UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

DISEÑO Y CONSTRUCCION DE UNA MAQUINA PRIMITIVA

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:
INGENIERO MECANICO ELECTRICISTA
P R E S E N T A

JOSE JORGE GARCIA OCHOA

MEXICO, D. F. 1978

CONTENIDO

PRESENTACION

La influencia científica, en cualquiera de sus acepciones, sobre - la etapa histórica que atravezamos, sin importar el país de que se trate, - ha sido de vital importancia en cuanto al desarrollo del mismo se refiere. El hombre, en los últimos decenios ha orientado gran parte de sus energías - y talento a la investigación, encaminada hacia una mejor utilización de los recursos disponibles.

Bien se ha dicho que hay pueblos con tradición científica; pueblos que han definido su eminente vocación a través del tiempo. No obstante, en la actualidad se puede asegurar que existe una especie de monopolio por parte de algunos de ellos y las consecuencias que redundan sobre los demás, -- saltan a la vista.

Los esfuerzos que éstos últimos realizan son significativos, tanto dentro de sus centros de investigación y enseñanza superior como en el ámbito industrial, a través de la implantación y desarrollo de los conocimientos adquiridos mediante la transferencia tecnológica con otros paises.

La ciencia de la Ingeniería como tal, no ha sido la excepción, el área electromecánica por ejemplo, ha venido experimentando cambios sustanciales. Los grandes sistemas de potencia interconectados, el control automático de motores y generadores dentro de la industria, el estudio de fenómenos transitorios, etc. requieren de nuevos métodos de análisis.

En lo que a máquinas rotatorias se refiere, uno de los enfoques - actuales analiza, desde un punto de vista energético, su construcción y funcionamiento, enfatizando la unidad básica de la cual provienen. Para ello, se han diseñado y construido máquinas de tipo especial, con fines experimentales, que ofrecen en una sola unidad los varios tipos de utilización co---

rrespondientes a la mayoría de las máquinas eléctricas, proporcionando de esta manera, los medios de estudio necesarios para el análisis de máquinas rotatorias de acuerdo con el principio unificado de conversión electromecánica de energía.

La teoría expuesta en los cursos de Conversión de Energía Electromecánica II y III impartidos en la Facultad, llevan este enfoque, por lo que la Máquina Generalizable, llamada también Máquina Primitiva de que es objeto este estudio supone una gran utilidad como complemento experimental para quienes cursen éstas asignaturas.

Se han propuesto varios modelos de máquinas generalizables. La que aquí se presenta es tan solo una de ellas, y por su estructura pudiera pensarse que es igual a una de corriente continua. Sin embargo, como se detallará más adelante, existen diferencias significativas por las que no puede establecerse una correspondencia biunívoca entre ambas. Además deberá recordarse, que la máquina aquí analizada no corresponde a ninguna máquina eléctrica real por lo cual, los resultados de los experimentos que de ella se deriven no serán, estrictamente típicos de las características de funcionamiento para cada tipo de máquina representada, aunque podrán considerarse como ilustrativos de ella.

Capítulo I

NATURALEZA DE LA MÁQUINA PRIMITIVA.

1.1 INTRODUCCION

Una máquina primitiva o generalizable es un dispositivo especial de conversión de energía electromecánica, de carácter eminentemente experimental y con propósitos exclusivamente didácticos. Se utiliza como punto de apoyo para el análisis de una gran cantidad de maquinaria eléctrica, tanto de corriente directa como de corriente alterna. Su nombre se deriva del hecho de que está construída de tal manera que resulte lo más general posible.

Deberá tenerse en consideración, como se mencionó con anterioridad, que la máquina de la que va a ser objeto nuestro estudio no corresponde a ninguna máquina eléctrica real, se han efectuado algunas modificaciones y se ha hecho uso de ciertas tolerancias, mismas que se detallan a lo largo de éste capítulo y parte del siguiente.

Se describirán las partes constitutivas de la máquina, las modificaciones efectuadas en el motor original, asimismo se tratará de modelar matemáticamente el entrehierro mediante Series de Fourier y por último se analizarán las estructuras magnéticas tanto del rotor como del estator.

1.2 NOMENCLATURA

Utilizaremos la notación convencional para definir -- cualquier variable que intervenga en el análisis.

El superíndice (r) indicará que la variable corresponde al rotor mientras que el superíndice (s) implicará que se trata del estator. De manera análoga, el subíndice (d) indicará que se está haciendo referencia al eje directo y (q) si la referencia es el eje en cuadratura. Dichos ejes corresponden al eje horizontal y vertical respectivamente en un sistema de coordenadas cartesianas, como se muestra en la Fig. 1.1.

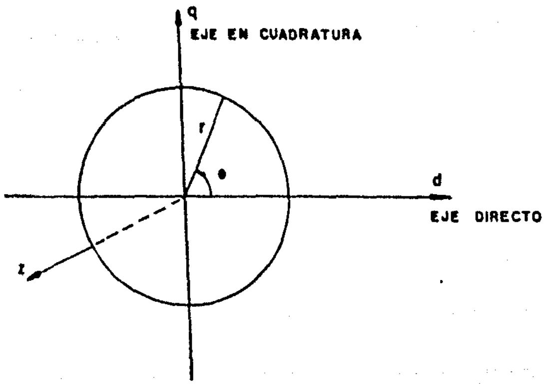


FIG. 1.1

Donde:

θ = ángulo polar (tomando como positivo el sentido antihorario)

r = radio (medido desde el centro de la máquina)

Z = coordenada axial

Dada la geometría de la máquina es conveniente hacer uso de un sistema de coordenadas cilíndricas las cuales aparecen dibujadas en la misma figura.

1.3 ESTATOR Y CAMPOS MAGNETICOS

Las máquinas eléctricas en general, trabajan debido a fuerzas de atracción y repulsión entre polos de diferente signo y polos del mismo signo ubicados en el estator y rotor, por tanto, es necesario especificar en detalle la construcción de dichos polos y de los campos magnéticos producidos en ellos.

En la máquina que nos ocupa se requiere que el estator genere una densidad de flujo radial cuya variación a lo largo del entrehierro sea senoidal. En el interior del rotor las líneas de flujo deberán ser uniformes y aparecerán positivas tanto en el eje directo como en el eje de cuadratura. Dichas densidades de flujo magnético se denotarán como B_d^s y B_q^s respectivamente.

Los dos campos magnéticos generados se suponen completamente independientes entre sí y fijos en el espacio respecto al rotor. El campo resultante total en el entrehierro, así como la densidad de flujo magnético total en el interior del rotor se obtienen aplicando el principio de superposición, para esto es necesario despreciar todos los efectos de saturación que se produzcan en el hierro.

Las distribuciones de flujo magnético esperadas se pueden apreciar en las siguientes figuras en las cuales el principio de superposición no ha sido todavía introducido.

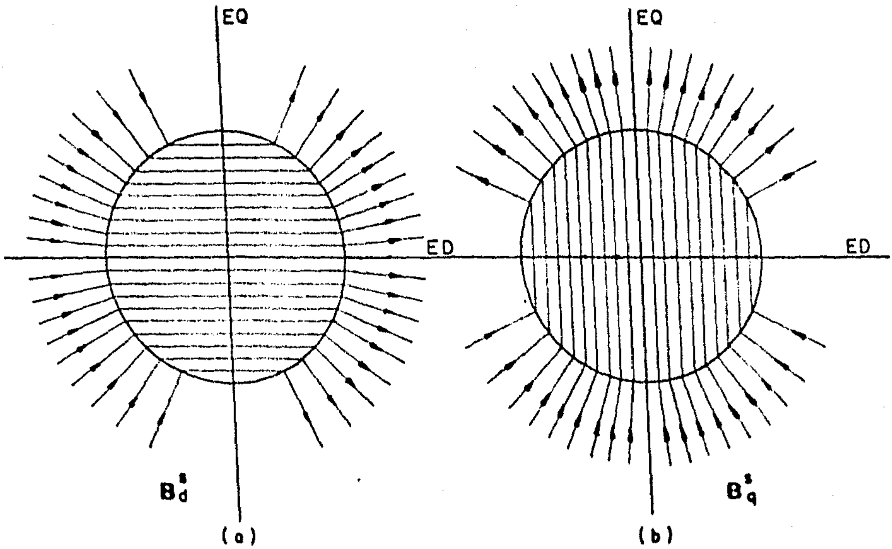


FIG. 1.2

Existen varias maneras de lograr una distribución de flujo como la mostrada en las Figs. 1.2 (a) y (b); una de --- ellas consiste en practicar ranuras axiales en la periferia - interior del estator e introducir bobinas distribuyéndolas en mayor o menor número dentro de las ranuras, de tal manera que se logre, aproximadamente, una distribución senoidal de corriente.

El arreglo anterior generará, como consecuencia, un - campo magnético en la dirección positiva del eje en cuadratura.

Siguiendo un proceso similar, pero distribuyendo ahora las bobinas de tal manera que se logre una mayor concentración de conductores precisamente donde el devanado anterior dejaba menos, es decir, un devanado idéntico pero girado $\frac{\pi}{2}$ radianes en sentido de las manecillas del reloj, se logrará un campo magnético en la dirección positiva del eje directo.

Esta forma de lograr los campos magnéticos deseados -- presenta un serio inconveniente: la cantidad de conductores necesarios en cada ranura a fin de lograr una distribución de corrientes cercana a la senoidal, es sumamente difícil de determinar.

Otra alternativa, que soluciona este problema y que -- proporciona una mucho mejor aproximación en la distribución de los flujos requeridos, consiste en colocar cuatro piezas polares o polos, igualmente espaciados y sujetos a la armazón de la máquina.

Estos polos estarán excitados de dos en dos por bobinas colocadas en el yugo de la pieza polar, de tal manera que puedan establecer los campos magnéticos anteriormente mencionados. El embobinado que produce el campo magnético en la dirección positiva del directo (Fig. 1.2.a) se denomina EMBOBINADO DIRECTO DE ESTATOR y la corriente que por él circula se denota por i_d^s.

De manera análoga, el otro par de piezas polares posee un embobinado capáz de producir un campo magnético en la dirección positiva del eje en cuadratura (Fig. 1.2b) por lo que se le dá el nombre de EMBOBINADO DE CUADRATURA DE ESTATOR y la corriente que por él circula vendrá denotada por i_q^s.

La distribución senoidal requerida en el entrehierro se logra haciendo que la superficie periférica interior de las cuatro piezas polares no sea concéntrica con el rotor, el cual es cilíndrico según se ve en la Fig. 1.3, donde puede apreciarse la separación paulatina de las piezas polares a medida que se avanza hacia los extremos de éstos.

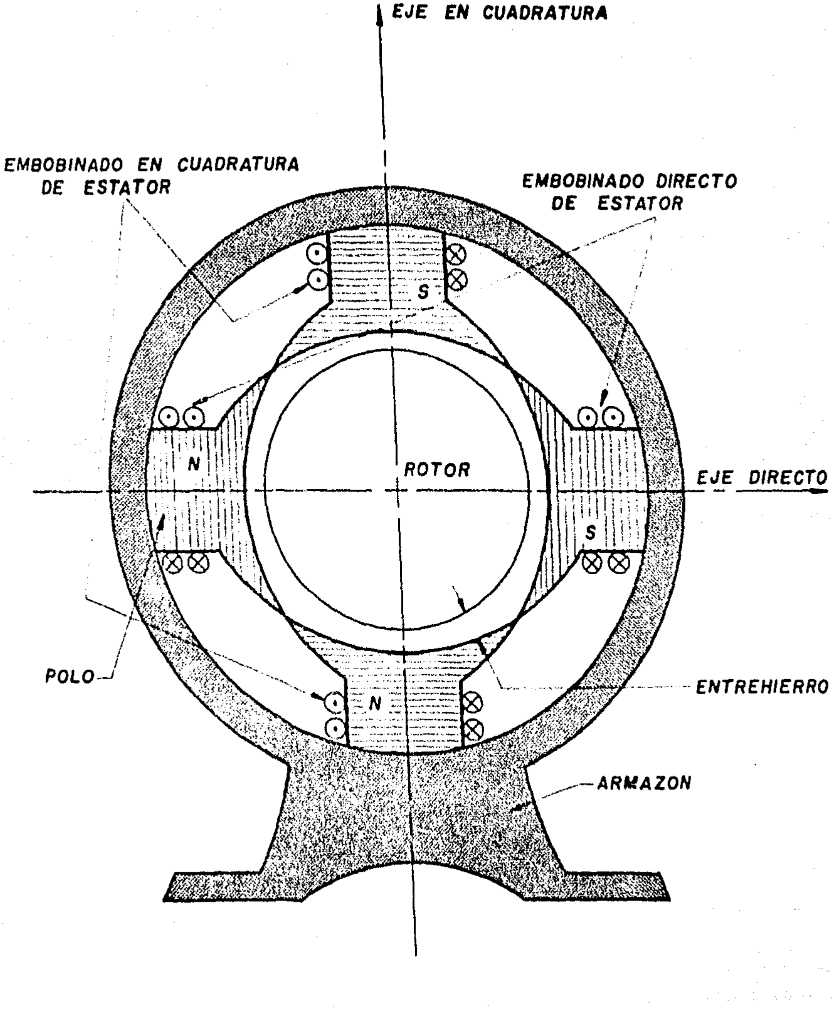

EJE EN CUADRATURA
EMBOBINADO EN CUADRATURA DE ESTATOR
EMBOBINADO DIRECTO DE ESTATOR
S
N
ROTOR
EJE DIRECTO
S
N
POLO
ENTREHIERRO
ARMAZON

FIG. 1.3

El diagrama esquemático de todo el conjunto se muestra en la Fig. 1.4 en donde se representan simbólicamente ambos devanados y sus respectivas corrientes y voltajes de excitación cuyos sentidos de referencia denotados por los puntos se suponen los adecuados para crear los campos anteriormente detallados.

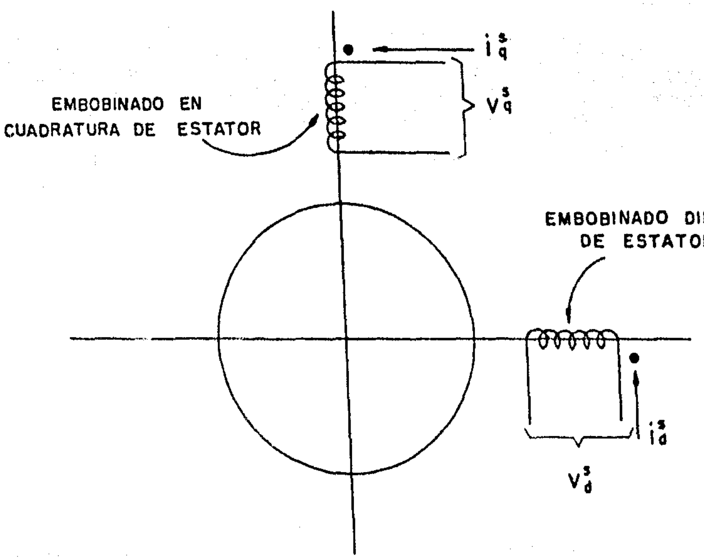


FIG. 1.4

Es de importancia señalar que ésta última alternativa (al igual que la anterior) permite al entrehierro tener una estructura periódica, progresando a lo largo de un número par de ciclos mientras θ va de 0 a 2π, como puede apreciarse en la Fig. 1.5 en la que se presenta una vista desarrollada del entrehierro de la máquina.

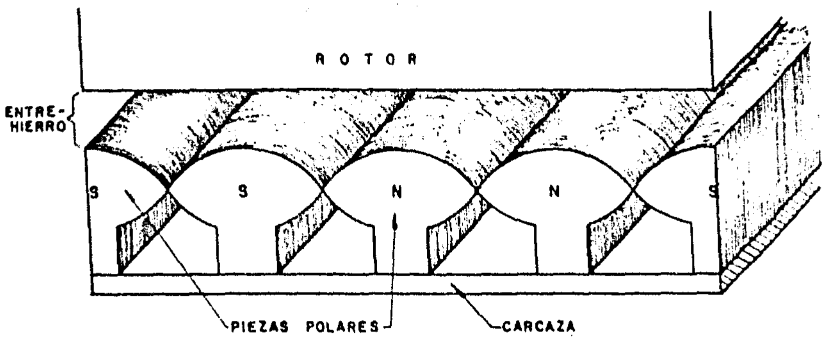


FIG. 1.5

1.4 ROTOR Y CAMPOS MAGNETICOS

El rotor de nuestra máquina se forma troquelando láminas circulares, de espesor muy pequeño, en las cuales se practican ranuras periféricas, según se muestra en la Fig. 1.6. La cantidad de láminas, su diámetro y el número de ranuras vendrá determinado por el número de polos, la potencia de la máquina y la corriente que por las bobinas del devanado circulen.

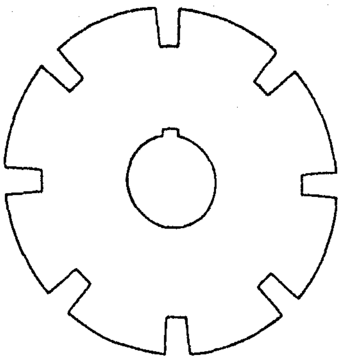


FIG. 1.6

Posteriormente se agrupan dichas láminas circulares y se sujetan o soldan adecuadamente a fin de formar el paquete - de rotor mostrado en la Fig. 1.7.

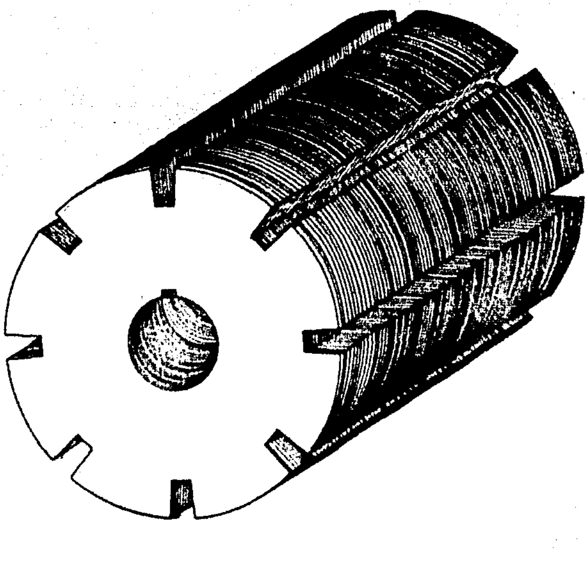


FIG. 1.7

La justificación de formar el rotor de ésta manera en lugar de utilizar un cilindro macizo, reside principalmente en que de ésta forma se reducen considerablemente las pérdidas por histéresis y corrientes parásitas.

Ahora bien, anteriormente se mencionó que los dos campos magnéticos B_d^s y B_q^s generados en el estator se suponían perpendiculares, independientes entre sí y fijos en el espacio respecto al rotor.

En la máquina que nos ocupa, el rotor, será responsable de la generación de dos campos magnéticos en cuadratura, en todo semejantes a los de estator, esto es, perpendiculares, independientes entre sí y fijos en el espacio, dependiendo exclusivamente de las corrientes que circulen por sus devanados. Sin embargo, en este caso, lograr lo anterior implica una mayor dificultad, dado que en estado estable; el rotor se encuentra girando a una velocidad constante.

Este problema se soluciona por medio de un dispositivo especial denominado conmutador, consistente en un cilindro hueco formado por segmentos de cobre aislados entre sí, que reciben el nombre de "delgas" a las cuales se conectan las espiras de las bobinas.

El conmutador se coloca en un extremo de la flecha, a un lado del paquete de rotor y a sus delgas se conectan a su - vez un par de escobillas de carbón mediante las cuales se introducen las corrientes al embobinado. Al girar el rotor (las escobillas se mantienen fijas) las espiras de las bobinas estarán conmutándose continuamente, por lo cual, la distribución de corriente en el devanado guardará siempre la misma posición en el espacio lo que a su vez permite que el campo magnético se -- conserve también estático respecto al espacio independientemente del giro del rotor.

Coloquemos ahora un par de escobillas en el conmutador e introduzcamos una corriente constante a través de ellas de -- tal manera que ésta se distribuya en un solo sentido en todas - aquellas bobinas de las ranuras colocadas en la parte superior del eje directo y en sentido opuesto en todas aquellas colocadas en la parte inferior del mismo eje, como se indica en la -- Fig. 1.8.

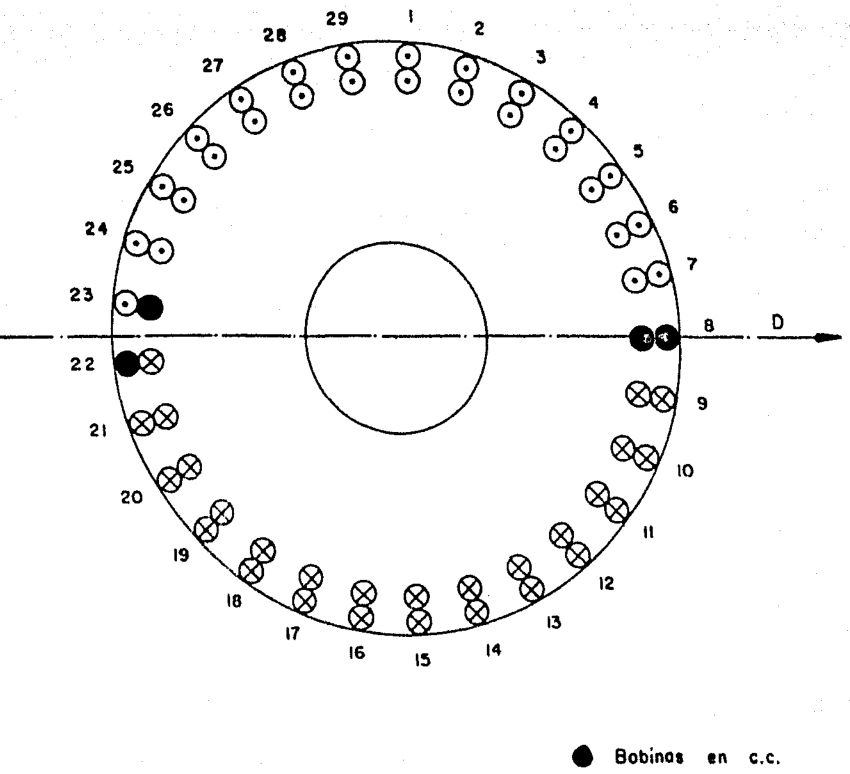

29
1
2
28
3
27
4
26
5
25
6
24
7
23
8
D
22
9
21
10
20
11
19
12
18
13
17
14
16
15
Bobinas en c.c.

