.06	170.55

TABLA 4

De acuerdo con la fig 4.6 formar la tabla 5:

x=log h	y=log S	x <sup>2</sup>	xy
1.0	-1.3468	1.0	-1.3468
1.3010	-0.3665	1.6927	-0.4768
1.4771	0.3201	2.1819	0.4728
1.6021	0.7860	2.6666	1.2593
1.6990	1.1608	2.8865	1.9722
1.7782	1.4661	3.1618	2.6070
1.8451	1.7105	3.4044	3.1560
1.9031	1.9044	3.6218	3.6243
1.9542	2.0646	3.8191	4.0346
2.0000	2.2319	4.0000	4.4637
$\Sigma x=16.5537$	$\Sigma y=9.9311$	$\Sigma x^2=28.3348$	$\Sigma xy=19.7663$

TABLA 5

Sustituyendo en la ecuación  $a = \frac{(\Sigma Y)(\Sigma x^2) - (\Sigma X)(\Sigma XY)}{n\Sigma x^2 - (\Sigma X)^2}$

$$a = \frac{(9.9311)(28.3348) - (16.5537)(19.7663)}{10(28.3348) - 274.025} = \frac{-45.8097}{9.323} = -4.9136$$

Sustituyendo en la ecuación  $b = \frac{n\sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{n\sum X^2 - (\sum X)^2}$

$$b = \frac{10(19.7663) - (16.5531)(9.9311)}{10(28.3348) - 274.025} = \frac{33.2665}{9.323} = 3.5682$$

luego para la ecuación  $y = a + b X$

$$y = - 4.9136 + 3.5682 x$$

puesto que  $a = - 4.9136 = \log K$

$$\log K = - 4.9136 \rightarrow (\log K^{-1}) = 4.9136 \rightarrow \log K = \frac{1}{4.9136}$$

$$K = \text{antilog} \frac{1}{4.9136} \quad K = 1.6$$

Los parámetros son  $K = 1.6$ ,  $N = 3.57$ , por lo que las ecuaciones (3.III.2)

y (3.III.4) quedan:

$$S = 1.6 h^{3.57} \quad \text{y} \quad O = 40(h-80)^{3/2}$$

El tránsito de la avenida fué realizado mediante un programa para la Hewlett Packard HP25, el cual se anexa, la secuencia es como sigue:

1) Se hizo una forma que tuviera las siguientes columnas:

i	$I_i$	$O_i$	$h_{i+1}$
h			

## PROGRAMA PARA HP-25

Titulo. TRANSITO DE UNA AVENIDA POR UN VISO

LINE	DISPLAY CODE	KEY ENTRY	X	Y	Z	T	COMENTARIOS	REGISTRAR
00			$I_j$				Antes de correr el programa meter los valores que deben ir en las memorias 0 a 6.	$R_0$ N-1
01		2C L.5	$I_{j+1}$	$I_j$				
02		X C V	$I_j$	$I_{j-1}$				
03		570 5	$I_j$	$I_{j-1}$				$R_1$ C
04		+	$I_j + I_{j-1}$					
05		2	2	$I_j + I_{j-1}$				
06		:	$I$					$R_2$ H
07		RCL 6	$h_{j-1}$	$I$				
08		RCL 2	H	$h_{j-1}$	$I$			
09		-	$h_{j-1} - H$	$I$				$R_3$ NK/Δt
10		if X ≥ 0						
11		STO 13						
12		CL X	0	$I$				$R_4$ 0.75
13		↑	$h_{j-1} - H$	$h_{j-1} - H$	$I$			
14		f √x	$\sqrt{h_{j-1} - H}$	$\sqrt{h_{j-1} - H}$	$I$			
15		RCL 1	C	0	$h_{j-1} - H$	$I$		$R_5$ $I_{j-1}$
16		X	C/60	$h_{j-1} - H$	0	$I$		
17		STO 7	C/60	$h_{j-1} - H$	0	$I$		
18		X	$h_{j-1}$	$I$				$R_6$ $h_{j-1}$
19		f pause						
20		f pause						
21		f pause	$h_{j-1}$	$I$			Aparece $h_{j-1}$	$R_7$ C/60
22		-	$I - C_{j-1}$					luego den
23		RCL 7	C/60	$I - h_{j-1}$				
24		RCL 4	0.75	C/60	$I - h_{j-1}$			
25		X	0.75C/60	$I - h_{j-1}$				
26		RCL 6	$h_j$	0.75C/60	$I - h_{j-1}$			
27		RCL 0	$h_{j-1}$	0.75C/60	$I - h_{j-1}$	$I - h_{j-1}$		
28		E √x	$h_{j-1}$	0.75 C/	$I - h_{j-1}$	$I - h_{j-1}$		
29		RCL 3	NK/Δt	$h_{j-1}$	0.75 C/	$I - h_{j-1}$		NOTA:
30		X	NK/Δt	0.75 C/	$I - h_{j-1}$	$I - h_{j-1}$		
31		den	$I - h_{j-1}$					
32		STO 7	den	$I - h_{j-1}$				
33		RCL 6	h	den	$I - h_{j-1}$			
34		X	h den	$I - h_{j-1}$				
35		+	num					
36		RCL 7	den	num				
37		:	$h_j$					
38		STO 6	$h_j$					
39		I/S	$I_j$				Aparece $h_j$	
40		STO 01						
41								
42								
43								
44								
45								
46								
47								
48								
49							OSCAR FUENTES M.	

NOTA:

$$\bar{I} = \frac{I_j + I_{j-1}}{2}$$

$$= \sqrt{h_{j-1} - H}$$

2) Hacer lo siguiente:

PASO	PROCEDIMIENTO	REGISTRAR	OPRIMIR	APARECE	
1	REGISTRAR EL PROGRAMA				
2	REGISTRAR LOS VALORES DE	N-1 C H NK/ $\Delta t$ 0.75 $I_i$ $h_i$ 0	STO STO STO STO STO STO STO	0 1 2 3 4 5 6 7	N-1 C H NK/ $\Delta t$ 0.75 $I_i$ $h_i$ 0
3	CALCULAR RESULTADOS		R/S	$O_i$ $h_{i+1}$	

RESULTADOS DEL PROGRAMA DEL TRANSITO DE AVENIDAS POR  
UN VASO

(1)	(2) $I_i$	(3) $O_i$	(4) $h_{i+1}$
1	0	0.0	80.12
2	60	1.69	80.42
3	100	11.07	81.03
4	250	41.95	82.02
5	400	116.12	83.20
6	550	228.96	83.99
7	425	318.94	83.97
8	200	316.67	83.47
9	90	258.15	82.90
10	50	197.36	82.39
11	15	147.38	81.94
12	0	107.92	81.58
13	0	79.70	81.32
14	0	60.34	81.11
15	0	46.69	80.95
16	0	36.81	80.82
17	0	29.50	80.71
18	0	23.99	80.62
19	0	19.75	80.55
20	0	16.45	80.49
21	0	13.84	80.44
22	0	11.76	80.40
23	0	10.06	80.36
24	0	8.68	80.33
25	0	7.54	80.30

$K = 16$

$N = 3.57$

$C = 40$

$h_1 = 80.0$

$H = 80$

$\Delta t = 1800 \text{ seg.}$

PROBLEMA 4.4

En un punto A aguas arriba (fig 4.3) de un cauce ingresa una avenida cuyo hidrograma se muestra en la fig 4.6. ¿Cuál será el hidrograma de egre

