



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO**  
**FACULTAD DE INGENIERIA**

## **DISEÑO DE TURBOMAQUINARIA HIDRAULICA**

**T E S I S**  
*Que Para Obtener el Titulo de*  
**INGENIERO MECANICO - ELECTRICISTA**  
*p r e s e n t a n :*  
**Marco Antonio Guiza Torres**  
**Miguel Angel Cruz Martinez**  
**Enrique Urbina Olguin**

24.  
68



Universidad Nacional  
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

**Biblioteca Central**



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## P R E F A C I O

Debido al gran auge de la Industria y la Explotación de los Hidrocarburos en este siglo, Los Sistemas de Generación de Energía Eléctrica y las Centrales de Bombeo han aumentado en cantidad, capacidad y eficiencia.

Por esta razón, los fabricantes tuvieron que intensificar las labores de investigación, dando como resultado innovaciones en: diseño, uso de nuevos materiales y mayor perfeccionamiento en los Procesos de Fundición y Maquinado.

En esta obra, exponemos de una manera general los Principios Fundamentales de las Turbomáquinas Hidráulicas. Y realizamos con ello, un estudio accesible en el Diseño de las partes integrales de las Turbomáquinas Hidráulicas, enfocado al flujo Radial (Turbina Pelton y Bomba Centrífuga de Flujo Radial).

Este es un trabajo con el cual, esperamos difundir un poco más los conocimientos Básicos de Diseño adaptándolos para la construcción de nuestras propias Turbomáquinas; y así contribuir en el Desarrollo Tecnológico de nuestro país.

# C O N T E N I D O

## PROLOGO

### CAPITULO I. GENERALIDADES

- 1.1 DEFINICION DE MAQUINA HIDRAULICA
- 1.2 CLASIFICACION DE LAS TURBOMAQUINAS HI--  
DRAULICAS.
- 1.3 DESCRIPCION DE LAS TURBOMAQUINAS HIDRAU  
LICAS.
- 1.4 ECUACION DE EULER
- 1.5 CURVAS CARACTERISTICAS DE LAS TURBOMA--  
QUINAS HIDRAULICAS.
- 1.6 TEORIA DE SIMILITUD.
- 1.7 CONSTANTES CARACTERISTICAS DE LAS TURBO  
MAQUINAS HIDRAULICAS.
- 1.8 CAVITACION

### CAPITULO II. DISEÑO DE TURBOMAQUINAS MOTRICES

- 2.1 CRITERIO DE SELECCION DE TURBINAS
- 2.2 DIMENSIONAMIENTO DE LA TURBINA PELTON
  - A) LA RUEDA
  - B) EL DIAMETRO DEL CHORRO
  - C) CARACTERISTICAS DEL TUBO INYECTOR
  - D) CARACTERISTICAS GENERALES DE LA PALETA
  - E) DETERMINACION DEL NUMERO DE PALETAS



## 2.3 DISEÑO GEOMETRICO DE LA TURBINA PELTON

- 1) DISEÑO DE LA BOQUILLA DE ALIMENTACION
- 2) DISEÑO DE LA RUEDA
- 3) DISEÑO DE LA PALETA
- 4) OBTENCION DEL NUMERO DE PALETAS
- 5) DISEÑO DE LOS TORNILLOS Y VERIFICACION DE LA SECCION DE ATAQUE DE LA PALETA.
- 6) DISEÑO DE LA FLECHA
- 7) DISEÑO DE LA CUÑA

## CAPITULO III. DISEÑO DE TURBOMAQUINAS GENERATRICES

### 3.1 CRITERIO DE SELECCION DE LAS BOMBAS

### 3.2 DIMENSIONAMIENTO DE LA BOMBA CENTRIFUGA DE FLUJO RADIAL.

- A) DISEÑO DEL IMPULSOR
- B) DISEÑO DE LA VOLUTA
- C) DISEÑO DE LA FLECHA

### 3.3 DISEÑO GEOMETRICO DE LA BOMBA CENTRIFUGA (FLUJO RADIAL)

- 1) DISEÑO GEOMETRICO DEL IMPULSOR
- 2) CALCULO Y TRAZO DE LA VOLUTA ESPIRAL DE SECCION CIRCULAR
- 3) CALCULO DEL DIAMETRO DE LA FLECHA
  - a) POR RIGIDEZ
  - b) POR VELOCIDAD CRITICA

CONCLUSIONES

BIBLIOGRAFIA

## C A P I T U L O I

### GENERALIDADES

#### 1.1 DEFINICION DE MAQUINA HIDRAULICA

Máquina Hidráulica es un dispositivo que sirve para intercambiar energía entre un líquido en movimiento y un sistema mecánico.

#### 1.2 CLASIFICACION DE LA TURBOMAQUINARIA HIDRAULICA

Las máquinas hidráulicas se clasifican según su principio de funcionamiento en:

TURBOMAQUINAS

MAQUINAS DE DESPLAZAMIENTO POSITIVO.

Aquí se estudiarán únicamente a las turbomáquinas, pues en la actualidad tienen un campo de aplicación muy amplio dentro de la Ingeniería, mientras que las máquinas de desplazamiento positivo han sido limitadas a campos de aplicación muy específicos de la Ingeniería Mecánica y de Control.

Tomando en cuenta el sentido en que se lleva a cabo el intercambio de energía (del fluido hacia el sistema mecánico o viceversa), las Turbomaquinas se pueden clasificar en:

TURBOMAQUINAS MOTRICES (TURBINAS).

TURBOMAQUINAS GENERATRICES (BOMBAS).

Las Turbomáquinas Motrices se dividen a su vez en dos clases perfectamente definidas, según la forma en que se efectúa la alimentación del elemento móvil de la máquina, y son:

TURBINAS DE IMPULSO.

TURBINAS DE REACCION.

A su vez las Turbinas de Reacción se clasifican en dos tipos, atendiendo a la forma de las líneas de corriente del flujo dentro del elemento móvil en:

TURBINAS DE FLUJO MIXTO.

TURBINAS DE FLUJO AXIAL.

En la Fig. (1.2.1) se muestra la clasificación de la Turbomaquinaria Hidráulica anteriormente descrita.

TURBOMAQUINAS  
HIDRAULICAS

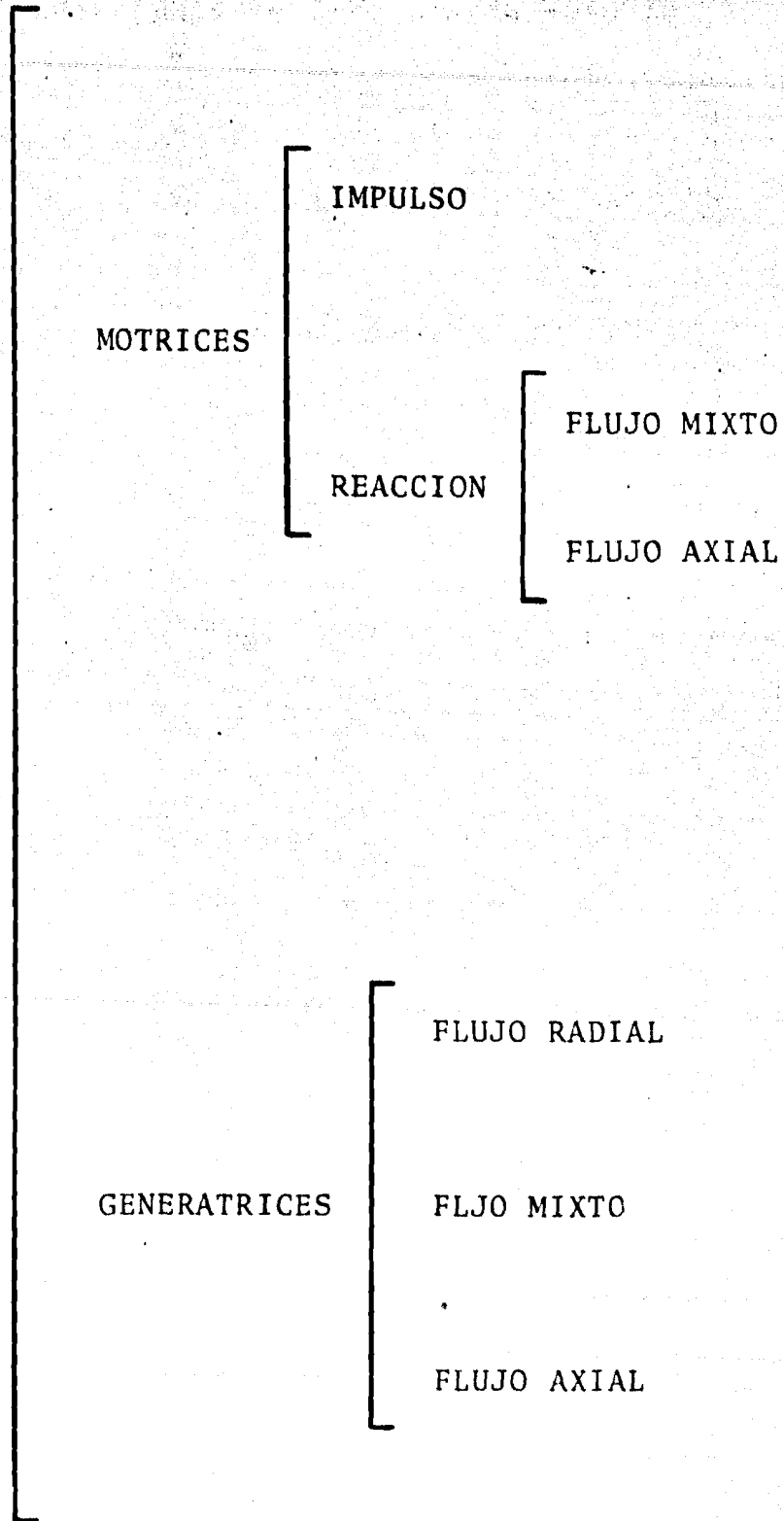


FIG. 1.2.1

### 1.3 DESCRIPCIÓN DE LAS TURBOMAQUINAS HIDRAULICAS.

Esta descripción se hará de acuerdo a la clasificación del inciso anterior de una manera breve y concisa.

En las turbomáquinas se lleva a cabo un intercambio de energía que se realiza en base a fuerzas hidrodinámicas interactuantes entre el fluido y los elementos fijos y móviles de la máquina.

TURBOMAQUINAS MOTRICES (TURBINAS).

TURBINAS DE IMPULSO.

Estas están representadas por las turbinas Pelton, las cuales son alimentadas sobre uno o varios puntos tangencialmente a la circunferencia externa del rodete, y la transformación de energía que se lleva a cabo es exclusivamente energía cinética en trabajo mecánico.

TURBINAS DE REACCION.

Las Turbinas de Reacción son alimentadas por medio de un conducto en espiral que rodea al elemento móvil (rodete) en toda su circunferencia, con lo cual se consigue alimentar uniformemente a las mismas. La transformación de energía que se lleva a cabo es; energía de presión hasta --

energía cinética, con recuperación simultánea de energía potencial y residual que escapa del rodete, por medio de un dispositivo integral de la máquina que se denomina tubo de aspiración.

Estas turbinas se dividen como ya se mencionó en Turbinas de Flujo Mixto y Turbinas de Flujo Axial, las que describiremos en seguida:

#### TURBINAS DE FLUJO MIXTO.

En estas turbinas el líquido entra al rodete en dirección radial, y sale de éste para entrar al tubo de aspiración en dirección axial, cambiándose así la dirección del flujo aproximadamente en un ángulo de  $90^\circ$ . Estas turbinas son representadas por las Francis.

#### TURBINAS DE FLUJO AXIAL.

En este tipo de turbinas, la dirección de las líneas de corriente del flujo, tanto a la entrada como a la salida del rodete, siguen una dirección paralela a la flecha motriz de la máquina, éstas son representadas por las turbinas Hélice y Kaplan.

## TURBOMAQUINAS GENERATRICES (BOMBAS).

## BOMBAS DE FLUJO RADIAL O CENTRIFUGAS.

En éstas, las líneas de corriente del flujo siguen una trayectoria sensiblemente radial desde la entrada hasta la salida del impulsor, aunque al ser admitido el fluido en la zona del ojo del mismo, se experimenta un cambio rápido en un ángulo de  $90^\circ$ , sin embargo, el fluido no es accionado por los álabes hasta que las líneas de corriente del flujo siguen la dirección radial anteriormente mencionada.

En las bombas de flujo mixto y axial, las características del flujo son las mismas que en las turbinas anteriormente mencionadas, excepto que en las bombas se lleva a cabo el intercambio de energía en sentido contrario.

Cada turbomáquina tiene un rango de aplicación dentro del cual funciona con una eficiencia óptima que depende de la combinación de los siguientes elementos hidráulicos:

## TURBINAS.

$P_f$  - Potencia al freno.

$H_n$  - Carga neta.

$N$  - Velocidad angular del generador.

## BOMBAS

Q - Gasto.

 $H_t$  - Carga total.

N - Velocidad angular del motor.

En base a estos elementos hidráulicos se determinó un índice de adaptabilidad tanto para turbinas como para bombas, ya que tanto en la naturaleza como en la industria existen una infinidad de rangos de dichos elementos. A este índice se le llama: "VELOCIDAD ESPECIFICA" ( $N_s$ ), y determina de una manera absoluta la turbina o bomba de óptima eficiencia, que imponen los sistemas Hidroeléctricos o de Bombeo.

La velocidad específica se expresa de la siguiente manera:

$$N_s = \frac{N \sqrt{P_f}}{H_n^{5/4}} \quad \text{Para las turbinas.}$$

donde

 $N_s$  - Velocidad específica (índice)

N - Velocidad angular en R.P.M.

 $P_f$  - Potencia al freno en C.V. $H_n$  - Carga neta en m.

$$N_s = \frac{N \sqrt{Q}}{H_t^{3/4}} \quad \text{Para las bombas.}$$



donde

$N_s$  - Velocidad específica (índice)

$N$  - Velocidad angular en r.p.m.

$Q$  - Gasto en G.P.M.

$H_t$  - Carga total en pies.

#### 1.4 EDUCACION DE EULER

La ecuación de Euler tiene una importancia fundamental en el diseño de turbinas y bombas hidráulicas, ya que expresa la energía que se intercambia en el rodete de estas máquinas.

La deducción se hará con relación a la Fig. (1.4.1) que representa el rodete de una bomba centrífuga, pero todo el razonamiento y la fórmula de Euler deducida mediante él, será válida para todas las turbomáquinas.

Sea  $V_1$  la velocidad absoluta de una partícula de fluido a la entrada del álabe (punto 1 en la figura),  $N$ ; las R.P.M. a las que gira el motor que acciona al rodete de la bomba. En el punto 1 el rodete tiene una velocidad tangencial  $u_1 = \pi D_1 N/60$ . Con relación al álabe, el fluido se mueve con una velocidad  $v_1$ , llamada velocidad relativa a la entrada. Las tres velocidades;  $V_1$ ,  $u_1$  y  $v_1$  están relacionadas se

gún la mecánica del movimiento relativo por la ecuación vectorial,

$$\bar{v}_1 = \bar{V}_1 - \bar{u}_1 \quad (1.4.1)$$

Esta velocidad (vector  $v_1$ ) será tangente al álabe, con lo que la partícula entra sin choque a él. La partícula guiada por el álabe sale del rodete a una velocidad relativa a la salida  $\bar{v}_2$ , que será tangente al álabe en el punto 2. La misma composición de velocidades de la Ec. (1.4.1) nos proporciona la velocidad absoluta a la salida  $\bar{V}_2$ .

$$\bar{V}_2 = \bar{v}_2 + \bar{u}_2 \quad (1.4.2)$$

donde:

$u_2$  - velocidad tangencial del rodete a la salida.

Como se ha visto, la partícula de fluido ha sufrido en su paso por el rodete un cambio de velocidad de  $\bar{V}_1$  a  $\bar{V}_2$ , por lo tanto, en régimen permanente todo un tubo de corriente de gasto  $dQ$ , sufrirá la misma desviación de la partícula que acabamos de describir.

El teorema de la cantidad de movimiento expresado en forma diferencial como:

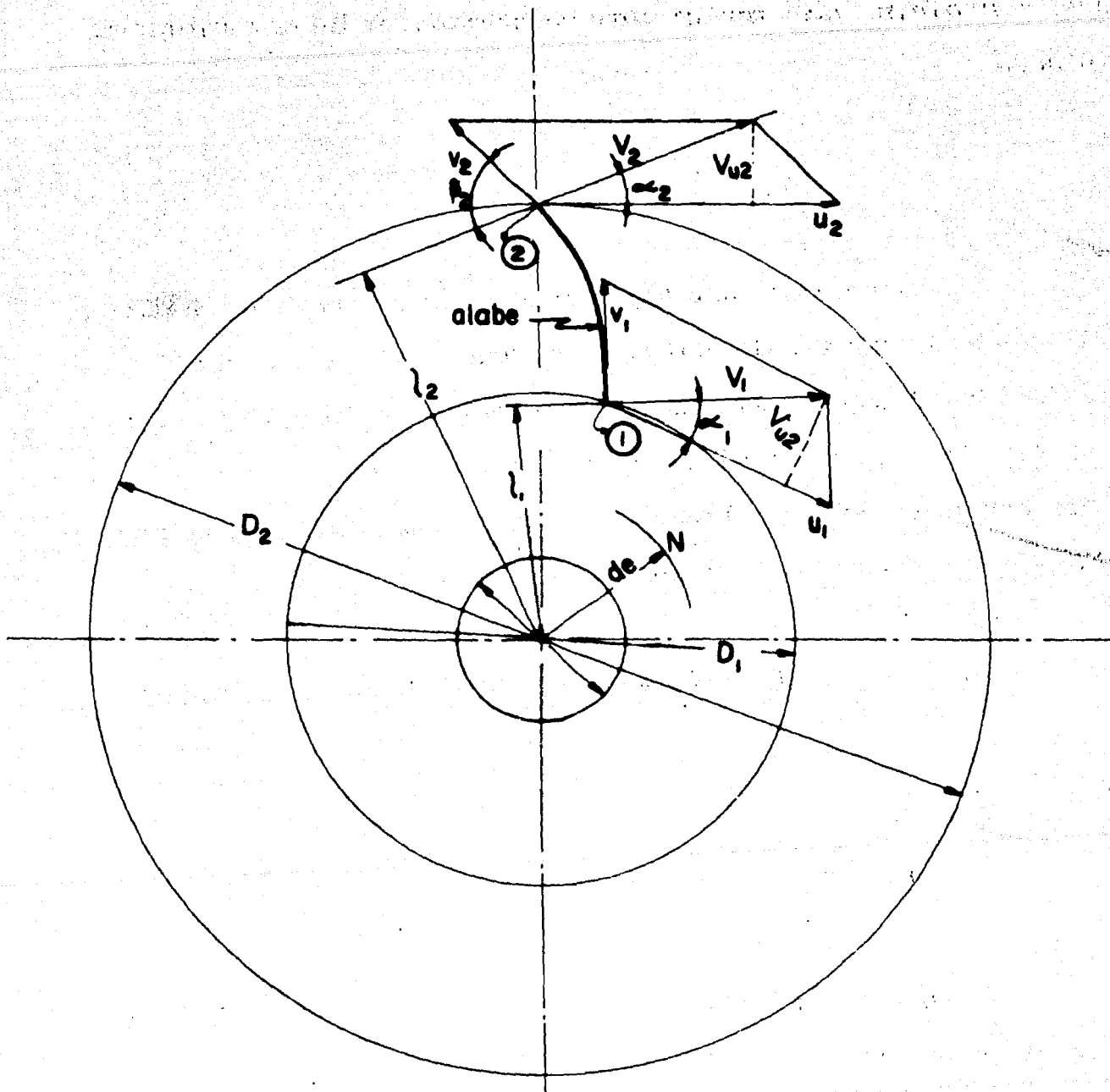


FIG. 1.4.1 RODETE DE UNA BOMBA CENTRIFUGA

$$d\bar{F} = dQ\rho(\bar{V}_2 - \bar{V}_1) \quad (1.4.3)$$

Tomando momentos en la Ec. (1.4.3) con respecto al eje de la máquina tendremos:

$$dM = dQ\rho(l_2V_2 - l_1V_1) \quad (1.4.4)$$

Esta ecuación expresa el teorema del momento de la cantidad de movimiento donde:

$dM$  - momento resultante con relación al eje de la máquina de todas las fuerzas que el rodete ha ejercido sobre el filamento de corriente considerado para hacerle variar su momento cinético.

$dQ$  - gasto del filamento.

$l_2, l_1$  - brazos de momento de los vectores  $V_2$  y  $V_1$  respectivamente.

Suponiendo ahora que todas las partículas de fluido entran en el rodete a un diámetro  $D_1$  con una misma velocidad  $V_1$ , y salen a un diámetro  $D_2$  con una misma velocidad  $V_2$ , equivale a suponer que todos los filamentos de corriente sufren la misma desviación, que a su vez implica que el número de álabes es infinito para que el rodete gufe al fluido perfectamente. Aplicando esta hipótesis llamada Teoría del Nú-

mero Infinito de álabes, se podrá integrar la Ec. (1.4.4), y el paréntesis del segundo miembro será constante, obteniendo se:

$$M = Q\rho(l_2V_2 - l_1V_1) \quad (1.4.5)$$

donde:

M - momento total aplicado al fluido.

Q - gasto total de la bomba.

de la Fig. 1.4.1 se deduce:

$$l_1 = r_1 \cos \alpha_1 \quad \text{y} \quad l_2 = r_2 \cos \alpha_2 \quad ;$$

entonces:

$$M = Q\rho(r_2 V_2 \cos \alpha_2 - r_1 V_1 \cos \alpha_1) \quad (1.4.6)$$

Este momento es igual al momento motor, el cual - multiplicado por  $\omega$  será igual a la potencia de accionamiento de la bomba en ausencia de pérdidas mecánicas.

por tanto:

$$P = M\omega = Q\rho\omega(r_2 V_2 \cos \alpha_2 - r_1 V_1 \cos \alpha_1) \quad (1.4.7)$$

donde:

$\omega = 2\pi N/60$  - velocidad angular del rodete en rad/seg.

Ahora, llamando  $H_t$  al incremento de energía específica que el fluido experimenta en la bomba, y siendo  $Q\gamma$  el caudal en peso que atraviesa la bomba, ésta comunicará al fluido una potencia;

$$P = Q\gamma H_t \quad (1.4.8)$$

donde:

$H_t$  - carga teórica de la bomba.

igualando las dos potencias (P) de las Ecs. (1.4.7) y (1.4.8):

$$Q\gamma H_t = Q\rho\omega(r_2 V_2 \cos\alpha_2 - r_1 V_1 \cos\alpha_1) \quad (1.4.9)$$

pero como:

$$\gamma = \rho g$$

$$r_1 \omega = u_1$$

$$V_1 \cos\alpha_1 = V_{1u}$$

$$r_2 \omega = u_2$$

$$V_2 \cos\alpha_2 = V_{2u}$$

donde:

$V_{u1}$ ,  $V_{u2}$  - proyecciones de  $V_1$  y  $V_2$  sobre  $u_1$  y  $u_2$ , o componentes tangenciales de las velocidades absolutas a la entrada y a la salida.

Sustituyendo estos valores en la Ec. (1.4.9) y -- simplificando, se obtiene la ECUACION DE EULER (para turbomáquinas generatrices).

$$H_t = 1/g (u_2 V_{u2} - u_1 V_{u1}) \quad (1.4.10)$$

En la Ec. (1.4.10),  $H_t$  nos expresa la energía específica comunicada al fluido, que medida en Kg m/Kg ó m, se llama altura teórica de la máquina.

No obstante en el rodete existen dos pares iguales pero de sentido contrario; el par comunicado al fluido y el par de reacción que el fluido ejerce sobre el rodete. Las turbinas hidráulicas, son turbomáquinas motrices: el fluido imparte energía al rodete. Por eso al tratar de deducir la ECUACION DE EULER para las turbomáquinas motrices se procederá análogamente; pero escribiendo el momento que el fluido ejerce sobre el rodete, con lo que el segundo miembro de la Ec. (1.4.6) tendrá los signos cambiados, lo mismo que los segundos miembros de las Ecs. (1.4.7) y (1.4.8).

De esta manera la llamada Altura de Euler ( $H_E$ ), ya no será la energía específica que da la máquina al fluido ( $H_t$ ), sino la que absorbe la máquina. No obstante en ambos casos; la Altura teórica y la Altura de Euler, serán la energía específica intercambiada entre el rodete y el fluido o -

Altura Hidráulica. De donde se deduce la expresión válida - para todas las turbomáquinas (sin tomar en cuenta las pérdidas, o sea = 100%).

$$H_E = H_h = \pm \frac{u_1 V_{u1} - u_2 V_{u2}}{g} \quad (1.4.11)$$

signo (-) para turbomáquinas generatrices.

signo (+) para turbomáquinas motrices.

#### TRIANGULOS DE VELOCIDAD.

Las ecuaciones vectoriales (1.4.1) y (1.4.2):

$$V_1 = u_1 + v_1$$

$$V_2 = u_2 + v_2$$

se representan mediante los triángulos de velocidad de entrada y salida respectivamente.

En estos triángulos se utiliza la siguiente notación Fig. 1.4.2:

$u_1$  - velocidad tangencial del álabe a la entrada.

$V_1$  - velocidad absoluta del fluido a la entrada

$v_1$  - velocidad relativa del fluido respecto al álabe a la entrada.



$V_{m1} = V_1 \text{ sen } \alpha_1$  - componente meridiana de la velocidad absoluta del fluido a la entrada.

$V_{u1} = V_1 \text{ cos } \alpha_1$  - componente tangencial de la velocidad absoluta del fluido a la entrada.

$\alpha_1$  - ángulo que forman las dos velocidades  $V_1$  y  $u_1$ .

$\beta_1$  - ángulo que forma  $v_1$  con  $(-u_1)$ .

y lo mismo en el triángulo de salida, sustituyendo el subíndice 1 por el 2.

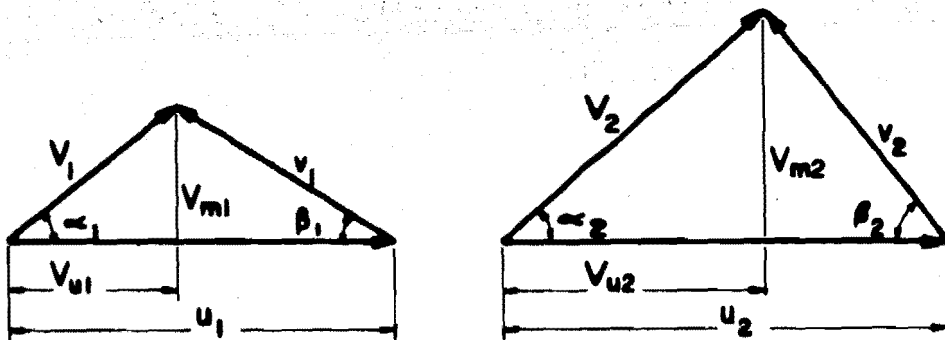


FIG. I.4.2 TRIANGULOS DE VELOCIDAD DE ENTRADA Y SALIDA

## 1.5 CURVAS CARACTERISTICAS DE LAS TURBOMAQUINAS HIDRAULICAS.

Las curvas características de las turbomáquinas - hidráulicas se obtienen mediante la ecuación de EULER ó por pruebas efectuadas en laboratorio. Siendo éstas las curvas - teóricas y reales respectivamente.

Estas curvas se representan gráficamente en el -- plano característico, de donde se obtendrán las condiciones - normales de operación, que nos servirán para obtener la velo - cidad específica tipo de la máquina.

## CURVAS CARACTERISTICAS DE LAS TURBOMAQUINAS GENERATRICES.

Estas se localizan en el plano característico - -  $Q-H_t$ , correspondiendo  $Q$  al eje de las abcisas y  $H_t$  al eje - de las ordenadas.

En estas curvas,  $Q$  va a ser la variable indepen-- diente ya que:

$H_t$ ,  $P$  y  $\eta$  son funciones de  $Q$

donde:

$P_f$  - Potencia Hidráulica.

$H_t$  - Carga total de la bomba.

$Q$  - Gasto a la descarga.

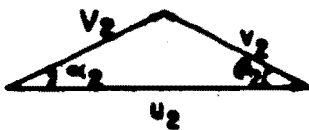
$\eta$  - Eficiencia.

### OBTENCION DE LAS CURVAS CARACTERISTICAS TEORICAS.

Haciendo uso de la Ec. (1.4.10), suponiendo un -- flujo radial ( $\alpha_1=90^\circ$ ), se logra optimizar la energía aprovechada por las turbomáquinas, desapareciendo el termino sus--tractivo de dicha ecuación reduciéndose a:

$$H_t = \frac{u_2 V_{u2}}{g} \quad (1.5.1)$$

haciendo uso del triángulo de velocidades tenemos que:



$$V_{u2} = V_2 \cos \alpha_2 = u_2 - v_2 \cos \beta_2$$

$$H_t = \frac{1}{g} (u_2 - v_2 \cos \beta_2) u_2$$

$$H_t = \frac{u_2^2}{g} - \frac{1}{g} u_2 v_2 \cos \beta_2 \quad (1.5.2)$$

Ahora el gasto de descarga de la bomba lo podemos deducir haciendo uso de la ecuación de continuidad y de la Fig. 1.5.1.

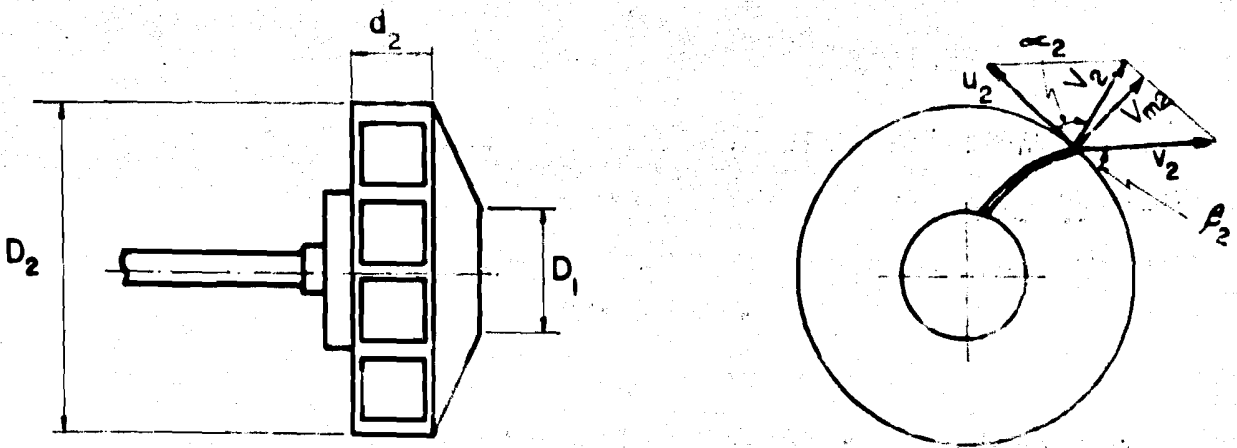


FIG. 1.5.1

donde:

$$Q = A_d V_{m2} \quad (1.5.3)$$

$A_d$  - Area circunferencial o periférica de descarga del impulsor.

$V_m$  - Velocidad radial o meridiana de la velocidad absoluta.

así:

$$A_d = \pi D_2 d_2 K \quad (1.5.4)$$

en que:

$k$  - Es un coeficiente menor que la unidad tomando en consideración el área ocupada por el espesor de los álabes en la periferia del rodete.

Del Triángulo de velocidades a la salida del impulsor de la Fig. 1,5.1:

$$V_{m2} = v_2 \operatorname{sen} \beta_2 \quad (1.5.5)$$

Sustituyendo en la ecuación de continuidad los valores de  $A_d$  y  $V_{m2}$ , tenemos:

$$Q = \pi D_2 d_2 K v_2 \operatorname{sen} \beta_2 \quad (1.5.6)$$

$$v_2 = \frac{Q}{\pi D_2 d_2 K \operatorname{sen} \beta_2} \quad (1.5.7)$$

y como la velocidad tangencial a la salida ( $u_2$ ) es:

$$u_2 = \frac{\pi N D_2}{60}$$

Si ahora sustituimos  $u_2$  y  $v_2$  en la Ec. (1.5.2) obtendremos:

$$H_t = \frac{\pi^2 N^2 D_2^2}{3600 g} - \frac{\pi N D_2}{60gD_2 b_2 K\pi} Q \cot \beta_2 \quad (1.5.8)$$

Para una bomba ya construida y acoplada a un motor con una  $N$  constante, los valores de los términos de la Ec. (1.5.8) son constantes, por lo que ésta se puede representar como sigue:

$$H_t = K_1 - K_2 Q \cot \beta_2 \quad (1.5.9)$$

En donde  $K_1$  y  $K_2$  están en función de la velocidad angular y el diámetro del rodete.

Esta ecuación como se puede ver representa una recta, ya que el ángulo  $\beta$  es constante en las construcciones actuales de bombas, pero en el diseño, éste puede variar ampliamente para obtener diferentes curvas  $Q - H_t$ .

Para  $\beta_2 = 90^\circ$ ;  $\cot. \beta_2 = 0$  por tanto;  $H_t = K_1$

O sea, que la carga de presión se mantiene constante aunque el gasto varíe.

Para  $\beta_2 < 90^\circ$ ;  $\cot. \beta_2 > 0$  por tanto;  $H_t = K_1 - K_2 Q$

Es decir, la carga de presión disminuye proporcionalmente -- con el gasto.

Para  $\beta_2 < 90^\circ$ ;  $\cot. \beta_2 > 0$  por tanto;  $H_t = K_1 + K_2 Q$

O sea, que la carga de presión aumenta linealmente con el -- gasto.

En la Fig. 1.5.2 se muestran las curvas para los tres casos antes mencionados. Se puede observar que para -- los tres casos, con la válvula de descarga totalmente cerrada, la carga de bombeo es  $K_1$ , y dando aberturas diferentes  $A_i$  a ésta, obtendremos diferentes valores  $Q_i$  y así con los -- datos que vayamos obteniendo podremos construir las curvas -- de gasto.

Las curvas reales de funcionamiento, que en la figura se representan con líneas continuas, se obtienen en el laboratorio, siendo éstas parabólicas, ya que existen pérdidas hidráulicas a través de la máquina.

Como puede apreciarse en la Fig. 1.5.2, las curvas teóricas de Euler no se alejan mucho de las reales, por lo cual son de gran utilidad en el diseño de Turbomáquinas -- Hidráulicas.

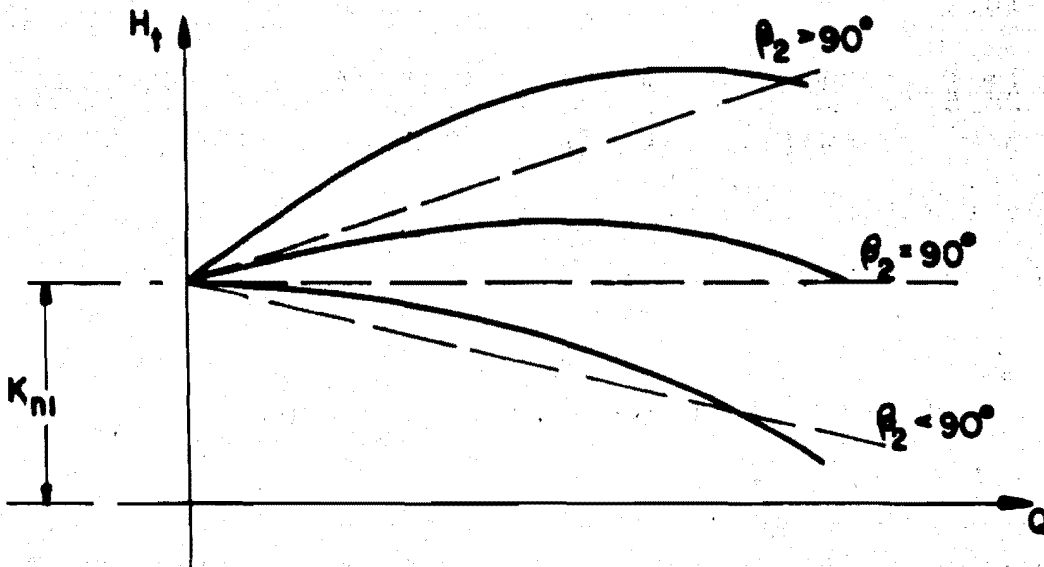


FIG. 1.5.2

En la Fig. 1.5.3 se observa la forma de los álabes que generan las curvas características de la Fig. 1.5.2.

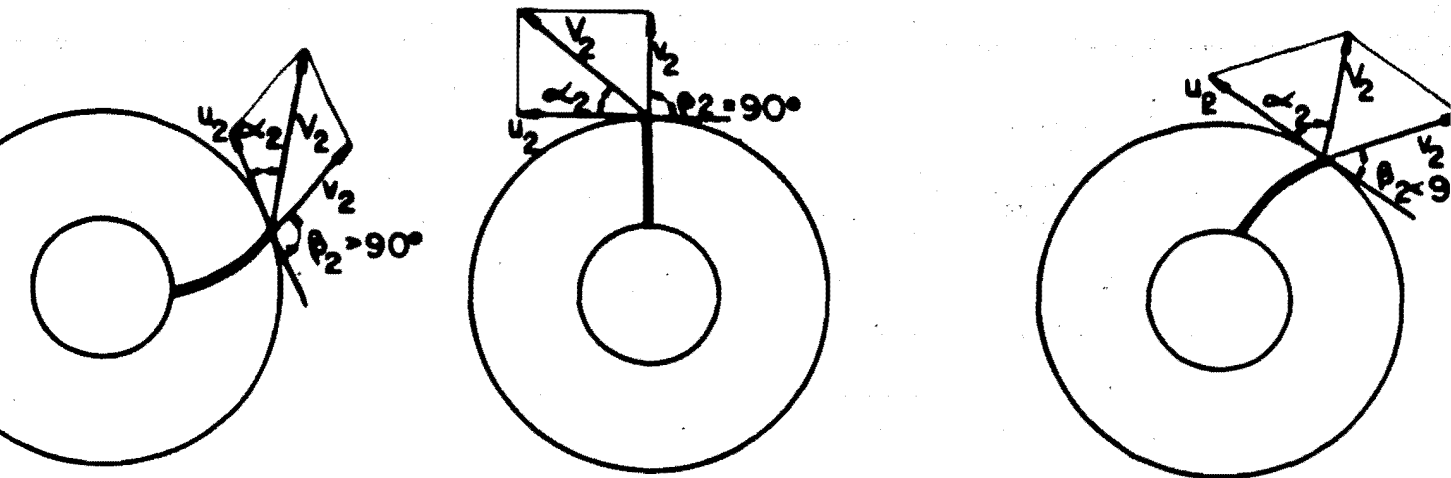


FIG. 1.5.3 OBTENCIÓN DE LAS CURVAS CARACTERÍSTICAS REALES



## OBTENCION DE LAS CURVAS CARACTERISTICAS REALES.

Es primordial que antes de comprar una bomba, el fabricante nos proporcione sus curvas características, pues nos serán de gran utilidad para saber si dicha máquina se -- apeg a nuestros requerimientos.

Estas curvas se hacen en base a pruebas efectua-- das en laboratorios.

Si de la Ec. (1.5.9) mantenemos constante a  $\beta_2$  se tiene que:

$$H_t = K_1 (D_2, N)^{-K_2} (D_2, N)^Q \quad (1.5.10)$$

De ésta, podremos construir tantas curvas  $Q-H_t$  co-- mo  $N$  o  $D_2$  ensayemos, ya que para cada  $N$  ensayada manteniéndolo constante a  $D_2$  o viceversa, obtendremos diferentes valores -- de  $K_1$  y  $K_2$ .

Para obtener las curvas características en el laboratorio se requiere de la siguiente instalación:

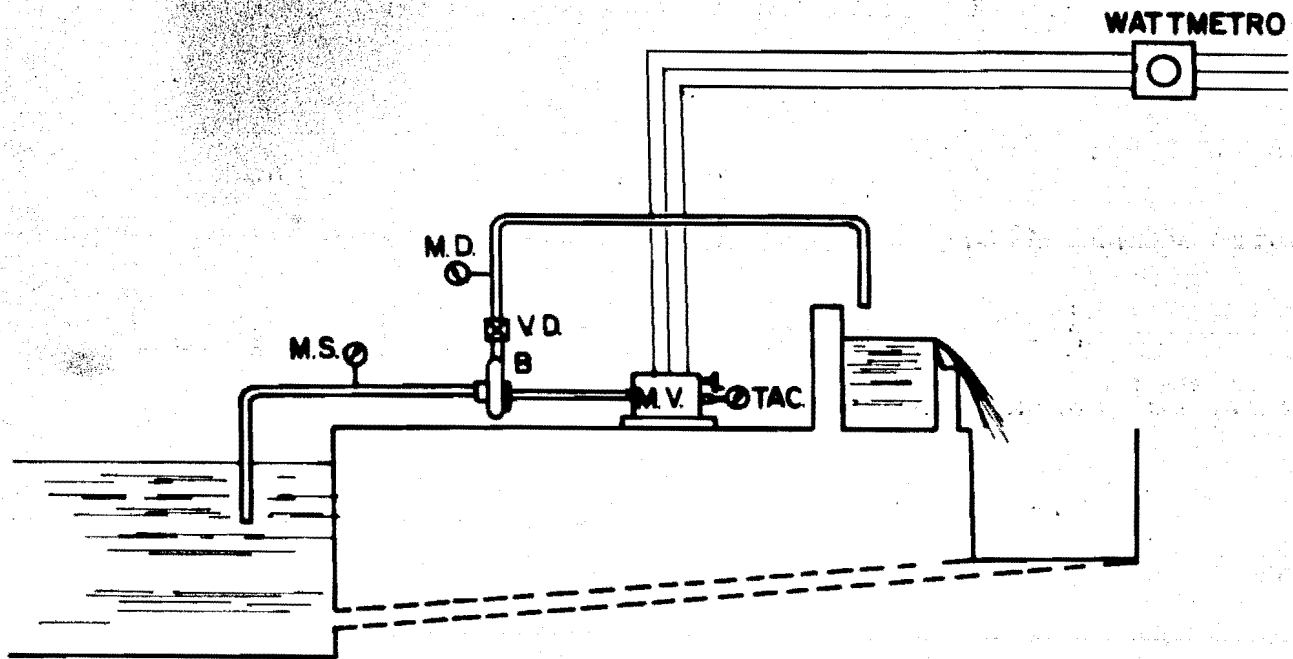


FIG. 1.5.4

La cual consta de:

1.- Una bomba acoplada directamente a un moto-variador, para dar diferentes velocidades angulares y potencias al freno. En este caso el  $D_2$  permanecerá constante, -- porque el impulsor no se cambiará durante los ensayos.

2.- Un tanque de almacenamiento con canal de retorno.

3.- Un tanque de aforo provisto de un vertedor de cresta delgada, o un v $\acute{e}$ nturi colocado en la tuber $\acute{a}$  de presi $\acute{o}$ n.

4.- Una tuber $\acute{a}$  de succi $\acute{o}$ n con un vacu $\acute{o}$ metro instalado.

5.- Una tuber $\acute{a}$  de descarga provista con un man $\acute{o}$ metro y una v $\acute{a}$ lvula de control.

6.- Una w $\acute{a}$ ttmetro para medir las potencias al freno del consumo de energ $\acute{a}$ a.

7.- Un tac $\acute{o}$ metro para medir las velocidades angulares.

El procedimiento que se lleva a cabo es el siguiente.

1.- Se fija una velocidad angular  $N$ -ctte.

2.- Se cierra la v $\acute{a}$ lvula de control; por lo tanto  $Q=0$  y se obtendr $\acute{a}$   $K_1 N_1$ .

3.- Se d $\acute{a}$  una abertura a la v $\acute{a}$ lvula de control hasta que el man $\acute{o}$ metro indique la primera lectura fijada con anterioridad, y se lee tambi $\acute{e}$ n el vacu $\acute{o}$ metro.

4.- Se hacen las lecturas para obtener el gasto y la potencia.

La carga desarrollada por la bomba se obtiene - - aplicando la ecuación de la energía a un volúmen de control como el que se muestra en la Fig. 1.5.5.

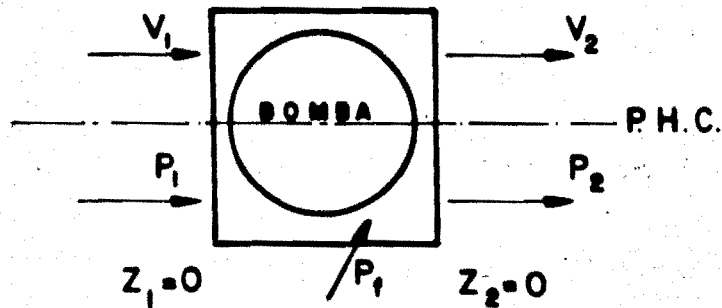


FIG. 1.5.5

con lo cual se obtiene:

$$P_h = Q\gamma H_t = Q\gamma \left( \frac{V_2^2}{2g} + z_2 + \frac{P_2}{\gamma} \right) - \left( \frac{V_1^2}{2g} + z_1 + \frac{P_1}{\gamma} \right)$$

y como:

$$V_1 \approx V_2$$

$$H_{t1} = \left( \frac{P_2}{\gamma} - \frac{P_1}{\gamma} \right) = \left( \frac{P_{D1}}{\gamma} - \frac{P_{S1}}{\gamma} \right) \quad (1.5.11)$$

el gasto se obtendrá así:

$$Q_1 = CL(H_1)^{3/2} \quad (\text{vertedor}) \quad (1.5.12)$$

$$Q_1 = CdAg \sqrt{2gH_1} \quad (\text{vénturi}) \quad (1.5.13)$$

entonces una vez que se tiene  $H_{t1}$ , calculamos la Potencia -- hidráulica.

$$P_{h1} = \gamma Q_1 H_{t1} \quad (1.5.14)$$

y de la figura 1.5.6:

$$K_1 N_1 = H_{t0}$$

ahora se obtiene la potencia al freno por medio del wáttmetro.

$$P_{f1} = K.(Kw)$$

donde  $K$  - ctte. de transformación a  $\frac{Kg(f) - m}{seg.}$

con lo que se puede obtener para este primer punto la eficiencia como:

$$\eta_{\beta 1} = \frac{\gamma Q_1 H_{t1}}{P_{f1}} \quad (1.5.15)$$

Estos pasos se repiten para diferentes aberturas de la válvula de control hasta dejarla totalmente abierta. - Fijando cada punto  $(H_{tn}, Q_n)$  en el plano  $(H_t - Q)$  para  $N=N_1$  - se obtiene una curva como la mostrada en la Fig. 1.5.6.

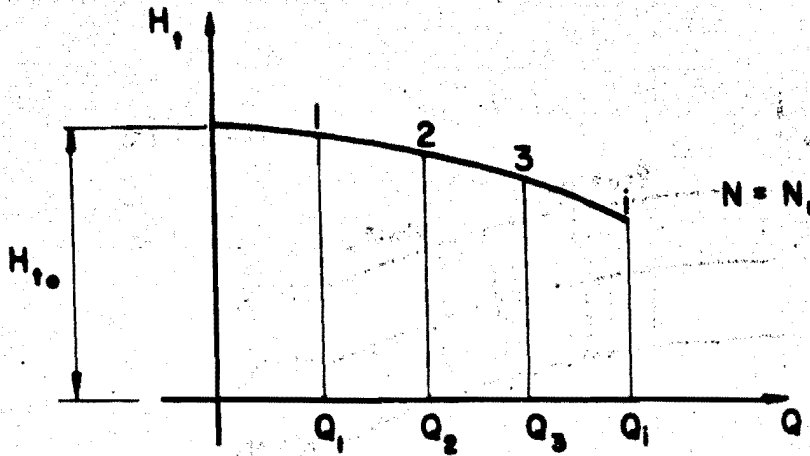


FIG. 1.5.6

Si se hace  $N=N_2$  y se sigue el procedimiento anterior desde el punto 2, obtendremos otra curva  $H_t - Q$ .

