

Ref. 136

UNAM

FACULTAD DE INGENIERIA

**"METODOS TEORICO - PRACTICOS PARA EL
ESTUDIO DIGITAL DE FLUJOS DE ENERGIA EN
SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA"**

T E S I S

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA**

P R E S E N T A

SERGIO ANTONIO SANCHEZ CASTELLANOS OJANGUREN



México, D. F.

1979



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.



UNIVERSIDAD NACIONAL
AUTÓNOMA DE
MÉXICO

Al Pasante señor Sergio Antonio Sánchez Castellanos Ojanguren,
P r e s e n t e .

En atención a su solicitud relativa, me es grato transcribir a usted a continuación el tema que aprobado por esta Dirección propuso el Profesor Ing. David Vázquez O., para que lo desarrolle como tesis en su Examen Profesional de INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA.

"METODOS TEORICO - PRACTICOS PARA EL ESTUDIO DIGITAL DE FLUJOS DE ENERGIA EN SISTEMAS ELECTRICOS DE POTENCIA"

- 1) Introducción
- 2) Modelos matemáticos para la solución del problema del flujo de energía
- 3) Potencia reactiva, su generación y su influencia en los sistemas de potencia
- 4) Estudio del flujo de energía en un sistema de potencia:
 - a) Preparación de datos
 - b) Estudio del caso base y de sus variantes
- 5) Conclusiones

Ruego a usted tomar debida nota de que en cumplimiento de lo especificado por la Ley de Profesiones, deberá prestar Servicio Social durante un tiempo mínimo de seis meses como requisito indispensable para sustentar Examen Profesional; así como de la disposición de la Dirección General de Servicios Escolares - en el sentido de que se imprima en lugar visible de los ejemplares de la tesis, el título del trabajo realizado.

Atentamente

"POR MI RAZA HABLARA EL ESPIRITU"

Cd. Universitaria, D.F., a 2 de mayo de 1977

EL DIRECTOR

ING. ENRIQUE DEL VALLE CALDERON

INDICE

pagina

- 1 **CAPITULO 1** Introducción.
- 4 Sistemas en por unidad.
- 7 Cambios de base
- 7 Impedancia de transformadores en por unidad.
- 10 Equivalente π de transformadores.
- 13 Autotransformador ideal.
- 14 Ecuaciones para resolver circuitos eléctricos lineales.
- 14 Ecuaciones de nodo.
- 16 Ecuaciones de malla.
- 17 Potencia real y reactiva que fluye entre buses conociendo la impedancia que hay entre ellos y su voltaje.
- 20 **CAPITULO 2** Modelos matemáticos para la solución -
del problema del flujo de energía.
- 23 Métodos nodales o de admitancias.
- 24 Método de Gauss.
- 25 Método de Gauss Seidel.
- 26 Diagrama de bloques del método de Gauss.
- 28 Diagrama de bloques del método de Gauss Seidel.
- 29 Buses controlados de voltaje para los métodos de Gauss y de Gauss Seidel.
- 30 Método de Newton Raphson.
- 31 Diagrama de bloques para los buses controlados de --
voltaje, para los métodos de Gauss y Gauss Seidel.

- 38 Buses controlados de voltaje para el método de Newton Raphson.
- 39 Diagrama de bloques del método de Newton Raphson.
- 41 Métodos de impedancia de bus.
- 42 Método de Gauss.
- 44 Diagrama de bloques del método de Gauss.
- 45 Método de Gauss Seidel.
- 46 Diagrama de bloques del método de Gauss Seidel.
- 47 CAPITULO 3 Potencia reactiva, su generacion y su influencia en los sistemas de potencia.
- 47 Potencia reactiva y su influencia sobre el voltaje.
- 49 Relación entre voltaje, potencia reactiva y potencia real.
- 51 Generadores y consumidores de potencia reactiva.
- 52 Líneas y Cables.
- 54 Generador y motor síncrono.
- 59 Capacitores en derivación.
- 61 CAPITULO 4 Estudio del flujo de energía de un sistema de potencia.
- 64 Parámetros usuales de sistemas de potencia para estudios de flujo de energía.
- 65 Datos necesarios para estudios de flujo de energía.
- 66 Datos de buses de generación.
- 69 Caso estudiado.
- 83 CONCLUSIONES.

INTRODUCCION

Un "Sistema de Potencia Eléctrico" es el conjunto de elementos que sirven para convertir alguna clase de energía en energía eléctrica, los que sirven para preparar esta energía en una forma adecuada para su transmisión y los elementos necesarios para transportarla desde los centros de producción hasta los centros de consumo. En forma general, un sistema de potencia eléctrico consta de plantas generadoras, líneas de transmisión, líneas de distribución, subestaciones eléctricas y las cargas.

Las plantas generadoras son aquellas partes de un sistema de potencia que sirven para convertir alguna forma de energía en energía eléctrica. Por ejemplo, parte de la energía cinética que lleva una corriente de agua se transmite a una turbina; y ésta transmite parte de esa energía a un generador de electricidad.

Como los generadores de electricidad no generan a voltajes muy elevados, para el caso de transmitir la energía eléctrica a lugares lejanos, es necesario reducir las pérdidas por efecto Joule (I^2R). Esto se logra subiendo el voltaje, para ello se cuenta con las subestaciones elevadoras, en las cuales se eleva el voltaje a un nivel adecuado para su transporte. Además, en los centros de consumo es necesario abatir el voltaje hasta un valor adecuado para su uso, lográndose esto con las subestaciones reductoras.

Un estudio matemático del flujo de energía en un sistema de potencia eléctrico "en estado permanente, simétrico y balanceado" consiste en elaborar un modelo matemático del sistema, de tal manera que con operaciones digitales se conozca la forma teórica - como operará tal sistema, siendo posible hacerle los cambios necesarios en el caso de no ser aceptable su operación.

De lo anterior se desprende que este estudio normalmente es previo a la operación real de un sistema y se puede aplicar para diseñar una red, para una ampliación o una reducción de ella, para mejorar un sistema, para conocer su comportamiento al salir de servicio algún o algunos elementos de él, ya sea por falla o por darle mantenimiento; para minimizar las pérdidas del sistema y - determinar la posición de los taps de los transformadores, para tener en todo el sistema voltajes adecuados tanto en carga máxima como mínima, etc.

Para efectuar un estudio de flujo de energía se dispone de la computadora analógica, llamada también " Analizador de redes " Este aparato sirve para reproducir a escala muy reducida el modelo del sistema por estudiar, y así medir directamente los valores que se deseen.

El analizador de redes consta de una serie de resistencias, de capacitores y de inductancias, las cuales sirven para formar las impedancias del sistema y las cargas. Consta también de otras

partes que hacen las veces de generadores para inyectar la potencia real y/o reactiva en los puntos requeridos; también se tienen otros elementos que hacen las veces de transformadores, además - hay aparatos de medición de voltaje, de medición de potencia real, de medición de potencia reactiva y medidores de ángulo de fase.

Por medio de ajustes con aproximaciones sucesivas de todas las variables independientes del analizador, se obtiene a escala el funcionamiento del sistema original; así como con lecturas directas se obtienen los resultados requeridos.

El problema de estos analizadores es que requieren demasiado tiempo para hacer los ajustes; además, si se quiere estudiar alguna alternativa del mismo sistema, casi equivale a volver a hacer todos los ajustes iniciales, con la pérdida consiguiente de tiempo.

La calculadora digital o computadora hace posible efectuar estudios de muchas operaciones aritméticas en tiempos muy cortos, tiene una gran capacidad para recibir y manejar información y otra de sus ventajas es que los resultados los puede dar escritos, lo cual hace posible que se analicen en tiempos posteriores a la corrida.

En lo relativo a los estudios de flujo de energía, es evidente que la computadora digital hizo que el analizador de redes quedara en desventaja, en parte por la gran rapidez de aquélla, su-

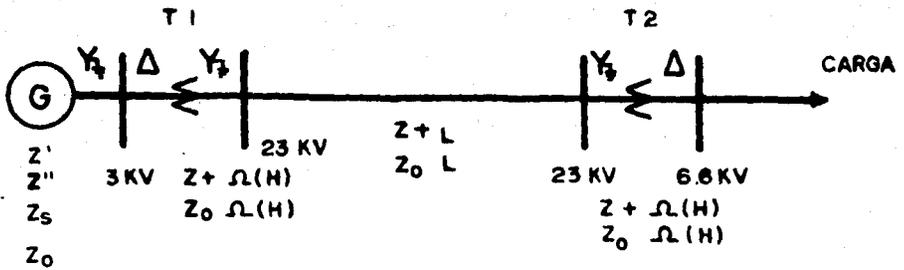
gran precisión en los resultados y la facilidad con que se pueden efectuar diferentes alternativas del mismo sistema en serie, es posible también usar los modelos matemáticos y a veces los resultados obtenidos para hacer otros estudios del sistema en cuestión, como son los de estabilidad, los de fallas, los de despacho económico de carga etc.

SISTEMAS EN POR UNIDAD

Un sistema trifásico, simétrico y balanceado tiene como característica que tanto las corrientes como los voltajes en cada una de sus fases para un punto determinado son iguales entre sí en magnitud, variando entre ellas su argumento 120° . Por lo tanto para resolver un circuito de este tipo es suficiente considerar una sola de sus fases, puesto que la suma de tres vectores iguales en módulo, con 120° de defasamiento entre ellos es igual a cero. En el caso de las corrientes no hay ningún retorno, y considerando una sola de sus fases, se supone que el retorno es a través de un conductor ideal.

El dibujo del circuito trifásico considerando una sola de las fases se llama " Diagrama Unifilar " y para simplificarlo más se dibuja sin el conductor ideal ficticio indicado en el párrafo anterior.

Ejemplo de un diagrama unifilar:



Parámetros en Por Unidad (p.u.).- En muchos elementos que forman parte de un sistema de potencia, la impedancia de placa se marca en función de los KV y los MVA nominales del elemento en cuestión; esta impedancia se da en p.u. o en % (valor en p.u. multiplicado por 100)

Se dice que un valor está dado en p.u. cuando el valor original es dividido por otro valor de la misma especie llamado "valor base" o "base".

En el caso de los sistemas de potencia eléctricos, se pueden elegir como bases dos valores arbitrarios que se escogen entre MVA, KV, AMP y OHMS; los dos valores faltantes se obtienen al aplicar la ley de Ohm y la ley de Joule. Generalmente el equipo eléctrico tiene como bases los MVA y los KV nominales propios.

Como ejemplo se tiene un generador trifásico de 30 MVA y 20 KV de línea a línea, ambos como valores nominales, y su impedancia transitoria $Z' = 0 + j0.1733$ ohms; si se cambia este valor en p.u. con base en los valores nominales, se tiene:

$$I_{bln} = MVA_b \times 10^3 / \sqrt{3} KV_{b11} \quad (1,1)$$

$$Z_{bln} = KV_{b11} \times 10^3 / \sqrt{3} I_{bln} \quad (1,2)$$

en donde los subíndices significan:

bln base de línea a neutro
 b base trifásica
 b11 base de línea a línea

Sustituyendo en la ecuación (1,2) la ecuación (1,1):

$$Z_{bln} = KV_{b11}^2 / MVA_b \quad (1,3)$$

Sustituyendo los valores del ejemplo en la ecuación (1,3):

$$Z_{bln} = 20^2 / 30 = 13.3 \text{ ohms}$$

$$: Z'_{p.u.} = \sqrt{3} 0.1733 / 13.3 = 0.013 \text{ p.u.}$$

En este ejemplo se consideraron tanto la Z del generador como la Z_b de línea a neutro.

Ahora suponiendo que ambas son de línea a línea:

$$I_{b11} = MVA_b \times 10^3 / 3KV_{b11} \text{ y } Z_{b11} = KV_{b11} (10^3) / I_{b11}$$

Sustituyendo el valor de I_{b11} en la ecuación anterior:

$$Z_{b11} = 3 KV_{b11}^2 / MVA_b$$

Y como $Z_{11} = 3Z_{1n}$, entonces:

$$Z_{11} \text{ p.u.} = Z_{11} / Z_{b11} = Z_{1n} (MVA_b) / KV_{b11}^2$$

Sustituyendo la ecuación (1,3) en la anterior:

$$Z_{11} \text{ p.u.} = Z_{1n} / Z_{bln} = Z_{1n} \text{ p.u.}$$

Con esto queda demostrado que la $Z_{p.u.}$ es igual al obtenerla con valores de línea a línea o con valores de línea a neutro. Lo

que se requiere es que los dos valores del cociente sean considerados en igual forma.

Cambios de base.- Como se indicó anteriormente, la impedancia de muchos elementos de que consta un sistema de potencia está dada con base en sus MVA y KV nominales; para muchos estudios específicos es necesario cambiar la base de los elementos a fin de que tengan una base adecuada a ellos; esto se lleva a cabo como se indica a continuación:

Supóngase una Z_a p.u. referida a las bases MVA_a y KV_{11a} ; se quiere referir a las bases nuevas MVA_n y KV_{11n}

Primero hay que cambiar Z_a p.u. a su valor en ohms:

$$Z_a(\text{ohms}) = Z_a \text{ p.u.} \cdot Z_{ab} = Z_a \text{ p.u.} (KV_{11a}^2 / MVA_a)$$

Después esta Z en ohms hay que dividirla entre la base nueva de impedancia (Z_{nb})

$$Z_n \text{ p.u.} = Z_a \text{ p.u.} (MVA_n / MVA_a) (KV_a / KV_n)^2 \quad (1,4)$$

Considerando los datos del último ejemplo del generador, se desea cambiar la base de 30 MVA a 10 MVA y la base de 20KV₁₁ a 25 KV₁₁. Aplicando la ecuación (1,4), el valor en p.u. de la impedancia correspondiente a las nuevas bases es:

$$Z'_n \text{ p.u.} = 0.013 (10/30) (20/25)^2 = 0.02773$$

Impedancia de transformadores en p.u.

Un transformador ideal cumple con las siguientes igualdades:

$$E_a / E_b = n_a / n_b = a$$

Donde:

E_a voltaje del devanado a y E_b voltaje del devanado b.

n_a número de espiras del devanado a y n_b espiras del devanado b.

Siendo la potencia igual en ambos devanados del transformador, entonces se cumple:

$$E_a I_a = E_b I_b \quad \text{o} \quad E_a / E_b = I_b / I_a$$

y como $E_a = I_a Z_a$ y $E_b = I_b Z_b$, la ecuación anterior queda:

$$I_a^2 Z_a = I_b^2 Z_b$$

Con lo anterior se obtiene:

$$(E_a / E_b)^2 = (I_b / I_a)^2 = Z_a / Z_b = a^2$$

De esto se concluye que la relación de impedancias vistas desde cada uno de los devanados de un transformador es directamente proporcional al cuadrado de la relación de transformación.

Supóngase que la impedancia de un transformador vista desde el embobinado a es Z_a en ohms, su valor en p.u. considerando las bases MVA_B y KV_{aB} (indicando el subíndice B que son cantidades-base), se calcula como sigue:

$$Z_{aB} = KV_{aB}^2 / MVA_B \quad (\text{ohms})$$

Su impedancia en p.u. es:

$$Z_a \text{ p.u.} = Z_a MVA_B / KV_{aB}^2 \quad (1.5)$$

Considerando que la relación de transformación es "r".

La impedancia del transformador vista desde el devanado b es:

$$Z_b \text{ (ohms)} = Z_a \text{ (ohms)} / r^2 \quad (1,5a)$$

Si se refiere la base de voltaje del devanado a del transformador a su devanado b, se tiene:

$$Z_{bB} = Z_{aB} / r^2 = KV_{aB}^2 / MVA_B r^2 \quad (\text{ohms}) \quad (1,5b)$$

Dividiendo la ecuación (1,5a) entre la ecuación (1,5b), se obtiene la impedancia en p.u. vista desde el devanado b, o sea:

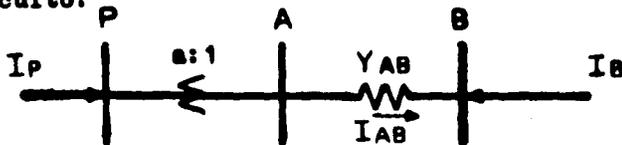
$$Z_b \text{ p.u.} = Z_a \text{ (ohms)} MVA_B / KV_{aB}^2$$

La ecuación anterior es igual a la ecuación (1,5), lo que hace ver que la impedancia de un transformador en p.u. es igual vista desde cualquiera de los devanados del transformador, siempre y cuando la potencia base sea la misma para los dos devanados y el voltaje base de uno de sus devanados sea el referido del voltaje base del otro devanado.

Con lo anterior se nota la conveniencia de que al hacer un estudio de un sistema de potencia eléctrico los parámetros se usen en p.u. , siendo la base de potencia común a todo el sistema , y la base de voltaje será la correspondiente referida a todo el sistema de una base prefijada. Con esto se logra eliminar los distintos niveles de voltaje del sistema , quedando un circuito eléctrico sin transformadores.

Cambios de tap en los transformadores.- En un circuito eléctrico representado por sus parámetros en p.u. se puede requerir cambiar el tap de algún o algunos transformadores, repercutiendo en que el voltaje base referido de uno de los devanados al otro del transformador en cuestión va a ser distinto al que se tenía originalmente. Esto obliga a cambiar los parámetros afectados a la base nueva, lo cual generalmente es muy laborioso. Para evitar esto se puede representar a los transformadores que tienen tap, como un circuito π equivalente, lo cual hace que al cambiar un tap del transformador en cuestión, sólo se afectan los parámetros del circuito π , conservándose los valores base originales que se tenían en el extremo del transformador.

Para encontrar los parámetros del circuito π , supóngase el siguiente circuito:



Como se nota, el transformador original se trata como un transformador ideal con una relación de transformación "a" igual a la del transformador original en serie con su admitancia.