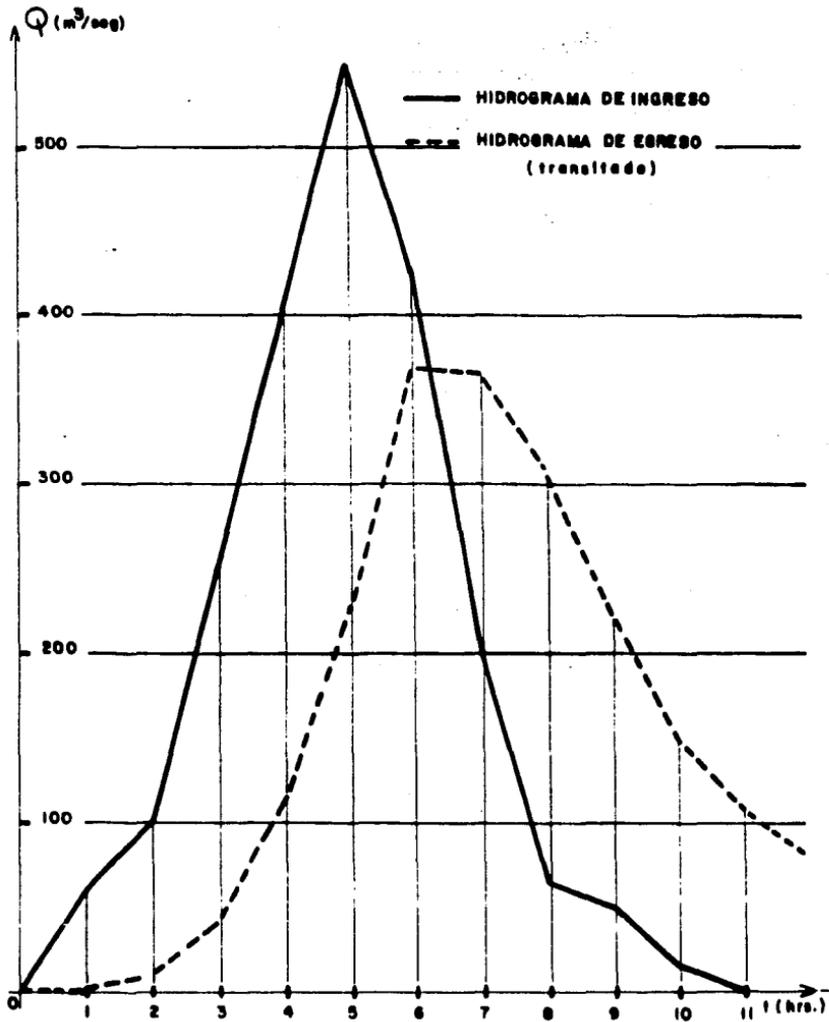
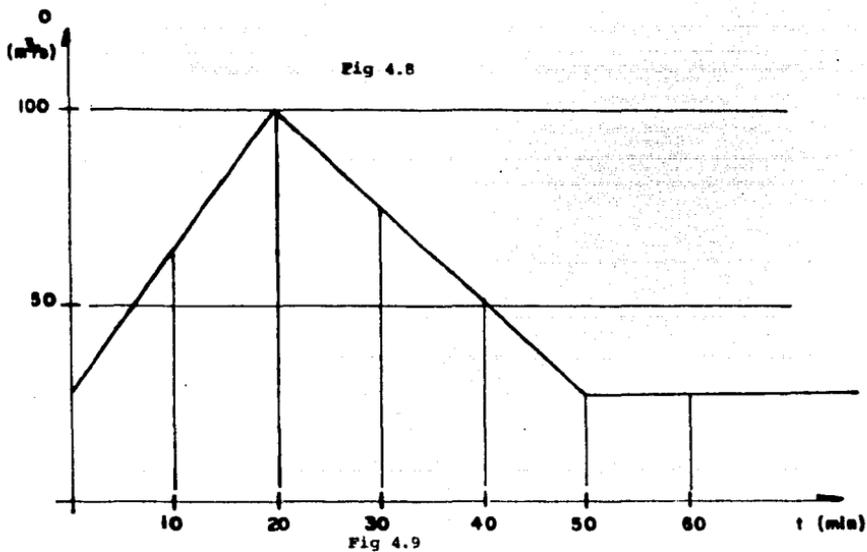
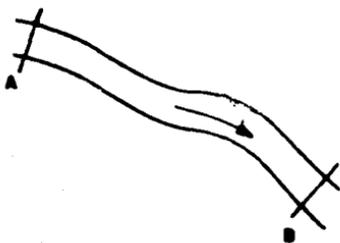


fig 4.7 Resultados del ejemplo 4.3 (metodo numerico)

so en el punto B. Se tiene un registro de una de las avenidas que ocurrió en el pasado y se muestra en la tabla I.



FECHA	HORA	A O (m <sup>3</sup> /s)	B O (m <sup>3</sup> /s)
28-OCTUBRE-78	0.0	22.52	23.52
28-OCTUBRE-78	5.0	31.74	23.62
28-OCTUBRE-78	10.0	39.96	23.55
28-OCTUBRE-78	15.0	48.19	24.84
28-OCTUBRE-78	20.0	56.41	30.56
28-OCTUBRE-78	25.0	52.30	35.14
28-OCTUBRE-78	30.0	48.19	45.91
28-OCTUBRE-78	35.0	44.08	48.70
28-OCTUBRE-78	40.0	39.96	48.42
28-OCTUBRE-79	45.0	35.85	46.72
28-OCTUBRE-78	50.0	31.74	44.06
28-OCTUBRE-78	55.0	27.63	40.92
28-OCTUBRE-78	60.0	23.52	37.28

TABLA I

## SOLUCION

## CALIBRACION DEL METODO:

- a) A partir de los datos se llenó la Tabla II hasta la columna 9 inclusive.
- b) Se dibujaron los valores de la columna 6 contra los de la columna 9 fig 4.10a.
- c) Se consideró que los trazos no se aproximaban lo suficiente a una recta por lo que se supuso otro valor de  $x$  y se llenaron las columnas 10 a 12.
- d) Se dibujaron los valores de la columna 6 contra los de la columna 12 fig 4.10b.
- e) Se hizo otra aproximación porque resulto pero con  $x=0.2$ , para lo que se propuso  $x=0.3$  y se llenaron las columnas 13 a 15.
- f) Se dibujaron los valores de la columna 6 contra los de la columna 15 fig 4.10c.
- g) Se consideró que esta era la mejor y que se tenía un buen ajuste a una

recta, por lo que  $x$  se tomará como  $x=0.2$ .

- h) El valor de  $K$  se obtuvo al calcular la pendiente de la recta (línea punteada —.—.—) a la que se aproximan todos los trazos, así  $K$  resulta ser de 22.14 min.
- i) Conocidos  $K$  y  $x$  se obtuvieron las ecuaciones 2.I.3 a 2.I.9 las constantes  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ .

#### FIN DE LA ETAPA DE CALIBRACION

Cálculo de las constantes:  $C_0$ ,  $C_1$ ,  $C_2$

$$C_0 = \frac{\Delta t - 2 Kx}{2K(1-x) + \Delta t} = \frac{5 - 2(22.14)(0.3)}{2(22.14)(1-0.3) + 22.14} = -0.23$$

$$C_1 = \frac{\Delta t + 2 Kx}{2K(1-x) + \Delta t} = \frac{22.14 + 2(22.14)(0.3)}{2(22.14)(1-0.3) + 22.14} = 0.508$$

$$C_2 = \frac{-\Delta t + 2K(1-x)}{2K(1-x) + \Delta t} = \frac{-5 + 2(22.14)(0.7)}{2(22.14)(1-0.3) + 22.14} = 0.722$$

$$C_0 + C_1 + C_2 = 1$$

$$-0.23 + 0.508 + 0.722 = 1$$

#### APLICACION DEL METODO

Ahora bien, para obtener el hidrograma de ingreso de la fig 4.A se usa la ecuación (2.I.6) y los cálculos se llevarán en la Tabla III. En la columna (6) muestra el hidrograma transitado (egreso).

