UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Filosofía y Letras

NOTAS SOBRE LA LOGICA MODAL Y EL EMPIRISMO CONTEMPORANEO.

T E S I N A

Que para obtener el Título de
LICENCIADO EN FILOSOFIA
P r e s e n t a

CUAUHTEMOC LARA VARGAS

México, D. F. 1983

INDICE

INTRODUCCION

CAPITULO I:

LA LOGICA Y LA FILOSOFIA DE C.I. LEWIS......p.1

CAPITULO II:

LA LOGICA Y LA FILOSOFIA DE RUDOLF CARNAP...p.42

CAPITULO III:

LA FILOSOFIA DE W.V.O. QUINE................p.55

INTRODUCCION

En la presente tesina nos ocuparemos de examinar la lógica modal desde un punto de vista filosófico, así como de la problemática epistemológica subyacente a esta lógica: la cuestión de la verdad necesaria; será conveniente, pues, ubicar estos problemas dentro de la tradición filosófica. La lógica modal fue creada en su forma moderna por C.I. Lewis con el propósito de establecer un canon para el razonamiento deductivo. Lewis pretendía formular un estudio sistemático de las inferencias que involucran modalidades: posibilidad, necesidad, imposibilidad y contingencia. Ya Aristóteles, en el principio mismo de la historia de la lógica, había estudiado silogismos modales; había pues, en la tradición lógico-filosófica, un cierto reconocimiento de la necesidad de contar con una teoría de la inferencia modal. Sin embargo, a no ser por los estudios de Hugh Mc Coll a fines del siglo pasado, la lógica modal permaneció ignorada hasta la aparición de los escritos de Lewis.

Siguiendo el modelo de los Principia Mathematica de Russell y Whitehead, Lewis estructuró la lógica modal en forma de cálculos axiomatizados. Lewis intentaba contraponer su lógica a aquella de los Principia, a la que consideraba "pragmáticamente falsa". Segun Lewis, un defecto básico de la lógica russelliana es que ésta es incapaz de dar cuenta de la necesidad lógica; Lewis tenía en mente desarrollar una lógica en la que se pudiese distinguir entre conectivas estableciendo relaciones lógicas necesarias y conectivas sin tal característica. En particular, Lewis pensaba que la implicación debería establecer una conexión necesaria; segun éste, el condicional russelliano , o implicación material, era una relación demasiado laxa que no correspondía al significado habitual de 'implicación'. Para corregir este defecto, Lewis

INTRODUCCION

En la presente tesina nos ocuparemos de examinar la lógica modal desde un punto de vista filosófico, así como de la problemática epistemológica subyacente a esta lógica: la cuestión de la verdad necesaria; será conveniente, pues, ubicar estos problemas dentro de la tradición filosófica. La lógica modal fue creada en su forma moderna por C.I. Lewis con el propósito de establecer un canon para el razonamiento deductivo. Lewis pretendía formular un estudio sistemático de las inferencias que involucran modalidades: posibilidad, necesidad, imposibilidad y contingencia. Ya Aristóteles, en el principio mismo de la historia de la lógica, había estudiado silogismos modales; había pues, en la tradición lógico-filosófica, un cierto reconocimiento de la necesidad de contar con una teoría de la inferencia modal. Sin embargo, a no ser por los estudios de Hugh Mc Coll a fines del siglo pasado, la lógica modal permaneció ignorada hasta la aparición de los escritos de Lewis.

Siguiendo el modelo de los Principia Mathematica de Russell y Whitehead, Lewis estructuró la lógica modal en forma de cálculos axiomatizados. Lewis intentaba contraponer su lógica a aquella de los Principia, a la que consideraba "pragmáticamente falsa". Segun Lewis, un defecto básico de la lógica russelliana es que ésta es incapaz de dar cuenta de la necesidad lógica; Lewis tenía en mente desarrollar una lógica en la que se pudiese distinguir entre conectivas estableciendo relaciones lógicas necesarias y conectivas sin tal característica. En particular, Lewis pensaba que la implicación debería establecer una conexión necesaria; segun éste, el condicional russelliano , o implicación material, era una relación demasiado laxa que no correspondía al significado habitual de 'implicación'. Para corregir este defecto, Lewis introduce la implicación estricta que incorpora la idea de una vinculación necesaria entre antecedente y consecuente; es decir, esta conectiva estricta representa dentro del cálculo la relación de deducibilidad o consecuencia que, ya desde Aristóteles, se definía en términos de necesidad: recordemos que en los Primeros Analíticos, se caracteriza a la consecuencia como aquella relación que se establece cuando de establecer ciertas cosas, se siguen necesariamente otras. Este vínculo de consecuencia, que es el núcleo mismo de la lógica, es representado por la implicación estricta de Lewis, quien desarrolla diversos cálculos con condiciones más o menos astringentes en la concepción de la necesidad.

Hay en la lógica modal, el presupuesto filosófico de que existen categorías distintas en la verdad. Este es un supuesto tradicional en la Historia de la filosofía; por ejemplo, siempre se ha considerado que la verdad matemática tiene un carácter especial. Ya desde los griegos se habia aducido que, a diferencia del conocimiento común, hay una particular certeza en el conocimiento matemático. En la era moderna, la duda metódica cartesiana que tan facilmente derrumba el conocimiento sensorial, debe introducir la aventurada conjetura acerca de la existencia de un genio maligno para poder minar la certidumbre de las verdades de la aritmética y de la geometría. Si continuamos examinando la tradición, encontramos que Leibniz distinguía entre dos tipos de verdades: de razón y de hecho; Leibniz ofrece un criterio claro de diferenciación entre las dos clases de verdad. Las verdades de razón son aquellas que pueden determinarse sobre bases lógicas; segun Leibniz, los viejos principios aristotélicos de no contradicción, de identidad y del tercero excluído bastan para este propósito; dos siglos después, los positivistas lógicos habran de retomar esta intuición adaptándola a la nueva lógica matemática.

Otra visión importante en la discusión acerca de la verdad - necesaria es la kantiana; Para Kant, los juicios pueden clasificarse por un lado, en _a priori_ y _a posteriori_ y, por otro, en --- analíticos y sintéticos (1).La verdad de los juicios _a priori_ se-puede conocer independientemente de la experiencia; Kant inicia - la tradición que perdurará inclusive hasta el empirismo lógico de identificar aprioridad y necesidad. Segun Kant, el criterio básico para determinar si una proposición es _a priori_ es la necesidad de dicha proposición; cuando un juicio no admite excepción alguna ni siquiera como posibilidad, entonces es _a priori_. Los enunciados de la matemática constituyen un buen ejemplo de estos juicios necesarios-_a priori_. Por otra parte, Kant establece la división de los juicios entre analíticos y sintéticos. Los juicios analíticos son aquellos en los que el predicado esta contenido, implícita o explícitamente, en el sujeto; Kant pensaba que el principio lógico de - no contradicción era criterio suficiente para determinar la verdad de los enunciados analíticos. Los juicios sintéticos pueden considerarse simplemente como aquellos que no son analíticos, aunque -- Kant intenta dar una elucidación hasta cierto punto independiente: los juicios sintéticos son aquellos en los que el predicado "añade" algo al sujeto. Todas estas distinciones kantianas habrán de ser -- centrales a la epistemología posterior, aun cuando, el problema básico que precipita la _Crítica de la razón pura_, el problema de la existencia del sintético _a priori_,tendrá generalmente una respuesta negativa en la filosofía postkantiana.

John Stuart Mill debe ser mencionado por su filosofía ultraempirista de la matemática, la cual constituye una postura más bien aislada en la tradición filosófica. Mill consideraba que las verdades lógicas y matemáticas eran meras generalizaciones empíricas; esto es, para Mill, todo el conocimiento era del mismo tipo y se fundamentaba en la experiencia. Las proposiciones matemáticas, según la concepción de Mill, eran en principio, tan falibles como las hipótesis empíricas y la apariencia de necesariedad en ellas venía de su alto grado de confirmación empírica.

En la última parte del siglo XIX, diversos desarrollos en la matemática y en la lógica trajeron a la luz muchos puntos débiles en la filosofía kantiana. El surgimiento de las geometrías no euclideanas se contó como un argumento en contra del carácter apriorístico de la geometría euclidea; además, se hizo palpable la insuficiencia de la lógica aristotélica sobre la que Kant se había apoyado. Aún más, la teoría de conjuntos de Cantor vino a constituírse en un puente entre la matemática (cuyo <u>corpus</u> principal era la aritmética y el ya aritmetizado análisis) y la incipiente lógica moderna; así las cosas, el logicismo comenzó a ganar terreno. Para Kant, empleando la lógica aristotélica, era imposible la determinación de la verdad de un enunciado aritmético tal como '7+5=12', en base a principios lógicos; un siglo más tarde, contando con un naciente pero ya poderoso instrumental lógico, la reducción de la matemática a la lógica era ya una perspectiva viable. A principios del siglo XX, la vieja pregunta kantiana por el sintético <u>a priori</u> podía reformularse de la siguiente manera: ¿cómo es posible la certidumbre en la lógica y en la matemática? Ésta se convirtió en la cuestión central para la epistemología.

En esta tesina expondremos tres respuestas contemporáneas al problema de la necesidad lógico-matemática, así como el desarrollo paralelo de la lógica modal de proposiciones; los desarrollos técnicos en lógica modal han tenido siempre una motivación filosófica, y a su vez, el progreso técnico en la lógica ha tenido profundas consecuencias en la filosofía; hay pues, una clara interrelación entre la lógica y la filosofía. Expondremos las concepciones de -

C. I. Lewis, de Rudolf Carnap y de W. V. O. Quine; es decir haremos un recorrido por la filosofía norteamericana contemporánea; éstas son tres concepciones clave en la epistemología reciente. En su "Dos dogmas del empirismo", quizá el artículo más influyente en los últimos años, Quine pretende polemizar con Lewis y Carnap, a la vez que recoge la herencia empirista de Lewis y del positivismo lógico.

En el primer capítulo de la tesina expondremos la lógica y la filosofía de C. I. Lewis; consideraremos primeramente la historia de los sistemas Lewis, éste es un lugar importante en la historia reciente de la filosofía y de la lógica. Después expondremos estos sistemas desde un punto de vista técnico, obteniendo con todo detalle un resultado clásico: la inclusión de los sistemas "normales" de lógica en los sistemas modales. Finalmente expondremos el punto de vista epistemológico de Lewis; el pensamiento de Lewis tiene sus raíces en la vigorosa tradición filosófica norteamericana del pragmatismo. Lewis nos ofrece una novedosa concepción pragmatica del _a priori_ que ha de fundamentar las intuiciones con las que confrontará los resultados encontrados en cada uno de los diversos sistemas de lógica modal. En Lewis hay una identificación, en forma consciente, de las categorías verdad necesaria, verdad _a priori_ y verdad analítica; para este filósofo, las verdades necesarias, lejos de ser triviales tautologías linguísticas, conforman nuestro marco conceptual. Ahora bien, para Lewis, este marco conceptual está determinado pragmáticamente; la concepción pragmática del _a priori_ cerrará nuestro primer capítulo.

El siguiente capítulo estará dedicado a exponer la concepción de Carnap sobre la verdad necesaria. El positivismo lógico es, sin duda alguna, la filosofía clásica de nuestro siglo; aun en aquellas tesis que ahora podemos considerar como históricamente superadas, los positivistas tuvieron tal claridad y poder de penetración que, incluso en nuestros días, deben ser consideradas como paradigmas del modo de filosofar. El trabajo de Carnap sobre las modalidades fue desarrollado en los Estados Unidos en la última parte de los años 30's y la primera de los años 40's; la atmósfera intelectual que Carnap encontró en Norteamérica era, en muchos aspectos, similar a la que el Círculo de Viena había tratado de desarrollar en Europa; al igual que el positivismo lógico, la tradición filosófica norteamericana, esencialmente pragmatista, se había basado en el rechazo de un academicismo eshausto y en la búsqueda de nuevos caminos para la filosofía. La Segunda Guerra Mundial creó las condiciones para que, alrededor de 1940, coincidieran en la Universidad de Harvard C.I. Lewis, Rudolf Carnap y Willard van Quine, es decir, la vieja tradición norteamericana, el clásico positivismo lógico y la nueva filosofía.

Carnap recuerda en su autobiografía intelectual aquel agitado clima filosófico norteamericano; apunta Carnap: "Algunos de los que aceptan la concepción semántica de la verdad (tarskiana) rechazan que pueda establecerse una distinción precisa entre la verdad lógica y la factual. Los más prominentes entre ellos son Tarski y Quine. En el año académico de 1940-41, cuando nosotros tres estuvimos en Harvard, discutimos detalladamente este problema. Ellos pensaban que, a lo sumo, podría establecerse una distinción de grado entre verdades. Ofrecí en aquel entonces una plática acerca de la relación de la matemática con la ciencia empírica; esta conferencia estaba dirigida a un grupo de profesores interesados en los fundamentos de la ciencia. Mi tesis principal fue que la matemática no tiene contenido factual y que, por lo tanto, no necesita confirmación empírica pero que, de cualquier manera, tiene una función muy importante en la ciencia empírica como instrumento para la deducción. Pensé que esta sería una vieja y bien conocida historia y, en todo caso, una cuestión puramente académica. Pero, ante mi gran sorpresa, la audiencia respondió con emociones vehementes, Aun antes de que finalizara mi plática, surgieron emociones exaltadas. Tuvimos despues una larga y tórrida discusión en la que con frecuencia varias personas hablaban a la vez. Richard von Mises sostuvo apasionadamente que la oración '2+2=4' (si se toma en su interpretación acostumbrada y no como un teorema de un sistema axiomático no interpretado) es de naturaleza tan empírica como 'Los cuerpos sólidos se expanden al calentarse'. Pensé ¿estamos de regreso con John Stuart Mill? Los ataques de Tarski y Quine fueron más apacibles pero a la vez más perspicaces. Creo que Feigl fue el único que claramente compartía mi posición. Pero, considerada globalmente, la discusión fue demasiado vehemente como para permitir una buena comprensión mutua."(2)

Nuestro tercero y último capítulo estará dedicado a la filosofía de Quine, la que representa un punto de inflexión en el problema de la verdad necesaria; la publicación de "Dos dogmas del empirismo" causó una verdadera conmoción en el mundo filosófico; allí Quine sistematiza sus objeciones a la distinción verdad factual-verdad necesaria. Partiendo de una muy cuidadosa crítica a la teoria linguística de la verdad necesaria, que Carnap había desarrollado, Quine plantea una visión holista del conocimiento que derrumba definitivamente -a mi modo de ver- una de las distinciones epistemológicas que tradicionalmente se habían sostenido: la distinción conocimiento a priori-conocimiento a posteriori; en las conclusiones trataremos de evaluar los argumentos quineanos. Una consecuencia práctica del rechazo de Quine al concepto 'verdad necesaria' es que este también va a rechazar la lógica modal. Para Quine, hay tanta confusión en la noción misma de modalidad, que a no ser que uno guste de jugar juegos formales, es inútil desarrollar una teoría matematizada de las modalidades.

En cada uno de los tres capítulos examinaremos la filosofía que fundamenta la aceptación o el rechazo de la lógica modal; una de las ideas básicas en esta tesina es la de que la lógica modal debe validarse o invalidarse por razones filosóficas mas bien que técnicas. A cada objeción técnica cabe siempre una más o menos compleja respuesta técnica. Esta es la tesis con que Dagfinn Follesdal concluye su bien conocida reseña de la concepción de Quine sobre las modalidades. Follesdal dice: "...los problemas semánticos formales que surgen en conexión con la cuantificación en contextos modales pueden ser resueltos; esto quiere decir que las modalidades no se pueden rechazar por razones puramente formales. Las modalidades pueden hacerse formalmente respetables, es decir, libres de dificultades lógicas. Por tanto, parece ser que si uno ha de rechazar las modalidades, esto debe hacerse sobre bases metafísicas o epistemológicas."(3) El punto de Follesdal debe extenderse a la aceptación de los sistemas modales: estos deben aceptarse, si es el caso, por razones filosóficas. Lewis y Carnap ejemplifican la formulación y la aceptación de la lógica modal sobre fundamentos epistemológicos; el rechazo filosófico se dará en Quine.