De esta manera obtendremos tantas curvas  $H_t - Q$  como valores de  $N$  fijemos.

Si en cada uno de los puntos de cada curva se han obtenido las eficiencias, podremos obtener las curvas de Iso eficiencia, interpolando a valores de cota redonda y uniendo los puntos de igual eficiencia.

Las curvas de isoeficiencia nos indican los rangos óptimos en que se deberá operar la bomba; dichos rangos se representan en las zonas sombreadas de las Figs. 1.5.7 y-

1.5.8. Fuera de esta zona, la bomba es ineficiente, por lo cual no es recomendable su operación.

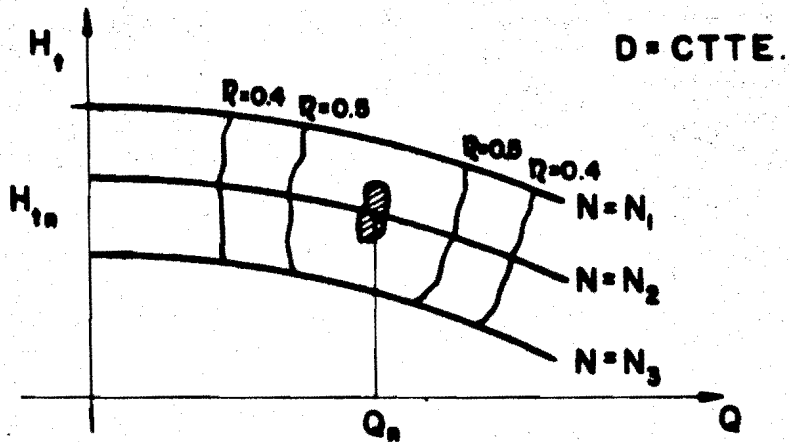


FIG. 1.5.7 CURVAS CARACTERISTICAS PARA  $D = \text{CTTE}$ .

Si ahora mantenemos constante a  $N$  y variamos los diámetros del impulsor de la bomba, las curvas características resultantes se muestran en la Fig. 1.5.8.

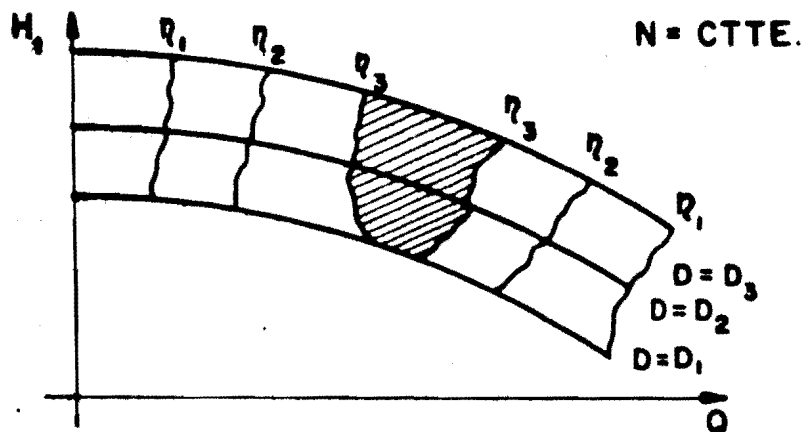


FIG. 1.5.8 CURVAS CARACTERISTICAS PARA  $N = \text{ctte}$

## CURVAS CARACTERISTICAS DE LAS TURBOMAQUINAS MOTRICES.

La construcción de las curvas características para las turbinas se hará de manera semejante a la de las bombas, o sea, en base a la ecuación de Euler Ec. (1.4.11). Si en ella forzamos el valor de  $\alpha_2 = 90^\circ$  (idealizando), para optimizar la energía aprovechable del rodete, e introducimos el valor de la eficiencia total de la turbina ( $\eta_t$ ) se obtiene la siguiente ecuación:

$$H_n = \frac{1}{g\eta_t} V_1 \cos\alpha_1 u_1 \quad (1.5.16)$$

tendremos que la potencia hidráulica es:

$$P_h = \frac{\gamma Q}{g\eta_t} V_1 \cos\alpha_1 u_1 \quad (1.5.17)$$

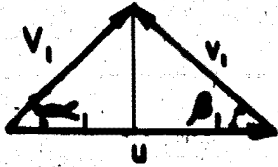
y como en turbinas;

$$\eta_t = \frac{P_f}{P_h} \quad (1.5.18)$$

$$P_f = \frac{\gamma Q}{g} V_1 \cos\alpha_1 u_1 \quad (1.5.19)$$

del triángulo de velocidades a la entrada del rodete se tiene:





$$V_1 \cos \alpha_1 = u_1 - v_1 \cos \beta_1$$

sustituyendo en la Ec. (1.5.19) tenemos:

$$P_f = (u_1^2 - u_1 V_1 \cos \beta_1) \frac{\gamma Q}{g} \quad (1.5.20)$$

pero:

$$u_1 = \frac{\pi N_1 D_1}{60}$$

entonces:

$$P_f = \frac{\gamma Q \pi^2 D_1^2}{3600g} N_1^2 - \frac{\gamma Q \pi D_1 V_1 \cos \beta_1}{60g} N_1 \quad (1.5.21)$$

que para una abertura dada del distribuidor  $Q$ ;  $V_1$  y  $D_1$  son constantes, ya que son función de  $Q$  por el diseño y construcción del rodete, entonces tenemos:

$$P_f = - K_1 N + K_2 N^2 \quad (1.5.22)$$

En esta ecuación  $K_1$  y  $K_2$  son ctttes., que dependen del grado de abertura del dispositivo de alimentación, así, dando diferentes aberturas podremos obtener tantas curvas características  $P_f - N$  como queramos.

En la Fig. 1.5.9 se muestran las curvas características con las de Isoeficiencia que se obtienen de manera semejante a las bombas, éstas en conjunto nos representan el plano característico para las Turbinas.

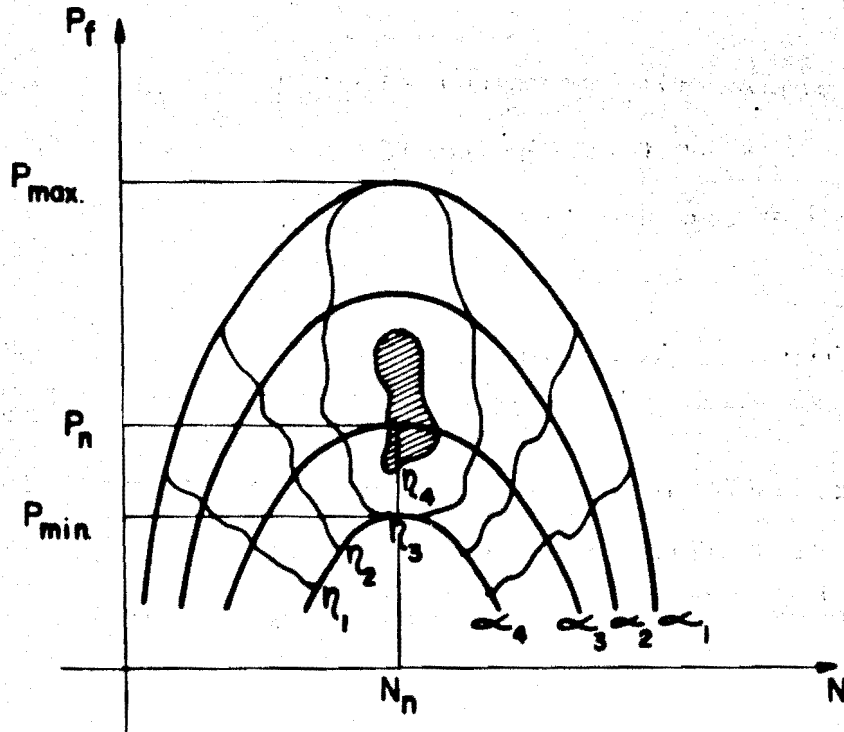


FIG. 1.5.9

De la Ec. (1.5.22) observamos que las curvas  $P_f$ - $N$  son parabólicas y siempre parten del origen. También observamos que llegarán a un valor máximo ( $P_f$  max.) y un mínimo -- ( $P_f$  min.) para un determinado número de revoluciones, y que entre estos dos valores se encuentra la potencia normal de operación ( $P_n$ ), para una velocidad angular normal de operación ( $N_n$ ) localizada en la zona sombreada, en la cual tenemos la curva de Isoeficiencia más alta.

Ya teniendo los valores de  $H_n$ ,  $P_n$  y  $N_n$  calculare-

mos la velocidad específica de la turbina:

$$N_s = \frac{N_n \sqrt{P_n}}{H_n^{5/4}}$$

La cual determina el grado de adaptabilidad de la máquina a los sistemas hidroeléctricos, garantizándose su funcionamiento con óptima eficiencia.

## 1.6 TEORIA DE SIMILITUD

Para que haya semejanza entre dos fenómenos fluidodinámicos realizados sobre dispositivos de diferente tamaño, es necesario que se cumplan las siguientes condiciones:

Similitud geométrica

Similitud Cinemática

Similitud Dinámica

### SIMILITUD GEOMETRICA.

Se dice que dos turbomáquinas de diferente tamaño son geoméricamente similares, sí y solamente si, sus longitudes homólogas guardan una relación constante y única denominada "Escala de Líneas". Se dice entonces que una de ellas es el modelo y la otra el prototipo.

De la Fig. 1.6.1, se tiene:

$$\frac{D_{2p}}{D_{2m}} = \frac{d_p}{d_m} = \frac{D_{1p}}{D_{1m}} = \dots = Le \quad (1.6.1)$$

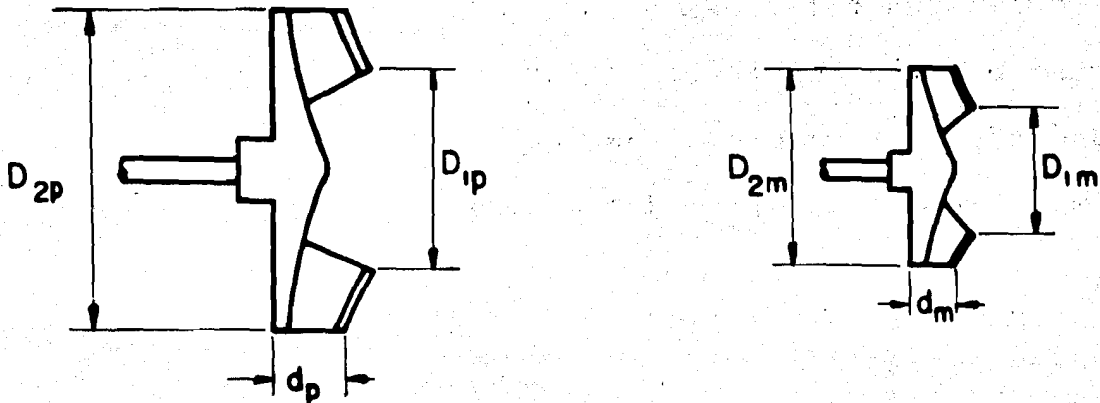


FIG. 1.6.1

o también:

$$\frac{D_{2p}}{d_p} = \frac{D_{2m}}{d_m} = K_1 \quad (1.6.2)$$

de donde:

$$d_p = K_1 D_{2p} \quad (1.6.3)$$

Esta condición es muy importante, pues garantiza la condición cinemática al forzar las condiciones de frontera del fluido.

## SIMILITUD CINEMATICA.

Se dice que dos turbomáquinas de diferente tamaño son cinemáticamente similares, si y solamente si, las velocidades homólogas referidas a puntos homólogos del flujo guardan una relación constante y única denominada "Escala de Velocidades". Del paralelogramo de velocidades a la salida -- del impulsor del modelo y del prototipo, Fig. 1.6.2 se tiene:

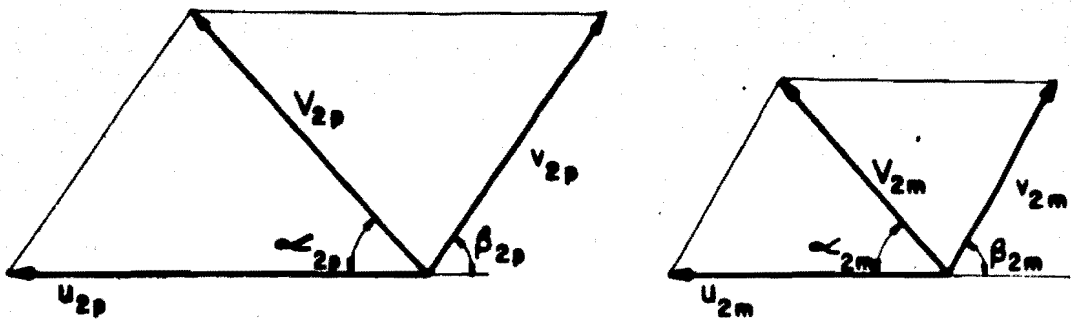


FIG. 1.6.2

$$\frac{V_{2p}}{V_{2m}} = \frac{u_{2p}}{u_{2m}} = \frac{v_{2p}}{v_{2m}} = \dots = v_e \quad (1.6.4)$$

Esto significa que los paralelogramos de velocidades del modelo y del prototipo deben ser geoméricamente semejantes y por lo tanto; no deberá haber diferencia entre -- sus ángulos, es decir:

$$\alpha_{2p} = \alpha_{2m} \quad (1.6.5)$$

$$\beta_{2p} = \beta_{2m} \quad (1.6.6)$$

por lo tanto  $\eta_m = \eta_p$  porque el flujo en el modelo resultará una réplica del flujo en el prototipo, lo cual permite obtener de la Ec. (1.6.4), las siguientes relaciones:

$$\frac{V_{2p}}{u_{2p}} = \frac{V_{2m}}{u_{2m}} = K_2 \quad (1.6.7)$$

$$\frac{u_{2p}}{v_{2p}} = \frac{u_{2m}}{v_{2m}} = K_3 \quad (1.6.8)$$

La similitud dinámica exige que se cumpla la ecuación de EULER tanto en el modelo como en el prototipo, o sea:

$$H_p = \frac{1}{g} V_{2p} \cos \alpha_{2p} u_{2p}$$

$$H_m = \frac{1}{g} V_{2m} \cos \alpha_{2m} u_{2m}$$

por lo tanto:

$$\frac{H_p}{V_{2p} u_{2p}} = \frac{H_m}{V_{2m} u_{2m}} = K_4 \quad (1.6.9)$$

de las expresiones cinemáticas para el prototipo, a la salida del impulsor:

$$u_{2p} = \frac{\pi N_p D_{2p}}{60}$$

$$Q_p = \pi D_{2p} d_p k V_{2mp}$$

$$V_{2mp} = V_{2p} \text{ sen } \alpha_{2p}$$

luego:

$$V_{2p} = \frac{Q_p}{\pi D_{2p} d_p K \text{ sen } \alpha_{2p}} \quad \text{y de la Ec. (1.6.3);}$$

$$\text{se llega a: } V_{2p} = \frac{Q_p}{\pi D_{2p}^2 K_1 K \text{ sen } \alpha_{2p}} = K'' \frac{Q_p}{D_2^2} \quad (1.6.10)$$

de la Ec. (1.6.7) y sustituyendo  $u_{2p}$  en la Ec. (1.6.10), tenemos:

$$\frac{V_{2p}}{u_{2p}} = K_2 = \frac{(60) K'' Q_p}{\pi N_p D_{2p}^2 D_{2p}} \quad \text{simplificando.}$$

$$K_5 = \frac{Q_p}{N_p D_{2p}^3} \quad \text{luego}$$

$$\frac{Q_p}{N_p D_p^3} = \frac{Q_m}{N_m D_m^3} \quad (1.6.11)$$

Utilizando las Ecs. (1.6.7) y (1.6.10) en la Ec. (1.6.9) tenemos:

$$\frac{H_p}{V_{2p} u_{2p}} = K_4 = \frac{H_p}{V_{2p}^2} = \frac{H_p}{(K'')^2 Q_p^2} = \frac{H_p K_2 D_{2p}^4}{(K'')^2 Q_p^2}$$

$$\frac{H_p D_p^4}{Q_p^2} = K_6$$

se llega a

$$\frac{H_p D_p^4}{Q_p^2} = \frac{H_m D_m^4}{Q_m^2} \quad (1.6.12)$$

De estas relaciones, pueden obtenerse las siguientes:

$$Q_p = K_5 N_p D_p^3 \quad (1.6.13)$$

$$H_p = K_6 \frac{Q_p^2}{D_p^4} \quad (1.6.14)$$

$$H_p = K_7 N_p^2 D_p^2 \quad (1.6.15)$$

y del producto de las dos anteriores se obtiene:

$$P_p = K_8 N_p^3 D_p^5 \quad (1.6.16)$$



combinando las ecs. (1.6.13) y (1.6.14)

$$D_p = K_5^{1/3} \frac{Q_p^{1/3}}{N_p}$$

$$H_p = K_6 \frac{Q_p^2}{K_5^{-4/3} \frac{Q_p^{4/3}}{N_p^{4/3}}} = K_9 Q_p^{2/3} N_p^{4/3} \quad (1.6.17)$$

De donde se pueden obtener las expresiones siguientes:

$$N_s = \frac{N \sqrt{Q}}{H_p^{3/4}} \quad (1.6.18) \dots \text{Para } \underline{\text{BOMBAS.}}$$

$$N_s = \frac{N \sqrt{P}}{H^{5/4}} \quad (1.6.19) \dots \text{Para } \underline{\text{TURBINAS}}$$

En donde  $N_s$ , es la velocidad específica, y como veremos adelante es el parámetro más importante que gobierna el comportamiento de las turbomáquinas.

## 1.7 CONSTANTES CARACTERISTICAS DE LAS TURBOMAQUINAS HIDRAULICAS.

### CONSTANTES CARACTERISTICAS DE UNA BOMBA.

Para encontrar las constantes de diseño, tendremos que suponer que los vectores que representan a las velocidades de salida, tengan unas magnitudes y ángulos tales -- que formen un paralelogramo cerrado. Con esto se garantiza que el flujo se adapta a la forma de los álabes del impulsor eliminándose de esta manera las turbulencias y las corrientes parásitas.

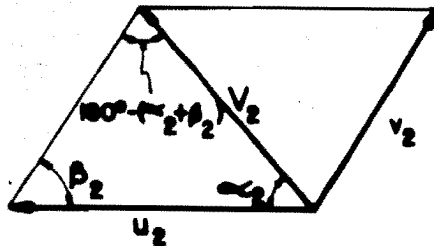


FIG. 1.7.1

Del paralelogramo de velocidades a la salida se observa la suposición antes descrita. Aplicando a éste la ley de los senos tenemos:

$$\frac{u_2}{\text{Sen}(180^\circ - (\beta_2 + \alpha_2))} = \frac{V_2}{\text{Sen } \beta_2}$$

Obteniéndose de esta ecuación  $V_2 = f(u_2)$  o  $u_2 = f(V_2)$

$$V_2 = \frac{\text{Sen } \beta_2}{\text{sen } (180^\circ - (\beta_2 + \alpha_2))} u_2 \quad (1.7.1)$$

$$u_2 = \frac{\text{sen } (180^\circ - (\beta_2 + \alpha_2))}{\text{Sen } \beta_2} V_2 \quad (1.7.2)$$

Ahora si sustituimos estas ecuaciones en la ecuación de EULER tenemos para cada caso:

$$H_t = \frac{1}{g} \frac{\text{sen } \beta_2}{\text{sen } (180^\circ - (\beta_2 + \alpha_2))} \cos \alpha_2 u_2^2 \quad (1.7.3)$$

$$H_t = \frac{1}{g} \frac{\text{sen } (180^\circ - (\beta_2 + \alpha_2))}{\text{sen } \beta_2} \cos \alpha_2 V_2^2 \quad (1.7.4)$$

de donde:

$$u_2^2 = \frac{\text{sen } (180^\circ - (\beta_2 + \alpha_2))}{2 \text{ sen } \beta_2 \cos \alpha_2} 2 g H_t$$

$$u_2 = \sqrt{\frac{\text{sen}(180^\circ - (\beta_2 + \alpha_2))}{2 \text{ sen } \beta_2 \text{ cos } \alpha_2} 2g H_t} \quad (1.7.5)$$

$$V_2 = \sqrt{\frac{\text{sen } \beta_2}{2 \text{ sen}(180^\circ - (\beta_2 + \alpha_2)) \text{ cos } \alpha_2} 2g H_t} \quad (1.7.6)$$

o más bien:

$$u_2 = \phi \sqrt{2g H_t} \quad \text{donde: } \phi = \sqrt{\frac{\text{sen}(180^\circ - (\beta_2 + \alpha_2))}{2 \text{ sen } \beta_2 \text{ cos } \alpha_2}} \quad (1.7.7)$$

y también:

$$V_2 = C_v \sqrt{2g H_t} \quad \text{donde: } C_v = \sqrt{\frac{\text{sen } \beta_2}{2 \text{ sen}(180^\circ - (\beta_2 + \alpha_2)) \text{ cos } \alpha_2}} \quad (1.7.8)$$

o sea que:

$$\frac{u_2}{V_2} = \frac{\phi}{C_v} \quad (1.7.9)$$

De las expresiones anteriores se puede ver que para un  $D_2$  y una  $N$  dadas, bastará seleccionar adecuadamente el valor de  $\beta_2$  para producir una carga  $H_t$  deseada, puesto que  $\alpha_2$  es función de  $\beta_2$  a través del gasto  $Q$  y el ancho del impulsor  $d$ .

A  $\phi$  se le denomina coeficiente de velocidad periférica y a  $C_v$  coeficiente de gasto.

En seguida se demostrará que estos coeficientes son función de la velocidad específica:

Por medio de las ecuaciones de similitud, se tiene que:

$$d = KD_2 \quad K_5 = \frac{Q}{N D_2^3} \quad \text{y} \quad V_{2p} = \frac{K'' Q_p}{D_2^2}$$

luego

$$C_v = K''' \frac{Q}{D_2^2 \sqrt{H_t}} = K''' K_5' \frac{Q N^{2/3}}{Q^{2/3} H_t^{1/2}}$$

en donde las constantes se van incorporando sucesivamente.

$$C_v = K''' K_5' \frac{Q^{1/3} N^{2/3}}{H_t^{1/2}} = K''' K_5' \frac{N \sqrt{Q}}{H_t^{3/4}} \quad 2/3$$

y como

$$N_s = \frac{N \sqrt{Q}}{H_t^{3/4}}$$

se tendrá finalmente que:

$$C_v = K_{cv} (N_s)^{2/3}$$

Como  $\phi$  y  $C_v$  están formados por los mismos elementos, entonces resultará que  $\phi = F (N_s)^{2/3}$ .

Las demostraciones anteriormente hechas nos dan la pauta para afirmar que seleccionando un  $\phi$  y un  $C_v$ , se controlará el gasto y la carga del impulsor en función de la  $N_s$  tipo requerida por el sistema de bombeo, es decir, seleccionaremos un tipo de rodete con las características adecuadas de gasto, carga y velocidad angular para trabajar a óptima eficiencia.

En lugar de  $C_v$  se acostumbra dar el  $K_{cv}$  que se expresa.

$$K_{cv} = \frac{V_m}{\sqrt{gH_t Z}}$$

donde  $K_{cv}$ ; es el coeficiente de velocidad que permite calcular la velocidad meridiana o radial.

Podremos calcular también el diámetro del impulsor en función del coeficiente  $\phi$  igualando la Ec. (1.7.7) -- con la ecuación de la velocidad tangencial del rodete en su diámetro exterior ( $D_2$ ).

de esta manera:

$$\frac{\pi D_2 N}{60} = \phi \sqrt{2gH_t}$$

$$D_2 = \phi \frac{\sqrt{2gH_t}}{\pi N} \quad (60)$$

agrupando constantes:

$$D_2 = \frac{60 \sqrt{2g}}{\pi} \phi \frac{\sqrt{H_t}}{N}$$

$$D_2 = 84.5 \phi \frac{\sqrt{H_t}}{N} \quad (1.7.10)$$

### CONSTANTES CARACTERISTICAS DE UNA TURBINA.

Estas se deducirán de manera semejante que en las bombas, o sea; basándose en la ecuación de EULER.

$$H_n = \frac{1}{g} V_1 \cos \alpha_1 u_1$$

Y haciendo uso de la ley de los senos en el paralelo de velocidades a la entrada, suponiendo que éste es cerrado, evitando así pérdidas de energía por turbulencias y corrientes parásitas tenemos:

$$\frac{u_1}{\sin(180^\circ - (\beta_1 + \alpha_1))} = \frac{V_1}{\sin \beta_1}$$

$$\frac{u_1}{\sin(\beta_1 + \alpha_1)} = \frac{V_1}{\sin \beta_1}$$

$$(00) \frac{u_1}{\sin(\beta_1 + \alpha_1)} = \frac{V_1}{\sin \beta_1}$$

de donde:

$$u_1 = \frac{\text{sen}(180^\circ - (\beta_1 + \alpha_1))}{\text{sen } \beta_1} V_1 \quad (1.7.11)$$

$$V_1 = \frac{\text{sen } \beta_1}{\text{sen}(180^\circ - (\beta_1 + \alpha_1))} u_1 \quad (1.7.12)$$

Llevando estos valores a la ecuación de EULER se tiene para cada caso:

$$H_n = \frac{1}{g} \frac{\text{sen}(180^\circ - (\beta_1 + \alpha_1))}{\text{sen } \beta_1} \cos \alpha_1 V_1^2 \quad (1.7.13)$$

$$V_1 = \sqrt{\frac{\text{sen } \beta_1}{2 \text{sen}(180^\circ - (\beta_1 + \alpha_1)) \cos \alpha_1}} \sqrt{2g H_n} \quad (1.7.14)$$

$$H_n = \frac{1}{g} \frac{\text{sen } \beta_1}{\text{sen}(180^\circ - (\beta_1 + \alpha_1))} \cos \alpha_1 u_1^2 \quad (1.7.15)$$

$$u_1 = \sqrt{\frac{\text{sen}(180^\circ - (\beta_1 + \alpha_1))}{2 \text{sen } \beta_1 \cos \alpha_1}} \sqrt{2g H_n} \quad (1.7.16)$$

de donde se deduce que:

$$\phi = \sqrt{\frac{\text{sen}(180^\circ - (\beta_1 + \alpha_1))}{2 \text{sen } \beta_1 \cos \alpha_1}} \quad (1.7.17)$$



$$C_v = \sqrt{\frac{\text{sen } \beta_1}{2 \text{ sen } (180^\circ - (\beta_1 + \alpha_1)) \text{ cos } \alpha_1}} \quad (1.7.18)$$

Los dos coeficientes son funciones de la velocidad específica, lo cual se demostró anteriormente. Esto es lo que ha hecho posible que exista una rueda determinada para una combinación dada de los elementos  $Q$  y  $H_n$  de los sistemas hidroeléctricos; pues basta seleccionar adecuadamente en el diseño los ángulos de entrada para proporcionar una  $\phi$  tal que:

$$u_1 = \phi \sqrt{2g H_n} \quad (1.7.19)$$

Y así poder acoplar la turbina a un generador tal que la velocidad normal de operación  $N_n$  de ésta sea compatible con la velocidad síncrona del generador dada por:

$$N = \frac{60 f}{P_p} \quad (1.7.20)$$

Por otro lado el gasto se controla con la abertura del sistema de alimentación del rodete ya que el  $C_v$  a que dado también controlado por  $\alpha_1$  y  $\beta_1$  dando así origen a la evolución de los rodetes.

## 1.8 CAVITACION

Es un fenómeno esencialmente mecánico producido por el colapso de las burbujas de vapor, que tiene la particularidad de ser altamente nosivo a los rodetes de las máquinas y a las instalaciones hidráulicas de las casas de máquinas.

Se puede visualizar el fenómeno de la siguiente forma:

Sea un estrangulamiento simple en un conducto a presión en que se pueden determinar dos secciones:

La sección (1) a la entrada de la reducción y la sección (2) en la garganta Fig. 1.8.1.

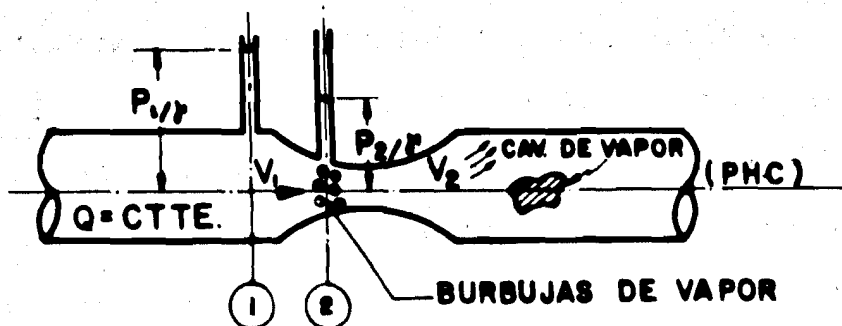


FIG. 1.8.1

Si insertamos dos piezómetros, uno en cada sección y valuamos la energía de presión y cinética, tomando un plano de referencia (PHC) que pase por el centro del conducto y establecemos el teorema de Bernoulli entre estas secciones, veremos que como  $E_1 = E_2$ ;

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} \quad (1.8.1)$$

por continuidad:

$$V_2 = \frac{A_1}{A_2} V_1 \quad (1.8.2)$$

y si  $\frac{A_1}{A_2}$  se hace demasiado grande  $V_2$  también crece demasiado, entonces por conservación de energía  $P_2/\gamma$  se tiene que hacer muy pequeño originando ésto que pueda llegarse a  $P_2/\gamma < P_v/\gamma$  a la temperatura ambiente, lo que hace que el agua hierva -- profusamente y se origine un desprendimiento de burbujas de vapor en la garganta del vénturi, que son arrastradas por el flujo formando cavidades grandes que desvían el flujo en forma errática, originándose vibraciones violentas que afectan a las instalaciones hidráulicas. Cuando estas cavidades de vapor llegan a zonas donde se tiene nuevamente las condiciones normales, se realiza el colapso de las burbujas desapareciendo prácticamente en un punto, originándose así ondas de

presión de alta intensidad que se propagan en el medio líquido, y al penetrar en la porosidad del material de la frontera del flujo, la expansión de éstas origina el desprendimiento de las partículas del metal que dejan picadas las paredes de los conductos. Una cavitación bien desarrollada destruye la superficie de frontera del flujo en un lapso de tiempo de unas 100 horas.

La presión de vapor de agua la podemos visualizar en la forma siguiente:

Sea en un barómetro de mercurio y un barómetro de agua como se aprecia en la Fig. 1.8.2. Si llenamos los tubos con los líquidos correspondientes y los volteamos e introducimos los extremos abiertos en sus cubetas correspondientes, podemos observar que el barómetro de mercurio da la presión atmosférica real, porque en la parte superior del tubo queda un vacío casi absoluto, pero el barómetro de agua da una lectura menor que denominaremos carga barométrica de agua, porque al hacerse el vacío el agua hierve inmediatamente y el vapor de agua que llena el espacio superior del tubo ejerce una presión que hace que la columna de agua del barómetro descienda hasta conseguirse el equilibrio de la carga de agua más la presión de vapor interna con la presión atmosférica externa. Luego la diferencia entre estas dos cargas, es la presión de vapor de agua a la temperatura ambiente.

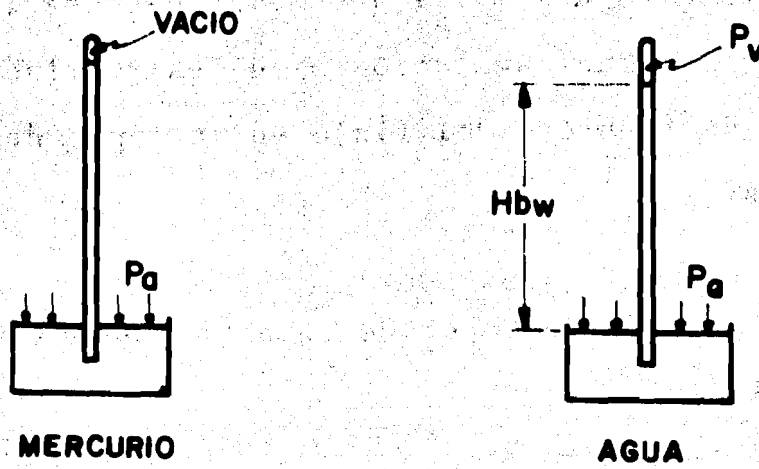


FIG. 1.8.2.

## CONTROL DE CAVITACION EN LAS BOMBAS.

Sea una bomba cualquiera acoplada directamente a un motor que gira a una velocidad angular  $N$ , cuya rama de succión está conectada a un depósito de alimentación en que el nivel del espejo de agua se mantiene constante. La rama de succión es un tubo simple, sumergido suficientemente respecto al nivel del espejo de agua para evitar la entrada de aire y la formación de vórtices. Los elementos hidráulicos y geométricos se ilustran en la Fig. 1.8.3.

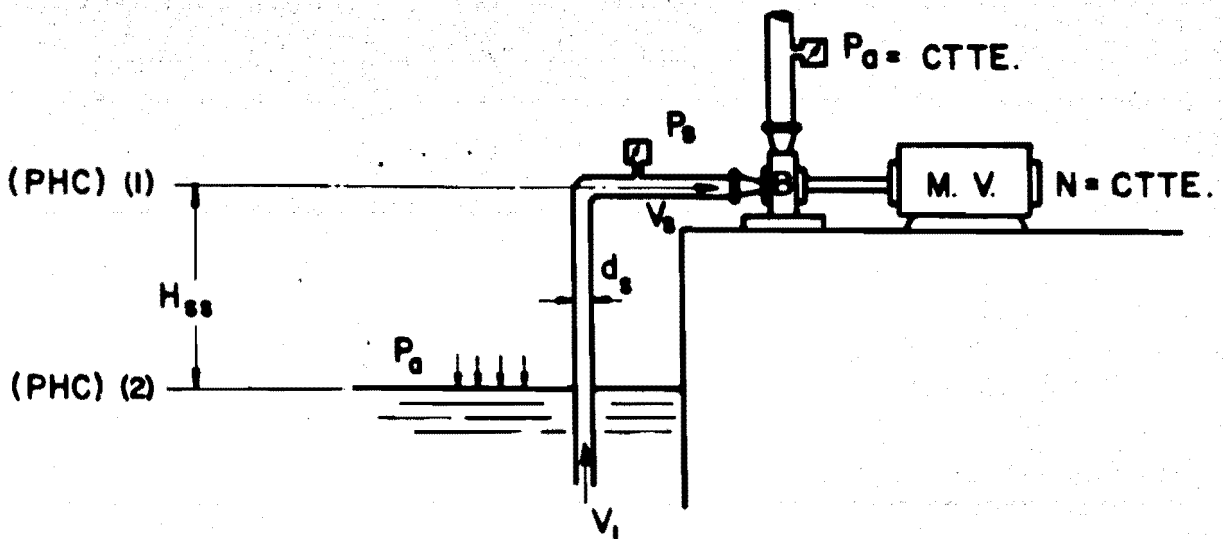


FIG. 1.8.3

Estableciendo el teorema de Bernoulli entre los planos (1) y (2) con (PHC) en 2 se tiene:

$$\frac{P_a}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + H_{ss} + \approx H_{fs} \quad (1.8.3)$$

Despreciando  $V_1^2/2g$ , por ser demasiado pequeña, y despejando  $P_s/\gamma$ .

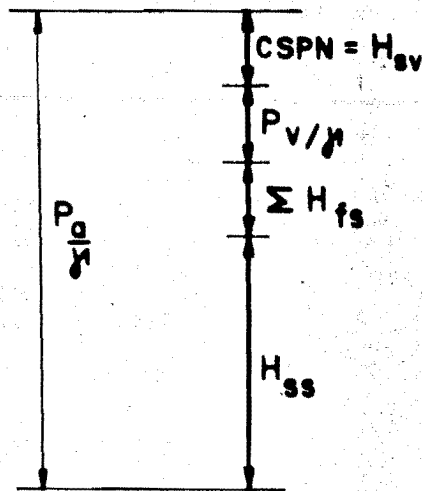
se tiene:

$$\frac{P_s}{\gamma} = \frac{P_a}{\gamma} - H_{ss} - \frac{V_s^2}{2g} - \approx H_{fs} > \frac{P_v}{\gamma} \quad (1.8.4)$$

Si queremos que no se presente la cavitación, debemos de forzar la situación, tal que  $P_s > P_v$ . En que  $P_v$  es la presión de vapor de agua a la temperatura ambiente, entonces:

$$\frac{P_a}{\gamma} - H_{ss} - \approx H_{fs} - \frac{P_v}{\gamma} > \frac{V_s^2}{2g} \quad (1.8.5)$$

Si hacemos una gráfica representativa del primer miembro de esta ecuación nos resulta:



La diferencia de energía con respecto a la  $P_a/\gamma$  - se denomina CARGA DE SUCCION POSITIVA NETA, y se indica con-  $H_{sv}$ , luego de la gráfica anterior se tiene:

$$H_{sv} > V_s^2/2g \quad (1.8.6)$$

Si dividimos los dos miembros de la ecuación anterior, entre la carga total que da la bomba ( $H_t$ ), ésta se vuelve adimensional, pero con la ventaja, de que el segundo miembro es constante, mientras que el primero no lo es: obsérvese en la curva de gastos de la Fig. 1.8.4, que como la  $N$  es cte. y la presión de descarga es constante, por la posición de la válvula, también  $Q$  es constante y por consiguiente  $V_s$  es constante, mientras que la  $H_{sv}$  no es constante, pues depende de  $H_{ss}$ .



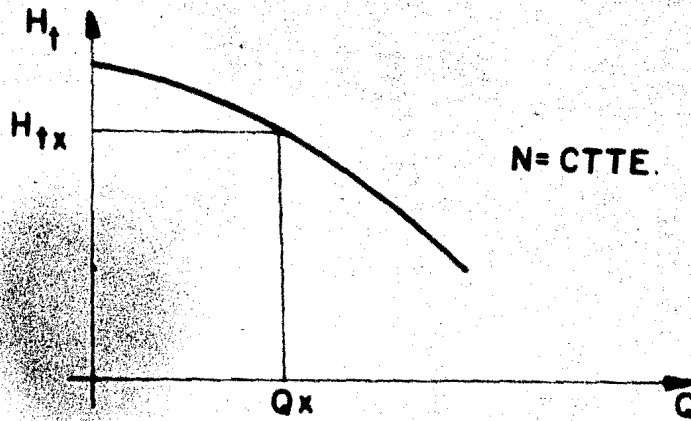


FIG. 1.8.4

Luego si en estas condiciones vamos aumentando la  $H_{ss}$ , puede ocurrir que:

$$\frac{H_{vs}}{H_t} = \frac{V_s^2}{2g H_t} \quad \text{y en ese momento } P_s = P_v$$

y por tanto se tiene la condición de cavitación incipiente.

Ahora si llamamos  $\frac{V_s^2}{2g H_t} = \sigma_c$ , en que  $\sigma_c$  es el coeficiente de Thoma  $\sigma_{th} = n\sigma_c$  a través de un coeficiente de seguridad de aproximadamente 1.5. Luego, el fabricante obtiene el  $\sigma_{th}$  en base a pruebas de laboratorio variando el gasto  $Q$  y la  $H_{ss}$  y finalmente nos proporciona esta información a -

travez de una gráfica de  $H_{sv} = \sigma_{th} H_t$ .

En donde para cada  $Q_i$  se tiene una  $N_{si}$ .

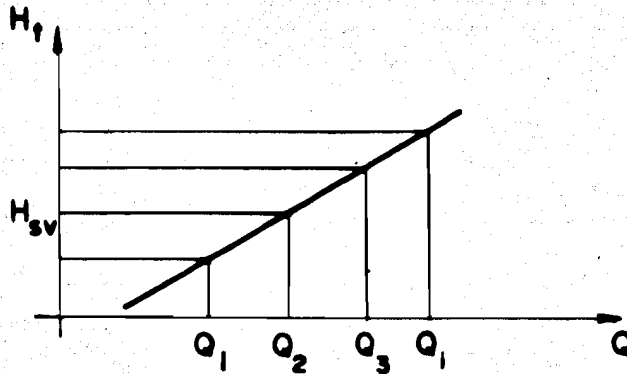


FIG. 1.8.5

Afortunadamente el coeficiente de cavitación de Thoma es función de la velocidad específica de la bomba.

entonces:

$$\sigma_{th} = K_v N_s^{3/4} \quad (1.8.7)$$

relación que nos permite pasar fácilmente de un  $\sigma_{th}$  a otro con la  $N_s^{3/4}$ .

## CONTROL DE CAVITACION EN LAS TURBOMAQUINAS MOTRICES (TURBINAS).

Este análisis se llevará a cabo basándonos en la Fig. 1.8.6, la cual es una instalación típica de una turbina de reacción.

En esta figura la  $H_{ss}$  se mantiene constante, lo mismo que la  $N$  por condición misma de los generadores de los sistemas hidroeléctricos, por lo que también la  $H_n$  se puede considerar constante.

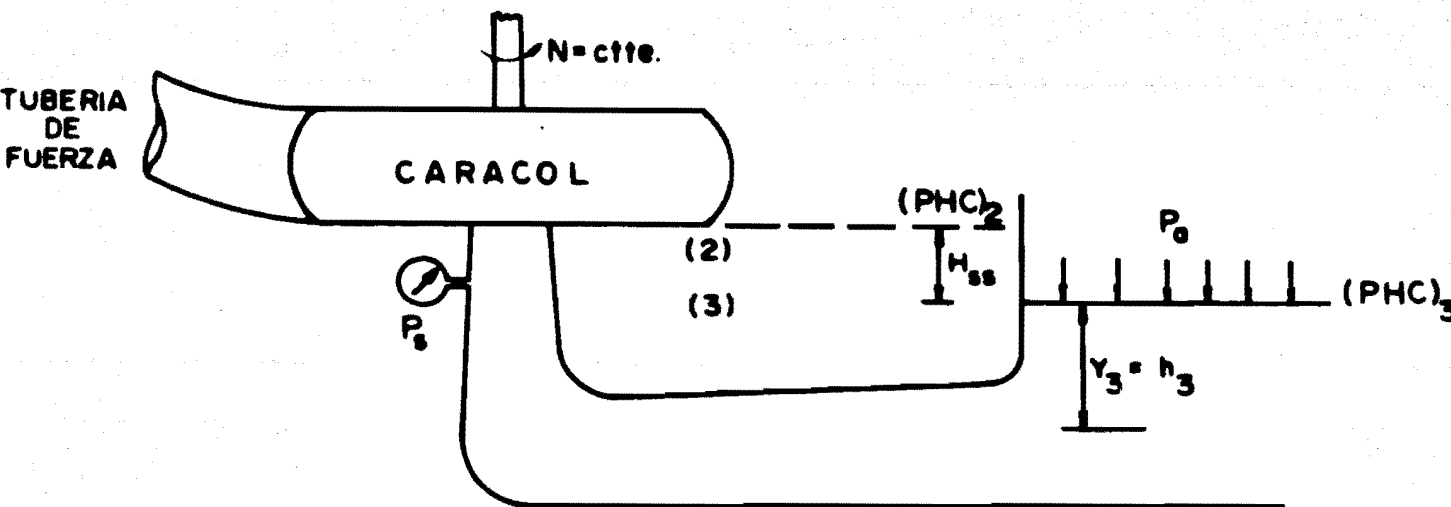


FIG.1.8.6 INSTALACION TIPICA DE UNA TURBINA DE REACCION

Estableciendo el teorema de Bernoulli entre (2) y (3) con  $(PHC)_3$  se tiene:

$$\frac{P_s}{\gamma} + \frac{V_s^2}{2g} + H_{ss} = \frac{P_a}{\gamma} + Y_3 - Y_3 + \frac{V_3^2}{2g} + \Sigma H_{fts} \quad (1.8.8)$$

imponiendo la condición de que  $\frac{P_s}{\gamma} > \frac{P_v}{\gamma}$  para que no exista cavitación, se tiene:

$$\frac{P_s}{\gamma} = \frac{P_a}{\gamma} - H_{ss} - \frac{V_s^2}{2g} - \frac{V_3^2}{2g} + \Sigma H_{fts} > \frac{P_v}{\gamma} \quad (1.8.9)$$

$$\frac{P_a}{\gamma} - \frac{P_v}{\gamma} - H_{ss} > \frac{V_s^2}{2g} - \frac{V_3^2}{2g} - \Sigma H_{fts} \quad (1.8.10)$$

Haciendo uso del concepto de eficiencia del tubo de succión podemos escribir:

$$E_e = \frac{V_s^2}{2g} \quad ; \quad E_r = \frac{V_s^2}{2g} - \frac{V_3^2}{2g} - \Sigma H_{fts}$$

en que:

$E_e$  = Energía entregada a la entrada del tubo de succión.

$E_r$  = Energía recuperada por el tubo de succión.

Luego, la eficiencia del tubo de succión se puede escribir:

$$\eta_{ts} = \frac{\frac{V_s^2}{2g} - \frac{V_3^2}{2g} - \Sigma H_{fts}}{\frac{V_2^2}{2g}} \quad (1.8.11)$$

De donde:

$$\frac{V_s^2}{2g} - \frac{V_3^2}{2g} - \Sigma H_{fts} = \frac{V_2^2}{2g} \eta_{ts} \quad (1.8.12)$$

sustituyendo la Ec. (1.8.7) en la (1.8.5) y considerando que:

$$\frac{P_a}{\gamma} - \frac{P_v}{\gamma} = H_{bw} \quad \text{se tiene: } H_{bw} - H_{ss} > \frac{V_2^2}{2g} \eta_{ts} \quad (1.8.13)$$

haciéndola adimensional al dividir los dos miembros entre  $H_n$  se tiene:

$$\frac{H_{bw} - H_{ss}}{H_n} > \eta_{ts} \frac{V_2^2}{2g H_n} \quad (1.8.14)$$

otra vez  $V_2^2/2g H_n$  es constante, ya que  $V_2$  varía con  $H_n$ , y -- aunque varíe la carga neta al variar los niveles en el vaso, esta expresión es constante.

El primer miembro de la Ec. (1.8.14) depende de  $H_{SS}$  y puede suceder que al ir aumentando la  $H_{SS}$  se llegue a la cavitación incipiente que determina  $\sigma_c$  (coeficiente crítico de cavitación) del cual podemos obtener el  $\sigma_{th}$  con un coeficiente de seguridad  $n \approx 1.5$  y luego llegar a la expresión siguiente, que se denomina fórmula de Thoma:

$$H_{SS} \leq H_{bw} - \sigma_{th} H_n \quad (1.8.15)$$

y con ésta se puede determinar la  $H_{SS}$  máxima permitida sin que se produzca cavitación.

$\sigma_{th}$  se puede obtener de la tabla de datos experimentales en función de la  $N_s$  que se da a continuación:

$N_s$	50	100	150	200	300	400
$\sigma_{th}$	0.030	0.033	0.070	0.122	0.290	0.510

Y  $H_{bw}$  se puede determinar con bastante precisión por medio de:

$$H_{bw} = 0.95 (10.33 - 0.11 E) \quad (1.8.16)$$

donde: E - elevación sobre el nivel del mar expresado en cientos de metros.

## CAPITULO II

### DISEÑO DE TURBOMAQUINAS MOTRICES

#### 2.1 CRITERIO DE SELECCION DE TURBINAS

Las fabricantes de turbinas encontraron en estudios estadísticos de todas las turbinas fabricadas hasta la fecha, que si se grafican las curvas de eficiencia de éstas en función de  $N_s$ , de tal forma que se obtengan envolventes que cubran el rango de funcionamiento de las mismas a óptima eficiencia, se obtiene una gráfica como la indicada en la Fig. 2.1.1. Es decir; las PELTON trabajan a óptima eficiencia entre  $10 < N_s < 50$ , las FRANCIS entre  $50 < N_s < 400$  y la HELICE arriba de 400, Fig. 2.1.1.

