

10
2 Eje

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE INGENIERIA

SIMULACION DEL FLUJO SANGUINEO EN VASOS CAPILARES.

T E S I S

Que para obtener el Título de :

INGENIERO EN COMPUTACION

p r e s e n t a :

LEONARDO ESCANERO FIGUEROA

Dir. M. en C. MARIO LUIS CHIN AUYON



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

I N D I C E

1. INTRODUCCION.	1
2. CONSTITUCION Y FUNCION DE LA SANGRE.	2
3. MODELOS DEL COMPORTAMIENTO SANGUINEO.	5
4. CONSTITUCION Y FUNCION DE LOS VASOS SANGUINEOS.	13
5. MODELOS DEL COMPORTAMIENTO DE LAS PAREDES VASCULARES.	18
6. MODELOS MATEMATICOS.	24
7. RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS MODELOS MATEMATICOS.	42
8. SIMULACION DE ANOMALIAS EN EL FLUJO SANGUINEO.	51
9. BIBLIOGRAFIA.	58

A partir de la configuración de una red de vasos capilares del mesenterio* de un ratón, se simula el comportamiento del flujo sanguíneo para las condiciones de presión en las arteriolas y vénulas localizadas en la periferia de la red.

Esta red capilar es analizada como un circuito eléctrico, cuyas admitancias dependen de las dimensiones vasculares y de la viscosidad de la sangre. Debido a que la sangre es un fluido no newtoniano, su viscosidad no permanece constante para las diferentes condiciones en el esfuerzo cortante a que se ve sometida en su trayecto por la red. Por otro lado, se tiene que las paredes vasculares no son rígidas, por lo que el diámetro de los vasos está en función de la presión sanguínea y del tipo de vaso: arteriola, vénula o capilar, los cuales poseen diferentes características elásticas.

Se estudian cuatro casos que consideran lo siguiente:

- a) Viscosidad y diámetros constantes.
- b) Viscosidad variable y diámetros constantes.
- c) Viscosidad constante y diámetros variables.
- d) Viscosidad y diámetros variables.

Estos casos se analizan para determinar cómo afecta la variación de la viscosidad y de los diámetros al flujo sanguíneo en la red.

Finalmente, se simulan algunas anomalías en el comportamiento de la red capilar debidas a posibles variaciones de la presión.

* El mesenterio es una membrana delgada y transparente, unida al intestino delgado.

2. CONSTITUCION Y FUNCION DE LA SANGRE.

La sangre humana es una suspensión de células (glóbulos) en una solución acuosa. Por centrifugación la sangre se separa en plasma y células, al porcentaje del volumen total de la sangre ocupado por células se le llama hematócrito.

El plasma está constituido aproximadamente por un 90% de agua, 7% de proteínas, 1% de sustancias inorgánicas y 1% de otras sustancias orgánicas. Las proteínas plasmáticas se dividen en 3 grupos básicos: albúmina, globulinas y fibrinógeno. La función primaria de la albúmina (y de las demás proteínas en menor grado) es producir presión osmótica a nivel de la membrana capilar. Esta presión llamada presión coloidosmótica, impide que el líquido del plasma escape de los capilares hacia los espacios intersticiales (entre las células y los capilares). Las globulinas se dividen a su vez en 3 grupos principales: globulinas alfa, beta y gamma. Las globulinas alfa y beta ejercen diversas funciones en la circulación como transporte de otras sustancias combinándose con ellas, actúan como substratos que reaccionan con otros cuerpos y transportan proteínas de una a otra parte del cuerpo. Las globulinas gamma y en menor grado las globulinas beta, desempeñan papel principal protegiendo al cuerpo de las infecciones, pues estas globulinas son las que constituyen principalmente los anticuerpos que resisten a infección e intoxicación, proporcionando al cuerpo inmunidad. El fibrinógeno del plasma tiene importancia fundamental para la coagulación de la sangre.

La parte celular de la sangre está formada de glóbulos

rojos, glóbulos blancos y plaquetas, conocidos también como eritrocitos, leucocitos y trombocitos respectivamente.

Los glóbulos rojos llevan oxígeno a todos los tejidos del cuerpo y lo cambian por bióxido de carbono, después regresan a los pulmones para liberarlo y absorber nuevamente el oxígeno. Los glóbulos rojos son células sin núcleo en forma de discos bicóncavos con un diámetro de 7.6 micras y un espesor de 2.8 micras. Su forma puede cambiar enormemente cuando atraviesan los capilares, debido a que los diámetros de éstos son tan pequeños, que para poder pasar por ellos los glóbulos rojos se deforman. El número de glóbulos rojos es de aproximadamente 5 millones en un milímetro cúbico, es decir más del 90% de las células de la sangre.

Los glóbulos blancos, a diferencia de los eritrocitos, son células completas (con núcleo) y de forma más redondeada. Tienen un diámetro de 10 a 20 micras y normalmente se encuentran diferentes tipos, tres de los cuales corresponden a los de las células polimorfonucleares, que presentan un aspecto granuloso, por lo cual se denominan granulocitos, además se tienen los monocitos y los linfocitos. Los granulocitos y los monocitos protegen al cuerpo contra gérmenes invasores captándolos por el proceso de fagocitosis. Una de las funciones de los linfocitos es fijarse a gérmenes invasores específicos y destruirlos. El hombre adulto tiene unos 7000 glóbulos blancos por milímetro cúbico.

Por último, se tienen las plaquetas cuya función estriba en activar el mecanismo de coagulación de la sangre. Las pla-

quetas son pequeños discos redondos u ovaes de 2 micras de diámetro y su concentración normal en la sangre es del orden de 200,000 a 400,000 por milímetro cúbico.

3.1 El fluido viscoso newtoniano.

En un fluido viscoso newtoniano, la tensión debida a un esfuerzo cortante es linealmente proporcional a la razón de deformación.

El concepto newtoniano de la viscosidad puede ser explicado en el caso más simple de un flujo cortante con un gradiente de velocidad constante, como el que se esboza en la figura 3.1. Newton propuso la relación

$$\tau = \mu \frac{du}{dr} \quad (3.1)$$

para el esfuerzo cortante τ , donde μ es el coeficiente de viscosidad y du/dr el gradiente de velocidad. En el sistema CGS la unidad de medida de μ es el poise (en honor de Poiseuille) y equivale a $1 \text{ dina}\cdot\text{seg}/\text{cm}^2$.

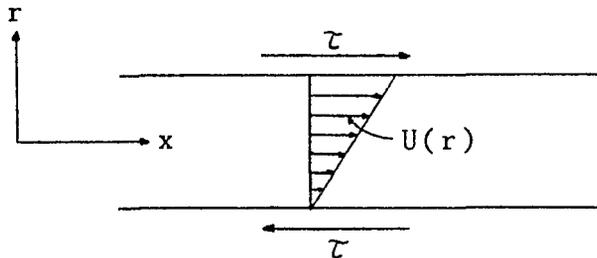


Figura 3.1 Concepto newtoniano de la viscosidad.

3.2 Flujo laminar de la sangre en un tubo.

Consideremos el flujo sanguíneo en un tubo cilíndrico asumiendo que el flujo es laminar, el tubo es largo y el flujo constante, por lo que las condiciones del flujo no cambian ni con la distancia a lo largo del tubo ni con el tiempo. Ba-

jo estas suposiciones, podemos analizar el flujo mediante una sencilla aproximación:

Usando coordenadas polares hacemos coincidir el eje polar con el eje del cilindro (ver figura 3.2). El flujo obedece las ecuaciones de Navier-Stokes de movimiento de un fluido incompresible. La condición de frontera es que la sangre se adhiere a la pared del tubo (la llamada condición de no deslizamiento). Puesto que la condición de frontera es axisimétrica, el flujo será también simétrico con respecto al eje y la única componente de la velocidad que no desaparece es $U(r)$ en la dirección axial; $U(r)$ es una función de r únicamente, y no de x .

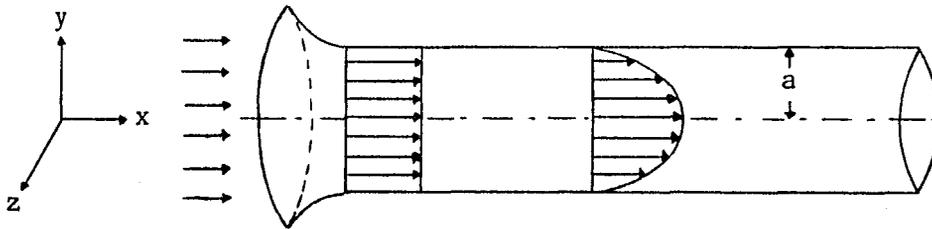


Figura 3.2 Perfiles de velocidad del flujo laminar en un tubo cilíndrico.

En la figura 3.3 se muestra aislado un cuerpo cilíndrico de fluido, de radio r y de longitud unitaria en la dirección axial. Este cuerpo está sujeto a una presión P_1 sobre su extre-

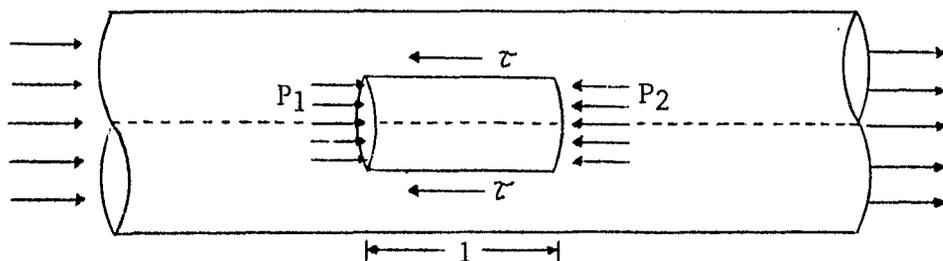


Figura 3.3 Diagrama de cuerpo libre de un elemento localizado centralmente, sobre el cual actúan la presión y el esfuerzo cortante.

mo izquierdo, P_2 del lado derecho y al esfuerzo cortante τ sobre su superficie lateral. Puesto que $P_1 - P_2 = -l \left(\frac{dp}{dx} \right)$ actúa sobre un área πr^2 , y τ sobre el área $l \cdot 2\pi r$, tenemos para el equilibrio, el balance de fuerzas:

$$\tau \cdot 2\pi r = -\pi r^2 \frac{dp}{dx}$$

o

$$\tau = -\frac{r}{2} \frac{dp}{dx} \quad (\text{Stokes, 1851}) \quad (3.2)$$

Este importante resultado se presenta en la siguiente gráfica.

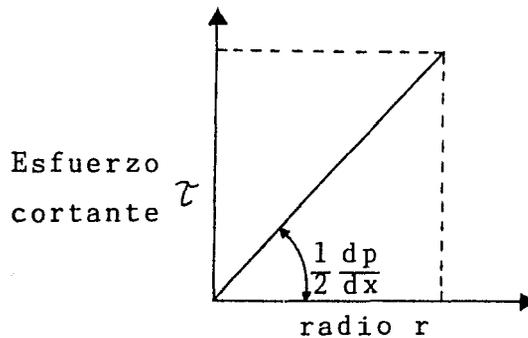


Figura 3.4 Relación entre el esfuerzo cortante τ y la distancia r del eje de simetría.

La sustitución de la ecuación 3.1 en la 3.2 produce la siguiente relación:

$$\frac{du}{dr} = -\frac{r}{2\mu} \frac{dp}{dx} \quad (3.3)$$

Dado que el lado izquierdo de la ecuación anterior es una función de r , el lado derecho también debe serlo. De aquí que dp/dx no pueda ser una función de x . Pero puesto que el

fluido no se mueve en la dirección radial, las presiones radiales deben estar balanceadas, y p no puede variar con r . De donde el gradiente de presión dp/dx debe ser una constante. Por consiguiente, podemos integrar la ecuación (3.3) para obtener

$$U = -\frac{r^2}{4\mu} \frac{dp}{dx} + B \quad (3.4)$$

en donde B es una constante de integración y puede ser determinada por la condición de frontera de no deslizamiento:

$$U=0 \quad \text{cuando} \quad r=a \quad (3.5)$$

Combinando las ecuaciones (3.4) y (3.5) obtenemos la solución

$$U = -\frac{1}{4\mu}(a^2 - r^2) \frac{dp}{dx} \quad (3.6)$$

la cual muestra que el perfil de la velocidad es una parábola, como se observa en la figura 3.2.

La razón del flujo a través del tubo puede ser obtenida, integrando las velocidades de todos los anillos concéntricos de flujo, sobre la sección transversal del tubo.

$$Q = 2\pi \int_0^a U r dr \quad (3.7)$$

Sustituyendo la ecuación (3.6) en (3.7), obtenemos la conocida fórmula de Hagen-Poiseuille:

$$Q = \frac{\pi a^4}{8\mu} \frac{dp}{dx} \quad (3.8)$$

Haciendo la división de la razón del flujo entre el área de la sección transversal del tubo se obtiene la velocidad media del flujo.

$$U_m = \frac{a^2}{8\mu} \frac{dp}{dx} \quad (3.9)$$

3.3 Viscosidad de la sangre.

La sangre tiene un comportamiento viscoso no newtoniano, por lo que la fórmula de Hagen-Poiseuille no es aplicable directamente al flujo sanguíneo. Sin embargo se puede definir el concepto de viscosidad aparente para un tubo cilíndrico como:

$$\mu_{app} = \frac{\pi a^4}{8} \frac{1}{Q} \frac{\Delta P}{\Delta L} \quad (3.10)$$

en donde

a- Es el radio del tubo.

Q- Flujo volumétrico sanguíneo.

ΔP - Diferencia de presión entre los extremos del tubo.

ΔL - Longitud del tubo.

La viscosidad aparente no es una propiedad intrínseca de la sangre, sino que depende de la interacción entre la sangre y los vasos sanguíneos.

Cuanto mayor sea la proporción de células en la sangre, la fricción entre las capas sucesivas de sangre aumentará. Por lo tanto, la viscosidad de la sangre crece conforme el hematocrito aumenta.