FIG. 1.8

De la figura anterior podemos observar que en algunas bobinas (8, 22 y 23) no hay circulación de corriente en ese instante, se encuentran cortocircuitadas por las escobillas, sin embargo, es evidente que la simetría en cuanto a la distribución de corrientes persiste (1). Por ahora convengamos en que si se colocan las escobillas en la posición adecuada se logrará una distribución de corrientes como la mostrada, mismas que se encargarán de generar un campo magnético en la dirección positiva del eje directo, este campo magnético lo representaremos por B_d^r.

Si giramos las escobillas $\pi/2$ rads. en sentido contrario manecillas, las bobinas colocadas en todas aquellas ranuras que se encuentren en la parte derecha del eje en cuadratura transportarán corrientes en el sentido entrante del papel, mientras que las bobinas colocadas en la parte lateral izquierda del mismo eje transportarán corrientes en sentido opuesto.

La distribución de corrientes conseguida se muestra en la Fig. 1.9 y como consecuencia aparecerá un campo magnético B_q^r en la dirección positiva del eje en cuadratura.

---

(1) Más adelante, en la Fig. 3.8 (pag. 92) puede justificarse plenamente esta condición.

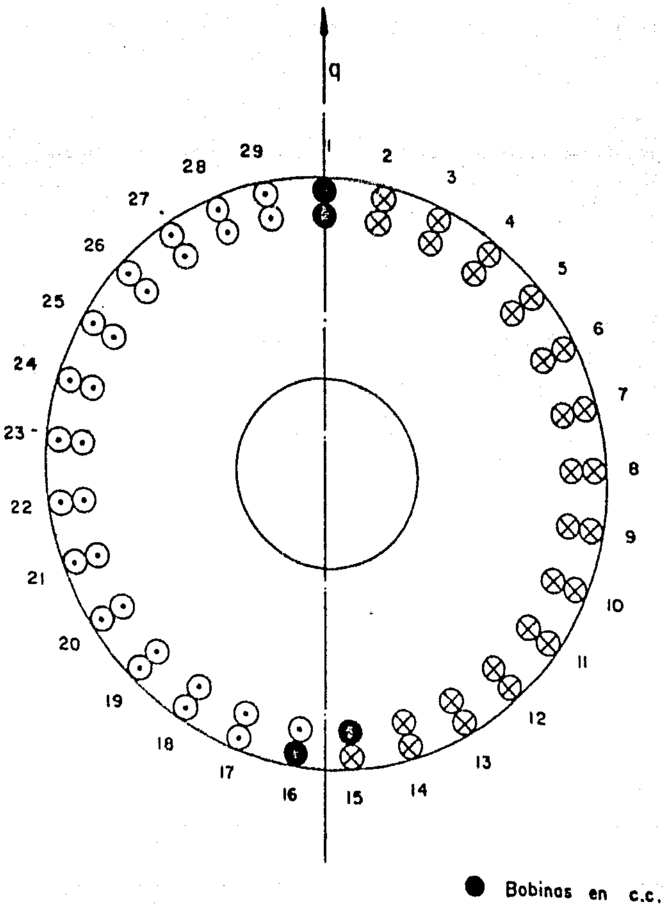

q
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
11
12
13
14
15
16
17
18
19
20
21
22
23
24
25
26
27
28
29
Bobinas en c.c.

FIG. 1.9

1.5 RESUMEN

En esta sección hemos planteado, en forma general, como deberá ser la distribución de corrientes y los campos magnéticos de rotor en nuestra máquina primitiva, sin embargo, mas adelante, se analizará en detalle el tipo de embobinado requerido para obtener una distribución de corrientes como la mostrada así como la forma que guardan los campos magnéticos en el entrehierro.

El diagrama esquemático de la Fig. 1.10 muestra en forma ya completa, los embobinados de estator y rotor requeridos por la máquina primitiva, en los siguientes capítulos se analizará con mayor profundidad la forma en que están construídos estos devanados y los campos magnéticos que producen.

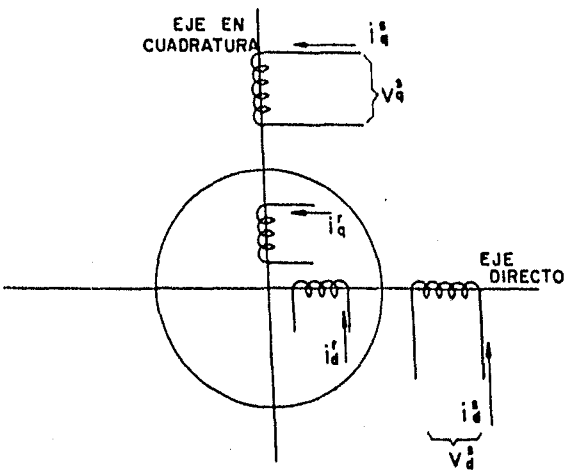


FIG. 1.10

Capítulo II

IMPLEMENTACIÓN DE LA MÁQUINA PRIMITIVA A PARTIR DE UN MOTOR DE C.D.

2.1 INTRODUCCION

En el capítulo anterior se expuso la configuración de los campos magnéticos requeridos por la máquina primitiva, así como en forma general, los diferentes elementos componentes de ella cuya función principal consiste en la generación de dichos campos. En este capítulo se presentarán en forma detallada los aspectos de diseño y construcción que fueron llevados a cabo a fin de lograr que dichas partes de la máquina cumplieran con lo previsto.

Teniendo en consideración que la manufactura de una máquina rotatoria de cualquier tipo incluye la fabricación de moldes, troqueles y una serie de dispositivos especiales cuyo costo es muy elevado si se toma en cuenta que solo serán utilizados para una sola unidad y no para una fabricación en serie puesto que, en nuestro caso, la máquina primitiva no tiene una demanda comercial, se ha tomado la alternativa de aprovechar sus similitudes con una máquina de corriente continua para que, partiendo de ésta última y con una serie de modificaciones, fundamentadas en los principios de diseño podamos obtener la máquina generalizable deseada.

2.2 MOTOR BASE Y DEVANADOS DE ESTATOR

Hemos considerado la imposibilidad de "construir" una sola máquina especial dada su naturaleza experimental, por otro lado, diseñar una máquina eléctrica requiere de extensos conocimientos, experiencia, información y las condiciones mínimas necesarias para su fabricación de las cuales mencionaremos algunas para tener una idea de lo que ésto significa:

a).- Moldes para la fundición de la carcaza.

b).- Moldes para troquelado cuyo costo es elevado dada la precisión y los aceros que se utilizan.

c).- Laminación para formar los paquetes de rotor y estator, dicha laminación generalmente es en aceros de bajo contenido de carbón, o bien, aceros al silicio, ambos materiales de importación y adquiribles solo en grandes volúmenes.

d).- Máquinas y herramientas especiales.

e).- Formadoras de bobinas.

f).- Tinas de aislamiento y barnizado.

g).- Hornos para curado.

Por lo cual, como se mencionó con anterioridad, partiremos de un motor de corriente directa al cual se le efectuarán modificaciones.

El motor del cual partiremos tiene las siguientes características:

- Motor Reliance C.D.
- Conexión - Shunt
- 4 Polos 5 H.P.
- 1750 R.P.M. 230 Volts.
- 20 Amps. 60°C T rise

En la Fig. 1.3 puede apreciarse tanto el estator como el rotor de la máquina primitiva, observamos que el primero está constituído por cuatro piezas polares cuya polaridad está determinada por las características de flujo requeridas. Estas piezas polares o polos están construídos de la misma manera que el rotor, es decir, por láminas de pequeño espesor ---- (0.63 a 1.33 mm.), agrupadas en un mismo paquete alrededor del cual se arrolló un embobinado con los amperes-vuelta necesarios para producir el flujo especificado.

Dado que nosotros partimos de una máquina tetrapolar en la cual la polaridad de cada pieza polar es alternada, es decir, norte, sur, norte, sur se producirá una distribución de flujos como la mostrada a continuación.

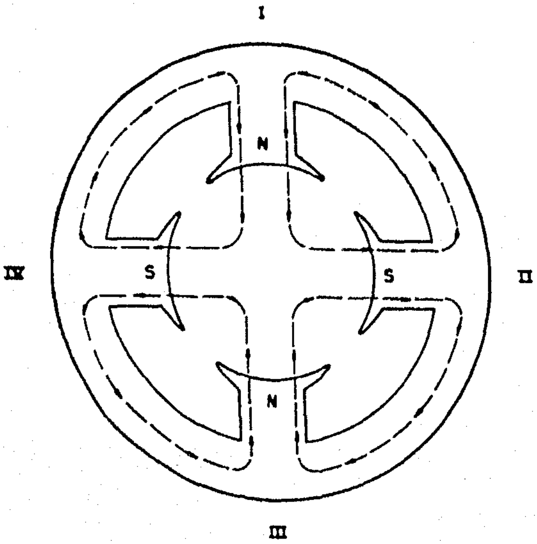


FIG. 2.1

Observando detenidamente la figura anterior podemos - ver por comparación con la Fig. 1.3 que la única diferencia es la polaridad de las piezas polares. Supongamos que invertimos las conexiones de los polos I y IV y analicemos lo que sucede en los polos I y III con su nueva polaridad, no considerando, por el momento, los efectos de II y IV apoyados en el principio de superposición.

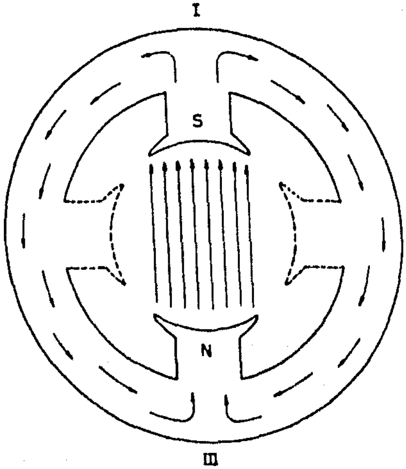


FIG 2.2

El flujo producido es precisamente B_q^s. Observemos ahora el nuevo flujo, producido por los polos IV y II, aplicando nuevamente el principio de superposición.

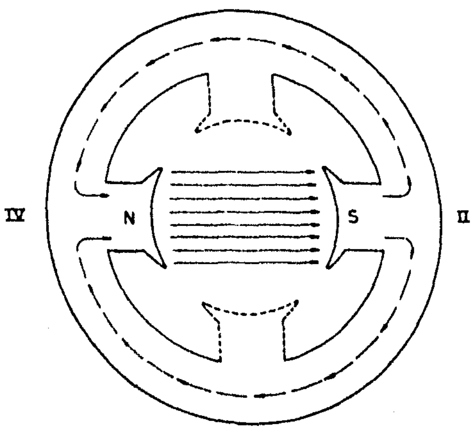


FIG. 2.3

También en este caso el flujo producido se ajusta a - B_d^s de nuestra máquina primitiva.

2.3 BREVES CONSIDERACIONES SOBRE DISEÑO EN C.D.

En el capítulo anterior se indicó en forma más o menos detallada la configuración que los campos magnéticos B_d^r y B_q^r de rotor debían de tener en el espacio. A fin de lograr que dichos campos tengan las direcciones deseadas y sean perpendiculares entre sí será necesario rediseñar el embobinado de armadura del motor que nos sirve de base.

Para lograrlo es condición indispensable conocer las - ecuaciones que rigen los principios de funcionamiento de las máquinas de corriente continua, mismos que se analizarán en forma general en esta sección.

Supongamos una armadura bipolar, en la cual el paso polar es de π radianes y conectamos las escobillas en las zonas neutras que también deberán guardar un paso polar entre ellos - igual a π radianes, entonces al introducir corrientes en el devanado a través de dichas escobillas deberá ser posible generar uno de los campos magnéticos B_d^r ó B_q^r dependiendo de la posición de las escobillas, ahora bien, si conectamos de manera análoga otra pareja de escobillas pero giradas $\pi/2$ radianes respecto a las anteriores y además aplicamos el principio de super posición, el otro campo magnético será producido de la misma manera al anterior. Mas adelante será detallado este punto, lo que ahora nos interesa es como diseñar un devanado bipolar a fin de colocarlo en el paquete de rotor de nuestra máquina tetrapolar original. Insistiendo en que para lograrlo será necesario apoyarse en los principios básicos de las máquinas rotatorias de corriente continua expondremos a continuación un breve análisis de las ecuaciones que utilizaremos.

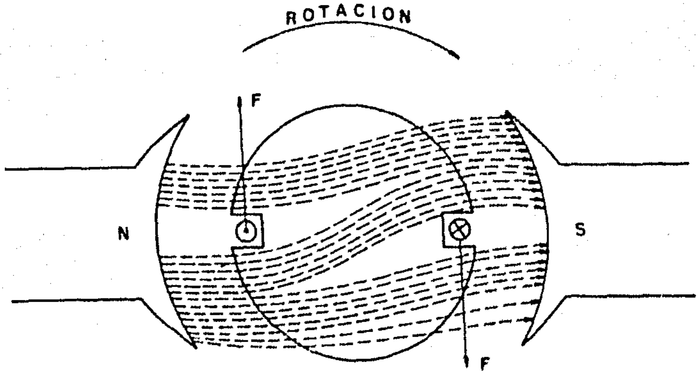
2,3,1 Principio de acción-motor

Para que un motor pueda desarrollar una potencia mecánica es necesario que previamente exista un PAR MOTOR el cual, a su vez, es producido por una fuerza. En el caso particular de un motor de C.D. ésta fuerza ó fuerzas son desarrolladas en los conductores de armadura y dependerán, en términos generales, de:

a).- La intensidad de campo magnético (producido por los polos) en dónde, se encuentren los conductores de armadura.

b).- La corriente que por dichos conductores circule.

Puesto que dicha corriente también produce un flujo magnético y éste altera al producido por los polos, los conduc tores se encontrarán en un campo magnético resultante no unifor me. Estos conductores, por tanto, experimentarán fuerzas en dirección "de mayor a menor" densidad de flujo.



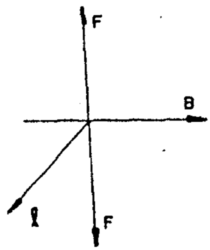


FIG. 2.4

En la figura anterior puede apreciarse que la fuerza generada es perpendicular al campo magnético y a la longitud del conductor, además es función directa de la densidad de flujo magnético, de la longitud del conductor y de la intensidad de corriente ..

$$F = B \times 1 \times Ia$$

Una expresión más adecuada y experimentalmente demostrada sería:

$$F = \frac{B \times 1 \times Ia}{10} \quad \text{(dinas)} \qquad (2.1)$$

donde:

B = Densidad de flujo magnético en líneas/cm^2

Ia = Corriente de armadura en amps.

1 = Longitud del conductor en cm.

Debe notarse aquí que la conmutación juega un papel importante puesto que permite mantener la corriente en aquellos conductores bajo un polo norte en una dirección, mientras que la corriente en los conductores situados bajo un polo sur tendrán la dirección opuesta, sin importar la posición o velocidad de la armadura.

2,3,2 Fuerza contra-electromotriz (Ec)

Se ha analizado como al introducir los conductores de armadura, transportando una corriente, en un campo magnético, opera el principio de "acción motor" como resultado de la interacción de los campos magnéticos producidos, uno por el -

devanado de rotor (armadura) y cuyo campo magnético resultante se puede observar en la Fig. 2.4, sin embargo, analicemos un fenómeno adicional que se presenta en éstas circunstancias.

Cuando la armadura empieza a girar, como resultado del "par-motor", los conductores de armadura cortan continuamente el campo magnético estacionario producido por los polos principales y por tanto, por Ley de Faraday, un voltaje es inducido en los mismos conductores que experimentan las fuerzas antes mencionadas, éste voltaje generado se denomina "FUERZA CONTRA-ELECTROMOTRIZ y debe observarse que sólo aparece cuando la armadura está girando.

Es importante señalar que, de acuerdo a lo anterior, cuando el motor está en operación se presentan simultáneamente una acción generadora y una acción motora, obviamente la acción del motor es mayor que la del generador puesto que la dirección de la corriente en los conductores de armadura está determinada por la polaridad de la fuente de alimentación y siempre es menor que el voltaje generado, (aproximadamente un 80-95% del voltaje de armadura Va.)

Ahora bien, puesto que la fuerza contra-electromotriz, es un voltaje generado, de acuerdo con la Ley de Faraday será proporcional a la variación de flujo respecto al tiempo y al número de conductores:

$$e = N \frac{d\phi}{dt}$$

La variación de flujo respecto al tiempo, en nuestro caso en que el flujo es constante puesto que es el producido por los polos principales, se producirá al girar la armadura y por tanto los conductores, de tal manera, que el efecto final resultante es como si el flujo efectivamente estuviera sujeto a una variación en el tiempo. De acuerdo con ésto (Ec) es proporcional a dos factores:

1) El flujo por polo (Ø)
2) La velocidad de rotación de armadura en R.P.M.

Por tanto:

$$Ec = K1 \times \emptyset \times R.P.M. \quad \text{(volts.)} \qquad (2.2)$$

Donde K1 es una constante de proporcionalidad que depende del número de conductores de armadura, el tipo de armadura y el número de polos.

Analicemos con mayor profundidad la Ec. (2.2)

Si llamamos N al número de conductores de armadura efectivamente utilizados, cada uno de ellos cortará (Ø x P) líneas de fuerza por revolución donde Ø es el flujo suministrado por cada uno de los polos y por lo tanto (Ø xP) representa el flujo total estacionario producido por el estator. La velocidad de armadura en revoluciones por segundo será igual a R.P.M./60. Asumiendo (a) trayectorias paralelas en el embobinado de armadura, el número de conductores en serie por trayectoria será N/a. Por tanto, si multiplicamos ($\emptyset$ x P) por $\frac{R.P.M.}{60}$ el producto representa el flujo cortado por cada conductor por segundo $\frac{d\emptyset}{dt}$, ahora bien, puesto que experimentalmente se ha demostrado que cada 10^8 líneas de fuerza cortadas por un donductor generan 1 volt., entonces:

$$\frac{\emptyset \times P \times R.P.M.}{10^8} = 1 \text{ volt.}$$

multiplicando esta última expresión por N/a obtendremos el voltaje total generado en armadura (Ec)

$$Ec = \frac{\emptyset \times P \times R.P.M. \times N \times 10^{-8}}{a \times 60} \quad \text{(volts)} \qquad (2,3)$$

Comparando (2,2) y (2,3) observamos que:

$$K1 = \frac{N \times P \times 10^{-8}}{a \times 60}$$

La dirección de la fuerza contra-electromotriz estará determinada por la rotación de la armadura y ésta, a su -- vez, por la corriente de armadura misma que depende del voltaje de alimentación, siendo este último siempre de sentido con trarlo y mayor que la fuerza contra-electromotriz.

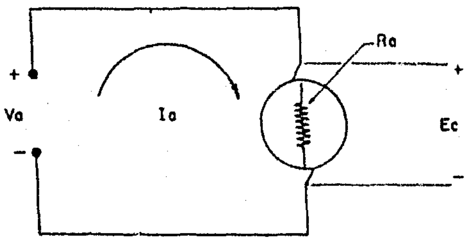


FIG. 2.5

Relacionando las variables de armadura por medio de la Ley de Ohm tendremos, de la Fig. 2.5.

$$Va - Ec - RaIa = 0$$

$$RaIa = Va - Ec$$

$$\therefore \quad Ia = \frac{Va - Ec}{Ra} \quad \text{(amps.)} \qquad (2,4)$$

2,3,3 Potencia

De la Ec. (2,4)

$$Va - Ec = RaIa$$

multiplicando ambos miembros por Ia

$$VaIa - EcIa = RaIa^2$$

de donde:

$$EcIa = VaIa - RaIa^2 \qquad (2,5)$$

Si VaIa es la potencia suministrada a la armadura y RaIa representan las pérdidas por efecto Joule en el devanado de armadura, entonces el término EcIa equivale a la potencia desarrollada, en watts, por el motor.

De las ecs. anteriores se deduce también que cuanto mayor sea (Ec) con respecto al voltaje de alimentación Va, el motor trabajará con una mayor eficiencia.

2,3,4 Par-motor

El par en un motor de C.D, i, e, la tendencia del motor a producir una rotación, depende, como se vió inicialmente, de la interacción de dos flujos, el producido por el devanado inductor, esto es, por los polos principales y el producido -- por la corriente de armadura al circular por el embobinado de la misma. Estos flujos se relacionan por la siguiente expresión:

$$T = K2 \times \emptyset \times Ia \quad \text{(lbs - ft)} \qquad (2,6)$$

Donde:

- T = Par motor en lbs-ft
- $\emptyset$ = Flujo por polo en Maxwells
- Ia = Corriente de armadura en amps.
- $K2$ = Ctte. de proporcionalidad que depende del número de polos, el número de conductores y el tipo de embobinado de armadura.