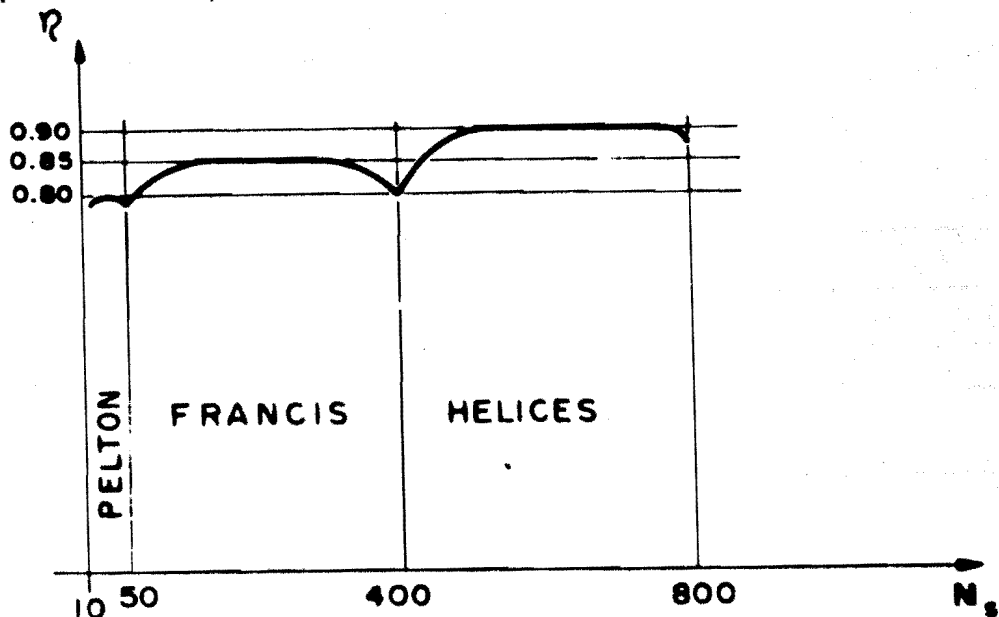


FIG. 2.1.1.

Como el objeto que se persigue en los aprovechamientos hidroeléctricos es producir energía con el mínimo desperdicio de agua, y por consiguiente, obtener a un mínimo costo el KW/Hr, el criterio de Selección de turbinas se basa en la velocidad específica, tomando en consideración las siguientes observaciones:

a) En sistemas aislados el número de unidades selecciona de acuerdo con la ley de demanda horaria, de tal forma que se tengan tantas unidades como variaciones en la potencia se presenten durante el día, para así operar el sistema siempre a óptima eficiencia.

Luego:

$$Q_u = \frac{Q_t}{N \text{ unidades}} \quad (2.1.1)$$

$$P_{fu} = \frac{\gamma Q_u H_n \eta_t}{75} \quad (2.1.2)$$

$$N_s = \frac{N \sqrt{P_{fu}}}{H_n^{5/4}} \quad (1.6.19)$$

La Ec. (1.6.19) determina el tipo de máquina a utilizar. Partiendo de esta  $N_s$ , se determina el coeficiente de velocidad relativa, las dimensiones de la máquina y de la casa de máquinas.



b) En sistemas interconectados, el sistema mas económico es el que tiene menor número de unidades.

Para encontrar este número de unidades, se procede como sigue:

1. De la tabla de  $N_s$  max. permisible contra  $H_n$ ; - para la carga  $H_n$  de nuestro sistema; obtenemos  $N_s$  max. permisible. Con ésta aseguraremos que la máquina no se destruya - por exceso de esfuerzos en los materiales.

2. De la fórmula de la velocidad específica.

$$N_s = \frac{N \sqrt{P_u}}{H_n^{5/4}} \quad (1.6.19)$$

y seleccionando  $N$  con:

$$N = \frac{60 f}{P_p} \quad (1.7.20)$$

El número máximo de pares de polos con que se construyen los generadores para plantas hidroeléctricas es de 40, lo que limita la velocidad angular mínima posible en estas máquinas.

Si seleccionamos la  $N$  (velocidad mínima compatible con el número de pares de polos del generador), podemos despejar la  $P_u$  de la Ec. (1.6.19) que nos dará la máxima potencia que puede generar una sola unidad:

$$P_u = \left(\frac{N_s}{N}\right)^2 H_n^{5/2} \text{ en (c.v.)} \quad (2.1.3)$$

3. Como la potencia total del sistema hidroeléctrico es:

$$P_T = \frac{Q_t H_n n_t}{75} \quad (2.1.4)$$

el número máximo de unidades será:

$$\text{Número aprox. de unidades } (N_u) = \frac{P_T}{P_u} \quad (2.1.5)$$

4. Ajustando al número entero de unidades inmediato superior del obtenido anteriormente, para no sobrepasar la  $N_s$  permisible se tiene:

$$P_{u \text{ Real}} = \frac{P_T}{N_u} \quad (2.1.6)$$

5. La  $N_{s \text{ Real}}$  será:

$$N_s = \frac{N \sqrt{P_{u \text{ Real}}}}{H_n^{5/4}} \quad (1.6.19')$$

6. Se dimensionan las unidades y se revisa el sistema hidroeléctrico.

PROBLEMA PROPUESTO PARA EL DISEÑO DE LA TURBINA PELTON

Este problema tiene las condiciones siguientes:

$$Q_T = 3(\text{m}^3 / \text{s}) \quad \eta_t = 80\%$$

$$H_n = 735(\text{m})$$

$$D_{\text{max.}} = 2(\text{m})$$

$$f = 60(\text{ciclos/s})$$

Por medio de la Ec. (2.1.4) se obtiene la potencia al freno:

$$P_{fT} = \frac{Q_T \gamma H_n \eta_t}{75} \text{ (c.v.)} \quad P_{fT} = \frac{1.5(1000)735(0.8)}{75} = 23,520 \text{ (c.v.)}$$

por medio del valor de  $H_n$  obtenemos el valor de  $N_{\text{smax.}}$  de la tabla suministrada por los fabricantes.

$H_n$ (m)	1065	915	762	550	427	305	152
$N_s$ (max)	14.46	15.6	17.8	22.25	26.7	31.2	37.80

$$N_{\text{smax.}} = 18.367$$

con el valor de  $N_{smax}$ . obtendremos de la tabla  $N_s$  contra  $\phi$  (coeficiente de velocidad periférica), el valor de  $\phi$  para nuestro caso particular.

$N_s$	9	13.5	10	22.5	27	31.5
$\phi$	0.47	0.46	0.45	0.44	0.43	0.42

se obtiene  $\phi = 0.445$  de la Ec. (1.7.10) \* se obtiene el valor de N:

$$N = \frac{84.5 \phi \sqrt{H_n}}{D} \text{ (r.p.m.)} \quad N = \frac{84.5(0.445) \sqrt{735}}{2} = 514 \text{ (r.p.m.)}$$

ajustando los pares de polos ( $P_p$ ) Ec. (1.7.20):

$$P_p = \frac{60 f}{N} ; \quad P_p = \frac{3600}{510} = 7.05 \cong 7$$

ajustando la vel. angular (N):

$$N = \frac{60 f}{P_p} ; \quad N = \frac{3600}{7} = 514 \text{ (r.p.m.)}$$

de la Ec. (2.1.3) tenemos:

---

\* la ec. (1.7.10) se utiliza tanto en bombas como en turbinas.

$$P_{fu} = \left( \frac{N_{s \max}}{N} \right)^2 H_n^{5/2} = \left( \frac{18}{514} \right)^2 (735)^{5/2} = 17961 \text{ (c.v.)}$$

de la Ec. (2.1.5) se obtiene el número de unidades ( $N_s$ ):

$$N_u = \frac{P_{fT}}{P_{fu}} = \frac{23520}{17961} = 1.23 \approx 2 \text{ unidades}$$

ajustando el valor de la potencia unitaria:

$$P_{fu} = \frac{P_{fT}}{N_u} = \frac{23520}{2} = 11760 \text{ (c.v.)}$$

con el valor de la pot. unit. ajustada (Potencia Unitaria - Real  $P_{uReal}$ ) obtenemos la  $N_s$ .

$$N_s = \frac{N \sqrt{P_{fu}}}{H_n^{5/4}} = \frac{514 \sqrt{11760}}{(735)^{5/4}} = 14.44$$

puesto que este valor de  $N_s$  difiere mucho de la  $N_{smax}$ , conviene forzar  $N_s = N_{smax}$ , y obtener un valor de  $N$  que cumpla la igualdad anterior:

$$N = \frac{N_s (H_n)^{5/4}}{\sqrt{P_u}} = \frac{18 (735)^{5/4}}{\sqrt{11760}} = 635.22 \text{ (r.p.m.)}$$

ajustando nuevamente el número de  $P_p$  tenemos:

$$P_p = \frac{3600}{N} = \frac{3600}{635.22} = 5.6 \approx 6$$

y ajustando nuevamente el valor de  $N$ ;

$$N = \frac{3600}{6} = 600 \text{ (r.p.m.)}$$

obtenemos la  $N_{sReal}$ :

$$N_{sReal} = \frac{600 \sqrt{11760}}{(735)^{5/4}} = 17$$

concluyendo:

puesto que la  $N_s = 17$  para este caso particular, cae dentro del rango de velocidades específicas para las Turbinas tipo PELTON conforme a lo visto en la sección 2.1 de este capítulo.

La central hidroeléctrica quedará integrada de la siguiente forma:

Número de unidades ( $N_u$ ) - 2

Tipo de Turbinas - PELTON

Potencia al freno unitario ( $P_{fu}$ ) - 11,760 (c.v.)  
 Gasto por unidad ( $Q_u$ ) - 1.5 ( $m^3/s$ )  
 Carga Neta ( $H_n$ ) - 750 (m)  
 Frecuencia (f) - 60 (hz)  
 Diámetro máximo (Dmax.) - 2 (m)  
 Velocidad Angular del Generador (N) - 600 (r.p.m)  
 Pares de polos del Generador ( $P_p$ ) - 6 ( $P_p$ )

## 2.2 DIMENSIONAMIENTO DE LA TURBINA PELTON

### A) LA RUEDA

La velocidad periférica para la turbina PELTON - está expresada mediante la relación:

$$u = \phi \sqrt{2 g H_n} \quad (2.2.1)$$

donde el coeficiente de velocidad periférica  $\phi$  está comprendido entre 0.45 y 0.48.

Se obtiene rápidamente el diámetro de la rueda:

$$D = \frac{60 u}{\pi N} \quad (2.2.2)$$

donde  $N$  es el número de revoluciones de la máquina, y se expresa a través de la relación  $N = 60 f/P_p$ , cuando la turbina está directamente acoplada a un alternador para generar corriente a la frecuencia  $f$ , y  $P_p$  es el número de pares de polos.

El valor óptimo del coeficiente de la velocidad periférica  $k_p$  no es constante para todas las turbinas PELTON; sino que varía en función inversamente lineal a la velocidad específica ( $N_s$ ). Por ejemplo Vincenzo Rubbo indica una variación de 0.49 para  $N_s = 0$  y 0.425 para  $N_s = 30$  (refiriendonos a un solo chiflón).

Otros autores expresan el valor de la velocidad periférica media de la rueda, en función del cociente entre el diámetro del chorro y el diámetro de la rueda, y de la raíz cuadrada de la altura neta ( $H_n$ ).

$$u = f(d/D, \sqrt{H_n}) \quad (2.2.3)$$

Por ejemplo se pudo recavar la siguiente tabla que toma en cuenta las dos condiciones, las cuales son implícitas la una de la otra.



para	$d/D = 1/50$	se tendrá	$u = 0.49$	$V_1$
"	$d/D = 1/7$	" "	$u = 0.43$	$V_1$
"	$H = 1800$ (m)	" "	$u = 0.495$	$V_1$
"	$H = 1000$ (m)	" "	$u = 0.48$	$V_1$
"	$H = 300$ (m)	" "	$u = 0.44$	$V_1$

De esta manera se tendrá la velocidad periférica-  
óptima aprovechando la experiencia de algunos constructores-  
de ruedas PELTON.

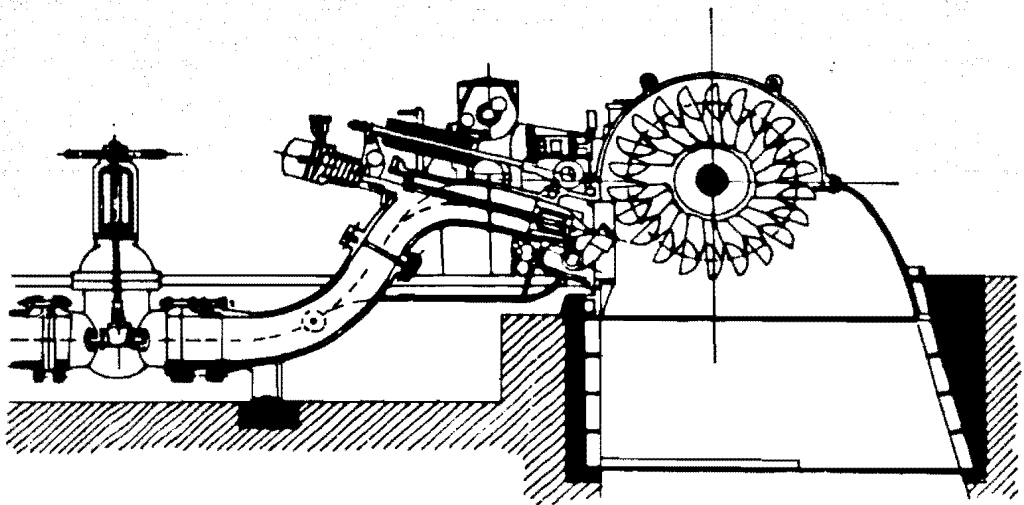


FIG. 2.2.1 CORTE TRANSVERSAL DE UNA TURBINA PELTON

## B) EL DIAMETRO DEL CHORRO

Se indica con  $V_1$  la velocidad efectiva del agua al salir del chiflón; que vale  $0.97 - 0.98 \sqrt{2gH_n}$ , el diámetro del chorro será:

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V_1}} \quad (2.2.4)$$

donde  $Q$  es el gasto máximo afluente.

## c) CARACTERISTICAS DEL TUBO INYECTOR

La velocidad del agua en el tubo inyector se prevee de una manera tal que no se induzcan pérdidas excesivas. Esta velocidad se indica como  $V_i$ , y se expresa en función de la carga neta ( $H_n$ ) por medio de la relación:

$$V_i = (0.075 - 0.1) \sqrt{2g H_n} \quad (2.2.5)$$

En la práctica se aconseja mantener la vel.  $V_i$  no superior a los 9 ó 10 m/s, ya que de esta manera se evitarán fuertes pérdidas de carga.

El valor del diámetro del tubo inyector de la Fig. 2.2.3 será entonces:

$$D_T = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V_i}} \quad (2.2.6)$$

obteniendo así el diámetro, tomando en cuenta el cálculo del espacio debido al eje.

En el caso de inyectores con codo, es primordial que la parte terminal del tubo sea recta con una longitud de 6 a 7 veces el diámetro del chorro (d), de modo que a la salida del inyector, el chorro de agua sea rectilíneo o paralelo al eje.

Con el mismo fin, y para evitar turbulencias en el chorro, que como es conocido, provoca disminuciones en la eficiencia se dispone antes de la aguja del eje, una cruceta aletada para guiar el agua, perfilada según un trazado de buena penetración, generalmente un perfil aerodinámico. El conjunto de aletas está fundido en acero o bronce y a veces está reforzado de una estructura circular con un diámetro interior correspondiente al del tubo del inyector, con funcionamiento además de cruceta de sostén, como guía del eje. En la actualidad se hacen aletas de lámina soldadas entre ellas.

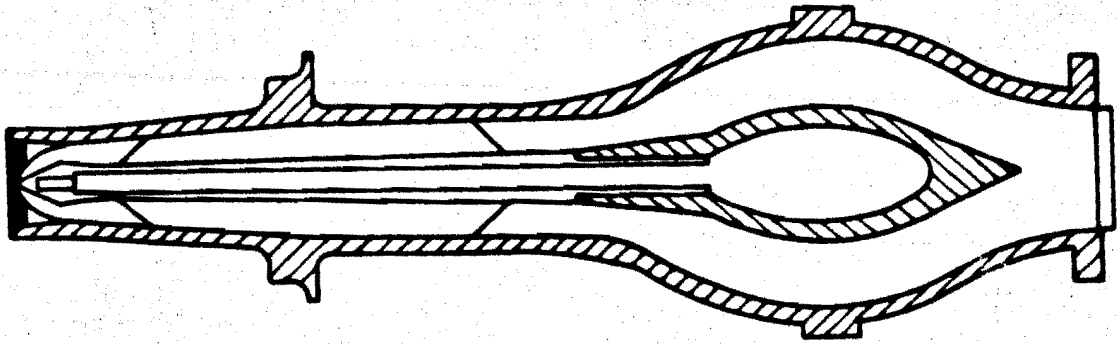


FIG. 2.2.2. CORTE LONGITUDINAL DE UN CHIFLON PARA TURBINA PELTON.

Se han obtenido adelantos para conseguir un mejor rendimiento hidráulico en los tubos inyectoros de la Turbina Pelton, éstos se han logrado con los "inyectores rectos" que estan siendo plenamente adoptados por muchos constructores.

Desde hace tiempo se ha constatado que los chorros de las Turbinas Pelton con cargas elevadas, y por consiguiente de elevada velocidad, tenían una marcada tendencia a la dispersión del chorro. El fenómeno era en parte debido además del grado de turbulencia arriba mencionado, sobre todo a la resistencia superficial del aire. Por eso desde hace unos veinte años se ha puesto mucho cuidado en la conformación de los inyectoros haciéndolos lo más recto posible para evitar turbulencias en el flujo debido a los codos. Es conocido que tales distorsiones alteran la estructura del chorro provocando corrientes secundarias. En el caso de que las car

gas sean excepcionalmente altas, es posible prever que el chorro presente por ese hecho, insuficiente homogeneidad local que lleva a la máquina a una reducción del rendimiento en el sistema de paletas y provoca desgastes más rápidos en general.

Después de la construcción de máquinas de alta capacidad, el estudio del fenómeno de la dispersión del chorro ha recibido mayor atención y ha sido confirmado que dicho fenómeno depende evidentemente de la turbulencia, la cual a su vez es función de  $H_n$  y de los accesorios en la tubería anteriores a la boquilla; mientras el efecto de la resistencia del aire puede ser tenido menos en cuenta debido al pequeño trayecto del chorro a la paleta, salvo en las zonas límites exteriores por elevados valores de  $d / D$ , en donde las gotas se vuelven distintas por la acción de frenado de la resistencia del aire.

#### TRAZO DEL PERFIL DE LA TOBERA Y DE LA AGUJA

Se fijan antes de todo los ángulos del cono terminal, de la aguja ( $2\theta$ ) y de la parte del cono de la tobera ( $2\psi$ ). La Fig. 2.2.3 representa una tobera y una aguja de perfiles usados actualmente.

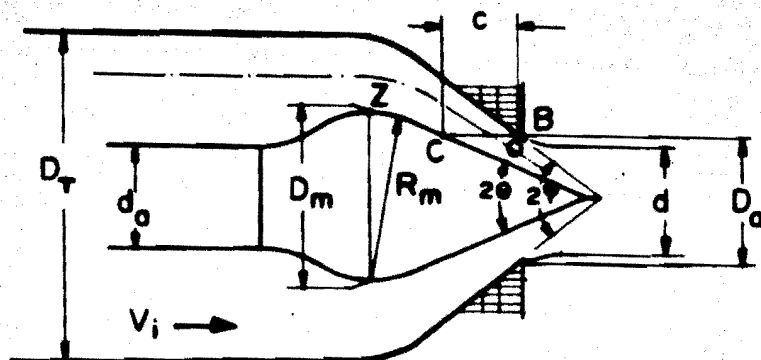


FIG. 2.2.3

La aguja con una simple punta cónica y con generatrices directas, nos permite alcanzar un buen rendimiento, - es simple y resulta de maquinado económico.

La transformación de la energía potencial en energía cinética se lleva a cabo en el último tramo de la tobera de fácil trazado y ejecución.

Entre los valores de ángulos adoptados se citan:

$$\begin{array}{lll} 2\theta = 50^\circ & 2\theta = 52^\circ & 2\theta = 60^\circ \\ 2\psi = 75^\circ & 2\psi = 80^\circ & 2\psi = 90^\circ \end{array}$$

En general hoy en día tenemos entonces:

$$\frac{2\theta}{2\psi} = \frac{2}{3} \quad (2.2.7)$$

Fijando los ángulos de la aguja y de la tobera se ejecuta el trazado del perfil de estas partes.

Observamos que el gasto  $Q$  de la tobera será expresado como el producto del área generada por  $AB$  (normal al filete medio) alrededor del eje del chorro y calculada por la regla de Guldino, por  $\sqrt{2gH}$  y por un coeficiente de flujo .

Empezamos a deducir el valor de la superficie generada por  $AB$  mientras se nota que en la Fig. 2.2.4:

$$AC = c \operatorname{sen} \theta \quad (2.2.8)$$

$$\hat{BAC} = \frac{\psi - \theta}{2}$$

entonces:

$$AB = \frac{AC}{\cos \frac{\psi - \theta}{2}} = c \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \frac{\psi - \theta}{2}} \quad (2.2.9)$$

Por otra parte:

$$AP = AO \cos \frac{\psi + \theta}{2} = \frac{AB}{2} \cos \frac{\psi + \theta}{2}$$

$$AP = \frac{C}{2} \frac{\operatorname{sen} \psi}{\cos \frac{\psi - \theta}{2}} \cos \frac{\psi + \theta}{2} \quad (2.2.10)$$

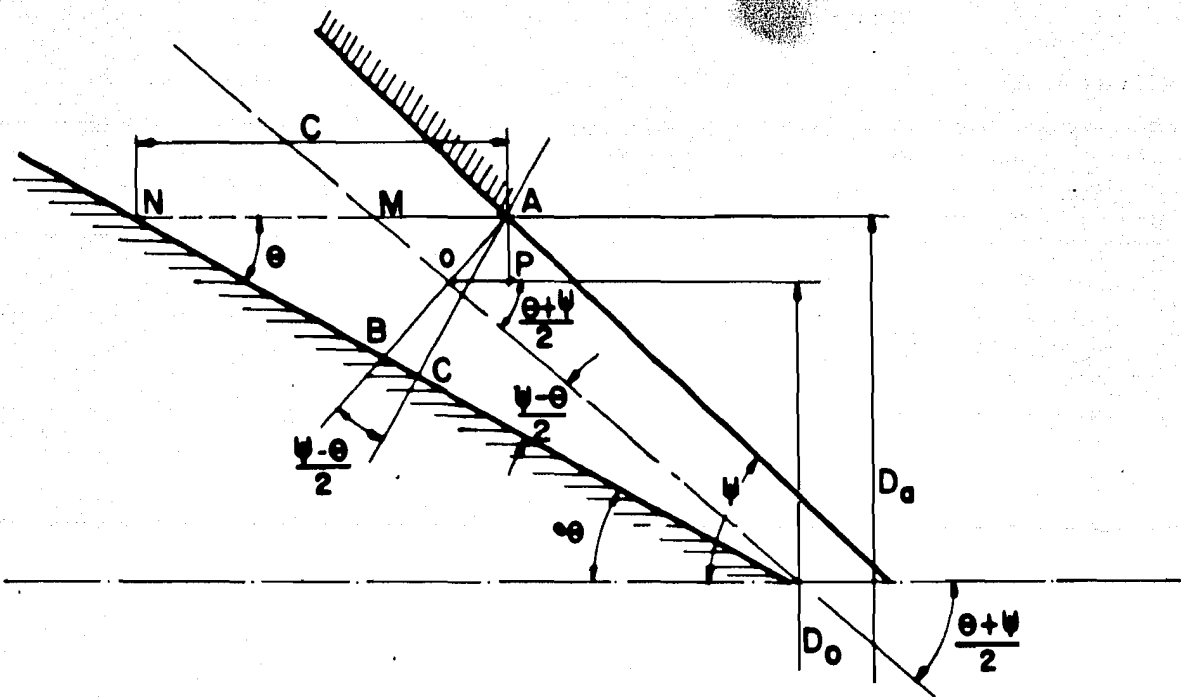


FIG. 2.2.4 CARACTERISTICAS DE LA TOBERA AGUJA CON RELACION - AL FLUJO.

Será entonces  $D_0$  (el diametro del baricentro AB):



$$D_o = D_a - 2 AP = D_a - c \operatorname{sen} \theta \frac{\cos \frac{\theta + \psi}{2}}{\cos \frac{\psi - \theta}{2}} \quad (2.2.11)$$

El área del pedazo del cono AB será entonces expresada:

$$AB\pi D_o = c \frac{\operatorname{sen} \theta}{\cos \frac{\theta - \psi}{2}} \left( D_a - c \operatorname{sen} \theta \frac{\cos \frac{\theta + \psi}{2}}{\cos \frac{\psi - \theta}{2}} \right)$$

$$AB\pi D_o = \frac{Q}{\mu \sqrt{2gH}} \quad (2.2.12)$$

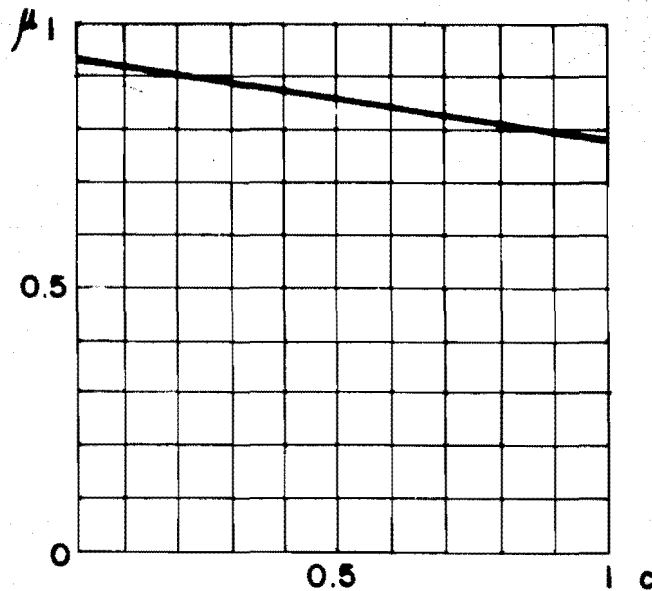


FIG. 2.2.5 VARIACION DEL COEFICIENTE DEL FLUJO EN FUNCION DE LA CARRERA DE LA AGUJA.

En esta relación Ec. (2.2.12) podemos fijar los valores de la carrera  $c = 0.7 d$  y de  $\mu$ , para obtener el diámetro de la tobera ( $D_a$ ). La experiencia ha demostrado que para obtener el mejor rendimiento conjunto de la tobera - - - - - aguja a las distintas aberturas, es bueno que la carrera máxima de la aguja sea aproximadamente  $0.65 - 0.75 d$ .

El coeficiente de flujo varía con la abertura de la aguja y con la forma del chiflón; para los tipos actuales normalmente usados se podrá admitir la variación lineal dada en la Fig. 2.2.5 .

La misma relación Ec. (2.2.12), podrá servir también para determinar la  $c$  correspondiente a los diversos gastos reducidos ( $3/4Q$ ,  $1/2Q$ ,  $1/4Q$ ) substituyendo en la expresión el valor de  $D_a$  ya dado, y el valor de  $\mu$  que es conocido solamente en función de la carrera de la aguja siendo también una incógnita. Será necesario proceder por aproximaciones progresivas eligiendo el valor de  $\mu$  permisible y resolviendo la expresión para obtener  $c$ , cuyo valor se confrontará -- con aquel correspondiente sobre el diagrama. En la práctica se efectuarán si es necesario algunas correcciones posteriores hasta tener buenos resultados entre los valores prefijados y los verificados.

A continuación se podrán construir por puntos los

diagramas de gastos y diámetros del chorro en función de la carrera de la aguja (c), dándonos esto como resultado la determinación óptima de los grados de abertura del chorro. Casi siempre el diámetro máximo de la aguja se toma aproximadamente  $1.6 d$ , mientras el diámetro del eje de mando ( $d_a$ ) se mantiene aproximadamente igual al diámetro del chorro. La rosca de unión de la aguja con el eje viene verificada por la resistencia en base al esfuerzo transmitido por la aguja, observando que la extremidad del eje roscado soporte un esfuerzo correspondiente a:

$$\frac{\pi}{4} D_a^2 \gamma H_n \quad (2.2.13)$$

ya que el agua puede penetrar en la zona roscada a la presión aproximadamente igual al valor de  $H_n$ .

El valor del esfuerzo que la aguja transmite al eje en posición de cierre esta expresado en  $k_g$ :

$$F = \frac{\pi}{4} (D_a^2 - d_a^2) \gamma H_n \quad (2.2.14)$$

en donde  $\gamma = 1000 \text{ (Kg}_{(f)} / \text{m}^3)$  y  $H_n$  es la carga en (m);  $D_a$  y  $d_a$  están expresados en metros (m).

#### D) CARACTERISTICAS GENERALES DE LA PALETA.

La paleta de la rueda PELTON tiene forma de doble cuchara como se puede observar en la figura siguiente.

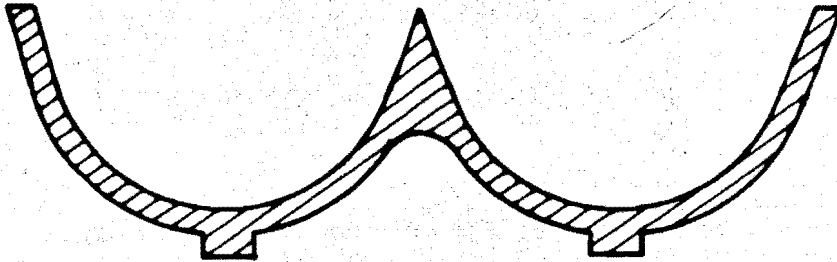


FIG. 2.2.6 CORTE TRANSVERSAL DE LA PALETA

El perfil arredondado es utilizado en la mayoría de los casos por los americanos, mientras que los europeos prefieren el perfil elíptico. Hoy en día se usan formas intermedias con amplias uniones laterales y frontales, y a veces cada cuchara tiene la forma ligeramente ovalada; o sea, la paleta está un poco más ancha hacia la unión con el disco.

Las dimensiones de las paletas están en la práctica expresada en función del chorro, y por condiciones de funcionamiento se obtienen los valores:

Ancho =  $3 d$

Altura =  $2.5 d$

Profundidad =  $0.8 d$

$E = 1.2 d$

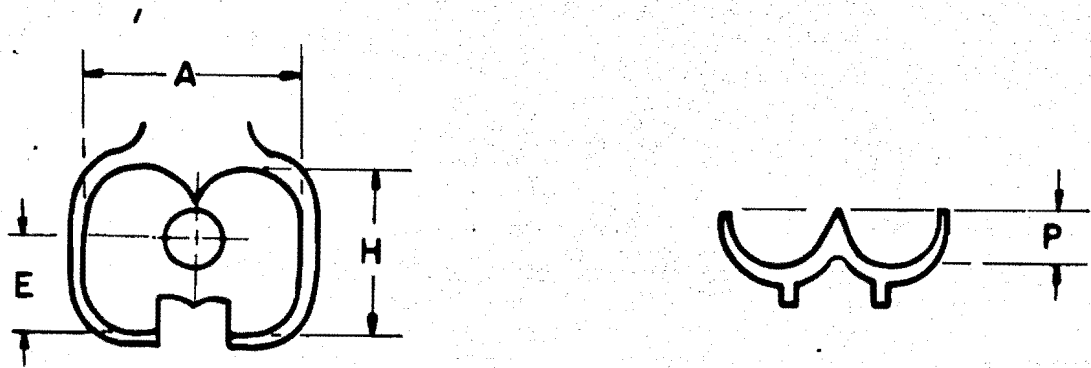


FIG.2.2.7 DIMENSIONES DE LA PALETA EN FUNCIÓN DE  $d$

Por lo que se refiere al ángulo  $\phi$  de ataque de la paleta, se observa que teóricamente éste podría ser de  $0^\circ$ , - sin embargo en la práctica, para obtener una resistencia y - duración aceptable se fija entre los  $16^\circ$  y  $24^\circ$ , según el inverso de la velocidad específica y de la sección de la paleta considerada.

Además dicho ángulo es menor en la sección correspondiente del diámetro de tangencia del chorro, y aumenta hacia la unión con el disco macizo de la rueda.

De todas maneras la variación óptima de este ángulo como también la variación de las dimensiones de las paletas en sus diferentes secciones nos dan como resultado el trazo de perfiles patrones, sacados experimentalmente caso por caso después de numerosas pruebas de laboratorio. El triángulo de velocidades con relación a la cuchilla de entrada, coincide con un segmento rectilíneo, que representa la velocidad absoluta  $V_1$ , tal que:  $u_1 + v_1 = V_1$ .

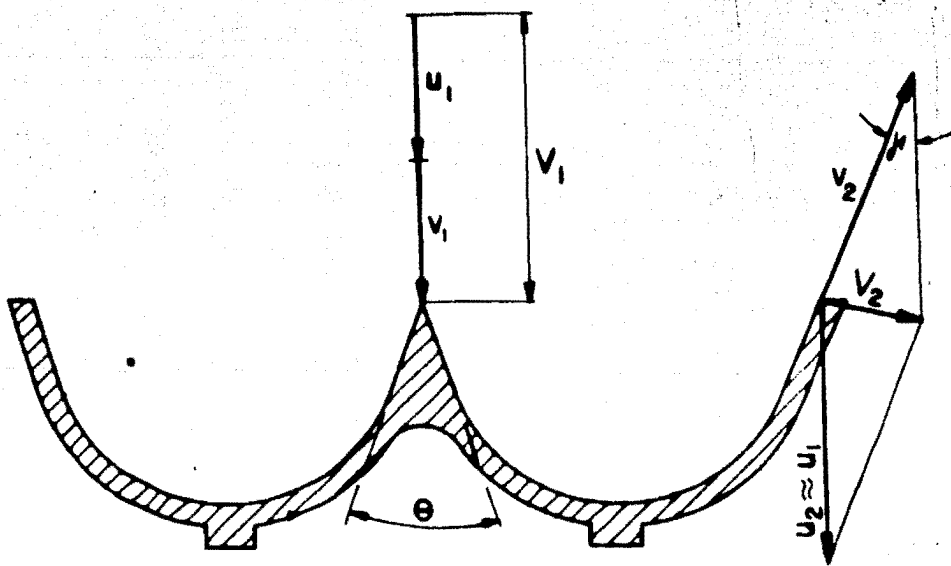


FIG. 22.8 REPRESENTACION DE LAS VELOCIDADES EN LA PALETA

Para realizar la máxima desviación de la vena líquida y por consiguiente un buen rendimiento, sería necesario agregar también  $\gamma = 0^\circ$ , en tal caso se obtendría  $V_2 = 0$ , y también las pérdidas en la descarga serían nulas. Sin em-

bargo no es conveniente seguir este camino porque el agua -- que se descarga de una paleta chocaría con el dorso de la paleta sucesiva, haciendo una acción de frenado con una fuente disminución de rendimiento. En definitiva, se adopta un ángulo a la descarga de una valor tal, que el chorro a plena carga resulte tangente al dorso de la pala siguiente. En la práctica dicho ángulo se encuentra entre  $12^\circ$  y  $15^\circ$  en la sección media de la paleta, disminuyendo en la zona exterior y aumentando hacia la unión con el disco macizo de la rueda.

#### E). DETERMINACION DEL NUMERO DE PALETAS (Z).

Cuando se fija el número de paletas es necesario tener presente que para obtener un buen rendimiento deben -- cumplirse las restricciones siguientes:

- 1.- Que el gasto  $Q$  que sale del chiflón actúe en toda la superficie receptora de las paletas, sin que ninguna partícula de agua pase libremente entre ellas, y tampoco de lugar a choques a la entrada sobre el canto, o sobre el dorso de dichas paletas.

- 2.- Que el gasto  $Q$  a la salida pueda descargarse libremente pasando entre una paleta y la adyacente sin peligro de choque en el dorso de ésta.

Esta segunda condición que llevaría a determinar el número máximo de paletas necesarias puede ser controlada gráficamente observando que el espesor de la vena de descarga se puede considerar entre 0.10 a 0.11 d.

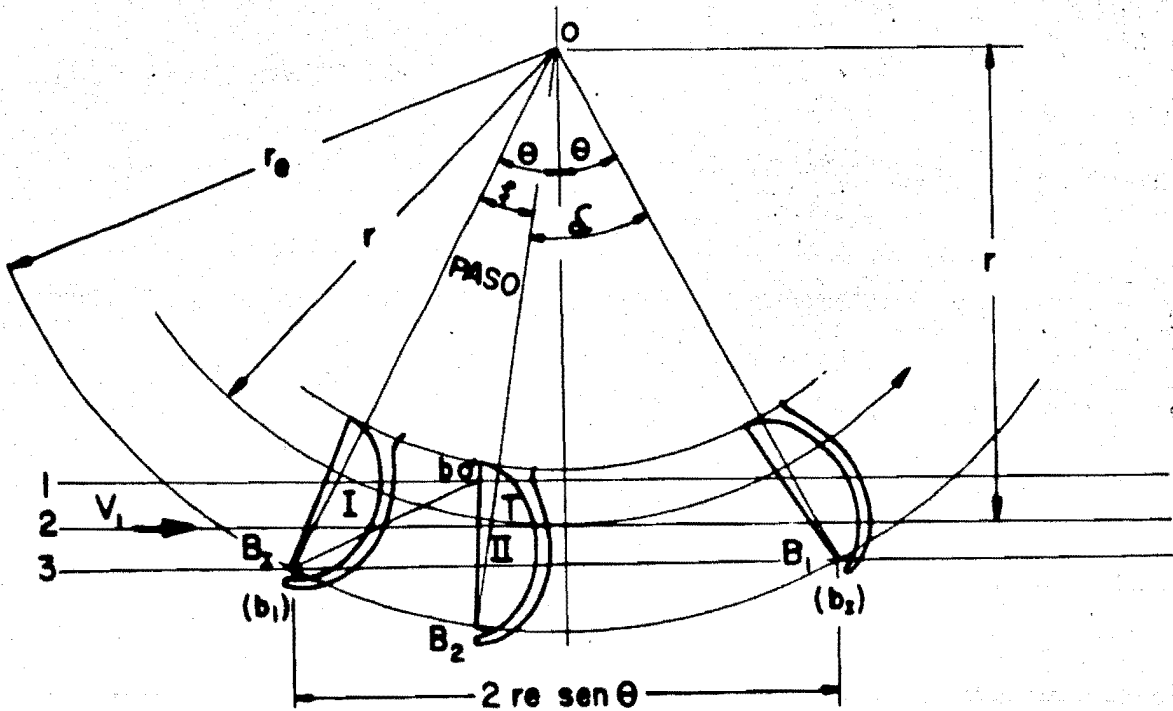


FIG. 2.29 METODO DE ESCHER.

Se tendrá mayor rendimiento cuando quede un cierto espacio entre la vena de descarga y el dorso II de la paleta adyacente. La primera condición que es la más importante, nos lleva a establecer un número mínimo de paletas, por las cuales pasaría el agua sin sufrir desviaciones. Para determinar el número mínimo de paletas ( $Z_{\text{mín.}}$ ) se puede seguir el método propuesto por ESCHER Fig. 2.2.9.



La Paleta en posición I ha cortado todo el chorro, puesto que la punta de la cuchilla ha alcanzado el filete 3- del chorro (inferior). La parte del chorro cortada según el segmento  $b_1 - b'_0$  (que se puede determinar por puntos) prosigue su movimiento con velocidad  $V_1$ , y sale del campo de acción de la paleta cuando el punto  $b_1$  hubiera llegado en  $b_I$  - simétrico de  $b_1$  con respecto a la vertical OT.

Para que ninguna partícula de agua y en particular la  $b_1$  pase inutilizada, es necesario que exista la paleta II a distancia angular  $\delta$  de radio  $OB_1$ , tal que el tiempo que empleará en recorrer la distancia  $B_2 - B_1$  sea mayor del tiempo - que empleará el punto  $b_1$  del filete 3 a recorrer la distancia  $b_1 - b_I$ .

Pero el tiempo que la paleta II emplea en recorrer la distancia  $B_2 - B_1$  es:

$$t_2 = \frac{\delta}{\omega} \quad (2.2.15)$$

así:  $\omega = \frac{u_B}{r_B}$  (vel. ang. del punto B)

el tiempo que la partícula  $b_1$  emplea en llegar a  $b_I$  es:

$$t_3 = \frac{\text{SEGMENTO } (b_1 - b_I)}{V_1} = \frac{2re \text{ sen } \theta}{V_1} \quad (2.2.16)$$

tendrá que ser  $t_2$  mayor que  $t_3$  o sea:

$$\frac{\delta r_e}{u_B} > \frac{2 r_e \operatorname{sen} \theta}{V_1} \quad (2.2.17)$$

así que:

$$\delta > \frac{2 u_B \operatorname{sen} \theta}{V_1} \quad (2.2.18)$$

Y siendo el paso angular entre las paletas

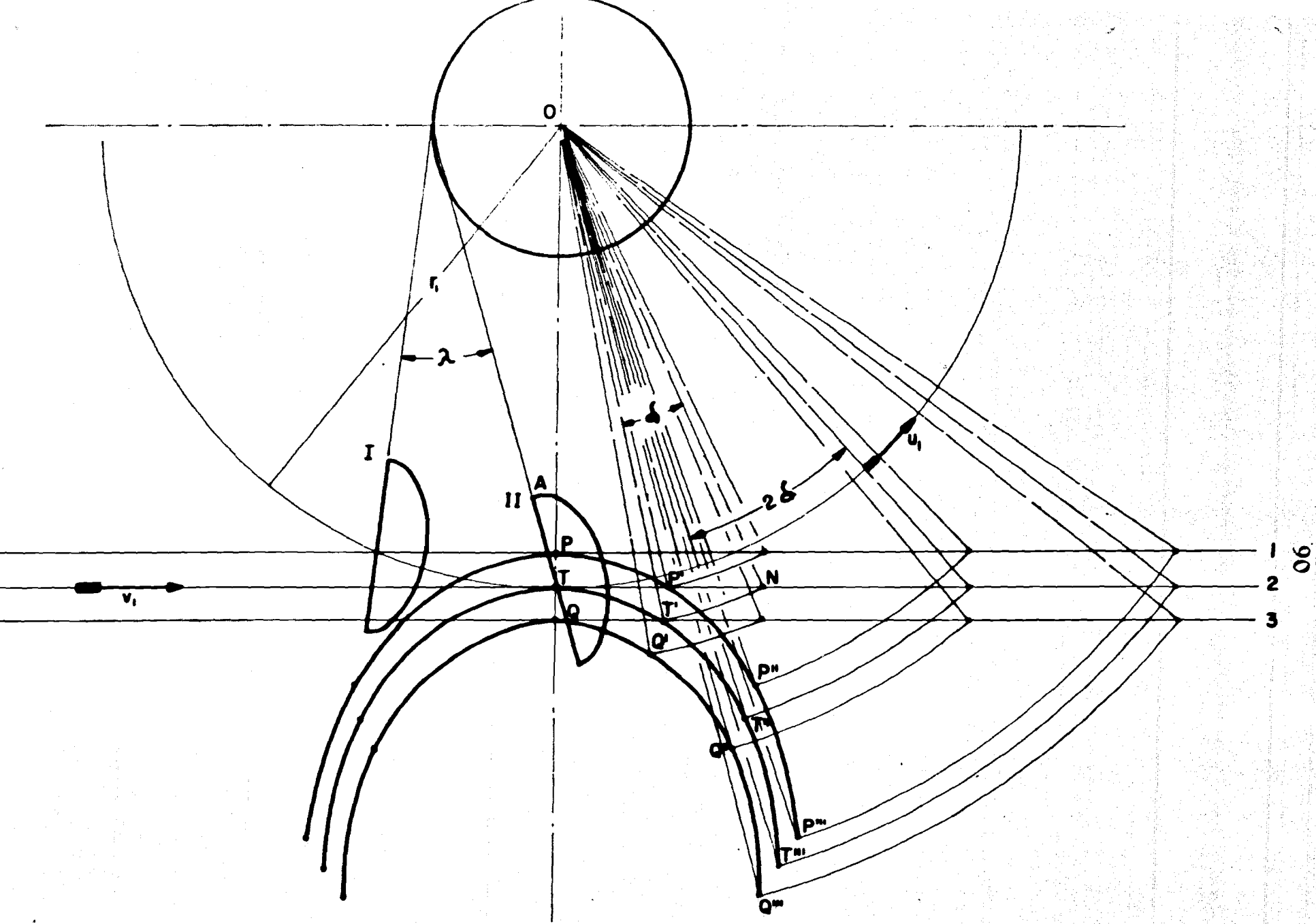
$$\xi = 2\theta - \delta \quad (2.2.19)$$

deberá ser:

$$\xi \leq 2\theta - \frac{2 u_B \operatorname{sen} \theta}{V_1} \quad (2.2.20)$$

Otro método que se suele utilizar para la determinación del número de paletas, es aquel que se basa en la determinación de la trayectoria relativa del chorro, respecto a la rueda, o sea, de la trayectoria recorrida del chorro -- respecto a la rueda considerada estática. El trazo de esta trayectoria se puede hacer por puntos, de la siguiente manera. Fig. 2.2.10.

Sea en la Fig. 2.2.10, T el punto de tangencia -- del filete 2 con la circunferencia de radio  $r_1$ , P y Q los --



puntos de tangencia de los filetes 1 y 3 con las circunferencias concéntricas.

El punto T, considerado perteneciente al filete 2, se mueve con velocidad  $V_1$ , recorriendo en el tiempo unitario el segmento  $\overline{TN}$ ; el mismo punto considerado, pero como perteneciente a la rueda se mueve al mismo tiempo sobre la circunferencia de radio  $r_1$  desplazándose angularmente  $\delta$ . Tal segmento resulta recorrido con una velocidad  $u_1 = \omega r_1$  o velocidad angular.

$$\omega = \frac{u_1}{r_1} \quad \text{en el cual } \omega = \delta \quad (2.2.21)$$

Para obtener la posición relativa del punto N, cuando se supone la rueda parada, habrá que transferir el punto N atrazado un ángulo  $\delta$ . Ahora con un radio ON con centro en O, se traza un arco de círculo y se mide  $NT'$  de tal manera que el ángulo  $NOT'$  sea igual a  $\delta$ .

Para obtener el punto T" bastará con trazar el arco que pase por R y trazar el arco  $RT''$  de manera que el ángulo  $ROT''$  sea igual a  $2\delta$ , y así sucesivamente. Así la unión de los puntos T, T'', T''' etc. representan la trayectoria relativa del filete central 2.

Repitiendo la construcción para P y Q de los filetes exteriores, se obtienen de éstos trayectorias relativas, y entonces el aspecto general del chorro negativo se obtendrá por simetría.

### 2.3 DISEÑO GEOMETRICO DE LA TURBINA PELTON.

En base al dimensionamiento de la TURBINA PELTON dado en la sección 2.2, podemos llevar a cabo el diseño geométrico de los diferentes elementos de dicha turbina.