Estas tres concepciones son puntos clave en la filosofía analítica; comparten tanto la problemática como una cierta manera de abordar esa problemática. La cuestión de la verdad necesaria y de la lógica apropiada a la necesidad aparece configurada en su forma moderna en la obra de Lewis; ésta representa el cambio radical frente a la filosofía especulativa que habían desarrollado, en la escena norteamericana, Royce y Santayana. El pragmatismo americano que alcanza su madurez en Lewis, habrá de devenir en un ingrediente esencial de la filosofía analitica. En la concepcion pragmática del a priori encontramos ya claramente configurada la actitud que caracteriza al empirismo contemporáneo, a saber, la búsqueda de una alternativa a dos extremos igualmente inaceptables: el racionalismo y el ultraempirismo milliano. La posición de Mill no parece hacer justicia a la firmeza del conocimiento matemático; el racionalismo, por su parte, se perdía en una densa niebla metafísica. Así, la tarea epistemológica para los empiristas contemporáneos consistió en dar una explicación que diese cuenta de la solidez de las verdades a priori y que mostrara que ellas no "dan información" acerca de la realidad empírica.

Las soluciones a este problema, ciertamente, han de variar. Para Lewis, las proposiciones analíticas son de naturaleza hipotética más bien que informaciones categóricas "sobre los hechos" y, nos permiten organizar nuestro marco conceptual. La solución carnapiana es que la necesidad de las proposiciones esta fundada sobre convenciones linguísticas; toda verdad necesaria es, para Carnap, tautológica y su certeza proviene de su carácter verbal "ajeno a los hechos". Quine cuestionará el problema mismo; proponiendo una visión del lenguaje como un sistema articulado, Quine rechaza que pueda establecerse una distinción tajante y fija entre cada una de las partes de ese sistema. La superación del positivismo lógico por Quine se apoya en el rechazo de dos dogmas del empirismo que fueron llevados a su más alta sofisticación -- por los positivistas. Esos dos dogmas son el verificacionismo atómico de las oraciones y la distinción analítico-sintético. En la superación de estos dos dogmas, el empirismo ha dado, dos de sus cinco pasos más importantes en los últimos doscientos años(4) En esta tesina expondremos el rechazo de Quine a la verdad necesaria y la secuencia histórica que conduce a esta problemática; expondremos, pues, tres posiciones importantes en el desarrollo de la lógica modal y la cuestión de la verdad necesaria: el primer capítulo estará dedicado a Lewis, el segundo a Carnap y el último a Quine.

CAPITULO I:

LA LOGICA Y LA FILOSOFIA DE C. I. LEWIS

§ 1: LEWIS Y LOS PRINCIPIA MATHEMATICA

§ 2: LOS SISTEMAS LEWIS DE LOGICA MODAL

§ 3: LA CONCEPCION PRAGMATICA DEL A PRIORI

§ 4: OBSERVACIONES MARGINALES

LA LOGICA Y LA FILOSOFIA DE C.I. LEWIS

Introducción al capítulo.

Debemos la lógica modal a Clarence Irving Lewis. En un principio, la lógica modal surge como una alternativa a la lógica de los Principia Mathematica; esta última era vista por Lewis como insatisfactoria debido a las "paradojas" que en ella aparecían. La lógica que Russell y Whitehead habían sistematizado, siguiendo a Frege y Peano, incluía formas de inferencia que resultan extrañas si se comparan con los modos usuales de deducción en la matemática y en la vida diaria; Lewis encontraba un abismo entre ciertos principios lógicos admitidos como válidos por Russell y aquellos métodos de razonamiento efectivamente usados en el discurso matemático.

Conforme a Lewis, la fuente del problema de la lógica de los Principia se encontraba en la definición de la implicación como un nexo veritativo-funcional; la implicación debería establecer un vínculo más fuerte que la simple función de verdad que asigna falsedad a la implicación cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso. Lewis impone condiciones más estrictas a la implicación y la redefine al modo siguiente: 'p' implica 'q' cuando es imposible que 'p' sea verdadero y 'q' sea falso. Así, partiendo de esta definición como base mínima, Lewis desarrolla diversos sistemas que formalizan las características modales de las proposiciones: necesidad, posibilidad, imposibilidad y contingencia. Lewis creia que alguno de estos sistemas, denominados S1-S5, seria "la lógica verdadera" aunque, por diversos problemas técnicos, fue incapaz de tomar una decisión al respecto si bien apuntó los lineamientos sobre los que, dada una investigación ulterior, podría elegirse.

Desde un punto de vista filosófico, Lewis se está adhiriendo a la tradición que (casi) siempre consideró que la verdad de las proposiciones podía tener distinta "fuerza". Lewis ofrece un examen muy cuidadoso de este presupuesto filosófico: explica porqué cierto tipo de proposiciones son necesarias y a priori, identificando estas dos características. Según la teoría pragmática de Lewis, nuestro marco conceptual está compuesto de proposiciones a priori: las proposiciones apriorísticas son ciertos enunciados hipotéticos que permiten ordenar e interpretar la experiencia. Las proposiciones a priori resultan necesarias ya que, careciendo de referencia a hechos, jamás serán refutadas por la experiencia; estas proposiciones tampoco tendrán confirmacion empírica. De este modo, Lewis fundamenta, técnica y filosóficamente, su logica modal. Pasemos ahora a exponer en detalle la lógica y la filosofía de Lewis.

1. LEWIS Y LOS PRINCIPIA MATHEMATICA
LA HISTORIA DE LOS SISTEMAS LEWIS

Uno de los escasos primeros lectores de *Principia Mathematica* fue Clarence Irving Lewis, quien por esa época era asistente de Josiah Royce en la Universidad de Harvard (1). El tratamiento dado por Russell y Whitehead a la implicación inquietó, desde el primer momento a Lewis; la implicación russelliana conducía a resultados extraños y antiintuitivos que bien pudieran considerarse "paradójicos". Estas paradojas mostraban, de acuerdo a Lewis, que el esfuerzo de Russell estaba equivocado en su fundamento; la implicación material ($\supset$) no podía ser el núcleo de la lógica de la que, a su vez, habría de derivarse la matemática.

En *Principia Mathematica*, la implicación material se definía al modo siguiente:

$$(p \supset q) \rightleftharpoons (\neg p \vee q)$$

Una posible lectura de esta definición sería 'p implica q' equivale a que o bien 'p' es falso o bien 'q' es verdadero.

Así, resulta que una proposición 'p' implica materialmente cualquier otra proposición 'q', a menos que 'p' sea verdadera y 'q' sea falsa. De donde, si 'p' es falsa implicará a 'q', cualquiera que sea esta última proposición y, de ser 'p' verdadera será implicada por cualquier 'q'; estos resultados, según Lewis, chocan con la intuición.

Lewis inicia una larga serie de trabajos sobre lógica con "Implication and the Algebra of Logic", que fue publicado en 1912; Lewis enfatiza las "paradojas" de la lógica russelliana en sus primeros escritos; posteriormente, el énfasis va a recaer en la construcción de su propio sistema de lógica. La implica--

ción, siendo una "relación intensional", dice Lewis, debiera -- ser definida en términos de una disyunción igualmente "intensional". Russell empleó para su definicion de implicación ($\supset$) una disyunción de carácter "extensional"; en esto radica el error - russelliano. Ejemplifiquemos la diferencia entre los dos tipos- de disyunción. Consideremos las dos proposiciones siguientes:

(α) O bien César murió o bien la luna es de queso

y

(β) O bien Matilda no me ama o bien soy amado

Aquí (α) es una disyunción "extensional" y (β) es una disyunción "intensional". En (β), necesariamente al menos una de las dos oraciones disyuntadas es verdadera. Si alguno de los disyuntos fuese falso, el otro disyunto sería verdadero. La situación es radicalmente distinta con (α); si 'César murió' fuera falsa no se seguiría necesariamente que la luna es de queso. Así, para conocer la verdad de (α), una disyunción extensional, necesitamos conocer hechos; por el contrario, podemos conocer la -- verdad de una disyunción intensional, tal como (β), aún cuando no sepamos cual de los disyuntos es verdadero. De acuerdo a -- Lewis, puede haber disyunciones intensionales de carácter dis-- tinto a (β) que es a priori o formal. Supongamos que dispone-- mos de un pronóstico del tiempo absolutamente confiable que establece que el 16 de septiembre será un dia lluvioso. Esto im-- plica que:

(γ) O bien hoy no es 16 de septiembre o bien el dia es lluvioso

Bajo la aceptación del supuesto, (γ) es una disyunción intensional; uno podría saber la verdad de esta disyunción sin necesidad de apelar a más hechos. Esto es, la disyunción extensio nal se refiere a actualidades o hechos y, por su parte, la disyunción intensional se refiere a posibilidades. Sin embargo, en la realidad, habiendo acaecido uno o más hechos, el conjunto de posibilidades se reduce y, una disyunción puede convertirse, de extensional en intensional.

Lewis piensa en la disyunción como una relación; dos proposiciones guardan esta relación (intensional) cuando abarcan exhaustivamente todos los casos de una situación dada. Toda disyunción intensional verdadera es también una disyunción extensional verdadera en el sentido de que al menos un disyunto es verdadero; es decir, si se abarca toda posibilidad, se está incluyendo el caso real. La conversa, claramente, no vale; ya que una disyunción extensional puede ser verdadera meramente en consideración de un hecho ocurrido de entre muchas posibilidades.

Para Lewis, pues, la implicación debe definirse como:

$$(p < q) \overset{}{\underset{df}{\rightleftharpoons}} (\neg p + q)$$

donde '$<$' representa la implicación (estricta) y '$+$' es la disyunción intensional (2).

El carácter "paradójico" de la definición de implicación del sistema de Russell y Whitehead es compartido por muchos axiomas y teoremas de este sistema; citaremos algunos de estos controvertibles principios; uno de ellos es el teorema:

$$\neg p \supset (p \supset q)$$

Este teorema es objetable puesto que podría ser interpretado como: si 'p' es falsa, entonces 'p' implica cualquier cosa.

Otro resultado indeseable del sistema de Russell es:

$$q \supset (p \supset q)$$

que podríamos verbalizar como si 'q' es verdadera, entonces 'q' es implicada por cualquier proposición.

Otra más de las paradojas es:

$$(p \supset q) \vee (p \supset \neg q)$$

Es decir, dadas dos proposiciones cualesquiera 'p' y 'q', 'p' implica a 'q' o a la negación de 'q', independientemente de que no exista conexión alguna entre 'p' y 'q'.

También el teorema

$$(p \supset q) \vee (q \supset p)$$

es un resultado antiintuitivo; dos proposiciones cualesquiera siempre resultan conectadas por la implicación russelliana, es decir, o bien 'p' implica 'q', o bien 'q' implica 'p'.

La lista de paradojas podria alargarse pero las anteriores, que aparecen con una generalidad "copiosa y lamentable", hacen ver que la lógica de Russell es incorrecta. Señala Lewis que: "Un significado de 'implica', que es tal que las implicaciones de una proposición dependen de su verdad o falsedad no es, ciertamente, el usual. Y sus propiedades peculiares no son ni importantes descubrimientos lógicos ni absurdos; son simplemente las consecuencias inevitables de una nueva denotación para una vieja y familiar palabra, usada desde hace mucho tiempo en el habla común con un significado diferente. Por lo tanto, este cálculo (russelliano) de proposiciones que, es históricamente una continuación de aquel de Boole, no es un cálculo de implicaciones como aquellos con los que la lógica y la deducción han estado relacionados. Este nuevo significado de 'implica' debe ser sujeto a algún examen, antes de que sus leyes sean aceptadas como canon de deducción. Los Principia carecen de tal examen."(3)

Ademas, la lógica de PM (en adelante por 'Principia Mathematica) tiene el defecto de que no permite trazar la distinción verdad contingente-verdad necesaria. Es decir, en el sistema de

Russell-Whitehead no hay gradaciones de la verdad. Los teoremas de PM serian verdaderos de un mundo en el que todo lo posible - fuera real y todo lo verdadero fuese necesario; asimismo, PM imposibilita distinguir lo absurdo de lo simplemente falso. Consecuentemente, estas paradojas "repugnan al sentido común" y la - implicación material, desde un punto de vista pragmático, es -- falsa. Si ''p' implica 'q'' significa solo que no es el caso -- que 'p' es verdadera y 'q' falsa, '$\supset$' se convierte en una relación demasiado ubicua para ser útil. La matemática no podría -- construirse sobre una base tan endeble.

Ahora, Lewis se plantea el problema de construir un sistema de lógica intensional, análogo en elegancia y exactitud, al cálculo de PM. En "Implication and the Algebra of Logic", Lewis hace su primer intento mediante una modificación del sistema original russelliano. Aquí, la definición de implicación es la - que habíamos mencionado anteriormente:

$$(p < q) \rightleftharpoons (p + q)$$

Los axiomas de este primer sistema tentativo son:

1. $(p + p) < p$
2. $(p + q) < (q + p)$
3. $[p + (q + r)] < [q + (p + r)]$
4. $(q < r) < [(p \vee q) < (p \vee r)]$
5. $(p \& q) < p$

Esto es, (1)-(4) son los correlatos "intensionales" de los axiomas de PM y, (5) es un axioma que Lewis se ve forzado a introducir para contar con la conjunción en su sistema, ya que no la - considera definible en términos de la disyunción -que ahora no- tiene carácter extensional- y la negación. En este su primer -- trabajo sobre lógica, Lewis no ofrece ninguna regla de inferencia. Conforme a Lewis, el sistema intensional, aunque es análogo al cálculo de PM, guarda con este último la misma relación - que la geometría euclídea respecto a las geometrías no euclídeas; la lógica intensional aspira a convertirse en la forma natural del razonamiento correcto.

Lewis trabaja arduamente en la formulación de su cálculo - intensional -que debiera ser tan exacto en su formulación como- PM- entre 1912 y 1918. En este año, se publica A Survey of --- Symbolic Logic (en adelante SSL); en este intervalo de seis a-- ños, Lewis habia propuesto una serie de sistemas de implicación que culminan con SSL. La labor de Lewis fue una especie de experimentación a través de "ensayo y error". Cada nuevo sistema es construído sobre la base de los errores encontrados en el sistema precedente. Así, para 1918, las intuiciones originales de -- Lewis (calcar intensionalmente los axiomas de PM) para axiomatizar la implicación estricta, se han transformado radicalmente; en SSL, los elementos de la base primitiva del sistema son la - negacion (¬), la imposibilidad lógica (¬◇) y la conjunción (- (&). Esto nos muestra claramente la elasticidad de las intui-- ciones lógicas, aun entre los lógicos y filósofos profesiona--- les. Un resultado importante, obtenido por Lewis desde 1914, - fue la demostración de que el sistema de PM es un subsistema -- del cálculo de implicacion estricta; todos los sistemas de lógica modal construídos posteriormente por Lewis recogen este re-- sultado. Sin embargo, PM debia considerarse un sistema rival e- quivocado si se toma a '⊃' como la relación correspondiente a- la deducibilidad. (Esta relación sería bautizada por G.E. Moore como 'entailment': entrañamiento o implicación.)

La intuición de Lewis en SSL aún tendría que ser enmenda--

da; Emile Post demostro que entre los teoremas de SSL figuraba- uno afirmando la equivalencia estricta de '$\neg p$' con la imposibilidad lógica de 'p'. Esto borraría en un sentido, la distinción necesario-contingente. Inmediatamente Lewis corrigió su sistema, modificando el axioma que acarreaba esta consecuencia indeseable. SSL corregido puede ser considerado como el primer sistema de lógica modal razonablemente completo; posteriormente se le - denominaría sistema S3.