Considerando el circuito anterior, se tiene:

$$I_P = I_{AB} / a \quad (1,6)$$

$$I_{AB} = (E_A - E_B) Y_{AB} \quad (1,7)$$

Refiriendo I_{AB} al lado primario del transformador:

$$I_P = I_{AB} / a = (E_A - E_B) Y_{AB} / a \quad (1,8)$$

$$E_A = E_P / a \quad (1,9)$$

Sustituyendo (1,9) en (1,8):

$$I_P = (E_P - aE_B) Y_{AB} / a^2 \quad (1,10)$$

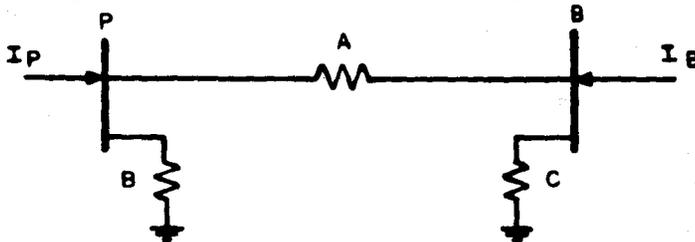
Considerando I_B :

$$I_B = (E_B - E_A) Y_{AB}$$

Sustituyendo la ecuación (1,9) en la ecuación anterior:

$$I_B = (aE_B - E_P) Y_{AB} / a \quad (1,11)$$

La representación del circuito equivalente es:



A, B y C se consideran como admitancias.

Del dibujo se tiene:

$$I_P = (E_P - E_B)A + E_P B \quad (1,12)$$

$$I_B = (E_B - E_P)A + E_B C \quad (1,13)$$

Haciendo $E_P = 0$ y $E_B = 1$ en (1,12), se tiene:

$$I_P = -A \quad (1,14)$$

Sustituyendo (1,14) en (1,10):

$$A = Y_{AB} / a \quad (1,15)$$

Con $E_P = 0$ y $E_B = 1$ en (1,11):

$$I_B = Y_{AB} \quad (1,16)$$

Sustituyendo (1,16) en (1,13):

$$Y_{AB} = (Y_{AB} / a) + C$$

Despejando C:

$$C = Y_{AB} (a-1) / a \quad (1,17)$$

De (1,14) y (1,15):

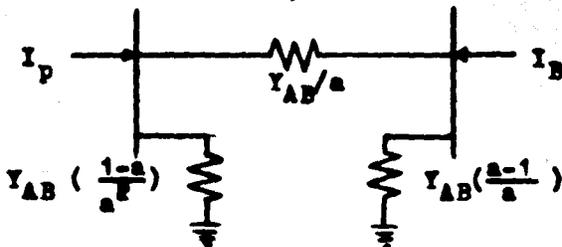
$$I_P = -Y_{AB} / a \quad (1,18)$$

Igualando (1,10) y (1,12), sustituyendo en (1,15) con

$E_P = 1$ y $E_B = 0$

$$B = Y_{AB} (1-a) / a^2$$

Con lo anterior, el equivalente π del transformador queda:



El devanado P del transformador es el considerado como devanado de tap.

Si los parámetros del transformador están en p.u. , el valor en p.u. de la relación de transformación es:

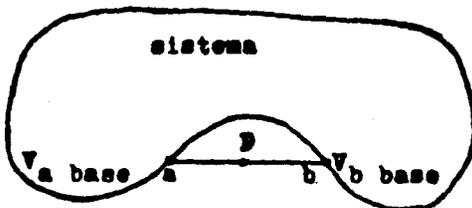
$$a = \frac{\text{voltaje devanado de tap} / \text{voltaje devanado de no tap}}{\text{voltaje base devanado de tap} / \text{voltaje base devanado de no tap}}$$

O:

$$a = \frac{\text{Voltaje en p.u. del devanado de tap}}{\text{Voltaje en p.u. del devanado de no tap}}$$

Autotransformador ideal.- Al variar el tap de un transformador en un sistema de potencia representado por sus parámetros en p.u. se requiere cambiar todos los parámetros afectados a la nueva base de voltaje, la cual será la referida del lado de no tap del transformador, al lado de tap. Para evitar este problema se coloca un autotransformador ideal en el lado de tap del transformador, el cual sirve para referir el voltaje cambiado al voltaje base que se tenía anteriormente.

El autotransformador ideal se usa también cuando en un circuito se va refiriendo un voltaje base hacia todos sus puntos; pero en un momento dado para un mismo punto, por dos caminos diferentes, se puede tener la incompatibilidad de dos voltajes base-distintos, como se ilustra en la siguiente figura:



Suponiendo que en el punto de incompatibilidad de los voltajes base, el voltaje real es E_p y que los voltajes en p.u. son respectivamente V_a p.u. y V_b p.u. ; entonces el voltaje en el punto P es:

$$E_a \text{ p.u. } (E_a \text{ base}) = E_p$$

o:

$$E_a \text{ p.u.} = E_p / E_a \text{ base}$$

Por otro lado:

$$E_b \text{ p.u.} = E_p / E_b \text{ base}$$

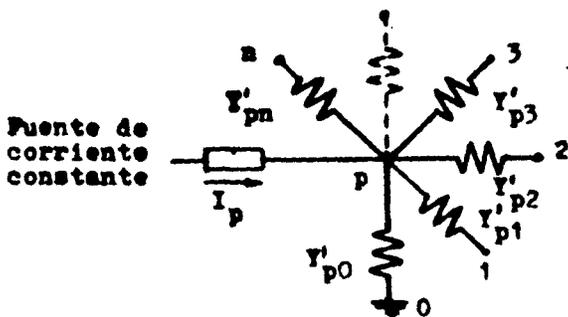
Para corregir esta incongruencia se conecta un autotransformador ideal, el cual debe tener la siguiente relación de transformación " a " vista desde el devanado " a " del autotransformador.

$$a = \frac{E_a \text{ p.u.}}{E_b \text{ p.u.}} = \frac{E_b \text{ base}}{E_a \text{ base}}$$

O sea que la relación de transformación del autotransformador ideal, debe ser la inversa de las bases de voltaje encontradas en el punto de incompatibilidad.

ECUACIONES PARA LA SOLUCION DE UN CIRCUITO ELECTRICO LINEAL

Ecuación nodal.- Supóngase un nodo " p " de un circuito eléctrico conectado con admitancias a los nodos 1, 2, ..., p-1, p+1, ..., n, como se indica en el dibujo siguiente:



$$I_{p0} = (E_p - E_0) Y'_{p0}$$

$$\begin{aligned}
 I_{p1} &= (E_p - E_1) Y'_{p1} \\
 I_{p2} &= (E_p - E_2) Y'_{p2} \\
 &\vdots \\
 I_{p(p-1)} &= (E_p - E_{p-1}) Y'_{p(p-1)} \\
 I_{pp} &= 0 \\
 I_{p(p+1)} &= (E_p - E_{p+1}) Y'_{p(p+1)} \\
 &\vdots \\
 I_{pn} &= (E_p - E_n) Y'_{pn}
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} I_{p1} \\ I_{p2} \\ \vdots \\ I_{p(p-1)} \\ I_{pp} \\ I_{p(p+1)} \\ \vdots \\ I_{pn} \end{aligned}} \right\} (1,19)$$

Aplicando la ley de Kirchhoff de corriente:

$$I_p = I_{p0} + I_{p1} + I_{p2} + \dots + I_{pn} \quad \text{donde } I_{pp} = 0$$

Sustituyendo en la ecuación anterior las ecuaciones (1,19)

$$I_p = E_p Y'_{p0} + \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq p}}^n (E_p - E_i) Y'_{pi}$$

Desarrollando esta ecuación:

$$I_p = E_p \left(\sum_{\substack{i=0 \\ i \neq p}}^n Y'_{pi} \right) - \left(\sum_{\substack{i=1 \\ i \neq p}}^n E_i Y'_{pi} \right) \quad (1,20)$$

Generalizando para todos los nodos del sistema:

$$I_p = \sum_{i=1}^n E_i Y_{pi} \quad (1,21)$$

para $p = 1, 2, \dots, n$

donde $Y'_{pi} = -Y_{pi}$

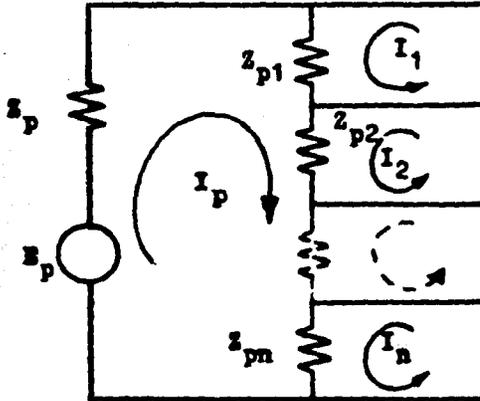
$$y \quad Y_{pp} = \sum_{\substack{i=0 \\ i \neq p}}^n Y'_{pi}$$

El nodo cero es el nodo de tierra o de referencia.

La ecuación (1,21) representa al sistema de ecuaciones si

multáneas con el cual se calculan los voltajes de todos los nodos de un circuito eléctrico lineal. En esta ecuación se tienen $n+1$ nodos, n incógnitas y son n ecuaciones simultáneas.

Ecuaciones de mallas.- Suponiendo una malla cerrada " p "- correspondiente a un circuito eléctrico lineal, el cual contiene n mallas independientes, tal como se indica en la figura siguiente:



La malla considerada tiene como impedancias comunes, respectivamente con las mallas 1, 2, ..., $p-1$, $p+1$, ..., n , a Z_{p1} , Z_{p2} , ..., $Z_{p(p-1)}$, $Z_{p(p+1)}$, ..., Z_{pn} ; y Z_{pp} la cual equivale a las impedancias propias de la malla ($Z_{pp} = Z_{p1} + Z_{p2} + \dots + Z_{p(p-1)} + Z_{p(p+1)} + \dots + Z_{pn} + Z_p$).

Aplicando la segunda ley de Kirchhoff que dice que la suma vectorial de los voltajes en una malla cerrada es cero, y generalizando esto a todas las mallas del circuito, se tiene:

$$E_p = \sum_{i=1}^n I_i Z_{pi} \quad (1,22)$$

para $p = 1, 2, \dots, n$

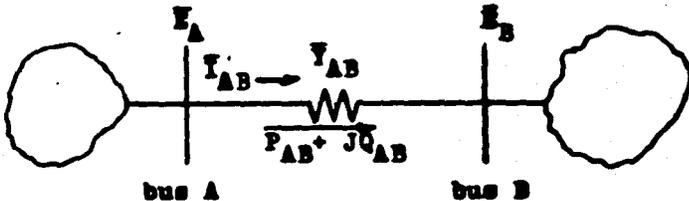
Siendo ésta la ecuación general para resolver un circuito -

eléctrico lineal por el método de mallas.

El sistema de ecuaciones representado por la ecuación (1, 22) está formado por n ecuaciones simultáneas y n incógnitas.

Cálculos para determinar la potencia real y reactiva que fluye de un bus a otro, conociendo los fasores de voltaje en m bus buses.

Suponiendo la figura siguiente:



La potencia que fluye del bus A al bus B es:

$$P_{AB} + JQ_{AB} = E_A Y_{AB}^* = E_A (E_A - E_B)^* Y_{AB}^* \quad (1,23)$$

Análogamente, la potencia que llega al bus B es:

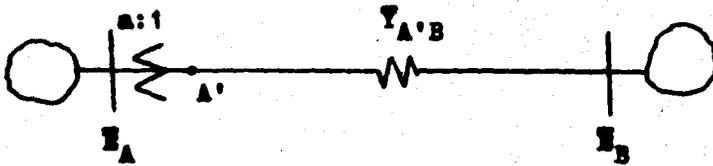
$$P_{BA} + JQ_{BA} = E_B (E_B - E_A)^* Y_{AB}^* \quad (1,24)$$

Sumando la ecuación (1,23) y la (1,24) se obtienen las pérdidas de la línea, o sea:

$$P_{AB} + JQ_{AB} + P_{BA} + JQ_{BA} = |E_A - E_B|^2 Y_{AB}^* \quad (1,25)$$

Esta ecuación es válida tanto para valores en p.u., como con unidades naturales.

Si la línea incluyera un autotransformador ideal tal como se ilustra en la figura siguiente, teniendo todos los valores - en p.u., y deseando la potencia transmitida también en p.u., entonces:



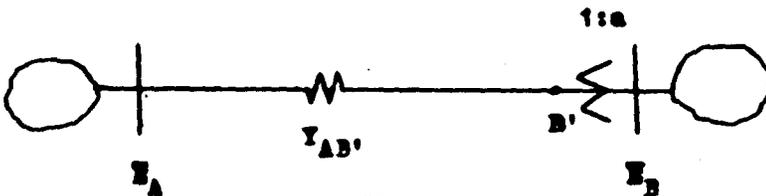
Considerando que todos los valores siguientes están en p.u.

$$E'_A = E_A / a \quad (1,26)$$

De la ecuación anterior y la ecuación (1,23), se obtiene:

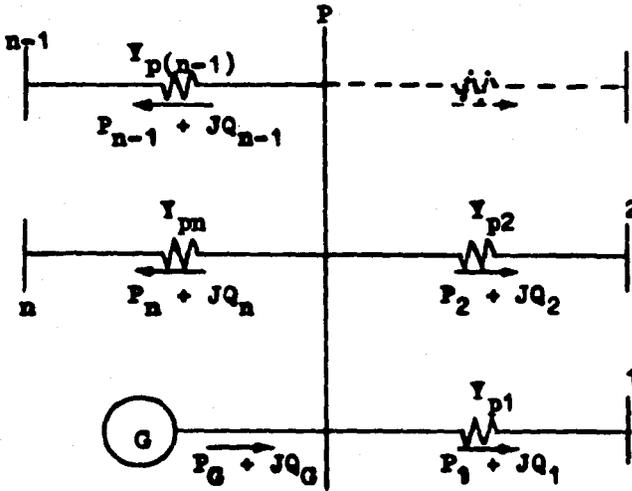
$$P_{AB} + JQ_{AB} = -\frac{E_A}{a} \left(\frac{E_A}{a} - E_B \right)^* Y_{AB}^* \quad (1,27)$$

Si el autotransformador ideal está colocado en el otro extremo de la línea, como se indica a continuación, entonces:



$$P_{AB} + JQ_{AB} = E_A \left(E_A - \frac{E_B}{a} \right)^* Y_{AB}^* \quad (1,28)$$

Supóngase un generador conectado a un bus " p " del cual se conocen las admitancias de todos los elementos conectados a él, - así como los fasores de voltaje que corresponden a los buses colocados en los extremos de estos elementos, incluyendo el fasor de voltaje del bus " p ", tal como se muestra en el dibujo siguiente:



Por medio de las ecuaciones (1,23) y (1,24) se puede encontrar la potencia que fluye entre este bus de generación y los buses conectados a él; para obtener lo que se está generando en el bus, se efectúa la suma algebraica de la potencia real y la suma algebraica de la potencia reactiva de todos los elementos conectados a él, o sea:

$$P_G + JQ_G = \sum_{i \neq p} (P_i + JQ_i) \quad (1,29)$$

CAPITULO 2

Modelos Matemáticos para la Solución del Problema del Flujo de Energía.

La solución al problema de flujo de energía en un sistema en estado permanente, simétrico y balanceado consiste en calcular los voltajes en cada uno de sus buses, bajo una condición del sistema prefijada, y posteriormente con estos voltajes calcular la energía que fluye por cada uno de sus elementos

Para cada bus del sistema se tienen cuatro valores asociados que son: El módulo del voltaje y su argumento, la potencia real y la potencia reactiva ya sean de generación o de carga o la resultante entre ellas. De estos cuatro valores se pueden fijar por bus dos de ellos, siendo los otros dos las incógnitas a resolver con el estudio del flujo de energía.

Los buses de un sistema de potencia se clasifican en tres tipos, que son:

1).- El bus compensador.- Para este tipo de bus se fija el módulo de voltaje y su argumento, siendo este último el ángulo de referencia para los voltajes de los otros buses del sistema.- Este es un bus de generación y como su nombre lo indica, es el bus que ajusta los déficits o superhabits de generación tanto en potencia real como en potencia reactiva, compensando las necesidades del sistema (está en esta generación incluidas las pérdi-

das totales del sistema).

2).- Buses de carga.- A este tipo se le fija la potencia real y la potencia reactiva demandada a cada uno de ellos, quedando como incógnitas el voltaje y su argumento. Los buses de generación se considerarán inicialmente en este estudio de este tipo (pero inyectando la potencia real), para posteriormente considerarlos como buses controlados de voltaje.

3).- Buses controlados de voltaje.- A este tipo de bus se le fija el módulo de voltaje y la potencia real (inyectada o extraída).

A este tipo de bus pertenecen los buses de generación; a estos se le fija la generación de potencia real y el módulo de voltaje, obligando al sistema al bus a inyectar o consumir la potencia reactiva necesaria para cumplir las condiciones marcadas.

A este tipo de bus también pertenecen aquellos buses que son fronteras de sistemas interconectados, fijándose a estos la potencia real por intercambiar, además del módulo de voltaje especificado; obligando al sistema a intercambiar la potencia reactiva adecuada para mantener las condiciones marcadas.

Los datos necesarios para llevar a cabo un estudio digital del flujo de energía de un sistema de potencia eléctrico, son:

a).- Diagrama unifilar del sistema que lo muestre claramente

b).- Las impedancias o admitancias de todos los elementos - del sistema (líneas de transmisión, transformadores reactores y capacitores).

c).- La susceptancia capacitiva transversal de las líneas al considerarlas en su circuito π equivalente.

d).- Los valores de las cargas consideradas en cada uno de - los buses (MW y MVARs ambos en p.u.).

e).- La potencia real en p.u. fijada para cada bus de generación, además del módulo en p.u. del voltaje a mantener.

f).- El módulo de voltaje especificado para el bus compensador y su argumento (este último generalmente de cero grados).

g).- Los taps de los transformadores, el devanado del transformador donde está colocado cada uno de ellos, así como sus impedancias correspondientes en p.u.

h).- Los autotransformadores ideales necesarios.

Todos los parámetros y los datos deben estar en p.u. , referidos a una base común de MVA trifásicos (generalmente 100), y las bases de voltaje pueden ser las correspondientes al referir una base inicial prefijada, a través de los transformadores hacia todo el sistema. O lo más práctico es fijar como bases los distintos niveles de voltaje nominal, correspondientes a cada área común del sistema. En el caso de que alguna o algunas relaciones - de voltaje de transformadores no coincidan respectivamente con -

las relaciones de los voltajes base en sus extremos, entonces - se trata el transformador como un equivalente π , o en su defecto se usa un autotransformador ideal como se indicó en el capítulo uno.

Métodos Nodales o de Admitancias

Para todos los buses se considerará que la potencia real que llega a ellos es positiva, y en caso contrario negativa; para la potencia reactiva la convención es al contrario.