A continuación daremos los valores obtenidos en el problema propuesto anteriormente con los cuales se efectuará el diseño geométrico.

$$Q_u = 1.5 \text{ (m}^3/\text{s)}$$

$$H_n = 735 \text{ (m)}$$

$$N = 600 \text{ (rpm.)}$$

$$N_s = 17$$

$$\mu = 0.98$$

#### 1) DISEÑO DE LA BOQUILLA DE ALIMENTACION.

De la Ec. (2.2.4) se obtiene el (diámetro del chorro):

$$d = \sqrt{\frac{4Q}{\pi V_1}}$$

donde  $V_1$  es la velocidad efectiva del agua al salir del --  
chiflón.

$$V_1 = (0.97 - 0.98) \sqrt{2g H_n} \quad V_1 = 0.98 \sqrt{2(9.81)(735)}$$

$$V_1 = 117.68 \text{ (m/s)}$$

por lo tanto:

$$d = \sqrt{\frac{4(1.5)}{\pi(117.68)}} = 0.127 \text{ (m)}$$

los ángulos de ataque de la boquilla y la aguja para nuestro  
diseño, que cumplen la Ec. (2.2.7) son:

$$2\theta = 60^\circ \quad ; \quad \theta = 30^\circ$$

$$2\psi = 90^\circ \quad ; \quad \psi = 45^\circ$$

$$\text{la carrera } c = 0.7 d \quad ; \quad c = 0.7 (0.127) = 0.0889 \text{ (m)}$$

para obtener el diámetro de la boquilla ( $D_a$ ) lo despejamos -  
de la Ec. (2.2.12).

$$\frac{Q}{\mu \sqrt{2gH}} = \pi c \frac{\sin \psi}{\cos \frac{\psi - \theta}{2}} D_a - c \sin \theta \frac{\cos \frac{\theta + \psi}{2}}{\cos \frac{\psi - \theta}{2}}$$

por tanto:

$$D_a = \frac{\frac{Q}{\mu \sqrt{2gH_n}} + \frac{\pi c \sin \psi}{\cos \frac{\psi - \theta}{2}} c \sin \theta \frac{\cos \frac{\theta + \psi}{2}}{\frac{\psi - \theta}{2}}}{\frac{\pi c \sin \psi}{\cos \frac{\psi - \theta}{2}}}$$

ahora, sustituyendo valores:

$$D_a = \frac{\frac{1.5}{0.98 \sqrt{2(9.81)735}} + \frac{\pi(0.0889) \sin 45^\circ}{\cos 7.5^\circ} (0.0889 \sin 30^\circ)}{\frac{\pi (0.0889) \sin 45^\circ}{\cos 7.5^\circ}}$$

$$\frac{\cos 37.5^\circ}{\cos 7.5^\circ} = 0.0995 \text{ (m)}$$

El valor de la velocidad del agua en el tubo inyector ( $V_i$ ) según la Ec. (2.2.5) será:

$$V_i = (0.75 - 0.1) \sqrt{2g H_n}$$

$$V_i = 0.8 \sqrt{2(9.81)(735)} = 9.6 \text{ (m/seg)}$$

Con el valor de  $V_i$  y utilizando la Ec. (2.2.6) se obtiene el diámetro del tubo inyector  $D_T$ .

$$D_T = \sqrt{\frac{4(1.5)}{\pi(9.6)}} = 0.446 \text{ (m)}$$

el diámetro máximo de la aguja ( $D_m$ ) es:

$$D_m = 1.6 d$$

$$D_m = 0.2032 \text{ (m)}$$

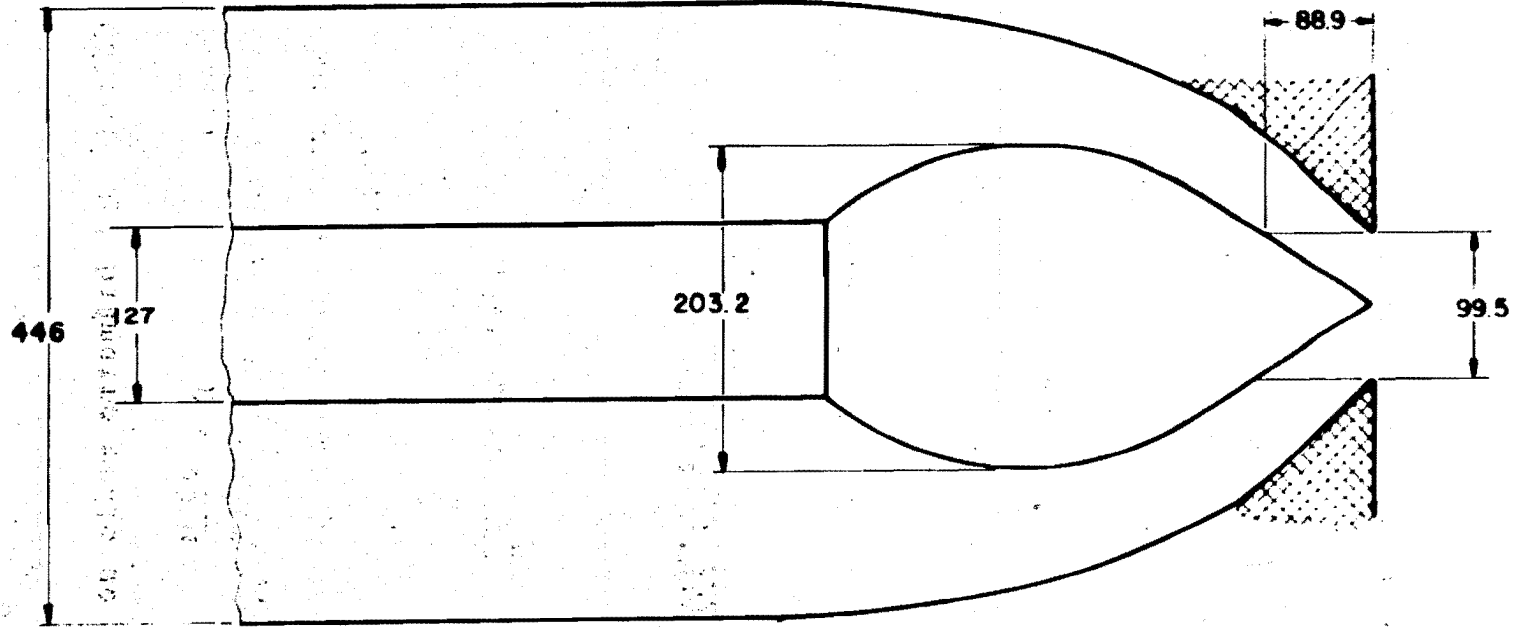
el diámetro del eje de mando ( $d_a$ ) será:

$$d_a = d$$

$$d_a = 0.127 \text{ (m)}$$

Con los valores de los diámetros y ángulos obtenidos anteriormente procedemos a la construcción gráfica del chiflón (boquilla de alimentación). ver lámina 1.





F. I.	CHIFLON	DIBUJO
		M.C.M.
		M.G.T.
TESIS.	ACOT. mm	ESC. 1:2
		LAMINA 1

## 2) DISEÑO DE LA RUEDA.

Cálculo del Diámetro medio de la Rueda. (D)

De la Ec. (2.2.2) 
$$D = \frac{60 u}{\pi N}$$

donde de la Ec. (2.2.1)

$$u = 0.45 \sqrt{2 g H_n}$$

entonces:

$$D = \frac{60(0.45) \sqrt{2 (9.81) (735)}}{\pi (600)} = 1.718 \text{ (m)}$$

por tanto:  $D \approx 1.72 \text{ (m)}$

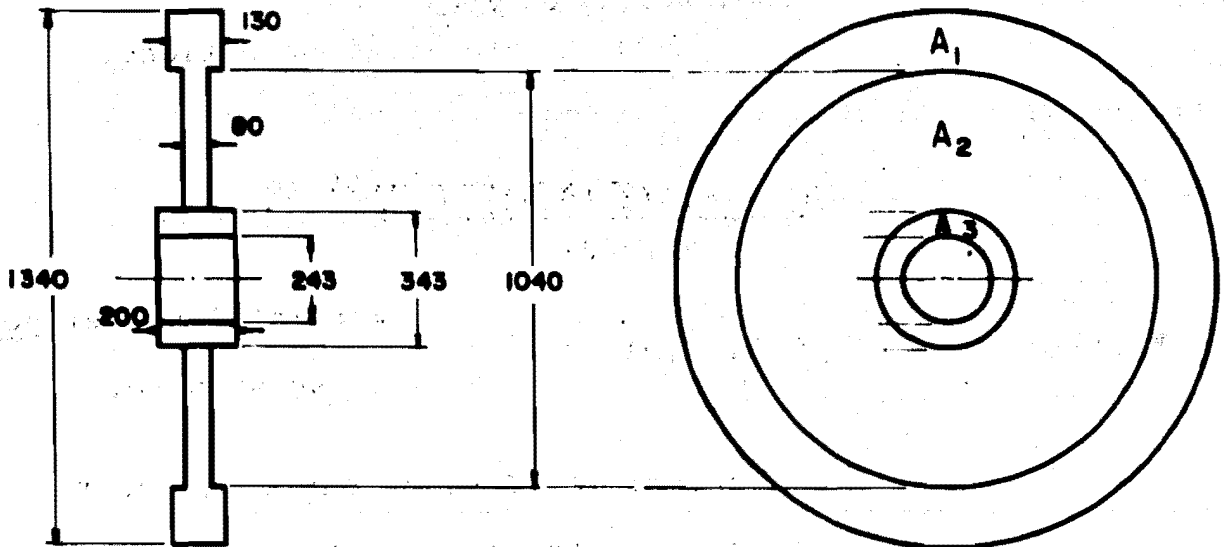
En seguida se verificará si se cumple la restricción  $D/d > 10$  la cual es fundamental para obtener un buen di seño.

$$\frac{D}{d} = \frac{1.72}{0.127} = 13.54 > 10$$

por lo tanto la relación de diámetros es aceptable.

### Cálculo del Peso de la Rueda.

Para el cálculo del peso de la Rueda se supuso -- un cierto diámetro de la flecha, y por medio de iteraciones se obtuvo el diámetro real de la misma, con lo cual se calculará el peso real de la rueda.



Obteniendo los volúmenes correspondientes ( $V_1$ ,  $V_2$  y  $V_3$ ) por medio de las áreas  $A_1$ ,  $A_2$  y  $A_3$  por su respectivo - espesor, se tiene el volumen total.

$$V_1 = A_1 e_1 = \pi \frac{(1.34)^2 - (1.04)^2}{4} \times 0.13 = 0.07290 \text{ (m}^3\text{)}$$

$$V_2 = A_2 e_2 = \pi \frac{(1.04)^2 - (0.343)^2}{4} \times 0.08 = 0.06056 \text{ (m}^3\text{)}$$

$$V_3 = A_3 e_3 = \pi \frac{(0.343)^2 - (0.243)^2}{4} \times 0.2 = 0.00920 \text{ (m}^3\text{)}$$

Sumando los volúmenes anteriores se obtiene:

$$V_T = 0.07290 + 0.06056 + 0.00920 = 0.14266 \text{ (m}^3\text{)}$$

Si ahora multiplicamos el volúmen total por el peso específico del material (acero), se obtiene su peso.

$$\text{Peso de la Rueda} = \gamma_{\text{acero}} \times V_T$$

$$\text{donde: } \gamma_{\text{acero}} = 7800 \text{ (K}_{\text{g(f)}}\text{/m}^3\text{)}$$

$$\text{Peso de la Rueda} = (7800)(0.14266) = 1112 \text{ (K}_{\text{g(f)}}\text{)}$$

### 3) DISEÑO DE LA PALETA.

- Este diseño se hará conforme a lo expuesto en el-

Este diseño se hará conforme a lo expuesto en el-  
 Cap. II sección 2.D. Fig. 2.2.7.

$$\text{ANCHO} = 3d$$

$$\text{ANCHO} = 3(0.127) = 0.381 \text{ (m)}$$

$$\text{ALTURA} = 2.5 d;$$

$$\text{ALTURA} = 2.5(0.127) = 0.317 \text{ (m)}$$

$$\text{PROFUNDIDAD} = 0.8 d; \quad \text{PROFUNDIDAD} = 0.1016 \text{ (m)}$$

$$E = 1.2 d;$$

$$E = 1.2(0.127) = 0.1524 \text{ (m)}$$

La Fig. 2.3.1 nos muestra una de las formas mas -  
 recomendables para la construcción de la paleta, puesto que-  
 nos muestra sus dimensiones en función del d.

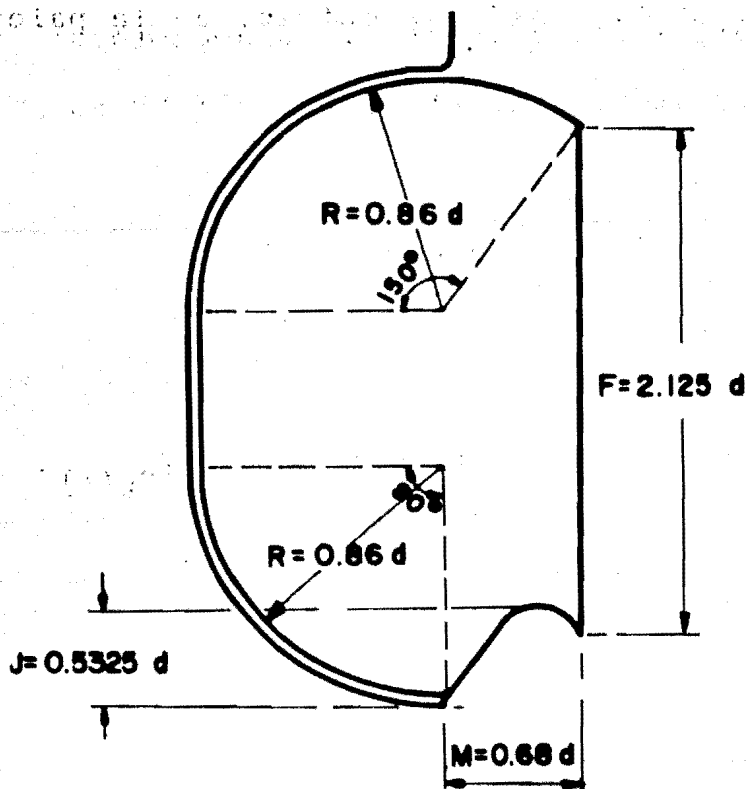


FIG.2.3.1 DISEÑO DE LA PALETA EN FUNCION DE d  
 ( Diámetro del chorro)

En seguida se da el valor de los parámetros del -  
diseño geométrico de la paleta.

$$R = 0.109 \text{ (m)}$$

$$J = 0.067 \text{ (m)}$$

$$M = 0.086 \text{ (m)}$$

$$F = 0.27 \text{ (m)}$$

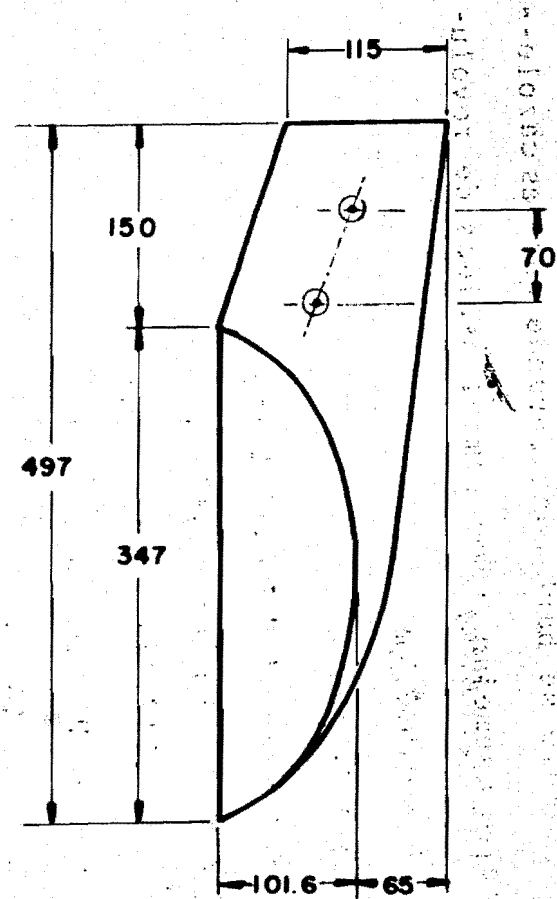
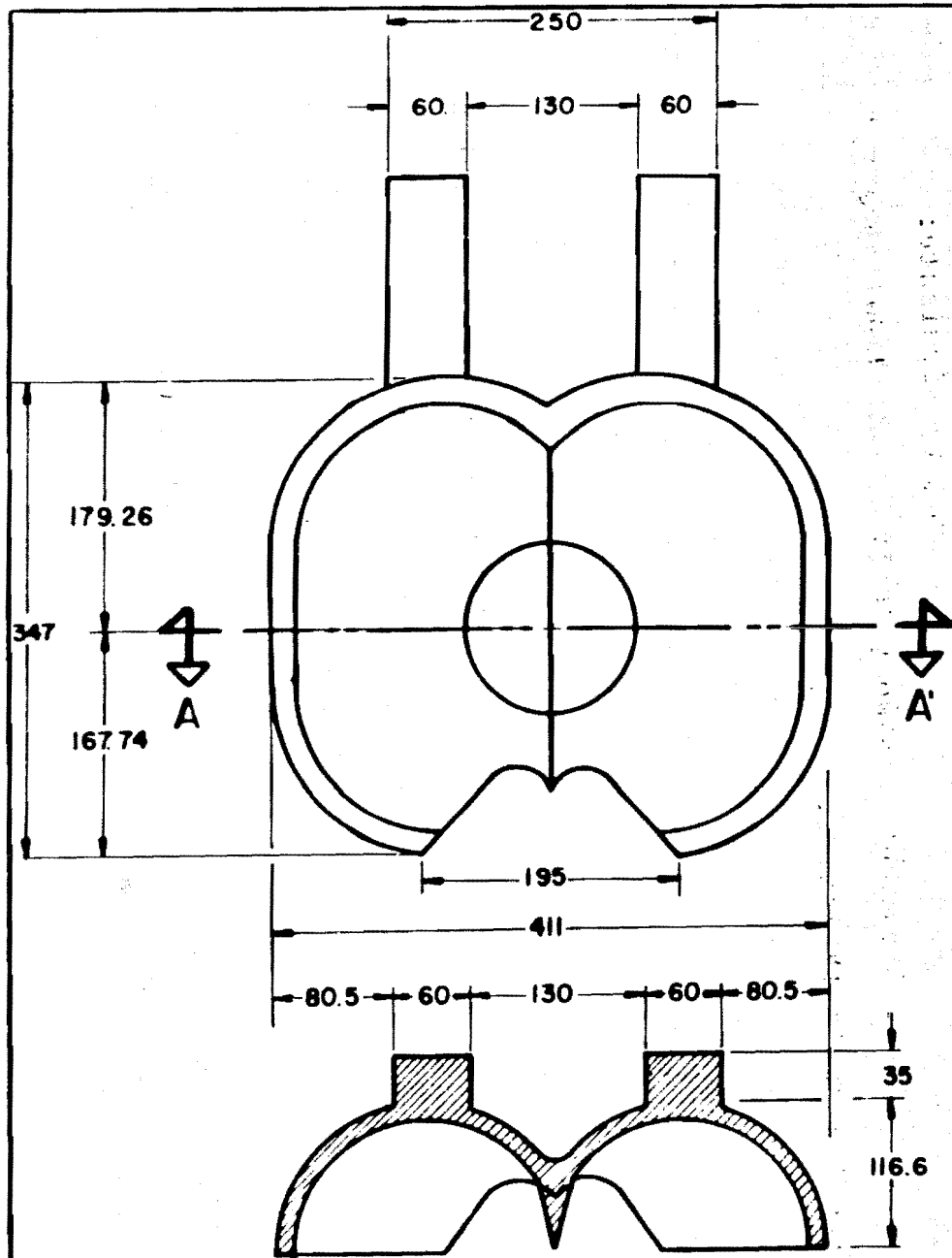
$$A = 0.381 \text{ (m)}$$

$$H = 0.317 \text{ (m)}$$

$$P = 0.1016 \text{ (m)}$$

$$E = 0.1524 \text{ (m)}$$

El trazo del diseño geométrico de la paleta se --  
muestra en la lámina 2.

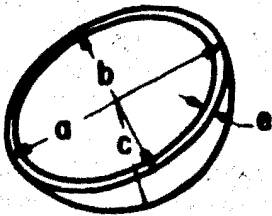


SECCION A-A'

F I	PALETA		DIBUJO: M.C.M. M.G.T.
TESIS	ACOT mm	ESC. 1:2	LAMINA 2

### CALCULO DEL PESO DE LA PALETA.

Este cálculo se hará considerando que las cazole--  
tas de la paleta se asemejan a dos semielipsoides de revolu-  
ción.



$$a = 0.1735 \text{ (m)}$$

$$b = 0.1022 \text{ (m)}$$

$$c = 0.1166 \text{ (m)}$$

$$e = 0.015 \text{ (m)}$$

El peso se obtiene de la manera siguiente:

$$P = \gamma_a V$$

donde:  $\gamma_a$  - Peso específico del acero.

$V$  - Volúmen

El volúmen del elipsoide se obtiene de la siguiente  
te manera:

$$V_e = \frac{4}{3} \pi a b c$$

donde:  $a$ ,  $b$  y  $c$  son los semiejes del elipsoide.



Cómo consideraremos sólo la mitad del elipsoide -  
tendremos:

$$V_{se} = \frac{2}{3} \pi a b c$$

sustituyendo valores:

$$V_{se} = \frac{2}{3} \pi (173.5)(102.25)(116.6) = 4332314.336 \text{ (mm}^3\text{)}$$

Ahora considerando el espesor (e), el volúmen interior será:

$$V_{sei} = \frac{2}{3} \pi (a-e) (b-e) (c-e)$$

$$\text{De donde: } V_{sei} = \frac{2}{3} \pi (173.5 - 15)(102.25 - 15)(116.6 - 15)$$

$$V_{sei} = 2942707.01 \text{ (mm}^3\text{)}$$

Por tanto para encontrar el volumen de la parte sólida de la cazoleta se tendrá:

$$V_{Tse} = V_{se} - V_{sei}$$

$$\text{Así: } V_{Tse} = 4332314.336 - 2942707.01$$

$$V_{Tse} = 1389604.32 \text{ (mm}^3\text{)}$$

Como la paleta de la turbina Pelton tiene dos semi-  
 mielipsoides, se duplicará el volumen obtenido anteriormente,  
 por tanto:

$$V_s = 2 V_{Tse}$$

$$V_s = 2(1389607.32) = 2779214.65 \text{ (mm}^3\text{)}$$

Entonces el peso de la cazoleta quedará:

$$P_c = \gamma_a V_s = 7800 (0.00277921465) = 21.678 \text{ Kg.}$$

Cálculo del peso de la parte faltante de la pale-  
 ta.

Parte 1 y 2 como se muestra en la fig. siguiente.

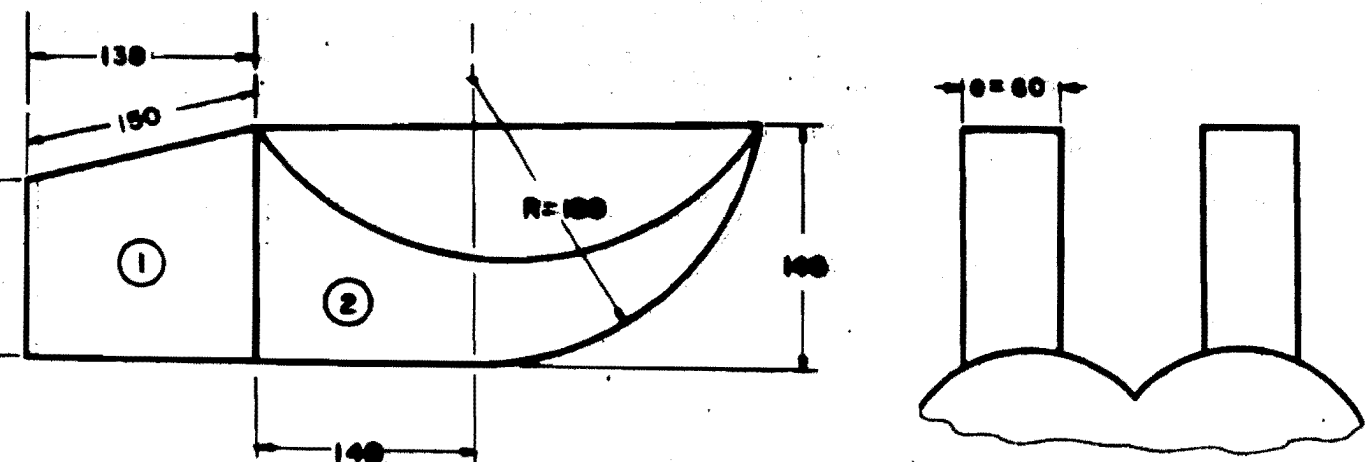
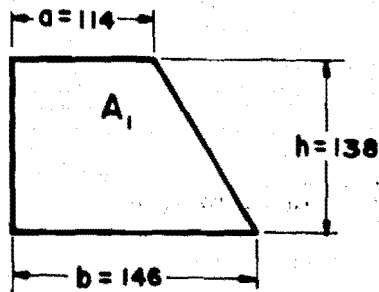


FIG. 2.3.2

Para la parte 1 de la Fig. 2.3.2 se observa una superficie en forma de un trapecio con un espesor de 60 mm. - por lo que su volúmen será:



$$V_1 = A_1 e$$

Como la superficie es un trapecio.

$$A_1 = \frac{1}{2} (a + b) h$$

de donde el  $V_1$  se obtendrá como sigue:

$$V_1 = \frac{1}{2} (a + b) h e$$

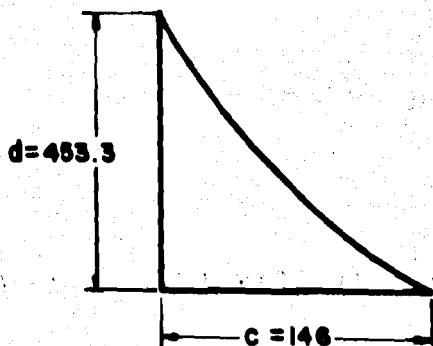
Sustituyendo valores:

$$V_1 = \frac{1}{2} (114 + 146) (150) (60) = 1170000 \text{ (mm}^3\text{)}$$

Para la parte 2 la superficie se aproxima a un timpano Parabólico. Haciendo el desarrollo de arco de circunferencia con radio igual a 188 mm.

$$\begin{aligned} \frac{2\pi (188)}{4} + 140 &= 435.3 \text{ (mm.)} \\ &= 0.4353 \text{ (m)} \end{aligned}$$

Quedando la superficie como se muestra en la fig. siguiente:



El  $A_2$  será:

$$A_2 = \frac{1}{3} cd.$$

Por tanto:

$$V_2 = \frac{1}{3} cde = \frac{1}{3} (146)(435.3)(60) = 1270200 \text{ (mm}^3\text{)}$$

El volumen de la parte faltante de la paleta será:

$$V = V_1 + V_2$$

Pero como son dos partes iguales el  $V_t$  será:

$$V_t = 2(V_1 + V_2)$$

Por lo que el peso total de la Paleta quedara como:

$$P_{tp} = V_t \gamma_a + P_c$$

Por tanto:

$$P_{tp} = 2(0.00117 + 0.0012702) (7800) + 21.678$$

$$P_{tp} = 59.738 \text{ (Kg.)}$$

### OBTENCION DEL NUMERO DE PALETAS.

- i) OBTENCION DEL NUMERO MINIMO DE PALETAS POR EL METODO DE-  
ESCHER.  $Z_{min}$ .

La obtención de  $Z_{min}$ . se hará con referencia a la  
Fig. 2.2.9 de donde:

$$\begin{aligned} r &= D/2 \\ r_e &= r + E \\ E &= 1.2d \\ \theta &= \text{ang. } \cos r/r_e \end{aligned}$$

como:

$$\begin{aligned} D &= 1.72 \text{ (m)} \\ H_n &= 735 \text{ (m)} \\ C_v &= 0.98 \\ N &= 600 \text{ (rpm.)} \end{aligned}$$

así:

$$\begin{aligned} r &= 1.72/2 = 0.86 \text{ (m)} \\ E &= 1.2 (0.87) = 0.1524 \text{ (m)} \end{aligned}$$

$$r_e = 0.86 + 0.1524 = 1.0124 \text{ (m)}$$

$$\theta = \text{ang. cos. } 0.86/1.0124 = 31^\circ 51' = 0.5558 \text{ (rad.)}$$

$$V_1 = C_v (2g H_n)^{1/2} = 117.68 \text{ (m/seg.)}$$

$$\omega = 600 (2\pi)/60 = 62.83 \text{ rad/seg.}$$

la velocidad tangencial en el punto B será:

$$u_B = \omega r_e = 62.83 (1.0124) = 63.61 \text{ m/seg.}$$

sustituyendo en la Ec. (2.2.20)

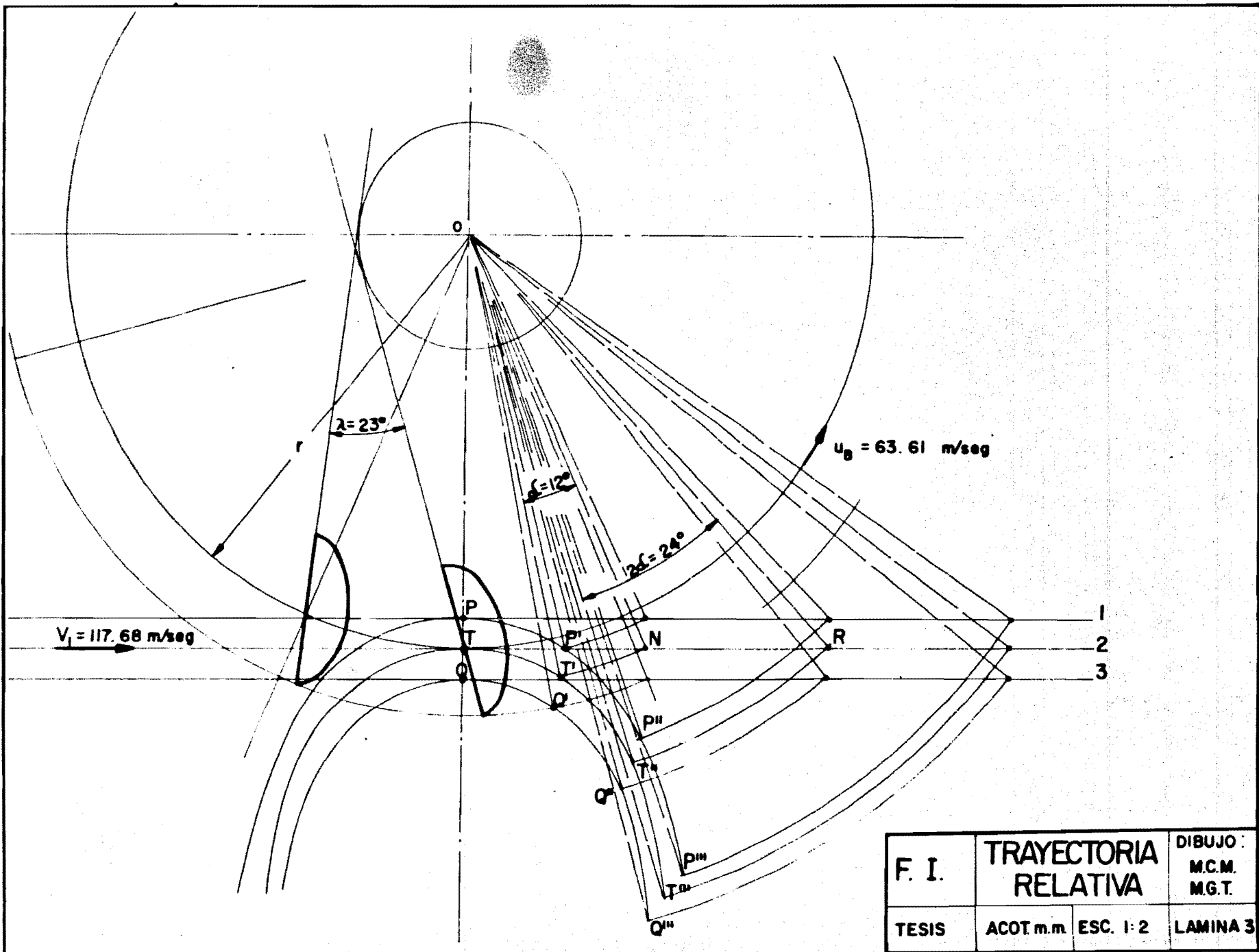
$$\xi \leq 2(0.5558) - \frac{2(63.61) \text{ sen } (31^\circ 51')}{117.68}$$

$$\xi \leq 0.541 \text{ rad} \cong 31^\circ$$

por tanto  $Z_{\min} = 360/31 \cong 11$

ii) OBTENCION DEL NUMERO MAXIMO DE PALETAS POR EL METODO DE LA TRAYECTORIA RELATIVA. ( $Z_{\max}$ ).

Este método nos da el número máximo de paletas --  $Z_{\max}$ . geométricamente siendo necesario obtener los siguientes parámetros ( $\delta$ ,  $t$ ,  $TN$  y  $\lambda$ ), que se muestra en la Fig. - - 2.2.10 .



F. I.	TRAYECTORIA RELATIVA		DIBUJO: M.C.M. M.G.T.
TESIS	ACOT.m.m	ESC. 1:2	LAMINA 3

Considerando que  $\omega = \delta$  para un  $t = 0.0033$  seg: tenemos que:

$$\delta = 62.83 (0.0033) = 0.2094 \text{ rad.} = 12^\circ$$

por tanto:  $\overline{TN} = V_1 (t) = 117.68 (0.0033) = 0.3883 \text{ (m)}$

Con estos valores se construirá gráficamente la trayectoria relativa, mostrada en la lámina, No. 3 obteniéndose gráficamente el valor de  $\lambda = 23^\circ$ .

De donde se concluye que:  $Z \text{ max.} = 360/\lambda \approx 16$

Ahora el valor real de el número de paletas  $Z$  será el promedio, de  $Z_{\text{max.}}$  y  $Z_{\text{min.}}$ .

Por lo antes mencionado  $Z = 14$  PALETAS.

#### DISEÑO DE LOS TORNILLOS Y SECCION DE ATAQUE DE LA PALETA.

##### a) VERIFICACION DEL AREA DE ATAQUE DE LA PALETA

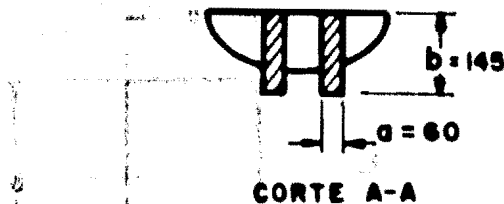
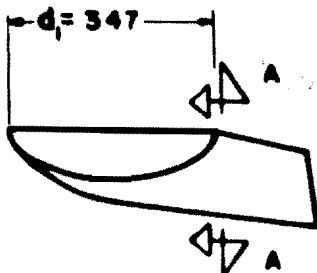


FIG. 2.3.3



$$A_t = 2ab$$

donde:  $A_t$  - Area de ataque de la paleta.

$$A_t = 2(0.060)(0.145) = 0.174 \text{ (m}^2\text{)}$$

La distancia del centro del chorro al eje de la paleta =  $r$ .

La fuerza del chorro en la paleta ( $F_t$ ) se obtiene de la ec. siguiente:

$$F_t = \frac{\gamma}{g} \frac{\pi(d)^2}{4} 2 (V_1 - u_1)^2$$

donde:  $d = 0.127$  (m.)

$$V_1 = 117.68 \text{ (m/seg.)}$$

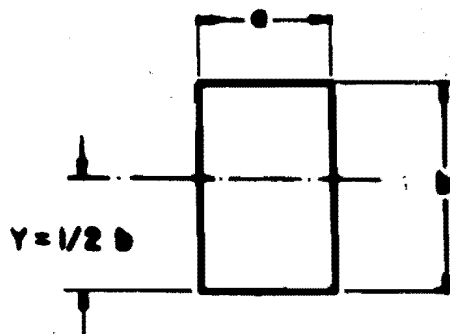
$$u_1 = 0.45 (2gH_n)^{1/2} = 54 \text{ (m/seg.)}$$

Sustituyendo valores, tenemos:

$$F_t = \frac{1000}{9.81} \frac{\pi(0.127)^2}{2} (117.68 - 54)^2 = 10,472 \text{ (Kg(f))}$$

CALCULO DE LOS ESFUERZOS EN LA SECCION DE ATAQUE.

CALCULO DEL ESFUERZO DEBIDO AL CHORRO ( $\sigma_{ch}$ )



$$\sigma_{ch} = \frac{M_{max.} Y}{I}$$

donde:

$\sigma_{ch}$  - Esfuerzo normal debido al chorro.

$M_{max.}$  Momento flexionante máximo.

$Y$  - Distancia al eje neutro.

$I$  - Momento de Inercia.

El  $M_{max.}$  se presenta cuando el chorro hace el primer contacto con la paleta, y se calculará con la distancia  $d_1$  de la Fig. 2.3.3.

$$M_{max.} = F_t d_1 = 10,472(0.347) = 3633.78 \text{ (Kg(f)-m)}$$

$$I = \frac{1}{12} ab^3 = \frac{0.060(0.145)^3}{12} = 0.00001524 \text{ (m}^4\text{)}$$

$$Y = \frac{1}{2} b = \frac{0.145}{2} = 0.0725 \text{ (m)}$$

Calculando el esfuerzo normal debido al chorro:

$$\sigma_{ch} = \frac{3633.78(0.0725)}{0.00001524} = 7472600 \frac{\text{Kg(f)}}{\text{m}^2}$$

## Cálculo del esfuerzo debido a la fza. centrifuga-

(Fc.):

$$\sigma_{FC} = F_c / A_t$$

Donde  $F_c$  se obtiene:

$$F_c = P/g \omega^2 R$$

P = peso de la paleta (sin conciderar los brazos).

R = distancia del eje al centro de gravedad de la paleta.

$$R = 0.7221 \text{ (m)}$$

$$\text{Entonces: } F_c = \frac{40}{9.81} (62.83)^2 (0.7221) = 11\ 612 \text{ (Kg}_{(f)})$$

$$F_c = 11612 \text{ (Kg}_{(f)})$$

Por tanto:

$$\sigma_{FC} = 11612 / .0174 = 667\ 356 \text{ (Kg}_{(f)} / \text{m}^2)$$

Ahora el esfuerzo total en la sección será:

$$\sigma_t = \sigma_{ch} + \sigma_{FC} = 7472600 + 667\ 356 = 8139956 \text{ (Kg}_{(f)} / \text{m}^2)$$

Como la resistencia a la ruptura del acero fundido es de  $52000000 \text{ (Kg}_{(f)} / \text{m}^2)$ ., y el esfuerzo total actuante es de  $8139956 \text{ (Kg}_{(f)} / \text{m}^2)$ , se observa que hay un factor de se

guridad muy grande:

Pues  $\sigma$  permisible  $\gg \sigma$  actuante. Con esto se con  
cluye que la sección de ataque de la paleta está sobradísima  
respecto a las fuerzas actuantes.

b) Diseño de los tornillos:

En el diseño se consideran las siguientes condicioo  
nes:

- 1) Considerando la rueda estática.
- 2) Cuando la rueda adquiere la velocidad de fuga.

Para la primera condición:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$F_c = 0$$

La fuerza tangencial debida al chorro será: Ver-

Fig. 2.3.4

$$F_t = 1000/g \frac{\pi(0.127)^2}{2} (117.68)^2$$

$$F_t = 35765.44 \text{ (kg}_{(f)})$$

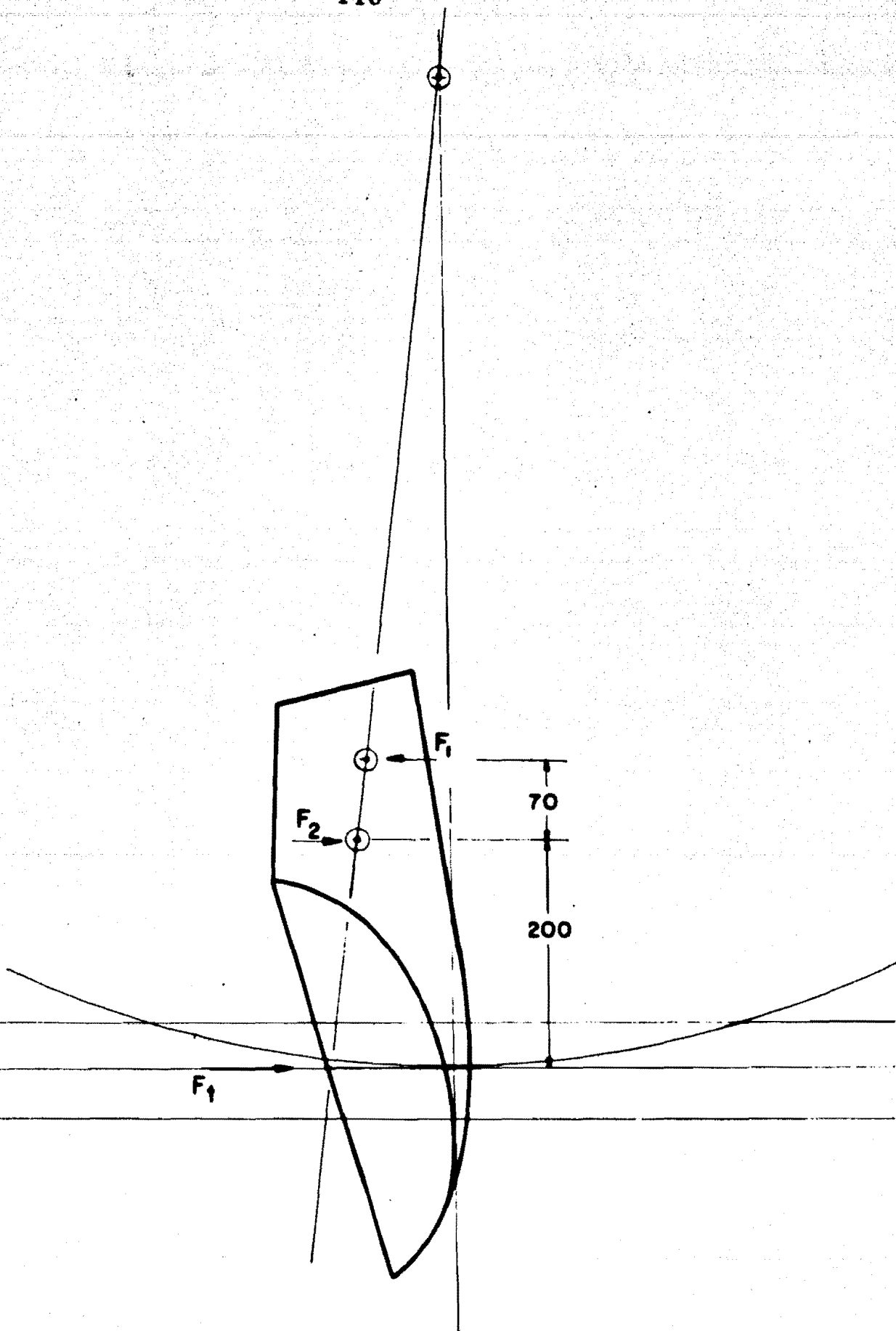


FIG. 2.3.4 DISEÑO DE LOS TORNILLOS

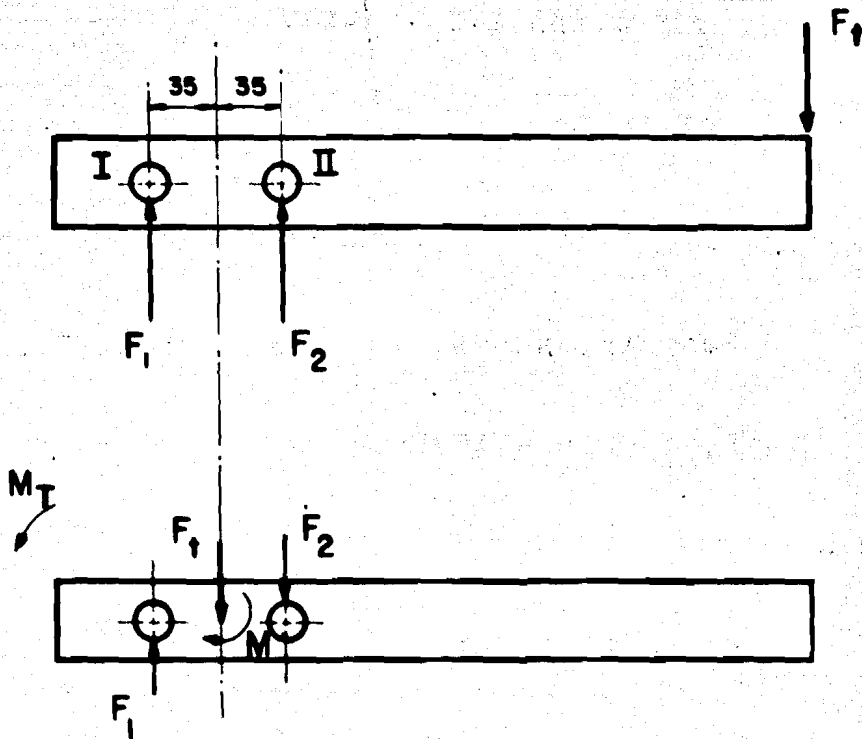


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE DE LA PALETA

$$F_t - F_1 - F_2 = 0 \dots (1)$$

$$-M + F_2 (35) - F_1 (35) = 0 \dots (2)$$

de la ecuación (1) se obtiene:

$$F_1 = F_t - F_2 \dots (3)$$

Substituyendo la ecuación 3 en la 2:

$$-M + F_2 (35) - (F_t - F_2)(35) = 0 \dots (4)$$

Despejando  $F_2$  de la ecuación (4); se tiene:

$$F_2 = 35765 (35 + 235)/70$$

Por tanto:

$$F_2 = 137950.714 \text{ (kg.)... (5)}$$

Sustituyendo  $F_2$  en la ecuación (3):

$$F_1 = 35765 - 137950.714$$

de donde:

$$F_1 = -102185.714 \text{ (kg.)... (6)}$$

El signo negativo en la ecuación (6), indica que el sentido de la fuerza debe ser contrario.

Para la segunda condición:

La mayor parte de la fuerza centrífuga a la velocidad de fuga ocurre en el tornillo dos, y se obtiene de la siguiente ecuación:

$$F_c = \frac{P}{g} \omega^2 R$$

Donde:

$P$  = peso de la paleta = 40 (kg) sin considerar los brazos.

$\omega$  - velocidad angular = 62.8 (rad./seg.)

R - distancia del centro de gravedad de la paleta  
al eje de la rueda. = 0.722 (m)

Sustituyendo valores obtenemos:

$$F_c = 40(62.8)^2(0.7221)/9.81 = 11,612 \text{ (K}_{gf}\text{.)}$$

Comparando ésta con la fuerza tangencial a rueda parada se observa que ésta es mayor, y por lo tanto el diseño de los tornillos se hará usando la fuerza tangencial a rueda parada.

Calculo del diámetro de los tornillos:

$$d_t = \sqrt{\frac{2F}{\pi \tau_p}}$$

Donde:

F = es la fuerza de corte que actúa directamente en los tornillos.

$\tau_p$  = esfuerzo cortante permisible = 28,000,000  
(K<sub>g(f)</sub>/m<sup>2</sup>).



Para el tornillo I:

$$d_{TI} = \sqrt{\frac{2(102187)}{\pi(28000000)}} = 0.048 \text{ (m)}$$

Para el tornillo II:

$$d_{TII} = \sqrt{\frac{2(137952)}{\pi(28000000)}} = 0.056 \text{ (m)}$$

C) DISEÑO DE LA FLECHA:

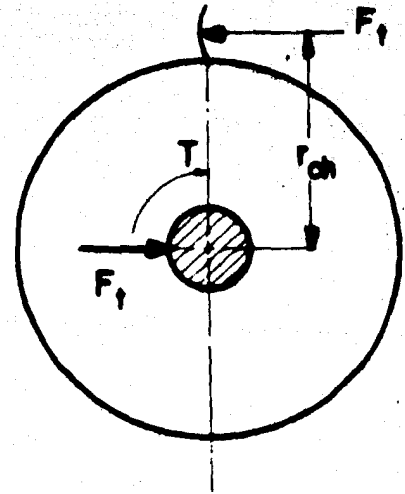
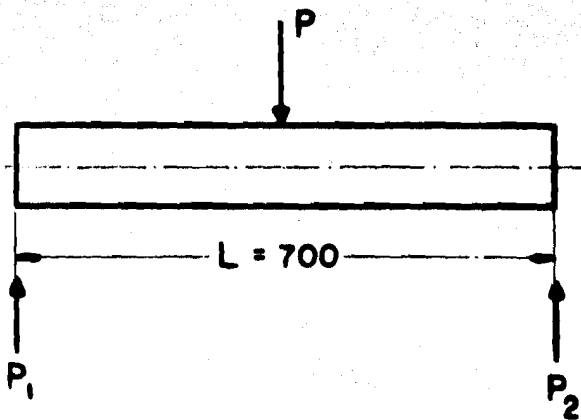


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE DE LA FLECHA

Para el calculo del diámetro de la flecha se utiliza la siguiente ecuación:

$$d_f^3 = \frac{16}{\tau_p} \sqrt{(K_b M)^2 + (K_t T)^2}$$

Donde:

$K_b$  - Factor combinado de choque y fatiga, aplicado al momento flector. = 1.5.

