



67 78

UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTONOMA DE
MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DESARROLLO Y SIMULACION DEL MODELO

DEL MUSCULO ESQUELETICO

T E S I S

PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO MECANICO ELEC-
TRICISTA.

México, D. F., 1980.

MAJDUJANO WILDO ROBERTO FEDERICO



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

P R O L O G O

Le parecerá extraño al lector de esta tesis que un Ingeniero Mecánico Electricista se involucre en un tema tan poco familiar a él como lo es la Fisiología, sin embargo, lo "tan poco familiar" resulta tan cercano a nosotros como el comer o dormir.

El conocimiento de la naturaleza nos lleva al dominio de la misma, así, el conocimiento del hombre, nos ayuda al desarrollo del ser humano como parte de la naturaleza.

Al estudio de los seres vivos y los sistemas formados por ellos, desde el punto de vista de las ciencias exactas se le denomina Cibernética, y fue primeramente propuesta por Wiener en 1948 (47) y define a la cibernética como "La ciencia que estudia al ser viviente y a la máquina desde un mismo punto de vista".

El interés teórico por el estudio de los seres vivos por medio de las ciencias exactas da lugar a -

la nueva disciplina llamada Bioingeniería, la cual es por esencia y definición un campo interdisciplinario en el que se dan cita las herramientas y puntos de vista ingenieriles con las situaciones y problemas del mundo de los seres vivos.

El hombre con el avance tecnológico ha ido cerrando su campo de acción, "se ha especializado" olvidando quizá el objetivo verdadero de la ciencia: - "El conocimiento integral del universo".

Así pues, creo en la conveniencia de los sistemas interdisciplinarios, para un mejor desarrollo del hombre y una nueva y mejor relación con la naturaleza que nos abriga.

INDICE

	PAGINA
INTRODUCCION GENERAL.	1
CAPITULO I. BASES FISIOLÓGICAS Y ANATÓMICAS DEL MUSCULO ESQUELÉTICO.	4
CAPITULO II. MODELOS DE LOS FENÓMENOS QUE OCURREN EN LA ACTIVIDAD MUSCULAR.	37
CAPITULO III. MODELO GENERAL PROPUESTO.	80
CAPITULO IV. SIMULACION DEL COMPORTAMIENTO DEL MODELO PARA CONTRACCION ISOTÓNICA, ISOMÉTRICA Y ALARGAMIENTO.	104
CONCLUSIONES.	139
APÉNDICE.	147
A. LISTADO DEL PROGRAMA DE SIMULACION DE LA CONTRACCION ISOTÓNICA.	148
B. DIAGRAMA DE CONEXION DE LA COMPUTADORA ANALÓGICA PARA LA CONTRACCION ISOTÓNICA.	150
C. LISTADO DEL PROGRAMA DE LA CONDICION DE ALARGAMIENTO.	152
D. DIAGRAMA DE CONEXION DE LA COMPUTADORA ANALÓGICA PARA LA CONDICION DE ALARGAMIENTO.	154
E. LISTADO DEL PROGRAMA DE LA CONTRACCION ISOMÉTRICA, RESPUESTA IMPULSO, RESPUESTA TÉTANICA, RESPUESTA SUBTÉTANICA.	156

PAGINA

F. DIAGRAMA DE CONEXION DE LA COM---
PUTADORA ANALOGICA PARA LA CONTRA
CCION ISOMETRICA. 160

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS 162

INTRODUCCION GENERAL

INTRODUCCION

Todas las funciones físicas del organismo entrañan actividad muscular, entre ellas se encuentran movimientos esqueléticos, contracción cardiaca, contracción de los vasos sanguíneos, peristaltismo intestinal, y muchas más.

Estas actividades dependen de tres tipos distintos de músculos: estriado, liso y cardiaco. Todos éstos tienen ciertas características comunes, por ejemplo, la contracción es casi igual o quizá idéntica en todos ellos, aunque por otro lado difieren mucho en otras propiedades, como son la capacidad contráctil o reactiva, la duración de la contracción, y otras, para las cuales cada tipo de músculo está especialmente adaptado en función del trabajo que desempeña.

El músculo estriado esquelético es el responsable de la movilidad del cuerpo humano y es por esto el elemento de interacción ante el medio. En este trabajo se desarrollará un modelo que simule su comportamiento ante diferentes estímulos externos (condiciones de carga, alargamiento) y que proporcione una idea clara de los fenómenos que ocurren en la contracción muscular.

Para el desarrollo del modelo es necesario tener un conocimiento, al menos básico, de la anatomía y fisiología del músculo, de tal forma que se puedan fundamentar claramente las consideraciones y criterios tomados en el modelo.

Una vez hechas algunas consideraciones y seguido algunos criterios tomados de investigaciones y modelos anteriores del músculo, se pasará a la etapa de obtención de un modelo analógico mecánico, y de su análisis, realizar un modelo matemático.

Es fácil preveer que, como resultado del análisis matemático, se llegará a la obtención de un sistema de ecuaciones diferenciales al aplicar las leyes de la Dinámica; - este sistema podrá ser resuelto por el uso de computadoras, de allí que simularemos el modelo obtenido en computadora digital mediante el paquete DYNANO de la B6700 del Centro de Servicios de Cómputo del la Universidad Nacional. Además se propondrán los diagramas para la simulación en computadora - analógica EAI-180 del laboratorio de Control de la Facultad de Ingeniería de la misma institución.

El análisis matemático, así como los resultados - obtenidos en la simulación, proporcionarán nuevos criterios y consideraciones que podrán ser comparadas con los actuales modelos, y poder concluir respecto a la validez del modelo propuesto en este trabajo y mencionar posibles modificaciones al mismo en futuros modelos a desarrollar.

CAPITULO I

BASES FISIOLÓGICAS Y ANATÓMICAS
DEL MÚSCULO ESQUELÉTICO

INTRODUCCION

ANATOMIA

FISIOLOGIA

Para desarrollar un modelo del músculo, así como para el desarrollo de cualquier modelo, es necesario un estudio previo de la estructura y funcionamiento del sistema por simular.

El conocimiento de la estructura o anatomía y funcionamiento o fisiología del músculo constituyen las bases anatómicas y fisiológicas del modelo.

En el presente capítulo, trataremos sobre los aspectos anatómicos y fisiológicos, necesarios, para que en capítulos posteriores podamos referirnos a ellos en la fundamentación del modelo.

Los músculos esqueléticos están formados por fibras largas y delgadas (50 a 200 μ . de ancho) y de longitudes que van desde unos pocos milímetros, hasta 50 cm de largo. Dichas fibras están constituidas por tres componentes: proteínas contractiles o aparato miofibrilar, espacios interfibrilares y la membrana excitable, que cubre toda la fibra y es llamada sarcolema. (23). Estos componentes serán más ampliamente descritos en los párrafos siguientes.

a) Aparato Miofibrilar.

El aparato miofibrilar puede dividirse en pequeñas estructuras filiformes llamadas miofibrillas, que presentan la misma estructura que el aparato completo y se encuentran desde varios cientos a varios miles en una fibra muscular, una representación esquemática se presenta en la figura I.1.

En una vista longitudinal de una miofibrilla se observan a lo largo de ella bandas claras y oscuras llamadas isotrópicas y anisotrópicas respectivamente. Figura I.2. Al conjunto de dos bandas se le da el nombre de sarcómero y tiene una longitud aproximada de 2μ . Entre un sarcómero y otro se encuentran unas bandas finas o líneas llamadas Z. Figura I.3.

La banda anisotrópica (A), está formada por filamentos de miosina, y otros componentes protéicos (actina, tropomiosina y troponina, aunque en menor escala).

La otra banda, la isotrópica (I), está formada por filamentos de actina, tropomiosina y troponina, y es mucho más delgada que la otra banda. Figura I.3.

Cada miofibrilla contiene cerca de 1 500 filamentos de miosina y aproximadamente dos veces más de actina, las cuáles son en última instancia las responsables de la contracción.

Los filamentos de actina llegan a las líneas Z donde se dividen para continuar por la banda I e intercalarse con los

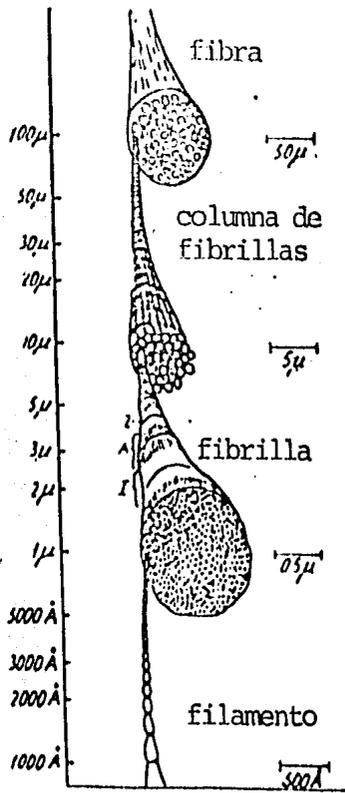


Figura I. 1.- Diagrama de extensión logarítmica de la estructura de una fibra muscular esquelética. (23).

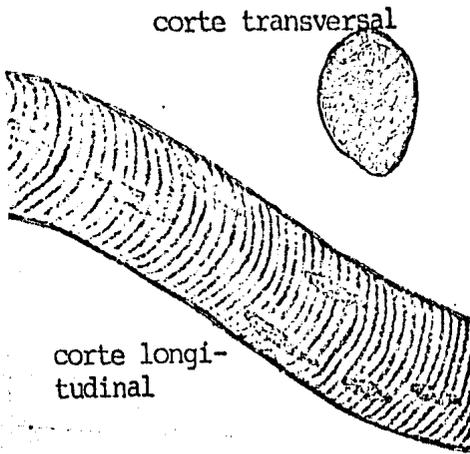


Figura I. 2. - Vista longitudinal y transversal de una fibra muscular esquelética. (13).

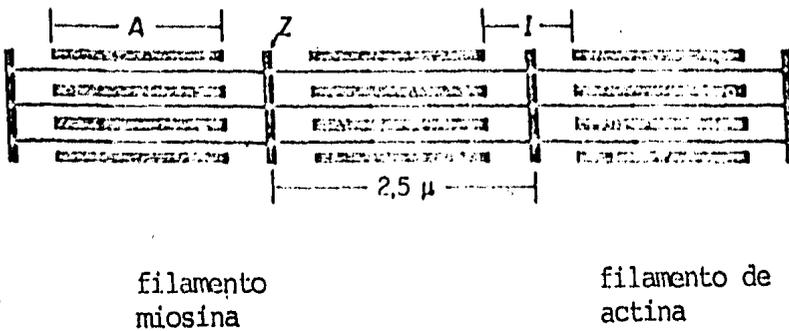


Figura I. 3.- Diagrama de la probable disposición de los filamentos dentro de una miofibrilla. (46).

filamentos de miosina en la banda A, encontrándose así con filamentos de actina del sarcómero adyacente. Figura I.3.

b) Espacios Interfibrilares.

En los espacios interfibrilares se encuentra una serie de estructuras conocidas como aparato sarcotubular o sistema de túbulos T, cuya función es proporcionar un medio adecuado para el intercambio iónico, como veremos más adelante, y permitir así el acomplamiento entre la excitación y la contracción. El aparato sarcotubular se encuentra más desarrollado, cuanto más rápida sea la contracción del músculo al que pertenece. (23).

c) El Sarcolema.

En el sarcolema se produce el proceso primario de depolarización que dá lugar a la contracción de la fibra. Esta membrana emite prolongaciones tubulares (que constituyen lo que hemos llamado anteriormente como aparato sarcotubular) hacia el interior de la miofibrilla, prolongaciones, a través de las cuales se transmite el proceso de depolarización.

d) Unidad Motora y Motoneurona.

Para hacer uso de la información sensorial, el sistema nervioso emplea mecanismos especiales para controlar los

músculos y algunas de las glándulas del cuerpo. Este sistema de "control" constituye las funciones motoras del sistema nervioso. Las neuronas que intervienen en estas funciones son llamadas motoneuronas.

Antes y después de ingresar en el músculo, el axón de cada motoneurona se ramifica gradualmente, inervando un número variable de fibras musculares. Figura I.4. Una motoneurona siempre inerva un promedio de 180 fibras musculares; con lo cual la estimulación de una fibra nerviosa causa la contracción de 180 fibras musculares a un tiempo. (13).

Claro está que el número de fibras musculares inervadas depende del músculo y sus funciones, pero al conjunto formado por la fibra nerviosa motora o motoneurona y las fibras musculares que inerva se le denomina Unidad Motora. Sea cual fuere el grado de inervación de la misma.

De esta manera "la unidad más pequeña de actividad muscular que ocurre normalmente es la contracción de una sola unidad motora", Figura I.4. (46), de tal forma que la respuesta normal del músculo esquelético se gradúa cuantitativamente en términos de unidades motoras.

Para aquellos músculos que requieren de un control muy fino en sus movimientos, sólo unas pocas fibras serán inervadas en cada unidad motora, lo cual significa que a una "rela

ción de inervación" pequeña, más preciso es el movimiento del músculo (5), como puede observarse en la tabla I.1. (6).

I.3 FISIOLOGIA

Los músculos esqueléticos están vinculados con los huesos por medio de tendones y actúan determinando desplazamientos en estos huesos, y a ellos se debe la movilidad de las distintas partes del cuerpo.

La contracción del músculo esquelético está íntegra y directamente controlada por la actividad refleja y voluntaria del sistema nervioso, dicha contracción es regulada por impulsos nerviosos transmitidos desde el cerebro.

"Así, el músculo esquelético es el elemento mediante el cual un organismo reacciona frente al medio ambiente".

La movilidad corporal implica la ejecución de tres tipos distintos de actividad: 1) la actividad del sistema nervioso central, tanto refleja como voluntaria, 2) la serie de fenómenos que intervienen desde el envío del impulso al nervio motor hasta el comienzo de la contracción, y 3) la contracción misma.

La primera actividad de la movilidad corporal depende de la red neuronal del organismo y es parte esencial del proceso de control del músculo, por lo que trataremos sobre

Tabla I. 1.- Tensión de contracción en músculos representativos
y promedios de tensión por unidad motora.

músculo	contracción total, tensión en gramos		unidades motoras	unidad motora, tensión en gramos	
	simple	Tetánica		simple	Tetánica
Gastrocnemio	25000	9080	393	6.4	23.1
Sóleo	580	2230	233	2.48	9.57
Semitendinoso	1020	3310	549	1.8	6.02
Extensor	710	2010	247	2.8	8.1
Crural	690	2600	256	2.7	10.2

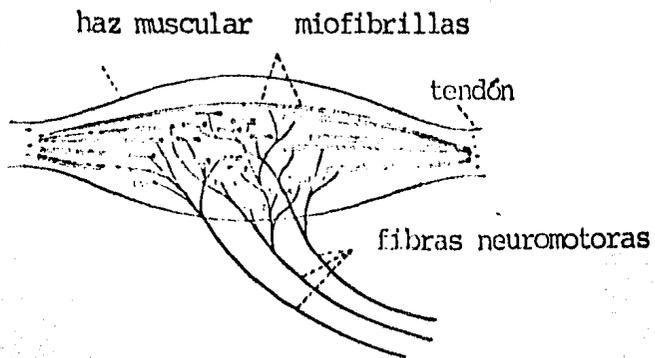


Figura I. 4. - Distribución de las fibras nerviosas en tres unidades motoras (13).

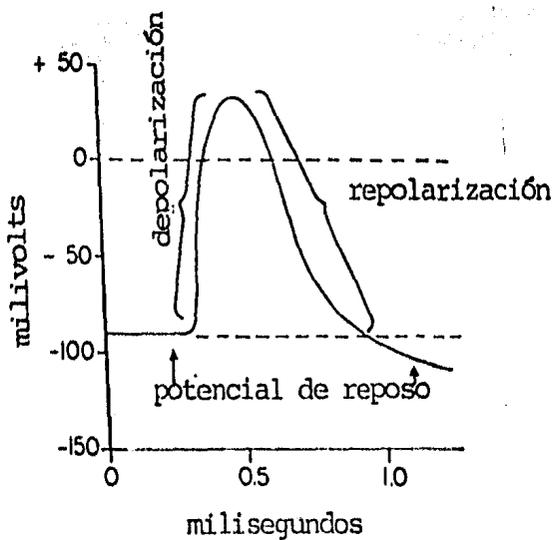


Figura I.5. - Potencial de acción de una fibra nerviosa (13).

ella un poco más adelante, al referirnos al sistema reflejo del huso muscular.

a) Fenómenos que Conducen a la Contracción.

1. - Excitación. Origen del Estímulo.

Un cierto número de fenómenos distintos se suceden entre la iniciación de un impulso en una unión neuronal o sinapsis en una motoneurona y la contracción de la fibra que ella inerva: 1) El impulso es conducido a lo largo del axón de la motoneurona hasta su terminación en la placa neuromuscular o terminal; 2) El impulso causa la liberación de una sustancia química transmisora en las terminales axónicas (acetilcolina); 3) Por inducción de depolarización en la membrana de la fibra muscular, la acetilcolina genera un impulso en ella y 4) La depolarización de la membrana va seguida de una contracción de la fibra.

Los procesos que se suceden entre el arribo del impulso nervioso a la porción terminal del nervio y el comienzo del impulso en el músculo se conocen como transmisión neuromuscular. Los procesos que se desarrollan entre la aparición del impulso en la fibra muscular y la contracción se designan como Acoplamiento Excitación-Contracción. (46). Cuando un impulso nervioso llega a la unión neuromuscular se libera acetilcolina, sustancia que actúa en la membrana celular (sarcolema) y la torna permeable a los iones de sodio. La entrada rápida de los iones de

sodio crea un potencial eléctrico en la unión neuromotriz llamado Potencial de Placa Terminal, el cual, si tiene la intensidad suficiente, inicia un impulso que se desplaza en ambas direcciones a lo largo de toda la membrana de la miofibrilla.

Al presentarse un potencial de placa terminal que rebase el umbral se origina otro potencial llamado Potencial de Acción de mayor amplitud y que también es llamado potencial de espiga o en aguja (23) por su brevedad y forma. Figura I.5. Este potencial comienza desde el potencial de reposo o de membrana, aproximadamente -85 m volts y alcanza cerca de los + 35 m volts durante su pico máximo.

2. - Transmisión del impulso nervioso al interior de la fibra y liberación de iones de calcio. Cuando un potencial de acción se difunde por encima de la superficie de una fibra muscular, corrientes eléctricas penetran por las estructuras tubulares hacia las partes internas de la fibra. Estos túbulos permiten el flujo de la corriente eléctrica por conducción iónica a través del líquido extracelular localizado en dichos túbulos. Esta transmisión profunda de corriente permite la contracción de las miofibrillas profundas y no sólo de las externas.

La corriente eléctrica que fluye en los túbulos T hacia el interior de las cisternas localizadas en la parte longitudinal de los túbulos, tiene un efecto específico sobre las cisternas: provoca la liberación de iones de Calcio (Ca^{++}). Como lo muestra la figura esquemática. Figura I.6. (13).

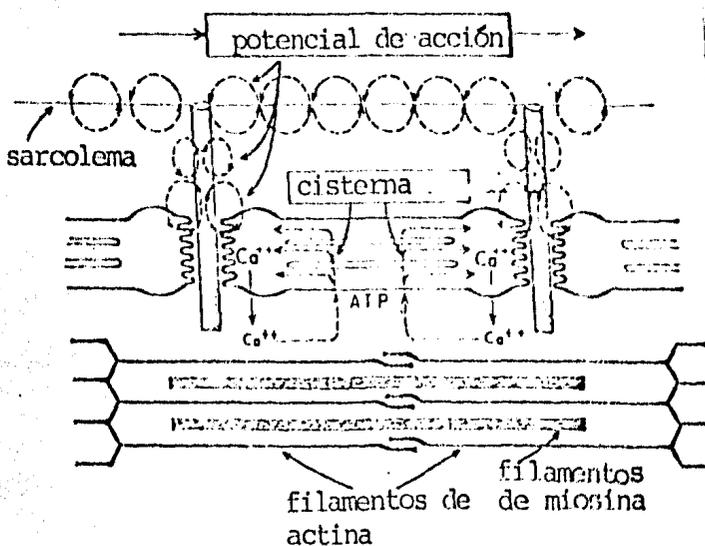


Figura I.6.- El acoplamiento excitación-contracción en el músculo ocasiona un potencial de acción que causa la liberación de iones de calcio del retículo sarcoplásmico y después el retorno de los iones a la cisterna. (13).

Los iones de Calcio se unen a la Troponina, receptor de calcio en las proteínas contráctiles de actina, estos son en última instancia la causa de la contracción. (29).

- Ley del Todo o Nada.

Una contracción no se presenta siempre que existe una estimulación y además si la contracción se presenta, ésta será máxima. La afirmación anterior es conocida como Ley del Todo o Nada, y fué descubierta por Bowditch en 1871 y postulada por Bayliss como "... una inducción eléctrica que produce un estímulo origina o no origina una contracción, según sea la intensidad de aquél; si la respuesta se produce, se obtiene la mayor contracción a que puede dar lugar cualquier intensidad del estímulo en la condición del músculo en ese momento". (46).

Por una multitud de factores físicos y químicos, tales como la temperatura, pH., etc., es obvio que la respuesta de una fibra muscular puede ser afectada, de tal forma que se puede concluir que la intensidad del estímulo, mientras esté por encima del umbral, no es de todos el único factor que influye sobre la magnitud de la respuesta. Figura I.7.

La contracción de la fibra muscular esquelética, después de un solo potencial de acción, dura únicamente una pequeña fracción de segundo, porque después de liberarse los iones de calcio, las paredes de los túbulos empiezan inmediatamente el transporte activo del Ca^{++} de nuevo hacia el líquido endoplásmico, gracias a la acción del ATP como suministro de energía. Figura I.6

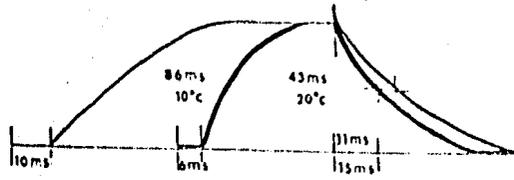


Figura I. 7.- Efecto de la temperatura sobre la duración del período de latencia y de la contracción del músculo estriado de la rana. (28).

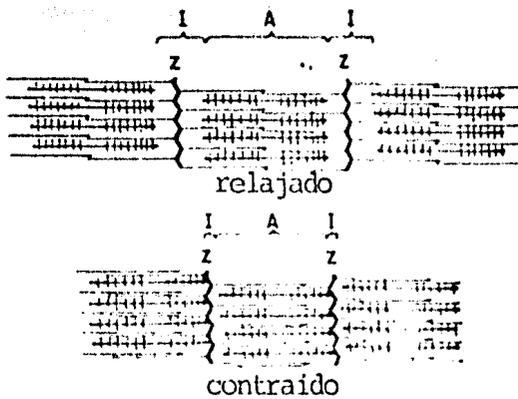


Figura I. 8.- Estado de relajación y contracción de una miofibrilla muestra el deslizamiento de los filamentos de actina sobre los filamentos de miosina (13).

b) Proceso Contractil.

La figura I.8 ilustra el mecanismo básico de la contracción muscular. Muestra el estado de reposo de tres sarcómeros, así como el estado de contracción de los mismos.

En el estado de reposo o de relajación, las terminaciones de los filamentos de actina derivados de dos sucesivas membranas o líneas Z, rara vez se encuentran traslapadas unas con otras, mientras que sí se encuentran traslapadas con los filamentos de miosina. Figura I.8.

Por otro lado, en el estado de contracción, esos filamentos de actina han sido "empujados" hacia adentro sobre los filamentos de miosina, así el translape sobre los otros filamentos de actina es mayor. También las líneas Z son empujadas hacia los extremos de los filamentos de miosina. Es así como la contracción muscular ocurre por el llamado "mecanismo de deslizamiento de los Filamentos". Figura I.8. (13).

Este desplazamiento es causado por fuerzas atractivas desarrolladas entre los filamentos de actina y miosina, estas fuerzas son el resultado de fuerzas mecánicas, químicas y electrostáticas generadas por la iteración de los "puentes cruzados" de los filamentos de miosina con la actina. (13).

Tan pronto los filamentos de actina son activados por los iones de calcio, se cree que las cabezas globulares de los

filamentos de miosina son atraídos hacia los sitios activos en las actinas, creándose los puentes cruzados entre ambos filamentos. Figura I.9.

La figura muestra las cabezas globulares de dos puentes cruzados, Guyton (13) postula que cuando una cabeza globular se liga a la actina se alteran las fuerzas de unión entre la cabeza y su brazo, provocando que la cabeza se incline hacia el centro de la miosina y arrastran los filamentos de actina junto con ella.

Esta inclinación de las cabezas globulares es llamado "power stroke" o fuerza de remo como lo cita Guyton. Después de realizada esta operación, la cabeza globular regresa automáticamente a su posición perpendicular normal gracias a la degradación del ATP en ADP, que liberando energía logra así el enderezamiento de la cabeza.

c) Tipos de Contracción.

El término contracción no se refiere precisamente al acortamiento del músculo, se puede definir como la actividad muscular.

.1. Contracción, Isométrica, Isotónica y alargamiento

La contracción puede dar lugar al acortamiento del músculo o al desarrollo de tensión. La capacidad de ejercer tensión sobre los puntos de inserción es la propiedad fundamental del músculo. Esta tensión es utilizada mecánicamente en varias

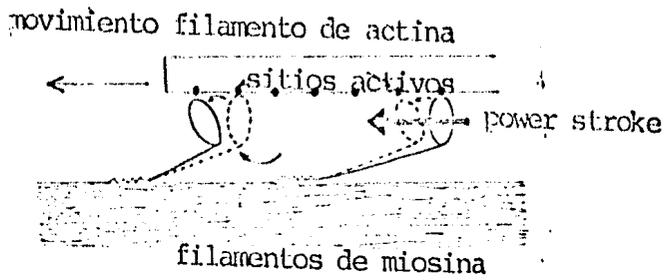


Figura I.9.- Creación de puentes cruzados entre los filamentos de actina y miosina. (13).

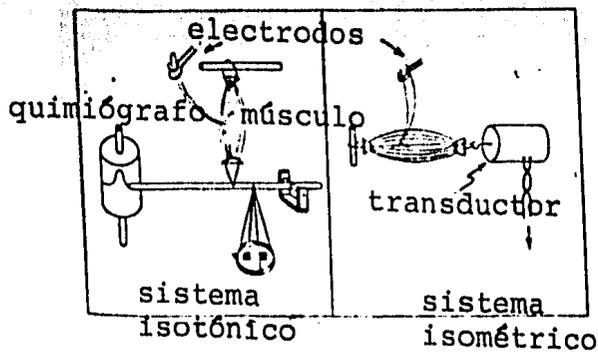


Figura 1.10.- Métodos para graficar los twitches de contracción isométrica e isotónica. (13).

formas: la contracción de los músculos puede acortarlos y producir movimientos.' Puesto que un peso puede ser el correr o levantar algún cuerpo se está realizando un Trabajo; este tipo de contracción - acortamiento bajo carga constante - se denomina isótonica (igual tensión).

A la contracción en la que el músculo íntegro no se acorta se le llama contracción Isométrica (igual longitud), dicha contracción produce tensión más que acortamiento y trabajo.

La tensión o fuerza desarrollada en los músculos que se contraen, pero no se acortan, es utilizada para oponerse a otras fuerzas (la gravedad), como puede ser sostener un objeto y en la postura; en este tipo de contracción no se aprecia el trabajo externo, la tensión desarrollada se emplea habitualmente para prevenir el movimiento. Figura 'I.10.

Si la fuerza opuesta o carga es mayor que los valores máximos de tensión en la contracción isométrica, el músculo es estirado, por acción de sus antagonistas, al mismo tiempo que se contrae activamente.

Dicho alargamiento puede apreciarse, por ejemplo, cuando los músculos extensores del miembro inferior reprimen la velocidad de la pierna a medida que ésta se aproxima al límite anterior a su balanceo, en el caminar o correr. De esta manera el trabajo de un músculo se genera en la capacidad de sus Antagonistas en estirarlo. Después de reprimir la velocidad de proyección de la pierna, el músculo estirado queda en condiciones.

de acortarse, proyectando el miembro acelerado en la dirección opuesta. Tenemos así un ejemplo de alargamiento y acortamiento en la contracción muscular. Figura I.11.

Este tipo de contracción se observa normalmente en los músculos que operan en pares antagónicos o grupo muscular. Figura I.12. Se observa que en estos tipos de actividad muscular, isotónica, isométrica y alargamiento, los músculos pueden producir trabajo externo positivo, no producir trabajo o realizar trabajo negativo. Tabla I.2.

.2 Contracción Muscular Simple.

La breve respuesta contractil del músculo esquelético a una descarga única en las motoneuronas que lo inervan se llama contracción muscular simple o TWITCH. El registro gráfico de las respuestas musculares efectuado con algunos de los diversos métodos utilizados permitió analizar los aspectos mecánicos de la contracción.

En la siguiente gráfica, Figura I.13., observamos la respuesta mecánica de contracciones isométricas de diferentes músculos. Graficando tiempo contra tensión, definimos como tiempo de contracción al intervalo entre el comienzo de la respuesta eléctrica y el pico de la tensión. La figura muestra las gráficas obtenidas de la contracción isométrica de diferentes músculos, la curva punteada muestra la duración de la depolarización de la membrana al presentarse el potencial de acción.

Se observa que la duración de la contracción depende de la velocidad de los movimientos en función de la actividad de

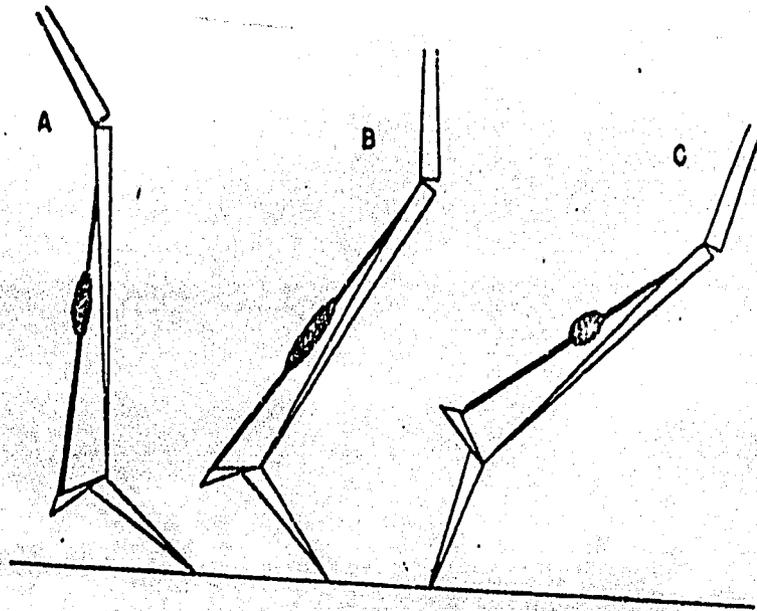


Figura I.11.- Cambios de longitud en la contracción de un grupo muscular de la extremidad inferior durante la carrera.

La tensión desarrollada durante la contracción que comenzó en A, no es suficiente para reprimir el movimiento hacia adelante del cuerpo, de modo que el grupo muscular en contracción es así estirado hasta la posición . Después de esta fase en el ciclo de la carrera el músculo se encuentra en posición de acortarse, impulsando el miembro hacia adelante a la posición C. (46).

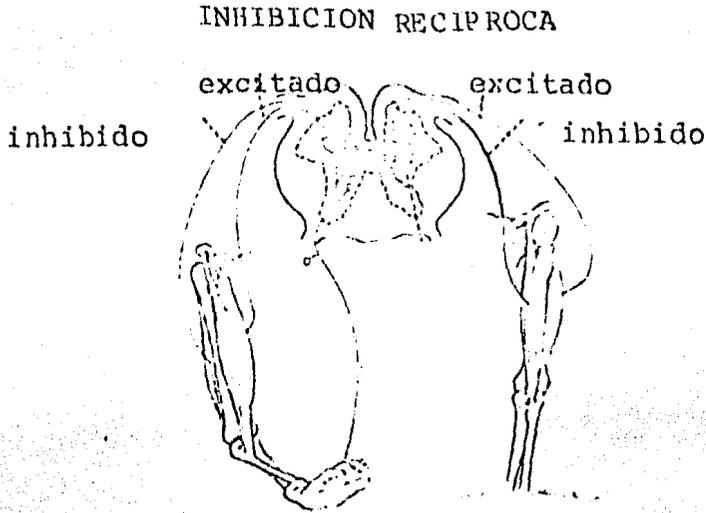


Figura I. 12.-Par antagonista del brazo; el biceps está excitado, mientras que el triceps se encuentra inhibido, sin embargo presenta resistencia mecánica.

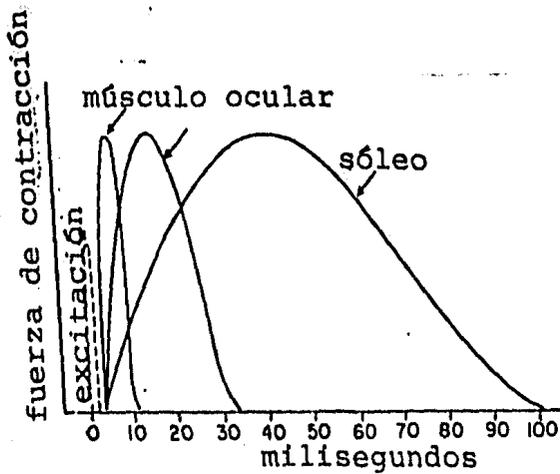


Figura I.13.- Twitches de contracción isométrica de los músculos ocular gastrocnemio y sóleo. Ilustrando las diferentes duraciones de contracción. (13).

Tabla I. 2.- Tipos de contracción muscular.

tipo de contracción	función	fuerza del músculo antagonista	trabajo externo del músculo	cantidad de energía abastecida
Isotónica	aceleración	menor	positivo	aumentada
Isométrica	fijación	igual	ninguno	
Alargamiento	desaceleración	mayor	negativo	disminuída

cada músculo. (13).

.3 Mecanismos de Sumación.

En base a las diferentes funciones del cuerpo, es importante que cada músculo sea capaz de contraerse con varios grados de intensidad. El grado de contracción muscular es controlable puesto que las unidades motoras son las más pequeñas unidades funcionales del músculo, el movimiento natural más débil posible es la contracción simple (twitch) de una unidad motora. Cuando se requiere más fuerza, se presentan sucesivamente los siguientes fenómenos: 1) se activa mayor número de unidades motoras, 2) Las unidades motoras activas descargan más frecuentemente y 3) Con incrementos adicionales de frecuencia, las contracciones se suman aumentando la tensión resultante.