En su búsqueda del sistema de lógica, Lewis publica en --- 1930, conjuntamente con Langford, Symbolic Logic, La razón principal para desarrollar un nuevo sistema en este libro es la siguiente: en SSL corregido (S3), apareció inesperadamente un teorema algo extraño:

a) $(p \prec q) \prec [(q \prec r) \prec (p \prec r)]$

Wajsberg y Parry encontraron esta indeseada consecuencia en S3- que, de acuerdo a Lewis, es dudoso que deba considerarse como - un principio válido de deducción. Lewis apunta que este teorema "nunca conduciría a ninguna inferencia '$(p \prec r)$' que fuese cuestionable cuando '$(p \prec q)$' y '$(q \prec r)$' fueran premisas dadas; pero da la inferencia '$(q \prec r) \prec (p \prec r)$', cuando '$(p \prec q)$' es una premisa. Excepto como un enunciado elíptico para '$[(p \prec q) \& (q \prec r)] \prec (p \prec r)$' y '$(p \prec q)$' es verdadera, esta inferencia parece dudosa."(4)

De este modo, Lewis se ve obligado a formular un sistema - de lógica más débil que el de SSL; este nuevo sistema sera llamado S2. Lewis creía, aunque no lo pudo demostrar en 1930, que- (a) era independiente de S2; este sistema S2 debía ser la tan - esperada lógica "verdadera" a condición de que se mostrase la - independencia de (a) respecto de el. En 1930, Lewis había logrado probar que (a) no era un teorema de un cierto subsistema muy débil de S2: este subsistema sería llamado S1 y, debía ser con siderado como "la lógica", en el caso de que la fórmula (a) resultara ser un teorema de S2. En 1934, W.T. Parry demostró la independencia de ese principio respecto de S2, estableciendo una base sólida para la preferencia de Lewis hacia S2.

También en 1930, Oscar Becker habia propuesto adicionar SSL-corregido (S3), con ciertos axiomas que jugarían el papel de leyes de reducción para modalidades iteradas, es decir, expresiones tales como 'es posible que sea necesario que sea posible p' serían susceptibles de ser reducidas a expresiones equivalentes mas breves. Las leyes de reducción más aceptadas expresan el punto de vista de que cuando una proposición tiene carácter modal (es decir, es necesaria o posible) entonces tiene ese carácter necesariamente. Becker propone añadir

$$\Box p \prec \Box\Box p$$

(i.e., las proposiciones necesarias son necesariamente necesarias) que es el axioma característico del sistema denominado S4. Otra ley de reducción es

$$\Diamond p \prec \Box\Diamond p$$

(i.e., si una proposición es posible, entonces es necesariamente posible) que, es el axioma característico de S5.

Lewis encuentra dudosas estas reducciones y señala: "El que el buen uso prevalezca en la inferencia lógica -la práctica en las deducciones matemáticas, por ejemplo- no nos da suficiente precisión y autoconciencia para determinar claramente cual de esos cinco sistemas expresa los principios aceptables de la deducción...aquellos interesados en las propiedades meramente matemáticas de tales sistemas de lógica simbólica tienden a preferir los sistemas mas comprehensivos y menos estrictos, tales como S5 y el de la implicación material. Los intereses del estu dio lógico serían probablemente mejor servidos por la tendencia exactamente opuesta."(5)

Debe apuntarse que Lewis puede ser considerado como el primer historiador moderno de la lógica. El Survey of Symbolic Logic incluye un acucioso estudio histórico de la lógica, de Leibniz en adelante. Lewis pretende mostrar que su lógica es la culminación de más de 200 años de esfuerzos para sistematizar la lógica en un cálculo. Examinemos ahora la lógica de Lewis desde un punto de vista técnico.

2. LOS SISTEMAS LEWIS

a) GRAMATICA DE LOS SISTEMAS LEWIS

Al conjunto de sistemas formales S1-S5 lo denominaremos Sistemas Lewis.

Los símbolos primitivos de los sistemas Lewis pertenecen a cualquiera de las dos clases siguientes:

i) Letras. Son letras minúsculas 'p', 'q', 'r' con o sin subíndice; i.e.:

$p, q, r, p_1, q_1, r_1, \ldots, p_n, q_n, r_n, p_{n+1}, q_{n+1}, r_{n+1}, \ldots$

(Las letras forman un conjunto infinito enumerable)

ii) Constantes. Son los siguientes once símbolos:

(	(paréntesis izquierdo)
)	(paréntesis derecho)
$\supset$	(condicional o implicación material)
$\vee$	(disyunción)
&	(conjunción)
$\neg$	(negacion)
$\equiv$	(bicondicional o equivalencia material)
$\prec$	(implicación estricta)
$=$	(equivalencia estricta)
$\Diamond$	(operador de posibilidad -"diamante"-)
$\Box$	(operador de necesidad)

Ahora definiremos recursivamente la noción de fórmula bien formada (fbf). La definición consta de cuatro cláusulas:

1. Una letra sola es una fbf.

2. Si A es una fbf, entonces $\neg A$, $\Diamond A$ y $\Box A$ son fbfs.

3. Si A y B son fbfs, entonces $(A \supset B)$, $(A \vee B)$, $(A \& B)$, $(A \equiv B)$ $(A \prec B)$ y $(A = B)$ son fbfs.

4. Nada es una fbf a menos que se construya conforme a -- las cláusulas (1)-(3).

La expresión '$(A \prec B)$' puede leerse 'A implica estrictamente B'; '$(A = B)$' puede leerse 'A equivale estrictamente a B'; -- '$\Diamond A$' se leerá 'es posible que A' y '$\Box A$', 'es necesario que A'.

Ahora definiremos la operación de sustitución. Sean A y B- fbfs cualesquiera y b una letra, diremos que $S^{b}_{B}A|$ es la fórmula- que resulta de reemplazar cada ocurrencia de b en A por B.

Mas generalmente, si A, B_1, B_2,..., B_n son fbfs y b_1,...,b_n son letras distintas, entonces $S^{b_1 \dots b_n}_{B_1 \dots B_n}A|$ es la fórmula obtenida al sustituir simultáneamente en A cada ocurrencia de b_i por B_i (para $1 \leq i \leq n$).

Una modalidad es una cadena de cero o más operadores de necesidad o posibilidad.(6)

Los sistemas Lewis tienen gramática y reglas de inferencia comunes y se diferencian entre sí por los axiomas y, consecuentemente, por los teoremas.

Diremos que para cualesquiera fbfs A,B en los pares siguientes, la primera coordenada es definicionalmente equivalente a - la segunda y viceversa:

$$\langle (A \vee B), \neg(\neg A \,\&\, B) \rangle$$
$$\langle (A \supset B), (\neg A \vee B) \rangle$$
$$\langle (A \equiv B), ((A \supset B) \,\&\, (B \supset A)) \rangle$$
$$\langle (A \prec B), \neg \Diamond (A \,\&\, \neg B) \rangle$$
$$\langle (A = B), ((A \prec B) \,\&\, (B \prec A)) \rangle$$
$$\langle \Box A, \neg \Diamond \neg A \rangle$$

Ahora estableceremos las reglas de inferencia.

Las reglas de inferencia para los sistemas Lewis son las siguientes, donde A y B son fbfs cualesquiera:

MPE (Modus Ponens estricto): De A y $(A \prec B)$ se infiere B.

ADJ (Adjunción): De A y B se infiere (A&B).

DEF (Equivalencia definicional): Si B se obtiene de A reemplazando una ocurrencia de una fbf C en A por una expresión definicionalmente equivalente a C, entonces de A se infiere B.

S (Sustitución): De A se infiere $S_B^p A|$

SEE (Sustitución de equivalentes estrictos): Si B se obtiene de A reemplazando una ocurrencia de una fbf C en A por una fbf D y (C=D) es un teorema, entonces de A se infiere B.

Las nociones de prueba, teorema, etc., son las usuales ((Cfr, Church 1956 pp.72-73)

Al igual que en el texto de Church, como corolario al hecho de que disponemos de infinitas letras y a la regla de sustitución, tendremos la siguiente regla derivada:

SS (Sustitución simultánea): De A se infiere $S_{B_1 \ldots B_n}^{p_1 \ldots p_n} A|$

b) El sistema S1

Los axiomas de S1 son las seis fbfs siguientes:

Ax 1 $(p \& q) \prec p$

Ax 2 $(p \& q) \prec (q \& p)$

Ax 3 $[(p \& q) \& r] \prec [p \& (q \& r)]$

Ax 4 $p \prec (p \& p)$

Ax 5 $[(p \prec q) \& (q \prec r)] \prec (p \prec r)$

Ax 6 $p \prec \Diamond p$

Para ilustrar este sistema demostraremos algunos de sus teoremas y, posteriormente, probaremos que el sistema "ortodoxo" de cálculo proposicional esta incluído en S1.

TEOREMA T1: $p \prec p$

PRUEBA

B_1 $p \prec (p \& p)$ Ax

B_2 $(p \& q) \prec p$ Ax

B_3 $(p \& p) \prec p$ $S^{q}_{p} B_2|$

B_4 $B_1 \& B_3$ Adj B_1, B_3

B_5 $[(p \prec q) \& (q \prec r)] \prec (p \prec r)$ Ax

B_6 $B_4 \prec B_7$ $S^{q}_{(p\&p)} {}^{r}_{p} B_5|$

B_7 $p \prec p$ B_4, B_6 MPE

$\boxtimes$

TEOREMA T2: $p = p$ (7)

PRUEBA

B_1 $p \prec p$ Teorema 1

B_2 $(p \prec p) \& (p \prec p)$ Adj B_1, B_1

B_3 $p = p$ Def=

$\boxtimes$

T3: $(p \& q) = (q \& p)$

PRUEBA

B_1 $(p \& q) \prec (q \& p)$ Ax

B_2 $(q \& p) \prec (p \& q)$ $S^{p}_{q} {}^{q}_{p} B_1|$

B_3 $B_1 \& B_2$ Adj B_1, B_2

B_4 $(p \& q) = (q \& p)$ Def=

$\boxtimes$

$T4: [p \& (q \& r)] \prec [(p \& q) \& r]$

PRUEBA

B_1 $[p \& (q \& r)] \prec [(q \& r) \& p]$ Ax 2
B_2 $(q \& r) = (r \& q)$ Teorema 3
B_3 $[p \& (q \& r)] \prec [(r \& q) \& p]$ SEE $\frac{B_2}{B_1}\Big|$
B_4 $[(r \& q) \& p] \prec [r \& (q \& p)]$ Ax 3
B_5 $(p \& q) = (q \& p)$ Teorema 3
B_6 $[(r \& q) \& p] \prec [r \& (p \& q)]$ SEE $\frac{B_5}{B_4}\Big|$
B_7 $[r \& (p \& q)] = [(p \& q) \& r]$ Teorema 3
B_8 $[(r \& q) \& p] \prec [(p \& q) \& r]$ SEE $\frac{B_7}{B_6}\Big|$
B_9 $B_3 \& B_8$ Adj B_3, B_8
B_{10} $B_9 \prec B_{11}$ Ax 5
B_{11} $[p \& (q \& r)] \prec [(p \& q) \& r]$ B_9, B_{10} MPE

$\boxtimes$

$T5: [(p \& q) \& r] = [p \& (q \& r)]$

PRUEBA

B_1 $[(p \& q) \& r] \prec [p \& (q \& r)]$ Ax 3
B_2 $[p \& (q \& r)] \prec [(p \& q) \& r]$ Teorema 4
B_3 $B_1 \& B_2$ Adj B_1, B_2
B_4 $[(p \& q) \& r] = [p \& (q \& r)]$ Def= B_3.

$\boxtimes$

$T6: [(p \& q) \& r] = [(q \& r) \& p]$

PRUEBA

B_1 $[(p \& q) \& r] = [p \& (q \& r)]$ Teorema 5
B_2 $[p \& (q \& r)] = [(q \& r) \& p]$ Teorema 3
B_3 $[(p \& q) \& r] = [(q \& r) \& p]$ SEE $\frac{B_2}{B_1}\Big|$

$\boxtimes$

T7: $(\neg p < q) = (\neg q < p)$

PRUEBA

B_1 $(\neg p \,\&\, \neg q) = (\neg q \,\&\, \neg p)$ Teorema 3

B_2 $\neg\Diamond(\neg p \,\&\, \neg q) = \neg\Diamond(\neg p \,\&\, \neg q)$ Teorema 2

B_3 $\neg\Diamond(\neg p \,\&\, \neg q) = \neg\Diamond(\neg q \,\&\, \neg p)$ SEE ${}^{B_2}_{B_1}|$

B_4 $(\neg p < q) = \neg\Diamond(\neg q \,\&\, \neg p)$ Def $=$ B_3

B_5 $(\neg p < q) = (\neg q < p)$ Def $=$ B_4

$\boxtimes$

T8: $(\neg p < q) < (\neg q < p)$

PRUEBA

B_1 $(\neg p < q) = (\neg q < p)$ Teorema 7

B_2 $[(\neg p < q) < (\neg q < p)] \,\&\, [(\neg q < p) < (\neg p < q)]$ Def $=$ B_1

B_3 $B_2 < B_4$ Axioma 1

B_4 $(\neg p < q) < (\neg q < p)$ B_2, B_3 MPE

$\boxtimes$

T9: $\neg\neg p < p$

PRUEBA

B_1 $(\neg p < \neg p) < (\neg\neg p < p)$ Teorema 8

B_2 $(\neg p < \neg p)$ Teorema 1

B_3 $(\neg\neg p < p)$ B_1, B_2 MPE

$\boxtimes$

T10: $\neg\Diamond(p \,\&\, \neg p)$

PRUEBA

B_1 $p < p$ Teorema 1

B_2 $\neg\Diamond(p \,\&\, \neg p)$ Def $=$ B_1

$\boxtimes$

T11: $p \prec \neg\neg p$

PRUEBA

B_1	$\neg\neg\neg\neg p \prec \neg\neg p$	Teorema 9
B_2	$\neg\neg p \prec p$	Teorema 9
B_3	$B_1 \& B_2$	Adj B_1, B_2
B_4	$B_3 \prec B_5$	Axioma 5
B_5	$\neg\neg\neg\neg p \prec p$	B_3, B_4 MPE
B_6	$B_5 \prec B_7$	Teorema 8 (Contraposición)
B_7	$\neg p \prec \neg\neg\neg p$	B_5, B_6 MPE
B_8	$\neg\neg\neg p \prec \neg p$	Teorema 9
B_9	$B_7 \& B_8$	Adj B_7, B_8
B_{10}	$\neg p = \neg\neg\neg p$	Def $=$ B_9
B_{11}	$\neg\Diamond(p \& \neg p)$	Teorema 10
B_{12}	$\neg\Diamond(p \& \neg\neg\neg p)$	SEE $\frac{B_{10}}{B_{11}}\Big\vert$
B_{13}	$p \prec \neg\neg p$	Def $=$ B_{12}

$\boxtimes$

T12 $p = \neg\neg p$

PRUEBA

B_1	$p \prec \neg\neg p$	Teorema 11
B_2	$\neg\neg p \prec p$	Teorema 9
B_3	$B_1 \& B_2$	Adj B_1, B_2
B_4	$p = \neg\neg p$	Def $=$ B_3

$\boxtimes$

T13 $(p \prec q) \prec (\neg q \prec \neg p)$

PRUEBA

B_1	$(\neg\neg p \prec q) \prec (\neg q \prec \neg\neg\neg p)$	Teorema 8
B_2	$p = \neg\neg p$	Teorema 12
B_3	$(p \prec q) \prec (\neg q \prec \neg\neg\neg p)$	SEE $\frac{B_2}{B_1}\Big\vert$
B_4	$(p \prec q) \prec (\neg q \prec \neg p)$	SEE $\frac{B_2}{B_3}\Big\vert$

$\boxtimes$

$T14: (p < \neg q) < (q < \neg p)$

PRUEBA

$B_1 \quad (p < \neg q) < (\neg\neg q < \neg p)$ — Teorema 13

$B_2 \quad q = \neg\neg q$ — Teorema 12

$B_3 \quad (p < \neg q) < (q < \neg p)$ — SEE $\frac{B_2}{B_1}|$

$\boxtimes$

$T15: (p \supset q) = \neg(p \,\&\, \neg q)$

PRUEBA

$B_1 \quad (p \supset q) = (p \supset q)$ — Teorema 2

$B_2 \quad (p \supset q) = (\neg p \vee q)$ — Def= B_1

$B_3 \quad (p \supset q) = \neg(\neg\neg p \,\&\, \neg q)$ — Def= B_2

$B_4 \quad p = \neg\neg p$ — Teorema 12

$B_5 \quad (p \supset q) = \neg(p \,\&\, \neg q)$ — SEE $\frac{B_4}{B_3}|$

$\boxtimes$

$T16: [\neg q \,\&\, (p \supset q)] < \neg p$

PRUEBA

$B_1 \quad \neg\Diamond[(p \,\&\, \neg q) \,\&\, \neg(p \,\&\, \neg q)]$ — Teorema 10