Considerando un bus " a ", al cual se le especificó una potencia $P_a - JQ_a$ y se le supuso con un voltaje E_a . La corriente -- del bus es:

$$I_a = \frac{P_a - JQ_a}{E_a} \quad (2,1)$$

$a = 1, 2, \dots, c-1, c+1, \dots, n$
 donde c es el bus compensador
 n es el número de buses del sistema.

Si la ecuación (1,21) se aplica para el bus " a ", se le sustituyen los valores respectivos de admitancias, y se despeja E_a :

$$E_a = \frac{1}{Y_{aa}} \left(I_a - \sum_{i=1}^N E_i Y_{ai} \right) \quad (2,2)$$

$a = 1, 2, \dots, c-1, c+1, \dots, N$

Sustituyendo la ecuación (2,1) en (2,2):

$$E_a = \left(\frac{P_a - JQ_a}{E_a} - \sum_{i=1}^N E_i Y_{ai} \right) \frac{1}{Y_{aa}} \quad (2,3)$$

para $a = 1, 2, \dots, c-1, c+1, \dots, N$ (c bus compensador)

El sistema de ecuaciones simultáneas, no lineales, represen

tado por (2,3) es el modelo matemático de un sistema eléctrico de potencia, simétrico y balanceado; este sistema de ecuaciones consta de $N-1$ ecuaciones, con $N-1$ incógnitas; pero por ser ecuaciones no lineales se tiene que resolver por medio de métodos iterativos; a continuación se detallan algunos de estos métodos:

Método iterativo de Gauss usando admitancias.

Este método consiste en suponer inicialmente todos los voltajes incógnita de los buses respectivos, sustituyéndose en la familia de ecuaciones (2,3), con la cual se calcula un valor de voltaje para cada bus, o sea:

$$E_{a,1} \text{ para } a=1,2,\dots,c-1,c+1,\dots,N$$

(El segundo subíndice del voltaje indica el número de la iteración; se considera como iteración cero a los voltajes supuestos inicialmente).

A continuación se calcula para cada bus, salvo el bus compensador, la diferencia entre el módulo del voltaje anterior y el módulo del voltaje nuevo; se aparta de entre todos los buses la diferencia que resulte mayor, la cual es conocida como la "desviación máxima". Comparando el módulo de ella con un valor prefijado llamado "tolerancia". Si la "tolerancia" es mayor o igual que el módulo de la "desviación máxima", los cálculos para encontrar el voltaje de cada uno de los buses del sistema están terminados, en caso contrario hay que hacer la segunda iteración. Con

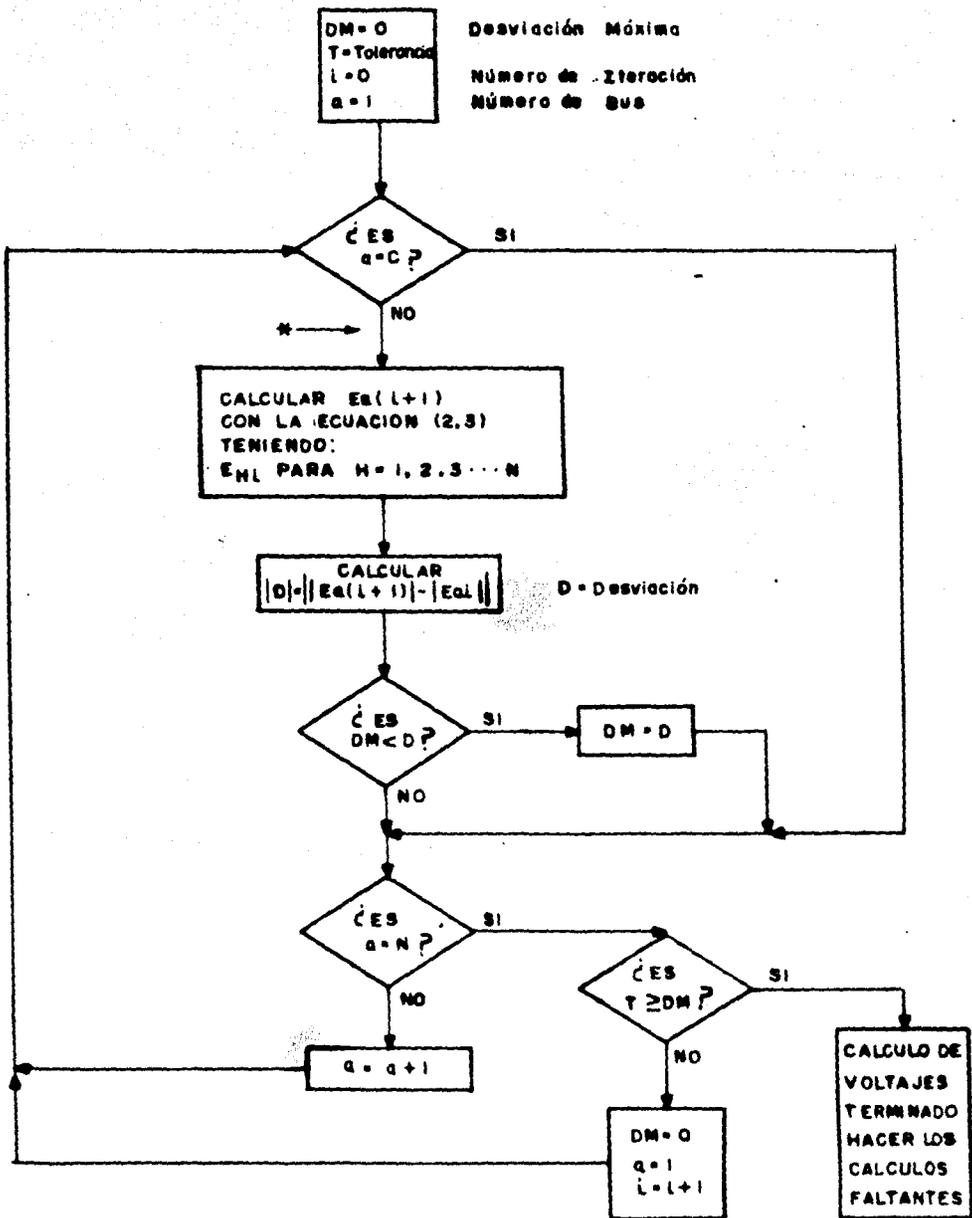
siderando los valores calculados de voltaje en la primera iteración como los voltajes de bus anteriores, con ellos aplicados en la familia de ecuaciones (2,3) se obtienen los voltajes de bus correspondientes a la segunda iteración. Para calcular la -- desviación máxima, estos últimos voltajes se restarán a los voltajes correspondientes de la primera iteración, siguiendo lo indicado anteriormente, haciendo el número de iteraciones completas -- que sea necesario, hasta obtener que la tolerancia en módulo sea mayor o igual a la desviación máxima.

Con lo anterior se tienen resueltos los voltajes de los buses del sistema en estudio, faltando únicamente calcular los flujos de energía tal como se explicó en el capítulo 1.

En la figura 2.1 de la hoja 26 se muestra el diagrama de -- bloques que se debe seguir, en el cual se supone que anteriormente se formó la matriz correspondiente a la familia de ecuaciones (2,3), y se supone que en ella están sustituidos los valores de voltaje estimados inicialmente para todos los buses del sistema.

Método de Gauss-Seidel usando admitancias.

Para la aplicación de este método se sustituyen en la familia de ecuaciones (2,3) los mismos valores que se sustituyeron para el caso del método de Gauss. Se calcula el voltaje de la primera iteración del primer bus; para calcular el voltaje de

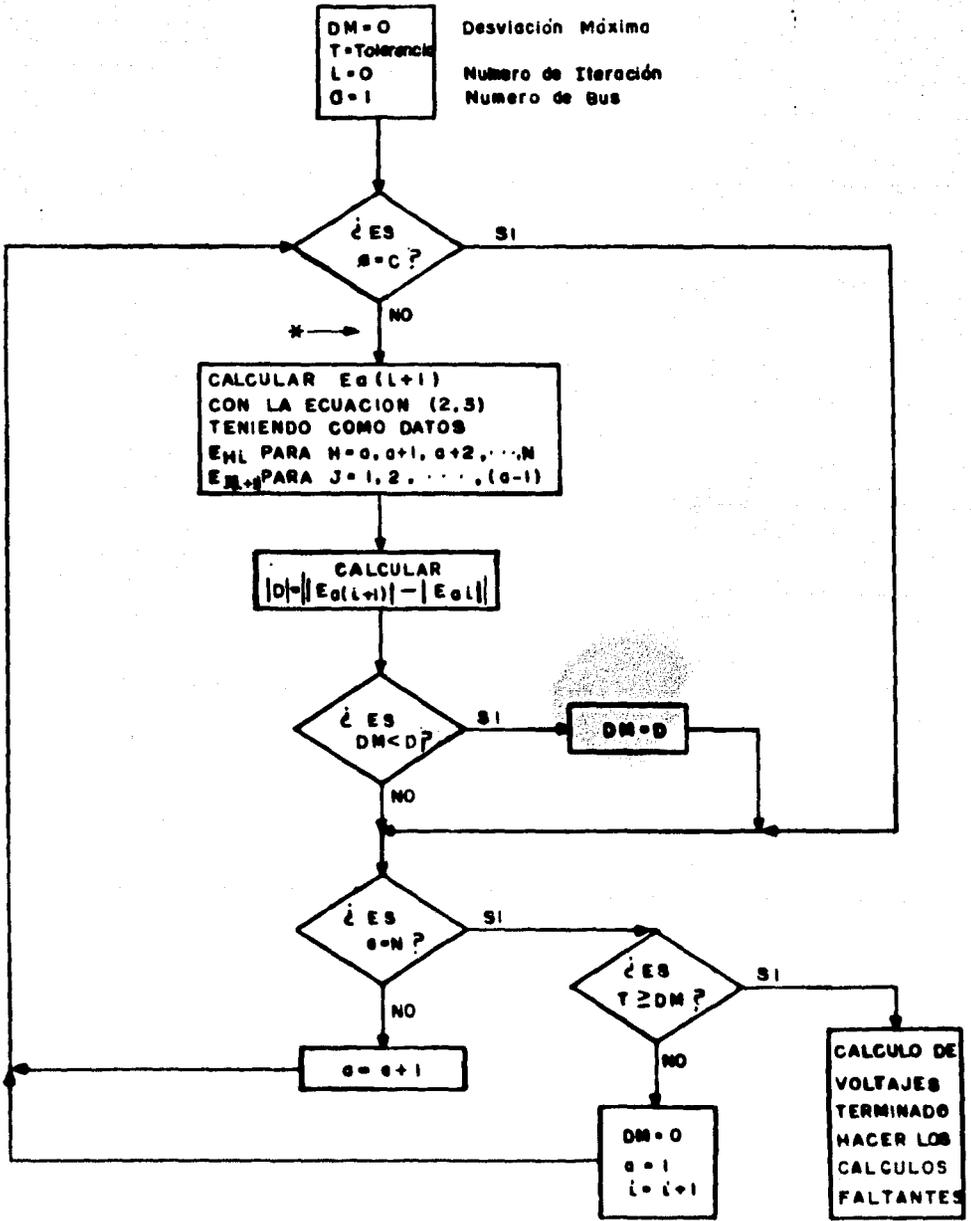


Método de Gauss

Fig. 2.1

la primera iteración del segundo bus, en la ecuación (2,3) se sustituye el voltaje encontrado en la primera iteración del primer bus y los demás voltajes supuestos tenidos anteriormente. Para calcular el voltaje del tercer bus de la primera iteración, se sustituyen en la ecuación (2,3) los voltajes calculados en la primera iteración para los buses 1 y 2, y los voltajes supuestos de los buses faltantes, los cuales se tenían anteriormente. Continuando en la misma forma el cálculo de los voltajes de la primera iteración hasta abarcar el último bus, se busca la desviación máxima en la misma forma que en el método de Gauss; si esta es menor o igual a la tolerancia, los voltajes de la última iteración son los resultados del estudio; en caso contrario se deben seguir haciendo iteraciones completas hasta cumplir con que la desviación máxima sea menor o igual a la tolerancia. Ya con esto cumplido, con los voltajes se obtienen los flujos de energía en los elementos del sistema, como se indicó en el capítulo anterior.

En la figura 2.2 de la hoja 28 se muestra el diagrama de bloques para la aplicación de este método, con las mismas suposiciones iniciales hechas en el método de Gauss.



Metodo de Gauss-Seidel

Buses controlados en voltaje.

A este tipo de bus se le fija el módulo de voltaje y la potencia real, quedando como incógnitas el argumento del voltaje y la potencia reactiva.

Para la aplicación de este tipo de buses en los métodos de Gauss y Gauss Seidel se parte de la ecuación (2,3), de la cual al despejar el término $P_a - JQ_a$, queda:

$$P_a - JQ_a = (E_{ar} - JE_{ai}) \sum_{b=1}^N (Y_{abr} - JY_{abi}) (E_{br} + JE_{bi})$$

Ecuación donde los subíndices r e i significan respectivamente la parte real y la parte imaginaria del parámetro.

Descomponiendo y separando la parte imaginaria de la ecuación anterior:

$$Q_a = E_{ai}^2 Y_{aai} + E_{ar}^2 Y_{aar} + \sum_{b=1}^N \left[E_{ai} (E_{br} Y_{abr} + E_{bi} Y_{abi}) - E_{ar} (E_{bi} Y_{abr} - E_{br} Y_{abi}) \right] \quad (2,4)$$

Si $E_{a0} \angle \alpha_0$ fué el voltaje inicial supuesto para el bus "a", y E_a es el módulo fijado para el voltaje del bus; entonces se supone que el argumento de E_{a0} y el de E_a es igual a α_0 , de donde:

$$E_{ar0} = E_a \cos \alpha_0 \quad (2,5)$$

$$E_{ai0} = E_a \sin \alpha_0 \quad (2,6)$$

O sea $E_{a0} = E_a \angle \alpha_0$ (el 0 indica el número de iteración)

Sustituyendo estos valores en la ecuación (2,4), se encuentra el valor de Q_{a0} , el cual con E_{a0} sirve para efectuar la-

primera iteración, y siguiendo el mismo criterio se efectúan las siguientes iteraciones.

El diagrama de bloques de la figura 2.3 en la hoja 31 indica la secuencia a seguir para hacer un bus controlado de voltaje para los métodos de Gauss y Gauss Seidel. Este diagrama se puede intercalar en los diagramas de bloques correspondientes a estos métodos de Gauss y Gauss Seidel en el punto marcado con una flecha y un asterisco (figuras 2.1 y 2.2 en las páginas 26 y 28 - respectivamente).

En la última parte del diagrama se dibujaron las opciones para el caso específico de que se marque una potencia reactiva máxima y una mínima.

Método de Newton Raphson usando admitancias.

De la ecuación (2,5) se tiene para el bus " a " :

$$P_a - JQ_a = E_a^* \sum_{b=1}^n Y_{ab} E_b \quad (2,7)$$

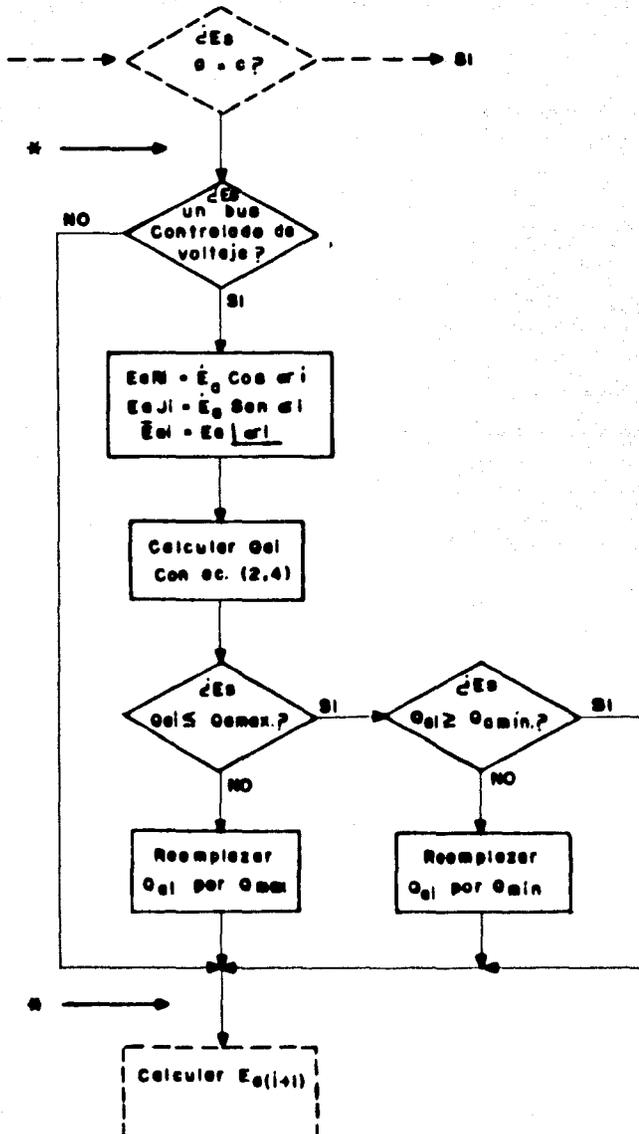
Descomponiendo E_a y Y_{ab} en su parte real e imaginaria:

$$E_a^* = E_{ar} - jE_{ai} \quad (2,8)$$

$$Y_{ab} = Y_{abr} - jY_{abi} \quad (2,9)$$

El subíndice r corresponde a la parte real y el i a la parte imaginaria.

Sustituyendo (2,8) y (2,9) en (2,7) y descomponiendo



BUSES CONTROLADOS EN VOLTAJE

Fig. 2.3

todos los valores en su parte real y su parte imaginaria.

$$P_a - JQ_a = \left[(E_{ar} - JE_{ai}) \sum_{b=1}^n (Y_{abr} - JY_{abi})(E_{br} + JE_{bi}) \right]$$

Separando la parte real y la parte imaginaria:

$$P_a = \sum_{b=1}^n \left[E_{ar}(Y_{abr}E_{br} + E_{bi}Y_{abi}) + E_{ai}(E_{bi}Y_{abr} - E_{br}Y_{abi}) \right] \quad (2,10)$$

$$Q_a = \sum_{b=1}^n \left[E_{ai}(E_{br}Y_{abr} + E_{bi}Y_{abi}) - E_{ar}(E_{bi}Y_{abr} - E_{br}Y_{abi}) \right] \quad (2,11)$$

Suponiendo que el bus "n" es el bus compensador, se tienen 2(n-1) ecuaciones simultáneas, no lineales, teniendo el mismo número de incógnitas.