$K_t$  - Factor combinado de choque y fatiga, aplicado al momento torsionante. = 1.0.

$M$  - Momento flexionante máximo.

$T$  - Momento torsionante máximo.

$\tau_p$  - Esfuerzo cortante permisible del material =

$$10,100,000 \text{ (K}_{g(f)}\text{/m}^2\text{)}$$

Sustituyendo tenemos:

$$M = P(L/2) = 2195 (0.35) = 768.25 \text{ (K}_{g(f)}\text{- m)};$$

donde:

$P$  - es el peso de la rueda (conconsiderando el peso de las paletas y el de la flecha).

$$T = F_{ch}(r_{ch}) = 10472 (0.86) = 9005.92 \text{ (kg}(\text{r})\text{-m.)}$$

De donde el diámetro de la flecha es:

$$d_f^3 = \frac{16}{10,100,000} \sqrt{((1.5)(768.25))^2 + (9005.92)^2}$$

$$d_f = 0.2431 \text{ (m)}$$

f) DISEÑO DE LA CUÑA:

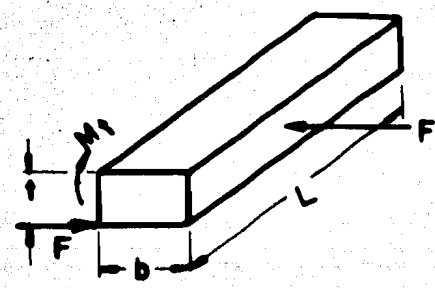
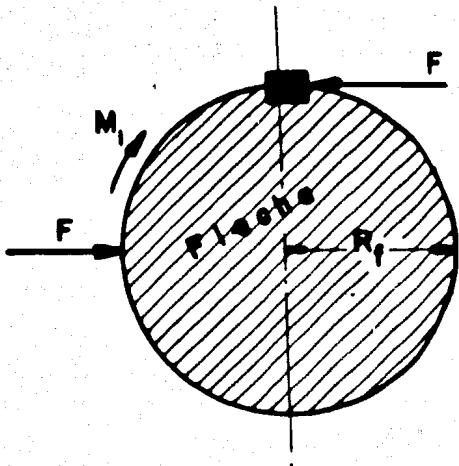


DIAGRAMA DE CUERPO LIBRE DE LA CUÑA.

Según el diagrama del cuerpo libre actúa una fuerza perpendicular a la cara  $tL$ , la cual se obtiene conociendo la potencia al freno.

La cuña se diseña por:

- 1)... Aplastamiento
- 2)... Corte

## 1) Por aplastamiento:

$$F = P/v$$

$$t = F/\sigma_p L$$

Donde:

F - Fuerza de aplastamiento que actúa en la cara -  
tL

P - Potencia al freno en la flecha. 882,000 ( $K_g(f)$ -m/  
seg.)

L - Longitud de la cuña = 0.20 (m).

v - Velocidad tangencial de la flecha.

$\sigma_p$  - esfuerzo normal permisible = 12,625,000 ( $K_g(f)/$   
 $m^2$ )

Sustituyendo valores tenemos:

$$F = 882,000/62.83 (0.1215) = 115,490 (K_g(f))$$

$$t = 115490/12,625,000 (0.20) = 0.045738 (m.)$$

## 2) Por corte:

$$b = F/\tau_p L$$

Donde:

F - Es la fuerza de corte que actúa en la cara --

(b L)

$\tau_p$  - Esfuerzo cortante permisible = 10,100,000  
( $K_{g(f)}/m^2$ ).

L - Longitud de la cuña = 0.20 (m)

Sustituyendo valores tenemos:

$$b = 115490/10,100,000 (0.20) = 0.05717 (m.)$$

## CAPITULO III

## DISEÑO DE TURBOMAQUINAS GENERATRICES

## 3.1 CRITERIO DE SELECCION DE LAS BOMBAS

Las bombas para un sistema de bombeo, se seleccionan en función del uso al que se vayan a destinar; para lo cual se llena un formato de preguntas que conduce al tipo físico de bomba a utilizarse.

La selección técnica se basa en la velocidad específica:

$$N_s = \frac{N \sqrt{Q_u}}{H_T^{3/4}} \quad (1.3.18)$$

en la cual  $H_T$  y  $N$  son conocidas con bastante precisión, pero  $Q_u$  (gasto por unidad) se determina de acuerdo a: los siguientes criterios:

- a) La variación del gasto de demanda en el sistema de bombeo.
- b) Criterio Económico.

Estos criterios se ilustran en la fig. 3.1.2

a) En lo que toca a este inciso, se ajusta el número de unidades de acuerdo con la variación del gasto de demanda, de tal forma que el sistema de bombeo trabaje siempre a alta eficiencia. Es decir, se seleccionan las unidades de tal forma que su  $N_s$  será:

$$N_s = \frac{N \sqrt{Q_u}}{H_T^{3/4}} \quad \text{en que:} \quad Q_u = \frac{Q_T}{\text{No. unidades}}$$

donde;

$Q_u$  - Es el rango de variación del gasto en las curvas de demanda para diferentes intervalos de tiempo, luego se revisa el comportamiento del sistema, inspeccionando las curvas de eficiencia de las bombas para las diferentes fluctuaciones del gasto, en el sistema de bombeo.

b) Si se sigue este criterio, el sistema de bombeo con el menor número de unidades resulta ser el mas económico, siempre y cuando no se esté obligado a cumplir con a).

Para determinar este número de unidades se procede como se indica a continuación:



1. Según el tipo de bomba que se vaya a usar, se selecciona la  $N_s$  máxima permisible por cavitación, entrando con la  $H_T$  y la  $H_{se}$  en las cartas del Instituto de hidráulica. Fig. 3.1.1.

2. De la fórmula de la velocidad específica:

$$N_s = \frac{N \sqrt{Q_u}}{H_T^{3/4}}$$

se despeja  $Q_u$  :

$$Q_u = \left( \frac{N_s}{N} \right)^2 H_T^{3/2} \quad (3.1.1)$$

3. El número aproximado de unidades será:

$$\text{No. unid.} = \frac{Q_T}{Q_u} \quad (3.1.2)$$

y se ajusta a un número entero de unidades, siempre al inmediato superior para bajar un poco la  $N_s$ , con lo cual:

$$Q_u \text{ Real} = \frac{Q_T}{\text{No. entero de unidades}} \quad (3.1.3)$$

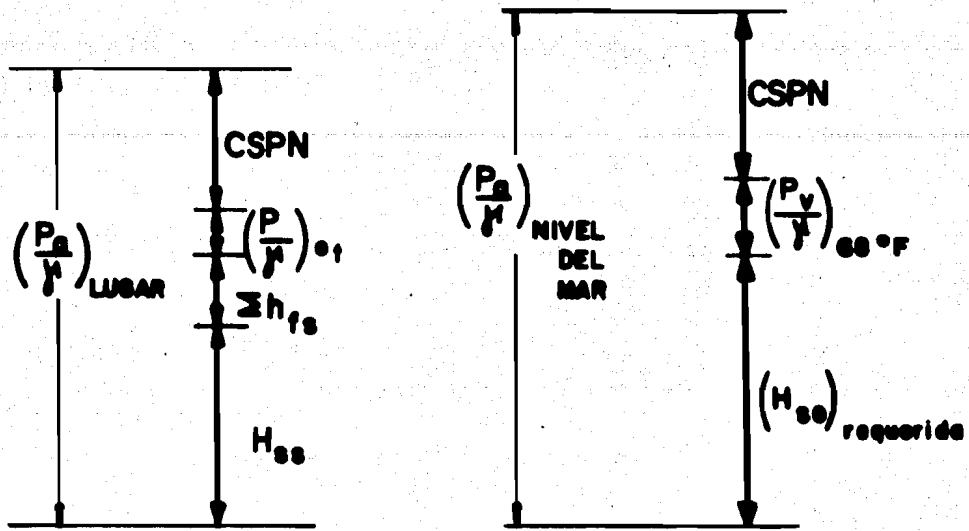
4. La  $N_{sReal}$  será:

$$N_s = \frac{N \sqrt{Q_{u Real}}}{H_T^{3/4}}$$

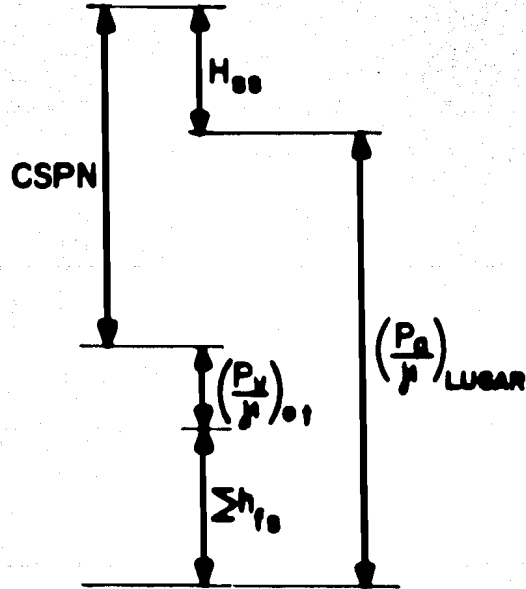
5. Se construyen las curvas características de las bombas y se analiza el funcionamiento del sistema de bombeo.

Al utilizar este criterio resultan tantas alternativas o soluciones, debido a que la velocidad del flujo en la tubería de presión ( $V_{tp}$ ), generalmente puede fluctuar entre  $1.00 < V_{tp} < 6.00$  (m/seg.) .

Entonces al seleccionar la  $V_{tp}$  desde 1 hasta 6 (m/seg.) se obtienen tantas  $H_T$  como  $V_{tp}$ , se supongan y para cada una resultará una solución completa del criterio mencionado. Por lo tanto se procede a hacer una gráfica de costos contra número de orden de la solución, y la más económica que resuelva el sistema de bombeo propuesto, será la solución óptima.



TIPO a



TIPO b

FIG. 3.1.2

PROBLEMA PROPUESTO PARA EL DISEÑO DE UNA BOMBA CENTRIFUGA DE FLUJO RADIAL.

Este problema tiene las condiciones siguientes:

$$H_T = 350 \text{ (m)}$$

$$Q_T = 1 \text{ (m}^3\text{/seg.)} = 15850 \text{ (g.p.m.)}$$

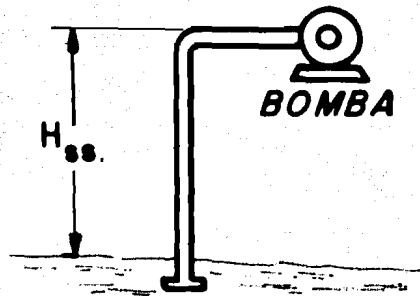
$$N = 1750 \text{ (r.p.m.)}$$

$$ASNM = 2240 \text{ (m)}$$

$$\Sigma h_{fs} = 1 \text{ (m)}$$

$$H_{SS} = 3 \text{ (m)}$$

$$t = 20 \text{ (}^\circ\text{C)}$$



SOLUCION:

Como primer paso obtenemos la carga estática efectiva de succión ( $H_{se}$ )  $H_{se} = H_{SS} + \Sigma h_{fs} + \text{corrección ASNM.}$

$$H_{se} = 3 + 1 + 0.11 (22.4) = 6.464 \text{ (m)}$$

ahora precedemos a sacar la carga por impulsor, sabiendo que un impulsor de flujo radial centrífugo, alcanza una carga - máxima de 90 (m.)

$$\text{No. Pasos } 350/90 = 3.88 \pm 4$$

$$H_{\text{TImpulsor}} = 350 / 4 = 87.5 \text{ (m)} = 287 \text{ (ft.)}$$

Ahora entramos a la Fig. 3.1.1. (c) con los valores de ( $H_{\text{TI}}$  y  $H_{\text{se}}$ ), obteniendo una  $N_s$  máxima permisible para que no exista cavitación.

$$N_s \text{ max.} = 860$$

de la Ec. (3.1.1)

$$Q_u = \left( \frac{N_s \text{ max.}}{N} \right)^2 (H_{\text{TI}})^{3/2} = \left( \frac{860}{1750} \right)^2 (287)^{3/2} = 1174 \text{ (g.p.m.)}$$

y para obtener el No. de unidades y el  $Q_{uR}$  utilizamos las Ecs. (3.1.2) y (3.1.3) respectivamente

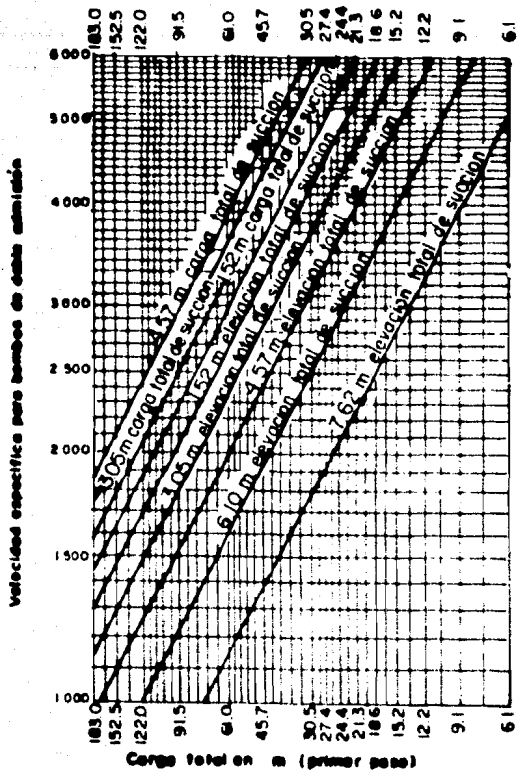
$$\text{No. unidades} = \frac{Q_T}{Q_u} = \frac{15850}{1174} = 14 \text{ unidades}$$

$$Q_{uR} = \frac{15850}{14} = 1132 \text{ (g.p.m.)}$$

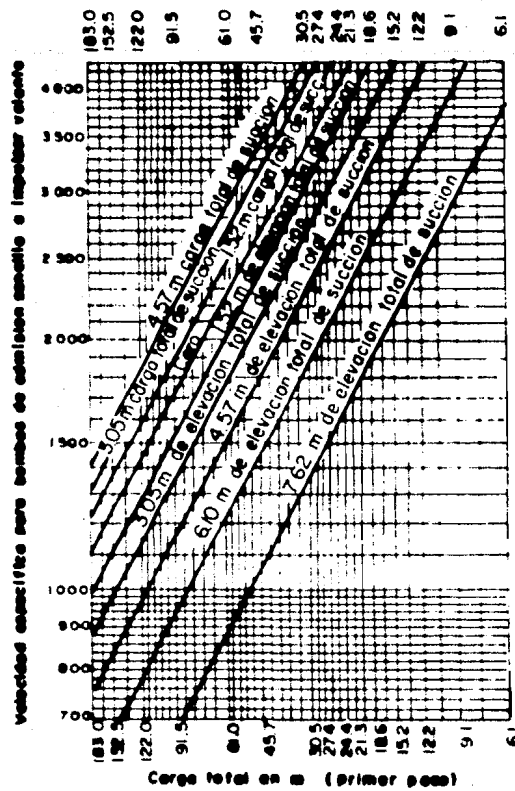
y así, obtenemos la velocidad específica utilizando la Ec. (1.3.18)

$$N_s = \frac{N \sqrt{Q_{uR}}}{H_{\text{TI}}^{3/4}} = \frac{1750 \sqrt{1132}}{(287)^{3/4}} = 844$$

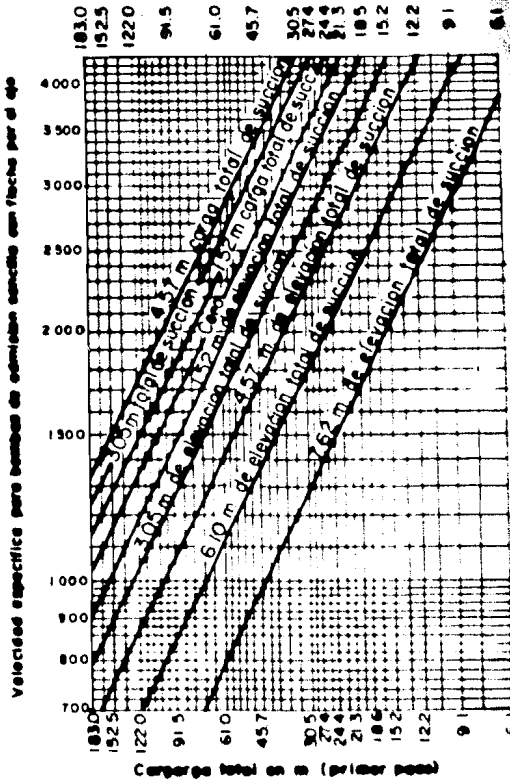
FIG. 3.1.1 CARTAS INSTITUTO DE HIDRAULICA.



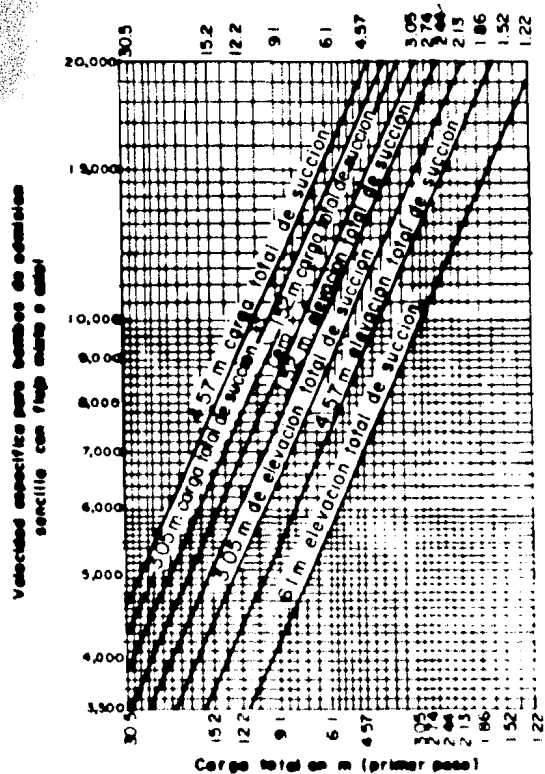
a) CARTA LIMITE DE VEL. ESPECIFICA PARA BOMBAS DE UN SOLO PASO CON DOBLE ADM. Y FLECHA A TRAVES DEL OJO.



b) CARTA LIMITE DE VEL. ESPECIFICA PARA BOMBAS DE ADMISION SENCILLA E IMPULSOR VOLANTE.



c) CARTA LIMITE DE VEL. ESPECIFICA PARA BOMBAS DE ADMISION SENCILLA CON FLECHA POR EL OJO DEL IMPULSOR.



d) CARTA LIMITE DE VEL. ESPECIFICA PARA BOMBAS DE ADMISION SENCILLA CON FLUJO MIXTO AXIAL.

para conocer la eficiencia, entramos a la Fig. 3.1.3 con  $N_s = 844$  y  $Q_T = 1 \text{ (m}^3\text{/seg)} = 4286 \text{ (lt/min.)}$ , obtenemos:

$$\eta = 74\%$$

Siendo ésta eficiencia muy baja, probaremos con otras mayores a las cuales corresponderán unas determinadas Velocidades específicas dadas en la Fig. 3.1.3 anteriormente mencionada.

entrando con  $Q_{uR} = 1132 \text{ (g.p.m.)}$  y  $N_s = 2000$ , tenemos:

$$\eta = 84\%$$

Despejando la carga por impulsor de la Ec. (1.3.18) tenemos:

$$H_{TI} = \left( \frac{N \sqrt{Q_{uR}}}{N_s} \right)^{4/3} = \left( \frac{1750 \sqrt{1132}}{2000} \right)^{4/3}$$

Como nos daría una máquina muy complicada, sacrificaremos un poco la eficiencia y probaremos con otros juegos de datos obtenidos de la Fig. 3.1.3 para el mismo

$$Q_{uR} = 1132 \text{ (g.p.m.)} = 4,286 \text{ (lt/min.)}$$

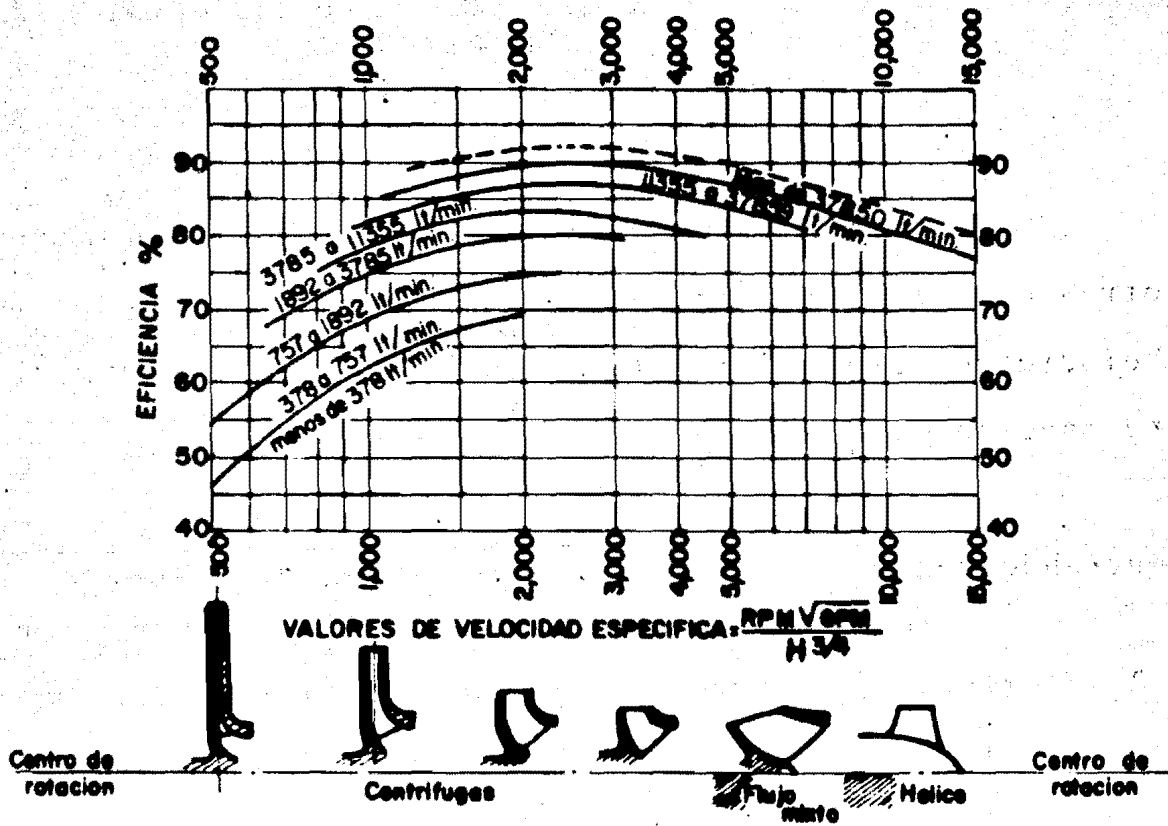


FIG. 3.1.3 RELACION APROXIMADA ENTRE LAS FORMAS DE IMPULSORES Y VARIACIONES DE EFICIENCIA CON LA VELOCIDAD ESPECIFICA.



$$N_s = 1500 \quad \text{corresponde} \quad \eta = 82\%$$

$$N_s = 1200 \quad \text{"} \quad \eta = 80\%$$

Probemos para  $N_s = 1500$

$$H_{TI} = \left( \frac{1750 \sqrt{1132}}{1500} \right)^{4/3} = 131.72 \text{ (ft)} = 40.174 \text{ (m)}$$

$$\text{No. Imp.} = \frac{350}{40.174} = 8 \text{ impulsores}$$

$$H_{TI} = \frac{350}{8} = 43.75 \text{ (m)}$$

entramos a la Fig. 3.1.1. (c) con  $H_{TI} = 43.75 \text{ (m)}$  y  $H_{se} = 6.46 \text{ (m)}$  así obtenemos  $N_{s \text{ max.}} = 1350$  por lo que no podemos aceptar esta alternativa, ya que:  $N_s > N_s \text{ max.}$

si probamos ahora para  $N_s = 1200$

$$H_{TI} = \left( \frac{1750 \sqrt{1132}}{1200} \right)^{4/3} = 177.28 \text{ (ft)} = 54 \text{ (m)}$$

$$\text{No. Imp.} = \frac{350}{54} = 7$$

$$H_{TI} = \frac{350}{7} = 50 \text{ (m)} = 164 \text{ (ft)}$$

y entrando a la Fig. 3.1.1 (c) con  $H_{TI} = 50 \text{ (m)}$  y  $H_{se} = 6.46 \text{ (m)}$  obtenemos una  $N_{s \text{ max.}} = 1250$ .

entonces:

$$\text{el } Q_{uR} = \left(\frac{1250}{1750}\right)^2 (164)^{3/2} = 1071 \text{ (g.p.m.)}$$

el número de unidades es:

$$\text{No. unidades} = \frac{15850}{1071} = 15$$

finalmente;

$$N_s = \frac{1750 \sqrt{1071}}{(164)^{3/4}} = 1249.7 \approx 1250 = N_{s\text{max.}}$$

Por tanto concluimos que tenemos un sistema de bombeo con 15 unidades, cada unidad con un número de pasos igual a 7, una velocidad específica de 1250 y una eficiencia de 80%.

### 3.2 DIMENSIONAMIENTO DE LA BOMBA CENTRIFUGA DE FLUJO RADIAL.

#### A) DISEÑO DEL IMPULSOR

El diseño del impulsor de una bomba involucra los siguientes aspectos:

##### a) SELECCION DE LA VELOCIDAD

Para encontrar las condiciones carga-capacidad de la bomba, hay que seleccionar primeramente la velocidad

angular. Esto establece la velocidad específica, o el tipo de impulsor a utilizar. La selección de la velocidad depende de las siguientes consideraciones:

1. Tipo de transmisión de movimiento que se dará a la bomba.
2. Altas velocidades específicas dan como resultado una bomba pequeña.
3. Las eficiencias óptimas posibles (Hidráulica y total) para cada tipo de impulsor, varían con la velocidad específica. La Fig. (3.1.3) nos muestra eficiencias obtenidas a varias velocidades específicas de impulsores con simple succión y un paso, para diferentes capacidades.
4. Si la carga total requerida no puede ser producida por un paso, ésta se divide en dos o más pasos. La carga por paso también afecta la velocidad específica final, y de esta manera, la eficiencia de la bomba.

#### b) FACTOR DE REDUCCION O MULTIPLICADOR

Si un impulsor es seleccionado para un modelo, con:  $Q_1$  ( $m^3/seg$ ) a  $H_{T1}$  (m) de carga,  $N_1$  (rpm) y su diámetro es  $D_1$ , y por alguna razón se requiere que un nuevo impulsor produzca;  $Q_2$  ( $m^3/seg$ ) a  $H_{T2}$  (m) de carga,  $N_2$  (rpm) y con un diámetro  $D_2$ , la velocidad específica de ambos será la misma,

$$N_1 Q_1^{1/2} / H_{T1}^{3/4} = N_2 Q_2^{1/2} / H_{T2}^{3/4} \quad (3.2.1)$$

Como complemento, las siguientes relaciones entre el modelo y las nuevas capacidades y cargas pueden escribirse:

$$Q_2 = Q_1 f^3 (N_2/N_1) \quad (3.2.2)$$

$$H_2 = H_1 f^2 (N_2/N_1)^2 \quad (3.2.3)$$

donde  $f = D_2/D_1$  es el factor de reducción o multiplicador.

De las Ecs. (3.2.2) y (3.2.3) se obtiene la siguiente fórmula para el factor de reducción  $f$ :

$$f = \frac{N_1 \sqrt{H_1}}{N_2 \sqrt{H_2}} = \frac{N_1}{N_2} \left( \frac{H_2}{H_1} \right)^{1/2} \quad (3.2.4)$$

La expresión  $N/H$  es conocida como "VELOCIDAD UNITARIA" medida en (rpm) , necesitando producir 1(m) de carga para un impulsor dado. También es posible expresar el factor  $f$  en términos de gastos y velocidades, de la Ec. (3.2.2):

$$f^3 = \frac{Q_2/N_2}{Q_1/N_1} = \frac{N_1 Q_2}{N_2 Q_1} \quad (3.2.5)$$

Q/N es conocida como "CAPACIDAD UNITARIA" y representa  $(\text{m}^3/\text{min})$  por revolución para un impulsor dado.

### c) DISEÑO DE UN NUEVO IMPULSOR

En el diseño de un nuevo impulsor, se usan los "FACTORES DE DISEÑO", establecidos experimentalmente para diseños eficientes, dando relaciones directas entre la carga total y la capacidad del impulsor en el punto de diseño y en los diversos elementos de los triángulos de velocidad de EULER.

Estas son relaciones de velocidad adimensionales, independientes del tamaño y velocidad del impulsor, las cuales se correlacionan en base a la velocidad específica, para diferentes ángulos de descarga del impulsor.

Complementando: Un número importante de relaciones con dimensiones lineales, que no están directamente relacionadas a las velocidades, son encontradas como auxiliares en el perfeccionamiento hidráulico del diseño de impulsores. Estas relaciones, son también, completamente experimentales, y no se prestan a tratamientos teóricos. El grado de perfección de un diseño se estima por el valor de la eficiencia hidráulica de la bomba.

El trazo del perfil del impulsor y la distribución de los álabes son posibles, si se conocen los siguientes elementos:

1. Velocidades meridianas a la entrada y salida.
2. Diámetro a la descarga del Impulsor.
3. Angulos de entrada y salida del álabe del impulsor.

Estos elementos se determinan por los triángulos de entrada y salida de EULER para álabes radiales rectos, -- todas las partículas de fluido entran y abandonan el impulsor al mismo diámetro, entonces a este tipo de álabes se le llama plano o de curvatura simple. De esta manera solo un triángulo de admisión y uno de descarga determina el diseño del impulsor. Para impulsores de flujo mixto y axial, los triángulos de velocidad se dibujan para varias líneas de corriente. Tres líneas de corriente son usualmente suficientes para obtener los impulsores de flujos mixto y axial. La variación de los ángulos del álabe a lo largo del radio determina la curvatura del álabe.

Los elementos de diseño del impulsor son seleccionados para un solo punto de diseño. La curva carga-capacidad se estima de previas experiencias basadas en curvas típicas para diferentes velocidades específicas.

#### d) EL ANGULO DE DESCARGA DEL ALABE.

Este es el elemento de diseño más importante. Se ha demostrado que las características teóricas más importantes son determinadas por el ángulo de álabe solamente.

En las bombas modernas,  $\beta_2$  es un factor fijo determinante en el diseño. Todas las constantes de diseño dependen del valor de  $\beta_2$ . De esta manera una selección apropiada de  $\beta_2$  es el primer paso en la selección de las constantes de diseño del impulsor. Esta selección se basa en la pendiente deseada de la curva carga-capacidad, ya que la carga y la capacidad normales aumentan con el ángulo  $\beta_2$ . Generalmente la selección de  $\beta_2$  es hecha para una eficiencia óptima, o diseño normal. Un valor promedio de  $22.5^\circ$  puede ser tomado como normal para todas las velocidades específicas. Para una descarga forzada, éste puede tomarse como  $27.5^\circ$  sin afectar apreciablemente la eficiencia.

El límite inferior de  $\beta_2$  considerado para un buen diseño es alrededor de  $17.5^\circ$ .

#### e) CONSTANTES DE VELOCIDAD

Una constante de velocidad es un factor que relaciona la carga total de la bomba y la velocidad periférica del impulsor. Tales constantes se utilizan en la actualidad.

Las constantes de diseño más usadas están definidas como sigue:

$$K_u = \frac{u_2}{\sqrt{2gH}} \quad \delta \quad u_2 = K_u \sqrt{2gH} \quad \text{y} \quad H = \frac{1}{K_u^2} \frac{u_2^2}{2g} \quad (3.2.6)$$

Esta fue originalmente introducida para turbinas-hidráulicas, y más tarde adoptada por ingenieros en bombas -centrífugas. En esta definición,  $K_u$  es una relación de  $u_2$  y la velocidad del chorro libre bajo la carga  $H$ . Es usada para calcular el diámetro del impulsor cuando la carga  $H$  es conocida y la velocidad ( $N$ ) es seleccionada.  $K_u$  aumenta con la velocidad específica.

En la Fig. 3.2.1 están graficadas las curvas de  $K_u$  para un diseño normal promedio y un ángulo de descarga  $\beta_2$  aproximado a  $22.5^\circ$ .  $K_u$  está afectada por varios elementos de diseño:

1.  $K_u$  aumenta para valores bajos del ángulo  $\beta_2$ , ya que la carga normal  $H$  decrece.

2. Grandes relaciones de  $D_1 / D_{20}$  requieren de un valor alto de  $K_u$ . La Fig. 3.2.1 da relaciones del diámetro del ojo del impulsor ( $D_1$ ) al diámetro de descarga del impulsor ( $D_{20}$  ó  $D_m$ ) para un diseño normal.



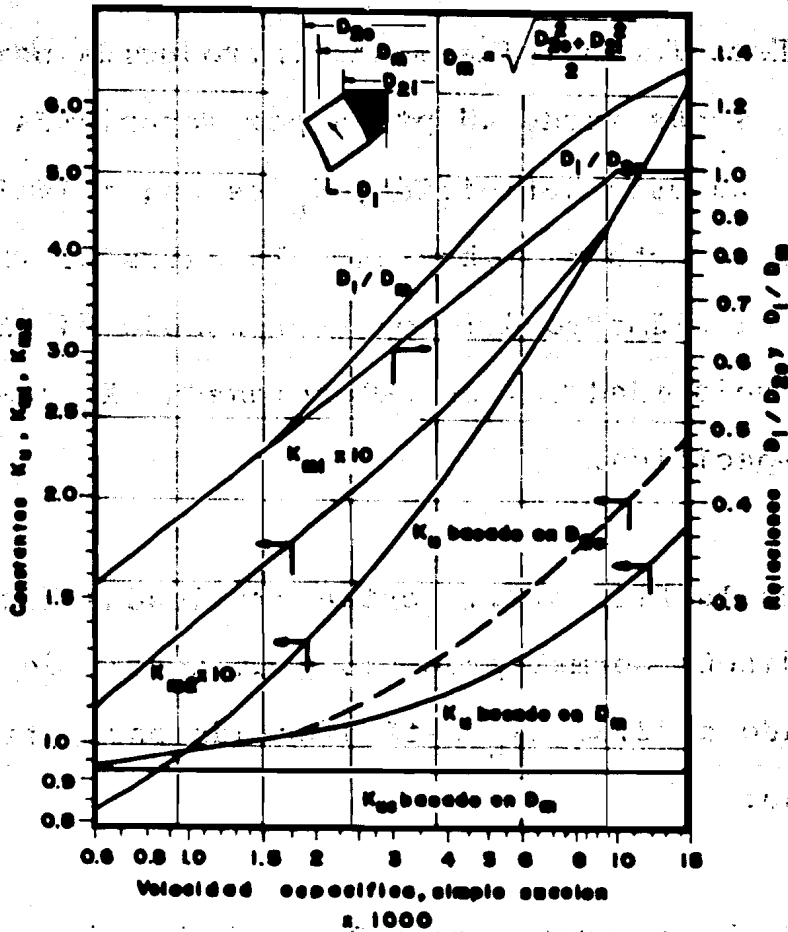


FIG. 3.2.1 CONSTANTES DEL IMPULSOR.

3.  $K_u$  es también afectado por el número de álabes, y a su vez este número depende de la carga por álabe. Con ángulos bajos de descarga  $\beta_2$ , seis álabes son probablemente un mínimo para velocidades específicas arriba de 5000, mientras que 8 álabes pueden ser considerados normales para el mismo rango de velocidades específicas. Para velocidades específicas altas se utiliza un número pequeño de álabes. Este número está en relación directa al tamaño y carga total de la bomba. Para usos especiales, tales como bombeo de pulpa de papel o de aguas negras, se utilizan impulsores inatascables teniendo frecuentemente dos álabes.

#### f) EL COEFICIENTE DE CARGA.

El coeficiente de carga puede ser usado también como una constante de velocidad para la determinación del diámetro del impulsor.

Puede demostrarse que:

$$\psi = \frac{1}{2 K_u^2} \quad (3.2.7)$$

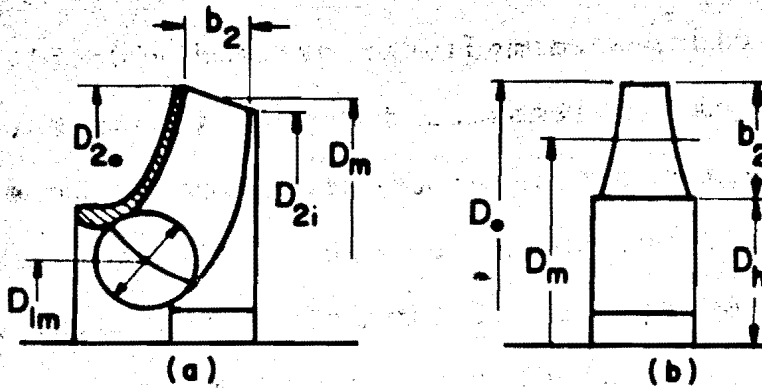


FIG. 3.2.2 DIAMETROS MEDIOS EFECTIVOS DEL IMPULSOR

La correlación de las constantes de diseño, que cubren un rango completo de impulsores para tipos de flujo; -recto, radial y axial, es simple, si la velocidad periférica de descarga del impulsor se basa en el diámetro del impulsor "MEDIO EFECTIVO" definido como sigue: Fig. 3.2.2

$$D_m^2 = (D_{2o}^2 + D_{2i}^2) / 2$$

Para impulsores de flujo AXIAL éste se reduce a:

$$D_m^2 = D_o^2 (1 + v^2) / 2$$

donde  $v = D_h / D_o =$  Relación del Cubo o Mamelón.

Puede demostrarse que para impulsores de flujo mixto y axial, el diámetro medio efectivo divide el flujo interno a través del impulsor en dos partes iguales. Puede ser interesante apuntar, que el coeficiente de carga para gasto cero, basado en el diámetro medio efectivo es el mismo ( $\Psi_0 = 0.585$ ), independientemente del ángulo  $\beta_2$  o la velocidad específica.

#### h) LA CONSTANTE DE CAPACIDAD

La constante de capacidad está definida por:

$$K_{m2} = \frac{V_{m2}}{\sqrt{2gH}} \quad (3.2.8)$$

donde  $V_{m2}$  es la velocidad meridiana a la descarga. Cuando  $V_{m2}$  es calculada de datos experimentales en el punto de mejor eficiencia, no son tomadas en cuenta las pérdidas por fuga (o escurrimiento). En cambio, cuando un valor de  $K_{m2}$  es seleccionado de tabulaciones o gráficas de datos experimentales, no es necesario considerar las pérdidas por escurrimiento.

En la práctica se gráficán valores experimentales de  $K_{m2}$  contra velocidad específica, para un determinado tipo de bombas. Fig. 3.2.1.

Cuando  $V_{m2}$  ó  $K_{m2}$  son calculadas, el espesor del álabe será considerado en relación al área neta normal a  $V_{m2}$  de la Fig. 3.2.3..

$$V_{m2} = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{(D_2 \pi - Z S_u) d_2} \quad (3.2.9)$$

donde:

$Z$  - número de álabes

$S_u$  - espesor tangencial del álabe.

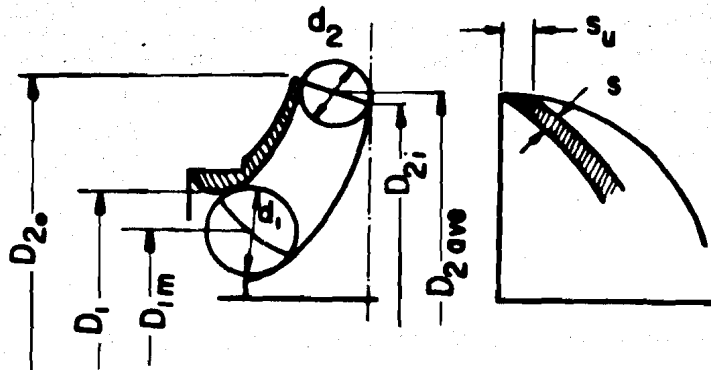


FIG. 3.2.3 AREAS INTERNAS Y EXTERNAS DEL IMPULSOR.

i) EL COEFICIENTE DE CAPACIDAD

Este es usado como una constante de capacidad de diseño, y se define como sigue:

$$\phi = V_{m2} / u_2 \quad (3.2.10)$$

donde  $V_{m2}$  es la velocidad meridiana a la descarga del impulsor para el punto de mejor eficiencia, basada en el área de descarga (excluyendo álabes y no tomando en cuenta las pérdidas por fugas). Después que el coeficiente de presión es seleccionado y  $u_2$  es establecida,  $V_{m2}$  puede ser calculada. El coeficiente de capacidad aumenta para valores altos de la velocidad específica y valores constantes de  $\beta_2$ . También  $\phi$  aumenta con el ángulo  $\beta_2$  para una velocidad específica constante. Está relacionada con  $K_{m2}$  como sigue:

$$\phi = \frac{K_{m2}}{K_u} \quad (3.2.11)$$

#### j) LA VELOCIDAD DE ENTRADA

Para completar el perfil del impulsor, es necesario conocer también la velocidad meridiana en la succión. - está dada por la relación:

$$K_{m1} = \frac{V_{m1}}{\sqrt{2gH}} \quad (3.2.12)$$

Esta velocidad se calcula para el área comprendida entre los extremos de entrada del álabe, omitiendo las pérdidas por escurrimiento. El espesor del álabe puede ser ignorado, mientras los extremos de éste esten afilados y  $V_{m1}$  puede ser tomada como la velocidad real delante de los-

álabes. Refiriéndonos a la figura 3.2.2.

$$V_{m1} = \frac{Q}{\pi D_{1m} d_1} \quad (3.2.13)$$

La Velocidad a través del ojo del impulsor es casi-igual a  $V_{m1}$ , o ligeramente mas baja, dependiendo de la entrada del impulsor.

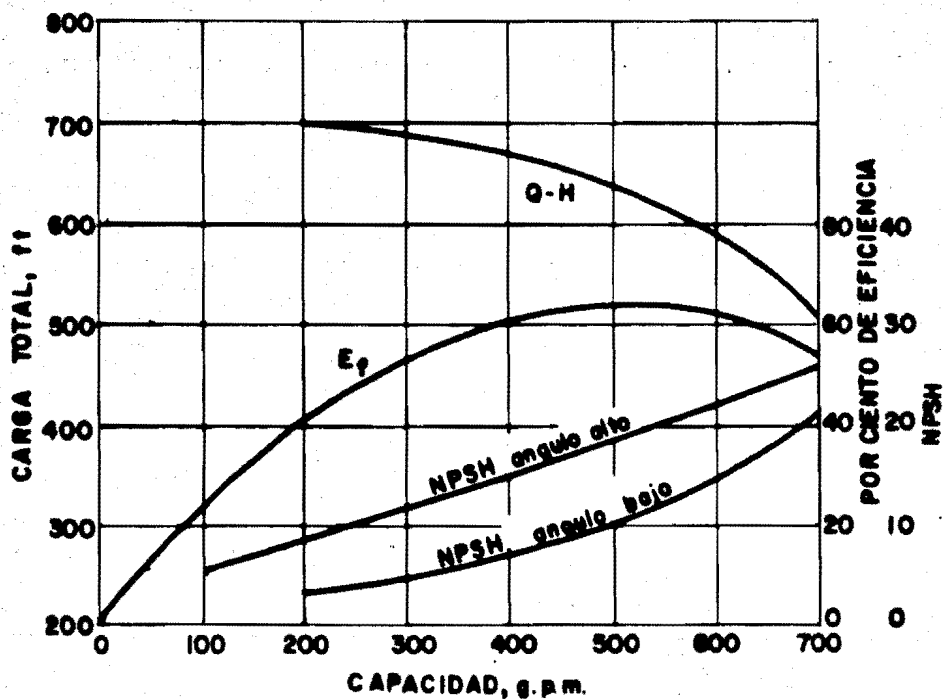


FIG. 3.2.4 EFECTO DEL ANGULO DE ENTRADA DEL IMPULSOR SOBRE LA NPSH EN UNA BOMBA DE 3 pulg. Y 3500 r.p.m.

El hecho de no tomar en cuenta las pérdidas por escurrimiento introduce un error en los ángulos  $\beta_1$  y  $\beta_2$  del álabe para algunas líneas de corriente como se demuestra de los triángulos de velocidad de EULER. Este error es insignificante y nunca mayor de un grado en diseños normales, siendo más pequeño que el error resultante de suponer una velocidad meridiana uniforme para algunas líneas de corrien-

te. Las velocidades de entrada como se muestra en la Fig. 3.2.5 son cerca de 1.5 veces las velocidades de descarga del impulsor a velocidades específicas bajas, e iguales que las de entrada para bombas rectas de flujo axial. Estas velocidades de entrada serán consideradas como normales. Ellas son adecuadas para las condiciones promedio de succión y están representadas en las cartas del instituto de Hidráulica, mostrando los requerimientos de NPSH en términos de la velocidad específica y carga máximas. De esta manera en bombas de varios pasos, para alimentación de calderas, la relación  $V_{m1}/V_{m2}$  puede ser tan alta como 1.625. De otra forma, para servicios donde es importante un bajo requerimiento de NPSH, las velocidades de entrada son iguales o mas bajas que las velocidades de descarga del impulsor. Note que las velocidades de entrada bajas llevan hacia ángulos de entrada bajos. Antiguamente se usaron ángulos exagerados de entrada con espacios amplios entre los álabes normales al flujo relativo, esperando de ésta manera reducir los requerimientos de la NPSH. Mas tarde por medio de experimentos, se demostró que los angulos pequeños de entrada del álabe tienden a reducir los requerimientos de NPSH.

Esto indica que con ángulos de entrada altos, una parte del canal del impulsor queda inactiva, debido a una separación de la vena líquida como resultado del alto ángulo de ataque. La Fig. 3.2.4 nos muestra pruebas hechas en una



bomba de 3 pulgadas con impulsores idénticos excepto por los ángulos de entrada del álabe.

### k) TRIANGULO DE VELOCIDAD DE ENTRADA

Los ángulos de entrada del álabe se obtienen del triángulo de velocidad. Por éstos es admitida alguna prerrotación "Nominal", la cual establecerá pérdidas de Capacidad ligeramente a la derecha del punto de mejor eficiencia. - -

Fig. 3.2.5.

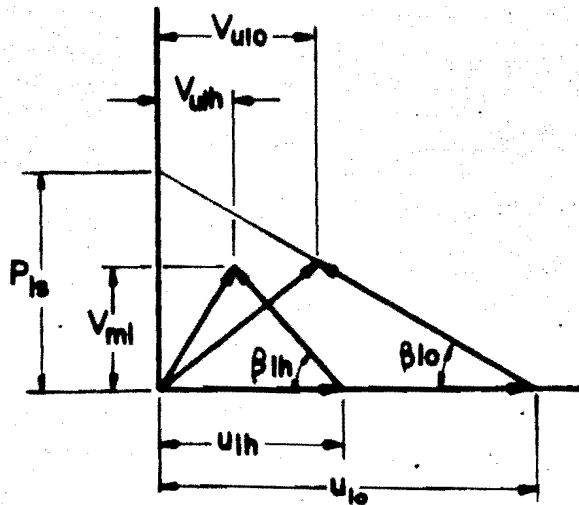


FIG. 3.2.5 TRIANGULO DE VELOCIDADES A LA ENTRADA.

El grado de prerrotación puede ser especificado por la relación de el paso por segundo a la velocidad meridiana de entrada. Un modelo de flujo con vortice forzado se toma en la succión del impulsor.