$B_2 \quad (p \,\&\, \neg q) \,\&\, \neg(p \,\&\, \neg q) = [\neg q \,\&\, \neg(p \,\&\, \neg q)] \,\&\, p$ — Teorema 6

$B_3 \quad \neg\Diamond\{[\neg q \,\&\, \neg(p \,\&\, \neg q)] \,\&\, p\}$ — SEE $\frac{B_2}{B_1}|$

$B_4 \quad p = \neg\neg p$ — Teorema 12

$B_5 \quad \neg\Diamond\{[\neg q \,\&\, \neg(p \,\&\, \neg q)] \,\&\, \neg\neg p\}$ — SEE $\frac{B_4}{B_3}|$

$B_6 \quad [\neg q \,\&\, \neg(p \,\&\, \neg q)] < \neg p$ — Def= B_5

$B_7 \quad [\neg q \,\&\, \neg(\neg\neg p \,\&\, \neg q)] < \neg p$ — SEE $\frac{B_4}{B_6}|$

$B_8 \quad [\neg q \,\&\, (\neg p \vee q)] < \neg p$ — Def= B_7

$B_9 \quad [\neg q \,\&\, (p \supset q)] < \neg p$ — Def= B_8

$\boxtimes$

T17: $[(p \supset q) \& p] < q$

PRUEBA

B_1 $\neg \Diamond [(p \& \neg q) \& \neg (p \& \neg q)]$ Teorema 10

B_2 $(p \& \neg q) \& \neg (p \& \neg q) = \neg (p \& \neg q) \& (p \& \neg q)$ Teorema 3

B_3 $\neg \Diamond [\neg (p \& \neg q) \& (p \& \neg q)]$ SEE $\substack{B_2 \\ B_1} |$

B_4 $[\neg (p \& \neg q) \& (p \& \neg q)] = [\neg (p \& \neg q) \& p] \& \neg q$ Teore 5

B_5 $\neg \Diamond \{[\neg (p \& \neg q) \& p] \& \neg q\}$ SEE $\substack{B_4 \\ B_3} |$

B_6 $[\neg (p \& \neg q) \& p] < q$ Def $= B_5$

B_7 $(p \supset q) = \neg (p \& \neg q)$ Teorema 15

B_8 $[(p \supset q) \& p] < q$ SEE $\substack{B_7 \\ B_6} |$

$\boxtimes$

T18 $(p \vee p) < p$

PRUEBA

B_1 $\neg p < (\neg p \& \neg p)$ Axioma 4

B_2 $B_1 < B_3$ Teorema 7

B_3 $\neg (\neg p \& \neg p) < p$ B_1, B_2 MPE

B_4 $(p \vee p) < p$ Def $= B_3$

$\boxtimes$

T19: $q < (p \vee q)$

PRUEBA

B_1 $(p \& q) < p$ Axioma 1

B_2 $(p \& q) = (q \& p)$ Teorema 3

B_3 $(q \& p) < p$ SEE $\substack{B_2 \\ B_1} |$

B_4 $(\neg q \& \neg p) < \neg p$ $S^{p\ \ q}_{\neg p\ \neg q}\ B_3 |$

B_5 $B_4 < B_6$ Teorema 14

B_6 $p < \neg (\neg q \& \neg p)$ B_4, B_5 MPE

B_7 $p < (q \vee p)$ Def $= B_6$

B_8 $q < (p \vee q)$ $S^{p\ q}_{q\ p}\ B_7 |$

$\boxtimes$

T20: $(p \vee q) \prec (q \vee p)$

PRUEBA

B_1 $(\neg q \,\&\, \neg p) \prec (\neg p \,\&\, \neg q)$ Axioma 2

B_2 $B_1 \prec B_3$ Teorema 13

B_3 $\neg(\neg p \,\&\, \neg q) \prec \neg(\neg q \,\&\, \neg p)$ B_1, B_2 MPE

B_4 $(p \vee q) \prec \neg(\neg q \,\&\, \neg p)$ Def = B_3

B_5 $(p \vee q) \prec (q \vee p)$ Def = B_4

$\boxtimes$

Lema a: $[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, \neg r] \prec \neg\neg p$

PRUEBA

B_1 $[\neg r \,\&\, (\neg p \supset r)] \prec \neg\neg p$ Teorema 16

B_2 $(\neg p \supset r) = \neg(\neg p \,\&\, \neg r)$ Teorema 15

B_3 $[\neg r \,\&\, \neg(\neg p \,\&\, \neg r)] \prec \neg\neg p$ SEE $\frac{B_2}{B_1}\Big|$

B_4 $\neg p \,\&\, \neg r = \neg r \,\&\, \neg p$ Teorema 3

B_5 $[\neg r \,\&\, \neg(\neg r \,\&\, \neg p)] \prec \neg\neg p$ SEE $\frac{B_4}{B_3}\Big|$

B_6 $\neg r \,\&\, \neg(\neg r \,\&\, \neg p) = \neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, \neg r$ Teorema 3

B_7 $[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, \neg r] \prec \neg\neg p$ SEE $\frac{B_6}{B_5}\Big|$

$\boxtimes$

Lema b: $[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, \neg r] \prec \neg[\neg q \,\&\, (p \supset q)]$

PRUEBA

B_1 $[\neg q \,\&\, (p \supset q)] \prec \neg p$ Teorema 16

B_2 $B_1 \prec B_3$ Teorema 13

B_3 $\neg\neg p \prec \neg[\neg q \,\&\, (p \supset q)]$ B_1, B_2 MPE

B_4 $[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, \neg r] \prec \neg\neg p$ Lema a

B_5 $B_4 \,\&\, B_3$ Adj B_3, B_4

B_6 $B_5 \prec B_7$ Axioma 5

B_7 $[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, \neg r] \prec \neg[\neg q \,\&\, (p \supset q)]$ B_5, B_6 MPE

$\boxtimes$

Lema c: $(p \supset q) < \neg[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, (\neg r \,\&\, \neg q)]$

PRUEBA

B_1 $[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, \neg r] < \neg[\neg q \,\&\, (p \supset q)]$ Lema b

B_2 $\neg\Diamond\{[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, \neg r] \,\&\, \neg\neg[\neg q \,\&\, (p \supset q)]\}$ Def= B_1

B_3 $[\neg q \,\&\, (p \supset q)] = \neg\neg[\neg q \,\&\, (p \supset q)]$ Teorema 12

B_4 $\neg\Diamond\{[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, \neg r] \,\&\, [\neg q \,\&\, (p \supset q)]\}$ SEE ${}^{B_3}_{B_2}|$

B_5 $[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, \neg r] \,\&\, [\neg q \,\&\, (p \supset q)] =$

$= \{[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, \neg r] \,\&\, \neg q\} \,\&\, (p \supset q)$ Teorema 5

B_6 $\neg\Diamond[\{[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, \neg r] \,\&\, \neg q\} \,\&\, (p \supset q)]$ SEE ${}^{B_5}_{B_4}|$

B_7 $[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, \neg r] \,\&\, \neg q = \neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, (\neg r \,\&\, \neg q)$ Teorema 5

B_8 $\neg\Diamond\{[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, (\neg r \,\&\, \neg q)] \,\&\, (p \supset q)]\}$ SEE ${}^{B_7}_{B_6}|$

B_9 $[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, (\neg r \,\&\, \neg q)] \,\&\, (p \supset q) =$

$= (p \supset q) \,\&\, [\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, (\neg r \,\&\, \neg q)]$ Teorema 3

B_{10} $\neg\Diamond\{(p \supset q) \,\&\, [\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, (\neg r \,\&\, \neg q)]$ SEE ${}^{B_9}_{B_8}|$

B_{11} $[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, (\neg r \,\&\, \neg q)] = \neg\neg[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, (\neg r \,\&\, \neg q)]$ Teor 12

B_{12} $\neg\Diamond\{(p \supset q) \,\&\, \neg\neg[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, (\neg r \,\&\, \neg q)]$ SEE ${}^{B_{11}}_{B_{10}}|$

B_{13} $(p \supset q) < \neg[\neg(\neg r \,\&\, \neg p) \,\&\, (\neg r \,\&\, \neg q)]$ Def= B_{12}

$\boxtimes$

T21: $(p \supset q) \prec [(r \vee p) \supset (r \vee q)]$

PRUEBA

B_1 $(p \supset q) \prec \neg [\neg(\neg r \& \neg p) \& (\neg r \& \neg q)]$ Lema c

B_2 $(p \supset q) \prec \neg [(r \vee p) \& (\neg r \& \neg q)]$ Def $= B_1$

B_3 $(\neg r \& \neg q) = \neg\neg(\neg r \& \neg q)$ Teorema 12

B_4 $(p \supset q) \prec \neg [(r \vee p) \& \neg\neg(\neg r \& \neg q)]$ SEE $\frac{B_3}{B_2}|$

B_5 $[(r \vee p) \supset \neg(\neg r \& \neg q)] = \neg [(r \vee p) \& \neg\neg(\neg r \& \neg q)]$ Teorema 15

B_6 $(p \supset q) \prec [(r \vee p) \supset \neg(\neg r \& \neg q)]$ SEE $\frac{B_5}{B_4}|$

B_7 $(p \supset q) \prec [(r \vee p) \supset (r \vee q)]$ Def $= B_6$.

$\boxtimes$

Debe observarse que los teoremas 18-21 son los correlatos estrictos de los axiomas de Principia Mathematica (i.e., son - los axiomas de PM, excepto porque se ha reemplazado la conectiva principal -implicacion material- por la implicacion estricta)

Lema d: $(p \prec q) \prec (p \supset q)$

PRUEBA

B_1 $(p \prec q) \prec (p \prec q)$ Teorema 1

B_2 $(p \prec q) \prec \neg\Diamond(p \& \neg q)$ Def $= B_1$

B_3 $(p \& \neg q) \prec \Diamond(p \& \neg q)$ Axioma 6

B_4 $B_3 \prec B_5$ Teorema 13

B_5 $\neg\Diamond(p \& \neg q) \prec \neg(p \& \neg q)$ B_3, B_4 MPE

B_6 $B_2 \& B_5$ B_2, B_5 Adj

B_7 $B_6 \prec B_8$ Axioma 5

B_8 $(p \prec q) \prec \neg(p \& \neg q)$ B_6, B_7 MPE

B_9 $(p \supset q) = \neg(p \& \neg q)$ Teorema 15

B_{10} $(p \prec q) \prec (p \supset q)$

$\boxtimes$

Como corolario del lema d y de los teoremas 17-20, tene-- mos los siguientes teoremas de S1:

T18' $(p \vee p) \supset p$

T19' $q \supset (p \vee q)$

T20' $(p \vee q) \supset (q \vee p)$

T21' $(p \supset q) \supset [(r \vee p) \supset (r \vee q)]$

Ahora demostraremos que PM es un subsistema de S1.

METATEOREMA

Si A es un teorema de PM, entonces A es un teorema de S1.

Prueba

Sea A un teorema de PM; así, existe una prueba $B_1, \ldots, B_n$ de A en PM. Por el método de inducción matemática fuerte, corriendo la inducción sobre el número n (la longitud de la prueba), demostraremos que A es también un teorema de S1.

Base inductiva: n=1

Si la prueba de A en PM consta de una sola línea, en-- tonces A es uno de los axiomas de PM, y según T18'-T21', -- también es un teorema de S1.

Hipótesis inductiva: n=m m≤k

Supongamos que si A ha sido demostrado en a lo sumo k líneas como teorema de PM, entonces A es un teorema de S1.

Paso de inducción: n=k+1

Sea ahora A un teorema cuya prueba en PM consta de -- (k+1) líneas. Probaremos que también existe una prueba de A en S1. A debe ser un axioma o bien ha sido introducido conforme a las reglas D, S o MP. Mostraremos que en todo caso hay una prueba de A en S1.

caso α) Si A es un axioma, entonces A es una de - las fbfs T18'-T21' que, claramente, son teoremas de S1.

caso β) A se infiere por sustitución de alguna fbf- previa en la prueba, es decir, existe una prueba en PM- $B_1,\ldots,B_k$,A y $A=S^{b}_{B}B_r|$ $(r\leq k)$.Por HI, existe una prueba - $C_1,\ldots,C_s$ de B_r en S1. La prueba $C_1,\ldots,B_r,S^{b}_{B}B_r|$ resultante de añadir $S^{b}_{B}B_r|$ a la demostración de B_r en S1, -- vía la regla de sustitución, es una prueba de A en S1.

caso γ) A se infiere de una fórmula anterior definicionalmente equivalente, esto es, hay una prueba --- $B_1,\ldots,B_k$,A en PM donde $A=B_r$ $(r\leq k)$Por hipótesis inductiva, existe una demostración $C_1,\ldots,C_s$ de B_r en S1. La -- prueba $C_1,\ldots,B_r$,A resultante de añadir A a la secueneia anterior, vía la regla DEF, es una prueba de A en S1 (ya que la regla de equivalencia definicional en PM puede -- verse como un caso particular -para el lenguaje restringido de PM- de la regla DEF de S1)

caso δ) A se infiere de fbfs anteriores A_1 y $(A_1\supset A)$ por MP. Es decir, existe una prueba en PM $B_1,\ldots,B_k$,A - donde $A_1=B_r$ y $(A_1\supset A)=B_s$ $(r,s\leq k)$. Los segmentos iniciales de esta prueba que incluyen hasta B_r y B_s son prue-- bas de estas dos fbfs como teoremas en PM y, a lo sumo - constan de k líneas. Así, por la hipótesis inductiva --- existen también pruebas

$D_1,\ldots,D_t$ $\quad (D_t=B_r)$

y

$E_1,\ldots,E_u$ $\quad (E_u=B_s)$

en S1. Por otro lado, tenemos que existe una prueba

$F_1,\ldots,F_w$

en S1 de $[(p \supset q) \& p] \prec q$ (*i.e.*, $F_w =$ '$[(p \supset q) \& p] \prec q$')

Ahora consideremos la siguiente prueba en S1 que, - se obtiene básicamente de la composición de las sucesiones D,E y F:

B_1	D_1	
.	.	
.	.	
.	.	
B_t	D_t $(=A_1)$	
B_{t+1}	E_1	
.	.	
.	.	
.	.	
B_{t+u}	E_u $(=(A_1 \supset A))$	
B_{t+u+1}	F_1	
.	.	
.	.	
.	.	
B_{t+u+w}	$[(p \supset q) \& p] \prec q$	
$B_{t+u+w+1}$	$E_u \& D_t$	B_t, B_{t+u} Adj
$B_{t+u+w+2}$	$[(A_1 \supset A) \& A_1] \prec A$	$S\frac{A_1}{p}\frac{A}{q}$ B_{t+u+w}
$B_{t+u+w+3}$	A	$B_{t+u+w+1}$, $B_{t+u+w+2}$ MPE

Esta es una prueba de A en S1.

Como los casos $\alpha - \delta$ son exhaustivos, hemos probado el paso de inducción.