En general, el grado de contracción se mide por dos diferentes tipos o mecanismos de sumación: Sumación Múltiple de Unidades Motoras y Sumación de Onda.

Sumación Múltiple.

La fuerza de contracción Muscular se incrementa progre-sivamente conforme se incrementa el número de unidades motoras contraídas. En este tipo de sumación el músculo se va contrayen-do por pasos, de tal forma que el músculo parece no cumplir con la Ley del Todo o Nada, sin embargo, cada fibra individualmente, o inclusive una unidad motora, sí cumple con esta Ley. (46)

Esta repetición sucesiva de contracciones origina una sumación de onda en la respuesta del músculo, aumentando progresivamente la tensión, como puede verse en las figuras I.14. A.B.C.

Cuando aún no se ha terminado una contracción simple y se presenta un potencial de acción, sobreviene otra contracción, de tal manera que el músculo se encuentra parcialmente contraído cuando se presenta el siguiente impulso, este origina otra contracción y así sucesivamente.

Cuando un músculo se estimula a frecuencias progresivamente grandes, se llega a alcanzar una frecuencia tal de contracción, que las supuestas contracciones sucesivas se funcionan y no es posible distinguir unas de otras, a este fenómeno se le llama TETANIZACION, y la frecuencia mínima a la cual ocurre se llama frecuencia crítica. Figura I.14. (13).

d) Huso Muscular.

Toda función del cuerpo humano posee un sistema de control, para ello es necesario que el sistema nervioso central conozca el estado o estados de los órganos que realizan esa función. En los músculos esqueléticos ese mecanismo de información, primera etapa del control, está integrado principalmente por el huso muscular.

Antes de tratar el huso muscular, es necesario hablar sobre lo que es un reflejo nervioso, para nuestro caso, el reflejo de las funciones motoras.

Un reflejo es la transmisión, por vías nerviosas, de un impulso nacido en alguna parte del cuerpo humano, que causa una reacción en otra parte. Para que ocurra un reflejo, es necesario

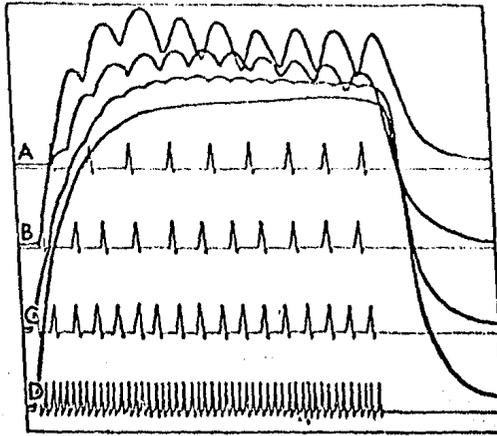


Figura I. 14.- Respuestas mecánica y eléctrica del gastrocnemio del gato a la excitación con choques de inducción en el nervio poplíteo, repetidos con las siguientes frecuencias: A, 19/s; B, 23.5/s; C, 35/s; D, 115/s. En este último hay tétanos completo. En A, B y C la relación se inicia antes de que llegue el estímulo siguiente; las oscilaciones del trazado mecánico corresponden a las del registro eléctrico. (23).

la interacción de dos elementos indispensables: un órgano receptor y un efector. Todos los receptores nerviosos sensitivos son receptores de reflejos, y los músculos son el órgano efector.

1. El Reflejo de Huso Muscular y su Función Amortiguadora.

La mayor parte de las funciones físicas del cuerpo humano se efectúan por contracción de músculos esqueléticos. Si los músculos han de trabajar adecuadamente, es necesario que el sistema nervioso central conozca constantemente el estado en que se halla el músculo, o sea, si se encuentra ya contraído y cuál en su tensión. Esta información es proporcionada por dos tipos diferentes de receptores: uno denominado Huso Muscular, localizado en todo el cuerpo del músculo, el otro denominado el aparato tendinoso de Golgi localizado únicamente en los tendones. Figura I.15.

Estos receptores transmiten información a la médula espinal mediante las líneas aferentes, y desde ahí la información va a parar al cerebelo. Esta información opera a nivel de subconsciente, pero ayuda a controlar las funciones musculares por medio del cerebro y la médula espinal.

Debido a la localización del órgano de Golgi es susceptible igualmente al estiramiento mecánico que ocasiona una fuerza pasiva aplicada al músculo y al mismo proceso de contracción activa. Figura I.15 B.

El huso muscular se ubica dentro del mismo músculo y

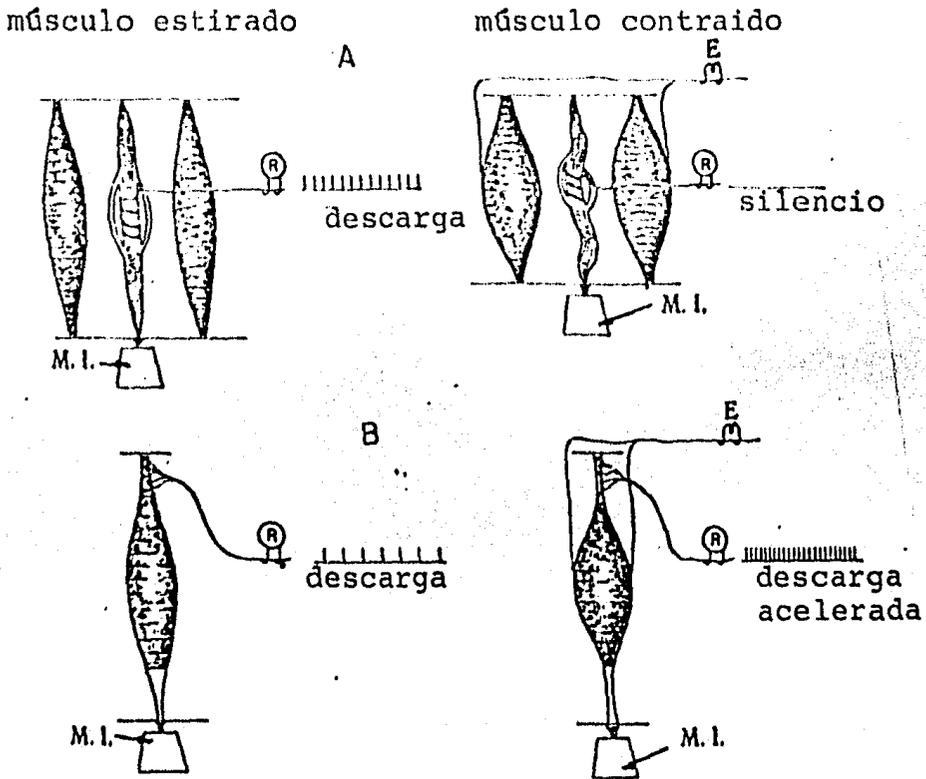


Figura I. 15.-Relación de los husos musculares y órganos tendinosos con las fibras musculares.

- A) El huso está dispuesto "en paralelo" con las fibras musculares, de modo que la contracción muscular disminuye la tensión sobre el huso. B) El órgano tendinoso está dispuesto "en serie" con las fibras musculares, de modo que tanto la contracción activa del músculo como la pasiva hacen descargar el receptor.

consiste en un haz de dos a diez fibras especializadas llamadas fibras intrafusales, rodeadas por una cápsula que se conecta en sus extremos a las demás fibras musculares corrientes o extrafusales, con el tendón o con el tejido conectivo. Figura I.16.

Las fibras intrafusales, son excitadas por un tipo especial de fibras gamma o fusimotoras. Sin embargo, la porción media de cada fibra intrafusual no tiene capacidad de contraerse. Las largas y delgadas terminaciones de las fibras intrafusuales sí presentan estriación y capacidad contráctil. De hecho, cuando los extremos de la fibra se contraen la parte media de las fibras se ensancha, o bien, cuando las fibras esqueléticas o extrafusales que rodean el huso se alargan, esto también obliga a la parte media de las fibras intrafusuales a alargarse. Figura. I.15 A.

Enrolladas alrededor de la parte media de las fibras intrafusales está una terminación nerviosa espiral denominada Receptor anuloespiral. Este transmite señales a la médula para señalar al sistema nervioso central el grado de alargamiento o tensión de la parte media del huso, conociéndose como Reflejo de estiramiento.

El reflejo de estiramiento del músculo sano es un sistema compuesto por un circuito periférico de fibras nerviosas, Figura I.17. Del lado motor o vías eferentes, se ubican las fibras nerviosas alfa y gamma, influyendo ambas en sentidos específicos al comportamiento de descarga de los recepto-

res fusales, siendo las fibras alfa las excitadoras de las fibras extrafusales. Del lado aferente del circuito, los receptores anuloespirales disminuyen directa y reflejamente la influencia de la descarga de los sistema alfa y gamma.

Cuando un músculo bruscamente se alarga, la parte media del huso queda sometida a tracción, y manda una señal inmediata a la médula, la frecuencia de descarga indica al sistema nervioso central la intensidad de la tracción., esta señal activa una red neuronal y termina con la excitación de los nervios motores alfa de las fibras extrafusales contrayendo al músculo. Figura I.18. Así la brusca distensión del músculo provoca contracción inmediata del mismo, por lo tanto, se hace más lenta la intensidad de distensión.

Este fenómeno se denomina reflejo de tracción y funciona para amortiguar la longitud del músculo y su tensión. Este fenómeno de amortiguamiento puede iniciarse o terminarse por una estimulación de las fibras nerviosas gamma. Cuando las señales gamma excitan el huso muscular, los extremos del huso se ponen tensos y reaccionan a cualquier grado de tracción. Por otra parte, cuando las fibras gamma están silenciosas, el huso muscular se vuelve flácido y no reacciona a la tracción.

La mayor parte de las actividades motoras del cuerpo están controladas por las regiones bajas del sistema nervioso central, específicamente en la médula espinal y en la base del cerebro, y las cuales operan a nivel del subconciente. Figura I.18.

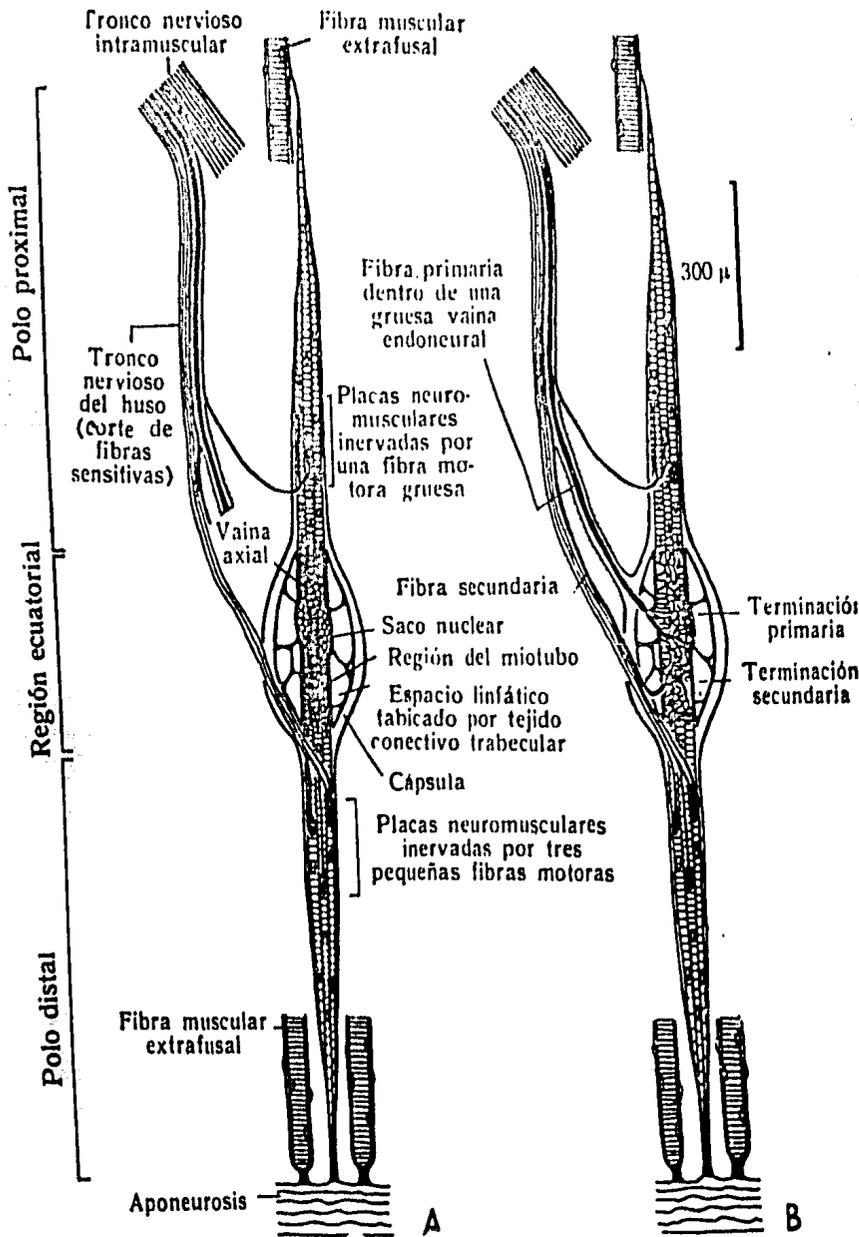


Figura I. 16.- El huso muscular y sus nervios.

En A) sólo se muestran las fibras motoras (fibras fusimotoras) que inervan las fibras intrafusales: en B) se muestran, además, las fibras aferentes y sus terminaciones en la región ecuatorial o "saco nuclear".

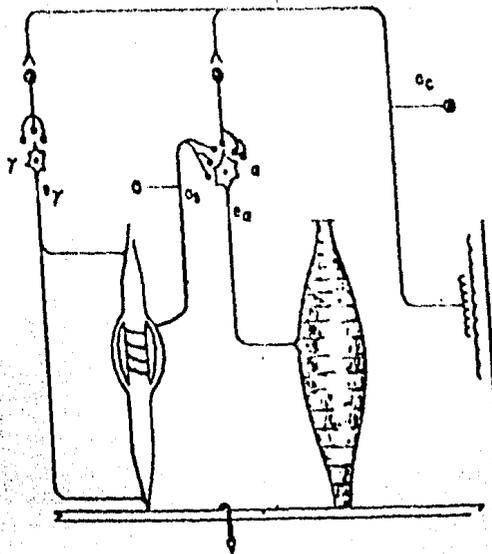


Figura I. 17.- Diagrama del "circuito periférico" del mecanismo del reflejo de estiramiento.

a) Vía aferente cutánea. a : Vía aferente fusual. e_{α} y e_{γ} : Vías aferentes alfa y gamma (de los husos musculares), respectivamente. (46).

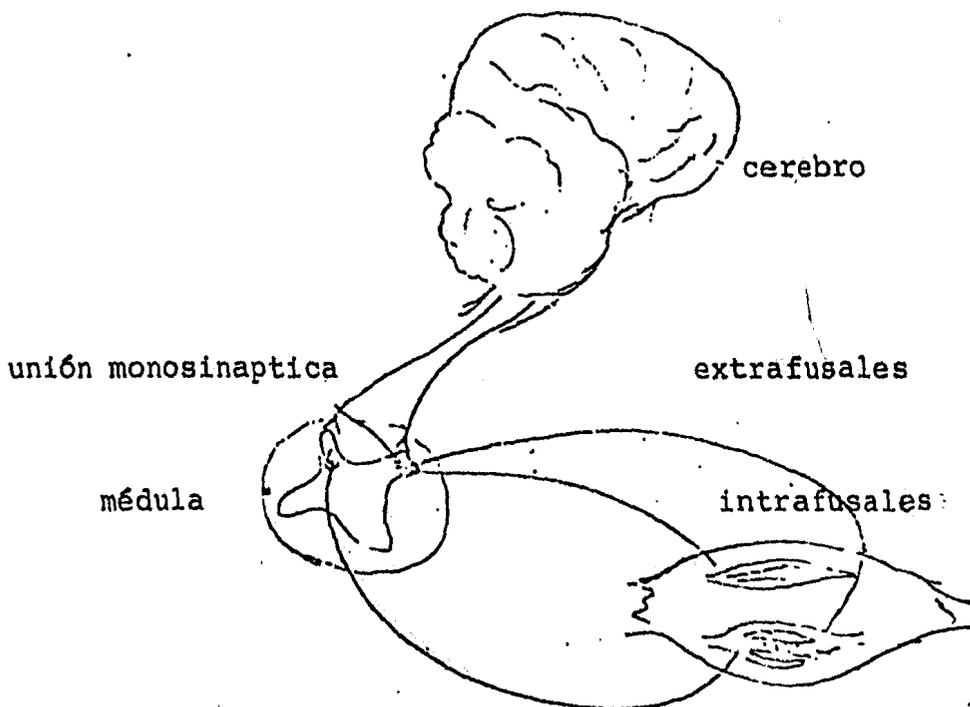


Figura I. 18.- Control de las actividades motoras del cuerpo humano a nivel de la médula espinal y en la base del cerebro.

La descripción anatómica y fisiológica que se ha realizado sobre el músculo estirado, es suficiente para fundamentar adecuadamente el modelo que se propondrá en capítulos posteriores, queda solo por hacer una descripción generalizada de los modelos del músculo que se han desarrollado hasta la fecha, de lo cual nos ocuparemos en el siguiente capítulo.

CAPITULO II

MODELOS DE LOS FENOMENOS QUE OCURREN EN LA ACTIVIDAD MUSCULAR

INTRODUCCION

PRIMEROS MODELOS

MODELOS EN EL DOMINIO DE FRECUENCIA

MODELOS "GENERACION DE FUERZAS"

MODELOS HUSO MUSCULAR

MODELOS REFLEJO MUSCULAR, ARCO REFLEJO, REFLEJO DE ESTIRAMIENTO

DISCUSION

Para analizar los complejos fenómenos que ocurren en la contracción muscular, se han estudiado músculos aislados que se estimulan directamente por medio de choques eléctricos. Dependiendo del tipo de estimulación o de carga, pueden presentarse los siguientes tipos de contracción:

1.- Un solo impulso nervioso provocará una contracción muscular simple (twitch), contracción seguida de una relajación; esto constituye la unidad elemental de la actividad muscular.

2.- Si la excitación es repetida con una frecuencia adecuada provocará una contracción sostenida o tétanos.

3.- Si la carga a la cual se contrae el músculo es de tal magnitud que no le permite acortarse, la tensión se transforma en calor; y se denomina: Contracción Isométrica.

4.- Si la resistencia es de menor magnitud, el músculo puede acortarse y realizar un trabajo, en este caso, la contracción será de tipo Isotónico.

Varios fisiólogos han estudiado el comportamiento mecánico del músculo, obteniendo esquemas o analogías de dicho comportamiento. En este capítulo haremos una descripción de algunos de esos modelos, definiendo sus fundamentos y aportaciones, para la elaboración de modelos posteriores.

Quizá el primer fisiólogo que propuso un esquema del comportamiento mecánico del músculo fué A. V. Hill en 1951, después de estudios iniciados en 1938.

Hill propone un esquema de la estructura mecánica de una fibra muscular, (19 , 23) donde se determinan los siguientes elementos:

- 1) Componente contráctil situado en la banda A del sarcómero.
- 2) Componente elástico pasivo, no amortiguado, conectado en serie con el anterior, por ejemplo, el tendón.
- 3) Componente elástico pasivo conectado en paralelo con los dos anteriores, formado por el sarcolema y el tejido elástico que rodea la fibrilla muscular. Figura II.1.

En estudios anteriores del fisiólogo W. O., Fenn (11) y del propio Hill (19), nace la idea de la viscosidad del músculo, para explicar el decrecimiento de la fuerza con un incremento de la velocidad en el acortamiento de los músculos del brazo. De tal manera que, como expuso Fenn, (11) "la energía en la actividad muscular es regulada por la viscosidad".

El esquema propuesto por Hill, además de los importantes puntos propuestos por Fenn, constituye en sí el primer "modelo viscoelástico del músculo" y da la pauta al desarrollo de modelos posteriores a este.

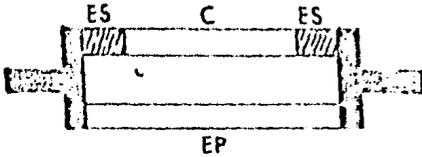


Figura II.1.- Esquema de la estructura mecánica de la fibra muscular propuesta por Hill. C componente contráctil es elástico serie; EP elástico serie. (23).

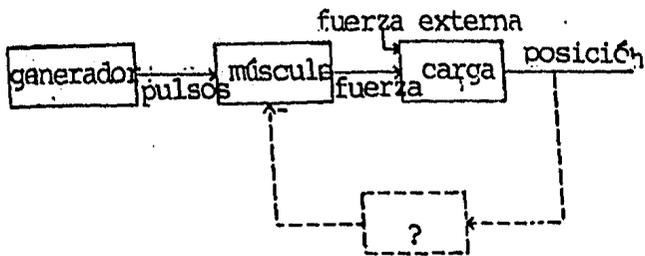


Figura II.2.- Diagrama de bloques de un sistema muscular con carga. Una posición de carga afecta las características contráctiles del músculo. El signo negativo indica que el efecto de acortamiento decrece. (40).

La descripción del twitch o del tétanos en el dominio del tiempo, no proporciona un camino confiable para la predicción de la respuesta del músculo bajo condiciones generalizadas de activación. En este caso la descripción en el dominio de frecuencias es quizá más apropiada.

Muchas formas de comportamiento muscular son más fáciles de describirse en términos de sus componentes en frecuencia; las señales provenientes de los axones motores del Sistema Nervioso Central pueden ser representadas por las fluctuaciones de frecuencia en los trenes de pulsos. Los músculos convierten esos trenes de pulsos en movimientos continuos y la acción suavizada puede ser descrita cuantitativamente por una respuesta en frecuencia.

Una descripción en el dominio de la frecuencia es compatible: con la entrada a los músculos en función de sus potenciales de acción, con la salida en función del comportamiento, y en las propiedades de transmisión del impulso nervioso y la respuesta en tensión.

Partridge (40) fué el primero en determinar la respuesta en frecuencia del músculo (usó en sus experimentos tríceps de gato) aplicando trenes de pulsos a las motoneuronas, a diferentes frecuencias.

Partridge (40) prueba que los músculos poseen una gran

habilidad para compensar cargas inerciales. Cuando variaba la carga inercial los movimientos del músculo, estimulados con frecuencias bajas, se afectaban grandemente. Argumentó que la amplitud de los movimientos, la magnitud de la fuerza en el dominio de la frecuencia aumentaban en proporción a la carga inercial. De allí que Partridge (40) sugirió que la relación longitud - tensión en el músculo forma un control "no neuronal" servo-retroalimentado Figura II.2. (40), cercano a lo que podría ser un servo-mecanismo de posición.

En 1972 Mannard y Stein (35) fisiólogos de la Universidad de Alberta, Canadá, en experimentos similares a los usados por Partridge, ajustaron los datos adquiridos por la respuesta en frecuencia de los músculos del gato a la respuesta en frecuencia de un sistema lineal de segundo orden. Este sistema de segundo orden es el modelo más simple del comportamiento nervio-músculo.

Mannard y Stein (35) experimentaron así la influencia de la variación de la longitud del músculo en la frecuencia de estimulación y el número de unidades motoras activas en la forma de la respuesta en frecuencia.

Las respuestas motoras obtenidas fueron descritas en base a los cambios sistemáticos en los resultados de los valores de los parámetros del sistema de segundo orden, como ganancia en baja frecuencia, frecuencia natural y razón de amortiguamiento.

Los resultados de la simulación de Mannard y Stein (35) proporcionan:

1.- Función de la respuesta en frecuencia.

El músculo responde bastante uniformemente a fluctuaciones en la frecuencia de estimulación entre los 4 o 5 Hz pero a más altas frecuencias la respuesta decae y la curva se acerca a una pendiente de 2 décadas de atenuación, por cada década en el incremento de la frecuencia (aproximadamente 14 db/10 Hz.) Figura II.3. (35).

El decremento de la ganancia a altas frecuencias en una pendiente (-2) en una escala logarítmica, pudiera compararse al comportamiento de un sistema de segundo orden y representa en sí un filtro pasabajos, como lo puede mostrar la curva de respuesta en frecuencia. Figura II.3. (35).

2.- Linealidad.

Los resultados obtenidos por Mannard y Stein (35) mostraron que existiendo no-linealidades en el comportamiento del músculo, estas eran pequeñas o nulas bajo ciertas condiciones. Por ejemplo, una razón baja en la estimulación provoca una respuesta virtualmente lineal. Figura II.4. (35).

II.4 MODELOS DE "GENERACION DE FUERZAS"

Los modelos de generación de fuerza contienen un elemento contráctil propuesto anteriormente por Hill (19), y que

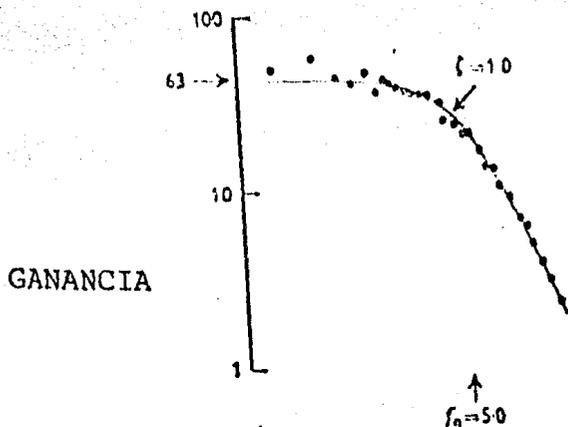


Figura II.3.- Respuesta en frecuencia de la preparación nervio-músculo del sóleo hecha por Mannard y Stein. La curva suavizada representa la respuesta de un sistema con amortiguamiento crítico, lineal de segundo orden. (25).

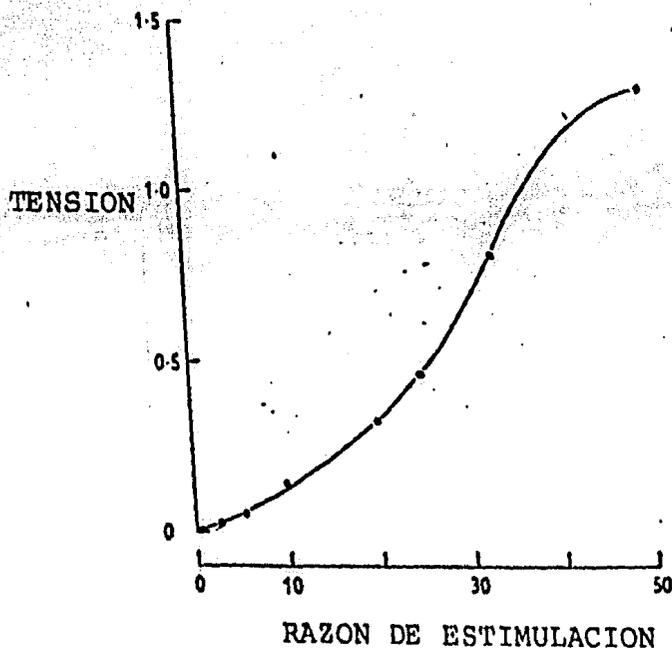


Figura 11.4.- La curva tensión-razón de estimulación de la preparación nervio-músculo del sóleo se comporta virtualmente lineal en ciertos rangos. (35).

tiene propiedades cinéticas que determinan el comportamiento de la fuerza. Esta fuerza es modificada por las propiedades visco-elásticas del músculo y sus cargas.

Se pensaría que son necesarias muchas variables para describir el comportamiento de un sistema similar, pero efectivamente, un modelo de segundo orden representado por una carga isométrica o elástica requiere sólo dos variables limitantes.

Estudios teóricos realizados por Stein y Wong (50), presentan un modelo de la contracción basándose en la teoría de desplazamiento de los filamentos, presentada por Huxley (24), expandida por Julian (28) que incluye la activación cinética mediante los iones de calcio.

Estos estudios establecen que una de esas limitantes es el proceso de distribución de los iones de calcio en el retículo sarcoplásmico. Este proceso determina la relación de fase en una contracción isométrica.

Sin embargo, el proceso de la fase contráctil no queda claro, pues se cree depende de la acción de los puentes cruzados entre actina y miosina o de las propiedades visco-elásticas del músculo.

Los primeros modelos (Hill y Houk (19) (21), de este último hablaremos más adelante) asumen que el incremento de la tensión durante una contracción simple (twitch) está li-

mitada por las propiedades viscoelásticas del músculo; sin embargo Huxley y Simmons (24) mostraron que la formación de puentes cruzados limitan la magnitud de una contracción. Figura II.5 (24).

Existen muchas otras posibilidades en lo que respecta a esa segunda limitante. Fue así que en 1975 P. Bawa (2) propone probar la hipótesis de las propiedades viscoelásticas mediante la variación en las condiciones de carga.

a) Modelo de Bawa, Mannard y Stein (2).

Los estudios realizados por Bawa, Mannard y Stein (2), se concentraron principalmente en la contracción isométrica del soleo y del "plantaris", cuyo comportamiento era efectivamente como un sistema de segundo orden.

Bawa propone un arreglo experimental para la realización de sus estudios. Figura II.6.

Una cuerda no elástica fue atada al tendón de un músculo aislado de plantaris, con:

- 1) Un transductor de tensión (rigidez = 10 kg/mm), que representa una carga isométrica.
- 2) Un resorte extenso de rigidez variable (8 g/mm. a 570 g/mm) representando una carga elástica.
- 3) Un resorte externo conectado después de una polea a la cual se le agregó cargas inerciales.

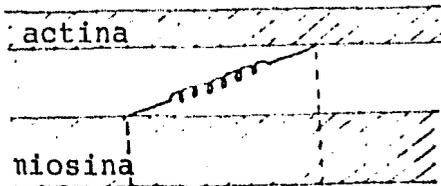


Figura II.5.- Filamentos de actina y miosina con una atadura "puentes cruzadas" representada por una fuerza atractiva. (8).

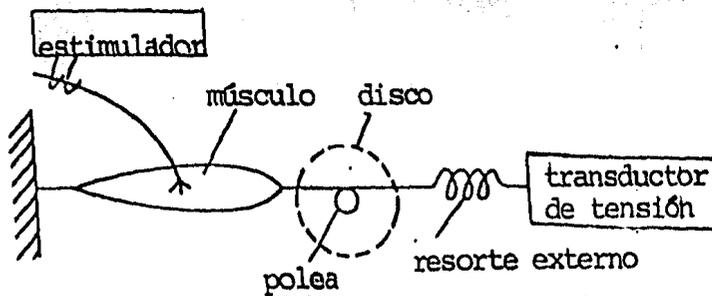


Figura II.6.- Diagrama esquemático usado para aplicar cargas variables elásticas e inerciales. (2).

En la segunda y tercera condiciones el transductor fue conectado después del resorte externo. Figura II.6. (2).

Bajo las diferentes condiciones de tensión y cargas elásticas, fué medida la viscosidad del sistema y se observó el amortiguamiento como resultado de los desplazamientos breves de las cargas inerciales.

El amortiguamiento producido por las cargas inerciales fue comparado con el amortiguamiento producido por los músculos antagonistas, aunque los rangos producidos por cargas elásticas e inerciales experimentales abarcan más que los rangos fisiológicos. Figura II.6. (2).

1.- Efectos de carga elástica en el twitch

La figura II.7 muestra una contracción típica isométrica del plantaris y del soleo, conectado en serie con un resorte. Nótese que la tensión del twitch es marcadamente reducida cuando más elástico es el resorte. Similares resultados fueron observados por Hill (19) en 1951 al experimentar con el músculo sartorio de la rana.

2.- Respuesta en frecuencia con cargas elásticas.

En la figura II.8 se muestran las curvas de ganancias obtenidas por un análisis de espectros de las variaciones de tensión en el mismo experimento.

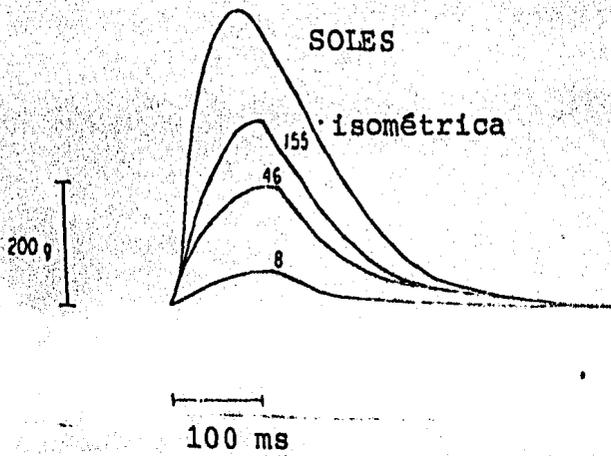
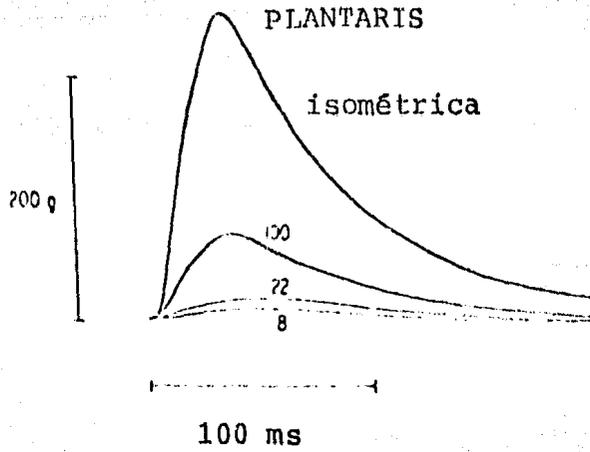


Figura II.7.- Efectos en el twitch con cargas elásticas conectadas en serie a los músculos plantaris y sóleo. Los valores indican la rigidez de los resortes en g/mm. (2).