Trataremos ahora de deducir el valor de K2. De la ecuación (2,5) sabemos que la potencia desarrollada por la máquina es:

$$Pd = EcIa \quad \text{(watts)}$$

sustituyendo la ecuación (2,3) en la expresión anterior:

$$Pd = \frac{\emptyset \times P \times R.P.M. \times N \times Ia}{a \times 60 \times 10^{8}} \quad \text{(watts)} \qquad (2,7)$$

sabemos además que:

$$T = \frac{5250 \times H.P.}{R.P.M.} \quad (lbs - ft)$$

de donde:

$$H.P. = \frac{T \times R.P.M.}{5250}$$

$$\therefore \qquad Pd = \frac{T \times R.P.M.}{5250} \times 746 \quad (watts) \qquad (2,8)$$

igualando (2,7) y (2,8)

$$\frac{\emptyset \times P \times R.P.M. \times N \times Ia}{a \times 60 \times 10^{8}} = \frac{T \times R.P.M. \times 746}{5250}$$

de donde:

$$T = \frac{5250 \times 10^{-8}}{60 \times 746} \times \frac{N \times P}{a} \times \emptyset \times Ia$$

$$\therefore \qquad T = 1.173 \times 10^{-9} \times \frac{N \times P}{a} \times \emptyset \times Ia \quad (lbs - ft) \ (2,9)$$

Comparando las Ecs. (2,9) y (2,6) y puesto que para un diseño determinado el número de polos, conductores y trayectorias paralelas del embobinado son constantes:

$$K2 = 1.173 \times 10^{-9} \times \frac{N \times P}{a}$$

Nótese que el par-motor es independiente de la velocidad, Ec. (2,9).

2,3,5 Velocidad

La velocidad de armadura es fácilmente deducida de la siguiente manera; de (2,2)

$$R.P.M. = \frac{Ec}{K1 \times \emptyset}$$

De (2,3):

$$K1 = \frac{P \times 10 \times 10^{-8}}{a \times 60}$$

y puesto que:

$$Ec = Va - RaIa$$

por tanto, finalmente:

$$R.P.M. = \frac{(Va - RaIa) \times a \times 60}{P \times N \times 10^{-8} \times \emptyset} \qquad (2,10)$$

2.4 DETERMINACION DE LAS CARACTERISTICAS DEL MOTOR

En la sección 2.3 se mencionó la posibilidad de generar, bajo ciertas condiciones, los flujos de armadura B_d^r y B_q^r, siempre y cuando el devanado de la misma fuera bipolar, -- ahora bien, puesto que partimos de un motor de cuatro polos -- las modificaciones que se habrán de realizar en el devanado de armadura estarán determinadas por las siguientes consideraciones:

Armadura Original:

No. Ranuras	29
No. Delgas	115
No. de Bobinas	29
Bobinas Muertas	1
Tipo de Embobinado	Ondulado
Conexión	Serie
Paso de Bobina	1 - 8
Paso de Conexión	1 - 2
No. Conductores Totales	696
No. Conductores Activos	690
Paso de Conmutador	1 - 58

Determinaremos primero el flujo por polo (Ø) de la máquina original, que en nuestro caso permanecerá constante dado que los polos no sufrieron modificación alguna.

Sabemos que:

$$T = \frac{5250 \times 5}{1750} = 15 \quad (\text{lbs - ft})$$

De (2,9)

$$T = 1.173 \times 10^{-9} \times \frac{N \times P}{a} \times Ø \times la$$

$$15 = 1.173 \times 10^{-9} \times \frac{690 \times 4}{2} \times Ø \times 20$$

$$15 = 1.6187 \times 10^{-6} \times \phi \times 20$$

$$\phi = \frac{15}{1.6187 \times 10^{-6} \times 20} = \frac{15}{3.2375} \times 10^{5}$$

$$\therefore \quad \phi = 4.633 \times 10^{5} \quad \text{Maxwells}$$

Ahora bien, supongamos que seleccionamos un embobinado de armadura (1) tal que tenga 920 conductores activos y supongamos también que deseamos que la velocidad de la máquina permanezca aproximadamente constante, entonces por (2,3) y recordando que ahora el número de polos será igual a dos, tendremos:

$$Ec = \frac{4.633 \times 10^{5} \times 2 \times 1750 \times 920 \times 10^{-8}}{2 \times 60} = 124.32 \text{ volts.}$$

Obsérvese que en la ecuación anterior se tomó el número de trayectorias paralelas (a) igual a dos.

Para determinar la corriente de armadura se requiere conocer la resistencia de armadura la cual involucra la longitud media de la bobina, la resistividad del material, el área del conductor y el número de trayectorias paralelas determinado por el tipo de embobinado. Si convenimos en que $R = \frac{\rho l}{A}$ y puesto que tenemos dos circuitos en paralelo:

(1) Esta selección no es aleatoria, viene determinada por los nuevos parámetros de la máquina y por limitaciones físicas (número de ranuras y área de las mismas, número de segmentos de conmutador, etc.) en la siguiente sección se justificarán estos valores.

$$R = \frac{M1 \times (N/2) \times 1.724 \times 10^{-8}}{A}$$

Donde:

M1 = Long. media de la bobina (m)

N/2 = Número de conductores activos por trayectoria.

A = Area del conductor utilizado

1.724×10^{-8} = Resistividad del cobre en mt.

Utilizando un conductor redondo, calibre No. 15 doble esmalte, aislamiento clase F (155°C) cuya sección es de 1.65 mm^2 y una longitud media de bobina de 45 cm. tendremos:

$$R = \frac{(45 \times 10^{-2}) \times (460) \times (1.724 \times 10^{-8})}{1.65 \times 10^{-6}}$$

$$= 2.163\ \Omega \text{ a } 25°C$$

Puesto que el valor resistivo del conductor se ve afectado por la temperatura calcularemos dicha resistencia a 75°C, temperatura estimada a la cual supuestamente trabajará el motor, por tanto:

$$R\ (75°C) = 2.163\ \frac{234.5 + 75}{234.5 + 25} = 2.58\ \Omega$$

R = 2.58 Ω por trayectoria y puesto que los circuitos en paralelo son dos, tendremos que la resistencia total de armadura es:

$$Ra = 1.290\ \Omega$$

Para el cálculo de la corriente de armadura utilizaremos la Ec. (2,4) para lo cual supondremos un voltaje de alimentación de 150 volts. por tanto:

$$Ia = \frac{(150 - 2) - 124.32}{1.29} = 18.36 \text{ amps.}$$

Los dos volts. disminuídos al voltaje de alimentación corresponden a las pérdidas por contacto en las escobillas.

De acuerdo con lo anterior la corriente por trayectoria será:

$$I = \frac{18.36}{2} = 9.18 \quad \text{Amps./Trayectoria}$$

La densidad de corriente en el devanado será:

$$J = \frac{9.18}{1.65} = 5.56\ \frac{\text{Amps.}}{\text{mm}^2}$$

aceptable, de acuerdo a stds. ingleses, o bién, si nos referimos a la norma americana, los circulars mills por ampere serán:

$$J = \frac{3260}{9.18} = 355.12 \text{ CM/Amp} \quad \text{(aceptable)}$$

Veamos ahora si éstos cálculos son congruentes con el diseño, analizando el par-motor, la velocidad y la potencia de la máquina.

De acuerdo con (2,9):

$$T = 1.173 \times 10^{-9} \times \frac{920 \times 2}{2} \times 4.633 \times 10^{5} \times 18.36$$

$$T = 9.18 \text{ lbs - ft}$$

La velocidad de armadura en R.P.M. de acuerdo con (2,10) será:

$$R.P.M. = \frac{147 - 1.29\ (18.36) \times 2 \times 60}{2 \times 920 \times 10^{-8} \times 4.633 \times 10^{5}} = 1736$$

por tanto podemos considerar aproximadamente:

$$R.P.M. = 1750$$

La potencia de la máquina es:

$$\text{Potencia} = Ec \times Ia$$

$$= 124.32 \times 18.36 = 2282.52 \text{ watts.}$$

$$= 2.28252 \text{ Kw.}$$

$$\therefore \quad \text{Potencia} = \frac{2.28252}{.746} = 3.06 \text{ H.P.}$$

o bien:

$$H.P. = \frac{R.P.M. \times T}{5250}$$

$$= \frac{1750 \times 9.18}{5250} = 3.06 \text{ H.P.}$$

Por tanto podemos considerar:

$$H.P. = 3$$

Resumiendo los resultados obtenidos de los cálculos - anteriores nos encontramos con un motor bipolar con las siguientes características:

- Motor C.D.
- 2 Polos
- 3 H.P.
- V = 150 Volts.
- Ia = 18 Amps.
- 1750 R.P.M.
- Trise = (2) °C

2.5 EMBOBINADO DE ARMADURA

Cuando tratamos en las secciones precedentes, las - ecuaciones que habrían de determinar los parámetros eléctricos (voltaje, fuerza contra-electromotriz, corriente de armadura, etc.) y mecánicos (par-motor, velocidad) se incluyeron en dichas ecuaciones algunos valores tales como, el número de conductores activos de armadura (N) el número de trayectorias paralelas (a), la longitud media de la bobina (M1) y algunos ---

(2) La elevación de temperatura del motor será determinada posteriormente mediante una "corrida de temperatura".

otros cuyo origen no se mencionó. La finalidad de ésta sección es fundamentar la procedencia que tuvieron dichos valores, para lo cual, será necesario apoyarnos en los principios de construcción en que se basan los devanados de armadura para máquinas de corriente continua.

En primer lugar consideraremos el hecho de que partimos de una máquina tetrapolar previamente construída y que, por tanto, no tendremos posibilidad de modificar diámetro de rotor, longitud de paquete número y área de ranura, diámetro de conmutador, número de segmentos, distancias para alojar los cabezales del embobinado y para efectuar conexiones dado lo cual será necesario adaptar el nuevo embobinado a estas limitaciones.

La siguiente figura especifica las dimensiones originales de rotor y de ranura a partir de las cuales tendremos que sujetar nuestros cálculos de bobinas.

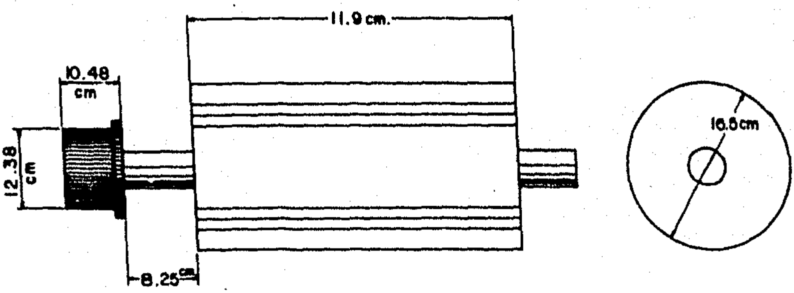


FIG. 2.6

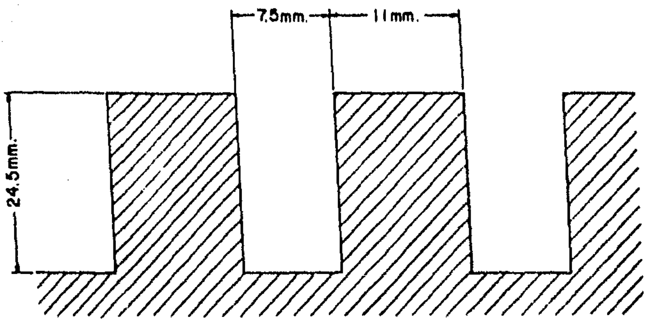


FIG. 2.7

En términos generales, existen dos tipos de embobinados: imbricado y ondulado. Para determinar cual de ellos es el más apropiado en nuestro caso, deberemos analizar las ventajas que ofrece cada uno y sus posibilidades de construcción.

Recordemos primeramente, que un devanado está formado por bobinas y éstas a su vez están constituídas por elementos cada uno de los cuales puede tener una o varias vueltas de conductor (espiras), el número de elementos es igual al número de delgas del conmutador. Por su parte una bobina consta de dos lados de bobina mismos que se introducen en las ranuras, el lado que se coloca inicialmente ocupa la parte inferior de la ranura por lo que se denomina "lado inferior de la bobina" mientras que el otro lado de la misma bobina deberá ocupar la parte superior de otra ranura (lado superior de la bobina).

Una ranura se llena con dos lados de bobina pertenecientes a diferentes bobinas y el devanado así formado se denomina de "doble capa".

Anteriormente hemos utilizado el término "conductor activo" mismo que debe entenderse como el lado de un elemento y no el lado de una bobina compuesta de varios elementos.

Sabemos por otro lado, que para que una máquina de corriente continua, trabajando como motor, pueda desarrollar un par es necesario que la fuerza desarrollada por un lado de la bobina tenga el mismo sentido que la fuerza desarrollada en el otro lado de la misma bobina. Puesto que en dichos lados circulan corrientes en sentido opuesto, será necesario colocarlos bajo polos contiguos (de polaridad distinta, esto es, 180°eléctricos).(3)

Si llamamos S al número de ranuras del rotor, entonces los lados de bobina deberán ser colocados con una separación, contado en ranuras, tal que:

$$Ys = \frac{S}{P} - K \qquad (2,11)$$

Donde:

Ys = Paso de bobina, en ranuras

S = Número de ranuras

P = Número de polos

K = Ctte.

La constante K proviene del hecho de que Ys siempre deberá ser un número entero y además, experimentalmente se ha encontrado que haciendo el paso de bobina un poco menor a 180° eléctricos se mejora un poco la conmutación.

Partiendo de lo anterior se deduce que los lados de bobina deberán ir colocados en determinadas ranuras, acordes -

(3) Nótese que para una máquina bipolar 180°eléctricos corresponden a 180°mecánicos.

con la Ec. (2,11), sin importar del tipo de embobinado de que se trate.

En párrafos anteriores se mencionaron corrientes circulantes por los lados de bobina, dichas corrientes son producidas por voltajes inducidos (Ec.) en conductores situados frente a los polos, pues bien, los conductores del devanado deben conectarse unos a otros de tal forma que estos voltajes inducidos se sumen. La manera en como se lleva a cabo ésta conexión es precisamente lo que determina si el devanado es imbricado ú ondulado.

2,5,1 Embobinado imbricado

En la siguiente figura se aprecia un devanado imbricado típico con elementos de bobina formados por una sola vuelta.

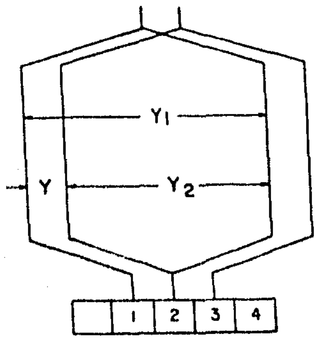


FIG. 2.8

Designaremos por (Y1) al primer paso parcial ó ancho de bobina a la distancia, medido en delgas del conmutador, entre los lados del mismo elemento. La distancia entre los lados conectados entre sí de dos elementos distintos se denomina paso de conexión o segundo paso parcial (Y2) y finalmente la distancia entre los lados de bobina homólogos correspondientes a dos elementos conectados entre sí se denomina paso resultante o paso de colector (Y).

En la Fig. 2.8 se puede observar que en el devanado imbricado, todo conductor está unido en la parte frontal posterior del inducido con otro conductor situado frente al polo contiguo, este conductor, a su vez, está unido en la parte frontal anterior con un tercero situado frente al mismo polo que el primero y así sucesivamente.

El embobinado imbricado es cerrado sobre sí mismo y queda dividido, por las escobillas, en tantas ramas en paralelo como escobillas haya. Como el número de escobillas es igual al número de polos (2p) el número de ramas en paralelo es (2p) de ahí que a este devanado se le conozca también como embobinado en paralelo. De la Fig. 2.8 se sigue que para un embobinado imbricado:

$$Ys = \frac{S}{P} - K$$

$$Y = Y_{col} = Y1 - Y2 \qquad (2,12)$$

2,5,2 Embobinado ondulado

En este tipo de embobinado, elementos de análoga situación frente a polos distintos (que en el devanado imbricado corresponden a diferentes ramas en paralelo) están conectados en serie por lo cual también se denomina DEVANADO SERIE.

Partimos de una delga cualquiera y siguiendo tantas - bobinas elementales como pares de polos tenga la máquina, se - llega a otra delga contigua a la de partida, después de una serie de vueltas se vuelve a la primer bobina por lo que el devanado se cierra sobre sí mismo.

Por otra parte en los embobinados ondulados cada conductor se une en la parte frontal posterior con otro situado - bajo el polo contiguo, pero este conductor en lugar de regresar continua hacia el polo siguiente, uniéndose en la parte -- frontal anterior a otro conductor situado bajo este último polo, en otras palabras, el conductor que sirve de retorno se -- une a un tercero situado frente al polo siguiente y así sucesivamente. La Fig. (2,9) nos aclara este proceso.

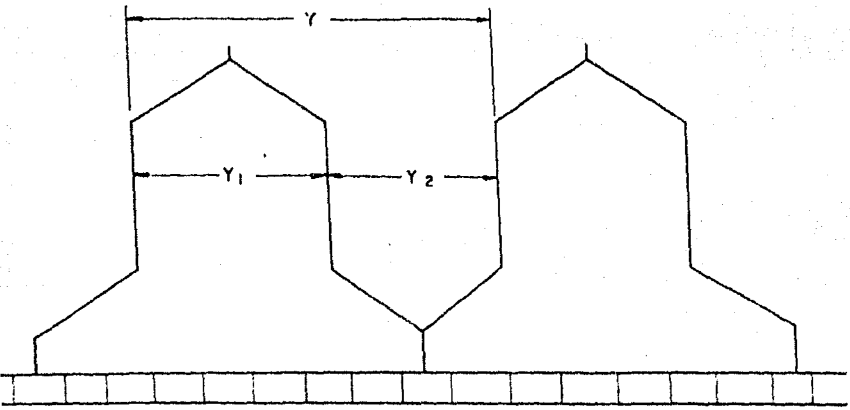


FIG. 2.9

Nuevamente y de acuerdo a la Fig. 2.9

$$Ys = \frac{s}{p} - K$$

$$Y = Y\ col = Y1 + Y2 \qquad (2,13)$$

Aquí los "pasos del devanado" tienen el mismo significado mencionado con anterioridad.

2,5,3 Características de operación

Otro aspecto importante, desde el punto de vista --- eléctrico, que debe considerarse es el número de trayectorias paralelas entre escobillas en cada tipo de embobinado. Este - número deberá ser siempre par.

Para un devanado imbricado la corriente se divide en (p) trayectorias paralelas, o mejor, en (m x p) trayectorias - paralelas, donde m es un parámetro determinado por la "multiplicidad del devanado". (4)

m = 2 para un devanado imbricado doble o duplex

m = 3 para un devanado imbricado triple o triplex

(4) Recordando que solo nos interesa fundamentar teóricamente la construcción de la máquina primitiva y no desarrollar un análisis completo de embobinados no profundizaremos en estos conceptos limitándonos solo a mencionar los aspectos útiles a nuestro propósito, además, se supone al lector familiarizado con el tema. Para mayor información refiérase a la Bibliografía.

El devanado ondulado, en cambio presenta siempre solo dos trayectorías paralelas independientemente del número de polos.

De lo anterior expuesto se desprenden dos hechos importantes a considerar:

I) El devanado imbricado requiere tantas escobillas como polos tenga la máquina mientras que el ondulado solo requiere un par de ellas sin importar el número de polos, ésto puede resultar muy útil, particularmente -- cuando el mantenimiento de las mismas presenta dificultades.

II) Los conductores del embobinado ondulado se encuentran distribuídos uniformemente a través de toda la armadura, esto le da gran ventaja sobre el imbricado, sobre todo cuando por diferencias en materiales o dimensiones fuera de tolerancia, en entrehierro por ejemplo, los flujos producidos por los polos difieren entre sí. Si el devanado es imbricado, los conductores de cada trayectoria están distribuídos bajo un par de polos - (un norte y un sur) por lo que si los flujos son distintos, las fems. ó voltajes generados en las trayectorias difieren y por tanto se presentan corrientes - que tratan de circular de una trayectoria a otra, a - través de las escobillas presentándose chisporroteos que afectan notablemente la conmutación del motor. En los devanados ondulados este problema es eliminado casi por completo ya que al distribuirse, de manera uniforme sobre toda la circunferencia del inducido y por tener la gran mayoría de sus conductores en serie (puesto que solo tiene dos trayectorias paralelas) las diferencias de flujo afectan de igual manera a cada trayectoria.

2,5,4 Bobinas muertas

Usualmente el número de segmentos de conmutador es mayor que el número de ranuras de armadura esto se traduce en ciertas ventajas, a saber:

a).- El voltaje entre segmentos disminuye puesto que éstos están conectados en serie por los conductores, al disminuir este voltaje es menos factible que se presenten arcos eléctricos y por lo tanto, chisporroteo.

b).- Al disminuir el número de ranuras el diente, (ver Fig. 2.7), es relativamente mayor comparado con la ranura, ésto le dá mas consistencia mecánica, lo que le permite soportar mejor los esfuerzos derivados de la producción del par.

Sin embargo, el número de segmentos no siempre es un múltiplo del número de ranuras y puesto que la armadura deberá quedar perfectamente equilibrada a fin de evitar desbalanceo, todas las ranuras tendrán necesariamente que ser ocupadas por un mismo número de conductores, para que esto sea posible las bobinas deberán ser iguales entre sí, i, e, el número de elementos ó espiras permanecerá constante en todas las bobinas. Si esto es posible y dado que, generalmente, el número de segmentos del conmutador es fijo, no todos los conductores podrán ser conectados a los segmentos y por tanto no -- tendrán circulación de corriente. Estos elementos ó bobinas - sin corriente sirven exclusivamente para dar simetría mecánica al conjunto y evitar que se desbalancee la armadura por lo que se denominan "bobinas muertas". (5)

2,5,5 Base de selección

De acuerdo a lo anteriormente expuesto podría considerarse que el devanado ondulado ofrece mas ventajas que el - imbricado, sin embargo, en éste punto nos encontramos con una

(5) El término "bobinas muertas" está dado en forma general - pudiendo, entonces, en algunos casos aplicarse sólo a elementos individuales de una bobina.

situación peculiar que se presenta sólo en las máquinas bipolares, y es que ambos devanados después de conectados son ENTERAMENTE IGUALES, aclaremos esto.