TIEMPO	GASTO DE ENTRADA I (m3/5)	GASTO DE SALIDA O (m3/5)	GASTO DE ENTRADA ACUMULADO (m3/5)	GASTO DE SALIDA ACUMULADO (m3/5)	ALMACENA MIENTO 5 (60) 300 seg.	x = 0.1			x = 0.2			x = 0.3		
						xI+(1-x)O			xI+(1-x)O			xI+(1-x)O		
						0.1I	0.9O	TOTAL	0.2I	0.8O	TOTAL	0.3I	0.7O	TOTAL
0.0	23.52	23.52	23.52	23.52	0.0	7.0	16.5	23.5	2.3	21.2	33.5	7.0	16.5	23.5
5.0	31.74	23.52	55.26	47.03	8.22	9.5	16.5	26.0	3.2	21.2	24.2	9.5	16.5	26.0
10.0	39.96	23.55	95.22	70.58	24.64	12.0	16.7	28.7	4.0	21.2	25.2	12.0	16.7	28.7
15.0	48.18	34.84	143.41	95.43	47.98	14.6	17.4	32.0	4.8	22.4	27.2	14.6	17.4	32.0
20.0	56.41	30.55	199.82	125.98	73.84	16.9	21.4	38.3	5.6	27.5	33.1	16.9	21.4	38.3
25.0	52.30	35.14	252.12	161.13	90.99	15.7	24.6	40.3	5.2	31.6	36.8	15.7	24.6	40.3
30.0	48.19	45.91	300.31	207.04	93.27	14.5	32.1	46.6	4.8	41.3	46.1	14.5	32.1	46.6
35.0	44.07	48.70	344.38	255.74	88.64	13.2	34.1	47.3	4.4	43.8	48.2	13.2	34.1	47.3
40.0	39.96	48.42	384.35	304.17	80.18	12.0	33.9	45.9	4.0	43.6	47.6	12.0	33.9	45.9
45.0	35.85	46.72	420.20	350.88	69.32	10.8	32.7	43.5	3.6	42.0	45.6	10.8	32.7	43.5
50.0	31.74	44.06	541.94	394.94	57.00	9.5	30.3	40.3	3.6	39.7	42.9	9.5	30.8	40.3
55.0	27.62	40.92	479.57	453.87	25.70	8.3	28.6	36.9	2.8	36.8	39.6	8.3	28.6	36.9
60.0	23.52	37.27	503.09	486.82	16.27	7.1	26.1	33.2	2.4	33.5	35.9	7.1	26.1	33.2

TABLA II

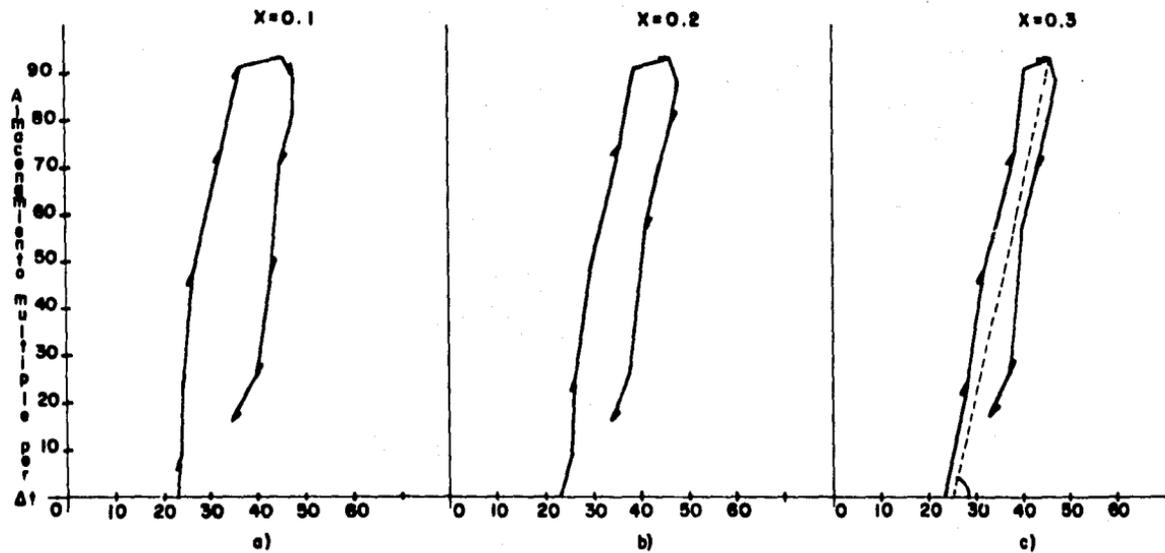


fig. 4.10

## NOTAS

- . Las columnas (1), (2), (3) son datos
- . \*  $23.52+31.74 = 55.26$
- . ●  $23.52+23.52 = 47.03$
- . La columna (6) = la columna (4) - columna (5)
- . La columna (7) = la columna (2) x 0.1
- . La columna (8) = la columna (3) x 0.9
- . La columna (9) = la columna (7) + la columna (8)
- . La columna (10) = la columna (2) x 0.2
- . La columna (11) = la columna (3) x 0.8
- . La columna (12) = la columna (10) + la columna (11)
- . La columna (13) = la columna (2) x 0.3
- . La columna (14) = la columna (3) x 0.7
- . La columna (15) = la columna (13) + la columna (14)

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)
i	$I_i$	$C_0 I_{i+1}$	$C_1 I_i$	$C_2 O_i$	$O_{i+1}$
0	26.24	---	---	---	26.24
1	44.68	-14.52	22.70	18.95	27.13
2	63.12	-18.76	32.06	19.58	33.88
3	81.56	-23.0	41.43	23.74	42.17
4	100.00	-20.17	50.80	50.47	61.10
5	87.70	-17.34	44.85	44.15	71.36
6	75.41	-14.52	38.21	51.62	75.31
7	63.12	-11.69	32.06	54.37	74.74
8	50.83	- 8.86	25.82	53.96	70.92
9	38.53	- 6.03	19.57	51.20	64.74
10	26.24	- 6.03	13.33	46.74	54.04
11	26.24	- 6.03	13.33	39.02	46.32
12	26.24	- 6.03	13.33	33.44	40.74
13	26.24	- 6.03	13.33	39.41	36.71
14	26.24	- 6.03	13.33	26.50	33.80
15	26.24	- 6.03	13.33	24.40	37.70

TABLA III

## Problema 4.5

Repetir el ejemplo 4.4, pero ahora utilizando el método de Valor Trabajo.

## SOLUCION

El tránsito de la avenida fué realizado mediante el programa para la Hewlett Packord HP-25, el cual se anexa, la secuencia es como sigue:

a) Se hizo una forma que dijera:

## PROGRAMA PARA HP-25

Titulo. TRANSITAR UNA AVENIDA EN CAUCES

DISPLAY	KEY	X	Y	Z	T	COMENTARIOS	REGISTRAR
LINE	CODE	ENTRY					
00							
01	STO 7	$I_{i+1}$				Antes de correr el	R <sub>0</sub> - D <sub>1</sub>
02	RCL 3	1-X	$I_{i+1}$			PROGRAMA colocar	
03	PKK 5	O <sub>i</sub>	1-X	$I_{i+1}$		en las memorias de	
04	X	$(1-X)O_i$	$I_{i+1}$			4 - 6	R <sub>1</sub> - K
05	RCL 2	X	$(1-X)O_i$	$I_{i+1}$			
06	RCL 6	$I_i$	X	$(1-X)O_i$	$I_{i+1}$		
07	X	$X I_i$	$(1-X)O_i$	$I_{i+1}$			R <sub>2</sub> - X
08	+	$(1-X)O_i + X I_i$	$I_{i+1}$				
09	STO 0	D <sub>1</sub>	$I_{i+1}$	$I_i$			R <sub>3</sub> (1-X)
10	RCL 3	$(1-X)$	D <sub>1</sub>	$I_{i+1}$	$I_i$		
11	RCL 1	K	$(1-X)$	D <sub>1</sub>	$I_{i+1}$		
12	X	$(1-X)K$	D <sub>1</sub>	$I_{i+1}$	$I_i$		R <sub>4</sub> - Δt
13	RCL 4	Δt	$(1-X)K$	D <sub>1</sub>	$I_{i+1}$		
14	2	2	Δt	$(1-X)K$	D <sub>1</sub>		
15	+	Δt/2	$(1-X)K$	D <sub>1</sub>			R <sub>5</sub> - O <sub>i</sub>
16	+	$(1-X)KΔt/2$	D <sub>1</sub>				
17	X	R <sub>1</sub>					
18	RCL 6	$I_i$	R <sub>1</sub>				R <sub>6</sub> - I <sub>i</sub>
19	RCL 7	$I_{i+1}$	$I_i$	R <sub>1</sub>			
20	+	$I_i + I_{i+1}$	R <sub>1</sub>				
21	2	2	$I_i + I_{i+1}$	X <sub>i</sub>			R <sub>7</sub>
22	+	$(I_i + I_{i+1})/2$	R <sub>1</sub>				
23	RCL 0	D <sub>1</sub>	$(I_i + I_{i+1})/2$	R <sub>1</sub>			
24	-	$(I_i + I_{i+1})/2$	D <sub>1</sub>	R <sub>1</sub>			
25	RCL 4	Δt	$(I_i + I_{i+1})/2$	R <sub>1</sub>			R <sub>1</sub> = D <sub>1</sub> (1-X)K + Δt/2
26	X	$Δ(I_i + I_{i+1})/2 - D_1 R_1$					
27	+	R <sub>1</sub>					
28	RCL 1	K	R <sub>1</sub>				R <sub>1</sub> + 1 = R <sub>1</sub> Δt [ (I <sub>i</sub> + I <sub>i+1</sub> ) - D <sub>1</sub> ]
29	RCL 3	1-X	K	R <sub>1</sub>			# X (1-X) + Δt/2
30	X	$K(1-X)$	R <sub>1</sub>				
31	RCL 4	Δt	$K(1-X)$	R <sub>1</sub>			$a = \frac{1}{(1-X)^K} \frac{R_{i+1}}{R_i} - 1$
32	2	2	Δt	$K(1-X)$	$R_{i+1}$		
33	+	Δt/2	$K(1-X)$	R <sub>1</sub>			- X I <sub>i+1</sub>
34	+	$K(1-X) + Δt/2$	R <sub>1</sub>				
35	+	R <sub>1</sub> + 1/e					
36	RCL 2	X	R <sub>1</sub> + 1/e				
37	RCL 7	$I_{i+1}$	X	$R_{i+1}/e$			
38	X	X $I_{i+1}$	$R_{i+1}/e$				
39	-	$R_{i+1}/e - X I_{i+1}$					
40	RCL 3	1-X	$R_{i+1}/e - X I_{i+1}$				
41	g y R	1/2-X					
42	X	a					
43	STO 5	O <sub>i</sub>	a				
44	RCL 7	$I_{i+1}$	O <sub>i</sub>	a			
45	STO 6	$I_i$	$I_{i+1}$	O <sub>i</sub>	a		
46	RCL 5	O <sub>i</sub>					
47	R/S						
48	GTO 01						
49							

al principio de estos valores,

(1)	(2)	(3)
$i$	$I_i$	$O_{i+1}$
$n$		

- b) Se metieron de la primera a la sexta memoria de la máquina  $K, X (1-X)$ ,  
 $\Delta t, O_i, I_i$ .
- c) Se corrió el programa y se encontró  $O_i$  para  $i = 1, 2, \dots, n$ .
- d) Los valores obtenidos en la tercera columna resultan ser el hidrograma de egreso.

(1)	(2)	(3)
$i$	$I_i$	$O_{i+1}$
1	26.24	22.00
2	44.68	24.05
3	63.12	30.66
4	81.66	40.56
5	100.0	59.90
6	87.70	70.45
7	75.41	74.66
8	63.12	74.28
9	50.83	70.60
10	38.53	64.52
11	26.24	53.88
12	26.24	46.20
13	26.24	40.66
14	26.24	36.65
15	26.24	33.76
16	26.24	31.67
17	26.24	30.16
18	26.24	29.07
19	26.24	28.29

$$K = 1328.4 \text{ seg}$$

$$\Delta t = 300 \text{ seg}$$

$$X = 0.3$$

Cuando el cálculo se hace sin la ayuda del programa, se puede realizar de acuerdo con la Tabla IV.

NOTAS:

- . Las columnas (2) y (3) son datos
- . (4) = (3) x 0.3
- . (5) = (18) x 0.7
- . (6) = (4) + (5)
- . (7) = (6) x 1328.4
- . (8) = (7) x 0.3
- . (9) = (6) x 150
- . (10) = (8) + (9)
- . (11) =  $(I_i + I_{i+1}) \times 150$
- . (12) = (6) x 150
- . (13) = (10) + (11) - (12)
- . (14) =  $1328.4 (0.7) + 0.5 (300) = 1079.88$
- . (15) = (13) ÷ (14)
- . (16) = 0.428 (3)
- . (18) = (16) - (17)

Los problemas 4.6 y 4.7 se resolverán mediante los métodos de los promedios sucesivos y características respectivamente, usando los datos del problema 4.4.

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18

GASTO DE INGRESO  $D_i = x_i I_i + (1-x_i) O_i$   $S_i = k D_i$   $R_i = S_i(1-k) + \frac{1}{2} \Delta t D_i$   $R_{i+1} = R_i + \frac{1}{2} \Delta t (I_{i+1} - I_i) - \Delta t D_i$   $\left[ \frac{R_{i+1}}{k(1-k) + \frac{1}{2} \Delta t} \right] \left[ \frac{1}{1-x} \right] \left[ \frac{x}{1-x} \right] T_{i+1}$

$k = 0.28$   
seg

$\frac{R_{i+1}}{k(1-k) + \frac{1}{2} \Delta t}$  col  
1.42(18) 0.42(18)  $O_{i+1}$

TIEMPO (min)  $(m^3/seg)$  0.3 I<sub>i</sub> 0.7 O<sub>i</sub> D<sub>i</sub> S<sub>i</sub> = k D<sub>i</sub> 0.1 S<sub>i</sub> 150 A R<sub>i</sub> 150 (L/seg) 300 D<sub>i</sub> R<sub>i+1</sub>  $k(1-k) + \frac{1}{2} \Delta t$   $\frac{R_{i+1}}{k(1-k) + \frac{1}{2} \Delta t}$  col 1.42(18) 0.42(18)  $O_{i+1}$

1	0.0	26.24	7.87	18.37	26.24	34857.2	24400.0	3936.0	28360	10638	7872	31102	1079.88	28.80	41.14	19.16	22.0	26.24
2	5.0	44.46	13.40	15.40	28.80	38257.9	26780.5	4320.0	31100.5	16170	8640	38630.5	1079.88	35.77	51.10	27.05	24.05	
3	10.0	63.12	18.94	16.83	35.77	41518.2	33262.7	5365.5	38628.2	21702	10731	49599.2	1079.88	46.93	65.61	34.95	30.66	
4	15.0	81.56	24.47	21.46	45.93	61013.4	42709.4	6889.5	49588.9	27234	13779	63053.9	1079.88	58.39	83.41	42.86	40.56	
5	20.0	100.00	30.0	28.39	58.39	77567.9	54297.5	8759.5	63056.0	28155	17517	73694	1079.88	68.24	97.49	37.59	59.90	
6	25.0	87.70	26.31	41.93	68.24	90650.0	63455	10236	73691	24466.5	20472	77685.5	1079.88	71.94	102.77	32.32	70.45	
7	30.0	75.41	22.62	49.32	71.94	95562.4	66893.7	10791	77684.7	20779.5	21582	76882.2	1079.88	71.20	101.71	27.05	74.66	
8	35.0	63.12	18.94	52.26	71.20	94579.4	66205.5	10580	76885.6	17092.5	21360	72619.1	1079.88	61.25	96.07	21.78	74.28	
9	40.0	50.83	15.30	52.0	67.3	89328.3	65529.3	10095	72624.8	13404	20190	65838.8	1079.88	60.97	87.10	16.51	70.59	
10	45.0	38.53	11.56	49.41	60.91	80995.2	56696.6	9145.5	65842.1	9715.5	18291	57266.1	1079.88	53.03	75.76	11.25	64.51	
11	50.0	26.24	7.87	45.16	53.03	70442.7	49310.6	7954.5	57265.1	7872	15909	49228.1	1079.88	45.59	65.12	11.25	53.88	

TABLA IV

En la solución del problema 4.7 se emplea el programa que viene dado en la referencia 1 y cuyo resultado se ilustra en la fig 4.15.

