



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

TEORIA Y CIRCUITOS DE FRECUENCIA MODULADA

T E S I S
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA
P R E S E N T A N

MARTIN RIVAS VASQUEZ
GABRIEL AULO MENDEZ BOTELLO

201
124



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

- C O N T E N I D O -

1. ASPECTOS GENERALES
 - 1.1. Introducción
 - 1.2. Características de la Modulación Angular
2. DESARROLLO TEORICO
 - 2.1 Frecuencia Modulada
 - 2.2. Modulación en Fase
 - 2.3. Comparación entre los sistemas de F.M. y P.M.
3. CIRCUITOS MODULADORES DE FRECUENCIA
4. DISTORSION EN F.M.
5. CIRCUITOS DEMODULADORES DE FRECUENCIA
6. APLICACION
 - 6.1. Introducción
 - 6.2. Diseño
 - 6.2.1. Generador de Funciones
 - 6.2.2. Filtro doble "T"
 - 6.2.3. Amplificadores
 - 6.2.4. Circuito Resonante

CONCLUSION

BIBLIOGRAFIA

1.1. INTRODUCCION

La modulación en frecuencia ha tenido una larga historia, desde la primera demostración de la producción y recepción de ondas de radio a la fecha.

Esta primera demostración de la producción y recepción de ondas de radio fué hecha por Heinrich Hertz en Alemania, en el año de 1887. Su receptor consistía en una gasa de alambre abierta, con esferas unidas en las terminales, teniendo una separación entre ellas. La presencia de la onda fué detectada, observando chispas a través de la separación de las esferas. Hertz estuvo interesado solo en estudiar las propiedades de las ondas y no expresó ninguna intención de aplicarlas prácticamente. Estos conocimientos fueron aprovechados por Oliver Lodge para desarrollar un sistema de comunicación inalámbrica en Inglaterra en el año de 1894. El receptor incluía una antena, un circuito sintonizado, un detector consistente en un tubo de vidrio lleno de filamentos metálicos, llamado "coherer", y un revelador controlador interior para grabar con tinta y así registrar el código Morse. Lodge registró varias patentes de aparatos de radio, los cuales son a base de circuitos sintonizados y antenas de gasa. Existió mucha actividad en la telegrafía sin hilos después de los descubrimientos de Lodge.

Muchos tipos de detectores fueron inventados, abarcando desde el tipo magnético (de Guglielmo Marconi, Ernest Rutheford, etc.) electrolíticos (de F.K. Vreeland, R.A. Fessenden y Lee De Forest), así como una amplia variedad de detectores de cristal, que llevaban carborundo, galena y piritas férricas. Mucho se progresó, en mediciones de radio a través del uso del termocople y otros tipos de instrumentos como los voltímetros, etc.

El primer invento electrónico que aparece en los receptores de radio, fué el tubo cinóscopo disparador Zehnder Trigger en Alemania en 1892. Este consistía en un tubo brillante, en el cual la diferencia de potencial entre el ánodo y el cátodo, quedaba establecida por varios cientos de volts. Una descarga podría entonces, ser iniciada imprimiendo una señal de radio, entre el par de electrodos del disparador Trigger de los cuales, el tubo

estaba previsto.

El primer tubo termoiónico electrónico para uso en radio fué patentado por J.A.Fleming en Inglaterra en 1904. Este era un tubo diodo detector al vacío conocido como la válvula de oscilación de Fleming, su aparente ventaja sobre el otro tipo de detector, es la habilidad de sostener choques mecánicos y ondas estáticas; su inestabilidad inherente para señales débiles, y su fabricación primitiva limitaron su aplicación.

Los tubos al vacío de tres elementos fueron inventados por De Forest en 1906. Un receptor que usaba un "audión", como él lo llamó, podía suministrar más fuerza a un aparato de salida que la recibida por la antena de tal manera que podía operar como detector y amplificador. Trabajos subsecuentes demostraron que este invento podía ser usado, como un amplificador de frecuencia de audio ó de radio frecuencia (RF) ó aún como modulador. De Forest fabricó equipos de radio, construidos con audión por varios años. El audión al igual que el diodo, fueron inadecuados en sus características iniciales, por un gran periodo de tiempo, debido a las técnicas inadecuadas existentes.

Una de las más importantes aplicaciones del audión fué la realimentación ó circuito regenerativo, en este sistema, fué introducido entre el circuito de placa y el de rejilla un acoplamiento, de tal manera que produjera un apreciable incremento en la selectividad y sensibilidad del circuito. Probando acoplamientos adecuados se pudo hacer que el circuito oscilara continuamente sin alimentar señal externa a la rejilla.

Es difícil dar una prioridad adecuada a la invención del circuito de retroalimentación. En 1913 A. Meissner registró una patente de un oscilador en Alemania y Armstrong presentó un escrito sobre circuitos regenerativos. Otros hombres cuyas investigaciones aportaron datos nuevos fueron: C. Franklin y H. Round en Inglaterra y De Forest e I. Langmuir en los E.E.U.U.

Se hicieron grandes progresos en la teoría, construcción y aplicación de tubos al vacío así como sus circuitos, entre 1910 y 1920. El más grande éxito que puede ser anotado en la historia del radio, es sin embargo, la introducción de las transmisoras de radio en 1921. Estas crearon una gran demanda para los transmisores y receptores, los cuales se establecieron alrededor del mundo.

Los receptores con circuitos que incluían tubos al vacío fueron operados con corriente directa durante los primeros años; pero pronto aparecieron, rectificadores de corriente para circuitos de placa y rejilla, también fueron seguidos por equipos de corriente alterna los cuales fueron posibles por el desarrollo de bulbos donde los cátodos podían ser alimentados por corriente alterna sin introducir un excesivo ruido a la salida.

La primera señal transmitida fué de amplitud modulada exclusivamente, los radioreceptores se pusieron en boga y los más utilizados fueron: Regenerativos, Superregenerativos, Reflex, Cambiadores de radio frecuencia, Neutrodinos y Superheterodinos. El superheterodino vino a ser casi exclusivamente, aún cuando unos pocos modelos portátiles eran de RF variables.

Las dificultades de eliminar la estática inherente en operaciones de AM, permitió a E. Armstrong desarrollar la frecuencia modulada (FM), aún cuando comenzó a trabajar en el problema en 1914 su sistema no pudo ser perfeccionado hasta el año de 1933 y tuvieron que pasar muchos años más antes de que su uso se hiciera común.

Así cuando la comunicación técnicamente se desarrolló, se pudo presentar a la radioemisora una oportunidad de obtener una alta fidelidad, libre por completo de interferencias, ya que, como venía ocurriendo desde hacia muchos años atrás, existía una interferencia entre las radioemisoras muy grandes, lo cual provocó que se estableciera un espectro de frecuencia de 535 a 1605 Kc.

Como la FM ha demostrado poseer la habilidad de suprimir el ruido, ha sido adoptada grandemente.

1.2. CARACTERISTICAS DE LA MODULACION ANGULAR

Existen dos tipos de Modulación Angular:

a) Modulación de Fase

y

b) Modulación de Frecuencia.

Las dos modulaciones son muy similares, solo que la modulación en fase hace variar el ángulo de la señal portadora y en la modulación de frecuencia se hace variar la frecuencia de la señal portadora.

Desde otro punto de vista podemos decir que para modular en frecuencia hay que alterar los parámetros del oscilador que produce la portadora y la modulación en fase se puede hacer en el exterior del generador de portadora.

A simple vista es imposible distinguir una de otra debido a su gran similitud. Para poder apreciar una diferencia es necesario observar en una pantalla de osciloscopio de doble haz. Esto lo podemos realizar si los dos moduladores se excitan simultáneamente y en fase, y observando sus salidas en dos receptores de FM, obteniendo así en dicho osciloscopio una diferencia de fase de 90° entre las dos señales modulantes recuperadas.

Ahora tenemos dos conceptos importantes a definir, siendo uno de ellos la desviación de fase, de un transmisor de modulación en fase, que se podría definir como el máximo aporte del ángulo de fase con respecto al que se tendría en ausencia de modulación. El segundo concepto sería el de la desviación de frecuencia, que es el máximo aporte de la frecuencia con respecto a la que se tendría en ausencia de modulación y es igual a la mitad de la excursión de la frecuencia total.

Las expresiones para las señales moduladas son:

$$\text{para FM} \quad e(t) = E_p \cos(\omega_p t + \Delta\theta \cos \omega_v t)$$

y

$$\text{para FM} \quad e(t) = E_p \cos(\omega_p t + \frac{\Delta f_p}{f_c} \cos \omega_v t)$$

donde $\Delta\theta$ y $\Delta f_p / f_c$ son llamados los índices de modulación.

Estos índices de modulación son de gran importancia porque nos dan información para construir el diagrama espectral de la señal modulada para conocer la máxima desviación de fase y frecuencia y para saber el ancho de banda total, y para calcular la

2. DESARROLLO TEORICO

2.1. FRECUENCIA MODULADA

De lo antes tratado podemos concluir que en este tipo de modulación vamos a tener una desviación de frecuencia y una amplitud constante, de la portadora.

Tomando esto en cuenta podemos iniciar el análisis de la siguiente forma:

Teniendo una onda con velocidad angular de $\omega_p = 2\pi f_p$ expresada como sigue:

$$e_p(t) = E_p \cos \theta(t) \tag{1}$$

ó también puede expresarse en forma fasorial:

$$e_p(t) = \text{Re } E_p e^{j\theta(t)} \tag{2}$$

el diagrama fasorial de esta señal se presenta en la figura 2.1.1.

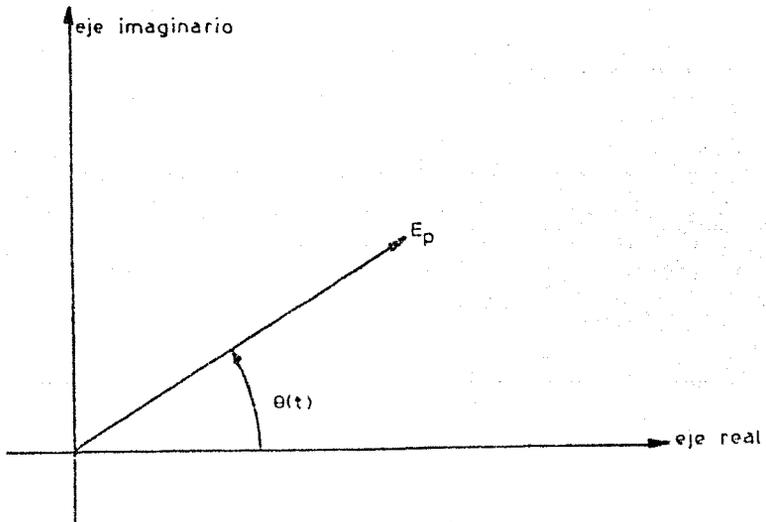


Figura 2.1.1. Representación fasorial de la ec. (2)

Las expresiones anteriores representan la onda portadora sin modular. La ecuación (2) se puede demostrar fácilmente utilizando el teorema de Euler como a continuación se demuestra:

si
$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots \tag{3}$$

y sabiendo que:
$$\cos \theta = 1 - \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^4}{4} - \dots \tag{4}$$

$$\text{sen } \theta = \theta - \frac{\theta^3}{3} + \frac{\theta^5}{5} - \dots \tag{5}$$

podemos primero substituir en (3) a θ y tenemos:

$$e^{j\theta} = 1 + j\theta + \frac{(j\theta)^2}{2} + \frac{(j\theta)^3}{3} + \dots \quad (6)$$

haciendo las operaciones de

$$(j\theta)^2 = -\theta^2 ; (j\theta)^3 = -j\theta^3 ; (j\theta)^4 = \theta^4 \dots$$

y substituyendolas en (6) tenemos:

$$e^{j\theta} = 1 + j\theta - \frac{\theta^2}{2} - \frac{\theta^3}{3} + \frac{\theta^4}{4} + \frac{\theta^5}{5} - \dots \quad (7)$$

agrupando términos tenemos:

$$e^{j\theta} = (1 - \frac{\theta^2}{2} + \frac{\theta^4}{4} - \dots) + (\theta - \frac{\theta^3}{3} + \frac{\theta^5}{5} - \dots) \quad (8)$$

ahora, comparando (4), (5) y (8) nos damos cuenta que $e^{j\theta}$ se puede escribir como sigue:

$$e^{j\theta} = \cos \theta + j \operatorname{sen} \theta$$
$$e_p(t) = E_p \cos \theta = \operatorname{Re} E_p e^{j\theta}$$

como trabajar con cantidades fasoriales es más difícil nos concretamos a funciones senoidales, de este modo de la ecuación (1) podemos darnos cuenta que, si esta es una señal sin modular, w_p es una constante, y como sabemos que $\frac{d\theta(t)}{dt} = w$ entonces podemos escribir:

$$\theta(t) = \int w_p dt \quad (9)$$

y como $w = \text{cte.}$

$$\theta(t) = w_p t \quad (10)$$

Ahora si queremos que la frecuencia portadora varíe u oscile de su valor w_p y que esta variación sea proporcional a la amplitud de una señal modulante (por ejemplo la onda de voz):

$$e_v(t) = E_v \cos w_v t \quad (11)$$

encontramos que la velocidad angular instantánea es:

$$w_i = w_p + K w_p E_v \cos w_v t \quad (12)$$

cuando $\cos w_v t = 1$:

$$(w_i)_{\max} = w_p + K w_p E_v = w_p + \Delta w_p$$

donde K es una constante determinada por los parámetros del circuito modulador. Utilizando ahora la ecuación (9) tendremos:

$$\theta(t) = \int_0^t w_i dt = \int_0^t (w_p + K w_p E_v \cos w_v t) dt$$

$$= w_p t + \frac{KE_v w_p}{w_v} \text{ sen } w_v t \quad (13)$$

En el resultado anterior se ha tomado la constante de integración como cero, porque la fase inicial corresponde simplemente a su origen de medida. Ahora substituyendo la igualdad (13) en la ecuación (1) y haciendo que el resultado sea igual a $e(t)$ tenemos:

$$e(t) = E_p \cos(w_p t + \frac{KE_v w_p}{w_v} \text{ sen } w_v t) \quad (14)$$

la cual es la ecuación de una onda modulada en frecuencia.

En la ecuación (14) se tiene un término llamado índice de modulación, y esta definido por la letra m_f y es igual a:

$$m_f = \frac{KE_v w_p}{w_v}$$

por lo tanto la ecuación (14) resulta:

$$e(t) = E_p \cos(w_p t + m_f \text{ sen } w_v t) \quad (15)$$

ahora para encontrar el espectro de frecuencia de esta señal de FM es necesario descomponer la ecuación (15) en una suma de términos senoidales y cosenoidales sencillos como se verá a continuación.

Sabiendo que:

$$\cos(a + b) = \cos a \cos b - \text{sen } a \text{ sen } b \quad (16)$$

e introduciendola en la ecuación (15) llegaremos a expresar esta ecuación de onda modulada en frecuencia, en base a las funciones de Bessel así tenemos entonces:

$$e(t) = E_p \left[\cos w_p t \cos(m_f \text{ sen } w_v t) - \text{sen } w_p t \text{ sen}(m_f \text{ sen } w_v t) \right] \quad (17)$$

ahora haciendo uso de las funciones de Bessel, $J_n(m_f)$ de primer orden y grado n tenemos:

$$\cos(m_f \text{ sen } w_v t) = J_0(m_f) + 2J_2(m_f) \cos 2w_v t + 2J_4(m_f) \cos 4w_v t + \dots \quad (18)$$

y

$$\text{sen}(m_f \text{ sen } w_v t) = 2J_1(m_f) \text{ sen } w_v t + 2J_3(m_f) \text{ sen } 3w_v t + 2J_5(m_f) \text{ sen } 5w_v t + \dots \quad (19)$$

aplicando esto a la ecuación (17) resultará:

$$e(t) = E_p \left\{ \cos w_p t \left[J_0(m_f) + 2J_2(m_f) \cos w_v t + 2J_4(m_f) \cos 4w_v t + \dots \right] - \text{sen } w_p t \left[2J_1(m_f) \text{ sen } w_v t + 2J_3(m_f) \text{ sen } 3w_v t + \dots \right] \right\}$$

$$- \text{sen } w_p t [2J_1(m_f) \text{ sen } w_v t + 2J_3(m_f) \text{ sen } 3w_v t + \\ + 2J_5(m_f) \text{ sen } 5w_v t + \dots] \} \quad (20)$$

utilizando ahora las funciones trigonométricas:

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2} [\cos(a+b) - \cos(a-b)]$$

$$\text{sen } a \text{ sen } b = \frac{1}{2} [\cos(a-b) - \cos(a+b)]$$

y aplicandolas ala ecuación (20) nos queda:

$$e(t) = E_p [J_0(m_f) \cos w_p t + J_2(m_f) \cos(w_p t + 2w_v t) - \\ + J_2(m_f) \cos(w_p t - 2w_v t) + J_1(m_f) \cos(w_p t + w_v t) - \\ - J_1(m_f) \cos(w_p t - w_v t) + J_3(m_f) \cos(w_p t + 3w_v t) - \\ - J_3(m_f) \cos(w_p t - 3w_v t) + J_4(m_f) \cos(w_p t + 4w_v t) - \\ + J_4(m_f) \cos(w_p t - 4w_v t) + J_5(m_f) \cos(w_p t + 5w_v t) - \\ - J_5(m_f) \cos(w_p t - 5w_v t) + \dots] \quad (21)$$

reagrupando términos en la ecuación anterior:

$$e(t) = E_p [J_0(m_f) \cos w_p t + \\ + J_1(m_f) \cos(w_p t + w_v t) - J_1(m_f) \cos(w_p t - w_v t) \\ + J_2(m_f) \cos(w_p t + 2w_v t) + J_2(m_f) \cos(w_p t - 2w_v t) \\ + J_3(m_f) \cos(w_p t + 3w_v t) - J_3(m_f) \cos(w_p t - 3w_v t) \\ + J_4(m_f) \cos(w_p t + 4w_v t) + J_4(m_f) \cos(w_p t - 4w_v t) \\ + J_5(m_f) \cos(w_p t + 5w_v t) - J_5(m_f) \cos(w_p t - 5w_v t) \\ + \dots] \quad (22)$$

De ésta última expresión se puede notar:

1) La señal principal:

$$J_0(m_f) \cos w_p t$$

2) Su banda lateral superior:

$$\sum_{n=1}^{\infty} J_n(m_f) \cos(w_p t + n w_v t) \quad y;$$

3) Su banda lateral inferior:

$$\sum_{n=1}^{\infty} J_n(m_f) \cos(w_p t - n w_v t)$$

Para encontrar el valor de la función de Bessel recurrimos a las gráficas que a continuación se muestran y que se explicarán con más amplitud en los parrafos siguientes.

El índice de modulación m_f se puede expresar en términos de la velocidad angular como sigue:

$$m_f = \frac{K E_v w_p}{w_v} = \frac{\Delta w_p}{w_v}$$

ó en función de la frecuencia:

$$m_f = \frac{w_p}{w_v} = \frac{f_p}{f_v}$$

donde

f_p = máxima desviación de frecuencia (a partir de la frecuencia central).

f_v = máxima frecuencia moduladora.