Supongamos que tenemos un embobinado imbricado y concedamos que un lado de cualquier bobina se encuentra situado frente a un polo norte el otro lado, por tanto, deberá avanzar 180°eléctricos hasta situarse bajo el polo sur, cualquier elemento situado bajo este último deberá conectarse con otro elemento que regrese al polo norte y continuar así sucesivamente avanzando hasta recorrer la armadura, este proceso puede aclararse observando la Fig. 2.10 donde los lados de elemento que sirven de retorno están dibujados con línea discontinua y las flechas indican el sentido que sigue la corriente que circula por dichas bobinas.

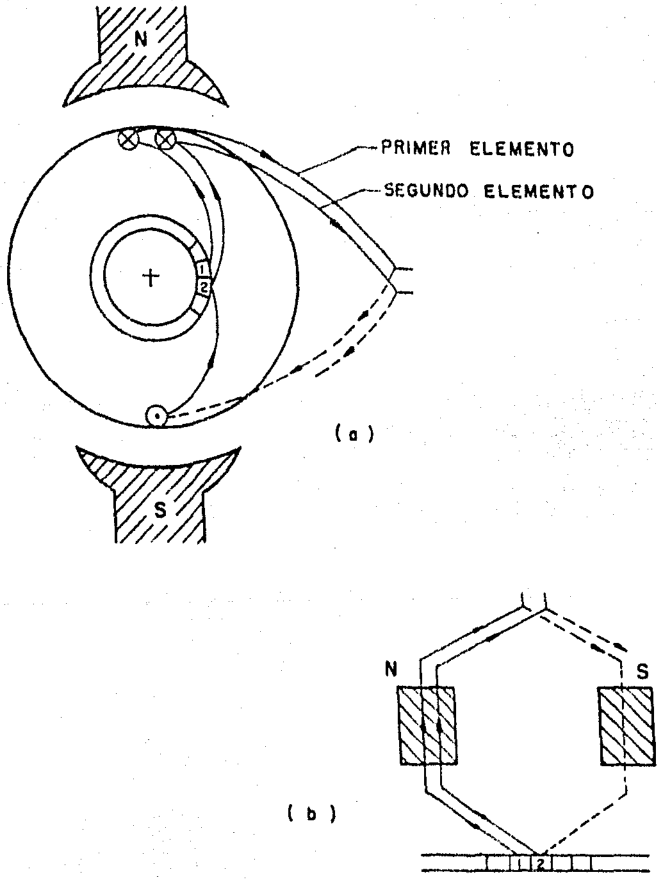


FIG. 2.10

En el embobinado ondulado habíamos concedido que los lados de bobina estarían colocados en las mismas ranuras que el devanado imbricado puesto que el paso de bobina Y3 era el mismo, sin embargo aquí el paso de conexión sería:

$$Yc = \frac{C \pm 1}{P/2} \qquad (2,14)$$

Donde:

C = Número de segmentos del colector

Yc = Paso de conexión medido en segmentos del colector.

P = Número de polos

Esto implica que el lado de elemento que sirve de retorno deberá estar conectado mediante el colector a un primer lado de otro elemento, el cual en lugar de regresar deberá continuar hacia el polo siguiente, por tanto de acuerdo con la Ec. 2.14

$$Yc = \frac{115 + 1}{1} = 116$$

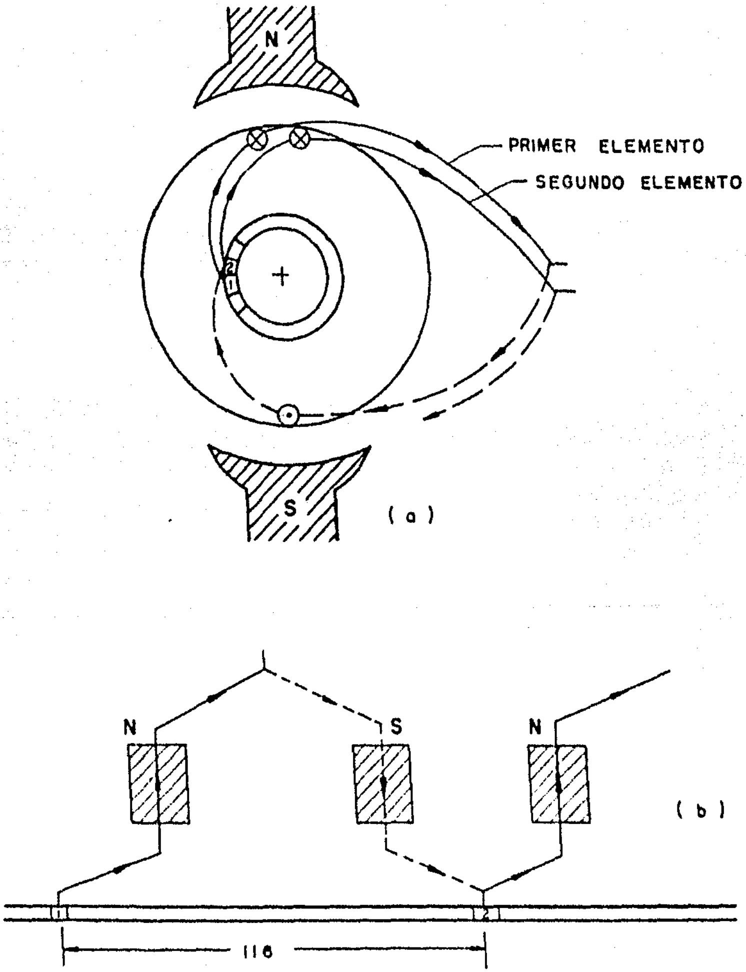


FIG. 2.11

En la Fig. 2.11 se han dibujado, de manera análoga a la Fig. 2.10, con línea discontinua los conductores que sirven de retorno y las flechas para la dirección de la corriente. En esta figura puede observarse como el segundo elemento, en efecto, continua hacia el polo norte siguiente, pero por efecto de ser una máquina bipolar resulta ser el mismo polo del cual partió el primer elemento, asimismo observamos que los elementos están conectados a segmentos del conmutador contiguos (al igual que en emb. imbricado) solo que en este caso las partes frontales recorren la trayectoria exterior.

Nótese que si en lugar del paso de conexión Yc = 116 hubiésemos tomado Yc = 114, esto es:

$$Yc = \frac{115 - 1}{1} = 114$$

el embobinado hubiese correspondido de cualquier forma a un devanado imbricado, solo que en este caso sería retrogresivo, esto implica que en lugar de avanzar en sentido horario lo haría en el sentido contrario manecillas, lo cual no tiene consecuencias eléctricas de ninguna especie.

2,5,6 Construcción de las bobinas

Hemos considerado en las secciones precedentes que, tratándose de máquinas bipolares, no existen diferencias significativas entre el devanado ondulado y el devanado imbricado, pasaremos ahora a analizar el diseño de las bobinas y la construcción de las mismas.

Pensemos en un devanado "doble capa" con 29 bobinas, cada una de las cuales tiene dos lados o costados y por tanto serán 58 lados de bobina, puesto que tenemos 29 ranuras cada una de ellas será ocupada por dos lados, uno superior y otro inferior, de ahí que se identifique como devanado de "doble - capa".

El número de delgas del conmutador determina el número de elementos y como cada elemento tiene dos lados, el número de lados totales suponiendo una sola vuelta por elemento - sería igual a 115 x 2 = 230, por lo cual a fin de lograr el - número de conductores activos requeridos será necesario que - cada elemento tenga mas de una vuelta. Supongamos cuatro --- vueltas por elemento, entonces el número total de lados de -- elemento, o mejor, el número total de "conductores activos" será:

$$\text{Número de delgas} \times \text{Número de lados de cada elemento} \times \text{Número de vueltas}$$

$$\therefore \quad N = 115 \times 2 \times 4 = \underline{\underline{920}}$$

La configuración de cada elemento se muestra en la figura siguiente:

LEMENTO DE
BOBINA

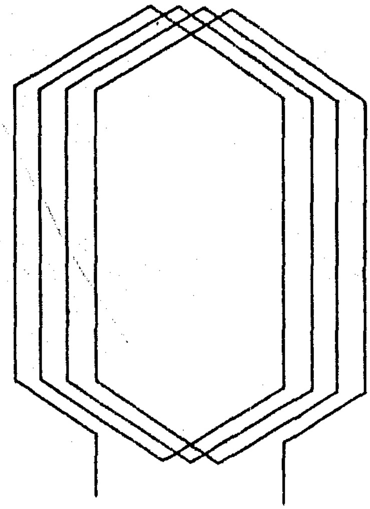


FIG. 2.12

Ahora bien los 920 conductores han de colocarse en las 29 ranuras de donde resulta que el número de conductores por ranura sería:

$$\text{Conductores por ranura} = \frac{\text{Total de conductores}}{\text{Número de ranuras}}$$

$$\text{Conductores/Ranura} = \frac{920}{29} = 31.724$$

lo cual resulta incongruente puesto que no es posible colocar fracciones de bobina en las ranuras, supongamos entonces que elegimos el número de conductores "entero" inmediato superior, es decir, 32 conductores por ranura, con lo cual, además la armadura tendrá menos desequilibrio mecánico. Si esto es posible, entonces el número de conductores totales será:

$$32 \times 29 = 928$$

de donde se sigue para lograr los 920 conductores activos un elemento compuesto por ocho conductores no deberá conectarse al conmutador, este elemento constituye una "bobina muerta" o mas propiamente un "elemento muerto".

Ahora bien esos 928 conductores han de conformar las bobinas, por tanto, considerando que el número de éstas es igual al número de ranuras y que cada ranura será ocupada por dos costados de distinta bobina el número de conductores por bobina deberá ser:

$$\text{Conductores por bobina} = \frac{\text{Número de conductores totales}}{\text{Número de ranuras} \times \text{Número de capas}}$$

por tanto:

$$\text{Conducts./Bobina} = \frac{928}{29 \times 2} = 16$$

y como cada elemento posee cuatro vueltas entonces el número de elementos por bobina será:

$$\text{Elementos/Bobina} = \frac{\text{Conds./Bobina}}{\text{Vueltas/Elemento}}$$

por tanto:

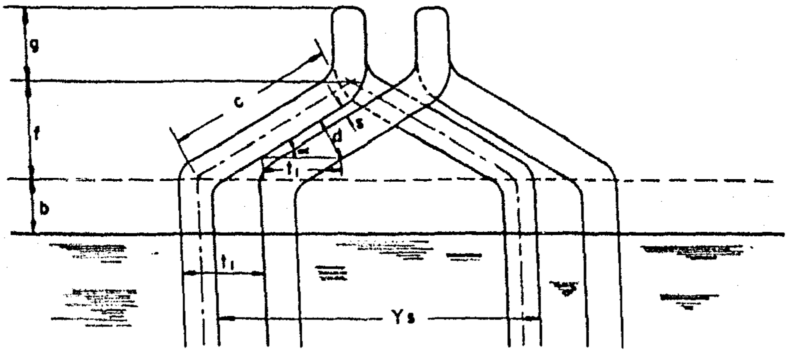
$$\text{Elems./Bobina} = \frac{16}{4} = 4$$

Resumiendo los resultados anteriores tendremos:

Bobinas	29
Elementos por bobina	4
Vueltas de cada elemento	4
Elementos sin conexión ("muertos")	1
Conductores activos	920
Conductores totales	928
Conductores "muertos"	8

Consideremos ahora el cálculo de las dimensiones de la bobina, la forma del cabezal, los ángulos que debe de tener, dichos ángulos son un factor de suma importancia para evitar apilamientos en las partes frontales de la armadura.

Para fines de análisis la longitud media de la espira (Ml) puede dividirse en dos partes: la parte recta colocada en las ranuras y el cabezal o conexión externa colocada en las partes frontales tanto anterior como posterior. La forma típica del cabezal se muestra en la siguiente figura.



CABEZALES DE BOBINA

FIG. 2.13

De la Fig. 2.13

d = Grueso del cabezal mas los claros

t1 = Paso del diente en la superficie de la armadura.

α = Angulo entre la parte recta del cabezal con el eje de la bobina de la armadura.

s = Claro entre bobinas en cabezal

b = Parte recta de la bobina que se extiende mas allá de la armadura

g = Doblez o "nariz" de la bobina (generalmente igual a la profundidad de la ranura)

ds = Profundidad de la ranura

D = Diámetro exterior de la armadura

p = Número de polos

Antes de efectuar ningún cálculo recordemos que algunos de los parámetros señalados están previamente determinados y no tienen posibilidad de modificarse, otros están sujetos a valores típicos obtenidos de tablas, por tanto trataremos de obtener dimensiones aproximadas que sean adecuadas a nuestra armadura y que servirán para la construcción de bobinas prototipo, las dimensiones finales estarán sujetas a ajustes que se efectuarán paulatinamente conforme se vayan introduciendo bobinas en las ranuras.

El grueso del cabezal mas los claros se midió una vez conformada la primer bobina (sin dimensiones de cálculo) con 16 conductores del calibre mencionado en secciones precedentes.

d = 8.5 mm.

t1 = 18.5 mm. (de la Fig. 2.7)

$$\therefore \quad \text{Sen}\,\alpha = \frac{8.5}{18.5} = 0.459$$

$$\alpha = \text{sen}^{-1}\ (0.459) = 27.35°$$

Dejaremos: $\alpha = 26°$

El paso de bobina Ys en cm. es:

$$Ys(cm) = \frac{\pi(D-ds)}{p} = \frac{\pi(16.5-2.45)}{2} = 22.1\ cm$$

Trataremos de reducir Ys a 20 cm.

De la Fig. 2.13 tomando el triángulo formado por la distancia c y sus proyecciones sobre un par de ejes "X" y "Y" imaginarios tendremos:

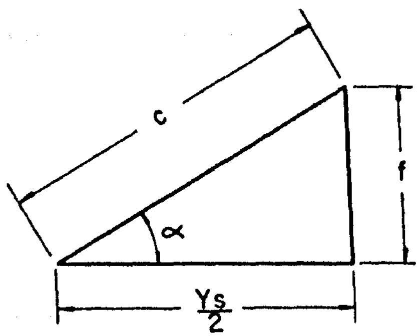


FIG. 2.14

$$\frac{Ys}{2} = c\ (\cos\alpha)$$

$$\therefore \quad c = \frac{Ys}{2\cos\alpha} = \frac{2.}{2\cos 26^{\circ}}$$

$$\underline{c = 11.13\ cm.}$$

$$\therefore \quad f = c\ (\mathrm{sen}\,\alpha)$$

$$f = 11.13\ \mathrm{sen}\ 26^{\circ}$$

$$\underline{f = 4.88\ cm.}$$

Las dimensiones restantes fueron estimadas en función de una bobina prototipo ajustando los valores (b) y (g) a las dimensiones acotadas en la Fig. (2.6). Los valores obtenidos fueron los siguientes:

$\alpha = 26^{\circ}$

$c = 11.13$ cm.

$Ys = 20$ cm.

$b = 2$ cm.

$g = 2.5$ cm.

$ds = 2.45$ cm.

$t1 = 1.85$ cm.

$f = 4.88$ cm.

$l = 12$ cm.

De acuerdo a estos valores la longitud media de bobina ó con mas propiedad, longitud de la mitad de la espira media de una bobina será:

$$Ml = \frac{\pi(D-ds)}{p \cos} + 2b + ds + 1 \quad (cm.)$$

$$Ml = \frac{\pi(16.5-2.45)}{2 \quad \cos\ 26°} + 2(2) + 2.45 + 12$$

$$Ml = 43\ cm.$$

Dejaremos: $\underline{Ml = 45\ cm}$.

La siguiente Fig. acota las dimensiones finales de bobina que serán viables de utilizar, recordando que es posible efectuar ajustes finales en el momento de devanar la armadura sin exceder, por supuesto las dimensiones máximas permisibles.

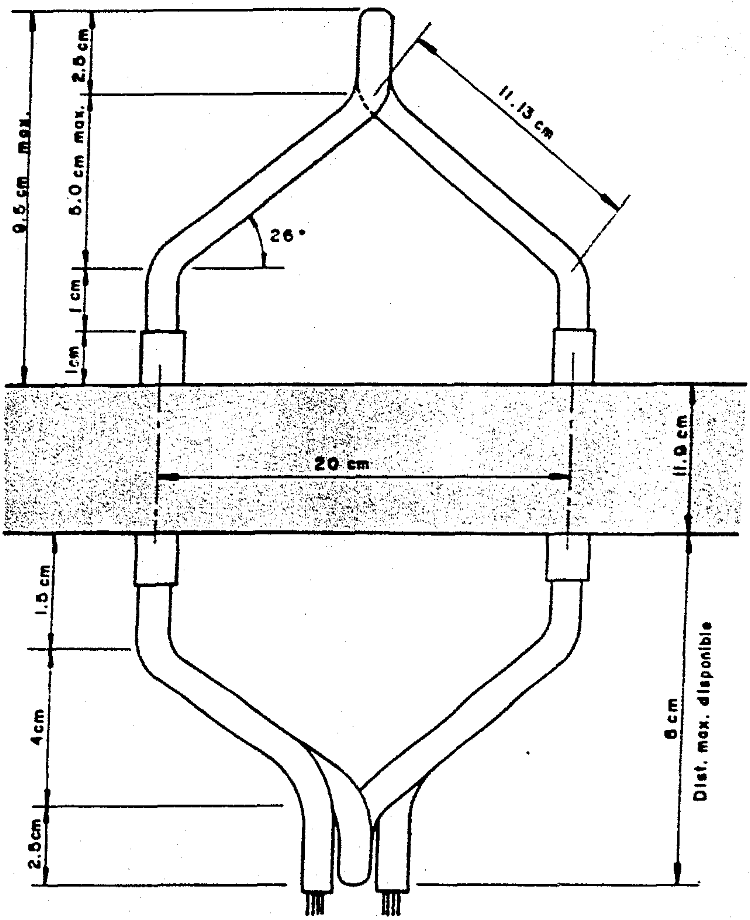
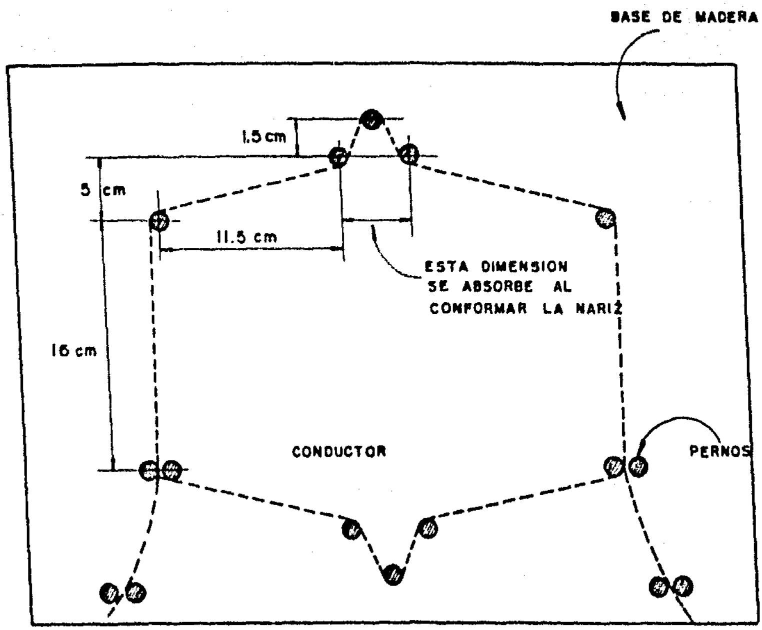

9.5 cm max.
2.5 cm
5.0 cm max.
1 cm
1cm
11.13 cm
26°
20 cm
11.9 cm
1.5 cm
4cm
2.5cm
8 cm
Dist. max. disponible

FIG. 2.15

Ahora bien, ya tenemos las dimensiones de la bobina, el número de elementos que debe llevar cada una de ellas así como las vueltas de cada elemento, veamos ahora como se llevará a cabo la construcción propiamente dicha.

Los elementos se construyen por separado por medio de un molde especial constituído por un rectángulo de madera Fig.2.16, incluyendo varios pernos de madera también y ajustados de manera que den las dimensiones correctas.



— MOLDE DE BOBINAS —

FIG. 2.16

Cada elemento está constituído por cuatro vueltas y a su vez cada bobina se conforma por cuatro elementos.

Para que la bobina mantenga su forma se encinta con tela de fibra de vidrio en los cabezales dejando libres las terminales de cada elemento, las cuales se aislan debidamente con espagueti. La identificación de las terminales para evitar errores cuando se realice la conexión se lleva a cabo mediante un circuito serie.

2.6 RESUMEN

En la primera parte de este capítulo se han expuesto las razones por las cuales la construcción de nuestra máquina se llevó a cabo partiendo de un motor de corriente directa a fin de aprovechar las similitudes entre ambas.

Se analizan, también, algunos aspectos básicos de la teoría de máquinas de C.D. tales como: el principio de acción-motor, fuerza contra-electromotriz, potencia, par, velocidad, etc. a fin de poder reembobinar la máquina sobre bases bien -- fundamentadas. Se incluye en esta parte un breve análisis sobre los dos tipos básicos de embobinado, el imbricado y el ondulado determinándose teóricamente las nuevas características de operación.

Finalmente se describen los implementos prácticos que fueron necesarios para la construcción de las bobinas de armadura.

Capítulo III

ESTRUCTURA MAGNÉTICA DE LA MÁQUINA PRIMITIVA.

