54

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Ingeniería

Contribución a la Predicción de Azolves en Embalses

T E S I S

Que para obtener el título de :

INGENIERO CIVIL

p r e s e n t a :

JOSE ALBERTO GARCIA GOMEZ

México, D. F 1979

FACULTAD DE INGENIERIA
EXAMENES PROFESIONALES
60-1-278

UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

Al Pasante señor JOSE ALBERTO GARCIA GOMEZ,
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor Ing. Jaime E. Camargo Hernández, para que lo desarrolle como tesis en su Examen Profesional de Ingeniero CIVIL.

"CONTRIBUCION A LA PREDICCION DE AZOLVES
EN EMBALSES"

1. Introducción
2. Método de Einstein
3. Método de Bagnold
4. Método de Lischtvan-Lebediev
5. Método de Laursen
6. Aplicación y conclusiones

Ruego a usted se sirva tomar debida nota de que en cumplimiento de lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Dirección General de Servicios Escolares en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

Atentamente
"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"
Cd. Universitaria, 11 de septiembre de 1978
EL DIRECTOR

ING. JAVIER JIMENEZ ESPRIU

JJE/OBLH/ser

I N D I C E .

Página

1. INTRODUCCION.

1.1 GENERALIDADES.

El material erosionado en una cuenca, parte es arrastrado por el flujo y parte es captado por la cobertura vegetal y topografía de la cuenca. La parte que es arrastrada por el flujo (ríos, cañadas y arroyos) se puede depositar en zonas que el mismo flujo propicia, es decir, en sitios donde el flujo no permite su arrastre. Cuando no ocurre lo anterior, el remanente de suelo erosionado es transportado por la red de drenaje de la cuenca y se deposita en los valles ó en los almacenamientos, donde permanece indefinidamente.

Para estimar los volúmenes de sedimento acumulados en un almacenamiento, conviene obtener los registros de arrastre de fondo y en suspensión cerca del sitio en cuestión, en un período de 10 años mínimo. En los mejores casos en las estaciones de aforo instaladas, los registros de arrastre de fondo, son -

de corta duración; siendo representativos sólo cuando no se tienen variaciones notables en el hidrograma de la fase líquida. Cuando son notables las variaciones; los registros no son del todo representativos, dado que en un determinado lapso de tiempo no registrado, el arrastre de sedimentos en un día de avenidas, puede ser mayor que la presentada en un lapso de tiempo mayor.

De lo anterior se ve la necesidad de contar con registros de arrastre de fondo y de suspensión, representativos de la corriente. Registros diarios no se requieren para definir el régimen de arrastre en estiaje, pero sí en época de avenidas, que permitan definir el régimen de arrastre. En ocasiones la velocidad de la corriente rebasa los valores permisibles de seguridad, no permitiendo obtener registros del todo confiables. Los valores que se obtengan (confiables) permitirán conocer la tendencia del régimen de arrastre, ajustándola a una determinada ley de variación por ejemplo: Einstein, Bagnold, Laursen, etc.

Por otra parte las mediciones periódicas de la corriente y las observaciones simultáneas de niveles que proporcionan información para estimar la socavación producida por el flujo, permitirá ajustar ciertos parámetros de la expresión propuesta por "Lischtvan-Lebediev" para corrientes de comportamiento friccionante.

Con lo expuesto se puede formar una curva que relacione a "$\frac{q}{q_s}$" (gasto líquido unitario / gasto sólido unitario) a "$\frac{S_n}{d}$" (socavación neta / tirante de la corriente) para una corriente natural determinada; que permita en un momento dado valuar el hidrograma de sólidos arrastrados por la corriente; a partir del hidrograma líquido (q), la socavación producida por el flujo (S_n) y el tirante asociado al hidrograma líquido (d).

Partiendo de la idea anterior se ha trabajado en la elaboración de una familia de curvas, que relacionan $\frac{q}{q_s}$ contra $\frac{S_n}{d}$; para diversas pendientes hidráulicas (S_o) y características granulométricas del material de comportamiento friccionante (σ y D_{50}) y como régimen de arrastre de sedimentos las expresiones dadas por Einstein, Bagnold y Laursen.

1.2 METODOS UTILIZADOS.

1.2.1 METODO DE EINSTEIN.

E. A. Einstein (1950) presenta su método en el cual considera una fuerza crítica tractiva como característica del flujo y la probabilidad de movimiento ó depósito de las partículas de sedimento.

Por otra parte, toma en cuenta para valuar el transporte de sedimentos el material que levantado del fondo se mueve en suspensión, y no, nada más el material que se mueve sobre ó cerca del fondo, como lo consideraban los investigadores anteriores a él. Por lo anterior se considera que dicho estudio es de los más completos (véanse capítulo 2 y anexo 2.1)

1.2.2 METODO DE BAGNOLD.

Para la evaluación del gasto sólido R. A. Bagnold (1966) considera al igual que Einstein, que el arrastre de fondo es igual al de fondo más el arrastre en suspensión de material proveniente del fondo. Además considera las velocidades del fluido en cada punto, el peso sumergido de las partículas, la fuerza necesaria que debe ejercer el fluido para levantarlas y arrastrarlas e - - introduce factores de corrección para tomar en cuenta que las velocidades del fluido y los esfuerzos no siguen la misma dirección así como la potencia - - disponible (véanse capítulo 3 y anexo 3.1)

1.2.3 METODO DE LISCHTVAN - LEBEDIEV.

En el cálculo de la socavación general consideran que al incrementarse la - - velocidad del flujo se aumenta la capacidad de arrastre del flujo, degradándo se el fondo. Al descender el fondo aumenta poco a poco el área hidráulica, reduciéndose paulatinamente el valor medio de la velocidad de la corriente -- y por ende la capacidad de arrastre, hasta el momento en que se alcanza un -- estado de equilibrio. El equilibrio se produce cuando son iguales la veloci dad media del flujo y la velocidad media que se requiere para que un material de características dadas sea arrastrado (vease capítulo 4).

1.2.4 METODO DE LAURSEN.

Laursen (1958) presenta para la determinación del arrastre de sedimentos su - método, basado en dos parámetros; uno es la relación de la velocidad al es--- fuerzo cortante y la velocidad de caída de las partículas sólidas, el cual -- expresa la efectividad de la acción de mezclado de la turbulencia. El segun do parámetro se ocupa del concepto del arrastre de fondo (vease capítulo 5).

1.3 APLICACION Y CONCLUSIONES.

En el capítulo 6 se presenta una aplicación de las gráficas propuestas con -- datos de la estación Cantón en el río Santo Domingo, así como las conclusio-- nes del presente trabajo.

2. METODO DE EINSTEIN.

2.1 ARRASTRE DE FONDO.

En 1950, H. A. Einstein presenta un método, que cambia radicalmente la manera de calcular la cantidad total de material del fondo que es arrastrado por una corriente; y establece una distinción entre el material del fondo que es arrastrado en suspensión y el que es arrastrado en la capa del fondo.

Einstein toma en cuenta la probabilidad de movimiento o de depósito del material que levantado del fondo es puesto en movimiento en una distancia, conocida como longitud de travesía ($\Delta_L D$). Lo anterior implica un equilibrio entre las partículas que forman propiamente el lecho y las que se encuentran en una franja arriba del lecho y de espesor igual a dos veces el tamaño de la partícula considerada de la curva granulométrica es decir:

No. de Partículas depositadas = No. de Partículas erosionadas. (2.1)

El número de partículas de la fracción i de la curva granulométrica, depositadas por unidad de tiempo, en el área unitaria del fondo está dada por:

$$\frac{g_B\ i_B}{(\Delta_L D)\ (1)\ (\gamma_s\ K_2\ D^3)} = \frac{g_B\ i_B}{\Delta_L\ \gamma_s\ K_2\ D^4} \tag{2.2}$$

en donde:

g_B = gasto de la fase sólida expresado en peso por unidad de tiempo y unidad de ancho.

i_B = fracción de g_B de un tamaño de grano dado o rango de tamaños.

$g_B i_B$ = es la cantidad de la cual un tamaño dado se mueve a través de un ancho y tiempo unitarios.

γ_s = peso específico del material sólido.

K_2 = es una constante de cálculo, igual a $\frac{\pi}{6}$ para partículas esféricas.

D_i = diámetro de la partícula considerada.

$\gamma_s K_2\ D^3$ = peso de una sola partícula.

Las partículas de tamaño "D_i" tendrán una probabilidad $\frac{\text{"P"}}{T_e}$ para que sean o no erosionadas en el tiempo en que se lleva a cabo el intercambio de partículas depositadas o erosionadas, dependiendo ello, del número de partículas expuestas al flujo y de las condiciones del mismo, principalmente en la zona de turbulencia.

Así, el número de partículas erosionadas por unidad de tiempo y unidad de área pueden ser expresadas como:

$$\frac{i_B}{K_1\ D^2} \quad \frac{P}{T_e} \tag{2.3}$$

en donde:

i_b = fracción del material del fondo, en el rango del tamaño dado.

K_1 = constante de cálculo igual a $\frac{\pi}{4}$ para partículas esféricas.

P = la probabilidad de que un determinado tamaño de partículas - sean erosionadas.

T_e = tiempo de intercambio entre las partículas depositadas y -- erosionadas.

El valor de T_e se determina por:

$$T_e = \frac{D}{\omega} = K_3 \sqrt{\frac{D_\gamma \quad \gamma}{g(\gamma_s - \gamma)}} \tag{2.4}$$

en donde:

ω = es la velocidad de sedimentación.

K_3 = es una constante de cálculo.

g = es la aceleración debida a la gravedad.

γ = peso específico del fluido.

El número de partículas erosionadas por área unitaria en un tiempo unitario - será:

$$\frac{i_b}{K_1 D^2} \quad \frac{P}{K_3} \quad \sqrt{\frac{g(\gamma_s - \gamma)}{D\ \gamma}} \tag{2.5}$$

Sustituyendo las ec. (2.2) y (2.5) en la ec. (2.1), se obtiene la ec. de arrastre de fondo, que toma la siguiente forma:

$$\frac{g_B \; i_B}{\Delta_L D^4 K_2 \gamma_s} = \frac{i_b \; P}{K_1 \; K_3 \; D^2} \sqrt{\frac{g(\gamma_s - \gamma)}{D \; \gamma}} \tag{2.6}$$

Cuando el transporte de sedimentos no es muy intenso la probabilidad de erosión "P" es pequeña y el depósito es posible en cualquier parte. Si por el contrario se tiene un transporte de sedimentos intenso, "P" se incrementa y el depósito no es posible. Einstein en 1950 interpreta que "P" puede usarse para calcular la distancia de travesía $\Delta_L D$.

Si "P" es muy pequeña la distancia de travesía es virtualmente una constante y $\Delta_L D = \lambda_b D$, siendo λ_b una constante la cual tiene un valor aproximado de 100 para una partícula individual.

Promediando las distancias de las partículas individuales, hasta que son capaces de depositarse el valor de $\Delta_L D$ puede expresarse como: (1-P) para partículas depositadas después de viajar una distancia $\lambda_b D$; "P" para partículas no depositadas después de viajar $\lambda_b D$; de esto: P(1-P) son las partículas depositadas después de viajar $2\lambda_b D$; "P^2" para partículas no depositadas después de viajar $2\lambda_b D$ y así sucesivamente. La distancia total promedio recorrida puede ser expresada en una serie:

$$\Delta_L D = \sum_{\eta=0}^{\infty} (1-P) \; P^{\eta} \; (\eta + 1) \quad \lambda_b D$$

$$\Delta_L D = \frac{\lambda_b D}{(1-P)} \tag{2.7}$$

Si el valor de la ec. (2.7) se introduce en la ecuación de arrastre de fondo 2.6 se tiene:

$$\frac{P}{1-P} = \left[\frac{K_1K_3}{K_2\lambda_b}\right]\left[\frac{i_B}{i_b}\right]\left[\frac{g_B}{\gamma_s}\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_s-\gamma}}\sqrt{\frac{1}{g\,D^3}}\right] \qquad (2.8)$$

Si se considera que:

$$A_* = \left[\frac{K_1\,K_3}{K_2\,\lambda_b}\right]$$

$$\phi = \left[\frac{g_B}{\gamma_s}\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_s-\gamma}}\sqrt{\frac{1}{gD^3}}\right]$$

en donde:

ϕ = factor del transporte de fondo.

Substituyendo estos valores en la ec. (2.8)

$$\frac{P}{1-P} = A_*\left[\frac{i_B}{i_b}\right]\phi = A_*\,\phi_* \qquad (2.9)$$

Una ecuación de arrastre de material, aplicable a sedimentos uniformes es - - propuesta empíricamente por Einstein en 1942, similar a la (2.9).

$$\frac{P}{1-P} = A_*^{42}\ \phi^{42} \qquad (2.10)$$

El superíndice de A_* y ϕ indican el año que fueron propuestos; siendo:

$$A_*^{42}\ \phi^{42} = \left[\frac{K_1K_3}{K_2\lambda_b}\right]^{42}\frac{1}{F}\ \frac{g_B}{\gamma_s-\gamma}\sqrt{\frac{\gamma}{\gamma_s-\gamma}}\sqrt{\frac{1}{g\,D^3}} \qquad (2.11)$$

F es una función adimensional de la sedimentación tomando el valor de 0.816 para partículas de arena mayores de 1 mm.

Einstein considera que la probabilidad de erosión depende de la sustentación hidrodinámica y del peso de la partícula, es decir:

$$P = f\left[\frac{\text{peso sumergido de la partícula}}{\text{sustentación Hidrodinámica.}}\right] \qquad (2.12)$$

el peso sumergido (W_s) y la sustentación hidrodinámica (S_h) se valúan respectivamente por:

$$W_s = K_2\ (\gamma_s - \gamma)\ g\ D^3 \qquad (2.13)$$

$$S_h = {}^1/_2\ C_L \varrho K_1\ D^2 \mu_b^2 \qquad (2.14)$$

en donde:

W_s = peso sumergido.

S_h = sustentación hidrodinámica.

γ_s = peso específico del material sólido.

γ = peso específico del fluido.

g = aceleración debido a la gravedad.

D = diámetro de la partícula.

K_2 = constante de cálculo.

C_L = coeficiente de sustentación.

K_1 = constante de cálculo.

μ_b = velocidad en el límite de la subcapa laminar.

ϱ = densidad del fluido.

$$\mu_b = 11.6\ \mu_* = 11.6 \sqrt{g R'_H S_o} \qquad (2.15)$$

g = aceleración debido a la gravedad.

R'_H = radio hidráulico asociado a las partículas.

S_o = pendiente del cauce.

Sustituyendo en (2.12)

$$P = f \left[B_*^{42} \psi \right] \tag{2.16}$$

Einstein en 1942 llama intensidad de flujo al recíproco del parámetro utiliza do por Shields; es decir:

$$\psi = \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \frac{D}{R'_H S} \tag{2.17}$$

así mismo a B_*^{42}

$$B_*^{42} = \frac{K_2}{^1/_2 \; C_L \; K_1 \; 135} \tag{2.18}$$

Para el caso particular de que $\phi^{42} < 0.4$ de la ec. (2.10)

$$P = A_*^{42} \; \phi_*^{42}$$

en donde:

ϕ_*^{42} = intensidad del transporte de fondo, igualándola con la ec. - (2.16).

$$A_*^{42} \phi_*^{42} = P = f\,(B_*^{42} \psi) \tag{2.19}$$

Utilizando los datos obtenidos por Gilbert (1914) y Meyer Peter (1934); - - Einstein obtiene la relación que existe entre ϕ^{42} y ψ la cual se muestra en la fig. (2.1). Para valores de $\phi < 0.4$ se tiene que:

$$0.465\ \phi^{42} = e^{-0.391\ \psi} \tag{2.20}$$

mientras que para $\phi > 0.4$ la ecuación anterior da valores diferentes a los obtenidos; para este caso en particular se utiliza la expresión (2.10). La desviación de la gráfica puede ser atribuible al hecho de que los datos experimentales incluyen el material arrastrado en suspensión.

Como se indicó la relación empírica entre ϕ y ψ hecha en 1942 por Einstein ha sido sustituida por una relación analítica, al considerar que la probabilidad de erosión "P" puede ser expresada como la relación que existe entre el peso sumergido de la partícula y la sustentación hidrodinámica, la cual tiene que ser más pequeña que la unidad, de (2.16):

$$1 \geq B_*^{42}\ \psi \frac{1}{1+\eta} \tag{2.21}$$

De investigaciones realizadas por el propio Einstein en 1949 obtiene que el coeficiente de sustentación C_L tiene un valor constante de 0.178, y en donde η es la desviación estándar para una distribución normal, siendo η_o la desviación estándar universal igual a 0.5.

La velocidad "μ_b" que actúa sobre las partículas (material no uniforme), debe ser medida a una distancia de 0.35X a partir del lecho teórico, donde X está dada por:

$$X = 0.77\ \Delta, \quad \text{si} \quad \frac{\Delta}{\delta} > 1.80 \tag{2.22}$$

$$X = 1.39\ \delta, \quad \text{si} \quad \frac{\Delta}{\delta} < 1.80$$

en donde:

δ = espesor de la capa laminar $= \dfrac{11.5\ \nu}{\mu_*}$

Δ = rugosidad aparente; $\dfrac{K_s}{X_1}$

K_s = diámetro representativo = D_{65} ; analizando algunos datos de la U. S. Waterways Experiment Station (1935), Einstein determina el diámetro efectivo de arena no uniforme. Experimentalmente encuentra que el tamaño del grano del material que forma el lecho es un 30 o 45 porciento más fino.

ν = viscosidad cinemática.

μ_* = velocidad de la fase líquida al esfuerzo cortante.

X_1 = factor que se obtiene de la fig. (2.2).

Einstein determina que las fórmulas de Keulegan para un fondo rugoso y liso, se cumplen siempre que no existan rizos ni dunas, de esta forma la distribución de velocidades está expresada por:

$$\bar{\mu}_b = \mu_* \ 5.75 \log \left[\frac{30.2\ (0.35X)}{\Delta} \right] \qquad (2.23)$$

y la velocidad promedio en la vertical se puede determinar de acuerdo con - - Keulegan para un fondo hidráulicamente rugoso y liso por:

$$\frac{\mu_b}{\mu_*} = 5.75 \log \left[12.27 \ \frac{R'_h\ X_1}{K_s} \right] \qquad (2.23A)$$

Si se acepta la descomposición del coeficiente de resistencia de Manning, se tiene la existencia de dos componentes de velocidad de corte, definidas como:

$$\mu'_* = \sqrt{gR'_h S_o}$$

$$\mu''_* = \sqrt{gR''_h S_o}$$

en donde:

μ'_* = velocidad al corte asociado a las partículas.

μ''_* = velocidad al corte asociado a rizos o dunas.

R'_h = radio hidráulico asociado a las partículas.

R''_h = radio hidráulico asociado a rizos o dunas.

g = aceleración debida a la gravedad,

S_o = pendiente del cauce.

Einstein propone que se reemplace la ec. (2.23A) por:

$$\mu_b = 5.75\ \mu'_*\ \log\ (12.27\ \frac{R'_h}{\Delta}) \qquad (2.23B)$$

y el espesor de la subcapa laminar lo llama

$$\delta' = 11.6\ \frac{\nu}{\mu'_*}$$

Sustituyendo la ec. (2.23) en la expresión (2.12) se llega a una ecuación - - similar a la (2.21).

$$1 > \frac{1}{1+\eta}\ \psi\ \ B\ \ \beta_x^{-2} \qquad (2.24)$$

en donde:

$$B = \text{constante de escalas} = \frac{2K_2}{(0.178\ K_1)\ (5.75)^2}$$

ψ = intensidad de flujo.

$$\beta_x^{-2} = \left[\frac{1}{\log^2\ 10.6\ \frac{X_1}{\Delta}} \right]$$

Posteriormente Einstein modifica la expresión (2.24) afectándola por un factor de corrección "ξ" al que llama de acorazamiento y por el factor "Y" que se usa para describir la variación del coeficiente de sustentación C_L. Ambos factores de corrección han sido determinados experimentalmente por Einstein (1950) y dibujados en las figs. (2.3 y 2.4). Afectando la expresión (2.24).

$$1 > \frac{1}{1+\eta}\ \xi Y B'\ \frac{\beta^2}{\beta_x^2}\ \psi \tag{2.25}$$

en donde:

$$B' = \frac{B}{\beta^2}$$

$$\beta = \log.\ 10.6$$

otra forma de escribir la ecuación (2.25) es:

$$\left| 1 + \eta \right| > \xi\ Y\ \psi B'\ \frac{\beta^2}{\beta_x^2} \tag{2.26}$$

La desigualdad 2.26 al elevarla al cuadrado y dividirla por η_o se tiene

$$\left[\frac{1}{\eta_o} + \eta_*\right]^2 = B_*^2 \ \psi_*^2 \tag{2.27}$$

en donde:

$$\eta_o = \frac{\eta}{\eta_*}$$

$$B_*^2 = \frac{B'}{\eta_o}$$

$$\psi_* = \xi Y \left(\frac{\beta^2}{\beta_x^2}\right) \psi$$

Despejando η_* se tiene:

$$(\eta_*)_{\ lim} = \pm \ B_* \ \psi_* - \frac{1}{\eta_o} \tag{2.28}$$

La probabilidad "P" de movimiento de la partícula deberá ser tal, que los -- valores de η_* sean distribuidos de acuerdo con una ley normal de errores; es decir:

$$P = 1 - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{-(B_*\psi_* - 1/\eta_o)}^{(B_* \psi_* - 1/\eta_o)} e^{-t^2} dt \tag{2.29}$$

donde "t" es solamente una variable de integración, combinando la ec. (2.29) con la ec. (2.10) se obtiene la ecuación de arrastre de fondo presentada por Einstein (1950).

$$P = \frac{A_* \, \phi_*}{1 + A_* \phi_*} \tag{2.30}$$

esta ecuación parece ser muy complicada y difícil de usar; pero es bastante - fácil de aplicar, ya que η_o, A_* y B_* son constantes universales que toman los valores de 0.5, 43.5 y 0.143 respectivamente; de tal forma que la ecuación -- puede ser representada por una curva única entre la intensidad de flujo ψ_* y la intensidad de transporte de fondo ϕ_* (fig. 2.5).

2.2 Arrastre en suspensión.

En 1950 Einstein desarrolla una teoría para valuar el material sólido transportado en suspensión, del fondo, por una corriente, basando sus consideraciones teóricas en un análisis de la turbulencia, para explicar mediante ella la suspensión.

Considera que la velocidad de cada partícula puede fluctuar en sus tres componentes, los cuales son variables y casuales en el tiempo, siguiendo una ley normal de error, y el promedio de cada una de ellas es nulo; la componente -- vertical es la que mantiene en suspensión a las partículas.

Para valuar el material sólido del fondo transportado en suspensión por una - corriente Einstein parte de la siguiente ecuación (ver anexo 2.1):

$$g_{BS} = \int_a^d C_y \mu_y dy \tag{2.31}$$

Al sustituir al espesor "a" por un argumento adimensional $A_E = \frac{a}{d}$ y si d -- es utilizada como la unidad de "Y" la ec. (2.31) toma la siguiente forma:

./.

$$g_{BS} = \int_{A_E}^{1} dC_y \mu_y dy \qquad (2.32)$$

en donde:

g_{BS} = gasto sólido en suspensión proveniente del fondo y expresado en peso por unidad de tiempo y ancho.

C_y = concentración referida a una distancia variable a partir del lecho.

d = tirante hidráulico.

μ_y = velocidad de la fase líquida a una distancia "y" del fondo, en m/seg.

La distribución de la suspensión (ver anexo 2.1) dada por Rouse, se expresa - como:

$$\frac{C}{C_a} = \left(\frac{d-Y}{y} \quad \frac{a}{d-a} \right)^z \qquad (2.33)$$

en donde:

C = concentración referida a una distancia variable a partir del lecho.

C_a = concentración referida a una distancia "a" del lecho.

d = tirante hidráulico.

a = espesor de la capa del lecho.

$Z = \dfrac{\omega}{K \mu_*}$

ω = velocidad de sedimentación de las partículas sólidas.

μ_* = velocidad al esfuerzo cortante.

K = constante de Karmann $K \leq 0.4$

Si la velocidad es expresada con una distribución tipo logarítmica:

$$\mu = \mu_* \; 5.75 \; \log \left(\frac{30.2 \; Y}{\Delta} \right) \tag{2.34}$$

en donde:

μ = velocidad del fluido.

μ_* = velocidad al esfuerzo cortante.

Y = distancia variable medida a partir del lecho.

Δ = rugosidad aparente $\dfrac{K_s}{X_1}$

X_1 = factor que se obtiene de la fig. (2.1) del subcapítulo anterior.

K_s = diámetro representativo = D_{65}

Substituyendo las ecuaciones (2.33, 2.34) en la ec. (2.32):

$$g_{BS} = d\mu_* C_a \left(\frac{A_E}{1-A_E} \right)^Z 5.75 \int_{A_E}^{1} \left(\frac{1-Y}{Y} \right)^Z \log \left(\frac{30.2Y}{\frac{\Delta}{d}} \right) dy \tag{2.35}$$

teniendo en cuenta que:

$$\log Y = L_n Y \cdot \log e$$

y que el valor de log e = 0.434

$$g_{BS} = 5.75\ C_a\ \mu_* d\ \left(\frac{A_E}{1-A_E}\right)^Z \left[\log\left(\frac{30.2d}{\Delta}\right) \int_{A_E}^{1} \left(\frac{1-Y}{Y}\right)^Z dy + \right.$$

$$\left. + 0.434 \int_{A_E}^{1} \left(\frac{1-Y}{Y}\right)^Z \operatorname{Ln} Y\, dy \right] \qquad (2.36)$$

La integración del paréntesis rectángular de la ecuación (2.36) es imposible de realizar, pero Einstein (1950) sugiere y efectúa la integración numérica - de las dos integrales, variando los valores de A_E y Z; utilizando la relación de $\mu = 11.6\ \mu_*$ y considerando que en la ecuación (2.36) interviene la concentración "C_a" medida a partir de una distancia "a" y del argumento

$A_E = \frac{a}{d}$ se sustituye en la ec. (2.35) el valor de "d" por $\frac{a}{A_E}$ quedando:

$$g_{BS} = 11.6\mu_* C_a\ a \left[2.303\log\left(\frac{30.2d}{\Delta}\right) \left(0.216\ \frac{A_E^{\,Z-1}}{(1-A_E)^Z}\right) \int_{A_E}^{1} \left(\frac{1-Y}{y}\right)^Z + \right.$$

$$\left. + 0.216\ \frac{A_E^{\,Z-1}}{(1-A_E)^Z} \int_{A_E}^{1} \left(\frac{1-Y}{Y}\right)^Z \operatorname{Ln} y\, dY \right] \qquad (2.37)$$

en donde Einstein definió como Argumentos I_1, I_2 a:

$$I_1 = 0.216\ \frac{A_E^{\,Z}}{(1-A_E)^Z} \int_{A_E}^{1} \left(\frac{1-Y}{Y}\right)^Z dY \qquad (2.38)$$

$$I_2 = 0.216\ \frac{A_E^{\,Z-1}}{(1-A_E)^Z} \int_{A_E}^{1} \left(\frac{1-Y}{Y}\right)^Z \operatorname{Ln} y\, dy \qquad (2.39)$$

. / .

Substituyendo las ecuaciones (2.38), (2.39) en la ec. (2.37)

$$g_{BS} = 11.6\ C_a \mu_* \ a \left[2.303 \log \left(\frac{30.2\ d}{\Delta} \right) I_1 + I_2 \right] \qquad (2.40)$$

los argumentos I_1 , I_2 están dibujados y representados en las fig. (2.6 y -- 2.7) por Einstein en 1950.

De la ec. (2.33), el valor de la concentración para $Y = 0$ es infinito, obviamente esto no es congruente con las pruebas de campo realizadas. Por lo cual Einstein (1950) considera como capa del lecho a un espesor $a = 2D$ de referencia para la concentración C_a.

De la teoría de arrastre, el porcentaje del arrastre de fondo de un tamaño -- dado i_B es $i_B g_B$; si la velocidad con que el arrastre de fondo se mueve es μ_B, el peso de las partículas de un cierto tamaño dado por unidad de área es: --

$$\frac{g_B i_B}{\mu_B}$$

la concentración media en la capa del fondo es:

$$C_a = A_5 \frac{i_B\ g_B}{a\ \mu_B} \qquad (2.41)$$

en donde:

$g_B i_B$ = cantidad de la cual un tamaño de grano dado o rango de tamaños, se mueve a través de un ancho y tiempo unitarios.

μ_B = velocidad con que el arrastre se mueve.

C_a = concentración media en la capa del fondo, medida en peso por unidad de volumen de mezcla.

A_5 = constante de corrección, si la concentración sobre la capa - del lecho completa, no es constante.

Einstein (1950) experimenta con la ec. (2.41) y encuentra que $\mu_b = \mu'_*$ - - sustituyendo en la ec. (2.41)

$$C_a = \frac{1}{11.6} \frac{i_B\, g_B}{\mu'_*\, a} \qquad (2.42)$$

conocida la concentración de referencia, en función del arrastre de fondo, -- puede sustituirse en la ec. (2.40) y toma la siguiente forma:

$$i_{BS} g_{BS} = i_B g_B \left[2.303 \log \left(\frac{30.2\ d}{\Delta} \right) I_1 + I_2 \right] \qquad (2.43)$$

en donde:

g_{BS} = gasto de la fase sólida en suspensión proveniente del fondo, y expresado en peso por unidad de tiempo y ancho.

i_{BS} = fracción de g_{BS} de un tamaño de grano dado o rango de tama-- ños.

$i_{BS} g_{BS}$ = cantidad de la cual, un tamaño dado se mueve en suspensión a a través de un ancho y tiempo unitario.

$i_B g_B$ = cantidad de la cual, un tamaño dado se mueve por el fondo a través de un ancho y tiempo unitario.

Si P_e es un parámetro de transporte:

$$P_e = 2.303 \log \left(\frac{30.2\ d}{\Delta} \right) \qquad (2.44)$$

./.

Así se tiene una relación del transporte de material del lecho y el transporte de material proveniente del fondo en suspensión, para todos los tamaños -- para los cuales la función de transporte existe, sustituyendo la ec. (2.44) - en la ec. (2.43):

$$i_{BS}\ g_{BS} = i_B g_B\ (\ P_e\ I_1 + I_2\ ) \tag{2.45}$$

en donde:

i_{BS} = fracción de g_{BS} de un tamaño de grano dado o rango de tamaños.

g_{BS} = gasto de la fase sólida en suspensión proveniente del fondo, y expresado en peso por unidad de tiempo y ancho.

$i_{BS}g_{BS}$ = cantidad de la cual, un tamaño dado se mueve en suspensión - a través de un ancho y tiempo unitario (kg/seg-m).

$i_B g_B$ = cantidad de la cual, un tamaño dado se mueve por el fondo a través de un ancho y tiempo unitario.

P_e = parámetro de transporte.

I_1 = función (fig. 2.6).

I_2 = función (fig. 2.7).

Esta ecuación es adimensionalmente homogénea y puede ser usada en cualquier - sistema de unidades.

2.3 PROCEDIMIENTO DE CALCULO.

2.3.1 GENERALIDADES.

Para cálculos prácticos del arrastre total de un tramo particular del río, la longitud del tramo debe ser suficiente para permitir definir adecuadamente la pendiente del cauce. También deberá cumplirse que la composición del sedimento, pendiente y efectos exteriores tales como la vegetación en los bancos sea bastante uniforme; de tal forma que el tramo pueda tratarse como un cauce con características uniformes, con una pendiente única y por una sección transversal representativa promedio.

De esta manera, una sección puede ser descrita por dos curvas las cuales -- representan el área de la sección transversal y el radio hidráulico, fig. -- (2.10).

2.3.2 SECUELA DE CALCULO.

Para calcular el arrastre de fondo, en suspensión y total, se debe conocer la pendiente (s_o), la sección transversal (curvas de elevaciones —aéreas y elevaciones perímetros), la curva granulométrica del material del fondo y de ella el D_{35}, D_{65} y además D_{medio} de cada fracción en que se haya dividido -- dicha curva.

A continuación se describe la secuela de cálculo.

<u>Cálculo Hidráulico (Tabla 2.2)</u>

Columna. Descripción.

1 Se supone un radio hidráulico asociado a las partículas (R'_H)

2 Se calcula la velocidad al corte asociado a las partículas con la -- expresión:

Columna. Descripción.

$$\mu_*' = \sqrt{g\, R_H'\, S_o}$$

en donde:

μ_*' = velocidad al corte asociada a las partículas, en m/seg.

g = aceleración debida a la gravedad en m/seg.

R_H' = radio hidráulico asociado a las partículas (se obtiene de la columna 1) en metros.

S_o = pendiente (dato del problema).

3 Se calcula el espesor de la subcapa laminar con la siguiente expresión:

$$\delta = \frac{11.6\ \nu}{\mu_*'}$$

en donde:

δ = espesor de la subcapa laminar en m.

ν = viscosidad, se selecciona de la tabla 2.1.

μ_*' = se obtiene de la columna 2.