Esta relación varía dentro de límites muy cerra-

dos,

$$R_1 = P_{1s} / V_{m1} = 1.15 \text{ a } 1.25 \dots \quad (3.2.14)$$

para bombas de simple succión. Para bombas de doble succión-bipartidas horizontalmente, donde la forma de la boquilla de succión induce alguna prerrotación, son admitidos altos valores de  $R_1$

$$R_1 = 1.25 \text{ a } 1.35 \quad (3.2.15)$$

Para condiciones bajas de NPSH, se utilizan valores bajos de  $R_1$ . De otra forma si se exceden los límites superiores antes mencionados, la eficiencia se reducirá en un punto o dos, lo cual se probó por medio de experimentos especiales. De una inspección en la Fig. 3.2.5 es evidente que  $R_1$  es la relación de las Pérdidas de capacidad a la capacidad nominal. Las condiciones a la entrada del impulsor es tan solo uno de los detalles de los muchos que contribuyen a la localización del punto de mejor eficiencia sobre la curva CARGA - CAPACIDAD.

#### 1) VELOCIDAD ESPECIFICA A DIMENSIONAL

Por medio del análisis y comportamiento de una bomba y correlacionando las constantes de diseño experimental (coeficientes de presión y capacidad), la expresión de la velocidad específica, puede ser transformada al incluir -

las relaciones adimensionales de capacidad  $\phi$  y carga  $\Psi$ .

Haciendo las siguientes sustituciones en la ecuación de la vel. específica.

$$Q = (V_{m2} d_2 \pi D_{\text{prom.}}) \times 60 \times 7.48 \quad (\text{g.p.m.})$$

$$N = 60 u_2 / \pi D_m$$

$$H = \Psi u_2^2 / g$$

$$\phi = V_{m2} / u_2$$

y vaciando todas las constantes en la ec. antes mencionada - obtenemos:

$$\frac{(\text{rpm}) \sqrt[3]{\text{gpm}}}{H_{ft}} = N_s = 9675 \left(\frac{d_2}{D_m}\right)^{1/2} \left(\frac{D_{\text{prom.}}}{D_m}\right)^{1/2} \frac{\phi^{1/2}}{\Psi^{3/4}} \dots (3.2.16)$$

donde  $b_2$  - es el ancho del impulsor a la descarga.

$D_m$  - es el diámetro medio efectivo.

$D_{\text{prom.}}$  - es el promedio de los dos diámetros de las cubiertas del impulsor a la descarga.  $(D_{20} / D_{2i}) / 2$ .

La relación  $D_{\text{prom.}} / D_m$  es igual a la unidad para impulsores centrífugos, y es solamente menor que la unidad, - para impulsores de flujo axial con alta velocidad específica.

$$(D_{\text{prom.}} / D_m)^{1/2} = 0.965 \text{ para } N_s = 12,500$$

## TRAZO DEL IMPULSOR

El método más eficiente para hacer dicho trazo es el "MÉTODO DEL TRIANGULO DE ERRORES", ya que tenemos una  $N_s < 1500$  y además serán álabes planos (osea que el espesor del mismo se mantiene constante en la mayor parte de su longitud). Este método se originó en Europa y conforme se fueron obteniendo datos satisfactorios, (altas eficiencias) lo adoptaron los diseñadores norteamericanos. Para poder utilizar dicho método, se tiene que contar con el conocimiento de los elementos constitutivos de los triángulos de velocidad de "EULER", tanto a la entrada como a la salida.

## MÉTODO DE LOS TRIANGULOS DE ERRORES

Para un ángulo de entrada  $\beta_1$  y uno de salida,  $\beta_2$ , siempre es posible dibujar un álabe como un arco circular de radio único, construcción que se muestra en la Fig. (3.2.6).

Desde un punto cualquiera A, sobre la circunferencia exterior del impulsor, se traza una línea AM que forme un ángulo  $\beta_2$  con el radio AC. La línea CB intersecta la circunferencia del ojo del impulsor en D.

A continuación se traza una línea perpendicular -  
en la mitad de AD que corte a AM en M.

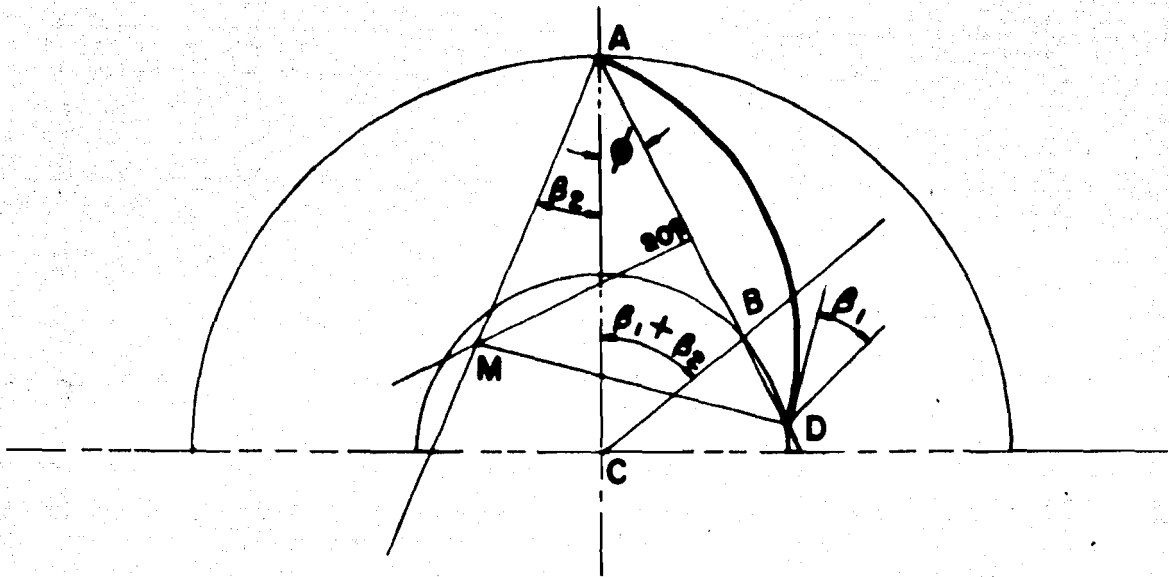


FIG. 3.2.6. TRAZO DEL IMPULSOR

MA será el radio del arco que de un ángulo  $\beta_2$  en la descarga y un ángulo  $\beta_1$  en la entrada.

En seguida se demostrará matemáticamente este método:

$$\beta_1 + \beta_2 + \phi = \sphericalangle CBD = \sphericalangle CDB$$

$$\beta_2 + \phi = \sphericalangle MAD = \sphericalangle MDA$$

Restando miembro a miembro:

$$\beta_1 = \sphericalangle CDB - \sphericalangle MDA = \sphericalangle MDC$$

Sin embargo, esta forma circular del aspa tiene grandes desventajas, por lo que será necesario hacerle unas correcciones como se mostrará más tarde.

El método de los triángulos de error se puede aplicar ventajosamente al análisis y construcción de la vena plana. Para ello se obtiene el desarrollo sobre un plano del álabe. Esto se logra dividiendo al impulsor en una serie de círculos concéntricos y se mide la distancia "h" tangencialmente entre ellas. Por lo tanto se concluye que habrá más exactitud, mientras mayor sea el número de circunferencias. Los valores de "h" se llevan al desarrollo plano en el cual las ordenadas son los incrementos de radio. La construcción se muestra a continuación:

Si se hace el trazo para el álabe circular, se verá que el cambio de pendiente del álabe es irregular. Primeramente el incremento es muy rápido, haciéndose después más lento hasta llegar al ángulo de descarga. Esta forma del álabe no se considera la más eficiente, y se prefiere un aspa con un cambio gradual AC. Fig. 3.2.7

Para conseguir una mejor forma del álabe para los impulsores de álabe plano, se hace primero su desarrollo sobre un plano, y entonces, en éste se hace la corrección. Se traza de nuevo el álabe por el método descrito anteriormente.

Aunque este método toma mucho más tiempo, permite mejorar la forma del álabe y asegurar mayor eficiencia.

Este método fué empleado en el trazo del impulsor de este trabajo.

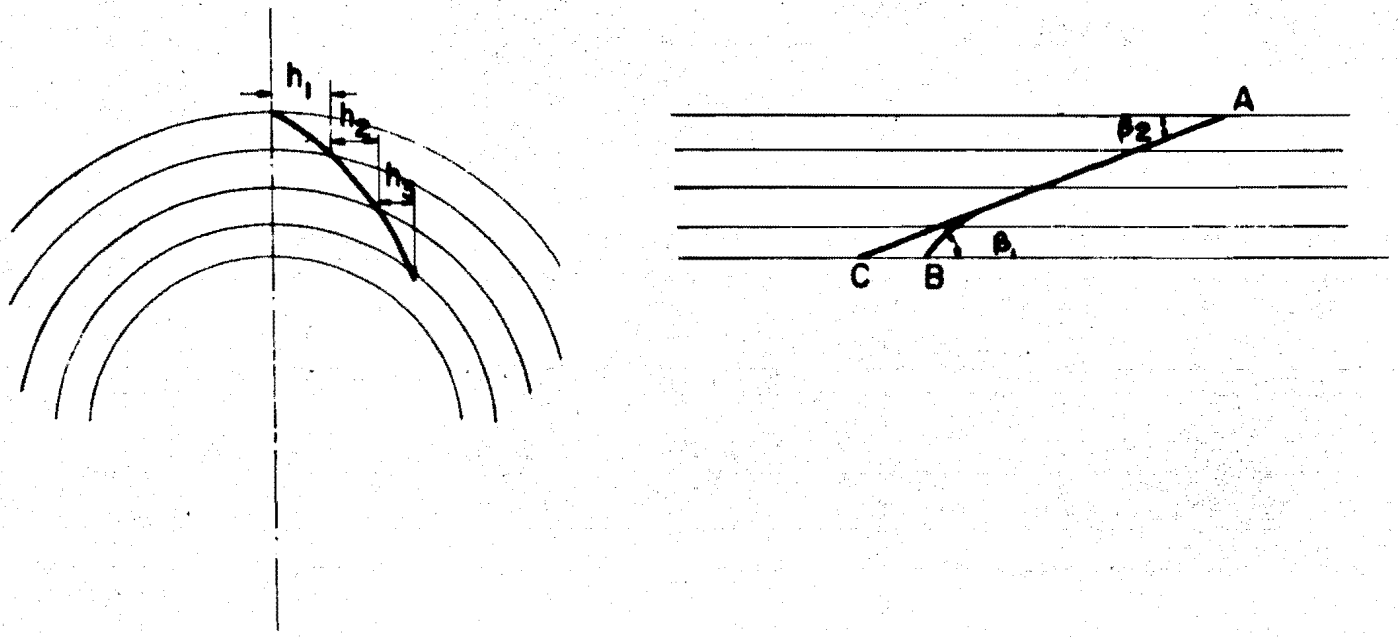


FIG. 3. 2.7 DESARROLLO DE UN ASPA

## B) DISEÑO DE LA VOLUNTA

La volunta es un dispositivo difusor en bombas, - siendo su proposito primordial guiar el líquido saliente del impulsor, convirtiendo en altura de presión la Energía Cinética de velocidad del flujo en la descarga del impulsor. No-

toma parte en la generación de carga.

Se le puede considerar como un canal directriz -  
espiral que circunda todo el rodete, y al cual se le empalma  
al final de la espiral un difusor cónico que representa la -  
descarga propiamente dicha ver Fig. 3.2.8.

La condición fundamental para el dimensionamiento  
de la variación de las secciones de la espiral, es la sime--  
tria axial de la corriente; esto quiere decir que en la espi--  
ral han de reinar, a lo largo de la superficies cilíndricas--  
concentricas que rodean el eje del rodete, las mismas condi--  
ciones de corriente en cada caso, o sea, igual presión e - -  
igual velocidad, en magnitud y dirección. Del grado de efec--  
tividad de esta condición depende el rendimiento de toda la  
bomba.

En la práctica y por motivos de construcción, -  
se emplea casi siempre la forma circular como sección de la--  
espiral.

La corriente no está exenta de rozamiento por lo--  
cual se produce otra desviación.

Las partículas que circulan por la capa límite -  
de las paredes laterales de la espiral, quedan frenadas por--  
las fuerzas de rozamiento. Así aparecen diferencias de pre--



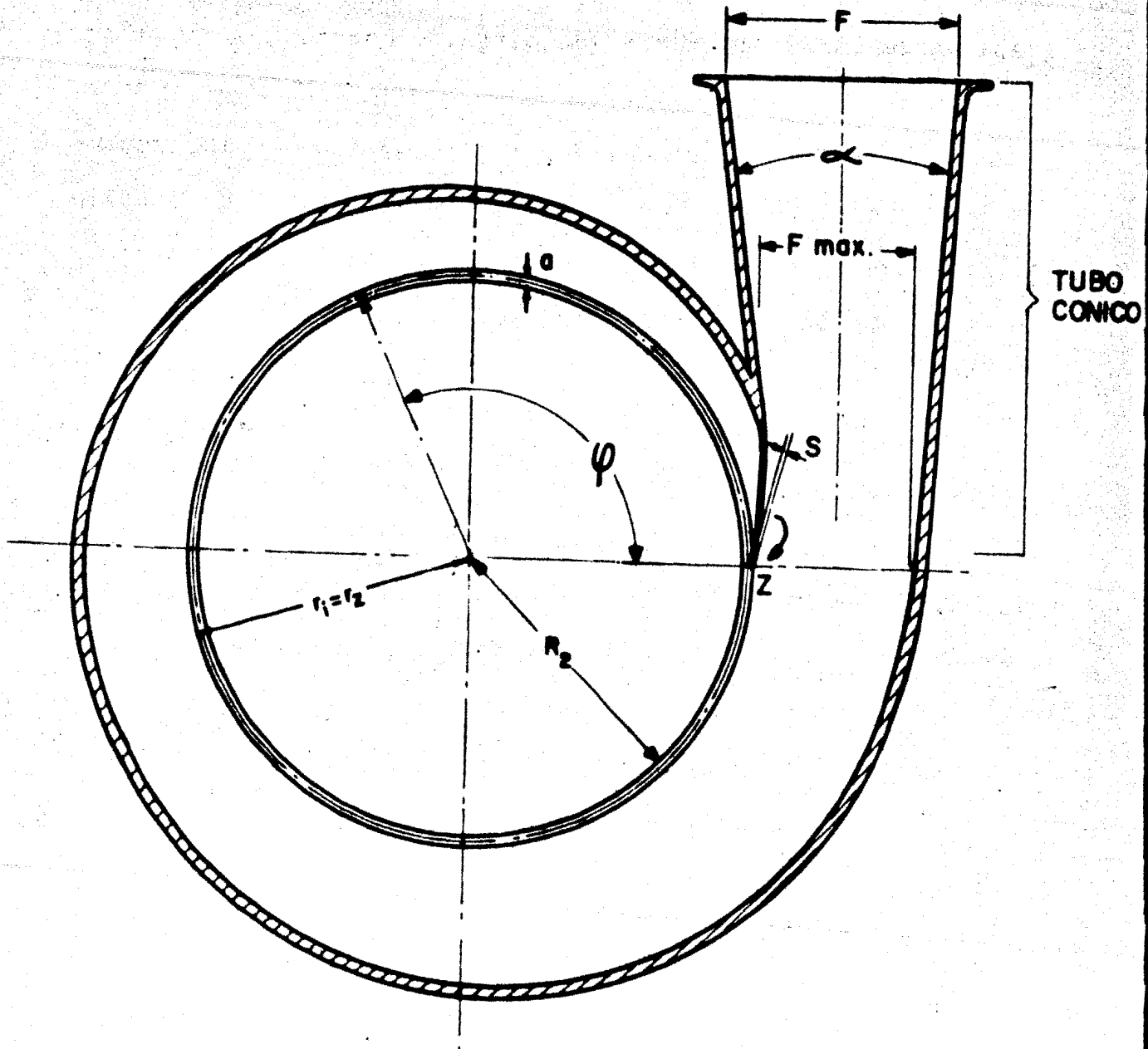


FIG. 3.2.8 VOLUTA ESPIRAL DE SECCION CIRCULAR

sión, cuyo resultado es la aparición de corrientes secundarias. Estas se superponen a la corriente principal y, por tanto, cambian la configuración de la corriente; finalmente la Lengua "Z" causa una sensible perturbación de la simetría axial en el comienzo de la sección de la espiral.

Según los ensayos de BROER, se obtiene la mejor simetría axial para la formación de sección redonda, si se calculan las secciones de la espiral sin tener en cuenta el rozamiento con el principio de la impulsión. Sobre esta base, para bombas, el radio  $\rho$  de la sección espiral se calcula con:

$$\rho = \frac{\phi^{\circ}}{c} + \sqrt{2 r_i \frac{\phi^{\circ}}{c}} \quad (3.2.17)$$

con:

$$c = \frac{720 \pi k}{Q} \quad (3.2.18)$$

De acuerdo a la Fig. 3.2.8,  $\phi$  designa el ángulo central en grados que abarca desde el comienzo de la espiral hasta la sección considerada.  $r_i$  el radio del círculo en (m)., que toca las secciones circulares de la espiral en su lado interior y que queda determinado por la posición de la lengua.

$Q$  - el caudal en ( $m^3/\text{seg}$ ), y  $K$  el giro del líquido en la sa-

lida del rodete. ( $m^2/\text{seg.}$ )

$$\text{como } Q = 2R_2 \pi d_2 V_{m2}$$

$$K = R_2 V_{u3}$$

Si colocamos los valores de Q y K en la Ec. (3.2.18), tendremos:

$$C = \frac{360^\circ V_{u3}}{d_2 V_{m2}} \quad (3.2.18')$$

$$\text{como: } \tan \alpha_3 = \frac{V_{m2}}{V_{u3}} \quad (3.2.18'')$$

$$\text{por tanto: } C = \frac{360^\circ}{d_2 \tan \alpha_3} \quad (3.2.18''')$$

La sección inicial de forma mas rectangular o eliptica, después de aumentar lo suficiente, va adquiriendo gradualmente la forma circular; además se ha de tener en cuenta que la sección final de la espiral ( $\phi = 360^\circ$ ) resulta algo estrechada por el espesor finito de la lengua, de modo que  $r_i$  se ha de aumentar aqui en el valor del espesor de la lengua.

La espiral se considera recomendable, cuando la sección final (F max) de ésta resulte suficientemente grande para que se pueda adaptar el tubo cónico de impulsión, me-

diante un ensanchamiento moderado ( $\alpha \leq 10^\circ$ ).

Con  $\phi = 360^\circ$ , según la ec. (3.2.17) el radio de la sección final se calcula con;

$$\rho_{\max} = d_2 \tan \alpha_3 + \sqrt{2r_i d_2 \tan \alpha_3} \quad \dots \quad (3.2.19)$$

Según esto, la sección final depende de  $r_i$ ,  $d_2$  y del ángulo absoluto de salida  $\alpha_2$ . Un ángulo menor de salida produce una sección final estrecha que hace necesaria una pieza cónica larga de paso a la tubulatura de impulsión.

### C) DISEÑO DE LA FLECHA

#### 1) BOMBAS DE UN SOLO PASO

##### a) BALANCE DEL EMPUJE AXIAL:

En un impulsor de doble succión el empuje axial está balanceado debido a su simetría. Si este balance no se pierde por causas de un impulsor de entrada asimétrica, no hay necesidad de usar un cojinete de empuje.

Todas las bombas modernas de doble succión tienen un pequeño cojinete de empuje.

Los impulsores de simple succión Fig. 3.2.9 están

sujetos a un empuje axial debido a que el aro de refuerzo del impulsor está sujeto a las presiones de succión y de descarga.

La magnitud del empuje axial se puede calcular de la siguiente forma:

$$T = (A_1 - A_2) (P_1 - P_2) \quad (3.2.20)$$

Donde:

- T - Empuje axial en ( Kg ).
- A<sub>1</sub> - Area correspondiente al diámetro del anillo de desgaste del impulsor en (m<sup>2</sup>)
- A<sub>s</sub> - Area del mango del eje a través del estopero en (m<sup>2</sup>)
- P<sub>s</sub> - Presión de succión en (Kg/m<sup>2</sup>)
- P<sub>1</sub> - Presión en la parte de atrás del aro de refuerzo al diámetro del anillo de desgaste en (Kg/m<sup>2</sup>)

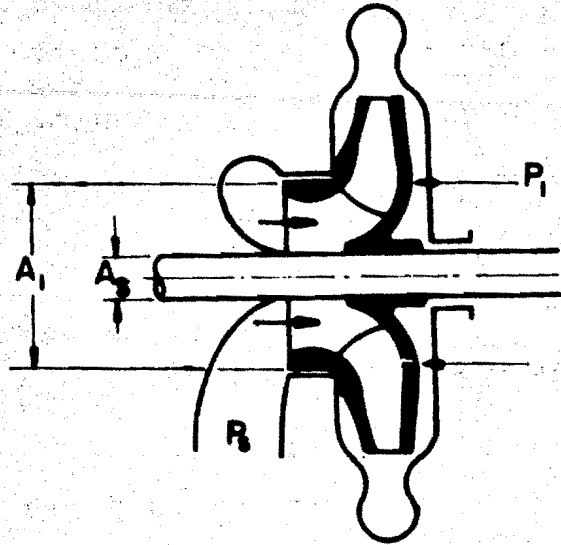


FIG.32.9 IMPULSOR DE SIMPLE SUCCION.

La diferencia de presión (  $P_1 - P_2$  ) es menor que la carga total de la bomba, puesto que el líquido alojado en la parte posterior del impulsor está en rotación.

El valor real del empuje es menor que el dado por la Ec. (3.2.20). Esta disminución es causada por el cambio de momento del flujo a través del ojo del impulsor.

La fuerza opuesta es:

$$F = \frac{w}{g} V_{m1} = A_e V_{m1}^2 \frac{\gamma}{g} = 2A_e \gamma \frac{V_{m1}^2}{2g} \quad (3.2.21)$$

Donde:

$A_e$  - Area neta del ojo del impulsor

$V_{m1}$  - Velocidad meridiana a través del ojo del impulsor.

La manera mas eficiente para contrarestar el empuje axial es utilizando un cojinete de empuje. De otra manera los impulsores deberian ser provistos de algún aditamento para reducir el empuje en los cojinetes.

#### METODOS PARA ELIMINAR O REDUCIR EL EMPUJE AXIAL

a) Se coloca una cámara en la parte posterior del impulsor, así la presión de succión es admitida en la cámara por medio de unos agujeros en la parte posterior del mismo, o colocando un conducto especial conectando la cámara de compensación con la tubería de succión.

b) Colocando costillas radiales sobre el aro de refuerzo posterior del impulsor para reducir la presión en el espacio comprendido por el impulsor y la envolvente de la bomba.

Es evidente que en el primer método las pérdidas por fuga de agua son dobles (por ser dos anillos de desgaste) y aumentan cuando los anillos están deteriorados.

El segundo método requiere de alguna potencia adicional.

El uso de agujeros a través del ojo del impulsor en la cámara de compensación, es menos eficiente al uso del-

conducto, puesto que el escurrimiento de agua en los agujeros está dirigido en contra del flujo (en el ojo del impulsor) causando disturbios.

El balance por este método nunca es absoluto, quedando del 10 al 25% de empuje axial, dependiendo del tamaño de los agujeros.

Para un balance absoluto, el diámetro de los anillos de desgaste en la cámara de compensación deberán ser mas grandes que el ojo del impulsor.

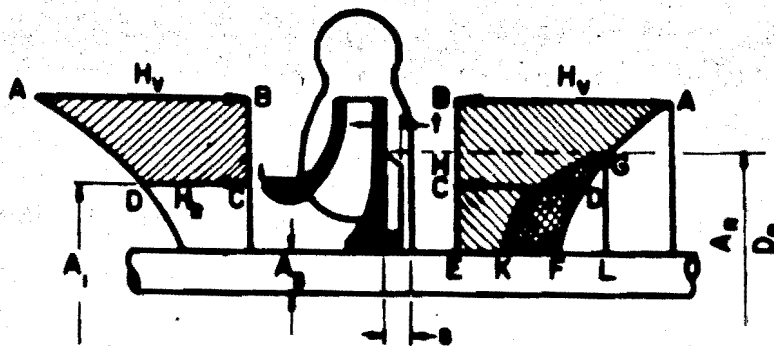


FIG. 3.2.10 DISTRIBUCION DE LA PRESION ENTRE LOS AROS DE REFUERZO DEL IMPULSOR Y LAS PAREDES DE LA VOLUTA.

La Fig. 3.2.10 muestra la distribución de la presión entre los aros de refuerzo del impulsor y las paredes de la voluta para un impulsor con costilla radial posterior.

Las fuerzas axiales sobre los aros del impulsor -



se representan por volúmenes encerrados en las superficies de revolución ABCD sobre el aro anterior y AB EF sobre el aro posterior.

El empuje axial desbalanceado sobre el aro posterior es igual al volúmen CDEF, el cual se expresa así:

$$T_b = (A_1 - A_s) \left( H_L - \frac{1}{8} \frac{u_r^2 - u_s^2}{2g} \right) \gamma = (A_1 - A_s) \gamma H_L \quad (3.2.22)$$

Donde:

$u_r$  = Velocidad tangencial del impulsor (cuyo diámetro es el anillo de desgaste).

$u_s$  = Velocidad tangencial de la flecha.

Para propósitos prácticos la carga  $H_L$  se puede considerar actuando sobre toda el área desbalanceada  $(A_1 - A_s)$ .

$H_L$  - Carga a través de los espacios (entre anillos de desgaste) (m)

$$H_L = \left( f \frac{L}{D} + 1.55 \right) \frac{V^2}{2g} \quad (3.2.23)$$

La distribución de la presión entre los aros del impulsor, se basa en la suposición de que la velocidad angu-

lar de rotación del líquido en ese espacio, es igual a la mitad de la del impulsor.

Para balancear el empuje axial ( $T_b$ ), se colocan constillas sobre el aro posterior del impulsor.

Con estas costillas, el líquido (entre las paredes y el impulsor) rotará aproximadamente con velocidad angular máxima.

Esto reduce la presión en el aro posterior del impulsor en el área  $A_R$ , determinada por el diámetro de la costilla radial  $D_R$ .

La reducción de la fuerza axial sobre el aro posterior del impulsor está dada por el volumen GFKG Fig. 3.2.10 el cual es la diferencia de volúmenes entre los dos paraboloides GKL y GFL.

$$T_{bR} = (A_R - A_S) \left( \frac{HG + EF}{2} - \frac{HG + EK}{2} \right) \gamma = (A_R - A_S) \left( \frac{EF - EK}{2} \right) \gamma$$

$$T_{bR} = \frac{A_R - A_S}{2} \left[ \left( H_V - \frac{1}{4} \frac{u_2^2 - u_S^2}{2g} \right) - \left( H_V - \frac{u_2^2 - u_R^2}{8g} - \frac{u_R^2 - u_S^2}{2g} \right) \right] \gamma$$

$$T_{bR} = \frac{3}{8} (A_R - A_S) \left( \frac{u_R^2 - u_S^2}{2g} \right) \gamma \quad (3.2.24)$$

Para un balance completo  $T_b = T_{bR}$ . De esta rela--

lación se puede determinar el diámetro de la costilla radial. Si ésta no se fija a la pared de la voluta, la velocidad angular del líquido (en el espacio comprendido entre el aro posterior del impulsor y la pared de la envolvente) será menor que la velocidad angular del impulsor, pero mas grande que  $\omega/2$ .

Se puede considerar que la velocidad angular del líquido se represente por la relación:

$$\omega' = \frac{\omega}{2} \left(1 + \frac{t}{s}\right) \quad (3.2.25)$$

s - Distancia media entre la pared de la voluta y el aro posterior del impulsor.

t - Altura o espesor de la costilla radial.

## II) BOMBAS DE VARIOS PASOS

El problema del empuje axial es mas importante cuando tratamos con bombas de varios pasos, debido a las presiones altas involucradas y el empuje combinado de varios pasos.

Métodos para balancear el empuje axial en bombas de varios pasos:

a) Colocando los impulsores en grupos opuestos.

b) Colocando cámaras de compensación en la parte posterior de cada impulsor.

c) Usando impulsores de doble succión en todos los pasos.

d) Utilizando aparatos especiales, tales como el disco de balanceo automático y el tambor balanceador.

El disco de balanceo automático opera de la siguiente forma:

Todos los impulsores se colocan en la misma dirección Fig. 3.2.11.

En la parte posterior del impulsor del último paso se coloca una cámara de compensación conectada mediante un estrangulamiento (A) en la succión (primer paso).

El diámetro del disco balanceador (C) es mas grande que el del anillo de desgaste.

El elemento rotatorio se mueve en dirección axial libremente. El empuje axial tiende a mover el disco hacia la izquierda, cerrando el espacio entre el disco y la parte estacionaria (B).

Esto reduce la presión en la cámara de compensa--

ción detrás del disco (C). Al mismo tiempo la presión total de la bomba moverá al disco (C) a la derecha hasta alcanzar un balance perfecto.

La cantidad de escurrimiento se controla por el estrangulamiento A. Cuando éste se desgasta, el espacio entre el disco C y la cara B aumenta en forma uniforme para mantener la presión requerida detrás del disco.

Para proteger el disco C y la cara B de cualquier posible daño, un cojinete con resorte cargado mantiene las caras separadas aproximadamente  $\frac{0.025}{32}$  (m) cuando las bombas no desarrollan su presión máxima.

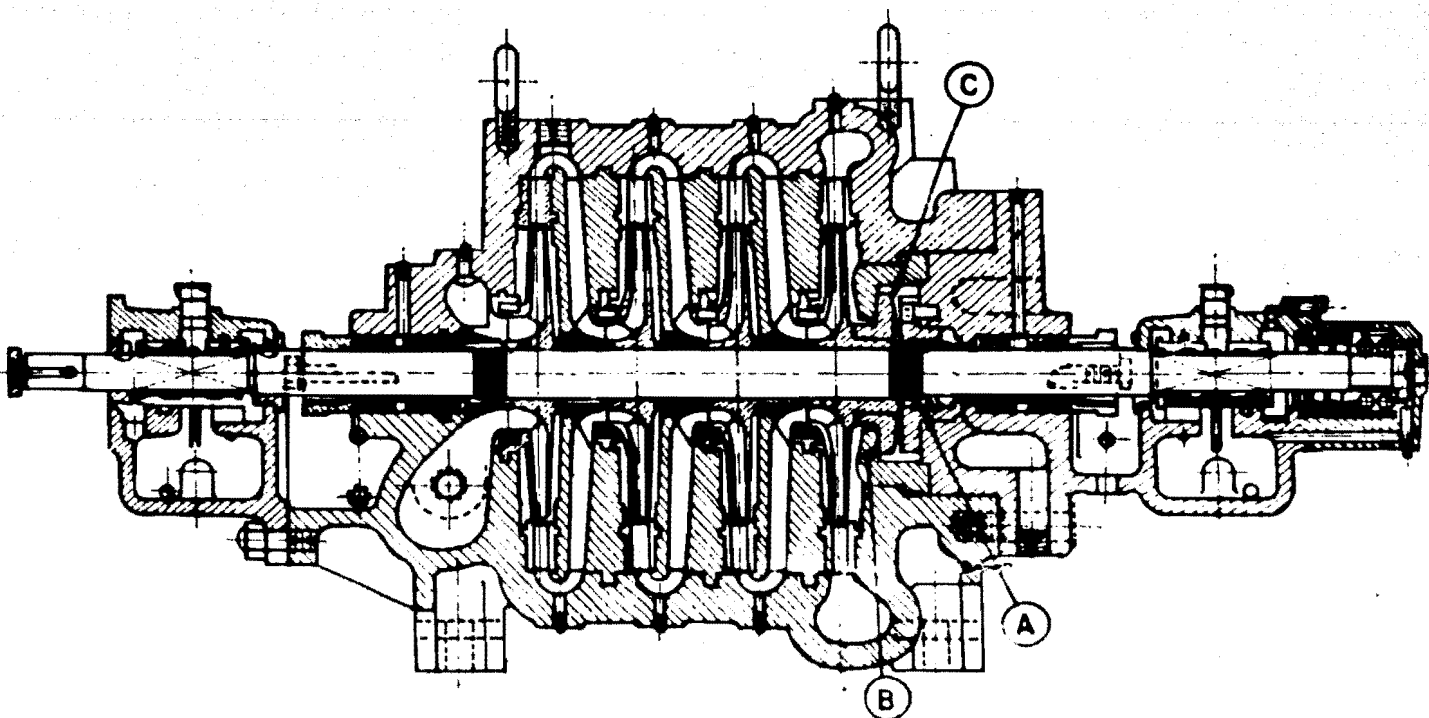


FIG. 3.2.II CORTE TRANSVERSAL DE UNA BOMBA DE VARIOS PASOS.

EMPUJE DEBIDO AL HOMBRO DEL EJE Y AL CUBO DEL IMPULSOR.

Las bombas de varios pasos tienen impulsores colocados en 2 grupos opuestos. El empuje axial esta balanceado solamente si las bombas tiene dos cojinete de empuje, - si la flecha es de un diámetro constante a través de toda la bomba, y si el cubo del impulsor no se extiende a través de las paredes de la voluta separando dos etapas adyacentes.

Las bombas modernas de alta presión y velocidad, - generalmente tienen ejes de diámetro variable, y los cubos de los impulsores se extienden a través de las paredes de la voluta de dos etapas adyacentes. La Fig. 3.2.12 muestra diagramas que ilustran, el principio involucrado. La dirección del empuje se indica sobre la figura, así como el método para calcular el empuje.

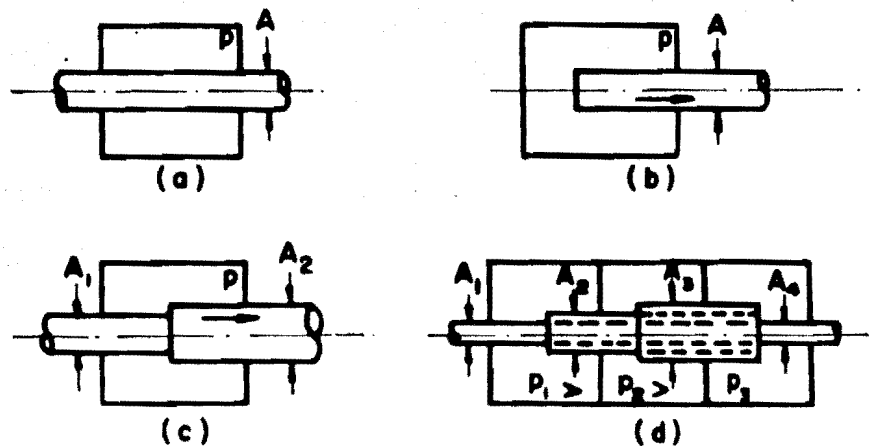


FIG. 3.2.12 (a) Fuerza Axial  $T=0$ ; (b)  $T=pA$ ; (c)  $T=p(A_2 - A_1)$ ; (d)  $T=p_1(A_2 - A_1) + p_2(A_3 - A_2)$ , dirección de  $T$  es hacia la derecha.

Ahora consideremos como ejemplo una bomba de cuatro pasos con impulsores colocados como se muestra en la Fig. 3.2.13. la siguiente notación se usará en ésta discusión:

$P_s$  = Presión de succión

$P_1$  = Presión de la voluta en el primer paso

=  $P_s + P$ , donde  $P$  es la presión producida por un paso.

$P_2$  = Presión de la voluta en el segundo paso

=  $2P + P_s$

$P_3$  = Presión de la voluta en el tercer paso

=  $3P + P_s$

$P_4$  = Presión de la voluta en el cuarto paso

=  $4P + P_s$

$D_s$  = Diámetro del mango del eje en el cojinete  
(igual en ambos lados).

$D_c$  = Diámetro de la flecha en el centro

$D_h$  = Diámetro del cubo del impulsor.

$D_1$  = Diámetro del anillo de desgaste del impulsor

$A_1, A_h, A_s, A_c$  = Area de los círculos correspondientes  
a los diámetros:  $D_1, D_h, D_s, D_c$ .

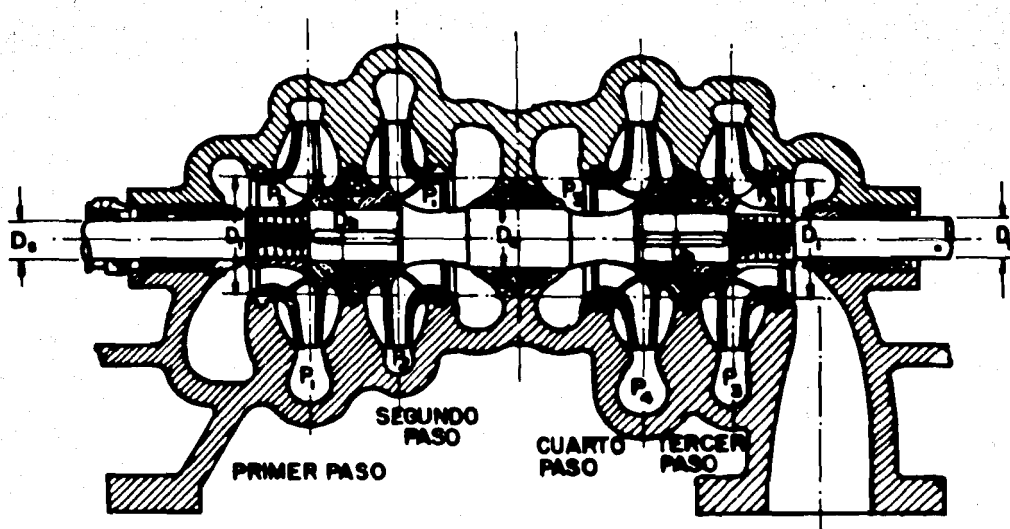


FIG. 3.2.13 BOMBA DE CUATRO PASOS.



Tomando presiones positivas a la izquierda y presiones negativas a la derecha, las fuerzas sobre el elemento rotatorio son:

$$(A_1 - A_h)P_1 - (A_1 - A_s)P_s = \text{Empuje en el primer paso.}$$

$$(A_1 - A_c)P_1 - (A_1 - A_h)P_2 = \text{Empuje en el segundo paso.}$$

$$(A_1 - A_s)P_2 - (A_1 - A_h)P_3 = \text{Empuje en el tercer paso.}$$

$$(A_1 - A_h)P_4 - (A_1 - A_c)P_3 = \text{Empuje en el cuarto paso.}$$

El empuje axial es igual a la suma de éstas fuerzas. Sumando y reordenando términos tenemos:

$$T = A_1(2P_1 + P_2 + P_4 - P_s - P_2 - 2P_3) + A_h(P_2 + P_3 - P_4 - P_1) \\ + A_s(P_s - P_2) + A_c(P_3 - P_1).$$

Sustituyendo  $P_1$ ,  $P_2$ ,  $P_3$ , y  $P_4$  por sus valores y reduciendo:

$$T = 2P(A_c - A_s) = 2P(D_c^2 - D_s^2) 0.785 \dots \quad (3.2.26)$$

Se ve que, debido a la simetría,  $D_1$  y  $D_h$  no aparecen en el resultado final.

Todo el sistema se puede representar por medio de

un diagrama equivalente mostrado en la Fig. 3.2.14.

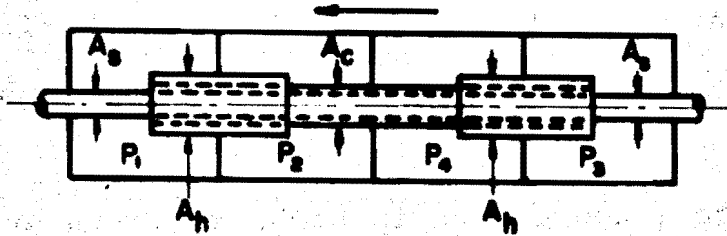


FIG. 3.2.14 ARREGLO DE LA BOMBA DE 4 PASOS.

Para obtener una idea de la magnitud del empuje producido, tomamos un ejemplo numérico:

Una bomba de cuatro pasos con un arreglo de pasos como se muestra en la Fig. 3.2.13, desarrollando  $70,370.14 \text{ (Kg/m}^2\text{)}$  por paso tiene las siguientes dimensiones:

$$D_s = 0.04445 \text{ (m)}$$

$$D_h = 0.08255 \text{ (m)}$$

$$D_c = 0.066675 \text{ (m)}$$

Sustituyendo éstos valores en la ecuación (3.2.26), obtenemos:

$$T = 2 \times 100 \times 0.785 \left( (2.625)^2 - (1.75)^2 \right) = 601.0156216 \text{ (lb)}$$

$$T = 2 \times 70370.14 \times 0.785 \left( (0.066675)^2 - (0.04445)^2 \right) = 272.86109 \text{ (kg)}$$

En una bomba de varios pasos con un solo estopero y un cojinete interno hay un empuje debido a la presión que actúa en la parte final del eje. Esto se debería agregar al empuje causado a las salientes sobre el eje y cubo del impulsor.

Suponiendo que en la bomba mostrada en la Fig. 3.2.13, el estopero derecho se reemplaza por un cojinete cerrado. La presión del eje sobre éste último es  $2P$ , el área es  $A_s$ , y el empuje adicional es:

$$T' = P_2 A_s = A_s (2P + P_s) \dots \quad (3.2.27)$$

Donde:

$P_s$  = Presión atmosférica

De la ecuación (3.2.27) se ve que el empuje debido a un cojinete interno depende de la presión de succión en el primer paso. Entonces el empuje aumenta cuando la presión de succión aumenta, y puede alcanzar un valor alto si la bomba opera bajo una carga positiva considerable (por ejemplo si dos bombas operan en serie).

METODOS PARA DISMINUIR EL EMPUJE AXIAL DEBIDO A LAS SALIENTES DEL EJE Y AL CUBO DE LOS IMPULSORES:

a) Fabricando los cubos de diferente diámetro, de modo que la fuerza resultante se oponga al empuje axial -

de los impulsores. Así por ejemplo si consideramos que los cubos de los impulsores del tercero y cuarto pasos se hacen más grandes que los del primero y segundo pasos Fig. 3.2.13- si denotamos como  $D_{h1}$  al diámetro del cubo de los impulsores en los pasos uno y dos y  $D_{h2}$  al diámetro del cubo en las etapas tres y cuatro ( $A_{h1}$  y  $A_{h2}$  denotan las áreas correspondientes), nosotros podemos repetir los calculos con éstos cambios y se obtiene la siguiente expresión para el empuje axial:

$$T = 2P (A_c - A_s) - P (A_{h2} - A_{h1}) \quad (3.2.28)$$

Igualando el empuje a cero obtenemos:

$$2 (A_c - A_s) = A_{h2} - A_{h1} \quad (3.2.29)$$

Para los mismos valores de  $A_c$  y  $A_s$ ;  $D_{h1} = 0.08255$  (m)

$$D_{h2} = 0.108458 \text{ (m)}$$

b) Haciendo anillos de impulsor de diámetro  $D_r$  o diámetros de impulsor  $D_2$  diferentes para cada paso.

#### EMPUJE RADIAL:

En un diseño de cubierta de bomba de una sola voluta Fig. 3.2.15, actúan sobre el impulsor presiones uniformes -

cuando la bomba se opera a su capacidad de diseño (que coincide con la mejor eficiencia). A otras capacidades - - Fig. 3.2.16, las presiones alrededor del impulsor no son uniformes y hay una reacción radial resultante, (F). Una representación gráfica del cambio típico de esa fuerza con la capacidad de la bomba se muestra en la Fig. 3.2.17, notese que la fuerza es mayor al cierre.

Para cualquier porcentaje de capacidad, la reacción radial es una función de la altura total de elevación - y del ancho y diámetro del impulsor.

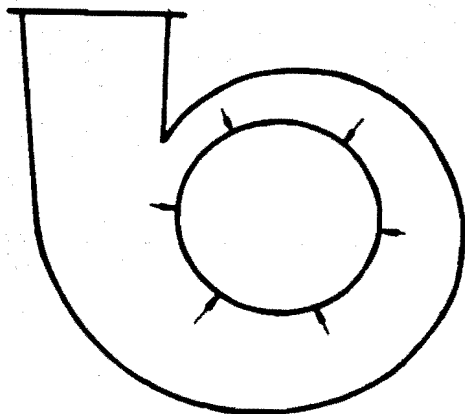


FIG. 3.2.15

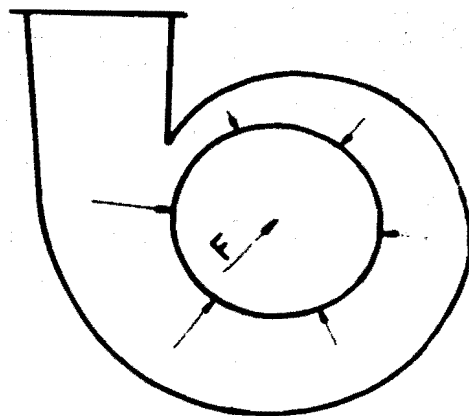


FIG. 3.2.16

Así una bomba de gran altura de elevación con un impulsor de diámetro grande, tendrá una fuerza de reacción radial mucho mayor a capacidades parciales que una bomba con poca altura de elevación y un impulsor de pequeño diámetro.

Para reducir el empuje radial se necesita un diseño de cubierta que desarrolle una reacción radial mucho más pequeña a capacidades parciales.

Uno de éstos es el diseño de cubierta de doble voluta, también llamado de voluta gemela o voluta dual.

Fig. 3.2.18

Basicamente el diseño consiste en dos volutas a 180 grados; un paso externo a la segunda une las dos en una descarga común. Aunque existe un desequilibrio de presión a capacidad parcial a través de cada arco a 180 grados, las fuerzas  $F_1$  y  $F_2$  son, aproximadamente iguales y opuestas, por lo que producen, si acaso, muy poca fuerza radial sobre la flecha y los cojinetes.

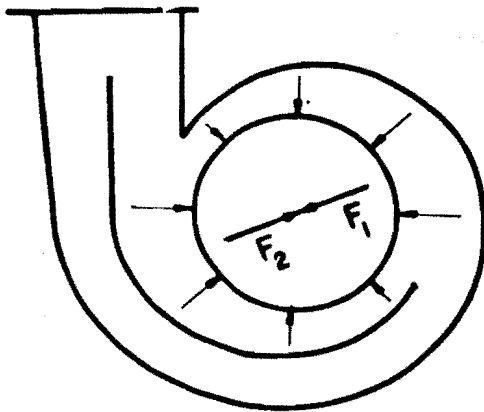


FIG. 3.2.18

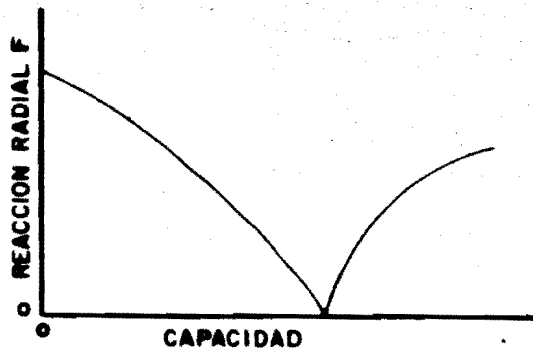


FIG. 3.2.17

## CALCULO DEL EMPUJE RADIAL:

$$P = \frac{K H D_2 B_2}{2.31} \dots \dots \dots (3.2.30)$$

Donde:

P = Fuerza resultante radial en (lb).

H = Carga en (ft).

D<sub>2</sub> = Diámetro del impulsor en (in).

B<sub>2</sub> = Ancho del impulsor, incluyendo las paredes en (in).

K = Constante experimental dada por formula:

$$K = 0.36 \left(1 - \left(\frac{Q}{Q_n}\right)^2\right) (3.2.31)$$

Donde:

Q = Es una capacidad cualquiera

Q<sub>n</sub> = Capacidad normal de operación.

Esta formula nos da un empuje nulo a la capacidad normal y máximo a válvula cerrada.

### 3.3 DISEÑO GEOMETRICO DE LA BOMBA CENTRIFUGA (FLUJO RADIAL)

#### 3.3.1 DISEÑO GEOMETRICO DEL IMPULSOR.

En base al dimensionamiento de la bomba centrífuga expuesto en el inciso 3.2, se puede llevar acabo el dise-

ño geométrico de los diferentes elementos constitutivos de -  
la antes mencionada.