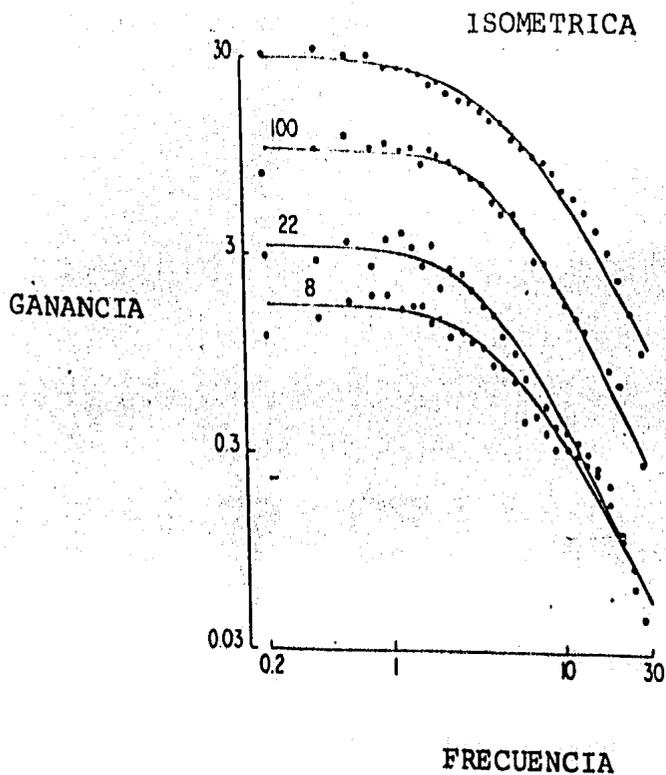


Figura II.8.- Ganancia de la preparación nervio-músculo del plantaris bajo condiciones isométricas y variación en las cargas elásticas. Los valores indican la rigidez de las cargas elásticas medido en g/mm. (2).

La figura indica también que la respuesta decrece como un sistema de segundo orden, como lo habían propuesto Mannard y Stein en sus investigaciones anteriores (35).

La transición entre las porciones de baja frecuencia, alta frecuencia en esas curvas ocurren exactamente a la misma frecuencia aunque varíen las cargas elásticas, lo cual demuestra una frecuencia natural en el músculo plantaris con una razón de amortiguamiento que varía con las cargas elásticas. Figura II.8. (2).

De los Experimentos realizados, Bawa, Mannard y Stein (2) proponen un modelo visco-elástico lineal basado en el esquema de Hill (19). Este modelo presenta un elemento elástico serie K_1 , un elemento elástico paralelo K_p y un elemento que produce una fuerza contráctil, el cual está formado, como lo propuso Houk (21), por un generador de fuerza y un elemento amortiguador B conectado en paralelo, figura II.9. (3).

La fuerza contráctil producida, está asociada con la liberación de calcio en el retículo sarcoplásmico, lo que constituye la primera limitante, como se mencionó anteriormente, en el proceso de contracción (24).

Esta fuerza está dada por:

$$F = C(\exp(-\beta t))$$

donde:

β es la constante de decaimiento exponencial del decaimiento de la fuerza,

C es la constante de difusión de calcio en las fibras musculares

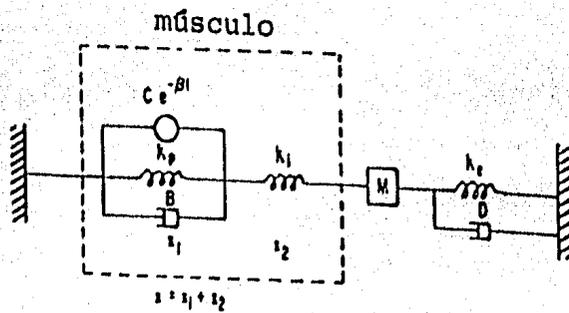


Figura II.9.- Representación esquemática de un modelo muscular con varios tipos de cargas externas. (3).

El arreglo de los 3 elementos anteriores representa o modela exclusivamente al músculo; sin embargo en el modelo se presenta además un elemento elástico externo K_e , un amortiguador D y una Masa M . El elemento K_e simula la rigidez del músculo antagonista, la masa M corresponde a las masas gravitacionales e inerciales y el elemento D representa el amortiguamiento externo, que siempre puede presentarse en un sistema externo al músculo (3).

3.- Resultados.

Comparando los resultados experimentales con los obtenidos en el modelo (usando una carga elástica de 66 kg/mm. y tres diferentes cargas inerciales (3) se observa una gran similitud entre las curvas teórica y experimental, figura II.10 de la respuesta en frecuencia.

En la contracción simple bajo las mismas condiciones de carga que en la respuesta en frecuencia, se observan oscilaciones cuando las cargas son de 300 y 1 500 gr., esas oscilaciones son el resultado de la interacción de las masas inerciales con la elasticidad del músculo y el resorte externo. Figura II.11 la oscilación es amortiguada por la viscosidad del músculo y la polea (3).

Este modelo simula el comportamiento del músculo como unidad, figura II.9, actuante ante cargas inerciales y viscosas de lo que podría ser el músculo antagonista, figura II.9. Debi-

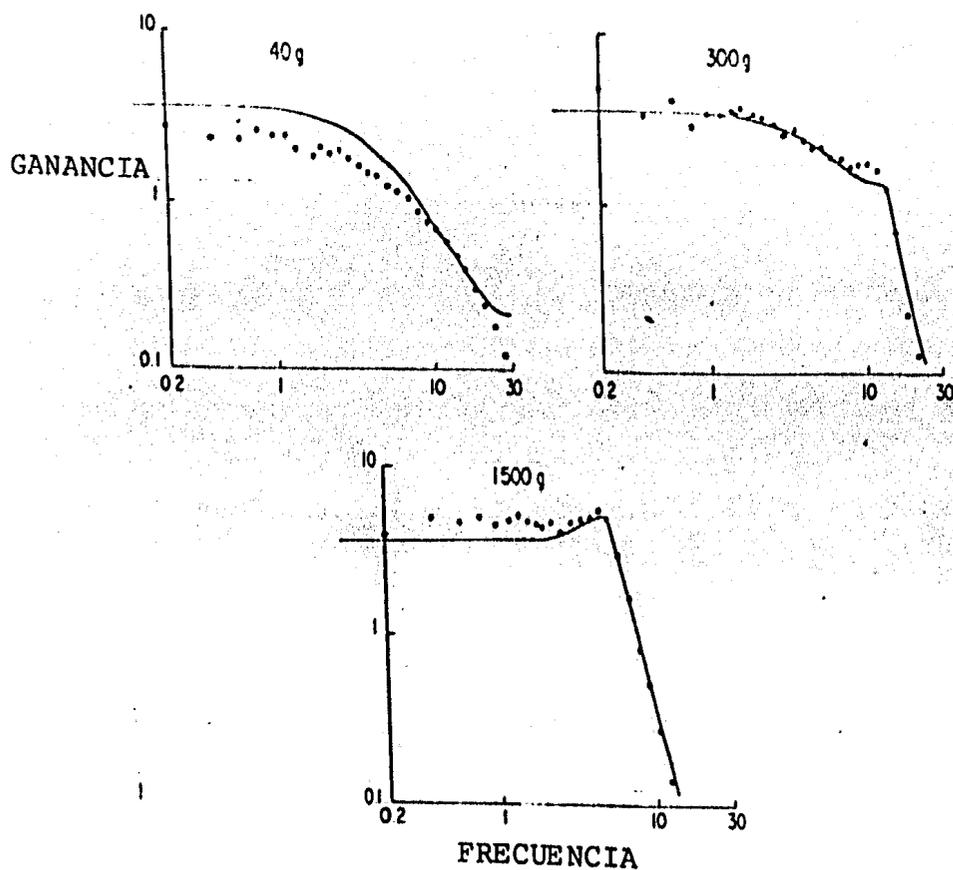


Figura II.10.- Comparación de datos experimentales (.) con las predicciones (líneas continuas) A colocar cargas inerciales correspondientes a las masas indicadas. (3).

do a esto y a la función del generador de fuerza. Este modelo no requiere de retroalimentación, contrariamente a lo supuesto anteriormente por Partridge (40).

b) Modelo de Hatze (14).

Para el desarrollo de su modelo, Hatze parte de los fundamentos presentados por T. L. Hill (20), el cual se adhiere la teoría de Needham (20), sobre el proceso de contracción a nivel molecular. Refiriéndose a la interacción entre los filamentos (14). Hill muestra que las propiedades de los elementos contráctiles no son lineales, con excepción del elemento amortiguador viscoso (19,21,14).

Hatze (14) considera sorprendente y hasta infortunado que aun existan modelos lineales, como los presentados por Bawa (3), Inbar (25), etc., queda claro que el análisis de un sistema lineal es más sencillo por el uso de transformada de Laplace, que el de un sistema no lineal. También es cierto que un sistema lineal puede predecir una respuesta, aunque solo en rangos restringidos de estimulación. Sin embargo, el considerar el sistema como lineal está expuesto a errores por tratarse de una aproximación, por lo tanto es cuestionable el ahorro de esfuerzos respecto al modelo no lineal. Figura II.13. (14).

La Figura II.13 presenta el modelo propuesto por Hatze que representa un sarcómero o una fibra, si se considera

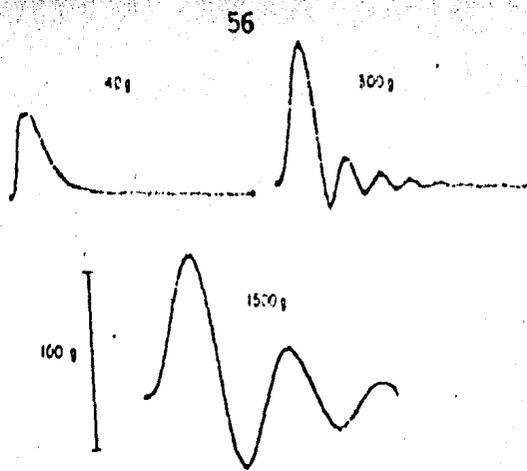


Figura II.11.- Efectos de las cargas inerciales en el twitch del músculo plantaris. La oscilación ocurre cuando aumenta la masa inercial.

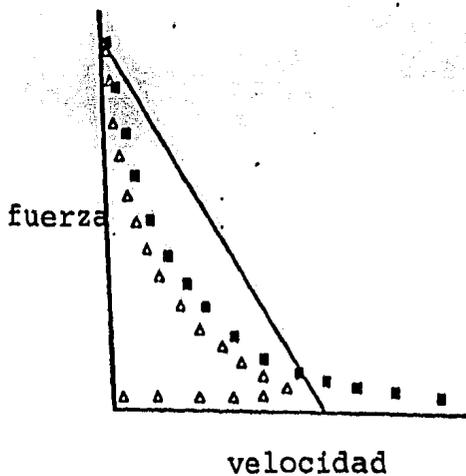


Figura II.12.- Relación fuerza-velocidad obtenida bajo condiciones isométricas (triángulos) y dinámicas (cuadros) y equivalencia lineal (línea). (5).

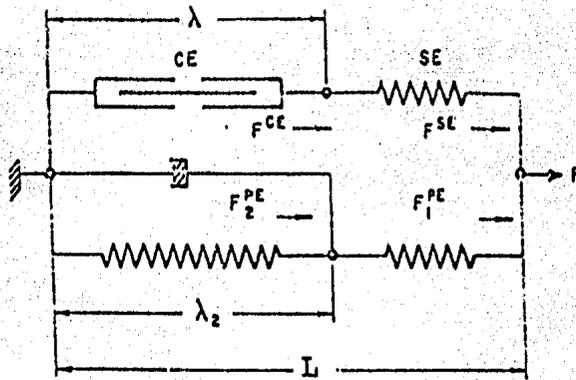


Figura II.13.- Diagrama del arreglo de los tres elementos básicos de un modelo de la fibra muscular. L es la longitud de la fibra, y λ_2 longitud del elemento contráctil CE y Elemento elástico serie SE, F la fuerza total de la fibra y PE elemento elástico paralelo. (14).

que toda la fibra es excitada al mismo tiempo. Los elementos P_e y S_e (elemento elástico paralelo y elástico serie) pueden ser descritos por (14):

$$F_{el} = C_1 (\exp (C_2 \xi) - 1)$$

donde:

F_{el} representa la fuerza elástica

$C_1 C_2$ son constantes

ξ es la extensión relativa del elemento elástico.

El elemento contráctil CE depende de la acción de los puentes cruzados entre los elementos. La fuerza contráctil producida por una fibra muscular es igual a la suma de las fuerzas producidas por todos los puentes cruzados. La generación de estos puentes depende de la velocidad de propagación del Ca^{++} moviéndose de la cisterna al sarcoplasma. (14) Y el número de puentes formados depende del estado en activación de la fibra.

Hatze (14) describe la función de liberación Ca como:

$$\dot{\gamma} = m (C v - \gamma)$$

donde:

γ representa la concentración de iones de calcio en el sarcoplasma

v representa la razón de estimulación y

m y c constantes obtenidas en sus experimentos.

Tabla II.1. (14). V es un parámetro de control del músculo y depende del estado de activación de la fibra. (14).

Hatze excita su modelo mediante trenes de pulsos para condiciones isométricas, los resultados los podemos observar en las figuras II.14

TABLA II.1. Valores de las constantes que aparecen en las ecuaciones diferenciales que representan el comportamiento del músculo.

Tipo de fibra	c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	r	q_2	n	s	m	c
Rápida	2.24×10^4	2.50×10^5	8.6×10^8									11.25
Lenta	2.24×10^4	0.71×10^5	9.2×10^8	1.84×10^4	7.36×10^6	10.333	2.34×10^{14}	1.05	0.56	1		1.373×10^{-6}

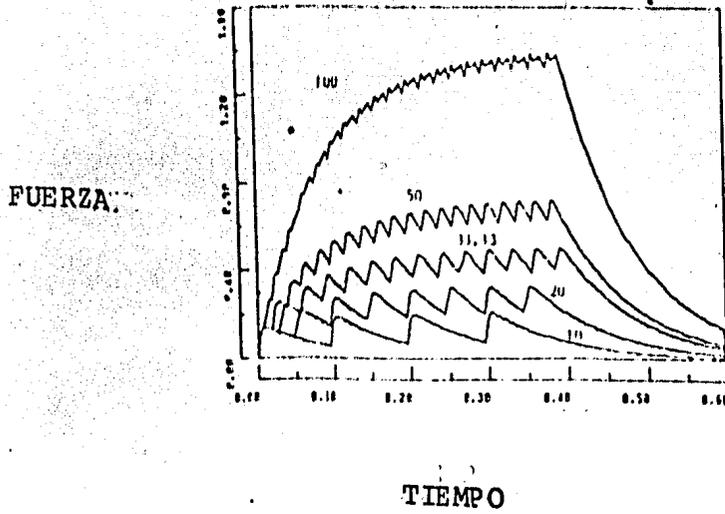


Figura II.14.- Respuesta del Modelo de Hatze para diferentes frecuencias del tren de pulsos (15).

Quizá la aportación más importante del modelo de Hatze, está en la descripción de la fuerza contráctil como una función de la difusión de los iones de calcio en las fibras musculares y la creación de los puentes cruzados como fuerza atractiva. Difusión dependiente de la razón de estimulación.

II.5 MODELOS HUSO MUSCULAR

Se ha hablado hasta ahora de modelos lineales y no lineales que consideran al músculo como unidad, sin embargo, existen otros modelos que hacen la diferenciación entre los diferentes tipos de fibras, éstas son extrafusales e intrafusales, estas últimas constituyen el llamado huso muscular.

Los siguientes párrafos tratarán sobre algunos de estos modelos y sus aportaciones.

a) Modelo de Houk (1965) (21).

Houk propuso un modelo del huso muscular de la rana, en el cual sostenía que los receptores del huso dependen de dos entradas: la longitud de las fibras extrafusales y la fuerza producida por la actividad de las fibras intrafusales (21).

Houk asume que cada zona de la fibra, figura II.15, intrafusar. consta de los tres elementos propuestos por Hill(19), y que las fibras intrafusales están entretrejidas con las fibras

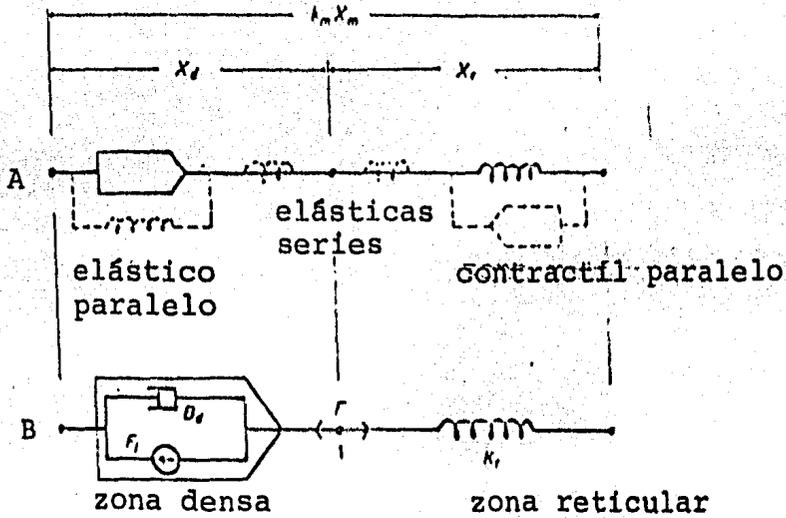


Figura II.15.- Parámetros del modelo de la fibra intrafusal. En (A) la zona reticulada y densa están representadas por tres componentes. En (B) se presenta una simplificación del modelo, el elemento contractil está representado por un elemento viscoso B_d y un generador de fuerza F_i , la constante del resorte es K_r . (21).

extrafusales, figura II.16, las cuales no cambian sus características mecánicas a lo largo de su longitud.

La longitud de la fibra intrafusual, es directamente proporcional a la longitud de la fibra extrafusual, figura II.16, es decir:

$$X_s = K_m X_m$$

donde:

X_s = longitud de la fibra intrafusual

K_m = constante de proporcionalidad

X_m = longitud total del músculo

Además observamos que la longitud de la fibra extrafusual X_s es igual a la suma de la longitud de la zona reticulada X_v , más la longitud de la zona densa X_d , de tal forma que:

$$X_s = X_v + X_d$$

así obtenemos:

$$K_m X_m = X_v + X_d$$

La ecuación anterior muestra que cuando el músculo es estirado, las zonas reticular y densa son también estiradas; la menor cantidad de filamentos de actina y miosina en la zona reticular (pues no es una zona contráctil) supone una menor viscosidad de ella, pero de mayor rigidez que la zona densa. El comportamiento de ambas zonas se observa en la Fig. II.17 (14).

Suponiendo que la zona densa posee más miofilamentos que la zona reticular, es allí donde se genera la fuerza

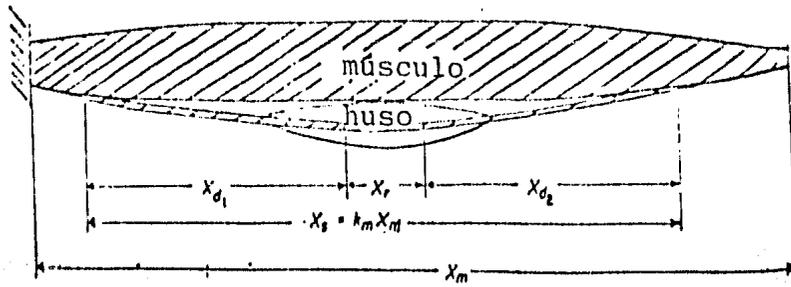


Figura II.16.- Conexión del huso muscular con el músculo. La explicación sobre las diferentes distancias son expuestas en el texto. (21).

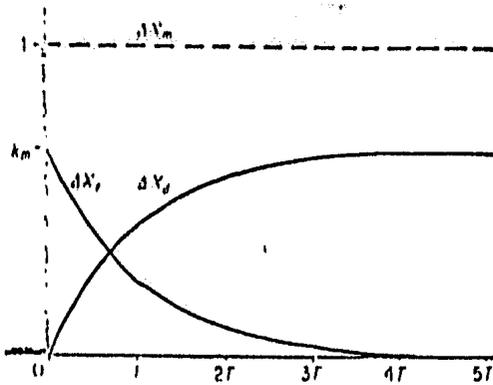


Figura II.17.- Respuesta al estiramiento de un modelo de una fibra intrafusar. En la zona reticulada la longitud decrece exponencialmente, contrario a la zona densa que se incrementa. (21).

necesaria para una contracción.

- Modelo.

En la figura II.15 se muestra el modelo de la fibra intrafusal presentado por Houk. Este modelo es también un modelo generador de fuerzas; la zona densa la simula con fuerza contráctil F_i y un componente viscoso B_d . La zona reticular que es de mayor rigidez esta representada por un elemento elástico K_r .

La fuerza en el punto 1 esta dada por:

$$F = F_i + B_d \times d$$

Mientras que la fuerza sea uniforme a lo largo de la fibra intrafusal podemos igualar esa ecuación a:

$$F = K_r X_r.$$

Con las dos ecuaciones anteriores se verifica lo supuesto por Houk, es decir que los receptores del huso responden a dos entradas, F fuerza contráctil producida por las fibras intrafusales y X_m (en función de X_r y X_d) longitud de las fibras extrafusales.

El modelo de Houk de las fibras intrafusales muestra, que aunque presentan los mismos componentes que una fibra extrafusal o inclusive en la totalidad del músculo, los componentes sugieren otra función o elemento fisiológico como puede ser el

elemento elástico serie para las fibras extrafusales representa al tendón (19), mientras que en las intrafusales representa la zona reticular (21).

II.6 MODELOS REFLEJO MUSCULAR, ARCO REFLEJO, REFLEJO DE ESTIRAMIENTO.

Sabemos que para que ocurra un reflejo muscular es indispensable la presencia de dos elementos: Órgano receptor y Órgano efector. El órgano receptor transmitirá información del estado del músculo, mientras que el efector realizará la actividad, en función de la información proporcionada por el receptor.

La idea anterior sugiere la presencia de una red de realimentación en las funciones reflejas del músculo; hasta ahora, los modelos tratados no se involucran con algún mecanismo de retroalimentación, a excepción hecha de Partridge (40), que prevee un mecanismo no-neuronal servo-retroalimentado, como mecanismo de control. Sin embargo, el modelo de Bawa, Mannard y Stein, consideran que el control del músculo es realizado directamente por el par antagonista, de tal forma que no es necesaria una realimentación.

Más tarde, el proponio Stein junto con Ogüztörelí (48), refieren sus estudios a experimentos concernientes a las propiedades del músculo y la red de realimentación sensorial del mismo.

a) Modelo de Stein y Ogüztörelí (48).

Cualquier modelo adecuado del músculo debe contener la descripción de las propiedades del músculo y los efectos de las cargas en esas propiedades. Sin embargo, una realimentación, de una o más redes, puede modificar la actividad motoneuronal.

La figura II.18 muestra el modelo, en diagrama de bloques, presentado por Stein y Ogüztörelí (48), del reflejo de oscilación. (48).

El modelo es simplificado, en función de: 1) los grandes centros nerviosos no han sido considerados, interesando únicamente como señales de entrada, como pueden ser los movimientos voluntarios que ocasionan cambios en los sensores de la red de realimentación, los cuales inciden sobre las motoneuronas.

2) Hay muchos tipos de receptores, los cuales tienen diferentes condiciones de reflejo. Sin embargo, las propiedades de estos receptores están controlados por centros superiores a través de las motoneuronas. En el modelo están representados por un bloque $H(s)$ en los que las vías se consideran constantes, aunque para movimientos voluntarios, tanto las señales ξ como γ son variables con el tiempo.

3) Las motoneuronas son consideradas como un simple punto de suma. Figura II.18.

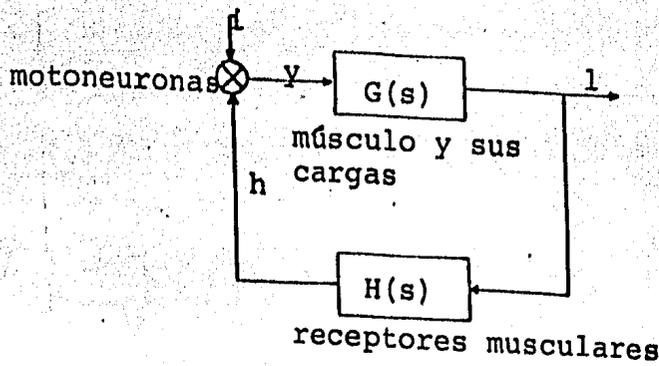


Figura II.18.-

Diagrama de bloques de la red de realimentación que involucra las propiedades del músculo y sus cargas $G(s)$ y su reflejo asociado $H(s)$. (48).

4) Las propiedades de los componentes están representadas por un bloque $G(s)$ donde s es la función de Laplace. Así que técnicas de linealidad pueden ser usadas en el análisis de modelo, considerando el modelo para pequeñas oscilaciones.

Los músculos esqueléticos bajo condiciones isométricas en respuesta a un tren de pulsos, se aproxima a una función de transferencia lineal de segundo orden, dada por:

$$G(s) = \frac{G_1}{(s+\alpha)(s+\beta)}$$

donde:

α β son constantes reales limitantes en el proceso de generación de fuerzas.

Del modelo de Bawa, Mannard y Stein (3) mostrado en la figura II.9, la constante esta dada por Bawa (2) como:

$$\alpha = \frac{1}{B} \left(K_p + \frac{k_i k_e}{K_i + k_e} \right)$$

y G_1 como:

$$G_1 = \frac{k_i k_e c}{B(k_i + k_e)}$$

en el dominio del tiempo tenemos:

$$g(t) = \frac{G_1}{\alpha + \beta} (\exp(-\alpha t) - \exp(-\beta t))$$

Las figuras II.19 ilustran el comportamiento de la ecuación bajo diferentes razones de estimulación.

La figura II.19 c posee un gran parecido con la respuesta del músculo sóleo bajo condiciones similares de estimulación (48).

Los receptores musculares son bien conocidos que responden a la longitud y la velocidad del músculo de tal forma que la función de transferencia es:

$$H(s) = H(s + \gamma) \exp(-st_0)$$

donde:

t_0 representa el atraso en la malla de realimentación
 γ es la constante de estimulación (48).

De la figura II.18:

$$y(t) = i(t) + h(t)$$

y por Laplace de la figura II.18 tenemos que la longitud del músculo esta dado por:

$$L(s) = y(s) G(s)$$

Para el modelo no retroalimentado de Bawa (3) ($H_i=0$) la respuesta a diferentes cargas inerciales se muestran en la figura II.20 que presenta oscilaciones cuando la carga aumenta, la Figura II.21 muestra la respuesta del modelo retroalimentado para diferentes valores de ganancia H. (48).

El modelo de Stein (48) proporciona el concepto de realimentación, donde la señal de entrada es alterada por una señal proveniente de un sensor de longitud a la salida del sistema. El

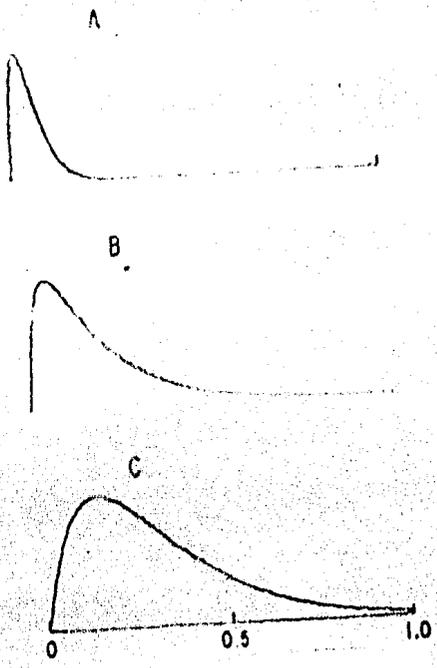


FIGURA II.19.-Respuesta impulso (Twich) del Modelo de Stein para diferentes valores de γ . La respuesta es similar a la respuesta del s6leo (49).

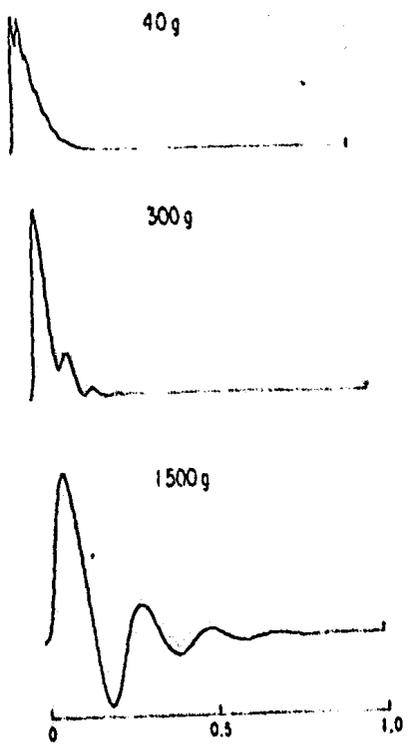
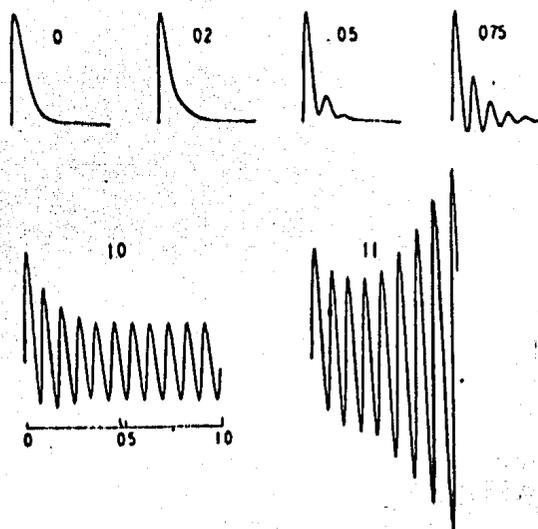


FIGURA II.20. - Efecto de las masas en el Twich del musculo plantaris (49).



~~FIG. II.21.~~ II.21. - Efectos de las masas.
(Continuación).

bloque G (s) representa la dinámica muscular y sus cargas, el bloque H (s) constituye los receptores del huso muscular y su estimulación (fibras motoras γ).

b) Modelos Reflejo de Estiramiento.

Los elementos periféricos involucrados en el control muscular y su interacción con la médula espinal, han sido descritos ampliamente (19,45). La relación funcional más estudiada es el reflejo de estiramiento muscular. Muchos de los componentes son ya conocidos, el músculo mismo, el huso muscular, etc. Sin embargo, interconexiones entre ellos y el sistema nervioso central no está muy claro.

Inbar y Pinchas (25), Houk (22), Kearny (32) y algunos otros han sugerido modelos del reflejo de estiramiento; a continuación expondremos algunos puntos sobre ellos.

Modelo de Inbar y Pinchas (26).

En su estudio pretenden mostrar un papel funcional en algunos circuitos nerviosos de la médula, controlada por el sistema nervioso central superior.

Los elementos básicos presenten en el sistema reflejo se muestran en la figura II.22 (26). Un diagrama de bloques del sistema se presenta en la figura II.23.

El diagrama de bloques se explica como sigue: El más

culo esta representado por dos bloques separados, el músculo activo representa las relaciones dinámicas entre la señal de entrada y la generación de fuerza T_a , el otro bloque, el músculo pasivo representa la relación dinámica entre el cambio de longitud D_c y la tensión muscular T_m . El órgano de Golgi esta representado también por dos bloques, Golgi (L), transductor sensible al cambio de longitud y Golgi (T), sensible a la tensión muscular. El bloque huso muscular representa la dinámica de las terminaciones primarias que participan en el sistema reflejo.

El huso tiene dos entradas, el cambio en la longitud del músculo DL y las nerviosas eferentes gamma proveniente del sistema nervioso. α y γ se consideran constantes para el estudio.

Una simplificación del diagrama es hecho en función de:

- El bloque Golgi (L) puede ser excluido pues la sensibilidad del órgano Golgi en función de T_a es cientos de veces mayor que para DL. Además Roberts (44) encontró que Golgi (L) representa solo una cuarta parte de la influencia de huso muscular.

- El umbral del órgano de Golgi es extremadamente alto para fuerzas externas aplicadas. (45). En sus estudios Inbar solo usa pequeñas fuerzas externas, por lo que el bloque Golgi (T) puede ser eliminado como resulta de la simplificación del diagrama de la figura II.23 se obtiene un sistema más sen-

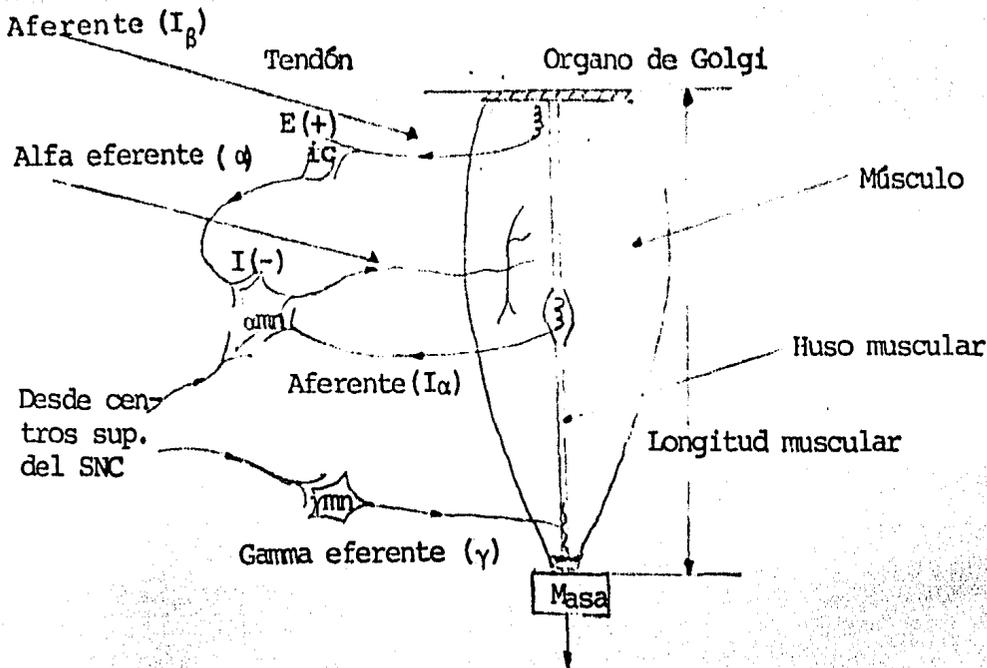


FIGURA II.22. - Sistema reflejo. Diagramas esquemáticos que muestra las conexiones entre los componentes fisiológicos que participan en el sistema reflejo (26).