Según las ecuaciones (2,10) y (2,11), P_a y Q_a son función de:

$$P_a = f(E_{1r}, E_{2r}, \dots, E_{(n-1)r}, E_{1i}, E_{2i}, \dots, E_{(n-1)i}) = f(\Sigma 1) \quad (2,12)$$

$$Q_a = f'(E_{1r}, E_{2r}, \dots, E_{(n-1)r}, E_{1i}, E_{2i}, \dots, E_{(n-1)i}) = f'(\Sigma 2) \quad (2,13)$$

Si se suponen los voltajes de los n-1 buses, con sus componentes real e imaginaria, de tal forma que sean valores muy cercanos a los reales, se tiene:

$$\dot{E}_{1r}, \dot{E}_{2r}, \dots, \dot{E}_{(n-1)r}, \dot{E}_{1i}, \dot{E}_{2i}, \dots, \dot{E}_{(n-1)i}$$

El punto en la parte superior de las literales indica que son valores supuestos.

Considerando que los incrementos que hay que darle a cada valor supuesto anteriormente para tener la solución exacta de las ecuaciones (2,12) y (2,13) son:

$$\Delta E_{1r}, \Delta E_{2r}, \dots, \Delta E_{(n-1)r}, \Delta E_{1i}, \Delta E_{2i}, \dots, \Delta E_{(n-1)i}$$

Sustituyendo en la ecuación (2,12) los valores de voltaje supuestos, así como los incrementos de estos valores, se tiene:

$$P_a = f(\dot{E}_{1r} + \Delta E_{1r}, \dot{E}_{2r} + \Delta E_{2r}, \dots, \dot{E}_{(n-1)r} + \Delta E_{(n-1)r}, \dot{E}_{1i} + \Delta E_{1i}, \dot{E}_{2i} + \Delta E_{2i}, \dots, \dot{E}_{(n-1)i} + \Delta E_{(n-1)i})$$

Expandiendo la ecuación anterior, aplicando el teorema de -- Taylor, y despreciando los términos de segundo orden en adelante, se tiene:

$$\Delta P_a = P_a - f(\Sigma 1) = \Delta E_{1r} \left(\frac{\partial f}{\partial E_{1r}} \right) + \Delta E_{2r} \left(\frac{\partial f}{\partial E_{2r}} \right) + \dots + \Delta E_{(n-1)r} \left(\frac{\partial f}{\partial E_{(n-1)r}} \right) + \Delta E_{1i} \left(\frac{\partial f}{\partial E_{1i}} \right) + \Delta E_{2i} \left(\frac{\partial f}{\partial E_{2i}} \right) + \dots + \Delta E_{(n-1)i} \left(\frac{\partial f}{\partial E_{(n-1)i}} \right)$$

Simplificando la ecuación anterior:

$$\Delta P_a = \sum_{k=1}^{n-1} (\Delta E_{kr} \frac{\partial f}{\partial E_{kr}}) + \sum_{k=1}^{n-1} (\Delta E_{ki} \frac{\partial f}{\partial E_{ki}}) \quad (2,14)$$

De igual forma se obtiene:

$$\Delta Q_a = \sum_{k=1}^{n-1} (\Delta E_{kr} \frac{\partial f'}{\partial E_{kr}}) + \sum_{k=1}^{n-1} (\Delta E_{ki} \frac{\partial f'}{\partial E_{ki}}) \quad (2,15)$$

Siendo las dos familias de ecuaciones para $a=1, 2, \dots, n-1$

La parte que correspondería a la matriz, de la primera suma del segundo miembro de la ecuación (2,14), se le llama Jacobiano no 1 (J1); a la parte correspondiente a la segunda suma de la misma ecuación, se llama Jacobiano 2 (J2); a la parte correspondiente a la primera suma de la ecuación (2,15) se le llama Jacobiano no 3 (J3), y a la parte correspondiente a la segunda suma de la ecuación (2,15) se le llama Jacobiano 4 (J4)

Considerando lo anterior, la matriz queda:

ΔP_1		J_1	J_2	ΔE_{1r}	(2,16)
ΔP_2				ΔE_{2r}	
\vdots				\vdots	
$\Delta P_{(n-1)}$				$\Delta E_{(n-1)r}$	
ΔQ_1		J_3	J_4	ΔE_{1i}	
ΔQ_2				ΔE_{2i}	
\vdots				\vdots	
$\Delta Q_{(n-1)}$				$\Delta E_{(n-1)i}$	

La corriente para el bus "a" es:

$$I_a = I_{ar} + JI_{ai} \quad (2,17)$$

Sustituyendo en la ecuación (1,21) las ecuaciones (2,8) , (2,9) y la (2,17). Y descomponiendo en las componentes real e imaginaria, se tiene:

$$I_{ar} = Y_{aar}E_{ar} + Y_{aai}E_{ai} + \sum_{b=1}^n (Y_{abr}E_{br} + Y_{abi}E_{bi}) \quad (2,18)$$

$$I_{ai} = Y_{aar}E_{ai} - Y_{aai}E_{ar} + \sum_{b=1}^n (Y_{abr}E_{bi} - Y_{abi}E_{br}) \quad (2,19)$$

ambas para b/a

JACOBIANO J1

Considerando la ecuación (2,10) y (2,18), se tiene:

$$\frac{\partial P_a}{\partial E_{ar}} = E_{ar}Y_{aar} - E_{ai}Y_{aai} + I_{ar} \quad (2,20)$$

Siendo el valor anterior el de la diagonal principal de J1 para a=1,2,...,n-1.

Considerando la ecuación (2,10), se tiene:

$$\frac{\partial P_a}{\partial E_{br}} = E_{ar}Y_{abr} - E_{ai}Y_{abi} \quad (2,21)$$

b/a

para $a=1,2,\dots,n-1$.

Con la ecuación anterior se obtienen los elementos restantes de $J1$.

Para un bus L , el renglón correspondiente de la matriz es:

$$\left[\Delta P_L \right] = \left(\begin{array}{cccc} (E_{Lr} Y_{L1r} - E_{L1} Y_{L11}), & (E_{Lr} Y_{L2r} - E_{L1} Y_{L21}), & \dots, & (E_{Lr} Y_{L(L-1)r} - E_{L1} Y_{L(L-1)1}), \\ (E_{Lr} Y_{LLr} - E_{L1} Y_{LL1} + I_{Lr}), & (E_{Lr} Y_{L(L+1)r} - E_{L1} Y_{L(L+1)1}), & \dots, & \\ (E_{Lr} Y_{L(n-1)r} - E_{L1} Y_{L(n-1)1}) & & & \end{array} \right) \quad (2,22)$$

JACOBIANO J2

Considerando la ecuación (2,10) y la (2,19), se tiene:

$$\frac{\partial P_a}{\partial E_{ai}} = E_{ar} Y_{aai} + E_{ai} Y_{aar} + I_{ai} \quad (2,23)$$

para $a=1,2,\dots,n-1$.

Con esta última ecuación se calculan los elementos de la diagonal principal del Jacobiano $J2$.

De la ecuación (2,10) se tiene:

$$\frac{\partial P_a}{\partial E_{bi}} = E_{ar} Y_{abi} + E_{ai} Y_{abr} \quad (2,24)$$

Con esta ecuación se calculan los elementos de fuera de la diagonal principal de $J2$

El renglón correspondiente para el bus L del Jacobiano $J2$ en la matriz (2,16) es:

$$\left(\begin{array}{cccc} (E_{Lr} Y_{L11} + E_{L1} Y_{L1r}), & (E_{Lr} Y_{L21} + E_{L1} Y_{L2r}), & \dots, & (E_{Lr} Y_{L(L-1)1} + E_{L1} Y_{L(L-1)r}), \\ (E_{Lr} Y_{LL1} + E_{L1} Y_{LLr} + I_{L1}), & (E_{Lr} Y_{L(L+1)1} + E_{L1} Y_{L(L+1)r}), & \dots, & (E_{Lr} Y_{L(n-1)1} + E_{L1} Y_{L(n-1)r}) \end{array} \right) \left| \begin{array}{c} \\ \\ \\ E_{Lr} \end{array} \right| \quad (2,25)$$

JACOBIANO J3

Considerando la ecuación (2,11), los elementos que no son de la diagonal principal del Jacobiano J3 son:

$$\frac{\partial Q_a}{\partial E_{br}} = E_{ai}Y_{abr} + E_{ar}Y_{abi} \quad (2,26)$$

De la ecuación (2,11) y de la (2,19), los elementos de la diagonal principal de J3 son:

$$\frac{\partial Q_a}{\partial E_{ar}} = (E_{ai}Y_{aar} + E_{ar}Y_{aai} - I_{ai}) \quad (2,27)$$

El renglón correspondiente al Jacobiano J3 del bus L es:

$$\Delta Q_L = (E_{Li}Y_{L1r} + E_{Lr}Y_{L1i}), (E_{Li}Y_{L2r} + E_{Lr}Y_{L2i}), \dots, (E_{Li}Y_{L(L-1)r} + E_{Lr}Y_{L(L-1)i}), (E_{Li}Y_{LLr} + E_{Lr}Y_{LLi} - I_{Li}), (E_{Li}Y_{L(L+1)r} + E_{Lr}Y_{L(L+1)i}), \dots, (E_{Li}Y_{L(n-1)r} + E_{Lr}Y_{L(n-1)i}) \quad (2,28)$$

JACOBIANO J4

De la ecuación (2,11), los elementos que están fuera de la diagonal principal del Jacobiano J4 son:

$$\frac{\partial Q_a}{\partial E_{bi}} = E_{ai}Y_{abi} - E_{ar}Y_{abr} \quad (2,29)$$

De la ecuación (2,11) y la (2,18), los elementos de la diagonal principal del Jacobiano J4 son:

$$\frac{\partial Q_a}{\partial E_{ai}} = E_{ai}Y_{aai} - E_{ar}Y_{aar} + I_{ar} \quad (2,30)$$

El renglón correspondiente al Jacobiano J4 del bus L es:

$$(E_{Li}Y_{L1i} - E_{Lr}Y_{L1r}), (E_{Li}Y_{L2i} - E_{Lr}Y_{L2r}), \dots, (E_{Li}Y_{L(L-1)i} - E_{Lr}Y_{L(L-1)r})$$

$$\begin{pmatrix} (E_{L1} Y_{LL1} - E_{Lr} Y_{LLr} + I_{Lr}) \\ (E_{L1} Y_{L(L+1)1} - E_{Lr} Y_{L(L+1)r}) \\ \dots \\ (E_{L1} Y_{L(n-1)1} - E_{Lr} Y_{L(n-1)r}) \end{pmatrix} \begin{vmatrix} \Delta E_{L1} \end{vmatrix} \quad (2,31)$$

Con lo anterior se tiene una serie de $2(n-1)$ ecuaciones lineales simultáneas con $2(n-1)$ incógnitas, por lo que se puede resolver por algún método convencional o con algún método iterativo, encontrando así los incrementos siguientes:

$$\Delta E_{1r}, \Delta E_{2r}, \dots, \Delta E_{(n-1)r}, \Delta E_{11}, \Delta E_{21}, \dots, \Delta E_{(n-1)1}$$

Si a los valores supuestos de las componentes de voltaje de cada bus se le suma algebraicamente el valor respectivo del incremento encontrado, se tiene:

$$E_{11r} = E_{1r} + \Delta E_{1r}$$

$$E_{21r} = E_{2r} + \Delta E_{2r}$$

$$\begin{matrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{matrix}$$

$$E_{(n-1)1r} = E_{(n-1)r} + \Delta E_{(n-1)r}$$

$$E_{111} = E_{11} + \Delta E_{11}$$

$$E_{211} = E_{21} + \Delta E_{21}$$

$$\begin{matrix} \vdots & \vdots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots \end{matrix}$$

$$E_{(n-1)11} = E_{(n-1)1} + \Delta E_{(n-1)1}$$

El primer subíndice indica el número de bus, el segundo indica el número de iteración, el subíndice r indica la componente real y el subíndice i indica la componente imaginaria.

Las componentes de voltaje para cada bus encontradas con la familia de ecuaciones anterior, corresponden a la iteración 1; - con ellas y las ecuaciones (2,10) y (2,11) se encuentra P_{ai} y Q_{ai} para todos los buses; a continuación se busca $|\Delta P_{ai}| = \left| |P_{ai}| - |P_{ai}| \right|$ y $|\Delta Q_{ai}| = \left| |Q_{ai}| - |Q_{ai}| \right|$; si la diferencia mayor en módulo encontrada entre todos los buses es menor o igual a una tolerancia prefijada, entonces se habrá terminado el cálculo de los voltajes; en el caso contrario se continúan haciendo iteraciones, - de tal forma de que el nuevo voltaje inicial de cada uno de los buses sea el último calculado; a continuación se sigue el mismo proceso indicado anteriormente.

En la figura 2.4 de la página 39 se dibujó el diagrama de bloques donde se indica el procedimiento a seguir para resolver el problema del flujo de energía, por el método de Newton Raphson

BUSES CONTROLADOS EN VOLTAJE.

Sea J un bus controlado en voltaje. La ecuación de la potencia real para este bus es:

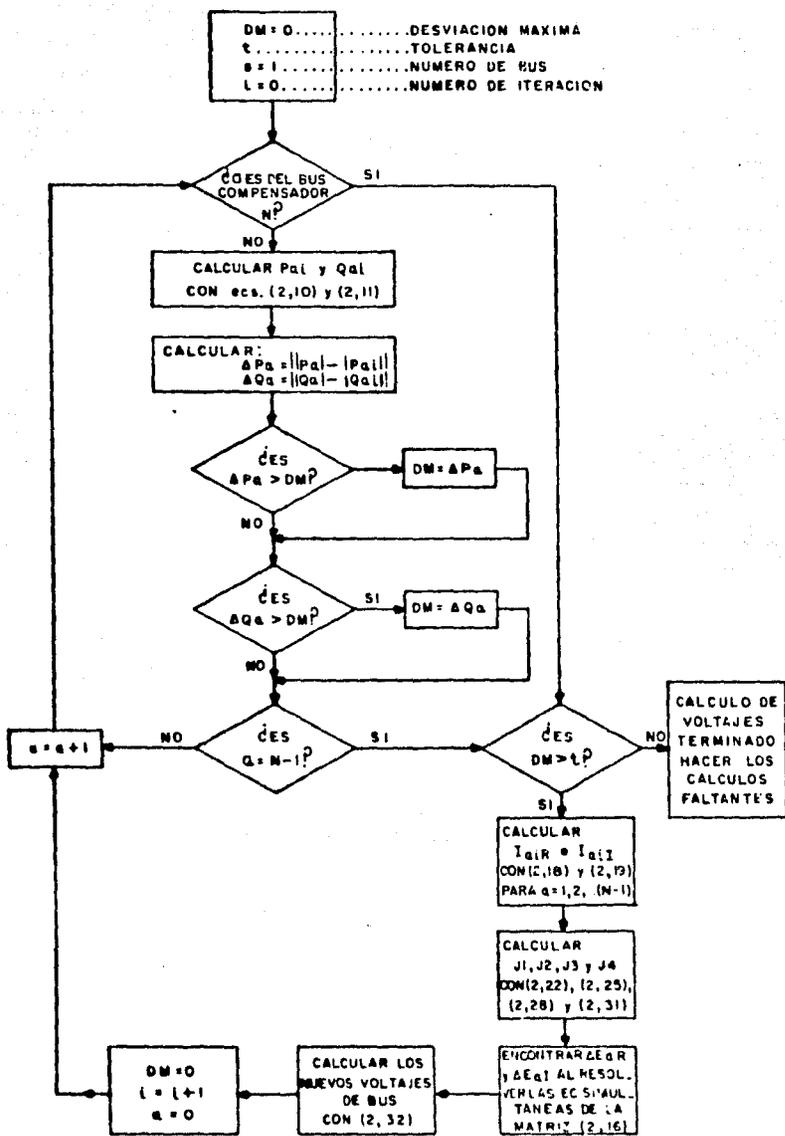
$$P_J = \sum_{b=1}^n \left[E_{Jr} (Y_{bJr} E_{br} + E_{bi} Y_{bJi}) + E_{Ji} (E_{bi} Y_{bJr} - E_{br} Y_{bJi}) \right] \quad (2,33)$$

La ecuación de la potencia reactiva debe ser sustituida por:

$$E_J^2 = |E_{Jr}|^2 + |E_{Ji}|^2 \quad (2,34)$$

Donde E_J es el módulo del voltaje especificado para el bus controlado en voltaje " J ".

Con lo anterior la matriz (2,16) al corregirse queda:



METODO DE NEWTON RAPHSON

FIG. 2.4

ΔP_1				ΔE_{1r}	
ΔP_2				ΔE_{2r}	
\vdots				\vdots	
$\Delta P_{(n-1)}$	J1		J2	$\Delta E_{(n-1)r}$	
ΔQ_1				ΔE_{11}	
ΔQ_2				ΔE_{21}	
\vdots				\vdots	
$\Delta Q_{(J-1)}$	J3		J4	\vdots	
$\Delta Q_{(J+1)}$				\vdots	
\vdots				\vdots	
ΔE_J^2	J5		J6	$\Delta E_{(n-1)1}$	

(2,35)

Los elementos del Jacobiano J5 son:

Los de fuera de la diagonal principal:

$$\frac{\partial E_J^2}{\partial E_{Jr}} = 0 \text{ para } J \neq a$$

Los elementos de la diagonal principal son:

$$\frac{\partial E_J^2}{\partial E_{Jr}} = 2E_{Jr}$$

Para el Jacobiano J6, los elementos fuera de la diagonal principal son:

$$\frac{\partial E_J^2}{\partial E_{a1}} = 0 \text{ para } a \neq J$$

Y los de la diagonal principal:

$$\frac{\partial E_J^2}{\partial E_{J1}} = 2E_{J1}$$

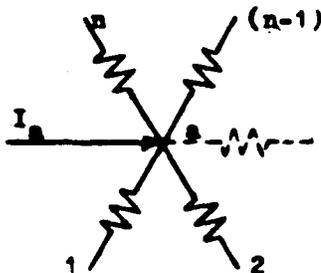
El incremento al cuadrado es:

$$|\Delta E_{ai}|^2 = \left| |E_a \text{ especific.}|^2 - |E_{ai}|^2 \right|$$

En el caso de tener limitada la potencia reactiva del bus y esta se pasa de estos límites, entonces se deberá considerar al bus como de potencia reactiva fija e igual al límite que se está rebasando.