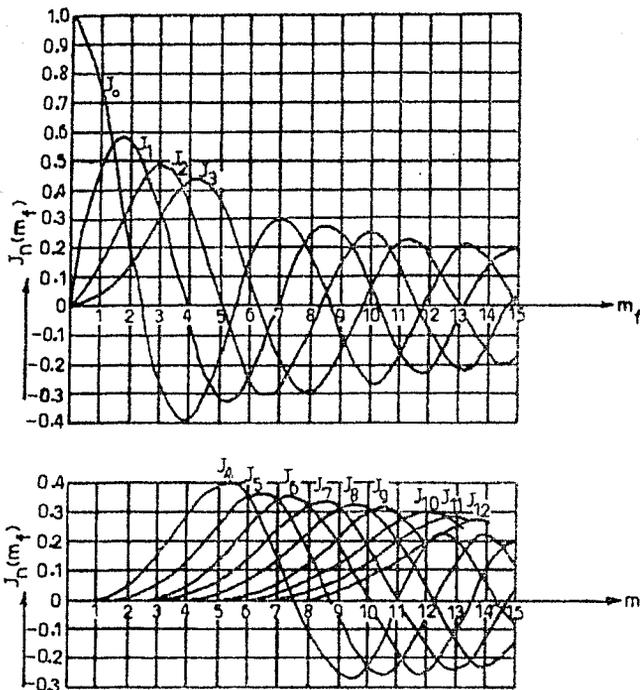


Figura 2.1.2. Gráfica de las funciones de Bessel

El valor máximo de $KE_v w_p / w_v$ se denomina índice de modulación de frecuencia y se le simboliza por m_f .

Ahora podemos ver más fácilmente que el valor de la relación $KE_v w_p / w_v$ determina la estructura de la banda lateral.

Trataremos, en los siguientes párrafos, de explicar la aplicación de las tablas y curvas de Bessel a la modulación de frecuencia.

Notamos que para poder resolver la ecuación (22) necesitamos obtener los diferentes factores de Bessel, por ejemplo $J_0(m_f)$ por

ra la frecuencia portadora, $J_1(m_f)$ para las frecuencias $f_p + f_v$ y $f_p - f_v$, $J_2(m_f)$ para $f_p - 2f_v$ y $f_p + 2f_v$, etc., y multiplicandolos por la amplitud de la señal portadora y así obtener la distribución del espectro de una señal modulada en frecuencia a un cierto índice de modulación, que como ya se dijo es el que nos informará cuantas componentes de frecuencia estarán presentes.

Las curvas de Bessel aunque no sean muy exactas para algunos cálculos, tienen la ventaja de mostrar directamente la variación de la amplitud. Las tablas de Bessel dan un valor más exacto y nos permiten graficar ciertas curvas en las cuales es posible interpolar y así poder obtener un mayor número de valores, de los factores de Bessel.

La tabla I nos da los factores de Bessel, en función al índice de modulación, por los cuales debe ser multiplicada la amplitud de la portadora para obtener la magnitud de cualquier voltaje ó corriente en el espectro de frecuencia. Estas tablas son muy fáciles de usar y aplicar, para ver su uso haremos un ejemplo:

Supongamos que tenemos una máxima excursión de frecuencia de $f_p = \pm 20$ KHz y una señal modulante de $f_v = 10$ KHz, entonces, primeramente encontramos $m_f = \Delta f_p / f_v$ índice de modulación, que es $m_f = 20/10 = 2$, entonces con este valor vamos a la tabla a la columna de m_f , y vemos que en el renglón que corresponde a $m_f = 2$ hay un valor que corresponde a $J_0(2) = 0.2239$ que multiplicado por la amplitud de la portadora, E_p , nos da el valor de la magnitud de la frecuencia central en la distribución del espectro; $J_1(2) = 0.5767$ que también multiplicado por E_p nos da el valor en $f_p + 10$ KHz y en $f_p - 10$ KHz; $J_2(2) = 0.3528$ nos dará el valor en $f_p + 20$ KHz y $f_p - 20$ KHz, y así sucesivamente obtendremos la magnitud de cada una de las componentes laterales, a uno y otro lado de la frecuencia central hasta completar el ancho de banda del sistema.

El ancho de banda no siempre es igual a $2 f_p$, en el ejemplo $2 f_p = 2 \times 20 = 40$ KHz puesto que el ancho de banda depende del índice de modulación el cual nos dice hasta que componente es significativo su valor, en el ejemplo se llega hasta $J_4(m_f)$ que corresponde a $f_p + 40$ KHz y $f_p - 40$ KHz siendo por lo tanto un ancho de banda de 80 KHz.

La siguiente figura nos muestra las magnitudes de las compo-

m_f	J_0	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7	J_8	J_9	J_{10}	J_{11}	J_{12}	J_{13}	J_{14}	J_{15}	J_{16}
0.00	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.00	0.98	0.12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.50	0.94	0.24	0.03	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.00	0.77	0.44	0.11	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.50	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.00	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.50	-0.05	0.50	0.45	0.22	0.07	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3.00	-0.25	0.34	0.49	0.31	0.13	0.04	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4.00	-0.40	-0.07	0.36	0.43	0.28	0.13	0.05	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5.00	-0.18	-0.33	0.05	0.36	0.39	0.26	0.13	0.05	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—
6.00	0.15	-0.28	-0.24	0.11	0.36	0.36	0.25	0.13	0.06	0.02	—	—	—	—	—	—	—
7.00	0.30	0.00	-0.30	-0.17	0.16	0.35	0.34	0.23	0.13	0.06	0.02	—	—	—	—	—	—
8.00	0.17	0.23	-0.11	-0.29	-0.10	0.19	0.34	0.32	0.22	0.13	0.06	0.03	—	—	—	—	—
9.00	-0.09	0.24	0.14	-0.18	-0.27	-0.06	0.20	0.33	0.30	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01	—	—	—
10.00	-0.25	0.04	0.25	0.06	-0.22	-0.23	-0.01	0.22	0.31	0.29	0.20	0.12	0.06	0.03	0.01	—	—
12.00	0.05	-0.22	-0.08	0.20	0.18	-0.07	-0.24	-0.17	0.05	0.23	0.30	0.27	0.20	0.12	0.07	0.03	0.01
15.00	-0.01	0.21	0.04	-0.19	-0.12	0.13	0.21	0.03	-0.17	-0.22	-0.09	0.10	0.24	0.28	0.25	0.18	0.12

FUNCIONES DE BESSEL

nentes y sus frecuencias.

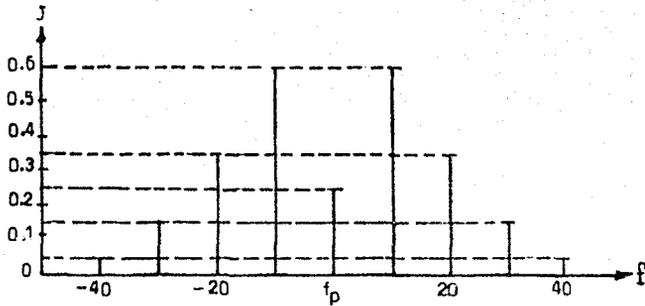


Figura 2.1.3.

De lo anteriormente escrito se concluye que las funciones de Bessel son de importancia para trazar un espectro de frecuencia, para poder ver la variación de la señal en FM y saber que ancho de banda, teórico y práctico, se tiene. Además nos da todas las componentes laterales, arriba y abajo de la frecuencia central, de esta señal las cuales nos ayudarán para un mejor diseño de un sistema de FM.

A continuación se muestra una tabla que con la gráfica 2.1.2 nos da las componentes laterales importantes a un cierto índice de modulación y un ancho de banda aproximado. En la gráfica 2.1.2 es más fácil ver la variación de la señal de FM.

Potencia de una señal de FM.

La potencia de la portadora sin modular, es proporcional al cuadrado del voltaje sobre una cierta impedancia de carga, así:

$$P_p = \frac{(E_p / \sqrt{Z})^2}{Z} = \frac{E_p^2}{2Z}$$

y la potencia de la portadora ya modulada en FM, será:

$$P_{FM} = (J_0(m_f) \frac{E_p}{\sqrt{Z}})^2 \frac{1}{Z} + 2(J_1(m_f) \frac{E_p}{\sqrt{Z}})^2 \frac{1}{Z} + 2(J_2(m_f) \frac{E_p}{\sqrt{Z}})^2 \frac{1}{Z} + \dots$$

Simplificando tenemos:

TABLA II

$\frac{\Delta f_p}{f_v}$	Frecuencia Portadora y Bandas Importantes Expresadas en% de la Portadora no Modulada	Ancho de Banda Requerido	Maximo Cambio de Fase $\Delta\theta=573 \frac{\Delta f_p}{f_v}$
0.01	100:0.5	2 f	0.573
0.02	99.99:1	2 f	1.146
0.03	99.98:1.5	2 f	1.719
0.04	99.96:2	2 f	2.292
0.05	99.94:2.5	2 f	2.870
0.10	99.75:4.99	2 f	5.730
0.20	99.00:9.95	2 f	11.460
0.30	97.76:14.83	2 f	17.190
0.40	96.04:19.6	2 f	22.920
0.50	93.85:24.23:3.1	4 f	28.700
1.00	76.52:44.01:11.4:1.96	6 f	57.300
2.00	22.39:57.67:35.28:12.89:3.4	8 f	114.600
3.00	26.01:33.91:48.61:30.91:13.2:4.3:1.14	12 f	171.900
4.00	39.71:6.6:36.41:43.02:28.11:13.21:4.91:1.52	14 f	229.200
5.00	17.76:32.76:4.66:36.48:39.12:26.11:13.15:3.4:1.84	16 f	287.000
6.00	15.06:27.67:24.29:11.48:35.76:36.21:24.58:12.96:5.563:2.12	18 f	343.800
7.00	30.01:0.5:30.14:16.76:15.78:34.79:33.92:23.36:12.80:5.9:2.3:0.8	22 f	401.000
8.00	17.17:23.46:11.3:29.11:10.14:18.58:33.76:32.06:22.35:12.63:6.1:2.6:0.6	24 f	485.400
9.00	9.03:24.53:14.48:18.1:26.55:5.5:20.43:32.75:30.51:21.49:12.47:6.2:2.73:1.1	26 f	515.700
10.00	24.59:4.35:25.46:5.83:21.96:23.41:1.45:21.17:31.79:29.19:20.75:12.31:6.34:2.9:1.2	28 f	573.000
12.00	4.8:22.34:8.5:19.51:18.25:7.3:24.37:17.03:45:23.04:30.5:27.04:19.53:12.01:6.5:3.2:1.4	32 f	687.600
15.00	1.4:20.51:4.2:19.4:11.92:13.05:20.61:3.45:17.4:22.9:9.99:23.67:27.87:24.64:18.13:11.62:6.6:3.5:1.66	38 f	859.500
18.00	1.34:18.8:0.75:18.63:6.96:15.54:15.6:5.1:19.59:12.28:7.3:20.41:17.62:3.1:13.16:23.56:26.11:22.86:17.06:11.27:6.7:3.7:1.9:0.9	46 f	1031.400
21.00	37:17:11:20.2:17.5:2.97:16.37:10.76:10.22:17.57:3.2:14.85:17.32:3.3:13.56:20.08:13.21:1.2:15.05:23.16:24.65:21.45:16.21:10.97:6.77:3.86:2.05:1	52 f	1203.300
24.00	5.6:15.4:4.34:16.13:0.3:16.23:6.4:13:14.04:3.6:16.77:10.33:7.3:17.63:11.8:3.9:16.63:18.31:9.3:4.3:16.19:22.64:23.43:20.31:15.5:10.7:6.8:3.99:2.2:1.1	58 f	1375.500

$$P_{FM} = \frac{E_p^2}{2Z} (J_0^2(m_f) + 2(J_1^2(m_f) + J_2^2(m_f) + J_3^2(m_f) + \dots))$$

y como $\frac{E_p^2}{2Z} = P_p$ nos queda:

$$P_{FM} = P_p (J_0^2(m_f) + 2(J_1^2(m_f) + J_2^2(m_f) + J_3^2(m_f) + \dots))$$

teniendo por último que:

$$P_{FM} = P_p$$

debido a que una de las propiedades de las funciones de Bessel nos dice que:

$$J_0^2 + 2J_1^2 + 2J_2^2 + 2J_3^2 + \dots = 1$$

Por lo tanto concluiremos que la potencia de la portadora sin modular es igual a la potencia de la portadora o modulación.

Con esto terminamos el análisis matemático de una onda modulada en frecuencia.

Ahora seguiremos con el análisis matemático de una onda modulada en fase, para poder hacer en la última sección de este capítulo una comparación entre ambos métodos de modulación.

2.2. DESARROLLO TEORICO DE LA MODULACION EN FASE

En esta sección desarrollaremos el análisis matemático de la modulación en fase. Dicho desarrollo será más fácil puesto que es similar al desarrollo de la modulación en frecuencia. En este caso se va a variar la fase de la señal, en lugar de hacer variar la frecuencia como en FM, la cual será proporcional a la señal modulante, ó señal a transmitir.

Una vez aclarada la diferencia entre FM y PM (Phase Modulation) podemos empezar con el desarrollo matemático.

Supongamos que tenemos una onda portadora de la forma:

$$e_p(t) = E_p \cos \omega t \quad (23)$$

en donde:

$$\omega = \omega_p t + \theta(t) \quad (24)$$

ahora como $\theta(t)$ es una función que varía con el tiempo, podemos escribir que la fase es:

$$\theta(t) = K e_v(t) + \theta_0 \quad (25)$$

substituyendo ahora (25) en (24), y esta última en (23) tenemos:

$$e(t) = E_p \cos(\omega_p t + K e_v(t) + \theta_0)$$

Si suponemos que $e_v(t)$ es una onda senoidal, de voz, de la forma:

$$e_v(t) = E_v \sin \omega_v t$$

tendremos:

$$e(t) = E_p \cos(\omega_p t + K E_v \sin \omega_v t + \theta_0)$$

la cual es la expresión de una onda modulada en fase, y en donde:

$$K E_v = m_p$$

que es el índice de modulación en fase.

Si suponemos que $\theta_0 = 0$, y sustituimos a $K E_v$ por m_p , nos quedará:

$$e(t) = E_p \cos(\omega_p t + m_p \sin \omega_v t) \quad (26)$$

y si $m_p = \Delta\theta$, por lo tanto m_p es la máxima desviación de fase.

Si expresamos la igualdad (26) en términos de las funciones de Bessel nos quedaría igual que la ecuación (22), que es para modulación de frecuencia, con la diferencia en el índice de modulación, que no es el mismo, puesto que $m_f = K E_v \omega_p / \omega_v = f_p / f_v$ y $m_p = K E_v = \Delta\theta$. De lo anterior podemos notar que las funciones de Bessel son útiles tanto para FM como para PM, con la única excepción, como ya se dijo, del índice de modulación el cual va a tener influencia en el número de componentes espectrales que se toman

en cuenta y por lo tanto, en el ancho de banda.

Hemos omitido en esta sección todo el desarrollo, de la ecuación (26), para llegar a las funciones de Bessel puesto que es un análisis similar al hecho en la sección anterior y porque llegaremos a un resultado igual. El uso de las tablas y curvas de Bessel es igual que si fuera FM, y por lo tanto no es necesario volverlas a explicar.

Enseguida pasaremos a hacer una comparación entre señales moduladas en frecuencia y moduladas en fase.

2.3. COMPARACION ENTRE LOS SISTEMAS DE FM Y PM

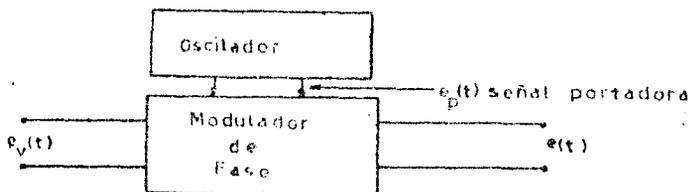
Para hacer una comparación que sea clara entre FM y PM, lo mejor es poner a ambos sistemas en una tabla donde se anotan las partes más importantes de ambos sistemas.

Dicha tabla se muestra a continuación:

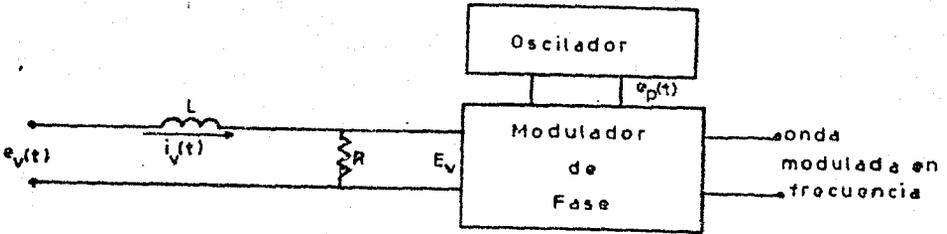
	Modulación en fase	Modulación en frecuencia
señal portadora	$e_p(t) = E_p \cos(\omega_p t + \theta(t))$	$e_p(t) = E_p \cos \theta(t)$ $\theta(t) = \omega_p t$
señal modulante	$e_v(t) = E_v \cos \omega_v t$	$e_v(t) = E_v \cos \omega_v t$
señal modulada	$e(t) = E_p \cos(\omega_p t + K E_v \cos \omega_v t + \theta_0)$	$e(t) = E_p \cos(\omega_p t + \frac{K E_v}{\omega_v} \sin \omega_v t)$
velocidad angular de ω_v	$\omega_v = 2\pi f_v$	$\omega_v = 2\pi f_v$
velocidad angular de ω_p	$\omega_p = 2\pi f_p$	$\omega_p = 2\pi f_p$
velocidad angular de ω_i	$\omega_i = \omega_p - K E_v \omega_v \sin \omega_v t$	$\omega_i = \omega_p + K E_v \omega_v \cos \omega_v t$
fase instantánea	$\theta_i = \omega_p t + K E_v \cos \omega_v t$	$\theta_i = \omega_p t + (K E_v \omega_v / \omega_v) \cos \omega_v t$
desviación de frecuencia	$K E_v = \Delta \omega_p$	$K E_v \omega_v = \Delta \omega_p$
índice de modulación	$m_p = K E_v = \Delta \omega_p$	$m_f = K E_v \omega_v / \omega_v = \Delta \omega_p / \omega_v$
relación entre m_p y m_f	$m_p = m_f \omega_v$	$m_f = m_p / \omega_v$

Una vez anotadas las características en FM y PM podemos analizar como pasamos de un sistema a otro ya sea integrando ó diferenciando.

Para esto supongamos primero que queremos trasladar una señal de PM a una de FM y para esto hacemos lo siguiente: si tenemos un dispositivo de la siguiente forma:



y le anexamos antes de la entrada un circuito RL (Filtro RL) tendremos:



notamos que $e_v(t)$, la entrada al filtro RL, es igual a:

$$e_v(t) = Ri + L \frac{di}{dt}$$

si $i_v(t) = I_v \cos \omega_v t$ y hacemos que $R \ll \omega_v L$ entonces:

$$e_v(t) = L \frac{di}{dt}$$

resolviendo para i :

$$e_v(t) \cdot dt = L di$$

$$i = \frac{1}{L} \int e_v(t) dt$$

pero como

$$E_v = Ri = \frac{R}{L} \int e_v(t) dt$$

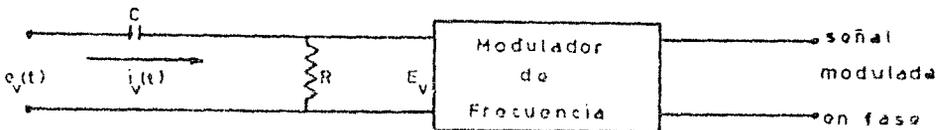
substituyendo este valor en la ecuación que caracteriza la modulación en fase y haciendo $R/L = K$, tenemos:

$$s(t) = E_p \cos(\omega_p t + K \int e_v(t) dt + \theta_0)$$

que en verdad dará una modulación en frecuencia.

Con esto queda demostrado que se puede pasar de FM a PM. Enseguida veremos como podemos hacer lo contrario, pasar de PM a FM.