Para el flujo sanguíneo en vasos cilíndricos, la viscosidad aparente decrece cuando disminuye el diámetro de los vasos. Esto fue descubierto por Fahraeus y Lindqvist (1931), quienes examinaron el flujo de sangre en tubos de vidrio conectados a un depósito, en un arreglo como el ilustrado en la figura 3.5. Ellos encontraron esta tendencia en tubos de diámetro en el rango de 500 a 50 micras. Barbee y Cokelet (1971) ampliaron este experimento y observaron que la tendencia continúa al menos hasta tubos de un diámetro de 29 micras.

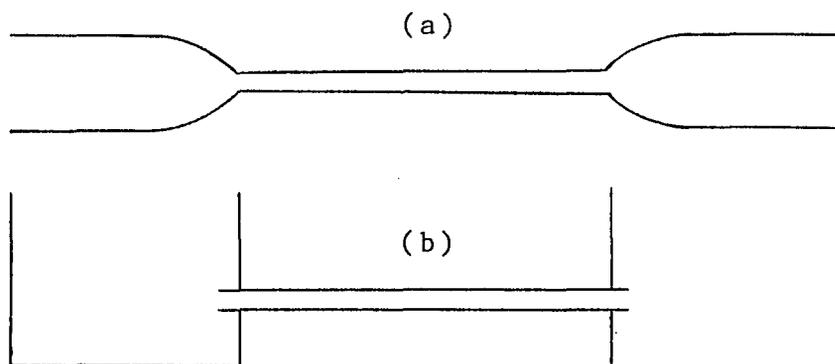


Figura 3.5 Los tubos capilares utilizados por (a) Fahraeus y Lindqvist y (b) por Barbee y Cokelet para medir la dependencia de la viscosidad aparente de la sangre con respecto al diámetro de los tubos cilíndricos.

Una explicación del efecto Fahraeus-Lindqvist fue dada por Barbee y Cokelet y está basada en una observación hecha por el mismo Fahraeus. Fahraeus (1929) encontró que cuando se deja fluir sangre de hematócrito constante de un recipiente grande por un pequeño tubo, el hematócrito en el tubo disminuye a medida que el diámetro decrece. Barbee y Cokelet demostraron que si uno mide la viscosidad aparente de la sangre en un tu-

bo grande (digamos de 1 mm. de diámetro) como una función del hematócrito, y estos datos son usados para calcular la viscosidad de la misma sangre en un tubo más pequeño con el hematócrito existente en dicho tubo, se obtiene una coincidencia total con los datos experimentales. Este es un resultado importante, ya que no sólo amplía la utilidad de las mediciones de la viscosidad aparente, sino también proporciona una base para la comprensión de los mecanismos de la resistencia al flujo en la microcirculación.

Cuando los vasos sanguíneos tienen un diámetro menor al de los glóbulos rojos, la resistencia al flujo aumenta enormemente conforme el diámetro se hace más pequeño. Esto es la inversión del efecto Fahraeus-Lindqvist.

Otro importante factor que interviene en el valor de la viscosidad es la velocidad del flujo. A medida que la velocidad del flujo disminuye, el valor de la viscosidad aumenta. Este efecto probablemente dependa de la adherencia de los glóbulos rojos unos con otros y a las paredes vasculares.

En base a experimentos, Lipowsky H. (1975) propuso el siguiente modelo para la obtención de la viscosidad aparente de la sangre en vasos capilares

$$\mu_{app} = \frac{\tau^*}{\bar{U}} \quad (3.11)$$

$$\tau^* = (0.977 \bar{U}^{\frac{1}{2}} + 7.94)^2 \quad (3.12)$$

en donde \bar{U} - Velocidad media de la sangre relativa al diámetro [S^{-1}].
 μ_{app} - Viscosidad aparente de la sangre.
 τ^* - Esfuerzo cortante [$cP \cdot S^{-1}$].

La velocidad media de la sangre puede evaluarse dividiendo el flujo volumétrico sanguíneo entre el área de la sección transversal del vaso:

$$U_m = \frac{4Q}{\pi D^2} \quad (3.13)$$

y finalmente para obtener \bar{U} se divide U_m sobre el diámetro:

$$\bar{U} = \frac{4Q}{\pi D^3} \quad (3.14)$$

La circulación de la sangre se divide en gran circulación y circulación pulmonar. La gran circulación riega todos los tejidos del cuerpo con excepción de los pulmones.

En la figura 4.1 se muestra el plan general de la circulación con sus dos subdivisiones principales. La sangre fluye casi sin resistencia en los grandes vasos de la circulación, pero no así en las arteriolas y los capilares en donde la resistencia es mayor.

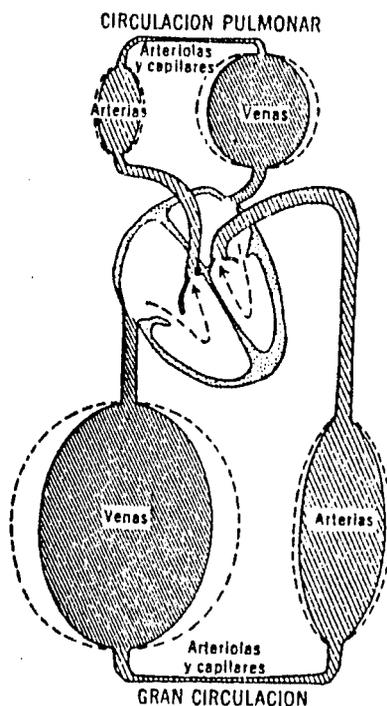


Figura 4.1 Representación esquemática de la circulación.

La función de las arterias es llevar la sangre del corazón a los tejidos del cuerpo a gran presión.

La pared arterial está constituida por tres capas: la íntima, la media y la adventicia como se ilustra en la figura 4.2.

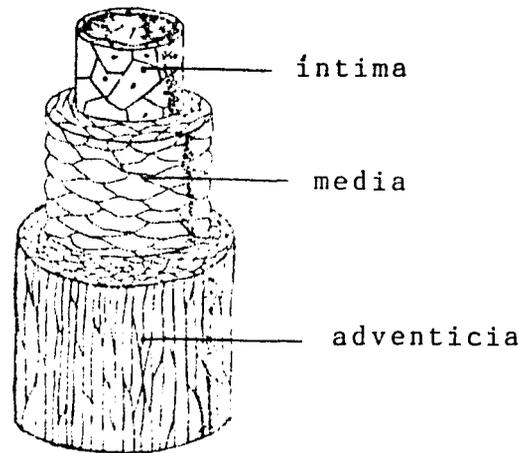


Figura 4.2 Constitución de las arterias.

La íntima consiste de células endoteliales, la membrana basal y una capa compuesta de un agregado extendido de fino colágeno, elastina y fibras reticulares, así como músculo liso y otras células. La transición a la capa media está marcada por una membrana elástica interna. La capa media es muscular, dividida en capas concéntricas por láminas elásticas, las cuales tienen ventanas que atraviesan las fibras de colágeno y elastina para ligar la estructura tridimensionalmente. La adventicia está formada por células planas de protección y constituye la membrana elástica externa.

El músculo liso de las arterias les confiere cierto tono que les permite mantener una determinada presión en su interior, ante los cambios de presión que se producen con el latido cardíaco.

Las venas funcionan como conductos para transportar la sangre de los tejidos nuevamente hacia el corazón.

La estructura básica de las venas es similar a la de las

arterias. El espesor relativo de la pared vascular es generalmente menor que en las arterias, y la capa media contiene tejido elástico muy pequeño. La adventicia de las venas es relativamente gruesa y contiene gran cantidad de colágeno.

De la superficie íntima de las venas más grandes se extienden finos pliegues que forman válvulas. Estas válvulas sirven para disminuir la presión hidrostática en la parte más baja del cuerpo; cada vez que una persona mueve sus piernas o pone tensos sus músculos, cierto volumen de sangre es impulsado hacia el corazón. Este sistema recibe el nombre de bomba venosa.

La mayor parte de la sangre está contenida en las venas, por este motivo se dice que las venas de la gran circulación actúan como reservorio de sangre para la circulación. Cuando el cuerpo pierde sangre hasta el grado que la presión empieza a disminuir, se desencadenan reflejos de presión originando la constricción de las venas, lo cual corrige inmediatamente la dificultad en el sistema circulatorio.

En los capilares tiene lugar la función más específica de la circulación sanguínea, es decir el intercambio de elementos nutritivos y excreta-celulares entre los tejidos y la sangre circulante, es por esto que las paredes capilares son muy delgadas y permeables a sustancias de molécula pequeña. Esta función está cubierta por unos 10,000 millones de capilares, por lo que resulta raro que alguna célula funcional de la economía esté a más de 30 micras de un capilar.

En la figura 4.3 se presenta la estructura de una unidad de red capilar. La sangre penetra a la red por una arteriola

y sale por una vénula. Las arteriolas son las últimas ramas del sistema arterial.

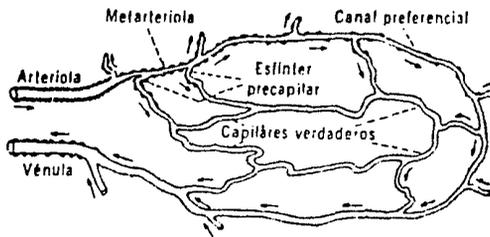


Figura 4.3 Estructura general de un lecho capilar.

La sangre de la arteriola se introduce a una serie de metarteriolas, al salir de estas últimas la sangre entra en los capilares, algunos de los cuales son voluminosos y reciben el nombre de vías preferenciales; otros más pequeños son capilares verdaderos. Después de atravesar los capilares la sangre sale por una vénula y vuelve a la circulación general.

Las arteriolas tienen una poderosa cubierta muscular que les permite cambiar su diámetro para modificar el riego sanguíneo a los capilares. Las metarteriolas no poseen una capa muscular continua; fibras lisas las rodean en puntos intermedios, que se indican por puntos negros en la figura 4.3.

En el punto donde los capilares verdaderos nacen de las metarteriolas, una fibra muscular lisa suele rodear al capilar, la cual constituye el llamado esfínter precapilar. Este esfínter puede abrir y cerrar la entrada del capilar.

Las vénulas son más grandes que las arteriolas y tienen una capa muscular bastante más débil. Sin embargo la presión

en las vénulas es mucho más baja que en las arteriolas, de manera que las vénulas quizá se puedan contraer tanto como las arteriolas.

5. MODELOS DEL COMPORTAMIENTO DE LAS PAREDES VASCULARES.

El diámetro de los vasos sanguíneos, a diferencia de lo que ocurre con tubos rígidos, aumenta al elevarse la presión interna, es decir son distensibles.

El mesenterio es una membrana unida al intestino delgado. Esta membrana es empleada frecuentemente en las observaciones del flujo sanguíneo en vasos capilares, por tener la característica de ser delgada y transparente.

Haciendo las mediciones del radio interno y externo de los vasos sanguíneos del mesenterio en función de la presión, Gore (1974) obtuvo la relación entre el diámetro medio y la tensión en la pared vascular en varios grupos de vasos. En la figura 5.1 se muestran los resultados del experimento hecho por Gore. La tensión en la pared fue calculada de la fórmula:

$$\langle \tau_e \rangle = p \frac{r_i}{h}$$

en donde p es la presión media, r_i es el radio interior del vaso y h es el espesor de la pared. $\langle \tau_e \rangle$ es el promedio de la tensión circunferencial en la pared, asumiendo que la presión que actúa en el exterior del vaso es cero. El diámetro medio es el promedio de los diámetros interior y exterior.

La línea continua en la figura 5.1 muestra la tensión circunferencial en los microvasos precapilares cuando la presión sanguínea es de 100 ± 10 mm Hg. Se observa que el nivel de tensión disminuye conforme decrece el diámetro vascular.

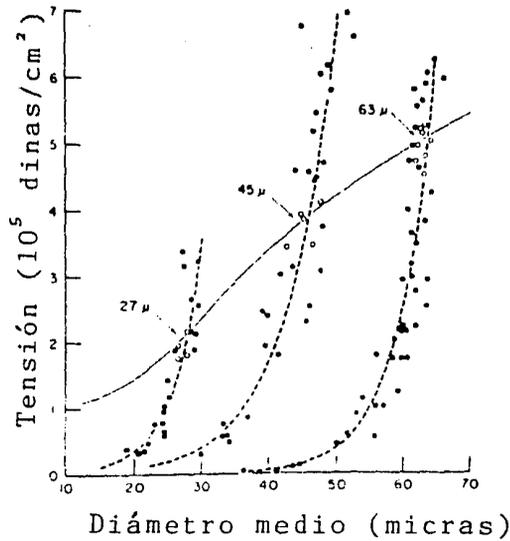


Figura 5.1 Curvas diámetro-tensión de 3 tipos de arteriolas en el mesenterio del gato: 63μ grandes arteriolas, 45μ arteriolas y 27μ arteriolas terminales.

La respuesta de los músculos lisos en las arteriolas para cambios en alargamiento, tensión (o presión sanguínea), oxígeno u otros factores es la clave para la regulación del flujo sanguíneo. La respuesta para la presión sanguínea puede ser ilustrada con los resultados obtenidos por Baez et al. (1960) figura 5.2 quien midió los diámetros vasculares para diferentes presiones.

En la figura 5.2 se observa que hay una región de presión en la que la metarteriola (curva central) no cambia su diámetro con la presión. Para el pequeño vaso precapilar (curva inferior) esta región plana es igualmente grande. La existencia de tal región plana, opuesta a la elasticidad pasiva, implica una respuesta activa del músculo liso vascular. Cuando la presión interna es reducida por debajo de un cierto límite,

la contracción muscular cierra el vaso. Puesto que una oclusión automática no es posible sin una contracción activa, el fenómeno de oclusión nuevamente refleja la acción del músculo liso.

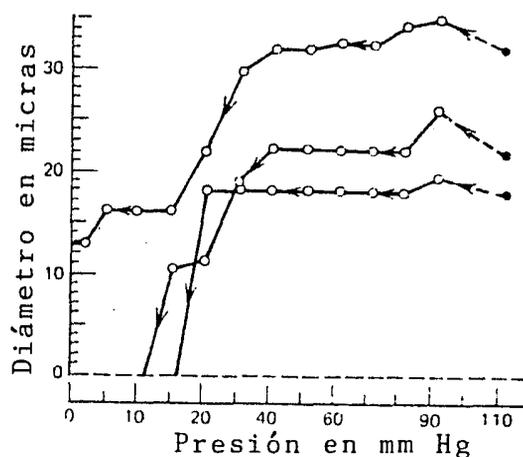


Figura 5.2 El cambio de diámetro vascular con la presión sanguínea medida por Baez et al. en el mesoapéndice de la rata.