3.1 INTRODUCCION

En el capítulo primero de nuestro análisis se describió la máquina primitiva, su utilidad como elemento de estudio para la maquinaria eléctrica en general y la configuración que deberían de guardar sus campos magnéticos tanto de estator como de rotor. Posteriormente en el capítulo segundo se abordaron los aspectos básicos en cuanto a diseño y construcción se refiere, especialmente en el embobinado de armadura, a fin de conseguir los objetivos expuestos en el primer capítulo.

Ahora bien, con nuestra máquina construída o mejor dicho, modificada de acuerdo con la teoría de la MAQUINA GENERALIZABLE, en el presente capítulo trataremos de encontrar expresiones que describan de la mejor manera posible los campos magnéticos generados por el estator y por el rotor.

3.2 FORMA DEL CAMPO MAGNETICO DE ESTATOR

A fin de definir el campo magnético vectorial producido en el entrehierro por los devanados de estator, deberemos primero encontrar una expresión que defina dicho entrehierro. Recordemos que nuestro estator está constituído por cuatro piezas polares o polos cuya superficie interna no es concéntrica con el rotor el cual presenta una forma cilíndrica, ambos pueden apreciarse en la Fig. 3.1

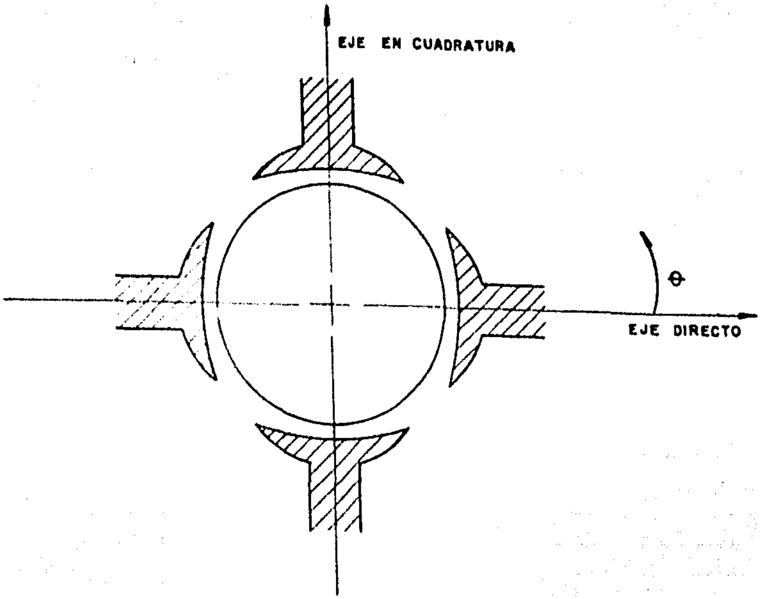


FIG. 3.1

Nos interesa principalmente deducir una ecuación que modele de la manera mas precisa posible el entrehierro limitado por las superficies interiores de los polos y exteriores -- del rotor por lo cual será conveniente hacer un corte imaginario a la máquina en $\theta = 0$ y desarrollar en un plano las superficies mencionadas tal como se muestra en la Fig. 3.2 donde, - g, representa la longitud del entrehierro.

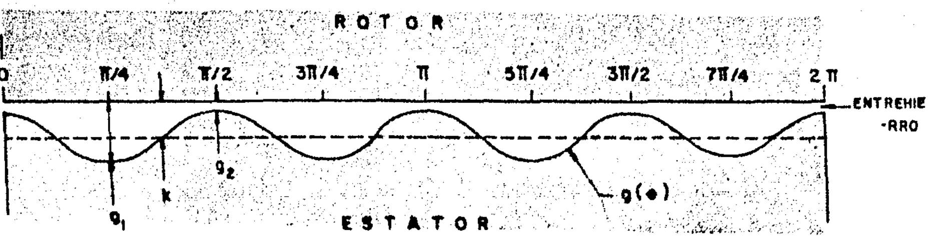


FIG.3.2

De donde:

$$K = \frac{g1 + g2}{2} = \text{valor medio}$$

$$T = \frac{\pi}{2} \quad y \quad f = \frac{2}{\pi}$$

$$\therefore \qquad w = 2\pi f = 4$$

En la figura anterior observamos que la longitud del entrehierro, $g(\theta)$, es una función cosenoidal que progresa a lo largo de θ recorriendo cuatro ciclos mientras θ va de 0 a 2π. Debemos, sin embargo, mencionar que, estrictamente hablando, - la variación de $g(\theta)$ no representa exactamente una cosenoide - puesto que existen zonas no definidas en los espacios comprendidos entre el final de una zapata polar y el principio de --- otra, sin embargo, dado que para representar $g(\theta)$ utilizaremos un desarrollo en Serie de Fourier considerando solo uno o dos términos de ella, despreciando los armónicos de orden mayor -- por estar disminuídos por un factor $\frac{1}{n}$ como coeficiente, será - una buena aproximación considerar a $g(\theta)$ como cosenoide.

Podemos entonces pensar que $g(\theta)$ está compuesto por - la suma de dos términos: una constante, K, que representa el - valor medio de la función, $\frac{g1 + g2}{2}$, y una función cosenoidal, de acuerdo con ésto:

$$g(\theta) = K + \cos 4\theta$$

Donde el factor K es una distancia medida en el sentido positivo del vector unitario $\bar{a}r$. Podemos comprobar la ecuación anterior por medio de un desarrollo en Serie de Fourier.

La componente contInua (a_o) será:

$$a_o = \frac{1}{t}\int_0^{\pi/2} g(\theta)\,d\theta$$

$\therefore$

$$a_o = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2}(K + \cos 4\theta)d\theta = \frac{2K}{\pi}\int_0^{\pi/2} d\theta + \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi/2}\cos 4\theta\; 4\; d\theta$$

$$= \left[\frac{2K\theta}{\pi}\right]_0^{\pi/2} + \left[\frac{1}{2\pi}\text{ sen } 4\theta\right]_0^{\pi/2}$$

$$= \frac{2\pi K}{2\pi} + \frac{1}{2\pi}\text{ sen }(2\pi) - \frac{1}{2\pi}\text{ sen }(0)$$

Por tanto:

$$a_o = K = \frac{g1 + g2}{2} \qquad (3.2)$$

Ahora bIen, supongamos una nueva funcIón $g'(\theta)$ tal que:

$$g'(\theta) = g(\theta) - K \qquad (3.3)$$

Por tanto:

$$g'(\theta) = \cos 4\theta$$

lo cual equivale a desplazar nuestra funcIón $g(\theta)$ una dIstancia K en el sentido negativo del eje $\overline{ar}$, La nueva función - $g'(\theta)$ es una función par, por lo cual sólo tendrá términos co seno, por tanto:

$$an = \frac{4}{\pi}\int_{0}^{\pi/2} \cos 4\theta \cos 4n\theta \, d\theta \qquad (3.4)$$

la integral anterior está compuesta por el producto de dos -- funciones trigonométricas que cumplen con la siguiente condi- ción de ortogonalidad.

$$\int_{to}^{to+T} \cos(n1wt) \cos(n2wt)\, dt = 0 \qquad \text{Si } n1 \neq n2$$

lo que implica que la integral en la ecuación (3.4) está defi nida sólo para n = 1, de donde se sigue que:

$$an = \frac{4}{\pi}\int_{0}^{\pi/2} \cos^2 4\theta d\theta = \frac{4}{\pi} \times \frac{\pi}{4} = 1$$

por lo que:

$$g'(\theta) = \cos 4\theta \qquad (3.5)$$

sustituyendo (3.2) y (3.5) en (3.3) obtenemos:

$$g(\theta) = \frac{g1 + g2}{2} + \cos 4\theta \qquad (3.6)$$

Trataremos ahora de encontrar, mediante la Ley Circuital de Ampere una expresión que determine el campo magnético en el entrehierro para lo cual ampliaremos la vista desarrollada de la Fig. (3.2) incluyendo los yugos de las piezas polares, los embobinados sobre dos de ellas, responsables de la generación de flujo magnético en el sentido positivo del eje directo y además un contorno dirigido cerrado con una longitud de π rads. medida en la dirección del vector unitario $\bar{a}\theta$

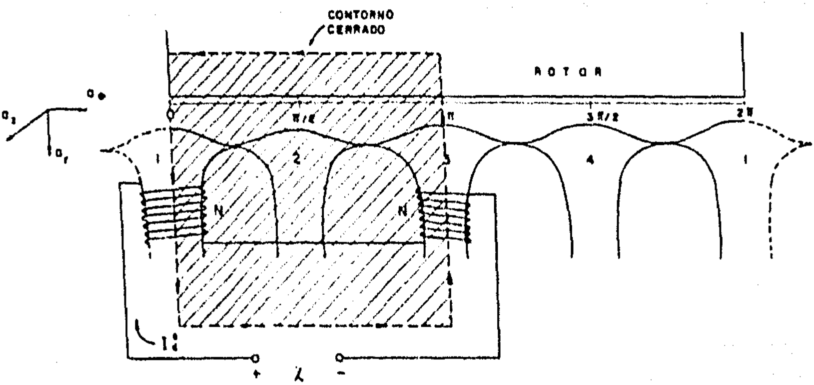


FIG. 3.3

Si suponemos que la permeabilidad del hierro es mucho mayor que la permeabilidad del aire entonces podremos decir -- que el campo magnético (H) en los núcleos de rotor y estator - es nulo.

De la Fig. (3.3) se observa que:

$$g(\theta) = g(\theta + \pi) \qquad (3.7)$$

además:

$$H(\theta) = -H(\theta + \pi) \qquad (3.8)$$

Si despreciamos efectos de dispersión de tal manera - que el vector de intensidad de campo magnético sólo tenga una componente radial y aplicando la Ley de Ampere que establece - que la integral del vector de campo magnético, alrededor de un contorno cerrado es igual a la corriente encerrada por dicho - contorno, tendremos:

$$H(\theta)\ g(\theta) - H(\theta + \pi)\ g(\theta + \pi) = 2NI \qquad (3.9)$$

Aplicando en (3.9) las ecuaciones (3.7) y (3.8) tendremos:

$$2H(\theta)\ g(\theta) = 2NI$$

de donde se sigue:

$$H_d^s = \frac{NI}{g(\theta)} \bar{a}r \qquad (3.10)$$

el subíndice (d) de la ecuación (3.10) indica que el valor del campo magnético encontrado aparece en la dirección positiva del eje directo.

Multiplicando la ecuación (3.10) por la permeabilidad del aire tendremos:

$$B_d^s = \frac{\mu oNI}{g(\theta)} \bar{a}r$$

Si llamamos I_d^s a la corriente que circula por los devanados de los polos encargados de producir el flujo en el sentido positivo del eje directo tendremos:

$$B_d^s = \frac{\mu oNI_d^s}{g(\theta)} \bar{a}r \qquad (3.11)$$

A fin de dar un mayor grado de exactitud de la forma que presenta la distribución de flujo magnético descrito por la ecuación (3.11) profundizaremos un poco más en lo referente a la generación de campos magnéticos mediante piezas polares.

Este análisis, descrito por J. Kuhlmann [5] , es desarrollado originalmente para máquinas de C.D., por lo cual puede ser aplicado en nuestro caso con suficiente precisión, recuérdese que nuestra máquina primitiva era originalmente un motor de este tipo.

En dichas máquinas se busca que la distribución de flujo magnético en el entrehierro sea de tal forma que contribuya a la mejor conmutación posible, para lograrlo la densidad de flujo deberá decrecer gradualmente desde un valor máximo en el centro del polo, hasta cero en la línea central entre dos polos.

Ahora bién, la forma del campo depende de la zapata polar y del porcentaje de abarcamiento definiéndose éste como la relación del arco polar en la superficie de la armadura al paso polar en la misma superficie.

En la figura siguiente aparece una vista seccionada de una zapata polar y la armadura mostrándose la separación paulatina entre ambas aumentando, por consiguiente, la reluctancia en los extremos de la zapata lo que se traduce en la disminución de flujo mencionada.

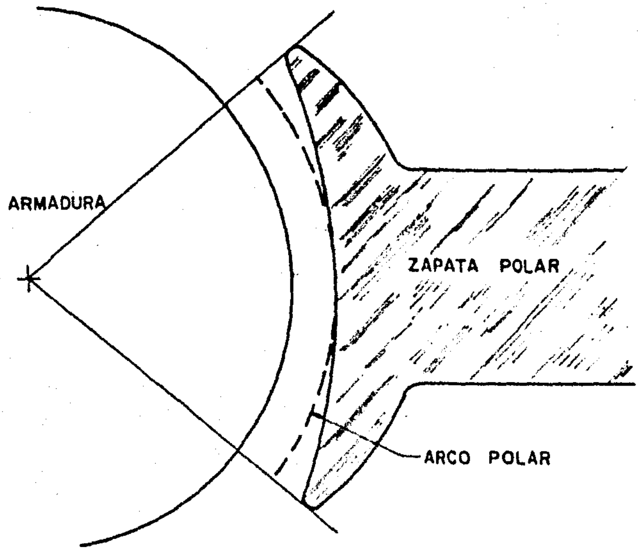


FIG. 3.4

El flujo útil por polo al atravezar el entrehierro se distribuye por sí solo sobre el paso polar completo y para fines de análisis lo supondremos dividido en tubos de fuerza, siguiendo el método del autor.

Cada tubo tendrá una longitud unitaria en la dirección paralela a la flecha y denotaremos como (bx) el ancho medio del tubo y como (dx) la longitud media, por tanto, la permeancia del tubo será proporcional a bx/dx (Fig. 3.5), si consideramos ax una pequeña porción de superficie de armadura, entonces la densidad de flujo $B(\theta)$ en ésta será proporcional a:

$$\frac{bx}{dx \quad ax}$$

De acuerdo con lo anterior trataremos de construir la curva de distribución de flujo en el entrehierro. Dado que el polo es simétrico respecto de la línea central que lo divide solo será necesario considerar la mitad del polo y la mitad del paso polar en la superficie de armadura.

A fin de trazar la curva del campo magnético de la manera más cómoda posible haremos las siguientes suposiciones:

1) El hierro de las piezas polares y núcleo de armadura se supone de permeabilidad infinita comparada con la del aire por lo cual las líneas de flujo dejarán la cara polar y entrarán a la superficie de armadura bajo ángulos rectos.
2) La densidad de flujo al centro del polo se considera como el 100% (B_{max})
3) La longitud del entrehierro al centro del polo se considera como la unidad para medir la longitud de las líneas de flujo.

4) El ancho promedio del tubo de fuerza se supone igual al ancho máximo.

5) Se hará uso nuevamente del principio de superposición por lo cual supondremos sólo dos piezas polares a la vez con un paso polar de 180° mecánicos.

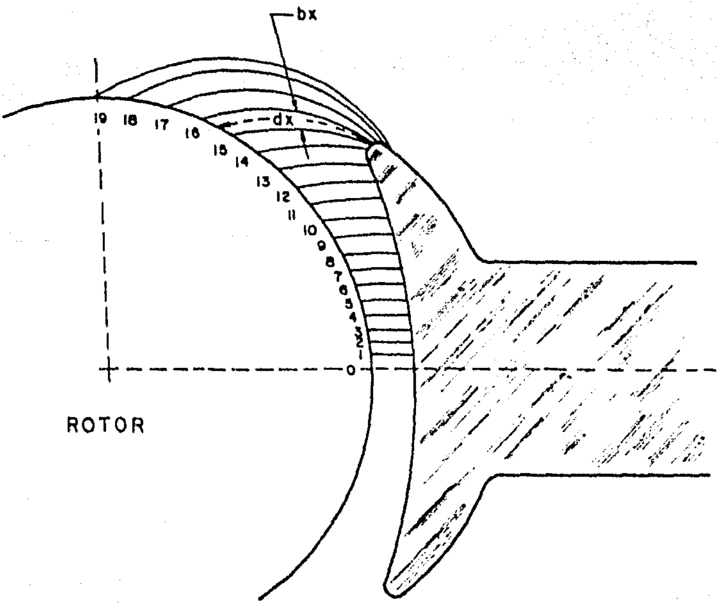


FIG. 3.5

La aproximación lograda en la determinación de la curva de distribución de flujo en el espacio interpolar es suficientemente buena, aún considerando las suposiciones anteriores. El error tendrá sólo un pequeño efecto en la constante de distribución de flujo (1).

De acuerdo con lo anterior la densidad de flujo magnético en cualquier punto a la mitad del camino entre la superficie de la armadura y la zapata polar vendrá dada por:

$$B(\theta) = Bmax \times \frac{1}{dx} \tag{3.12}$$

Si aplicamos ésta última ecuación a la Fig. (3.5) obtendremos la curva de distribución buscada Fig. (3.6) en la cual se muestra también una porción de campo (CF) del polo siguiente (de polaridad opuesta), que restándose del valor del polo original (CB) dá el valor real de la curva (EB).

---

(1) En nuestro análisis dicha constante está involucrada implícitamente en la función cosenoidal o senoidal, como se verá más adelante.

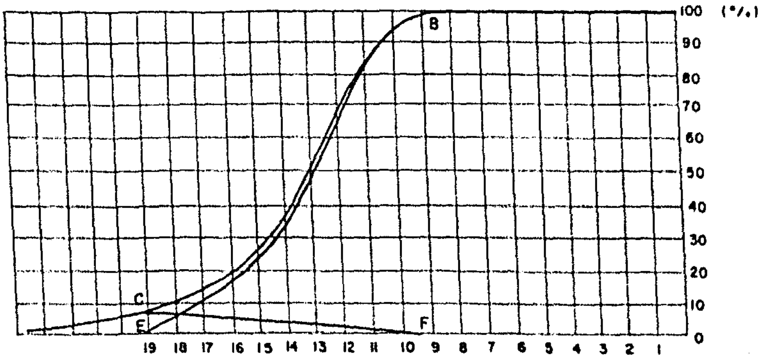


FIG. 3.6

Puesto que la figura anterior determina solamente la mitad del flujo producido por una pieza polar supondremos la otra mitad del flujo simétrico respecto al mostrado.

En la Fig. 3.7 se muestra la forma media de la distribución de flujo en el entrehierro producido por los polos del eje directo (2). En ésta figura, apoyándonos en el principio de superposición, hemos considerado nulo el campo magnético producido por los polos en cuadratura.

---

(2) El hecho de tener en la armadura ranuras abiertas produce pequeñas alteraciones en las crestas de la onda. Estas alteraciones no son mostradas en las Figs. (3.6) y (3.7) por lo que éstas representan sólo el valor medio de la onda.

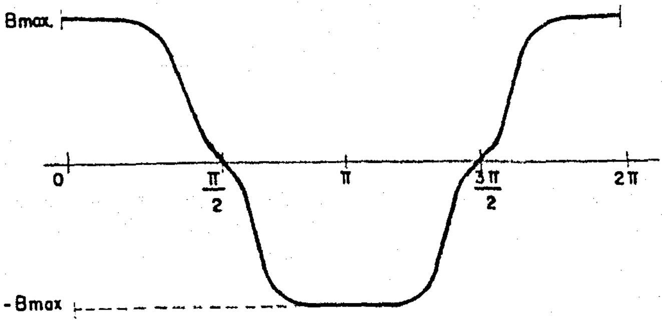


FIG. 3.7

Observando las Figs. (3.6) y (3.7) podemos suponer, con cierta aproximación, que la distribución de flujo magnético en el entrehierro varía en forma cosenoidal por lo que la expresión (3.11) puede reescribirse como:

$$B_d^s = \frac{\mu_0 N I_d^s}{g(\theta)} \cos \theta \qquad (3.13)$$

Si consideramos, ahora, solamente el campo magnético producido por los polos en cuadratura y desarrollando un análisis idéntico al efectuado para obtener la ec. (3.13), la densidad de flujo magnético en el entrehierro vendrá dada por:

$$B_q^s = \frac{\mu_o N I_q^s}{g(\theta)} \operatorname{sen} \theta \qquad (3.14)$$

Donde I_q^s representa la corriente que circula por los devanados de las piezas polares en cuadratura. La densidad máxima de flujo magnético aparece, también al centro de los polos, ($\theta = 90°$ y $\theta = 270°$) y será nula en $\theta = 0$ y $\theta = 180°$ por lo que supone una variación senoidal.

3.3 FORMA DEL CAMPO MAGNETICO DE ROTOR

En el capítulo primero, se describió la configuración general de los campos magnéticos de rotor, tanto el de eje directo como el de eje en cuadratura. La característica principal de estos campos era su capacidad de permanecer fijos en el espacio, independientemente de la posición o giro del rotor. Para ello se describió el mecanismo conmutador y se planteó la necesidad de tener un embobinado conveniente, mismo que se desarrolló en el capítulo anterior.

Ahora, en esta sección, trataremos de analizar la forma en que se lleva a cabo la distribución de corriente en el rotor y la forma del campo magnético producido por ésta corriente.

Empecemos recordando que nuestro rotor tiene 29 ranuras y 115 segmentos de conmutador. Cada bobina consta de cuatro elementos, cada uno de ellos con cuatro vueltas, (vease la Fig. 2.12), en total tendremos 29 bobinas, 920 conductores activos y un elemento muerto.

La Fig. 3.8 constituye una vista desarrollada del rotor con su embobinado y conmutador. La posición de las escobillas se ha elegido de tal manera que las corrientes circulen con la dirección mostrada lo cual puede comprobarse siguiendo un conductor cualquiera (3).

(3) Las bobinas mostradas en la figura difieren del embobinado real en cuanto aquí, se han dibujado con una sola vuelta, mientras que en realidad, dichas bobinas llevan cuatro vueltas. Para fines ilustrativos, esto es, para determinar el sentido de las corrientes en cada ranura la consideración anterior no tiene efectos relevantes.