MÉTODOS PARA RESOLVER EL PROBLEMA DEL FLUJO DE ENERGIA POR Z BUS.

Suponiendo el nodo "a" de un circuito el cual está conectado a los buses 1, 2, ..., n, siendo el bus n de este circuito el bus - compensador, y considerando que este bus "a" contiene una fuente de corriente constante, tal como se ilustra en la figura siguiente, entonces:



Si se considera al bus compensador como referencia de todos los buses del sistema, se tiene:

$$I_a = (E'_a - E_1) Y'_{1a} + (E'_a - E_2) Y'_{2a} + \dots + (E'_a - E_{(a-1)}) Y'_{(a-1)a} + (E'_a - E_{(a+1)}) Y'_{(a+1)a} + \dots + (E'_a - E_{(n-1)}) Y'_{(n-1)a} + E'_a Y'_{aa}$$

Agrupando términos:

$$I_a = E'_a (Y'_{1a} + Y'_{2a} + \dots + Y'_{an}) - E_1 Y'_{1a} - E_2 Y'_{2a} - \dots - E_{(a-1)} Y'_{(a-1)a} - E_{(a+1)} Y'_{(a+1)a} - \dots - E_{(n-1)} Y'_{(n-1)a}$$

Haciendo $Y_{aa} = \sum_{b=1}^n \frac{Y'_{ab}}{b/a}$ y $Y_{ab} = -Y'_{ab}$, entonces:

$$I_a = \sum_{b=1}^{n-1} E'_b Y_{ab} \quad \text{para } a=1,2,\dots,n-1.$$

Escrito en forma matricial queda: $I = E'Y$ (2,36)

Multiplicando ambos miembros por la matriz inversa de Y , y haciendo $Y^{-1} = Z$, queda:

$$IZ = E' \quad (2,37)$$

La matriz (2,37) es la conocida como Z bus.

Como se nota, Z_{ab} no es la impedancia que se encuentra entre los nodos a y b , sino la consecuencia de la inversa de la matriz Y .

La ecuación (2,37) puede quedar:

$$\sum_{b=1}^{n-1} I_a Z_{ab} = E'_a \quad \text{para } a=1,2,\dots,n-1 \quad (2,38)$$

Haciendo que el voltaje de la ecuación (2,38) sea con respecto a tierra, para ello se suma al primer miembro de la ecuación el voltaje especificado para el bus compensador, o sea:

$$E_a = \sum_{b=1}^{n-1} I_a Z_{ab} + E_n \quad (2,39)$$

donde E_n es el voltaje del bus compensador.

Método de Gauss para Z bus.

Se fija el voltaje de E_n con su argumento, se suponen todos los voltajes de los buses faltantes, se calcula la I_a de cada bus aplicando la siguiente ecuación:

$$I_{ai} = \frac{P_a - jQ_a}{(E_{ai})^*} - Y_{aa} E_{ai} \quad (2,40)$$

para $a=1,2,\dots,n-1$, i indica el número de iteración

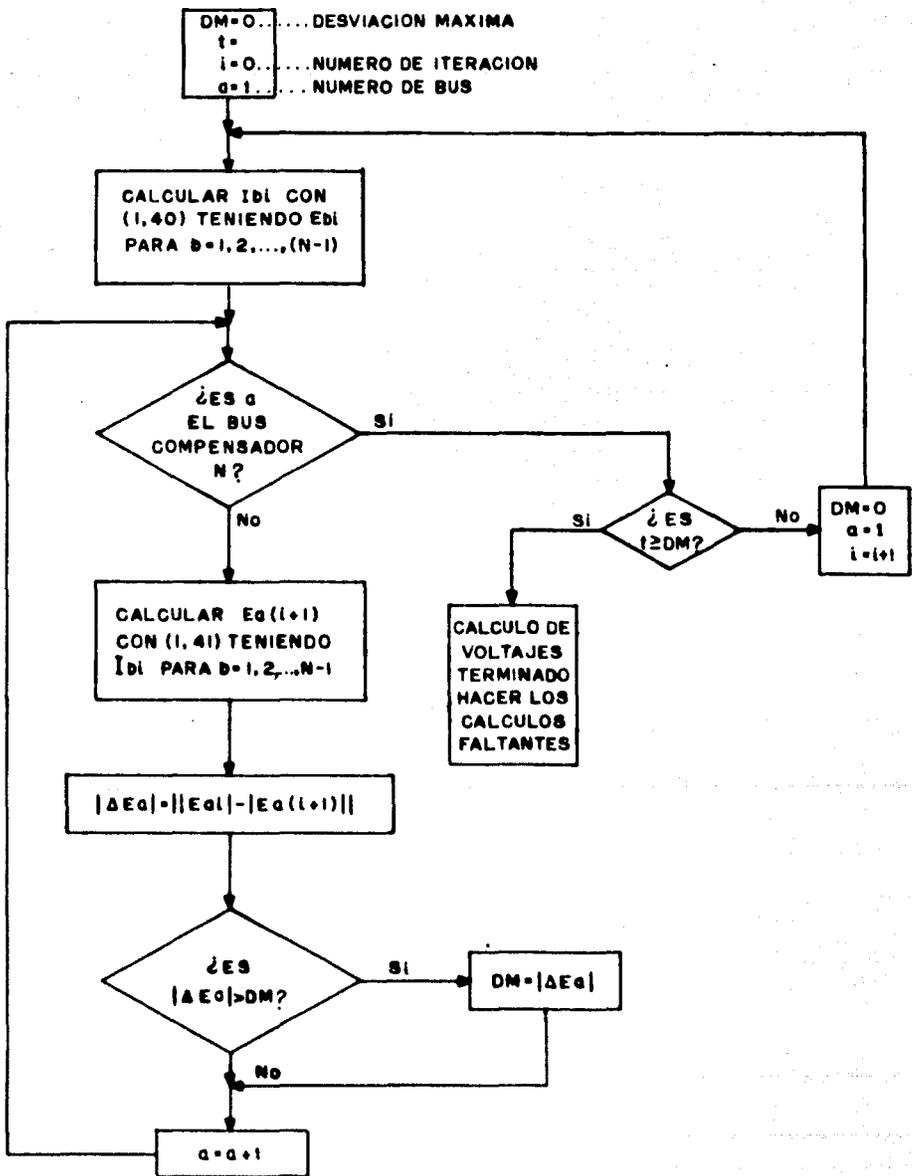
Sustituyendo la ecuación anterior en (2,39):

$$E_{a(i+1)} = \sum_{b=1}^{n-1} I_{bi} Z_{ab} + E_n \quad (2,41)$$

Para los valores de voltaje supuestos se considera $i=0$.

Todos los valores de voltaje iniciales se van sustituyendo en la ecuación (2,40) hasta obtener la corriente de todos los buses; con esta corriente se calculan los voltajes de la iteración 1 de todos los buses, aplicando la ecuación (2,41); se calcula la desviación máxima entre los voltajes nuevos y los anteriores por bus; siendo el valor absoluto de esta desviación máxima menor que el de la tolerancia fijada de antemano, entonces los voltajes nuevos son los correspondientes al sistema por estudiar; en caso contrario, el último valor de voltaje calculado para cada bus se va sustituyendo en la ecuación (2,40) obteniéndose las corrientes de cada bus. Con estas corrientes sustituidas en la ecuación (2,41) se obtienen los nuevos voltajes de todos los buses para la iteración 2, se vuelve a calcular la desviación máxima, y si ésta en módulo es menor que la tolerancia, entonces se tienen resueltos los voltajes de los buses del sistema, en caso contrario habrá que seguir haciendo iteraciones completas hasta lograr la condición anterior.

Se supone que para el diagrama de bloques de la figura 2,5 en la hoja 44, ya se encuentran sustituidos los parámetros de la ecuación (2,40), además de que previamente se calculó la ma-



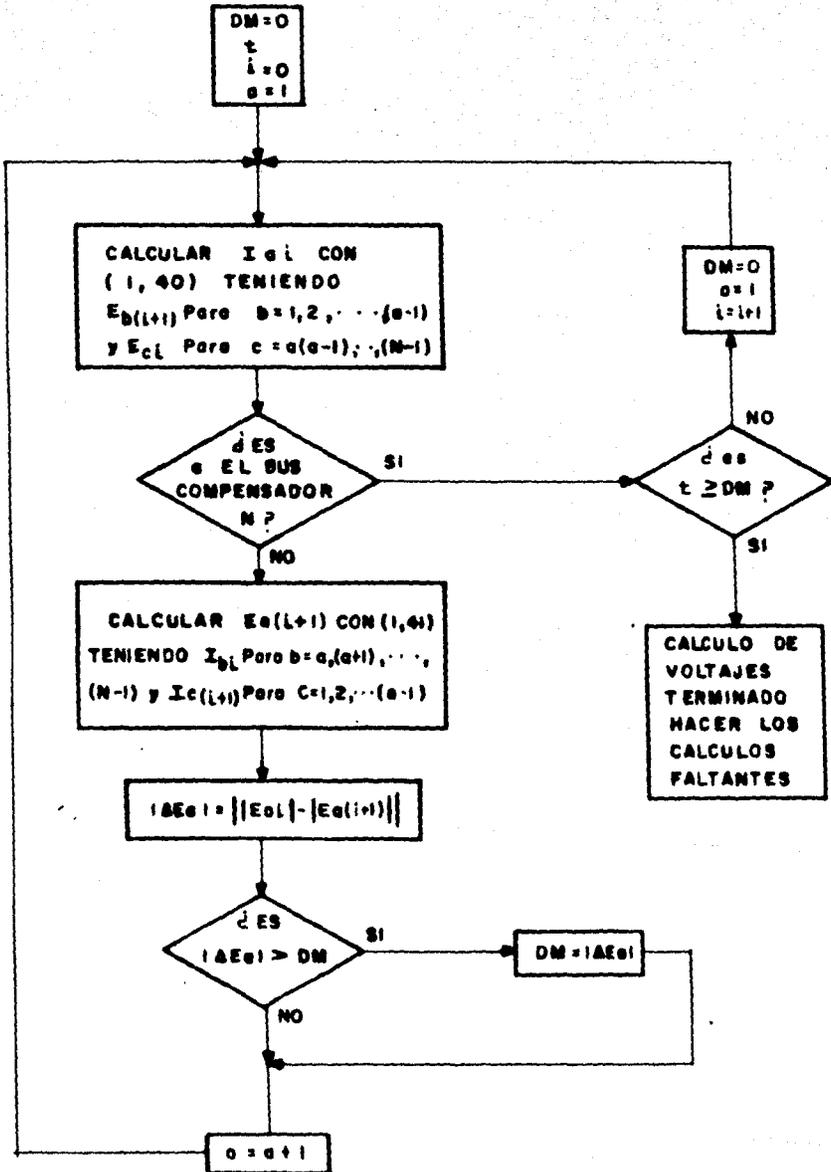
METODO DE GAUSS PARA ZBUS

triz Z bus, y que estos valores ya están sustituidos en la familia de ecuaciones (2,41)

Método de Gauss Seidel aplicando Z bus.

Para la aplicación de este método se fija el voltaje con su argumento correspondiente al bus compensador, se suponen los voltajes de los demás buses, aplicando la familia de ecuaciones (2,40) y la (2,41), se calcula el voltaje del primer bus correspondiente a la primera iteración; se considera este último voltaje y los voltajes supuestos de los buses faltantes para encontrar la corriente del bus; con ella y los voltajes indicados se aplica la ecuación (2,41), calculándose el voltaje del segundo bus para la primera iteración; se continúa el mismo proceso para los buses faltantes hasta completar la primera iteración, se busca la desviación máxima, se compara con la tolerancia; en caso de que esta última sea mayor o igual al módulo de aquella, se dan por terminados los cálculos de los voltajes; en caso contrario se continúan los cálculos, efectuando iteraciones completas hasta lograr la condición anterior.

Para el diagrama de bloques de la figura 2.6, se hicieron las mismas suposiciones que para el método de gauss para Z bus.



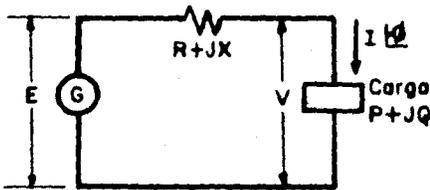
METODO DE GAUSS-SEIDEL PARA 2 BUS

Fig. 2.6

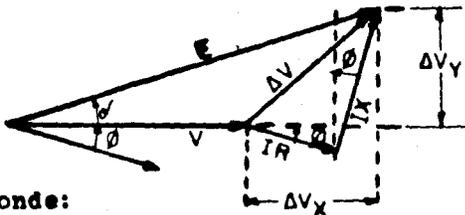
CAPITULO 3

Potencia reactiva, su generación y su influencia en los sistemas de potencia.

Potencia reactiva y sus efectos sobre el voltaje.- Suponiendo un generador, una línea de la cual se desprecia su capacitancia transversal y una carga, como se muestra en la figura siguiente:



Haciendo el voltaje V de la carga el fasor de referencia, y a éste con un argumento de cero grados, se tiene el siguiente diagrama fasorial:



De donde:

$$E^2 = (V + \Delta V_x)^2 + \Delta V_y^2$$

$$E^2 = (V + R I \cos \phi + X I \sin \phi)^2 + (X I \cos \phi - R I \sin \phi)^2$$

Multiplicando y dividiendo el segundo término por V se tiene:

$$E^2 = \left(V + \frac{RP}{V} + \frac{XQ}{V} \right)^2 + \left(\frac{XP}{V} - \frac{RQ}{V} \right)^2$$

De donde:

$$\Delta V_x = \frac{RP + XQ}{V} \quad (3,1)$$

$$\Delta V_y = \frac{XP - RQ}{V} \quad (3,2)$$

Como se observa en el diagrama anterior, la influencia -- mayor sobre el módulo del voltaje receptor se efectúa por la - componente horizontal de la caída de voltaje; ya que normalmente ΔV_y es muy pequeño, se desprecia la componente vertical sin com-- ter ningún error apreciable en ello; con esto se tiene:

$$\text{Regulación} = \frac{\Delta V_x}{V} = \frac{RP + XQ}{V^2} \quad (3,3)$$

Las pérdidas de potencia real en la línea son:

$$P = \text{Re} \left\{ (\Delta V) I \right\} = \text{Re} \left\{ \left(\frac{RP + XQ + JXP - JRQ}{V} \right) \frac{P + JQ}{V} \right\}$$

o sea:

$$P = \frac{RP^2 + RQ^2}{V^2} \quad (3,4)$$

Si $|P| = |Q|$, y aplicando las ecuaciones (3,1) y (3,3), se nota que las pérdidas se van al doble de lo que se tendría en el caso de no transmitir potencia reactiva, y la caída de voltaje y la regulación aumentan significativamente.

Por lo anterior se nota que al generar y transmitir potencia reactiva, aumentan las pérdidas, aumenta la caída de voltaje y por ende la regulación de voltaje es más mala; además, por esto se requiere que los equipos de generación y de transmisión sean de una capacidad mayor, lo cual repercute en un mayor costo de - instalación y posiblemente también en un mayor costo de operación

Por lo anterior se puede concluir que la potencia reactiva requerida por un sistema de potencia eléctrico, se debe generar en los puntos más cercanos posible a donde se va a consumir. Por ejemplo en los buses de las subestaciones eléctricas desde donde parten los alimentadores de distribución, o en algunos puntos del mismo alimentador.

Relación entre el voltaje, la potencia reactiva y la potencia real.

En un nodo de un sistema de potencia eléctrico, el voltaje es función de la potencia activa y de la potencia reactiva, o sea:

$$V = f(P, Q)$$

Diferenciando la ecuación anterior:

$$dV = \frac{\partial V}{\partial P} dP + \frac{\partial V}{\partial Q} dQ$$

O lo que es lo mismo:

$$dV = \frac{\partial P}{\partial V} + \frac{\partial Q}{\partial V} \quad (3,5)$$

Tomando como ejemplo el caso de la figura anterior al cual pertenece la ecuación (3,1), considerando con gran aproximación que $\Delta V_x = E - V$, desarrollando (3,1) y cambiando todas las literales al mismo miembro de la ecuación, se tiene:

$$(E - V)V - PR - QX = 0$$

De esta ecuación se obtienen las siguientes derivadas:

$$\frac{\partial P}{\partial V} = \frac{E - 2V}{X} \quad (3,6)$$

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = \frac{R - 2V}{X} \quad (3,7)$$

Sustituyendo las dos ecuaciones anteriores en la ecuación (3,5), se tiene:

$$dV = \frac{R dP + X dQ}{X - 2V} \quad (3,8)$$

Si el voltaje receptor V fuera constante, entonces la ecuación anterior quedaría:

$$dQ = - \left(\frac{R}{X} \right) dP$$

Como R es muy pequeño comparado con X , se observa en la ecuación anterior que al incrementar P , Q varía en sentido contrario muy lentamente al mantener el voltaje de recepción fijo.

Normalmente el valor $\frac{\partial P}{\partial V}$ tiene muy poca utilización práctica, puesto que la potencia real se fija normalmente por los clientes y por los esquemas de generación, no siendo posible cambiarla a nuestro arbitrio; en cambio, el valor $\frac{\partial Q}{\partial V}$ si es posible afectarlo si se inyecta o se extrae potencia reactiva en el nodo considerado o cerca de él.

En la ecuación (3,7) se nota que mientras mas pequeña se vaya haciendo la X , el coeficiente $\frac{\partial Q}{\partial V}$ va creciendo, y en la ecuación (3,5) se observa que la potencia reactiva a inyectar irá siendo mayor, para obtener una misma variación de voltaje.