Supongamos que tenemos un modulador en frecuencia al cual le anexamos un filtro RC, y que da de la forma:



una vez más por simple inspección vemos que:

$$e_v(t) = Ri + \frac{1}{C} \int i_v(t) dt$$

si $i_v(t) = I_v \cos \omega_v t$ y $R \ll 1/j\omega_v C$ tendremos:

$$e_v(t) = \frac{1}{C} \int i_v(t) dt$$

diferenciando:

$$\frac{1}{C} i(t) = \frac{de_v(t)}{dt}$$

$$i(t) = C \frac{de_v(t)}{dt}$$

y como

$$E_v = Ri(t)$$

$$E_v = RC \frac{d}{dt} e_v(t)$$

al igual que en el caso anterior haciendo $RC = K$ y substituyendo en la ecuación fundamental de FM quedará:

$$e(t) = E_p \cos(\omega_p t + K \frac{d}{dt} e_v(t) + \theta_0)$$

la cual es en realidad una onda modulada en fase.

Con esto hemos demostrado también que es posible hacer el proceso inverso, ó sea, pasar de FM a PM.

3. CIRCUITOS MODULADORES DE FRECUENCIA

En este capítulo trataremos con los circuitos más comunes para la generación de FM. Como se ha mencionado antes, se llama FM a la señal que durante un proceso varía su frecuencia en función de una señal modulante. Para lograr esta variación de frecuencia en la señal portadora existen principalmente dos medios, uno llamado "Generación Indirecta de FM" y otro llamado "Generación Directa de FM".

Se llama FM indirecta, porque primero se integra la señal modulante y después se modula en fase, ó sea que prácticamente se tiene un modulador en fase, pero a causa de que la señal modulante ha sido integrada se obtiene FM. Se llama FM directa porque la señal modulante hace variar directamente la frecuencia de la portadora. Para esto, normalmente se usan osciladores electrónicos a los cuales se hace variar su frecuencia de oscilación en forma proporcional a la señal modulante alterando el valor de alguno de sus elementos reactivos (L ó C).

El método de generación de FM indirecta, también es llamado "Método Indirecto de Armstrong" y se muestra en la figura 3.1.

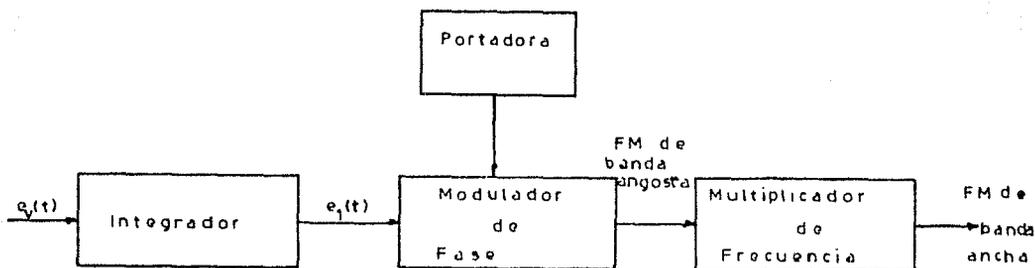


Fig. 3.1.

De la fig. 3.1 podemos comprobar cada uno de los pasos:

$$e_v(t) = \text{señal modulante}$$

A la salida del integrador $e_v(t)$ se convierte en:

$$\int e_v(t) dt$$

Una señal de fase modulada tiene la forma:

$$e(t) = E_p \cos[\omega_p t + m_p e_v(t)]$$

pero como en este caso,

$$\int e_1(t) dt = \int e_v(t) dt$$

entonces la ecuación de la señal modulada en fase queda:

$$e(t) = E_p \cos \left[\omega_p t + m_p \int e_1(t) dt \right]$$

la cual en realidad tiene la forma de onda de FM, por lo tanto la onda es de FM.

Después de este paso, debemos duplicar la frecuencia de la señal modulada para obtener FM de banda ancha y esto lo hacemos con un multiplicador, que es un dispositivo no lineal, y tendríamos

$$e_0(t) = [e(t)]^2$$

si

$$e(t) = E_p \cos \left[\omega_p t + m_p \int e_1(t) dt \right]$$

entonces

$$\begin{aligned} e_0(t) &= E_p^2 \cos^2 \left[\omega_p t + m_p \int e_1(t) dt \right] = \\ &= \frac{1}{2} E_p^2 \left\{ 1 + \cos \left[2\omega_p t + 2m_p \int e_1(t) dt \right] \right\} \end{aligned}$$

Como se ve en la última ecuación tanto la frecuencia como el índice de modulación se han duplicado y por lo cual tenemos una FM de banda ancha.

Ahora en el método directo, como ya se mencionó, tenemos que variar de alguna manera la frecuencia del oscilador, ya sea variando el valor de sus elementos ó variando algunos de los voltajes del oscilador.

Esta variación no siempre será linealmente proporcional a la señal modulante pero si estará en función de la señal modulante como se podrá apreciar en los análisis de los siguientes circuitos.

A) Oscilador Hartley.

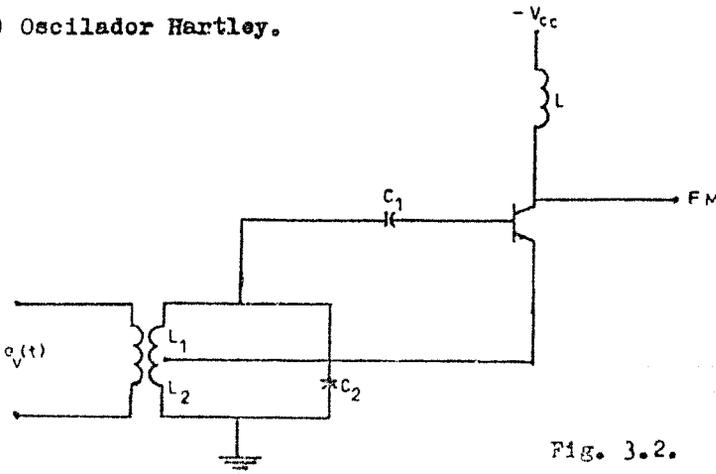


Fig. 3.2.

En el circuito de la fig. 3.2 se aprecia en forma clara que la señal modulante hará variar la reactancia inductiva, y como es te es uno de los elementos para lograr la oscilación, entonces la frecuencia del oscilador, estará variando en función de la señal modulante.

Este circuito fué construido en el laboratorio de comunicaciones y se obtuvieron los siguientes datos:

1. La bobina principal (L_1, L_2) se elaboró en forma empírica, obteniéndose una bobina de 50 espiras, con una derivación en la espira 20.
 2. El transistor utilizado es un AF117 ó AF127. Estos transistores son de alta frecuencia, y fueron seleccionados así porque nuestra frecuencia de diseño fué de 1 MHz.
 3. Una bobina (L) de polarización, para tener una corriente constante en el colector y tener un punto estable de oscilación.
 4. Un condensador C en la base del transistor; y
 5. Un condensador C_2 , el cual es fundamental en la oscilación.
- Para calcular los valores de cada elemento, tenemos como base la configuración del circuito de la fig. 3.3:

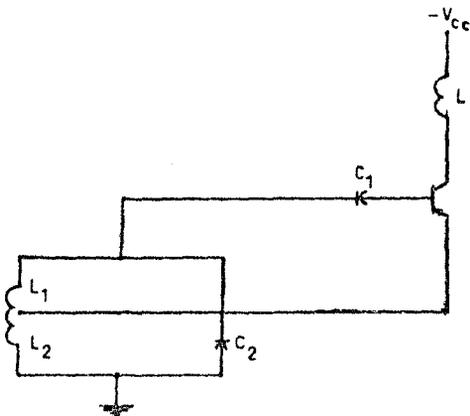


Fig. 3.3.

Del circuito sabemos que:

$$\omega_{osc} = \frac{1}{L C_2} \quad ; \text{ en donde } L = L_1 + L_2$$

y que

$$\frac{L' + L_1 - L_2}{L' - L_1 + L_2} = \frac{N_1^2}{N_2^2} \quad (1)$$

y como tenemos los siguientes datos

$$\begin{aligned} f_{osc} &= 1 \text{ MHz} \\ N_1 &= 20 \text{ vueltas} \\ N_2 &= 30 \text{ vueltas} \end{aligned}$$

y seleccionamos a C_2 igual a 510 pf de manera que:

$$L' = \frac{1}{(2 f_{osc})^2 C_2} = \frac{1}{(2 \cdot 10^6)^2 \cdot 510 \cdot 10^{-12}} = 49.66 \cdot 10^{-6} \text{ Hy}$$

ahora

$$L_2 = L' - L_1$$

y substituyendo este valor en (1), tenemos:

$$\begin{aligned} \frac{L' + L_1 - L' + L_1}{L' - L_1 + L' - L_1} &= \frac{N_1^2}{N_2^2} \\ \frac{2L_1}{2L' - 2L_1} &= \frac{L_1}{L' - L_1} = \frac{N_1^2}{N_2^2} \\ L_1 \frac{N_1^2}{N_2^2} &= L' - L_1 \end{aligned}$$

$$L' = L_1 \left(1 + \frac{N_2^2}{N_1^2}\right) = L_1 (1 + 2.25) = 3.25 L_1$$

$$L_1 = \frac{L'}{3.25} = 15.28 \cdot 10^{-6} \text{ Hy}$$

por lo tanto:

$$L_2 = L' - L_1 = 49.66(10^{-6}) - 15.28(10^{-6}) = 34.38(10^{-6})$$

quedando por último los siguientes resultados:

$N_1 = 20$ vueltas	$f_{osc} = 1$ MHz
$N_2 = 30$ vueltas	$L_1 = 15.28$ Hy
$C_2 = 510$ pF.	$L_2 = 34.38$ Hy

B) Circuito Astable

El circuito astable tratado aquí, es también conocido como multivibrador astable acoplado por emisor. En la fig. 3.4 se muestra la configuración de este circuito.

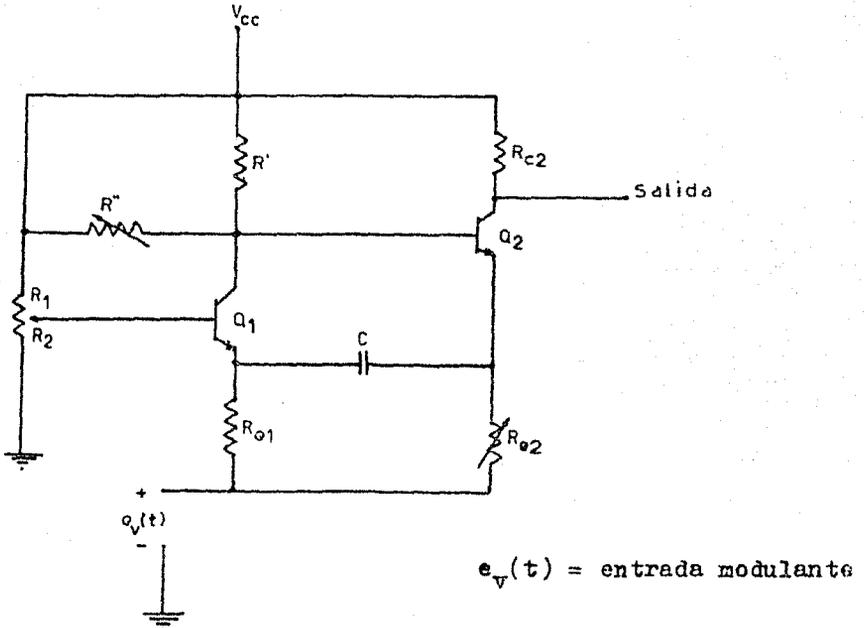


Fig. 3.4.

La frecuencia de este multivibrador se obtiene de la siguiente fórmula:

$$\frac{T}{2} = R_{e1} C \ln \frac{V_1}{V_{BB} - V_V} \quad (1)$$

donde $V_1 = V_{cc} - I_{B2} R_{e1}$ y V_V es el voltaje de arranque.

Como se ve en la ecuación (1), la frecuencia depende del voltaje V_1 que es el voltaje del emisor de Q_1 ó Q_2 a tierra y si nosotros alteramos ese voltaje por medio de $e_v(t)$, entonces variaremos la frecuencia de oscilación en función de $e_v(t)$.

Si suponemos que la fuente de alimentación V_{cc} es grande en relación a los demás potenciales de unión y de $I_{B2} R_{e1}$, entonces podemos hacer la siguiente aproximación a la frecuencia de oscilación;

$$\frac{T}{2} \approx R_{e1} C \ln \frac{V_{cc}}{V_{BB}}$$

Teniendo por último que:

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2R_{e1} C \ln V_{cc}/V_{BB}}$$

Este circuito se construyó con los siguientes valores:

$$R' = 33 \text{ K}\Omega$$

$$R'' \Rightarrow \text{pot} = 100 \text{ K}\Omega$$

$$R_1 \text{ y } R_2 \Rightarrow \text{pot} = 1 \text{ K}\Omega \quad R_1 = 100\Omega, \quad R_2 = 900\Omega$$

$$R_{e1} = 1 \text{ K}\Omega$$

$$R_{c2} = \text{pot} = 20 \text{ K}\Omega$$

$$C = 0.47 \mu\text{f.}$$

Por lo tanto la frecuencia es:

$$f = \frac{1}{2(10^3)0.47(10^{-6}) \ln \left(\frac{V_{cc}}{V_{BB}} \right)}$$

si $V_{cc}=12$ volts entonces $V_{BB}=10.8$ volts, por consiguiente:

$$f = \frac{1}{2(10^3)0.47(10^{-6}) \ln(12/10.8)} \approx 10 \text{ KHz.}$$

A este modulador, se le acopla a la salida un circuito Schmitt para mejorar la señal modulada. El circuito Schmitt utilizado se muestra en la fig. 3.5.

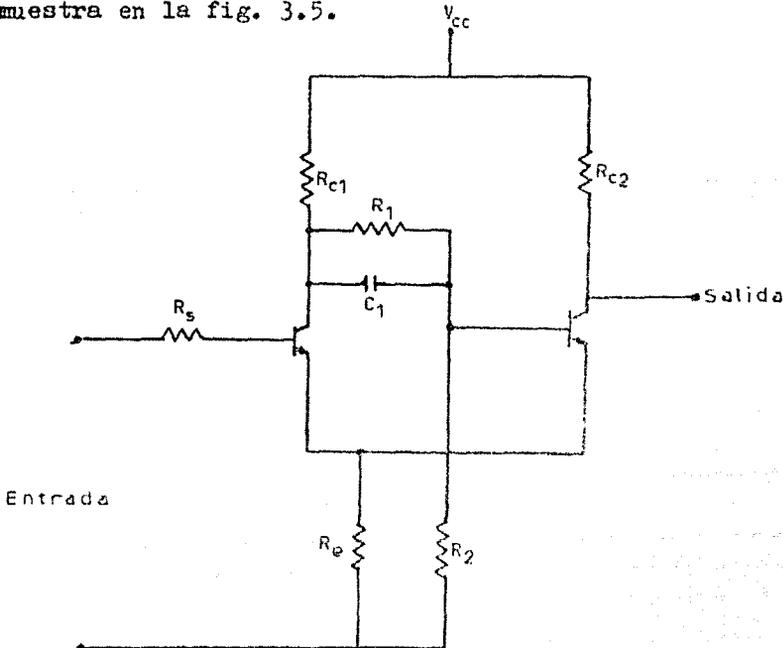


Fig. 3.5.

C) Multivibrador Acoplado por Colector

La frecuencia de un multivibrador estable acoplado por colector se puede hacer controlable por un voltaje externo. En lugar de usar resistencias R_2 y R_2' , como se muestra en la fig. 3.6, para cargar C y C' , durante los estados de corte de Q y Q' , los capacitores pueden ser cargados a través de generadores de corriente constante, formados por Q_2 y Q_2' de la fig. 3.7. Las formas de onda son en general las normales de un astable, pero las partes exponenciales de $V_B(t)$ y $V_{BE}(t)$ son reemplazadas por porciones lineales.

$$T_0 \leq t < T_1 ; V_{BE}(t) = -V_{cc} + V_{CES}' + V_{BES} + \frac{V_2 - V_1 - V_{BE2}}{R_E C} (t - T_0)$$

$$T_1 \leq t < T_2 ; V_{BE}'(t) = -V_{cc} + V_{CES} + V_{BES}' + \frac{V_2 - V_1 - V_{BE2}'}{R_E' C'} (t - T_1)$$

donde V_{BE2} y V_{BE2}' son los voltajes base-emisor de Q_2 y Q_2' respectivamente, y

$$V_{BE}(t_1) = V_{BE} \Delta$$

$$V_{BE}'(t_1) = V_{BE}' \Delta$$

De la misma manera que el multivibrador astable acoplado por colector, obtenemos:

$$T_1 - T_0 = R_E C \frac{V_{cc} + V_{BE} - V_{BES} - V_{CES}'}{V_2 - V_1 - V_{BE2}}$$

ajustando,

$$V_1 + V_{BE2} = V_1' + V_{BE2}' = V''$$

Finalmente se obtiene la frecuencia de oscilación:

$$f = \frac{1}{T_2 - T_0} = \frac{1}{K} (V_2 - V'')$$

donde:

$$K = R_E C (V_{cc} + V_{BE} - V_{BES} - V_{CES}') + R_E' C' (V_{cc} + V_{BE}' - V_{BES}' - V_{CES}')$$

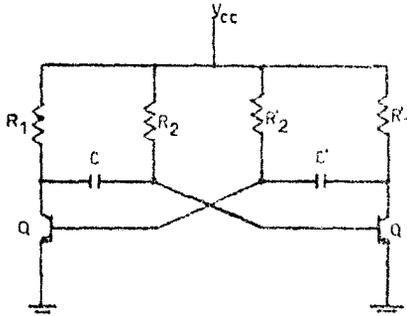


Fig. 3.6.

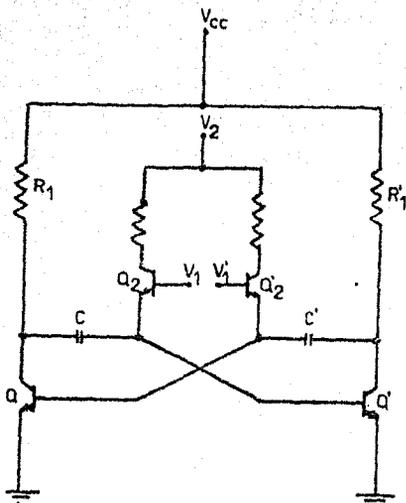


Fig. 3.7.

Se puede ver claramente de la fig. 3.7, y de la fórmula para frecuencia de oscilación que si V_1 y V_1' no son señales constantes, sino señales variantes con el tiempo, entonces se estará variando la frecuencia de oscilación en función de las señales V_1 y V_1' , la cual puede ser la señal modulante.

D) Oscilador R C.

A este tipo de oscilador se le hará un pequeño cambio para poderlo usar como modulador, la configuración modificada se muestra a continuación.

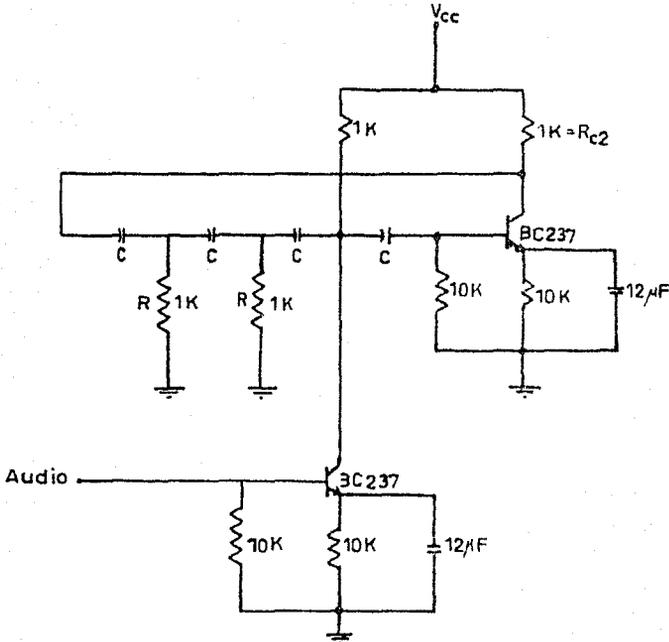


Fig. 3.8.