A partir de este experimento se propuso el siguiente modelo para la obtención de los diámetros de las arteriolas en función de la presión media \bar{P} :

para \bar{P} (0-30 cm H₂O)

$$\frac{D - D_0}{D_0} = 9.61 \times 10^{-2} \bar{P} - 1.01 \times 10^{-2} \bar{P}^2 + 3.5 \times 10^{-4} \bar{P}^3 - 2.66 \times 10^{-6} \bar{P}^4$$

(5.1)

y para \bar{P} mayor a 30 cm H₂O

$$D = D_{30 \text{ cm H}_2\text{O}}$$

es decir, para valores superiores a 30 cm de H₂O, el diámetro se mantiene constante en el valor que tiene a los 30 cm de H₂O.

Se ha encontrado que los vasos capilares en el mesenterio son muy rígidos. Fung (1966) sugiere que los capilares en el mesenterio se comportan como un tunel en un gel y que el comportamiento capilar no puede ser estudiado independientemente de este gel circundante. Fung, Zweifach e Intaglietta midieron la relación tensión-deformación del mesenterio, y Fung utilizó estos resultados para calcular la contribución del tejido circundante a la rigidez de los vasos capilares sanguíneos contenidos en el interior, demostrando que cuando el mesenterio se encuentra tensado al grado utilizado en la mayor parte de los experimentos fisiológicos, el medio circundante contribuye con más del 99% de la rigidez en los vasos capilares sanguíneos. También estableció que la elasticidad de los capilares depende de la cantidad de tejido circundante que se encuentra integrado al vaso sanguíneo, y de acuerdo al grado de tensión del tejido; si el tejido circundante es grande comparado con el capilar, entonces la mayor parte de la rigidez se deriva del tejido; si es pequeño comparado con el capilar y el tejido se encuentra más relajado, entonces el capilar será más distensible.

Un importante corolario del concepto tunel-en-gel del capilar es que el vaso sanguíneo no se colapsa bajo una compresión externa uniforme. Un capilar en un tejido comprimido puede permanecer abierto por la misma razón que un tunel subterráneo se mantiene abierto bajo la tremenda presión de la tierra.

Burton (1966) propuso el modelo que a continuación se

presenta para la distensión de los vasos capilares:

$$D = D_0 + 0.001473\bar{P} \quad (5.2)$$

La estructura de las venas no es muy diferente de las arterias, por lo que su ecuación constitutiva es similar. Como se observa en la figura 5.3, las curvas de tensión-deformación para las venas, obtenidas por Azuma y Hasegawa, son muy parecidas a las de las arterias.

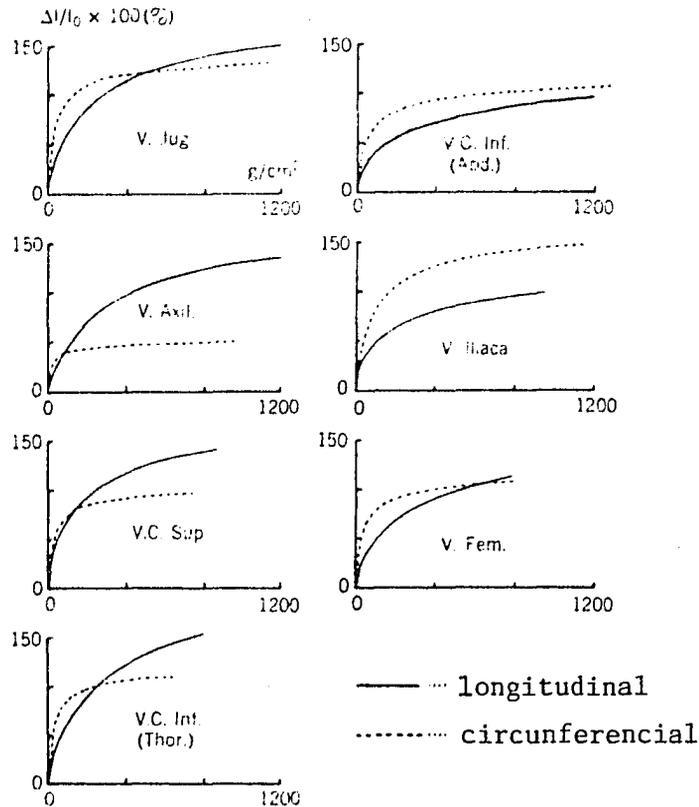


Figura 5.3 Curvas de tensión-deformación para las venas del perro. Abscisas: tensión. Ordenadas: porcentaje de deformación.

Un importante trabajo de Gaetgens y Uekermann (1971) re-

porta la distensibilidad de microvasos del mesenterio, los cuales contienen cerca del 25% del volumen total de la sangre en el cuerpo. Trabajando con el mesenterio del perro, ellos midieron en vasos venosos de 22 a 148 micras de diámetro interno, la variación de los diámetros en respuesta a los cambios de presión arterial y venosa. Sobre un rango de presión arterial entre 0 y 170 mm Hg (mientras la presión en las venas exteriores era cero), los diámetros venosos cambiaron en $6.3 \pm 4.4\%$; con una elevación de presión venosa de 0 a 30 mm Hg (mientras la presión arterial era igual a cero), un aumento del volumen de los microvasos venosos de aproximadamente 360% fue medido. De este modo, los microvasos venosos parecen ser uno de los elementos mas distensibles del sistema vascular.

En base a estos experimentos, se presenta el siguiente modelo para obtener la variación de los diámetros venulares en función de la presión media:

$$\frac{D-D_0}{D_0} = -2.4132 \times 10^{-5} \bar{P} + 3.5832 \times 10^{-5} \bar{P}^2 - 1.387 \times 10^{-7} \bar{P}^3 \quad (5.3)$$

\bar{P} (0-80 cm H₂O)

6. MODELOS MATEMATICOS.

En base a lo visto en los capítulos anteriores, se hace el desarrollo de cuatro modelos del flujo sanguíneo en una red de vasos capilares. Estos modelos difieren entre sí, al considerar o no, la variación de los diámetros vasculares y de la viscosidad de la sangre.

Con las condiciones de presión en las arteriolas y vénulas de la periferia, estos modelos permitirán conocer la presión y el flujo sanguíneo en cada vaso de la red.

En la figura 6.1 se presenta la red de vasos capilares que será modelada. Los diámetros y las longitudes de cada vaso, así como la clasificación de los mismos en arteriolas, vénulas y capilares, constituyen la información que se tiene sobre esta red.

Dada la analogía existente entre una red de vasos capilares y un circuito eléctrico, se hace uso de una metodología similar a la del análisis matricial de redes eléctricas.

Mediante el análisis por nodos, se plantea un sistema de ecuaciones lineales en forma matricial, cuya solución proporciona los valores de la presión en los nodos de la red.

El primer paso para la aplicación de este método, consiste en numerar los n nodos de la red y los b vasos sanguíneos, a los cuales se les asigna también una dirección de referencia.

Esta red está compuesta de 70 nodos y 114 vasos, para facilitar la identificación de las arteriolas, vénulas y capilares, la asignación numérica de los vasos se hizo de la

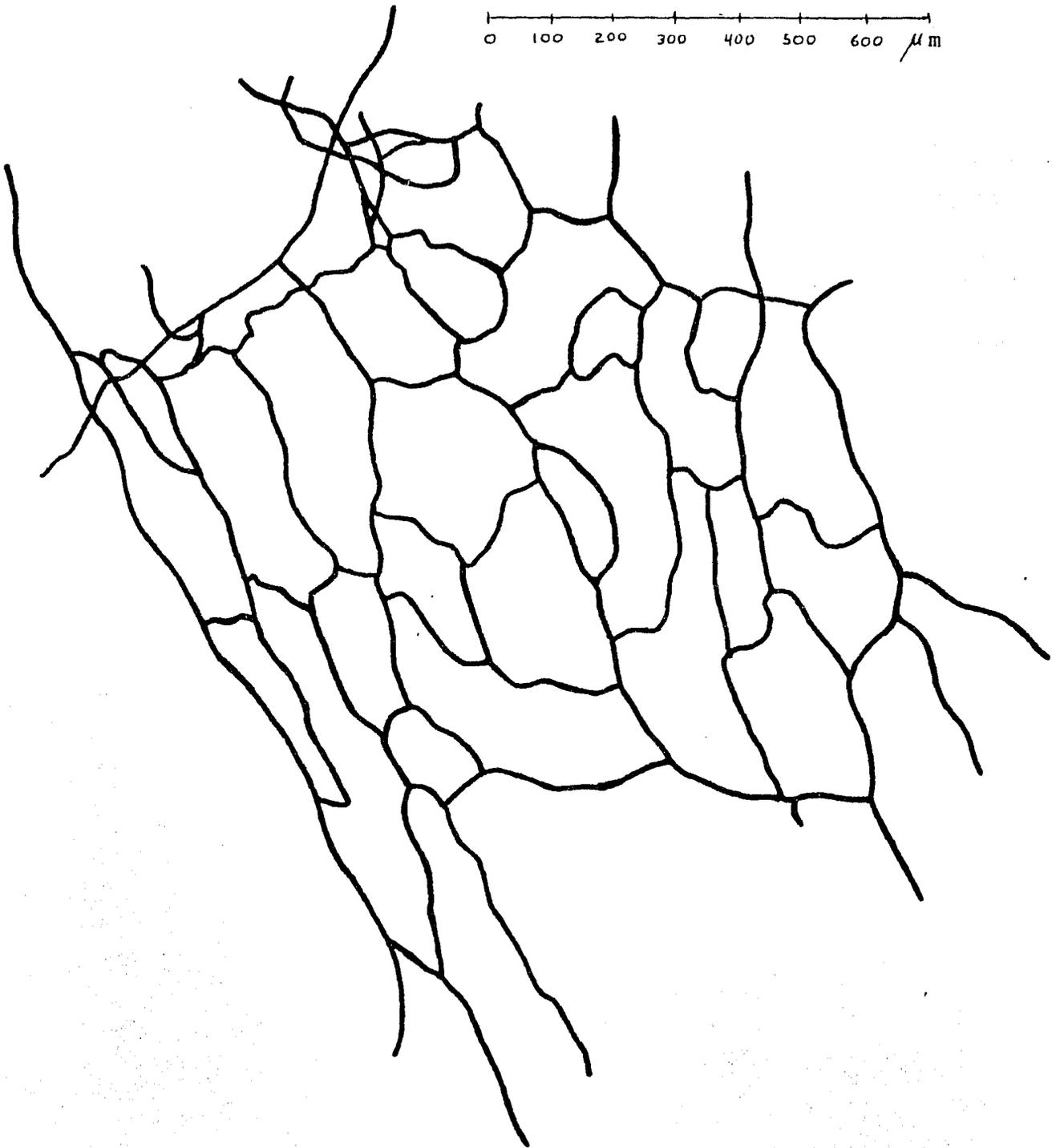


Figura 6.1 Mapa vascular del mesenterio de la rata.

siguiente manera:

Arteriolas de la periferia	1-9
Arteriolas interiores	10-20
Capilares	21-89
Vénulas interiores	90-105
Vénulas de la periferia	106-114

En la figura 6.2 se muestra la red de vasos capilares con la asignación numérica de los vasos y nodos, las direcciones de referencia se indican con las flechas.

Para el planteamiento de las ecuaciones matriciales se define la matriz de incidencias reducida A, de orden $n \times b$, cuyos elementos se obtienen de la siguiente forma:

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{si la dirección de referencia del vaso } j \text{ sale del nodo } i \\ -1 & \text{si la dirección de referencia del vaso } j \text{ entra al nodo } i \\ 0 & \text{si el vaso } j \text{ no tiene contacto con el nodo } i \end{cases}$$

Por la 1ª ley de Kirchhoff, se tiene que la suma de los flujos que entran en un nodo es igual a la de los flujos que salen de él. Esto es expresado de manera matricial para todos los nodos de la red con la ecuación:

$$AQ = 0 \quad (6.1)$$

en donde

Q = Vector de flujos sanguíneos de orden $b \times 1$

En cada columna de la matriz A se tienen dos elementos diferentes de cero, con valores de 1 y -1. Tomando en consideración que las columnas representan a los vasos y los renglones a los nodos, estos dos valores indican los nodos con los que tiene contacto cada vaso y su dirección de referen-