Por lo que respecta al problema 4.6, la solución de éste se incluye en el anexo II.

Las soluciones de ambos problemas se hicieron mediante dos programas para computadora, las cuales estan dados en el anexo II.

PROBLEMA 4.8. Transitar la avenida que se muestra en la tabla I, por el método gráfico, se sabe que en el pasado ocurrió la avenida que se presenta en la fig 4.11

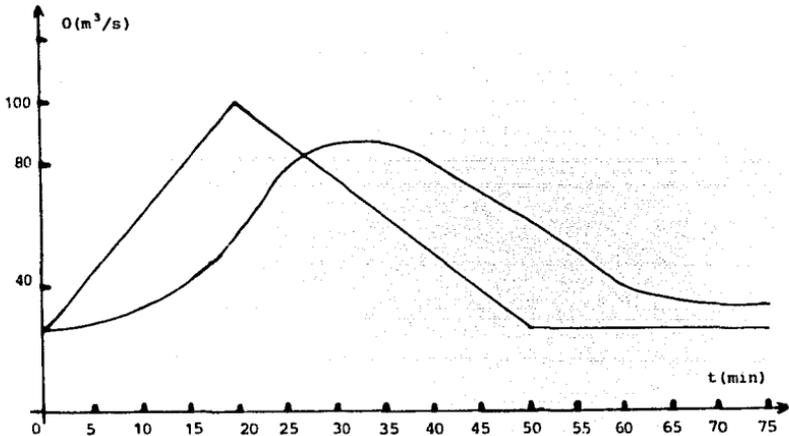


Fig 4.11

Día: 5 de octubre-78.

Tiempo	0.0	5.0	10.0	15.0	20.0	25.0	30.0	35.0	40.0	45.0	50.0	55.0	60.0	65.0	70.0	75.0
Gasto	23.52	31.74	39.96	46.19	56.41	52.30	48.19	44.08	39.96	35.85						
	31.74	37.63	23.52													

(m3/5).