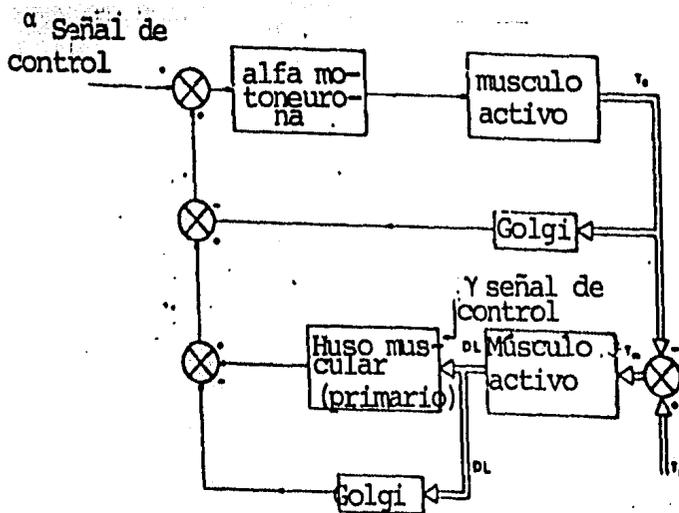


FIGURA II.23. - Diagrama de bloques del Sistema reflejo presentado Inbar (26).

cillo figura II.24, en donde la entrada al sistema es L_e que influye directamente en el bloque huso muscular, en lugar de T_1 . Puesto que las entradas α y γ son constantes no son consideradas en este diagrama Figura II.24.

El diagrama Figura II.24 proporciona un sencillo sistema de control realimentado, que considera lo anteriormente propuesto por Houk (22) en su modelo huso muscular: Los receptores del huso dependen de dos entradas, la longitud del músculo pasivo L_1 y la activación de las fibras intrafusales .

Otros Modelos Reflejo Muscular.

Tanto el modelo de Inbar (25) como otros modelos del reflejo muscular, consideran el reflejo de estiramiento y control de posición. Houk (22). Kearny (32) y Laurig y Sauernheimer (33) presentan sus modelos, figura II.25 II.26 y II.27 respectivamente, que son aproximados al propuesto por Inbar, sin embargo, ellos no simplifican sus diagramas e inclusive resultan demasiado complejos, Figura II.27.

II.7 DISCUSION

Se ha presentado un amplio panorama de diferentes modelos del comportamiento muscular, modelos que van desde las sencillas analogías viscoelásticas (21,23) hasta modelos complejos de reflejo muscular (33).

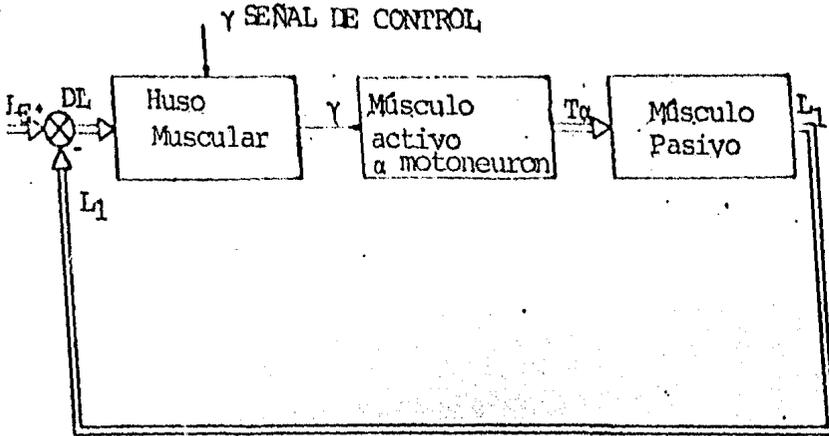


FIGURA II.24.- Diagrama de bloques simplificados (26)

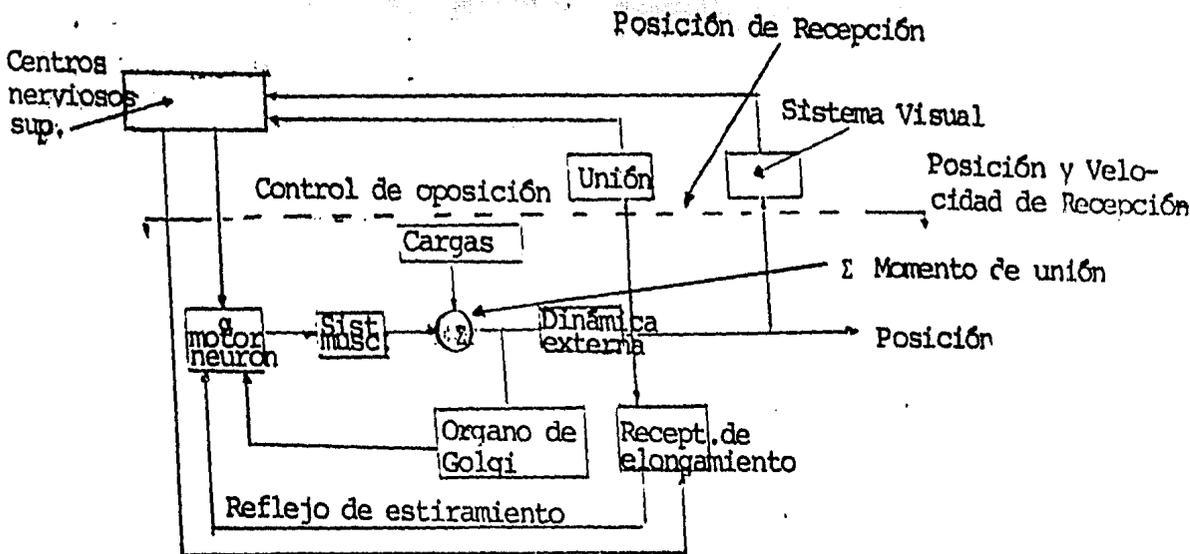


FIGURA II.25.- Diagrama de bloques del sistema reflejo propuesto de Houk (22).

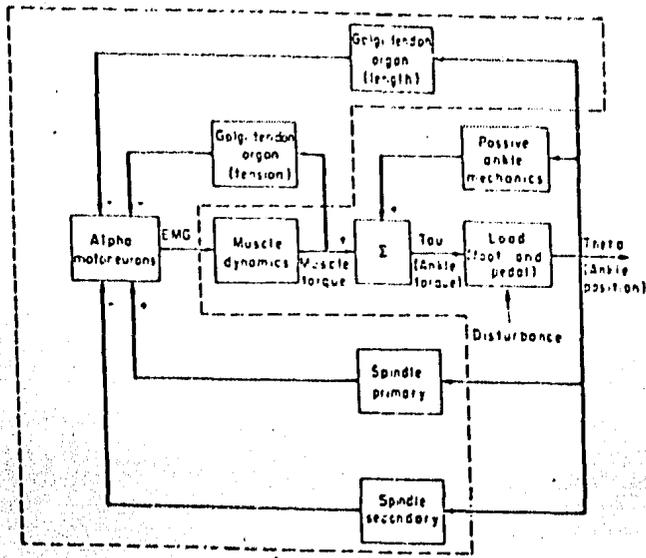


FIGURA II, 26. Diagrama de bloques del sistema reflejo propuesto por Hearn (32).

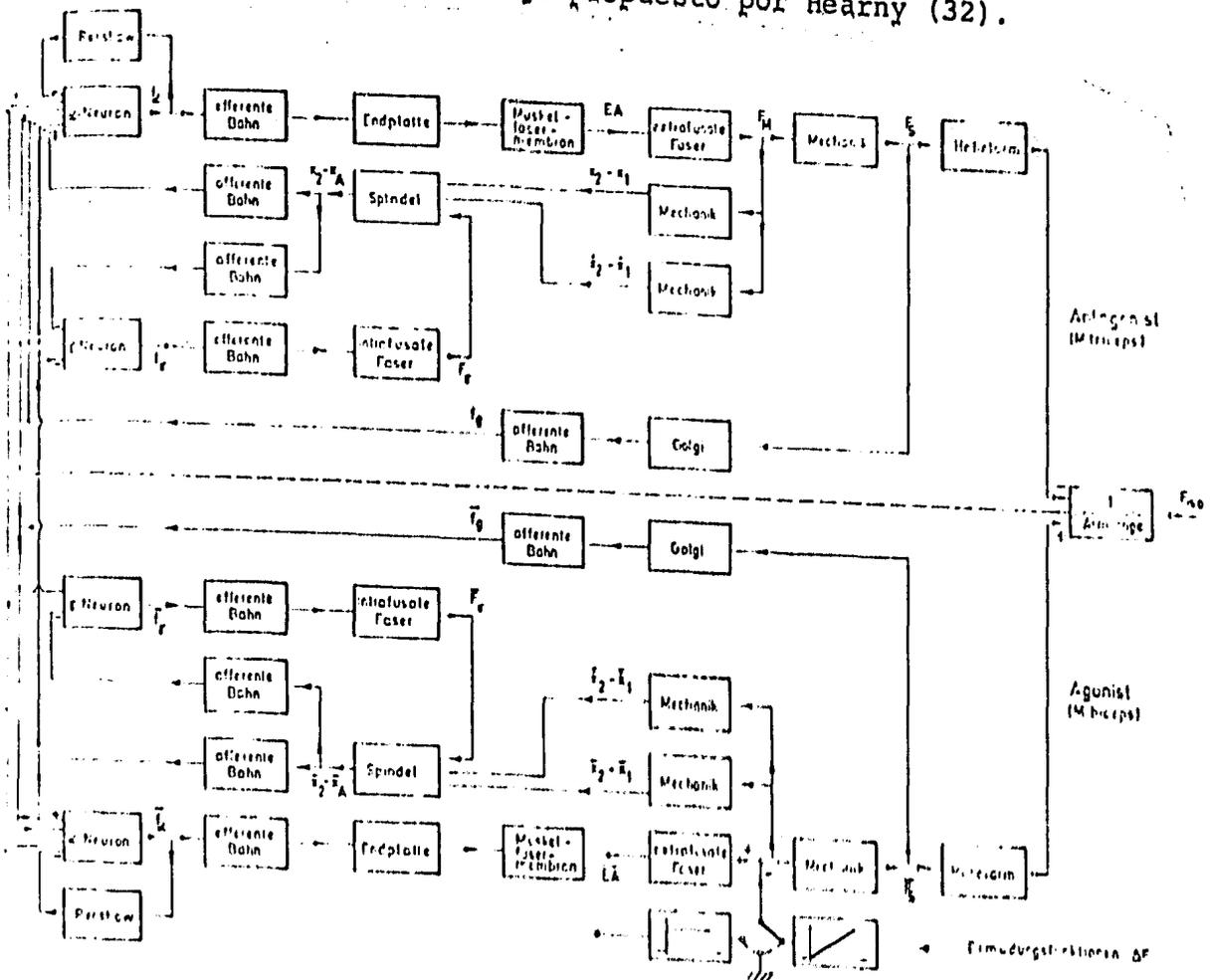


FIGURA II.27. Diagrama de bloques del sistema reflejo propuesto por Lauring (33).

Todos sin excepción aportan criterios dignos de considerar en el desarrollo de futuros modelos. Sin embargo, no todos ellos coinciden en sus hipótesis, por lo que, al investigador que desee realizar algún modelo tendrá que definir su corriente y partir, quizá, de un modelo propuesto.

Varios de los modelos han sido simulados mediante computadoras, tanto digitales (Ranjbaran en la SIGMA 6 (43), Allan en la IBM 360/65 (1), Hatze en EDC , Cyber 174 (16)) como analógicas: (Dijkstra en la computadora analógica Tr-48 EAI (8). Inbar en la Philips ANA-LOG 7 (26), MORI (34), Laurig (33), etc.) Para facilitar el análisis del modelo y obtener también una respuesta cualitativa y, en muchos casos, cuantitativa.

En los siguientes capítulos se desarrollará un modelo del comportamiento mecánica del músculo esquelético, basándonos en algunos de los modelos descritos anteriormente.

Además se simulará dicho modelo tanto por computadora digital como analógica, tratando de reproducir los resultados experimentales obtenidos de experiencias con músculos reales. Y así poder sugerir o predecir, en cierta medida nuevas hipótesis que estarán sujetas a comprobación experimental.

CAPITULO III

MODELO GENERAL PROPUESTO,

INTRODUCCION

MODELADO

DISCUSION

Cualquier aportación al conocimiento de un sistema físico, por pequeña que ésta sea, nos acerca más al dominio del mismo. Pese a que se hayan presentado decenas de modelos del músculo, siempre habrá algo nuevo que proporcionar a alguno de ellos. En el presente capítulo se desarrollará un modelo matemático del músculo esquelético.

Un modelo es la representación de la naturaleza o de un objeto real, es decir, describe el comportamiento de ese objeto. Tal descripción puede hacerse mediante palabras, números, símbolos, gráficas, esquemas, objetos, etc. De allí que los modelos puedan ser físicos, gráficos, esquemáticos o matemáticos. Los modelos, en ingeniería, son generalmente predictivos y en base a ellos es posible determinar o suponer situaciones futuras que sería difícil reproducir en el objeto real. La representación matemática o modelo matemático es un medio de predecir fenómenos naturales, comportamiento de dispositivos y procesos construidos por el hombre. Utilizando el sistema de reglas y convenciones prescritas por las matemáticas y asignando símbolos para representar las propiedades importantes del objeto real, las expresiones matemáticas pueden manipularse hasta obtener predicciones útiles de lo que debe esperarse según determinadas condiciones.

Las matemáticas constituyen un poderoso método de representación. Son un medio eficaz para la predicción y un lenguaje conciso y universalmente comprendido.

Para la elaboración del modelo matemático del músculo, es necesario definir un punto de partida en el desarrollo del mismo, se elaborará un modelo fundamentado en las bases fisiológicas y anatómicas descritas en el primer capítulo y se seguirán algunas teorías o modelos propuestos por algunos autores presentados en el capítulo anterior; como son el modelo viscoelástico de Hill (19), el modelo mecánico de Houk para el huso muscular (21), el control del sistema reflejo de Inbar (26), etc.

III.2 MODELADO

Para la elaboración del modelo será necesario determinar primero, a manera de bloques, el sistema completo del control muscular y posteriormente identificar cada uno de estos bloques que incluyen la dinámica muscular, huso muscular y la interacción entre ellos y su realimentación.

a) Control muscular.

Cualquier diagrama de bloques del control muscular o sistema reflejo consideran al menos uno de los dos sensores del comportamiento del músculo (26,22,33): ellos son el aparato tendinoso y el huso muscular. El primero sensa tensión mediante el órgano de Golgi, mientras que el otro sensa elongamiento por medio del receptor anuloespiral.

Sin embargo, las fibras nerviosas aferentes que inervan el huso muscular son de mayor densidad que las que inervan al aparato tendinoso figura III.1 (46), de tal forma

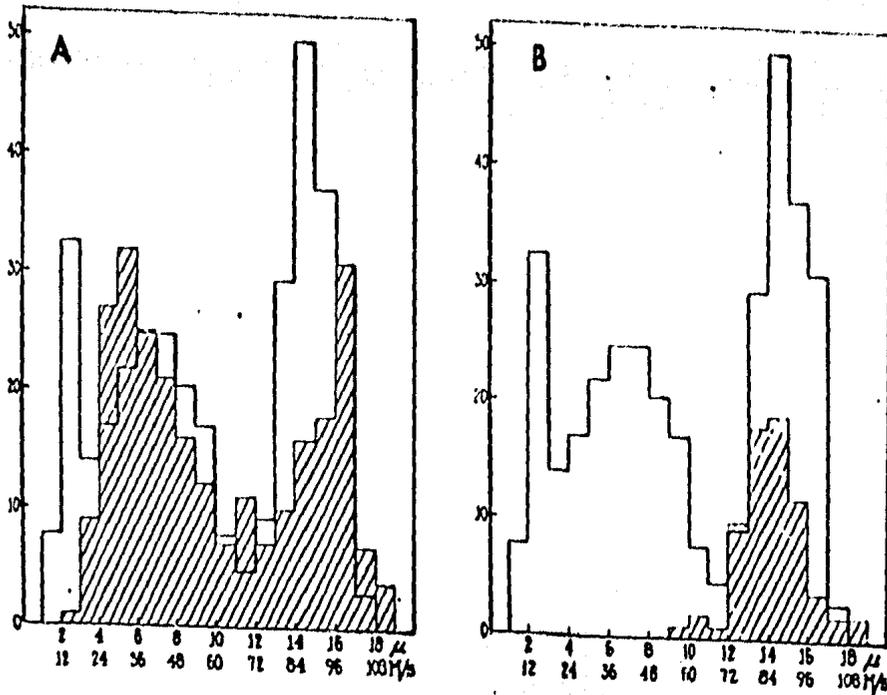


FIGURA III.1.- Distribución de los diámetros de las fibras aferentes que inervan husos musculares (A) y los órganos tendinosos (B). (46).

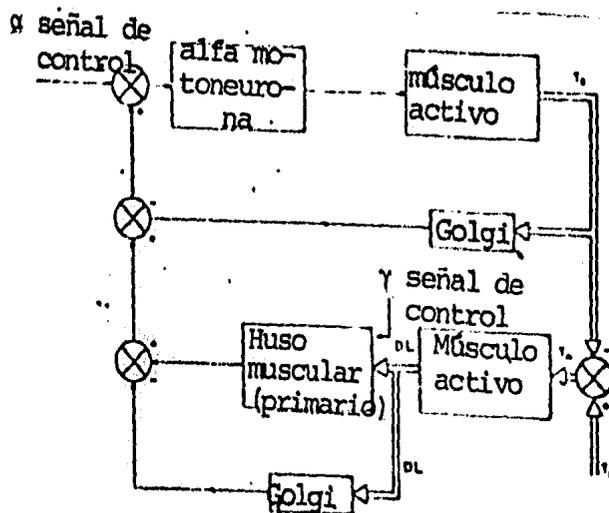


FIGURA III.2.- Diagrama de bloques del sistema reflejo del músculo presentado por Inbar. (26).

que las terminales anuloespirales del huso muscular proporcionan mayor información del estado del músculo al Sistema Nervioso Central. Esta información se refiere principalmente al reflejo de estiramiento y control de la postura.

Inbar (26) propone, como vimos en el capítulo anterior, dos diagramas de bloques del reflejo de estiramiento del músculo, el primero incluye el órgano de Golgi tanto para el estiramiento, Golgi (L), como para tensión, Golgi (T); el segundo diagrama es una simplificación del primero, en donde solo considera el huso muscular como mecanismo de control, figura III.2 y figura III.3 (26).

Este segundo diagrama presenta tres bloques:

- 1) Músculo pasivo.
- 2) Huso muscular.
- 3) Músculo activo y motoneuronas alfa

El músculo pasivo representa la zona reticular de las fibras intrafusales, que proporcionan el estado de elongamiento del músculo; el huso muscular constituye la parte activa de las fibras intrafusales, o zona densa y su señal de control gamma. Por otro lado, el músculo activo equivale a las fibras extrafusales y su señal alfa.

Para el desarrollo del modelo propuesto por este trabajo partiremos precisamente de la idea de Inbar (26), que parte a su vez, del conocimiento de la existencia de dos tipos de fibras musculares: la extrafusil y la intrafusil, esta última

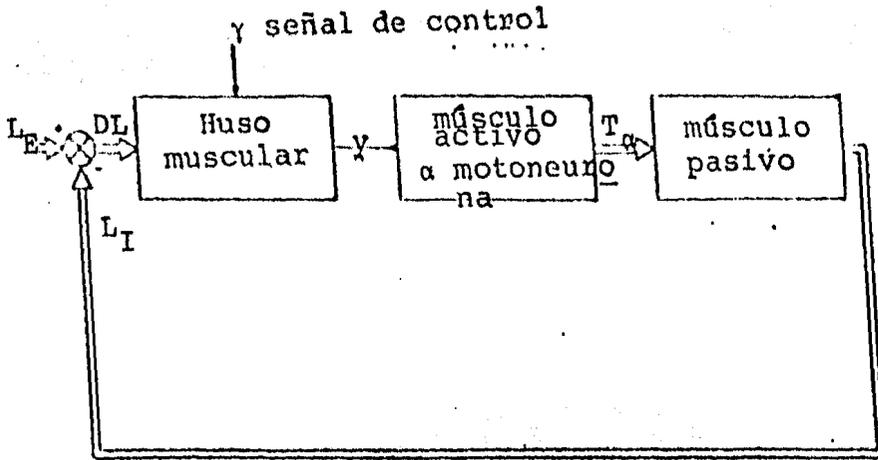


FIGURA III.3.- Diagrama de bloques simplificado del sistema reflejo presentado por Inbar. (26).

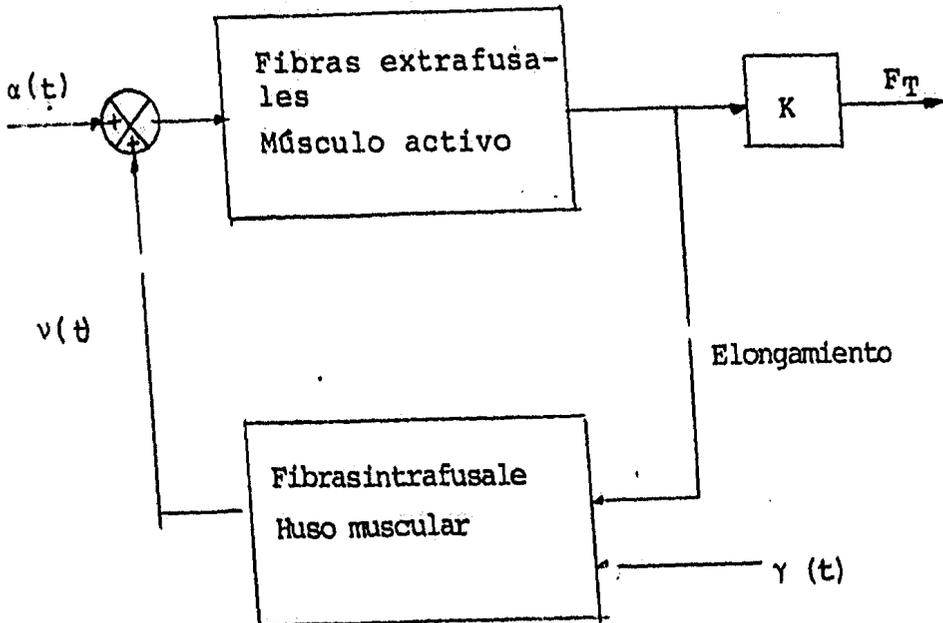


FIGURA III.4.- Diagrama de bloques de la interacción de fibras fusales e interfusales.

responsable del sistema reflejo. En la figura III.4 se muestra un sencillo diagrama de bloques de la interacción entre ambas fibras. El bloque que representa el huso muscular puede ser dividido a su vez en dos bloques para su descripción: la fibra intrafusar, zona densa, que presenta mayor cantidad de filamentos de actina y miosina (21) y la zona reticular o músculo pasivo. En la figura III.5A se presenta el diagrama completo del sistema reflejo del músculo. Las líneas dobles representan las interacciones mecánicas, mientras que las sencillas representan las conexiones neuronales.

De la figura III.5B se puede obtener la Tensión desarrollada en el músculo en función de las señales de excitación alfa y gamma expresada en función de la variable de Laplace (s).

De la figura observamos que:

$$v(s) = T_{\gamma}(s) \gamma(s) - T_H(s) X(s)$$

$$E(s) = \alpha(s) + v(s)$$

$$X(s) = T_F(s) E(s)$$

$$F(s) = K X(s)$$

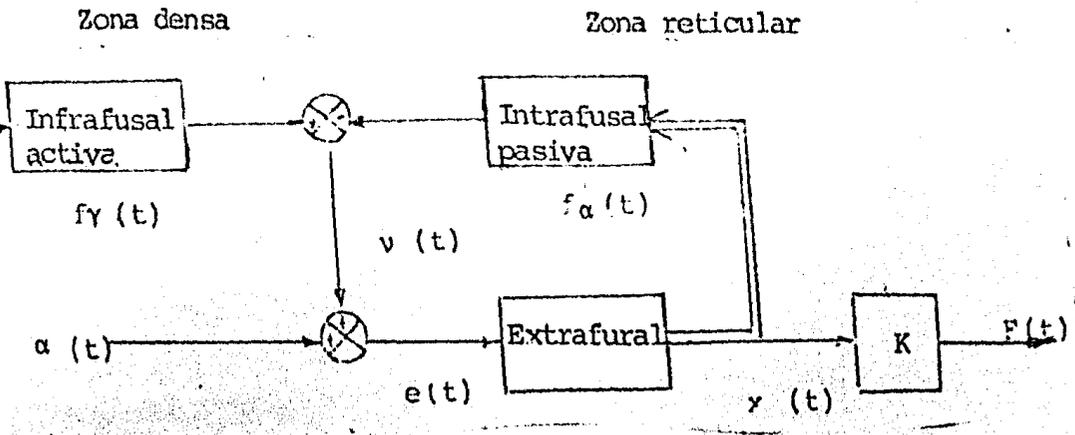
donde:

F (s) Fuerza o tensión desarrollada

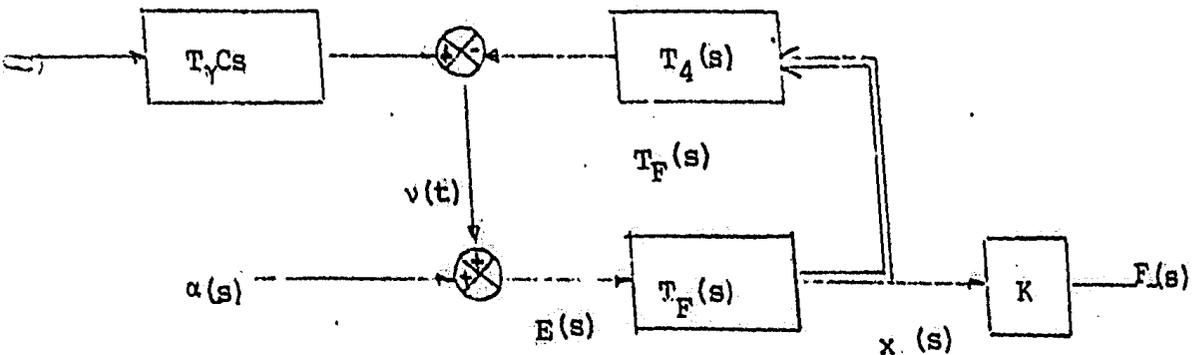
T (s) Función del Huso muscular, fibras intrafusales
activas

T_H(s) Función del músculo pasivo, es decir el reflejo
de estiramiento.

T_F(s) Función del músculo activo, fibras extrafusales



(A)



(B)

FIGURA III.5.- Diagrama completo del sistema del músculo.

Las líneas dobles representan las interacciones mecánicas, las sencillas, las conexiones neuronales. En (B) el sistema está expresado en función de (s).

K Transductor de fuerza

$\alpha(s)$ Excitación de las fibras extrafusales

$\gamma(s)$ Excitación de las fibras intrafusales

$v(s)$ Señal de realimentación del reflejo de estiramiento

$E(s)$ Excitación resultante del Sistema Nervioso (fibras alfa) y sistema reflejo.

$X(s)$ Elongamiento del músculo

Con las ecuaciones anteriores se puede obtener $F(s)$ en función de las excitaciones $\gamma(s)$ y $\alpha(s)$, esto es:

$$F(s) = \left[\frac{T_F(s) K}{I + T_H(s) T_F(s)} \right] \left[\alpha(s) + T_\gamma(s) \gamma(s) \right]$$

Esta ecuación representa el modelo matemático del comportamiento dinámico del reflejo de estiramiento en el control muscular.

b) Dinámica Muscular.

Tanto el bloque que representan las fibras extrafusales como el que representa las fibras intrafusales en la figura III.4 pueden representarse en tres bloques que constituyen la difusión de calcio, el transductor químico-mecánico y la dinámica muscular respectivamente, como puede observarse en la figura III.6.

1) Difusión de calcio.

Se sabe, que a una cierta excitación nerviosa se presenta una liberación de iones de calcio sobre el retículo sarco

plásmico. Esta difusión de Ca^{++} fue presentada por Hatze (14) como una función de la razón de excitación y del tiempo, función que queda expresada como:

$$\dot{c} = e(t) - \beta c(t)$$

donde:

- \dot{c} Función difusión de calcio
- $e(t)$ Excitación
- β Constante de difusión de la fibra
- $c(t)$ Concentración de calcio en el retículo sarcoplásmico

2) Transductor químico-mecánico.

La señal de excitación, ahora química, se transforma en acción mecánica (desplazamiento de los filamentos de actina y miosina) mediante un transductor químico-mecánico cuya relación está dada por:

$$f_c(t) = c(t)A$$

donde:

$f_c(t)$ fuerza producida por la liberación de los iones de calcio (Ca^{++}) sobre la actina y miosina activadas.

A Transductor lineal químico-mecánico

3) Dinámica Muscular.

El tercero y último bloque representa el comportamiento mecánico de la fibra, y está dado en función del comportamiento

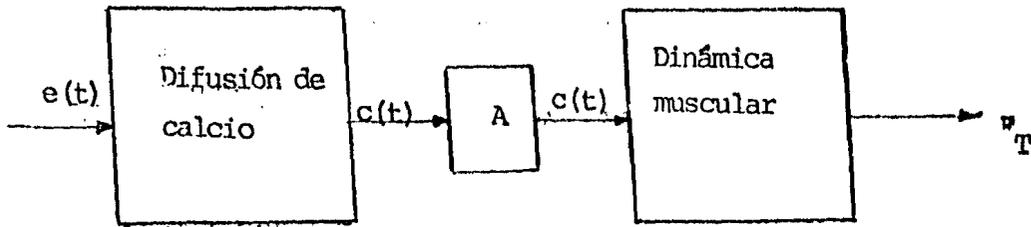


FIGURA III.6.- Diagrama de bloques de la dinámica-muscular en función de la difusión de calcio y el transductor químico-mecánico.

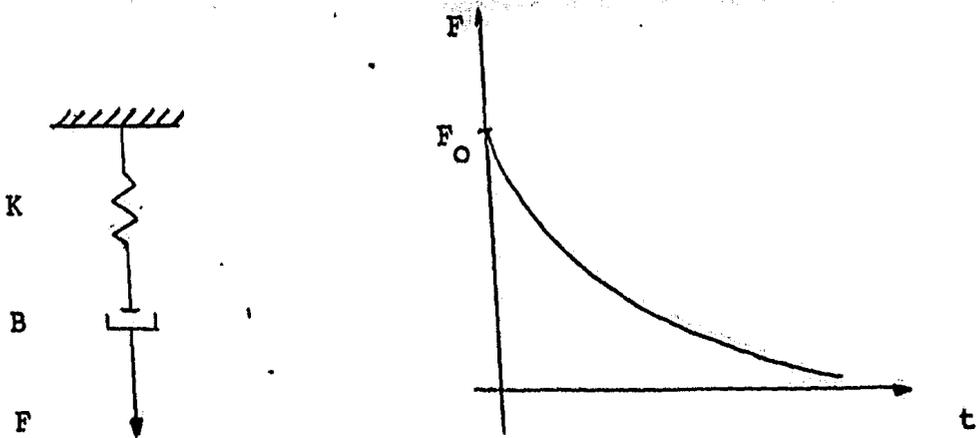


FIGURA III.7.- Arreglo viscoelástico de Maxwell: y la curva de su comportamiento ante una entrada escalón.

to viscoelástico del músculo. Existen muchos arreglos viscoelásticos resorte-amortiguador, arreglos usados en algunos de los modelos del comportamiento mecánico del músculo. (3,14).

3.1. Arreglos Viscoelásticos.

Los arreglos viscoelásticos pueden ser: serie, paralelo o estandarizado. Las figuras III.7 y III.8, muestran estos arreglos y sus curvas de comportamiento.

El arreglo serie o de Maxwell queda expresado, mediante leyes de elemento y leyes de dinámica, como:

$$\dot{F} = - \frac{K F}{B}$$

donde:

- F Fuerza desarrollada en el arreglo
- K Constante de elasticidad del resorte
- B Constante de viscosidad del amortiguador.

El arreglo paralelo o de Voight quedará expresado

como:

$$\dot{X} = \frac{F - K X}{B}$$

donde:

- X Deformación producida en el arreglo
- F Fuerza desarrollada en el modelo
- K Constante de elasticidad del resorte
- B Constante de viscosidad del amortiguador

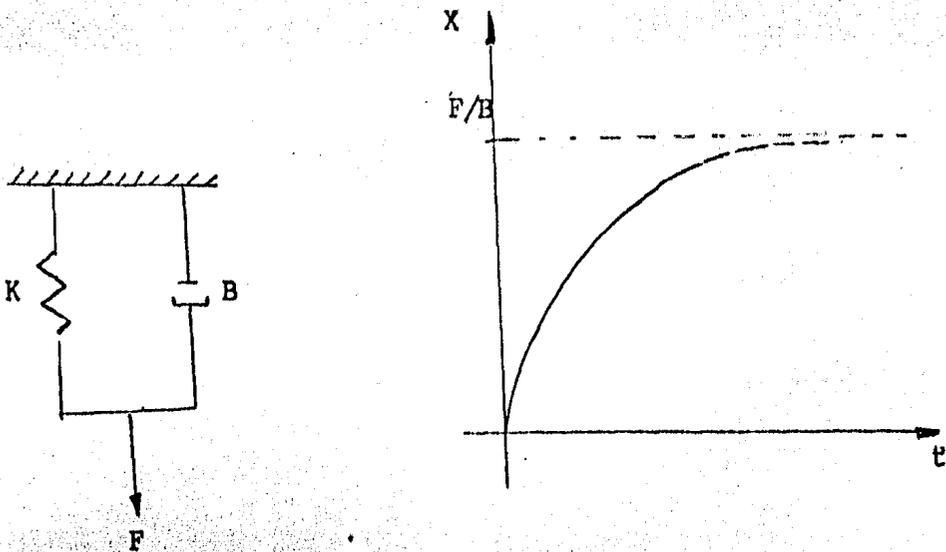


FIGURA III.8.- Arreglo viscoelástico de Voigt y la curva de su comportamiento ante una entrada escalón.