4 Se obtiene la relación $\frac{K_s}{\delta}$

en donde:

K_s = diámetro sesenta y cinco de la curva granulométrica, en metros.

δ = se obtiene de la columna 3.

Columna. Descripción.

5 Se obtiene el factor X_1 en función de la columna 4 y de la fig. - - (2.2).

6 El factor Δ se obtiene como $\frac{K_s}{X_1}$

en donde:

K_s = de la curva granulométrica.

X_1 = de la columna 5.

7 Se calcula la velocidad con la expresión:

$$\mu_b = 5.75 \quad \mu'_* \quad \log \quad \left(12.27 \frac{R'_H}{\Delta} \right)$$

en donde:

μ_b = velocidad de la fase líquida en m/seg.

μ'_* = de la columna 2.

R'_H = de la columna 1.

Δ = de la columna 6.

8 Se calcula el factor ψ a través de la ecuación:

$$\psi = \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \quad \frac{D_{35}}{R'_H \, S_o}$$

en donde:

ψ = intensidad del flujo.

./.

Columna. Descripción.

γ_s = peso específico de la fase sólida en kg/m^3 (dato).

γ = peso específico de la fase líquida en kg/m^3 - - (γ = 1000 kg/m^3).

D_{35} = diámetro treinta y cinco, en m, de la curva granulométrica.

R'_H = de la columna 1.

S_o = pendiente (dato).

9 De la fig. (2.8) y en función de la columna 8 se obtiene el valor de la relación $\frac{\mu b}{\mu''_*}$ en donde μ''_* es la velocidad al corte asociada a las dunas o rizos en m/seg.

10 De la columna 9 se despeja el valor de μ''_*

11 Se calcula el valor de R''_H con la expresión siguiente:

$$R''_H = \frac{\mu''_*}{gS_o}$$

en donde:

R''_H = radio hidráulico asociado a las dunas o rizos, en -- metros.

μ''_* = de la columna 10.

g = 9.81 m/seg^2.

S_o = pendiente (dato).

12 Se suman las columnas 1 y 11, si el resultado es igual al tirante del

Columna. Descripción.

fluido se continúa con los cálculos, si no se repite toda la secuela anterior con un nuevo radio hidráulico supuesto.

13 Con las columnas 3 y 6 se calcula la relación $\frac{\Delta}{\delta}$

14 Se calcula el coeficiente X con alguna de las siguientes ecuaciones - dependiendo de las condiciones:

$$X = 0.77 \quad si \quad \frac{\Delta}{\delta} > 1.8$$

$$X = 1.39 \quad si \quad \frac{\Delta}{\delta} < 1.8$$

en donde:

Δ = de la columna 6.

$\frac{\Delta}{\delta}$ = de la columna 13.

15 De la fig. (2.4) y en función de la columna 4 se obtiene el factor Y.

16 Se calcula el coeficiente β_* con la expresión:

$$\beta_* = \log \left(10.6 \frac{X}{\Delta} \right)$$

en donde:

β_* = factor.

X = de la columna 14.

Δ = de la columna 6.

./.

Columna. Descripción.

17 La relación $\left(\frac{\beta}{\beta_*} \right)^2$ se obtiene con la ecuación siguiente:

$$\left(\frac{\beta}{\beta} \right)^2 = \left[\frac{1.025}{\beta_*} \right]^2$$

en donde:

β_* = de la columna 16.

18 Se obtiene el valor de P con la siguiente fórmula:

$$P = 2.303 \left[\log \frac{30.2\ R'_H\ X_1}{K_s} \right]$$

en donde:

R'_H = de la columna 1.

X_1 = de la columna 5.

K_s = diámetro sesenta y cinco de la curva granulométrica, en metros.

Cálculo del arrastre de fondo, en suspensión y total (Tabla 2.3)

Columna. Descripción.

1 Se anotan por renglón los diámetros medios representativos de cada -- fracción escogida, en metros.

2 Se anota para cada renglón, el por ciento en peso de cada fracción, - respecto al peso de la muestra.

Columna. Descripción.

3 Se toma el mismo valor de la Tabla 2.2 columna 1.

4 Se obtiene la relación:

$$\frac{D}{X}$$

en donde:

D = diámetro medio, en metros, columna 1.

X = Tabla 2.2 columna 14.

5 Se calcula con la siguiente expresión:

$$\psi = \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \frac{D}{R'_H S_o}$$

en donde:

ψ = intensidad del flujo.

γ_s = peso específico de la fase sólida, en kg/m^3.

γ = peso específico de la fase líquida, en kg/m^3.

D = diámetro medio, de la columna 1.

R'_H = de la tabla 2.2 columna 1.

S_o = pendiente (dato).

6 De la fig. (2.3) y en función de la columna 4 se obtiene el factor de acorazamiento ξ

7 El factor ψ_* se obtiene: $\psi_* = \xi Y \left(\frac{\beta}{\beta_*}\right)^2 \psi$ multiplicando las --

./.

Columna. Descripción.

columnas 6 y 5 y las columnas 15 y 17 de la Tabla (2.2)

8 De la fig. (2.5) y con el valor de la columna 8 se obtiene ϕ_*

9 Se calcula $D^{3/2}$

en donde D se toma de la columna 1.

10 El porcentaje del arrastre de fondo, para la fracción escogida se calcula con la siguiente expresión:

$$i_B g_B = \phi_* \ \gamma_s \ g^{1/2} \ D^{3/2} \left(\frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \right)^{1/2} i_b$$

en donde:

ϕ_* = de la columna 8.

$D^{3/2}$ = de la columna 9.

i_b = de la columna 2.

γ_s = dato.

γ = dato.

g = 9.81 m/seg^2.

11 De la fig. (2.9) y en función de la columna 1 se obtiene la velocidad de caida ó sedimentación (ω).

12 Se calcula el parámetro Z con la expresión:

$$Z = 2.5 \ \frac{\omega}{\mu'_*}$$

Columna. Descripción.

en donde:

ω = de la columna 11.

μ'_e = de la columna 2 Tabla (2.2).

13 El parámetro A_E se calcula como:

$$A_E = \frac{2D}{R'_H}$$

en donde:

D = de la columna 1.

R'_H = de la columna 1 Tabla (2.2).

14 De la fig. (2.6) y en función de las columnas 12 y 13 se obtiene la - función I_1

15 De la fig. (2.7) y en función de las columnas 12 y 13 se obtiene la - función I_2

16 Se suma la expresión siguiente:

$$PI_1 + I_2 + 1$$

en donde:

P = de la columna 18 Tabla (2.2).

I_1 = de la columna 14.

I_2 = de la columna 15.

. / .

Columna. Descripción.

17 Se realiza el producto

$$i_B g_B \ (PI_1 + I_2 + 1)$$

en donde:

$i_B g_B$ = de la columna 10.

$(PI_1 + I_2 + 1)$ = de la columna 16.

18 El arrastre total del fondo g_{BT} se obtiene sumando los renglones de la columna 17. El número de renglones que se sumen debe ser igual al número de fracciones en que se haya dividido la curva granulométrica.

19 El arrastre en la capa del fondo g_B se obtiene sumando los renglones de la columna 10.

20 El porcentaje del arrastre en suspensión para cada fracción se obtiene con la siguiente expresión:

$$i_{BS}\, g_{BS} = i_B g_B \ (PI_1 + I_2)$$

en donde:

$i_{BS}\, g_{BS}$ = es el porcentaje en suspensión de la fracción seleccionada, expresado en peso por unidad de ancho y - - tiempo.

$i_B g_B$ = se obtiene de la columna 10.

$(PI_1 + I_2)$ = el valor de "P" se obtiene de la Tabla 2.2 columna 10, "I_1" de la columna 14 e "I_2" de la columna 15.

Columna. Descripción.

21 El arrastre del fondo en suspensión (g_{BS}) se obtiene sumando los -- renglones correspondientes a la columna 20 y está expresado en peso - por unidad de ancho y tiempo.

2.4 RESUMEN.

2.4.1 FORMULA Y RANGO DE APLICACION.

$$g_{BT} = \Sigma\, i_{BT} g_{BT} = \Sigma\, i_B g_B \,(P_e\, I_1 + I_2 + 1)$$

en donde:

g_{BT} = gasto sólido por unidad de ancho y tiempo, expresado en peso (kg/seg-m).

$i_{BT}\, g_{BT}$ = gasto sólido por unidad de ancho y tiempo, correspondiente a una de las fracciones en que se divide la curva granulométrica del material del fondo.

$i_B g_B$ = gasto sólido de la capa del fondo por unidad de ancho y tiempo, correspondiente a una de las fracciones en que se divide la curva granulométrica. (Para su obtención ver Tabla (2.3) columna 10).

P_e = parámetro de transporte.

I_1 = función (fig. 2.6).

I_2 = función (fig. 2.7).

El rango de Aplicación del Método de Einstein es para partículas cuyo diámetro este comprendido entre 1.0 y 10.00 mm.

2.4.2 PROGRAMA "METODO DE EINSTEIN".

(Datos de entrada y salida de resultados).

En el programa las variables siguientes ya tienen un valor asignado:

UO = ν = 0.000001 m^2/seg.

GO = γ_s = 2650 kg/m^3.

G1 = γ = 1000 kg/m^3.

A).- Teclear (1) para un dato ó (2) para varios datos.

B).- Si se elige (1) el programa pregunta en el orden mostrado los siguientes datos:

1) gasto líquido unitario, en m^3/seg-m.
2) pendiente.
3) desviación estándar.
4) diámetro cincuenta, en milímetros.

C).- Si se escoge la segunda opción (2) el programa varía con los intervalos mostrados en las siguientes variables.

1) gasto líquido unitario, de 1 a 4 m^3/seg-m con intervalos de uno en uno.
2) pendiente, de 0.0001 a 0.0005 con intervalos de 0.0004.
3) pendiente, de 0.001 a 0.005 con intervalos de 0.004.
4) desviación estándar de 1 a 4 con intervalos de uno en uno.
5) diámetro cincuenta, para valores de 0.2, 0.5, 1.0, 5.0, -

10.0 y 20.0 en milímetros.

D).- El programa da tres valores que corresponden respectivamente a:

1) distancia que hay que medir horizontalmente en la fig. - (2.6) ó (2.7).

2) el valor del parámetro "Z".

3) el valor del parámetro "A_E".

E).- Se mete la distancia vertical medida en la fig. (2.6) ó (2.7). (Tanto el paso D como éste se repiten 2 veces, la primera vez para la fig. - (2.6), y la segunda para la fig. (2.7).

F).- Se teclean los valores correspondientes a "I_1" e "I_2"

G).- Los pasos anteriores se repetirán en función del número de intervalos en que se divida la curva granulométrica.

H).- Los resultados se imprimen en siete columnas y en el siguiente orden:

Columna.	Descripción.
1	diámetro cincuenta, en metros.
2	desviación estándar.
3	pendiente.
4	gasto líquido unitario, en m^3/seg-m.
5	gasto sólido unitario, en la capa del fondo, en m^3/seg-m.

. / .

Columna.	Descripción.
6	gasto sólido unitario en suspensión, en m^3/seg-m.
7	gasto sólido total unitario, en m^3/seg-m.

La codificación "Método de Einstein" aparece en el anexo 2.2.

2.4.3 APLICACION.

Datos:

$$q = 2.5\ m^3/seg\text{-}m.$$

$$S_o = 0.0015.$$

$$\sigma = 1.20.$$

$$D_{50} = 1.16\ mm.$$

$$\gamma = 1000\ kg/m^3.$$

$$\gamma_s = 2650\ kg/m^3.$$

Resultado.

METODO DE EINSTEIN

DATOS OBTENIDOS POR EL CRITERIO DE MAZA-CRUICKSHANK

DIAMETRO CINCUENTA (m)	DESV ESTANDAR	PENDIENTE	GASTO LIQUIDO UNITARIO (m^3/seg-m)	GASTO EN SUSPENSION (m^3/seg-m)	GASTO TOTAL DE FONDO SOLIDO (m^3/seg-m)	RELACION q/q_{BT}
1.16E-03	1.20E+00	1.50E-03	2.500	3.6542E-0[illegible]	7.628[illegible]E-05	3.2771E+04

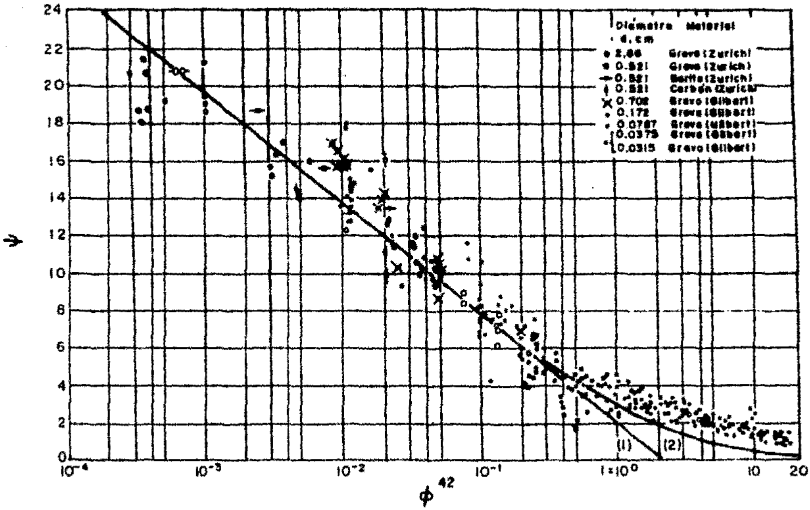


FIG. 2.1 Relación de ϕ^{42} y ψ, Método de Einstein

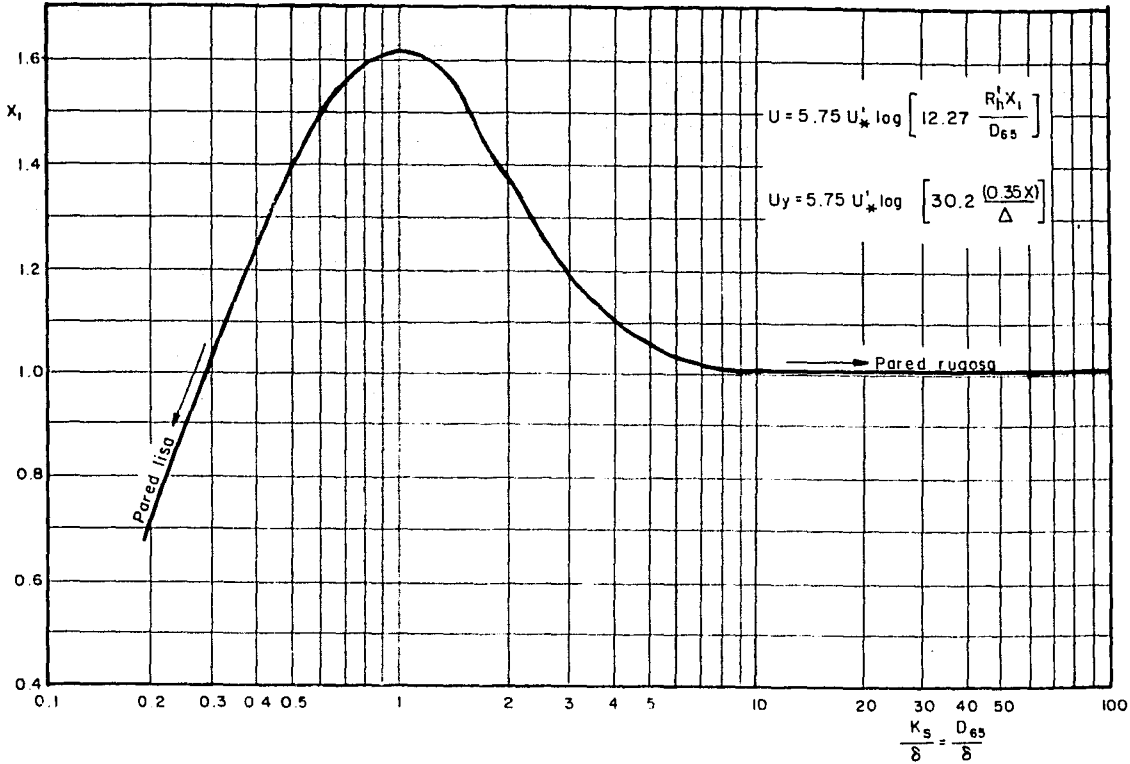
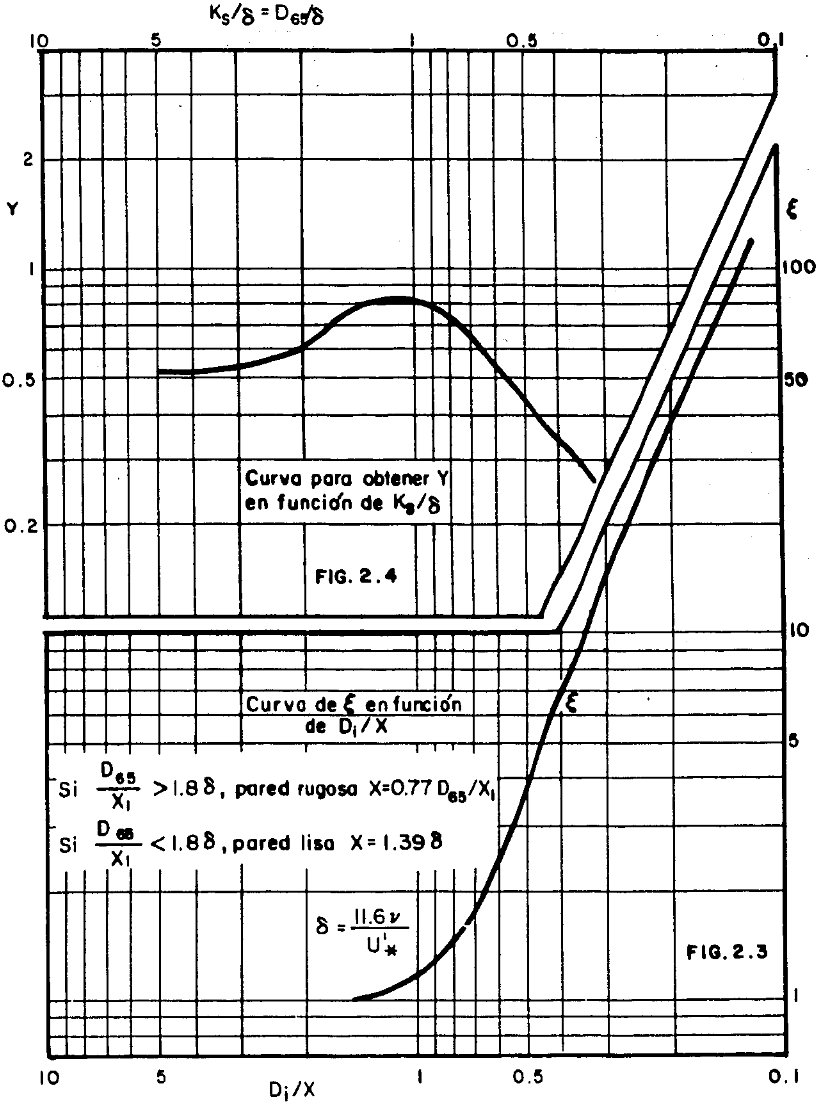


FIG. 2.2 Corrección X_1 en la formula de fricción logarítmica en término de K_s/δ. Método de Einstein



FIGURAS. 2.3 y 2.4 Factores de corrección ξ, Y. Método de Einstein.

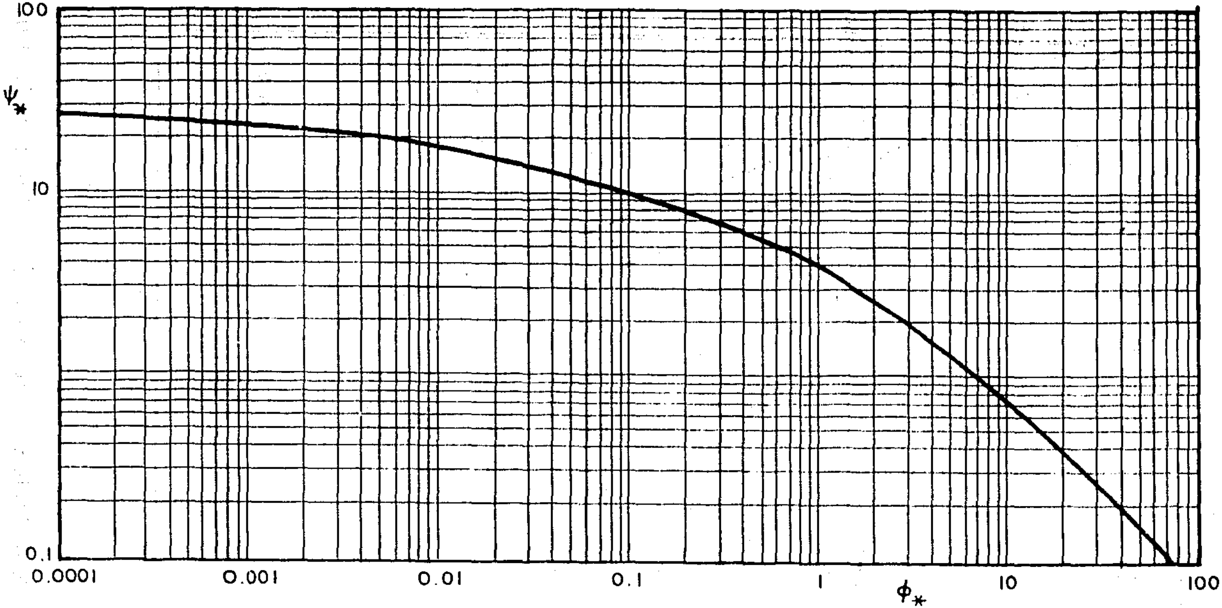


FIG. 2.5 Curva de $\phi_* - \psi_*$. Método de Einstein.

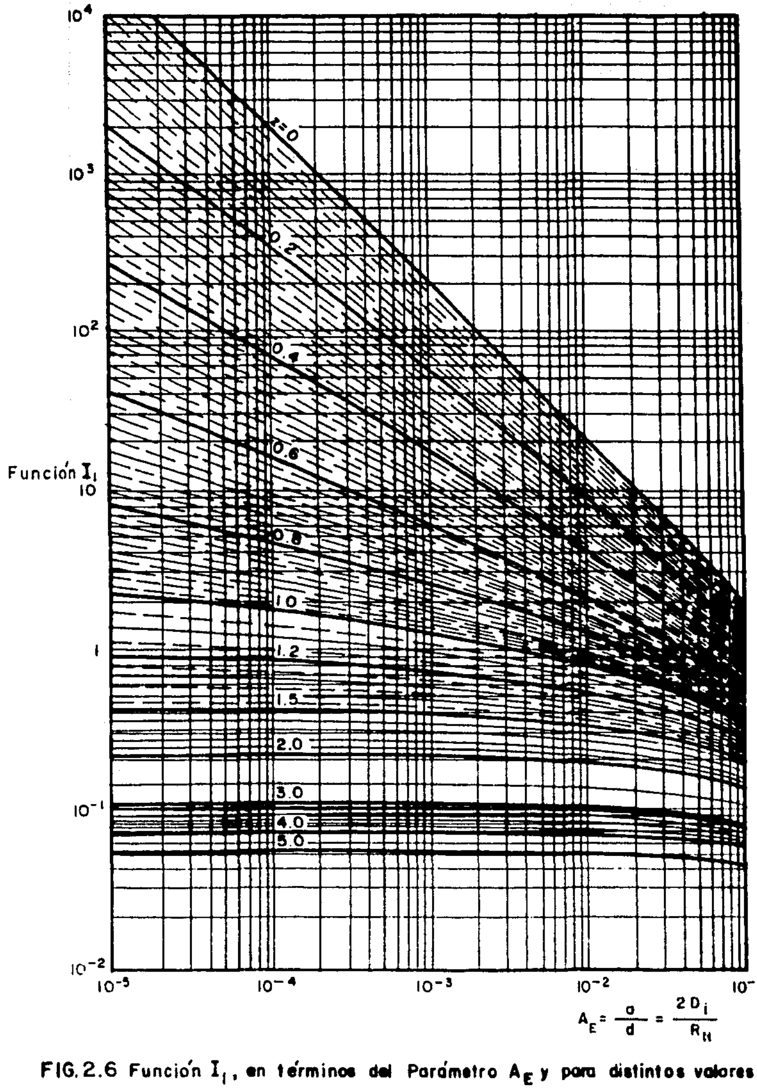


FIG. 2.6 Función I_1, en términos del Parámetro A_E y para distintos valores de Z

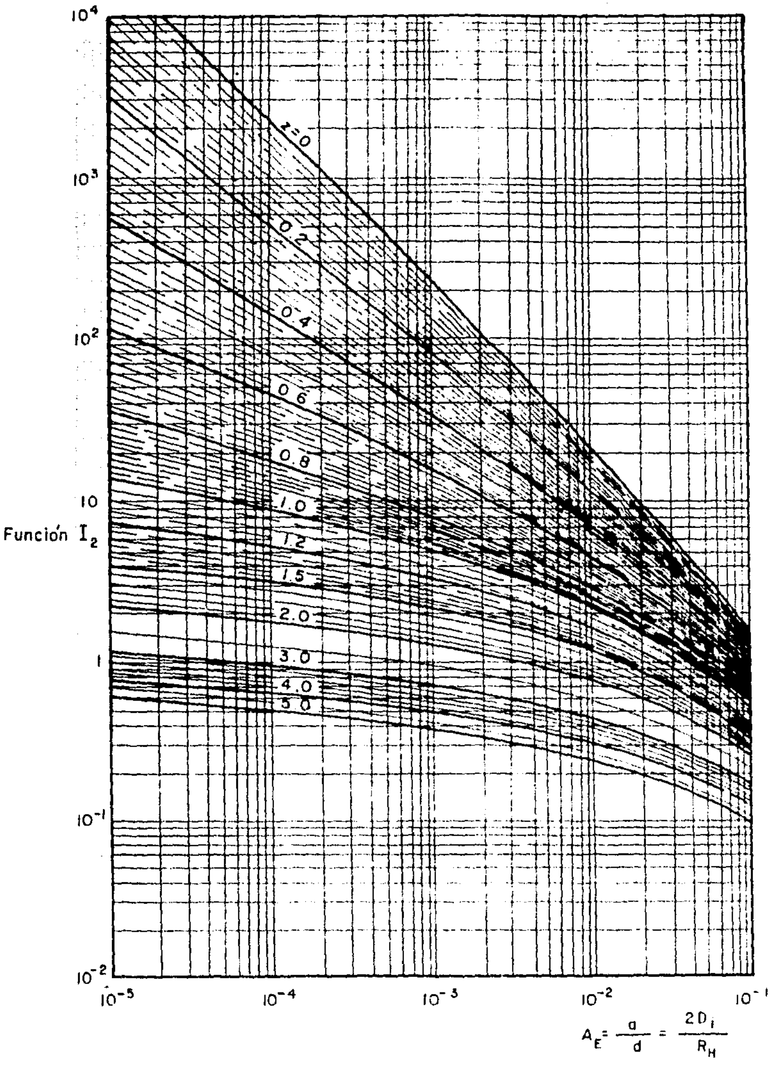


FIG. 2.7 Función I_2, en términos del Parámetro A_E y para distintos valores de Z

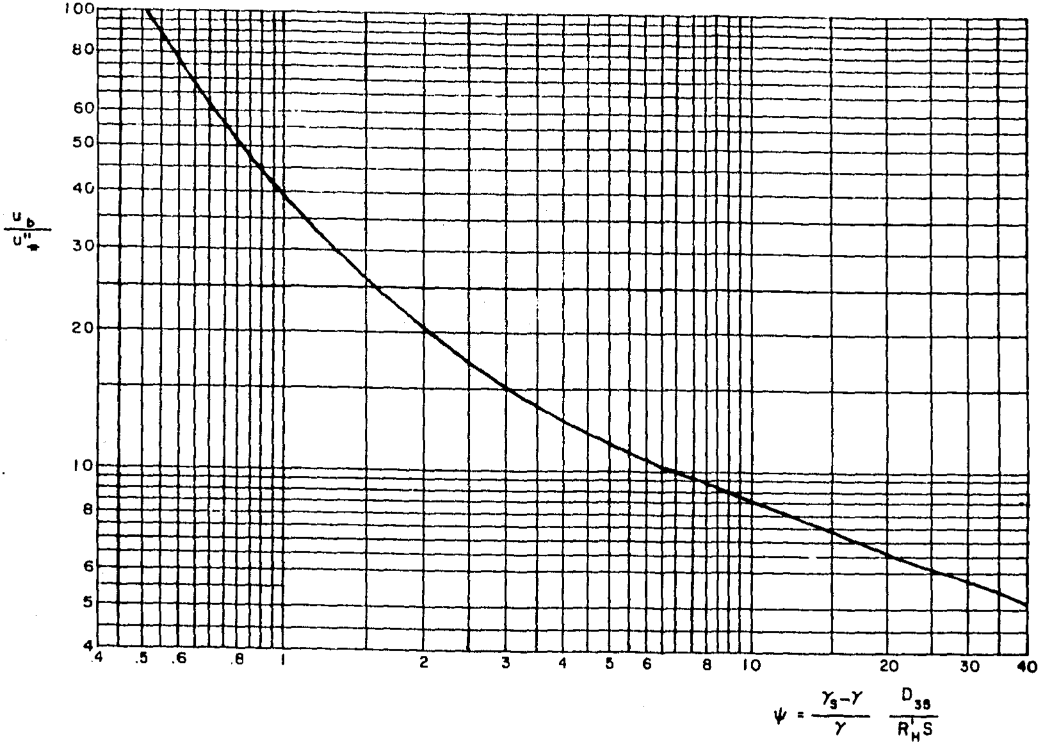


FIG. 2.8 Relación de la velocidad (u_b) a la velocidad de corte asociado a las dunas (u''_*)

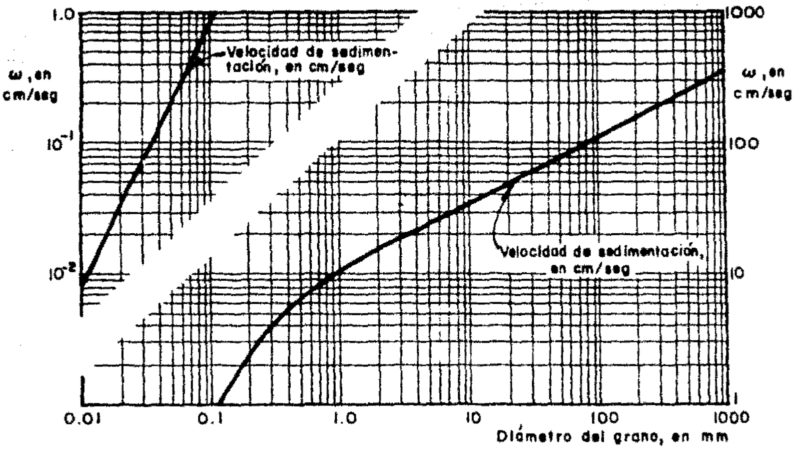


FIG. 2.9 Velocidad de caída o sedimentación (ω), para diferentes tamaños de grano de cuarzo, según Rubey.

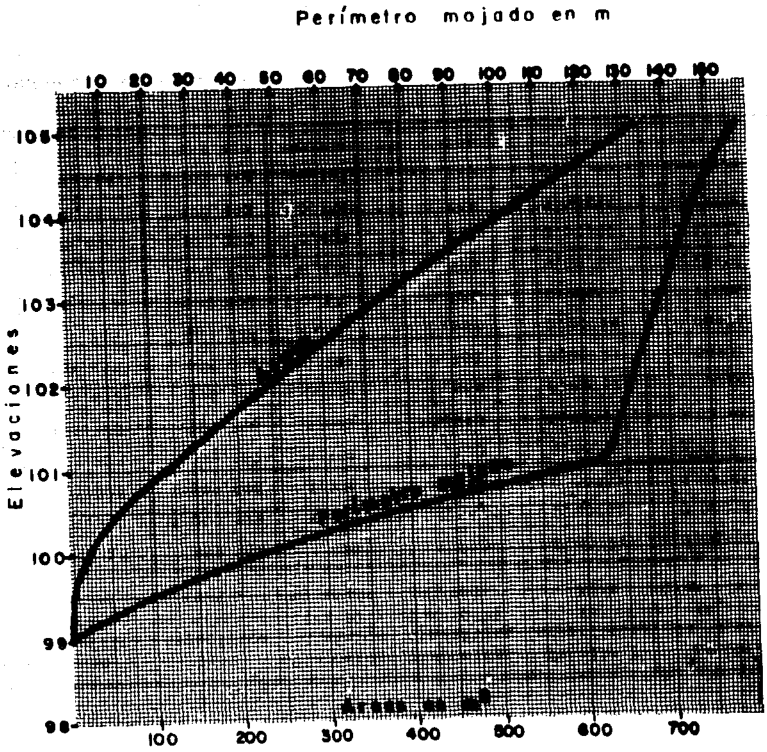


FIG. 2.10 Curvas elevaciones — áreas y elevaciones — perímetros mojados

TABLA 2.1 PROPIEDADES DEL AGUA A PRESION ATMOSFERICA Y ACELERACION DE LA GRAVEDAD EN CONDICIONES NORMALES.