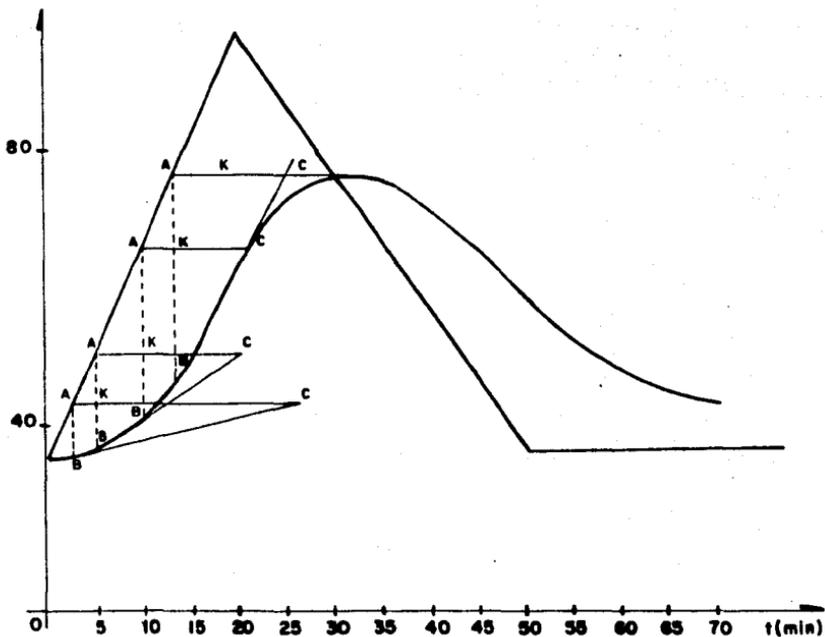


fig. 4.12

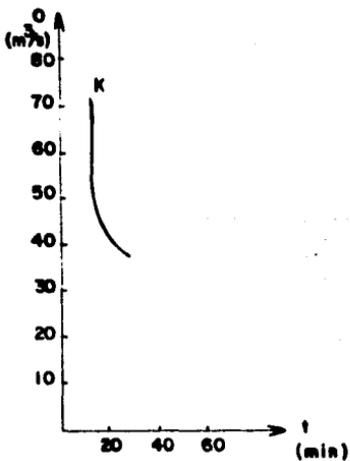


fig. 4.13

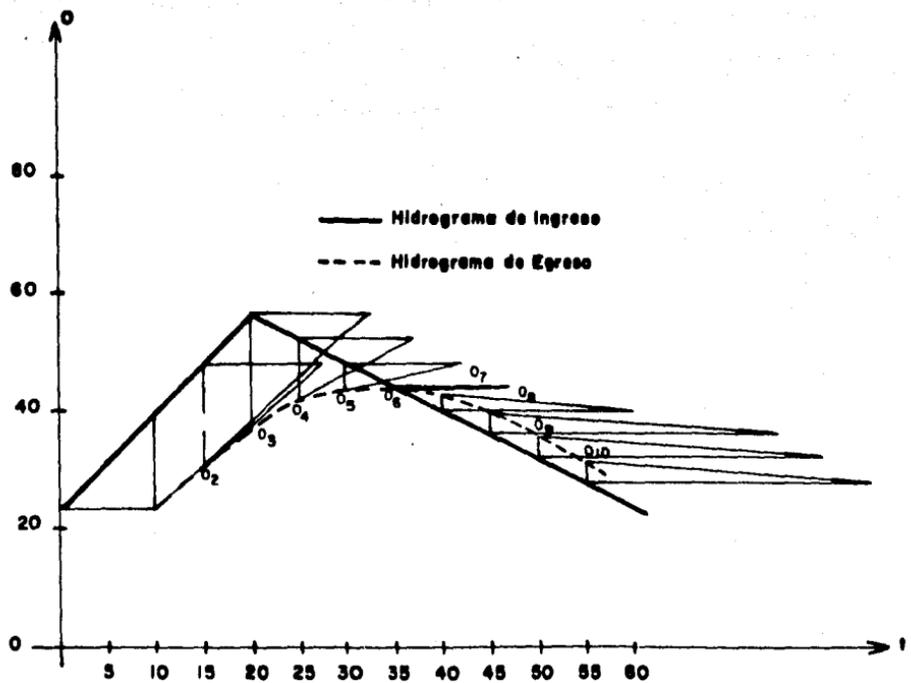


fig. 4.14

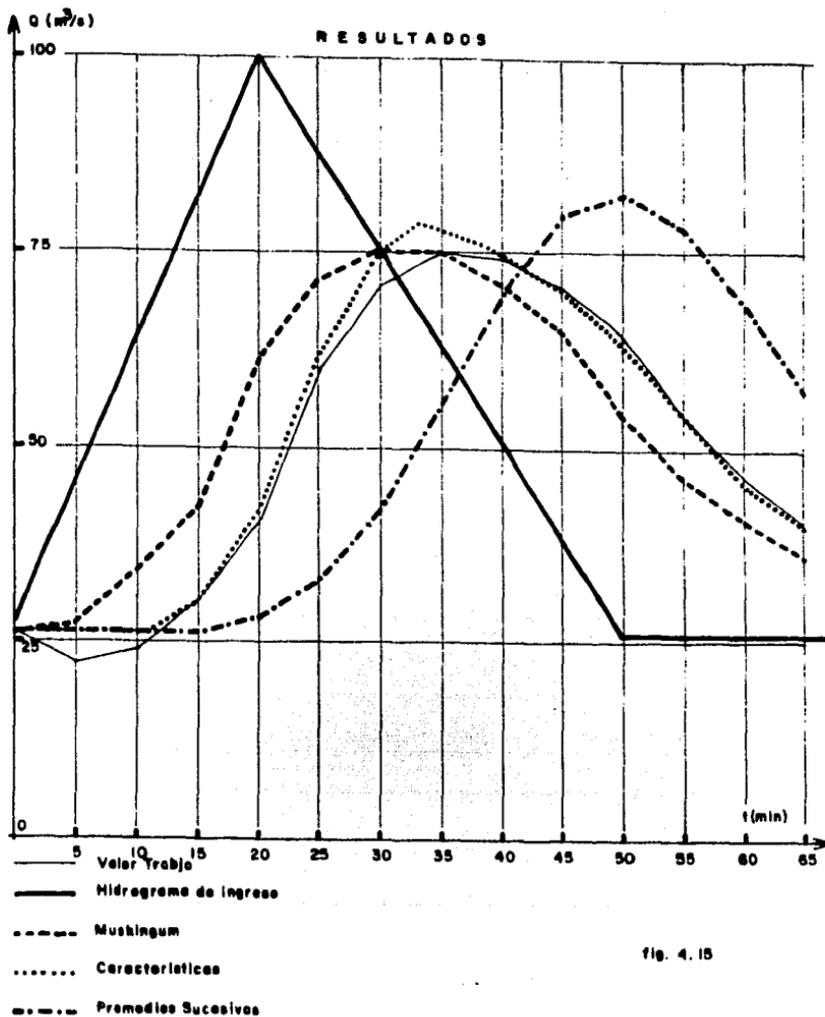


fig. 4. 15

## EJEMPLO 4.9

Junto a un cauce se localiza una laguna, ésta se encuentra a una distancia de 875 m del punto A (fig 4.16). Las dimensiones geométricas del cauce son: longitud 3500 m, coeficiente de rugosidad 0.02, ancho 6.0 m; el cauce se dividirá para su estudio en 20 tramos.

En el punto A ingresa una avenida cuyo hidrograma se muestra en la fig 4.9. El nivel de la laguna es de 4.0 m. y la longitud (XL) entre cauce y laguna es de 50.0 m. ¿Cuál es el hidrograma de esceso en el punto B considerando la influencia de la laguna.

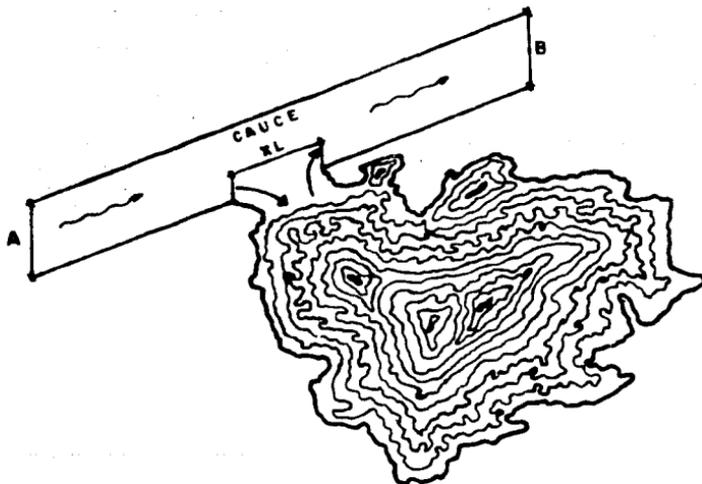


Fig. 4.16

La solución del problema antes mencionado, se hará mediante la aplicación del método de Diferencias Finitas<sup>(12)</sup> y su desarrollo es el siguiente:

Las transferencias del gasto entre el cauce y la laguna se simulan por una función tipo vertedor de cresta ancha fig 4.20.

$$Q = \frac{n_l - n_i}{ABS(n_l - n_i)} Z (n_i, n_l) L (ABS(n_l - n_i))^{3/2}$$

Donde:

$Q$  = gasto transferido entre el tramo y la laguna

$n_l$  = nivel en la laguna

$n_i$  = nivel en el tramo del cauce

$Z$  = coeficiente de descarga en función del ahogamiento.

$L$  = longitud del tramo entre los dos elementos.

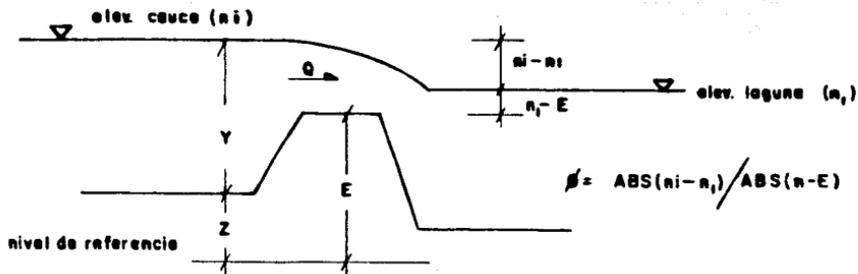


Fig 4.17

En función del ahogamiento definido como:

$$\vartheta = \text{ABS}(n1-ni)/(n1-E)$$

Se toma Z como

$$Z = 0.871 \sqrt{2g} \vartheta^{0.478} \quad 0 < \vartheta < 0.1$$

$$Z = 0.446 \sqrt{2g} \vartheta^{0.155} \quad 0.1 < \vartheta < 1.0$$

$$Z = 0.446 \sqrt{2g} \vartheta^0 \quad 1 < \vartheta$$

La solución del problema viene dado por el programa el cual viene en el anexo II:

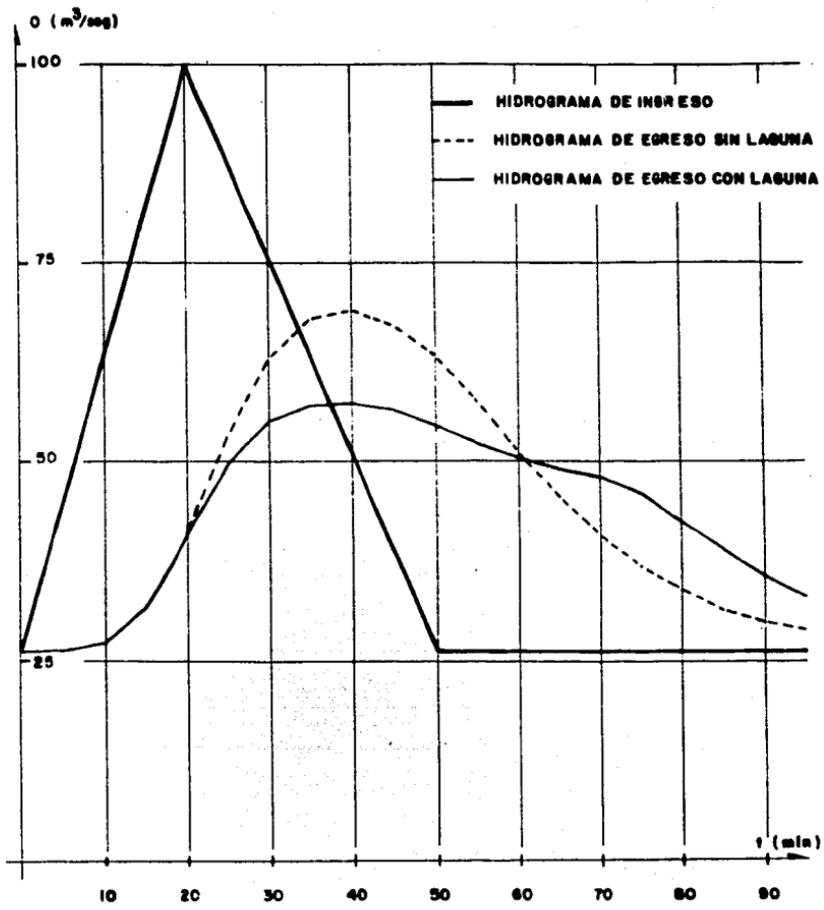


Fig 4.18

Resultados del ejemplo 4.9

## **CAPITULO V**

### **CONCLUSIONES**

## 5. CONCLUSIONES

Los métodos aproximados de tránsito de avenidas han sido utilizados con éxito, ya que tales métodos son simples para su aplicación y no se requiere de abundante información. Se puede decir que los métodos aproximados pueden dar buenos resultados bajo algunas condiciones.