$\boxtimes$

Algunos otros teoremas de S1 son:

T21 $\Box p = (\neg p \prec p)$

T22 $\Box \neg p = (p \prec \neg p)$

T23 $\neg \Diamond \neg p = \Box p$

T24 $\neg \Diamond p = \Box \neg p$

T25 $(p \prec q) = \Box \neg (p \& \neg q)$

T26 $(p \prec q) = \Box (p \supset q)$

T27 $[(p \& q) \prec r] = [p \prec (q \supset r)]$

T28 $\Box p \supset [q \prec p]$

T29 $\neg \Diamond p \supset (p \prec q)$

Los teoremas 28 y 29 son conocidos como "formas materiales de las paradojas de la implicación estricta".

c) El sistema S2

El sistema S2 resulta de añadir

$$\Diamond(p \& q) < \Diamond p$$

a los axiomas de S1. Este axioma es llamado "principio de consistencia": significa que sólo una proposición consistente puede ser parte de una conjunción consistente. Para Lewis, S2 es el sistema de la implicación estricta, es decir, "la lógica verdadera"(8). El axioma característico de S2 permite establecer la distribución de los operadores de necesidad y posibilidad sobre las conectivas. Entre los teoremas más importantes de S2 tenemos:

T30 $\Box p < \Box(p \vee q)$
T31 $\Diamond p < \Diamond(p \vee q)$
T32 $(\Box p \vee \Box q) < \Box(p \vee q)$
T34 $(\Diamond p \vee \Diamond q) < \Diamond(p \vee q)$
T35 $\Diamond(p \vee q) < (\Diamond p \vee \Diamond q)$
T36 $\Box(p \& q) < (\Box p \& \Box q)$
T37 $(\Box p \& \Box q) < \Box(p \& q)$
T38 $\Box(p \equiv q) = (p = q)$

Un metateorema importante de S2, llamado "Regla Becker") e es el siguiente:

Si $(A < B)$ es un teorema, entonces $(\Box A < \Box B)$ es también un teorema.

d) El sistema S3

El sistema S3 es la extensión de S1 resultante de añadir

$$(p < q) < (\Diamond p < \Diamond q)$$

como axioma. Un teorema de S3 es

$$\Diamond(p \& q) < \Diamond p$$

Así, S2 resulta un subsistema de S3.

Otros teoremas importantes de S3 son:

T39 $[p \prec q] \prec [(q \prec r) \prec (p \prec r)]$
T40 $(p \prec q) \prec (\Box p \prec \Box q)$
T41 $(p \prec q) \prec (\neg \Diamond q \prec \neg \Diamond p)$
T42 $[(p \& q) \prec r] \prec [\Box p \prec (\Box q \prec \Box r)]$
T43 $\Box p \prec (q \prec p)$
T44 $\neg \Diamond p \prec (p \prec q)$

Estos dos últimos teoremas son las "paradojas de la implicación estricta". Cabe apuntar que S3 tiene tan sólo 42 modalidades irreductibles distintas, a diferencia de S2 que tiene un número infinito de tales modalidades.

e) El sistema S4

S4 es la extensión de S1 que se obtiene al añadir

$$\Box p \prec \Box\Box p$$

a los axiomas de S1. La fbf

$$(p \prec q) \prec (\Box p \prec \Box q)$$

es un teorema de S4; consecuentemente, S2 y S3 son subsistemas de S4 (además de S1 que también, trivialmente, lo es). Algunos teoremas de S4 son:

T45 $\Box\Box p = \Box p$
T46 $\Box p \prec (q \prec \Box p)$
T47 $[(\Box p \& \Box q) \prec \Box r] = [\Box p \prec (\Box q \prec \Box r)]$
T48 $[\Box p \prec (\Box q \prec \Box r)] = [\Box q \prec (\Box p \prec \Box r)]$
T49 $\Box (p \vee \neg p) = (p \vee \neg p)$
T50 $\Diamond (p \& \neg p) = (p \& \neg p)$

S4 contiene sólo 14 modalidades irreductibles distintas que, son las siguientes: i) - (la cadena vacía); ii) $\Box$; iii) $\Diamond$; iv) $\Box\Diamond$; v) $\Diamond\Box$; vi) $\Box\Diamond\Box$; vii) $\Diamond\Box\Diamond$ y sus negaciones.

f) El sistema S5

S5 puede ser definido como el sistema que resulta de la base de S1 más el axioma adicional:

$$\Diamond p < \Box\Diamond p$$

Tenemos que un teorema de S5 es:

$$\Box p < \Box\Box p$$

por tanto, S1-S4 son subsistemas de S5. Otros teoremas son:

T51 $\Diamond p = \Box\Diamond p$

T52 $[\Diamond p \,\&\, (p < \neg\Diamond q)] < \neg\Diamond q$

T53 $\Diamond(p \,\&\, \Diamond q) = (\Diamond p \,\&\, \Diamond q)$

T54 $\Diamond(p \,\&\, \neg q) = (\Diamond p \,\&\, \neg\Diamond q)$

S5 contiene seis modalidades irreductibles distintas: i) - (la cadena vacía); ii) $\Box$; iii) $\Diamond$ y sus negaciones.

Aquí detendremos la exposición formal de los sistemas -- Lewis, cuya importancia histórica es difícil de exagerar. Lewis, a pesar de las limitaciones técnicas de la época, configura los elementos lógicos, al menos al nivel del cálculo proposicional, que habrán de encuadrar la discusión posterior de la lógica de modalidades; corresponderá a Carnap ofrecer la primera interpretación semántica madura de esta lógica así como la solución de algunos de sus problemas técnicos.

3. LA CONCEPCION DE C.I. LEWIS SOBRE LA NECESIDAD: LA TEORIA PRAGMATICA DEL A PRIORI

Ahora expongamos la fundamentación filosófica que Lewis da a su lógica modal. Lewis cree firmemente en la distinción entre verdades necesarias y verdades contingentes; en realidad, la carencia en los Principia Mathematica de tal diferenciación es uno de los motivos más fuertes que animan a Lewis a buscar un sistema de lógica alternativo al russelliano. Vamos a explicar las bases de Lewis para establecer esta distinción. Lewis desarrolla una epistemología de fuerte acento kantiano, aunque añade un elemento pragmatista.

Para la filosofía de Lewis es central el concepto de intensión (así, habla de su lógica como "intensional"). En la filosofía tradicional era bien conocida la oposición entre intensión y extensión; Lewis clarifica estos conceptos dentro de una teoría general del significado. La tradición sostenía, aunque ciertamente con diversos matices, que el significado de un término incluía, al menos, estos dos elementos: extensión e intensión; la extensión de un término, se decía, es la clase de todos los objetos a los que el término "se aplica". Por su parte, la intensión de un término era el conjunto de "propiedades esenciales" (o de "conceptos característicos", según otras versiones) de la clase designada por ese término. Por ejemplo, la extensión del término 'hombre' sería la humanidad mientras que en la intensión estarían incluídas las propiedades 'ser racional' y 'ser animal'.

La tradición es desglosada, a través de una versión mucho más sofisticada por Lewis. Este admite cuatro modos (o componentes del significado de un término, a saber, denotación, significación, comprehensión e intensión. Por denotación, Lewis entien de la clase de todas las cosas reales (actual things) a las que el término se aplica. (Así, la denotación de 'reina' es la clase de todas las reinas que, en el mundo real, han existido, que existen y que existirán). La significación es el conjunto de -- propiedades cuya presencia en una cosa indica que el término se aplica a esa cosa y cuya ausencia en un objeto indica que el -- término no se le aplica. (Por ejemplo, la propiedad 'ser mujer' pertenece a la significación de 'reina').

La comprehensión de un término es el conjunto de todas las cosas concebibles a las que se podría aplicar consistentemente- ese término (por ejemplo, la comprehensión de 'reina' incluye- a la posible, aunque no actualizada, hija de María Tudor y Felipe II de España). Finalmente, la intensión de un término está - compuesta de dos partes: i) la intensión linguística o connotación, que es el conjunto de todos los términos designando pro-- piedades en la significación del término (por ejemplo, el término 'mujer' está en la conotación de 'reina') y, ii) el sentido, que es aquel criterio en la mente mediante el cual decidimos si se aplica o no el término a cosas o situaciones, reales o imaginarias (el sentido de 'kilogon' es un imaginario conteo de los- mil lados de esa figura).

Para el caso de expresiones complejas, como las proposiciones, Lewis distingue asimismo entre significado holofrástico, - que es el sentido de la expresión considerada como un todo y, - el significado analítico, es decir, el significado de la expresión en tanto que es determinado por los significados de cada - una de las expresiones constituyentes.

A la luz de estas caracterizaciones, podemos volver al punto original de partida de Lewis para formular sus sistemas. La implicacion lógica debe expresar una conexión de intensiones ma mas bien que de extensiones. Desde un punto de vista extensio-- nal es cierta la proposición 'Si no hay centauros, entonces todos los centauros son griegos'. Pero no se sigue que si hubiese centauros ellos serían griegos, puesto que no hay una conexión- intensional. Serían concebibles casos consistentes en los que se podría aplicar el término 'centauro' pero no el término 'griego', esto es, la propiedad 'ser centauro' no va ligada necesariamente a la propiedad 'ser griego'. La lógica debe prohibirnos-- el paso del concepto 'centauro' al concepto 'griego'.

Ahora podemos establecer la ecuación de los conceptos --- 'verdad analítica', 'verdad a priori' y 'verdad necesaria'. Esta equivalencia se sigue de un argumento filosófico que no es - trivial en absoluto; para Lewis el modo relevante del significado es la intensión. Esta prioridad es epistemológica: podemos - conocer a priori aquellas y solo aquellas verdades que establecen conexiones de intensión. El sentido de una proposición es - el criterio en la mente o esquema de prueba que usamos para determinar la verdad de esa proposición. Para las proposiciones - a priori este esquema no excluye nada, cualquier elemento concebible(9) está presente en él, La evidencia para una proposición a priori es un acto de introspección, un examen mental del significado de la proposición, mediante el cual determinamos su aplicabilidad universal. Así, una proposicion analítica -cuya verdad puede ser establecida meramente analizando su significado- es a priori, ya que el análisis o introspección no requiere ningún elemento empírico y, como dicho análisis cubre exhaustivamente todas las posibilidades, la proposición es verdadera de todos los mundos posibles, i.e., es necesaria. Para Lewis las - proposiciones analíticas (y por ende, a priori y universales) -

resultan ser aquellas que pertenecen a la lógica, aquellas que son establecidas por definición y las consecuencias de estas leyes lógicas y definiciones.

Las verdades _a priori_, si bien carecen de contenido empírico, formulan el marco en el cual la experiencia es ordenada por la mente. El conjunto de verdades apriorísticas surge de la estructura conceptual en la que interpretamos la experiencia. Los hechos en bruto, los meros datos de los sentidos serian caóticos e incognoscibles a no ser por este orden impuesto por la mente; nuestras verdades _a priori_ tienen su origen en las características peculiares de la mente humana. Una verdad analítica es un prerrequisito para la inteligibilidad del mundo. De este modo, las verdades _a priori_, no expresan meras estipulaciones verbales sino que formulan la estructura _a priori_ que posee la mente y que permite experimentar y conocer el mundo.

Hasta aquí, la epistemología de Lewis es, en buena medida, kantiana, pero ahora añade un elemento pragmatista. Nuestra estructura conceptual -sostiene Lewis- no esta determinada de una vez y para siempre; por lo tanto, nuestras verdades _a priori_ no tienen porque ser inmutables y eternas. Nuestra estructura conceptual esta constituída por actitudes profundamente arraigadas que, sin embargo, podrían cambiar en su contacto con la experiencia. Por ejemplo, las definiciones -que, son consideradas por Lewis como verdades _a priori_- son susceptibles de ser modificadas. Nuestra estructura conceptual consiste de actitudes y decisiones que a veces son _fiats_ arbitrarios y otras veces son decisiones deliberadas. El único criterio para estas elecciones y decisiones es pragmático; ellas nos deben posibilitar una comprensión simple y coherente del mundo.

La estructura conceptual humana esta sujeta al cambio que le impone su interacción con el mundo. Aún las leyes de la lógica, las leyes mismas de la acción racional, están sujetas al -- cambio; nuestra decisión sobre ellas ha de ser pragmática y debe conducir a la satisfacción de las necesidades humanas. De este modo, la verdad _a priori_ no se nos presenta como un límite - inmutable e infranqueable para la razón. Ante diversas posibilidades para establecer nuestro orden conceptual debemos emplear- criterios pragmáticos que "reflejen, por un lado, el interés y las inclinaciones humanas y, por otro lado, una conveniencia, - determinada por el caracter general de lo que se nos presenta.. (nuestro orden conceptual) no es ni un lecho de Procusto, en el que la experiencia esta echada, ni tampoco es un conjunto de -- conceptos cuya aplicación depende de una armonía preestablecida entre lo dado y la mente. Más bien, es como un sistema de referencia que un matemático tiende a través de todo el espacio y - con respecto al cual, las posiciones y movimientos que se vayan a describir, se describirán. Los criterios categoriales no son- tautologías verbales insignificantes ni profecías empíricas, sino que son criterios exactos de clasificación e interpretación- inteligente.(10)

Nuestros criterios pragmáticos deben aplicarse aún para la diferenciación entre lo que es real y lo que es irreal. "De hecho -sigue diciendo Lewis-, el criterio de realidad representa- un ejemplo peculiarmente iluminatorio de el _a priori_. La pala-- bra 'real' tiene un significado representando una concepción definida que, cuando se aplica al contenido de la experiencia, -- conduce a la interpretación de este contenido a veces como "real", a veces como "irreal". La formulación de los criterios de- lo real se constituye en un enunciado meramente analítico o definitorio, representando nuestra actitud interpretativa. Tal -- criterio de realidad no puede ser provisto por la experiencia - (puesto que una generalización directa de una experiencia aún - no ordenada, todavía no clasificada como real, no serviría) ni- la experiencia puede invalidarlo. Lo que en la experiencia no o curre conforme a los criterios de realidad es automáticamente - sacado de concurso."(11)

Así, los juicios analíticos, que reflejan nuestra estructu ra conceptual, no imponen ni prohiben nada al mundo dado. De a- cuerdo a Lewis, toda proposición analítica (incluyendo princi-- pios lógicos tales como el de no contradicción), no prohiben na da al mundo, simplemente permiten su interpretación hipotética. Es decir, el a priori es una condición epistemológica que no im pone límites a lo ontológico. Debemos observar que Lewis está - ofreciendo un criterio alternativo para la verdad a priori: irre futabilidad por medio de la experiencia.

(la epistemología kantiana ha sido explicada frecuentemen- te con esta metáfora: es como si el mundo fuera visto a través- de una serie de lentes -las categorías y las formas puras de la intuición- que no podemos eliminar. La metáfora para Lewis se-- ría similar pero con la diferencia de que esos lentes son elegi dos pragmáticamente, de conformidad con las inclinaciones huma- nas -quizá podriamos decir, de acuerdo a las "creencias natura- les del hombre", o de acuerdo a las "formas de vida del hom---- bre"-. Cabe apuntar que, al adoptar esta teoria kantiana de las categorías, Lewis esta a un paso del fenomenalismo; sin embargo, Lewis evita dar ese paso introduciendo una sofisticada teoría - -que aquí no discutiremos- que establece una equivalencia nece- saria entre oraciones acerca del "fenómeno" -empleando términos kantianos- y oraciones acerca del "noúmeno".)

Lewis considera que la investigación de las estructuras -- conceptuales que nos permiten conocer el mundo ("este nuestro - mundo social, nuestro logro intelectual") es una tarea central- legítima de la filosofía. La investigación de la lógica, de nuestro canon de razonamiento, debe ser enfocada pragmáticamente; - la crítica de Lewis a la lógica de Russell tiene este carácter- (de allí, el repetido señalamiento de que la lógica de *Principia Mathematica* es antiintuitiva y "pragmáticamente falsa"); para - su misma logica modal, Lewis emplea estos criterios resultando- una multiplicidad de sistemas, de entre los cuales, será posi-- ble decidir eventualmente cual es "pragmáticamente verdadero".

4. Observaciones marginales

Desde su aparición, muchos lógicos y filósofos -notablemente Quine, Tarski y Lesnievski-, han levantado objeciones contra la lógica modal. La objeción primordial es que la distinción 'verdad necesaria-verdad contingente' es espuria y que, consecuentemente, no habiendo distintos tipos de verdad, no hay tampoco necesidad de una lógica que distinga "la fuerza" de las verdades. Los argumentos de Quine contra esta distinción serán considerados en detalle en el capítulo correspondiente. Sin embargo, hay además otros problemas técnicos y filosóficos que surgen en relación a la lógica modal aunque, son lógicamente posteriores en el sentido de que surgen como problemas particulares, una vez que se ha aceptado la existencia de la diferenciación necesario-contingente; aquí no los discutiremos en detalle, pero los apuntaremos y señalaremos alguna posible solución.

Se ha objetado(12) que la argumentación original de Lewis contra la implicación material está viciada, desde el principio, por una confusión entre objetos de lenguaje (conectivas) y relaciones entre ciertos objetos de lenguaje. Quine señala que es preferible leer '$(p \supset q)$' como 'si p entonces q' más bien que como ''p' implica 'q''.