A continuación se dan los valores que obtuvimos -  
en el problema propuesto anteriormente en el criterio de se-  
lección, éstos nos servirán para llevar a cabo el diseño geo-  
métrico.

$$H_T = 350 \text{ (m)}$$

$$Q_T = 1 \text{ (m}^3 \text{ / seg.)}$$

$$N = 1750 \text{ (r.p.m.)}$$

$$\text{No. Unid.} = 15$$

$$\text{No. Pasos} = 7$$

$$H_{TI} = 50 \text{ (m)}$$

$$Q_{uR} = 0.0666 \text{ (m}^3 \text{ / seg.)}$$

$$N_s = 1241$$

Principiamos sacando el diámetro del impulsor -  
( $D_2$ ) para lo cual entramos a la tabla (3.2.1) con  $N_s = 1241$ -  
y encontramos un valor de  $K_u = 1$

entonces: de la Ec. (3.2.6)

$$K_u = \frac{u_2}{\sqrt{2gH_{TI}}} ; \quad u_2 = K_u \sqrt{2gH_{TI}}$$



$$u_2 = (2(9.81)(50))^{1/2}$$

$$u_2 = 31.32(\text{m/seg.})$$

y como:  $u_2 = \omega R_2$  ;  $N = 1750 \left( \frac{\text{Rev}}{\text{min}} \frac{2\pi \text{rad}}{1 \text{ Rev}} \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ seg.}} \right)$

$$\omega = 183.26 \left( \frac{\text{rad}}{\text{seg.}} \right)$$

por tanto;  $R_2 = u_2 / \omega$  ;  $= \frac{31.32}{183.26} = 0.1709(\text{m})$

$$R_2 = 0.1709(\text{m})$$

y de esta manera:

$$D_2 = 0.3418(\text{m})$$

Utilizando también la tabla 3.2.1 y entrando con la misma  $N_s$  empleada anteriormente encontramos la relación:

$$D_1 / D_2 = 0.424$$

y así:

$$D_1 = 0.3418 (0.424) (\text{m})$$

$$D_1 = 0.1449(\text{m})$$

ya con el valor de  $D_1$  encontraremos a continuación la velocidad tangencial a la entrada del impulsor ( $u_1$ ).

$$u_1 = \frac{\pi D_1 N}{60} = \pi (0.1449) 1750 / 60 \left(\frac{m}{seg.}\right)$$

$$u_1 = 13.27 \left(\frac{m}{seg.}\right)$$

En seguida se calculan las velocidades meridianas a la entrada y salida del impulsor.

Entramos con  $N_s = 1241$  a la gráfica 3.2.1 y obtenemos:

$$K_{m1} = 0.152$$

y por medio de la Ec. (3.2.12) obtendremos la velocidad meridiana a la entrada del impulsor, así:

$$K_{m1} = \frac{V_{m1}}{\sqrt{2g H_{TI}}}$$

entonces:  $V_{m1} = K_{m1} \sqrt{2g H_{TI}} = 0.152 \sqrt{2(9.81)50} \left(\frac{m}{seg.}\right)$

$$V_{m1} = 4.784 (m/seg.)$$

Entrando a la Fig. 3.2.1 con  $N_s = 1241$  y encontramos el valor de:

$$K_{m2} = 0.109$$

ahora que medio de la Ec. 3.2.8 calcularemos la velocidad meridiana a la salida del impulsor ( $V_{m2}$ ):

$$K_{m2} = \frac{V_{m2}}{\sqrt{2gH_{TI}}} ; \quad V_{m2} = K_{m2} \sqrt{2gH_{TI}}$$

$$V_{m2} = 0.109 \sqrt{2(9.81)50} \text{ (m/seg.)}$$

por lo tanto:

$$V_{m2} = 3.41 \left( \frac{\text{m}}{\text{seg.}} \right)$$

El siguiente paso será encontrar el espesor tangencial del álabe, para después poder calcular los anchos de entrada y salida del álabe. Para encontrar dicho espesor será necesario conocer el valor del ángulo de descarga del álabe. Este es el elemento de diseño más importante ya que de él dependen los valores de las constantes de diseño. Puede ser tomado un valor promedio de  $22.5^\circ$  para obtener una eficiencia óptima o diseño normal, no importando el valor de la velocidad específica.

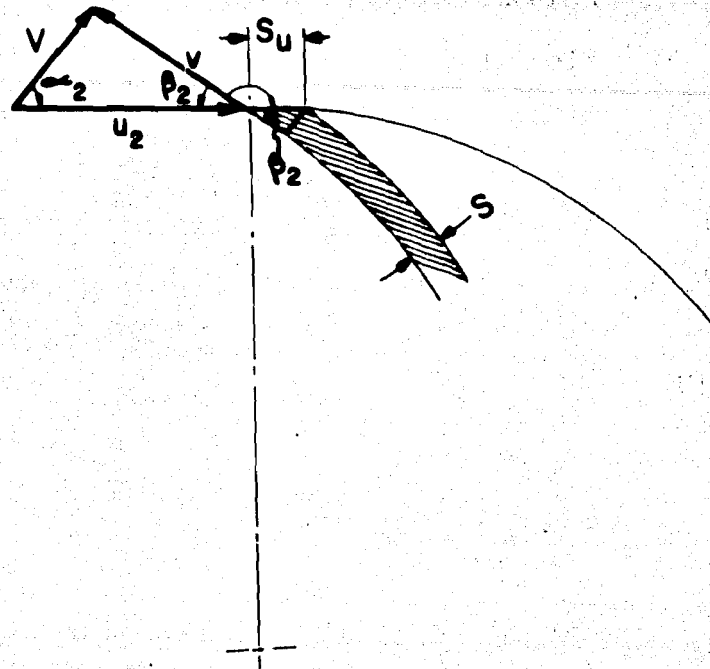


FIG. 3.3.1

Refiriéndonos a la Fig. 3.3.1 obtendremos el valor del espesor tangencial ( $S_u$ ), de la siguiente manera:

$$\text{Sen } \beta_2 = \frac{S}{S_u}$$

$$S_u = \frac{S}{\text{sen } \beta_2}$$

y como  $S = 6.35$  (mm) para este caso en particular, el valor de  $S_u$  es:

$$S_u = \frac{6.35}{\text{sen } 22.5^\circ} = 16.6 \text{ (mm.)}$$

$$S_u = 0.0166 \text{ (m)}$$

Ya obtenido el valor de  $S_u$  procederemos a calcular los anchos a la entrada y salida del álabe.

Primeramente nos avocaremos al ancho del impulsor a la salida del álabe; entonces de la ecuación (3.2.9):

$$V_{m2} = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{(D_2\pi - ZS_u)d_2}$$

donde:

$Q$  - Gasto unitario Real ( $Q_{UR}$ )

$D_2$  - Diámetro del Impulsor

$Z$  - Número de álabes. En este caso para la velocidad específica obtenida, nos encontramos dentro del límite para  $Z = 5$ .

$S_u$  - Espesor tangencial del álabe.

$d_2$  - Ancho de álabe a la salida

$V_{m2}$  - Velocidad meridiana a la salida.

entonces:

$$d_2 = \frac{Q}{(D_2\pi - ZS_u)V_{m2}} = \frac{0.0666}{(0.3418\pi - 5(0.0166)) 3.41}$$

$$d_2 = 0.01972 \text{ (m)}$$

Ahora por medio de la Ec. (3.2.13) calcularemos el ancho del álabe a la entrada (succión) de la siguiente -

forma:

$$V_{m1} = \frac{Q}{\pi D_{1m} d_1}$$

$$d_1 = \frac{Q}{(\pi D_{1m}) V_{m1}} = \frac{0.0666}{\pi (0.1446) 4.784}$$

entonces:

$$d_1 = 0.03062 \text{ (m)}$$

Ahora calcularemos los elementos restantes del triángulo de vel. a la succión, tomando en cuenta que el grado de prerotación admisible es dado por la relación del paso por segundo contra la velocidad meridiana de entrada y viene dada por:

$$R_1 = P_{1s} / V_{m1} = 1.15 \text{ a } 1.25$$

Construyendo el triángulo de velocidades en la succión y promediando para el grado de prerotación ( $R_1$ ) tenemos:

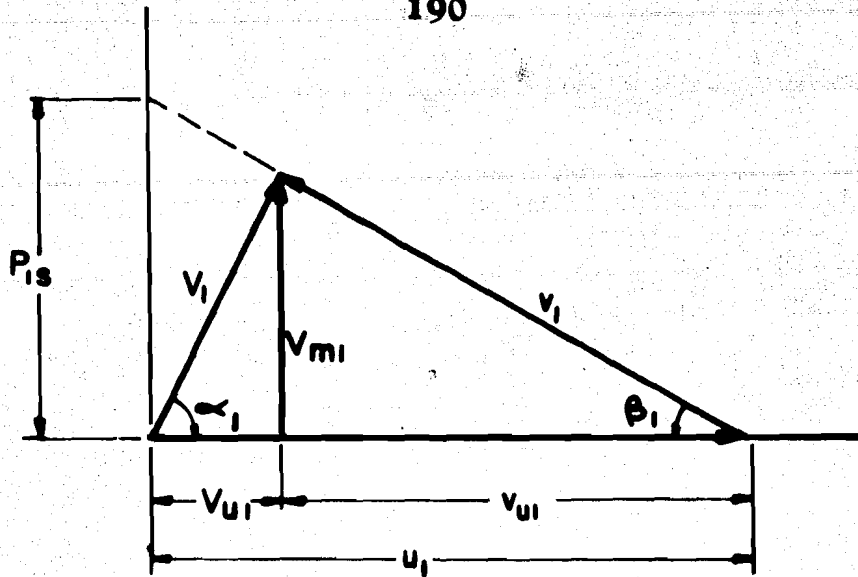


FIG. 3.3.2

promediando :  $\frac{P_{1s}}{V_{m1}} = 1.2$  ;  $P_{1s} = 1.2 V_{m1}$ .

y de la fig.  $\tan \beta_1 = \frac{P_{1s}}{u_1} = \frac{1.2(4.784)}{13.27}$

$\beta_1 = \text{ang. tan } 0.4335$

entonces:

$\beta_1 = 23.44^\circ$

y así:

$v_{u1} = \frac{4.784}{\tan 23.44^\circ}$

$v_{u1} = 11 \text{ (m/seg.)}$

y así:

$$V_{u1} = u_1 - v_{u1}$$

$$V_{u1} = 13.27 - 11$$

$$V_{u1} = 2.27 \text{ (m/seg.)}$$

para conocer el valor del ángulo  $\alpha_1$  hacemos:

$$\tan \alpha_1 = \frac{V_{m1}}{V_{u1}} ; \alpha_1 = \text{ang tan } \frac{V_{m1}}{V_{u1}}$$

$$\alpha_1 = \text{ang tan } \frac{4.784}{2.27}$$

$$\alpha_1 = 64.61^\circ$$

y con el valor de  $\alpha_1$  podemos conocer el valor de  $V_1$ , por tanto:

$$\cos \alpha_1 = \frac{V_{u1}}{V_1}$$

$$V_1 = \frac{2.27}{\cos 64.61^\circ}$$

$$V_1 = 5.3 \text{ (m/seg.)}$$

y para finalizar podemos calcular el valor de  $v_1$  por medio del ángulo  $\beta_1$  anteriormente calculado, y así conocer todos los elementos constitutivos del triángulo de velocidades a la entrada (succión).



así:

$$\text{sen } \beta_1 = \frac{V_{m1}}{v_1}$$

$$v_1 = \frac{V_{m1}}{\text{sen } 23.44^\circ}$$

$$v_1 = 12 \text{ (m/seg.)}$$

Para finalizar el diseño geométrico del impulsor, calcularemos los elementos constitutivos del triángulo de velocidades a partir de  $V_{m2}$ ,  $u_2$  y  $\beta_2$ .

Construyendo el triángulo de velocidades se tiene:

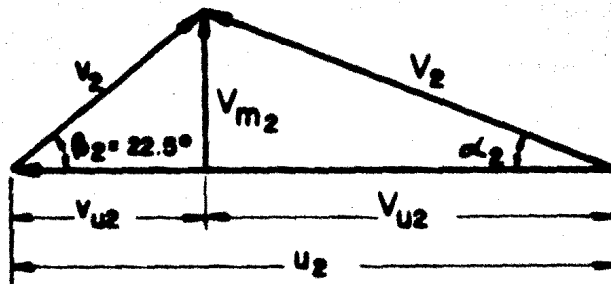


FIG. 3.3.3

entonces:

$$\text{sen } \beta_2 = \frac{V_{m2}}{v_2}$$

$$v_2 = \frac{V_{m2}}{\text{sen } 22.5^\circ} = \frac{3.41}{\text{sen } 22.5^\circ}$$

$$v_2 = 8.91 \text{ (m/seg.)}$$

si ahora queremos conocer la componente tangencial de la velocidad relativa ( $v_{u2}$ ) tenemos que:

$$\tan 22.5^\circ = \frac{V_{m2}}{v_{u2}}$$

$$v_{u2} = 8.32 \text{ (m/seg.)}$$

$$v_{2u} = 8.32 \text{ (m/seg.)}$$

entonces:

$$V_{u2} = u_2 - v_{u2} = 31.32 - 8.32$$

$$V_{u2} = 23 \text{ (m/seg.)}$$

para conocer el valor de  $\alpha_2$ , tenemos de la Fig. 3.3.3:

$$\tan \alpha_2 = \frac{V_{m2}}{V_{u2}}$$

por tanto:

$$\alpha_2 = \text{ang.tan.} = \frac{3.45}{23}$$

$$\alpha_2 = 8.53^\circ$$

por último para conocer la Velocidad absoluta a la salida  $V_2$ :

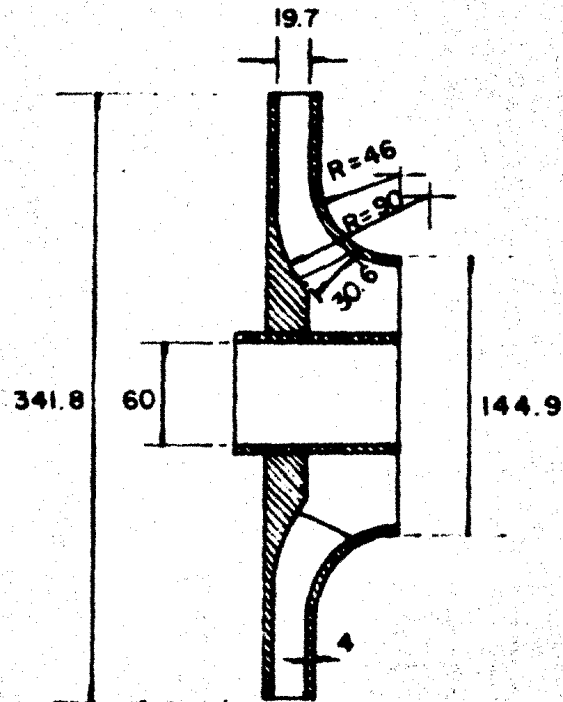
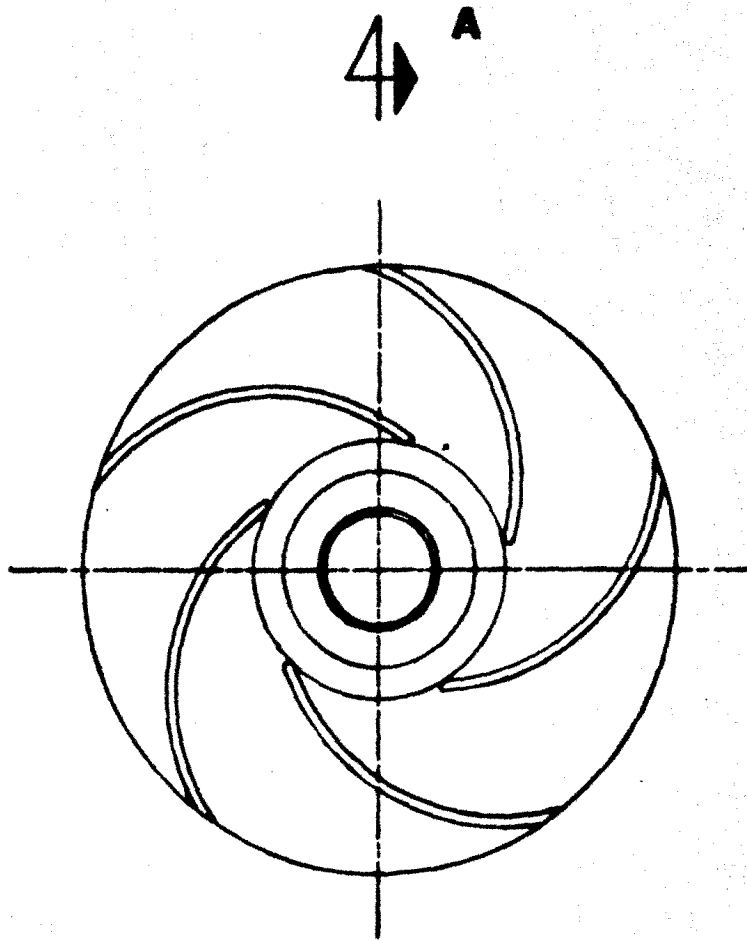
$$\text{sen } \alpha_2 = \frac{V_{m2}}{V_2}$$

$$V_2 = \frac{3.45}{\text{sen } 8.53^\circ}$$

$$V_2 = 23.25 \text{ (m/seg.)}$$

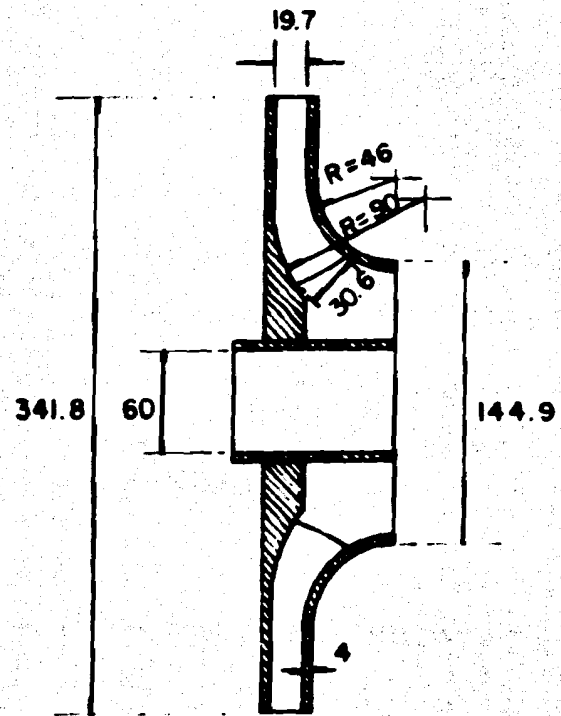
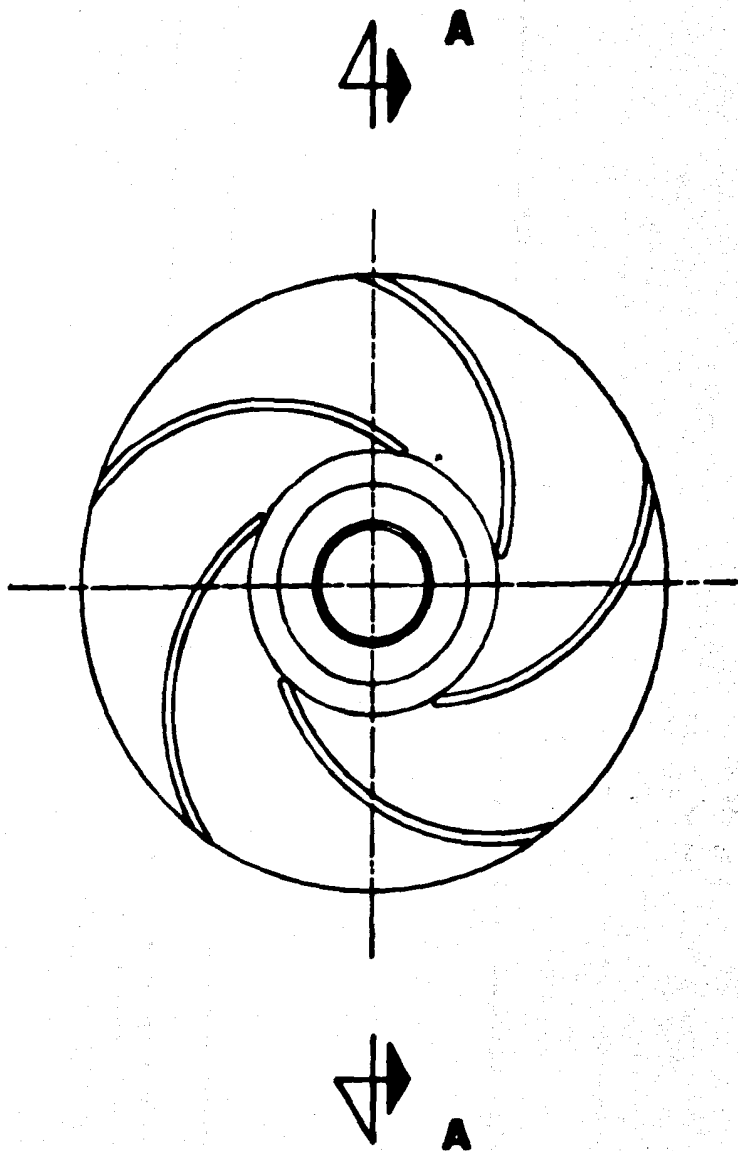
En seguida se resumen las dimensiones calculadas para el diseño geométrico del impulsor, las cuales se muestran en la lamina No. 4.

ENTRADA (succión)	SALIDA (descarga)
$D_1 = 14.49 \text{ (cm.)}$	$D_2 = 34.18 \text{ (cm.)}$
$d_1 = 3.062 \text{ (cm.)}$	$d_2 = 1.97 \text{ (cm.)}$
$V_{m1} = 4.784 \left(\frac{\text{m}}{\text{seg.}}\right)$	$V_{m2} = 3.41 \left(\frac{\text{m}}{\text{seg.}}\right)$
$u_1 = 13.27 \left(\frac{\text{m}}{\text{seg.}}\right)$	$u_2 = 31.32 \left(\frac{\text{m}}{\text{seg.}}\right)$
$V_1 = 5.3 \left(\frac{\text{m}}{\text{seg.}}\right)$	$V_2 = 23.25 \left(\frac{\text{m}}{\text{seg.}}\right)$
$v_1 = 12 \left(\frac{\text{m}}{\text{seg.}}\right)$	$v_2 = 8.91 \left(\frac{\text{m}}{\text{seg.}}\right)$
$\alpha_1 = 64.61^\circ$	$\alpha_2 = 8.53^\circ$
$\beta_1 = 23.44^\circ$	$\beta_2 = 22.5^\circ$



CORTE A-A

F. I.	IMPULSOR		DIBUJO: M.C.M. M.G.T.
TESIS	ACOT.mm.	ESC.1:4	LAMINA 4



CORTE A-A

F. I.	IMPULSOR	DIBUJO: M. C. M. M. G. T.	
TESIS	ACOT. mm.	ESC. 1 : 4	LAMINA 4

### CALCULO DEL PESO DEL IMPULSOR.

El cálculo del peso del impulsor se hará en base a la Fig. 3.3.4 en la cual se señalan claramente las diferentes configuraciones geométricas en las que se descompuso dicho impulsor para facilitar el cálculo.

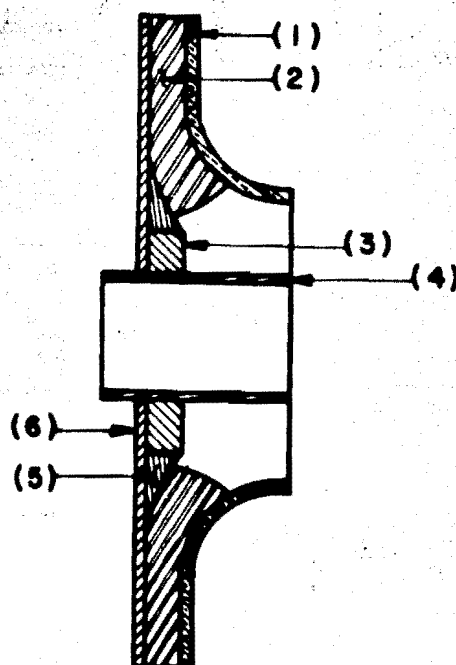


FIG. 3.3.4

#### PROCEDIMIENTO DE CALCULO:

a) Cálculo de los volúmenes parciales 1,2,...6.

b) Obtención del volumen total. Si a éste lo multiplicamos por su peso específico (según el material empleado), obtendremos su peso.

El material que emplearemos será: Bronce para fundir en arena.

Composición:	COBRE:	82 - 84%
	ESTAÑO:	3 - 5%
	PLOMO:	5 - 7%
	CINC:	5 - 8%
	NIQUEL:	1% máximo.

1) Cálculo del volúmen (1).

Este lo calcularemos desarrollando el arco de circunferencia de radio  $R = 4.8$  cm (al eje neutro), quedándonos así un disco plano para el cual calcularemos su volúmen sin ningun problema. Fig. 3.3.5.

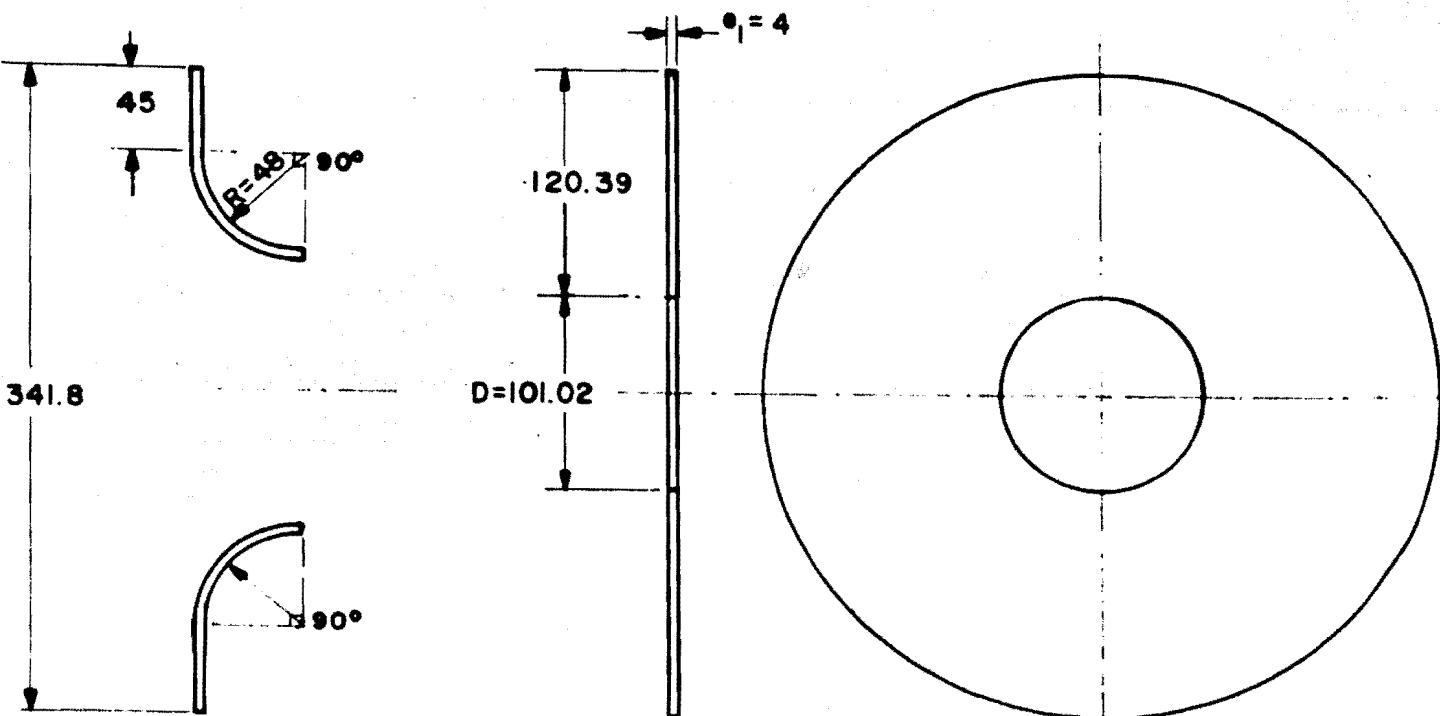


FIG. 3.3.5

Desarrollando el cuarto de circunferencia:

$$\frac{2\pi R}{4} = \frac{2\pi(0.048)}{4} = 0.753 \text{ (m)}$$

entonces la distancia entre diámetros es:

$$\text{dist. Diam.} = 0.0753 + 0.045 = 0.1203 \text{ (m)}$$

$$y: D = D_2 - 2(0.1203) = 0.10102 \text{ (m)}$$

$$\text{asi: } V_1 = \frac{\pi}{4} (D_2^2 - D^2) e_1$$

$$V_1 = \frac{\pi}{4} (0.3418^2 - 0.10102^2) 0.004$$

$$V_1 = 0.00033496 \text{ (m}^3\text{)}$$

## 2) Cálculo del volúmen (2).

El cálculo de este volumen lo haremos similar al del primero, pues también tiene radios y arcos de circunferencia como se puede apreciar en la Fig. 3.3.6.



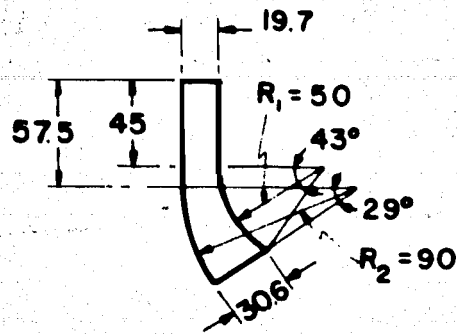


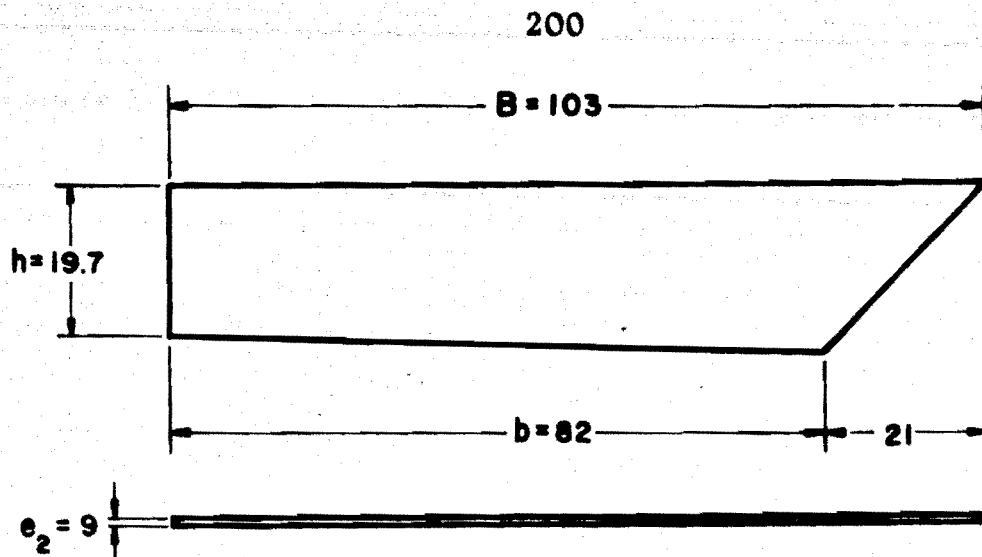
FIG. 3.3.6  
Desarrollando para  $R_1$ :

$$0.045 + \frac{2\pi(0.050)(43^\circ)}{360^\circ} = 0.0825 \text{ (m)}$$

ahora para  $R_2$ :

$$0.575 + \frac{2\pi(0.090)(29^\circ)}{360^\circ} = 0.103 \text{ (m)}$$

Ahora fijando las distancias a escala: 19.7 mm.,  
30.6, 82.5 y 103 mm.



Considerando un trapecio, pues el área sombreada es despreciable tenemos:

$$V_a = \left( \frac{B + b}{2} \right) (h) e_2$$

$$V_a = \left( \frac{0.103 + 0.082}{2} \right) (0.0197) 0.006$$

$$V_a = 0.00001093 \text{ (m}^3\text{)}$$

puesto que tenemos 5 impulsores el volumen de los álabes será  $5V_a$

$$V_2 = 5(10.93 \times 10^{-6}) = 0.00005465 \text{ (m}^3\text{)}$$

3) Cálculo del volúmen (3).

Este cálculo se efectuará conforme a la Fig. 3.3.7 de la siguiente manera:

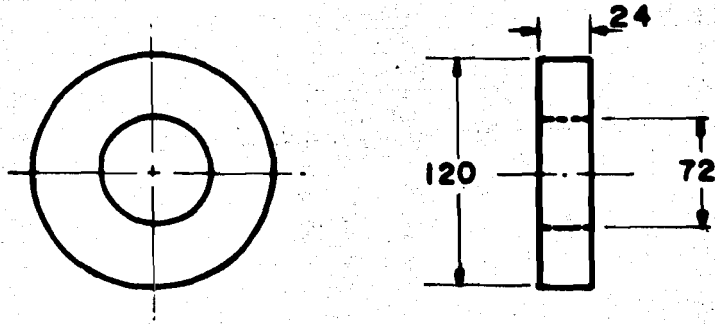


FIG. 3.3.7

$$V_3 = \frac{\pi}{4} (0.120^2 - 0.072^2) 0.024$$

$$V_3 = \frac{0.000695}{4}$$

$$V_3 = 0.000173 \text{ (m}^3\text{)}$$

4) Cálculo del volumen (4).

El cálculo del volumen 4 se hará respecto a la Fig. 3.3.8 en la cual irá insertada la flecha.

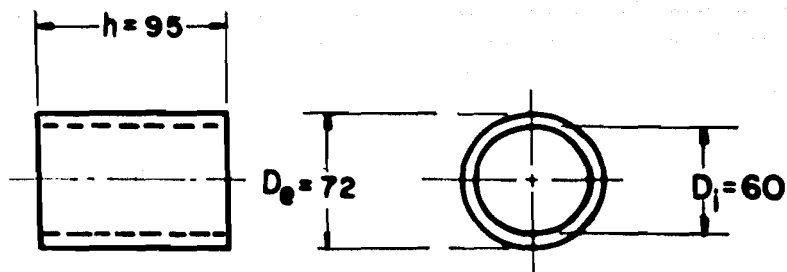


FIG. 3.3.8

El volumen será:

$$V_4 = \left( \frac{\pi}{4} (D_e)^2 - \frac{\pi}{4} (D_i)^2 \right) \times h$$

$$V_4 = \frac{\pi h}{4} (D_e^2 - D_i^2)$$

$$V_4 = 0.0001181 \text{ (m}^3\text{)}$$

5) Cálculo del volumen (5).

Como vemos en la Fig. 3.3.9 su sección transversal es un tímpano parabólico, por lo tanto tendremos que calcular su desarrollo en base a la fibra neutra, y luego multiplicar por el área de su sección, dándonos de esta manera su volumen total.

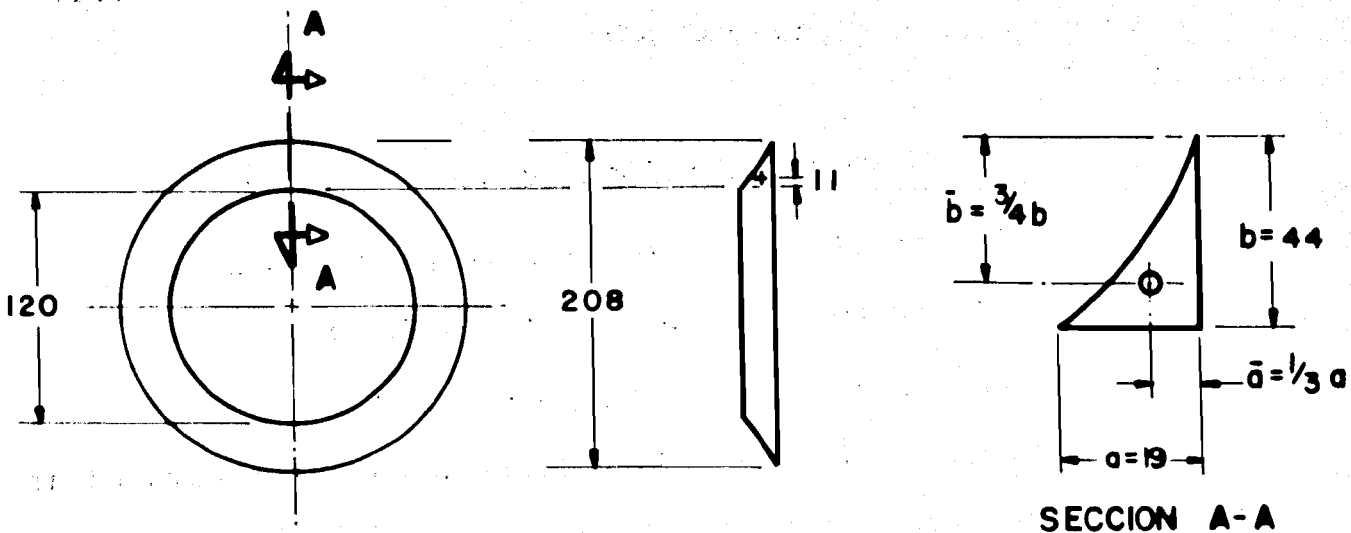


FIG. 3.3.9

calculando la coordenada del eje neutro:

$$\frac{3}{4} b = 0.75(0.044) = 0.033 \text{ (m)}$$

$$0.044 - 0.033 = 0.011 \text{ (m)}$$

así ya conocemos el diámetro de la fibra neutra:

$$D_{fn} = 0.12 + 0.011(2) = 0.142 \text{ (m)}$$

si calculamos el perímetro para dicho diámetro:

$$\text{Desarrollando} = \pi(0.142) = 0.04461 \text{ (m)}$$

El area del timpano parabolico es:  $A_{tp} = \frac{1}{3} ab$

$$A_{tp} = \frac{1}{3} (0.0190 (0.044)) = 0.0002786 \text{ (m}^2\text{)}$$

Para obtener  $V_5$  multipliquemos el  $A_{tp}$  x Desarrollo en base a la fibra neutra:

$$V_5 = 0.4461 (2.78 \times 10^{-4})$$

$$V_5 = 0.000124 \text{ (m}^3\text{)}$$

6) Cálculo del volumen (6).

Este será el último volumen a calcular para el impulsor, y se hará refiriéndonos a la Fig. 3.3.10.

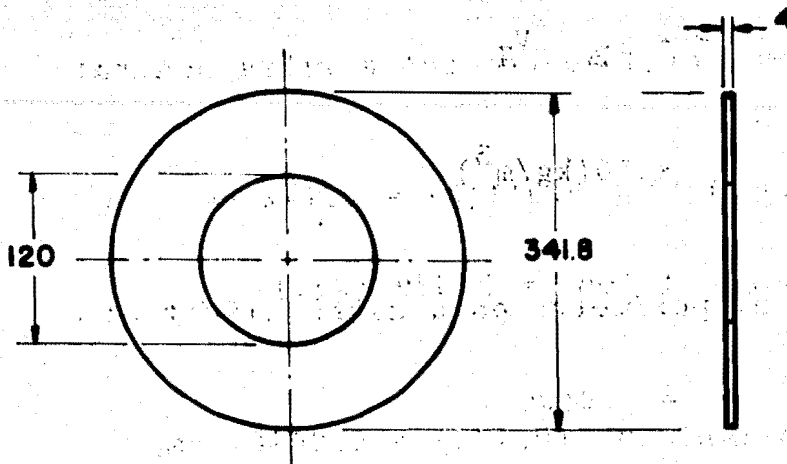


FIG. 3.3.10

$$V_6 = \frac{\pi}{4} (0.3418^2 - 0.12^2) 0.004$$

$$V_6 = 0.0003217 \text{ (m}^3\text{)}$$

Por lo tanto, el volumen total del impulsor sera:

$$V_T = V_1 + V_2 + V_3 + V_4 + V_5 + V_6$$

asi:

$$V_T = 334.96 + 54.65 + 173.07 + 118.165 + 124.31 + 321.78 \text{ (m}^3\text{)}$$

$$V_T = 0.001127 \text{ (m}^3\text{)}$$

Como sabemos que el peso especifico ( $\gamma$ ) =  $P/V_T$

donde:

P - Peso

$V_T$  - Volumen Total

entonces;  $P = \gamma_B \cdot V_T$

y  $\gamma_{\text{BRONCE}} = 8500 (\text{kg}/\text{m}^3)$

por tanto: Peso del Imp. = 9.589 (kg.)

$$P_I \approx 10 (\text{kg.})$$

### 3.3.2 CALCULO Y TRAZO DE LA VOLUTA ESPIRAL DE SECCION CIRCULAR.

Tomaremos como base las dimensiones del impulsor-diseñado en el inciso 3.3.1 y con los datos del problema propuesto en la sección 3.1

Datos:

$$V_{m2} = 3.41 (\text{m}/\text{seg.})$$

$$H_{TI} = 50 (\text{m})$$

$$u_2 = 31.32 (\text{m}/\text{seg.})$$

$$d_2 = 0.0197 (\text{m})$$

$$D_2 = 0.3418 (\text{m})$$

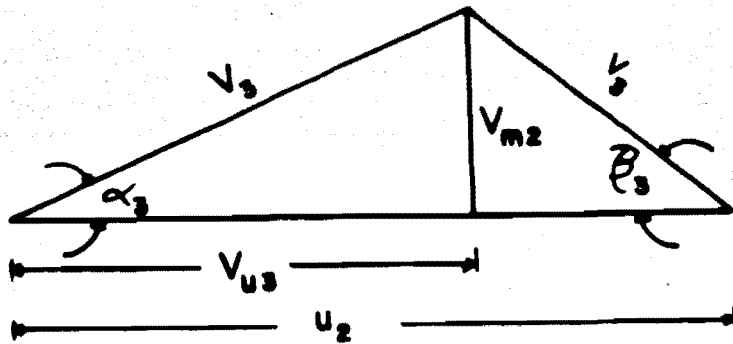
Para evitar el choque en los bordes, la anchura ( $d_2$ ) se aumenta a ( $d_3$ ) (anchura tomada inmediatamente despues en la salida del rodete).

$$d_3 = d_2 + 3$$

$$d_3 = 19.7 + 3 = 22.7 (\text{mm.})$$

Como se está tomando un punto inmediatamente después en la salida del rodete, varían: la componente absoluta periférica ( $V_{u2}$ ), el ángulo absoluto de salida ( $\alpha_2$ ) y el ángulo relativo de salida ( $\beta_2$ ).

Debido al afilado de los álabes del rodete, la componente meridiana ( $V_{m2}$ ) queda prácticamente invariable. De modo que el triángulo de velocidades es:



La velocidad periférica será:

$$V_{u3} = \frac{g H_{TI}}{u_2}$$

$$V_{u3} = \frac{(9.81)(50)}{31.32} = 15.66 \text{ (m/seg.)}$$

Del triángulo de velocidades:



$$\text{Tan}\alpha_3 = \frac{V_{m2}}{V_{u3}} = \frac{3.41}{15.66} = 0.217$$

$$\therefore \alpha_3 = 12.284^\circ$$

Ahora determinaremos el radio de la sección externa de la espiral. Para esta sección, el radio ( $r_i$ ) del círculo de tangencia queda aumentado. Está determinada por la distancia de la lengua ( $r_z$ ) al eje del rodete y por el espesor de la misma ( $s$ ), Fig. 3.2.8, de modo que:

$$r' = r_z + s; \text{ donde } r_i = r_z = R_2 + a$$

$$r'_i = R_2 + a + s$$

$$r'_i = 0.1709 + 0.009 + 0.006 = 0.1859 \text{ (m)}$$

Para nuestro diseño:

$a = 9 \text{ (mm)}$  - distancia de la lengua a la periferia del rodete.

$s = 6 \text{ (mm)}$  - espesor de la lengua "z"

El valor de "a" nos permite tener una holgura para la colocación del impulsor. Con el aumento del espesor "s" se evita un estrechamiento en la sección final de la voluta (para  $\phi = 360^\circ$ ) debido al espesor finito de la lengua "z".

De la ecuación (3.2.19) se tiene:

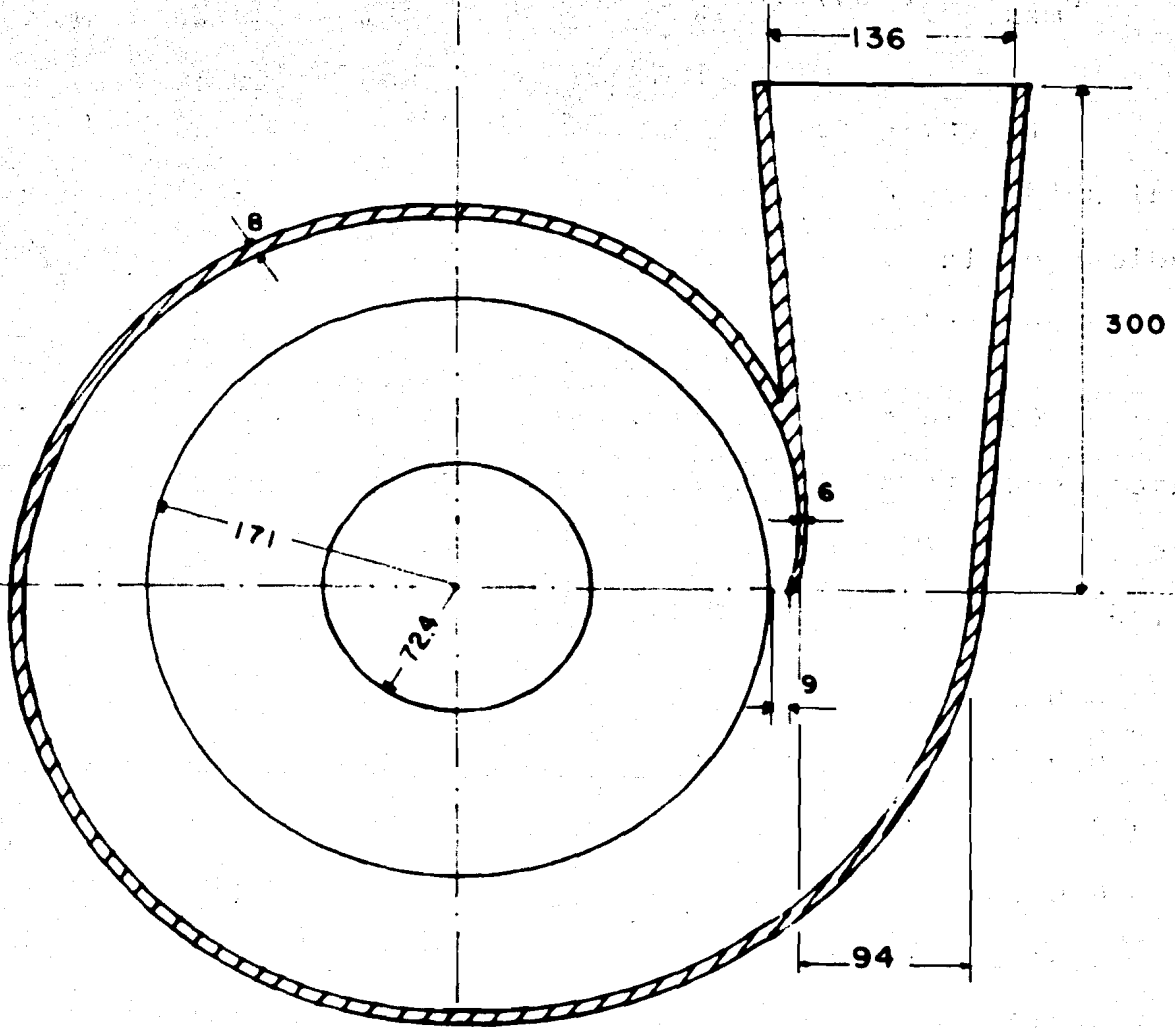
$$\rho_{\max.} = (0.0227)(0.217) + \sqrt{(2)(0.1859)(0.0227)(0.217)}$$

$$\rho_{\max.} = 0.047 \text{ (m)}$$

El curso de la variación de las secciones de la -  
espiral se deduce de la ecuación (3.2.17), si se determina -  
el radio  $\rho$  de la sección circular para un número determinado  
de ángulo centrales  $\rho^\circ$  que vayan aumentando de 15 en 15°.