Cálculos:

Datos,

$$f = 10 \text{ KHz}$$

$$\beta = 180$$

Fórmulas,

$$\omega_0 = 2\pi f$$

$$\frac{R}{R_c} = \left(\frac{-23}{58} \right) + \sqrt{\left(\frac{-23}{58} \right)^2 - \frac{4}{29}}$$

$$C = \frac{1}{R\omega_0} \left(\frac{1}{\sqrt{6+4(R_c/R)^2}} \right)$$

De lo anterior tenemos:

$$\omega_0 = 2\pi f = 2(3.1416)(10(10^3)) \approx 62832 \text{ rad/seg}$$

$$\frac{R}{R_c} = \frac{180-23}{58} + \sqrt{\left(\frac{180-23}{58}\right)^2 - \frac{4}{29}}$$

por lo tanto,

$$R = 5.4 R_c ; \text{ si } R = 1 \text{ K}\Omega$$

entonces:

$$R_c = \frac{R}{5.4} = \frac{10^3}{5.4} \doteq 185 \Omega$$

y:

$$C = \frac{1}{R\omega_0} \left(\frac{1}{\sqrt{6+4(5.4)}} \right) = \frac{1}{10^3(62832)\sqrt{6+4(5.4)}} \doteq 0.003 \mu\text{F}$$

Con esto hemos encontrado los principales elementos del circuito, los valores que tienen asignados, en la fig 3.8, cada uno de los elementos del circuito son los valores con que funcionó este.

E) Oscilador Controlado por Voltaje

Por último veremos un oscilador controlado por voltaje (OCV) como modulador, este circuito se diseñó en forma experimental, basado en la práctica.

Se utilizaron, en la configuración de la fig. 3.9, los siguientes elementos:

- 4 transistores de silicio PNP (EM 4250)
- 1 potenciómetro de $20\text{ K}\Omega$
- 2 condensadores de $0.068\ \mu\text{F}$
- 4 resistencias de $1\text{ K}\Omega$
- 2 resistencias de $100\text{ K}\Omega$

A continuación se dibuja el circuito OCV.

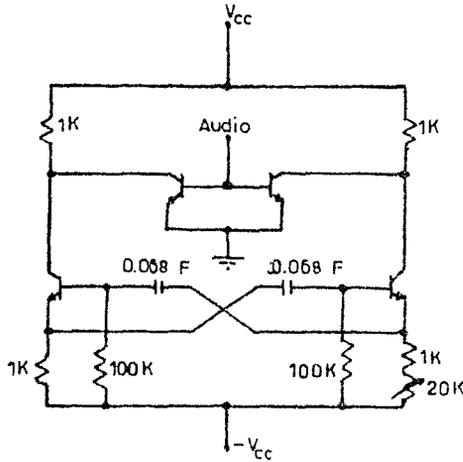


Fig. 3.9.

Con esto terminamos el capítulo de circuitos moduladores de FM, y en el capítulo 6 se desarrolla el diseño completo de un modulador de FM.

4. DISTORSION EN F.M.

RUIDO

En todo sistema de comunicación encontraremos ruido, el cual lo podemos definir como:

" Interferencia cuya energía esta distribuida sobre una amplia gama de frecuencias y que se escucha junto con la señal recibida."

Comenzaremos este tema hablando de una filtración lineal.

Los filtros estan usualmente descritos en términos de su característica en el dominio de la frecuencia, lo cual nos lleva a pensar que determinar la influencia de estos filtros sobre el ruido será conveniente tener una caracterización en el dominio de la frecuencia. En base a esta caracterización podemos definir una "densidad de potencia espectral" de una onda de ruido que tiene características similares a la densidad de potencia espectral de una onda determinística.

Si seleccionamos una función de prueba particular de ruido, con intervalos de duración T , es decir de $t = -T/2$ a $t = T/2$.

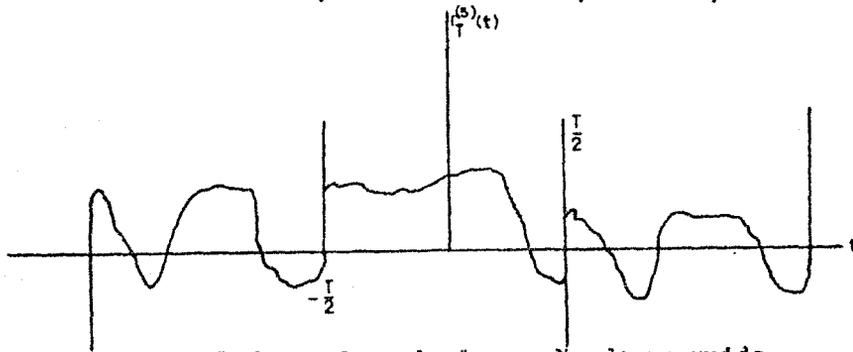


Fig. 4.1. Forma de onda de prueba de un ruido.

Si generamos una forma de onda periódica, la cual, en el intervalo seleccionado, es repetida cada T segundos, esta forma de onda periódica, $r_T^{(s)}(t)$ puede ser expandida en una serie de Fourier, la cual representará adecuadamente a $r_T^{(s)}(t)$, donde

- r = ruido
- s = prueba
- T = periodo
- t = tiempo,

en el intervalo $-T/2$ a $T/2$.

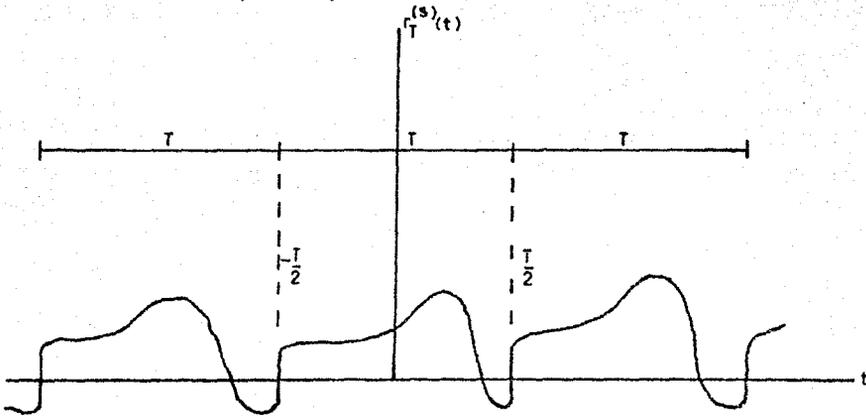


Fig. 4.2. Forma de onda periódica, es generada repitiendo la señal de la fig. 4.1 en el intervalo $-T/2$ a $T/2$.

La expresión de la frecuencia fundamental es:

$$\Delta f = \frac{1}{T}$$

Si tenemos componentes de C.D,

$$r_T^{(s)}(t) = (a_k \cos 2\pi k \Delta f t + b_k \text{ sen } 2\pi k \Delta f t)$$

$$r_T^{(s)}(t) = c_k \cos (2\pi k \Delta f t + \theta_k)$$

donde a_k, b_k y c_k son constantes, y θ_k es el ángulo de fase,

$$c_k^2 = a_k^2 + b_k^2 \quad ; \quad \theta_k = \text{tg}^{-1} \frac{b_k}{a_k}$$

En la fig. 4.3 observamos el espectro de potencia de la forma de onda $r_T^{(s)}$ con su expansión. Su potencia asociada a cada término espectral es:

$$\frac{c_k^2}{2} = (a_k^2 + b_k^2) / 2$$

y cada línea de la potencia espectral es de peso:

$$\frac{c_k^2}{\lambda}$$

la cual se localiza en el centro de cada intervalo.

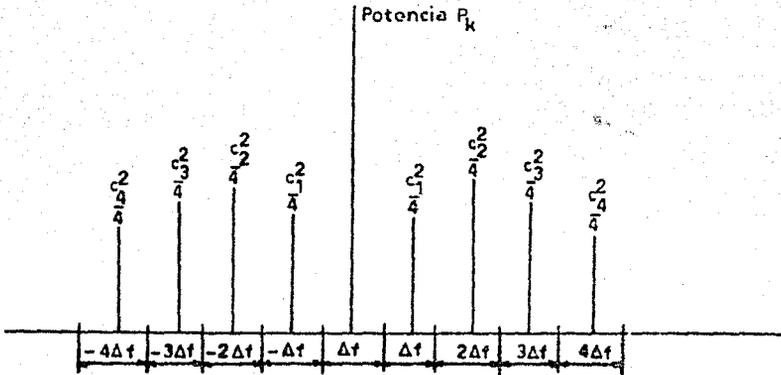


Fig. 4.3. Espectro de potencia de la forma de onda de $r_T^{(s)}(t)$.

Ahora definimos la densidad de potencia espectral a la frecuencia $k\Delta f$ como la cantidad:

$$g_r(k\Delta f) = g_r(-k\Delta f) = \frac{c_k^2}{4\Delta f} = \frac{a_k^2 + b_k^2}{4\Delta f}$$

la potencia total P_k asociada con el intervalo de frecuencia Δf a la frecuencia $k\Delta f$ es:

$$P_k = 2g_r(k\Delta f)\Delta f$$

La mitad de potencia $P_k/2 = g_r(k\Delta f)\Delta f$ esta asociada a la línea espectral a la frecuencia $k\Delta f$ y la otra mitad con una línea a la frecuencia $-k\Delta f$, por lo tanto,

$$g_r(k\Delta f) = g_r(-k\Delta f)$$

es igual a la potencia en el intervalo positivo ó negativo dividido por el tamaño del intervalo, de lo cual deducimos que:

$$g_r(k\Delta f)$$

es la densidad de potencia media espectral en cada intervalo.

Como dato ilustrativo, diremos que el ruido térmico tiene una densidad de potencia espectral, que es casi uniforme, arriba de las frecuencias de 10^{13} KHz. El ruido de disparo tiene una densidad de potencia espectral que es razonablemente constante arriba de las frecuencias que son del orden del recíproco del tiempo de tránsito de las cargas portadoras a través de la unión. Otras fuentes de ruido similares, tienen un rango espectral muy ancho.

Estos son ejemplos clásicos, pero para nuestro estudio habla

remos del efecto del ruido en los sistemas de comunicaciones, al cual se le conoce como ruido blanco.

Ruido blanco es el ruido cuya densidad de potencia espectral es uniforme, sobre todo el rango de frecuencias de interés. Este término se usa como analogía con la luz blanca, la cual es una superposición de todos los componentes espectrales visibles.

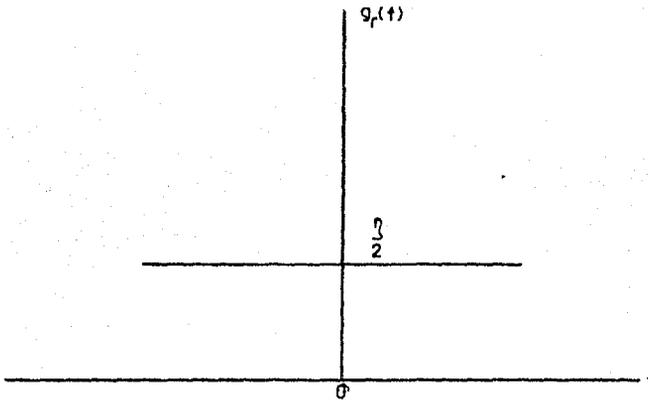


Fig. 4.4. Densidad de potencia espectral de ruido blanco.

En la fig. 4.4 se muestra el espectro completo incluyendo frecuencias positivas y negativas.

$$G_r(f) = \frac{h}{2} ; h = \text{constante}$$

Para minimizar la potencia de ruido que es presentada al demodular, introducimos un filtro, antes del demodulador. Ver fig. 4.5.

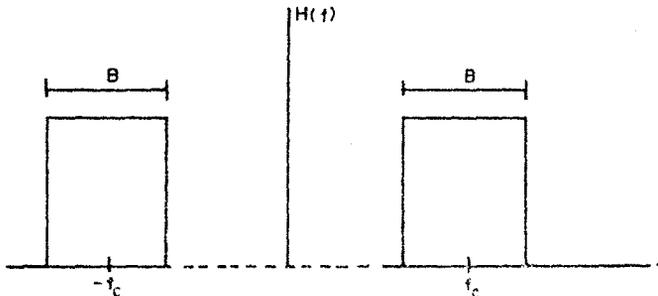


Fig. 4.5.

El ancho de banda B del filtro es hecho tan angosto como sea posible, para evitar en la transmisión cualquier ruido innecesario al demodular.

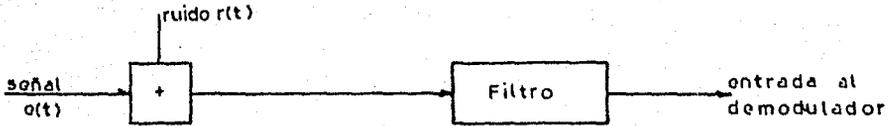


Fig. 4.5.1. Filtro colocado antes del demodulador para limitar la potencia de entrada del ruido al demodulador.

A continuación analizaremos algunos tipos de filtros:

Filtro RC Paso Bajas

Un filtro RC paso bajas con una frecuencia a 3 db tiene una función de transferencia:

$$H(f) = \frac{1}{1 + jf/f_c}$$

si la entrada del ruido a este filtro tiene una densidad de potencia espectral $\mathcal{E}_{r_1}(f)$ y la densidad de potencia espectral del ruido de salida es $\mathcal{E}_{r_0}(f)$ tendremos:

$$\mathcal{E}_{r_0}(f) = \mathcal{E}_{r_1}(f) |H(f)|^2$$

si el ruido blanco para toda la frecuencia es $\eta/2$ tendremos:

$$\mathcal{E}_{r_0}(f) = \frac{\eta}{2} \frac{1}{1 + (f/f_c)^2}$$

la potencia del ruido R_0 a la salida del filtro es:

$$R_0 = \int_{-\infty}^{\infty} \mathcal{E}_{r_0}(f) df = \frac{\eta}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{df}{1 + (f/f_c)^2}$$

si $x = f/f_c$ y $\pi = \int_{-\infty}^{\infty} dx/(1+x^2)$ entonces:

$$R_0 = \frac{\eta}{2} \pi f_c$$

Filtro Rectangular Paso Bajas

Su función de transferencia es;

$$H(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq B \\ 0 & \text{cualquier otra} \end{cases}$$

Si el ruido de entrada al filtro es blanco, la densidad de potencia espectral de salida es:

$$\mathcal{E}_{r_0}(f) = \begin{cases} \eta/2 & -B \leq f \leq B \\ 0 & \text{cualquier otra} \end{cases}$$

la potencia de ruido de salida es:

$$R_o = \eta B$$

Filtro Rectangular Paso Banda

El ancho de banda de su filtro paso banda es $f_2 - f_1$; por lo tanto es el ruido blanco de entrada, y la potencia de salida del ruido será:

$$R_o = 2 \frac{\eta}{2} (f_2 - f_1) = \eta (f_2 - f_1)$$

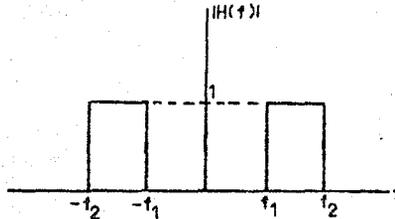


Fig. 4.6. Característica de un filtro paso banda rectangular.

Filtro Diferenciador (Paso Alta)

Su función de transferencia es:

$$H(f) = j2\pi\epsilon f$$

Este filtro consta de una malla que produce a la salida una forma de onda de la entrada.

Ahora si el ruido blanco es:

$$g_{r1}(f) = \eta/2$$

y es pasado a través de este filtro la densidad de potencia espectral a la salida es:

$$g_{r0}(f) = H(f) g_{r1}(f) = 4\pi^2 \epsilon^2 f^2 \frac{\eta}{2}$$

ϵ es factor constante de proporcional.

Si el diferenciador es seguido por un filtro rectangular paso bajas con ancho de banda B, la potencia de ruido a la salida del filtro es:

$$R_o = \int_{-B}^B 4\pi^2 \epsilon^2 f^2 \frac{\eta}{2} df = \frac{4\pi^2}{3} \eta \epsilon^3 B^3$$

Integrador (Paso Bajas)

Una malla que desempeña la operación de integración tiene una función de transferencia:

$$\frac{1}{j\omega T}$$

un retardo de valor del intervalo T es representado por un factor,

$$e^{-j\omega T}$$

por lo tanto su función de transferencia es:

$$H(f) = \frac{1}{j\omega\bar{\epsilon}} - \frac{e^{-j\omega T}}{j\omega\bar{\epsilon}} = \frac{1 - e^{-j\omega T}}{j\omega\bar{\epsilon}}$$

donde $\bar{\epsilon}$ es una constante.

Si $\omega = 2\pi f$ entonces:

$$|H(f)|^2 = \left| \frac{T}{\bar{\epsilon}} \right|^2 \left(\frac{\text{sen } \pi T f}{\pi T f} \right)^2$$

y la potencia de salida de este filtro será:

$$\begin{aligned} R_o &= \int_{-\infty}^{\infty} |H(f)|^2 df = \frac{\eta}{2} \left(\frac{T}{\bar{\epsilon}} \right)^2 \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\text{sen } \pi T f}{\pi T f} \right)^2 df = \\ &= \frac{\eta T}{2\pi\bar{\epsilon}^2} \int_{-\infty}^{\infty} \left(\frac{\text{sen } x}{x} \right)^2 dx \end{aligned}$$

la integral tiene un valor de π , así que:

$$R_o = \frac{\eta T}{2\bar{\epsilon}^2}$$

Un aspecto importante de considerarse es el ancho de banda de un ruido, para poder explicar esto, diremos que si un ruido blanco esta presente a la entrada de un receptor y que un filtro $H(f)$ centrado a f_o (ver fig. 4.7.), el ancho de banda B_R es llamado "ancho de banda de ruido", el cual es el ancho de banda de un filtro idealizado (rectangular) que pasa la misma potencia de ruido como lo hace el filtro real.

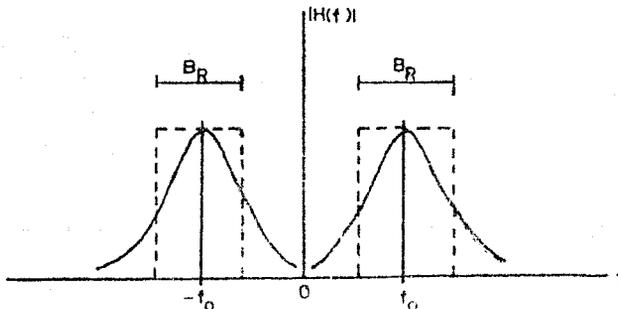


Fig. 4.7. Ilustración del ancho de banda de ruido de un filtro.

En la fig. 4.7 se ilustra el concepto de ancho de banda de

ruido, considerando el caso de un filtro RC paso bajas, con función de transferencia:

$$H(f) = \frac{1}{1 + jf/f_c}$$

este filtro logra su valor máximo en;

$$H(f) = 1 \quad \text{a} \quad f = 0$$

es decir,

$$R_o = \frac{\pi}{2} \eta f_c$$

con entrada de ruido blanco de densidad de potencia espectral:

$$\eta/2$$

el ruido de salida del filtro es:

$$R_o(RC) = \frac{\pi}{2} \eta f_c$$

En la presencia de tal ruido un filtro rectangular paso bajas con $H(f) = 1$ sobre la banda de paso B_R dará una potencia de ruido de salida igual a;

$$R_o(\text{rectangular}) = \frac{\eta}{2} 2B_R = \eta B_R$$

y haciendo que,

$$R_o(RC) = R_o(\text{rectangular})$$

Entonces el ancho de banda de ruido es:

$$B_R = \frac{\pi}{2} f_c$$

de este modo, el ancho de banda de ruido del filtro RC es $\pi/2$ (= 1.57) veces su ancho de banda f_c a 3db.