Temperatura (T) °C	Masa específica (ρ) geok/m^3.	Peso específico (γ) kg/m^3.	Viscosidad dinámica (μ x 10^4) kg-seg/m^2.	Viscosidad cinemática (ν x 10^{-6}) m^2/seg.	Tensión * superficial (σ) Kg/m	Presión de vapor (e_v) kg/cm^2 (abs)	Módulo de elasticidad volumétrico. (E_v) kg/cm^2
0	101.928	999.968	1.829	1.793	0.00771	0.00622	20 530
4.44	101.928	1 000.129	1.575	1.542	0.00765	0.00858	
10.0	101.928	999.808	1.336	1.310	0.00757	0.01251	
15.6	101.823	999.167	1.151	1.133	0.00750	0.01800	
20.0	101.770	998.206	1.029	1.013	0.00743	0.02383	22 500
26.7	101.612	996.764	0.878	0.864	0.00732	0.03564	
32.2	101.455	995.002	0.780	0.767	0.00723	0.04907	
38.0	101.245	993.240	0.692	0.687	0.00714	0.06671	
49.0	100.772	988.594	0.570	0.566	0.00695	0.11881	23 340
60.0	100.246	983.308	0.478	0.478	0.00756	0.20317	
71.0	99.616	977.220	0.409	0.411	0.00655	0.33322	
82.0	98.933	970.492	0.354	0.358	0.00635	0.52795	
93.0	98.144	963.122	0.311	0.318	0.00615	0.81056	21 650
100.0	97.724	958.477	0.289	0.296	0.00601	1.03341	

* En contacto con el aire

TABLA. 2.2 Calculos Hidráulicos, Método de Einstein

Generalmente se supone R'. Cuando se conoce R'', se suman y debe ser igual al tirante deseado; si no lo es, se hace otro tanteo.	R'_H	(1)
$U'_* = \sqrt{g R'_H S}$	U'_*	(2)
ν se selecciona de la tabla 2.1 $\delta = 11.6\nu/U'_*$	δ	(3)
de la curva granulométrica del material $D_{65} = K_s$	$K_s/\delta = D_{65}/\delta$	(4)
Se obtiene de la figura 2.2 en función de K_s/δ	X_1	(5)
$\Delta = \frac{D_{65}}{X_1} = \frac{K_s}{X_1}$	Δ	(6)
$U_b = 5.75 U'_* \log (12.27 \frac{R'_H}{\Delta})$	U_b	(7)
$\psi = \frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \frac{D_{35}}{R'_H S}$	ψ	(8)
Se obtiene de la figura 2.8 en función de ψ	U_b/U''_*	(9)
Se despeja del valor anterior	U''_*	(10)
$R''_H = \frac{U''^2_*}{g S}$	R''_H	(11)
Si la sección es ancha R_H es igual al tirante: $R_H = R'_H + R''_H$	R	(12)
Se calcula el coeficiente	Δ/δ	(13)
$X = 0.77\Delta$ si $\Delta/\delta > 1.8$ $X = 1.39\delta$ si $\Delta/\delta < 1.8$	X	(14)
Se obtiene de la figura 2.4 en función de K_s/δ	Y	(15)
$\beta_* = \log (10.6 \frac{X}{\Delta})$	β_*	(16)
$(\frac{\beta}{\beta_*})^2 = (\frac{1.025}{\beta_*})^2$	$(\frac{\beta}{\beta_*})^2$	(17)
$P = 2.303 \log \frac{30.2 R_H X_1}{K_s}$	P	(18)

TABLA. 2.3 Calculos para determinar el arrastre de fondo, Método de Einstein

Se anotan los diámetros medios representativos de cada fracción escogida	D	(1)
Se anota el por ciento en peso de cada fracción, respecto al peso de la muestra	i_b	(2)
Se toman de la tabla 2.2	R'_H	(3)
Se efectúa el cociente para cada D	$\frac{D}{X}$	(4)
$\psi = \frac{\gamma_s-\gamma}{\gamma} \frac{D}{R'_H S}$	ψ	(5)
Se obtiene de la figura (2.3) en función de D/X	ξ	(6)
$\psi_* = \xi Y \left(\frac{\beta}{\beta_x}\right)^2 \psi$	ψ_*	(7)
Se obtiene de la figura (2.5) en función de ψ_*	ϕ_*	(8)
Se calcula	$D^{3/2}$	(9)
$i_B g_B = \phi_* \gamma_s g^{1/2} D^{3/2} \left(\frac{\gamma_s-\gamma}{\gamma}\right)^{1/2} i_b$	$i_B g_B$	(10)
Se obtiene de la figura (2.9) en función de D	E	(11)
$z = 2.5 \frac{\omega}{U'_*}$	z	(12)
$A_E = \frac{2D}{R_H}$	A_E	(13)
Se obtiene de la figura (2.6) en función de A_E y z	I_1	(14)
Se obtiene de la figura (2.7) en función de A_E y z	I_2	(15)
Suma de lo indicado	PI_1+I_2+1	(16)
$i_{BT} g_{BT} = i_B g_B (PI_1+I_2+1)$	$i_{BT} g_{BT}$	(17)
Arrastre total del fondo $g_{BT} = \Sigma i_{BT} g_{BT}$	g_{BT}	(18)
Arrastre en la capa de fondo $g_B = \Sigma i_B g_B$	g_B	(19)
$i_{BS} g_{BS} = i_B g_B (PI_1+I_2)$	$i_{BS} g_{BS}$	(20)
Arrastre de fondo en suspensión $g_{BS} = \Sigma i_{BS} g_{BS}$	g_{BS}	(21)

3. METODO DE BAGNOLD.

3.1 TRANSPORTE DE MATERIAL.

En 1966 Bagnold argumenta, desde un punto de vista de la física general, la existencia y mantenimiento de una fuerza de sustentación de magnitud igual al peso sumergido de los sólidos; dicha fuerza es el punto clave en el transporte de sedimentos.

La relación del peso seco de los sólidos transportados (mg), al peso sumergido de los mismos (m'g), está dado por:

$$m'g = \frac{\rho_s - \rho}{\rho} mg \tag{3.1}$$

en donde:

$m'g$ = peso sumergido de la fase sólida.

ϱ_s = densidad de la fase sólida.

ϱ = densidad de la fase líquida.

mg = peso seco de la fase sólida.

La masa total sumergida de la fase sólida (m'), está compuesta por la masa total sumergida correspondiente al arrastre por el fondo (m'_b) y por la masa total sumergida correspondiente al arrastre en suspensión (m'_s).

Similarmente, la velocidad media de la fase sólida ($\bar{\mu}$), se puede descomponer en la velocidad media de la fase sólida que se mueve por el fondo ($\bar{\mu}_b$) y en la velocidad media de la fase sólida que se mueve en suspensión ($\bar{\mu}_s$).

Bagnold define al porcentaje de transporte como:

$$i = i_b + i_s = \frac{\varrho_s - \varrho}{\varrho} \, m \, g \, \bar{\mu} \tag{3.2}$$

$$i_b + i_s = m'_b \, g \, \bar{\mu}_b + m'_s \, g \, \bar{\mu}_s \tag{3.3}$$

en donde:

i = transporte total.

i_b = porcentaje de transporte por el fondo.

i_s = porcentaje de transporte en suspensión.

Los anteriores son porcentajes dinámicos de transporte, pero para poder expresarlos como porcentajes de trabajo, es decir que el esfuerzo y la velocidad tengan la misma dirección, se necesita multiplicarlos por los factores "A_b" y "A_s" cada uno definido como la relación:

$$\frac{\text{esfuerzo tractivo necesario para mantener el acarreo}}{\text{esfuerzo normal debido al peso sumergido del acarreo}}$$

El factor "A_b" es igual al coeficiente de fricción (tan α) en donde "α" es igual al ángulo de reposo de las partículas sólidas, por lo tanto el porcentaje de trabajo de arrastre por el fondo está dado por:

$$i_b \tan \alpha = m'_b \, g \, \bar{\mu}_b \tan \alpha \qquad (3.4)$$

El factor "A_s" denominado como la contraparte de tan α es igual a:

$$\frac{\omega}{\bar{\mu}_s} = A_s$$

en donde:

ω = velocidad de caída o sedimentación de las partículas sólidas.

$\bar{\mu}_s$ = velocidad media de la fase sólida que se mueve en suspensión.

El porcentaje de trabajo del arrastre en suspensión se expresa como:

$$i_s \frac{\omega}{\bar{\mu}_s} = m'_s \, g \, \bar{\mu}_s \qquad (3.5)$$

Bagnold iguala el porcentaje de trabajo realizado con la potencia utilizable, en virtud de que una cierta cantidad de potencia no es utilizable, la potencia disponible debe multiplicarse por una cierta eficiencia:

Porcentaje de trabajo realizado = Potencia disponible x eficiencia.

La potencia utilizable por unidad de longitud y ancho está dada por la siguiente ecuación:

$$W \cdot e_T = \frac{\gamma\, Q\, S_o}{B} = \gamma\, d\, S_o \bar{v} \qquad (3.6)$$

en donde:

$W \cdot e_T$ = potencia utilizable.

e_T = eficiencia.

γ = peso específico del fluído.

d = tirante de la fase líquida.

S_o = pendiente.

$\bar{v}$ = velocidad media de la fase líquida.

Si a la eficiencia "e_T" la descomponemos en "e_b" factor asociado al transporte por el fondo y en "e_s" asociado al transporte en suspensión, los porcentajes de transporte por el fondo y en suspensión se pueden expresar de la forma - - siguiente:

$$i_b \tan \alpha = e_b W$$

$$i_b = \frac{e_b W}{\tan \alpha} \qquad (3.7)$$

$$i_s \frac{\omega}{\bar{\mu}_s} = e_s W (1 - e_b)$$

$$i_s = W \frac{e_s \bar{\mu}_s}{\omega} (1 - e_b) \qquad (3.8)$$

La obtención de la expresión para calcular el arrastre total, se logra sumando las ecuaciones (3.7 y 3.8).

$$g'_{BT} = i = i_b + i_s$$

$$g'_{BT} = W \left[\frac{e_b}{\tan \alpha} + \frac{e_s \bar{\mu}_s}{\omega} (1 - e_b) \right] \tag{3.9}$$

La ecuación anterior es aplicable a flujo laminar y turbulento. Si el flujo es laminar el segundo término de la ec. (3.9) desaparece, debido a que el - - arrastre en suspensión está en función de la turbulencia del fluido.

Quedan solamente por definir, los valores de los parámetros e_b, e_s, $\bar{\mu}_s$ y - tan α.

Por medio de una aproximación bastante buena para la mayoría de los casos, el número de parámetros se reduce a tres (e_b, e_s, tan α); en virtud de que el viaje de las partículas sólidas no presenta oposición, se asume que éstas via jan con la misma velocidad que el fluido que las rodea. El error que se - - comete al substituir la velocidad media del fluido ($\bar{v}$) por la velocidad -- media de los sólidos ($\bar{\mu}_s$) en suspensión, es despreciable.

Bagnold demuestra que para un flujo turbulento el factor (e_b) está en fun-- ción de la velocidad media del fluido ($\bar{v}$) y del diámetro de las partículas (D), como se ilustra en la fig. (3.1).

A través de datos experimentales se obtiene, que e_s $(1 - e_b)$ toma un valor de 0.01, ver anexo (3.1). Substituyendo los valores de los parámetros anteriores en la ecuación (3.9) se obtiene:

$$g'_{BT} = W \left[\frac{e_b}{\tan \alpha} + 0.01 \frac{\bar{v}}{\omega} \right] \tag{3.10}$$

en donde:

g'_{BT} = gasto total de la fase sólida, expresado en peso sumergido y por unidad de ancho y tiempo.

W = potencia disponible por unidad de longitud y ancho (kg - m/seg).

e_b = factor de eficiencia para el transporte por el fondo, se obtiene de la fig. 3.1 .

$\bar{v}$ = velocidad media de la fase líquida expresada en m/seg.

ω = velocidad de caida o sedimentación de las partículas sólidas, expresada en m/seg., fig. 2.9.

$\tan \alpha$ = factor de f·icción, se obtiene de la fig. 3.2

Para expresar el gasto total sólido en peso seco por unidad de ancho y tiempo (g_{BT}) hay que multiplicar a la ecuación (3.10) por el factor $\left[\frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma}\right]$ en donde (γ_s) es el peso específico de la fase sólida en kg/m^3 y (γ) es el peso específico de la fase líquida en kg/m^3.

Si es necesario expresar el gasto sólido en volumen por unidad de ancho y tiempo (q_{BT}), hay que dividir al gasto sólido expresado en peso seco (g_{BT}) por el peso específico de la fase sólida (γ_s):

$$q_{BT} = \frac{g_{BT}}{\gamma_s} \tag{3.11}$$

Este método es aplicable para partículas sólidas con diámetros mayores de 0.015 mm.

3.2 SECUELA DE CALCULO.

Bagnold al igual que Einstein, también considera que el arrastre de fondo es igual al arrastre en la capa del fondo más el arrastre en suspensión del fondo, a continuación y en función de la tabla 3.1 se muestra la secuela de cálculo del método:

Columna.	Descripción.
1	Se anota el diámetro (D) del material del fondo, en mm.
2	Se anota el tirante de la fase líquida en la sección en estudio, en metros.
3	Se obtiene el gasto líquido unitario (q) de la fase líquida:

$$q = \frac{Q}{A}$$

en donde:

Q = gasto líquido, en m^3/seg.

A = Area de la sección en estudio, en m^2.

4 Se calcula la velocidad media de la fase líquida:

$$\bar{v} = \frac{q}{d}$$

en donde:

$\bar{v}$ = velocidad media de la fase líquida, en m/seg.

Columna. Descripción.

q = se obtiene de la columna (3).

d = se obtiene de la columna (2).

5 Se calcula la potencia utilizable con la siguiente expresión:

$$W = \gamma\, d\, S_o\, \bar{v}$$

en donde:

W = potencia utilizable, en kg-m/seg.

γ = peso específico de la fase líquida, en kg/m^3.

d = se obtiene de la columna (2).

S_o = pendiente, dato.

$\bar{v}$ = se obtiene de la columna (4).

6 De la fig. 3.1 y con las columnas (1) y (4) se obtiene el factor de eficiencia (e_b).

7 De la fig. 3.2 y con el coeficiente τ_* se obtiene el coeficiente tan α; el coeficiente τ_* se calcula con la siguiente expresión:

$$\tau_* = \frac{\gamma\, d\, S_o}{(\gamma_s - \gamma)\, D_{50}}$$

en donde:

γ = peso específico de la fase líquida en kg/m^3.

d = tirante de la fase líquida, en metros.

S_o = pendiente.

./.

Columna. Descripción.

γ_s = peso específico de la fase sólida, en kg/m^3.

D_{50} = diámetro cincuenta de la curva granulométrica del -- material del fondo, en metros.

8 De la fig. 2.9 y en función de la columna (1) se obtiene la velocidad de caída o sedimentación de las partículas sólidas (ω), en m/seg.

9 Se obtiene el gasto sólido con la siguiente expresión:

$$g'_{BT} = W \left[\frac{e_b}{\tan \alpha} + 0.01 \frac{\bar{\nu}}{\omega} \right]$$

en donde:

g'_{BT} = gasto sólido por unidad de ancho expresado en peso - sumergido y por unidad de ancho de cauce, en kg/seg-m

W = se obtiene de la columna (5).

e_b = se obtiene de la columna (6).

$\tan \alpha$ = se obtiene de la columna (7).

$\bar{\nu}$ = se obtiene de la columna (4).

ω = se obtiene de la columna (8).

10 Se obtiene el gasto sólido expresado en peso seco con la siguiente -- expresión:

$$g_{BT} = g'_{BT} \left[\frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma} \right]$$

Columna. Descripción.

en donde:

g_{BT} = gasto sólido por unidad de ancho expresado en peso - seco, en kg/seg-m.

γ = peso específico de la fase líquida, en kg/m^3.

γ_s = peso específico de la fase sólida, en kg/m^3.

11 Se calcula el gasto sólido por unidad de ancho expresado en volumen, con la siguiente expresión:

$$q_{BT} = \frac{g_{BT}}{\gamma_s}$$

en donde:

q_{BT} = gasto sólido por unidad de ancho, expresado en volumen, m^3/seg.

γ_s = peso específico de la fase sólida, en kg/m^3.

3.3 RESUMEN

3.3.1 FORMULA Y RANGO DE APLICACION.

$$g'_{BT} = W \left[\frac{e_b}{\tan \alpha} + 0.01 \frac{\bar{v}}{\omega} \right]$$

en donde:

g'_{BT} = gasto total de la fase sólida, expresado en peso sumergido y por unidad de ancho y tiempo.

./.

W = potencia disponible por unidad de longitud y ancho (kg-m/seg)

e_b = factor de eficiencia para el transporte por el fondo (fig. - 3.1).

$\bar{v}$ = velocidad media de la fase líquida expresada en m/seg.

ω = velocidad de caída o sedimentación de las partículas sólidas, expresada en m/seg. (fig. 2.9).

$\tan \alpha$ = factor de fricción (fig. 3.2).

Este método es aplicable para partículas sólidas con diámetros mayores de -- 0.015 mm.

3.3.2 PROGRAMA "METODO DE BAGNOLD".

(Datos de entrada y salida de resultados).

En el programa las variables siguientes ya tienen un valor asignado:

UO = ν = 0.000001 m^2/seg.

GO = γ_s = 2650 kg/m .

G1 = γ = 1000 kg/m .

A).- Teclear (1) para un dato ó (2) para varios datos.

B).- Si se elige (1) el programa pregunta en el orden mostrado los siguientes datos:

1) gasto líquido unitario, en m^3/seg-m.
2) pendiente.
3) desviación estándar.
4) diámetro cincuenta, en milímetros.

C).- Si se escoge la segunda opción (2) el programa varía con los intervalos mostrados las siguientes variables:

1) gasto líquido unitario de 1 a 4 m^3/seg-m, con intervalos de uno en uno.
2) pendiente de 0.0001 a 0.0005 con intervalos de 0.0004.
3) pendiente de 0.001 a 0.005, con intervalos de 0.004.
4) desviación estándar de 1 a 4 con intervalos de uno en uno.
5) diámetro cincuenta, para valores de 0.2, 0.5, 1.0, 5.0, 10.0 y 20.0 todos en milímetros.

D).- El programa da tres valores que corresponden respectivamente a:

1) distancia que hay que medir en la figura 3.2
2) el valor del factor τ_* para comprobar si la distancia medida es correcta.
3) el diámetro en milímetros del material para poder encontrar la curva adecuada en la figura 3.2.

E).- Pide el valor del coeficiente de fricción (tan α) calculado en el paso anterior:

F).- El programa imprime los resultados en siete columnas y en el siguiente orden:

Columna.	Descripción.
1	diámetro cincuenta, en metros.
2	desviación estándar.

./.

Columna.	Descripción.
3	pendiente.
4	tirante de la fase líquida, en metros.
5	velocidad de la fase líquida en m/seg.
6	gasto líquido unitario, en m^3/seg-m.
7	gasto sólido unitario, en m^3/seg-m.

La codificación del programa "Método de Bagnold", se muestra en el anexo 3.2.

3.3.3 APLICACION.

Datos:

$$q = 2.5\ m^3/seg\text{-}m$$

$$S_o = 0.0015.$$

$$\sigma = 1.20$$

$$D_{50} = 1.16\ mm.$$

$$\gamma = 1000\ kg/m^3.$$

$$\gamma_s = 2650\ kg/m^3.$$

Resultado.

METODO DE BAGNOLD

(DATOS OBTENIDOS POR EL CRITERIO DE MAZA-CRUICKSHANK)

DIAMETRO CINCUENTA (m)	DESV. ESTANDARD	PENDIENTE	RADIO HIDRAULICO (m)	VELOCIDAD (m/seg)	GASTO LIQUIDO UNITARIO (m^3/seg-m)	GASTO SOLIDO UNITARIO (m^3/seg-m)	RELACION q/q_{BT}
1.16E-03	1.200	0.0015	0.674	3.707	2.500	5.1557E-04	4.8490E+03

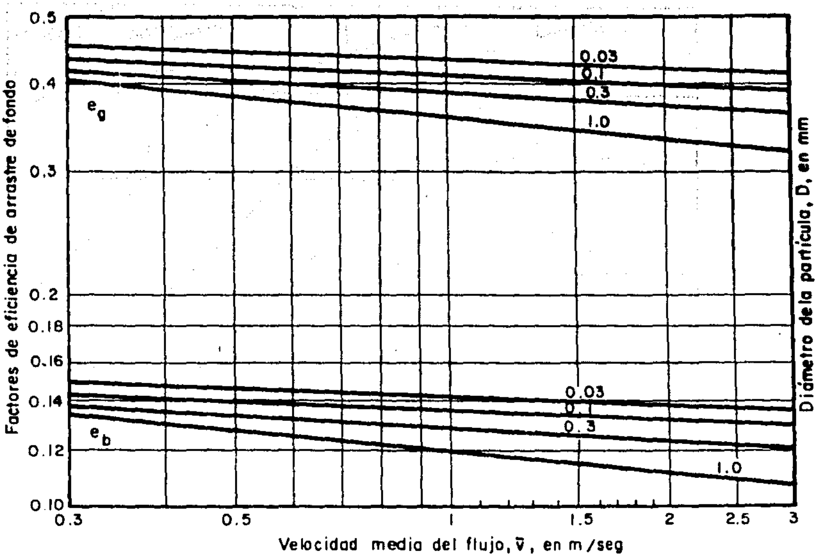


FIG. 3.1 Valores de los factores teóricos (e_b, e_g) para la eficiencia del arraste de fondo, en función de la velocidad media del flujo, para distintos — tamaños de partículas, según Bagnold (1966).

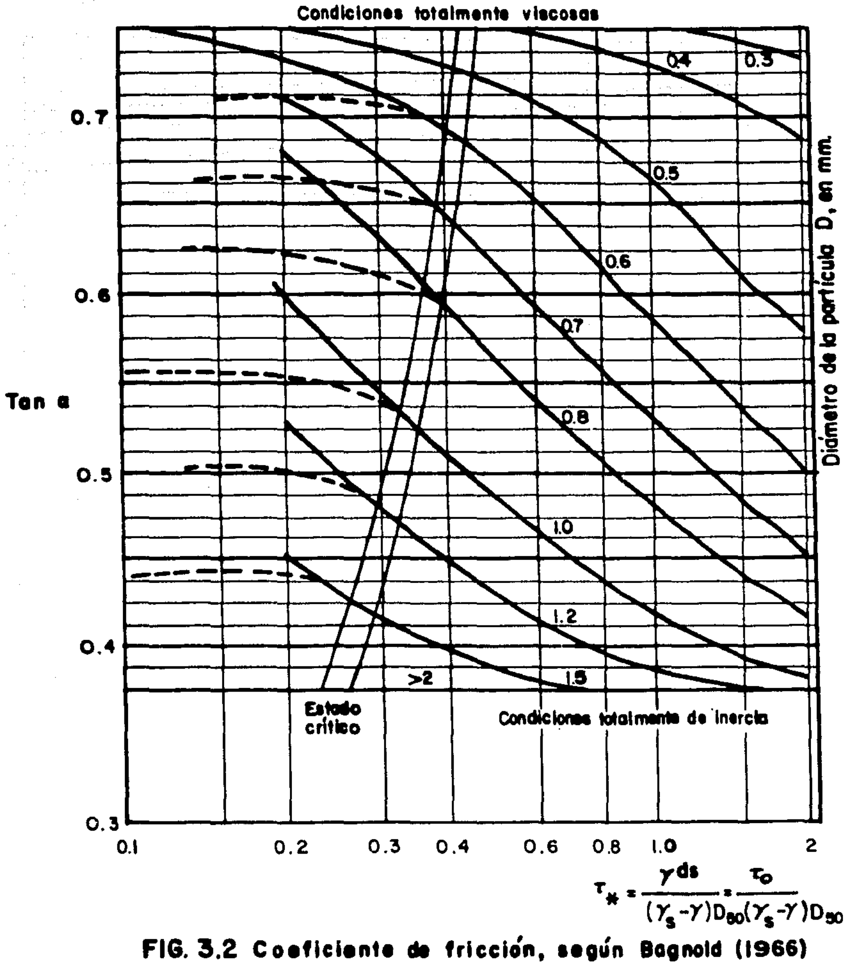


FIG. 3.2 Coeficiente de fricción, según Bagnold (1966)

TABLA 3.1 Secuela de calculo del Método de Bagnold

(1)	D	Diámetro de la fase sólida
(2)	d	Tirante de la fase líquida, en la sección en estudio.
(3)	q	Gasto líquido unitario de la fase líquida $q = \frac{Q}{A}$
(4)	$\bar{v}$	Velocidad media de la fase líquida $\bar{v} = \frac{q}{d}$
(5)	W	Potencia utilizable $W = \gamma d S \bar{v}$
(6)	e_b	Factor de eficiencia y se obtiene de la figura 3.1
(7)	$\tan\alpha$	Factor de fricción, se obtiene de la figura 3.2
(8)	ω	Velocidad de caida o sedimentación de las partículas sólidas, se obtiene de la figura 2.9
(9)	g'_{BT}	Gasto sólido por unidad de ancho, expresado en peso sumergido $g'_{BT} = W\left(\frac{e_b}{\tan\alpha} + 0.01\frac{\bar{v}}{\omega}\right)$
(10)	g_{BT}	Gasto sólido por unidad de ancho, expresado en peso seco $g_{BT} = g'_{BT}\left(\frac{\gamma}{\gamma_s - \gamma}\right)$
(11)	q_{BT}	Gasto sólido por unidad de ancho, expresado en volumen $q_{BT} = g_{BT}/\gamma_s$

4. METODO DE LISCHTVAN - LEBEDIEV.

4.1 GENERALIDADES.

Cuando ocurre una avenida en un cauce natural, se producen alteraciones en la corriente, en el fondo y orillas del cauce. Los cambios que sufre la forma del cauce se deben a la mayor capacidad de arrastre de la corriente, la cual, al arrastrar un mayor número de partículas en suspensión y tomarlas del fondo, hace que éste descienda.

El fenómeno antes descrito es más notorio en aquellas zonas donde se tienen reducciones del área útil, como sucede muchas ocasiones en los cruces de puentes, en donde se construyen pilas, estribos y terraplenes de acceso.

Para poder determinar la socavación general Lischtvan - Lebediev hacen una clasificación de los cauces de los ríos y de los materiales de que están formados.

La primera clasificación consiste en determinar si existe un cauce principal definido, es decir, con orillas bien marcadas, por donde hay arrastre de fondo constante fig. (4.1). Si existe una superficie casi plana sobre la que el río escurre por varias partes al mismo tiempo, el cauce es indefinido -- fig. (4.2).

La segunda clasificación toma en cuenta la naturaleza del material del fondo y puede ser cohesivo como limos y arcillas y no cohesivos como arena, gravas, etc.

Para el estudio de la socavación general se considera además, la distribución del material en el subsuelo y puede ser en forma homogénea y heterogénea, -- Para realizar el cálculo hay que tomar en cuenta todas las condiciones anteriores que aparecen condensadas a continuación:

Cauce.	Material de fondo.	Distribución de Estratos.
definido	cohesivo	homogéneo
		heterogéneo.
	no cohesivo	homogéneo
		heterogéneo.
indefinido	cohesivo	homogéneo
		heterogéneo.
	no cohesivo	homogéneo
		heterogéneo.

4.2 SOCAVACION GENERAL EN CAUCES DEFINIDOS.

La erosión del fondo del cauce en una sección transversal, se realiza con la constante aportación de material sólido de arrastre y es provocada por el desequilibrio local entre el material arrastrado aguas abajo y el aportado.

La determinación de la erosión se hace con el siguiente criterio: al presentarse una avenida aumenta la velocidad en el cauce, el aumento en la velocidad provoca que la capacidad de arrastre de la corriente se incremente, con lo que el fondo del cauce empieza a degradarse. Esto provoca que al ir descendiendo el fondo, se aumente poco a poco el área hidráulica, se reduce paulatinamente el valor medio de la velocidad de la corriente y por ende la capacidad de arrastre, hasta el momento en que se logra un estado de equilibrio.

El equilibrio existe cuando son iguales la velocidad media real de la corriente $\bar{\mu}_r$ y la velocidad media que se requiere para que un material de características dadas sea arrastrado, $\bar{\mu}_e$. Para suelos no cohesivos esta última no es la velocidad de inicio del movimiento de algunas partículas, sino la mínima que mantiene un movimiento generalizado del material del fondo. Para suelos cohesivos, es aquella velocidad capaz de levantar y poner en suspensión a las partículas.

La velocidad $\bar{\mu}_r$ está dada en función de las características hidráulicas del río: pendiente, rugosidad y tirante. La segunda velocidad $\bar{\mu}_e$, está en función de las características del material del fondo y del tirante de la corriente; para valuarla, la característica representativa que se toma en

cuenta, tratándose de materiales no cohesivos, es el diámetro medio. No se considera el peso específico, ya que se ha supuesto para todas las gravas y - arenas una densidad uniforme. Si el suelo es cohesivo se toma en cuenta el peso específico del material seco.

Para determinar la profundidad de la erosión se distinguirán dos casos dife-- rentes además de los ya enunciados, según que la rugosidad sea o no la misma en toda la sección transversal en estudio. La presentación de las fórmulas de este capítulo se hace suponiendo que el cauce tiene una rugosidad unifor-- me.

El problema consiste en calcular la erosión máxima general que se puede presentar en una sección, al pasar una avenida con un gasto de diseño Q_d, el cual tiene una cierta frecuencia de retorno. Para los cálculos subsiguientes se requiere conocer "Q_d" y la elevación que alcanza la superficie del líquido para ese gasto en la sección en estudio.

El gasto máximo de diseño se determina a partir de los datos consignados en - un boletín hidrológico, así como las características físicas de la cuenca, -- mediante la aplicación de algún método empírico estadístico, o bien por medio del hidrógrafo unitario.

4.3 SOCAVACION GENERAL PARA SUELOS NO COHESIVOS.

El valor de la velocidad media que se requiere para degradar el fondo del -- cauce está dado por:

$$\bar{\mu}_e = 0.68 \ \beta \ D_m^{0.28} \ d_s^{x}$$

en donde:

$\bar{\mu}_e$ = velocidad media de degradación del suelo.

β = coeficiente de paso, que depende de la frecuencia con que se repite la avenida seleccionada, los valores que toma dicho coeficiente se encuentran en la tabla (4.1).

D_m = diámetro medio, en mm.

d_s = tirante considerado, a cuya profundidad se desea conocer que valor de $\bar{\mu}_e$ se requiere para arrastrar y levantar el material.

X = exponente variable que se obtiene de la tabla (4.2) en función del diámetro medio de los granos. En la misma tabla se indica el valor de $\frac{1}{1+X}$ que es necesario más adelante.

La variación de la velocidad media real ($\bar{\mu}_r$) de la corriente, en función de la profundidad y para cada punto de la sección, puede ser obtenida analizando una franja vertical de la sección transversal en estudio fig. (4.3). La hipótesis que se formula para realizar el cálculo, es que el gasto unitario en cada franja permanece constante mientras dura el proceso erosivo.

Si se considera una franja de ancho ΔB, el gasto que pasa está dado, según Manning, por:

$$\Delta Q = \mu \ \Delta A = \frac{1}{\eta} S_o^{1/2} d_o^{5/3} \Delta B \tag{4.2}$$

en donde:

η = coeficiente de resistencia para régimen inferior. - - -

(Cruickshank - Maza).

$$KRI = \left[\frac{D_{84}^{0.634} \left(\frac{\gamma_s - \gamma}{\gamma} \right)^{0.456}}{7.58 \qquad \omega_{50}} \right] \tag{4.2.1}$$

D_{84} = diámetro ochenta y cuatro de la curva granulométrica en mm.

γ = peso específico del fluido, en kg/m^3.

γ_s = peso específico de los sólidos, en kg/m^3.

ω_{50} = velocidad de caída del sedimento correspondiente al D_{50}.

S_o = pendiente.

d_o = tirante en la sección considerada.

Como se ha considerado una rugosidad constante en toda la sección, $\frac{1}{\eta} S_o^{1/2}$ es constante para cualquier punto y se denomina α, por lo tanto

$$\Delta Q = \alpha \ d_o^{5/3} \Delta B \tag{4.2.a}$$

El valor de α puede expresarse como una función del tirante medio antes de la erosión (d_m), de la velocidad media $(\bar{\mu})$ y del gasto de diseño (Q_d), - ya que:

$$Q_d = \frac{1}{\eta} S_o^{1/2} d_m^{5/3} B_e$$

Como la corriente del agua forma turbulencias cerca de pilas y estribos de -- puentes es necesario afectar el valor de (Q_d) por un coeficiente de contrac ción (μ), el cual se obtiene de la tabla (4.3). Este coeficiente sólo se aplica en el caso de que en la sección en estudio existen pilas o estribos de puentes, en caso de no existir, el valor del coeficiente será igual a la unidad.

$$Q_d = \frac{\mu}{n} S_e^{1/2} d_m^{5/3} B_e \tag{4.3}$$

$$Q_d = \mu \alpha d_m^{5/3} B_e$$

por lo tanto:

$$\alpha = \frac{Q_d}{d_m^{5/3} B_e \mu} \tag{4.4}$$

en donde:

B_e = ancho efectivo de la superficie libre, que es igual al ancho total menos el ancho de pilas.

d_m = tirante medio de la sección, el cual se obtiene dividiendo el área hidráulica efectiva entre el ancho B_e.