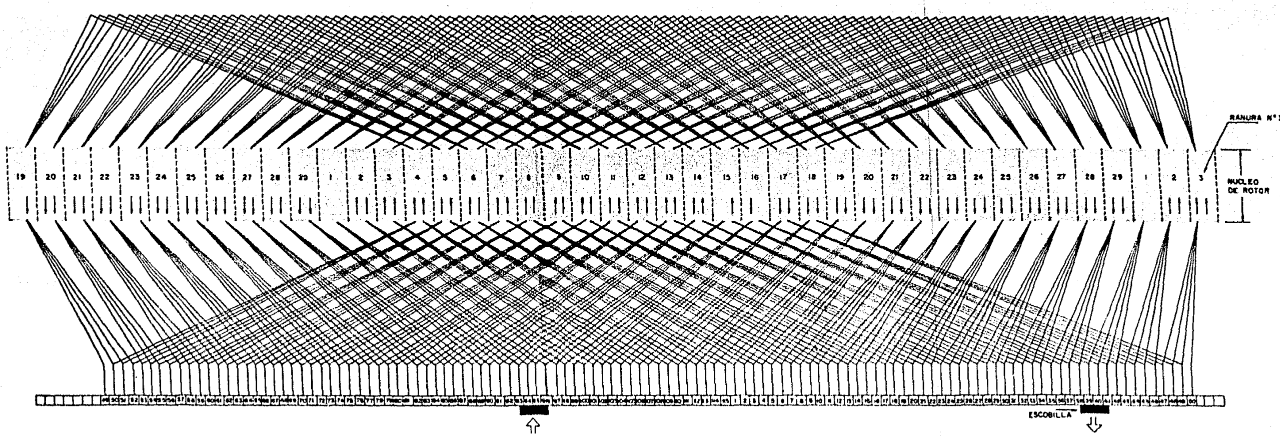


FIG. 3.8

Manteniendo fijas las escobillas es posible conservar la distribución de corrientes, independientemente del giro del rotor. Esta distribución, como puede observarse por el sentido de las flechas corresponde a la mostrada en la -- Fig. 1.9 y es responsable de la generación del campo magnético en cuadratura B_q^r.

Haciendo uso del principio de superposición colocaremos un nuevo par de escobillas, 90° adelante, medidos en - el sentido manecillas del reloj, con lo cual obtendremos la distribución de corrientes mostrada en la Fig. 1.8 y que es la responsable de la generación del campo magnético en eje - directo B_d^r.

Refiriéndonos a este último caso, podemos observar que las corrientes se distribuyen unidireccionalmente en las mitades superior e inferior del cilindro, (Fig. 1.8). En la Fig. 3.9 se presenta una vista axial desarrollada de la máquina, en donde se supone una distribución de corriente, casi uniforme.

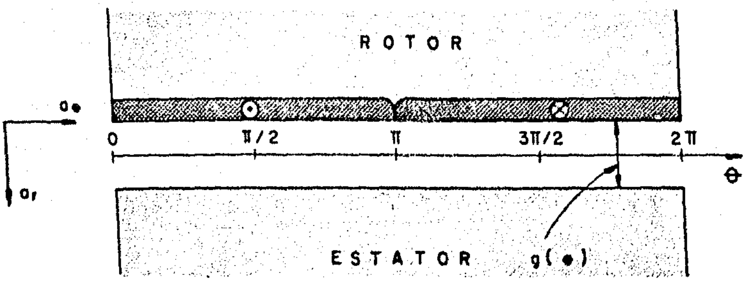


FIG. 3.9

La densidad de corriente en la superficie de rotor puede expresarse analíticamente por:

$$J_d^r = K_d^{r\,\prime} I_d^r \quad a_z \frac{amp}{mt}; \qquad 0 < \theta < \pi$$

$$J_d^r = -K_d^{r\,\prime} I_d^r \quad a_z \frac{amp}{mt}; \qquad \pi \leq \theta < 2\pi \tag{3.16}$$

Donde $K_d^{r'}$ es un factor de distribución que expresa el número de vueltas por metro de la superficie de rotor.

Si desarrollamos en Serie de Fourier la distribución de corriente superficial de onda cuadrada mostrada en la Fig. 3.9, tendremos:

$$J_d^r = \frac{4K_d^{r'} \; i_d^r}{\pi} \left(\text{sen } \theta + \frac{1}{3} \text{ sen } 3\,\theta + \frac{1}{5} \text{ sen } 5\,\theta + \ldots\right) a \qquad (3.17)$$

Obsérvese que en este caso la simetría de la onda es impar y el período igual a 2π. Utilizando solo el primer término de la ecuación (3.17) tendremos:

$$J_d^r = K_d^r \text{ sen } \theta \; i_d^r \; a_z \text{ amp/mt} \qquad (3.18)$$

considerando que:

$$K_d^r = \frac{4K_d^{r'}}{\pi}$$

Aplicando la Ley de Circuitos de Ampere sobre un contorno cerrado con π rads. de longitud:

$$H_d^r(\theta)\; g(\theta) - H_d^r(\theta + \pi)\, g(\theta + \pi) = \int_{\theta}^{\theta+\pi} J_d^r \; a \; d\theta \qquad (3.19)$$

donde, a es el radio medio del rotor.

De acuerdo con (3.6) y (3.7):

$$g(\theta) = g(\theta + \pi) = \frac{g1 + g2}{2} + \cos 4\theta \qquad (3.20)$$

y puesto que también, en este caso, permanecen las condiciones de simetría en la distribución de corriente:

$$H_d^r(\theta) = -H_d^r(\theta + \pi) \qquad (3.21)$$

entonces, de acuerdo con (3.19) tendremos:

$$2H_d^r(\theta) = \left[K_d^r \, I_d^r \, a \cos\theta\right]_{\theta}^{\theta+\pi}$$

$$\therefore \quad 2H_d^r(\theta) = 2K_d^r \, I_d^r \, a \cos\theta$$

de donde:

$$H_d^r(\theta) = K_d^r \, I_d^r \, a \cos\theta \, \bar{a}_r \qquad (3.22)$$

Multiplicando H_d^r por la permeabilidad del aire obtendremos el vector densidad de flujo magnético en el entrehierro:

$$B_d^r = \frac{\mu_o \, K_d^r \, I_d^r}{g(\theta)} \cos\theta \, \bar{a}_r \qquad (3.23)$$

La expresión definida por la ec. (3.23) describe el campo magnético generado en el entrehierro por el devanado en eje directo de rotor. Debemos, sin embargo, aclarar que en dicha expresión el término coseno supone tan solo una aproximación puesto que proviene de considerar únicamente el primer término en un desarrollo en Serie de Fourier de la distribución real de corriente en el devanado de rotor.

Ahora bien, si girásemos las escobillas $\pi/2$ rads. en sentido contrario al de las manecillas aparecerá un campo magnético en el entrehierro en dirección positiva del eje en cuadratura, esto equivale a considerar $\theta = \theta - \pi/2$ en la ecuación (3.23), por lo cual:

$$B_q^r = \frac{\mu o \; K_q^r \; I_q^r \; a \cos (\theta - \pi/2) \; \bar{a}r}{g(\theta)} \qquad (3.24)$$

por tanto:

$$B_q^r = \frac{\mu o \; K_q^r \; I_q^r \; a \text{ sen } \theta \; \bar{a}r}{g(\theta)} \qquad (3.25)$$

ecuación que describe el vector densidad de flujo magnético del devanado en cuadratura de rotor.

3.4 PRUEBAS Y DETERMINACION DE PARAMETROS

Las pruebas efectuadas en la máquina primitiva y que presentamos a continuación tuvieron como objetivos primordiales:

a) Determinar el estado de la máquina después de las modificaciones efectuadas en ella.

b) Determinar los parámetros que la constituyen, inductancias rotacionales, inductancias propias y mutuas, resistencias, momento de inercia, etc.

Por esto mismo dichas pruebas fueron seleccionadas conforme este punto de vista y no como prácticas de laboratorio.

Notaremos además que aún cuando la velocidad determinada por el cálculo fue de 1750 R.P.M. las pruebas se llevaron a cabo a 1420 R.P.M. Esto se debió principalmente a que la estructura de cimentación actual de las máquinas no es lo suficientemente sólida y a altas velocidades se presenta vibración.

3.4.1 Saturación en vacío

La curva de saturación, también llamada de magnetiza ción, reviste particular interés puesto que su determinación nos aporta información en cuanto al estado magnético de una máquina eléctrica, además las características de operación de ella dependen casi por completo de dicha curva.

Una curva típica, Fig. 3.10 muestra la relación entre la densidad de flujo magnético (B) y la excitación que lo produce (H).

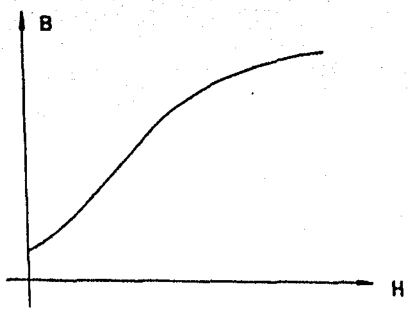


FIG. 3.10

Debido a que es sumamente difícil medir la densidad de flujo magnético y la intensidad de campo, la curva se puede referir a otras variables cuya determinación resulte más sencilla, esto siempre y cuando se utilicen escalas convenientes que relacionen las nuevas variables con las originales.

Sabemos que:

$$E_g = \frac{\phi \times P \times R.P.M. \times Z \times 10^{-8}}{a \times 60} \quad \text{volts.}$$

si A = área de la pieza polar:

$$E_g = \frac{B \times A \times P \times R.P.M. \times Z \times 10^{-8}}{a \times 60} \quad \text{volts.}$$

$$\therefore \qquad E_g = K' \times B \quad \text{volts.} \qquad (3.26)$$

en donde K' es la ctte. de proporcionalidad:

$$K' = \frac{A \times P \times R.P.M. \times Z \times 10^{-8}}{a \times 60}$$

De la misma manera, si aplicamos la Ley Circuital de Ampere a la trayectoria magnética del campo producido por la corriente de excitación Iexc. tendremos:

$$Hl = NIexc$$

donde:

l = longitud de la trayectoria

N = número de vueltas de la bobina

Iexc = corriente de excitación

entonces:

$$Iexc = K'' \, H \qquad (3.27)$$

donde:

$$K'' = \frac{1}{N}$$

De las ecuaciones (3.26) y (3.27) podemos observar la estricta proporcionalidad que guardan las nuevas variables siempre que la velocidad de armadura se conserve invariable.

De acuerdo con lo anterior, la curva de saturación puede ser determinada trabajando la máquina como generador, sin aplicar carga y conservando constante la velocidad, debiendo la curva conservar la misma forma que la original.

Para llevar a cabo ésta prueba solo utilizaremos dos polos y la excitación del campo será independiente según se muestra en el siguiente diagrama de conexiones:

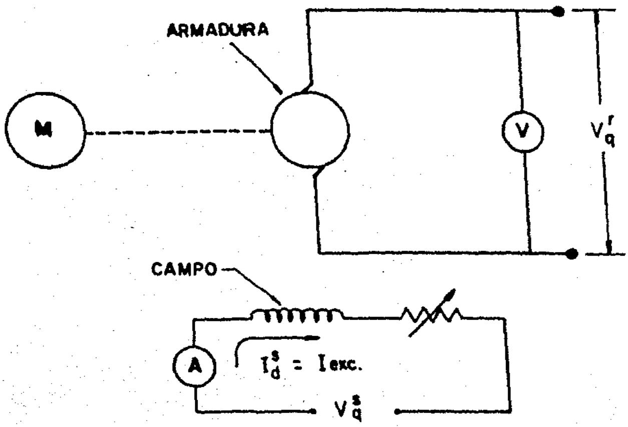


FIG. 3.11

La forma de llevar a cabo la prueba es la siguiente:

Se lleva al generador hasta su velocidad de prueba sin excitar el campo, de tal manera que el voltaje generado en esta condición será el producido exclusivamente por el magnetismo remanente, posteriormente se conecta el campo incrementando paulatinamente la corriente de excitación registrando para cada caso el voltaje generado.

Los datos obtenidos fueron los siguientes:

Iexc	Eg
0	8
0.04	12
0.08	18
0.14	28
0.17	34
0.22	44
0.25	50
0.28	55.5
0.32	62
0.35	68
0.38	72
0.41	78
0.45	85
0.48	90
0.52	96
0.548	100
0.58	104
0.61	108
0.64	110
0.67	114
0.69	118
0.715	120
0.742	124
0.77	125
0.79	126
0.81	127
0.83	128
0.84	129
0.85	130

R.P.M.= 1420

(cttes.)

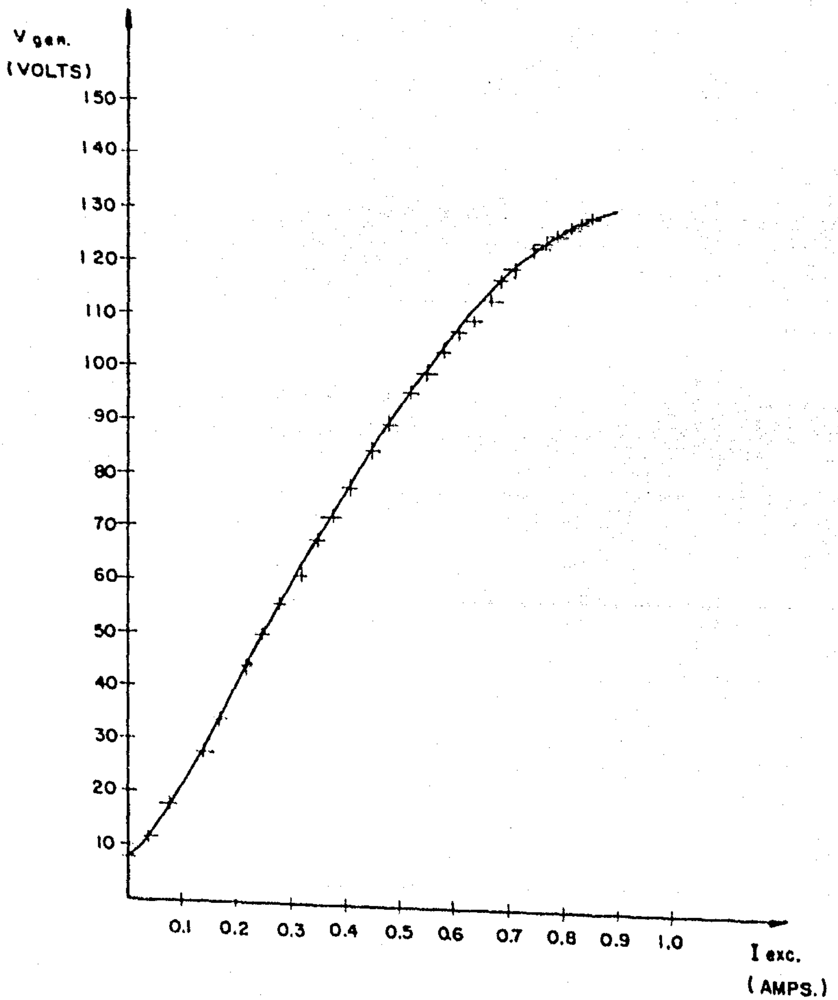

V gen.
(VOLTS)
150
140
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
20
10
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
0.8
0.9
1.0
I exc.
(AMPS.)

FIG. 3.12

3.4.2 Determinación de la inductancia rotacional

Trataremos ahora de utilizar los resultados obtenidos para determinar algunos parámetros de la máquina.

El flujo magnético en eje directo de estator B_d^s será generado por el embobinado de campo estacionario localizado en las piezas polares, el voltaje y corriente de este embobinado se denotarán por V_d^s e I_d^s respectivamente.

En la armadura el voltaje y corriente estarán representados por V_q^r e I_q^r pensando que las escobillas estarán localizadas adecuadamente de tal forma que el embobinado se suponga concentrado sobre el eje en cuadratura.

Si suponemos la estructura magnética lineal, entonces las inductancias propias de los dos embobinados L_d^s y L_q^r serán constantes. El acoplamiento magnético entre B_d^s y B_q^r es nulo dado que sus ejes están en cuadratura. Consecuentemente la inductancia mutua de los dos embobinados es nula.

Las ecuaciones de la máquina, deducidas en función de la Ley de mallas de Kirchhoff serán:

$$V_d^s = R_d^s\, I_d^s + L_d^s \frac{dI_d^s}{dt} \qquad (3.28)$$

$$V_q^r = R_q^r \, I_q^r + L_q^r \frac{dI_q^r}{dt} + G_{qd}^{rs} \quad I_d^s \qquad (3.29)$$

El último término en la ec. (3.29) representa la fem. en movimiento generada en el embobinado de armadura debida a la corriente de campo I_d^s. En el embobinado de campo la fem. en movimiento generada por la corriente de armadura I_q^r es nula, dado que este embobinado y el campo magnético B_q^r son estacionarios respecto a ellos mismos entre sí.

Si aplicamos la ec. (3.29) a los resultados obtenidos de la prueba de saturación en vacío, en donde $I_q^r = 0$, obtendremos:

$$V_q^r = G_{qd}^{rs} \; w \; I_d^s \qquad (3.30)$$

en donde G_{qd}^{rs} representa la inductancia rotacional de la máquina bajo prueba. Esta inductancia variará dependiendo de la zona de la curva en que opere la máquina, sin embargo, la ecuación empírica de Froelich, ec. (3.31), puede representar la curva de saturación con un alto grado de exactitud.

$$V = \frac{a' \; Iexc}{b + Iexc} \qquad (3.31)$$

donde: $\quad a' = a\,w$

por tanto:

$$V = \frac{a}{b + Iexc}\, w \quad Iexc \qquad (3.32)$$

que es de la forma:

$$V = G_{qd}^{rs}\, w \quad Iexc$$

por lo cual:

$$G_{qd}^{rs} = \frac{a}{b + Iexc} \qquad (3.33)$$

demostrándose que:

$$G_{qd}^{rs} = f(Iexc)$$

Aplicando la ec. (3.31) a la curva obtenida, tomando dos puntos que se encuentren sobre la zona de operación normal tendremos:

Para $\quad P_1(.61,\ 108)$

$$108 = \frac{.61\ a'}{b + .61} \qquad (3.34)$$

Para $P_2(.742,\ 124)$

$$124 = \frac{.742\ a'}{b + .742} \qquad (3.35)$$

Resolviendo (3.34) y (3.35):

$$a' = 393.05$$

$$b = 1.61$$

y puesto que 1420 R.P.M. = 148.7 rad/sg

$$a = \frac{393.05}{148.7} = 2.643$$

sustituyendo estos valores en (3.33)

$$G_{qd}^{rs} = \frac{2.643}{1.61 + Iexc}$$

que representa la inductancia rotacional como función de -- Iexc, determinable por tanto para el punto de operación nomi_ nal, conocido Iexc.

Tomemos lexc = 0.68

$$G_{qd}^{rs} = \frac{2.648}{1.61 + .68} = 1.154 \text{ Henrys}$$

A fin de comprobar la ecuación empírica de Froelich graficaremos la ec. (3.31) para los diferentes valores de lexc de la prueba (*).

$$V = \frac{393.05 \text{ lexc}}{1.61 + \text{lexc}}$$

(*) Obsérvese que éstos valores de lexc pueden ser aleatorios.

Iexc	V
0	0
0.04	9.53
0.08	18.61
0.14	31.44
0.17	37.54
0.22	47.25
0.25	52.83
0.28	58.23
0.32	65.17
0.35	70.19
0.38	75.05
0.41	79.78
0.45	85.86
0.46	90.27
0.52	95.96
0.548	99.81
0.58	104.1
0.61	108
0.64	111.8
0.67	115.5
0.69	117.91
0.715	120.87
0.742	124
0.77	127.16
0.79	129
0.81	131.56
0.83	133.7
0.84	134.76
0.85	135.81

En la figura siguiente se muestran las dos curvas - apreciándose la exactitud de la ec. de Froelich.

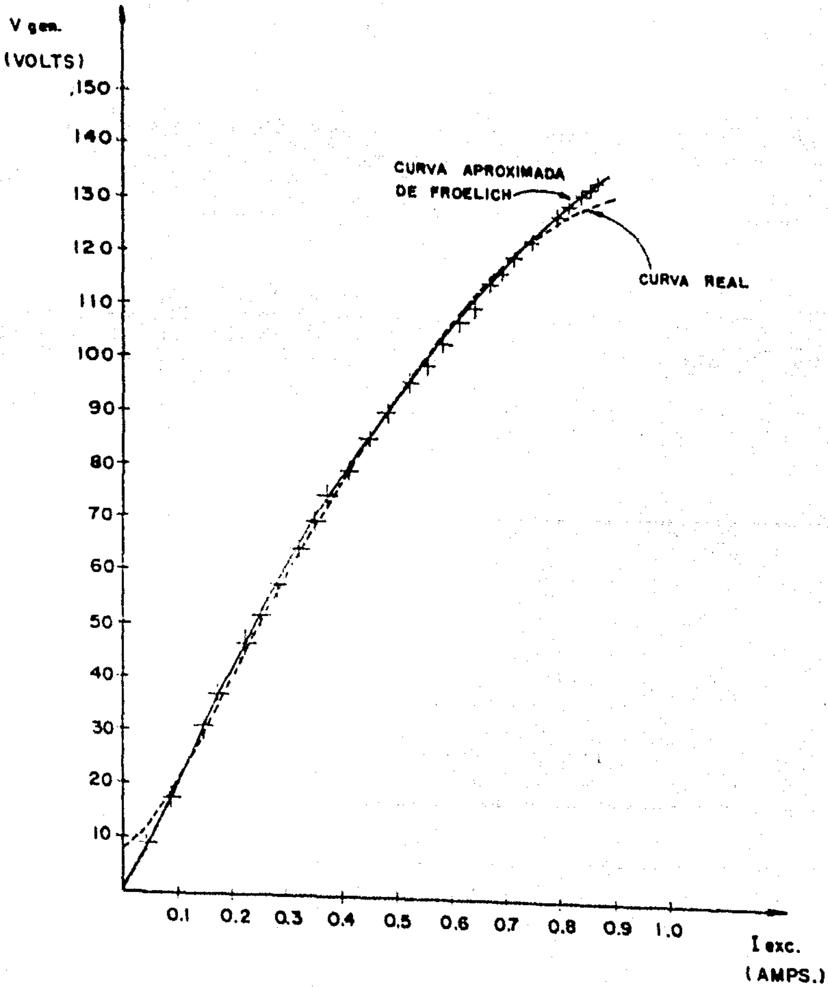


FIG. 3.13

3.4.3 Determinación del momento de inercia

La inercia, esto es, la oposición que ofrece la parte rotatoria a un cambio de velocidad ya sea aceleración o deceleración será determinada experimentalmente trabajando la máquina como motor.