Una comparación entre los métodos aproximados y los métodos hidráulicos implican las siguientes condiciones de exactitud y facilidad de aplicación del método.

Algunas ventajas de los métodos aproximados son los siguientes:

1. En los métodos aproximados, las características geométricas del cauce

2. La facilidad de estos métodos es tal, que se pueden llevar a cabo sin recurrir a una computadora.
3. Los métodos aproximados pueden dar una respuesta a un problema dado, en mucho menos tiempo que los métodos hidráulicos.
4. No interviene el término de la aceleración de la gravedad.
5. Los métodos aproximados no necesitan que las condiciones de frontera, aguas arriba y aguas abajo están definidas.

Los métodos aproximados también tienen algunas desventajas en su solución como son:

1. Para su aplicación los métodos aproximados requieren de información de avenidas que ocurrieron en el pasado para determinar los coeficientes que involucran en su solución.
2. Los métodos aproximados no tienen la exactitud de una solución basada en los métodos hidráulicos.
3. El almacenamiento en el cauce no es una función única del flujo de ingreso y el flujo de egreso.
4. Los métodos aproximados no toman en cuenta los ingresos laterales que existen en el cauce.

Ahora bien, para elegir un método de solución para el problema de tránsito de avenidas, es básicamente una optimización entre la identificación del problema, la cantidad de datos disponibles, y la exactitud de los resultados. La identificación del problema es tan importante como cualquier fase en la solución del problema. La identificación del problema es la mejor guía para la selección del método de solución.

Cuando el problema por resolver ha sido identificado, el método de solución se elige y las fases de cálculo del problema son una fase de rutina. Por otro lado, la exactitud, de los resultados es difícil de cuantificar y por lo mismo es menos obvia.

Pueden existir algunas controversias acerca de la elección y el uso de los métodos de solución y estas vienen de una falta, de una comparación objetiva de los métodos de solución, se utiliza un criterio intuitivo y la experiencia más que los criterios exactos para elegir el método que ha de ser aplicado.

Se puede concluir que el problema de tránsito de avenidas se le da una solución basándose en las aplicaciones que han sido usadas en ocasiones ante riores.

**ANEXO I****DETERMINACION DEL VOLUMEN DE ALMACENAMIENTO**

El volumen almacenado en el tramo de un cauce para un flujó no permanente depende de:

- a) del flujo de ingreso
- b) del flujo de egreso
- c) de la geometría y características hidráulicas del cauce.

Con las consideraciones anteriores se puede suponer que las secciones del cauce al principio de aguas arriba y al final de aguas bajo tienen la misma relación descarga-almacenamiento con respecto a la profundidad del flujo.

Por lo tanto se puede escribir las siguientes ecuaciones:

$$I = a y^n \quad (1)$$

$$O = a y^n \quad (2)$$

$$S_i = b y^n \quad (3)$$

$$S_o = b y^n \quad (4)$$

donde  $a$  y  $n$  son constantes que expresan las características de la sección, tomando en cuenta la relación que existe entre la profundidad-descarga, así mismo  $b$  y  $m$  son constantes que expresan las características de la sección, pero ahora considerando la relación que existe entre la profundidad-almacenamiento,  $S_i$  y  $S_o$  son los almacenamientos en las secciones del cauce al principio de aguas arriba y al final de aguas abajo respectivamente.

Despejando  $y$  de las ecuaciones (1) y (2) se tiene:

$$y = \left( \frac{I}{a} \right)^{1/n} \quad (5)$$

$$y = \left( \frac{O}{a} \right)^{1/n} \quad (6)$$

Sustituyendo las ecuaciones (5) y (6) en las ecuaciones (3) y (4) respectivamente:

$$S_i = b \left( \frac{I}{a} \right)^{m/n} \quad (7)$$

$$S_o = b \left( \frac{O}{a} \right)^{m/n} \quad (8)$$

Ahora bien para determinar el volumen de almacenamiento en el cauce hagamos

intervenir a  $X$  que es un factor que define los pasos relativos dados al flujo de ingreso y al flujo de egreso y variado entre 0 y 1.

Por lo tanto, el almacenamiento en cualquier tiempo, se puede expresar como:

$$S = XS_i + (1-X) S_o \quad (9)$$

Sustituyendo las ecuaciones (7) y (8) en la ecuación (a) se tiene:

$$S = X b \left( \frac{I}{a} \right)^{m/n} + (1-X) b \left( \frac{O}{a} \right)^{m/n} \quad (10)$$

Simplificando la ecuación (10)

$$S = \frac{b}{a^{m/n}} X I^{m/n} + (1-X) \frac{b}{a^{m/n}} O^{m/n} \quad (11)$$

$$S = \frac{b}{a^{m/n}} \left[ XI^{m/n} + (1-X) O^{m/n} \right] \quad (12)$$

La ecuación (12) ha servido de base para desarrollar procedimientos de tránsito de avenidas en cauces.

McCarthy desarrollo el método de Muskingum el cual se basa en la ecuación (12) y para esta ecuación supone que

$\frac{b}{a} = K$  y  $m/n = 1$  por lo que la ecuación (12) se transforma en:

$$S = K [XI + (1-X) O] \quad (13)$$

**ANEXO II**





GAS( 1 )=26.14  
GAS( 2 )=26.16  
GAS( 3 )=26.18

MLA= 4.000

GAS( 2 )=26.14  
GAS( 3 )=26.16  
GAS( 4 )=26.18

Y(NDTUC)= 2.00

GAS( 3 )=26.16  
GAS( 4 )=26.18  
GAS( 5 )=26.19

GDI= 0.00

GAS( 8 )=26.16  
GAS( 10 )=26.18  
GAS( 16 )=26.33

VLA= 470000.00

GAS( 7 )=26.14  
GAS( 11 )=26.19  
GAS( 17 )=26.33

GAS( 13 )=26.16  
GAS( 18 )=26.27

TIEMPO 60.GASTU 32.

Y( 1 )= 2.16  
Y( 2 )= 2.03  
U( 1 )= 2.19  
U( 2 )= 2.14

Y( 2 )= 2.08  
Y( 3 )= 2.08  
U( 2 )= 2.08  
U( 3 )= 2.08

Y( 3 )= 2.04  
Y( 4 )= 2.04  
U( 3 )= 2.04  
U( 4 )= 2.04

Y( 4 )= 2.02  
Y( 5 )= 2.04  
U( 4 )= 2.02  
U( 5 )= 2.02

Y( 5 )= 2.01  
Y( 6 )= 2.02  
U( 5 )= 2.01  
U( 6 )= 2.01

Y( 6 )= 2.00  
Y( 7 )= 2.02  
U( 6 )= 2.00  
U( 7 )= 2.00

Y( 7 )= 2.00  
Y( 8 )= 2.00  
U( 7 )= 2.00  
U( 8 )= 2.00

GAS( 1 )=26.42  
GAS( 2 )=26.20  
GAS( 3 )=26.24

MLA= 4.000

GAS( 2 )=26.13  
GAS( 3 )=26.14  
GAS( 4 )=26.16

Y(NDTUC)= 2.00

GAS( 3 )=27.08  
GAS( 4 )=26.01  
GAS( 5 )=26.14

GDI= 0.00

GAS( 4 )=26.01  
GAS( 10 )=26.19

VLA= 470000.00

GAS( 7 )=26.28  
GAS( 11 )=26.00

GAS( 13 )=26.28  
GAS( 18 )=26.08

TIEMPO 120.GASTU 35.