Ahora bien, en la franja en estudio, al incrementarse "d_o" y alcanzar un valor cualquiera "d_s", la velocidad disminuye a un nuevo valor "$\bar{\mu}_r$".

En función de la nueva velocidad y tirante, ΔQ en la franja ΔB está expresado por:

$$\Delta Q = \bar{\mu}_r d_s \Delta B$$

igualando esta expresión con la ec. (4.2.a) se tiene:

$$\bar{\mu}_r d_s \Delta B = \alpha d_o^{5/3} \Delta B$$

de donde la velocidad real de la corriente $(\bar{\mu}_r)$ vale:

$$\bar{\mu}_r = \frac{\alpha d_o^{5/3}}{d_s} \tag{4.5}$$

La erosión se detendrá cuando a una profundidad cualquiera alcanzada, el valor de "$\bar{\mu}_r$", la velocidad de la corriente capaz de producir arrastre, y "$\bar{\mu}_e$", velocidad que se requiere para que el fondo se degrade, sean iguales.

4.4 CALCULO DE LA PROFUNDIDAD DE LA SOCAVACION EN SUELOS HOMOGENEOS.

Cuando se trata de suelos homogéneos, la determinación de la profundidad de equilibrio está dada por una simple expresión, cosa que no sucede con los suelos heterogéneos.

Al igualar las ecuaciones (4.1 y 4.5) se tiene:

$$0.68 \quad \beta \quad D_m^{0.28} \quad d_s^{\,x} = \frac{\alpha \quad d_o^{\,5/3}}{d_s}$$

de donde se obtiene:

$$d_s = \left[\frac{\alpha \quad d_o^{\,5/3}}{0.68 \quad \beta \; D_m^{0.28}} \right]^{\frac{1}{1+X}} \qquad (4.6)$$

en donde:

- d_s = profundidad de equilibrio, en m.
- d_o = tirante del flujo, en m.
- α = factor que se valúa como: $\alpha = \dfrac{1}{\eta} \quad S_o^{\,1/2}$
- η = coeficiente de resistencia para régimen inferior. (ecuación 4.2.1).
- S_o = pendiente.
- β = coeficiente de paso, se obtiene de la tabla (4.1).
- D_m = diámetro medio, en m.

X = exponente, que se toma de la tabla (4.2).

Conocido el perfil transversal de la sección en estudio antes del paso de la avenida, se escogen en ella algunos puntos en cuyas verticales se desea conocer cuál es la profundidad después de la erosión.

En la fig. (4.4) se indican seis puntos P_i, para los cuales se requiere determinar el valor que alcanzará la socavación. Dicha profundidad llega hasta el punto R_i correspondiente para cada uno de ellos. Al unir todos los puntos R_i calculados, se obtiene el perfil teórico máximo que se puede alcanzar después de la erosión en esa sección.

4.5 SECUELA DE CALCULO.

El cálculo de la socavación en suelos homogéneos es bastante fácil de efectuarse, no obstante a continuación y en función de la tabla (4.4) se describe brevemente, la secuela de cálculo para mayor facilidad en su aplicación:

Columna.	Descripción.
1	De la curva granulométrica del material del fondo se obtiene el diámetro medio (D_m), en metros.
2	Se anota el tirante de la fase líquida (d_o) de la sección en estudio, en metros.
3	Se anota el coeficiente de rugosidad (η). (ecuación 4.2.1).
4	Se anota la pendiente (S_o).

Columna. Descripción.

5 Se obtiene el cuadrado del valor de la pendiente.

6 Se calcula el coeficiente α con la siguiente expresión:

$$\alpha = \frac{1}{\eta} \quad S_o^{1/2}$$

en donde:

η = se obtiene de la columna (3).

$S_o^{1/2}$ = se obtiene de la columna (5).

7 En caso de existir pilas o estribos, el coeficiente (β) se obtiene -- de la tabla (4.2), si no existen $\beta = 1.0$

8 El exponente (X) se obtiene de la tabla (4.2) en función de la columna (1).

9 Se efectúa la operación $\frac{1}{1+X}$

10 La profundidad de equilibrio (d_s) se calcula con la siguiente - - - expresión:

$$d_s = \left[\frac{\alpha \, d_o^{5/3}}{0.68 \, \beta \, D_m^{0.28}} \right]^{\frac{1}{1+X}}$$

en donde:

d_s = profundidad de equilibrio, en metros.

α = se obtiene de la columna (6).

d_o = se obtiene de la columna (2), en metros.

./.

Columna. Descripción.

β = se obtiene de la columna (7).

D_m = se obtiene de la columna (1), en metros.

11 La socavación neta se obtiene de la forma siguiente:

$$S_{neta} = d_s - d_o$$

en donde:

S_{neta} = socavación neta, en metros.

d_s = profundidad de equilibrio, en metros.

d_o = tirante de la fase líquida, en metros.

4.6 RESUMEN.

4.6.1 FORMULA Y RANGO DE APLICACION.

$$d_s = \left[\frac{\alpha \, d_o^{5/3}}{0.68 \, \beta \, D_m^{0.28}} \right]^{\frac{1}{1+X}}$$

en donde:

d_s = profundidad de equilibrio, en metros.

d_o = tirante del flujo, en metros.

α = factor.

η = coeficiente de resistencia para régimen inferior.

S_o = pendiente.

β = coeficiente de paso, tabla (4.1).

D_m = diámetro medio del material del fondo, en metros.

X = exponente, tabla (4.2).

La fórmula anterior es sólo aplicable a suelos homogéneos no cohesivos.

4.6.2 PROGRAMA "METODO DE LISCHTVAN - LEBEDIEV".

(Datos de entrada y salida de resultados).

Datos integrados al programa: ν = 0.000001 m^2/seg., γ_s = 2650 kg/m^3. - - γ = 1000 kg/m^3.

A).- Teclear (1) para un juego de datos, ó (2) para varios datos.

B).- Si se teclea (1), el programa preguntará los siguientes datos:

1) gasto líquido unitario, en m^3/seg.
2) pendiente.
3) desviación estándar.
4) diámetro cincuenta, en milímetros.

C).- Si se escoge la segunda opción (2) el programa varía automáticamente y dentro del rango que se muestra a continuación las siguientes - - variables.

1) gasto líquido unitario, de 1 a 4 tomando intervalos de uno en uno.
2) pendiente, de 0.0001 a 0.0005, con intervalos de 0.0004.
3) pendiente de 0.001 a 0.005, con intervalos de 0.004.

4) desviación estándar de 1 a 4, con intervalos de uno en - uno.

5) diámetro cincuenta, para valores de 0.2, 0.5, 1.0, 5.0, 10.0 y 20.0 todos en milímetros.

D).- El programa imprime los resultados en siete columnas y en el siguiente orden:

Columna.	Descripción.
1	diámetro cincuenta, en metros.
2	desviación estándar.
3	pendiente.
4	tirante de la fase líquida, en metros.
5	velocidad de la fase líquida, en m/seg.
6	gasto líquido unitario, en m^3/seg-m.
7	socavación neta, en metros.

La codificación del programa "Método de Lischtvan - Lebediev", se muestra en el anexo 4-1.

4.6.3 APLICACION.

Datos.

$q = 2.5\ m^3/seg\text{-}m.$

$S_o = 0.0015.$

$\sigma = 1.20$

D_{50} = 1.16 mm.

γ_s = 2650 kg/m^3.

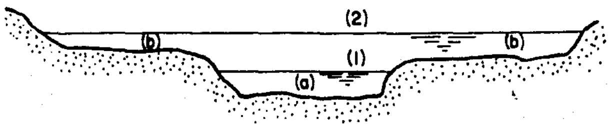
γ = 1000 kg/m^3.

Resultado

METODO DE LEBEDIEV

(DATOS OBTENIDOS POR EL CRITERIO DE MAZA-CRUICKSHANK)

DIAMETRO CINCUENTA (m)	DESV. ESTANDAR	PENDIENTE	TIRANTE HIDRAULICO (m)	VELOCIDAD (m/seg.)	GASTO LIQUIDO UNITARIO (m^3/seg-m)	SOCAVACION (m)
1.16E-03	1.200	1.50E-03	0.674	3.7068E+00	2.5000E+00	3.7937E+00



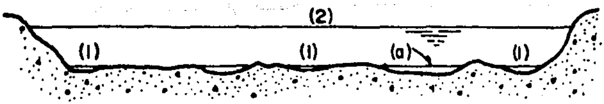
a).—cauce principal, con franco arrastre de material

b).— cauce de avenidas, en algunas ocasiones cubierto con algo de vegetación

1).—nivel de aguas mínimas ordinarias

2).—nivel de aguas máximas ordinarias

FIG. 4.1 Sección de un río con cauce principal definido

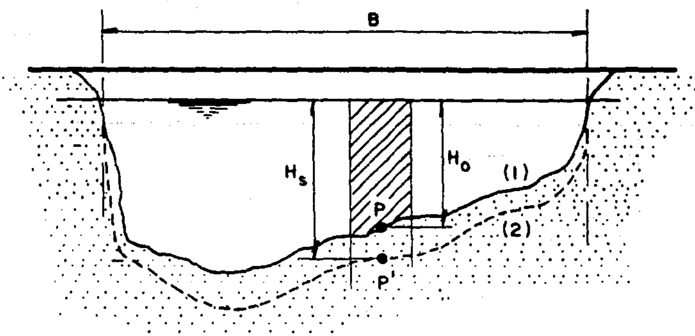


a).—posible cauce principal

1).—nivel de aguas mínimas

2).—nivel de aguas máximas ordinarias

FIG. 4.2 Sección de un río con cauce principal indefinido



B).— ancho de la superficie libre

H_o).— tirante en el punto P antes de la erosión

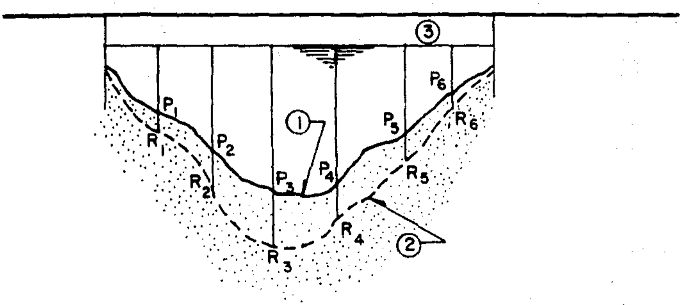
H_s).— tirante supuesto, para el cual se desea conocer el nuevo valor de la velocidad

P).— punto cualquiera en el cual se desea conocer el cambio de velocidad al aumentar el tirante

1).— perfil antes de la erosión

2).— perfil de equilibrio al terminar la erosión

FIG. 4.3 Variables para el calculo de (V_r)



P_i).—puntos estudiados, antes de la erosión

R_i).—puntos teóricos que se alcanzan durante la erosión

1).—perfil transversal antes de la erosión

2).—perfil transversal después de la erosión

3).—nivel de aguas máximas

FIG. 4.4 Erosión en un suelo homogéneo

TABLA 4.1 VALORES DEL COEFICIENTE β

Probabilidad, en porcentaje, de que se presente el gasto de diseño	Coeficiente β
100	0.77
50	0.82
20	0.86
10	0.90
5	0.94
2	0.97
1	1.00
0.3	1.03
0.2	1.05
0.1	1.07

TABLA 4.2 VALORES DE x y 1/1 + x, PARA SUELOS COHESIVOS Y NO COHESIVOS.

SUELOS COHESIVOS.						SUELOS NO COHESIVOS.					
γ_s	x	$\frac{1}{1+x}$	γ_s	x	$\frac{1}{1+x}$	D_m (mm)	x	$\frac{1}{1+x}$	D_m (mm)	x	$\frac{1}{1+x}$
0.80	0.52	0.66	1.20	0.39	0.72	0.05	0.43	0.70	40.00	0.30	0.77
0.83	0.51	0.66	1.24	0.38	0.72	0.15	0.42	0.70	60.00	0.29	0.78
0.86	0.50	0.67	1.28	0.37	0.73	0.50	0.41	0.71	90.00	0.28	0.78
0.88	0.49	0.67	1.34	0.36	0.74	1.00	0.40	0.71	140.00	0.27	0.79
0.90	0.48	0.67	1.40	0.35	0.74	1.50	0.39	0.72	190.00	0.26	0.79
0.93	0.47	0.68	1.46	0.34	0.75	2.50	0.38	0.72	250.00	0.25	0.80
0.96	0.46	0.68	1.52	0.33	0.75	4.00	0.37	0.73	310.00	0.24	0.81
0.98	0.45	0.69	1.58	0.32	0.76	6.00	0.36	0.74	370.00	0.23	0.81
1.00	0.44	0.69	1.64	0.31	0.76	8.00	0.35	0.74	450.00	0.22	0.83
1.04	0.43	0.70	1.71	0.30	0.77	10.00	0.34	0.75	570.00	0.21	0.83
1.08	0.42	0.70	1.80	0.29	0.78	15.00	0.33	0.75	750.00	0.20	0.83
1.12	0.41	0.71	1.89	0.28	0.78	20.00	0.32	0.76	1000.00	0.19	0.84
1.16	0.40	0.71	2.00	0.27	0.79	25.00	0.31	0.76			

TABLA 4.3 COEFICIENTE DE CONTRACCION μ

Velocidad media en la sección, en m/seg	Longitud libre entre dos pilas (claro), en metros. 10	13	16	18	21	25	30	42	52	63	106	124	200
Menor de 1	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1.00	0.96	0.97	0.98	0.98	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00	1.00
1.50	0.94	0.96	0.97	0.97	0.97	0.98	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00	1.00	1.00
2.00	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.97	0.98	0.98	0.99	0.99	0.99	0.99	1.00
2.50	0.90	0.93	0.94	0.95	0.96	0.96	0.97	0.98	0.98	0.99	0.99	0.99	1.00
3.00	0.89	0.91	0.93	0.94	0.95	0.96	0.96	0.97	0.98	0.98	0.99	0.99	0.99
3.50	0.87	0.90	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98	0.98	0.99	0.99	0.99
4.00 ó mayor	0.85	0.89	0.91	0.92	0.93	0.94	0.95	0.96	0.97	0.98	0.99	0.99	0.99

TABLA 4.4 Secuela de calculo del Método de Lebediev.

(1)	D_m	Diámetro medio del material del fondo, en metros
(2)	H_o	Tirante de la fase líquida en la sección en estudio, en metros
(3)	n	Coeficiente de rugosidad
(4)	S	Pendiente
(5)	$S^{1/2}$	Se eleva al cuadrado la columna (4)
(6)	a	$a = \frac{1}{n} S^{1/2}$
(7)	β	Coeficiente de paso debido a pilas o estribos, se obtiene de la tabla 4.1, si no existen $\beta = 1$
(8)	X	Exponente que se obtiene de la tabla 4.2
(9)	$\frac{1}{1+X}$	Se efectua la operación
(10)	H_s	Profundidad de equilibrio $H_s = \left(\frac{a\ H_o^{5/3}}{0.68 \beta D_m^{0.28}} \right)^{\frac{1}{1+X}}$
(11)	S_{neta}	Socavación neta $S_{neta} = H_s - H_o$

5. METODO DE LAURSEN.

5.1 CONSIDERACIONES GENERALES.

Laursen (1958) propone un método para calcular el arrastre de sedimentos, -- argumentando que en el arrastre de fondo las partículas se mueven esencialmente en contacto con la frontera. Bajo ciertas condiciones el arrastre de fondo puede ser una fracción pequeña del arrastre total, pero es fundamental, -- para la existencia del arrastre en suspensión.

Para que el flujo ponga en movimiento a una partícula, debe ejercer sobre -- ésta, una fuerza de magnitud finita. La magnitud de la fuerza dependerá de la fuerza tangencial media por unidad de área ejercida por el flujo. Existe un límite bajo el cual ninguna de las partículas de la frontera se mueve, - - este límite esta definido por una "fuerza crítica tractiva" igual a: - - -

$$\tau_c = (\gamma\, d\, S_o)_c$$

Si la fuerza tractiva en la frontera es mayor que la crítica, algunas de las partículas del lecho se moverán. La fuerza aplicada sobre las partículas -- debe ser transmitida por estas a la frontera. La forma en que se mueven las partículas es rodando o deslizandose sobre otras partículas estacionarias de la frontora.

Solamente en el caso de lechos planos, puede considerarse a la fuerza tractiva total como la causa del movimiento de partículas, si existen dunas en el - lecho (condición más común) la parte de la fuerza tractiva total que es resistida por la componente tangencial de la presión a lo largo de la frontera de las dunas no puede considerarse como efectiva en el movimiento de las partículas.

Una medida aproximada de la magnitud real de fuerza tractiva que origina el - movimiento, se obtiene a través del uso de la fórmula de Manning y de la - - expresión de Strickler para "n" como una función del diámetro (D) del -- sedimento, y esta dada por:

$$\tau'_o = \frac{\bar{\mu}^2 \, D^{1/3}}{30 \, d^{1/3}} \qquad (5.1)$$

en donde:

τ'_o = esfuerzo cortante asociado a las partículas, en $\frac{\text{libras}}{\text{pie}^2}$

$\bar{\mu}$ = velocidad media de la fase líquida, en $\frac{\text{pies}}{\text{seg.}}$

D = diámetro de las partículas sólidas, en pies.

d = tirante del flujo en pies.

La expresión equivalente a la ecuación (5.1) en el sistema métrico decimal -- está dado por:

$$\tau'_o = \frac{\gamma \bar{\mu}^2}{58\,g} \left[\frac{D_{50}}{d} \right]^{1/3} \tag{5.2}$$

en donde:

τ'_o = esfuerzo cortante asociado a las partículas, en kg/m^2.

γ = peso específico de la fase líquida, en kg/m^3.

g = aceleración debida a la gravedad, en m/seg^2.

$\bar{\mu}$ = velocidad media de la fase líquida, en m/seg.

D_{50} = diámetro cincuenta de las partículas, en m.

d = tirante del flujo, en m.

La expresión para la fuerza crítica tractiva está dada por:

$$\tau_c = C'D \tag{5.3}$$

en donde "C'" es un coeficiente que depende de las características del - - sedimento y del flujo cerca de la frontera y se obtiene de la fig. (5.3).

Tanto τ'_o como τ_c son representativos del cortante promedio por unidad de área. Así la relación $\frac{\tau'_o}{\tau_c}$ puede tomarse como un parámetro representativo del arrastre de fondo.

Laursen considera que la suspensión de partículas más pesadas que el fluido - es posible debido a la acción de mezclado de un flujo turbulento, en este - - tipo de flujo existe un intercambio constante de masas de fluido o volúmenes a través de planos en cualquier dirección del campo del flujo. Por razones de continuidad, volúmenes iguales de fluido deben moverse ascendentemente - - como descendentemente sobre un plano horizontal.

La expresión de la concentración relativa (anexo 2.1) dada por Rouse es:

$$\frac{C_y}{C_a} = \left[\frac{h-y}{y} \qquad \frac{a}{h-a}\right]^{z} \tag{5.4}$$

si la concentración C_a puede conocerse por otros medios, el promedio de la concentración del arrastre en suspensión "$\bar{C}_s$" se obtiene al integrar la - - expresión (5.4):

$$\bar{C}_s = \frac{\int_y^d C\,\mu\,dy}{\int_y^d C\,dy} = 265\,\frac{q_{ss}}{q} \tag{5.5}$$

en donde:

q_{ss} = gasto sólido unitario en suspensión.

q = gasto unitario de la fase líquida.

Para demostrar la relevancia de la relación $\frac{\tau'_o}{\tau_c}$, Laursen grafica los datos obtenidos en el estudio como $\bar{c} = 265\,\frac{q_{ss}}{q}$ contra $\frac{\tau'_o}{\tau_c} - 1$, y obtiene una variación casi lineal para las arenas. Por razones más intuitivas que racionales, el factor:

$$\frac{D\sqrt{\frac{\tau'_o}{\rho}}}{\bar{\mu}\,d} \doteq \left[\frac{D}{d}\right]^{7/6} \tag{5.6}$$

es incluido en la relación final, este factor es la relación del gasto sólido al gasto de la fase líquida.

Otro de los factores seleccionados es:

$$\frac{\sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}}}{\omega} \qquad (5.7)$$

que expresa la efectividad de la acción de mezclado de la turbulencia, a través de la velocidad al corte y la velocidad de sedimentación de las partículas sólidas.

5.2 RELACION PARA EL ARRASTRE DE SEDIMENTOS.

Para la obtención de la expresión general Laursen correlaciona la concentración media con las características hidráulicas y del sedimento como se puede observar en la fig. (5.1) de donde:

$$\frac{\bar{C}}{\left[\frac{D}{d}\right]^{7/6}\left[\frac{\tau'_o}{\tau_c} - 1\right]} = f\left[\frac{\sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}}}{\omega}\right] \qquad (5.8)$$

en la fig. (5.2) se muestra una comparación entre la concentración media medida y la calculada con la ecuación anterior y en la tabla (5.1) se resume los valores y los símbolos de los datos e investigadores utilizados en las figs. (5.1 y 5.2).

La expresión para calcular el gasto sólido total está dado por:

$$g_{BT} = \gamma\, q\, \Sigma\, i_b \left[\frac{D_i}{d}\right]^{7/6} \left[\frac{\tau'_o}{\tau_c} - 1\right] f\left[\frac{\mu_*}{\omega}\right] \qquad (5.9)$$

en donde:

g_{BT} = gasto sólido total por unidad de ancho y tiempo, kg/seg-m.

q = gasto líquido unitario, en m^3/seg-m.

γ = peso específico de la fase líquida, en kg/m^3.

i_b = porcentaje correspondiente al diámetro D_i de la curva - - granulométrica, en forma decimal.

D_i = diámetro medio de la fracción correspondiente, en metros.

d = tirante del flujo, en m.

τ'_o = esfuerzo cortante en el fondo debido a la resistencia de las partículas, en kg/m , que se calcula con la siguiente expresión:

$$\tau'_o = \frac{\gamma \bar{\mu}^2}{58g} \left[\frac{D_{50}}{d} \right]^{1/3}$$

$\bar{\mu}$ = velocidad media de la fase líquida, en m/seg.

g = aceleración debida a la gravedad, en m/seg^2.

τ_c = esfuerzo cortante crítico para partículas de diámetro D_i, - que se obtiene con la siguiente ecuación:

$$\tau_c = C' \quad (\gamma_s - \gamma) \quad D_i$$

C' = valor que se obtiene de la fig. (5.3) y en función de la - - relación $\frac{d}{\delta'}$

γ_s = peso específico de la fase sólida.

δ = espesor de la subcapa laminar que se obtiene: $\delta = \frac{11.6 \nu}{\mu_*}$

ν = viscosidad cinemática de la fase líquida.

μ_* = velocidad asociada al esfuerzo cortante que se obtiene:

$$\mu_* = \sqrt{g\, d\, S_o} = \sqrt{g\, R_H\, S_o}$$

R_H = radio hidráulico, en m.

S_o = pendiente.

$f\ \frac{\mu_*}{\omega_i}$ = función que se obtiene de la fig. (5.4) en función de - -

$$\frac{\sqrt{\frac{\tau_o}{\rho}}}{\omega_i} = \frac{\mu_*}{\omega_i}$$

ρ = densidad de la fase líquida.

ω_i = velocidad de caida de las partículas sólidas que se obtiene de la fig. (2.9) en función de D_i.

Si el gasto sólido se desea expresar en volumen, la ecuación (5.9) se deberá dividir por el peso específico de la fase sólida "γ_s".

Laursen encuentra que su método es aplicable para sedimentos con diámetros -- comprendidos entre 0.011 mm a 4.08 mm.

5.3 PROCEDIMIENTO DE CALCULO.

5.3.1 GENERALIDADES.

Laursen indica que para la aplicación de su método es necesario dividir a la curva granulométrica del material del fondo en fracciones y conocer el diámetro medio de cada una de las fracciones. Así mismo se debe conocer el diámetro cincuenta (D_{50}) de la curva granulométrica, la pendiente del cauce (S_o), el tirante (d), el peso específico del fluido (γ) y el del material del -

. / .

fondo (γ_s).

5.3.2 SECUELA DE CALCULO.

A continuación y en función de la tabla 5.1 se muestra la secuela de cálculo del método de Laursen:

Columna.	Descripción.
1	Se anota el diámetro medio (D_i) en m, de cada una de las fracciones en que se divida la curva granulométrica.
2	Se anota el por ciento en peso de cada fracción, respecto al peso de la muestra, en forma decimal.
3	Tirante del fluido, en metros, en la sección en estudio.
4	Gasto líquido unitario, en m^3/seg (m)
5	Velocidad media de la fase líquida, en m/seg.
6	Se eleva al cuadrado la velocidad media.
7	Diámetro cincuenta de la curva granulométrica, en metros.
8	Se calcula el esfuerzo cortante en el fondo debido a la resistencia de las partículas con la siguiente ecuación:

$$\tau_o' = \frac{\gamma \bar{\mu}^2}{58\ g} \left[\frac{D_{50}}{d} \right]^{1/3}$$

./.

Columna. **Descripción.**

en donde:

τ'_o = esfuerzo cortante asociado a las partículas, en - - - - kg/m^2.

γ = peso específico del agua, en kg/m.

$\bar{\mu}^2$ = se obtiene de la columna (6).

g = aceleración debida a la gravedad, en m/seg^2.

D_{50} = se obtiene de la columna (7).

9 Viscosidad cinemática de la fase líquida, se obtiene de la tabla 2.1.

10 Se calcula la velocidad al corte con la siguiente expresión:

$$\mu_* = \sqrt{g\ d\ S_o}$$

en donde:

μ_* = velocidad al corte, en m/seg.

g = aceleración debida a la gravedad, en m/seg^2.

d = tirante de la fase líquida, en metros.

S_o = pendiente del cauce.

11 Se obtiene el espesor de la subcapa laminar (δ) con la siguiente -- ecuación:

$$\delta = \frac{11.6\ \nu}{\mu_*}$$

Columna. Descripción.

en donde:

δ = espesor de la subcapa laminar, en metros.

ν = se obtiene de la columna (9).

μ_* = se obtiene de la columna (10).

12 Se obtiene el parámetro adimensional (C) que se obtiene de la figura (5.3) y en función de $\frac{d}{\delta}$

en donde:

d = se obtiene de la columna (3).

δ = se obtiene de la columna (11).

13 Se calcula el esfuerzo cortante crítico por medio de la siguiente ecuación:

$$\tau_{ci} = C' \quad (\gamma_s - \gamma) \quad D_i$$

en donde:

τ_{ci} = esfuerzo cortante crítico, en kg/m^2.

C' = se obtiene de la columna (12).

γ_s = peso específico de la fase sólida, en kg/m^3.

γ = peso específico de la fase líquida, en kg/m^3.

D_i = se obtiene de la columna (1).

14 De la figura (2.9) y en función de D_i se obtiene la velocidad de caída (ω_i).

Columna. **Descripción.**

15 Se obtiene la relación $\frac{\mu_*}{\omega_i}$ dividiendo la columna (10) entre la - - columna (14).

16 Utilizando la figura (5.4) y en función de la columna (15) se obtiene la función $f \frac{\mu_*}{\omega_i}$

17 El gasto parcial, es decir el gasto sólido correspondiente a la franja seleccionada de la curva granulométrica se obtiene con la siguiente expresión:

$$g\, i_b = \gamma\, q\, i_b \left[\frac{D_i}{d}\right]^{7/6} \left[\frac{\tau'_o}{\tau_c} - 1\right] f\left[\frac{\mu_*}{\omega_i}\right]$$

en donde:

$g\, i_b$ = gasto sólido parcial por unidad de ancho, en kg/seg (m)

γ = peso específico del fluido, en kg/m^3.

q = se obtiene de la columna (4).

i_b = se obtiene de la columna (2).

D_i = se obtiene de la columna (1).

d = se obtiene de la columna (3).

τ'_o = se obtiene de la columna (8).

τ_c = se obtiene de la columna (13).

$f\left[\frac{\mu_*}{\omega_i}\right]$ = se obtiene de la columna (16).

Columna. Descripción.

18 El gasto sólido total por unidad de ancho expresado en peso (kg/seg-m) se obtiene al sumar los renglones de la columna (17).

5.4 RESUMEN.

5.4.1 FORMULA Y RANGO DE APLICACION.

$$g_{BT} = \gamma \; q \; \Sigma \; i_b \left[\frac{D_i}{d} \right]^{7/6} \left[\frac{\tau'_o}{\tau_c} - 1 \right] \; f \left[\frac{\mu_*}{\omega} \right]$$

en donde:

g_{BT} = gasto sólido total por unidad de ancho y tiempo, en kg/seg-m.

q = gasto líquido unitario, en m^3/seg-m.

γ = peso específico de la fase líquida, en kg/m^3.

i_b = porcentaje correspondiente al diámetro D_i de la curva granulométrica, en forma decimal.

D_i = diámetro medio de la fracción correspondiente, en metros.

d = tirante del flujo, en metros.

τ'_o = esfuerzo cortante en el fondo, debido a las partículas, en kg/m^2.

τ_c = esfuerzo cortante crítico, en kg/m^2.

$f\left[\frac{\mu_*}{\omega_i} \right]$ = función, se obtiene de la figura (5.4).

El método de Laursen es aplicable a partículas con diámetros comprendidos entre 0.011 mm a 4.08 mm y un peso específico de la fase sólida (γ_s) igual a 2650 kg/m^3.

5.4.2 PROGRAMA "METODO DE LAURSEN".

(Datos de entrada y salida de resultados).

En el programa las variables siguientes ya tienen un valor asignado.

UO = ν = 0.000001 m^2/seg.

GO = γ_s = 2650 kg/m^3.

GI = γ = 1000 kg/m^3.

A).- Teclear (1) para un dato ó (2) para varios datos.

B).- Si se elige (1) el programa pregunta en el orden mostrado los siguientes datos:

1) gasto líquido unitario, en m^3/seg-m.
2) pendiente.
3) desviación estándar.
4) diámetro cincuenta, en milímetros.

C).- Si se escoge la segunda opción (2) el programa varía con los intervalos mostrados las siguientes variables:

1) gasto líquido unitario de 1 a 4 m^3/seg, con intervalos de uno en uno.
2) pendiente de 0.0001 a 0.0005 con intervalos de 0.0004.

3) pendiente de 0.001 a 0.005 con intervalos de 0.004.

4) desviación estándar de 1 a 4 con intervalos de uno en -- uno.

5) diámetro cincuenta, para valores de 0.2, 0.5, 1.0, 5.0, 10.0 y 20.0 todos en milímetros.

D).- El programa imprime los resultados en siete columnas y en el siguiente orden:

Columna.	Descripción.
1	diámetro cincuenta, en metros.
2	desviación estándar.
3	pendiente.
4	tirante de la fase líquida, en metros.
5	velocidad de la fase líquida, en m/seg.
6	gasto líquido unitario, en m^3/seg-m.
7	gasto sólido unitario, en m^3/seg-m.

La codificación del Método de Laursen se muestra en el Anexo 5.1.

5.4.3 APLICACION.

Datos:

$q = 2.5\ m^3/seg\text{-}m$,

S_o = 0.0015.

σ = 1.20

D_{50} = 1.16 mm.

γ = 1000 kg/m^3.

γ_s = 2650 kg/m^3.

Resultado

METODO DE LAURSEN

(DATOS OBTENIDOS POR EL CRITERIO DE MAZA-CRUICKSHANK)

DIAMETRO CINCUENTA (m)	DESV. ESTANDARD	PENDIENTE	VELOCIDAD (m /seg.)	GASTO LIQUIDO UNITARIO (m^3/seg.-m)	GASTO SOLIDO UNITARIO (m^3/seg.-m)	RELACION q/q_{BT}
1.16E-03	1.200	1.50E-03	0.7070E+00	2.5000E+00	1.5171E+00	1.6458E+00

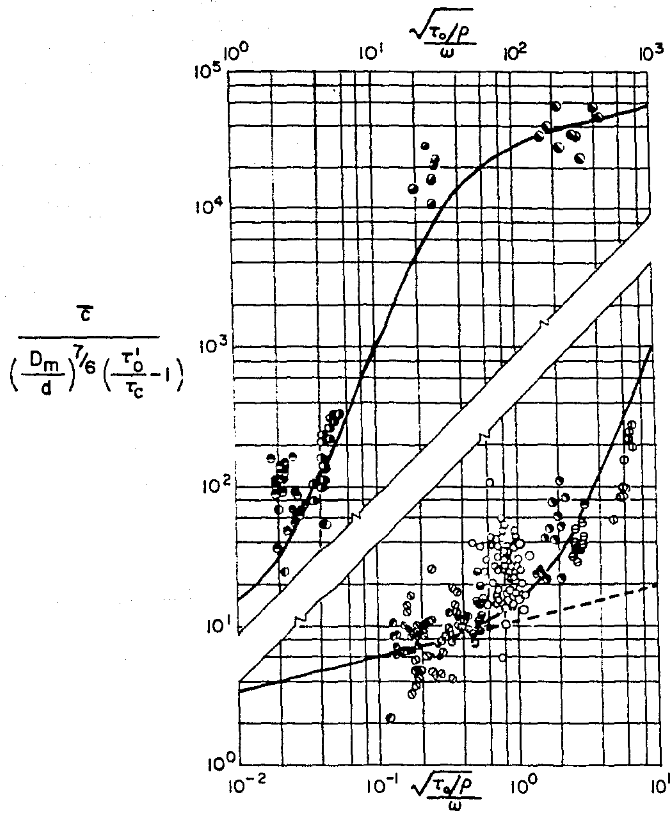


FIG. 5.1 Correlación de la concentración media con características hidráulicas y del sedimento.