Precisemos, la implicación puede ser vista como un caso especial de la consecuencia lógica: como el caso de consecuencia a partir de un conjunto de premisas con un solo elemento. En lógica matemática, la consecuencia tiene dos correlatos: la deducción ($\vdash$) -concepto sintáctico cuyo estudio corresponde a la teoría de la prueba- y la consecuencia ($\models$) -concepto semántico cuyo estudio corresponde a la teoría de modelos-. Para un lenguaje formalizado en el que $\mathcal{L}$ es el conjunto de fbfs del lengua je, la deducción y la consecuencia pueden ser vistas, desde un punto de vista conjuntista, como relaciones, con $\mathcal{P}(\mathcal{L})$ (el conjunto de partes de $\mathcal{L}$) como dominio, y $\mathcal{L}$ como contradominio. Es decir, por ejemplo, $\models$ relaciona algunos elementos del dominio (como $\{(p\supset q), p\}$, con elementos del contradominio (en este caso 'q') (*i.e.*, $\{(p\supset q), p\} \models q$). Así, la consecuencia relaciona conjuntos de proposiciones (o letras) con proposiciones (o letras).

La implicación es el caso particular (o, hablando mas técnicamente, la restricción) de esta relación cuando esos conjuntos de premisas son unitarios. Por ejemplo, podemos decir que $\{p\}$ implica '$p \vee q$'; en la práctica, normalmente escribimos $p \models (p \vee q)$ (otro ejemplo: $(p\&q) \models p$) aunque, una vez embarcados en la perspectiva ultrapurista del lenguaje, esto es un abuso linguístico(13). Es decir, la implicación es una relación de (conjuntos unitarios de) proposiciones con proposiciones, que debe ser expresada en el metalenguaje, mientras que la conectiva '$\supset$' es un objeto linguístico en el mismo nivel que las letras 'p', 'q', etc.

El punto de vista anterior es técnicamente inobjetable; pero es también innegable que hay una conexión cercana entre '$\supset$' y $\models$; el teorema simple de la deducción (o su correlato semántico equivalente) expresa el modo en que '$\supset$' induce $\models$ de la siguiente manera:

$A \models B$ si y sólo si $\models (A \supset B)$

es decir, A implica B si y solo si la fbf $(A\supset B)$ es una tautología. *Id est*, las dos nociones, $\models$ y la interpretacion normal de '$\supset$' van estrechamente conectadas (aunque, ciertamente, existe una diferencia entre ellas).

Otra objeción a la lógica modal, también formulada originalmente por Quine, que ha reaparecido con referencia a la discusión del cálculo de predicados modal con identidad, es la siguiente: aún en los sistemas de predicados con identidad construídos sobre una base proposicional modal tan débil como S1, figura como teorema la fbf:

$$(x=y) \supset \Box (x=y)$$

i.e., todo enunciado de identidad es necesario. Este resultado parece antiintuitivo, ya que de ser tal el caso, un enunciado como:

(ID) El fundador del Saturday Evening Post = El inventor de lentes bifocales

que parece ser francamente contingente, resulta necesario. Una solución a esta aparente paradoja es apuntar que: (α) es contingente que el hombre que de hecho fundó el SEP haya fundado tal periódico (porque el SEP podría haber sido fundado por cualquier otra persona o, simplemente, no haber sido fundado); i.e., la propiedad 'haber fundado el SEP' es una propiedad que pertenece contingentemente al objeto que pertenece. También (β), la propiedad 'ser inventor de los lentes bifocales' es un accidente más bien que un atributo (usando la terminología escolástica) de Benjamin Franklin. Pero (γ), podemos interpretar ID como estableciendo que Benjamin Franklin -es decir, el objeto que como realidad contingente tiene la propiedad 'ser el fundador del SEP'- es idéntico a Benjamin Franklin es decir, el objeto que como realidad contingente tiene la propiedad 'ser el inventor de los lentes bifocales'-. Así, podemos interpretar ID, y más generalmente, cualquier enunciado de la forma '(a=b)' como expresando que un cierto objeto, descrito de diversas maneras,-

es idéntico a sí mismo y, podemos dar por descontado que este e nunciado sí expresa una verdad necesaria.

Un problema técnico en los sistemas Lewis que ha sido traído a la luz a raíz de los desarrollos de la lógica modal por -- Ruth Barcan Marcus(15), es la ausencia de ciertas formas del -- teorema de la deducción en dichos sistemas. Barcan señala que - el correlato estricto del metateorema

Si $A,B \vdash A$ entonces $A \vdash (B \supset A)$

no es válido en los sistemas Lewis. Es fácil asimilar este re-- sultado; si la forma estricta de este metateorema valiese para- los sistemas Lewis, tendríamos

Si $A,B \vdash A$ entonces $A \vdash (B \prec A)$

y, aplicando una vez mas este teorema, resultaria

$\vdash A \prec (B \prec A)$

es decir, los sistemas Lewis degenerarían en PM. O sea, S2 -o - cualquier otro sistema con este metateorema- sería una mera variante tipográfica de los Principia. Así, esta forma del teorema de la deducción debe estar ausente de cualquier sistema de - implicación estricta.

CAPITULO II:

LA LOGICA Y LA FILOSOFIA DE RUDOLF CARNAP

LA LOGICA Y LA FILOSOFIA DE CARNAP

Introducción al capítulo.

A fines de la década de los 30's, Rudolf Carnap ofreció la primera interpretación rigurosa de un sistema de lógica modal;- la semántica carnapiana resulta en la elección del sistema S5 - de Lewis como el sistema de lógica modal. Carnap identifica los conceptos verdad necesaria, verdad a priori y verdad analítica- (o verdad lógica); según Carnap, estos conceptos pueden ser elucidados con precisión en un lenguaje formalizado concreto.

Para un lenguaje formalizado, cualquier proposición cae -- dentro de una (ysólo una) de las tres categorías siguientes: -- proposiciones analíticas, proposiciones contradictorias o proposiciones sintéticas. En el caso de una proposición analítica o contradictoria, su valor veritativo puede determinarse apelando a reglas del sistema con recursos exclusivamente sintácticos; - si la sintaxis es suficiente para establecer la verdad de una - proposición, entonces ésta es analítica. Una proposición es contradictoria si su falsedad es susceptible de determinarse sin-- tácticamente, es decir, en términos de mera concatenación de -- marcas. Las proposiciones sintéticas son aquellas para las que- la sintaxis resulta un criterio insuficiente en la determinación de su verdad o falsedad y, así, su valor de verdad se establece en base a los hechos.

Para Carnap, toda proposición analítica es tautológica y - su verdad viene de consideraciones linguísticas. Carnap adopta- la concepcion logicista de la matemática; de este modo, las verdades matemáticas, que se reducen a verdades lógicas, son tam-- bién tautológicas; esto es, el concepto wittgensteiniano de -

tautología es extendido por Carnap. Estas tautologías, que constituyen la ciencia formal, carecen de contenido empírico y no nos comunican información alguna acerca de la realidad. Por último, también admite las definiciones como analíticamente verdaderas. Examinemos ahora en detalle la sofisticada construcción lógica con la que Carnap da cuenta de la analiticidad-aprioridad-necesidad.

CARNAP: SEMANTICA, VERDAD LOGICA Y MODALIDADES

Una de las empresas mas formidables de reconstrucción del conocimiento fue la emprendida por los positivistas lógicos, especialmente por Rudolf Carnap. El llamado de Russell para aplicar "un método científico", centrado en la lógica, a la filosofía encontró en Carnap su más entusiasta y sistemático seguidor. La apelación al espíritu científico que Russell hiciera en 1921, en su prólogo a Nuestro conocimiento del mundo externo, parecía al recien graduado Dr. Carnap dirigida personalmente a él: "¡Trabajar en este espíritu -dice en su autobiografía- sería mi tarea de ahora en adelante! Y realmente, en lo sucesivo, el objetivo de mi actividad filosófica fue la aplicación del nuevo instrumento lógico para los propósitos de analizar conceptos científicos y clarificar problemas filosóficos."(1)

Un ejemplo particularmente iluminatorio de esta clarificación de problemas filosóficos, mediante el uso de conceptos lógicos, es la explicación carnapiana del concepto de analiticidad, que habrá de permitirle dar la primera interpretación aceptable de los sistemas Lewis. Carnap hereda la posición convencionalista del Wittgenstein del Tractatus; para Carnap, las verdades de la lógica y la matemática tienen su fundamento último en convenciones, específicamente reglas de lenguaje, que una vez aceptadas valen en toda circunstancia concebible. "Para mí en lo personal -dice Carnap-, Wittgenstein fue quizá el filósofo que, además de Russell y Frege, tuvo la influencia más grande sobre mi pensamiento. La visión más importante que obtuve de su trabajo fue la de que la verdad de los enunciados lógicos se basa únicamente en su estructura lógica y en el significado de sus términos. Los enunciados lógicos son verdaderos bajo todas las circunstancias concebibles; por lo tanto, su verdad es independiente de todos los hechos contingentes del mundo. Por otra parte, se sigue que esos enunciados no dicen nada acerca del mundo y que, así, no tienen contenido factual."(2)

Esto es, de acuerdo a Carnap, la sintaxis, el estudio de la estructura de los enunciados en los sistemas formalizados, ha de proporcionarnos el criterio para delimitar la verdad analítica (o necesaria, ya que Carnap esta identificando estas dos categorías): las verdades necesarias son aquellas que resultan verdaderas por consideraciones meramente sintácticas. Las verdades contingentes, por su parte, son aquellos enunciados que son verdaderos, pero para los cuales el criterio sintáctico no es suficiente y, así, su verdad viene de consideraciones de hechos.

Carnap sostiene la concepción logicista de la matemática(3): los conceptos matemáticos pueden definirse en términos estrictamente lógicos y los teoremas de la matemática se siguen de los principios de la lógica, es decir, la matemática es una rama particular de la lógica. El Tractatus no considera las verdades de la matemática como tautológicas; el Círculo de Viena radicalizó la concepción wittgensteiniana; según los positivistas todas las verdades de la matemática (aritmética, álgebra, análisis, etc.,) son tautológicas. "Para los miembros del Círculo --apunta Carnap- no parece haber ninguna diferencia fundamental entre la lógica elemental y la lógica superior, incluyendo la matemática. Por tanto, llegamos a la conclusión de que todos los enunciados válidos de la matemática son analíticos en el sentido específico de que valen en todos los casos posibles y, en consecuencia, no tienen ningún contenido factual."(4) De acuerdo a Carnap, los axiomas de Teoría de Conjuntos, como el --

axioma de elección o el de infinito, tienen un carácter "pura-- mente lógico" o pueden ser reformulados de modo tal que expre-- sen verdades tautológicas.

La explicación del porqué la lógica y la matemática nos -- sorprenden al darnos un conocimiento aparentemente novedoso es- meramente sicológica: nuestra capacidad de cálculo es limitada. Una mente poderosa (como la que muchas religiones conceden a -- sus dioses) no encontraría ningun atractivo ni en la lógica ni- en la matemática: ella miraría los axiomas y las definiciones - y, de una sola mirada, sería capaz de entender todo lo que esta implícito en la lógica y la matemática. Los problemas matemáti- cos son simplemente un reto a nuestra capacidad para aplicar, - una y otra vez (y una vez mas), nuestras reglas de transforma-- ción del lenguaje(5).

Para Carnap, la delimitación rigurosa entre lo sintético y lo analítico sólo es posible en un sistema formalizado concreto. La noción de analiticidad es, conforme a Carnap, sistematizable (y, de este modo, elucidable) en un sistema formal de lenguaje; aquí expondremos el concepto de analiticidad (llamado por Carnap 'verdad-L') que se presenta en los parágrafos 15 a 21 del capí- tulo III de Logical Foundations of Probability. Dado que verdad -L se define respecto a un sistema semántico, esbozaremos prime ramente en que consiste un sistema tal.

Un sistema semántico $\mathcal{L}$ queda determinado cuando se satis- facen las cuatro condiciones siguientes:

(i) se especifican los símbolos primitivos de $\mathcal{L}$ (estos -- son comunmente: un conjunto infinito pero enumerable de varia-- bles, un conjunto finito(6) de constantes individuales, un con- junto finito de predicados, las conectivas lógicas apropiadas y los signos auxiliares tales como los paréntesis.)

(ii) se determina la sintaxis de $\mathcal{L}$ definiendo 'fórmula - bien formada', 'fórmula atómica', 'enunciado de $\mathcal{L}$ ', etc.

(iii) se define el concepto 'denota en $\mathcal{L}$ '.

(iv) se da la definición de 'verdadero en $\mathcal{L}$' en la forma acostumbrada siguiendo a Tarski.

Una vez que se ha caracterizado un sistema semántico necesitamos definir sólo unas pocas nociones preliminares antes de-definir 'analiticidad'. El procedimiento para definir 'verdad-L' recuerda bastante el método de obtención de formas normales disyuntivas en la lógica proposicional canónica. Diremos que un enunciado de $\mathcal{L}$ es un <u>enunciado básico</u> sii (si y solamente si) - es o bien un enunciado atómico o su negación. Un <u>par básico</u> es un conjunto de enunciados que contiene dos y sólo dos elementos: un enunciado atómico y su correspondiente negación. Un enunciado A de $\mathcal{L}$ es una <u>descripción de estado</u> sii A es una conjunción que contiene como conyuntos exactamente un elemento de cada par básico posible y ninguna otra fórmula. Un enunciado A <u>pertenece</u> a una descripción de estado B sii A figura en B como enunciado-básico. Finalmente, definiremos de manera recursiva la noción - 'A vale en B' (donde A es un enunciado cualquiera de $\mathcal{L}$ y B es una descripcion de estado) al modo que sigue(7):

(i) si A es atómica, entonces A vale en B sii A pertenece-a B.

(ii) si $A=\neg A_1$, entonces A vale en B sii A_1 no vale en B.

(iii) si $A=(A_1 \vee A_2)$, entonces A vale en B sii A_1 vale en B o A_2 vale en B o ambos casos.

(iv) si $A=(\alpha)A_1$, entonces A vale en B sii $A_1{}^{\alpha}/_{\beta}$ vale en B para toda β en $\mathcal{L}$. (Donde $A_1{}^{\alpha}/_{\beta}$ es el enunciado que se obtiene al reemplazar toda figuración libre de la variable α en A_1 por la constante β)

Para ejemplificar estas nociones supongamos que nuestro -- sistema contiene dos constantes individuales 'a' y 'b' (que denotan, digamos a Leopoldo Zea y a Jane Fonda respectivamente),- un predicado 'F'' de grado uno (que podría representar la propiedad de ser mujer) y un predicado de grado dos 'G²' (que podría representar la relacion binaria 'estar casado con'). Las - descripciones de estado para este supersimplificado sistema serían:

(1) $(F^1a \,\&\, F^1b \,\&\, G^2aa \,\&\, G^2bb \,\&\, G^2ab \,\&\, G^2ba)$

(2) $(\neg F^1a \,\&\, F^1b \,\&\, G^2aa \,\&\, G^2bb \,\&\, G^2ab \,\&\, G^2ba)$

$\vdots$

(r) $(\neg F^1a \,\&\, F^1b \,\&\, \neg G^2aa \,\&\, \neg G^2bb \,\&\, \neg G^2ab \,\&\, \neg G^2ba)$

$\vdots$

(64) $(\neg F^1a \,\&\, \neg F^1b \,\&\, \neg G^2aa \,\&\, \neg G^2bb \,\&\, \neg G^2ab \,\&\, \neg G^2ba)$

Claramente el enunciado básico 'Fb' (i.e., la aserción de- que Jane Fonda es mujer) pertenece a las descripciones de estado (1), (2) y (r) pero no a la (64). La descripción de estado - (r) podria considerarse como refiriendose al mundo real (esto - es, al mundo en el que se dan los hechos de que Jane Fonda es - mujer, de que Leopoldo Zea no está casado consigo mismo, etc.)

Esta noción de descripción de estado es central para la semántica de Carnap, puesto que es una elucidación del concepto - de casos posibles o estados de hechos, en el dominio de individuos de $\mathcal{L}$, con respecto a las propiedades o relaciones en $\mathcal{L}$.