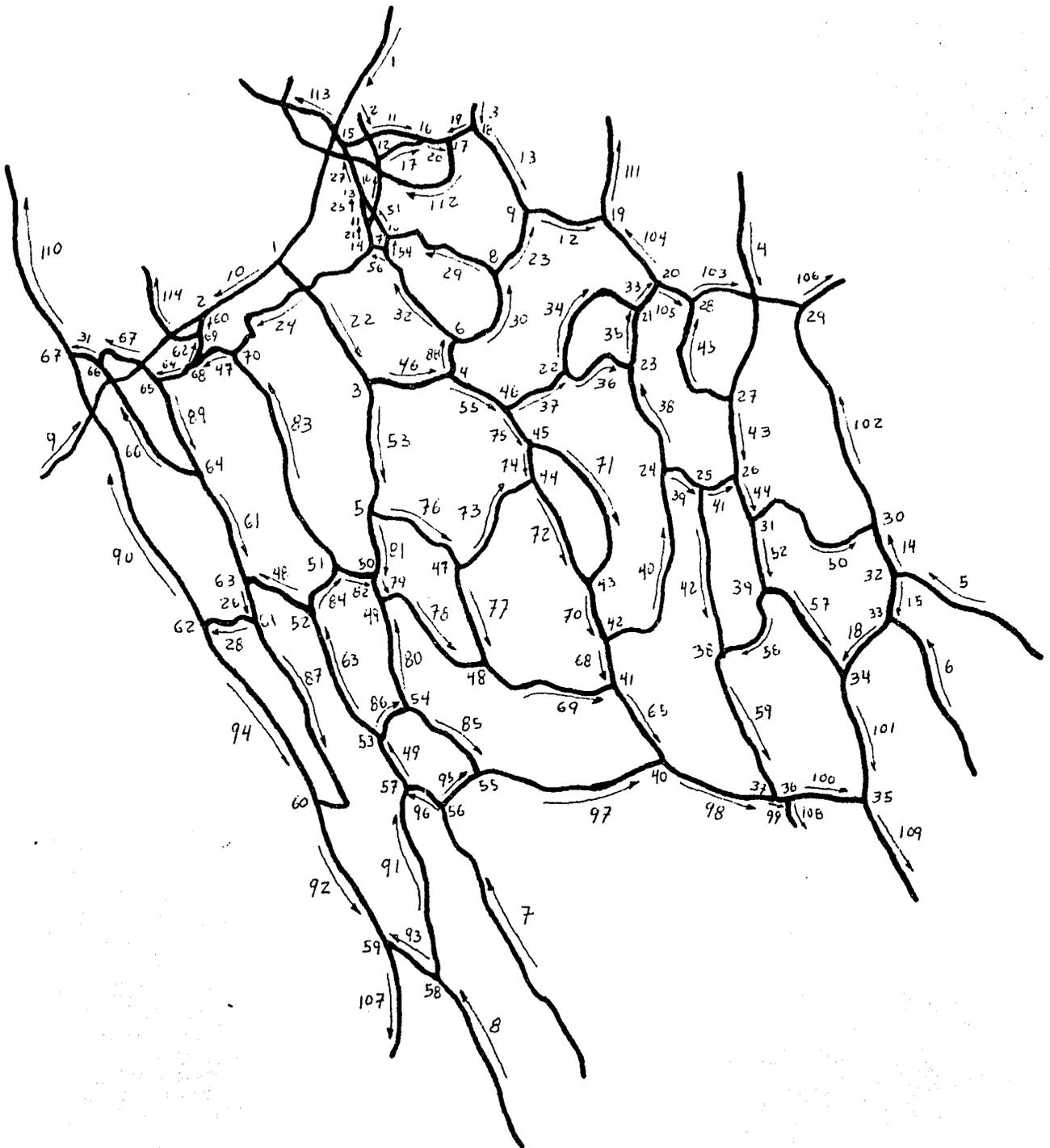


Figura 6.2 Asignación numérica para los nodos y los vasos, así como las direcciones de referencia.

cia; el valor 1 señala el nodo de donde proviene el flujo y el valor -1 el nodo a donde entra. Por lo tanto, si se obtiene la transpuesta de la matriz A y se multiplica por el vector de presiones nodales P_n , se encuentra el vector de diferencias de presión P, como se expresa en la ecuación:

$$P = A^T P_n \quad (6.2)$$

El vector de flujo sanguíneo Q, se obtiene de la multiplicación de las diferencias de presión por la admitancia G, la cual es una matriz diagonal de orden $b \times b$

$$Q = G(P - P_f) \quad (6.3)$$

El vector de presiones fuente P_f , sólo contiene elementos diferentes de cero en las arteriolas y vénulas de la periferia, es decir en los elementos con índice del 1 al 9 y del 106 al 114. El signo de las presiones fuente será positivo si el sentido del flujo asignado en ese vaso es contrario al sentido que produciría la fuente de presión por sí misma y negativo cuando el sentido es el mismo.

Los elementos de la matriz G se calculan de la ecuación de Hagen-Poiseuille como sigue:

$$g_{ij} = \begin{cases} \frac{\pi D_i^4}{128 \mu_i L_i} & \text{cuando } i=j \\ 0 & \text{cuando } i \neq j \end{cases} \quad (6.4)$$

en donde para cada vaso i

D_i = Diámetro

L_i = Longitud

μ_i = Viscosidad

Sustituyendo la ecuación (6.3) en (6.1) se obtiene:

$$AG(P-Pf) = 0 \quad (6.5)$$

y aplicando la ley distributiva

$$AGP - AGPf = 0 \quad (6.6)$$

por lo que

$$AGP = AGPf \quad (6.7)$$

al sustituir (6.2) en (6.7) se produce

$$AGA^T P_n = AGPf \quad (6.8)$$

si se define a la matriz de admitancias de nodo G_n y al vector de fuentes de flujo nodal como:

$$G_n = AGA^T \quad (6.9)$$

y

$$Q_f = AGPf \quad (6.10)$$

llegamos finalmente al sistema de ecuaciones lineales:

$$G_n P_n = Q_f \quad (6.11)$$

Para la resolución de este sistema de ecuaciones, se hizo uso de un método directo (no iterativo) de eliminación gaussiana, cuyo algoritmo es el siguiente:

- 1) Añadir a la matriz G_n la columna $n+1$ que contiene al vector Q_f .
- 2) Intercambiar los renglones (si es necesario), para hacer que el elemento $g_n(1,1)$ sea el mayor de la 1ª columna.
- 3) Hacer ceros los elementos de la 1ª columna a partir del 2º renglón, por medio de operaciones elementales.

- 4) Repetir los pasos (2) y (3) para las demás columnas considerando únicamente los elementos comprendidos entre la diagonal principal y el renglón n-ésimo. Al concluir este paso, el sistema se habrá transformado en triangular superior.
- 5) Obtener $P_n(n)$ de la n-ésima ecuación:

$$P_n(n) = \frac{g_n(n, n+1)}{g_n(n, n)}$$

- 6) Resolver para $P_n(n-1)$, $P_n(n-2)$, ... , $P_n(1)$ de la (n-1) a la 1ª ecuación:

$$P_n(i) = \frac{g_n(i, n+1) - \sum_{j=i+1}^n g_n(i, j) P_n(j)}{g_n(i, i)}$$

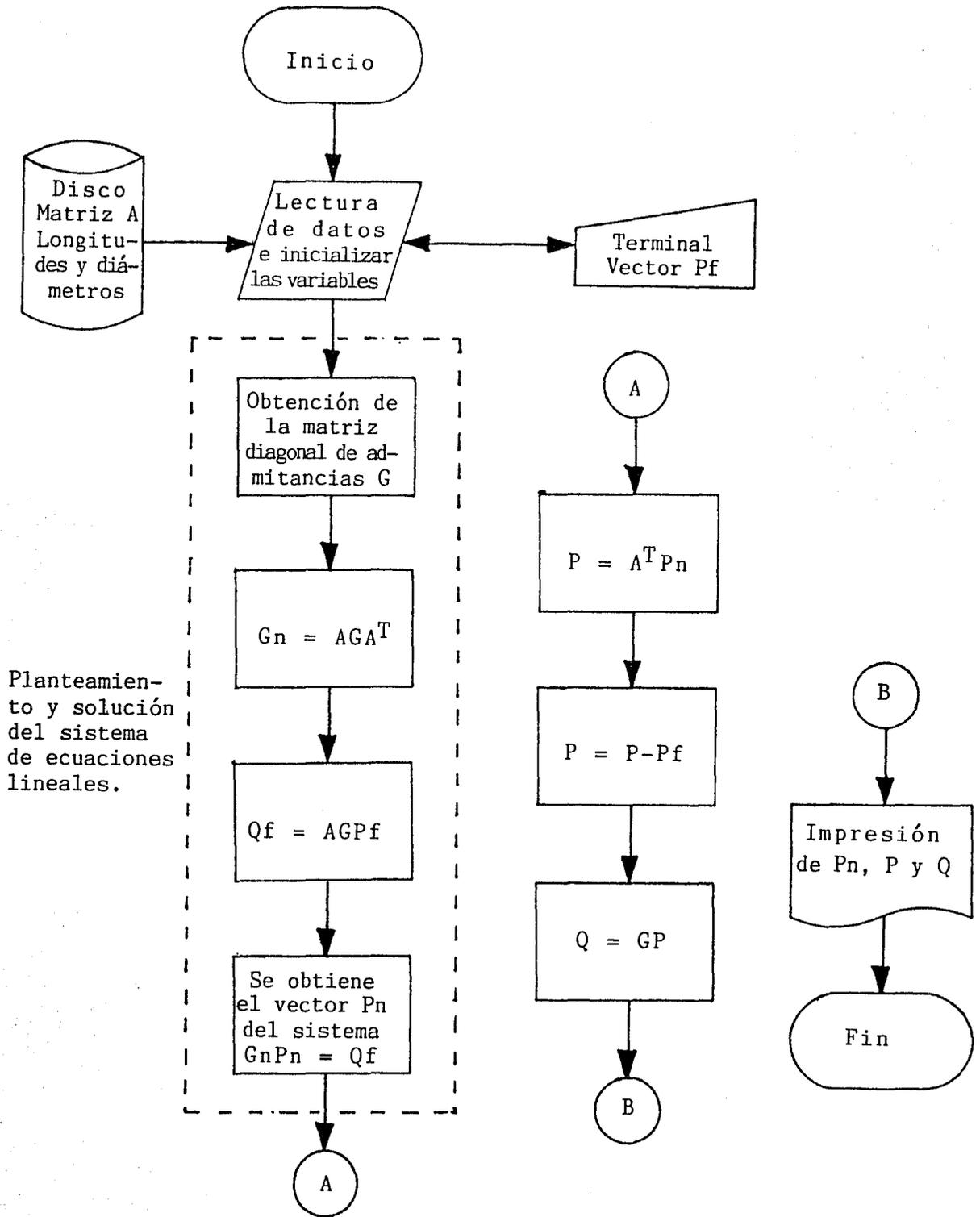
Los valores que se obtienen para el vector de presiones nodales P_n , están referidos a un nodo ficticio con un valor de presión igual a cero, a este nodo se le llama tierra.

Una vez que se tiene el vector P_n , se pueden evaluar los vectores de diferencias de presión y de flujos sanguíneos, por medio de las ecuaciones (6.2) y (6.3).

En el primer modelo al que llamaremos caso 1, se considera que tanto la viscosidad como los diámetros se mantienen constantes. El valor de la viscosidad sanguínea se hace igual a 1.6 cP, el cual es un valor promedio para la red de vasos capilares.

El diagrama de flujo del caso 1 se presenta en la siguiente página. La matriz A y los vectores D y L se almacenan en memoria secundaria para evitar el tener que capturarlos

Diagrama del caso 1 (viscosidad y diámetros constantes).



cada vez que se procese el programa. En caso de querer simular una red capilar diferente, sólo se tienen que cambiar los valores de A, D y L por los de la nueva red.

Puesto que en una red capilar los vasos se dividen en dos al llegar a un nodo, la matriz A contiene únicamente tres elementos no nulos en cada renglón, por lo que resulta más conveniente almacenar la columna y el valor de los elementos diferentes de cero, correspondiendo el número de registro al número de renglón, con esto los elementos almacenados son reducidos de 7980 a solamente 420.

Para la lectura del vector Pf se presentan dos opciones: la primera consiste en proporcionar dos valores de presión, uno de los cuales se asigna a las arteriolas y el otro a las vénulas de la periferia; en la segunda opción se dan uno por uno los valores de las arteriolas y de la vénulas periféricas con lo que se ofrece la alternativa de que no todas las arteriolas ni vénulas deban tener los mismos valores de presión.

El cálculo de la matriz A^T es bastante sencillo y se puede realizar al mismo tiempo que se está leyendo la matriz A, con sólo copiar el valor del elemento a_{ij} en a_{ij}^T .

Dentro del programa la matriz diagonal G se maneja como un vector para ahorrar memoria y principalmente para reducir el tiempo de proceso en las operaciones que involucra la multiplicación por la matriz G. Por ejemplo en la obtención del producto AG, si se usara el procedimiento normal de multiplicación de matrices, se calcularían 909,720 expresiones aritméticas, en cambio manejando a G como un vector y multiplicando con cada uno de sus elementos las columnas de A, las

expresiones aritméticas se reducen a 7980 y en la multiplicación por el vector (P-Pf), las operaciones matemáticas disminuyen de 12996 a 114.

En el cálculo de la matriz G tiene gran importancia que unidades se están utilizando; los diámetros y las longitudes vienen dados en micras y la viscosidad en centipoises (cP). Por otra parte, la presión se manejará en cm de H₂O y las unidades del flujo sanguíneo pueden ser obtenidas a partir de la ecuación de Hagen-Poiseuille mediante el siguiente desarrollo:

$$1 \text{ poise} = 0.1 \text{ N}\cdot\text{S}/\text{m}^2$$

$$1 \text{ cP} = 0.001 \text{ N}\cdot\text{S}/\text{m}^2$$

$$1 \text{ cm H}_2\text{O} = 98 \text{ N}/\text{m}^2$$

$$Q = \frac{\mu\text{m}^4 \cdot 98 \text{ N}/\text{m}^2}{\mu\text{m} \cdot 0.001 \text{ N}\cdot\text{S}/\text{m}^2} \quad \mu\text{m} = \text{micra}$$

$$Q = 98000 \mu\text{m}^3/\text{S}$$

El factor de 98000 se debe agregar a la ecuación (6.4) para obtener el flujo sanguíneo en micras cúbicas sobre segundo y puesto que G se maneja como un vector, sus elementos se calcularán con la siguiente fórmula:

$$g_i = \frac{98000 \pi D_i^4}{128 \mu_i L_i} \quad (6.12)$$

Se puede demostrar que la matriz de admitancias de nodo G_n es simétrica, por lo tanto durante su generación se requerirá solamente evaluar los elementos del triángulo superior

o inferior para después obtener los elementos restantes de sus simétricos, con lo que el tiempo empleado en la multiplicación matricial entre AG y A^T se reduce a casi la mitad.

En las arteriolas y vénulas periféricas, las presiones fuente están localizadas en sus extremos finales, los cuales no son considerados como nodos. Por lo tanto, la diferencia de presión se realiza contra la tierra; para que se hagan contra las presiones fuente, se le puede restar al vector P el vector P_f , ya que las presiones fuente sólo se encuentran en la periferia de la red.

Con esto se finaliza el análisis del caso 1 que constituye el punto de partida para el desarrollo de los demás modelos.

En el caso 2 la viscosidad es variable y los diámetros se mantienen constantes.