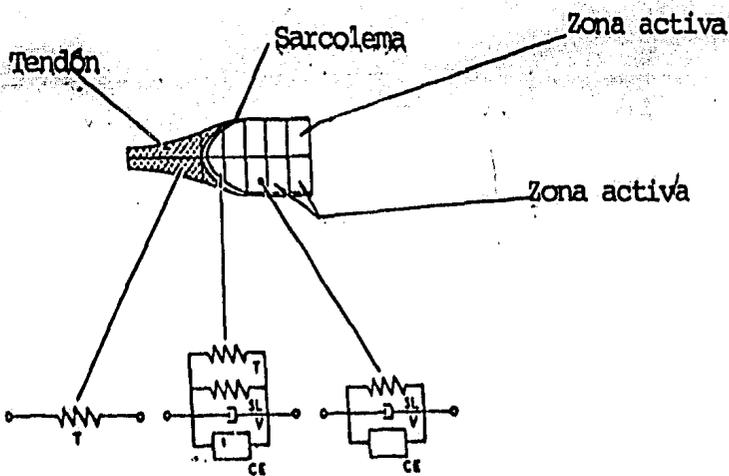


FIGURA III.9.- Descripción esquemática de los que representa cada elemento del modelo en función del elemento fisiológico (1).

3.2. Modelo mecánico.

Todos los modelos mecánicos del músculo contienen un arreglo viscoelástico y además un elemento contráctil, inicialmente propuesto por Hill (20). Sin embargo, no todos ellos consideran estos elementos como lineales, como lo es el modelo de Hatze (15) quién hace una crítica a aquellos modelos que si los consideran lineales (3,21,33). Sin embargo, esas consideraciones e inclusive lo que dichos elementos representan depende de las hipótesis y teorías propuestas por cada uno de los fisiólogos que han estudiado el comportamiento del músculo, como por ejemplo Allan (1) hace una descripción esquemática de lo que representa cada elemento del modelo en función del elemento fisiológico, figura III.9; Bawa (3) parte en su modelo, figura III.10, de la teoría del comportamiento viscoelástico del músculo y la acción de sus antagonistas, sin implicar, como lo hace Hatze (15) y Dijkstra (8), la acción de las fuerzas atractivas de los puentes cruzados.

Sea cual fuere la teoría o hipótesis seguida, los modelos presentan alguno de los arreglos viscoelásticos mencionados anteriormente. Al igual que Bawa (3), la mecánica muscular se presentará en este trabajo como un arreglo de Voight, figura III.11. Modelo que representa una fibra o músculo completo, pues el comportamiento de una fibra muscular, una miofibrilla o de un sarcómero es igual al comportamiento mecánico del músculo completo. Así el valor de los elementos del arreglo equivalente y mínimo será igual a la suma de los paralelos y series de los pequeños sarcómeros, figura III.12.

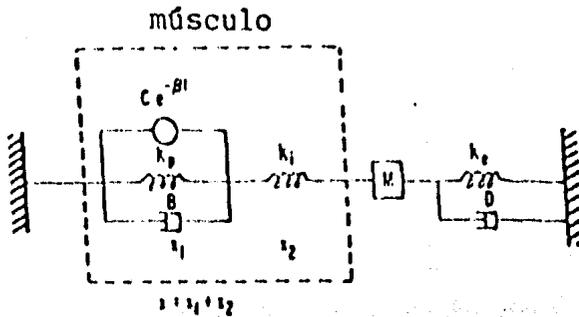


FIGURA III.10.- Modelo propuesto por Bawa fundamentado en la teoría del comportamiento viscoelástico y la acción de sus antagonistas, sin considerar las fuerzas atractivas de los puentes cruzados.

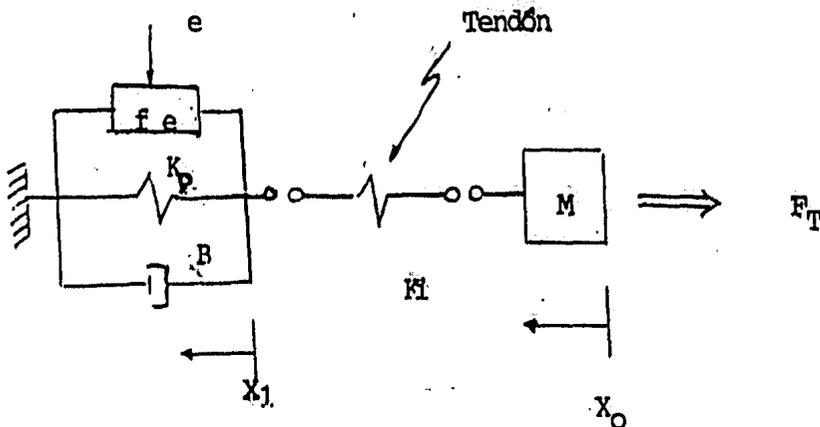


FIGURA III.11.- Modelo de la mecánica muscular basado en un arreglo de Voight.

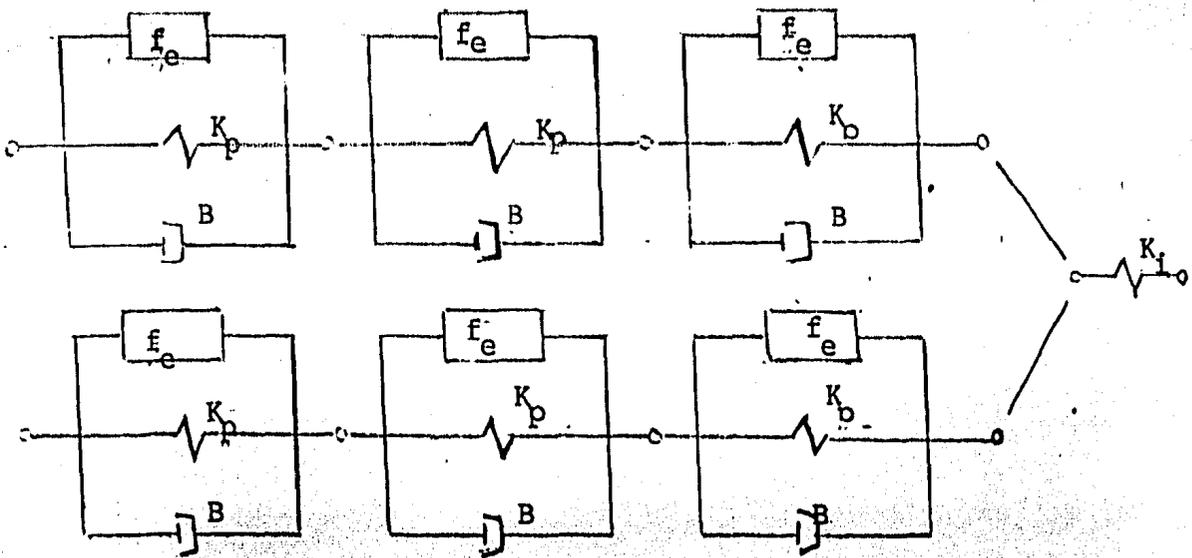


FIGURA III.12.- Representación de una fibra o músculo completo basado en un arreglo, en serie y en paralelo, de las unidades fundamentales que modelan un sarcómero.

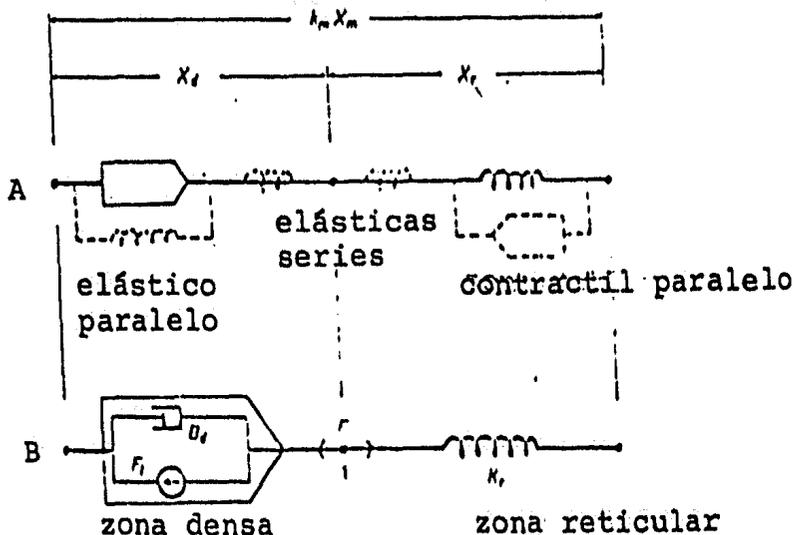


FIGURA III.13.- Arreglo propuesto por Houk que representa el huso muscular de la rana. Considera las propiedades elásticas de la zona reticular (fibras intrafusales). (21).

c) Huso muscular.

Como se ha visto, el vientre muscular está formado por dos tipos de fibras: extrafusales e intrafusales, éstas últimas constituyen el huso muscular. Ambas fibras presentan el mismo comportamiento viscoelástico, de tal forma que se pueden representar por el modelo mecánico de la figura III.11, aunque lo que representa cada elemento difiere un poco entre una y otra fibra. Como lo mencionó Houk (21), al hablar sobre el huso muscular de la rana, el resorte en serie representa, en las fibras intrafusales, la zona reticular, con menor densidad de actina y miosina; por lo que presenta características más elásticas que la otra porción de la fibra; mientras que en las fibras extrafusales representan las propiedades elásticas del tendón (21), figura III.13.

Houk (21) postuló que el comportamiento de las fibras intrafusales dependen del comportamiento de las extrafusales en la contracción o en el estiramiento; Naeije y Crowe (37) presentaron un modelo mecánico de este acoplamiento, figura III.14, pues como se sabe, las fibras intrafusales están conectadas en sus extremos a las demás fibras musculares o extrafusales (46).

El modelo mecánico del huso muscular propuesto en este trabajo se muestra en la figura III.15 e integra además, en forma de bloques, la difusión del calcio y el transductor químico-mecánico para ambas fibras musculares.

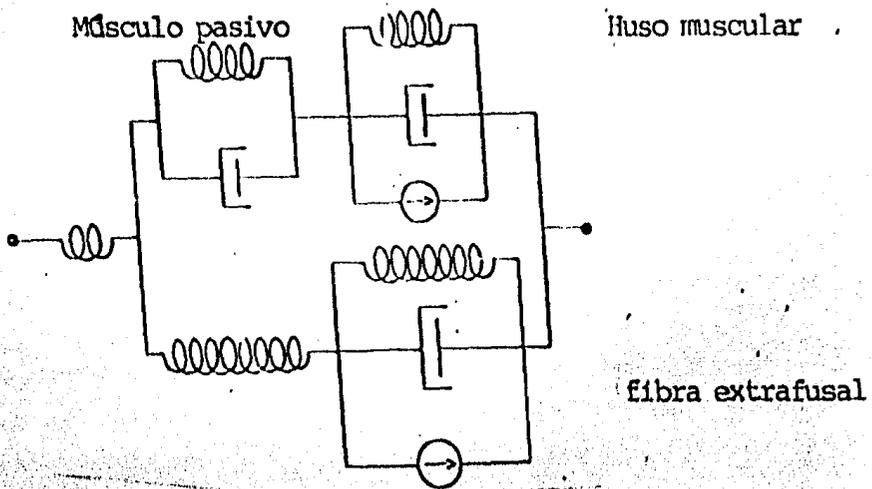


FIGURA III.14.- Modelo mecánico propuesto por Naeije y Crowe que considera la dependencia funcional de las fibras intrafusales con respecto a las fibras extrafusales.

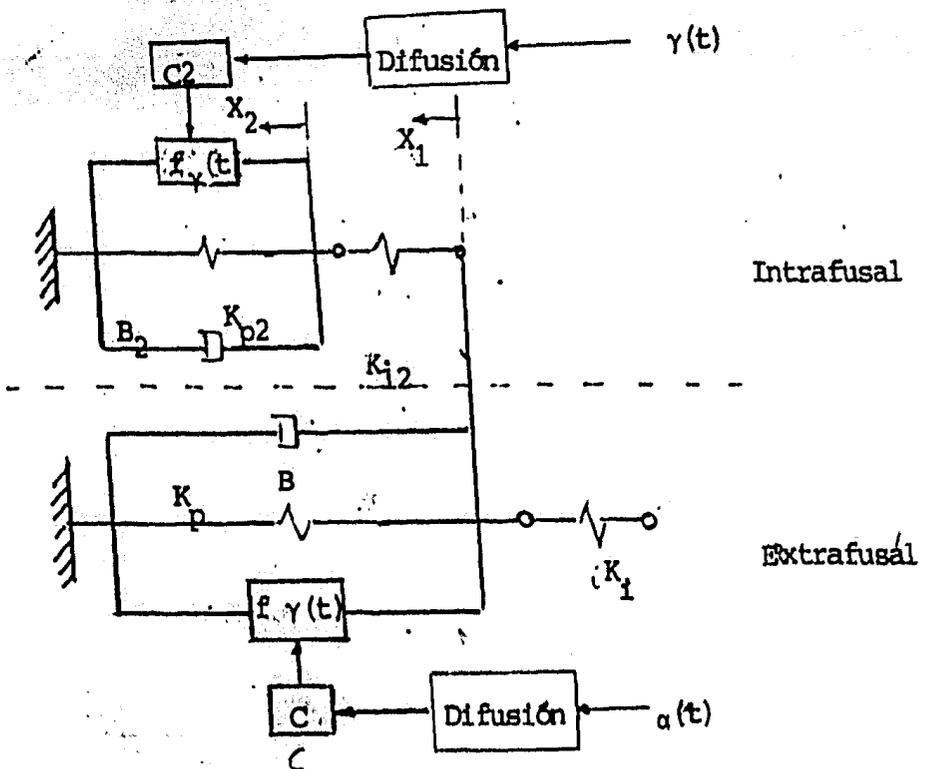


FIGURA III.15.- Modelo mecánico del huso muscular que incluye la difusión del calcio y el transductor químico-mecánico para ambas fibras musculares.

d) Realimentación.

En el diagrama de bloques del sistema completo del control muscular, figura III.5A, se observa una realimentación de las fibras intrafusales a las extrafusales. Esta realimentación integra el llamado mecanismo de reflejo de estiramiento.

Las fibras intrafusales presentan unas terminaciones nerviosas (receptor anuloespiral) a nivel de la zona reticular o músculo pasivo, terminaciones que determinan la elongación de las fibras y mandan por vía aferente una señal a la médula espinal, que envía otra señal a las fibras extrafusales por vía eferente; esto constituye el arco reflejo del sistema nervioso.

El modelo mostrado en la figura III.15 quedará con una realimentación positiva como se muestra en la figura III.16, en donde el sensor de elongamiento, que representa el receptor anuloespiral, ha sido colocado sobre el elemento elástico que representa la zona reticular de la fibra intrafusar.

En la figura III.16 se presenta el modelo final que simula el comportamiento mecánico y el control de una sola unidad motora, pues esta es la "unidad más pequeña de actividad muscular".

Cada una de las variables presentadas en la figura III.16, representa:

$Dc_a(t)$ difusión de calcio de la fibra extrafusar

$Dc_\gamma(t)$ difusión de calcio en la fibra intrafusar

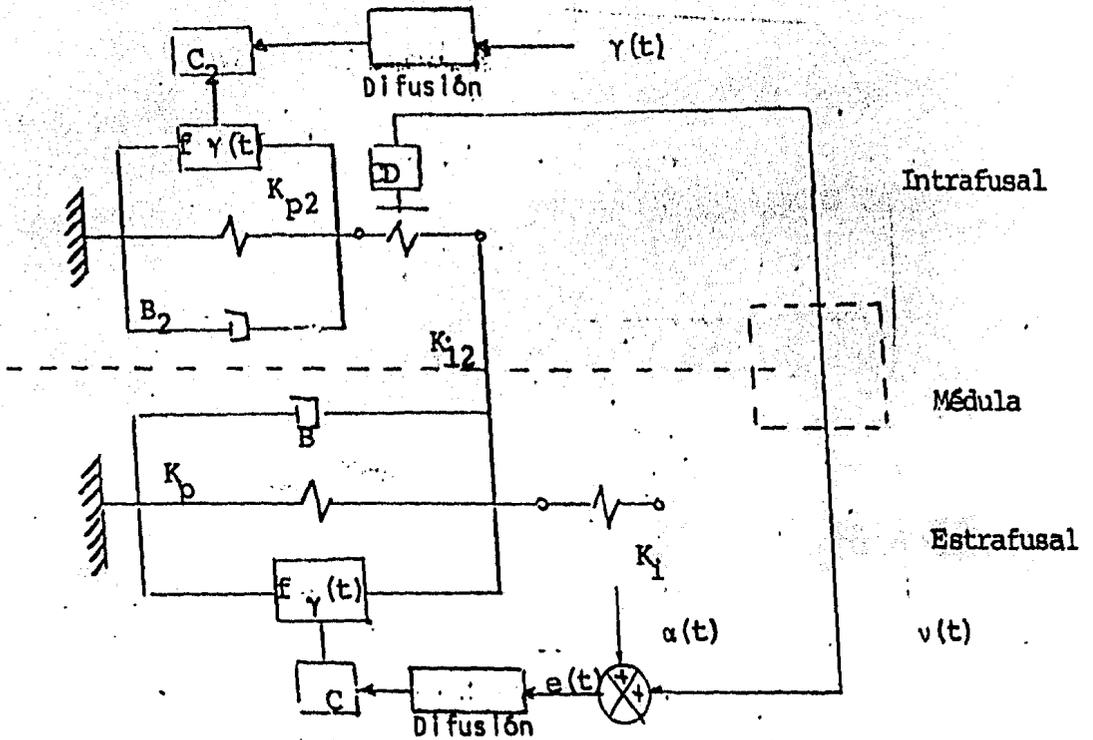


FIGURA III.16.- Modelo que simula el comportamiento mecánico y el control de una sola unidad motora.

- C transductor químico-mecánico de la fibra extrafusar
- C2 transductor químico-mecánico de la fibra intrafusar
- CD sensor de elongamiento
- K_p componente elástico de la fibra extrafusar
- B componente visco de la fibra extrafusar
- K_1 constante de elasticidad del tendón
- K_{p2} componente elástico de la zona densa de la fibra intrafusar
- B_2 componente viscoso de la zona densa de la fibra intrafusar
- K_1 constante de elasticidad de la zona reticular de la fibra intrafusar
- $\alpha(t)$ excitación fibras extrafusales
- $\gamma(t)$ excitación fibras intrafusales
- $v(t)$ señal de realimentación del reflejo de estiramiento
- $e(t)$ excitación resultante del sistema nervioso (fibras alfa) y sistema reflejo
- $F_t(t)$ tensión desarrollada por el músculo

III.3

DISCUSION

Se ha desarrollado un modelo del comportamiento mecánico y control del músculo esquelético, el cual incluye fibras extrafusales, fibras intrafusales o huso muscular y mecanismo de realimentación o sistema reflejo.

El modelo propuesto simula, como se mencionó anteriormente, una sola unidad motora, a diferencia de la mayoría -

de los modelos expuestos en el capítulo anterior que modelan al músculo en su totalidad, Bawa (3), Hatze (14). El modelo propuesto es mínimo y equivalente a todas las miofibrillas o sarcómeros existentes en una unidad motora. El modelo podría presentarse, quizá, como una función del número de sarcómeros en la miofibrilla, y a su vez en función del número de fibras por unidad motora. Es preciso mencionar que la geometría muscular puede influir en el equivalente mecánico, pues un vientre muscular presenta forma de haz, de tal forma que las fuerzas atractivas de una fibra externa son tangenciales al haz muscular, figura III.17. Cabe aclarar que se han considerado a todos los elementos mecánicos como lineales, a diferencia de Hatze (14), que los considera no lineales, puesto que la teoría de sistemas lineales ha sido más ampliamente desarrollada como aproximación del análisis cualitativo del comportamiento dinámico de los sistemas.

El modelo presenta dos tipos de fibras: extrafusales e intrafusales, siendo estas últimas las responsables del sistema reflejo del músculo. Naeije (37) presentó antes este arreglo, siendo el comportamiento de las fibras intrafusales función de las extrafusales, como lo había mencionado Houk (21) anteriormente.

A este arreglo huso-músculo activo se le implementó una realimentación en función del elongamiento de la zona reticular de la fibra intrafusar. Esta realimentación ya ha sido considerada por muchos autores, Inbar (25), Kearny (32), etc., pero sólo a nivel de diagramas de bloques. En el modelo se pre

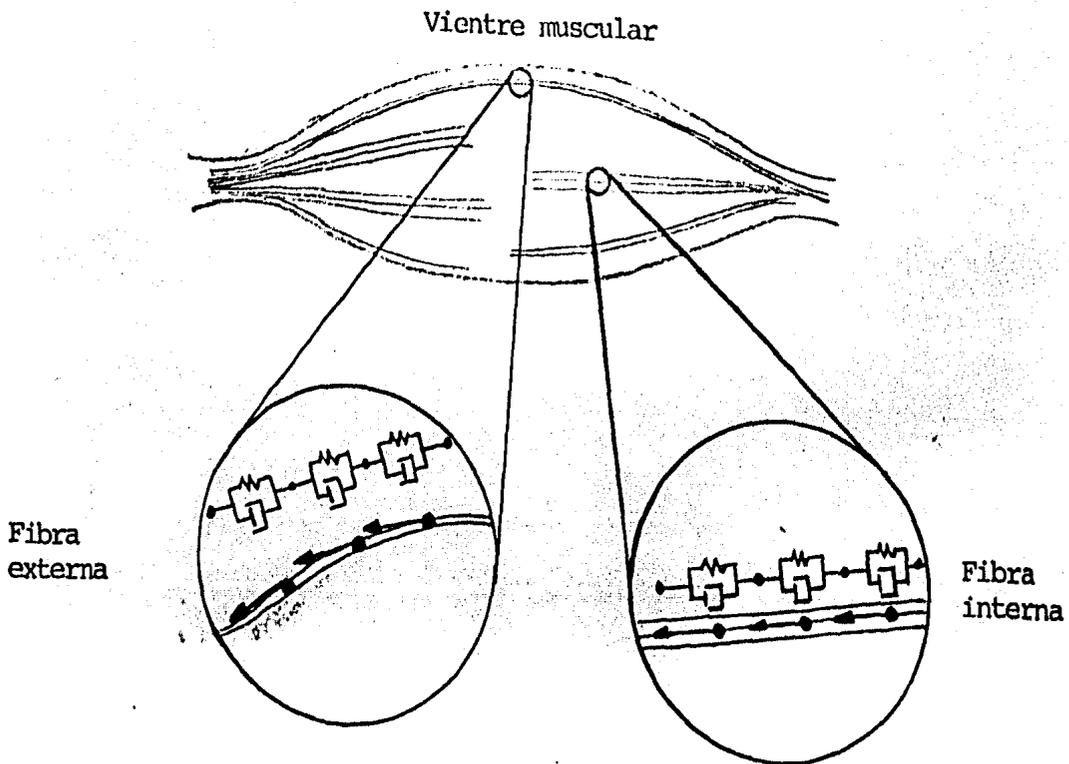


FIGURA III.17.- La geometría muscular puede influir en el equivalente mecánico, pues las fuerzas atractivas de una fibra externa son tangenciales al haz muscular, mientras que en las fibras internas, dichas fibras son colineales al haz muscular.

señala como un modelo mecánico y su control como una realimentación sobre la excitación del músculo activo.

Solamente queda simular el comportamiento de este modelo en los diferentes tipos de actividad muscular: contracción isométrica, contracción isotónica y condición de alargamiento. Esta simulación se realizará mediante el paquete Dynamo - de la Borroughs 6700 del Centro de Servicios de Cómputo de la Universidad Nacional, y mediante la computadora analógica EAI 180 del Laboratorio de Control de la Facultad de Ingeniería.

CAPITULO IV

SIMULACION DEL COMPORTAMIENTO DEL MODELO
PARA CONTRACCION ISOTONICA, ISOMETRICA Y
ALARGAMIENTO.

INTRODUCCION

DESCRIPCION DE LOS SIMULADORES

SIMULACION DE LOS DIFERENTES TIPOS
DE ACTIVIDAD MUSCULAR

DISCUSION

Para obtener el comportamiento del modelo descrito en el capítulo anterior, se simulará éste mediante el uso de computadora. Se utilizará tanto computadora analógica como digital.

Es conveniente definir ahora lo que es simulación y hablar sobre validación y tipos de simulación. Shubek define simulación como:

"Simulación de un sistema o un organismo es la operación de un modelo (simulador), el cual es una representación del sistema. Este modelo puede sujetarse a manipulaciones que serían imposibles de realizar, demasiado costosas o imprácticas. La operación de un modelo puede estudiarse y con ello, inferirse las propiedades concernientes al comportamiento del sistema o subsistema real".

La simulación es, esencialmente, una técnica que enseña a construir el modelo de una situación real aunada a la realización de experimentos con el mismo. A partir de esos experimentos será posible validar el modelo, es decir, probar que éste es verdadero: que tanto coinciden los valores simulados con los datos reales conocidos, así es que éstos están disponibles y que tan exactos son las predicciones del comportamiento del sistema real hechas en función del modelo de simulación.

Los experimentos obtenidos de la simulación pueden

proporcionar ya sea resultados cualitativos, cuantitativos o ambos; cuantitativos se refiere a la obtención de datos que pueden ser medidos, de tal forma que en la validación es necesario conocer los datos reales para poder hacer una comparación entre ellos. El término cualitativo refiere solo el tipo de comportamiento, esto es, comparar las cualidades del modelo simulado y el sistema real.

Entre todos los modelos físicos, esquemáticos, gráficos y matemáticos, estos últimos constituyen el más poderoso método de representación, pues sus procedimientos y reglas los hacen ser un medio de razonamiento extremadamente útil. Es por esto que la mayoría de los modelos presentados en ingeniería son matemáticos descritos generalmente por sistemas de ecuaciones diferenciales debido a que representan sistemas dinámicos.

Dichas ecuaciones pueden ser resueltas por medio de simulación analógica o digital, simulación apoyada fuertemente por el uso de las computadoras.

En las computadoras analógicas las variables son continuas y resuelven los modelos a partir de la interconexión de circuitos electrónicos cuyo comportamiento es análogo al de la ecuación que se desea resolver. Las computadoras digitales en cambio emplean variables discretas y para la solución de los modelos se valen de métodos numéricos interactivos.

En el presente capítulo se describirá la simulación del modelo del músculo esquelético desarrollado en el capítulo anterior. Se expondrá, primeramente las características de

las herramientas computacionales empleadas. Posteriormente se describirá la simulación, tanto digital como analógica de cada uno de los tres tipos de actividad muscular, comparando los resultados obtenidos con los resultados experimentales citados en algunas referencias bibliográficas.

IV.2 DESCRIPCION DE LOS SIMULADORES.

Se ha mencionado anteriormente que la simulación se realizará por medios computacionales. Describiremos ahora el paquete Dynamo, como simulador digital, el cual se encuentra cargado en la B6700 del Centro de Servicios de Cómputo de la UNAM; y la Computadora Analógica EAI-180 del laboratorio de Control de la Facultad de Ingeniería de esta institución.

a) Paquete Dynamo. (9)

Dynamo es un lenguaje de simulación de propósitos especiales, fué creado por Phyllis Fox y Alexander L. Pugh en el MIT, con el propósito de simular ciertos tipos de sistemas dinámicos con retroalimentación utilizando como base el método numérico de Euler para resolver un conjunto de ecuaciones diferenciales de primer orden, ya que estos sistemas son posibles de describir en términos de un conjunto de ecuaciones diferenciales de este tipo. Aunque Dynamo ha sido empleado para simular sistemas económicos, es posible usarlo para otros sistemas como los biológicos, físicos y sociales.

Este sistema de simulación emplea dos tipos diferentes de instrucciones (ecuaciones y direcciones) para obtener

soluciones numéricas paso a paso (en forma recursiva) del conjunto de ecuaciones diferenciales que describen el sistema en estudio.

Las componentes básicas del lenguaje DYNAMO son casi idénticas a las encontradas en cualquier lenguaje superior:

- 1.- Variables
- 2.- Constantes
- 3.- Subíndices
- 4.- Ecuaciones
- 5.- Funciones

Sin embargo, en DYNAMO las variables se subdividen adicionalmente en: variables de nivel, auxiliares, condiciones iniciales, etc.

Una corrida en DYNAMO constará de las siguientes cinco fases:

- 1.- Fase de entrada: lee los registros que describen las especificaciones del modelo.
- 2.- Fase de generación: transforma las especificaciones en instrucciones para la computadora.
- 3.- Fase de corrida: calcula los valores de las variables del modelo.
- 4.- Fase de impresión: tabula los datos en la forma indicada en el registro PRINT.
- 5.- Fase de graficación: grafica los datos en gráficas, de acuerdo al registro PLOT.

El estado del sistema al empezar una corrida de si-

mulación se especifica por medio de las condiciones iniciales. La computadora determina entonces los valores de las variables del sistema al final de cada intervalo de tiempo. Los valores de las variables pueden imprimirse tanto gráfica como tabularmente, al final de cada iteración.

b) Computadora Analógica EAI-180 (10)

La computadora analógica EAI-180 consta de tres módulos principales: analógicos, de medición y de operación. - (10) Figura IV.1.

Existen tres tipos de módulos analógicos diferentes: amplificadores operacionales, potenciómetros y fuentes de voltaje de corriente directa. Los amplificadores operacionales pueden funcionar tanto como amplificadores, sumadores o integradores, según sea el tipo de realimentación que se utilice.

Los potenciómetros, aterrizados o no, proporcionan un escalamiento de las variables del sistema y sirven como constantes de las mismas. Las fuentes de voltaje se combinan con los potenciómetros para obtener los valores específicos.

La Fig. IV.2 muestra un resumen esquematizado de cada uno de los módulos analógicos, el circuito y su simbología.

El módulo de medición consta de un voltmetro digital, que mide el voltaje en potenciómetros y el voltaje de salida en amplificadores.

El módulo de operación controla el funcionamiento de los integradores en función de los tiempos de integración.

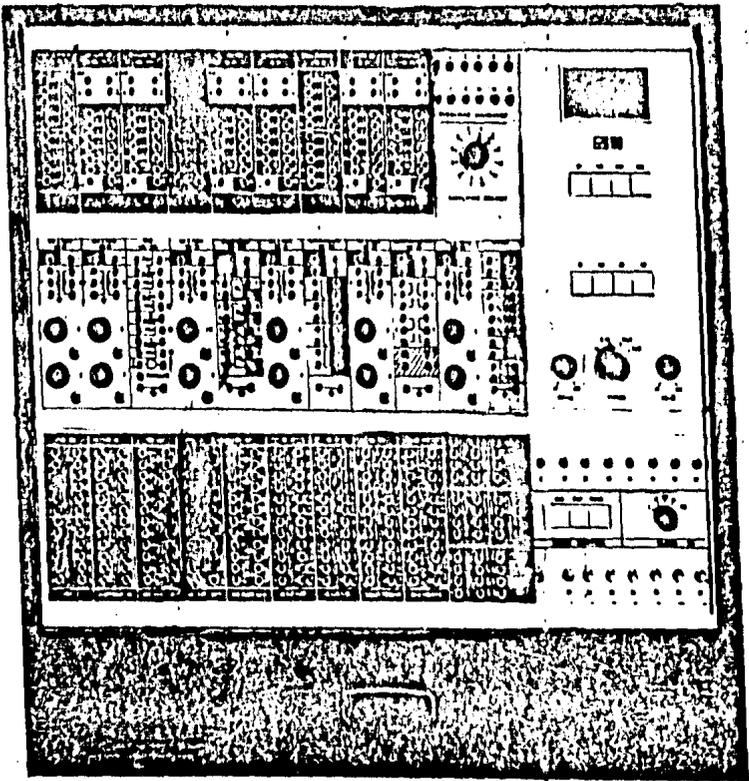


Figura IV.1.- Aspecto físico de la Computadora Analógica EAI-180

RESUMEN:

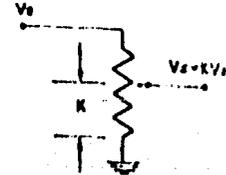
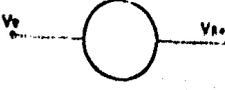
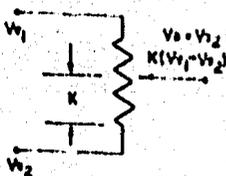
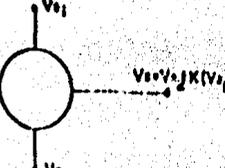
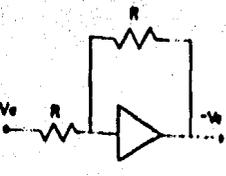
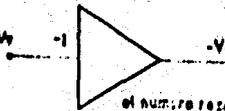
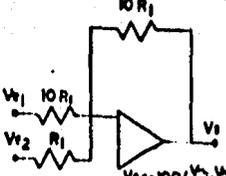
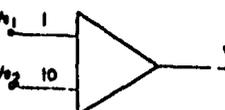
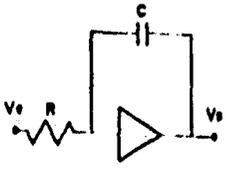
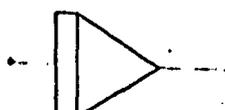
DESCRIPCION DEL CIRCUITO	CIRCUITO	SIMBOLO DE PROGRAMACION
<p>POTENCIOMETRO ATERRIZADO</p>		<p>$0 < K < 1$</p> 
<p>POTENCIOMETRO NO ATERRIZADO</p>		
<p>INVERSOR</p>		 <p>el número representa la ganancia</p>
<p>SUMADOR</p>		 <p>$V_0 = -V_1 - V_2(10)$</p>
<p>INTEGRADOR</p>		<p>= C.I.</p>  <p>$V_0 = -\frac{1}{RC} \int v(t) dt + C.I.$</p>

Figura IV.2.- Resumen esquematizado de los módulos analógicos (10)

IV.3 SIMULACION DE LOS DIFERENTES TIPOS DE ACTIVIDAD MUSCULAR.

El modelo propuesto hasta ahora no considera ningún tipo de condición en la contracción o actividad muscular. Es tos tipos de actividad muscular pueden ser: contracción isotónica, estiramiento o contracción isométrica. A continuación se simulará cada uno de estos tipos de actividad muscular, - siendo necesario llegar antes a su modelo matemático expresado como un sistema de ecuaciones diferenciales de primer orden y lineales.

a) Contracción Isotónica.