Y( 1 )= 2.20  
Y( 2 )= 2.03  
U( 1 )= 2.18  
U( 2 )= 2.14

Y( 2 )= 2.04  
Y( 3 )= 2.08  
U( 2 )= 2.04  
U( 3 )= 2.08

Y( 3 )= 2.07  
Y( 4 )= 2.04  
U( 3 )= 2.07  
U( 4 )= 2.07

Y( 4 )= 2.08  
Y( 5 )= 2.09  
U( 4 )= 2.08  
U( 5 )= 2.08

Y( 5 )= 2.09  
Y( 6 )= 2.02  
U( 5 )= 2.09  
U( 6 )= 2.02

Y( 6 )= 2.02  
Y( 7 )= 2.04  
U( 6 )= 2.02  
U( 7 )= 2.04

Y( 7 )= 2.04  
Y( 8 )= 2.00  
U( 7 )= 2.04  
U( 8 )= 2.00

GAS( 1 )=26.21  
GAS( 2 )=26.23  
GAS( 3 )=26.23

MLA= 4.000

GAS( 2 )=26.13  
GAS( 3 )=26.16  
GAS( 4 )=26.18

Y(NDTUC)= 2.02

GAS( 3 )=26.80  
GAS( 4 )=26.20  
GAS( 5 )=26.22

GDI= 0.00

GAS( 4 )=26.26  
GAS( 10 )=26.25  
GAS( 16 )=26.18

VLA= 470000.00

GAS( 7 )=27.23  
GAS( 11 )=26.27  
GAS( 17 )=26.19

GAS( 13 )=26.04  
GAS( 18 )=26.25  
GAS( 18 )=26.21

TIEMPO 180.GASTU 39.

Y( 1 )= 2.46  
Y( 2 )= 2.03

Y( 2 )= 2.37  
Y( 3 )= 2.05

Y( 3 )= 2.27  
Y( 4 )= 2.07

Y( 4 )= 2.18  
Y( 5 )= 2.09

Y( 5 )= 2.12  
Y( 6 )= 2.02

Y( 6 )= 2.08  
Y( 7 )= 2.04

Y( 7 )= 2.05  
Y( 8 )= 2.00

U( 1 ) = 2.21  
U(15) = 2.14  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

HLA = 4.000

U( 2 ) = 2.20  
U(16) = 2.12  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

Y(NDTUC) = 2.06

U( 3 ) = 2.19  
U(17) = 2.10  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

GDI = 0.00

U( 4 ) = 2.18  
U(18) = 2.07  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

VLA = 470000.00

U( 5 ) = 2.17  
U(19) = 2.05  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

U( 6 ) = 2.16  
U(20) = 2.16  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

U( 7 ) = 2.15  
U( 8 ) = 2.14  
U( 9 ) = 2.13  
U(10) = 2.12  
U(11) = 2.11  
U(12) = 2.10  
U(13) = 2.09  
U(14) = 2.08  
U(15) = 2.07  
U(16) = 2.06  
U(17) = 2.05  
U(18) = 2.04  
U(19) = 2.03  
U(20) = 2.02

U( 7 ) = 2.15  
U( 8 ) = 2.14  
U( 9 ) = 2.13  
U(10) = 2.12  
U(11) = 2.11  
U(12) = 2.10  
U(13) = 2.09  
U(14) = 2.08  
U(15) = 2.07  
U(16) = 2.06  
U(17) = 2.05  
U(18) = 2.04  
U(19) = 2.03  
U(20) = 2.02

TIMEPD 240.GRSTU 49.

Y( 1 ) = 2.04  
Y(15) = 2.04  
U( 1 ) = 2.17  
U(15) = 2.14  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

HLA = 4.000

Y( 2 ) = 2.05  
Y(16) = 2.05  
U( 2 ) = 2.16  
U(16) = 2.13  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

Y(NDTUC) = 2.16

Y( 3 ) = 2.06  
Y(17) = 2.06  
U( 3 ) = 2.15  
U(17) = 2.10  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

GDI = 0.00

Y( 4 ) = 2.07  
Y(18) = 2.06  
U( 4 ) = 2.14  
U(18) = 2.07  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

VLA = 470000.00

Y( 5 ) = 2.08  
Y(19) = 2.07  
U( 5 ) = 2.13  
U(19) = 2.05  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

Y( 6 ) = 2.09  
Y(20) = 2.08  
U( 6 ) = 2.12  
U(20) = 2.16  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

Y( 7 ) = 2.10  
Y( 8 ) = 2.10  
Y( 9 ) = 2.10  
Y(10) = 2.10  
Y(11) = 2.10  
Y(12) = 2.10  
Y(13) = 2.10  
Y(14) = 2.10  
Y(15) = 2.10  
Y(16) = 2.10  
Y(17) = 2.10  
Y(18) = 2.10  
Y(19) = 2.10  
Y(20) = 2.10

TIMEPD 300.GASTU 47.

Y( 1 ) = 2.01  
Y(16) = 2.04  
U( 1 ) = 2.05  
U(16) = 2.04  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

HLA = 4.000

Y( 2 ) = 2.02  
Y(17) = 2.05  
U( 2 ) = 2.04  
U(17) = 2.03  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

Y(NDTUC) = 2.27

Y( 3 ) = 2.03  
Y(18) = 2.07  
U( 3 ) = 2.03  
U(18) = 2.03  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

GDI = 0.00

Y( 4 ) = 2.04  
Y(19) = 2.06  
U( 4 ) = 2.02  
U(19) = 2.07  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

VLA = 470000.00

Y( 5 ) = 2.05  
Y(20) = 2.05  
U( 5 ) = 2.04  
U(20) = 2.05  
GAS( 1 ) = 2.99  
GAS( 2 ) = 2.99  
GAS( 3 ) = 2.99  
GAS( 4 ) = 2.99  
GAS( 5 ) = 2.99

Y( 6 ) = 2.07  
Y( 7 ) = 2.07  
Y( 8 ) = 2.07  
Y( 9 ) = 2.07  
Y(10) = 2.07  
Y(11) = 2.07  
Y(12) = 2.07  
Y(13) = 2.07  
Y(14) = 2.07  
Y(15) = 2.07  
Y(16) = 2.07  
Y(17) = 2.07  
Y(18) = 2.07  
Y(19) = 2.07  
Y(20) = 2.07

Y( 7 ) = 2.08  
Y( 8 ) = 2.08  
Y( 9 ) = 2.08  
Y(10) = 2.08  
Y(11) = 2.08  
Y(12) = 2.08  
Y(13) = 2.08  
Y(14) = 2.08  
Y(15) = 2.08  
Y(16) = 2.08  
Y(17) = 2.08  
Y(18) = 2.08  
Y(19) = 2.08  
Y(20) = 2.08

TIMEPD 360.GASTU 51.

## BIBLIOGRAFIA

- (1) Viessman, Warren, Introduction to Hidrology, Intext Educational Publishers, 1977, New York.
- (2) Hejermfelt, Allent, Hidrology for enginners and planners, Ames, I, State University, 1975.
- (3) Yevjevich, Vujica, 1959, Analytical integration of the differential equation for water storage, Journal of Research, U. S. National Bureau of Standards, v. 63B, No. 1.
- (4) Henderson, F. G., 1966 Open channel flow, The Macmillan Co., New York.
- (5) Linsley, Franzini, Ingenieria de los recursos hidráulicos editorial C.E.C.S.A. 9a. Edición.
- (6) Linsley, Kihler, Paulus, Hidrologia para ingenieros, McGraw-Hill Company, Latinoamericana, 2a. edicion.
- (7) Kay, K. Linsley, Jr. Max A. Kohler, Applied Hidrology, McGraw-Hill Company, Inc., 1949.
- (8) Ven Te Chow, 1959, Open channel Hidraulics, McGraw-Hill, Co., New York .
- (9) Ven Te Chow 1964 Handbook of Applied Hydrology McGraw-Hill, New York.
- (10) Sánchez Bribiesca J. L., "Doce Algoritmos para resolver problemas de Hidráulica", Instituto de Ingenieria, UNAM, Agosto de 1978, No. 412.
- (11) Morris Henry, Wiggert James, Applied Hydraulics in enginnering, the Ronald Press Co, New York, 2a. edición.
- (12) Cruickshank, Carlos., Notas de la clase de Fenómenos Transitorios que se impartió en la División de Estudios Superiores de la Facultad de Ingenieria, UNAM.