Con la ecuación (3.2.17) y con la variación de -  
 $\rho^\circ$  antes descrita se obtienen los valores de  $\rho$  para cada va-  
lor de  $\rho^\circ$ , como se muestra en la siguiente tabla: Ver lami-  
na No. 5.

$\rho_{15^\circ} = 0.00783$	(m) = 0.783 (cm)	$\rho_{195^\circ} = 0.0297$	(m) = 2.97 (cm)
$\rho_{30^\circ} = 0.0111$	(m) = 1.11 (cm)	$\rho_{210^\circ} = 0.031$	(m) = 3.1 (cm)
$\rho_{45^\circ} = 0.0137$	(m) = 1.37 (cm)	$\rho_{225^\circ} = 0.0321$	(m) = 3.21 (cm)
$\rho_{60^\circ} = 0.0159$	(m) = 1.59 (cm)	$\rho_{240^\circ} = 0.033$	(m) = 3.3 (cm)
$\rho_{75^\circ} = 0.0179$	(m) = 1.79 (cm)	$\rho_{255^\circ} = 0.0344$	(m) = 3.44 (cm)
$\rho_{90^\circ} = 0.0197$	(m) = 1.97 (cm)	$\rho_{270^\circ} = 0.0355$	(m) = 3.55 (cm)
$\rho_{105^\circ} = 0.0214$	(m) = 2.14 (cm)	$\rho_{285^\circ} = 0.0365$	(m) = 3.65 (cm)
$\rho_{120^\circ} = 0.0230$	(m) = 2.3 (cm)	$\rho_{300^\circ} = 0.0375$	(m) = 3.75 (cm)
$\rho_{135^\circ} = 0.0244$	(m) = 2.44 (cm)	$\rho_{315^\circ} = 0.0386$	(m) = 3.86 (cm)
$\rho_{150^\circ} = 0.0259$	(m) = 2.59 (cm)	$\rho_{330^\circ} = 0.395$	(m) = 3.95 (cm)
$\rho_{165^\circ} = 0.0272$	(m) = 2.72 (cm)	$\rho_{\max} = 0.047$	(m) = 4.7 (cm)
$\rho_{180^\circ} = 0.0285$	(m) = 2.85 (cm)	$\rho_{345^\circ} = 0.0405$	(m) = 4.05 (cm)



F.I.	VOLUTA		DIBUJO M.A.C.M M.A.G.T.
TESIS	ACOT. mm	ESC. 1:4	LAMINA 5

Con la sección espiral ( $F_{\max.} = \rho_{\max.}^2 \pi$ ) empalma una tubulura cónica. Si fijamos su longitud en  $l = 300$  (mm.) y el radio de la sección de salida en  $r = 68$  (mm), el ángulo del cono de la tubulura (ver lámina 5) se deducirá de  $\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{68 - 47}{300} = 0.07$ ,  $\alpha = 8^\circ$ . Este ángulo queda dentro del límite admisible máximo, de modo que es utilizable.

### 5.3.3 CALCULO DEL DIAMETRO DE LA FLECHA.

Para determinar el diámetro de la flecha recurrimos a dos métodos:

- a) RIGIDEZ
- b) VELOCIDAD CRITICA

#### POR RIGIDEZ:

En éste método se aplica el criterio de MOHR para una flecha sometida a torsión y flexión combinadas.

De mohr tomamos la siguiente ecuación:

$$d^3 = \frac{16}{\pi \tau_p} \sqrt{(K_b M_b)^2 + (K_t M_t)^2} \quad (3.3.1)$$

$$K_b = 1.5$$

$$K_t = 1$$

$\tau_p$  - Esfuerzo cortante permisible

$M_b$  - Momento flexionante máximo

$M_t$  - Par torsionante

En nuestro arreglo tenemos el empuje radial producido por un impulsor, puesto que se colocarán volutas escalonadas de modo que se compensen los empujes radiales de cada uno de los impulsores (por pares).

Calculo del empuje radial:

De la ecuación (3.2.30):

$$P = \frac{0.36 H D_2 B_2}{2.31} \quad (3.2.30)$$

Donde:

$$H = 50(\text{m}) = 163.934(\text{ft})$$

$$D_2 = 34.18(\text{cm}) = 13.456(\text{in})$$

$$B_2 = 2.77(\text{cm}) = 1.090(\text{in})$$

Sustituyendo valores en la ecuación 3.2.30:

$$P = \frac{(0.36)(163.934)(13.456)(1.090)}{2.31}$$

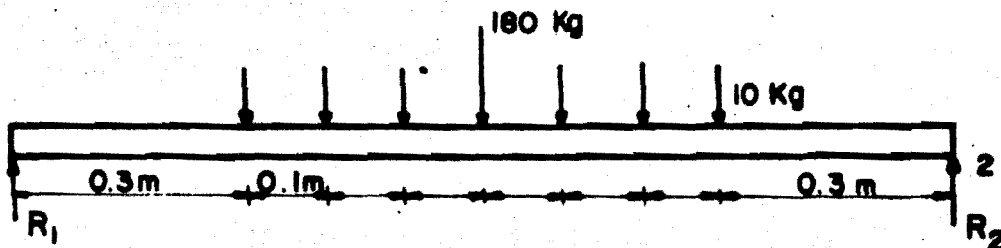
$$P = 374.7158(1b) = 170.120 \approx 170 \text{ (Kg)}$$

"Diagrama de fuerzas que actúan en la flecha".

peso de cada impulsor = 10(kg.)

En el centro de la flecha tenemos que:

180(kg) = Empuje radial de impulsor no balanceado + peso del impulsor.



1º Cálculo de las Reacciones:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_1 + R_2 - 60 - 180 = 0 \quad (3.3.2)$$

$$\Sigma M_1 = 0$$

$$R_2 (1.2) - 10(0.9) - 10(0.8) - 10(0.7) - 180(0.6) - 10(0.5) - 10(0.4) - 10(0.3) = 0$$

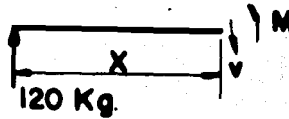
$$R_2 = \frac{144}{1.2} \quad \therefore \quad \underline{R_2 = 120 \text{ (Kg)}} \quad (3.3.3)$$

Sustituyendo (3.3.3) en (3.3.2)

$$R_1 = 60 + 180 - 120 \therefore \underline{R_1 = 120(\text{Kg})}$$

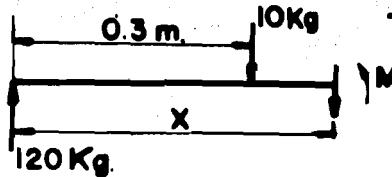
2º Diagrama de Momentos:

$$0 \leq x < 0.3$$



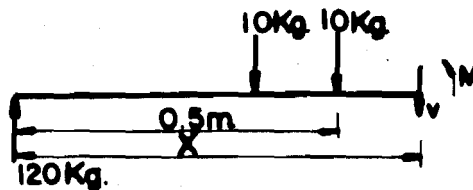
$$M = 120 x$$

$$0.3 \leq x < 0.4$$



$$M = 120 x - 10(x - 0.3) \therefore M = 110 x + 3$$

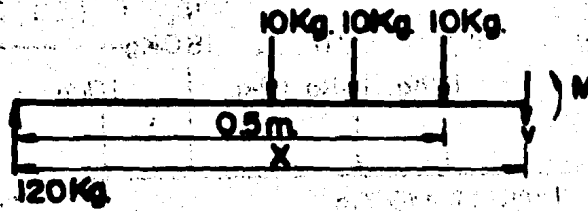
$$0.4 \leq x < 0.5$$



$$M = 120 x - 10(x - 0.3) - 10(x - 0.4)$$

$$M = 120 x - 10 x + 3 - 10 x + 4 \therefore M = 100 x + 7$$

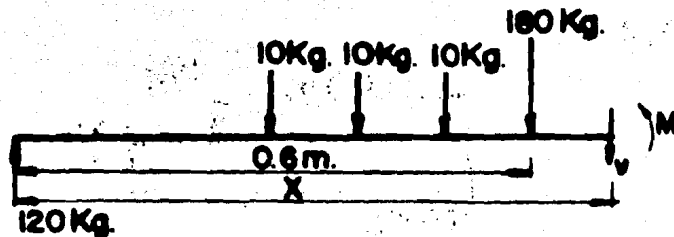
$$0.5 \leq x < 0.6$$



$$M = 120x - 10(x - 0.3) - 10(x - 0.4) - 10(x - 0.5)$$

$$M = 120x - 10x + 3 - 10x + 4 - 10x + 5 \therefore M = 90x + 12$$

$$0.6 \leq x < 0.7$$



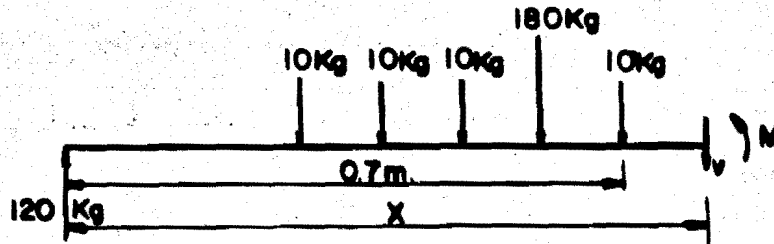
$$M = 120x - 10(x - 0.3) - 10(x - 0.4) - 10(x - 0.5) - 180(x - 0.6)$$

$$M = 120x - 10x + 3 - 10x + 4 - 10x + 5 - 180x + 108$$

$$\therefore M = -90x + 120$$



$$0.7 \leq X < 0.8$$

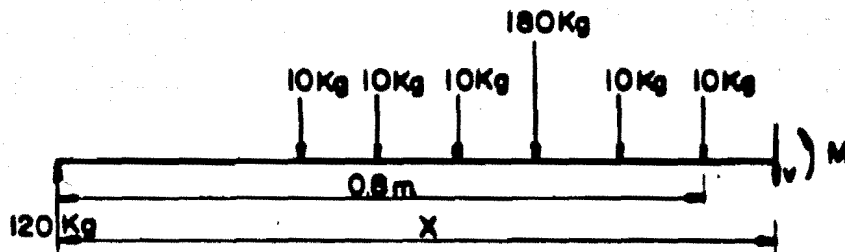


$$M = 120X - 10(X - 0.3) - 10(X - 0.4) - 10(X - 0.5) - 180(X - 0.6) - 10(X - 0.7)$$

$$M = 120X - 10X + 3 - 10X + 4 - 10X + 5 - 180X + 108 - 10X + 7$$

$$\therefore M = -100X + 127$$

$$0.8 \leq X < 0.9$$

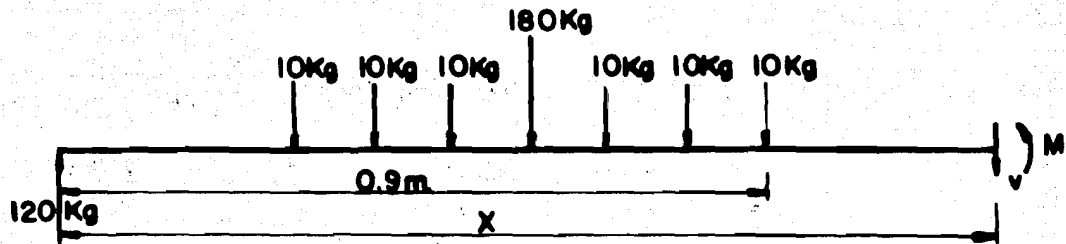


$$M = 120X - 10(X - 0.3) - 10(X - 0.4) - 10(X - 0.5) - 180(X - 0.6) - 10(X - 0.7) - 10(X - 0.8)$$

$$M = 120X - 10X + 3 - 10X + 4 - 10X + 5 - 180X + 108 - 10X + 7 - 10X + 8$$

$$\therefore M = -110X + 35$$

$$0.9 \leq x < 1.2$$



$$M = 120x - 10(x - 0.3) - 10(x - 0.4) - 10(x - 0.5) - 180(x - 0.6) \\ - 10(x - 0.7) - 10(x - 0.8) - 10(x - 0.9)$$

$$M = 120x - 10x + 3 - 10x + 4 - 10x + 5 - 180x + 108 - 10x + 7 \\ - 10x + 8 - 10x + 9.$$

$$\therefore M = -120x + 144$$

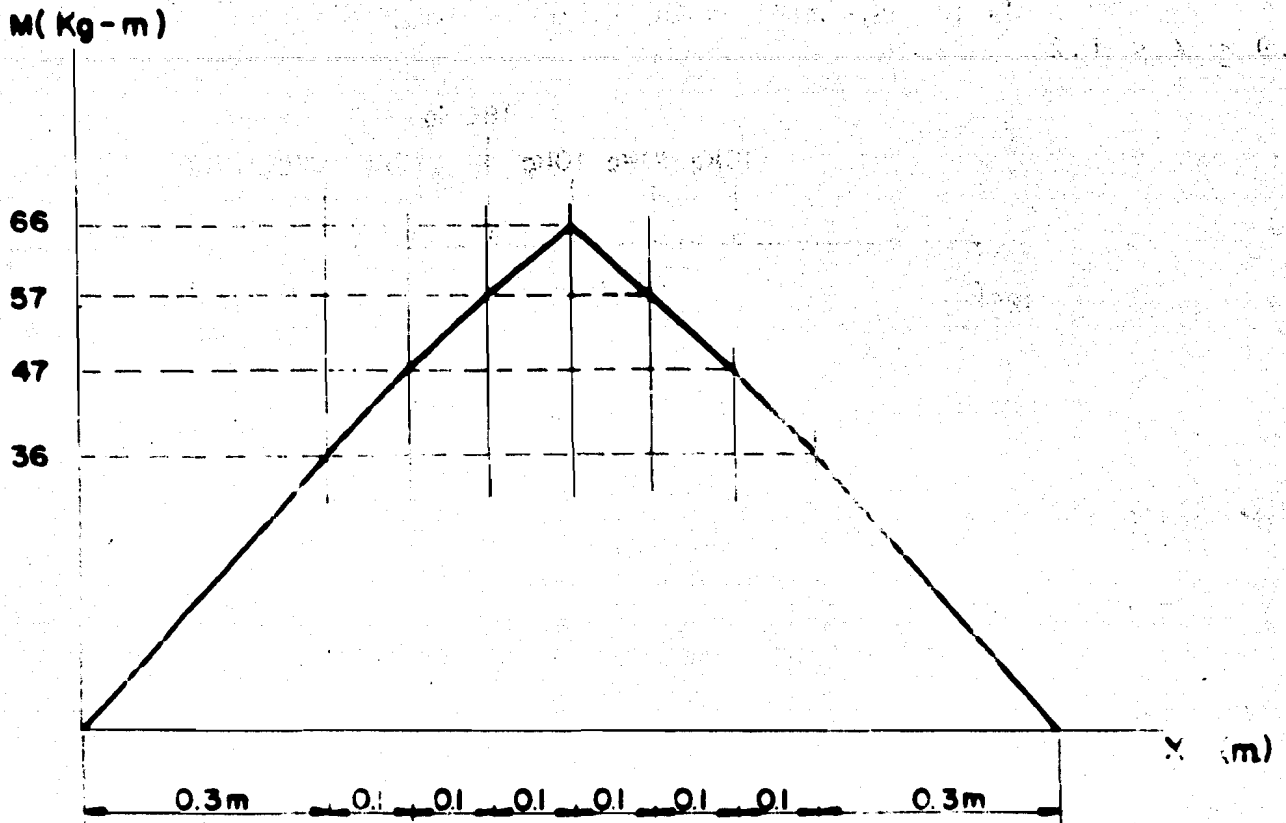


FIG. 3.3.11

De la Fig. 3.3.11.

$$\underline{M_b = 66(\text{Kg} - \text{m})} \quad (3.3.4)$$

3<sup>a</sup> Cálculo del par torsionante:

$$M_t = \frac{\text{Pot}_f}{N} \quad (3.3.5)$$

$$\text{Pot}_H = \gamma Q H_T \quad (3.3.6)$$

$$\begin{aligned}
 \gamma &= \text{Peso específico del agua} = 1000 \left( \frac{\text{Kgf}}{\text{m}^3} \right) \\
 Q &= \text{gasto} = 0.0666 (\text{m}^3/\text{seg}) \\
 H_t &= \text{carga total} = 350 (\text{m})
 \end{aligned}
 \tag{3.3.7}$$

Sustituyendo los valores de (3.3.7) en (3.3.6):

$$\text{Pot}_{H.} = (1000)(0.0666)(350)$$

$$\therefore \text{Pot}_{H.} = 23,310 (\text{Kg-m/seg}) = 306.549 (\text{HP}). \tag{3.3.8}$$

si la eficiencia total es:  $\eta_t = 80\%$

tenemos que la potencia al freno ( $\text{Pot}_f$ ) es:

$$\text{Pot}_f = \eta_t \text{Pot}_{H.}$$

$$\text{Pot}_f = 0.80(23,310)$$

$$\therefore \text{Pot}_f = 18,648 (\text{kg-m/seg.}) = 245.239 (\text{HP}) \tag{3.3.9}$$

Sustituyendo (3.39) en (3.35):

$$M_t = \frac{(18,648)(60)}{(1750)(2\pi)}$$

$$\therefore M_t = 101.757 (\text{Kgf-m}). \tag{3.3.10}$$

Sabiendo que:

$$\left. \begin{aligned} \tau_p &= 4222208.44 \text{ (Kg/m}^2\text{)} \\ K_b &= 1.5 \\ K_t &= 1 \end{aligned} \right\} \quad (3.3.11)$$

Por último sustituyendo (3.3.4, 3.3.10 y 3.3.11) - en la ec. (3.3.1) tenemos:

$$d^3 = \frac{16}{\pi(4222208.44)} \sqrt{[(1.5)(66)]^2 + (101.757)^2}$$

$$d = 0.0555 \text{ (m)} = 5.55 \text{ (cm.)} \quad (3.3.12)$$

∴ Por el método de rigidez se obtuvo un diámetro de 5.55 cm.

#### b) VELOCIDAD CRITICA

Para encontrar la velocidad critica se utiliza - la siguiente expresión:

$$\omega_c = \omega_o \sqrt{\frac{\Delta}{\Delta} \frac{Em}{Dm.}} \quad (3.3.13)$$

Donde:

$$\begin{aligned}
 \omega_0 &= \text{Velocidad angular normal de operación} \\
 \Delta_{Em} &= \text{Deflexión estática máxima} = \frac{3.72}{I} \text{ (cm)} \\
 \Delta_{Dm} &= \text{Deflexión dinámica máxima} = \frac{107.52}{I^2} \text{ (cm)} \\
 \text{Ver diagramas 3.3.14 y 3.3.15, respectivamente}
 \end{aligned}
 \tag{3.3.14}$$

### DEFLEXION ESTATICA:

Para obtener la deflexión estática de un eje sometido a cargas de flexión (peso de los impulsores), se utiliza el método gráfico, que consiste en:

1<sup>a</sup> Dividir el área en sección, con ordenadas  $y_1, y_2, \text{ etc.}$ , para localizar los puntos 1, 2, etc.

2<sup>a</sup> Desde los puntos 1, 2, etc., proyectar los puntos 1', 2', etc., sobre cualquier línea vertical AB. Desde cualquier punto 0' sobre el eje horizontal, dibujar los rayos 0' - 1', 0' - 2', etc.

3<sup>a</sup> Dibujar la línea 0'' - 1'' paralela a 0' - 1' y la línea 0'' - 2'' paralela a 0' - 2'. La línea m - 1'' es proporcional al área I y la línea p - 2'' al área II, la línea n - 2'' es proporcional a la suma de las áreas I y II.

Todo esto se muestra en la Fig. 3.3.12.

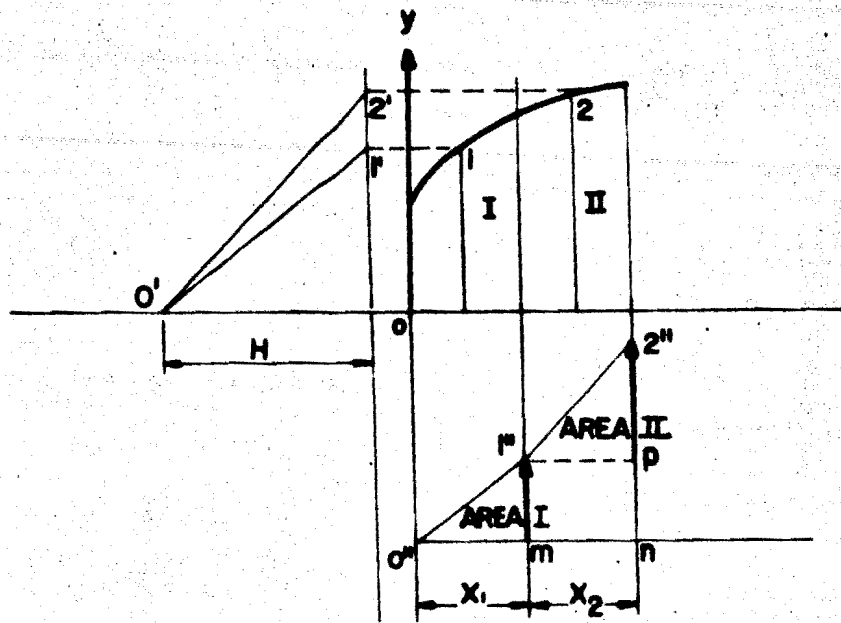


FIG. 3.3.12

**DELEXION DINAMICA:**

La curva de deflexión dinámica es causada por las fuerzas centífugas que se desarrollan debido a varias masas girando alrededor el eje.

La fuerza centífuga se calcula de la siguiente expresión:

$$p = \frac{w}{g} \omega_o^2 \Delta_E \quad (3.3.15)$$

Donde:

w = Peso del impulsor

g = Aceleración de la gravedad

$\Delta_E$  = Deflexión estática en (w)

Con éstas fuerzas centrifugas una nueva curva de deflexión se obtiene gráficamente, de manera similar a la estática. Ver diagrama 3.3.15.

Tanto la curva de deflexión estática como la dinámica se muestran en los diagramas bajo cargas estáticas y dinámicas, respectivamente. Ver diagramas 3.3.14 y 3.3.15

De la ecuación (3.3.15) vamos a encontrar la fuerza centrífuga producida por cada impulsor:

Del diagrama bajo cargas estáticas: Grafica 3.3.14

$$\Delta_{E1} = \frac{2.82}{I} \text{ (cm)}$$

$$\Delta_{E2} = \frac{3.38}{I} \text{ (cm)}$$

$$\Delta_{E3} = \frac{3.68}{I} \text{ (cm)}$$

$$\Delta_{E4} = \frac{3.7}{I} \text{ (cm)}$$

$$\Delta_{E5} = \frac{3.46}{I} \text{ (cm)}$$

$$\Delta_{E6} = \frac{3.02}{I} \text{ (cm)}$$

$$\Delta_{E7} = \frac{2.4}{I} \text{ (cm)}$$

$$w = 10 \text{ (Kg)}$$

$$g = 981 \text{ (cm/seg}^2\text{)}$$

(3.3.16)

(3.3.17)



# DIAGRAMA BAJO CARGAS ESTATICAS

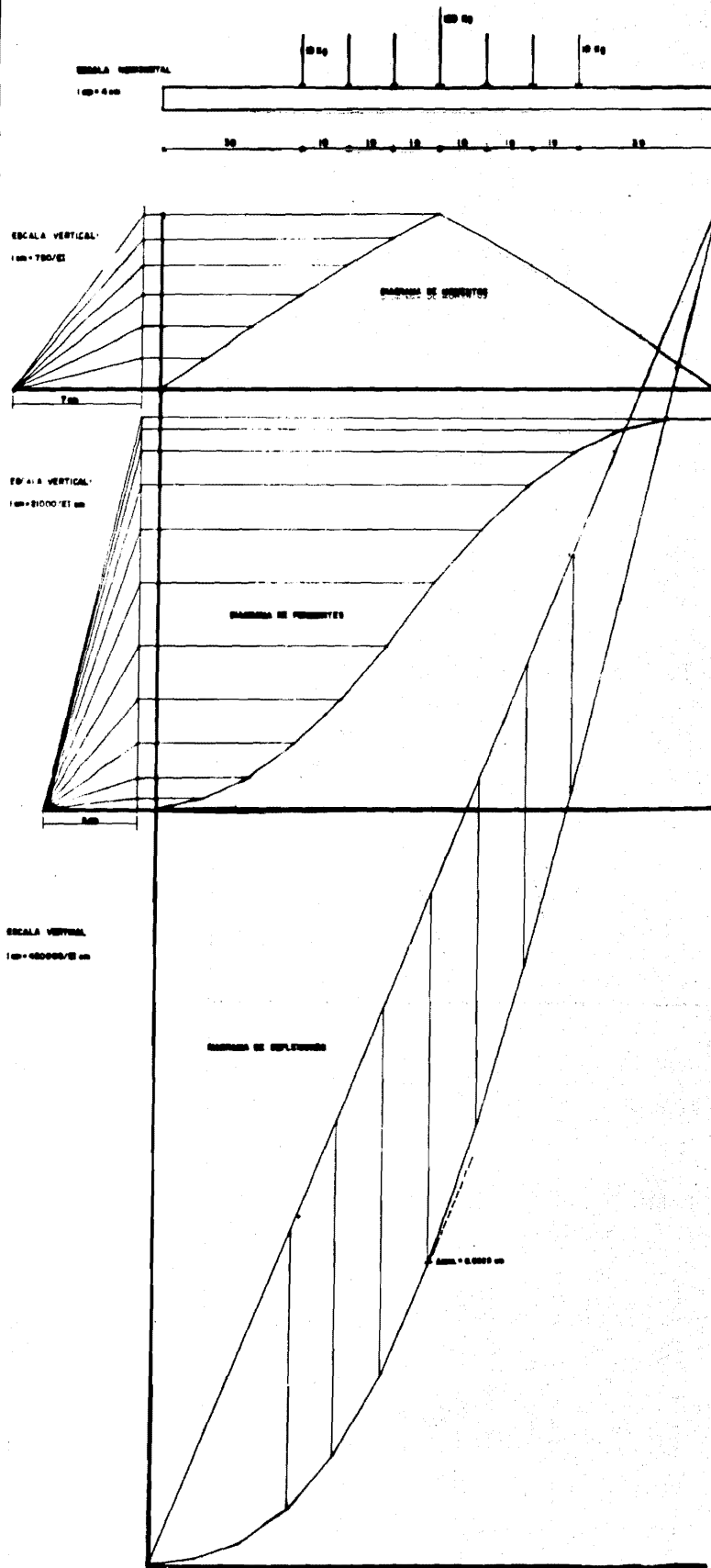


DIAGRAMA 3.3.14

# DIAGRAMA BAJO CARGAS DINAMICAS

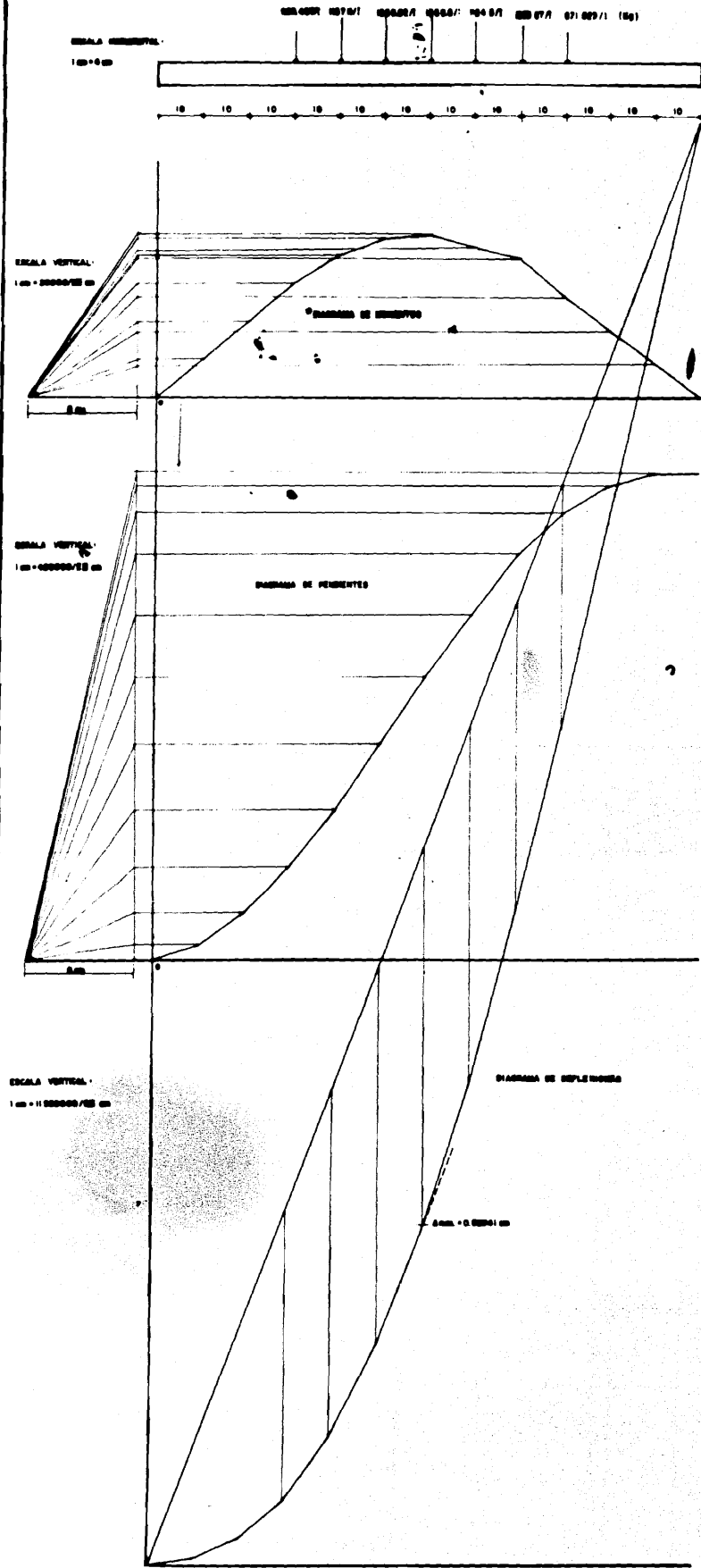


DIAGRAMA 3.3.15

Sustituyendo (3.3.16 y 3.3.17) en (3.3.15), obtenemos la fuerza centrífuga producida por cada impulsor:

$$P_1 = \frac{10}{981} (183.259)^2 \left(\frac{2.82}{I}\right) \quad \therefore \quad P_1 = \frac{965.407}{I} \quad (\text{kg})$$

$$P_2 = \frac{10}{981} (183.259)^2 \left(\frac{3.38}{I}\right) \quad \therefore \quad P_2 = \frac{1157.11}{I} \quad (\text{kg})$$

$$P_3 = \frac{10}{981} (183.259)^2 \left(\frac{3.68}{I}\right) \quad \therefore \quad P_3 = \frac{1259.82}{I} \quad (\text{kg})$$

$$P_4 = \frac{10}{981} (183.259)^2 \left(\frac{3.7}{I}\right) \quad \therefore \quad P_4 = \frac{1266.66}{I} \quad (\text{kg}) \quad (3.3.18)$$

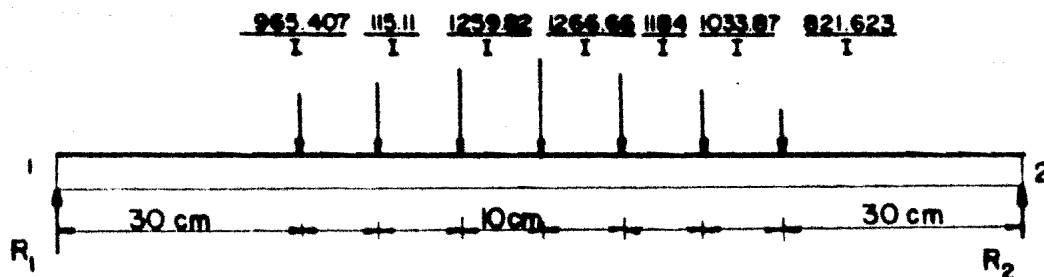
$$P_5 = \frac{10}{981} (183.259)^2 \left(\frac{3.46}{I}\right) \quad \therefore \quad P_5 = \frac{1184.5}{I} \quad (\text{kg})$$

$$P_6 = \frac{10}{981} (183.259)^2 \left(\frac{3.02}{I}\right) \quad \therefore \quad P_6 = \frac{1033.87}{I} \quad (\text{kg})$$

$$P_7 = \frac{10}{981} (183.259)^2 \left(\frac{2.4}{I}\right) \quad \therefore \quad P_7 = \frac{821.623}{I} \quad (\text{kg})$$

Donde:  $I$  = Momento de inercia

Diagrama de Momentos



1º Cálculo de las reacciones:

$$\Sigma F_y = 0$$

$$R_1 + R_2 = (965.407 + 1157.11 + 1259.82 + 1266.66 + 1184.5 + 1033.87 + 821.623) \frac{1}{I}$$

$$\therefore R_1 + R_2 = \frac{7688.99}{I} \quad (3.3.19)$$

ahora haciendo  $\Sigma M_1 = 0$

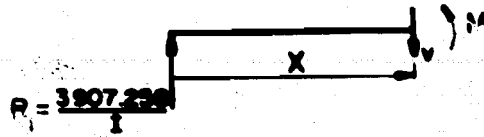
$$R_2(120) = ((965.407)(30) + (1157.11)(40) + (1259.82)(50) + (1266.66)(60) + (1184.5)(70) + (1033.87)(80) + (821.623)(90)) \frac{1}{I}$$

$$\therefore R_2 = \frac{3781.732}{I} \quad (3.3.20)$$

sustituyendo (3.3.20) en (3.3.19):

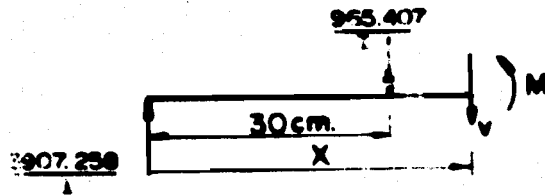
$$R_1 = \frac{3907.258}{I} \quad (3.3.21)$$

$$0 \leq x < 30$$



$$M = \frac{3907.258}{I} x$$

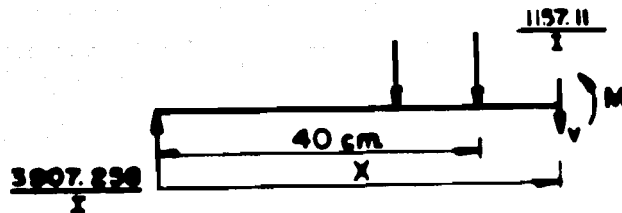
$$30 \leq x < 40$$



$$M = \frac{3907.258}{I} x - 965.407(x - 30)$$

$$\therefore M = \frac{1}{I} (2941.851 x + 28962.21)$$

$$40 \leq x < 50$$

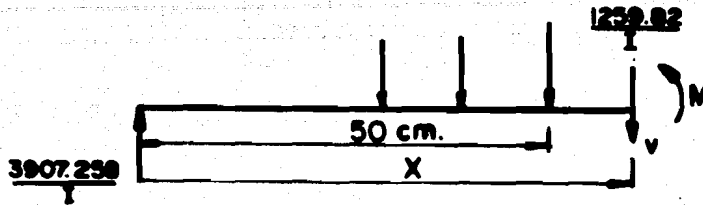


$$M = \frac{1}{I} (3907.258 x - 965.407(x-30) - 1157.11(x-40))$$

$$M = \frac{1}{I} (3907.258x - 965.407x + 28962.21 - 1157.11x + 46.284.4)$$

$$\therefore M = \frac{1}{I} (1784.741x + 75246.61)$$

$$50 \leq X < 60$$

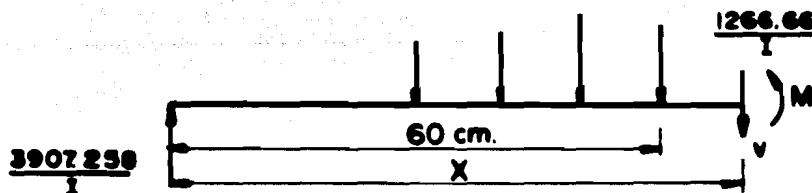


$$M = \frac{1}{I} ((3907.258X - 965.407)(X - 30) - 1157.11(X - 40) - 1259.82(X - 50))$$

$$M = \frac{1}{I} (3907.258X - 965.407X + 28962.21 - 1157.11X + 46284.4 - 1259.82X + 62991)$$

$$\therefore M = \frac{1}{I} (524.921X + 138,237.61)$$

$$60 \leq X < 70$$

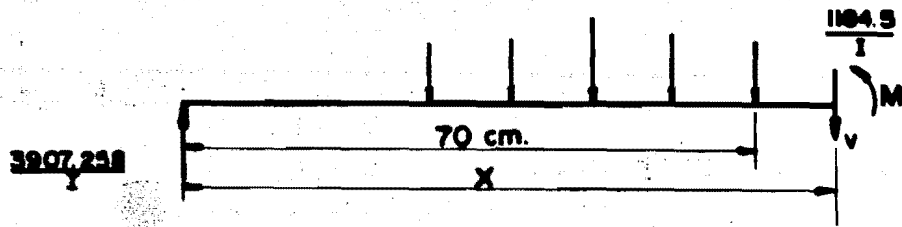


$$M = \frac{1}{I} (524.921X + 138,237.61 - 1266.66(X - 60))$$

$$M = \frac{1}{I} (524.921X + 138237.61 - 1266.66X + 75,999.6)$$

$$\therefore M = \frac{1}{I} (-741.739X + 214237.21)$$

$$70 \leq X < 80$$

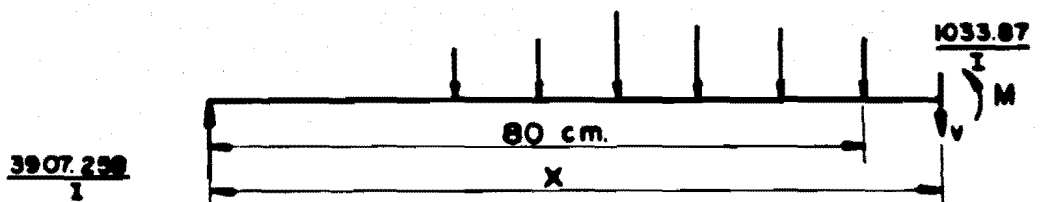


$$M = \frac{1}{I}(-741.739X + 214237.21 - 1184.5(X - 70))$$

$$M = \frac{1}{I}(-741.39X + 214237.21 - 1184.5X + 82915)$$

$$\therefore M = \frac{1}{I}(-1926.239X + 297152.21)$$

$$80 \leq X < 90$$

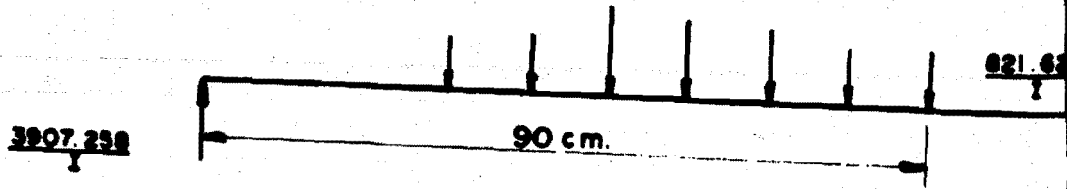


$$M = \frac{1}{I}(-1926.239X + 297152.21 - 1033.87(X - 80))$$

$$M = \frac{1}{I}(-1926.239X + 297152.21 - 1033.87X + 82,709.6)$$

$$\therefore M = \frac{1}{I}(-2960.109X + 379861.81)$$

$90 \leq X < 120$



$$M = \frac{1}{I}(-2960.109X + 379861.81 - 821.623(X-90))$$

$$M = \frac{1}{I}(-2960.109X + 379861.81 - 821.623X + 73946.07)$$

$$\therefore M = \frac{1}{I}(-3781.732X + 453,807.88)$$

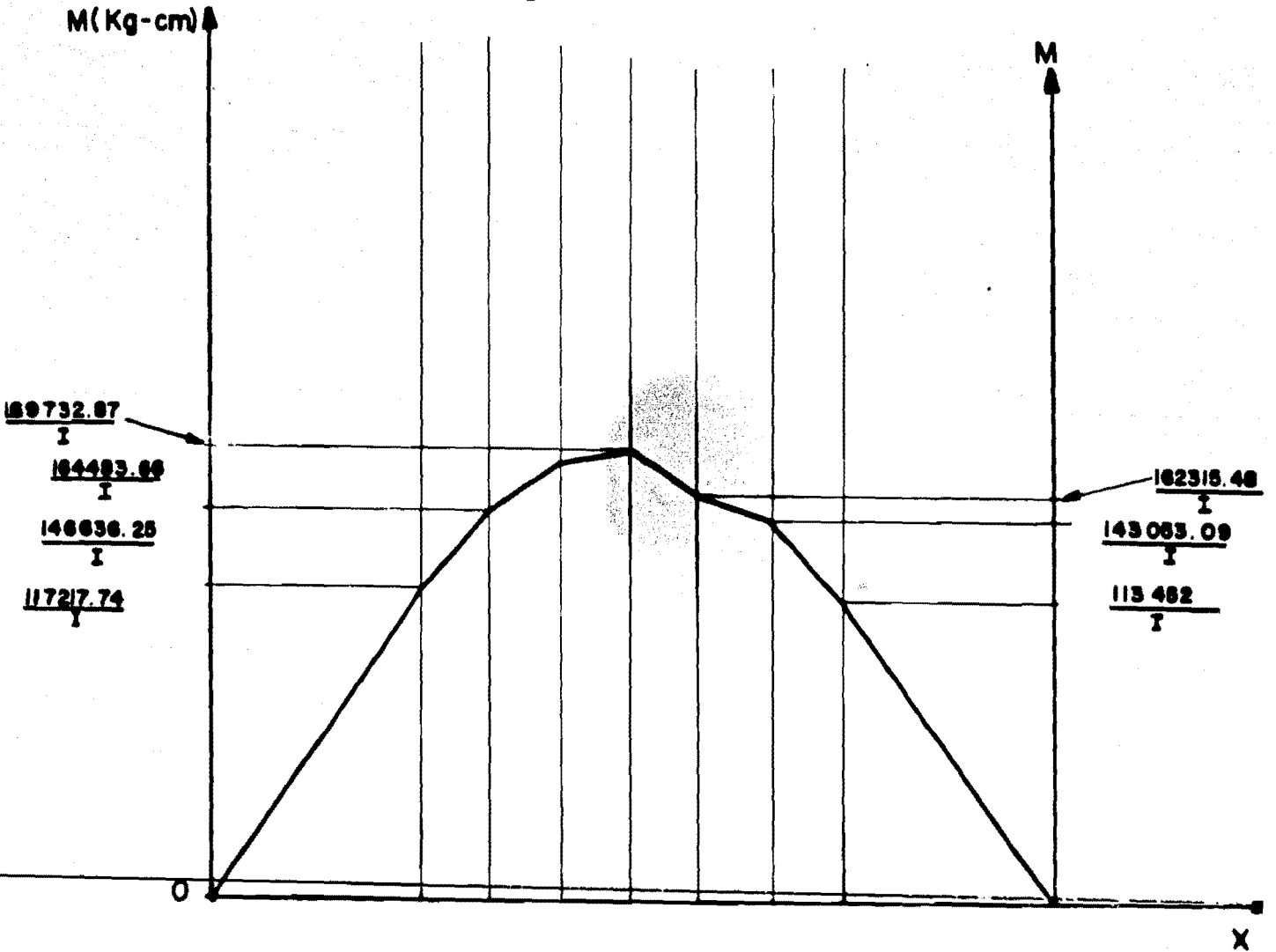


FIG. 3.3.13



Momento flexionante máximo ( $M_b$ )

$$M_b = \frac{169,732.87}{I} \text{ (Kg-cm)} \dots \quad (3.3.22)$$

2º Cálculo del diámetro:

$$\omega_o = 0.7\omega_{cr} \dots \quad (3.3.23)$$

Donde:

$$\omega_o = \text{Velocidad Normal de operación} = 183.259 \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \quad (3.3.24)$$

$\omega_{cr}$  = Velocidad crítica

De la ecuación (3.3.23)

$$\omega_{cr} = \frac{\omega_o}{0.7} \quad \therefore \quad \omega_{cr} = \frac{183.259}{0.7} \dots \quad (3.3.25)$$

sustituyendo (3.3.14) y (3.3.25) en (3.3.23)

$$\frac{183.259}{0.7} = 183.259 \sqrt{\frac{\frac{3.72}{I}}{\frac{107.52}{I^2}}}$$

$$261.798 = 183.259 \sqrt{\frac{3.72 I}{107.52}}$$

$$261.798 = 34.087 \sqrt{I}$$

$$261.798 = 34.087 \sqrt{\frac{\pi d^4}{64}}$$

$$261.798 = 7.552 d^2 \quad \therefore d = \sqrt{\frac{261.798}{7.552}}$$

$$\therefore d = \underline{5.88778} \doteq 6\text{cm.} \quad \dots (3.3.26)$$

$$\omega_{cr} = 261.798 \frac{\text{rad}}{\text{seg}}$$

$$N_{cr} = \frac{(261.798)(60)}{2\pi} \quad \therefore \underline{N_{cr} = 2499.98 \text{ R.P.M.}} \quad \dots (3.3.27)$$

Como el diámetro obtenido por la velocidad crítica resultó mayor q' por rigidez, se concluye que el diámetro de la flecha (d) es igual a 6cm.

$$\therefore \underline{d = 6\text{cm.}}$$

## C O N C L U S I O N E S

En este trabajo se muestra que la construcción de la --  
Turbomaquinaria Hidráulica en nuestro País es factible.

Por supuesto, en principio no se obtendría una máquina totalmente eficiente, ya que se encontraría una serie de pro  
blemas de los cuales se mencionan los principales:

- a) Contar con el presupuesto necesario para poder mon--  
tar un Laboratorio de Hidráulica y así experimentar  
con modelos, hasta lograr eficiencias óptimas, con -  
lo cual, construiríamos buenos prototipos en base a  
la Teoría de Similitud.
- b) Tener disponible mano de obra calificada para llevar  
a cabo los procesos de Fundición y Maquinado que son  
fundamentales para concluir un buen diseño.
- c) Elegir los materiales apropiados que formarán parte  
de nuestras máquinas, pues solo de esta manera lograre  
mos la durabilidad y perfección deseadas.
- d) Adaptar la tecnología a nuestras necesidades, crean-  
do así. fuentes de trabajo y aumentando de esta manera  
la productividad en nuestro País.

## BIBLIOGRAFIA

1. Vincenzo Rubbo. 1966, Turbine Hidrauliche Oepli Milano.
2. Miroslav Nechleba. 1957. Hidraulic Turbines, their - - design and Equipment, Artia. Praga.
3. Claudio Mataix, 1970. Mecánica de fluidos y máquinas hi dráulicas. New York. Harper & Row.
4. George E. Russell. 1974, Hidráulica. Compañía Editorial Continental.
5. Alexey Joakim, Stepanoff. 1957.
6. Fuchslocher - Shulz. 1964 Bombas, funcionamiento, cálcu lo y construcción. Editorial Labor.
7. Igor J. Karassik. y Roy Carter. 1975, Bombas Centrífuu- gas, selección, operación y mantenimiento. Editorial -- Continental, S.A.
8. Manuel Viejo Subicaray. 1975, Bombas, teoría, diseño y- aplicaciones. Editorial Limusa, S.A.
9. R.H. Warring. 1977. Selección de Bombas, sistemas y - - aplicaciones. Editorial Labor, S.A.