Ahora bien, entraremos más en materia, para hablar sobre el ruido auditivo en los sistemas de FM se demostrará que podemos mejorar la relación de la potencia de la señal de salida a ruido, sacrificando el ancho de banda.

Para recobrar una señal de FM es necesario utilizar un dispositivo llamado Limitador - Discriminador.

Para entender más ampliamente lo que es ó en que consiste un limitador - discriminador explicaremos cada uno por separado.

En la fig. 4.8 se muestra uno de estos sistemas, señalando las principales partes de que se compone este.

Limitador

En un sistema de FM, la señal de banda base, varía solamente la frecuencia de la portadora, por lo tanto cualquier variación de amplitud de la portadora se deberá al ruido, así es que el limitador es usado para suprimir toda variación de ruido.

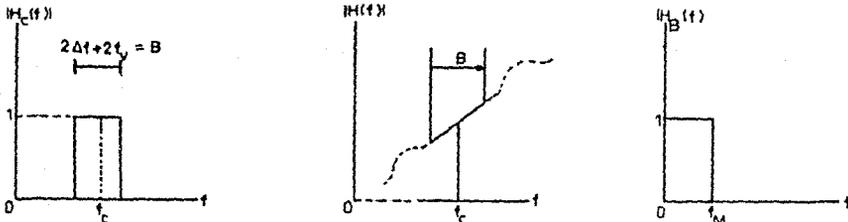
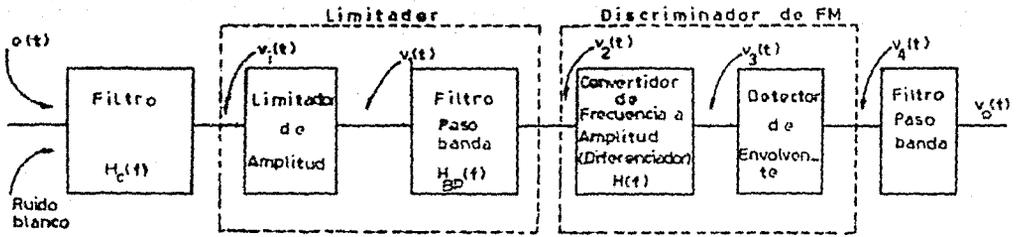


Fig. 4.8. Limitador Discriminador usado para demodular una señal de FM.

El limitador es un circuito que fué construido para que el voltaje de salida v_1 este relacionado al voltaje de entrada v_1 de la manera mostrada en la fig. 4.9.a. La salida sigue a la entrada en un rango limitado.

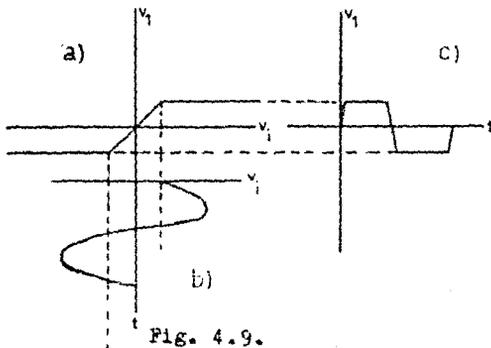


Fig. 4.9.

- a) Característica en trada-salida de un limitador.
- b) Un ciclo de la portadora de entrada.
- c) La forma de onda de salida.

En la operación del limitador la amplitud de la portadora es muy grande en comparación con el rango limitado del limitador. Como consecuencia, la forma de onda de salida es una onda cuadrada, por lo cual la salida tiene una forma de onda independiente de los modestos cambios en la amplitud de la portadora. El filtro paso banda que sigue al limitador, selecciona la componente de la frecuencia fundamental de la onda cuadrada, por lo cual la salida del filtro es otra vez senoidal y tiene una amplitud que es casi totalmente independiente de la amplitud de la portadora de entrada, pero esta tiene la misma frecuencia instantánea de la portadora de entrada.

En un circuito el limitador y el filtro forman una unidad integral de tal forma que no existe un punto de separación entre el limitador y el filtro .

Discriminador

El discriminador consta de una malla que sobre el rango de excursión de la frecuencia instantánea, da una característica de transferencia $H(f)$ tal que $|H(f)|$ varía linealmente con la frecuencia.

Cuando una señal de FM de amplitud constante pasa a través de esta malla, aparecerá a la salida con una variación de amplitud, acompañada de una envolvente, que no es más que un ruido mezclado (multiplicado) con una forma de onda senoidal determinística. Esta envolvente varía con el tiempo precisamente como lo hace la frecuencia instantánea de la portadora. La señal de banda base es ahora recobrada pasando esta forma de onda modulada en amplitud a través de un demodulador de envolvente, tal como un diodo detector.

La entrada al detector de envolvente es frecuencia modulada así como amplitud modulada, el detector no responde a la modulación en frecuencia.

Ahora bien, una vez presentados el limitador y el discriminador, haremos una breve presentación matemática de la operación del limitador-discriminador.

El convertidor frecuencia-amplitud necesario para obtener la demodulación de frecuencia necesita tener una $|H(f)|$ que varíe linealmente con w en un rango limitado y su pendiente pue-

de ser positiva ó negativa.

Esto se logra haciendo que la fase $H(j\omega)$ varíe proporcionalmente a la frecuencia:

$$H(j\omega) = j\omega$$

ya que una multiplicación por $j\omega$ en el dominio de la frecuencia equivale a una derivada en el dominio del tiempo, por lo tanto de la fig. 4.8. tenemos:

$$v_3(t) = \mathcal{Z} \frac{dv_2(t)}{dt}$$

Ejemplo:

si $v_2(t) = \cos \omega t$ entonces;

$$v_3(t) = \mathcal{Z} \omega \operatorname{sen} \omega t$$

Ahora si el voltaje $v_2(t)$, aplicado al convertidor es:

$$v_2(t) = E_L \cos \theta$$

donde E_L es la amplitud limitada de la portadora, y $\theta = \omega_p t + \phi(t)$ es la fase instantánea, entonces:

$$v_3(t) = -\mathcal{Z} E_L \left[\omega_p + \frac{d}{dt} \phi(t) \right] \operatorname{sen} [\omega_p t + \phi(t)]$$

y la salida del detector de envolvente, si $\alpha = \mathcal{Z} E_L$, es:

$$v_4(t) = \mathcal{Z} E_L \left[\omega_p + \frac{d}{dt} \phi(t) \right] = \alpha \omega_p + \alpha \frac{d}{dt} \phi(t)$$

la cual es proporcional a la frecuencia de la señal de FM.

Cálculo de la potencia del ruido y de la señal.

Si la señal de entrada al filtro FI de la portadora de la fig. 4.8 es:

$$e(t) = E \cos \left[\omega_p t + K \int_{-\infty}^t e_v(t) dt \right]$$

donde $e_v(t)$ es la onda de la frecuencia modulante.

Cuando la señal $e(t)$ llega a la salida del limitador mostrado en la fig. 4.8 la señal $v_2(t)$ es:

$$v_2(t) = E_L \cos \left[\omega_p t + K \int_{-\infty}^t e_v(t) dt \right]$$

y usando el resultado de $v_4(t)$ y haciendo que $\phi(t) = K \int_{-\infty}^t e_v(t) dt$ encontramos que la salida del discriminador es:

$$v_4(t) = \alpha \omega_p + \alpha K e_v(t)$$

El último filtro, paso-banda de la fig. 4.8 rechaza la componente de c.d y la señal aparece sin distorsión.

De este modo, la señal de salida es:

$$v_0(t) = \alpha K e_v(t)$$

y la potencia de la señal de salida será:

$$P_o = \alpha^2 K^2 e_v^2(t)$$

Después de este análisis, será interesante hacer el cálculo de la potencia del ruido de salida. Comenzamos por calcular el ruido a la salida del discriminador de FM el cual se debe a la presencia de ruido blanco a la entrada del sistema y tiene una densidad de potencia espectral de $\eta/2$.

Partimos de que la portadora y el ruido a la entrada del limitador son:

$$v_1(t) = E \cos w_p t + r_c(t) \cos w_p t - r_s(t) \text{ sen } w_p t \\ = [E + r_c(t)] \cos w_p t - r_s(t) \text{ sen } w_p t$$

Para mejor comprensión de esta ecuación observemos el siguiente diagrama fasorial:

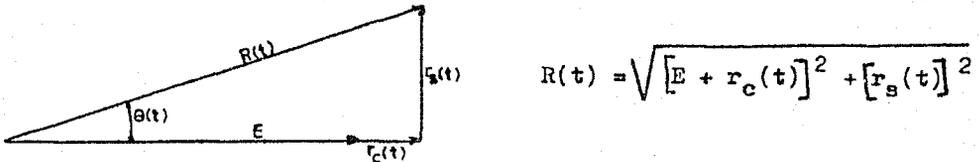


Fig. 4.10. Diagrama fasorial de los términos de la ecuación que representa a $v_1(t)$.

La fase $\theta(t)$ es:

$$\theta(t) = \text{tg}^{-1} \frac{r_s(t)}{E + r_c(t)}$$

de este modo la señal y ruido forman a $v_1(t)$ que puede estar representada por:

$$v_1(t) = R(t) \cos[w_p t + \theta(t)]$$

La salida del filtro limitador paso-banda es, por lo tanto:

$$v_2(t) = E_L \cos[w_p t + \theta(t)]$$

donde E_L es determinado por el limitador y es constante.

Si suponemos que operamos bajo la condición de alta entrada entonces la potencia del ruido es mucho más pequeña que la potencia de la portadora, con lo cual suponemos, la mayoría de las veces, que:

$$|r_c(t)| \ll E \qquad |r_s(t)| \ll E$$

con esta suposición tenemos que:

$$\text{tg } \theta \approx \theta, \text{ para } \theta \text{ pequeña}$$

y por esto:

$$\theta(t) = \frac{r_B(t)}{E}$$

de este modo:

$$v_2(t) = E_L \cos \left[\omega_p t + \frac{r_B(t)}{E} \right]$$

entonces:

$$v_4(t) = \alpha \left[\omega_p + \frac{1}{E} \frac{d}{dt} r_B(t) \right]$$

Si sacamos el término de c.d., el ruido $r_4(t)$ a la entrada del filtro de banda base es:

$$r_4(t) = \frac{\alpha}{4} \frac{d}{dt} r_B(t)$$

La densidad espectral de $r_B(t)$ es η en el rango de frecuencia $|f| \leq B/2$. Si hacemos pasar $r_B(t)$ a través de una malla $H(j\omega) = j\omega$ (ver fig. 4.11.). La función sobre $r_B(t)$ es equivalente a pasar $r_B(t)$ a través de la malla con;

$$H(j\omega) = j\omega/E$$

entonces,

$$|H(j\omega)|^2 = \alpha^2 \omega^2 / E^2$$

por lo tanto la densidad espectral de $r_4(t)$ es $\epsilon_{r_4}(f)$ y esta dada por:

$$\epsilon_{r_4}(f) = \frac{\alpha^2 \omega^2}{E^2} \eta \quad ; \quad |f| \leq \frac{B}{2}$$

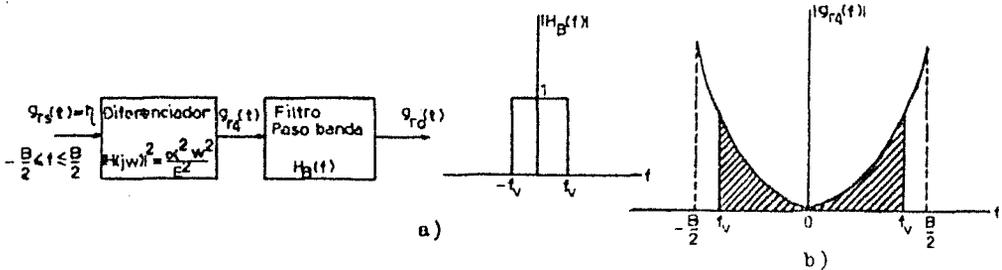


Fig. 4.11. a) Operaciones desempeñadas por el discriminador y el filtro a la salida del limitador.

b) Variación con la frecuencia de la densidad de potencia espectral a la salida del demodulador de FM.

Puesto que el filtro de banda base solo deja pasar frecuencias arriba de f_v , solamente el área achurada, en la fig. 4.11, contribuye a la potencia de ruido de salida.

Por lo tanto, la potencia de ruido de salida R_o es:

$$R_o = \int_{f_v}^{f_v} S_{R4}(f) df = \frac{\alpha^2 \eta}{E^2} \int_{f_v}^{f_v} 4\pi^2 f^2 df = \frac{8\pi^2}{3} \frac{\alpha^2 \eta}{E^2} f_v^3$$

Ahora, la relación señal-ruido (RCR) de salida puede ser calculada como;

$$\frac{P_o}{R_o} = \frac{\alpha^2 K^2 e_v^2(t)}{(8\pi^2/3)(\alpha^2 \eta/E^2) f_v^3} = \frac{3}{4\pi^2} \frac{K^2 e_v^2(t)}{f_v^2} \frac{E^2/2}{\eta f_v}$$

Si consideramos que la señal modulante $e_v(t)$ es senoidal y produce una desviación de frecuencia Δf , entonces la señal de entrada $e(t)$ es:

$$e(t) = E \cos(\omega_p t + \frac{\Delta f_p}{f_v} \text{sen } 2\pi f_v t)$$

donde f_v es la frecuencia modulante.

Comparando la expresión de $e(t)$ anterior con:

$$e(t) = E \cos[\omega_p t + K \int_{-\infty}^t e_v(t) dt]$$

tenemos que, después de diferenciar el argumento,

$$K e_v(t) = 2\pi \Delta f_p \cos 2\pi f_v t$$

así que,

$$K^2 e_v^2(t) = 4\pi^2 (\Delta f_p)^2 / 2 = 2\pi^2 (\Delta f_p)^2$$

por lo tanto,

$$\frac{P_o}{R_o} = \frac{3}{2} \left(\frac{\Delta f_p}{f_v}\right)^2 \frac{E^2/2}{\eta f_v} = \frac{3}{2} m_f^2 \frac{P_1}{R_1}$$

donde:

$$m_f = \Delta f_p / f_v = \text{índice de modulación}$$

$$P_1 = E^2/2 = \text{potencia de la señal de entrada}$$

$$R_1 = \eta f_v = \text{potencia de ruido a la entrada}$$

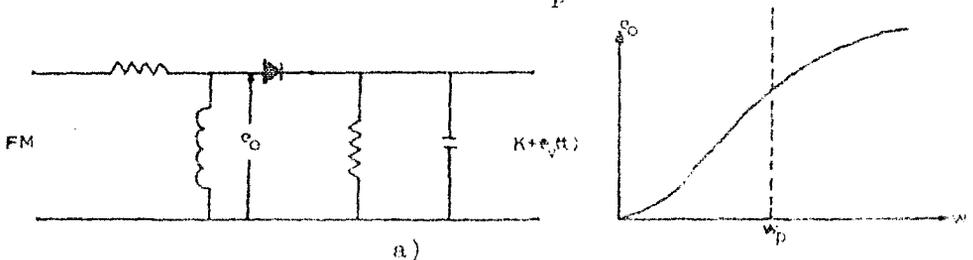
5. CIRCUITOS DEMODULADORES DE FRECUENCIA

Demoduladores de FM

Para la demodulación de una señal de FM es necesario utilizar diferentes tipos de circuitos, como pueden ser, detectores limitadores, filtros, osciladores, amplificadores, etc. En este capítulo veremos principalmente los circuitos demoduladores. Empezamos, pues, con los detectores, los cuales son dispositivos sensibles a la frecuencia y se les llama "Discriminadores". En general un discriminador es un elemento cuya ganancia varía con la frecuencia recibida.

Estos detectores constan principalmente de dos secciones: La primera convierte la amplitud constante de la señal recibida en una señal cuya amplitud varía con la frecuencia, ó sea, que la señal de FM es convertida en una de AM. La segunda sección es entonces, una sección de detección y demodulación de la AM recientemente creada.

En la fig. 5.1 se han dibujado algunos tipos de discriminadores de frecuencia, así como sus gráficas características. En el circuito de la fig. 5.1a, la combinación RL es la que convierte la señal de FM en una de AM, la cual es detectada por el diodo y la última combinación RC es la que integra la envolvente. El circuito de la fig. 5.1b es llamado discriminador sintonizado, pues to que este circuito se ha sintonizado ligeramente fuera de ω_p para obtener una parte lineal y así lograr la variación lineal deseada entre la frecuencia y el voltaje. En este circuito se tiene una mayor sensibilidad, que en el de la fig. 5.1a, pero su característica no es muy lineal con respecto a la frecuencia. Al igual que el circuito anterior, se llevan a cabo los mismos pasos de detección. El último circuito de esta figura es el llamado discriminador balanceado, el cual tiene una alta sensibilidad y una buena linealidad. En esta configuración se tienen dos circuitos sintonizados, uno arriba y otro abajo de ω_p (frecuencia portadora).



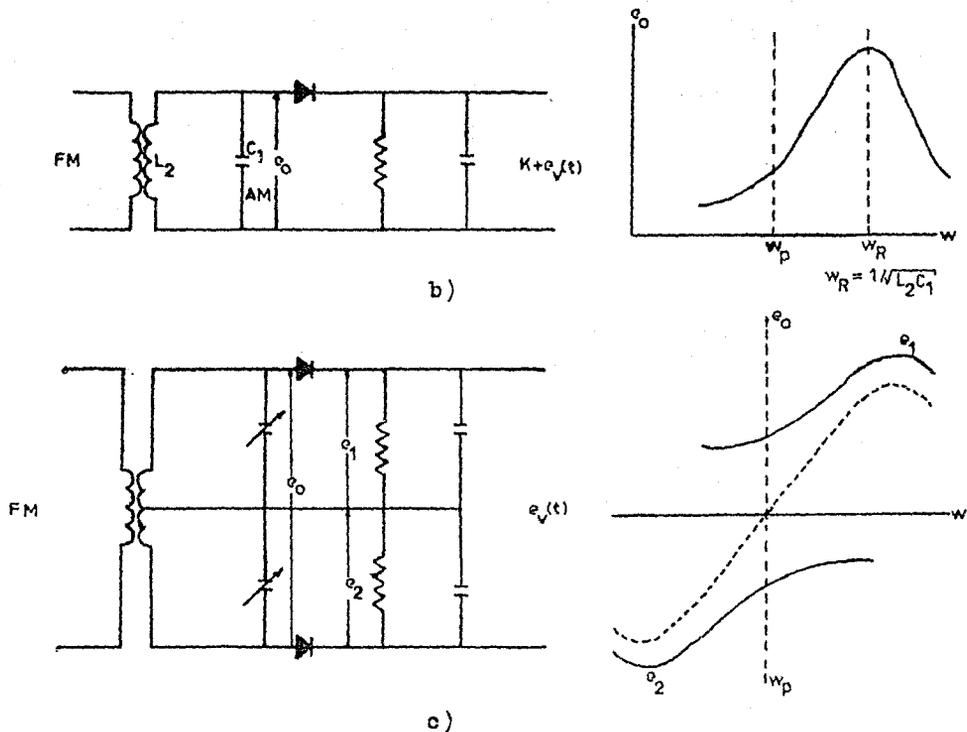


Fig. 5.1. Tipos de discriminadores. a) Discriminador RL; b) Discriminador sintonizado; y c) Discriminador balanceado.

Otro tipo de discriminador es el llamado "Discriminador Foster Seely", fig. 5.2, el cual mejora bastante la linealidad. El funcionamiento de este discriminador se basa en el comportamiento de un transformador con carga capacitiva.

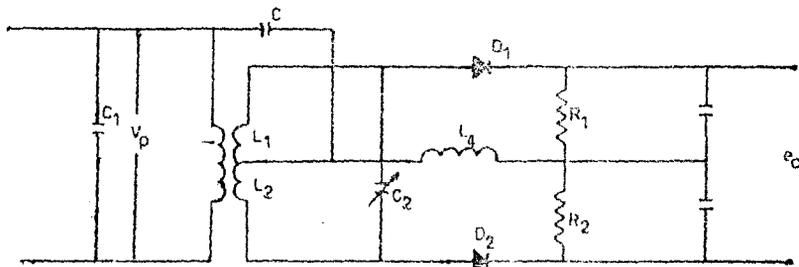


Fig. 5.2. Discriminador Foster Seely.