.1 Modelo Matemático

La contracción isotónica produce un trabajo externo, como lo es el desplazar un cuerpo a través del espacio; esta contracción produce un acortamiento del músculo. El diagrama propuesto del modelo para este tipo de contracción se muestra en la Fig. IV.3, donde cada una de las variables representa:

- M masa del cuerpo que será trasladado
- X₀ acortamiento del músculo que produce el desplazamiento del cuerpo M.
- X₁ acortamiento de las fibras extrafusales
- X₂ acortamiento de las fibras intrafusales
- F_t tensión desarrollada en la contracción

Aplicando Leyes de Elemento y de Conjunto de un sistema mecánico para el análisis del sistema propuesto, se obtiene el comportamiento del modelo en variables de estado y que-

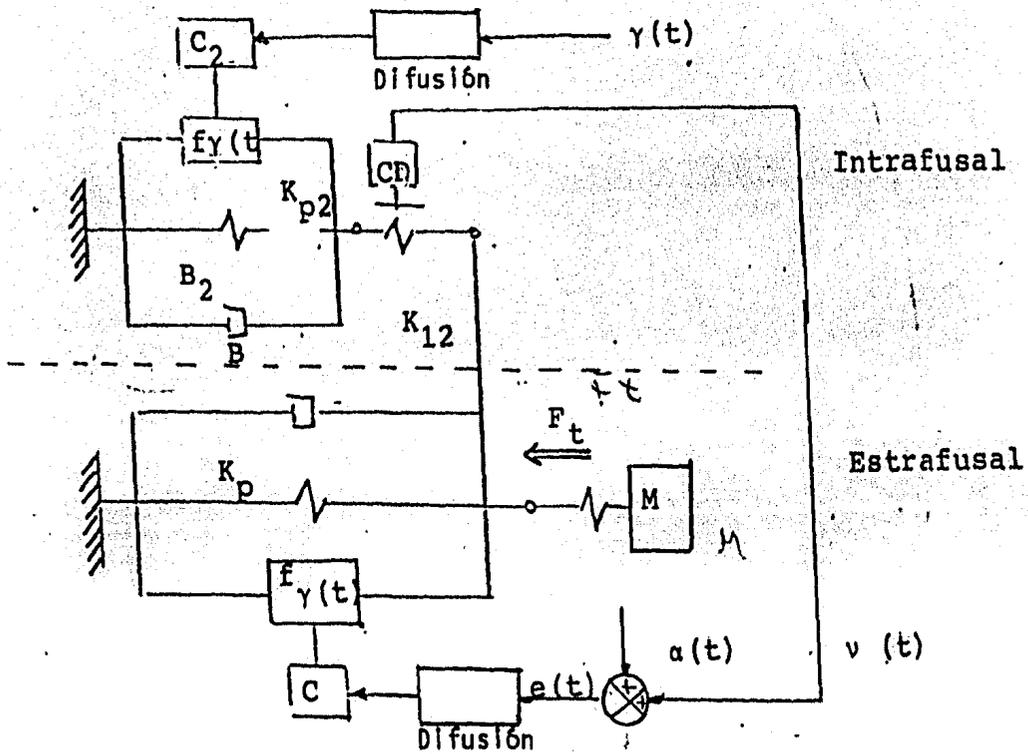


Figura IV.3.- Modelo mecánico de la contracción isotónica.
La masa a desplazar esta representada por M.

da expresado como:

$$\dot{X}_0 = X(t)$$

$$\dot{X} = K_1(X_1(t) - X_0(t))/M$$

$$\dot{X}_1 = (F_\alpha(t) - K_{12}(X_1(t) - X_0(t)) - K_p X_1(t) + K_{12}(X_2(t) - X_1(t)))/B$$

$$\dot{X}_2 = (F_\gamma(t) - K_{12}(X_2(t) - X_1(t)) - K_{12}X_2(t))/B_2$$

$$\dot{F}_\alpha = C e(t) - \beta F_\alpha(t)$$

$$\dot{F}_\gamma = C_2 \gamma(t) - \beta_2 F_\gamma(t)$$

Además $e(t)$ y F_t se definen como:

$$e(t) = \alpha(t) + C_D(X_2(t) - X_1(t))$$

$$F_t = K_1(X_1(t) - X_0(t))$$

2. Simulación

El listado del programa para contracción isotónica se presenta en el Apéndice A.

En la Fig. IV.4 se muestran los resultados obtenidos de la simulación de la contracción isotónica. Con líneas -- F se observa la tensión desarrollada por el músculo bajo la condición isotónica de desplazar la masa M. El acortamiento del músculo se encuentra representado por la gráfica X. Se observa que cuando la masa M ha sido desplazada totalmente, es decir, -- acortamiento máximo, la tensión decrece hasta cero. La respuesta obtenida en la simulación Figura IV.4 presenta también la -- excitación refleja E como un tres de pulsos sobre las fibras es-trafusales y la excitación constante G (pulsos) sobre las intra-fusales. En la table I.2 del primer capítulo se observa que -- la contracción isotónica produce un trabajo externo positivo, es decir, produce un acortamiento del músculo ocasionando un despla-zamiento de la masa M. Una respuesta similar a la obtenida --

BEGAN PLOTTING AT 11:22.7672, 4 DECEMBER 1960

11=1, XC=X, E=L, G=C

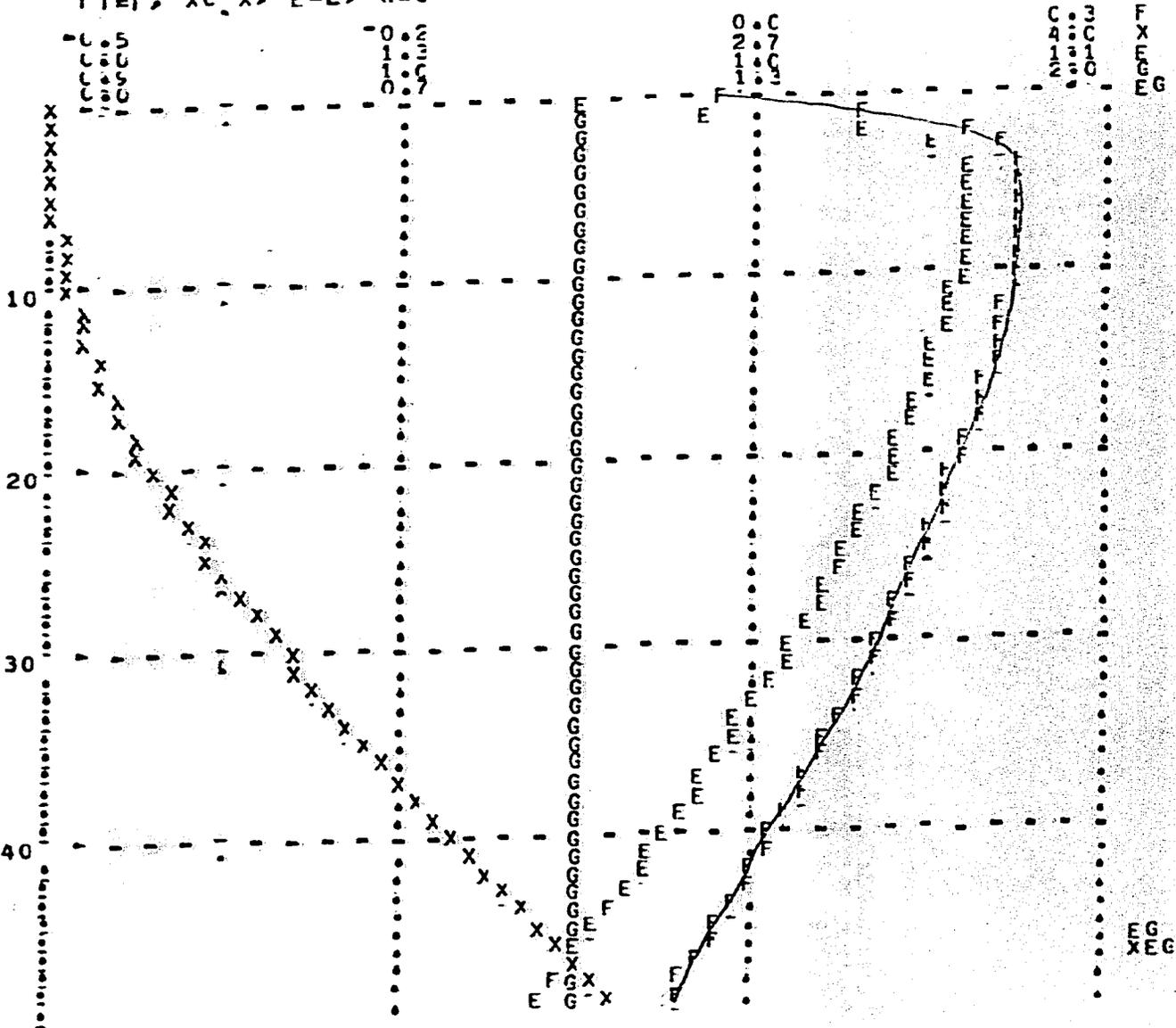
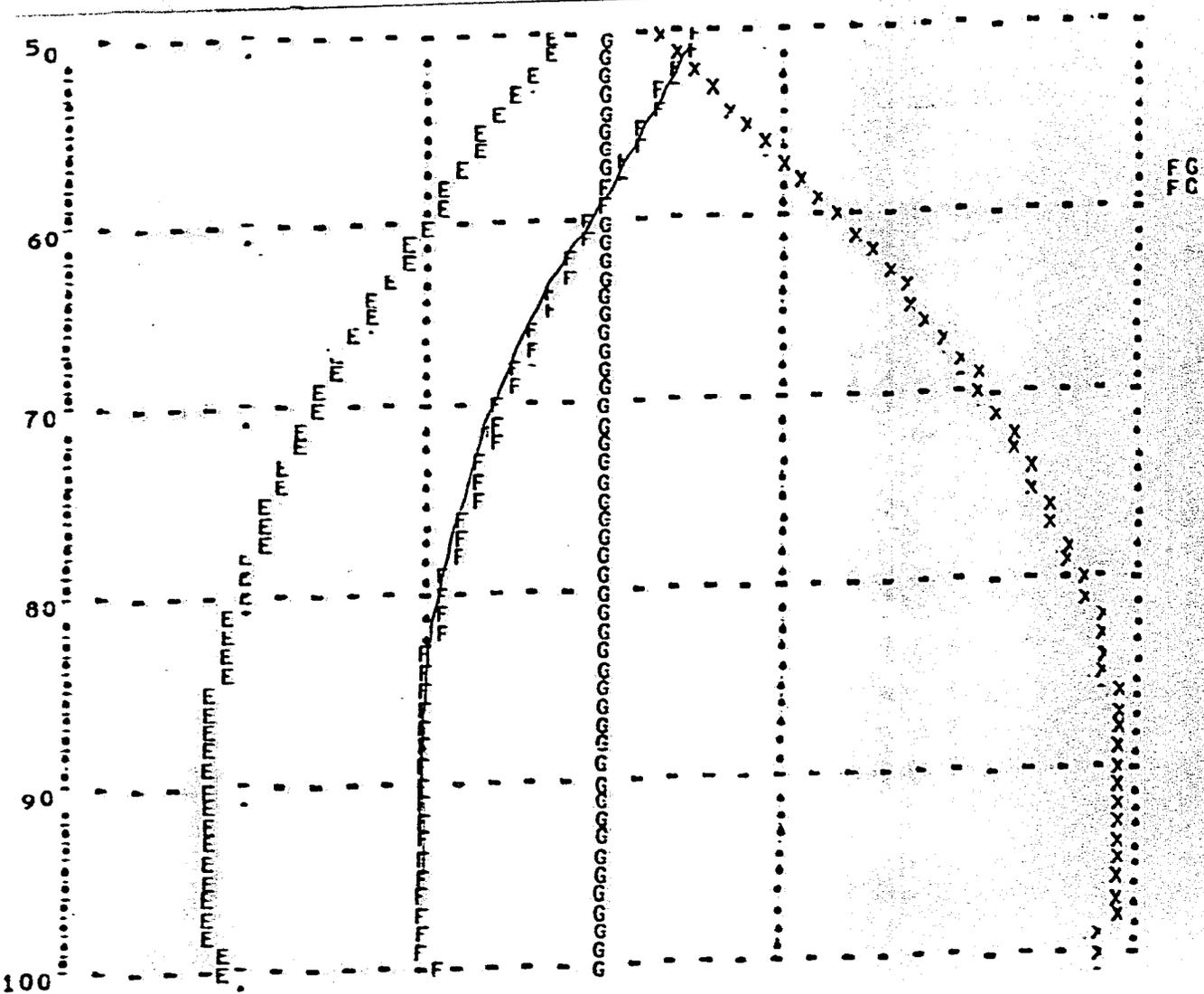


Figura IV. 4 Resultados obtenidos de la simulación en computadora digital para la contracción isotónica. F representa la fuerza desarrollada, E y G la excitación de las fibras extrafusales e intrafusales respectivamente, El desplazamiento esta dado por X.



FINISHED RUN NUMBER ISCTON AT 11:23.5747, 4 DECEMBER 1960

fue presentada por Bawa (2) en su estudio, conectando cargas inerciales pequeñas al músculo Figura IV. 5

Queda claro que la simulación digital realizada en DYNAMO es una simulación analógica resuelta por métodos interactivos computacionales. Los resultados de la simulación en computadora analógica de la contracción isotónica serán, y deben ser, iguales cualitativamente a los obtenidos en la computadora digital. En el apéndice B se presenta el diagrama de conexiones en la computadora analógica EAI-180 de la simulación del modelo matemático que representa el comportamiento dinámico de la contracción isotónica del músculo esquelético.

b) Alargamiento.

.1 Modelo Matemático

La respuesta al alargamiento es un reflejo condicionado y se presenta cuando el músculo se alarga bruscamente por acción de una masa inercial o una fuerza externa, lo que provoca la contracción inmediata del músculo y se hace más lenta la velocidad de distensión. En la figura IV.6 se muestra el modelo mecánico para reflejo de alargamiento, donde cada una de las variables representa:

F Fuerza externa de distensión

M Masa externa sobre la cual actúa la fuerza F

X_0 Acortamiento del músculo

X_1 Acortamiento de las fibras extrafusales

X_2 Acortamiento de las fibras intrafusales

F_t Tensión desarrollada en la contracción.

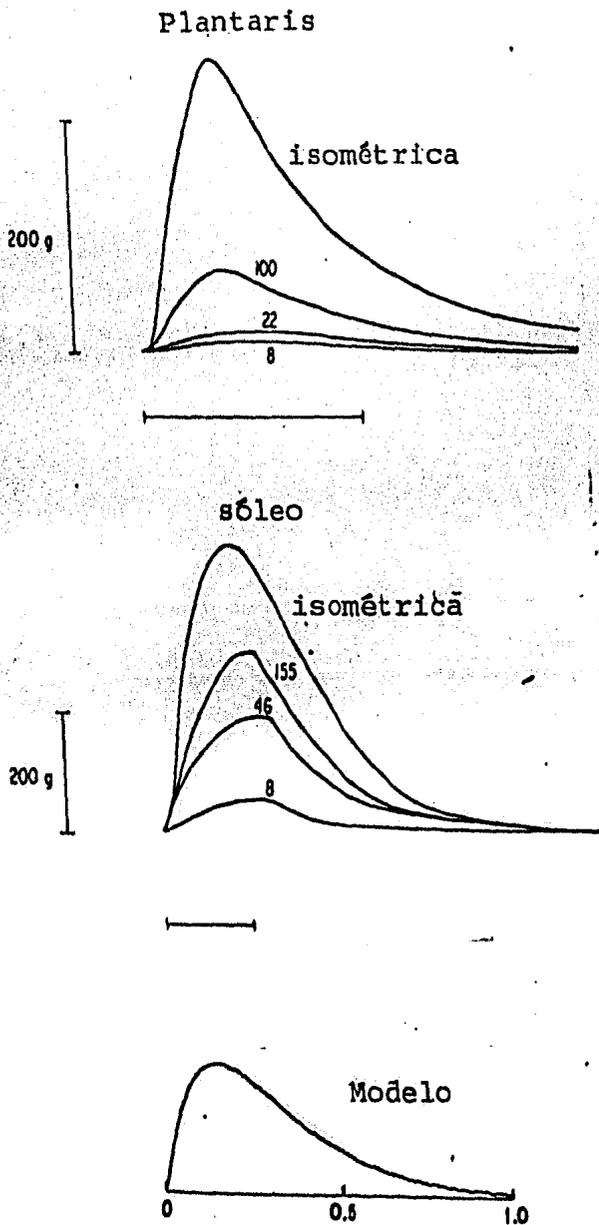


Figura IV.5.- Resultados de la contracción isotónica obtenidos por Bawa de su preparación - del músculo con cargas inerciales pequeñas, se muestran las repuestas del plantaris y del soleo, se proporciona la curva comparativa de la respuesta impulso y la respuesta del modelo.

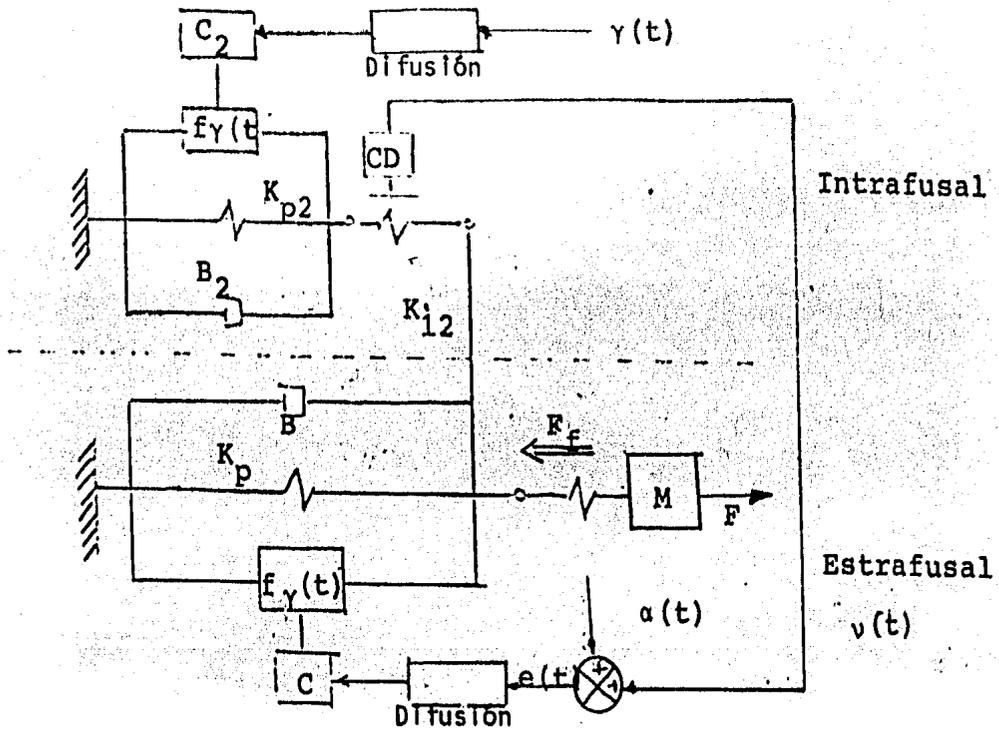


Figura IV.6.- Modelo mecánico del reflejo de alargamiento, F representa la fuerza externa de distensión.

Aplicando Leyes de Elemento y de Conjunto de un sistema mecánico para el análisis del sistema, se obtiene el comportamiento del modelo en variables de estado y queda expresado como:

$$\dot{X}_0 = X(t)$$

$$\dot{X} = (K_1(X_1(t) - X_0(t)) - F)/M$$

$$\dot{X}_1 = (F_a(t) - K_{i1}(X_1(t) - X_0(t)) - K_{p1} \dot{X}_1(t) + K_{i2}(X_2(t) - X_1(t)))/B$$

$$\dot{X}_2 = (F_\gamma(t) - K_{i2}(X_2(t) - X_1(t)) - K_{p2} \dot{X}_2(t))/B_2$$

$$\dot{F}_a = C e(t) - \beta F_a(t)$$

$$\dot{F}_\gamma = C_2 \gamma(t) - \beta_2 F_\gamma(t)$$

Además $e(t)$ y F_t se definen como:

$$e(t) = a(t) + C_D (X_2(t) - X_1(t))$$

$$F_t = K_1(X_1(t) - X_0(t))$$

.2 Simulación

En los apéndices C y D se presentan el programa y el diagrama de conexiones del reflejo de alargamiento del músculo esquelético.

En la figura IV. 7 y figura IV. 8 se presentan los resultados obtenidos por computadora digital. Se observa que la fuerza F_t (líneas F) oscila como producto de la fuerza externa.

Figura IV.7.- Respuesta del músculo bajo la condición de alargamiento simulados en computador digital. La F representa la tensión desarrollada en la actividad muscular, - la E y G la activación de las fibras.

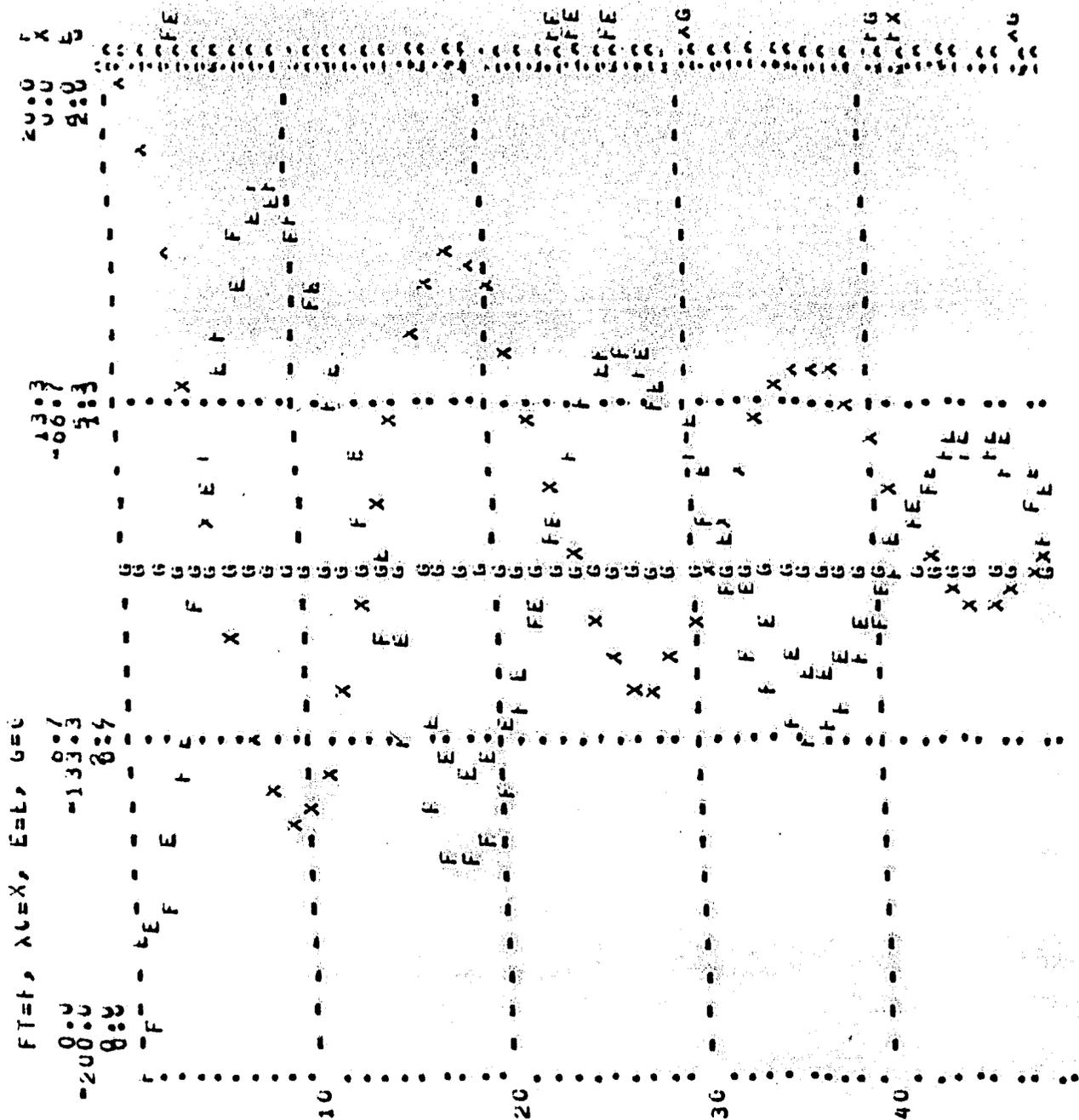
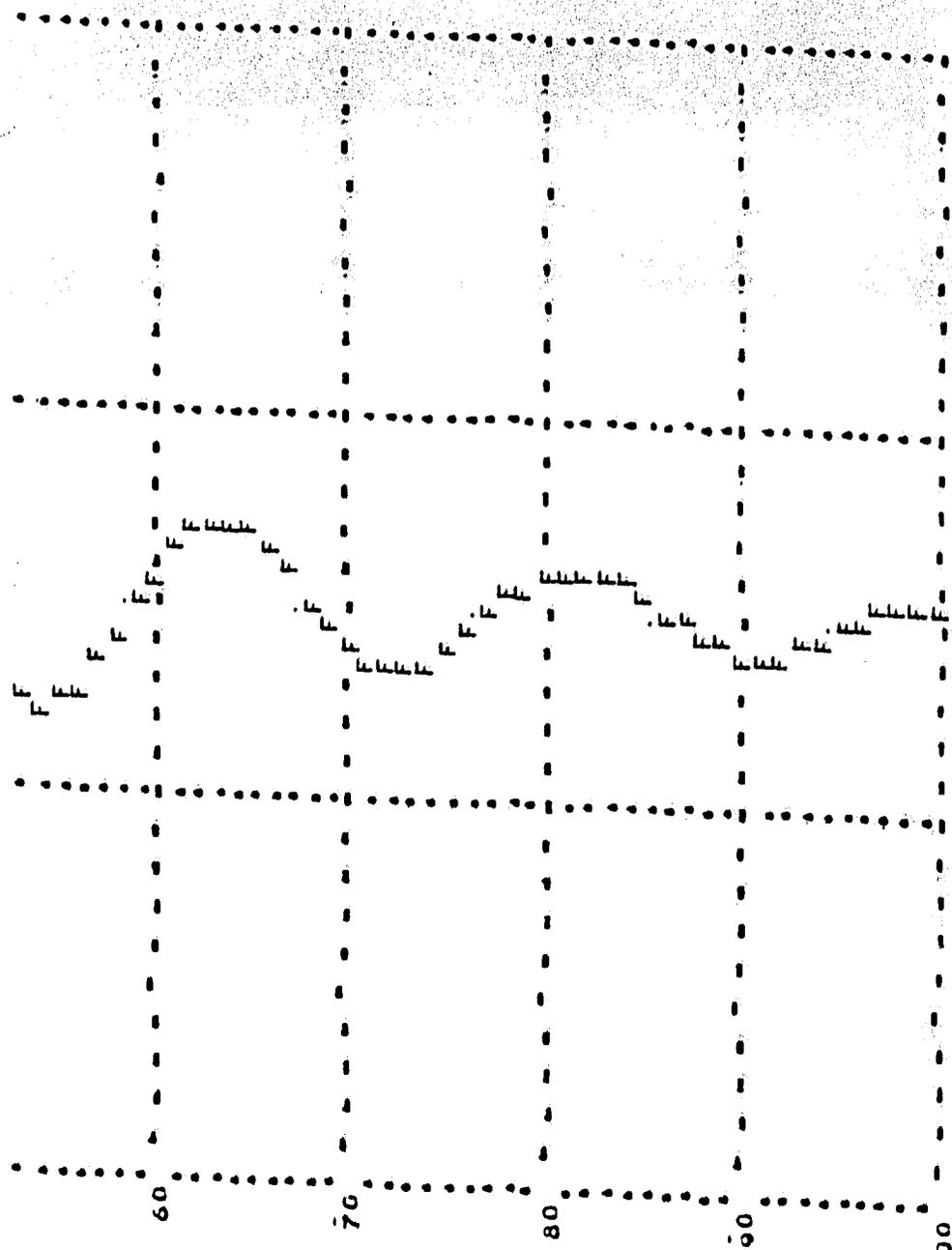
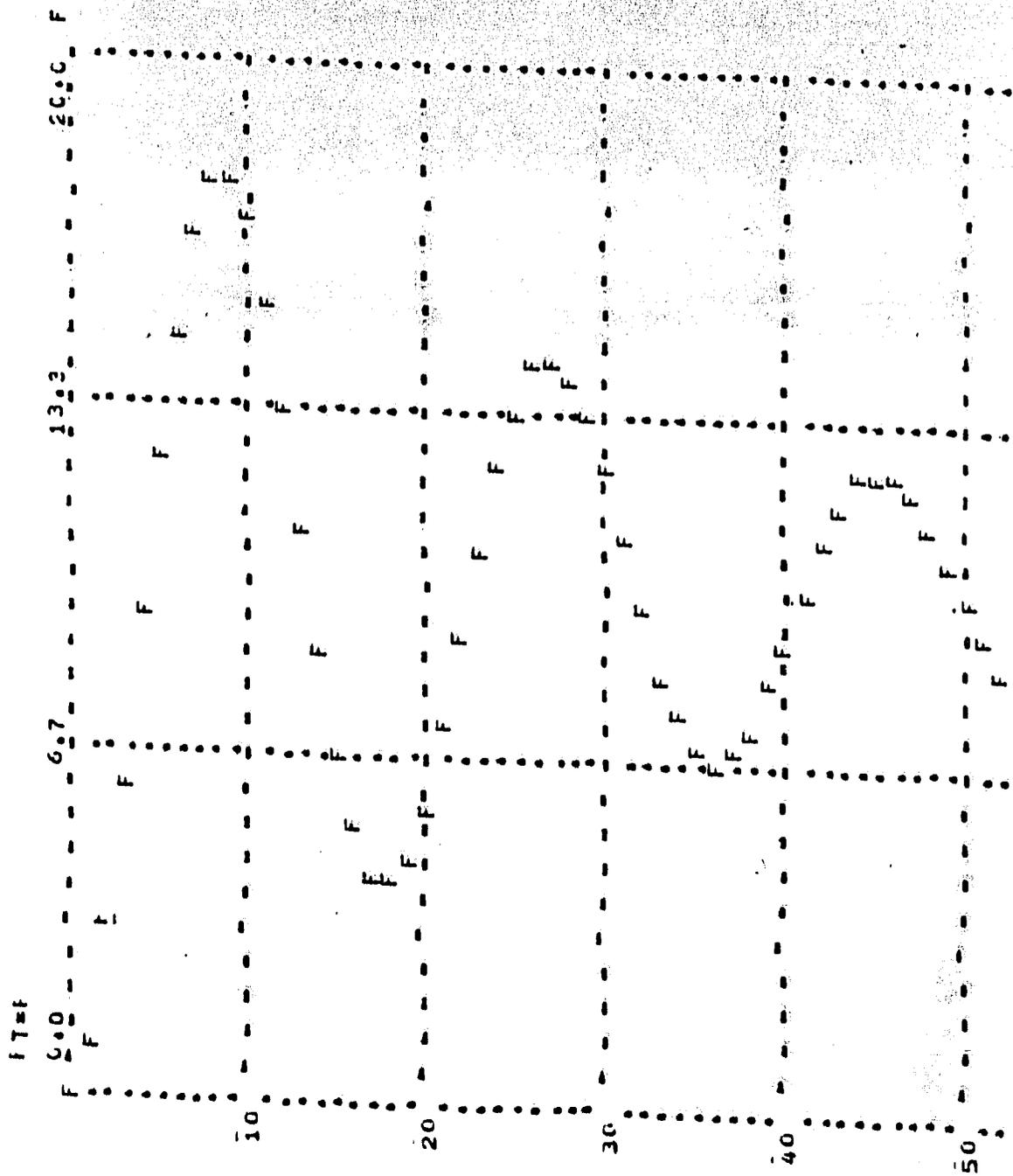


Figura IV.8.- Respuesta del músculo bajo la condición de alargamiento. Se observa que la fuerza F presenta una oscilación producida por la fuerza externa.



La respuesta de la tensión es similar a la encontrada por Denny (46) en experimentos realizados en cuádriceps de gato, figura IV.9. Un ligero estiramiento, puede llegar a producir un reflejo de alargamiento considerable del músculo, producido por la acción inercial de la masa, ocasiona una descarga refleja tónica, como lo indica E en la figura IV 9. La respuesta al reflejo de alargamiento fue ya presentada por Bawa (2,3) y Stein (49) al exponer su modelo con cargas inerciales grandes. Figura IV. 10.

La figura IV.11 presenta una parte de la respuesta en la que se observa que el desplazamiento del músculo es negativo, es decir, el trabajo desarrollado en el alargamiento es negativo, Tabla I.2 del primer capítulo.

La última actividad muscular a simular es la contracción isométrica, condición que ha sido más comunmente simulada.

c) Contracción Isométrica

.1 Modelo Matemático

Esta condición no produce trabajo externo, debido a que la contracción es isométrica, es decir, el desplazamiento externo del músculo es igual a cero. Debido a esto el modelo matemático queda como un sistema de cuarto orden, mientras que para las dos actividades musculares anteriores, se presenta un sistema de sexto orden.

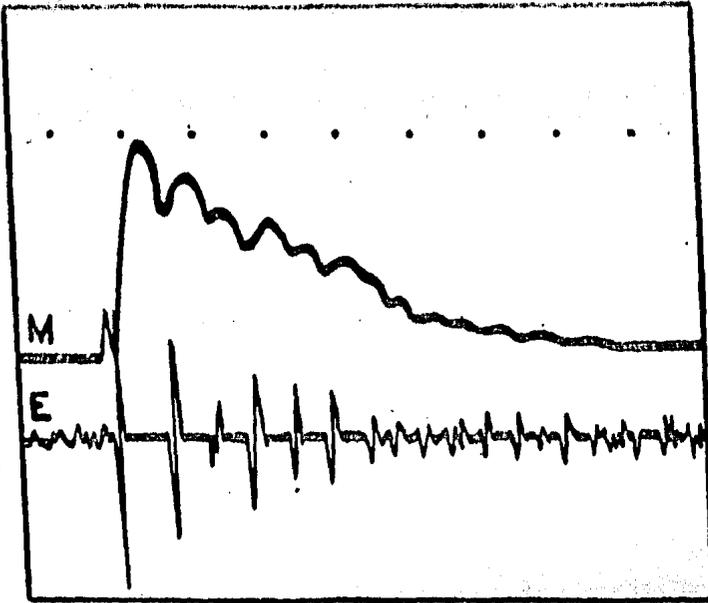


Figura IV.9.- Registros eléctrico (E) y mecánico (M) del músculo cuádriceps. Un ligero estiramiento provoca una descarga refleja del músculo como lo indica (E).