La siguiente ecuación diferencial constituye la más importante relación en lo que se refiere al estudio de la rotación de cuerpos rígidos, involucrando implícitamente el conocimiento de las condiciones dinámicas del sistema.

$$T = Te + \frac{2\pi}{60g} J \frac{dN}{dt} \qquad (3.36)$$

donde:

T = Par motor como función del voltaje y velocidad (lbs. ft.)

Te = Par de carga como función de la velocidad (lbs. ft.)

J = Momento de inercia del sistema (lbs. ft^2)

N = Velocidad del motor en R.P.M.

t = Tiempo en segs.

g = Gravedad (32.2 ft/sg^2)

Existen tres estados básicos en el movimiento rotatorio de un cuerpo rígido y por tanto la ecuación anterior dará origen a otras dos relaciones dependiendo del estado en que se encuentre el sistema:

Aceleración:

$$T = Te + \frac{2\pi}{60g} J \frac{dN}{dt} \qquad (3.36)$$

Estado estable: $\frac{dN}{dt} = 0$

$$T = Te \qquad (3.36\ a)$$

Deceleración: $(T = 0)$

$$0 = Te + \frac{2\pi}{60g} J \frac{dN}{dt} \qquad (3.36\ b)$$

En nuestro caso nos interesa determinar exclusivamente la inercia del rotor, por tanto, la máquina trabajará como motor y sin carga alguna.

Llevando al motor hasta su velocidad nominal de vacío, se desconectará la alimentación para analizar los decrementos de velocidad a intervalos de tiempo periódicos hasta que el motor alcance el reposo. Graficando los resultados en una curva velocidad vs. tiempo, la deceleración en cualquier instante determinado será la pendiente de dicha curva, por tanto, de acuerdo a la ec. (3.36 b) tendremos:

$$J = \frac{60g}{2\pi} \times \frac{Te}{dN/dt} \qquad (3.37)$$

Lo cual significa que la inercia J es igual a una constante multiplicada por el par resistente y dividida por la pendiente de la curva de deceleración.

A fin de aclarar un poco más esta situación la figura siguiente muestra una curva típica, donde se muestra la velocidad en el eje de las abscisas.

Debemos tener en consideración que la curva podrá - tener diferente configuración dependiendo de la masa rotatoria en estudio, posteriormente, Fig. (3.15 a), veremos la -- forma que guarda para la armadura de nuestra máquina.

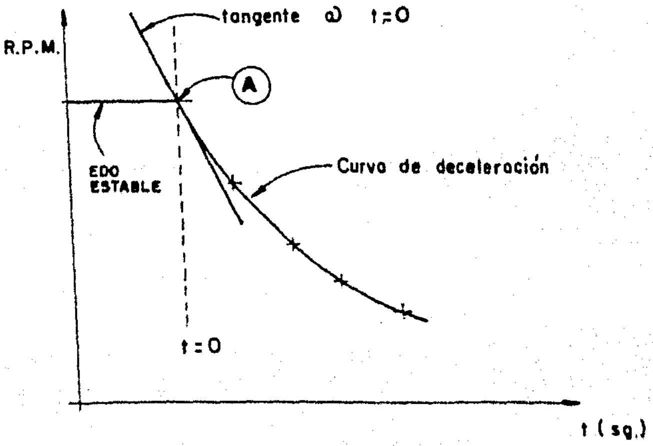


FIG. 3.14

En los cálculos involucrados en la ec. (3.37) el valor de dN/dt deberá ser compatible con el par resistente Te correspondiente al estado estable (condición de vacío, en nuestro caso) por lo cual la pendiente de la curva de deceleración deberá tomarse en el momento preciso de desconectar la energía, punto A de la figura anterior. Como esto involucra una gran dificultad se toman valores de velocidad en instantes posteriores y se recurre a extrapolación.

La prueba fue llevada a cabo trabajando la máquina como motor con excitación independiente, el diagrama de conexiones se muestra en la Fig. 3.11 y los resultados son los siguientes:

Corrida No.	1	2	3	Prom
0 seg.	1821	1829	1820	1820
3 seg	1525	1532	1527	1528
6 seg	1244	1237	1240	1240.3
9 seg	962	956	958	958.6

Datos Eléctricos:

Campo	Armadura
V = 115 Volts.	V = 150 Volts.
I = 0.65 Amps.	I = 1.5 Amps.

En las siguientes figuras se muestran las curvas obtenidas graficando velocidad (Fig. 3.15 a) y deceleración (Fig. 3.15 b)

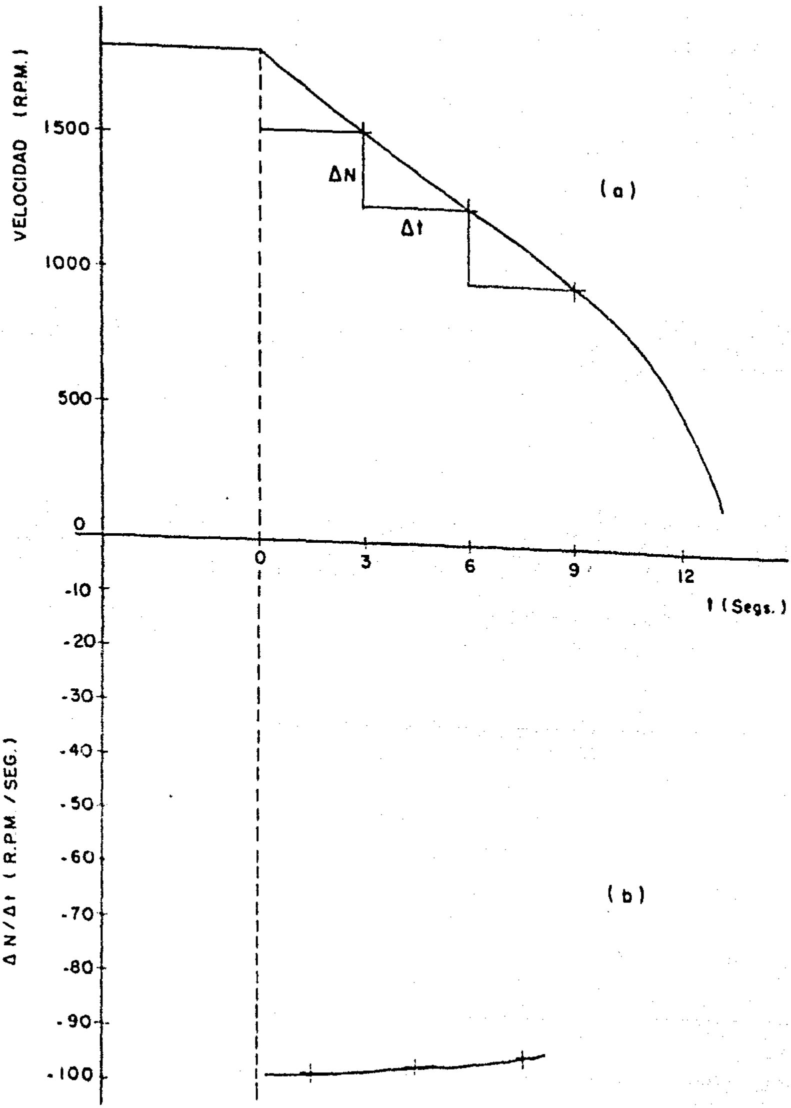

VELOCIDAD (R.P.M.)
1500
1000
500
0
ΔN
Δt
(a)
0
3
6
9
12
t (Segs.)
-10
-20
-30
-40
-50
-60
-70
-80
-90
-100
ΔN/Δt (R.P.M. /SEG.)
(b)

FIG. 3.15

Para determinar el par resistente utilizaremos la inductancia rotacional calculada de la prueba de saturación en vacío.

$$Te = G_{dd}^{rq} \times Ic \times Ia \qquad (3.38)$$

$$Te = 1.154 \times .65 \times 1.5 = 1.125 \quad \text{lbs.-ft.}$$

Por tanto de la Fig. 3.15 b y de acuerdo con la ecuación (3.37) tendremos:

$$J = -\frac{60(32.2)\ (1.125)}{(2\pi)\ (-98)} = 3.53 \text{ lbs.-ft.}^2$$

Otra manera de calcular el momento de inercia del sistema sería mediante la siguiente ecuación:

$$J = WK^2 \qquad (3.39)$$

donde:

W = peso de rotor en lbs.
K = radio de giro en ft.

Suponiendo que el rotor es de forma cilíndrica con un radio de 8.25 cms. tendremos:

$$K^2 = \frac{1}{2} r^2 = \frac{1}{2} (0.271)^2 = 0.037 \text{ ft.}^2$$

$$W = 44.9 \text{ Kgs.} = 98.988 \text{ lbs.}$$

Por tanto:

$$J = (98.988) (.037) = 3.626 \text{ lbs.-ft.}^2$$

Esta segunda opción de cálculo del momento de inercia, aunque involucra un pequeño error pues se basa en la consideración de un cuerpo cilíndrico homogéneo y por tanto no considera alteraciones por las ranuras y cabezales en -- nuestro rotor, nos ofrece un buen índice de comprobación -- del método anterior (incluyendo, por supuesto, la inductancia rotacional, G_{qd}^{rs}, utilizado en el cálculo del par).

3.4.4 Voltaje con carga variable

El circuito utilizado en esta prueba es el mismo -- que para la prueba de saturación en vacío, Fig. 3.11 Los - valores registrados se muestran en la siguiente tabla.

R.P.M.	Ic	Il	Vg
1420	.69	0	114
"	.685	1.9	110
"	.68	4.7	103
"	.68	6	98
"	.678	8	91
"	.678	10	85
"	.678	12	75
"	.67	15.5	70
"	.67	17	59

La figura siguiente muestra la curva correspondiente:

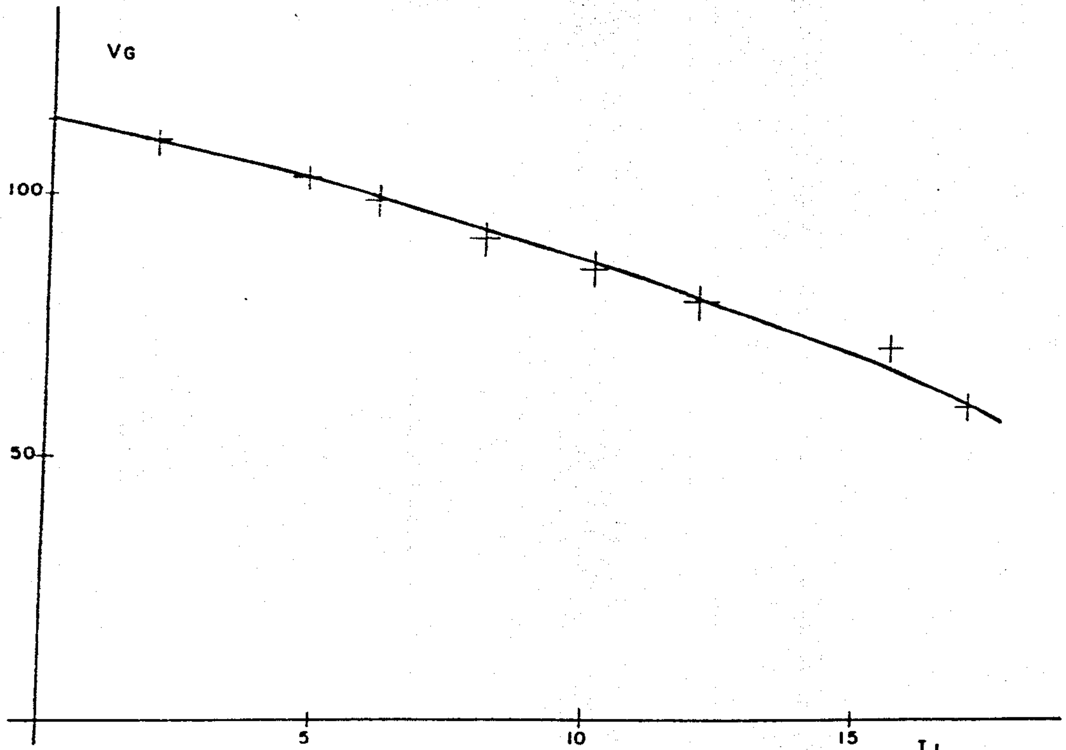


FIG. 3.16

3.4.5 Regulación de velocidad

Esta prueba fue llevada a cabo con el campo conectado en derivación, conservando constantes el voltaje de alimentación y la corriente de campo. Para darle carga al motor se utilizó otro motor de C.D. operándolo como generador. El diagrama de conexiones es el siguiente:

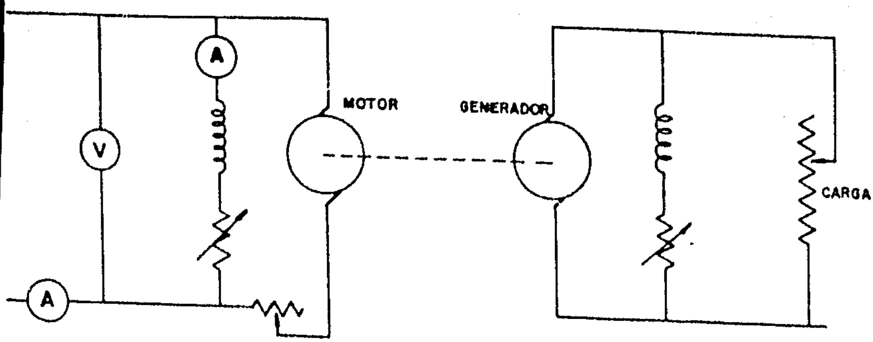


FIG. 3.17

Los valores de prueba obtenidos se refieren en la tabla siguiente:

V	Ic	Il	R.P.M.
114	0.44	5.5	1440
"	"	11.5	1410
"	"	13.5	1380
"	"	15.5	1360
"	"	17.0	1350
"	"	18.5	1320
"	"	20	1300
"	"	23.5	1270
"	"	25	1230

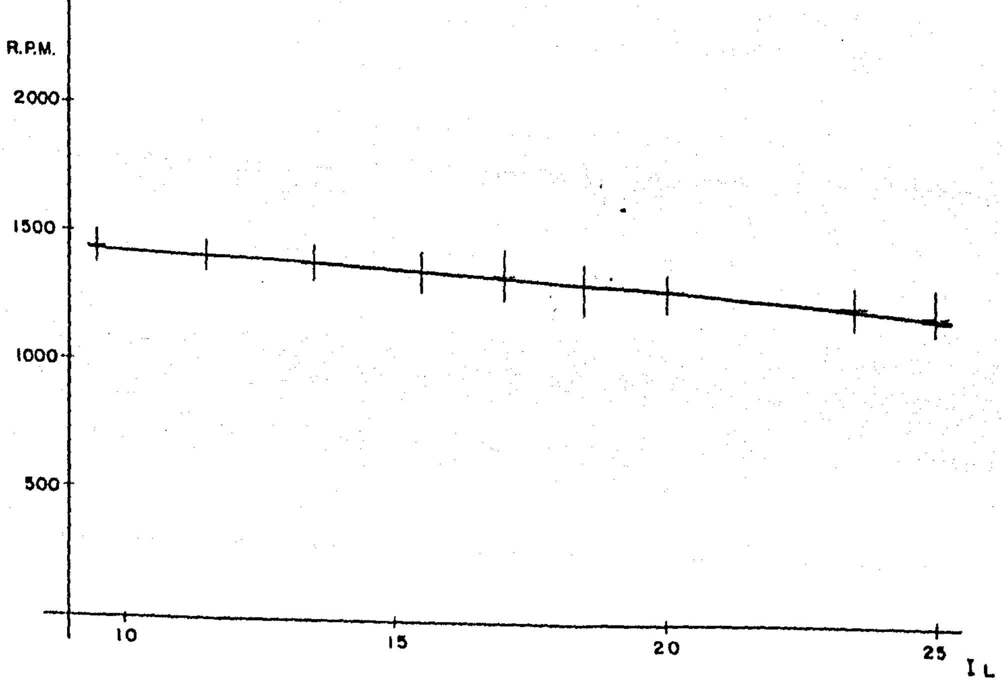


FIG. 3.18

3.4.6 Resistencias e inductancias estacionarias

La determinación de las resistencias e inductancias de los embobinados de la máquina primitiva es relativamente sencilla, para las primeras utilizaremos un puente de Wheatstone mientras que las segundas serán calculadas a partir de las pruebas que se detallan a lo largo de esta sección.

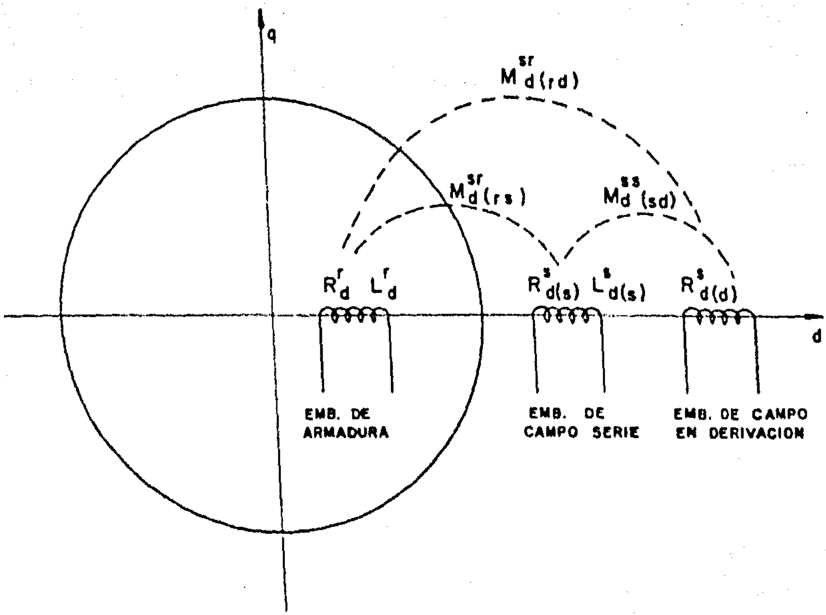


FIG. 3.19

La figura anterior muestra los embobinados que se presentan en el eje directo de nuestra máquina, nótese que existe un embobinado serie adicional en el estator, por lo cual fue necesario incluir subíndices dentro de paréntesis para identificar los devanados.

Se designará (s) para el campo serie, (r) armadura o rotor y (d) para el campo en derivación.

Sabemos, por otra parte, que un núcleo ferromagnético excitado por una corriente alterna senoidal produce un flujo magnético definido por:

$$\emptyset = \emptyset \max \operatorname{sen} wt \qquad (3.40)$$

Si sobre ése mismo núcleo se encuentra arrollado otro embobinado, el voltaje inducido será:

$$e = N\frac{d\emptyset}{dt} = Nw\ \emptyset \max \cos wt \qquad (3.41)$$

Cuyo valor instantáneo máximo es:

$$E = Nw\ \emptyset \max$$

y su valor eficaz o r.m.s.:

$$E_{rms} = \frac{N\omega\, \phi_{max}}{\sqrt{2}} \qquad (3.42)$$

En esta última expresión el término (N Ømax) representa el encadenamiento de flujo máximo instantáneo -- (λmax.), por tanto:

$$E_{rms} = \frac{2\pi f\, \lambda_{max}}{\sqrt{2}}$$

De donde:

$$\lambda_{max} = \frac{\sqrt{2}\ E_{rms}}{2\pi f} = \frac{E_{rms}}{4.44\ f}$$

Si consideramos:

$$L = \frac{\lambda_{max}}{I_{rms}}.$$

Entonces:

$$L = \frac{E_{rms}}{4.44\ f\ I_{rms}}. \qquad \text{(henrys)} \qquad (3.43)$$

Las pruebas fueron llevadas a cabo utilizando dos embobinados a la vez, excitando uno de ellos con corriente alterna y registrando el voltaje inducido en el otro.

a) Excitando la armadura y midiendo el voltaje inducido en el campo serie.

V. Aplicado (Armadura)	Corriente (Armadura)	V. Inducido (C. Serie)
136.2	18	1.04

$Rr = 1.077\Omega$

$$L_d^r \quad \frac{136.2 \times 1000}{\sqrt{2} \times 4.44 \times 60 \times 18} = 20.08 \text{ milihenrys}$$

$$M_{d(rs)}^{rs} = \frac{1.04 \times 1000}{\sqrt{2} \times 4.44 \times 60 \times 18} = 0.153 \text{ mh.}$$

A fin de corroborar estos resultados calculemos -- L_d^r de otro modo:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{136.2}{18} = 7.566$$

$$XL = \sqrt{(7.566)^2 - (1.077)^2} = \sqrt{56.094} = 7.489$$

$$L_d^r = \frac{7.489 \times 1000}{2\pi f} = 19.9 \text{ mh.}$$

b) Excitando la armadura y midiendo el voltaje inducido en el campo derivación.