Si en un momento dado, en el caso del ejemplo anterior se efectúa una falla en la carga, manteniendo el módulo del voltaje de generación fijo, entonces en la ecuación (3,7) V es cero y la ecuación es:

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = \frac{E}{X}$$

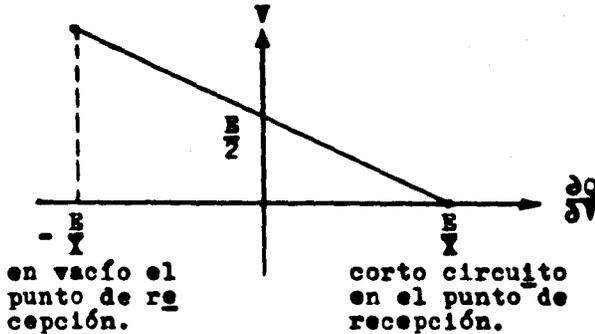
Si en el caso del ejemplo anterior , en lugar de hacer el - corto circuito se desconecta la carga, entonces $E = V$ y la ecuación (2,7) queda:

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = - \frac{E}{X}$$

Con lo cual se obtiene la ecuación:

$$\frac{\partial Q}{\partial V} = - \frac{2V}{X} + \frac{E}{X}$$

Trazando la recta, se tiene:



Con esto se concluye que la inyección de potencia reactiva es más efectiva para subir los voltajes en los puntos en que la potencia de corto circuito sea más pequeña; en otras palabras, es más efectivo inyectar la potencia reactiva en los puntos cercanos a donde se va a consumir.

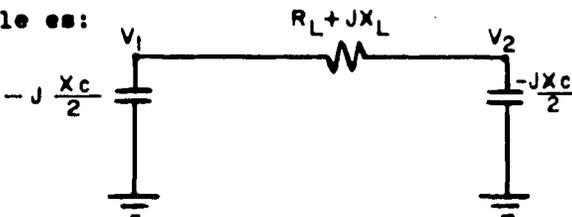
Generadores y consumidores de potencia reactiva.

Los sistemas de potencia requieren una gran cantidad de po-

tencia reactiva; en forma global generalmente se requiere manejar en los sistemas de potencia igual cantidad de potencia reactiva que de potencia real, pero gran parte de la potencia reactiva se genera por elementos del sistema, como pueden ser las líneas de transmisión, los cables subterráneos y los mismos generadores; además, los clientes importantes tienen la obligación de mantener su demanda con un factor de potencia mínimo de 0.85, lo cual les obliga a instalar bancos de capacitores. Aún así, con el f.p. de 0.85, los MVAR que tiene que suministrarles el sistema son del 62.5% de los MW demandados.

Los transformadores son consumidores de potencia reactiva: por un lado consumen potencia reactiva para la magnetización del núcleo, por el otro consumen potencia reactiva, la cual es proporcional al cuadrado de la corriente que circula por sus devanados.

Líneas y cables..- La representación de una línea o de un cable es:



Como $V_1 \neq V_2$, se supone que $V_1 = V_2 = V$; Con esto, la potencia reactiva producida por los capacitores equivalentes es:

$$Q_C = VI_C^* = \frac{V^2}{-jX_C} = \frac{jV^2}{X_C}$$

La potencia reactiva consumida por la línea es;

$$Q_T = J I_F^2 X_L$$

Si la potencia reactiva generada por la línea es igual a la que consume:

$$Q_C = Q_T$$

o sea:

$$Q_C - Q_T = \frac{JV^2}{X_C} - JI_F^2 X_L = 0$$

De donde:

$$\frac{V}{I_F} = \sqrt{\frac{L}{C}} = Z_C \quad \text{suponiendo } R \ll X_L$$

La Z_C se conoce como la impedancia característica.

A la potencia real que se transmite por la línea de tal forma que la potencia reactiva generada por ella sea igual a la potencia que consume, se le llama "Potencia característica de la línea", y esta equivale a:

$$P_C = VI = \frac{V^2}{Z_C} \quad (\text{watts})$$

Para un circuito trifásico, se tiene:

$$P_C = 3 \left(\frac{KV_{LL}}{\sqrt{3}} \right)^2 / Z_C = \frac{KV_{LL}^2}{Z_C} \quad (\text{MW})$$

Por lo anterior, se concluye que una línea o un cable que transmite una potencia inferior a su potencia característica se comporta como un generador de potencia reactiva, en caso contrario es un consumidor de ella.

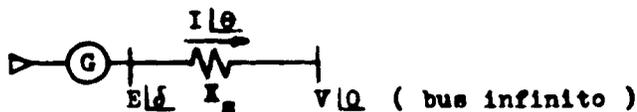
Los cables subterráneos normalmente transmiten potencias inferiores a su potencia característica por cuestiones de calen

tamiento. En el caso de las líneas de transmisión, cuando el sistema se encuentra con carga máxima, trabajan normalmente como -- consumidoras de potencia reactiva; y cuando éste se encuentra en carga mínima, las líneas normalmente trabajan como generadores -- de potencia reactiva.

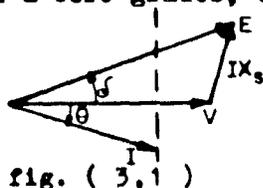
Generador y motor síncrono.

La representación de un generador síncrono de polos lisos -- se considera como un generador ideal, con el voltaje en sus terminales igual al voltaje que tendría el generador síncrono en vacío (con su excitación fija), en serie con la impedancia síncrona -- de tal generador.

En el dibujo siguiente se muestra un generador del cual se despreció su resistencia, ya que normalmente $X \gg R$. Las terminales de este generador se consideran conectadas a un bus infinito de un sistema de potencia eléctrico.



Si se toma al vector V como referencia y su argumento se -- hace igual a cero grados, el diagrama fasorial queda:



La línea punteada es el lugar geométrico a donde puede llegar el vector I , al mantener la generación de potencia real constante; en este caso solo se varía la excitación de la máquina.

En el caso de la figura (3,1) se muestra la generación de potencia real y potencia reactiva de una máquina síncrona; si se le varía la excitación hasta que el vector I quede paralelo al vector V , entonces la máquina síncrona estará generando con un f.p.= 1; si con la misma excitación se hace que el vector I tenga un argumento positivo, entonces la máquina síncrona estará generando potencia real y consumiendo potencia reactiva.

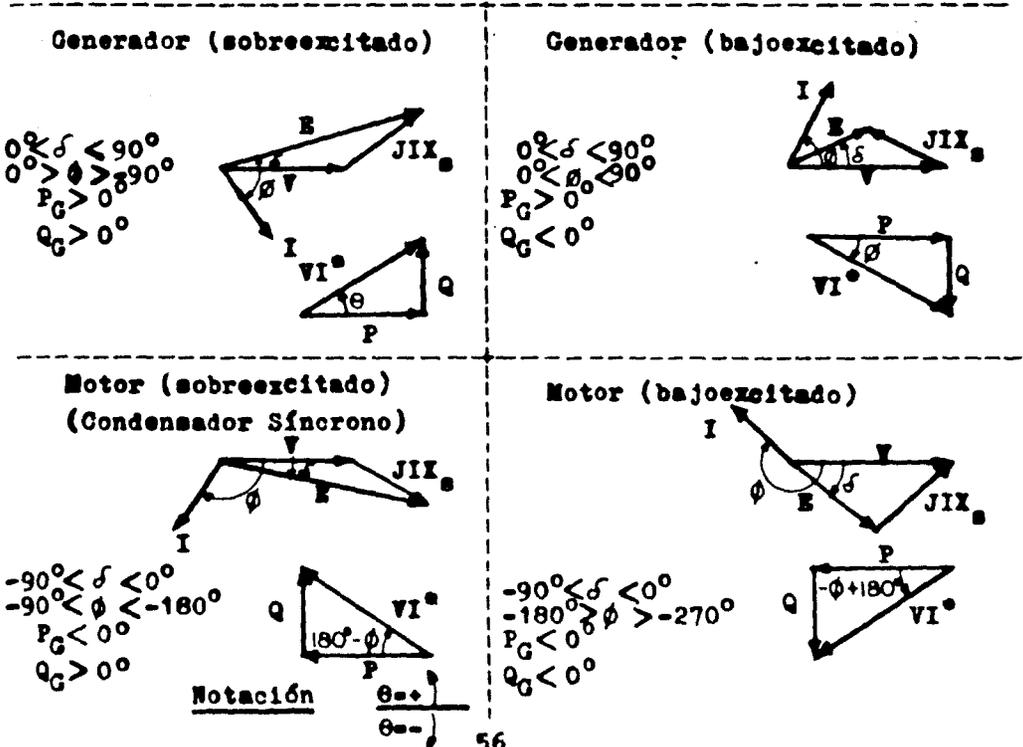
Si se cierra la alimentación de agua o vapor a la turbina del generador hasta que este deje de entregar potencia real al sistema, de tal forma que la energía transmitida por la turbina al generador sea la requerida por éste para mantenerse en movimiento, entonces la corriente del generador sólo podrá ser cero o ser corriente reactiva, la cual podrá entregarla el generador hacia el sistema o del sistema absorberla. Por lo tanto si existe generación de potencia reactiva o si se consume, el argumento del vector de corriente respectivamente será de -90° o $+90^\circ$.

Si a esta máquina síncrona se le sigue cerrando la alimentación de agua o vapor a la turbina, puesto que empieza a tener déficit de energía este generador, entonces la energía faltante para mantenerlo en movimiento la tomará del sistema eléctrico de -

potencia. En este caso estará funcionando la máquina síncrona como motor; esto se puede lograr en el caso de un generador hasta un cierto límite en la reducción de vapor o agua a la turbina, - después del cual este generador se parará bruscamente.

Si para el caso anterior el ángulo del fasor I está entre -90° y -180° , la máquina síncrona está funcionando como motor síncrono. Si el argumento del vector I está entre 90° y 180° , está máquina consume potencia real y potencia reactiva, por lo que su funcionamiento es el de un motor común.

En la figura siguiente se muestran las cuatro formas como puede funcionar una máquina síncrona (polos lisos).



Lo anterior visto en forma matemática, basándose en la figura (3,1), se tiene:

$$E = V \angle 0 + I \angle -\delta X_s \angle 90^\circ$$

La potencia aparente que entrega el generador es:

$$I^* = \frac{-V^* + E^*}{X_s \angle -90^\circ} = \frac{-V \angle 90^\circ + E \angle 90^\circ - \delta}{X_s}$$

$$\text{Como } S = V I^*$$

$$S = \frac{-V^2 \angle 90^\circ + VE \angle 90^\circ - \delta}{X_s}$$

Descomponiendo la ecuación anterior en su parte real y su parte imaginaria:

$$P = \frac{V E}{X_s} \text{ sen } \delta \quad (3,9)$$

$$Q = \frac{V E \text{ cos } \delta - V^2}{X_s} \quad (3,10)$$

Fijando E con la excitación del generador y variando P con la admisión de la turbina (suponiendo que las terminales del generador están conectadas a un bus infinito de un sistema de potencia eléctrico), entonces la generación máxima de potencia real sucede cuando $\delta = 90^\circ$, punto que se conoce como el límite de estabilidad para la excitación que se fijó en el generador, este límite es:

$$P = \frac{V E}{X_s}$$

Normalmente los generadores se hacen trabajar lejos de su límite de estabilidad, generalmente lo hacen alrededor de $\delta = 30^\circ$

En la ecuación (3,9) se observa que mientras $0 < \delta < 90^\circ$ -

la máquina genera potencia real, por lo que estará funcionando - como generador, para este mismo caso, de la ecuación (3,10) se deduce que si $E \cos \delta > V$, la máquina estará generando potencia reactiva, si $E \cos \delta = V$ no genera ni consume potencia reactiva (f. p.= 1), y cuando $E \cos \delta < V$ estará consumiendo potencia reactiva.

De la ecuación (3,9) se nota que cuando $-90^\circ < \delta < 0^\circ$ la máquina consume potencia real, y para este caso, de la ecuación (3,10) se deduce que si $E \cos \delta > V$ entrega potencia reactiva, o sea que funciona como condensador síncrono, y cuando $E \cos \delta < V$ consume potencia reactiva, por lo cual está funcionando como motor síncrono.

Por lo anterior se concluye que un generador puede tomar o entregar potencia reactiva; pero al generar potencia reactiva repercute en que este pierde capacidad para generar potencia real, lo cual no conviene sobretodo en los momentos de carga máxima del sistema, que es cuando más se requiere generar potencia real. En el caso de que el generador tome potencia reactiva, ésta debe de limitarse para que el generador no se acerque a su límite de estabilidad permanente.

Para el caso de los generadores síncronos, se nota que tienen una gran versatilidad para tomar potencia reactiva cuando el sistema se encuentra en carga mínima, momento en el cual se tiene generalmente superhabit de potencia reactiva; en el caso de -

carga máxima, el generador síncrono genera potencia reactiva , -
siendo el momento en que el sistema necesita de ella.

INYECCION DE POTENCIA REACTIVA POR CAPACITORES EN DERIVACION.

Los capacitores en derivación se usan para inyectar potencia reactiva en algunos puntos convenientes de los sistemas de potencia. Normalmente se conectan directamente a los buses de subestaciones eléctricas, los cuales son normalmente puntos de donde se derivan los alimentadores de distribución; también en ocasiones se encuentran en los terciarios de bancos de transformadores, así como en algún o algunos puntos de los alimentadores de distribución.

Uno de los principales problemas de los bancos de capacitores sucede cuando se tiene una falla en el sistema, por la cual el voltaje se abate y por ello también se abate la producción de potencia reactiva de estos bancos; o sea que cuando más se requiere que generen potencia reactiva, esta falla.

Otro problema que se tiene con los capacitores ocurre cuando el sistema se encuentra con carga baja; en este momento los voltajes de los buses del sistema tienden a elevarse y esto ocasiona que los capacitores generen más potencia reactiva, lo cual fuerza que los voltajes de los buses del sistema se eleven todavía más. Por esto, muchos capacitores se desconectan en estos mo

mentos, para ser conectados cuando la carga del sistema sea mayor.

La justificación de lo anterior se efectúa en los renglones siguientes.

La potencia reactiva nominal que entrega un capacitor es:

$$Q_n = VI^*$$

Si el capacitor es trifásico:

$$Q_n = 3(KV_{11}/\sqrt{3}) I^* = 3(KV_{11}/\sqrt{3})(KV_{11}^*/\sqrt{3})(1/X_c)^* \text{ MVARC}$$

$$Q_n = KV_{11}^2 \underline{-90^\circ} / X_c \text{ MVARC} \quad (3,12)$$

Dividiendo (3,11) entre (3,12):

$$\frac{Q_n}{Q_1} = \left(\frac{KV_{11n}}{KV_{111}} \right)^2$$

O sea la potencia reactiva generada por un banco de capacitores es directamente proporcional al cuadrado del voltaje aplicado en sus terminales.

De lo anterior se desprende que un capacitor no puede ser regulado en su generación de potencia reactiva más que por pasos grandes, los que equivalen a salir o entrar en operación uno o varios bancos completos de capacitores.

CAPITULO 4

Estudio del flujo de energía en un sistema de potencia.

Preparación de datos.- Al iniciar el estudio del flujo de energía de un sistema eléctrico de potencia en estado permanente, simétrico y balanceado, se debe definir perfectamente al sistema por estudiar; normalmente se dibuja el diagrama unifilar de éste, en donde se marquen claramente los elementos que lo componen, así como sus conexiones.

Se fijan las bases por usar, recordando que de los MVA_{3φ}, los KV_{ll}, los amperes de línea y la impedancia de línea a neutro se pueden escoger arbitrariamente dos valores, derivándose de éstos las otras dos bases, al aplicar la ley de Ohm y la ley de Joule.

Generalmente las bases que se fijan son la de voltaje y la de potencia; con estas dos se pueden calcular las bases de corriente y de impedancia. Esto se hace por cuestiones prácticas; en el caso de la base de voltaje es conveniente fijarla igual al voltaje nominal común a cada área del sistema de potencia. -- Con esto, al tener los resultados en p.u. de los voltajes que comprenden a todos los buses, estos voltajes estarán en p.u. con base en los valores nominales; eso facilita saber si estos volta

jes están dentro de los límites de tolerancia (normalmente $\pm 5\%$) . En el caso que la base de voltaje para un bus no fuera su voltaje nominal, habría que multiplicar el valor de voltaje en p.u. por su base , para determinar si éste está dentro de los límites tolerables.

Lo indicado con respecto a la forma de fijar las bases solo es posible si el programa para resolver el problema de flujo de energía acepta el uso de autotransformadores ideales (el equivalente π de los transformadores también se puede usar, pero esto es problemático, puesto que el efectuar un cambio de tap en un transformador implica hacer tres operaciones para cambiar los tres parámetros de la π equivalente. Además, normalmente uno de estos tres parámetros resulta negativo, lo cual hace fallar la convergencia en muchos programas de flujo de energía). En el caso de que el programa de flujo de energía no acepte autotransformadores ideales ni parámetros negativos, se fija el voltaje base para una área igual a su voltaje nominal (generalmente esta área es la más importante o más grande del sistema por estudiar) y de ahí se propaga esta base a todos los puntos del sistema, siendo los voltajes propagados en forma correspondiente la base de voltaje de cada una de las áreas de voltaje nominal común.

En el último caso se pierde la ventaja indicada al hacer todos los voltajes base iguales a los voltajes nominales; por ello para analizar los voltajes de los buses habrá que obtener el voltaje máximo y mínimo en p.u. especificado para cada área del sistema, y con ellos comparar los voltajes obtenidos en el estudio de flujo de energía para constatar si éstos están dentro del rango permitido; otra manera de hacerlo es cambiar los voltajes calculados en p.u. a sus unidades naturales, y con ello ver si están dentro de los límites permitidos.

El ángulo de los valores base se fija normalmente de cero grados para evitar que los ángulos de los resultados en p.u. tengan un defasamiento con respecto a las unidades naturales.

La potencia base normalmente se fija como 100×10^9 MVA, con lo que los resultados de potencia en p.u. serán la centésima parte de su valor natural.

La base de corriente y la de impedancia normalmente no es necesario calcularla, pero de no ser así, se pueden calcular según se indicó en el capítulo 1.

Por lo indicado se nota que todos los parámetros y los datos para efectuar un estudio de flujo de energía deben estar dados en p.u., a la base correspondiente a cada una de las áreas del sistema. En el caso de que los parámetros de algún o algunos elementos de un sistema dados en p.u., estén en una base distinta -

a la necesaria, entonces habrá que cambiarles su base, según lo indicado en el capítulo 1.

Parámetros usuales de sistemas de potencia, para un estudio de flujo de energía.