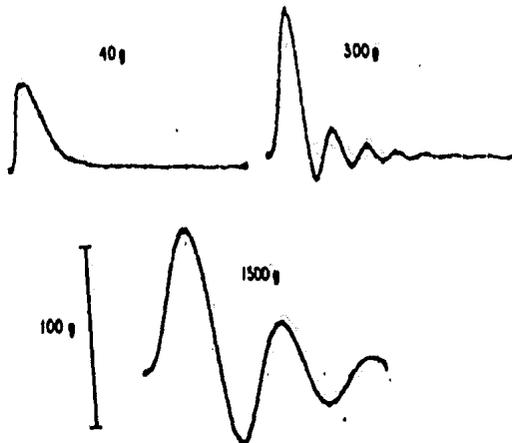
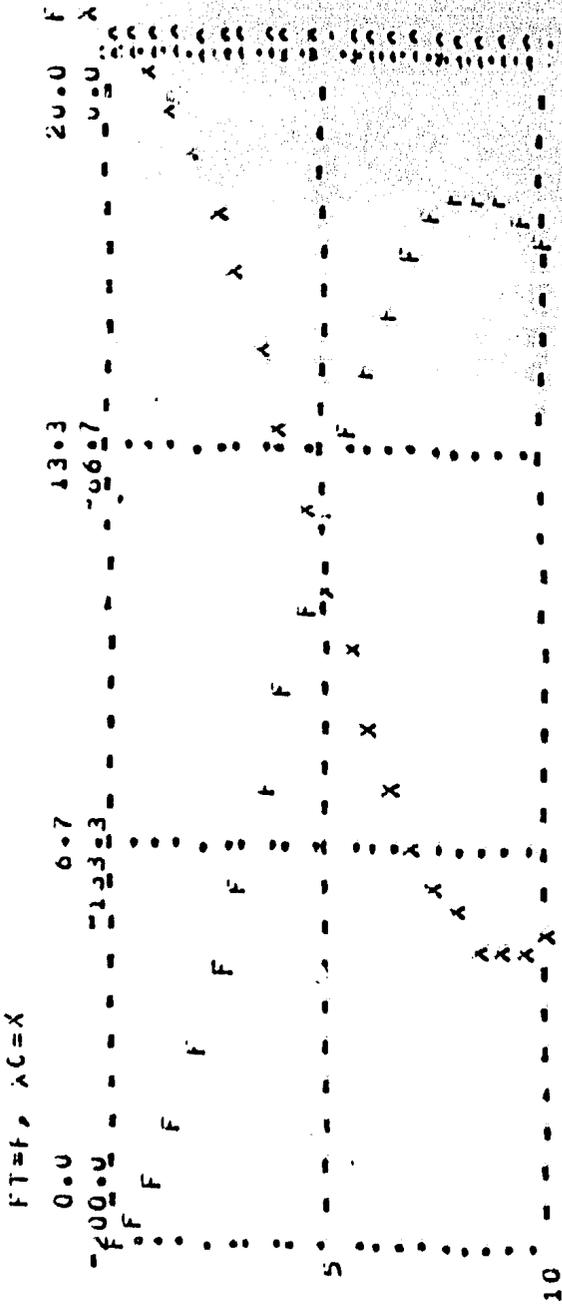


Figura IV.10.- Efectos de las masas inerciales conectadas al modelo del músculo (3), la fuerza F oscila por efecto de las mismas.

Figura IV.11.- Respuesta del múscula bajo la condición de alargamiento. Se observa que la curva del desplazamiento del músculo es negativa.



FINISHED RUN NUMBER ALARGA AT 15:26.4167, 9 DECEMBER 1980

BEGAN PLOTTING AT 15:20.3511, 9 DECEMBER 1980

La figura IV. 12 presenta el modelo mecánico para contracción isométrica, donde no existe elemento externo; en este caso las variables representan:

- X_1 Acortamiento de las fibras extrafusales
- X_2 Acortamiento de las fibras intrafusales
- F_t Tensión desarrollada en la contracción.

Aplicando, al igual que en los dos casos anteriores, leyes de Elemento y de Conjunto de un sistema mecánico se obtiene el comportamiento del modelo en variables de estado y se expresa como:

$$\dot{X}_1 = (F_\alpha(t) - K_1 X_1(t) - K_p X_1(t) + K_{12}(X_2(t) - X_1(t)))/B$$

$$\dot{X}_2 = (F_\gamma(t) - K_{12}(X_2(t) - X_1(t)) - K_{p2} X_2(t))/B_2$$

$$\dot{F}_\alpha = C E(t) - \beta F_\alpha(t)$$

$$\dot{F}_\gamma = C_2 \gamma(t) - \beta_2 F_\gamma(t)$$

Además $e(t)$ y F_t se definen como:

$$e(t) = v(t) + C_D(X_2(t) - X_1(t))$$

$$F_t = K_1 X_1(t)$$

.2 Simulación

La simulación de la contracción isométrica se realizará bajo tres condiciones de excitación: respuesta impulso o contracción simple (twitch), contracción Tetánica, con estimulación infinita y estimulación durante un intervalo de tiempo, por último la respuesta subtetánica. En los apéndices E y F se presentan el listado del programa para DYNAMO y

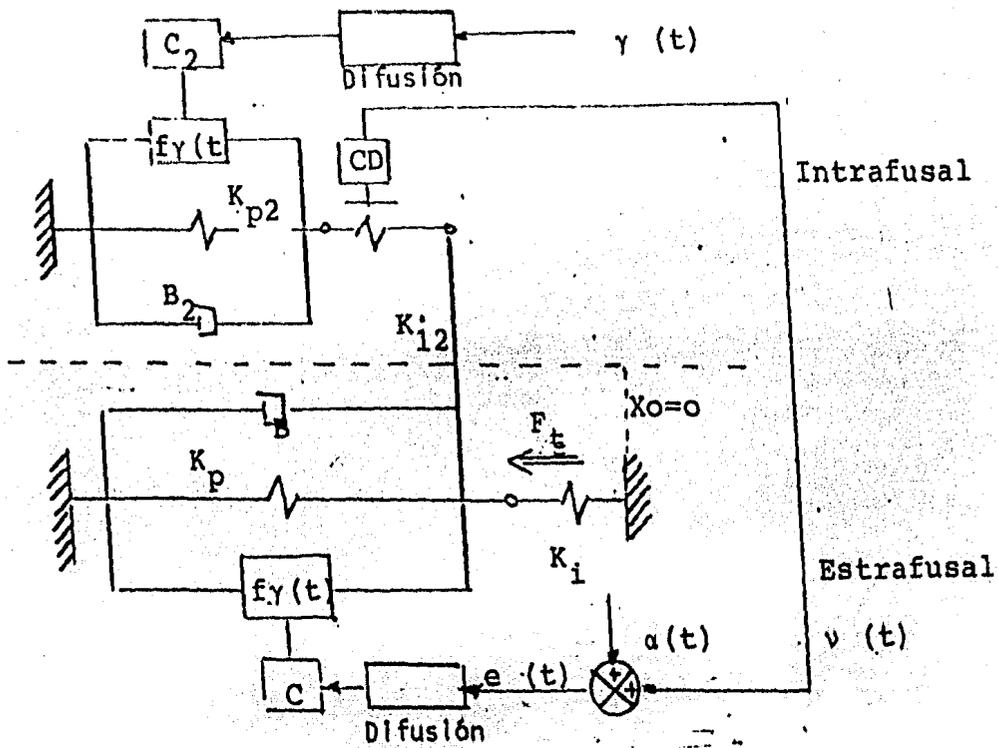


Figura IV.12.- Modelo mecánico de la contracción isométrica. No presenta desplazamiento externo del músculo, $X_0 = 0$

el diagrama de conexiones para la computadora analógica.

La figura IV. 13 presenta la respuesta impulso, donde F representa la fuerza resultante de la contracción, E y G la excitación de las fibras extrafusales e intrafusales, esta respuesta se puede encontrar en cualquier músculo esquelético, en donde solo variará la intensidad de la fuerza y la duración de ésta. Figura IV.14 (13).

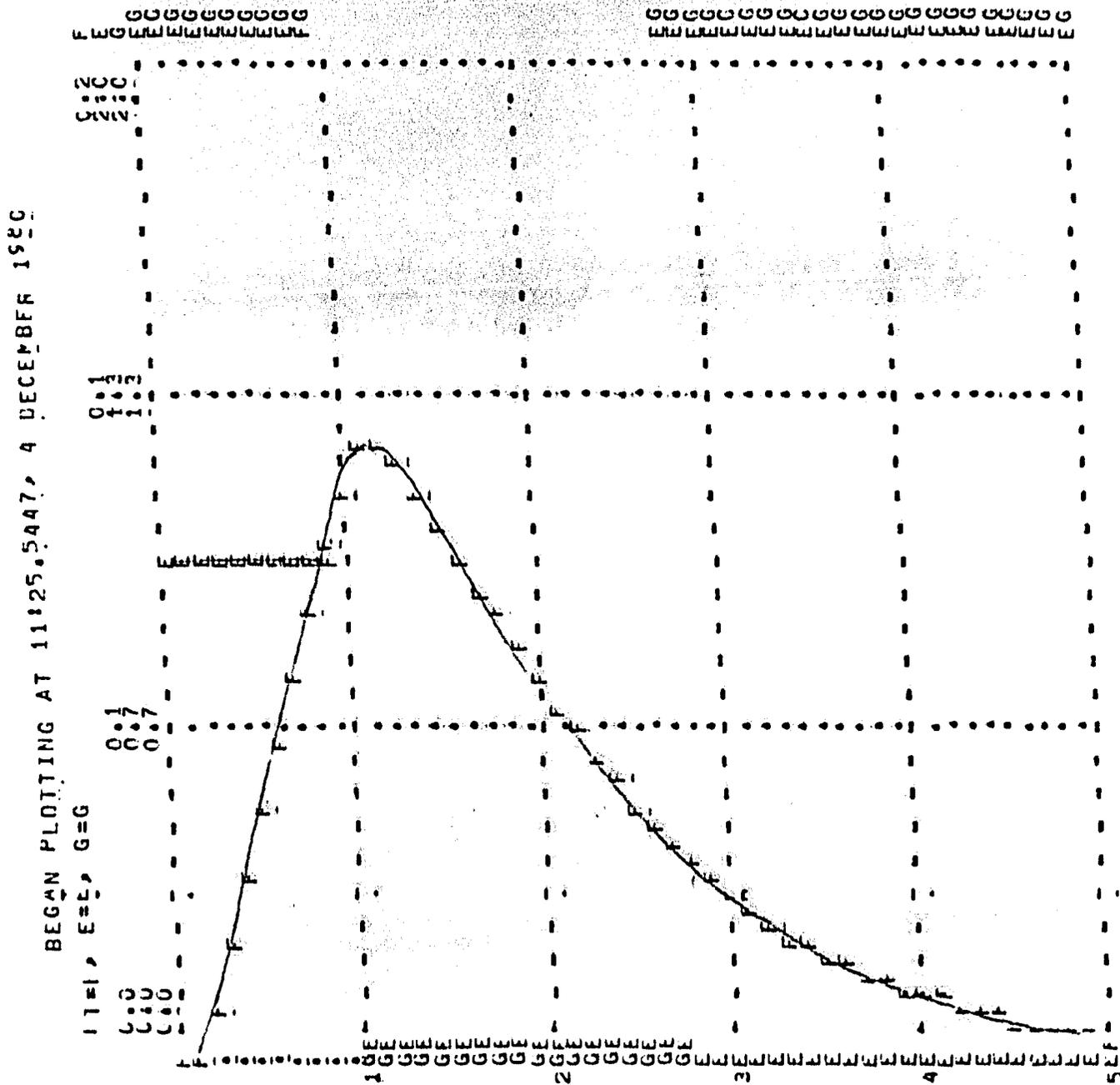
Las figuras IV.15 y IV. 16 presentan la condición tetánica del músculo esquelético, se observa la curva figura IV. 15 para excitación infinita, y para la excitación durante un intervalo de tiempo la figura IV. 16. Esta respuesta ha sido obtenida por la mayoría de los modelos mencionados en el capítulo dos (14,33, 26) y la forma de la curva es idéntica a la real como lo podemos ver en las figuras IV.17 y IV. 18. (46,23).

Por último se simuló la respuesta Subtetánica a una frecuencia igual a 0.5 de la frecuencia de Tetanización. La figura IV. 19 presenta la respuesta obtenida en DYNAMO, donde se observa la similitud a la respuesta real del músculo a frecuencias bajas Figura IV. 18.

IV. 3 DISCUSION.

En este capítulo se observó el comportamiento del modelo mecánico del músculo esquelético bajo diferentes condiciones de actividad muscular, se ha presentado cada uno

Figura IV. 13.- Resultado de la simulación en computadora digital para la contracción isométrica simple (twitch). Se observa el pulso de excitación E y G para ambas fibras musculares.



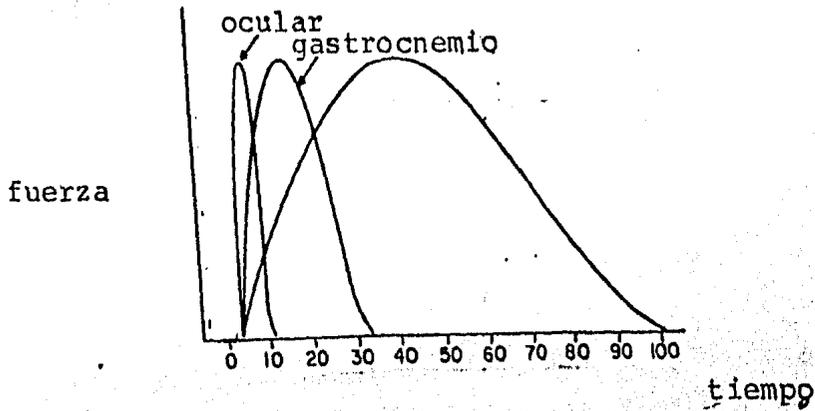


Figura IV.14.- Respuesta impulso de diferentes músculos esqueléticos (13).

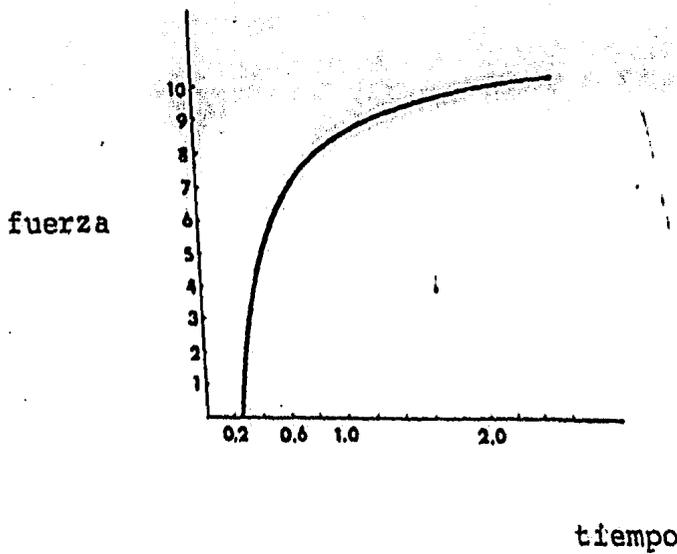
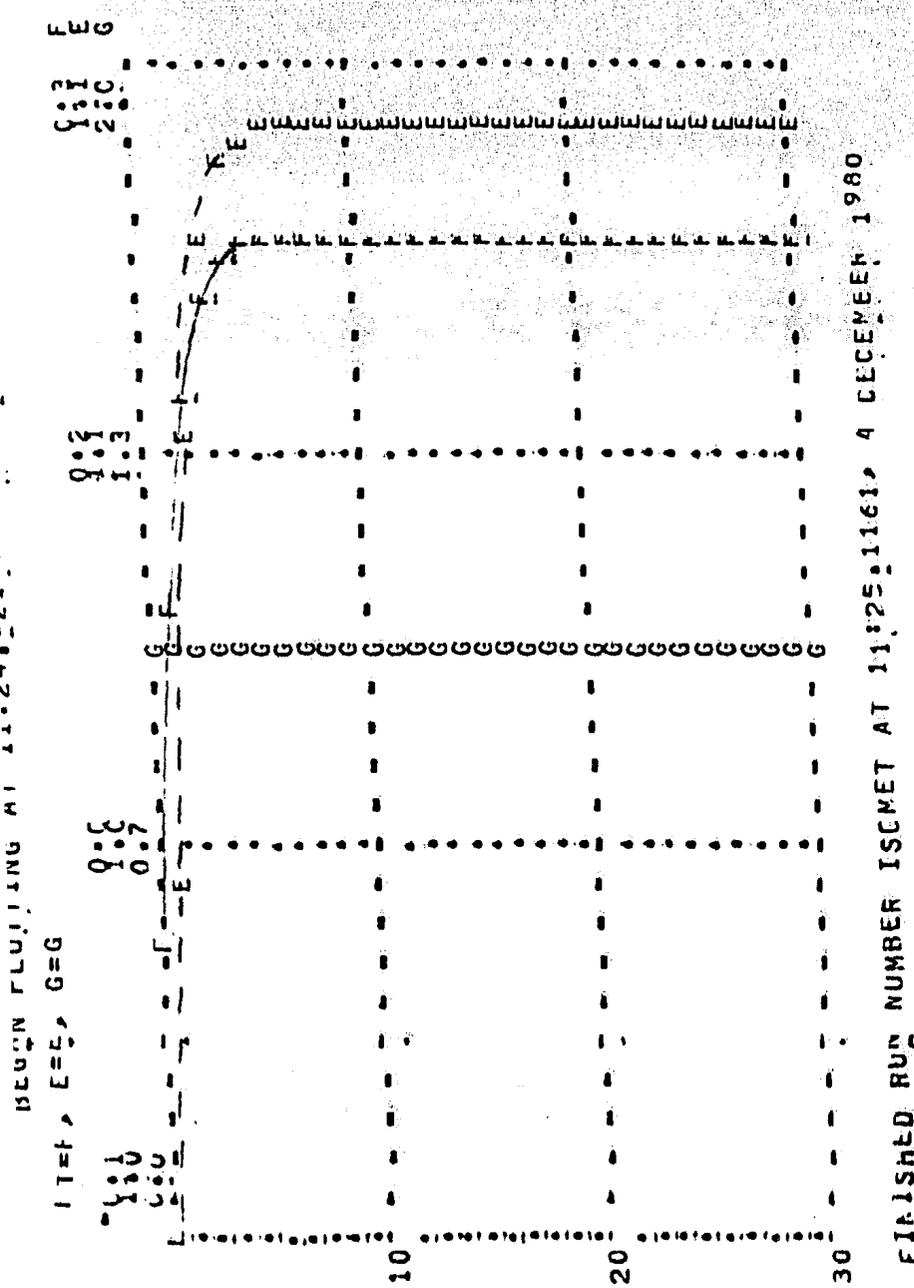


Figura IV.17.- Respuesta proporcional - de la contracción isométrica a un tren de pulsos infinito (46).

Figura IV. 15-Respuesta a un tren de pulsos de la
contracción isométrica obtenida me-
diante computadora digital. El tren
de pulsos se presenta infinito.



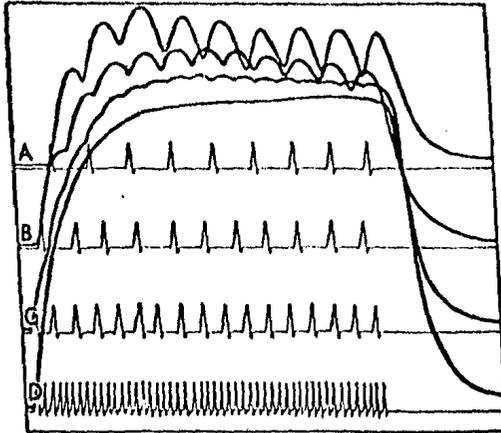
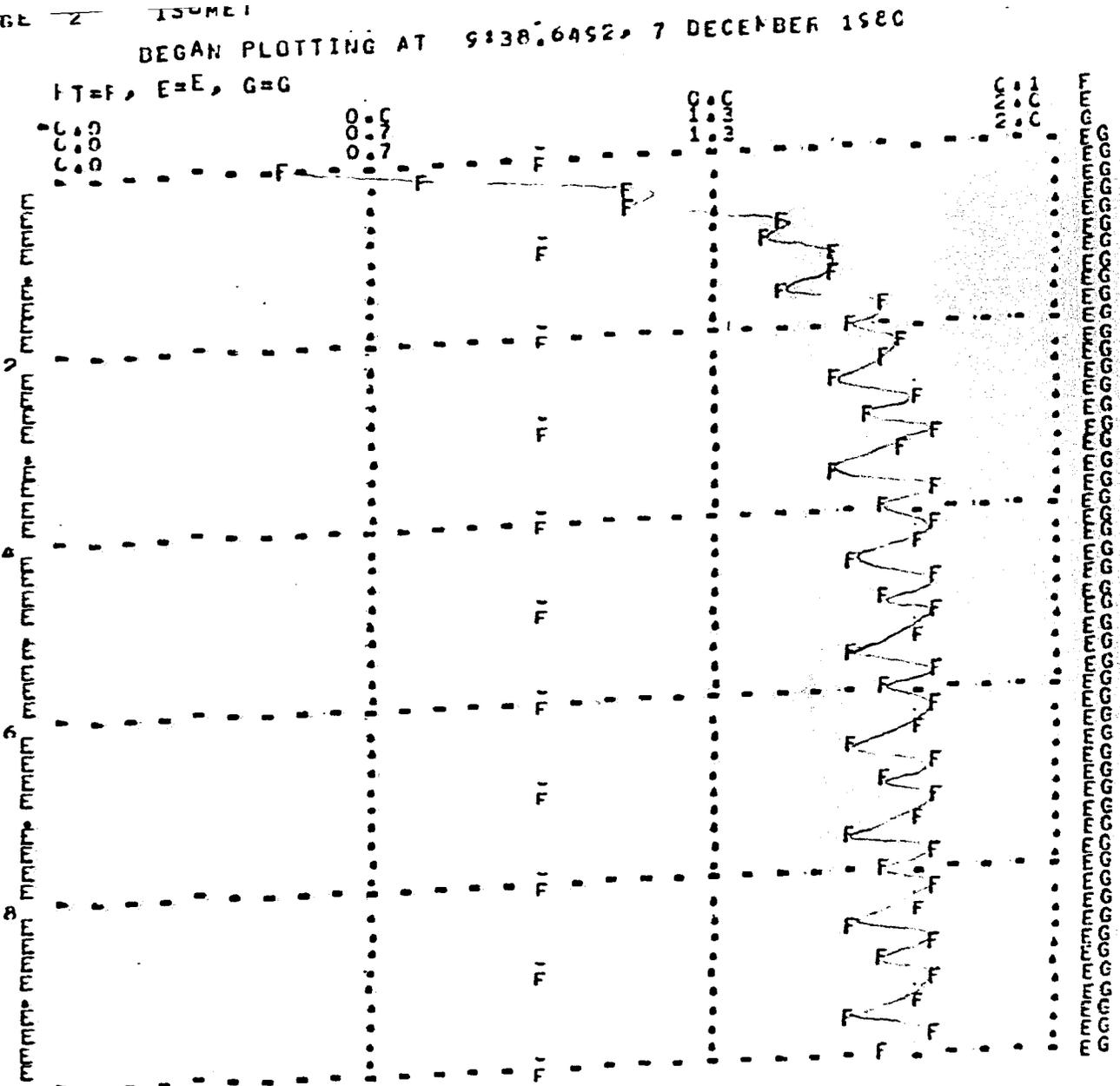
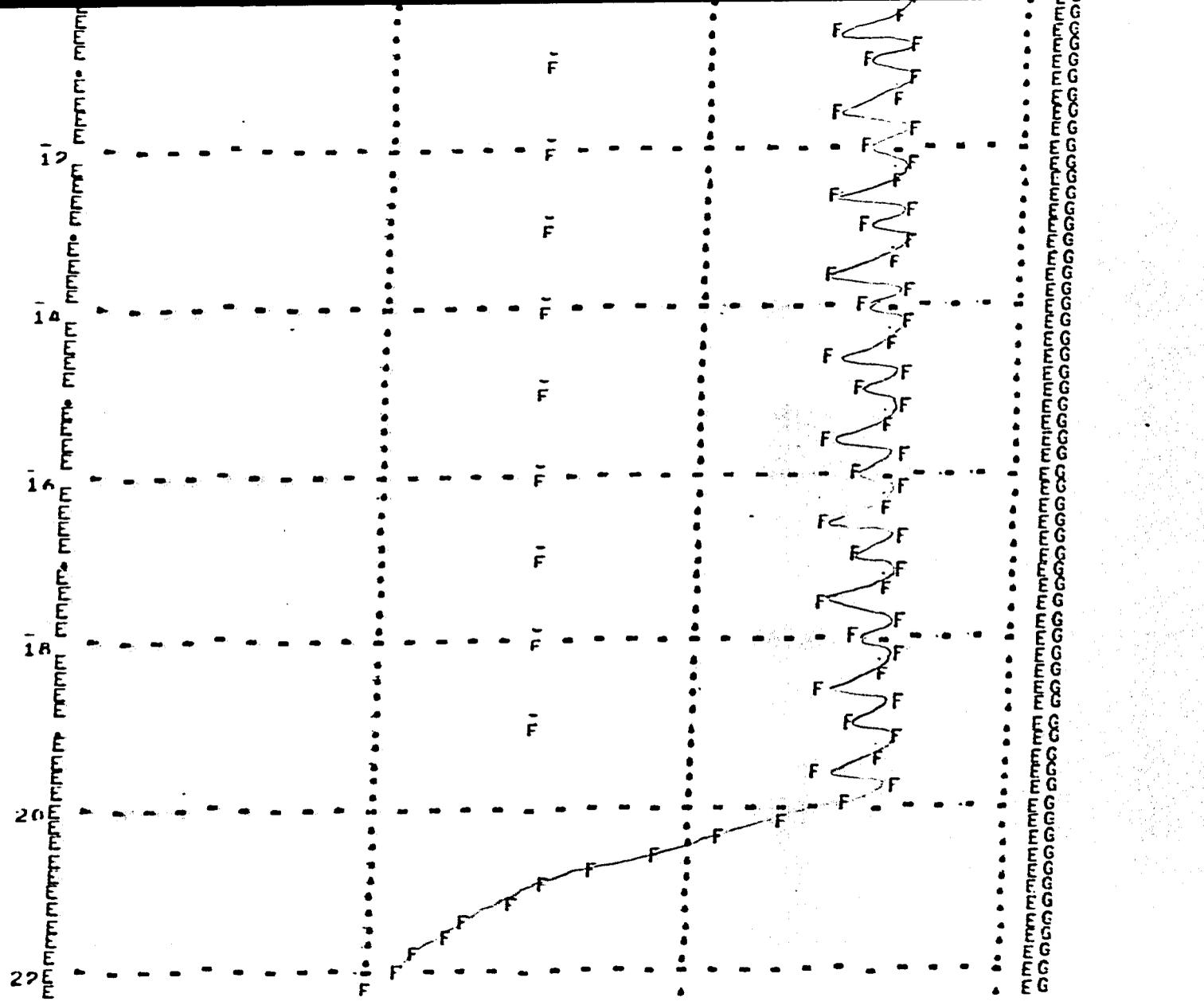


Figura IV.18.- Respuesta de la contrac-
ción isométrica a diferent
tes frecuencias de excitaci
ción nerviosa (23).

Figura IV. 19.- Respuesta de una contracción sub-
letánica simulada mediante computa-
dora digital. Se observa la su-
mación de ondas en la tensión
desarrollada.





de los modelos matemáticos, su simulación y comparación con los datos observados experimentalmente, así como con los modelos descritos en el capítulo II.

Del análisis matemático y con fundamentos en las bases fisiológicas descritas, nuestros modelos de cada tipo de actividad muscular, agrupan los siguientes postulados:

I.- El comportamiento del músculo esquelético está en función de las condiciones externas, es decir, del medio ambiente.

II.- En función de las condiciones externas el músculo presenta alguno de los tres tipos de actividad muscular: contracción isotónica, alargamiento y contracción isométrica.

III.- El reflejo de estiramiento es una condición inconsciente y se presenta como un arco reflejo, es decir, no llega a órganos superiores del sistema nervioso; queda representado como una realimentación del Huso muscular sobre la fibra extrafusar y se presenta en todos los tipos de actividad muscular.

IV.- El músculo se comporta como un sistema lineal de sexto orden para las condiciones de contracción isotónica y condición de alargamiento. El orden está dado por las siguientes variables:

X_0	Desplazamiento total del músculo
X	Velocidad de la contracción
X_1	Desplazamiento de la fibra extrafusar
X_2	Desplazamiento de la fibra intrafusar
F_a	Fuerza desarrollada en las fibras extrafusales
F_γ	Fuerza desarrollada en las fibras intrafusales

V.- La contracción isotónica es una actividad consciente y se presenta al querer desplazar un objeto (levantar una mesa, caminar, etc.)

VI.- El reflejo de alargamiento es condicionado y producido por una distensión brusca del músculo, es una contracción tónica que produce la activación de las fibras extrafusales.

VII.- La contracción isométrica esta representada por un sistema lineal de cuarto orden, no presenta ningún trabajo externo aparente y la actividad depende de la frecuencia de excitación (respuesta impulso, infinita y en un intervalo de tiempo). El orden está determinado por:

- X_1 Desplazamiento de la fibra extrafusil
- X_2 Desplazamiento de la fibra intrafusil
- F_α Fuerza desarrollada en la fibra extrafusil
- F_γ Fuerza desarrollada en la fibra intrafusil

VIII.- F_α y F_γ dependen de la difusión de calcio en la fibra muscular.

IX.- La difusión de calcio está en función de la excitación nerviosa, impulso eléctricos provenientes del sistema nervioso, y la concentración de los iones de calcio en las fibras.

X.- F_α es resultado de la excitación consciente y del reflejo de estiramiento del Huso muscular.

XI.- La intensidad de la tensión y su duración dependen del músculo en estudio, es decir, de la propiedades viscoelásticas de la fibra muscular.

En base a estos postulados y a los resultados obtenidos de la simulación de los modelos matemáticos de cada tipo de actividad muscular resueltos por métodos computacionales, se observa que los modelos reproducen en forma adecuada los datos obtenidos experimentalmente, aunque dicha comparación ha sido realizada únicamente en forma cualitativa, el comportamiento del modelo es válido para las condiciones de actividad mencionadas.

Como se mencionó, la simulación en computadora digital es una simulación analógica resuelta por métodos iterativos, (en el caso de DYNAMO, por el método de Euler), la simulación en computadora analógica debe de proporcionar los mismos resultados, sin embargo, esta simulación no fue posible realizar adecuadamente, figura IV. 20 por la poca capacidad de la computadora EAI-180, se proporcionan los diagramas de conexiones de la computadora analógica, en los apéndices B, D, F para cada uno de los tipos de actividad muscular, los cuales son válidos para cualquier computadora analógica, de tal manera que, si se llegara a presentar la oportunidad de simular el modelo en una computadora de mayor capacidad, esto sea posible usando los diagramas mencionados.

En este capítulo se ha pretendido exponer la importancia del uso de las computadoras analógicas y digital, en el proceso de simulación de modelos fisiológicos representados como un sistema de ecuación diferenciales de primer orden.

F U E R Z A

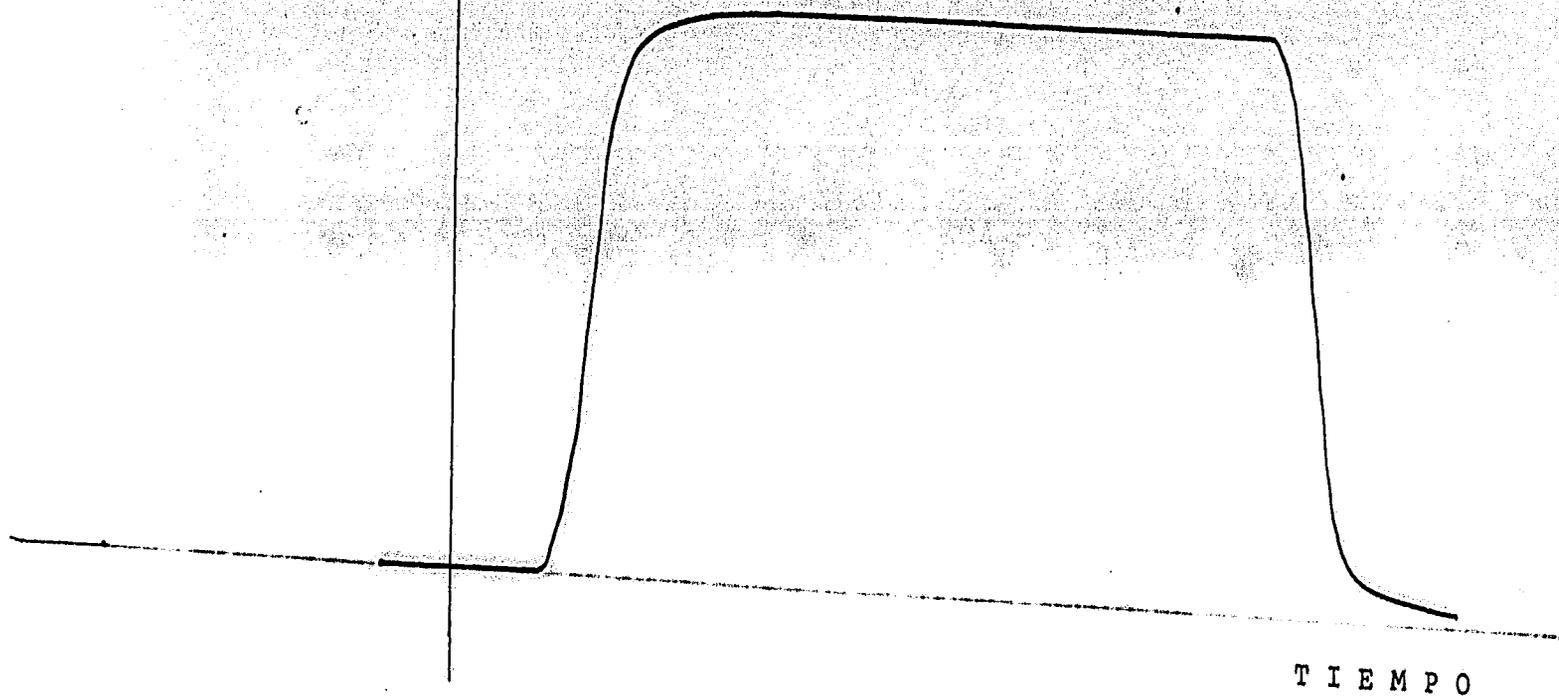


Figura IV. 20.- Esta curva fue obtenida mediante computadora analógica, La respuesta isométrica es similar a la obtenida por computadora digital

Por último, queda presentar un amplio panorama de lo realizado en este documento, así como las posibles modificaciones al modelo o su desarrollo en sistemas de control fisiológico; concluyendo así con el presente trabajo.