V. Aplicado (Armadura)	Corriente (Armadura)	V. Inducido (C.Derivación)
74.5	9.8	298

$$M^{rs}_{d(rd)} = \frac{298}{k \times 9.8} = 80.71 \text{ mh.}$$

donde:

$$K = \frac{1000}{\sqrt{2} \times 4.44 \times 60}$$

$$R^{s}_{d(d)} = 161 \,\Omega$$

c) Excitando el campo serie y midiendo el voltaje inducido en el campo derivación.

V. Aplicado (C. Serie)	Corriente (C. Serie)	V. Inducido (C.Derivación)
0.5 Volts.	18.5 Amps.	26 Volts.

$$L^{s}_{d(s)} = \frac{0.5}{k \times 18.5} = 0.072 \text{ mh}$$

$$M^{ss}_{d(sd)} = \frac{26}{k \times 18.5} = 3.37 \text{ mh}$$

$Rd = 161\,\Omega$

d) Excitando el campo derivación y midiendo el voltaje inducido en el campo serie:

V. Aplicado (C.Derivación)	Corriente (C.Derivación)	V. Inducido (C. Serie)
278	0.30	0.40

$$L^{s}_{d(d)} = \frac{278}{k \times 0.30} = 2459.6 \text{ mh.}$$

$$M^{ss}_{d(ds)} = \frac{0.4}{k \times 0.3} = 3.534 \text{ mh.}$$

Resumiendo los resultados anteriores y puesto que los devanados del eje en cuadratura son iguales:

$$R^r_d = R^r_q = 1.077\,\Omega$$

$$R^s_{d(s)} = R^s_{q(s)} = 0.02\,\Omega$$

$$R^s_{d(d)} = R^s_{q(d)} = 161\,\Omega$$

$$L^r_d = L^r_q = 20.08 \text{ mh.}$$

$$L^s_{d(s)} = L^s_{q(s)} = 0.072 \text{ mh.}$$

$$L^s_{d(d)} = L^s_{q(d)} = 2459.6 \text{ mh.}$$

$$M^{sr}_{d(rs)} = M^{sr}_{q(rs)} = 0.0153 \text{ mh.}$$

$$M^{sr}_{d(rd)} = M^{sr}_{q(rd)} = 80.71 \text{ mh.}$$

$$M^{ss}_{d(sd)} = M^{ss}_{q(sd)} = 3.37 \text{ mh.}$$

3.5 BALANCEO DEL ROTOR

El Balanceo es un proceso por medio del cual se altera la distribución de masas de un rotor, con objeto de -- eliminar vibraciones en los rodamientos. Los orígenes de tales vibraciones pueden ser:

1.- La falta de simetría de una pieza, debida a limitaciones en diseño y fabricación, como en el caso de los devanados de un motor, que no pueden ser arrollados absolutamente simétricos, y los requerimientos del diseño de estas partes a veces hacen necesario que una bobina esté a mayor radio de la flecha que la bobina situada en el lado opuesto de la armadura; por otro lado, el material usado para impregnar los devanados no puede ser aplicado con absoluta uniformidad.

2.- La falta de homogeneidad en todos los materiales, sean fundidos, rolados, forjados, extruídos u otro proceso de producción.

3.- Distorsión no simétrica de un cuerpo mientras gira a su velocidad de operación.

4.- Porciones no maquinadas de fundiciones o forjas, las cuales, debido a las limitaciones del proceso de fabricación no pueden ser hechas exactamente concéntricas o simétricas con el eje de rotación.

En ausencia de una operación de balanceo, el centro de masa de un rotor no coincidirá con el eje rotacional de los rodamientos; y como el rotor es obligado a girar alrededor de un eje diferente del de su centro de masa, se producen fuerzas centrífugas que causan vibración.

Para eliminar estas anomalías, existen dos medios de balanceo que son el balanceo estático y el balanceo dinámico.

La presencia de desbalanceo estático se observa -- cuando la parte desbalanceada se monta en cuchillas horizontales. La pieza girará hasta que su peso o punto desbalanceado alcance la posición mas baja.

El desbalanceo dinámico se muestra únicamente cuando la pieza está en rotación.

Generalmente las partes rotatorias tienen ambos -- desbalanceos, estático y dinámico, lo cual se ilustra en - la figura 3.20, donde los dos pesos cerca de los extremos causan desbalanceo dinámico y el tercer peso introduce desbalanceo estático. Tal combinación de desbalanceo estático y dinámico puede ser corregido por pesos colocados en - dos diferentes planos perpendiculares al eje de rotación.

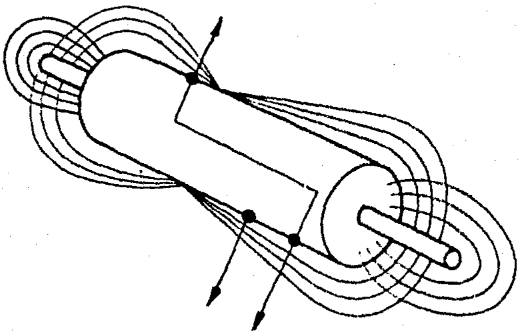


FIG. 3.20

Existen dos formas de corrección del desbalanceo, que son la adición o la sustracción de peso, y el uso de - éstas estará limitado por la función y el diseño de la pie za por balancear.

La adición de un peso consiste en aplicar las co- rrecciones en forma de pequeñas piezas de plomo, arandelas o pesos de material fundido, colocados de acuerdo con lo - indicado por la máquina balanceadora.

El barrenado, fresado, esmerilado o cepillado, --- constituyen métodos comunes de corrección de desbalanceo - por sustracción de peso. Sin embargo el fresado y el cepi llado a menudo no dan un trabajo preciso, debido a variaciones en la superficie por trabajar, y la efectividad de ---- arranque de metal del esmerilado, está sumamente limitada - por la pericia de quien lo hace y de ahí la posibilidad de requemar el metal y disminuir su calidad.

El rotor de la máquina primitiva se balanceó por -- adición de pesos, los cuales fueron determinados por medio de una máquina balanceadora y la solución del método gráfico descrito a continuación.

Como primer paso, se procede a marcar sobre el rotor, divisiones en 45°, numeradas del 1 al 8 en los planos de corrección escogidos; estas marcas servirán como referencia para la determinación del desbalanceo inicial y para la colocación de los pesos de corrección.

A continuación se lleva el rotor a su velocidad de operación y se toman lecturas del desbalanceo inicial en ambos planos de corrección, que en este caso llamaremos P_1 al correspondiente al lado del conmutador y P_2 al localizado - en el lado opuesto al anterior. Las lecturas obtenidas fueron las siguientes:

Desbalanceo inicial en el plano P_1:

7 mm/sg, localizado en el ángulo 3

Desbalanceo inicial en el plano P_2:
5.2 mm/sg, localizado en el ángulo
1.5

Como segundo paso, se colocó un peso de prueba de 10 gr. en el ángulo $\sphericalangle 1$ en el plano de corrección P_1 y se tomaron las lecturas del desbalanceo en ambos planos de - corrección, resultando:

para el plano P_1: 5.5 mm/sg $\sphericalangle 5.7$

para el plano P_2: 4.0 mm/sg $\sphericalangle 8$

Colocando el mismo peso de prueba en el plano P_2 - 1, se obtuvieron los siguientes resultados:

para el plano P_1: 8.0 mm/sg $\sphericalangle 3.6$

para el plano P_2: 6.5 mm/sg $\sphericalangle 8.5$

Como tercer paso, se representan gráficamente los planos de corrección P_1 y P_2 como muestran las figuras -- (3.21) y (3.22) y se traza en ellas el desbalanceo inicial, con una escala de 1 cm por cada mm/sg, de vibración. / Resultando el vector que va del origen al punto a_1 para el -- plano P_1 y el que va del origen al punto a_2, para el plano P_2.

Seguidamente se trazan los valores obtenidos en el segundo paso, obteniéndose los puntos b_1 y c_1 para P_1; y

b_2 y C_2, para P_2.

Conectando en el diagrama de P_1 el punto a_1 con b_1, y uniendo con una flecha en dirección de b_1, encontramos el vector llamado "de prueba":

$$T'_1 = 10.9 \text{ cm}$$

Dividiendo la masa de prueba por T'_1, obtenemos la escala de masa para el plano P_1:

$$\frac{10 \text{ gr}}{10.9 \text{ cm}} = 0.9174 \frac{\text{gr}}{\text{cm}}, \text{ o sea } \quad 1 \text{ cm} = 0.9174 \text{ gr}$$

conectando en el diagrama de P_2 el punto a_2 con C_2 en la dirección de éste último, encontramos el vector de prueba:

$$T'_2 = 4.6 \text{ cm}$$

Dividiendo la masa de prueba por T'_2, se obtiene la escala de masa para el plano P_2:

$$\frac{10 \text{ gr}}{4.6 \text{ cm}} = 2.174 \frac{\text{gr}}{\text{cm}}, \text{ o sea } \quad 1 \text{ cm} = 2.174 \text{ gr}$$

En el diagrama de P_2, uniendo el punto a_2 con b_2 en la dirección de éste último, obtenemos el vector de INTERFE

RENCIA:

$$E'_{1-2} = 5.2 \text{ cm}$$

Análogamente en el diagrama de P_1, uniendo a_1 con c_1 tenemos el vector de interferencia:

$$E'_{2-1} = 3.6 \text{ cm}$$

A continuación, se procede a determinar el radio - de interferencia para el plano P_1, dividiendo la longitud del vector de interferencia E'_{1-2} por la longitud del vector de prueba T'_1:

$$E_{1-2} = \frac{E'_{1-2}}{T'_1} = \frac{5.2 \text{ cm}}{10.9 \text{ cm}} = 0.477$$

Análogamente, para P_2:

$$E_{2-1} = \frac{E'_{2-1}}{T'_2} = \frac{3.6 \text{ cm}}{4.6 \text{ cm}} = 0.783$$

Una condición que debe cumplirse para poder usar el método, es que el producto de los radios de interferencia E_{1-2} y E_{2-1} debe ser:

$0.8 > E_{1-2} \times E_{2-1} > 1.25$; en este caso:

$E_{1-2} \times E_{2-1} = 0.477 \times 0.783 = 0.373$, por lo -- cual podemos continuar.

Como cuarto paso, se procede a la solución gráfica por el método de componentes, de la siguiente manera:

Figura 3.21 Iniciando con la lectura del desbalance inicial (punto a_1), se usa el vector de prueba T'_1 para determinar los pesos de corrección en el plano 1.

Si agregásemos un peso de corrección A'_1 en la posición angular $\measuredangle 1$, en el plano de corrección P_1, el desbalanceo se movería de a_1 a d_1, la longitud de la línea es - de 6.3 cm; y si a continuación agregamos en 3, o sea 90° adelante en el diagrama, un peso de corrección representado por una longitud de 3 cm, alcanzaríamos el origen o centro, con lo cual logramos que el plano P_1 quede perfectamente balanceado, los pesos son:

$$A'_1 = 6.3 \text{ cm}$$

$$A^3_1 = 3.0 \text{ cm}$$

Los pesos de corrección obtenidos no se colocan al rotor, sino que se van anotando en la hoja de resultados.

En esta parte del proceso tenemos balanceado el plano P_1; sin embargo, los pesos de corrección agregados para tal efecto, modifican la posición del desbalanceo en el plano P_2, o sea:

Figura 3.22 Iniciando en el punto a_2 se usa el vector de interferencia E'_{1-2} para determinar las interferencias en el plano P_2. El peso A'_1 colocado en el plano P_1, interfiere en P_2, y el punto a_2 se mueve en la dirección del vector de interferencia E'_{1-2} con una longitud determinada por el radio de interferencia, o sea:

$$A'_1 \times E_{1-2} = 6.3 \times 0.477 = 3.0 \text{ cm}$$

el segundo peso de corrección, produce un movimiento adicional de d_2 a e_2 con una longitud de:

$$A^3_1 \times E_{1-2} = 3.0 \times 0.477 = 1.431 \text{ cm}$$

o sea que si los pesos A'_1 y A^3_1 fueran agregados físicamente al rotor, tendríamos el plano de corrección P_1 bien balanceado y el plano P_2, con un desbalanceo determinado por el punto e_2.

Si ahora partimos del punto e_2 y utilizamos el vector de prueba T'_2 para determinar los pesos de corrección para el plano P_2, tenemos que para alcanzar el centro del diagrama de la Fig. 3.22, debemos "colocar" los siguientes pesos de corrección:

$$A^5{}_2 = 2.42 \text{ cm}$$

$$A^7{}_2 = 4.5 \text{ cm}$$

Estos pesos afectan el desbalance en el plano 1 de acuerdo con los vectores $E^5{}_{2-1}$ y $E^7{}_{2-1}$, vía F_1 y g_1:

$$E^5{}_{2-1} = A^5{}_2 \times E_{2-1} = 2.42 \times 0.783 = 1.894 \text{ cm}$$

$$E^7{}_{2-1} = A^7{}_2 \times E_{2-1} = 4.5 \times 0.783 = 3.523 \text{ cm}$$

A continuación, se repite el proceso para ambos -- planos sucesivamente, hasta lograr que mientras un plano - está bien balanceado, el otro tenga un desbalanceo despreciable, con lo cual se terminan las iteraciones. En este caso, al llegar en el diagrama 2 al punto J_2, el desbalanceo remanente en ese plano, está dentro de los límites admisibles por norma.

En el plano P_1, que corresponde al lado del conmutador, no tenemos desbalanceo, en este momento se detuvo - el proceso.

Como quinto paso, pasamos a la hoja de resultados de la Fig. 4, para determinar el resultado final de los - pesos de corrección para ambos planos.

Para obtener los valores de los pesos resultantes, en gramos, utilizamos la escala de masa.

Para el plano P_1, la escala de masa es:

1 cm = 0.9174 gr; por lo que:

$$9.88 \text{ cm} \times 0.9174 \frac{gr}{cm} = 9.06 \text{ gr} \measuredangle 1.18 \doteq 9 \text{ gr} \measuredangle 1.2$$

Para el plano P_2, la escala de masa es:

1 cm = 2.174 gr; por lo que:

$$4.99 \text{ cm} \times 2.174 \frac{gr}{cm} = 10.85 \text{ gr} \measuredangle 5.92 \doteq 11 \text{ gr} \measuredangle 5.9$$

que son los valores finales, correspondientes a las correcciones colocadas al rotor.

— PLANO I -

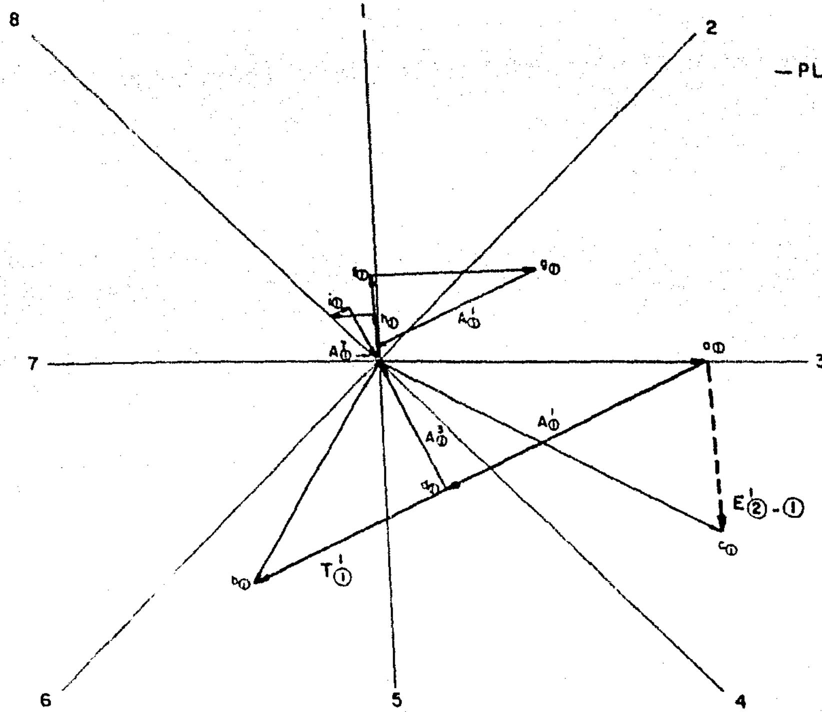


FIG. 3.21

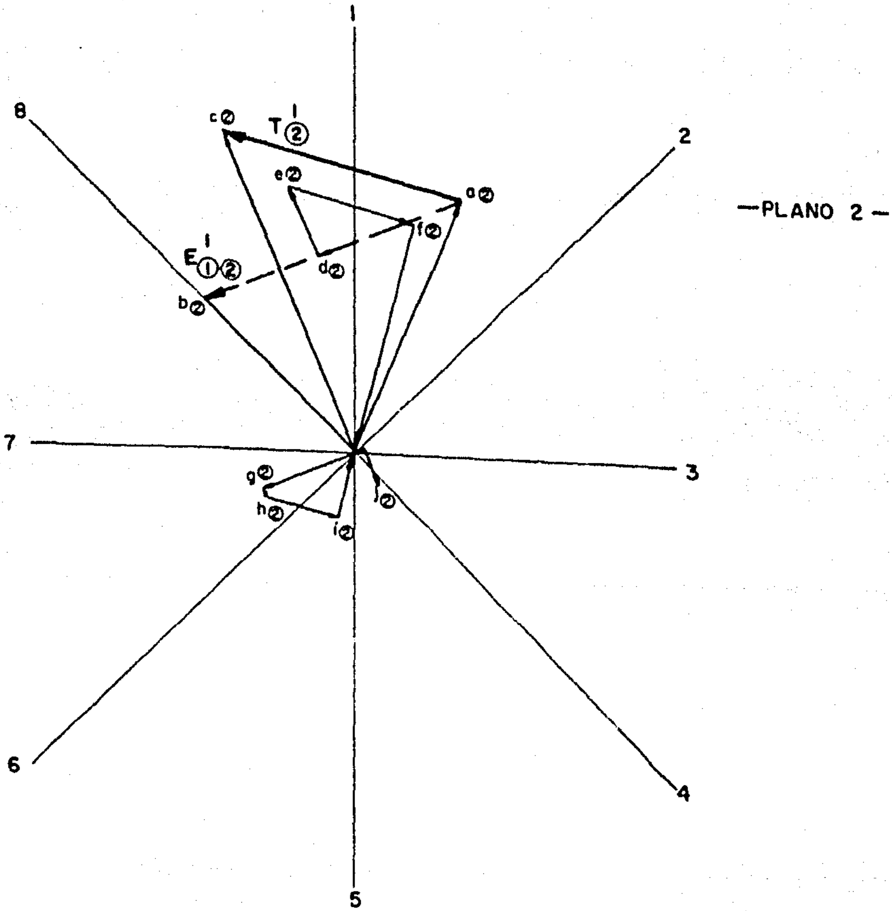


FIG. 3.22

CORRECCIONES (cm)	PLANO 1				PLANO 2			
	∡ 1	∡ 3	∡ 5	∡ 7	∡ 1	∡ 3	∡ 5	∡ 7
1a. corrección	6.3	3.0						
2a. corrección							2.42	4.5
3a. corrección	3.9			0.28				
4a. corrección						1.2	1.32	
5a. corrección			0.42	1.3				
	10.20 - 0.42	3.0 -1.58	0.42	1.58		1.2	3.74	4.5 -1.2
corrección total	9.78	1.42					3.74	3.3
corrección resultante (cm)	9.88 ∡ 1.18				4.99 ∡ 5.92			
corrección resultante (gr)	9.0 ∡ 1.2				10.85 ∡ 5.9			

NOTAS:

PLANO 1 Lado del conmutador

PLANO 2 Lado opuesto al conmutador

3.6 RESUMEN

Con nuestra máquina primitiva construída conforme a lo expuesto en el capítulo segundo, se describen aquí las formas de los campos magnéticos generados en rotor y estator utilizándose, para este último dos métodos de análisis distintos.

Posteriormente, a fin de certificar el estado y funcionamiento de la máquina se llevaron a cabo varias pruebas descritas en las secciones últimas de este capítulo y cuyos resultados sirvieron, además, para la determinación de algunos parámetros, tanto eléctricos como mecánicos y que podrán utilizarse para definir las ecuaciones de equilibrio.

REFERENCIAS

[1] FITZGERALD, A.E. "Fundamentos de Ingeniería Eléctrica" McGraw-Hill, México, 1975

[2] FINK, Donald G. "Standard Handbook for Electrical Engineers" McGraw-Hill, New York, 1978

[3] GOURISHANKAR. Vembu "Conversión de Energía Electromecánica", Representaciones y Servicios de Ingeniería, México, 1975

[4] HONSINGER, V.B. Analyzing motor application data Allis-Chalmers Engineering Review

[5] KUHLMANN, JOHN H. "Design of Electrical Apparatus" John Wiley & Sons, New York, 1959

[6] LANGSDORF, Alexander S. "Principios de las máquinas de corriente continua" Del Castillo, Madrid, 1968

[7] LIWSCHITZ-GARIK "Direct-Current Machines" Nostrand, New York, 1956

[8] MATSCH, Leander W. "Máquinas Electromecánicas y Electromagnéticas" Representaciones y Servicios de Ingeniería, México, 1974

[9] MEISEL, Jerome "Principios de conversión de energía electromecánica" McGraw-Hill, 1975

[10] SALAZAR, Luís A. "Ingeniería Eléctrica Experimental" Boixareu Editores, Barcelona, 1973

[11] SCHENCK, Carl <u>Field Balancing, Analysis and Vibration Severity Measuring Instrument</u> Carl Schenck, Darmstadt

[12] SISKIND, Charles S. "Electrical Machines" McGraw-Hill, Tokio, 1959

[13] SMITH, Ralph J. "Circuitos, Dispositivos y Sistemas" Limusa-Wiley, México, 1968

[14] TRENKMANN, M. "Teoría, cálculo y construcción de las máquinas de corriente continua" Labor, Barcelona, 1956