El vector V es utilizado para almacenar los valores de la viscosidad sanguínea en cada vaso de la red. Para obtener el valor de la viscosidad en cada vaso i se emplea la siguiente fórmula basada en el modelo propuesto por Lipowsky:

$$V_i = \frac{(0.977\bar{U}_i^{\frac{1}{2}} + 7.94)^2}{\bar{U}_i} \quad (6.13)$$

$$\bar{U}_i = \frac{4Q_i}{\pi D_i^3}$$

En la ecuación anterior se observa que el valor de la viscosidad depende del flujo sanguíneo en cada vaso, y por otra parte el flujo es una función de la viscosidad, por lo

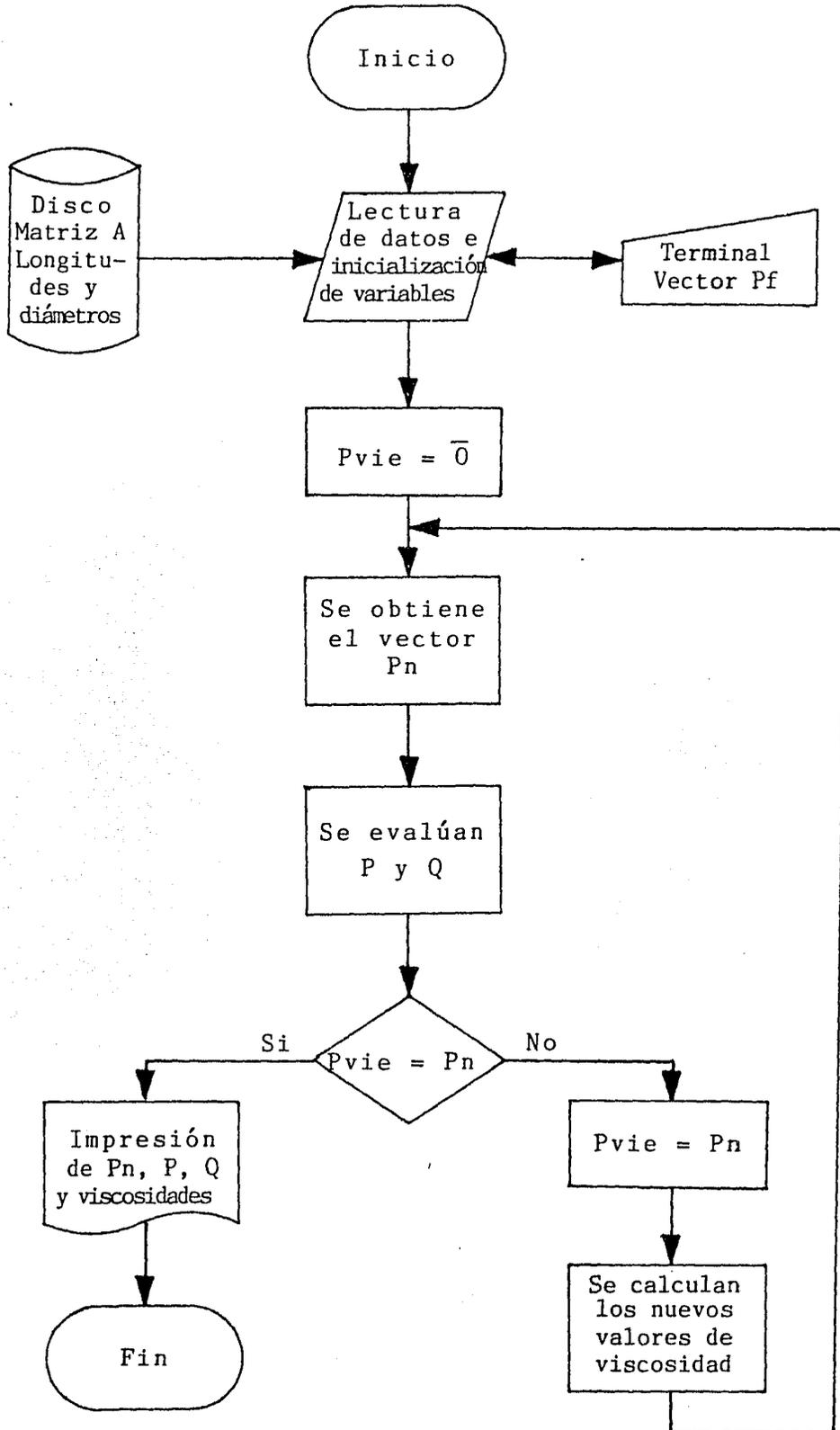
que para poder determinar la viscosidad se debe iterar partiendo de un valor inicial (ver diagrama del caso 2). El valor inicial de la viscosidad en todos los vasos de la red se hace igual a 1.6 cP como en el caso 1.

Ahora bien, para esta iteración se requiere de un parámetro de convergencia, el cual podría ser la misma viscosidad, sin embargo se prefiere emplear al vector de presiones nodales P_n , ya que solamente tiene 70 elementos a diferencia del vector de viscosidades que contiene 114, con lo que el número de comparaciones necesarias en cada iteración es menor. Además tanto la viscosidad como los demás parámetros son dependientes del valor del vector P_n .

En la primera iteración el sistema se resuelve de la misma forma que el caso 1 y con los valores del flujo se calculan los nuevos valores de la viscosidad. Para evitar que el cambio de los valores de la viscosidad sea demasiado brusco y el sistema corra el peligro de salirse del rango de convergencia, se hace la media aritmética entre los valores nuevos de la viscosidad y los anteriores.

Con el nuevo vector de viscosidades se resuelve otra vez el sistema y se hace la comparación entre los valores actuales y anteriores del vector P_n , si la mayor diferencia entre los valores de las presiones correspondientes es más grande que el error permitido, se calcula nuevamente el vector V y se continúa resolviendo el sistema hasta que el vector de presiones nodales no varíe significativamente con respecto a su valor anterior.

Diagrama del caso 2 (viscosidad variable).



Para el caso 3 se considera que la viscosidad se mantiene constante con un valor de 1.6 cP y los diámetros varían en función de las presiones medias de cada vaso.

Para la obtención de la presión media de un vaso, se hace el promedio entre las presiones de los nodos ubicados a los extremos del mismo. Esto se puede realizar matricialmente de manera similar a como se obtiene el vector de diferencias de presión P. Para hacer la suma de las presiones de los nodos, se multiplica el valor absoluto de la matriz A^T por el vector P_n y dado que la suma de las presiones nodales es igual al doble de la presión media se tiene:

$$2\bar{P} = |A^T| P_n \quad (6.14)$$

por lo que el vector de presiones medias \bar{P} estará dado por:

$$\bar{P} = \frac{|A^T|}{2} P_n \quad (6.15)$$

La generación de la matriz $|A^T|/2$ resulta bastante simple, ya que sólo se tienen que cambiar los valores diferentes de cero de la matriz A^T por el valor de 1/2.

Por otro lado, se debe hacer una corrección a la ecuación (6.15), dado que no considera las presiones de frontera en las arteriolas y vénulas, por la misma razón que se mencionó en el caso de las diferencias de presión. Esta corrección se realiza por medio del vector P_f y la ecuación para la obtención de \bar{P} queda como:

$$\bar{P} = \frac{|A^T|}{2} P_n + \frac{|P_f|}{2} \quad (6.16)$$

El cálculo de los diámetros de las arteriolas para cada vaso i en función de la presión media \bar{P}_i , está dado por la siguiente fórmula basada en la ecuación propuesta por Baez y Lamport:

para valores de \bar{P}_i entre 0 y 30 cm de H₂O

$$D_i = D_{o_i} + D_{o_i} (9.61 \times 10^{-3} \bar{P}_i - 1.01 \times 10^{-3} \bar{P}_i^2 + 3.5 \times 10^{-4} \bar{P}_i^3 - 2.66 \times 10^{-6} \bar{P}_i^4) \quad (6.17)$$

y para valores de \bar{P}_i mayores a 30 cm de H₂O

$$D_i = D_{o_i}$$

en donde

D_{o_i} = Diámetro inicial del vaso i .

Para los vasos capilares se usa la siguiente expresión basada en el modelo que propone Burton:

para valores de \bar{P}_i entre 0 y 80 cm de H₂O

$$D_i = D_{o_i} + 0.001473 \bar{P}_i \quad (6.18)$$

Y para las vénulas se emplea el modelo de Gaetgens y Uekermann:

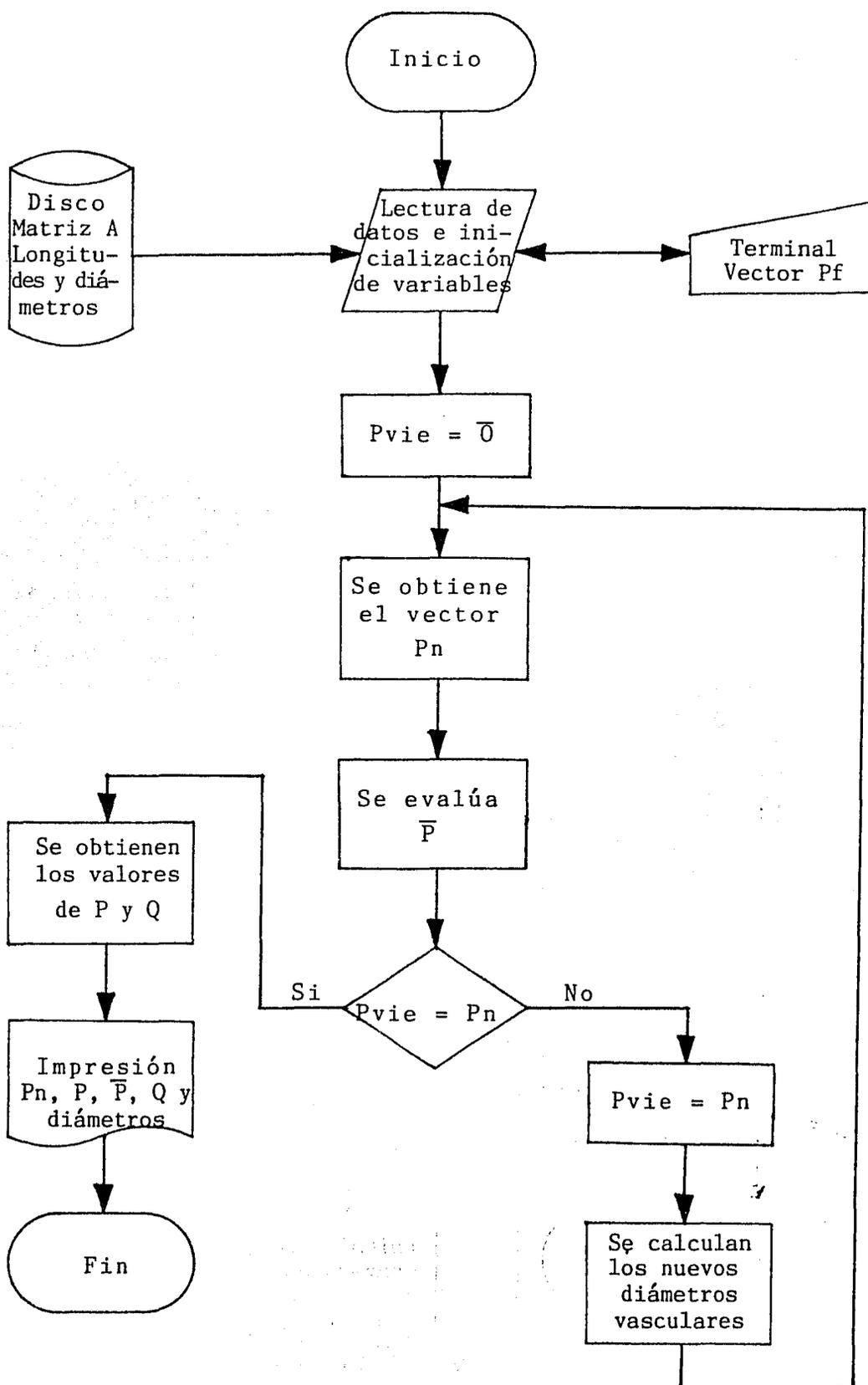
para valores de \bar{P}_i entre 0 y 80 cm de H₂O

$$D_i = D_{o_i} + D_{o_i} (-2.4132 \times 10^{-5} \bar{P}_i + 3.5832 \times 10^{-5} \bar{P}_i^2 - 1.387 \times 10^{-7} \bar{P}_i^3) \quad (6.19)$$

Como las tres ecuaciones anteriores van a depender de la presión nodal, se presenta un caso parecido al de las viscosidades variables, es decir se debe iterar hasta encontrar la convergencia con el vector de presiones nodales.

Los valores iniciales de los diámetros son los mismos que los empleados en el caso 1.

Diagrama del caso 3 (diámetros variables).



El caso 4 es una combinación de los casos 2 y 3, es decir tanto la viscosidad como los diámetros son variables.