Líneas de transmisión y cables.- Estos elementos generalmente se consideran con su circuito equivalente π , por lo que se necesita de ellos su impedancia o admitancia equivalente, así como su reactancia o susceptancia capacitiva transversal equivalente en sus extremos. El escoger uno u otro de los parámetros indicados está condicionado a los requerimientos del programa por usarse para calcular el flujo de energía.

Bancos de capacitores.- Normalmente los parámetros usuales de los bancos de capacitores transversales son la potencia nominal así como su voltaje correspondiente. El programa corrige la generación de potencia reactiva de cada banco, según el voltaje correspondiente del bus a donde estén conectados.

Los capacitores también se pueden considerar como una reactancia o susceptancia capacitiva desde el bus a donde se encuentran conectados, a tierra. En el caso de los capacitores serie se necesita su reactancia o su susceptancia capacitiva, según el caso.

Reactores.- Para un estudio de flujo de energía, solo se consideran los reactores cuando no son de algún neutro del siste-

ma. Cuando se consideran, se necesita su reactancia o susceptancia inductiva.

Transformadores.- De estos se necesita la impedancia o admittancia correspondiente a cada tap, la relación de transformación y el lado del transformador en donde se está considerando este tap. Esto último es para que cuando se conecte un autotransformador ideal, se sepa si va en el devanado de alto o bajo voltaje del transformador correspondiente.

Datos para el estudio del flujo de energía.

Buses de carga.- Normalmente a estos buses se les fija la potencia real y la potencia reactiva que tienen por carga. Estos valores se pueden fijar aplicando algún método estadístico, el cual se puede basar en lecturas tomadas del sistema en cada uno de sus buses, las cuales posteriormente se extrapolan a la fecha correspondiente a la corrida del flujo de energía. Otra forma más usual es extrapolar tanto las cargas máximas anuales como las mínimas habidas en el sistema durante un número determinado de años, a la fecha a que corresponda el estudio de flujo de energía; éste total se reparte de una forma adecuada entre todas las barras de carga del sistema por estudiar.

Los buses frontera entre dos sistemas interconectados se consideran como buses regulados en voltaje. A estos buses hay que fijarles la potencia real considerada para el intercambio, -

ma. Cuando se consideran, se necesita su reactancia o susceptancia inductiva.

Transformadores.- De estos se necesita la impedancia o admittancia correspondiente a cada tap, la relación de transformación y el lado del transformador en donde se está considerando este tap. Esto último es para que cuando se conecte un autotransformador ideal, se sepa si va en el devanado de alto o bajo voltaje del transformador correspondiente.

Datos para el estudio del flujo de energía.

Buses de carga.- Normalmente a estos buses se les fija la potencia real y la potencia reactiva que tienen por carga. Estos valores se pueden fijar aplicando algún método estadístico, el cual se puede basar en lecturas tomadas del sistema en cada uno de sus buses, las cuales posteriormente se extrapolan a la fecha correspondiente a la corrida del flujo de energía. Otra forma más usual es extrapolar tanto las cargas máximas anuales como las mínimas habidas en el sistema durante un número determinado de años, a la fecha a que corresponda el estudio de flujo de energía; éste total se reparte de una forma adecuada entre todas las barras de carga del sistema por estudiar.

Los buses frontera entre dos sistemas interconectados se consideran como buses regulados en voltaje. A estos buses hay que fijarles la potencia real considerada para el intercambio, -

así como el módulo del voltaje a mantener. Muchas veces también se fija la potencia reactiva máxima y mínima aceptada para el intercambio.

Buses de generación.- La generación de potencia real en estos buses se fija en forma tal de no rebasar la capacidad nominal de cada planta generadora, además se busca que la suma de toda la generación de potencia real del sistema sea aproximadamente el 110% de la suma de demandas de todos los buses de carga del sistema. Se está estimando un 10% adicional de potencia real del sistema, considerando que las pérdidas son de ese orden. Esto solo es una consideración inicial, puesto que el programa no se fija en la generación estipulada al bus compensador. Este programa calcula la generación del bus compensador en forma independiente a la generación que se le marque, según las necesidades del sistema, estando el resultado generalmente alrededor de la generación supuesta para él.

Antes de codificar los datos para la corrida del flujo de energía, hay que identificar todos los buses del sistema mediante una clave que puede ser un número, un nombre o ambos, según lo indique el instructivo del programa.

Con lo anterior, se pueden codificar los datos para el programa, de acuerdo a su instructivo. Se pasan estos datos a tarjetas perforadas, las cuales se ordenan en la forma requerida, se-

les precede con las tarjetas de control de la máquina computadora y con las tarjetas del programa de flujo de energía por usarse, y se efectúa la primera corrida.

Los resultados de esta primera corrida generalmente no son satisfactorios, puesto que se encuentran voltajes inadecuados en algunos buses, así como sobrecargas en elementos del sistema, como es el caso de los generadores, a los que se les fijó la potencia real por suministrar al sistema, pero al calcularse la potencia reactiva que deben generar, es posible que algunos de ellos se sobrecarguen.

Por esto hay que analizar estos primeros resultados y hacerle al sistema los arreglos necesarios en sus datos a fin de que la operación de este sistema sea satisfactoria. Algunos de los cambios de datos que pueden hacerse son:

Para el caso de voltajes inadecuados, se pueden componer haciendo cambios a taps de transformadores, con lo que se pueden subir o bajar voltajes en las áreas que lo necesiten. Otra alternativa es cambiar voltajes de generación en puntos clave. Como última alternativa, se puede variar la transmisión de potencia reactiva a los puntos con voltaje defectuoso, dejando de inyectar o inyectando según el caso, potencia reactiva en los puntos más cercanos posibles a estos puntos con voltaje defectuoso. Hay otras formas de mejorar voltajes, entre las cuales se puede pensar en insta

lar elementos adicionales al sistema o en retirarlos, según el caso. Pero el añadir elementos al sistema implica cuestiones económicas, por lo que no se recomienda recurrir a esta opción, a menos que sea indispensable.

En el caso de sobrecargas de elementos del sistema en estudio, hay que forzar que la energía que está sobrecargando al elemento en cuestión sea generada por otra parte del sistema, a fin de que no pase por el elemento sobrecargado; esto se puede lograr haciendo cambios en el esquema de generación; otra forma es colocar en paralelo al elemento sobrecargado otro elemento igual, o colocando en paralelo otros elementos en alguna otra parte del sistema, a fin de que por ahí pase la energía que está sobrecargando al elemento en cuestión.

Una vez hechos los ajustes a la corrida inicial, se vuelve a correr el programa, se analizan los resultados y si se requieren nuevos ajustes, se efectúan. Lo anterior se hace tantas veces como sea necesario, hasta que la operación del sistema sea satisfactoria.

A continuación se calcula la operación del sistema en condiciones anormales, ya sea por la salida de algún elemento por darle mantenimiento o por alguna falla. Con esto, si la operación del sistema bajo estudio es defectuosa, entonces habrá que tomar las medidas correspondientes para adecuarla.

CASO ESTUDIADO

Antecedentes.- Generalmente en los sistemas de potencia es conveniente tener un anillo cerrado con voltaje alto, a fin de que hacia él converja la mayor parte de la energía generada, y por medio de él se pueda distribuir a todo el sistema ya sea directamente a las subestaciones de distribución o a través de líneas de transmisión o de subtransmisión.

En el caso de la Compañía de Luz y Fuerza del Centro, hace algunos años se empezaron a tener anillos cerrados en 85 KV, cuando propiamente este voltaje era el de transmisión; posteriormente este voltaje se fué convirtiendo en voltaje de subtransmisión y para esto el voltaje de transmisión era de 230 KV, con lo cual se fueron formando anillos en 230KV, además de los que se tenían en 85 KV. A la fecha además de lo anterior, ya casi se cuenta con un anillo cerrado en 400 KV.

Por lo anterior y puesto que la capacidad interruptiva requerida de algunos interruptores del sistema estaba subiendo mucho, y en consecuencia ello podía obligar pronto a hacer cambios de interruptores por otros de una capacidad mayor, se hizo el estudio del flujo de energía del sistema, abriendo los anillos de 85 KV. Se dejó pendiente otro estudio, para cuando quede totalmente cerrado el anillo de 400 KV para concluir si entonces conviene el hacer la apertura de los anillos de 230 KV.

Una ventaja adicional de la apertura de los anillos de 85-KV en este sistema es que la protección en las líneas de este anillo se vuelve radial, por lo que la protección de ellas ya no tiene que ser direccional.

Además de lo anterior, al abrir una línea que cierra un anillo, esta línea sirve de respaldo a las dos subestaciones que se encuentran en sus extremos, de tal forma que si fallara el suministro de energía por el camino normal a alguna de estas subestaciones, la alimentación se puede efectuar por otra parte independiente de la alimentación normal.

Para efectuar el estudio indicado, se utilizó una computadora IBM-370, usando el programa IBM No. 360D 16.4.004 titulado " Power System Load Flow Program ". Este programa usa un método iterativo nodal y puede manejar hasta 1000 buses y 1500 líneas; durante los cálculos se varían automáticamente en caso necesario la generación de potencia reactiva dentro de los límites establecidos, como también el cambio automático de taps en los transformadores.

Para controlar el intercambio de potencia real entre áreas contiguas al sistema bajo estudio , se tiene la opción de tener hasta cuarenta áreas distintas. Los resultados del estudio de flujo de energía pueden obtenerse impresos en forma de mapeo ; además se puede obtener la reducción de alguna área del siste

na en estudio, reducida a su circuito equivalente.

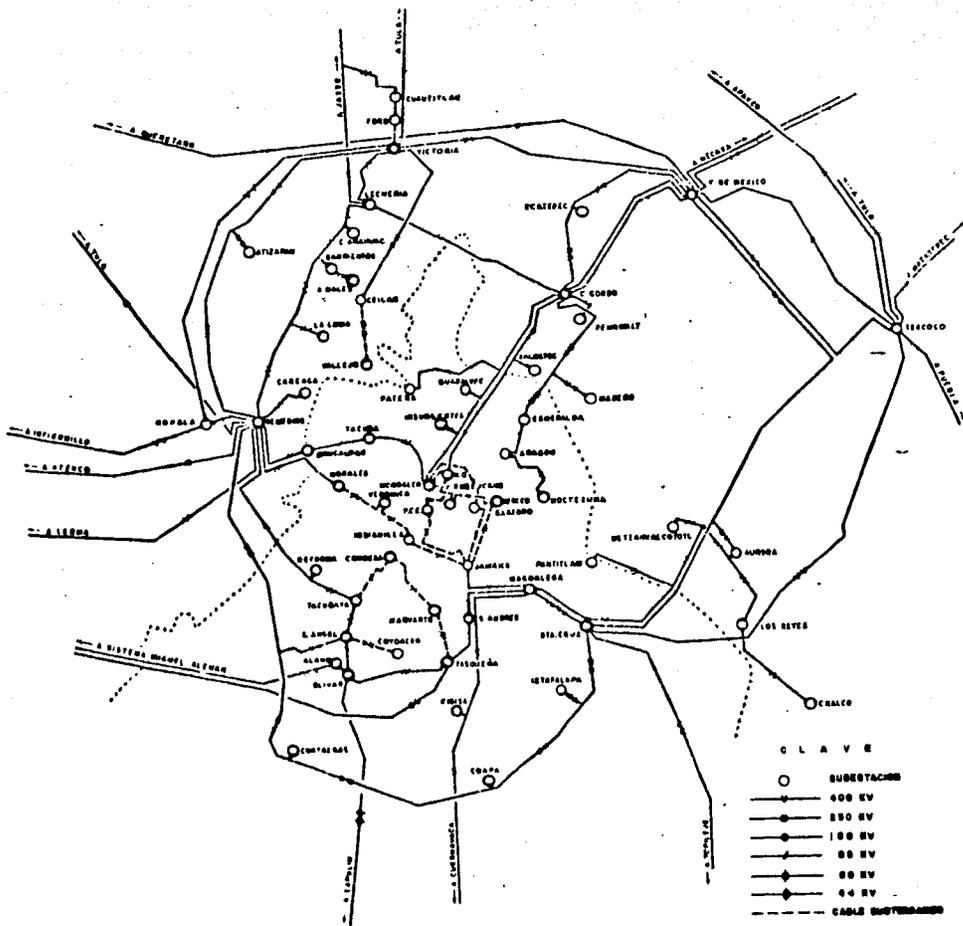
En el diagrama (4,1) de la hoja 72 se muestra el sistema general objeto de este estudio, en el cual están los anillos de 85 KV, los de 230 KV y las demás instalaciones.

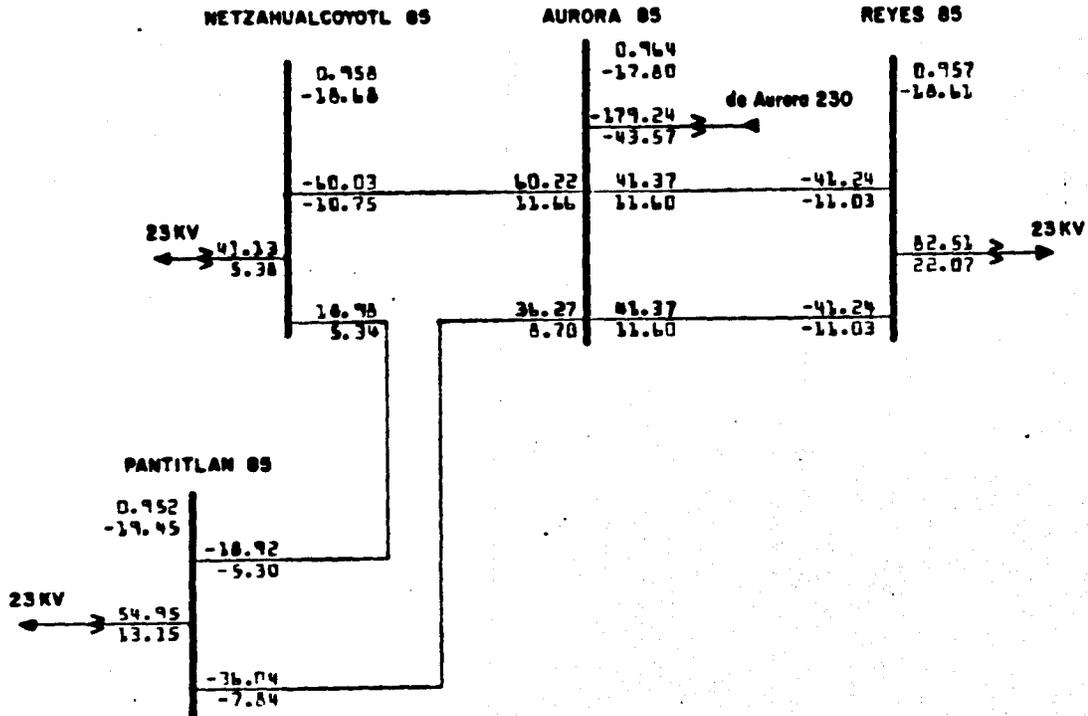
A continuación se tienen cinco diagramas numerados desde el número 1 al 5 donde se indican los anillos cerrados en 85 KV.

Posteriormente se tienen otros cinco diagramas numerados consecutivamente desde el número 6 al 10, donde se muestran los anillos de 85 KV ya abiertos.

En los diez diagramas indicados se marcan los resultados correspondientes encontrados con los estudios de flujo de energía.

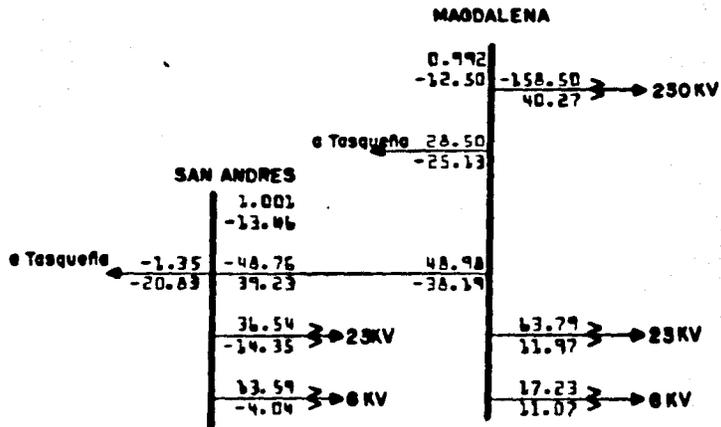
Como se puede comprobar, los voltajes de todos los buses están dentro del $\pm 5\%$ de su voltaje nominal, por lo que son completamente adecuados. En el análisis que se efectuó se comprobó que todos los elementos del sistema trabajan adecuadamente, sin sobrecargas, tanto con los anillos de 85 KV abiertos como cerrados; por lo tanto se concluyó que es conveniente efectuar la apertura de estos anillos de 85 KV.