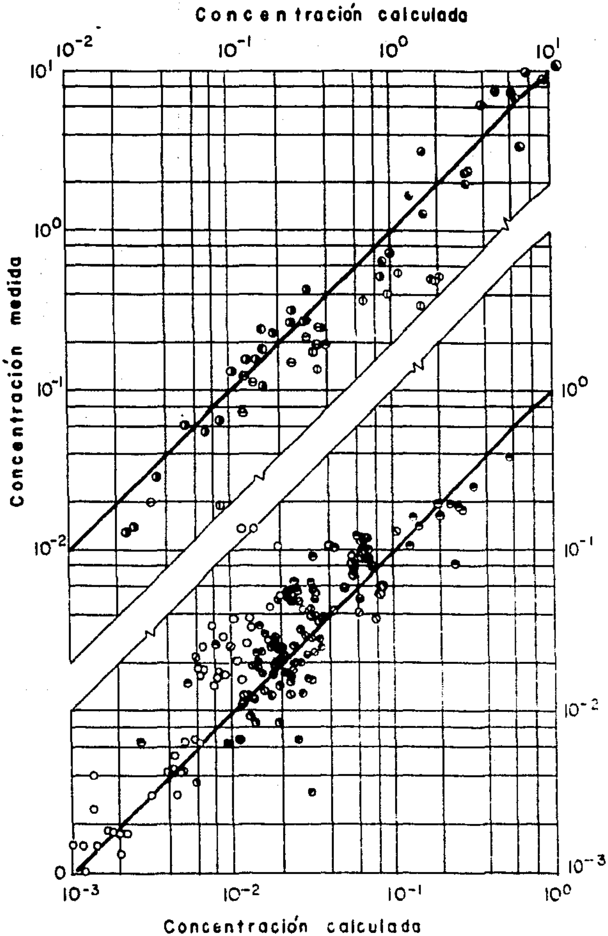


FIG. 5.2 Comparación de las concentraciones medidas y calculadas

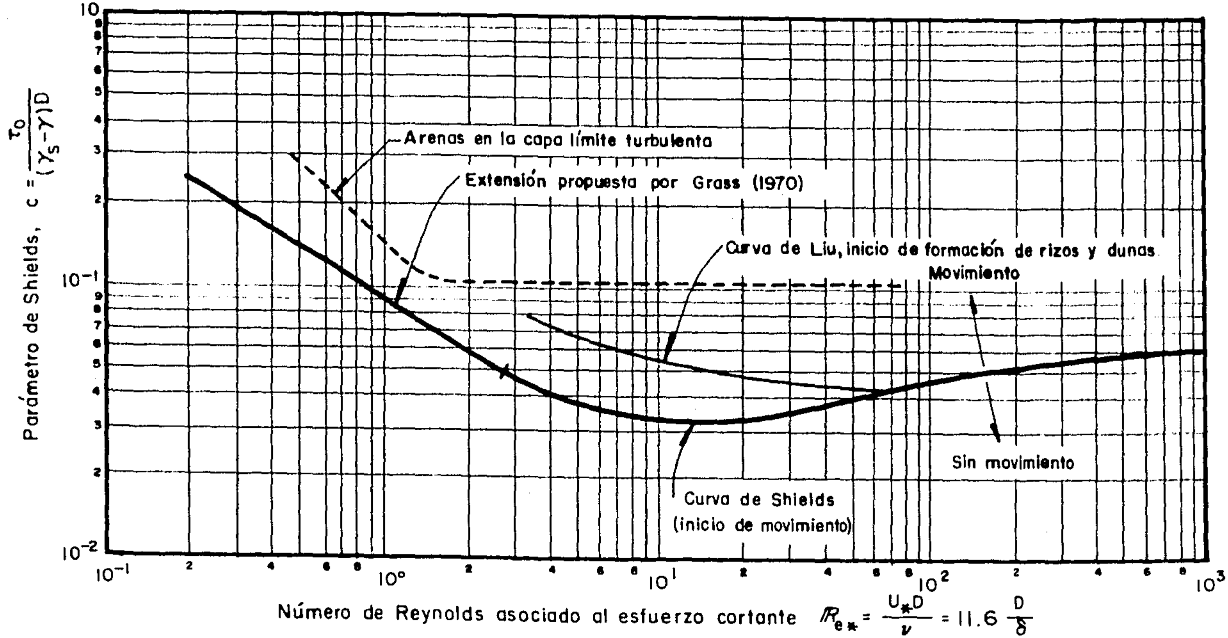


FIG. 5.3 Diagrama para obtener el parámetro C, Método de Laursen

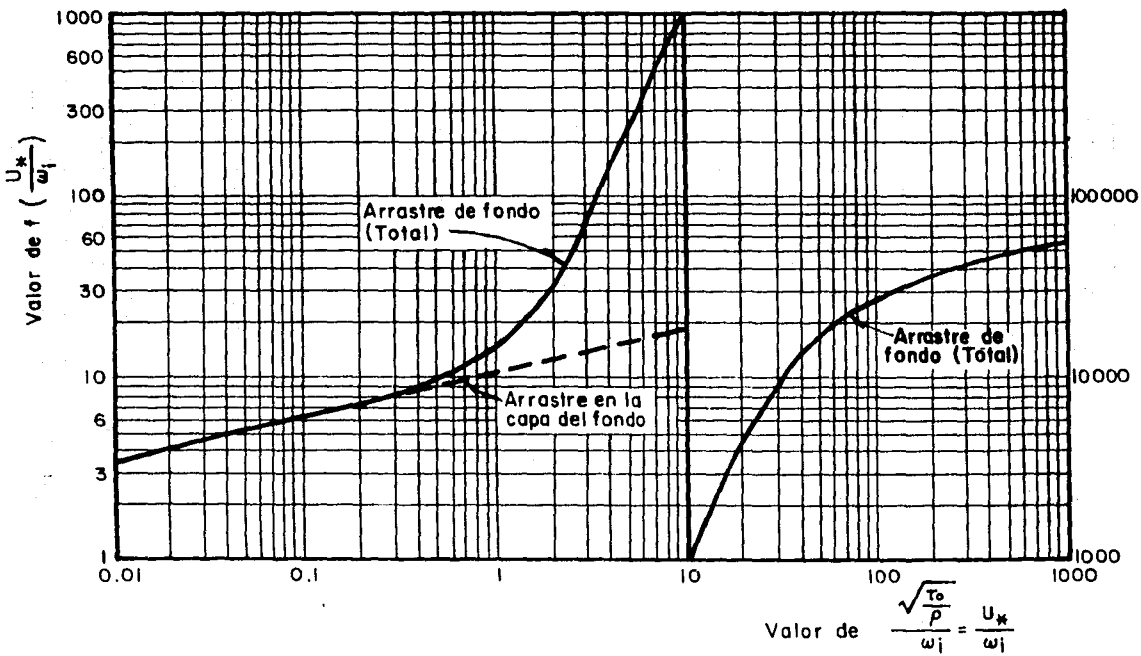


FIG. 5.4 Valores de la función $f\left(\frac{U_*}{\omega_i}\right)$ para la formula de Laursen

TABLA 5.1 Secuela de calculo del Método de Laursen.

(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)	(17)	(18)
D_i	i_b	d	q	$\bar{v}$	$\bar{v}^2$	D_{50}	τ_0'	ν	U_*	δ	C	τ_{ci}	ω_i	$\frac{U_*}{\omega_i}$	$f\left[\frac{U_*}{\omega_i}\right]$	$g\,i_b$	g_{BT}
Se anotan los diámetros medios representativos de cada fracción escogida	Se anota el por ciento en peso de cada fracción, respecto al peso de la muestra.	Tirante del fluído en la sección en estudio	Gasto líquido unitario de la fase líquida	Velocidad media de la fase líquida	Se eleva al cuadrado	Se obtiene de la curva granulométrica del material del fondo	$\frac{\gamma \bar{v}^2}{58\,g}\left[\frac{D_{50}}{d}\right]^{1/3}$	Viscosidad cinemática de la fase líquida, se obtiene de la tabla 2.1	$\sqrt{g\,d\,S}$	$\frac{11.6\,\nu}{U_*}$	Se obtiene de la figura 5.3 y en función de la relación d/δ	$c\left(\gamma_s - \gamma\right) D_i$	Velocidad de caída, se obtiene de la figura 2.9 y en función de D_i	Se obtiene dividiendo las columnas (10) y (14)	Se obtiene de la figura 5.4 y en función de la columna (15)	$\gamma\, q\, i_b \left[\frac{D_i}{d}\right]^{7/6}\left[\frac{\tau_0'}{\tau_{ci}} - 1\right] f\left[\frac{U_*}{\omega_i}\right]$	Se obtiene al sumar los renglones de la columna (16) $\sum g_{Bi}$

TABLA 5.2 RESUMEN DE DATOS.

Investigador	Símbolo	d_m (mm)	$\bar{c}$	$\tau_o/\varrho/\omega$	τ'_o/τ_c	Observaciones.
Lin, Rand 16		0.11	0.014 - 0.52	3.6 - 5.4	2.77 - 23.8	Susp
Toch 16		0.04	0.73 - 9.99	20.2 - 28.4	1.96 - 11.3	Total
Hsia 10		0.011	0.64 - 11.1	168 - 451	1.89 - 18.0	Total
Pien 9		0.18	0.013 - 0.24	2.0 - 4.3	4.0 - 10.9	Susp
MacDougall 22		1.44	0.012 - 0.13	0.15 - 0.22	1.11 - 2.43	Fondo
		0.66	0.018 - 0.12	0.23 - 0.43	1.17 - 2.99	Fondo
O'Brien 22		0.37	0.001 - 0.13	0.43 - 1.21	1.11 - 8.85	Fondo
Brooks 23		0.088	0.019 - 0.53	5.0 - 6.9	2.01 - 14.0	Total
		0.145	0.020 - 0.24	2.5 - 3.1	1.86 - 9.5	Total
Lin, Barton 24		0.18	0.003 - 0.37	1.8 - 3.1	1.45 - 19.3	Total
WES 25		0.20	0.004 - 0.06	1.4 - 2.2	1.26 - 8.2	Total
		0.50	0.006 - 0.05	0.46 - 0.57	1.30 - 2.91	Fondo
		4.08	0.002 - 0.03	0.12 - 0.15	1.02 - 1.20	Fondo

6. APLICACION Y CONCLUSIONES.

6.1 APLICACION.

Para estimar el gasto sólido de fondo total unitario, en función de la relación de socavación a tirante y utilizando las gráficas propuestas en el capítulo 1 se requiere de la información siguiente:

Aforos (registros de campo)

Granulometría del material del fondo (D_{50}, σ).

Pendiente del cauce (S_o).

Las gráficas que relacionan q/q_{BT} (gasto líquido/gasto sólido unitario) contra S_n/d (socavación neta / tirante de la corriente) se obtuvieron de la manera siguiente:

1a. Etapa. Se relacionaron los gastos líquidos unitarios para diferentes -- pendientes, desviaciones estándar y diámetros cincuenta y una determinada ley de variación (Bagnold, Einstein, Laursen).

2a. Etapa. Se relacionaron los gastos líquidos unitarios contra socavación. Para el mismo rango de pendientes, desviaciones estándar y diámetros cincuenta utilizados en la primera etapa. En la estimación de la socavación, se -- utilizó la expresión propuesta por Lischtvan - Lebediev aplicable a materia-- les de comportamiento friccionante.

3a. Etapa. De las etapas anteriores se tiene que para un mismo valor de gasto líquido unitario corresponde un valor de gasto sólido de fondo unitario y un valor de socavación neta. Relacionando el gasto sólido unitario (g_{BT}) - y la socavación (S_n) y tomando en cuenta al gasto líquido unitario (q) y al tirante de la corriente (d) se formaron las gráficas adimensionales.

El rango de valores que se seleccionaron para las etapas descritas es el - -- siguiente:

gasto líquido unitario (q) = 1, 2, 3, 4 m^3/seg-m.

pendiente del cauce ($S_{o\ gráficas}$) = 0.0001, 0.0005, 0.001, 0.005

diámetro cincuenta (D_{50}) = 0.2, 0.5, 1.0, 5, 10, 20 mm.

desviación estándar (σ) = 1, 2, 3, 4.

El procesamiento de datos se hizo en una calculadora electrónica Hewlett - - Packard, modelo 9830A y con los siguientes programas elaborados para dicha - - calculadora:

1) Método de Einstein

2) Método de Bagnold.

3) Método de Laursen.

4) Método de Lischtvan - Lebediev.

La codificación de los programas se muestra en los anexos 2.2, 3.2, 4.1 y 5.1.

En la utilización de las gráficas (6.1 a 6.12) se estima previamente la socavación en función de los registros de campo (q, d) y de la granulometría del fondo (σ, D_{50}), mientras que el factor de corrección (K) se valúa como:

$$K = \left[\alpha_1 \quad \alpha_2\right]^{\frac{1}{1+X}} \tag{6.1}$$

siendo:

α_1 = coeficiente que relaciona los valores reales y los consignados en las gráficas.

$$\alpha_1 = \frac{\alpha \text{ gráficas}}{\alpha \text{ real}} \quad \text{Si} \quad S_{o(\text{real})} < S_{o(\text{gráficas})} \tag{6.2}$$

$$\alpha_1 = \frac{\alpha \text{ real}}{\alpha \text{ gráficas}} \quad \text{Si} \quad S_{o(\text{real})} > S_{o(\text{gráficas})} \tag{6.3}$$

$$\alpha_{(\text{gráficas})} = \frac{1}{K\ R\ I} \quad S_{o(\text{gráficas})}^{1/2} \tag{6.4}$$

$$\alpha_{(\text{real})} = \frac{1}{K\ R\ I} \quad S_{o(\text{real})}^{1/2} \tag{6.5}$$

α_2 = coeficiente debido a la diferencia entre las condiciones hidráulicas seleccionadas para la elaboración de las gráficas y las reales.

$$\alpha_2 = \frac{Q_d}{d^{5/3} B_e \quad \mu} \tag{6.6}$$

En la tabla (6.1) se ejemplifica la secuela de cálculo completa del arrastre de fondo total para un solo día por el Método de Bagnold y Lischtvan - Lebediev, en tanto en la tabla (6.2) debido a que el cálculo de las columnas (1 a 22) - es idéntico, sólo se muestran las últimas columnas (23 a 27) de cálculo para el mismo día pero con el Método de Laursen y Lischtvan - Lebediev considerando que el cálculo varía únicamente en la obtención de la relación q/q_{BT} - - para cada ley de variación (Bagnold, Einstein, Laursen); en las figuras - - (6.13 a 6.14) se muestran los valores procesados para los meses de Junio y -- Julio de 1976 con datos de la estación hidrométrica Canton en el río Santo -- Domingo, respectivamente para los Métodos de Bagnold y Lischtvan - Lebediev, Laursen y Lischtvan - Lebediev, para el Método de Einstein y Lischtvan - - - Lebediev no se realizó aplicación debido a que las relaciones de K(S/d) del problema están fuera del rango de aplicación de dicho método.

La pendiente del cauce en el tramo de la estación hidrométrica es igual a - - S_o = 0.001308, la desviación estándar de la curva granulométrica σ = 1.53 y el diámetro cincuenta D_{50} = 0.25 mm.

6.2 CONCLUSIONES.

El Método de Einstein, uno de los estudios más completos para valuar el transporte de sedimentos, permite calcular el arrastre de fondo que se mueve en -- suspensión así como el que se mueve por la capa del fondo, en función de la - probabilidad de que una partícula sea o no removida del fondo por el flujo. - Utilizando una serie de gráficas y tablas se facilita el cálculo. Su rango de aplicación es para materiales no cohesivos y cuyos diámetros estén comprendidos entre 1.00 y 10.00 mm.

Bagnold trata a el proceso natural de transporte de sedimentos en ríos desde un punto de vista de la física. El desarrollo de la Teoría es bastante complejo, pero su aplicación es muy simple; al igual que en el Método de Einstein se puede separar el arrastre de fondo que se mueve en suspensión del que se mueve por el fondo. El rango de aplicación de este método es para material friccionante y cuyos diámetros sean mayores de 0.015 mm.

Laursen desarrolla su método en función de las características hidráulicas del cauce así como de las granulométricas del material del fondo y utilizando datos obtenidos en laboratorio. Con este método se puede separar el arrastre de fondo que se mueve en suspensión del que se mueve por la capa del fondo. Tanto la teoría como la aplicación del Método de Laursen son bastante sencillas y su rango de aplicación es para materiales no cohesivos y cuyos diámetros estén comprendidos entre 0.01 mm y 4.08 mm.

El Método de Lischtvan - Lebediev permite determinar el valor de la socavación general en cualquier sección a lo largo de un río. Para su aplicación se requieren datos que son relativamente fáciles de obtener en el campo; el gasto de diseño escogido con una frecuencia determinada, el perfil de la sección durante el estiaje, características del material del fondo (D_{50},σ). La hipótesis de partida, y fundamental, es que el gasto unitario permanece constante durante todo el proceso erosivo en cada franja escogida de la sección. Las erosiones teóricas calculadas se pueden presentar con facilidad si el material es granular y no cohesivo; sin embargo, no se puede precisar el grado de exactitud de las fórmulas, ya que han sido aplicados en pocos casos y sobre todo porque no se han realizado observaciones o mediciones. Su rango de aplicación es para materiales no cohesivos.

De las gráficas elaboradas se encontró que el rango de aplicación del Método de Einstein y Lischtvan - Lebediev es para valores de la relación Socavación a tirante de 0.2 a 0.8, por lo que su aplicación a los datos de la estación Cantón sobre el río Santo Domingo no fue posible.

Los resultados de la aplicación de los datos de la estación Cantón con las gráficas propuestas y para el Método de Bagnold y Lischtvan - Lebediev son aceptables, siendo este método el que cubre un mayor rango de aplicación y cuyos resultados son más confiables. Su rango de aplicación es para relaciones de Socavación / tirante de 0.03 a 0.8.

De los resultados obtenidos con las gráficas para Laursen y Lischtvan - Lebediev para datos de la misma estación, se observó que los mencionados resultados se disparan bastante, requiriéndose una revisión del método.

Debido a las condiciones del problema y particularmente por la dificultad que existe en poder determinar en la naturaleza el gasto de sedimentos que transporta una corriente (principalmente el que se mueve cerca del fondo), se cuenta con muy pocos datos sobre las verificaciones hechas en la naturaleza del cálculo del transporte. De lo anterior el presente trabajo pretende proporcionar una manera de fácil aplicación y suficiente precisión para estimar los volúmenes de sedimentos acumulados en un almacenamiento; si existe una estación de aforos y si el arrastre es predominantemente de fondo total, lo cual se presenta en ríos de zona de montaña e intermedias. Una vez calculados los volúmenes de sedimentos, se deberán realizar mediciones a efecto de seleccionar la ley de arrastre (Einstein, Bagnold, Laursen, etc.) de sedimentos que mejor se ajuste a la variación real.

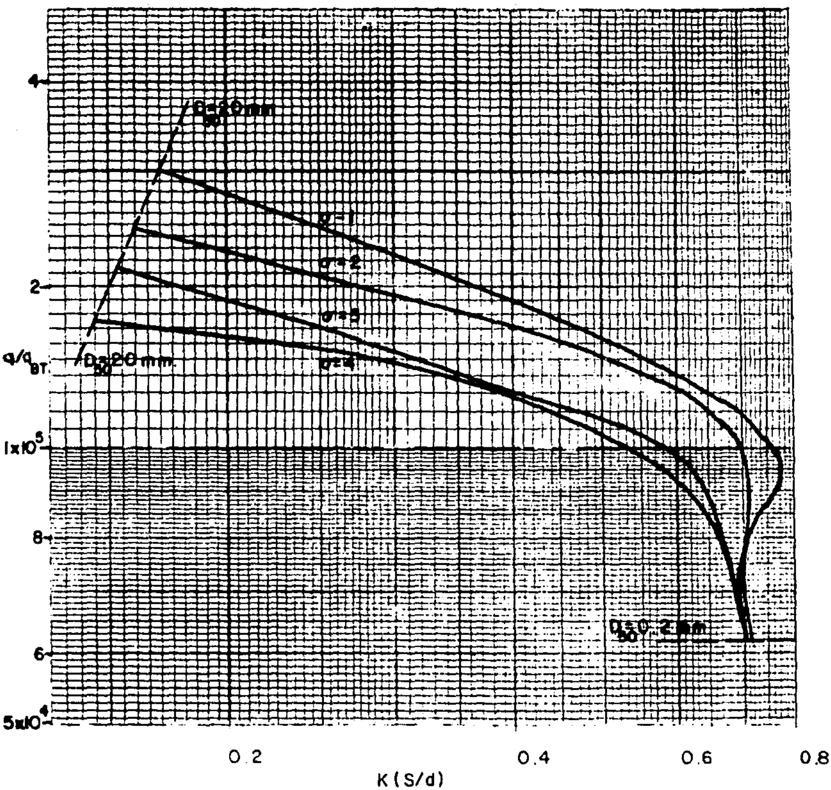


FIG. 6.1 Relación de q/q_{BT} contra $K(S/d)$, obtenida con los métodos de Bagnold y Lischtvan-Lebediev para S_0=0.0001 .

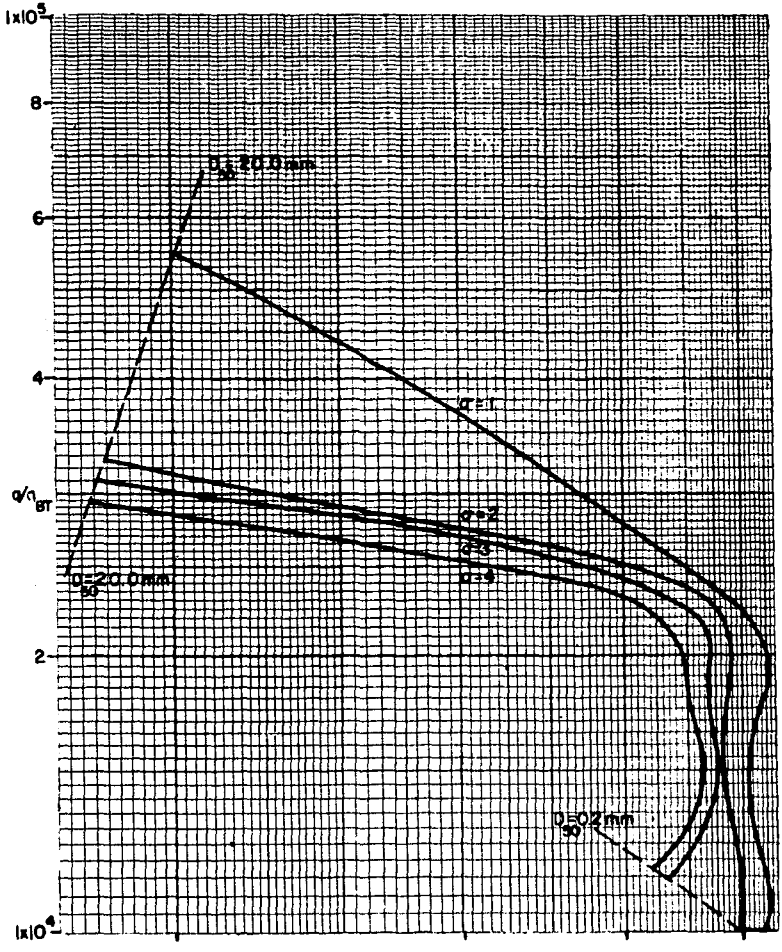


FIG. 6.2 Relación de q/q_{BT} contra $K(S/d)$, obtenida con los métodos de Bagnold y Lischtvan-Lebediev para $S_0 = 0.0005$

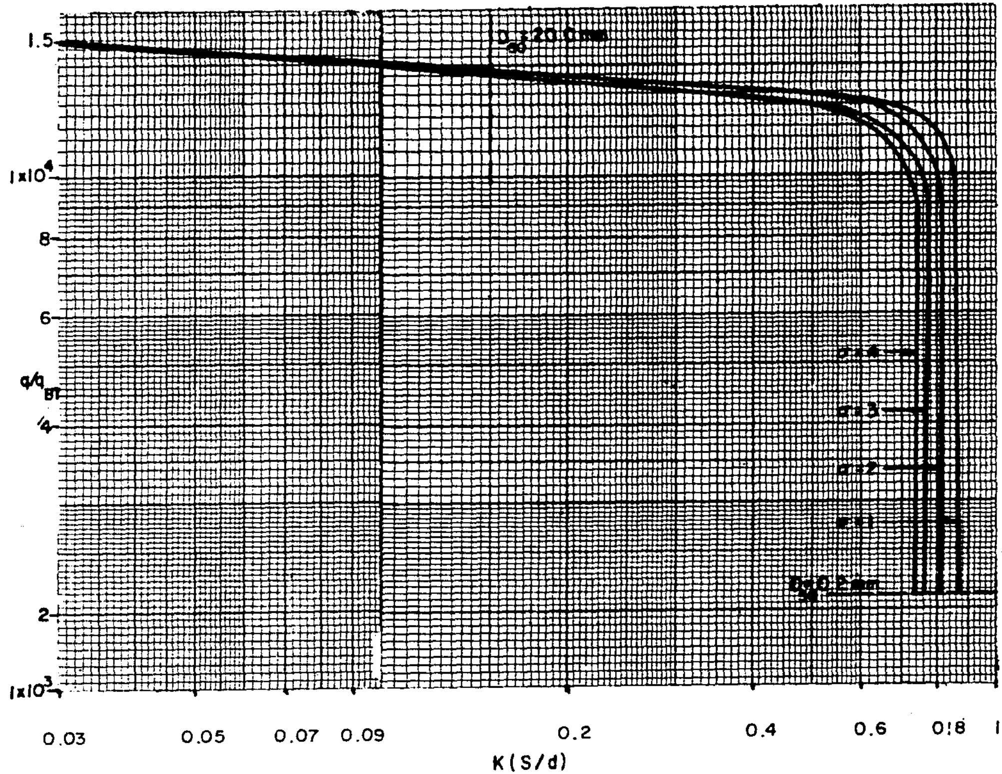


FIG. 6.3 Relación de q/q_{BT} contra $K(S/d)$, obtenida con los métodos de Bagnold y Lischtvan — Lebediev para $S_o = 0.001$

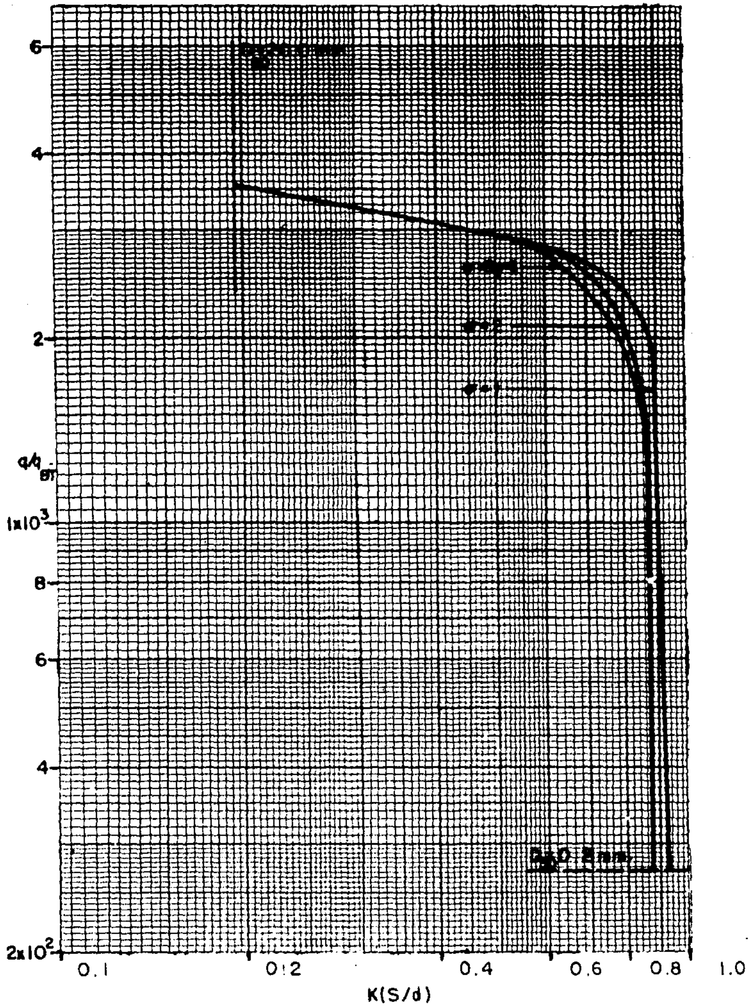


FIG. 6.4 Relación de q/q_{BT} contra $K(S/d)$, obtenida con los métodos de Bagnold y Lischtvan-Lebediev para $S_0 = 0.005$.