En la fig. 5.3 hemos dibujado un transformador con carga capacitiva para darnos cuenta como es su funcionamiento en resonancia, arriba y abajo de ella.

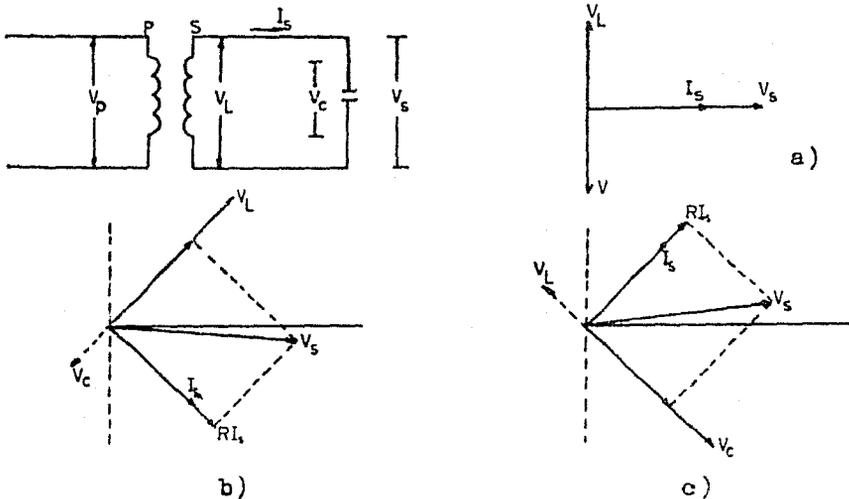


Fig. 5.3. a) Cuando se esta en resonancia. b) Arriba de resonancia. c) Abajo de resonancia.

El diagrama fasorial de la fig. 5.3.a) nos indica que las reactancias a esa frecuencia se anulan entre si, es decir, en resonancia se tiene siempre una carga resistiva y por lo tanto no habrá un defasamiento entre la corriente y el voltaje. En la fig. 5.3.b) nos muestra que el circuito esta por arriba de resonancia porque la reactancia de la bobina es más grande que la reactancia capacitiva predominando, por lo tanto, la reactancia inductiva, teniendo, de este modo, que la corriente atrasa al voltaje, y el voltaje en la bobina adelanta a la corriente, y el voltaje del capacitor atrasa a la corriente. Por último la fig. 5.3.c) muestra el caso contrario, en donde predomina la reactancia capacitiva y por lo tanto la corriente adelanta al voltaje.

Ahora si conectáramos al secundario, como lo muestra la fig. 5.4, con derivación central, y las corrientes como las mostradas en la fig., veremos que los voltajes en las resistencias, con respecto a la derivación central estan defasados 180 grados y por lo tanto en resonancia la suma de estos voltajes será cero.

Esta fig. es el circuito básico del discriminador Foster Seeley.

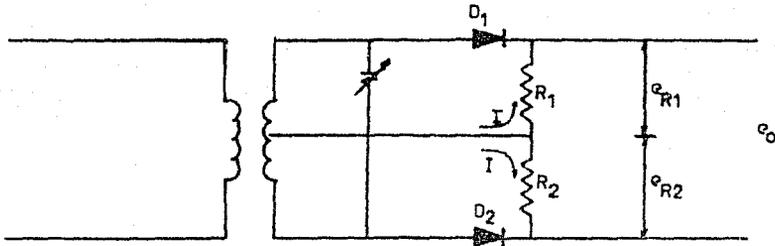


Fig. 5.4.

El circuito completo del discriminador Foster Seeley se ha mostrado ya anteriormente, fig. 5.2, y refiriendonos a ese circuito, daremos una pequeña explicación. Como se ve en la fig. 5.2, al igual que en el circuito de la fig. 5.4, cuando este circuito es ta sintonizado a la frecuencia de resonancia, los voltajes en R_1 y R_2 , son iguales y de fase opuesta, teniendose por lo tanto una salida nula ($e = 0$). Además, debemos notar que en el discriminador Foster Seeley se ha colocado una bobina L_4 en la derivación cen tral y que esta esencialmente en paralelo con L_1 , por esto el voltaje existente en L_4 puede ser empleado como un voltaje de re ferencia. El diagrama fasorial de este discriminador se muestra en la fig. 5.5, en donde la gráfica de la fig. 5.5.a) es lo que equivale al comportamiento del circuito arriba de la frecuencia de resonancia, y como ya se había visto, arriba de resonancia la reactancia que predomina es la inductiva y por lo tanto la co rriente se atrasa.

Si ponemos atención en como el diodo D_1 y la resistencia de carga R_1 estan a traves de e_{L1} y e_{L2} la corriente que circula a traves de este circuito es proporcional a la resultante de estos dos voltajes, llamada e_{R1} . De la misma manera, tendremos para el diodo D_2 y la resistencia R_2 que la corriente será proporcional a la resultante entre e_{L2} y e_{L4} , llamada e_{R2} . Por último, la salida será igual a la diferencia de voltajes de e_{R1} y e_{R2} . Como en este caso resulta que e_{R1} es mayor que e_{R2} la salida será positiva.

Ahora conforme la frecuencia va bajando la relación entre las reactancias, capacitiva e inductiva, cambiará y cuando se llega a estar abajo de la frecuencia resonante la reactancia capacitiva será la predominante y la corriente estará adelantada con respecto a e_{L4} y la salida será en este caso negativa (fig. 5.5.b). De este modo se notará que se ha transformado una señal de frecuencia variable a una de amplitud variable.

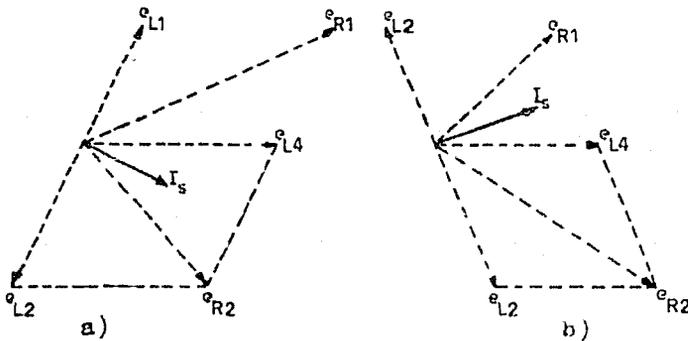


Fig. 5.5.

Los sistemas de demodulación vistos antes, por supuesto no son únicos, así que consideremos cuatro tipos más, los cuales utilizan diferentes medios ó técnicas para lograr la demodulación, siendo estas:

1. El circuito llamado "Lazo de Fase Cerrada".
2. Demodulador de FM usando Realimentación.
3. Demodulador por Tiempo Promedio.
4. Demodulador por la medida del promedio.

El primer demodulador a analizar es el "Lazo de Fase Cerrada". El diagrama de bloques que lo representa se muestra a continuación:

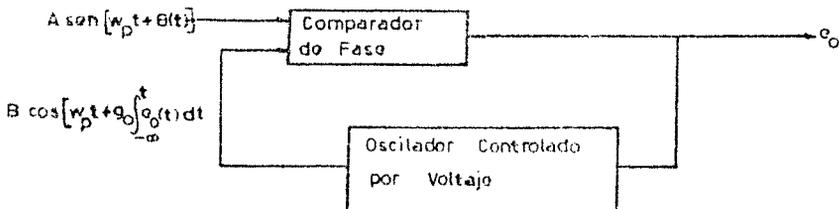


Fig. 5.6.

En este diagrama se ve claramente como se conectan los dos elementos necesarios para formar el lazo de fase cerrada. Este modulador es también llamado lazo de primer orden por las razones que a continuación tratamos.

Discutiremos cualitativamente como el LFC (lazo de fase cerrada) puede ser usado para recobrar la señal modulante desde una portadora modulada en frecuencia. La fig. 5.6 muestra una portadora modulada en frecuencia, $E_p \sin [w_p t + \theta(t)]$ aplicada a una entrada del comparador de fase. La frecuencia portadora es $w_p/2\pi$, y si la señal modulante es $e_v(t)$, entonces $\theta(t) = K \int e_v(t) dt$, con K constante. Supongamos que inicialmente $\theta(t) = 0$, y que hemos ajustado el OCV de manera que cuando su voltaje de entrada $e_v = 0$ su frecuencia sea precisamente, $w_p/2\pi$, la frecuencia portadora. Ajustemos además la salida del OCV para que tenga 90 grados de cambio de fase con relación a la portadora. Este cambio de fase es requerido para que la salida del comparador sea cero, $e_o(t) = 0$. Entonces la situación que hemos establecido es realmente un estado de equilibrio. Las dos entradas al comparador difieren en fase por 90 grados; la salida del comparador, la cual es la entrada al OCV, es cero.

Hagamos ahora que la frecuencia de la señal de entrada hagan un cambio abrupto en el tiempo $t=0$. Entonces empezamos en $t=0$, $\theta(t) = wt$, ya que $d\theta/dt = w$, es decir, el cambio abrupto de frecuencia ocasiona que la fase $\theta(t)$ empiece a incrementar linealmente con el tiempo. La diferencia de fase en la entrada del comparador genera una salida positiva $e_o(t)$, la cual volverá a incrementar la frecuencia del OCV. De esta manera se establecerá, un nuevo punto de equilibrio en el sistema. Cuando este equilibrio es establecido, la señal de entrada y la de salida del OCV serán de la misma frecuencia pero diferentes en fase (por 90 grados).

La salida del OCV dada en la fig. 5.6 esta representada por la ecuación:

$$v_{osc} = B \cos \left[w_p t + \epsilon_0 \int_{-\infty}^t e_o(t) dt \right]$$

con e_o en lugar de e_v .

ϵ_0 es el cambio en la frecuencia angular instantánea, w_1 ; producida por un cambio en el voltaje de control de la frecuencia, v ; es decir, $\epsilon_0 = dw_1/dv$. Si la entrada y las frecuencias del OCV

son las mismas en el equilibrio, requerimos de:

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{d}{dt} \int_{-\infty}^t e_o(t) dt$$

y haciendo $d\theta/dt = w$, tenemos:

$$e_o(t) = w/g_o$$

De este modo el voltaje de salida es proporcional al cambio de frecuencia tal y como se requiere en un demodulador de FM. En tonces vemos que si la frecuencia de entrada cambia continuamente, y a una relación baja en comparación con el tiempo que necesita el LFC para establecer un nuevo punto de operación de equilibrio, la salida del LFC es proporcional continuamente a la variación de frecuencia de la portadora.

Facilmente notamos que el LFC es un sistema de control realimentado en el cual la señal error es la diferencia de fase entre la portadora modulada y la señal del OCV. Inicialmente, con una portadora no modulada, el punto de operación del comparador de fase se puede ser ajustado al origen, fig. 5.7.

En la modulación de frecuencia el punto de operación se moverá arriba y abajo, a lo largo de la gráfica entre $-\pi/2$ y $\pi/2$.

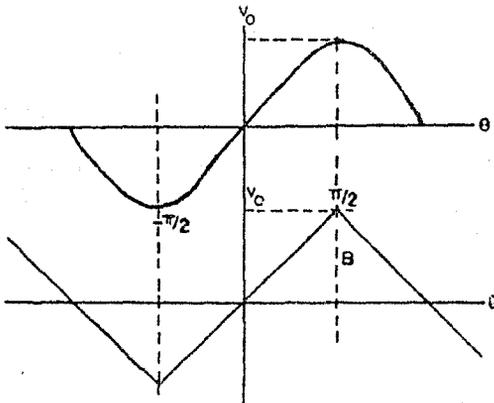


Fig. 5.7.

Demodulador de FM Usando Realimentación.

Un modulador de FM usando realimentación (FMR) es mostrado en la fig. 5.8. La construcción del FMR es similar a la del LFC. Al igual que el LFC, la entrada $e(t)$ de la frecuencia portadora, $f_p = \omega_p / 2\pi$, es multiplicada por la salida v_{osc} del OCV, en el presente caso, sin embargo, la frecuencia del OCV esta desplazada de f_p por una cantidad f_o . El demodulador FMR incluye además, un filtro paso banda y un discriminador-limitador, los cuales no se encuentran en el LFC. El filtro paso-banda que va después del multiplicador, esta centrado a la frecuencia de balance f_o , y por lo tanto a través de él solo pasará la diferencia de frecuencias.

Ahora mostraremos como el demodulador de FMR recobra la señal modulante a partir de la portadora modulada. Supongamos que la señal de entrada con ruido es:

$$e(t) = R(t) \text{ sen} [\omega_p t + \theta(t) + r_n(t)] \quad (5.1)$$

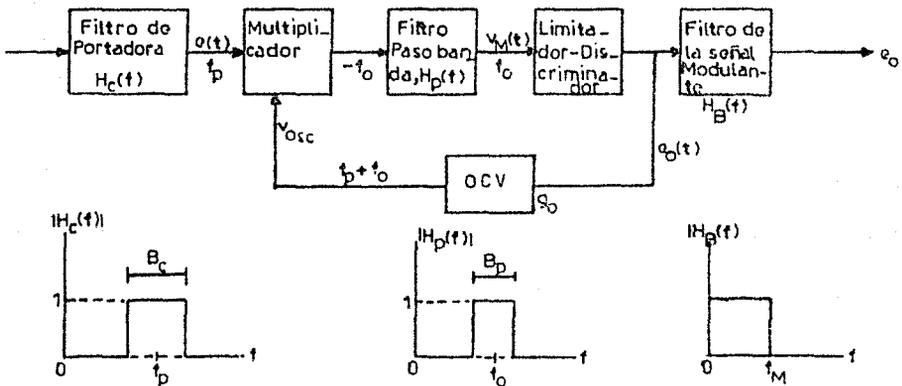


Fig. 5.8.

donde $R(t)$ es la envolvente de la portadora y el ruido, $\theta(t)$ es la modulación angular debida a la señal, y $r_n(t)$ es debida al ruido. Si $e(t)$ era la entrada a un limitador-discriminador cuya salida modulante era veces la desviación de la frecuencia angular constante a partir de la frecuencia portadora ω_p , el voltaje del discriminador $e_o(t)$ sería:

$$e_o(t) = \alpha \frac{d}{dt} [\theta(t) + r_n(t)] \quad (5.2)$$

Regresando al demodulador de FMR, mostrado en la fig. 5.8, se

presentamos la salida del OCV como:

$$v_{osc} = B \cos \left[(w_p - w_o) t + g_o \int_{e_o}^t (t) dt \right] \quad (5.3)$$

donde B es la amplitud del OCV y g_o es el cambio en la frecuencia angular del OCV por unidad de cambio en $e_o(t)$. Despreciamos temporalmente el efecto del filtro paso-banda excepto para el hecho de que solamente pasa la componente diferencia de frecuencias del multiplicador. Sobre esta base, la señal producto, $v_M(t)$ la cual es igual a la componente pasobajas de ev_{osc} , es:

$$v_M(t) = \frac{AB}{2} \cos \left[w_o t + \theta(t) + r_n(t) - g_o \int_{e_o}^t (t) dt \right] \quad (5.4)$$

esta señal producto es aplicada al limitador-discriminador, entonces la salida del discriminador, $e_o(t)$, es:

$$e_o(t) = \alpha \left[\frac{d\theta(t)}{dt} + \frac{dr_n(t)}{dt} - g_o v_o(t) \right] \quad (5.5)$$

resolviendo en función de $e_o(t)$ nos da,

$$e_o(t) = \frac{\alpha}{1 + \alpha g_o} \frac{d}{dt} (\theta + r_n) \quad (5.6)$$

Observamos de las ecuaciones 5.6 y 5.2 que el FMR realmente demodula. Nosotros vemos además que la única diferencia entre las salidas del discriminador y el FMR es que la amplitud de la salida del FMR es diferenciada por un factor $(1 + \alpha g_o)$. Puesto que la señal y el ruido han sido reducidas por el mismo factor, $(1 + \alpha g_o)$, la relación señal-ruido es la misma para el FMR y para el discriminador.

Ahora regresemos nuestra atención al filtro paso-banda y veamos que tan angosta se puede hacer la banda de pase sin tener una distorsión apreciable. Usando la ecuación 5.6, podemos escribir la ecuación como:

$$v_M(t) = \frac{AB}{2} \cos \left[w_o t + \frac{1}{1 + \alpha g_o} (\theta + r_n) \right]$$

Observamos, comparando la ecuación 5.7 con la ecuación 5.1, que la realimentación ha suprimido la desviación de frecuencia producida por la señal θ , por el factor $(1 + \alpha g_o)$. Considerando, por ejemplo, que la modulación es senoidal. Entonces $\theta(t) = \text{sen } w_v t$ y la fase de la señal presente en la señal multiplicada es,

$$\theta(t)/(1 + \alpha g_o) = m_f/(1 + \alpha g_o \text{sen } w_v t)$$

Por lo tanto, si el ancho de banda del filtro de portadora es B_c

y el ancho de banda del filtro paso-banda es B_p , entonces:

$$B_p = 2 \left(\frac{m_f}{1 + \alpha g_o} + 1 \right) f_v \quad (5.8)$$

y:

$$B_c = 2(m_f + 1) f_v$$

de manera que:

$$B_p = \frac{\left[\frac{m_f}{(1 + \alpha g_o)} \right] + 1}{m_f + 1} B_c$$

en la práctica el filtro de portadora con ancho de banda B_c es ca si rectangular. Sin embargo, el filtro paso-banda con ancho de ban da B_p , que es un filtro sintonizado simplemente, pasa solamente el 98% de la energía de la señal y, por lo tanto, se debe dar un valor un poco más grande, al ancho de banda B_p , que el calculado en la e cuación 5.8.

Demodulador de FM por Tiempo Promedio.

Si la frecuencia moduladora es mucho más baja que la frecuen cia portadora, la técnica de tiempo promedio puede ser usada para medir la frecuencia. La señal de entrada es convertida en un tren de pulsos uniformes; este tren de pulsos es pasado por un filtro paso-bajas para obtener el término de corriente directa. La co rriente directa de salida es proporcional a la frecuencia de en trada.

Para un filtraje adecuado en la salida, es necesario que la constante de tiempo del filtro debe ser bastante grande, de este modo la razón de respuestade este demodulador es más bién baja.

Un amplificador operacinal típico para la demodulación de frecuencia por tiempo promedio es mostrado en la fig. 5.9.

Demodulador por Medida de Período.

Si la frecuencia moduladora esta variando rapidamente en rela ción a la portadora, puede ser preferible medir el período de un ciclo y a continuación calcular ó estimar $1/T$. Esto dará un cálcu lo ciclo a ciclo de la frecuencia en lugar de promediar un gran número de ciclos sobre un período grande de tiempo.