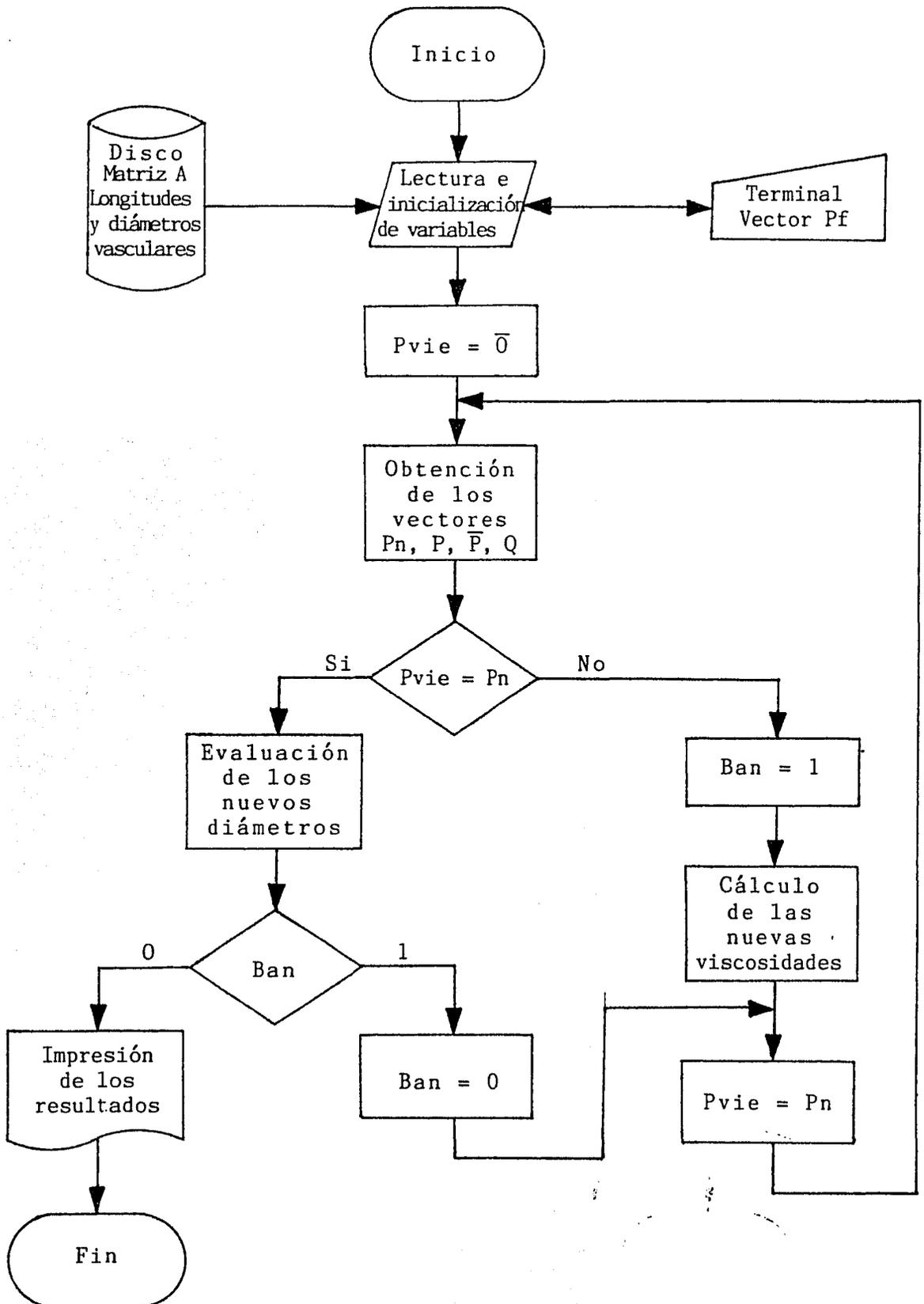
En el diagrama de flujo del caso 4, se observa que se tienen dos ciclos iterativos anidados, siendo el más interno el correspondiente a la viscosidad y el externo a los diámetros vasculares.

Como en el caso 2, el sistema se resuelve hasta encontrar la convergencia con las viscosidades sanguíneas, después se evalúan los nuevos diámetros y se vuelve a resolver el sistema, si la variación del vector P_n es significativa se entra nuevamente al ciclo iterativo de las viscosidades, al salir de éste se evalúan otra vez los diámetros y así sucesivamente hasta que la convergencia se realice en ambos ciclos iterativos.

Con objeto de ahorrar un poco de tiempo en el proceso, se crean dos vectores, uno de los cuales contiene los diámetros elevados al cubo y el otro a la cuarta potencia; estos dos vectores se utilizan en el cálculo de las viscosidades y de las admitancias, y permanecen invariables dentro del ciclo iterativo de la viscosidad, siendo actualizados cada que se evalúan los nuevos diámetros en el ciclo más externo.

Este último modelo es el que más se aproxima al comportamiento real de la red de vasos capilares.

Diagrama del caso 4 (viscosidad y diámetros variables).



7. RESULTADOS OBTENIDOS CON LOS MODELOS MATEMATICOS.

Con los valores de la presión normal en las arteriolas y vénulas periféricas, es decir 60 y 30 cm de H₂O respectivamente, se obtuvo el comportamiento del flujo sanguíneo en la red de vasos capilares, mediante los modelos desarrollados en el capítulo anterior.

En la tabla 7.1 se muestran los resultados del flujo sanguíneo promedio* en las arteriolas, vénulas y capilares.

La variación de la viscosidad sanguínea considerada en el caso 2, produce un aumento del flujo sanguíneo en las arteriolas. Esto se debe a la disminución de la viscosidad de la sangre cuando fluye a gran velocidad, lo cual ocurre en las arteriolas que conducen la mayor cantidad de sangre que entra a la red. Sin embargo, es en los capilares en donde se manifiesta la importancia de considerar la variación de la viscosidad sanguínea. El flujo capilar disminuye en casi 25% con respecto al caso 1, como resultado de un considerable aumento de la viscosidad ocasionado por la baja velocidad con que fluye la sangre en estos vasos. En las vénulas, a pesar del gran volumen de sangre que circula por ellas, la velocidad con que fluye no es muy grande, provocando que la viscosidad aumente ligeramente y consecuentemente el flujo disminuya un poco.

Por otra parte, la variación de los diámetros (caso 3), produce una disminución de la resistencia en las vénulas como se observa en la tabla 7.2. El diámetro de las arteriolas

* Este promedio es la media aritmética de los flujos en todos los vasos de un mismo tipo.

	Arteriolas	Capilares	Vénulas
Caso 1	709.6	109.7	459.7
Caso 2	747.7	83.7	447.4
Caso 3	746.5	109.3	477.5
Caso 4	796.8	81.6	467.8

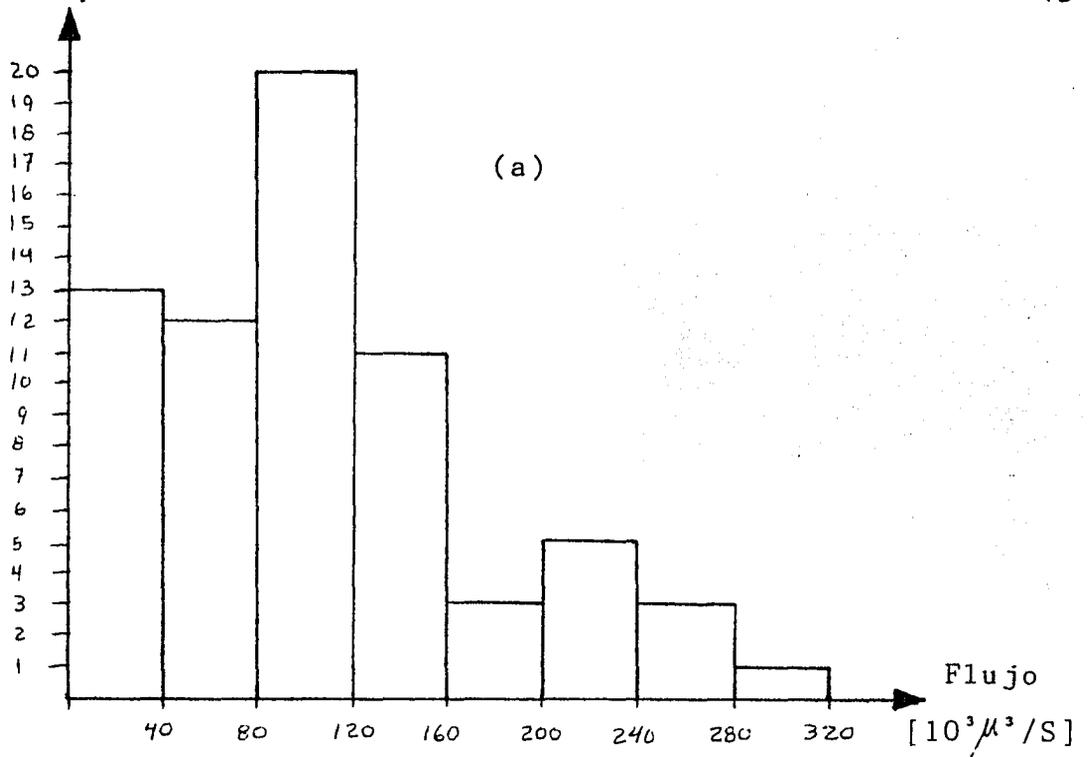
Tabla 7.1 Flujo sanguíneo promedio en miles de μ^3/S

	Arteriolas	Capilares	Vénulas
Caso 1	27.8	16.8	6.2
Caso 2	30.3	149.4	10.1
Caso 3	27.8	16.4	5.4
Caso 4	30.4	406.9	10

Tabla 7.2 Resistencia promedio en $\frac{\text{cm H}_2\text{O}\cdot\text{S}}{\mu^3}$

permanece invariable y los capilares prácticamente son rígidos. Por lo anterior, la variación de los diámetros no tiene la misma importancia que la de la viscosidad sanguínea. En la figura 7.1 se presentan los histogramas del flujo sanguíneo en los vasos capilares para los casos 1 y 4. En esta figura se observa como disminuye el flujo al considerar la variación de la viscosidad y de los diámetros, dando como resultado que más del 80% de los capilares tengan un flujo sanguíneo menor a $120,000 \mu^3/S$. La figura 7.2 muestra los histogramas del flujo sanguíneo en las arteriolas y las vénulas para el caso 4. En las arteriolas hay un incremento del flujo sanguíneo con respecto al caso 1 de aproximadamente 12% y en las vénulas los efectos de la variación de la viscosidad y de los diámetros se contrarrestan haciendo que no haya diferencia significativa entre los casos 1 y 4.

Un aspecto importante en el análisis de los resultados, es ver de que manera afecta el valor de los diámetros vasculares al flujo sanguíneo en la red. En la figura 7.3 se muestran las gráficas del flujo sanguíneo contra el diámetro vascular, para las arteriolas, vénulas y capilares. Los valores del flujo sanguíneo son obtenidos del promedio de todos los vasos que tienen el mismo diámetro inicial. Tanto en las arteriolas como en los capilares se observa un aumento del flujo conforme el diámetro vascular aumenta. Sin embargo, en las vénulas se presenta una tendencia decreciente en el flujo de la sangre cuando el diámetro aumenta. Este comportamiento se



No. de capilares

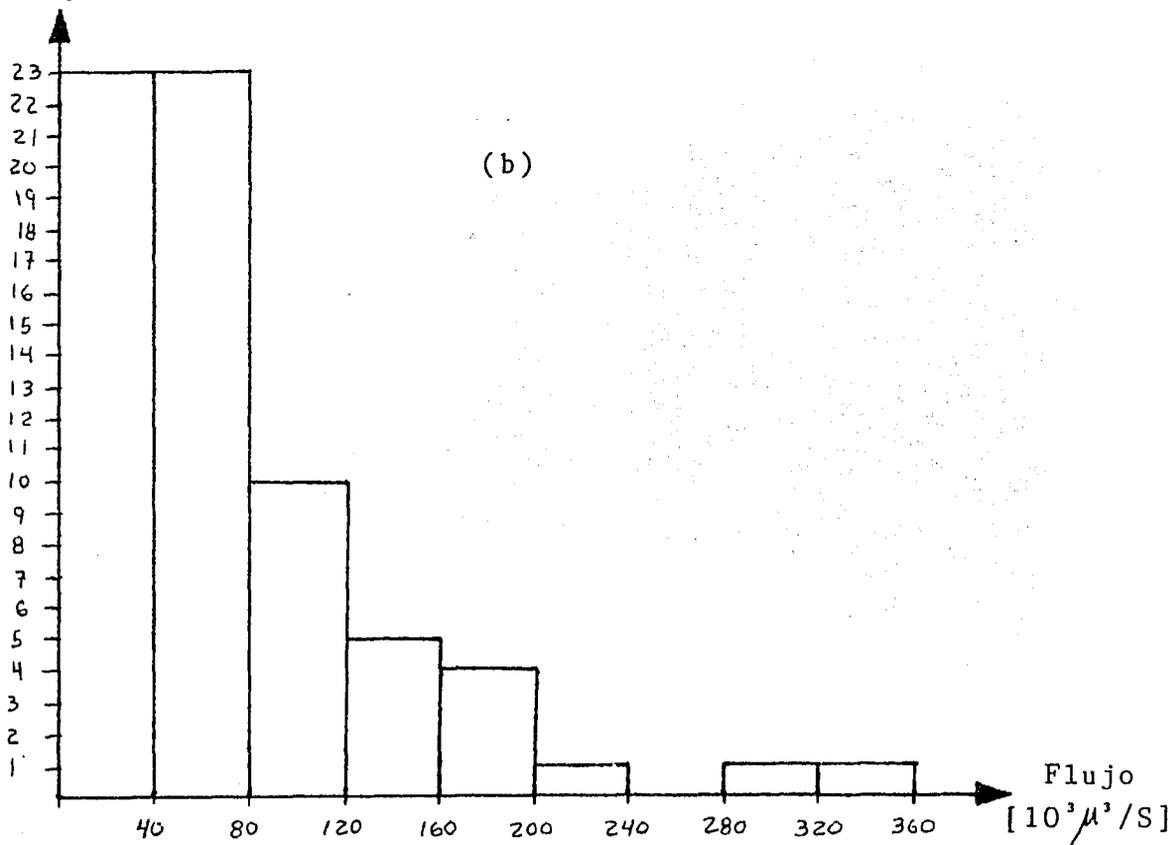


Figura 7.1 Histogramas del flujo sanguíneo en los vasos capilares para el caso 1 (a) y para el caso 4 (b).