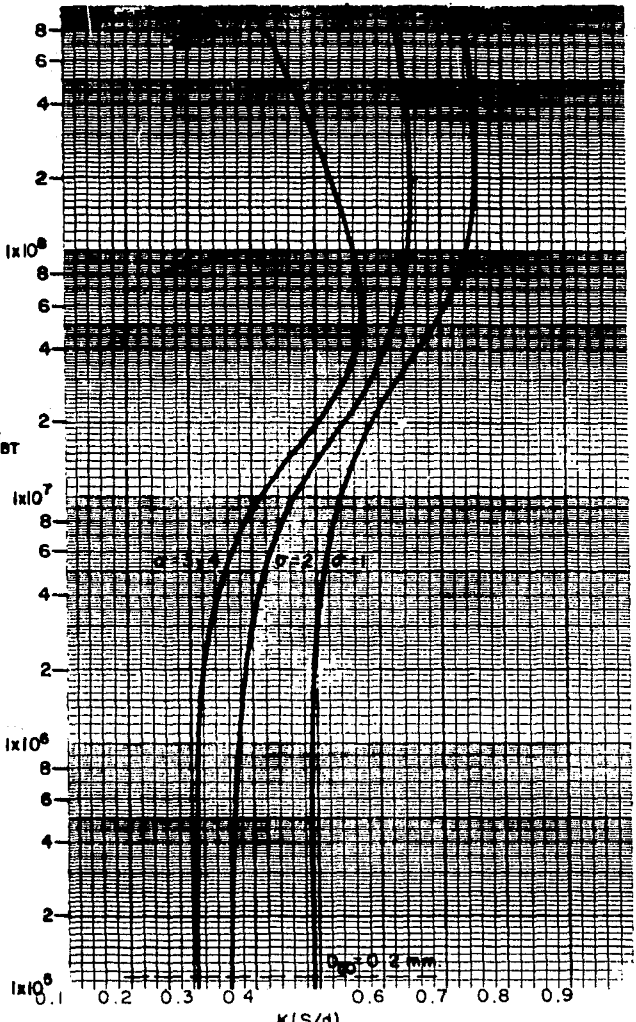


FIG. 6.5 Relación de q/q_{BT} contra $K(S/d)$, obtenida con los métodos de Einstein y Lischtvan-Lebediev para S_0=0.0001

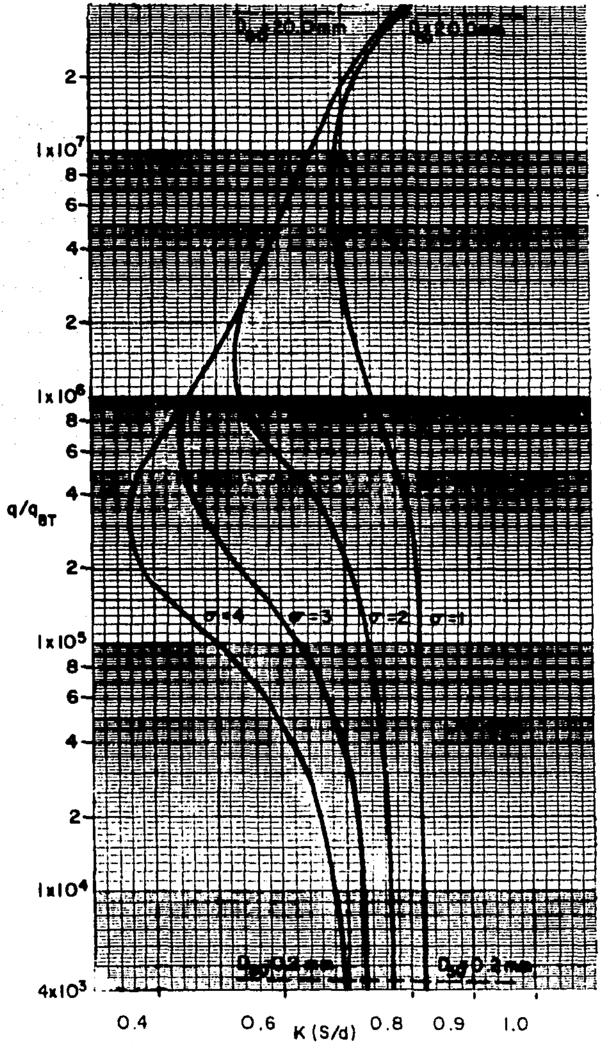


FIG. 6.6 Relación de q/q_{BT} contra K (S/d), obtenida con los métodos de Einstein y Lischtvan-Lebediev para S_0=0.0005

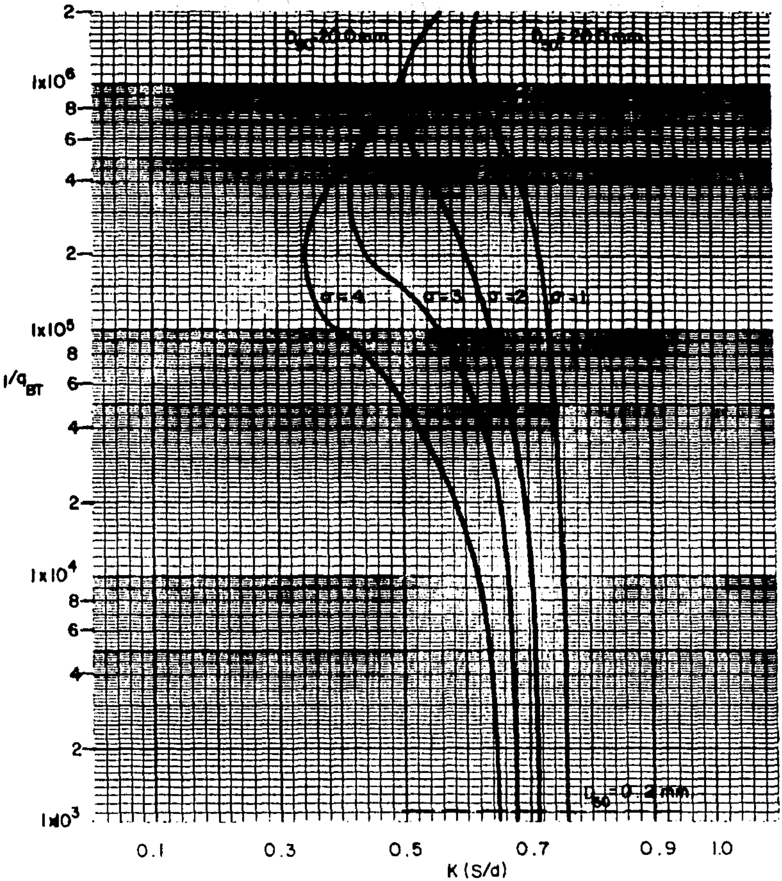


FIG. 6.7 Relación de q/q_{BT} contra $K(S/d)$, obtenida con los métodos de Einstein y Lischtvan-Lebediev para $S_0 = 0.001$

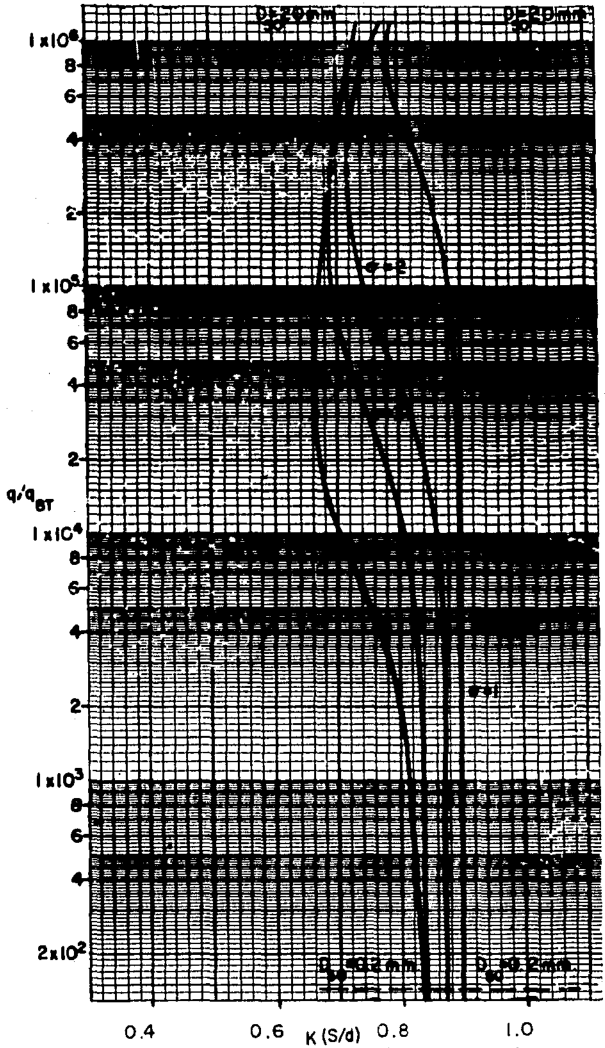


FIG. 6.8 Relación de q/q_{BT} contra $K(S/d)$, obtenida con los métodos de Einstein y Lischtvan-Lebediev para $S_0=0.005$

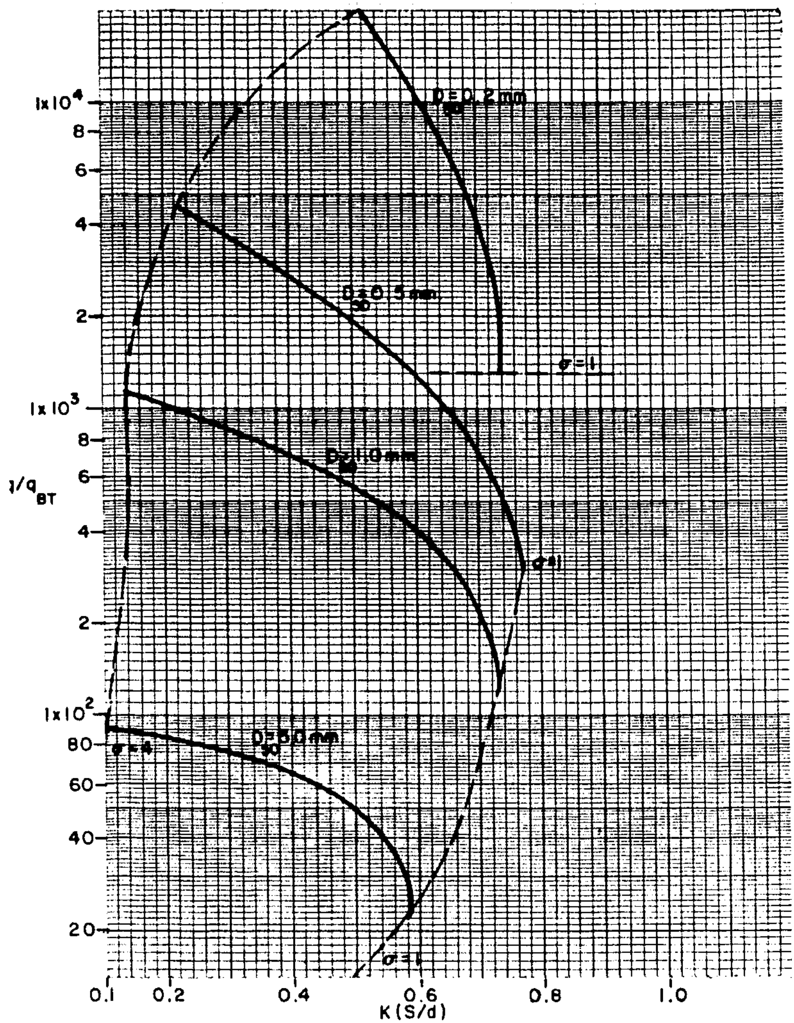


FIG. 6.9 Relación de q/q_{BT} contra $K(S/d)$, obtenida con los métodos de Laursen y Lischtvan-Lebediev para $S_0 = 0.0001$

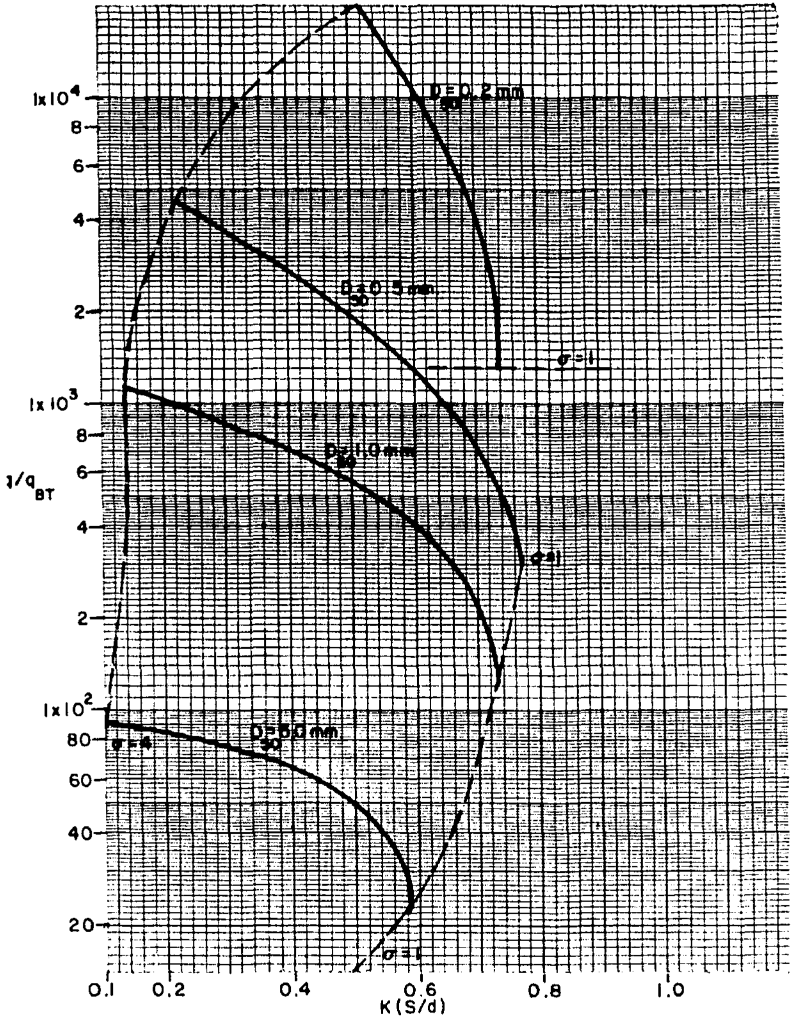


FIG. 6.9 Relación de q/q_{BT} contra $K(S/d)$, obtenida con los métodos de Laursen y Lischtvan-Lebediev para $S_0 = 0.0001$

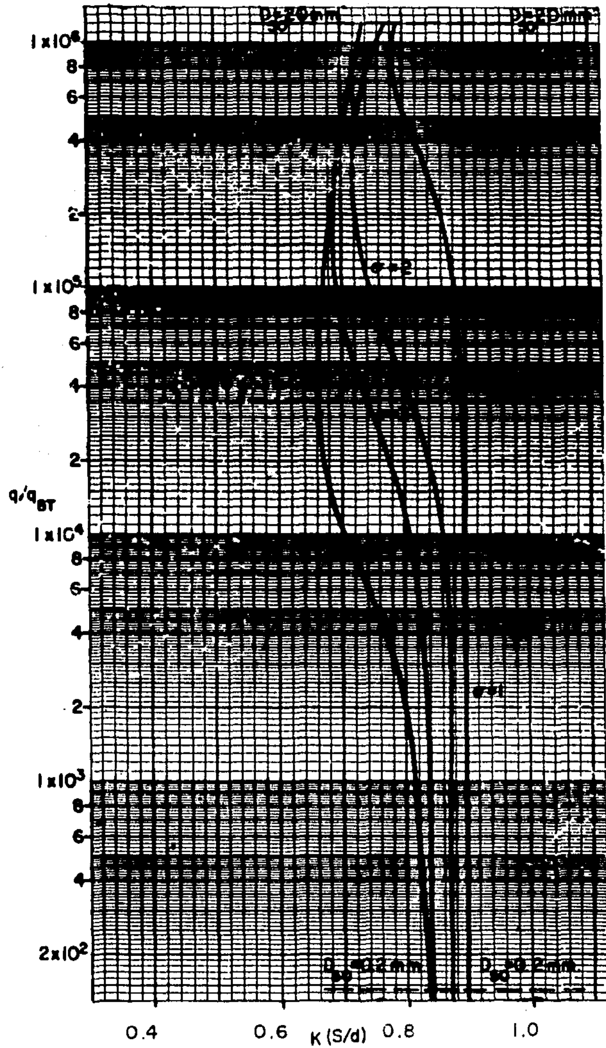


FIG. 6.8 Relación de q/q_{BT} contra K(S/d), obtenida con los métodos de Einstein y Lischtvan-Lebediev para S_0=0.005

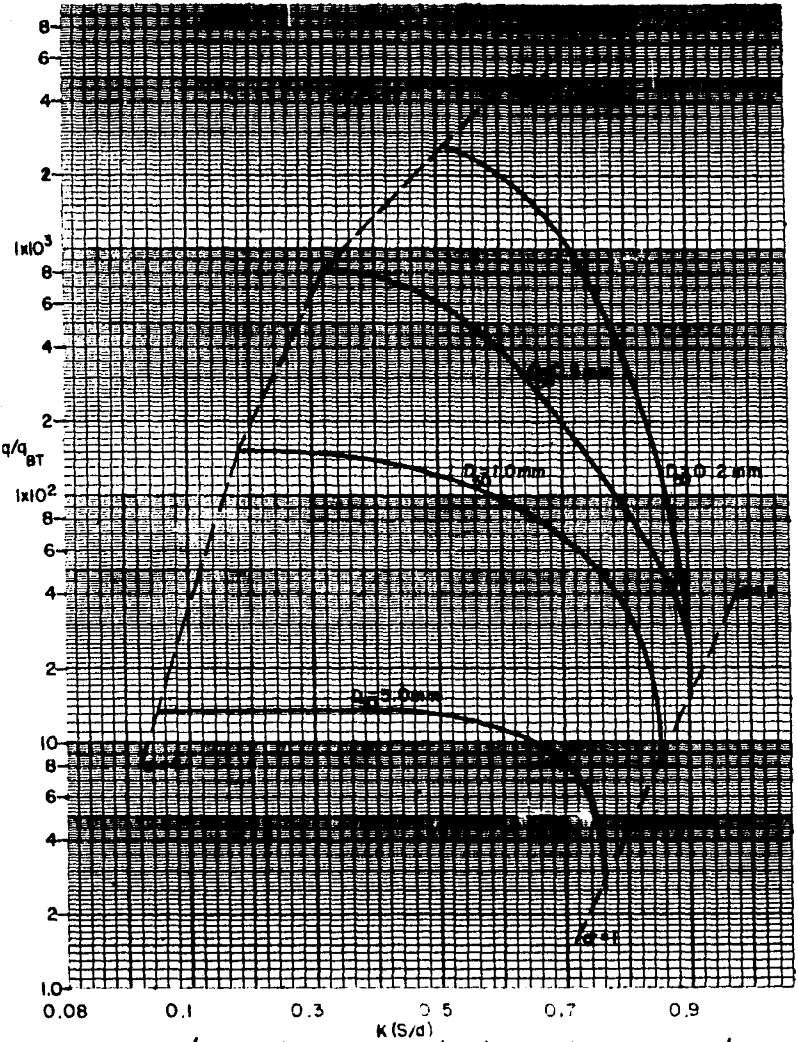


FIG. 6.10 Relación de q/q_{BT} contra K(S/d), obtenida con los métodos de Laursen y Lischtvan-Lebediev para S_0=0.0005

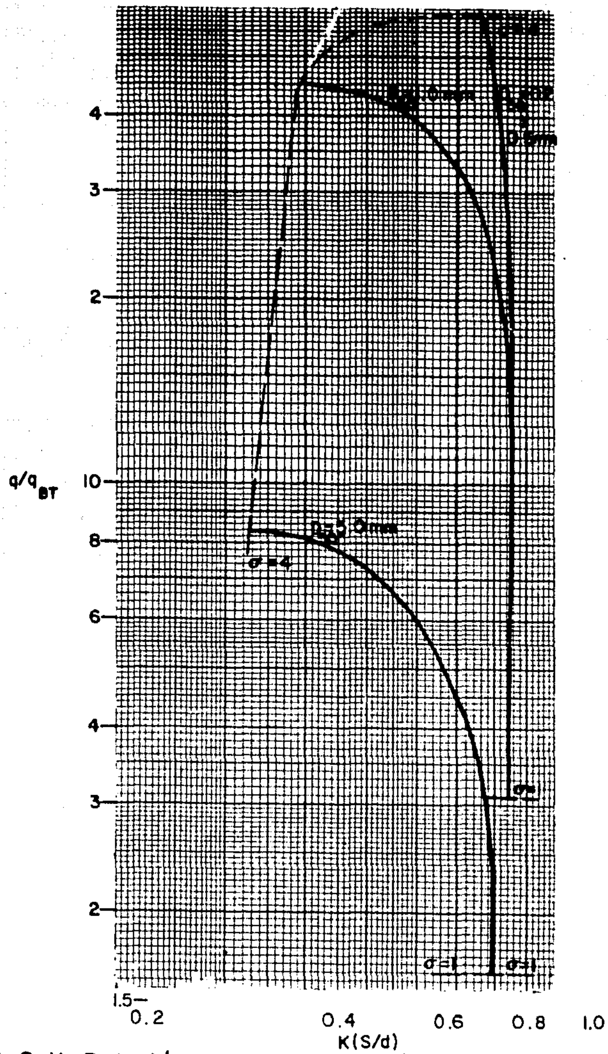


FIG. 6.11 Relación de q/q_{BT} contra $K(S/d)$, obtenida con los métodos de Laursen y Lischtvan-Lebediev para $S_0 = 0.001$

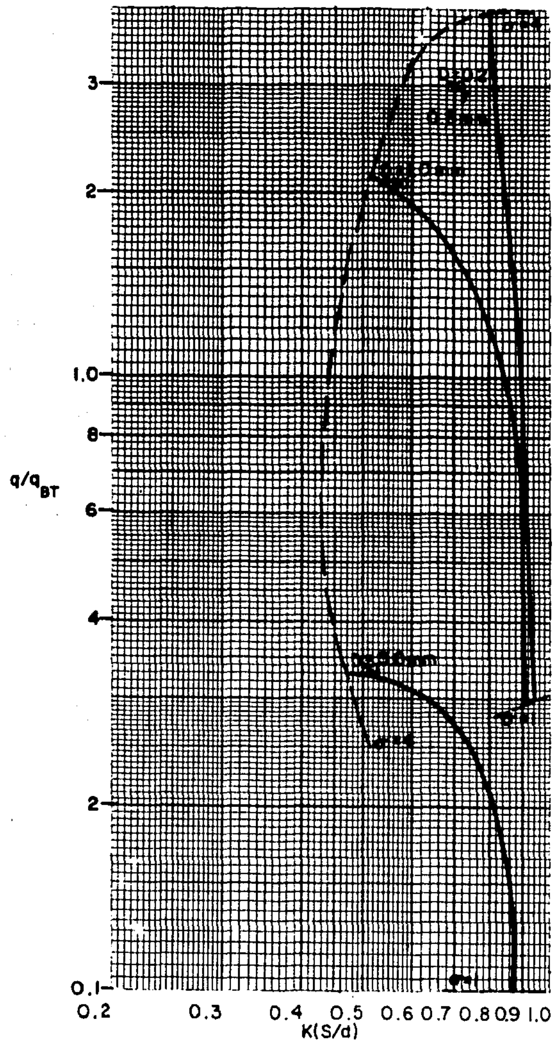


FIG. 6.12 Relación de q/q_{BT} contra, $K(S/d)$, obtenida con los métodos de Laursen y Lischtvan-Lebediev para S_0=0.005

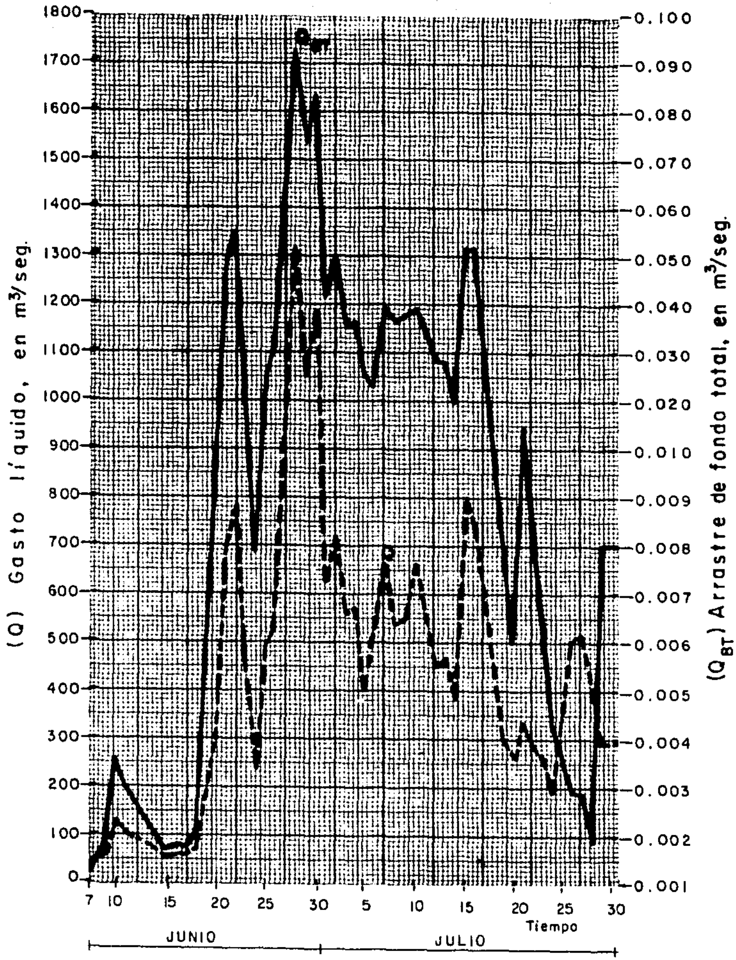


FIG. 6.13 Hidrogramas de las fases líquida y sólida, métodos de Bagnold y Lischtvan-Lebediev.

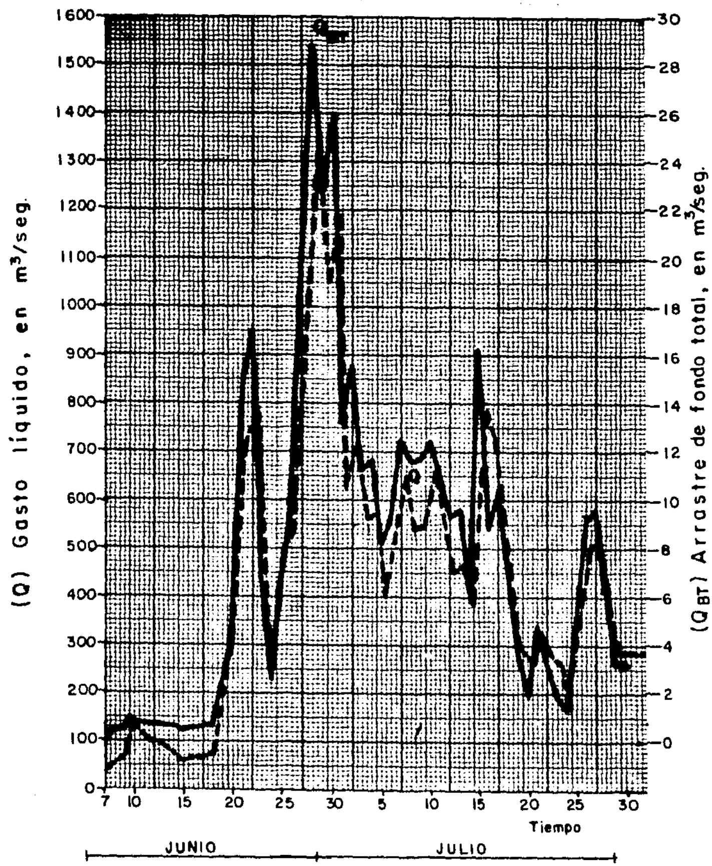


FIG. 6.14 Hidrogramas de las fases líquida y sólida, métodos de Laursen y Lischtvan-Lebediev.

TABLA 6.2 CALCULO DEL GASTO SOLIDO DE FONDO TOTAL PARA UN DIA

METODO DE LAURSEN Y LISCHTVAN - LEBEDIEV.

GRAFICA SELECCIONADA		REGISTRO DE CAMPO	RESULTADOS	
23	24	25	26	27
K(S/d)	q/q_{BT}	q $m^3/seg-m.$	q_{BT} $m^3/seg-m$	Σq_{BT} m^3/seg
0.21	46.00	6.72	0.146	
0.08	47.90	16.08	0.335	
0.02	50.80	55.17	1.086	
0.34	45.00	67.20	1.493	
0.34	45.00	100.15	2.25	
0.34	45.00	118.28	2.62	
0.35	45.00	132.59	2.94	
0.35	45.00	139.89	3.10	
0.35	45.00	141.36	3.14	28.79
0.34	45.00	133.48	2.96	
0.33	45.00	122.97	2.73	
0.32	45.05	109.82	2.43	
0.32	45.05	79.31	1.76	
0.32	45.05	46.71	1.036	
0.38	45.00	26.95	0.59	
-	-	10.26	-	
0.11	47.40	8.44	0.178	

NOTAS:

COLUMNA.

(23, 24) Con el valor de K(S/d) se entra a la gráfica seleccionada y se obtiene la relación q/q_{BT}

(26) El gasto sólido por subsección se obtiene dividiendo la columna 25 entre la 24.

(27) El gasto sólido de fondo total se obtiene con la sumatoria de los renglones de la columna 26.

TABLA 6.1 CALCULO DEL GASTO SOLIDO DE FONDO TOTAL PARA UN DIA.

REGISTRO DE CAMPO				CALCULO	REGISTRO DE CAMPO		CALCULO DE S/d			REGISTRO DE CAMPO				CALCULOS PARA OBTENER α_2 α_1 y K									GRAFICA SELECCIONADA		REGISTRO DE CAMPO	RESULTADOS	
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17		18	19	20	21	22	23	24	25	26	27
FECHA DEL REGISTRO	LECTURAS DE ESCALA m	PROFUNDIDADES DE LA SUBSECCION m	ANCHO SUBSECCION m	ELEVACION FONDO m	LECTURA ESCALA MINIMA m	PROFUNDIDADES MINIMAS m	ELEVACION DEL FONDO MINIMA m	SOCAVACION (S) m	S/d	GASTO TOTAL (Q) m^3/seg	TIRANTE MEDIO (dm) m	$dm^{5/3}$	ANCHO EFECTIVO (Be) m	Be $dm^{5/3}$	α_2	K.R.I GRAF.	K.R.I REAL	$\alpha_{GRAFICAS}$	α_{REAL}	α_1	$\frac{1}{1+x}$	K	K(S/d)	$q/q_{BT} \times 10^4$	q $m^3/seg-m$	q_{BT} $m^3/seg - m$	Σq_{BT} m^3/seg
	31.31	1.43	6.80	29.88	36.05	0.05	36.00	6.12																			
	31.31	4.01	5.00	27.30	29.00	0.20	28.80	1.50	0.37																2.90		
	31.31	7.08	5.00	24.28	26.00	0.60	25.40	1.12	0.15														0.216	1.435	6.72	0.00046	
	31.31	8.23	5.00	23.08	24.30	0.80	23.50	0.42	0.05														0.08	1.53	16.08	0.0010	
	26.12	8.65	5.00	17.47	23.50	0.90	22.60	5.13	0.59														0.029	1.69	55.17	0.0032	
	26.12	8.97	5.00	17.15	23.52	0.978	22.54	5.39	0.60														0.34	1.381	67.20	0.0048	
	26.12	8.72	5.00	17.40	23.52	0.92	22.60	5.20	0.59														0.35	1.381	100.15	0.0072	
	26.12	8.93	5.00	17.19	23.52	0.88	22.64	5.45	0.61														0.345	1.381	118.28	0.0085	
	26.12	9.04	5.00	17.08	23.52	0.86	22.66	5.58	0.61														0.356	1.38	132.59	0.0096	
26 de Junio	26.12	9.13	5.00	16.99	23.52	0.89	22.63	5.64	0.61	1318.75	7.49	28.69	98.10	2814.48	0.46	0.026	0.029	1.2159	1.2375	1.0177	0.706	0.585	0.356	1.38	139.89	0.010	0.0927
	26.12	8.99	5.00	17.13	23.52	0.99	22.52	5.39	0.60														0.356	1.38	141.36	0.0102	
	26.12	8.98	5.00	17.14	23.52	1.105	22.41	5.27	0.58														0.35	1.381	133.48	0.0096	
	26.12	8.67	5.00	17.45	23.52	1.14	22.37	4.92	0.56														0.339	1.382	122.97	0.0088	
	26.12	8.35	5.00	17.77	23.52	1.05	22.47	4.70	0.56														0.32	1.384	109.82	0.0079	
	26.12	8.20	5.00	17.92	23.52	0.89	22.63	4.71	0.57														0.32	1.382	79.31	0.0057	
	26.12	7.89	5.00	18.23	23.52	0.59	23.50	5.27	0.66														0.33	1.382	46.71	0.0033	
	31.31	6.73	5.00	24.58	24.48	0.48	24.00																0.38	1.373	26.75	0.0019	
	31.31	2.92	11.30	28.39	29.30	0.30	29.00	0.61	0.20														0.11	1.50	8.44	0.00056	

NOTAS:

Columna.

- (5) La elevación del fondo se obtiene restando las columnas 2 - 3
- (8) La elevación del fondo mínima se obtiene restando las columnas 6 - 7
- (9) El valor de la socavación se obtiene restando las columnas 8 - 5
- (10) Se obtiene el valor de la relación S/d dividiendo la columna 9 entre la 3
- (16) Se estima el valor de α_2 dividiendo las columnas 11 / 15 (ecuación 6.6)
- (17) El valor del coeficiente KRI se obtiene con la ecuación (4.2.1) para la pendiente real (So_{real}) y para la pendiente de la gráfica (So_{real})
- (18) Se calcula el coeficiente $\alpha_{gráficas}$ con la expresión (6.4)
- (19) Se calcula el coeficiente α_{real} con la expresión (6.5)
- (20) El coeficiente α_1 se calcula con la expresión (6.2) ó con la (6.3) según sea el caso.
- (21) El valor de "X" se obtiene de Tablas y en función del D_{50}
- (22) El coeficiente de corrección (K) se calcula con la expresión (6.1)
- (23,24) Con el valor de K (S/d) se entra a la gráfica seleccionada y se obtiene la relación de q/q_{BT}
- (26) El gasto sólido por subsección se obtiene dividiendo la columna 25 entre la 24
- (27) El gasto sólido de fondo total se obtiene con la sumatoria de los renglones de la columna 26

Anexo 2.1

2.1.1 Obtención de la expresión de partida para el cálculo del gasto sólido en suspensión.

La característica principal del transporte en suspensión, es que el peso de la partícula sólida debe ser soportada totalmente por el fluido; ya que la partícula sólida, es más pesada que el fluido y tenderá a depositarse si el peso es mayor que la fuerza de sustentación o permanecerá en suspensión si dicha fuerza es mayor que el peso; por lo tanto, solamente si existe turbulencia, el sedimento puede estar en suspensión.

En un canal con flujo turbulento de sección ancha y poca pendiente, se considera una sección de referencia horizontal (A, B, C, D) de área unitaria, altura "l_e" y a una distancia "y" del fondo; fig. 1 (Anexo 2.1); considerando que la dirección media del flujo es paralela a esta sección y que las - -

A PARTIR DE
ESTA PAGINA
FALLA
DE
ORIGEN

fluctuaciones verticales de la velocidad motivan que el fluido pase hacia -- arriba y hacia abajo a través de la porción A B C D.

Si el flujo ascendente tiene una velocidad (μ_y) en la mitad del área considerada y en la otra mitad el flujo es descendente y de velocidad ($-\mu_y$), -- estadísticamente se tiene que la misma cantidad de fluido puede pasar a -- través del área, tanto hacia arriba como hacia abajo. Por lo tanto, el gasto ascendente puede expresarse como $q_y = \frac{1}{2} \mu_y$; puesto que el área es unitaria y la mitad de ella corresponde al flujo ascendente.