La esencia de este planteamiento es primero convertir la se ñal de entrada en un tren de pulsos angostos y entonces medir el tiempo entre pulsos por medio de una compuerta integradora. La en trada del integrador es una referencia constante, y de este modo el voltaje de salida, del integrador, es proporcional al tiempo. Un

diagrama de bloques, en forma general, del proceso es mostrado en la fig. 5.10, la limitación primaria a este tipo de demodulación de FM es su rango dinámico; las dos fuentes más significantes de error sea:

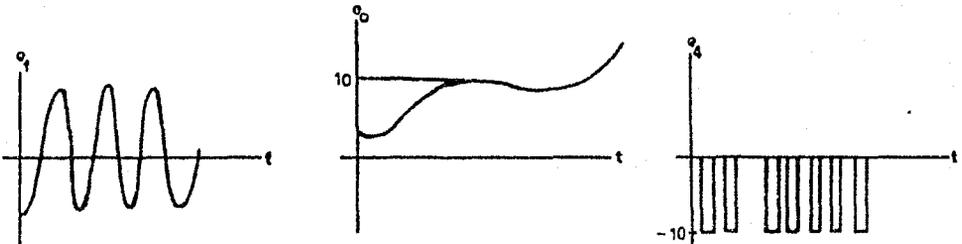
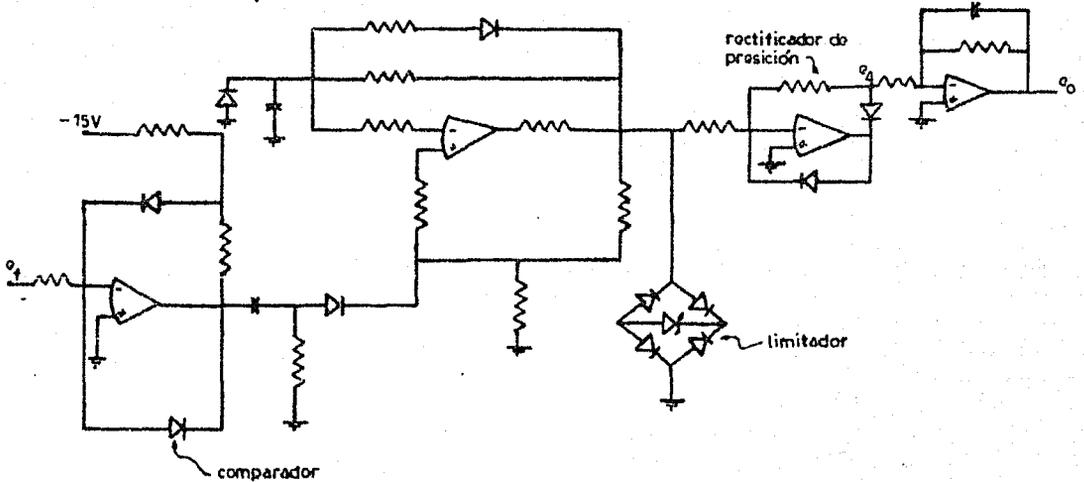


Fig. 5.9. Diagrama y formas de onda.

1) Los pulsos del tren en e_2 debe tener un ancho finito cada pulso, primero debe pasar el integrador y entonces transferir el valor pico v_p al circuito de muestreo y sostén, entonces el integrador debe ser puesto otra vez. Aunque las funciones pueden ser realizadas muy rápidamente, poseen un límite de resolución para la medida del período.

2) La mayoría de los divisores comercialmente disponibles hoy en día, están limitados en el rango dinámico. Típicamente, el error

se incrementa tanto como el denominador se haga más pequeño. De este modo, como el rango de v_p se hace más grande, el divisor generalmente contribuirá a un mayor error.

Aún con estas limitaciones, la demodulación por medida del período es una técnica capaz de convertir información en frecuencia a voltaje de c.d.

El método no depende del tiempo promedio sobre un número de ciclos, y así, el circuito responde muy rápidamente a cambios en la frecuencia.

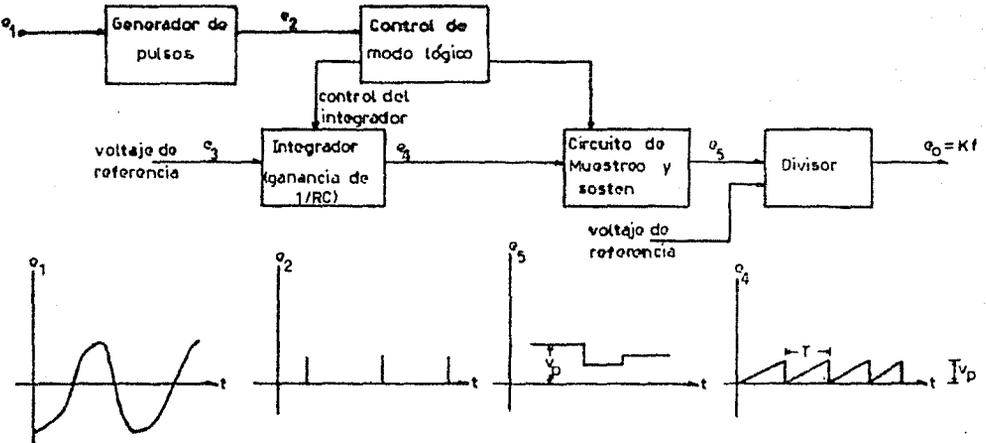


Fig. 5.10. Diagrama de bloques de un convertidor de frecuencia a c.d.

A continuación un LFC con un análisis un poco más amplio. El circuito es mostrado en la fig. 5.11.

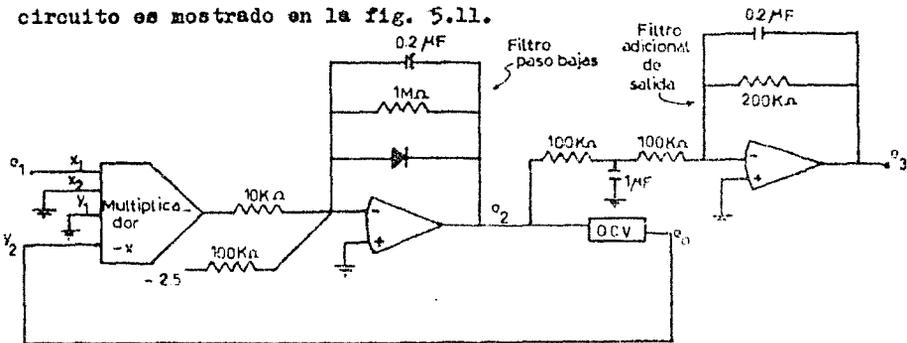


Fig. 5.11.

En los dos tipos anteriores de demoduladores no se mencionó que en la entrada podría existir (y de hecho existe) una señal de ruido y que por esto habría una interferencia. Cuando el ruido es un problema se puede usar la técnica de fase cerrada usando amplificadores operacionales y algunos elementos de funciones analógicas.

Para analizar la función del circuito, usaremos el diagrama de bloques de la fig. 5.12. Supongamos una señal de entrada e_1 , y una señal OCV, $e_0(t)$ de la forma:

$$e_1(t) = V_s \text{ sen}(w_s t + \theta_1)$$

$$e_0(t) = V_o \text{ cos}(w_s t + \theta_o)$$

donde $\theta_1 - \theta_o = 0$, la salida esta defasada 90 grados con respecto a la entrada. Se puede usar como detector de fase a un multiplicador. La salida del multiplicador, $e_M(t)$, es $e_o e_1 / 10$,

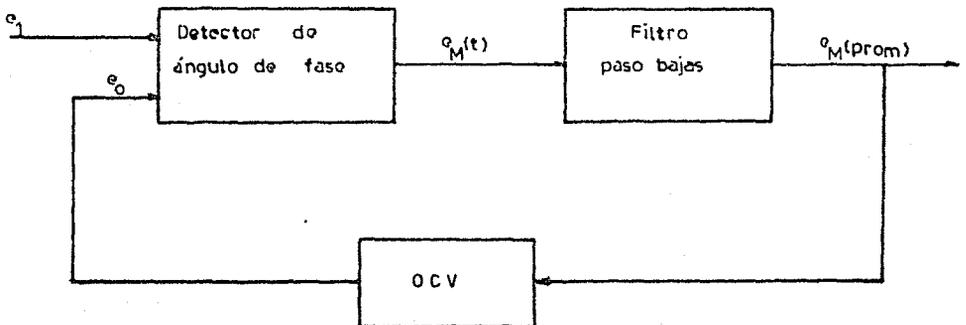


Fig. 5.12. Diagrama de bloques de un lazo de fase cerrada.

y así;

$$e_M(t) = \frac{V_s V_o}{10}$$

$$e_M(t) = \frac{V_s V_o}{10} (\text{sen } w_s t \text{ cos } w_s t + \text{cos } \theta_1 \text{ cos } \theta_o + \\ + \text{cos}^2 w_s t \text{ sen } \theta_1 \text{ cos } \theta_o - \\ - \text{sen}^2 w_s t \text{ cos } \theta_1 \text{ sen } \theta_o - \\ - \text{cos } w_s t \text{ sen } w_s t \text{ sen } \theta_1 \text{ sen } \theta_o)$$

Ahora si e_M es filtrado en una red paso-bajas, los términos de doble frecuencia son eliminados y la ecuación anterior se reduce a:

$$\begin{aligned} e_{M \text{ prom}} &= -\frac{V_s V_o}{20} (\sin \theta_1 \cos \theta_0 - \cos \theta_1 \sin \theta_0) \\ &= -\frac{V_s V_o}{20} \sin (\theta_1 - \theta_0) \end{aligned}$$

Si esta señal filtrada en una red paso-bajas es usada para controlar la frecuencia del OCV, la frecuencia de θ_0 será variada hasta que el ángulo de fase sea minimizado. De este modo las dos señales acercarán la fase. La salida del OCV estará en cuadratura con la entrada y seguirá ó rastreará a la señal de entrada, en frecuencia.

Así la señal promediada a partir del filtro paso-bajas controla al OCV y es proporcional a la fase de la señal de entrada, tanto como el lazo tenga una diferencia mínima de fase ($\theta_1 - \theta_0 \ll 90^\circ$).

6. APLICACION

6.1. Introducción

Este capítulo tratará lo referente al diseño de un circuito para modular en frecuencia.

El modulador a construir debe tener las siguientes características:

- 1) La onda portadora debe ser senoidal.
- 2) La frecuencia de esta onda portadora debe tener un valor de 540 KHz la cual corresponde a una banda de AM comercial.
- 3) El índice de modulación es libre.
- 4) El voltaje de voz no tiene restricciones.

Una vez que se han planteado las características del sistema, el paso a seguir será el de investigar que tipo de circuito utilizaremos para la modulación. Para esto último, consultamos los manuales de circuitos integrados, para así poder seleccionar alguno que nos fuera útil. Se encontró uno, el cual es un OCV con número de catálogo SE/NE 566, que es capaz de modular en frecuencia en base a un voltaje de entrada, pero tiene los inconvenientes de tener como portadora una onda cuadrada y no dar la frecuencia deseada.

Por lo cual, usaremos un sistema que se basa en el principio de que toda señal periódica esta formada por la suma de señales senoidales y cosenoidales, llamadas armónicas, de diferente nivel de voltaje y diferente frecuencia, pero la frecuencia de una onda cuadrada siempre tendrá un valor que es múltiplo del valor de la señal original.

Por lo tanto, podremos separar la armónica que nos convenga, a partir de la onda cuadrada generada por el OCV.

De este modo, cumpliremos con las características de diseño y lo que resta por hacer es amplificar la señal modulada en frecuencia.

El sistema de amplificación tiene solamente el problema de encontrar circuitos integrados que trabajen adecuadamente a la frecuencia de diseño.

En la fig. 6.1, se muestra el sistema completo, en donde como primer bloque se tiene al OCV, que es el circuito modulador en frecuencia. Los dos siguientes bloques representan a los circuitos que han de separar la armónica deseada y estos circuitos son filtros paso-banda y por último tenemos los circuitos amplificadores.

Ya descrito el sistema, con sus características, continuaremos por diseñar cada uno de los circuitos representados en la fig. 6.1.

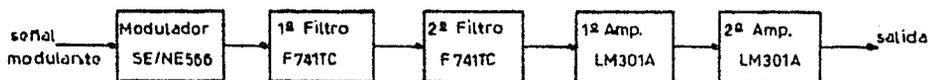


Fig. 6.1.

6.2. Diseño

6.2.1. Generador de Funciones (Modulador)

Este elemento es un circuito integrado, que como ya se mencionó es, de la serie SE/NE 566, que es un OCV y está formado por los siguientes bloques:

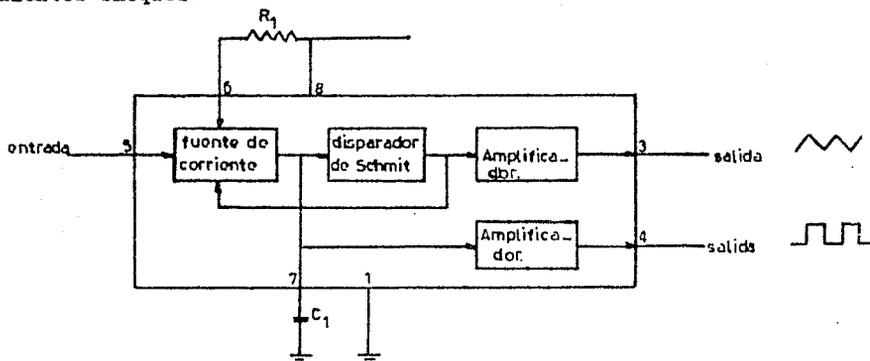


Fig. 6.2.1.

El valor de su oscilación depende de los valores de R_1 , C_1 , el voltaje de la fuente y la polarización de la terminal de control (punto 5), este voltaje de polarización debe estar en el rango de $(3/4)V_+ \leq V_c \leq V_+$ donde V_c es el voltaje en la terminal 5, y V_+ es la fuente de alimentación.

Un circuito típico, para la modulación en frecuencia, es mostrado en la fig. 6.2.2.

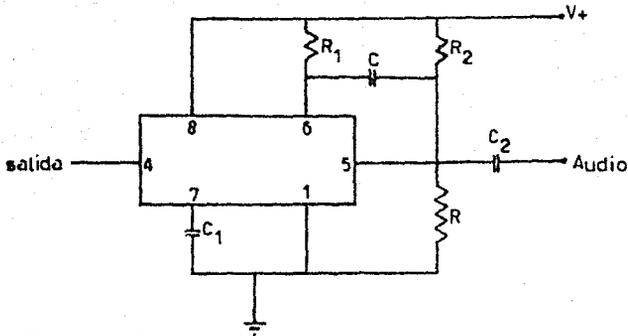


Fig. 6.2.2.

En el circuito de la fig. 6.2.2 el voltaje de control, V_c , se fija por medio del divisor de voltaje formado por R_2 y R_3 . Así tenemos que si:

$$V_+ = 10 \text{ volts.}$$

$$R_2 = 1.5 \text{ K}\Omega$$

$$V_c = 8.75 \text{ volts.}$$

en donde V_c es el punto medio entre $(3/4)V_+$ y V_+ , así tenemos que:

$$R_3 = \frac{V_c(R_2)}{(V_+) - V_c} = \frac{8.75(1.5)}{10 - 8.75} = 10.5 \text{ K}\Omega$$

en valor comercial $R_3 = 10 \text{ K}\Omega$.

El capacitor C_2 se ha fijado practicamente y sirve como acople en c.a. y tiene un valor de $C_2 = 10 \mu\text{F}$, a un voltaje entre $(3/4)V_+$ y V_+ .

Por último se debe calcular la frecuencia de operación, y para esto utilizamos la siguiente formula, la cual es dada por el fabricante:

$$f_o = \frac{2(V_+ - V_c)}{R_1 C_1 V_+}$$

En esta formula es conocido el voltaje de alimentación, el de control y la frecuencia, así que, tenemos que elegir, ya sea el resistor ó el capacitor, en este caso tenemos los siguientes valores:

$$V_+ = 10 \text{ v.} \quad V_c = 8.75 \text{ v.} \quad f_o = 142 \text{ KHz.}$$

elegimos además que C_1 valga:

$$C_1 = 390 \text{ pF.}$$

por lo tanto:

$$R_1 = \frac{2(V_+ - V_c)}{f_o C_1 V_+}$$

$$R_1 = \frac{2(10 - 8.75)}{142(10^3)390(10^{-12})10}$$
$$= 4.6 \text{ K}\Omega$$

en valor comercial $R_1 = 4.7 \text{ K}\Omega$

El fabricante, también nos da la información de en que rango debe estar R_1 y este es:

$$2 \text{ K}\Omega > R_1 > 20 \text{ K}\Omega$$

con lo cual comprobamos que R_1 y C_1 tienen los valores adecuados.

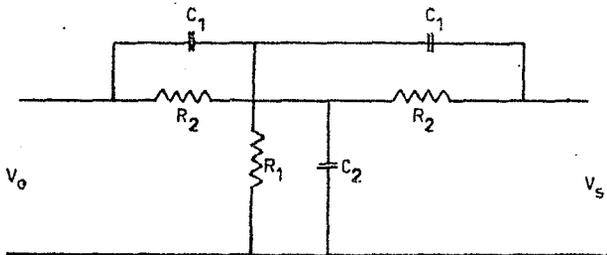
Por último C tiene un valor de 1000 pF dado por el fabricante para una mejor operación.

6.2.2. Filtro Doble "T".

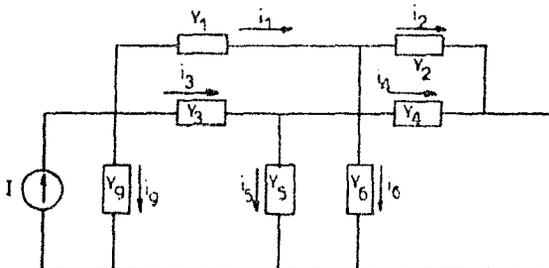
Este filtro, utilizando elementos pasivos, atenúa cierta frecuencia, pero que utilizandolo con una malla de realimentación negativa en un elemento activo (transistor ó circuito integrado) trabaja como un filtro paso-banda. Debido a que este último punto es el que nos interesa, entraremos a su estudio como sigue:

Para estudiarlo, primeramente veremos su comportamiento como supresor de banda, es decir, en su forma pasiva.

Así, dibujamos su configuración con elementos pasivos.