Ahora definiremos una nocion más, previa a 'verdad-L'. Diremos que el rango de un enunciado A es la clase de todas las - descripciones de estado de $\mathcal{L}$ en las que A vale. La clase universal es la clase de todas las descripciones de estado de y la clase nula será la clase vacía de descripciones de estado.

En base al entramado teórico anterior definimos por fin el concepto de verdad-L: un enunciado A es <u>verdadero-L</u> (o analítico en $\mathcal{L}$)sii su rango es la clase universal y es <u>falso-L</u> (o -- contradictorio) sii su rango es la clase nula; una oración es - <u>factual</u> sii no es ni analítica ni contradictoria.

Para lenguajes con operadores modales tambien define: el - <u>rango</u> de $\Box A_1$ es la clase universal sii el rango de A_1 es la -- clase universal, de otro modo, el rango de $\Box A_1$ es la clase va-- cía.

Esta definición tiene como consecuencia que cuando una --- proposición es posible o necesaria, es necesaria tal posibili-- dad o necesidad; es decir, Carnap está admitiendo como válido - el axioma característico de S5. Para algunos lógicos modales esto es paradójico; si admitimos la validez de este axioma, resultaría, por ejemplo, para nuestro supersimplificado sistema que- es necesaria la posibilidad de que Leopoldo Zea esté casado con Jane Fonda.

Carnap justifica el axioma característico de S5 sobre la - base de que cuando una proposición tiene carácter modal (necesario o posible), tiene ese carácter sobre bases linguísticas (-- las reglas semánticas) y así, ese carácter no es empírico, siendo, por lo tanto necesario. Una vez admitida la validez de S5,- Carnap resolvió, por primera vez en la historia de la lógica -- modal, el problema técnico de construir un método de decisión - para este sistema. Este método se apoya básicamente en las le-- yes de distribucion de $\Box$ y $\Diamond$ sobre & y V para obtener formas normales modales.

Carnap ha sido descrito, con justicia, por Arthur Pap, como el gemelo semantizado de Leibniz. Debe observarse que cada -

descripción de estado representa un mundo posible leibniziano--y un enunciado necesario es simplemente áquel que vale en todo-mundo posible; es decir, esta concepción carnapiana de la necesidad es una actualización, empleando los recursos de la lógica matemática, de una vieja idea de Leibniz.

También es posible definir de una manera precisa una noción semántica más, a saber, la de contenido de un enunciado. <u>El contenido semántico</u> de un enunciado A es el complemento (con res--pecto a la clase universal) del rango de A. Esto concuerda con-el concepto intuitivo de contenido informativo: una tautología-no nos informará de nada; sólo las oraciones fácticas tienen --contenido "real".

Mientras menos probable es un enunciado (<u>i.e.</u>, conforme --valga en menos descripciones de estado) mayor contenido tiene -(<u>i.e.</u>, es mayor la cardinalidad del conjunto complemento de su-rango). Esto puede ilustrarse con un ejemplo: supongamos que un politólogo asigna probabilidad (en un hipotético lenguaje formalizado carnapiano) al enunciado:

(α) Estados Unidos invadió ayer Cuba

sin duda, (α) tendrá un cierto contenido semántico; sin embargo, el enunciado:

(β) Cuba invadió ayer Estados Unidos

tendrá mayor contenido semántico porque (β) es más improbable que (α). Por otra parte ningun ingeniero utilizará un canal -de comunicación para transmitir el enunciado:

(γ) Estados Unidos invadió ayer Cuba o Estados Unidos no invadió ayer Cuba

porque (γ), intuitivamente al menos, no tiene contenido.

Hay que observar que la definición de verdad-L es sintáctica (*i.e.*, se refiere únicamente a concatenación de marcas). La definición de verdad analítica no requiere en lo más mínimo de la definición del concepto semántico 'verdad' aunque, puede probarse que toda oración verdadera-L, formulada en un lenguaje canónico de primer orden no modal, resulta verdadera bajo toda interpretación empleando la definición tarskiana de 'verdad'. Debemos observar también que esta concepción de la analiticidad, que es esencialmente una reformulación técnica de aquella del *Tractatus*, impone ciertas restricciones sobre el lenguaje admisible para formular una teoría; por ejemplo, los predicados deben elegirse de tal manera que sean "lógicamente independientes". Para nuestra supersimplificada teoría, por ejemplo, no podríamos elegir, si desearamos extenderla, un predicado, digamos 'D', que designara la relación 'está divorciado de', puesto que, en este caso, la oración contradictoria '(Dab&Gab)' -o sea Leopoldo Zea está casado y divorciado a la vez de Jane Fonda-, valdría en algunas descripciones de estado.

Los conceptos-L, dice Carnap, pueden ser de gran utilidad para el análisis lógico de la ciencia. Por ejemplo, podríamos encontrar que una cierta clase K_1 de leyes es inconsistente, en cuyo caso habría que reformular la teoría, o podríamos encontrar que algunos enunciados en K_1 son equivalentes-L a otros; en este último caso, podríamos omitir un elemento del par equivalente sin perder utilidad o poder de explicación.

Si a los conceptos-L aunamos la noción de 'verdad' (de Tarski) podemos tener una distinción precisa entre verdad lógica y verdad fáctica. Carnap define una serie de conceptos-F (o conceptos fácticos): una oración es *verdadera-F* si es verdadera pero no verdadera-L. 'Verdad-F' significa 'Verdad por razones factuales'. Una oración es falsa-F sii es falsa y no es falsa-L La labor del científico es examinar las oraciones fácticas, la del filósofo, establecer las relaciones lógicas.

Aunque la formulación original de Carnap incluye ciertas recomendaciones acerca de la elección de los conceptos primitivos (como el requisito de independencia lógica) no elimina, en principio, la posibilidad de que ciertas descripciones de estado sean antiintuitivas. Por ejemplo, en nuestro supersimplificado sistema semántico, algunas descripciones de estado incluían la oración atómica 'Faa' (i.e., 'Leopoldo Zea está casado consigo mismo') que parecería ser analíticamente falsa. Carnap resuelve este problema añadiendo ciertos "axiomas" a los sistemas semánticos, de tal modo que estos axiomas o postulados de significado, como Carnap los llama, explicitan las propiedades del significado de los términos primitivos del sistema. En nuestro ejemplo, para el predicado 'F^2', expresando la relación 'Está casado con', debemos tener postulados enunciando las propiedades básicas de esta relación como la irreflexividad y la simetría. El sistema semántico, pues, debe ser complementado con los postulados:

$$(x)\neg F^2_{xx}$$
$$(x)(y)(F^2_{xy} \supset F^2_{yx})$$

que son verdaderos meramente en virtud del significado de 'F^2'. Así, habrá que excluir aquellas descripciones de estado que contradigan estos postulados. En general, si $\{P_1,\ldots,P_n\}$ es el conjunto de postulados de significado y Δ es el conjunto de descripciones de estado, verdad-L deberá redefinirse solo con respecto al subconjunto de Δ en que vale la conjunción de todos los postulados P_i $(1 \leq i \leq n)$.

Las definiciones tambien cuentan para Carnap como verdaderas-L: "Definir un signo sobre la base de signos previos, es introducir este nuevo signo de tal manera que su significado es especificado en términos de los viejos signos...(cuando introducimos una definición otorgamos al definendum) un significado tal que la fórmula definicional (y, por tanto, cualquiera de sus instancias de sustitución) es verdadera, más aún verdadera sobre bases lógicas y no factuales, i.e., estrictamente sobre bases de significado. Naturalmente, extenderemos nuestro uso de la terminología-L de tal manera, que la fórmula definicional y sus instancias de sustitución cuenten como verdaderas-L."(9)

Resumiendo, Carnap considera como analíticamente verdaderas las oraciones verdaderas de la lógica (y, por ende -para él- las de la matemática) y las verdades de significado (los postulados de significado y las definiciones); estas verdades de significado le dan cierta viabilidad al procedimiento sintáctico para definir verdad-L que, de otra manera, sería muy limitado ya que se reduciría a un método para decidir verdad lógica (y, este procedimiento sólo funcionaría en casos particulares dado que la verdad lógica es, en general, indecidible de acuerdo a la tesis de Church). Admitiendo como válida la distinción 'necesario-contingente', Carnap acepta como un problema legítimo la formulación del sistema logístico que regirá cuando tratamos con distintos tipos de verdad; así, admite que la lógica modal tiene un puesto legítimo dentro de la filosofía. Ahora, pasemos a examinar la contundente crítica de Quine a esta concepción ('artística', según las propias palabras de Quine) de la verdad necesaria.

CAPITULO III:

LA FILOSOFIA DE W. V. O. QUINE

LA FILOSOFIA DE QUINE

Wllard Van Quine rechaza en bloque el problema de la lógica modal; para él no tiene sentido formular una compleja teoría matematizada, en base a una confusión: la falsa barrera analiticidad-sinteticidad (aprioridad-aposterioridad o necesidad-contingencia). De acuerdo a Quine, la distinción analítico-sintético ha sido un dogma del empirismo, cuya versión más sofisticada aparece en la obra de Rudolf Carnap.

Quine ha dedicado una buena parte de sus esfuerzos a construir un empirismo sin dogmas; consecuentemente, ha escrito una cuidadosa crítica de la filosofía de Carnap. Las principales objeciones quineanas a la concepción de los positivistas lógicos sobre la verdad necesaria son, en primer lugar, la ineficiencia de la sintaxis como criterio para distinguir entre oraciones analíticas y no analíticas; según Quine, cualquier conjunto de enunciados sería especificable en términos meramente sintácticos, resultando así que todos y cada uno de los enunciados de un lenguaje dado deberían clasificarse como analíticos.

Asimismo, Quine critica la explicación convencionalista de la verdad lógica. Si vemos las reglas lógicas de formación y transformación de enunciados como convenciones que dan origen a la verdad lógica, nos vemos envueltos en un círculo vicioso. Dichas reglas abarcan un número infinito de casos; en consecuencia, si queremos aplicar estas convenciones para obtener cada una de las verdades lógicas, debemos ya disponer, previamente, de esas verdades lógicas, ya que nuestra manera de manejar generalizaciones requiere de un aparato lógico. Es decir, el convencionalismo conduce al absurdo de que si tenemos nuestras convenciones generales y la lógica para aplicar estas convenciones, entonces podremos generar la lógica. Quine rechaza también el logicismo; para él existe una clara frontera entre lógica y matemática. Ciertamente, la matemática es reductible a la lógica <u>más</u> la teoría de conjuntos; pero, esta teoría no es considerada por Quine como perteneciente a la lógica.

El empirismo sin dogmas de Quine tiene dos pilares, estrechamente relacionados entre sí: el holismo y el argumento histórico. Para Quine, el conocimiento es un todo complejo, en el que cada parte esta interconectada con el resto: el conocimiento es una totalidad, significativa únicamente en su conjunto; cada fragmento aislado de ese todo, es decir, cada enunciado por separado, carece de relevancia para el conocimiento. Ahora bien, argumenta Quine, la totalidad del conocimiento está en constante cambio; la historia de la ciencia demuestra ese permanente cambio: la humanidad modifica el conocimiento en el curso de su interaccion con el mundo; las directrices de ese cambio son racionales en tanto son pragmáticas. Así, Quine nos ofrece una filosofía cuya novedad reside en el empirismo radical; a continuación, detallaremos tanto la crítica al positivismo lógico como ese pragmatismo radical quineano.

LA REVUELTA CONTRA EL POSITIVISMO LOGICO: LA FILOSOFIA DE W.V.O. QUINE

Examinemos primeramente el ataque de Quine contra la construcción con la que Carnap pretendía explicar la necesidad. Hay una objecion metodológica inicial de Quine contra la definición de analiticidad propuesta por Carnap; esta explicación presupone la noción misma que debería explicar. 'Verdad-L' sería una explicación apropiada de la analiticidad para los lenguajes formalizados siempre y cuando ya comprendiésemos la analiticidad en general. Cuando Carnap define 'la oración A es analítica para el lenguaje $\mathcal{L}$' cabría entender esta definición de dos maneras y ambas son insatisfactorias. En primer término, la definición puede verse como una especificación particular, para el caso de lenguajes formalizados, de una noción general, 'A es analítica para el lenguaje $\mathfrak{L}$',-donde $\mathfrak{L}$ es cualquier lenguaje, artificial o coloquial-, que previamente se ha elucidado (esto es, la definición podría interpretarse como el paso de una generalización universal ya aceptada a un caso particular). O bien, la definición carnapiana podria interpretarse como la introducción de un símbolo simple para abreviar una expresión compleja.

En el primer caso, la caracterización de Carnap para la analiticidad es inapropiada puesto que no se ha elucidado con anterioridad el concepto de analiticidad para cualquier lenguaje. En el segundo caso, si 'analítico para el lenguaje $\mathcal{L}$' es una mera etiqueta para nombrar una determinada clase de oraciones, entonces sería mejor usar verdaderas etiquetas como 'K', 'L', 'M', etc., en lugar de 'analítico' que sicológicamente podría inducirnos a creer que ya hemos explicado la analiticidad.

Aún más, la intuición subyacente a la pretendida explicación de 'analiticidad' está equivocada. El error básico de Carnap fue sobreestimar el papel de la sintaxis en la diferenciación de las verdades de la lógica y la matemática respecto de las de la ciencia natural. El procedimiento formal de Carnap para separar ciertas subclases del conjunto de todas las oraciones, la recursión, es inobjetable pero, cualquier otro subconjunto del conjunto total de formulas sería igualmente especificable en términos meramente sintácticos (esto es, en términos de concatenación de signos) con o sin objetivo. O sea que podemos saber perfectamente que oraciones pertenecen a la clase que Carnap singulariza, pero es poco claro porqué esas oraciones han de distinguirse del resto; sabemos cuáles son los enunciados analíticos, esto es un mero ejercicio formal, pero aún no sabemos qué es la analiticidad.

Carnap obtiene la clase de las verdades analíticas a traves de un cierto procedimiento recursivo pero, ¿en que sentido son tales verdades mas analíticas que las especificadas por cualquier otro procedimiento formal sintáctico que arbitrariamente pudiese formularse? La sintaxis es un criterio tan amplio que bajo ella todo enunciado calificaría como analítico puesto que cualquier conjunto de oraciones sería especificable en términos meramente sintácticos. Las verdades de cualquier ciencia comunmente reconocida como fáctica podrían, en principio, especificarse en términos de mera concatenación de marcas.