De la fig. 1 (Anexo 2.1) resulta que la ascensión de las partículas se realiza a partir del punto $y - \frac{1}{2} l_e$, mientras que para el descenso de las mismas, es a partir del punto $y + \frac{1}{2} l_e$.

La hipótesis principal se basa en que sólo después de que una partícula ha - recorrido la distancia "l_e" puede mezclarse con el resto del fluido.

Por tanto; es posible calcular el transporte de un tamaño dado de partículas en suspensión a través de la velocidad de sedimentación o caída (ω), si la - concentración de estas partículas en "y" es C_y.

La definición de concentración es: Masa de substancia disuelta por unidad de masa del fluido; y es medida en peso por unidad de volumen de mezcla. Se - puede expresar en miligramos por litro, ya que estos valores son iguales a -- gramos por metro cúbico o kilogramos por mil metros cúbicos; sin embargo, la unidad más empleada actualmente es en partes por millón (p p m) o sea que -- corresponden a miligramos de substancia por kilogramos de agua. Se considera que un litro de agua corresponde a un kilogramo de peso aunque esto no es --

exactamente real, ya que la densidad del agua a temperatura ambiente es de -- 0.99823 g/ml, entonces un litro de agua no pesa exactamente un kilogramo.

De acuerdo con lo anterior, se ha convenido en expresar los miligramos de - - substancia presente por kilogramo de agua en miligramos de substancia por - - litro de agua, es decir partes por millón (p p m).

El movimiento de partículas ascendentes por unidad de área y por unidad de -- tiempo se expresa:

$$C_{(y - \frac{1}{2} l_e)} \cdot \frac{1}{2} (\mu_y - \omega) \qquad (2.1.1)$$

y para el movimiento descendente:

$$-C_{(y + \frac{1}{2} l_e)} \cdot \frac{1}{2} (\mu_y + \omega) \qquad (2.1.2)$$

por lo tanto el transporte efectivo corresponde a la suma de las dos expresio nes anteriores:

$$\frac{1}{2} C_{(y - \frac{1}{2} l_e)} \cdot (\mu_y - \omega) - \frac{1}{2} C_{(y + \frac{1}{2} l_e)} \cdot (\mu_y + \omega) \qquad (2.1.3)$$

para desarrollar lo anterior, es conveniente reemplazar el valor de las - - concentraciones de acuerdo con la serie de Taylor, despreciando los términos de segundo orden:

$$C_{(y - \frac{1}{2} l_e)} = C_y - \frac{1}{2} l_e \frac{d C_y}{dy} \qquad (2.1.4)$$

$$C_{(y + \frac{1}{2} l_e)} = C_y + \frac{1}{2} l_e \frac{d C_y}{dy} \qquad (2.1.5)$$

./.

sustituyendo las ecuaciones (2.1.4 y 2.1.5) en la expresión (2.1.3):

$$\frac{1}{2}\left(C_y - \frac{1}{2}\ l_e\ \frac{d\,C_y}{dy}\right)(\mu_y - \omega) - \left(C_y + \frac{1}{2}\ l_e\ \frac{d\,C_y}{dy}\right)(\mu_y + \omega) =$$

$$= -C_y\ \omega - \frac{1}{2}\ \mu_y\ l_e\ \frac{d\,C_y}{dy} \qquad (2.1.6)$$

Como el caso que interesa es el correspondiente a un estado de equilibrio, en el cual no existe transporte efectivo en ninguna de las dos direcciones, se - tiene:

$$C_y\ \omega + \frac{1}{2}\ \mu_y\ l_e\ \frac{d\,C_y}{dy} = 0 \qquad (2.1.7)$$

En la ecuación anterior los valores de "μ_y" y "l_e" son desconocidos, para su determinación se supone que estos dos valores son iguales a los correspondientes a una ecuación similar para el cambio de cantidad de movimiento a -- través de la misma área. Considerando que el cortante debido a la viscosidad se puede despreciar comparado con los dos momentos de transporte e introducien do la altura de agua "h" figura 2 (Anexo 2.1) se tiene:

$$\frac{\tau_y}{\tau_o} = \frac{h - y}{h}$$

$$\tau_y = \tau_o\ \frac{h - y}{h} \qquad (2.1.8)$$

si se conoce que:

$$\tau = \varrho\ \mu_y\ (\Delta\ \mu_y) \qquad (2.1.9)$$

en donde μ_y es la velocidad normal al área considerada y $\Delta\ \mu_y$ la diferencia de velocidad entre las secciones extremas.

Se puede aceptar que:

$$\tau_y = \frac{\tau_{(y + \frac{1}{2} l_e)} + \tau_{(y - \frac{1}{2} l_e)}}{2} \quad (2.1.10)$$

de acuerdo con la ecuación (2.1.9)

$$\tau_y = \frac{1}{2} \quad \varrho\, \mu_y \left[\mu_{(y - \frac{1}{2} l_e)} - \mu_{(y + \frac{1}{2} l_e)} \right] \quad (2.1.11)$$

en donde $\mu_{(y \pm \frac{1}{2} l_e)}$ es la velocidad media del flujo encima o debajo del área unitaria considerada.

Simplificando, las velocidades se pueden expresar como:

$$\mu_{(y - \frac{1}{2} l_e)} = \mu_y - \frac{1}{2} l_e \frac{d\mu_y}{dy} \quad (2.1.12)$$

$$\mu_{(y + \frac{1}{2} l_e)} = \mu_y + \frac{1}{2} l_e \frac{d\mu_y}{dy} \quad (2.1.13)$$

Sustituyendo las ecuaciones (2.1.12 y 2.1.13) en la (2.1.11)

$$\tau_y = - \frac{1}{2} \varrho\, \mu_y l_e \frac{d\mu_y}{dy} \quad (2.1.14)$$

la ecuación (2.1.8) en términos de la expresión (2.1.14) queda:

$$\frac{1}{2} \mu_y l_e = - \mu_y^2 \frac{h - y}{h} \cdot \frac{1}{\frac{d\mu_y}{dy}} \quad (2.1.15)$$

la distribución de la velocidad en forma logarítmica es:

$$\frac{\mu_y}{\mu_*} = 5.75 \log \left[30.2 \frac{y}{\Delta} \right] \quad (2.1.16)$$

./.

Por lo tanto se puede calcular $\dfrac{d\,\mu_y}{dy}$

$$\frac{d\,\mu_y}{dy} = 5{,}75\ \mu_* \left[\frac{d}{dy} \left(\log\ 30.2\ \frac{y}{\Delta}\right) \right]$$

$$\frac{d\,\mu_y}{dy} = \frac{5{,}75\ \mu_*\ 0{,}4343}{y}$$

$$\frac{d\,\mu_y}{dy} = \frac{2{,}5\ \mu_*}{y} \tag{2.1.17}$$

Sustituyendo la expresión (2.1.17) en la (2.1.15) se obtiene:

$$\frac{1}{2}\ \mu_y\ l_e = -0{,}4\ y\ \mu_*\ \frac{h - y}{h}\ \frac{d\,C_y}{dy} \tag{2.1.18}$$

la ecuación (2.1.18) puede ser reemplazada en la expresión (2.1.7)

$$C_y\,\omega = 0{,}4\ y\ \mu_*\ \frac{h - y}{h}\ \frac{d\,C_y}{dy}$$

Separando variables:

$$\frac{d\,C_y}{dy} = \frac{\omega}{0{,}4\ \mu_*} \cdot \frac{h}{y} \cdot \frac{d_y}{h - y} \tag{2.1.19}$$

para simplificar la ecuación (2.1.19), Einstein define al parámetro Z como:

$$Z = \frac{\omega}{0{,}4\ \mu_*}$$

integrando la ecuación (2.1.19) desde "a" (una distancia cualquiera) hasta "y" se tiene:

$$\int_a^y \frac{d\,C_y}{C_y} = \int_a^y d\,(\log C_y) = \log C_y - \log C_a = \log\left(\frac{C_y}{C_a}\right) =$$

$$= \int_a^y \frac{Z\,h\,d_y}{y\,(h-y)} = \int_a^h d\left[\log\left(\frac{h-y}{y}\right)^Z\right] = \log\left[\frac{h-y}{y}\cdot\frac{a}{h-a}\right]^Z$$

de donde se obtiene la expresión propuesta por Rouse:

$$\frac{C_y}{C_a} = \left[\frac{h-y}{y}\cdot\frac{a}{h-a}\right]^Z \qquad (2.1.20)$$

en donde:

C_y = concentración a una distancia "y" del fondo (medida en -- peso por unidad de volumen de mezcla).

C_a = concentración al nivel "a", medida en peso por unidad de - volumen de mezcla.

y = distancia cualquiera medida a partir del fondo.

d = distancia a la cual se conoce la concentración.

h = tirante.

Z = $\dfrac{\omega}{0.4\,\mu_*}$

ω = velocidad de sedimentación, en m/seg.

μ_* = velocidad de corte = $\sqrt{g\,R\,S_o}$

g = 9.81 m/seg^2.

R = radio hidráulico, en metros.

S_o = pendiente.

La expresión (2.1.20) puede ser usada en el cálculo de la concentración para un tamaño de partícula dado con la velocidad de caída "ω" a una distancia -"y" a partir del fondo, si la concentración "C_a" de las mismas partículas a una distancia "a" del fondo es conocida.

Einstein considera que esta deducción está basada, en parte, en la suposición de que la velocidad instantánea para cualquier partícula suspendida es la que el fluido tiene alrededor de ella más su velocidad de caída o sedimentación, estando ambas velocidades sumadas vectorialmente. Esto hace, que la componente horizontal de la velocidad de la partícula sea igual a la del agua que la rodea. Estas consideraciones permiten calcular el flujo de partículas sólidas a la elevación "y" por unidad de área y tiempo como $C_y\ \mu_y$.

Para ver como esta medida varía con respecto a la vertical, asumimos que μ_y es más o menos constante con una variación logarítmica muy suave comparada con la función potencial de C_y, la cual es igual a cero cuando $y = h$ y es -- infinita para $y = 0$. Si el transporte en suspensión es integrado en una -- vertical, es razonable integrar desde la superficie del agua hasta la altura "y", es decir:

$$\int_y^h C_y\ \mu_y\ dy \qquad (2.1.21)$$

en donde:

C_y = concentración a una distancia "y" del fondo medida en peso por unidad de volumen de mezcla.

μ_y = velocidad de la fase líquida a una distancia "y" del fondo, en m/seg.

y = distancia medida a partir del fondo, en m.

h = tirante de la fase líquida, en metros.

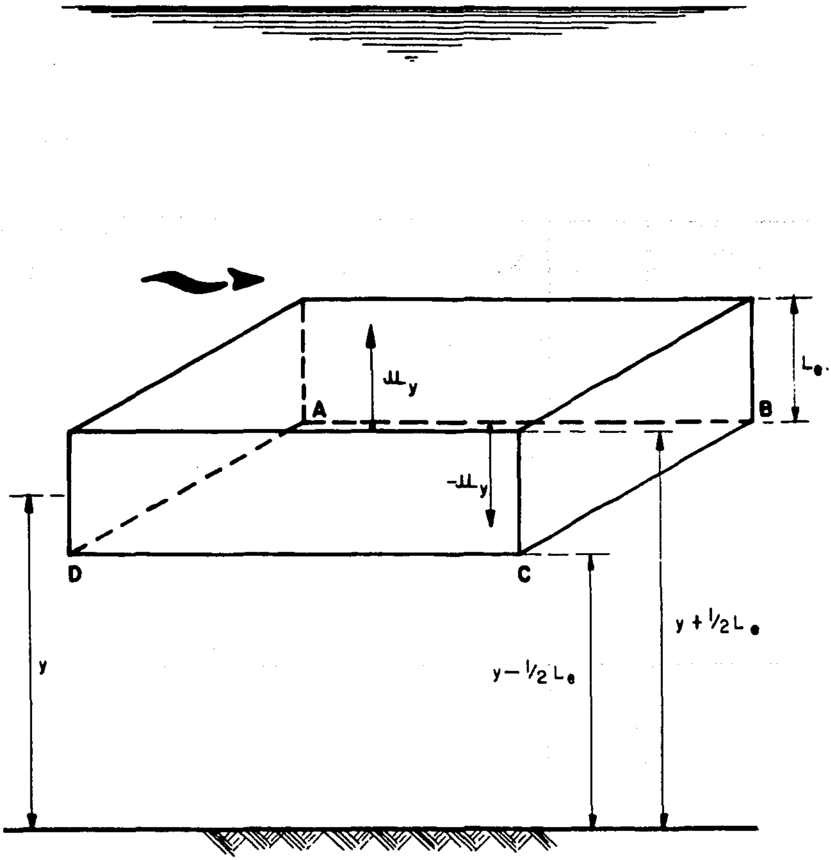


FIG. 1 Sección de referencia

Anexo 2.1

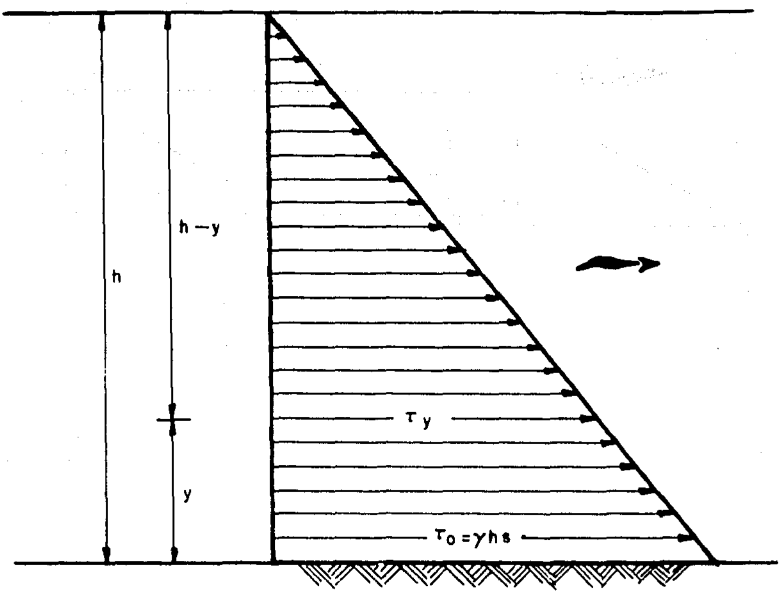


FIG. 2 Distribución del esfuerzo cortante

Anexo 2.1

Anexo 2.2

CODIFICACION DEL METODO DE EINSTEIN

```
1 DIM B[10],J[10]
2 DIM C$[10],E$[10],F$[12],G$[10],H$[10],I$[10],K$[25],L$[14],P$[10]
3 DIM R$[12],X$[25],Y$[14]
4 PRINT TAB27,"METODO DE EINSTEIN"
5 PRINT
6 PRINT
7 PRINT TAB11,"DATOS OBTENIDOS POR EL CRITERIO DE MAZA-CRUICKSHANK"
8 PRINT
10 DISP "     RADIO HID. EN METROS (R6) DE 0.5 A 5 "
13 B[5]=10
14 B[6]=20
15 DISP "RANGO DE PENDIENTES (S0) DE 0.0001 A 0.01 "
16 DISP " PESO ESPEC. MATERIAL EN KG/M3";
17 G0=2650
18 DISP "RANGO DESVIACION ESTANDARD (X9) DE 3.5 A 4 "
19 DISP "Y,N"
20 G1=1000
21 DISP "RANGO DE DIAMETROS 50 (L5) DE 0.0001 A 0.01 "
22.B[1]=0.2
23 B[2]=0.5
24 B[3]=1
25 B[4]=5
26 DISP "O1=1 PARA UN DATO   O1=2 PARA VARIOS DATOS";
27 INPUT O1
28 IF O1=1 THEN 30
29 IF O1=2 THEN 42
30 DISP "Q ";
31 INPUT Q
32 DISP "S0";
33 INPUT S0
34 DISP "X9";
35 INPUT X9
36 DISP "L4";
37 INPUT L4
38 GOTO 117
42 FOR Q=1 TO 4 STEP 1
50 GOSUB 65
52 PRINT
55 NEXT Q
60 END
65 FOR S0=0.0001 TO 0.0005 STEP 0.0004
70 GOSUB 95
75 PRINT
80 NEXT S0
85 RETURN
86 FOR S0=0.001 TO 0.005 STEP 0.004
```

PROGRAMA " METODO DE EINSTEIN"

```
87 GOSUB 95
88 PRINT
89 NEXT S0
90 RETURN
95 FOR X9=1 TO 4 STEP 1
100 B4=1
105 FOR J=1 TO 6
107 L4=B[J]
109 GOSUB 117
110 B4=B4+1
111 NEXT J
113 RESTORE
114 PRINT
115 NEXT X9
116 RETURN
117 L5=L4/1000
119 B=1
120 FOR T=1 TO 10
121 READ Z9
122 V[B]=L5*X9↑Z9
123 B=B+1
124 NEXT T
125 RESTORE
127 GOSUB 131
128 RETURN
130 DATA -1.645,-1.036,-0.674,-0.385,-0.125,0.125,0.385,0.674,1.036,1.645
131 B7=0.000001
132 Z6=0.895
133 D=(L5*EXP(0.5*LOGX9))
134 D8=(L5*(X9↑Z6))
135 N0=((G0-G1)/G1)
136 K9=SQR(0.6667+((36*B7↑2)/(9.81*L5↑3*N0)))-SQR((36*B7↑2)/(9.81*L5↑3*N0)
137 W=(K9*SQR(N0*9.81*D))
139 Q9=(Q*(D8↑0.634*((G0-G1)↑0.456)))
140 Q8=(7.58*W*S0↑0.456*((G1)↑0.156))
142 R0=(Q9/Q8)↑(1/1.634)
145 T0=((G1*R0*S0)/((G0-G1)*D8))
147 IF (1/S0) >= (903*T0↑0.538) THEN 200
149 Q7=(Q*(D8↑0.644)*((G0-G1)↑0.352))
151 Q6=(7.52*G1↑0.352*S0↑0.352*W)
153 R0=(Q7/Q6)↑(1/1.634)
155 T0=((G1*R0*S0)/((G0-G1)*D8))
157 IF (1/S0) <= (891*T0↑0.618) THEN 200
200 DISP " METODO DE EINSTEIN"
203 D6=V[7]
204 D3=V[4]
210 R1=R0
220 R2=0
230 R=(R1+R2)/2
240 U5=SQR(9.81*R*S0)
250 D0=11.6*0.000001/U5
260 K=D6/D0
270 IF K <= 0.137 THEN 740
280 IF K >= 100 THEN 760
290 K[1]=0.137
300 K[2]=0.4
```

```
310 K[3]=0.5
320 K[4]=0.6
330 K[5]=0.7
340 K[6]=0.8
350 K[7]=0.9
360 K[8]=1
370 K[9]=1.15
380 K[10]=1.3
390 K[11]=1.4
400 K[12]=1.7
410 K[13]=2.35
420 K[14]=3
430 K[15]=4
440 K[16]=5
450 K[17]=6
460 K[18]=7
470 K[19]=8
480 K[20]=9
490 K[21]=10
500 K[22]=100
510 X[1]=0.4
520 X[2]=1.25
530 X[3]=1.402
540 X[4]=1.494
550 X[5]=1.56
560 X[6]=1.59
570 X[7]=1.61
580 X[8]=1.618
590 X[9]=1.613
600 X[10]=1.6
610 X[11]=1.565
620 X[12]=1.5
630 X[13]=1.[illegible]
640 X[14]=1.165
650 X[15]=1.105
660 X[16]=1.055
670 X[17]=1.03
680 X[18]=1.02
690 X[19]=1.012
700 X[20]=1.006
710 X[21]=1
720 X[22]=1
730 GOTO 780
740 X=0.4
750 GOTO 780
760 X=1
770 GOTO 780
780 FOR I=2 TO 22
790 IF K <= K[I] THEN 810
800 NEXT I
810 X1=LGT(K[I])-LGT(K[I-1])
820 X2=LGT(K)-LGT(K[I-1])
830 X=((X[I]-X[I-1])/X1)*X2+X[I-1]
840 U=5.75*U5*LGT(12.27*R*X/D6)
850 P3=((G0-1000)/1000)*D3/(R*S0)
860 IF P3 <= 0.472 THEN 1090
```

PROGRAMA "METODO DE EINSTEIN"

```
870 IF P3 >= 40 THEN 1110
880 P[1]=0.472
890 P[2]=0.8
900 P[3]=0.9
910 P[4]=1.3
920 P[5]=2
930 P[6]=3
940 P[7]=4
950 P[8]=6
960 P[9]=10
970 P[10]=40
980 U[1]=100
990 U[2]=49
1000 U[3]=43
1010 U[4]=30
1020 U[5]=20
1030 U[6]=16.5
1040 U[7]=13.1
1050 U[8]=10.7
1060 U[9]=8.5
1070 U[10]=5.1
1080 GOTO 1130
1090 U0=100
1100 GOTO 1180
1110 U0=5.1
1120 GOTO 1180
1130 FOR I=2 TO 10
1140 IF P3 <= P[I] THEN 1160
1150 NEXT I
1160 U1=((LGT(U[I])-LGT(U[I-1]))/(LGT(P[I])-LGT(P[I-1])))*(LGT(P3)-LGT(P[I-1]))
1170 U0=10↑(LGT(U[I-1])+U1)
1180 U2=U/U0
1190 R3=(U2↑2)/(9.81*50)
1200 IF ABS(R0-R-R3)<0.001 THEN 1320
1210 IF R0 <= R+R3 THEN 1240
1220 R2=R
1230 GOTO 230
1240 R1=R
1250 GOTO 230
1320 IF K <= 0.3 THEN 1630
1330 IF K >= 5 THEN 1650
1340 L[1]=0.3
1350 L[2]=0.65
1360 L[3]=0.75
1370 L[4]=0.8
1380 L[5]=0.9
1390 L[6]=1
1400 L[7]=1.12
1410 L[8]=1.3
1420 L[9]=1.45
1430 L[10]=1.7
1440 L[11]=2
1450 L[12]=2.5
1460 L[13]=3
1470 L[14]=5
1480 Y[1]=0.35
```

Anexo 2.2

```
1490 Y[2]=0.6
1500 Y[3]=0.7
1510 Y[4]=0.74
1520 Y[5]=0.8
1530 Y[6]=0.82
1540 Y[7]=0.83
1550 Y[9]=0.915
1560 Y[9]=0.79
1570 Y[10]=0.7
1580 Y[11]=0.6
1590 Y[12]=0.56
1600 Y[13]=0.52
1610 Y[14]=0.52
1620 GOTO 1670
1630 Y0=0.25
1640 GOTO 1720
1650 Y0=0.52
1660 GOTO 1720
1670 FOR I=2 TO 14
1680 IF K <= L[I] THEN 1700
1690 NEXT I
1700 Y1=((LGT(Y[I])-LGT(Y[I-1]))/(LGT(L[I])-LGT(L[I-1])))*(LGT(K)-LGT(L[I-1]))
1710 Y0=10↑(LGT(Y[I-1])+Y1)
1720 DISP " TIRANTE DE LA SECCION";
1730 T0=R0
1740 D1=D6/N
1750 IF D1 >= 1.39*D0 THEN 1780
1760 X5=1.39*D0
1770 GOTO 1790
1780 X5=0.77*D1
1790 B0=LGT(10.6*X5/D1)
1800 DISP " NUMERO INTERVALOS SELECCIONADOS";
1810 N=10
1820 G9=H9=I9=0
1825 S=1
1830 FOR I=1 TO N
1840 DISP "DIAMETRO C M DE INTERVALO";
1850 D8=V[B]
1870 D7=D8/3.5
1880 IF D7 <= 0.1 THEN 2110
1890 IF D7 >= 1.5 THEN 2130
1900 E[1]=0.1
1910 E[2]=0.3
1920 E[3]=0.6
1930 E[4]=0.65
1940 E[5]=0.7
1950 E[6]=0.8
1960 E[7]=0.9
1970 E[8]=1
1980 E[9]=1.194
1990 E[10]=1.5
2000 C[1]=160
2010 C[2]=14.5
2020 C[3]=2.27
2030 C[4]=2
2040 C[5]=1.72
```

102 PROGRAMA " METODO DE EINSTEIN"

```
2050 C[6]=1.5
2060 C[7]=1.33
2070 C[8]=1.2
2080 C[9]=1.11
2090 C[10]=1
2100 GOTO 2150
2110 C=160
2120 GOTO 2200
2130 C=1
2140 GOTO 2200
2150 FOR M=2 TO 10
2160 IF D7 <= E[M] THEN 2180
2170 NEXT M
2180 C1=((LGT(C[M-1])-LGT(C[M]))/(LGT(E[M])-LGT(E[M-1])))*(LGT(E[M])-LGT(D7))
2190 C=10↑(LGT(C[M])+C1)
2200 F1=((G0-1000)/1000)÷(D8/(R*S0))
2210 P2=C*Y0*P1*(LGT(10.6)/B0)↑2
2220 REM EMPIEZA GRAFICA DE PSI CONTRA FI
2230 IF P2 <= 0.06 THEN 2500
2240 IF P2 >= 27 THEN 2520
2250 R[1]=27
2260 R[2]=23.5
2270 R[3]=21
2280 R[4]=18
2290 R[5]=10
2300 R[6]=6
2310 R[7]=3.9
2320 R[8]=1.9
2330 R[9]=0.72
2340 R[10]=0.37
2350 R[11]=0.1
2360 R[12]=0.06
2370 F[1]=0.0001
2380 F[2]=0.001
2390 F[3]=0.003
2400 F[4]=0.01
2410 F[5]=0.1
2420 F[6]=0.4
2430 F[7]=1
2440 F[8]=3
2450 F[9]=10
2460 F[10]=20
2470 F[11]=72
2480 F[12]=100
2490 GOTO 2540
2500 F0=100
2510 GOTO 2590
2520 F0=0.0001
2530 GOTO 2590
2540 FOR M=1 TO 11
2550 IF P2 <= R[M] AND P2>R[M+1] THEN 2570
2560 NEXT M
2570 F1=((LGT(F[M+1])-LGT(F[M]))/(LGT(R[M+1])-LGT(R[M])))*(LGT(P2)-LGT(R[M+1]))
2580 F0=10↑(LGT(F[M+1])+F1)
2590 DISP "PORCENTAJE DE LA FRANJA 1B"
2600 F0=0.1
```

```
2610 G[I]=F0+G0+9.81↑0.5+D8↑1.5+((G0-1000)/1000)↑0.5*P0
2620 P=2.3*LGT(30.2*T0/D1)
2630 O=(36*(0.000001.[illegible]((D8↑2 [illegible] .01*((G0-1000)/1200))
2640 F9=SQR((2/3)+O)-SQR(O)
2650 U=F9*(SQR(((G0-1000)/1000)*9.81*D8))
2660 Z=2.5*W/U5
2665 A=2*D8/T0
2670 IF Z >= 5 THEN 2718
2671 IF X9=1 THEN 2673
2672 IF X9>1 THEN 2675
2673 IF I=1 THEN 2675
2674 GOTO 2704
2675 DISP "Z=";Z;"A=";A
2677 IF A <= 0.00009 THEN 2681
2678 IF A <= 0.0009 THEN 2683
2679 IF A <= 0.009 THEN 2685
2680 IF A <= 0.09 THEN 2687
2681 A1=A*100000
2682 GOTO 2691
2683 A1=A*10000
2684 GOTO 2691
2685 A1=A*1000
2686 GOTO 2691
2687 A1=A*100
2691 FOR N=1 TO 2
2692 D4=1.074*LOG(A1)
2693 DISP D4,Z,A
2694 STOP
2695 DISP "D5";
2696 INPUT D5
2697 P[N]=EXP(D5/1.074)
2698 DISP P[N]
2700 STOP
2702 NEXT N
2704 DISP "I1";"I2";
2705 INPUT I1,I2
2706 GOTO 2720
2718 I1=0.054
2719 I2=-0.562
2720 H[I]=G[I]*(P*I1-I2)
2730 I[I]=G[I]*(1+P*I1-I2)
2740 G9=G9+G[I]
2750 H9=H9+H[I]
2760 I9=I9+I[I]
2765 B=B+1
2770 NEXT I
2776 WRITE (15,2777)L5,X9,S0,Q,G9/G0,I9/G0,Q/(I9/G0)
2777 FORMAT 3E10.2,1F7.3,3E14.4
2778 IF O1=1 THEN 30
2794 RETURN
```

Anexo 3.1

3.1.1 Eficiencia de la Potencia (e_b) para el transporte por el fondo.

Bagnold considera que el arrastre de sedimentos por el fondo del lecho se rea_ liza en forma de capas y que al incrementarse la velocidad de la fase líquida se produce una fuerza tractiva (t) en el lecho, que es capaz de producir el movimiento de las partículas sólidas. También se desarrolla una fuerza - - resistente (T) en forma de fricción que se opone al movimiento de las - - capas.

Para obtener el valor de "e_b" Bagnold lo realiza en tres aproximaciones, -- que se explican a continuación:

1a. Aproximación. Se considera que la frontera móvil de flujo granular es - una capa continua, como se ilustra en la figura 1.A (Anexo 3.1). La veloci_ dad media del flujo $(\bar{v})$, con relación a su frontera es $\bar{v} - \mu_c$, en donde -- μ_c es la velocidad de transporte en la frontera.

La expresión general de la fuerza tractiva en función de la velocidad de la -- fase líquida experimentalmente está dada por:

$$t = a\,(\bar{v} - \mu_c)^n \qquad (3.1.1)$$

en donde $n = 2$ si el flujo es turbulento y $n = 1$ para flujo laminar.

Si el espesor de la capa es despreciable en comparación con el tirante - - $(T = t)$, el porcentaje de trabajo realizado está dado por:

$$T\,\mu_c = t\,\mu_c = a\,\mu_c\,(\bar{v} - \mu_c)^n \qquad (3.1.2)$$

Bagnold obtiene un valor máximo experimental de la ec. anterior cuando:

$$\mu_c = \frac{\bar{v}}{(1 + n)}$$

y la eficiencia máxima en el transporte se obtiene:

$$e_c = \frac{T\,\mu_c}{t\,\bar{v}} = \frac{1}{(1 + n)} \qquad (3.1.3)$$

e_c toma los valores de $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$ para flujo turbulento y laminar respectivamente.

Los valores anteriores no se afectan al reemplazar a la capa por un número de capas superpuestas cuyas partículas sólidas están en contacto unas con otras, debido a que el espesor total sigue siendo despreciable en comparación con el tirante del flujo.

Si cada una de las capas superpuestas tiene un espesor no especificado (P) - proporcional al número de partículas sólidas que son representativas de cada una, la fuerza tractiva de cada capa (P_k) con una velocidad μ_k es:

$$\frac{t \; P_k}{\Sigma \; P}$$

y el porcentaje de trabajo total es:

$$t \; \frac{\Sigma(P_k \;\; \mu_k)}{\Sigma \;\; P} \;=\; t \; \bar{\mu}$$

2a. Aproximación. Bagnold en esta segunda aproximación, toma en cuenta la - diferencia esencial entre la condición de una capa continua como frontera del flujo y la condición de una frontera formada de sólidos dispersos, como se -- muestra en la figura 1.B (Anexo 3.1). La diferencia consiste en el hecho de que la fuerza tractiva (t) es aplicada directamente a una frontera continua y la aplicación de la misma fuerza a una frontera granular dispersa, involu-- cra un movimiento relativo entre las partículas constitutivas y el flujo de - sus alrededores.

La transferencia de la fuerza tractiva del fluido a las partículas sólidas -- involucra una disipación de energía local. Esto, introduce un factor más de eficiencia (e_g) definido como:

$$e_g = \frac{\mu_b}{\bar{\mu}_c} = \frac{\text{velocidad de transporte de sólidos.}}{\text{velocidad del fluido en la frontera.}}$$

por lo tanto la eficiencia del arrastre de fondo se obtiene:

./.

$$e_b = e_c \cdot e_g$$

La ley general del flujo en esta aproximación está dada experimentalmente por:

$$t = (\mu_c - \mu_b)^{n'}$$

en donde n' toma los valores de 1 ó 2 de acuerdo con el número de Reynolds $= \dfrac{(\mu_c - \mu_b)\, D}{\upsilon}$, $n' = 1$ para la región donde es válida la ley de Stokes y $n' = 2$ para partículas alargadas.

El porcentaje de trabajo toma un valor máximo cuando $\dfrac{\mu_b}{\mu_c} = e_g = \dfrac{1}{(1 + n')}$

El exponente n' para una diferencia de velocidades $(\mu_c - \mu_b)$ puede obtenerse de la pendiente de las curvas logarítmicas experimentales o por el coeficiente de arrastre contra el número de Reynolds. Si la pendiente es cualquier punto de la curva es "a" entonces $n' = 2\text{-}a$, de donde:

$$\mu_c = (\mu_c - \mu_b)\ \frac{n' + 1}{n'}$$

$$\mu_c = \frac{1}{3}\ \bar{v}$$

Para flujo turbulento, los valores de (e_b) y (e_g), se encuentran en un rango arbitrario correspondiente a los valores de la velocidad media "$\bar{v}$", como se observa en la figura (3.1) para diferentes diámetros (D) de las partículas.