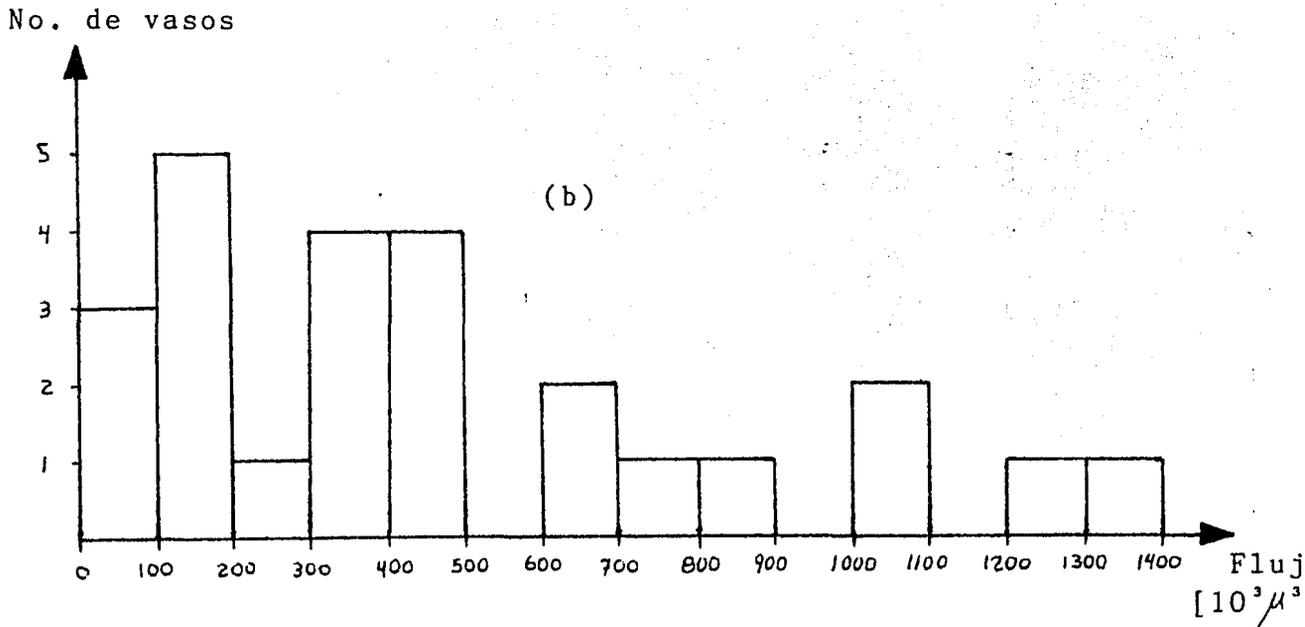
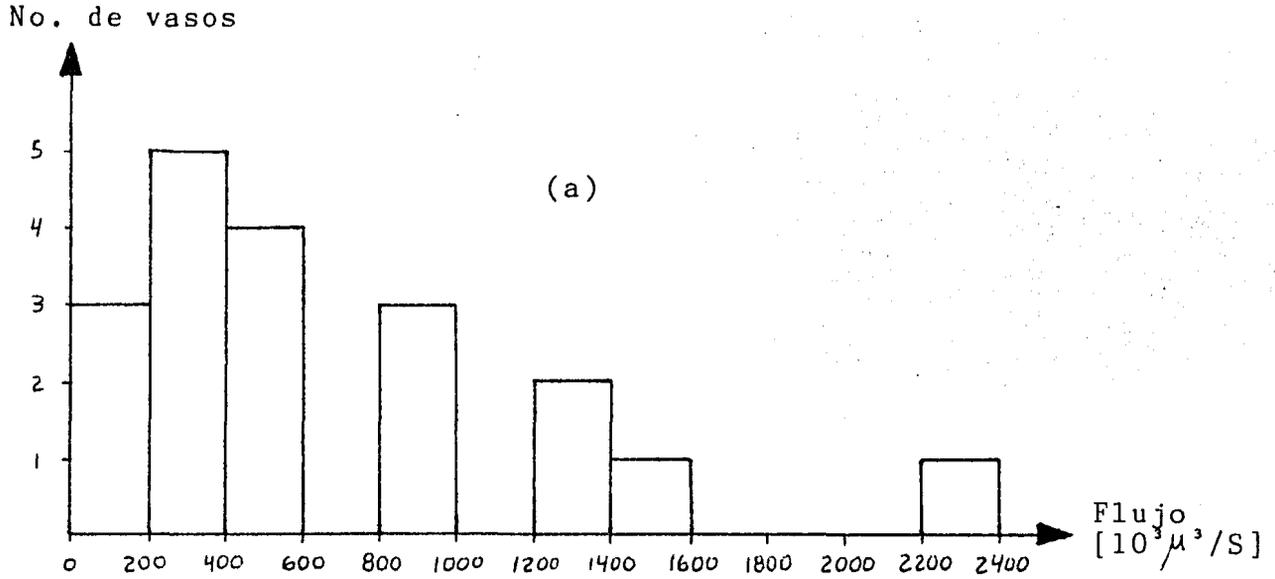
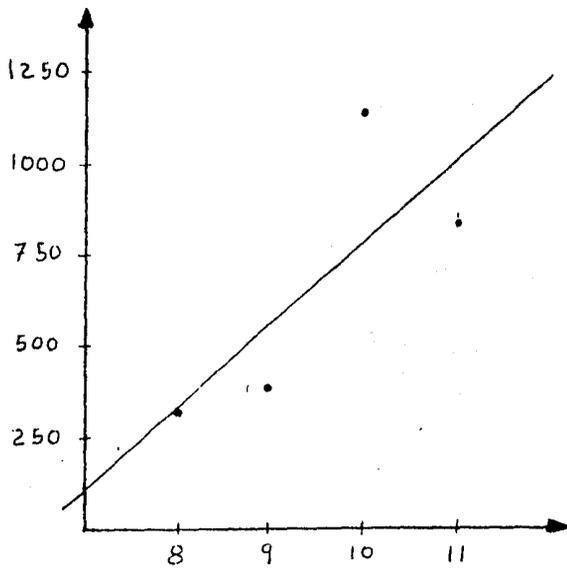
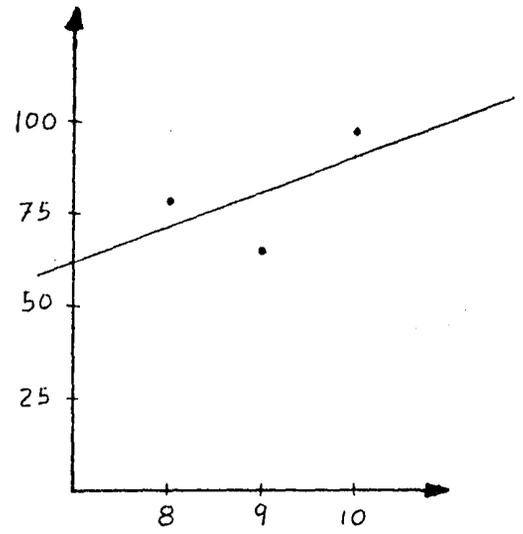


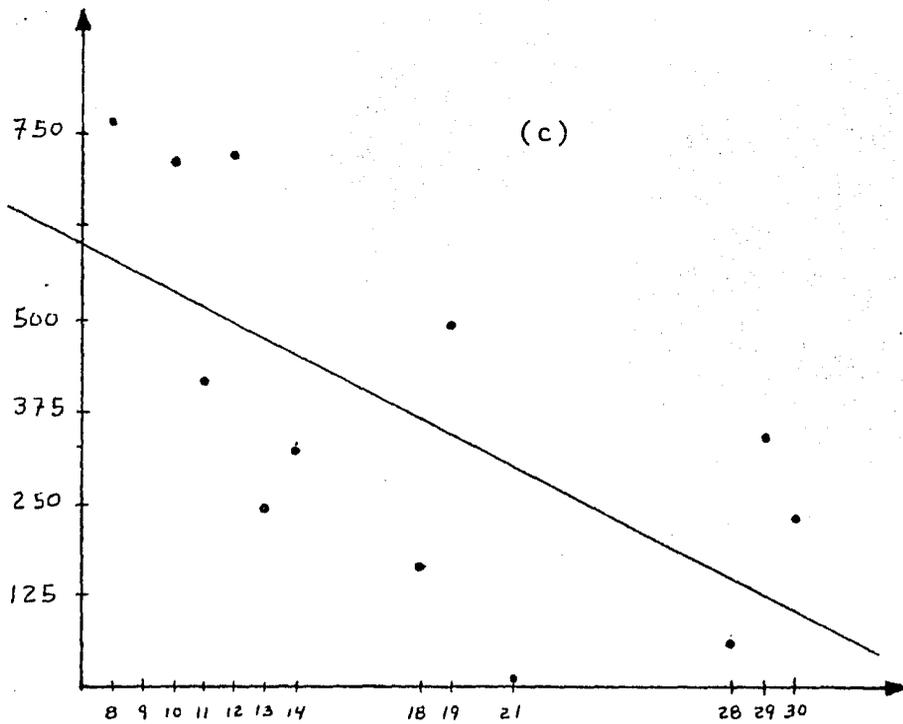
Figura 7.2 Histogramas del flujo sanguíneo para el caso 4 en las arteriolas (a) y en las vénulas (b).



(a)



(b)



(c)

Figura 7.3 Gráficas del flujo sanguíneo contra los diámetros vasculares para las arteriolas (a), capilares (b) y vénulas (c). Abscisas: diámetros en micras. Ordenadas: flujos en miles de micras cúbicas sobre segundo.

explica si se toma en cuenta que las vénulas con mayor diámetro se localizan a la salida de la red, es decir en donde la presión es menor que la de vénulas de diámetro más pequeño pero que se encuentran en el interior de la red. Es por esto que para las vénulas resulta más importante para la determinación del flujo sanguíneo, su ubicación en la red que su diámetro.

Los resultados de la presión nodal y de los flujos sanguíneos en la red para el caso 4 se presentan en las figuras 7.4 y 7.5 respectivamente.

8. SIMULACION DE ANOMALIAS EN EL FLUJO SANGUINEO.

Empleando el modelo del caso 4, el cual considera tanto las variaciones de la viscosidad como las de los diámetros, se realizan tres simulaciones del comportamiento del flujo sanguíneo bajo condiciones anómalas en la presión de las arteriolas periféricas. Para estas simulaciones, la presión en las vénulas se mantiene constante en un valor de 30 cm H₂O.

Para la simulación de la hipertensión arterial, se dio un valor de presión en las arteriolas de 100 cm de H₂O. Esta presión es la máxima que se podría presentar en la red y representa un aumento del 67% con respecto al caso normal.

En la tabla 8.1 se observa el aumento del flujo sanguíneo que se presenta en las arteriolas, vénulas y capilares.

	Arteriolas	Capilares	Vénulas
Normal	796.8	81.6	467.8
Hipertensión	2263	256.8	1362.3
Incremento	184%	215%	191%

Tabla 8.1 Flujo sanguíneo promedio en miles de μ^3/S y porcentaje de incremento con respecto al caso normal.

El aumento del flujo es mayor en los capilares debido a que la velocidad relativa* aumenta más en ellos por tener menor diámetro, y la viscosidad disminuye conforme aumenta esta velocidad. Por otro lado, las vénulas sufren mayor disten-

* Velocidad media de la sangre dividida entre el diámetro.

sión, lo que ocasiona que tengan un incremento del flujo sanguíneo mayor que las arteriolas, a pesar de que éstas tienen mayor velocidad relativa por su menor diámetro.

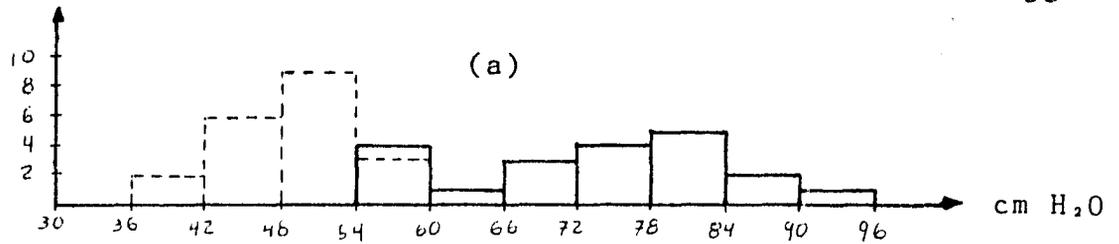
En lo que se refiere a las presiones medias, en la tabla 8.2 se presentan los resultados obtenidos para la hipertensión y su relación con el caso normal.

	Arteriolas	Capilares	Vénulas
Normal	49.1	37.8	32.9
Hipertensión	73.5	46.9	36.3
Incremento	50%	24%	10%

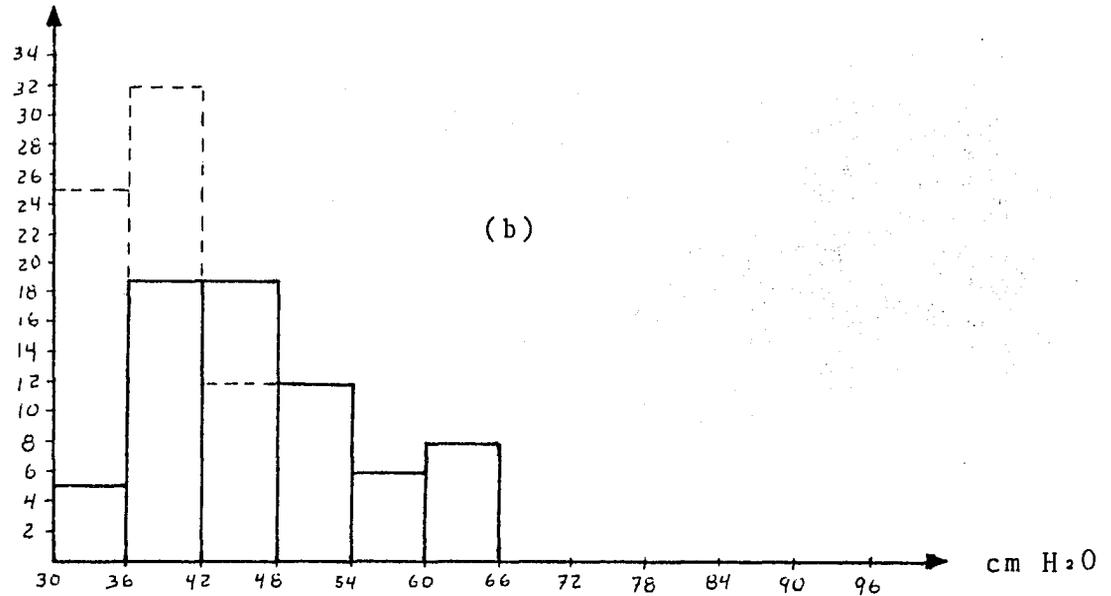
Tabla 8.2 Presión media promedio en cm de H₂O y porcentaje de incremento con respecto al caso normal.