CONCLUSIONES

CONCLUSIONES

Los fenómenos físicos, biológicos y sociales pueden ser descritos en función de sus variables, las cuales generalmente pueden estar representadas con una abstracción matemática utilizando técnicas de identificación.

El obtener una expresión matemática del comportamiento de cualquier fenómeno brinda la oportunidad de simularlo y adquirir los conocimientos relativos a la predicción del comportamiento bajo diferentes condiciones de estimulación.

Se puede apreciar que en el desarrollo de este trabajo se siguieron, con pequeñas modificaciones, los cuatro pasos del Método Científico propuesto por Bacon (1620), los cuales son:

1.- Observación de un fenómeno físico.

2.- Formulación de una Hipótesis, que intente explicar las observaciones hechas al sistema.

3.- Predicción del comportamiento del sistema, en base a la hipótesis formulada mediante el uso de la deducción lógica o matemática, esto es, por la observación de soluciones del modelo o modelos matemáticos.

4.- Realización de experimentos para probar la validez de la hipótesis o del modelo.

El conocer las bases fisiológicas del músculo, implica realizar una observación del fenómeno fisiológico.

El segundo paso queda comprendido en la formulación

del modelo mecánico del músculo esquelético.

La deducción del modelo matemático que predice el comportamiento del sistema, queda integrado en este caso, como la simulación de los diferentes tipos de actividad muscular.

El último paso, la realización de experimentos para validar los modelos, ha sido efectuada gracias a la presentación de curvas comparativas obtenidas de otros modelos y estudios fisiológicos, de manera que la validación es posible de realizarse en forma cualitativa.

Los postulados establecidos estarán siempre sujetos a comprobación experimental, y con los nuevos resultados obtenidos se logrará un mejor conocimiento del comportamiento de los fenómenos que ocurren en los sistemas fisiológicos.

Al igual que el modelo propuesto sugiere modificaciones a modelos anteriores, este modelo puede ser modificado o simulado por algún otro medio, a fin de obtener un comportamiento más próximo al del sistema real, como por ejemplo, que reproduzca en forma cuantitativa los datos experimentales.

La idea del desarrollo de nuevos modelos sugiere además la posibilidad de que el presente forme parte de un sistema fisiológico de control más completo, que como sabemos está integrado por tres grandes bloques:

- 1.- Sensor de información.
- 2.- Procesador de información.
- 3.- Organó efector.

Si se tratara del sistema visuomotor de un organismo, el primer bloque sería un sensor fisiológico visual, como lo es el ojo, que detecta movimientos de objetos externos y envía información a un sistema de procesamiento.

El procesador fisiológico pudiera representar la red neuronal del sistema nervioso. Por último, el efector o elemento fisiológico activo brinda la posibilidad de interactuar con el medio; como lo es el músculo esquelético y su actividad.

Este control es posible de realizar por medio de microcomputadoras por su capacidad de simular redes neuronales y su gran cantidad de memoria, los dos primeros elementos son capaces de trabajar con señales eléctricas, como en el caso del sensor visual, que utilizaría transductores de señal luminosa a señal eléctrica (como son los fototransistores), para captar información; el procesador de información sería precisamente la microcomputadora, de tal forma que se hace palpable la necesidad de un modelo electrónico que simule el comportamiento del músculo u órgano efector.

A continuación se presenta la Analogía Fuerza-Corriente del modelo mecánico propuesto en el trabajo. De tal forma que pueda ser excitada por medios electrónicos y formar parte del modelo del sistema de control fisiológico mencionado.

Los parámetros eléctricos obtenidos de la analogía representan:

Inductancia	L_p	rigidez de la fibra extrafusul
Inductancia	L_i	rigidez del tendón
Resistencia	R	viscosidad de la fibra extrafusul
Inductancia	L_{p2}	rigidez de la zona densa de la fibra intrafusul
Inductancia	L_{i2}	rigidez de la zona reticular de la fibra intrafusul
Resistencia	R_2	viscosidad de la fibra intrafusul
Fuente de corriente controlada	F_α	fuerza producida por las fibras extrafusales
Fuente de corriente controlada	F_γ	fuerza producida por las fibras intrafusales
Resistencia	R_{CD}	constante del sensor de elongamiento
Voltaje	X_0	desplazamiento total del músculo
Voltaje	X_1	desplazamiento de las fibras extrafusales
Voltaje	X_2	desplazamiento de las fibras intrafusales
Resistencia	R_C	transductor químico-mecánico de las fibras extrafusales
Resistencia	R_{C2}	transductor químico-mecánico de las fibras intrafusales

Bloque D	función difusión de calcio en las fibras extrafusales
Bloque D_2	función difusión de calcio en las fibras intrafusales
$\alpha(t)$	excitación fibras extrafusales
$\gamma(t)$	excitación fibras intrafusales
$v(t)$	señal de realimentación
$e(t)$	excitación resultante sobre las fibras extrafusales.

Donde los bloques D y D_L son bloques de integración.

Las condiciones externas de actividad muscular están representadas por las condiciones mostradas en la figura C.1..

Donde:

Capacitancia C_M	representa la masa externa a desplazar en la contracción isotómica.
Capacitancia C_M	masa externa y fuerza externa de
y fuente de corriente F	de distensión.
Corto circuito	Condición de $X_0 = 0$ en la contracción isométrica.

Este modelo electrónico presenta una circuitería sencilla y podría ser activado por una señal proveniente del microprocesador, concluyéndose con esto el modelo del proceso

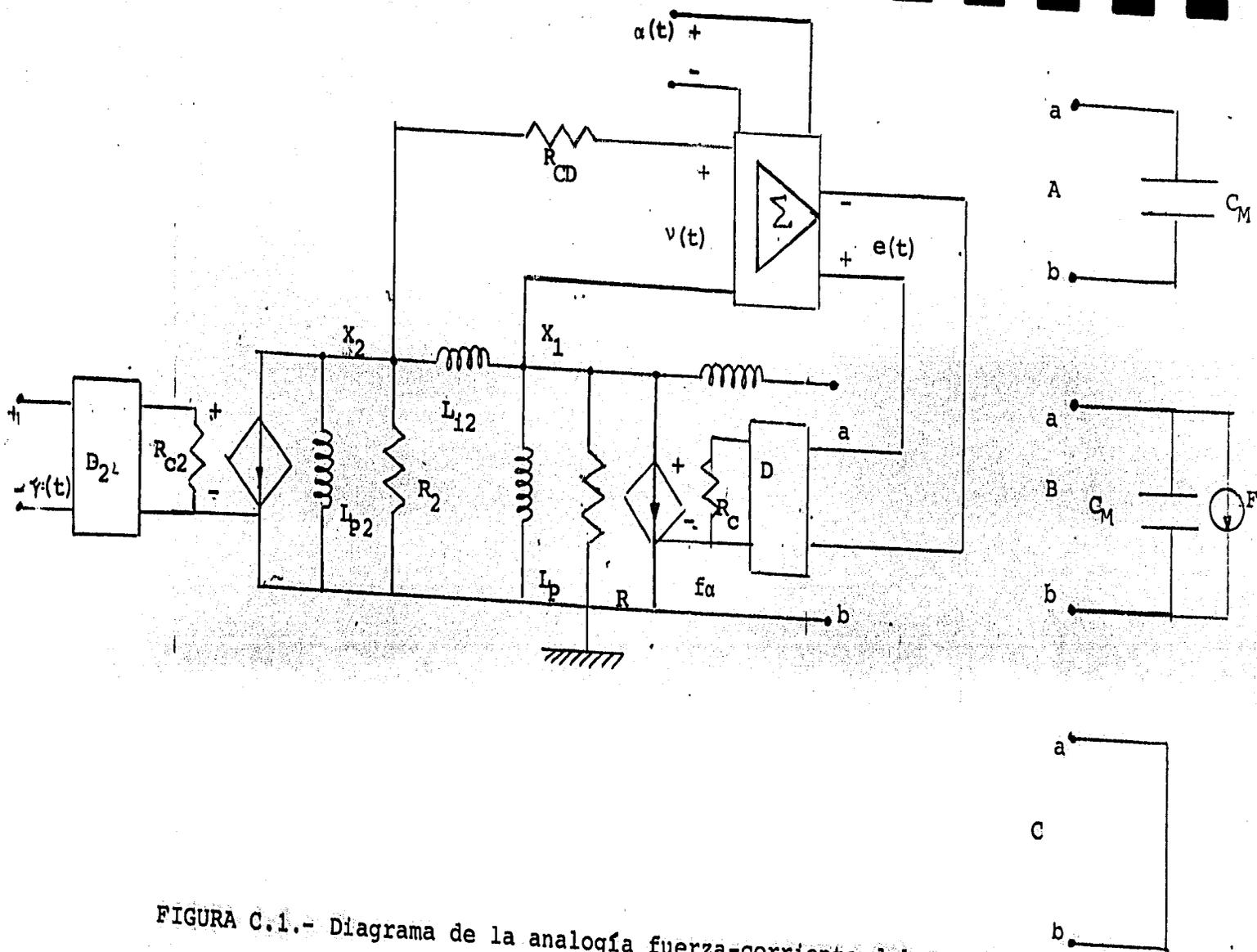


FIGURA C.1.- Diagrama de la analogía fuerza-corriente del modelo mecánico del músculo esquelético. Los circuitos A, B y C, representan respectivamente la condición de actividad muscular; isotónico, alargamiento e isométrica.

de control del sistema visuomotor del organismo.

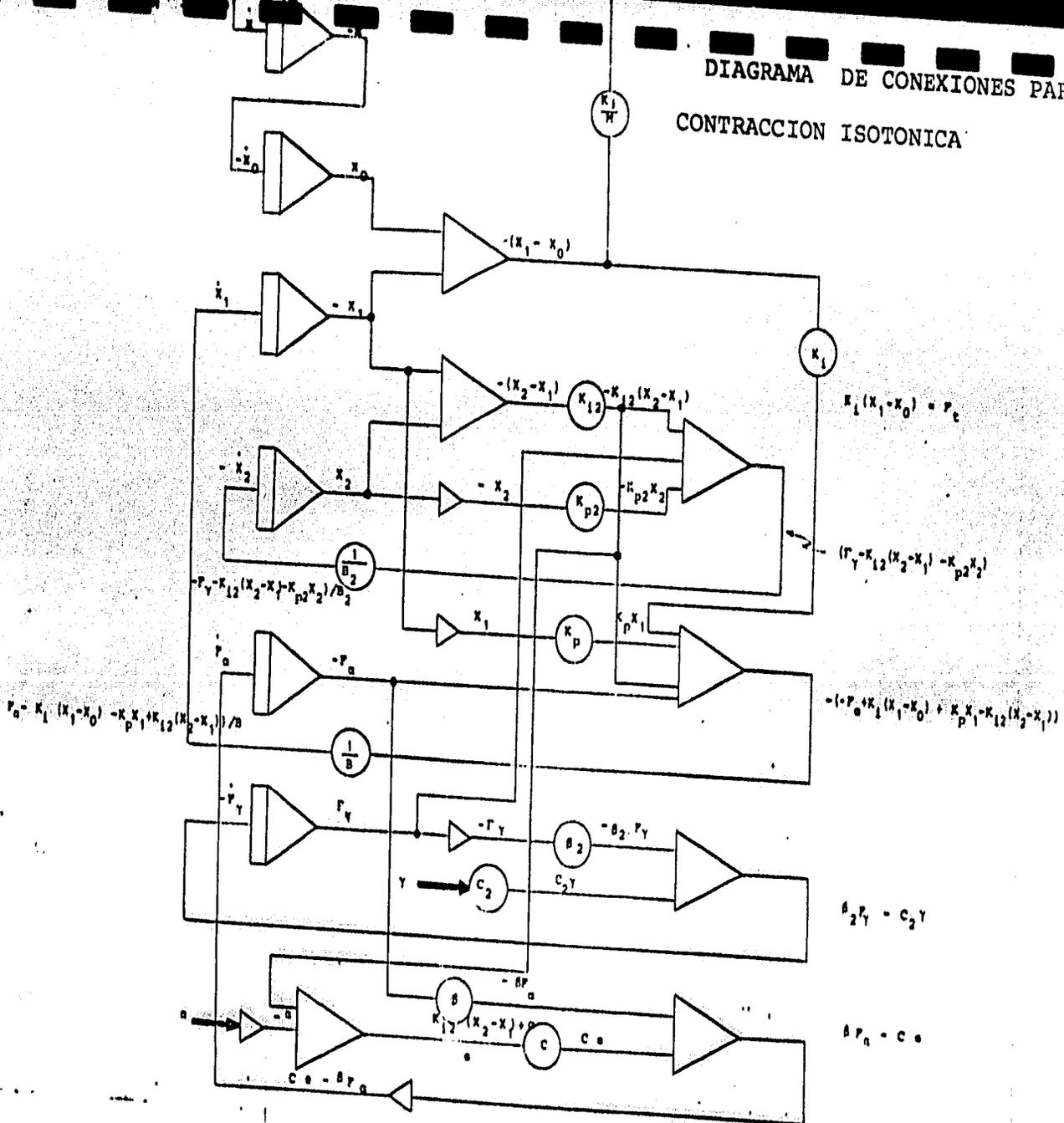
Al finalizar este trabajo se puede concluir la importancia de un sistema interdisciplinario para la realización de los objetivos deseados. Para la elaboración de esta tesis fue necesario la consulta a diferentes profesionistas, incluyendo médicos, ingenieros e inclusive un Doctor en Bioingeniería de la Universidad de Wisconsin, E.U.A., y gracias a sus sugerencias fue posible el desarrollo del modelo del músculo esquelético, que como se estudió, "es el elemento mediante el cual un organismo responde al medio ambiente".

APENDICE

A LISTADO DEL PROGRAMA DE LA
CONTRACCION ISOTONICA.

B DIAGRAMA DE CONEXIONES DE LA COMPUTADORA
ANALOGICA PARA LA CONTRACCION ISOTONICA.

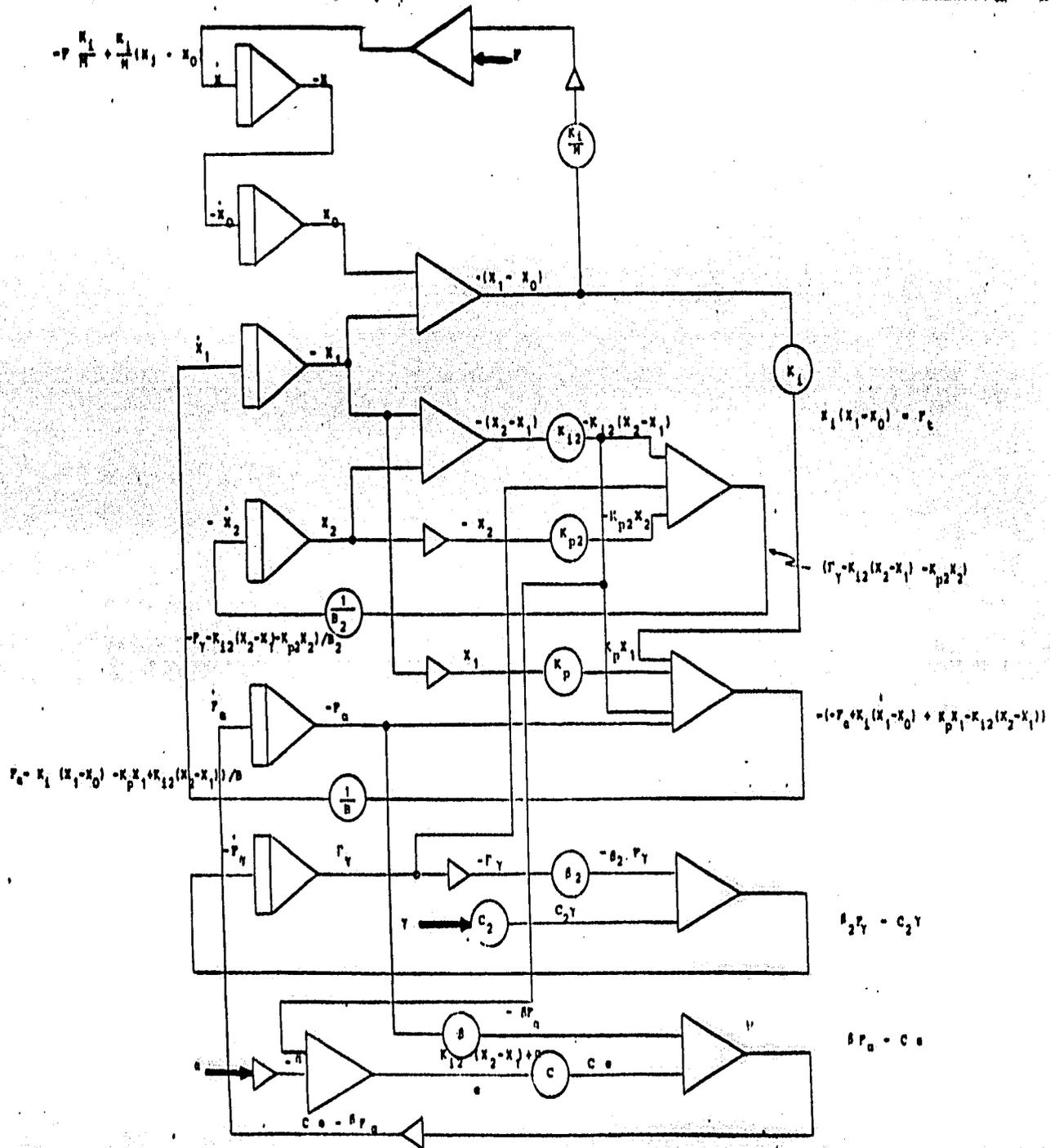
DIAGRAMA DE CONEXIONES PARA LA
CONTRACCION ISOTONICA



C LISTADO DEL PROGRAMA DE LA
CONDICION DE ALARGAMIENTO.

D DIAGRAMA DE CONEXIONES DE LA COMPUTADORA
ANALOGICA PARA LA CONDICION DE ALARGAMIENTO.

DIAGRAMA DE CONEXIONES PARA LA CONDICION DE ALARGAMIENTO



E LISTADO DEL PROGRAMA DE LA CONTRACCION
ISOMETRICA, RESPUESTA IMPULSO, RESPUESTA
TETANICA Y RESPUESTA SUBTETANICA.


```

100 REMOTE
200 RUN ISOMETRICO
300 NOTE PARAMETRICS
400 NOTE FIBRAS EXTRAFUSIALES
500 KI=C.5 CONSTANTE DE ELASTICIDAD DEL TENDON
600 KP=C.1 CONSTANTE DE ELASTICIDAD DE LA FIBRA
700 U=C.2 CONSTANTE DEL VISCOSILACION DE LA FIBRA
800 BETA=1 CONSTANTE DEL TRANSICION QUIMICO MECANICO
1000 NOTE FIBRAS INTRAFUSIALES
1100 KI2=C.0.1 CONSTANTE DE ELASTICIDAD DE LA ZONA RETICULAR
1200 KP2=C.0.1 CONSTANTE DE ELASTICIDAD DE LA ZONA DENSA
1300 B2=C.0.1 CONSTANTE DEL VISCOSILACION DE LA ZONA DENSA
1400 C2=C.2 CONSTANTE DEL TRANSICION QUIMICO MECANICO
1500 BETA2=1 CONSTANTE DEL TRANSICION QUIMICO MECANICO
1600 CD=C.1 CONSTANTE DEL SENSACION DEL FLONCAMIENTO
1700 NOTE CONDICIONES INICIALES
1800 FG=C.0
1900 FA=C.0
2000 X1=C.0
2100 X2=C.0
2200 NOTE VARIABLES ALTERNAS
2300 E.K=A.K+(CC)(X2.K-X1.K)
2400 FT.K=(K1)(X1.K)
2500 S.K=PULSE(1.0,0,0.5)
2600 S1.K=PULSE(1.0,0,0.5)
2700 A.K=S.X=S1.R
2800 G.K=S.X=S1.K
2900 NOTE VARIABLES DE FLUJO
3000 UX1.KL=(FA.K=(K1)(X1.K)=(KF)(X1.K)+(K2)(X2.K-X1.K))/(E)
3100 DX2.KL=(FG.K=(K2)(X2.K-X1.K)=(KF2)(X2.K))/(E2)
3200 DFC.KL=(C2)(G.K)=(BETA2)(FG.K)=(KF2)(X2.K))/(E2)
3300 DFA.KL=(C)(E.K)=(BETA)(FA.K)
3400 NOTE VARIABLES DE FILJO
3500 X1.K=X1.U+(CT)(PX1.UK)
3600 X2.K=X2.U+(CT)(PX2.UK)
3700 FA.K=FA.U+(CT)(CFA.UK)
3800 FU.K=FG.U+(CT)(CFG.UK)
3900 SPEC DT=C.1/LENGT=30 PRTPER=0.2/FLTFER=C.5
4000 FT=F/E/G(O.2)

```

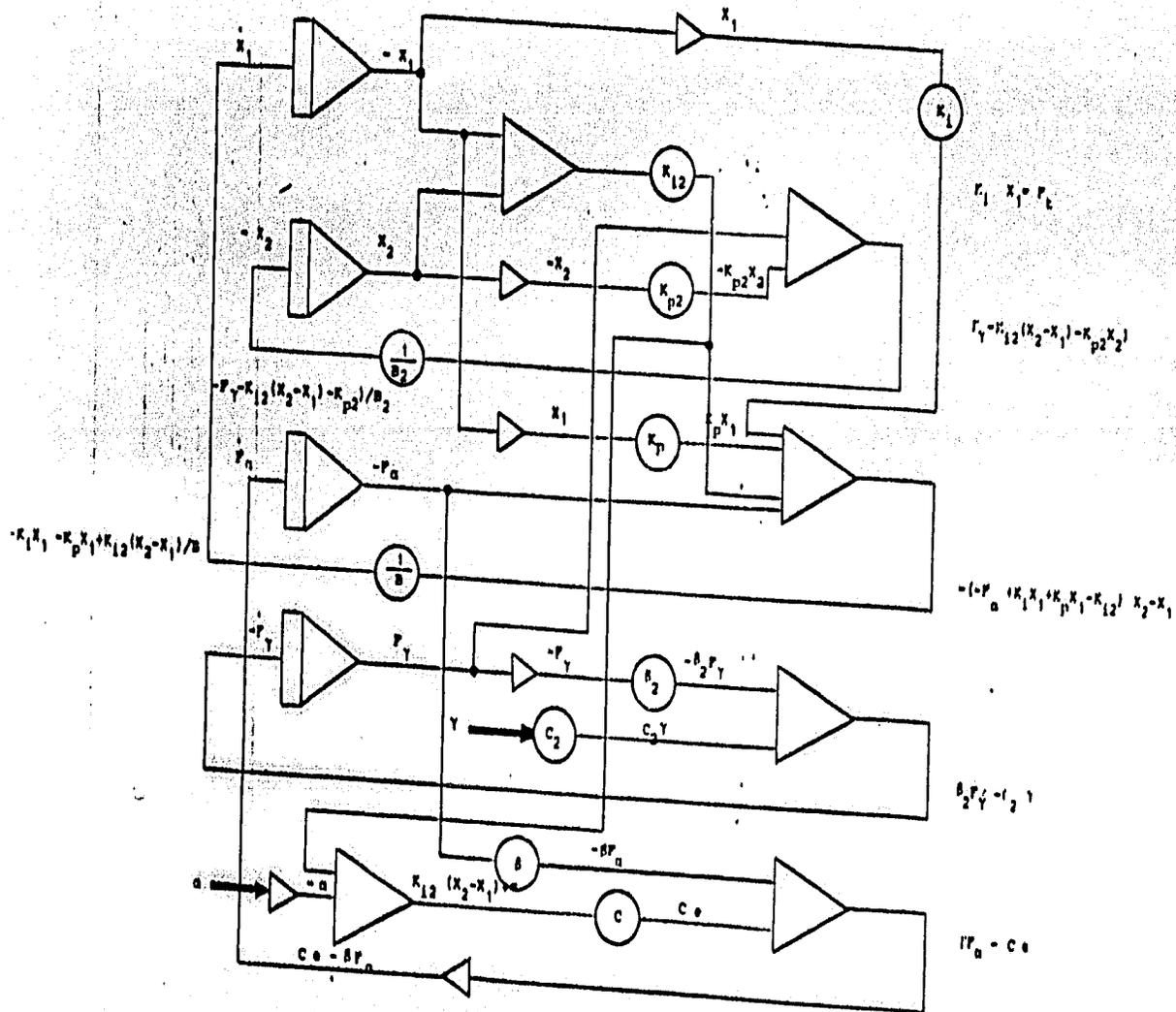
```

0000100
0000200
0000300
0000400
0000500
0000600
0000700
0000800
0000900
0001000
0001100
0001200
0001300
0001400
0001500
0001600
0001700
0001800
0001900
0002000
0002100
0002200
0002300
0002400
0002500
0002600
0002700
0002800
0002900
0003000
0003100
0003200
0003300
0003400
0003500
0003600
0003700
0003800
0003900
0004000

```

F DIAGRAMA DE CONECCIONES DE LA COMPUTADORA
ANALOGICA PARA LA CONTRACCION ISOMETRICA.

DIAGRAMA DE CONEXIONES PARA LA CONTRACCION ISOMETRICA



REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1.- Allan, H.G.

"Striated muscles, simulation systems, and validation techniques". Proceedings of the 1973 summer computation simulation conference. pp. 788-792 (1973)

2.- Bawa, P.; Mannard, A. & Stein, R. B.

"Effects of elastic loads on the contraction of the cat muscles". Biol. Cybern. Vol. 22 pp. 129-137 (1976)

3.- Bawa, P., Mannard, A. & Stein, R. B.

"Predictions and experimental test of a visco-elastic muscle model using elastic and inertial loads". Biol. Cybern. Vol. 22 pp. 139-145 (1976)

4.- Blangé, T.

"A simplified sliding-filament muscle models for simulation purposes". Kybernetik Vol. 12 pp. 94-101 (1973)

5.- Chapman, A. E. & Harrower, P. T.

"Linear approximations of muscle mechanics in isometric contraction".

Biol. Cybern. Vol. 27 pp. 1-7 (1977)

6.- D'Azzo, J. & Houp-s, C.

Feedback c-ntrol system analisis & synthesis. Ségunda Edición. Mc. Graw-Hill Kogakusha, LTD. Tokyo, Japan (1966).

7.- van Dijk, J. H. M.

"Simulation of human arm movements controlled by peripheral feedback". Biol. Cybern. (Germany. West) Vol. 29 No. 3 pp. 175-186 (1978)

8.- Dijkstra, S.J., Denier van der Gon, et al.

"A simplified sliding-filament muscle model for simulation purposes". Kybernetik Vol. 12 No. 2 pp. 94-101 (1973)

9.- Alexander L. Pugh.

'Dynamo user's manual.' Second Edition. The M.I.T. Press Massachusetts Institute of Technology. Cambridge, Massachusetts and London, England. (1967)

10.- E A I - 180

Instructivo del laboratorio de Ingeniería de Control. Sección de Control. Departamento de Ingeniería Mecánica y Eléctrica. Facultad de Ingeniería. U. N. A. M.

11.- Fenn, W.O., & Marsch, B. S.

"Muscular force at different speeds of shorting". J. Physiol., London 85 pp. 277-297 (1935)

12.- Victor Gerez Greiser.

Teoría de sistemas y Circuitos. (Tomo I). Primera reimpresión con correcciones. 1974. Representaciones y Servicios de Ingeniería, S. A. México (1974)

13.- Arthur C. Guyton.

Physiology of the Human Body. Quinta Edición. W. B. Saunders Company. Philadelphia, London, Toronto.

14.- Hatze, H.

"A myocybernetic control model of skeletal muscle".

Biol. Cybern. Vol. 25. pp. 103-119 (1977)

15.- Hatze, H.

"The relative contribution of motor unit recruitment and rate coding to the production of static isometric muscle force". Biol. Cybern. Vol. 27 pp. 21-25 (1977)

16.- Hatze, H.

"A general myocybernetics control model of skeletal muscle". Biol. Cybern. Vol. 28 pp. 143-157 (1978)

17.- Hatze, H.

"Simulation responses of a control model of human skeletal muscle". The South African Mechanical Engineer. Vol 28 pp. 239-241 (1978)

18.- Hatze, H.

"Neuromusculoskeletal control systems modeling-A critical survey of recent developments". IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. AC-25 No. 3 p.,375 (1980)

19.- Houk, J. C.

"A mathematical model of the Stretch Reflex in Human Muscle Systems". Master's thesis, Massachusetts Institute of Technology, (1963)

20.- Houk, J. C., Cornew, R. W. & Stark, L.

"A model of adaptation in amphibian spindle receptors". J. Theoret. Biol. Vol: 12 pp. 196-215 (1966).

21.- Hill, A.V.

"The heat of shortening, and the dynamic constants of muscle". Proc. Roy. Soc. (Lond.) B126, pp. 136-195 (1938)

22.- Hill, A.V.

Proc. Roy. Soc. (1951), 138 B, 339

23.- Bernardo A. Houssay

Fisiología Humana. Cuarta Edición (Tercera reimpresión)
Librería "El Ateneo" Editorial. Buenos Aires, Argentina
(1972)

24.- Huxley, A.F.

"Muscle structure and theories of contraction". Progr.
Biophys. Chem. Vol. 7 pp. 255-318 (1957)

25.- Inbar, G. F.

"Modulation of dynamic parameters of muscle reflex by
selective activation of its gamma system". Biol. Cybern.
Vol. 19 pp. 169-180 (1975)

26.- Inbar, G. F. & Pinchas, J. J.

"Analysis of a model of the triceps surae muscle reflex
control system". IEEE Transaction on systems, man and
cybernetics. Vol. SMC-6 pp. 25-33 (1976)

27.- Inbar, G. F. & Adam, D.

"Estimation of muscle active state". Biol. Cybern.
Vol. 23 pp. 61-72 (1976)

28.- Julian, F.J., Sollins, K. R. & Sollins, M. R.

"A model for the transient and steady-state mechanical
behavior of contracting muscle". Biophys. J. Vol. 14
No. 7 pp. 546-562 (1974)

- 29.- Katz, B. (1950). J. Physiol., Lond. 111, 261.
- 30.- Katz, B. (1961). Proc R. Soc. B. 243, 221.
- 31.- Kanfam, M. & Stout, D. F.
Handbook of Operational Amplifier Circuit Design.
Mc. Graw-Hill. Book Company United States of America
(1976)
- 32.- Kearney, R. E.
"Simulation of the human neuromuscular response to ankle rotation with a segmental reflex model", Comput. Biol. Med. Vol. 8 pp. 229-341 (1978)
- 33.- Lauringu, W. & Sauernheimer, W.
"Simulation eines antagonistischen muskelsystems für den sonderfall ermüdender isometrischer muskelarbeit". Biol. Cybern. Vol. 20 pp. 17-26 (1975)
- 34.- Mori, S. & Ishida, A.
"Synchronization of motor units and its simulation in parallel feedback system". Biol. Cybern. Vol. 21 pp. 107-111 (1976)
- 35.- Mannard, A. & Stein, R.
"Determination of the frequency response of isometric solens muscle in the cat using random nerve stimulation". J. Physiol. Vol. 229 pp. 275-296 (1973)
- 36.- Naeije, M., Crowe, A. & de Klerk, H.
"Model of the firing frequency of the chelonian muscle spindle". Biol. Cybern. Vol. 21 pp. 53-60 (1976)

- 37.- Naeije, M. & Crowe, A. .
 "Model for the β motor stimulation in chelonian muscle spindles". Biol. Cybern. Vol. 26 pp. 73-79 (1977)
- 38.- K. Ogata.
 Modern Control Engineering Prentice Hall, Inc. N.Y. (1970)
- 39.- K. Ogata.
 State Space Analysis of Control Systems. Prentice-Hall, Inc. Englewood Cliffs, N. J. (1967)
- 40.- Partridge, L. D.
 "Signal-handling characteristics of load-moving skeletal muscle". Amer. J. Physiol. Vol. 210 pp. 1178-1191 (1966)
- 41.- Partridge, L.
 "Intrinsic feedback factors introducing inertial compensation in muscle". Biophysical Journal Vol. 7 pp. 853-863 (1967)
- 42.- Pedotti, A. & Frigo, C.
 "A model of the mechanism controlling neuromuscular activation during ambulation based on feedback control hypothesis". J. Life Sci. (U.S.A.) Vol. 8 No. 1-2 pp. 29-35 (1978)
- 43.- Ranjbaran, S. E.
 "Digital simulation of muscle dynamics". Modeling and simulation. Vol. 7 pp. 1241-1244 (1976)
- 44.- Roberts, W. J.
 "A control model of stretch reflex". J. Neurophysiol. Vol. 34 p. 620 (1971)

45.- Rosenthal, N. P.

"Frequency analysis of stretch reflex and its main subsystems in triceps surae muscles of the cat".

J. Neurophysiol Vol. 33 pp. 733-749 (1971)

46.- Ruch, T. & Patton, H.

Fisiología. Editorial Interamericana. Argentina, (1970)

47.- Suplemento de la Revista Mexicana de Ingeniería Biomédica.

II Seminario sobre Investigación en Ingeniería Biomédica.

Año 2, Vol. 2, No. 2. Mayo-Agosto 1979.

48.- Stein, R. B. & Ogustoreli, M. N.

"Tremor and other oscillations in neuromuscular systems".

Biol. Cybern. Vol. 22 pp. 147-157 (1976)

49.- Stein, R. B. & Ogustorelli, M. N.

"Does the velocity sensitivity of muscle spindles stabilize the stretch reflex". Vol. 23 pp. 219-228. (1976)

50.- Stein, R. B. & Wong, E.

"Analysis of models for the activation and contraction

of muscle". J. Theor. Biol. Vol. 46 pp. 307-327. (1974)