ESTUDIO DE APERTURA DEL ANILLO DE 65 KV

1.- OPERACION NORMAL EN PANTITLAN

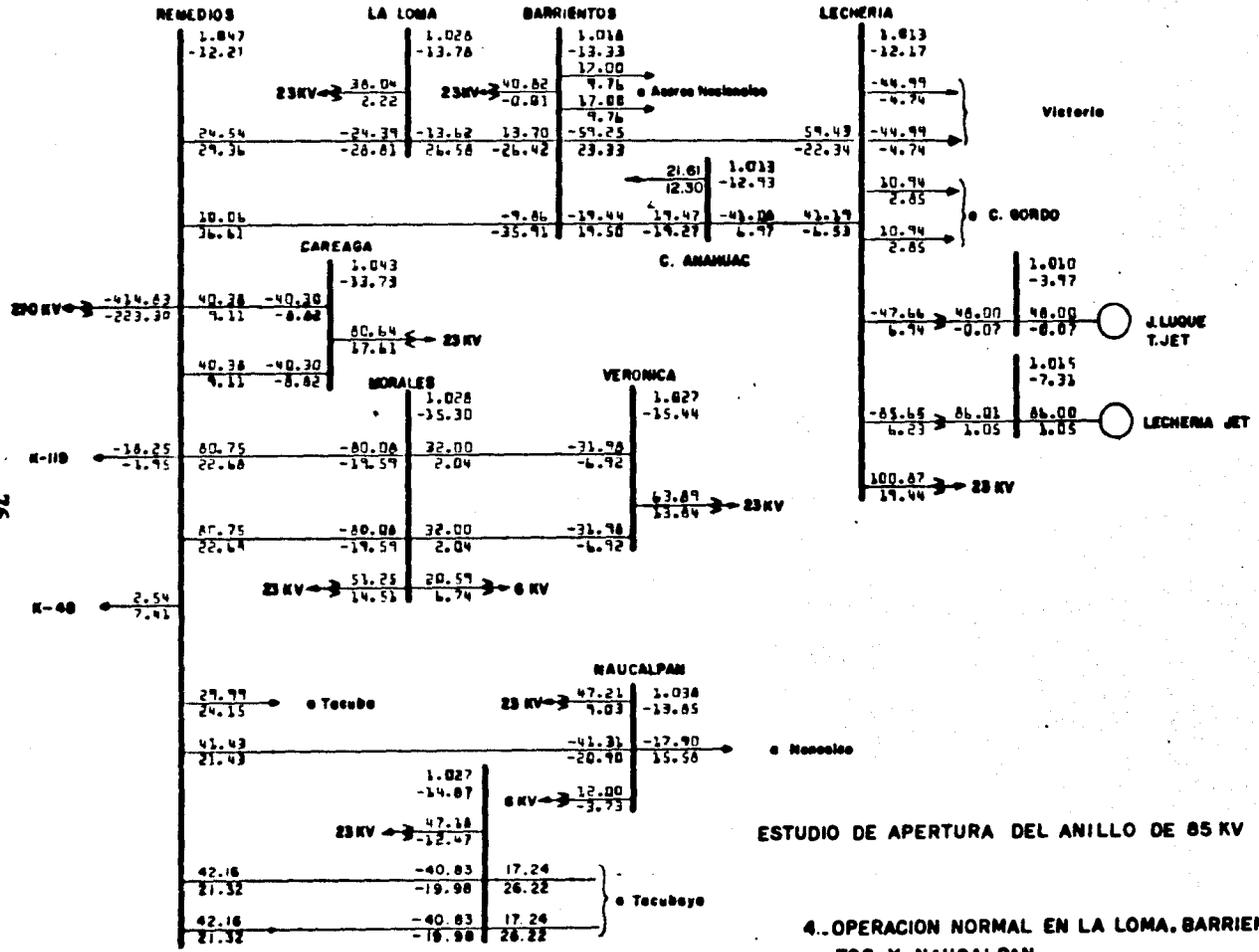


74

ESTUDIO DE APERTURA DEL ANILLO DE 85 KV

2.-OPERACION NORMAL EN SAN ANDRES

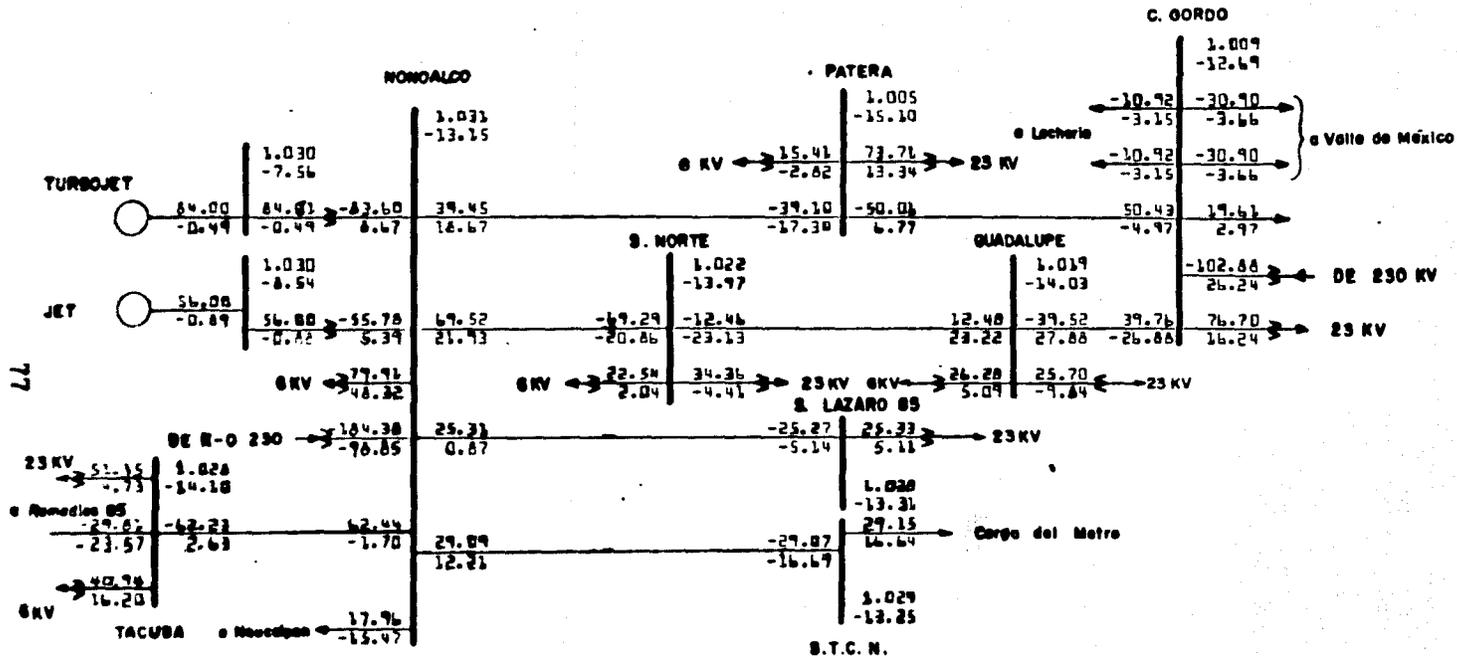
76



REFORMA

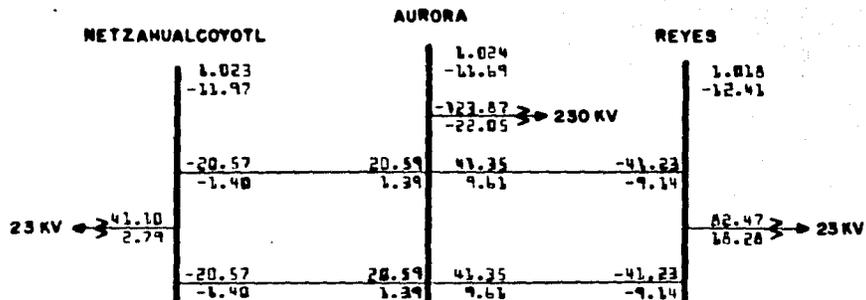
ESTUDIO DE APERTURA DEL ANILLO DE 85 KV

4. OPERACION NORMAL EN LA LOMA, BARRIENTOS Y NAUCALPAN.



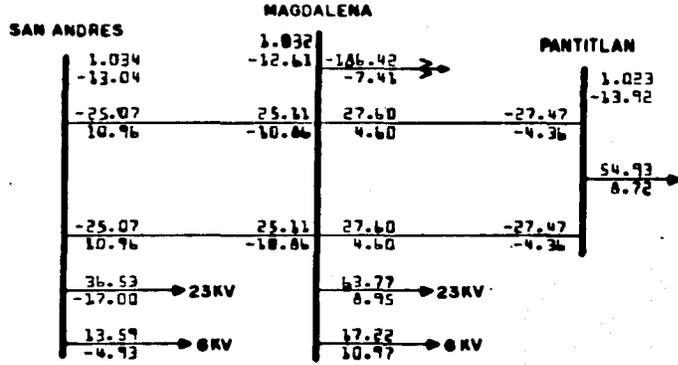
ESTUDIO DE APERTURA DEL ANILLO DE 85 KV

5. OPERACION NORMAL EN TACUBA.



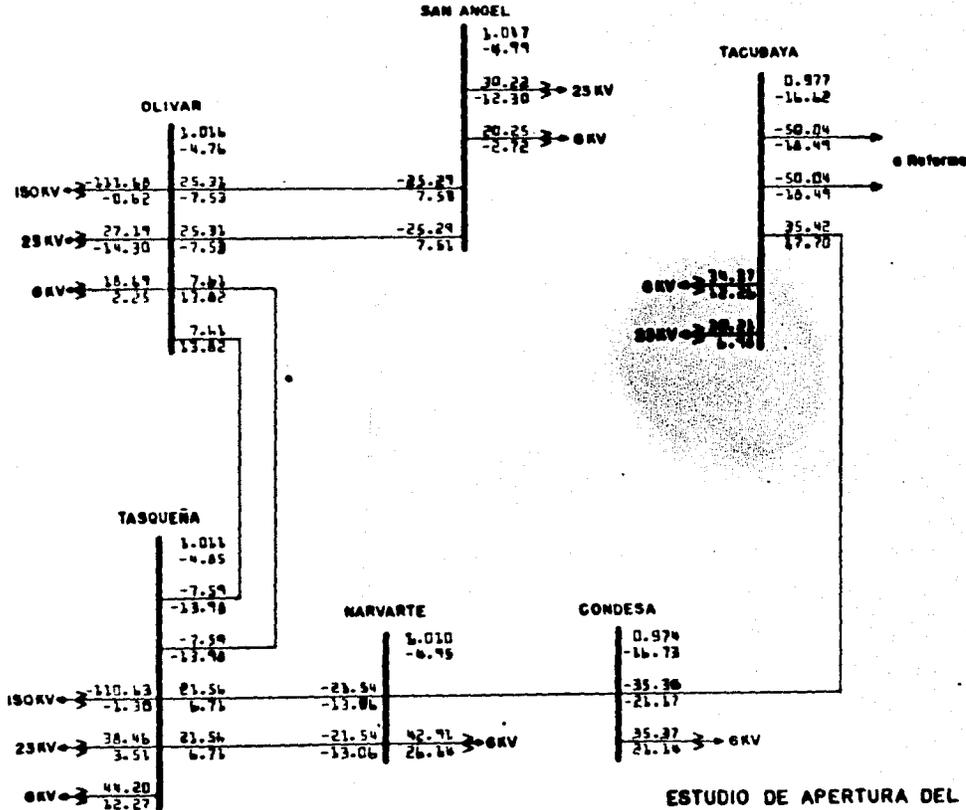
ESTUDIO DE APERTURA DEL ANILLO DE 65 KV

6.- NETZAHUALCOYOTL Y REYES RADIAL DE AURORA.



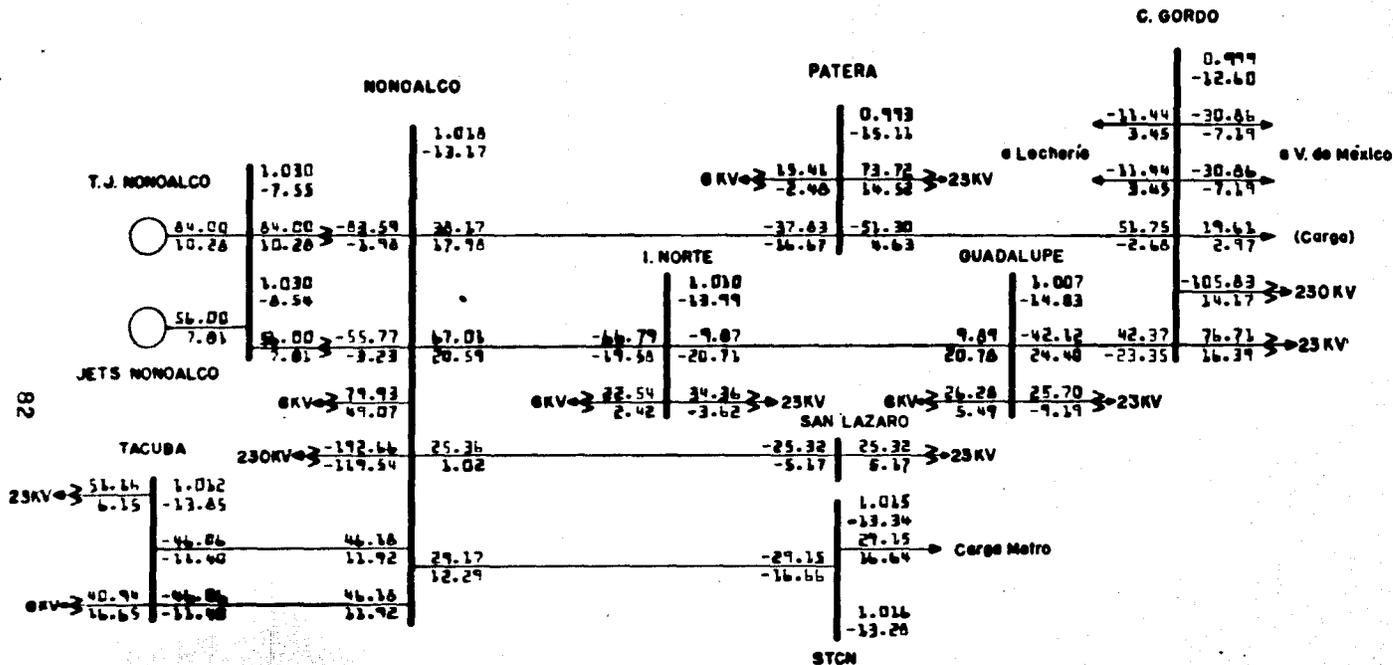
ESTUDIO DE APERTURA DEL ANILLO DE 65 KV

7.- SAN ANDRES Y PANTITLAN RADIALES DE MAGDALENA.



ESTUDIO DE APERTURA DEL ANILLO DE 85 KV

8.-TACUBAYA RADIAL DE REFORMA, SAN ANGEL RADIAL DEL OLIVAR Y LINEAS TASQUEÑA - MAGDALENA Y TASQUEÑA - SAN ANDRES DES- CONECTADAS.



ESTUDIO DE APERTURA DEL ANILLO DE 85 KV

10.- APERTURA EN TACUBA

CONCLUSIONES

Previamente a la elaboración de un programa de flujo de energía, es importante conocer algunas características de la computadora que se utilizará para correr el programa indicado, a fin de adecuarlo a ella. Algunas características de la máquina-computadora que conviene conocer son entre otras, la memoria disponible para este fin, así como su velocidad para tantear el tiempo que utilizará cada corrida en los estudios de flujo de energía.

Analizando las necesidades de memoria requerida por cada uno de los métodos estudiados, con condiciones iguales, los que utilizan la matriz de admitancias usan menos memoria que los que utilizan la matriz de impedancias, esto es debido a que la matriz de admitancias es muy dispersa, de tal forma que al elaborar el programa utilizando las técnicas para el tratamiento de este tipo de matrices, se logra abatir mucho las necesidades de memoria. En el caso de los métodos que utilizan la matriz de impedancias, puesto que ésta es la inversa de la matriz dispersa de admitancias, resulta una matriz completa, y por lo tanto los requerimientos de memoria de éstos métodos son mucho mayores que los que utilizan la matriz de admitancias.

El tiempo utilizado para una corrida de flujo de energía en la máquina computadora desde el momento de meter los datos, ha

ta que esta los ha preparado para iniciar las operaciones correspondientes a la primera iteración , es menor cuando los programas utilizan los métodos de admitancia de bus, que cuando utilizan los de impedancia de bus, ya que en este último caso se tiene que invertir la matriz de admitancias; siendo esta la gran desventaja de estos métodos.

Para un mismo caso del estudio de flujo de energía, los métodos que utilizan la matriz de admitancias son los más rápidos, y entre ellos , en orden creciente de tiempo empleado , se tiene el de Newton-Raphson, el de Gauss-Seidel y el de Gauss; teniendo a continuación los que utilizan la matriz de impedancias, como el de Gauss-Seidel y el de Gauss.

El método de Newton-Raphson es el de mayor velocidad, esto se debe a que es el que menos iteraciones necesita para converger, y además, como ventaja adicional, acepta valores de impedancia negativos sin comprometer su convergencia, lo cual no sucede con los otros métodos estudiados.

La gran capacidad de memoria y la rapidez de las máquinas-computadoras actuales hacen que muchas veces los conceptos anteriores sean secundarios para la elaboración de un programa, por lo que entonces se debe fijar la atención en hacer programas de flujo de energía más eficientes para estudiar sistemas de potencia más grandes; además se pueden aprovechar las ventajas de las

computadoras actuales para formar programas satélites del de flujo de energía, o programas complementarios a él, como pueden ser de estadística de las cargas demandadas por el sistema, de bancos de datos y parámetros del sistema cuya información pueda ser tomada automáticamente por la computadora al efectuar un estudio de flujo de energía, o algún otro estudio que necesite datos de estos bancos, como los programas de fallas, de estabilidad, etc.

Para efectuar estudios de flujo de energía es necesario conocer bien el manejo de los sistemas en p.u. a fin de cambiar los parámetros que se tengan en unidades naturales a p.u., así como cambiar parámetros en p.u. que estén referidos a bases distintas de las seleccionadas. Asimismo se debe conocer el uso de los autotransformadores ideales y el de los equivalentes π -de transformadores.

Finalmente, con respecto a la transmisión de potencia reactiva, es necesario buscar abatirla a un mínimo posible, de donde nace la necesidad de encontrar los puntos más convenientes del sistema para generarla. Normalmente estos puntos se pueden encontrar analizando el sistema bajo condiciones de carga máxima y un estudio de desconexión de capacitores estando el sistema con carga mínima, a fin de que los voltajes de los buses del sistema permanezcan dentro de los límites aceptables.

BIBLIOGRAFIA

- | | | |
|---|-------------------------------------|--|
| COMPUTER METHODS IN
POWER SYSTEM ANALYSIS | Gleen W. Stagg
Ahmed H. El Abiad | Mc. Graw Hill
Book Co. (1968) |
| ELECTRIC ENERGY SYSTEMS
THEORY | Olle I. Elgerd | Mc. Graw Hill
Book Co. (1971) |
| ELECTRIC POWER SYSTEMS | B. M. Weedy | John Willey &
Sons. (1967) |
| REDES ELECTRICAS.
parte 1. | Jacinto Viqueira
Landa | Representaciones
y servicios de
Ingeniería S. A.
(1970) |
| ANALISIS DE SISTEMAS
ELECTRICOS DE POTENCIA | William D. Stevenson | Mc. Graw Hill
Book Co. (1970) |
| METODO DE NEWTON O DEL
JACOBIANO APLICADO A LA
SOLUCION DEL PROBLEMA DE
PLUJO DE ENERGIA | David Vázquez Ortis | Tesis Profesional
U.N.A.M. (1970) |
| CIRCUITOS EN INGENIERIA
ELECTRICA | Hugh Hildreth
Skilling | |