Ahora rearrreglamos el circuito, substituyendo a cada uno de los elementos por sus admitancias, tenemos:



Enseguida, planteamos las ecuaciones de nodo:

Nodo

$$1 \quad I - i_g - i_1 - i_3 = 0$$

$$2 \quad i_3 - i_4 - i_5 = 0$$

$$3 \quad i_1 - i_2 - i_6 = 0$$

$$4 \quad i_2 + i_4 = 0$$

y las ecuaciones de cada elemento son:

$$i_g = Y_g V_1 \quad ; \quad i_4 = Y_4 (V_2 - V_4)$$

$$i_1 = Y_1 (V_1 - V_3) \quad ; \quad i_5 = Y_5 V_2$$

$$i_2 = Y_2 (V_3 - V_4) \quad ; \quad i_6 = Y_6 V_3$$

$$i_3 = Y_3 (V_1 - V_2)$$

Substituyendo estas últimas ecuaciones en las ecuaciones de nodo tenemos:

$$1 \quad I - Y_g V_1 - Y_1 V_1 + Y_1 V_3 - Y_3 V_1 + Y_3 V_2 = 0$$

$$2 \quad Y_3 V_1 - Y_3 V_2 - Y_4 V_2 + Y_4 V_4 - Y_5 V_2 = 0$$

$$3 \quad Y_1 V_1 - Y_1 V_3 - Y_2 V_3 + Y_2 V_4 - Y_6 V_3 = 0$$

$$4 \quad Y_2 V_3 - Y_2 V_4 + Y_4 V_2 - Y_4 V_4 = 0$$

Ordenando las ecuaciones anteriores y despejando a la fuente de corriente, nos queda:

$$1 \quad V_1 (Y_g + Y_1 + Y_3) + V_2 Y_3 + V_3 Y_1 + 0 V_4 = I$$

$$2 \quad V_1 (-Y_3) + V_2 (Y_4 + Y_3 + Y_5) + 0 V_3 - Y_4 V_4 = 0$$

$$3 \quad V_1 (-Y_1) + 0 V_2 + V_3 (Y_1 + Y_2 + Y_6) - Y_2 V_4 = 0$$

$$4 \quad V_1 (0) + V_2 (+Y_4) + V_3 (+Y_2) + V_4 (-Y_2 - Y_4) = 0$$

Poniendo estas ecuaciones en forma matricial, obtenemos:

$$\begin{bmatrix} Y_g + Y_1 + Y_3 & Y_3 & Y_1 & 0 \\ -Y_3 & Y_3 + Y_4 + Y_5 & 0 & -Y_4 \\ -Y_1 & 0 & Y_1 + Y_2 + Y_6 & -Y_2 \\ 0 & +Y_4 & +Y_2 & -Y_2 - Y_4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Para resolver este sistema nos valdremos de lo siguiente:

Sabiendo que Δ es el determinante de los coeficientes del siste-

ma y que Δ_j , donde $j = 1, 2, 3, 4$, en este caso, es el determinante de la matriz que resulta de substituir la columna de los coeficientes del sistema, por la columna de los términos independientes, es to es:

$$V_j = \frac{\Delta_j}{\Delta}$$

Así, podemos plantear la fórmula para calcular la función de transferencia, T, la cual queda;

$$T = \frac{V_s}{V_e} = \frac{V_4}{V_1}$$

pero como $V_4 = \Delta_4/\Delta$ y $V_1 = \Delta_1/\Delta$ entonces:

$$T = \frac{\Delta_4/\Delta}{\Delta_1/\Delta} = \frac{\Delta_4}{\Delta_1}$$

asi que procedemos a calcular Δ_4 , primeramente,

$$\begin{bmatrix} Y_g + Y_1 + Y_3 & Y_3 & Y_1 \\ -Y_3 & Y_3 + Y_4 + Y_5 & 0 \\ -Y_1 & 0 & Y_1 + Y_2 + Y_6 \\ 0 & +Y_4 & +Y_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \Delta_4$$

haciendo operaciones:

$$\begin{aligned} \Delta_4 &= -I [(-Y_1)(+Y_2)(Y_3 + Y_4 + Y_5) - (-Y_3)(+Y_4)(Y_1 + Y_2 + Y_6)] \\ &= -I(Y_1 Y_2 Y_3 + Y_1 Y_2 Y_4 + Y_1 Y_2 Y_5 + Y_1 Y_3 Y_4 + Y_2 Y_3 Y_4 + Y_3 Y_4 Y_6) \end{aligned}$$

$$\begin{bmatrix} I & Y_3 & Y_1 & 0 \\ 0 & Y_3 + Y_4 + Y_5 & 0 & -Y_4 \\ 0 & 0 & Y_1 + Y_2 + Y_6 & -Y_2 \\ 0 & Y_4 & Y_2 & -Y_2 - Y_4 \end{bmatrix} = \Delta_1$$

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= -I [(Y_2 + Y_4)(Y_3 + Y_4 + Y_5)(Y_1 + Y_2 + Y_6) + \\ &\quad + (-Y_4)(Y_4)(Y_1 + Y_2 + Y_6) + (-Y_2)(Y_2)(Y_3 + Y_4 + Y_5)] \\ &= -I(Y_1 Y_2 Y_3 + Y_1 Y_2 Y_4 + Y_1 Y_2 Y_5 + Y_2 Y_3 Y_6 + Y_3 Y_4 Y_6 + Y_2 Y_5 Y_6 + \\ &\quad + Y_1 Y_3 Y_4 + Y_1 Y_4 Y_5 + Y_2 Y_3 Y_4 + Y_2 Y_4 Y_5 + Y_2 Y_4 Y_6 + Y_4 Y_5 Y_6) \end{aligned}$$

Ahora evaluemos Δ_4 y Δ_1 asumiendo que:

$$Y_3 = Y_4 = \frac{1}{2R_1} \quad ; \quad Y_6 = \frac{1}{R_1}$$

$$Y_1 = Y_2 = SC_1 \quad ; \quad Y_5 = 2SC_1$$

así, tenemos que los valores de Δ_4 son:

$$Y_1 Y_2 Y_3 = \frac{S^2 C_1^2}{2R_1} \quad ; \quad Y_1 Y_3 Y_4 = \frac{SC_1}{4R_1^2}$$

$$Y_1 Y_2 Y_4 = \frac{S^2 C_1^2}{2R_1} \quad ; \quad Y_2 Y_3 Y_4 = \frac{SC_1}{4R_1^2}$$

$$Y_1 Y_2 Y_5 = 2S^3 C_1^3 \quad ; \quad Y_3 Y_4 Y_6 = \frac{1}{4R_1^3}$$

haciendo operaciones y agrupando, tenemos finalmente:

$$\Delta_4 = -I(2S^3 C_1^3 + S^2 C_1^2 / R_1 + SC_1 / 2R_1^2 + 1 / 4R_1^3)$$

y para Δ_1 será:

$$Y_1 Y_2 Y_3 = \frac{S^2 C_1^2}{2R_1} \quad ; \quad Y_1 Y_2 Y_4 = \frac{S^2 C_1^2}{2R_1}$$

$$Y_1 Y_2 Y_5 = 2S^3 C_1^3 \quad ; \quad Y_2 Y_3 Y_6 = \frac{SC_1}{2R_1^2}$$

$$Y_2 Y_4 Y_6 = \frac{SC_1}{2R_1^2} \quad ; \quad Y_2 Y_5 Y_6 = 2S^2 C_1^2 / R_1$$

$$Y_1 Y_3 Y_4 = \frac{SC_1}{4R_1^2} \quad ; \quad Y_1 Y_4 Y_5 = S^2 C_1^2 / R_1$$

$$Y_2 Y_3 Y_4 = \frac{SC_1}{4R_1^2} \quad ; \quad Y_2 Y_4 Y_5 = S^2 C_1^2 / R_1$$

$$Y_3 Y_4 Y_6 = \frac{1}{4R_1^3} \quad ; \quad Y_4 Y_5 Y_6 = SC_1 / R_1^2$$

los cuales nos dan que:

$$\Delta_1 = -I(2S^3 C_1^3 + 5S^2 C_1^2 / R_1 + 5SC_1 / 2R_1^2 + 1 / 4R_1^3)$$

Substituyendo, entonces, estos valores en la fórmula de la función de transferencia, obtendremos:

$$\begin{aligned} T &= \frac{-I(2S^3 C_1^3 + S^2 C_1^2 / R_1 + SC_1 / 2R_1^2 + 1 / 4R_1^3)}{-I(2S^3 C_1^3 + 5S^2 C_1^2 / R_1 + 5SC_1 / 2R_1^2 + 1 / 4R_1^3)} \\ &= \frac{(2SC_1 + 1 / R_1)(S^2 C_1^2 + 1 / 4R_1^2)}{(2SC_1 + 1 / R_1)(S^2 C_1^2 + 2SC_1 / R_1 + 1 / 4R_1^2)} \end{aligned}$$

$$T = \frac{S^2 + 1/4R_1^2C_1^2}{S^2 + 2S/R_1C_1 + 1/4R_1^2C_1^2}$$

Ahora como esta red suprime la frecuencia de diseño, el numera
dor debe ser cero, por lo tanto:

$$S^2 + 1/4R_1^2C_1^2 = 0$$

$$S^2 = -\frac{1}{4R_1^2C_1^2} \quad ; \quad \text{si } S = j\omega$$

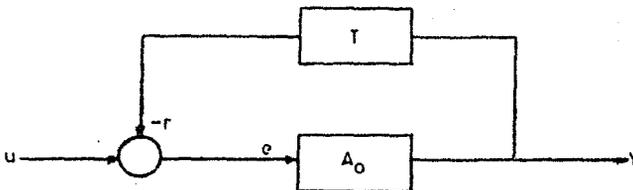
$$\omega_0^2 = -\frac{1}{4R_1^2C_1^2} \quad \text{y} \quad \omega_0 = \frac{1}{2R_1C_1} ,$$

en función de la frecuencia, donde $\omega = 2\pi f_0$

$$f_0 = \frac{1}{4\pi R_1C_1}$$

Este es el resultado para una red pasiva pero cuando la utili
zamos, como ya se mencionó, en conjunto con un elemento activo, es
otro el resultado.

Para ver dicho resultado, podemos ayudarnos de un diagrama de
bloques como sigue:



donde:

u = entrada

e = diferencia de entrada

A_0 = ganancia del elemento activo

T = función de transferencia de la red de realimen
tación

Y = salida

para obtener la ganancia con realimentación, obtendremos las rela
ciones que describe este sistema:

$$e = u - r \quad ; \quad r = YT$$

$$Y = A_0 e \quad ; \quad e = u - YT$$

$$Y = A_0 (u - YT)$$

así la ganancia será:

$$Y = A_0 u - A_0 YT$$

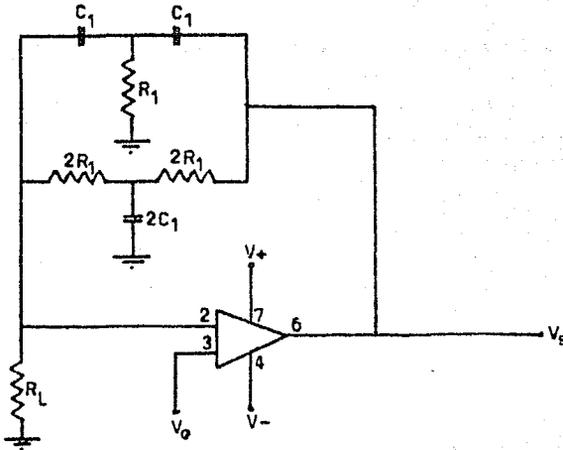
$$A_R = \frac{Y}{u} = \frac{A_o}{1 + A_o T}$$

pero si $A_o \rightarrow \infty$ entonces:

$$A_R = \frac{Y}{u} = \frac{1}{T} = \frac{S^2 + 2S/R_1 C_1 + 1/4R_1^2 C_1^2}{S^2 + 1/4R_1^2 C_1^2}$$

y como se ve ahora, el numerador ha pasado a ser denominador y como vale cero, entonces la ganancia teoricamente será infinita a la frecuencia de diseño.

En el sistema construido se utilizó un filtro doble T con la siguiente configuración:



La frecuencia de corte que seleccionamos es de 540 KHz, y los valores de R_1 y C_1 serán:

$$f_o = \frac{1}{4\pi R_1 C_1}$$

y seleccionando a $C_1 = 21$ pF tenemos que:

$$R_1 = \frac{1}{4(\pi)(21)10^{-12}(540)10^3} = 7 \text{ K}\Omega$$

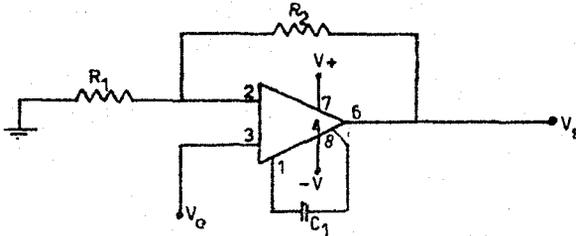
El valor de R_L se obtuvo en forma práctica y tiene un valor de 240 K Ω . Los dos filtros están igualmente diseñados para dar un mejor filtraje. El circuito integrado utilizado como elemento activo fue el F741TC.

6.2.3. Amplificadores.

El amplificador que se utilizó, fue el LM301AP por haber res-

pondido mucho mejor que otros a la frecuencia requerida y tener una compensación de frecuencia bastante buena.

La configuración empleada fué la siguiente:



y las fórmulas de diseño son las siguientes:

$$C_1 \leq \frac{R_1 C_s}{R_1 + R_2}$$

donde $C_s = 30$ pF, y se seleccionó que $C_1 = 12$ pF y $R_2 = 10$ K Ω .

$$C_1 = \frac{R_1 C_s}{R_1 + R_2}$$

$$R_1 = \frac{C_1 R_2}{C_s - C_1} = \frac{12(10^{-12})10(10^3)}{(30 - 12)10^{-12}} = 6.67 \text{ K}\Omega$$

en valor comercial será;

$$R_1 = 6.8 \text{ K}\Omega$$

Para el segundo amplificador, se variaron los valores puesto que la salida del primer amplificador tiene un voltaje más alto. Estos valores se obtuvieron prácticamente sin dejar de tomar en cuenta las especificaciones ya escritas anteriormente. La configuración de este segundo amplificador, es la misma pero con los valores siguientes:

$$C_1 = 12 \text{ pF}$$

$$R_1 = 1 \text{ K}\Omega$$

$$R_2 = 15 \text{ K}\Omega$$

La comprobación de la condición para C_1 , se da a continuación:

$$C_1 = 12 \text{ pF} \quad \frac{R_1 C_s}{R_1 + R_2} = \frac{10^3(30)10^{-12}}{16(10^3)} = 1.88 \text{ pF}$$

por lo tanto estamos dentro de los límites de la especificación dada.

6.2.4. Circuito Resonante.

Por último, se colocó un circuito LC resonante para que la señal de salida, salga aún más senoidal.

Este circuito se colocó en paralelo y se calculó de la siguiente manera:

Sabemos que para resonancia se debe cumplir que,

$$\frac{1}{j\omega L} = -j\omega C$$

$$\omega^2 LC = 1 \quad ; \quad \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

y como $\omega = 2\pi f$,

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

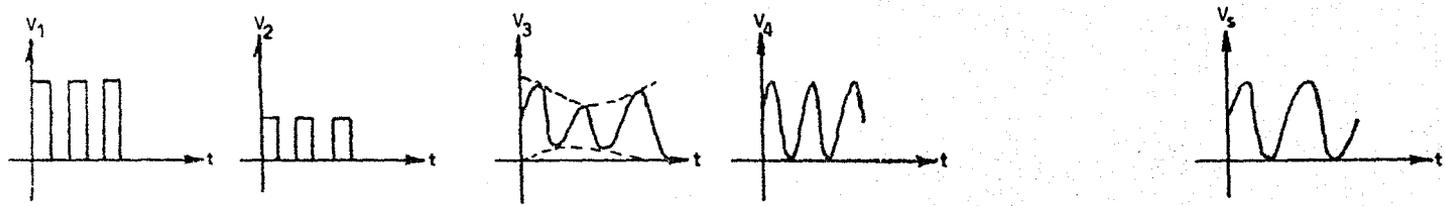
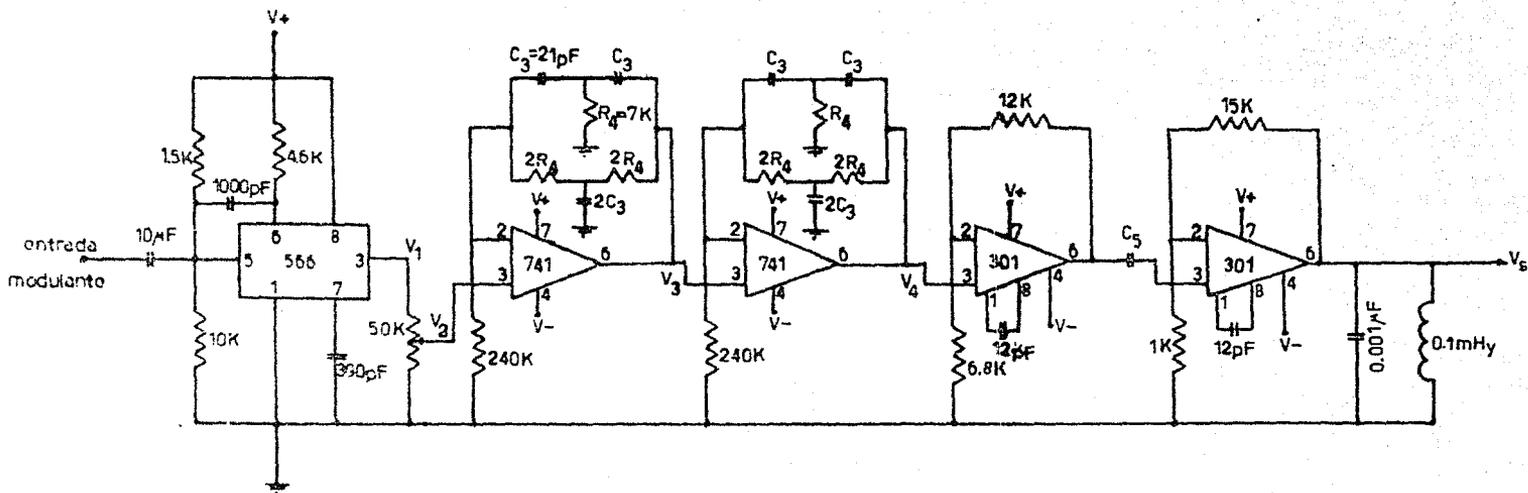
ahora bien, lo que queremos es que el circuito sea resonante a una frecuencia de 540 KHz. Así, tenemos:

si $f_0 = 540$ KHz y $C = 0.001 \mu F$,

$$L = \frac{1}{4\pi^2 f_0^2 C} = \frac{1}{4(500)^2 (0.001)10^{-6}}$$

$$L = 0.1 \text{ mHy}$$

Una vez diseñados todos los bloques que forman el sistema de FM, podemos dibujar el circuito completo de este sistema junto con las señales más importantes. La siguiente figura nos muestra este sistema.



CONCLUSION

Este trabajo tuvo como finalidad la de analizar la modulación en frecuencia, para lo cual se hizo un estudio teórico, primeramente, y después construimos algunos circuitos moduladores para comprobar experimentalmente lo que se había analizado en la parte teórica. Para la modulación en frecuencia existen tres métodos principales, los cuales son:

1. Obtener una onda cuadrada a partir de un OCV y variar su frecuencia por medio de una señal de entrada, al oscilador, para después filtrar esta señal y obtener una senoidal.
2. Tener un oscilador senoidal y modificar su frecuencia variando su ganancia de lazo. y;
3. Utilizar una señal modulante e integrarla para alimentar a un modulador de fase y obtener, de esta forma, una señal modulada en frecuencia (sistema Armstrong).

En este trabajo se seleccionó el primer método de modulación ya que se quería observar una modulación en forma senoidal habiendo generado una onda portadora cuadrada.

Los resultados obtenidos, tanto teóricos como de construcción, pueden ser de aplicación práctica, ya que pudimos comprobar que un receptor de AM comercial puede recibir en forma adecuada la señal generada en un circuito modulador de frecuencia, pero esta señal debe ser de banda angosta para mantenerla dentro de la pendiente de la característica de resonancia y además como es lógico, tener a este receptor sintonizado a la frecuencia del modulador.

En el capítulo 3 se trataron algunos circuitos moduladores utilizando algunos de los métodos mencionados anteriormente y en los cuales se obtuvo una buena modulación.

En el capítulo 5 se trataron algunos tipos de demoduladores, que aunque no es la finalidad de este trabajo, el tratarlos, se hizo para tener una visión más amplia de lo que sería un sistema de transmisión y recepción de una señal modulada en frecuencia.

Y el capítulo 6 trató exclusivamente del diseño de un circuito modulador, utilizando el primer método, ya expuesto, teniendo buenos resultados.

Los circuitos moduladores aquí presentados son de bajo costo y fáciles de construir por lo cual pensamos que podrían ser utili

zados para fines educativos.

Así, podemos decir que en este trabajo se obtuvieron resultados satisfactorios, pero siempre se tendrá la inquietud de mejorarlos, por lo tanto se tratará de hacerlo cada vez que se presente la ocasión.

De este modo esperamos que lo aquí elaborado sirva para generaciones posteriores y lo puedan tomar como consulta, estudio ó incentivo para mejorar ó desarrollar más este trabajo.

BIBLIOGRAFIA

Operational Amplifiers

Tobey - Graeme - Huelsman

Mc Graw Hill 1971

Introduction to Semiconductor Circuit Design

David J. Comer

Addison Wesley 1968

Sistemas de Comunicación

B. P. Lathi

Limusa 1976

Frecuency Modulation

August Hunt

Principles of Comunication Systems

Taub - Shilling

Mc Graw Hill 1971

Apuntes de Comunicaciones

Mario Ibarra Pereyra

U N A M

Electronics Circuits Manual

Markus

Mc Graw Hill

Electrical Circuits

Charles S. Siskind

Mc Graw Hill

Electronic Circuits Discrete and Integrated

Shilling and Belove

Mc Graw Hill 1968

Apuntes para el Curso de Electrónica III

Juan Garcia Lopez

U N A M 1975