En la tabla anterior, se tiene el mayor incremento en las arteriolas y el menor en las vénulas, es decir que conforme la distancia a la zona de máxima presión es mayor, el incremento en la presión media disminuye. Por lo tanto, podemos pensar que la hipertensión podrá causar daños mayores en las arteriolas que en los demás elementos de la red, en los que se presenta un amortiguamiento al aumento de la presión.

La figura 8.1 muestra los histogramas de la presión media, para las arteriolas, vénulas y capilares, en el caso de presión normal (línea discontinua) y para la hipertensión (línea continua).



No. de vasos



No. de vasos

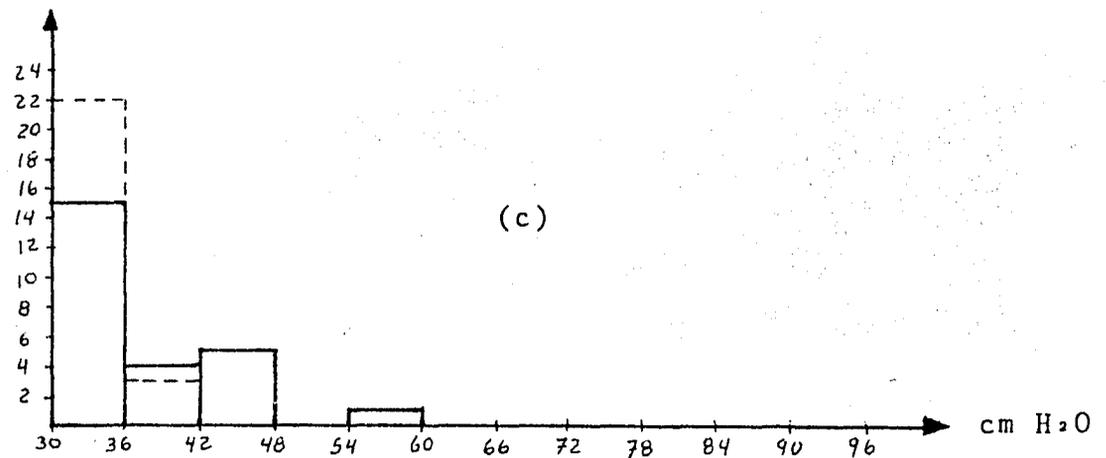


Figura 8.1 Histogramas de la presión media de las arteriolas (a), capilares (b) y vénulas (c). La línea continua representa a la hipertensión y la discontinua al estado de normalidad.

La siguiente simulación consiste en disminuir la presión de las arteriolas a un valor de 40 cm de H₂O. En la tabla siguiente, se muestran los flujos sanguíneos promedio y el decremento de los mismos con respecto al caso normal.

	Arteriolas	Capilares	Vénulas
Baja presión	180.7	14.7	100.2
Decremento	77%	82%	79%

Tabla 8.3 Flujo sanguíneo promedio en miles de μ^3/S para la baja presión y porcentaje de decremento con respecto al caso normal.

Debido a la baja presión, muchos vasos quedan prácticamente ocluidos, dejando zonas del tejido sin riego sanguíneo. En la figura 8.2 se muestra la red capilar con los vasos que tienen un flujo menor a 5000 micras cúbicas sobre segundo, los cuales se indican con la línea más gruesa.

Un caso similar al anterior, consiste en simular el comportamiento del flujo sanguíneo cuando una zona de arteriolas tiene baja presión. Para esto, se dio un valor de 35 cm de H₂O a las primeras cuatro arteriolas (ubicadas en la parte superior de la red), y a las demás el valor de la presión normal. En la figura 8.3 se presenta la red con los vasos que casi quedaron sin flujo sanguíneo. En este caso se observa una zona afectada más específica; las arteriolas 8 y 9 a pesar de encontrarse muy cerca de esta zona, no contribuyen a resolver este problema, tal vez en el caso real estas dos

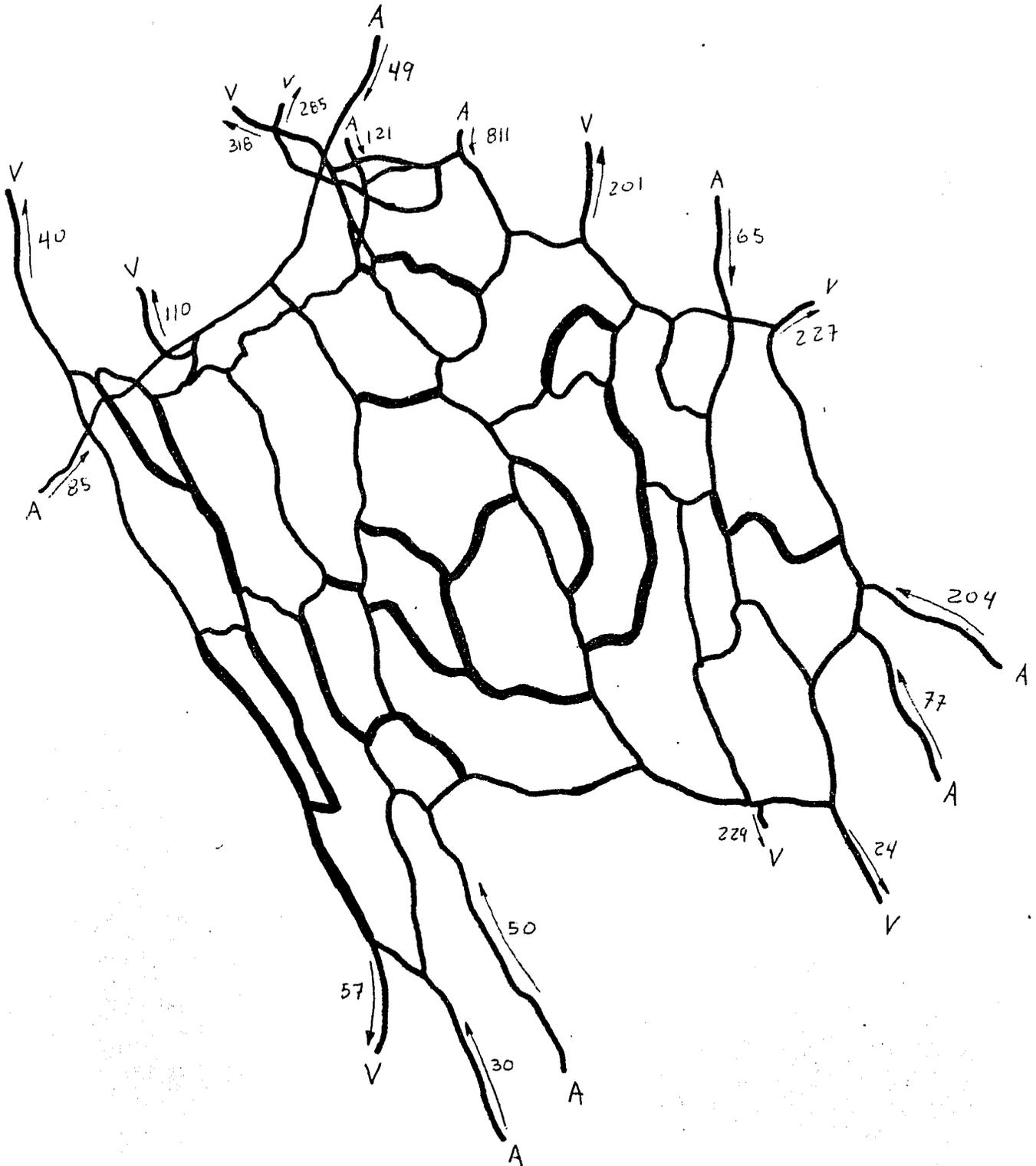


Figura 8.2 Vasos con un flujo sanguíneo menor a $5000 \mu^3/S$ indicados con línea gruesa y flujo en las arteriolas (A) y en las vénulas (V) en miles de μ^3/S , para el caso de baja presión en las arteriolas.

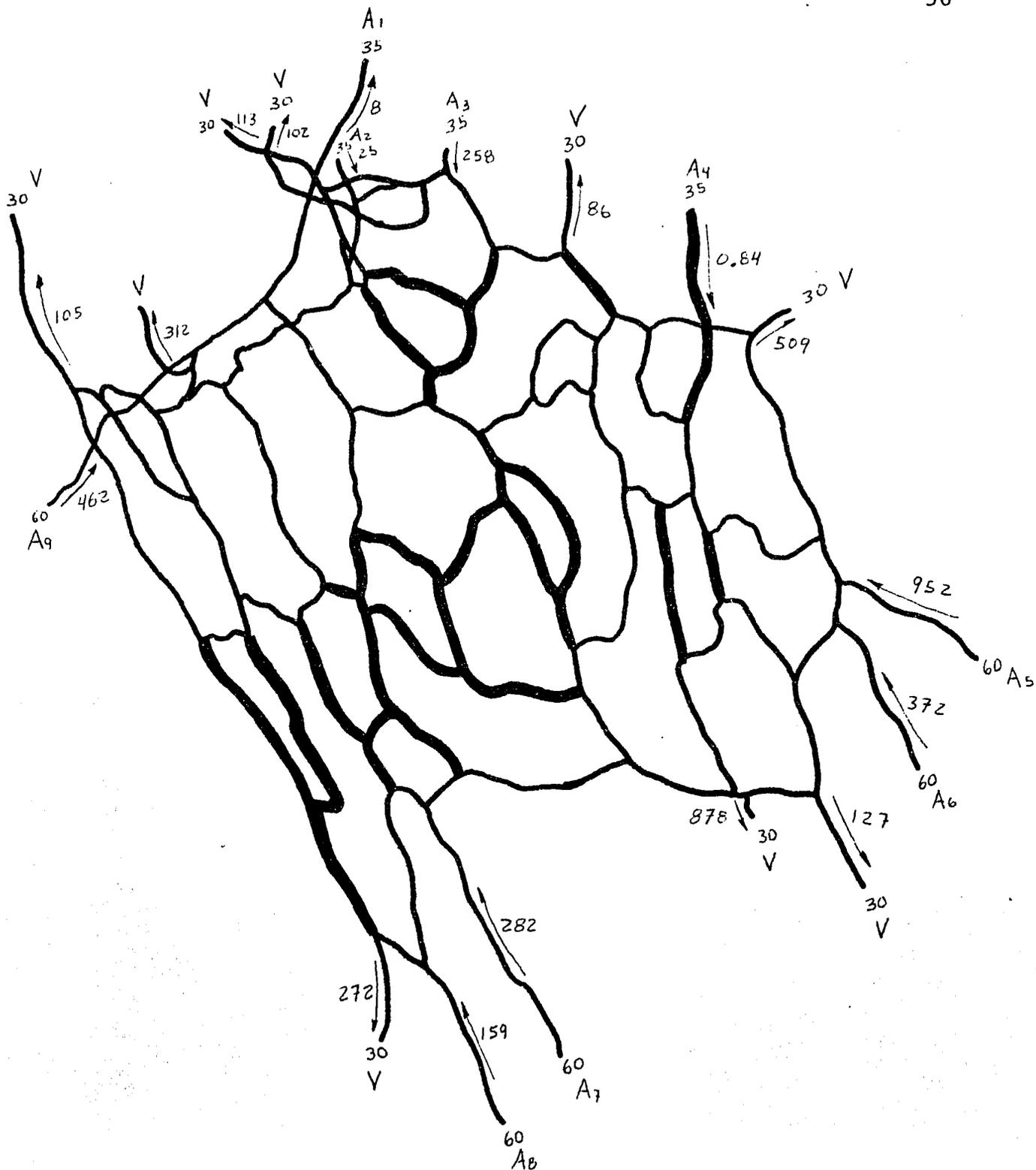


Figura 8.3 Presión en cm H₂O y flujos en miles de μ^3/S para las arteriolas (A) y vénulas (V), así como los vasos con un flujo sanguíneo menor a 5000 μ^3/S , indicados con línea gruesa.

arteriolas se distenderían para aumentar el riego a la zona afectada. Por otro lado, la arteriola 9 mantiene el riego sanguíneo en la parte superior izquierda del tejido.

Existen otros tipos de anomalías como podrían ser: una composición anormal de la sangre, lo cual haría que el comportamiento viscoso de la misma fuera diferente; o un comportamiento anormal en la elasticidad de los vasos. Sin embargo, estas anomalías no pueden ser simuladas con nuestro modelo, pues para ello se tendrían que modificar las ecuaciones que se utilizaron.

9. BIBLIOGRAFIA.

- Burton, A. C. (1966) Role of Geometry, of Size and Shape, in the Microcirculation. Federation Proceedings 25, 1753-1760.
- Curtis, F. G. (1980) Applied Numerical Analysis. Addison-Wesley.
- Edminister, J. A. (1981) Circuitos Eléctricos. McGraw-Hill.
- Fung, Y. C. (1966) Microscopic Blood Vessels in the Mesentery. In Biomechanics, Proc. of a Symp. Fung, Y. C. (ed.). ASME, New York, 1966.
- Fung, Y. C. (1981) Biomechanics, Mechanical Properties of Living Tissues. Springer-Verlag New York.
- Gaehtgens, P., y Uekermann, U. (1971) The Distensibility of Mesenteric Venous Microvessels. Pflügers Arch. 330, 206-216.
- Gerez, V., y Murray M. (1980) Teoría de Sistemas y Circuitos. Representaciones y servicios de Ingeniería, S.A.
- Giles, R. V. (1977) Mecánica de los Fluidos e Hidráulica. Ed. McGraw-Hill.
- Gore, R. W. (1974) Pressures in Cat Mesenteric Arterioles and Capillaries During Changes in Systemic Arterial Blood Pressure. Circulation Research. 34, 581-591.
- Guyton, A. C. (1977) Tratado de Fisiología Médica. Ed. Interamericana.
- Lipowsky, H. H., y Zweifach, B. W. (1973) Network Analysis of Microcirculation of Cat Mesentery. Microvascular Research. 7, 73-83.

Lipschutz, S., y Poe, A. (1979) Programación con FORTRAN. Ed. McGraw-Hill.

Torres, J. A., y Czitrom, V. (1980) Métodos para la Solución de Problemas con Computadora Digital. Representaciones y Servicios de Ingeniería.

Resnick, R. y Halliday, D. (1978) Fundamentos de Física. Ed. C.E.C.S.A.