La eficiencia del arrastre de fondo (e_b), varía de valores en un rango de 0.11 para partículas alargadas y velocidades de flujo grandes a 0.15 para partículas muy finas y velocidades de flujo pequeñas.

El porcentaje total de potencia usada en el transporte del arrastre de fondo, es igual al porcentaje de trabajo $e_b W + e_c \cdot e_g W$, más la potencia de disipación inefectiva $e_c W (1 - e_g)$ involucrada en la transferencia local de la fuerza tractiva del fluido a los sólidos.

La pérdida de potencia, atribuida al transporte del arrastre de fondo es: $e_c W = \frac{1}{3} W$, por lo que solamente $\frac{2}{3}$ de la potencia (W) permanecen disponibles para mantener el arrastre en suspensión. Esta segunda aproximación está restringida para condiciones en las cuales los sólidos del arrastre de fondo son suficientemente numerosos para crear una frontera efectiva entre el flujo de fluido que está sobre esa capa y el fondo fijo debajo de dicha capa.

3a. Aproximación. Bagnold considera que si el tirante del flujo se va reduciendo progresivamente, se llegará a un punto en el cual el espesor de la capa ya no será despreciable con respecto al tirante. Si se considera el caso extremo en que la superficie del agua coincida con la altura alcanzada por las partículas que están en saltación, como se ilustra en la figura 1.C (anexo 3.1), el concepto de la capa móvil se rompe completamente y "e_c" es aproximadamente igual a la unidad, y la eficiencia del arrastre de fondo (e_b) se incrementa con un factor de 3 aproximándose al valor de "e_g".

De lo anterior, para una potencia dada, el porcentaje de arrastre por el fondo será tres veces mayor que el real, de donde se ve la necesidad de tener tirantes de flujo adecuados.

3.1.2 Eficiencia de la potencia (e_s) para el transporte en suspensión.

Para obtener el valor de la eficiencia del arrastre en suspensión "e_s", -- Bagnold se basa en un concepto dinámico, es decir, hace una diferencia entre - la turbulencia isotrópica que no es capaz de ejercer ninguna fuerza de sustentación y la turbulencia dentro de una zona cercana a la frontera, en esta -- última turbulencia las partículas sólidas permanecen en un equilibrio vertical, debido a que la cantidad de movimiento ascendente de flujo turbulento es mayor que la cantidad de movimiento descendente. La zona de turbulencia isotrópica es la del cuerpo del flujo.

En virtud de que no se pueden medir los componentes de la velocidad, se --- considera que sus fluctuaciones son simétricas; pero en la interfase de las -- turbulencias y en la dirección normal a ésta el concepto de simetría no es -- válido, por lo que se tiene que la velocidad ascendente "ν_{as}" del flujo -- excede a la velocidad descendente "ν_{des}".

Se considera un volumen unitario representativo del flujo dentro de la interfase de turbulencias, y dentro de este volumen unitario existe una masa minoritaria $\rho\left(\frac{1}{2} - a\right)$ que se mueve con una velocidad ascendente "ν'_{as}" y la -- masa mayoritaria restante $\rho\left(\frac{1}{2} + a\right)$ que se mueve con una velocidad --- descendente "ν'_{des}" ver figura 2 (Anexo 3.1), la asimetría "a" es positiva. De la figura se observa que los elementos de la función momentum, son iguales para turbulencia isotrópica, mientras que para la turbulencia de la zona cercana a la frontera son diferentes.

El momentum normal total debe ser cero:

$$\frac{\nu'_{des}}{\nu'_{as}} = \frac{1 - 2a}{1 + 2a}$$

pero el término del momento estático en la interfase por unidad de área, es - mayor en el sentido ascendente y cuyo resultado es un momentum unidireccional "f" ascendente hacia el cuerpo del flujo de magnitud:

$$f = \varrho\, \nu'^2_{as} \left(\frac{1 - 2a}{2} \right) - \varrho\, \nu'^2_{des} \left(\frac{1 + 2a}{2} \right)$$

$$f = \varrho\, \nu'^2_{as} \cdot 2a \cdot \frac{1 - 2a}{1 + 2a} \qquad (3.1.4)$$

que es equilibrado por un exceso de presión estática media en la frontera.

La turbulencia en la zona de la frontera es el resultado de una inestabilidad general en el flujo.

Si la velocidad ν'_{as} está determinada por la fuerza tractiva "t", entonces, para una "t" dada el momentum "f" toma un valor máximo cuando la asimetría toma el valor de "a" $= \frac{1}{2} (\sqrt{2} - 1) = 0.207$ que Bagnold obtiene -- experimentalmente, para la interfase de turbulencias.

La ec. (3.1.4), puede expresarse en términos de la velocidad total media - - "$\bar{\nu}'$" al sumar:

$$\bar{\nu}'^2 = \nu'^2_{as} \frac{1 - 2a}{2} + \nu'^2_{des} \frac{1 + 2a}{2} = \nu'^2_{as} \frac{1 - 2a}{1 + 2a} \qquad (3.1.5)$$

de donde:

$$f = 2a\, \rho\, \bar{v}'^2 = 0.414\, \rho\, \bar{v}'^2$$

en donde $\bar{v}'$ varía de cero en la frontera a un máximo y luego decrece progresivamente al incrementarse la distancia de la frontera.

Bagnold considera que la relación $\frac{\bar{v}'_{max}}{\mu_*} \doteq 1$; por lo que el momentum en la interfase de las turbulencias es:

$$f = 0.414\, \rho\, \bar{v}'^2_{max} \doteq 0.414\ t.$$

Si la velocidad del intercambio de la cantidad de movimiento "f" es $\sqrt{\frac{f}{\rho}}$; el abastecimiento de la potencia de sustentación del cuerpo del flujo está dado por:

$$f \sqrt{\frac{f}{\rho}} = (2a)^{\frac{3}{2}}\, \rho\, \bar{v}'^3 = 0.266\, \rho\, \bar{v}'^3_{max} \qquad (3.1.6)$$

La ecuación (3.1.6) falta expresarla en función de la potencia total disponible $W = t\,\bar{v}$; se ha visto que la relación $\frac{\bar{v}_{max}}{\mu_*}$ varía de acuerdo con el número de Reynolds del flujo y toma un valor de 1.00 para $R = 3 \times 10^4$ y de 1.1 para $R = 3 \times 10^5$ si a la relación anterior se le denomina "b" y al coeficiente de flujo $\frac{\bar{v}}{\mu_*}$ se le llama "c", la eficiencia e_s se obtiene como la relación de la potencia utilizada en la sustentación a la potencia total disponible:

$$e_s = \frac{f \sqrt{\frac{f}{\rho}}}{t\,\bar{v}} = \frac{0.266\, b^3}{c} \qquad (3.1.7)$$

Para velocidades de flujo del mismo orden, "b" aumenta al incrementarse el tirante y como "c" aumenta de la misma manera; la relación $\frac{b^3}{c}$ permanece constante para un amplio rango de condiciones.

De condiciones en canales experimentales tomadas como estándar, ya que cubren aproximadamente los mismos rangos experimentales de R, "b" toma un valor de 1.03 y "c" varía entre 16 y 20 adoptándose el valor medio de $c = 18$, por lo que la ecuación (3.1.7) toma la forma siguiente:

$$e_s = \frac{0.266 \times 1.1}{18} = 0.016 \qquad (3.1.8)$$

Debido a ciertas incertidumbres relacionadas con la rugosidad, Bagnold adopta un valor universal para "e_s" igual a 0.015.

El coeficiente de 0.01 que aparece en el segundo término de la ecuación (3.11) del capítulo 3 es el coeficiente teórico de la eficiencia del arrastre en suspensión (e_s) de 0.015, reducido por la pérdida de potencia, disipada en el arrastre de fondo:

$$0.015 \times \frac{2}{3} = 0.01 \qquad (3.1.9)$$

3.1.3 Coeficiente de fricción (Tan α).

Cuando la fuerza tractiva del fluido es transferida a los sólidos móviles del arrastre de fondo, se cumple la condición de frontera. El grado crítico del arrastre de fondo se define por el valor crítico de la fuerza tractiva (t).

Una primera estimación de este valor crítico se obtiene de la siguiente forma; la capa estacionaria granular más alta del lecho forma una coraza a la capa siguiente inferior. El acorazamiento persiste si la capa superior en su totalidad es puesta en movimiento como arrastre de fondo sobre la capa inmediata inferior, la cual ahora se convierte en la capa estacionaria granu--

./.

lar más alta. El peso sumergido de la capa superior original, que ahora se encuentra en movimiento es:

$$(\rho_s - \rho) \; g \; D \cdot C_o$$

en donde:

ρ_s = densidad de la fase sólida.

ρ = densidad de la fase líquida.

g = aceleración debida a la gravedad.

D = diámetro medio de las partículas sólidas.

C_o = relación de vacios de la concentración igual a (1 - porosidad) y cuyo valor promedio varía entre 0.6 y 0.7.

La fuerza tractiva requerida para mantener el movimiento es:

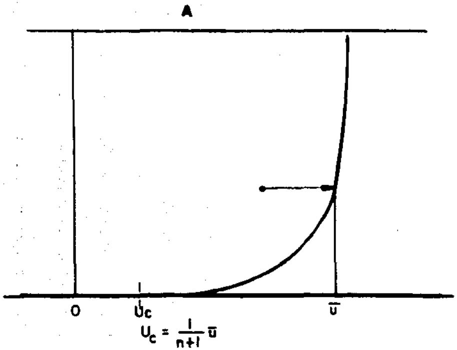
$$t = (\rho_s - \rho) \; g \; D \; C_o \; \tan \alpha \qquad (3.1.10)$$

si al término $\frac{t}{(\rho_s - \rho) \; g \; D}$ se le denomina como "θ", el rango crítico -- deberá ocurrir cuando:

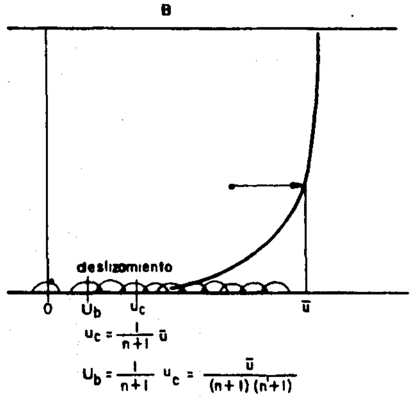
$$\theta = C_o \; \tan \alpha \qquad (3.1.11)$$

De experimentos, tan α, toma valores de 0.375 a 0.75, debido a las variaciones de viscosidad, masa y tamaño de las partículas sólidas.

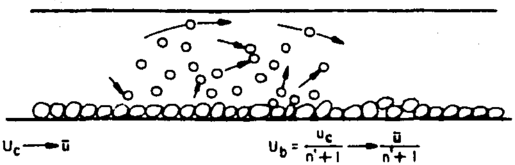
El rango estimado de θ es de 0.5 para partículas menores de 0.3 mm a 0.25 - para partículas mayores de 2.00 mm como se muestra en la figura (3.2). El - rango anterior está derivado de una relación básica que se muestra en la fig. (3).



A– Flujo en relación a una frontera continua



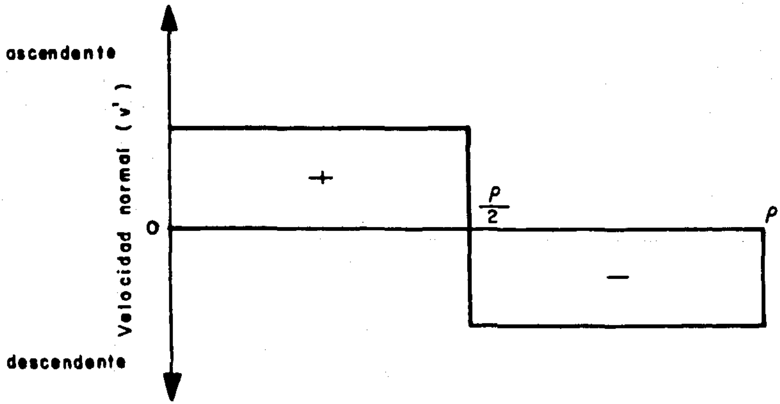
B– Flujo en relación a una frontera granular de espesor despreciable.



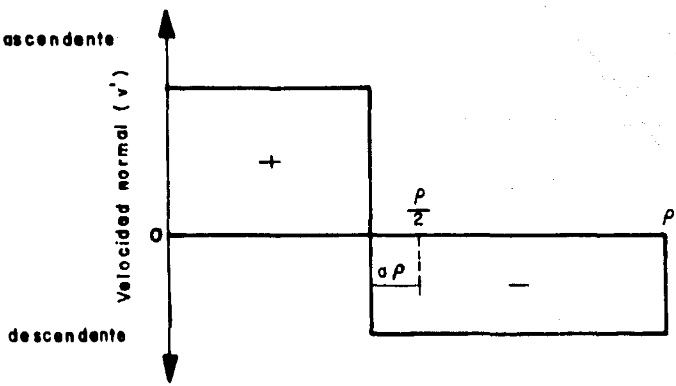
C– Efecto de tirantes inadecuado y espesores de la capa de frontera considerables

FIG. 1 Flujo en relación a las fronteras moviles

Anexo 3.1



A).—Turbulencia isotropica, en donde las cantidades de movimiento ascendente y descendente son iguales así como los momentos estáticos.



B).—Turbulencia en una zona cercana a la frontera en donde por continuidad el gasto total representado por las zonas Positivas y negativas son iguales no así los momentos estaticos de lo que resulta un momentum ascendente.

FIG. 2 Tipos de turbulencias, según Bagnold (1966).

Anexo 3.1

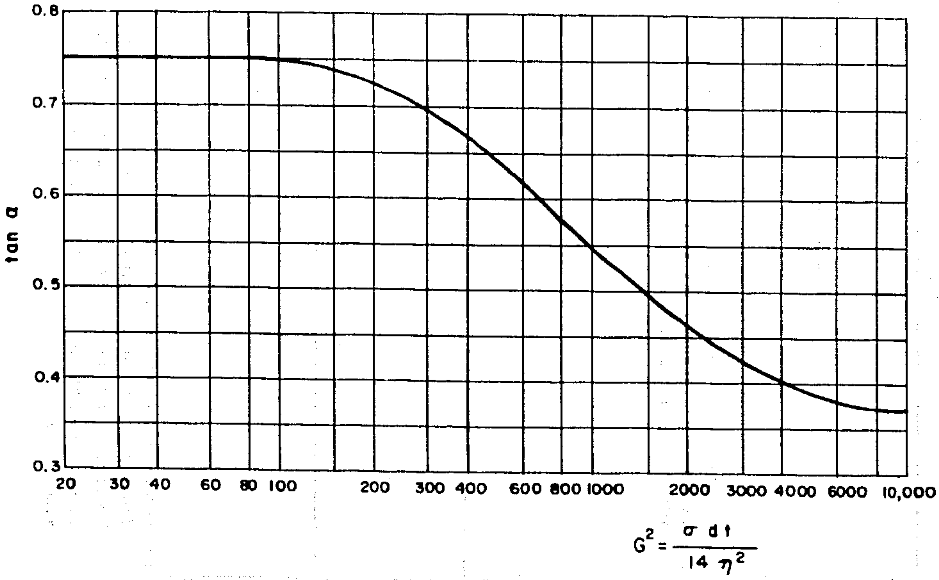


FIG. 3 **Valores del coeficiente "Tan α" en términos del criterio de Reynolds.**

Anexo 3.1

Anexo 3.2

CODIFICACION DEL METODO DE BAGNOLD

```
10 DIM A$[10],T$[10],B$[10]
20 DISP "METODO DE BAGNOLD"
30 WAIT 500
40 PRINT TAB25"METODO DE BAGNOLD"
50 PRINT
60 PRINT
70 PRINT TAB11,"(DATOS OBTENIDOS POR EL CRITERIO DE MAZA-CRUICKSHANK)"
80 U0=0.000001
90 G0=2650
100 G1=1000
110 DISP "02=1 PARA UN DATO     02=2 PARA VARIOS DATOS";
120 INPUT 02
130 IF 02=1 THEN 410
140 IF 02=2 THEN 150
150 FOR Q=1 TO 4 STEP 1
160 GOSUB 200
170 PRINT
180 NEXT Q
190 END
200 FOR S0=0.0001 TO 0.0005 STEP 0.0004
210 GOSUB 290
220 PRINT
230 NEXT S0
240 FOR S0=0.001 TO 0.005 STEP 0.004
250 GOSUB 290
260 PRINT
270 NEXT S0
280 RETURN
290 FOR X9=1 TO 4 STEP 1
300 X8=1
310 FOR N6=1 TO 6
320 READ L4
330 GOSUB 490
340 X8=X8+1
350 NEXT N6
360 RESTORE
370 PRINT
380 NEXT X9
390 RETURN
400 DATA 0.2,0.5,1,5,10,20
410 DISP "Q";
420 INPUT Q
430 DISP "S0";
440 INPUT S0
450 DISP "X9";
```

PROGRAMA "METODO DE BAGNOLD"

```
460 INPUT X9
470 DISP "L4";
480 INPUT L4
490 L5=L4/1000
500 Z9=0.895
510 D=(L5*EXP(0.5*LOG(Z9)))
520 D8=(L5*(X9↑Z9))
530 H0=((G0-G1)/G1)
540 F1=(SQR(0.6667+(36*U0↑2)/(9.81*L5↑3*H0)))-(SQR(36*U0↑2/(9.81*L5↑3*H0)))
550 U=(F1*SQR(H0*9.81*L5))
560 Q9=(Q*(D8↑0.624)*((G0-G1)↑0.456))
570 Q8=(7.58*U*S0↑0.456*((G1)↑0.456))
580 R0=((Q9/Q8)↑(1/1.634))
590 T0=((G1*R0*S0)/((G0-G1)*D8))
600 IF 1/S0 >= (903*T0↑0.538) THEN 660
610 Q7=(Q*(D8↑0.644)*((G0-G1)↑0.352))
620 Q6=(U*7.52*((G1)↑0.352)*(S0↑0.352))
630 R0=((Q7/Q6)↑(1/1.344))
640 T0=((G1*R0*S0)/((G0-G1)*D8))
650 IF (1/S0) <= (891*T0↑0.618) THEN 660
660 V1=Q/R0
670 T[1]=0.03
680 T[2]=0.1
690 T[3]=0.3
700 T[4]=1
710 A[1]=0.1426
720 A[2]=0.1358
730 A[3]=0.12839
740 A[4]=0.11891
750 B[1]=-0.03647
760 B[2]=-0.03987
770 B[3]=-0.05394
780 B[4]=-0.0961
790 IF (D*1000) <= T[1] THEN 840
800 IF (D*1000) >= T[4] THEN 860
810 FOR I=2 TO 4
820 IF (D*1000) <= T[I] THEN 880
830 NEXT I
840 E=0.1426*V1↑(-0.03647)
850 GOTO 910
860 E=0.11891*V1↑(-0.0961)
870 GOTO 910
880 E2=A[I]*(V1↑B[I])
890 E1=A[I-1]*(V1↑B[I-1])
900 E=E1-(E1-E2)/(T[I]-T[I-1])*(D*1000-T[I-1])
910 T9=R0*S0/H0/L5
911 IF (D*1000)<0.3 THEN 1006
912 IF (D*1000)>2 THEN 1008
920 IF T9 >= 1 THEN 960
930 H=T9*10
940 D4=4.6*LOG(H)
950 GOTO 970
960 D4=4.6*LOG(T9)
970 DISP D4,T9,(D*1000);
```

Anexo 32

PROGRAMA " METODO DE BAGNOLD"

```
980 STOP
990 DISP "VALOR DE TAN ALFA";
1000 INPUT T2
1005 GOTO 1010
1006 T2=0.75
1007 GOTO 1010
1008 T2=0.375
1010 G0=G1*V1+S0+R0*(E/T2+0.01*(V1/W))
1020 G9=((G8*G1)/(G0-G1))
1030 Q3=G9/G0
1040 WRITE (15,1050)L5,X9,S0,R0,V1,Q,Q3,Q/Q3
1050 FORMAT E10.2,1X,F6.3,F8.4,1X,F6.3,2X,F6.3,2X,F6.3,2E14.4
1060 IF U2=1 THEN 410
1070 RETURN
```

Anexo 4.1

CODIFICACION DEL METODO DE LISCHTVAN–LEBEDIEV

```
1 DIM I$[600],D$[25],X$[25]
2 PRINT TAB27,"METODO DE LEBEDIEV"
3 PRINT
4 PRINT
5 PRINT TAB11,"(DATOS OBTENIDOS POR EL CRITERIO DE MAZA-CRUICKSHANK)"
6 PRINT
12 M=1
13 U6=0.000001
14 G0=2650
15 G1=1000
21 DISP "Q2=1PARA UN DATO    Q2=2 PARA VARIOS DATOS ";
22 INPUT Q2
23 IF Q2=1 THEN 250
24 IF Q2=2 THEN 25
25 FOR Q=1 TO 4 STEP 1
45 GOSUB 65
46 PRINT
50 NEXT Q
60 END
65 FOR S0=0.0001 TO 0.0005 STEP 0.0004
70 GOSUB 100
72 PRINT
75 NEXT S0
80 FOR S0=0.001 TO 0.005 STEP 0.004
85 GOSUB 100
86 PRINT
90 NEXT S0
95 RETURN
100 FOR X9=1 TO 4 STEP 1
103 B=1
105 FOR T=1 TO 6
107 READ L4
108 GOSUB 993
109 B=B+1
110 NEXT T
111 RESTORE
112 PRINT
113 NEXT X9
114 RETURN
115 DATA 0.2,0.5,1,5,10,20
250 DISP "Q",
255 INPUT Q
260 DISP "S0";
265 INPUT S0
270 DISP "X9";
275 INPUT X9
```

PROGRAMA "METODO DE LISCHTVAN – LEBEDIEV"

```
290 DISP "L4";
295 INPUT L4
993 L5=L4/1000
994 Z9=0.895
995 D=(L5*EXP(0.5*LOGX9))
996 D0=L5*X9↑Z9
997 N0=((G0-G1)/G1)
998 F1=SQR(0.6666+((36*U0↑2)/(9.81*L5↑3*N0)))-SQR((36*U0↑2)/(9.81*L5↑3*N0).
999 W=(F1*SQR(N0*9.81*L5))
1000 Q9=(Q*(D8↑0.634*((G0-G1)↑0.456)))
1001 D8=(7.58*W*S0↑0.456*((G1)↑0.456))
1002 R0=((Q9/Q8)↑(1/1.634))
1003 T0=((G1*R0*S0)/((G0-G1)*D8))
1004 IF (1/S0) >= (900*T0↑0.598) THEN 1010
1005 Q7=(Q*(D8↑0.644)*((G0-G1)↑0.352))
1006 Q6=(W*7.52*((G1)↑0.352)*(S0↑0.352))
1007 R0=((Q7/Q6)↑(1/1.644))
1008 T0=((G1*R0*S0)/((G0-G1)*D8))
1009 IF (1/S0) <= (891*T0↑0.618) THEN 1015
1010 K9=((D8↑0.634)*(((G0-G1)/G1))↑0.456)
1011 K8=7.58*W
1012 K6=K9/K8
1013 Z=(1/K6)*S0↑0.5
1014 GOTO 1019
1015 K5=((D8↑0.644)*(((G0-G1)/G1))↑0.352)
1016 K4=7.52*W
1017 K3=K5/K4
1018 Z=(1/K3)*S0↑0.5
1019 GOSUB 3000
1020 H0=((Z*R0↑1.6667)/(0.68*M*D↑0.28))↑(1/(1+X))
1021 S=(H0-R0)
1022 V1=Q/R0
1023 WRITE (15,1024)L5,X9,S0,R0,V1,Q,S
1024 FORMAT E10.2,F7.3,E10.2,F9.3,3E14.4
1025 IF Q2=1 THEN 250
1027 RETURN
3000 IF D <= 0.00005 THEN 3070
3010 IF D >= 1 THEN 3090
3011 D[1]=0.00005
3012 D[2]=0.00015
3013 D[3]=0.0005
3014 D[4]=0.001
3015 D[5]=0.0015
3016 D[6]=0.0025
3017 D[7]=0.004
3018 D[8]=0.006
3019 D[9]=0.008
3020 D[10]=0.01
3021 D[11]=0.015
3022 D[12]=0.02
3023 D[13]=0.025
3024 D[14]=0.04
3025 D[15]=0.06
3026 D[16]=0.09
3027 D[17]=0.14
3028 D[18]=0.19
```

Anexo 4.1

```
3029 D[19]=0.25
3030 D[20]=0.31
3031 D[21]=0.37
3032 D[22]=0.45
3033 D[23]=0.57
3034 D[24]=0.75
3035 D[25]=1
3036 X[1]=0.43
3037 X[2]=0.42
3038 X[3]=0.41
3039 X[4]=0.4
3040 X[5]=0.39
3041 X[6]=0.38
3042 X[7]=0.37
3043 X[8]=0.36
3044 X[9]=0.35
3045 X[10]=0.34
3046 X[11]=0.33
3047 X[12]=0.32
3048 X[13]=0.31
3049 X[14]=0.3
3050 X[15]=0.29
3051 X[16]=0.28
3052 X[17]=0.27
3053 X[18]=0.26
3054 X[19]=0.25
3055 X[20]=0.24
3056 X[21]=0.23
3057 X[22]=0.22
3058 X[23]=0.21
3059 X[24]=0.2
3060 X[25]=0.19
3065 GOTO 3110
3070 X=0.43
3080 RETURN
3100 RETURN
3110 FOR I=2 TO 24
3120 IF D[I] >= D THEN 3140
3130 NEXT I
3140 D1=(D[I]-D[I-1])
3145 D2=(D-D[I-1])
3150 X=(X[I-1]-(((X[I-1]-X[I])/D1)*D2))
3160 RETURN
```

Anexo 5.1

CODIFICACION DEL METODO DE LAURSEN

PROGRAMA " METODO DE LAURSEN"


```
47 T[2]=0.01
48 T[3]=0.02
49 T[4]=0.024
50 T[5]=0.029
51 T[6]=0.04
52 T[7]=0.07
53 T[8]=0.7
59 DISP "METODO DE LAURSEN"
60 PRINT TAB27,"METODO DE LAURSEN"
70 PRINT
80 PRINT
90 PRINT TAB11;"(DATOS OBTENIDOS POR EL CRITERIO DE MAZA-CRUICKSHANK)"
100 PRINT
110 PRINT
120 U0=0.000001
130 G0=2650
140 G1=1000
150 DISP "O2=1PARA UN DATO  O2=2PARA VARIOS DATOS";
160 INPUT O2
161 B[1]=0.2
162 B[2]=0.5
163 B[3]=1
170 B[4]=5
180 B[5]=10
190 B[6]=20
200 IF O2=1 THEN 570
210 IF O2=2 THEN 220
220 FOR O=1 TO 4 STEP 1
230 GOSUB 270
240 PRINT
250 NEXT O
260 END
270 FOR S0=0.0001 TO 0.0005 STEP 0.0004
280 GOSUB 360
290 PRINT
300 NEXT S0
310 FOR S0=0.001 TO 0.005 STEP 0.004
320 GOSUB 360
330 PRINT
340 NEXT S0
350 RETURN
360 FOR X9=1 TO 4 STEP 1
370 B4=1
380 FOR J=1 TO 6
390 L4=B[J]
400 GOSUB 480
410 B4=B4+1
420 NEXT J
430 RESTORE
440 PRINT
450 NEXT X9
460 RETURN
480 L5=L4/1000
490 A=1
500 FOR M5=1 TO 10
510 READ Z2
```

Anexo 5.1

```
520 V[A]=L5*X9↑Z2
530 A=A+1
540 NEXT M5
550 RESTORE
560 GOSUB 650
562 RETURN
565 DATA -1.645,-1.036,-0.674,-0.385,-0.125,0.125,0.385,0.674,1.036,1.645
570 DISP "Q";
580 INPUT Q
590 DISP "S0";
600 INPUT S0
610 DISP "X9";
620 INPUT X9
630 DISP "L4";
635 INPUT L4
640 L5=L4/1000
641 A=1
642 FOR M5=1 TO 10
643 READ Z2
644 V[A]=L5*X9↑Z2
645 A=A+1
646 NEXT M5
647 RESTORE
650 L5=L4/1000
660 Z9=0.895
670 D3=(L5*EXP(0.5-LOGX9))
680 D9=(L5*(X9↑Z9))
690 N0=((G0-G1)/G1)
700 F1=(SQR(0.6667+((36*U0↑2)/(9.81*L5↑3*N0)))-(SQR((36*U0↑2)/(9.81*L5↑3*N0)
710 W=(F1*SQR(N0*9.81*L5))
720 Q9=(Q*(D8↑0.634*((G0-G1)↑0.456)))
730 Q8=(7.58*W*(S0↑0.456)*((G1)↑0.456))
740 R0=((Q9/Q8)↑(1/1.634))
750 T5=((G1*R0*S0)/((G0-G1)*D8))
760 IF (1/S0) >= (903*T5↑0.530) THEN 820
770 Q7=(Q*(D9↑0.544)*((G0-G1)↑0.252))
780 Q6=(W*7.52*((G1)↑0.352)*(S0↑0.352))
790 R0=((Q7/Q6)↑(1/1.544))
800 T5=((G1*R0*S0)/((G0-G1)*D8))
810 IF (1/S0) <= (891*T5↑0.618) THEN 820
820 G8=0
825 N=10
830 FOR A=1 TO N
850 DISP "DIAMETRO DEL INTERVALO";A;
860 D7=V[A]
865 V1=Q/R0
870 DISP "PORCENTAJE DE LA FRANJA"
875 U8=SQR(9.81*R0*S0)
880 P[A]=0.1
890 Q=((36*(1E-06)↑2)/(D7↑3*9.81*((G0-G1)/G1)))
895 F0=SQR((2/3+Q)-SQR(Q))
896 W=F0*(SQR(((G0-1000)/1000)*9.81*D7))
900 E=U8/W
910 GOSUB 990
920 GOSUB 1120
930 T2=T/((G0-G1)*D7)
```

PROGRAMA "METODO DE LAURSEN"

```
940 T5=(1000*U↑2/(5G*9.81)*(L5/R8)↑(1.2))
950 L6=1000*U*(D7/R0)↑(7/6)*(T0/T-1)*F*P[A]
960 C2=C2+J0
970 NEXT A
980 GOTO 1290
990 REM GRAFICA DE LAURSEN
1000 IF R <= R[1] THEN 1050
1010 IF R >= R[10] THEN 1070
1020 FOR X=2 TO 10
1030 IF R <= R[X] THEN 1090
1040 NEXT X
1050 F=K[1]
1060 GOTO 1110
1070 F=K[10]
1080 GOTO 1110
1090 F7=((LGT(K[X])-LGT(K[X-1]))/(LGT(R[X])-LGT(R[X-1])))*(LGT(R)-LGT(R[X-1]))
1100 F=10↑(LGT(K[X-1])+F7)
1110 RETURN
1120 REM GRAFICA DEL METODO DE SHIELDS
1130 IF D7 >= 100 THEN 1180
1140 IF D7<6 THEN 1160
1150 GOTO 1220
1160 T=0.009*D7
1170 GOTO 1280
1180 T=10.5
1190 GOTO 1280
1200 T=0.015
1210 GOTO 1280
1220 IF D7 <= D[1] THEN 1200
1230 FOR X=2 TO 6
1240 IF D7 <= D[X] THEN 1260
1250 NEXT X
1260 T1=((LGT(T[X])-LGT(T[X-1]))/(LGT(D[X])-LGT(D[X-1])))*(LGT(D7)-LGT(D[X-1]))
1270 T=10↑(LGT(T[X-1])+T1)
1280 RETURN
1290 WRITE (15,1300)L5,X9,S0,P0,V1,U,G8,G0
1300 FORMAT E10.2,F7.2,E10.2,F9.3,3E14.4
1302 IF Q2=1 THEN 570
1305 RETURN
```

BIBLIOGRAFIA.

1) Einstein H. A., The Bed-Load Function for Sediment Transportation in -- Open Channel Flows. Technical Bulletin, U. S. Department of Agriculture No. 1026, 1950.

2) Bagnold R.A., 1966. An Approach to the Sediment Transport Problem from General Physics. Physiographic and Hydraulic Studies of Rivers.

3) Laursen E. M. The total Sediment Load of Streams. Journal of the -- Hydraulics Division, A. M. ASCE (Proc. Paper 1530).

4) Graf H. W., 1971. Hydraulics of Sediment Transport. Mc Graw-Hill.

5) Cruickshank C. y Maza J. A., 1973. Resistencia al Flujo en Canales con Cauces Arenosos. Revista S. R. H.

6) Maza J. A., Camargo J. y García M., 1976. Evaluación de Métodos para -- Determinar la Cantidad de Azolves en las Presas. Instituto de Ingeniería U. N. A. M. y S. R. H.

7) Maza J. A., 1968. Socavación en Cauces Naturales. Instituto de Ingeniería U. N. A. M. y S. O. P.