La explicación de la analiticidad apelando a lenguajes formales es, frecuentemente, un círculo vicioso que a veces crea la ilusión de ser explicativo: las "reglas semánticas" son a menudo meras reglas de traducción del lenguaje formal al coloquial; el espectro de la formalización hace creer que se ha precisado la noción de analiticidad tan sólo porque en el lenguaje artificial resultan analíticos los correlatos formales de los enunciados pretendidamente analíticos del lenguaje ordinario. La formalización de un lenguaje no resuelve, por sí misma, el problema de la analiticidad. "Las reglas semánticas -dice - Quine- como determinantes de los enunciados analíticos de un - lenguaje artificial no tienen interés mas que si hemos entendido ya la noción de analiticidad, pero no prestan ninguna ayuda en la consecución de esa comprensión."(1)

Un punto esencial en la rebelión de Quine contra el positivismo lógico es el rechazo del logicismo; Quine va a negar la- identificación de la lógica y la matemática. Desde su formulación original por Frege, el logicismo había ganado la aceptación de la mayoría de los filósofos (al menos en el contexto - anglosajón): Russell, Whitehead, Wittgenstein, Carnap Church y aún Quine en sus primeros escritos(2), suscriben la posición logicista, es decir, la matemática es reducible a la lógica. En- palabras de Russell, la tesis logicista puede explicarse de la siguiente manera: "Históricamente hablando, la matemática y la lógica han sido estudios completamente diferentes. La matemática ha estado unida siempre con la ciencia, y la lógica con los griegos. Pero ambas han evolucionado en los tiempos modernos: - la lógica se ha hecho mas matemática y la matemática más lógica. La consecuencia es que ahora es imposible trazar una línea entre las dos; las dos son, efectivamente, una sola cosa. Difieren como un muchacho de un hombre: la lógica es la juventud de la matemática y la matemática la plenitud de la lógica...-- el estrechísimo parentesco entre matemática y lógica se ha hecho evidente para cualquier estudiante instruído. La prueba de su identidad es, desde luego, una cuestión de detalle. Partiendo de premisas universalmente admitidas como pertenecientes a la lógica y llegando por deducción a resultados que, con igual evidencia pertenecen a la matemática, encontramos que no hay - punto por donde puede trazarse una línea divisoria que deje a la lógica a la izquierda y la matemática a la derecha. Si todavía hubiese quien no admitiese la identidad de una y otra, podríamos invitarlo a indicar en que punto de las sucesivas definiciones y deducciones de los Principia Mathematica considera- que acaba la lógica y empieza la matemática. Se hará evidente- entonces que cualquier respuesta es completamente arbitraria."(3)

Quine se desplaza de su posicion original logicista hasta la crítica de esta doctrina; señala que sí es posible diferenciar la lógica de la matemática. Estas dos disciplinas no po--seen una naturaleza común. Es innecesario apelar al teorema de incompletitud de Godel para observar que hay, desde el principio, una diferencia esencial entre la lógica y la matemática.- Quine apunta: "Toda verdad de la lógica elemental es obvia, -- sea lo que fuese lo que se entienda por 'obvio', o puede ha--- cerse obvia por una serie de pasos individuales obvios a su -- vez...mientras que, por su parte, la teoría de conjuntos, que- ya pugnaba por romper sus ataduras con la intuición desde el - descubrimiento de los infinitos superiores por Cantor, logró - zafarse con el ímpetú añadido por las paradojas de la teoría - de conjuntos,"(4)

Es decir, la línea divisoria entre la lógica y la matemática deja a la izquierda a la lógica de primer orden con identidad, mientras que a la derecha quedan la teoría de conjuntos y todas las teorías construídas sobre una base conjuntista, como la aritmética y el análisis. La pretendida reducción de la-matemática a la lógica es una reducción a la lógica más la teoría de conjuntos. La lógica, en sentido estricto, es unicamente la lógica de primer orden con identidad; esta lógica "pura" posee una cierta obviedad, a diferencia de la teoría de conjuntos. Mas técnicamente, el discurso acerca de las conectivas -- (&, $\vee, \supset, \equiv, \neg$), los cuantificadores (($\forall\alpha$), ($\exists\alpha$)) y el predicado de igualdad (=) tiene una obviedad jamás presente en el discurso acerca del predicado para la relación de pertenencia ($\in$).

La diferencia entre las naturalezas de la lógica y la matemática tiene una consecuencia curiosa: podría hablarse, en algún sentido, de verdad por convención en alguna porción de la matemática, a saber, la teoría de conjuntos, pero no en la lógica. Examinemos este punto en detalle; los positivistas habían sostenido que las verdades de la lógica y la matemática tenían su fundamento en ciertas convenciones de lenguaje. La verdad lógico-matemática era meramente un uso tautológico de nuestro lenguaje, una aplicación reiterada de nuestras reglas linguísticas. (La metafísica, por el contrario, siendo un abuso del lenguaje, se convertía en sinsentido). Pero, nos dice Quine, la lógica no puede establecerse sobre convenciones o, al menos sobre convenciones establecidas por adelantado, deliberada y explícitamente. Y ¿ tiene algún sentido hablar de convención cuando se carece de todos estos atributos ?

La moraleja de la historia de Lewis Carroll en "Lo que la tortuga dijo a Aquiles" es que surge un regreso vicioso al infinito siempre que intentamos establecer, explícita y deliberadamente, todas las convenciones para un sistema lógico. Quine retoma esta posición: "Brevemente, el punto es que las verdades lógicas, siendo infinitas en número, deben especificarse por -

convenciones generales más bien que una por una; y, entonces, necesitamos disponer ya de la lógica para aplicar, en la metateoría, las convenciones generales a casos individuales."(5)

En la historia de Carroll, la tortuga muestra a Aquiles que siempre es posible exigir una regla más, no importando cuantas ya se hayan formulado, antes de alcanzar cualquier conclusión. Esto es, sería imposible explícitar todas las reglas (las "convenciones", en el sentido de los positivistas) a menos que previamente se disponga de una buena parte del arsenal lógico. Así, la en principio atrayente tesis de que la verdad lógica tiene su fundamento en convenciones, se transforma en la menos atractiva tesis de que la lógica se basa en convenciones más la lógica misma.

Ahora pasemos al caso de la matemática; examinemos primero las raíces que han contribuido a dar un cierto aire de plausibilidad al convencionalismo en la explicación de la verdad matemática. A partir el surgimiento de las geometrías no euclideanas y del álgebra abstracta, algunos filósofos han creído ver que estas disciplinas engendran verdades en base a convenciones pero, en realidad, esto es una confusión. Repasemos rápidamente la historia de las geometrías que está vinculada estrechamente al desarrollo de los sistemas formales y a la aplicacion del método axiomático a la ciencia.

Históricamente, el primer caso de presentación axiomática de una teoría es la geometría euclídea; aquí, el punto de vista del convencionalismo sería que los postulados y las definiciones son convenciones y, los teoremas, verdades generadas por nuestras convenciones. Pero, sostiene Quine, los Elementos no crearon por *fiat* la verdad sino que tan sólo compilaron verdades preexistentes, organizándolas de una manera axiomática. -- Cuando Euclides formuló su obra, las verdades geométricas eran ya bien conocidas como verdades acerca del espacio físico; el- único rasgo de convencionalidad fue el separar algunas de esas verdades preexistentes, para el papel de postulados de una manera hasta cierto punto arbitraria, por motivos pragmáticos, quizá principalmente pedagógicos. El único rasgo de convencionalidad en la geometría euclídea es, pues, la elección de una cierta sistematización particular de las verdades sobre otras posibilidades aunque, de ninguna manera, los postulados y teoremas deben su verdad a esa particular axiomatización.

Las geometrías de Riemman y Lobatchevsky surgieron como - desviaciones artificiales del sistema euclídeo pero, en principio, no se les consideraba como verdaderas acerca de nada sino que se intentaba examinar las propiedades formales de un sistema no interpretado. Estas geometrías tampoco crearon verdad -- por convención y, el problema de la verdad les era absolutamente ajeno en tanto que sistemas carentes de interpretación. Ahora bien, con el tiempo se llegaron a encontrar interpretaciones para tales sistemas y, como para cualquier otro sistema -- formal consistente, se adujeron los modelos correspondientes - bajo los cuales los ahora interpretados enunciados de esas teorías resultan verdaderos; pero la verdad no fue creada, en modo alguno, al convenir las desviaciones artificiales de la artificial presentación de la geometría que había sido dada por- Euclides. Una interpretación que hace verdaderos los postulados de la geometría de Lobatchevsky fue formulada por Felix -- Klein: aquí, por 'plano' se entiende el interior de un círculo- dado en el plano euclídeo, por 'punto' se entiende un punto en el interior del círculo dado y por 'línea' entendemos una cuerda de ese círculo; debemos observar que la verdad de los postulados de la novedosa geometría de Lobatchevsky depende, en este caso, de la reinterpretación en términos de la vieja geometría euclídea, es decir, en términos de verdades (o pretendidas verdades) acerca del espacio físico.

El caso de la teoría de conjuntos es distinto; aquí, creamos nuestros mitos deliberadamente. Quine señala que: "La teoría de conjuntos es propuesta como matemática interpretada, del mismo modo que la aritmética y el análisis; estas dos ramas son reducibles, en realidad, solo a la teoría de conjuntos. En la teoria de conjuntos discurrimos acerca de ciertas entidades inmateriales, reales o erróneamente sostenidas, a saber, los conjuntos o clases. Y es en la empresa para decidir acerca de la verdad o falsedad genuina de los enunciados referentes a estos objetos que nos encontramos comprometidos en algo muy semejante a la convención en el sentido no metafórico de la palabra. Nos encontramos haciendo elecciones deliberadas y estableciéndolas sin ningún otro intento de justificación más que el de la elegancia y la conveniencia. Estas asunciones adoptadas, a las que llamamos postulados, y sus consecuencias, vía lógica elemental, son verdaderas hasta que se tenga aviso posterior."(6)

Podemos ahora establecer una clasificación general de los sistemas axiomáticos; en primer lugar, podemos distinguir entre sistemas interpretados y no interpretados. La discusión de estos últimos es irrelevante para el problema que nos ocupa, la cuestión de la verdad, puesto que no existe verdad mas que correspondientemente a una interpretación. Para los sistemas interpretados, tenemos un criterio de clasificación dado por la manera en que se han introducido los postulados. Estos pueden ser postulados legislativos, que son aserciones como las de la teoría de conjuntos, que instituyen verdad por convención; la otra categoría está constituída por los postulados discursivos que son aserciones seleccionadas de un conjunto de verdades preexistentes para ser el punto de partida del sistema en base a razones de carácter organizativo, como en el caso de la geometría euclídea.(7)

El caso de las definiciones es similar al de los postulados. Ha habido también una tendencia a mirar las definiciones como creando verdad por convención y, al igual que para los postulados, esto es cierto sólo a veces. La frase 'verdadero por definición' es peligrosa cuando no se le matiza y, con frecuencia, es un recurso cuasimágico para atribuir una naturaleza no empírica a algunos enunciados. Extendiendo la terminología que empleamos para los postulados podríamos hablar de definiciones legislativas y discursivas. Una definición es legislativa cuando, de manera explícita y deliberada, introduce una notación *ad hoc* novedosa; en general, una definición legislativa establece una abreviatura. Por su parte, la definición discursiva reconoce o afina usos, más o menos claros, pero ya en aplicación, de ciertos términos.

En los sistemas lógicos es claro el papel de la definición legislativa; por ejemplo, el cálculo proposicional se puede formular sobre bases muy distintas, cada una con sus propias virtudes. A veces se formula este cálculo introduciendo en el lenguaje las cinco conectivas usuales; otras veces, se introduce únicamente un cierto subconjunto de esas conectivas. En general es mas simple la metateoria para el sistema reducido, pero el calculo mismo es mas simple en el sistema con todas las conectivas. Es conveniente ver al lenguaje reducido como una porcion del otro lenguaje y a las definiciones como reglas de intertraduccion. Pero estas reglas no son , en modo alguno, arbitrarias, ellas nos muestran como una vez fijada una interpretacion comun a ambos lenguajes; estos estan interrelacionados. Claramente, aqui las definiciones estan apoyadas en relaciones anteriores de intercambiabilidad (de "sinonimia") referidas a la interpretacion dada; esto es, la definicion se basa en la sinonimia pero no la crea magicamente a partir de la nada. Vemos pues, que en el caso de la verdad por definicion, el error de Carnap consistio en acentuar el caracter legislativo minimizando la importancia del componente discursivo.

De cualquier modo, Quine ha admitido que existe un cierto tipo de verdad por convencion en ciertas parcelas del saber pero, apunta tambien, que la convencionalidad es un rasgo epistemologicamente irrelevante puesto que es transitorio, mutante y elusivo; nuestras convenciones se integran a una estructura en cambio constante, y una vez integradas a este corpus, su convencionalidad, siendo un rasgo pasajero (passing trait), se evapora al contacto con los otros elementos de esa magna estructura. Por ejemplo, un postulado introducido alguna vez convencionalmente ("legislativamente") para una ciencia podria resultar un teorema en otra reorganizacion de dicha ciencia y, ser deducible a partir de otros postulados tal vez no legislativos (o no exclusivamente legislativos). "La teoria de conjuntos -- -nos dice Quine-, ahora tan atrapada en postulacion legislativa, puede algun dia obtener una norma, quiza un cierto aire de obviedad, y perder todo rastro de convenciones en su historia."(8)

Similarmente, una definición podría ser afinada, modificada o- sustituida. Así, por ejemplo, el enunciado definiendo 'limón'- en términos de sabor, olor, color, etc., no tiene porque ser e ternamente una definicion; tal vez podría ser obtenido como una consecuencia de una definición alternativa de 'limón' en termi nos de estructura bioquímica.

Quine compara metafóricamente el saber, considerado como- un todo, con un tejido, hilado por nuestros padres de quienes- lo hemos heredado y, en el cual los hilos son las oraciones. - Nos dice Quine: "(El saber) se desarrolla y cambia en nuestras manos a través de cambios y añadidos, más o menos arbitrarios- y deliberados que le hacemos y que, son ocasionados más o menos directamente por la estimulación continua de nuestros órganos sensoriales. El tejido es de un gris pálido; el negro viene de los hechos y el blanco de las convenciones. Pero no encuentro- razones sustanciales para concluir que tiene hilos definitiva- mente blancos o negros."(9) Sólo los extremos del tejido están en contacto con la experiencia; a estos hilos periféricos la - tradición había atribuido ser negros, mientras que a los hilos en el centro del tejido se les atribuía el color blanco; con-- forme a Quine, unos y otros son grises. Más tarde aclararemos- que significa el que los hilos de la periferia toquen la expe- riencia.

Hasta ahora hemos expuesto la argumentación de Quine con- tra Carnap, quien representa la versión más refinada del "empi rismo dogmático"; pasemos ahora a ver las tesis epistemológicas positivas de Quine, es decir, "el empirismo sin dogmas". Hay - dos elementos centrales en este empirismo radical: el holismo- y el (así llamado por Hilary Putnam) argumento histórico; am--

bos elementos van estrechamente vinculados. Quine concibe el e conocimiento como un todo en el que las partes están relacionadas entre sí y existe una dependencia recíproca; la historia de la ciencia atestigua que ese todo está siempre en continuo movimiento; o sea que el tejido de nuestra metáfora se esta rehilando constantemente.

El argumento histórico es el siguiente: siempre podemos a admitir o rechazar la verdad de cualquier enunciado modificando adecuadamente el resto del sistema con el cual está interconectado dicho enunciado; este es ciertamente, el caso con los enunciados de "experiencia" (o enunciados "periféricos"): sería posible admitir un enunciado al que la experiencia parezca "contradecir" o rechazar un enunciado que parezca conformarse a -- ella aunque el precio sea sacrificar ciertas "leyes lógicas".- Más aún, en la ciencia contemporánes ya se ha propuesto una revisión de algunas de esas "leyes lógicas" que, tradicionalmente se habian considerado como el paradigma de los enunciados - inmodificables; de acuerdo a Quine no habría, en principio, diferencia alguna entre este cambio y aquellos que dieron lugar- a las revoluciones científicas como el reemplazo de la mecánica celeste de Tolomeo por la de Kepler, la física de Newton -- por la de Einstein o la biología aristotélica por la de Darwin. Es decir, la historia de la ciencia prueba que todo enunciado- es revisable. Este es, em esencia, el argumento histórico.

Volvamos a nuestra metáfora que compara al conocimiento - con un tejido; ciertamente, los hilos periféricos son los que- sufren más transformaciones en el contacto con la experiencia, mientras que el núcleo central del tejido puede haber sufrido- hasta ahora pocos cambios o ninguno, pero esto no significa --

que dicho núcleo sea eternamente inmutable. Esta apariencia de mutabilidad para la periferia y y de inmutabilidad para el centro requiere ahora de una explicación no metafórica: la experiencia podría ser interpretada de modos muy diversos en nuestra estructura conceptual; ante una experiencia que no encaje en nuestra ya configurada estructura podemos elegir reevaluar muy diversos enunciados. Pero una reevaluación de un cierto enunciado implica reevaluar también muchos otros enunciados conectados con áquel. Dado que tendemos al conservadurismo, escogemos siempre el cambio menos radical: estamos dispuestos a sacrificar primero aquellos enunciados que involucran cambios más simples; estos son los enunciados periféricos a los que la tradición había considerado enunciados factuales. Los enunciados supuestos tradicionalmente como necesarios son aquellos a los que renunciaríamos sólo hasta el final; la modificación de estos últimos enunciados no es, en principio, imposible aunque ciertamente podría comprometernos en una reforma radical del conocimiento y, de hecho, puede ser muy difícil que una revolución científica o epistemológica triunfe. Así, segun Quine, el holismo desacredita de una manera definitiva al dogma de la analiticidad-aprioridad-necesidad.

Ahora expliquemos, sin metáfora, la aparente diferencia entre el contenido empírico de los diversos enunciados, es decir, expliquemos lo que en nuestra metáfora es la aparente existencia de diversas regiones, mas o menos nítidamente separadas, en el tejido del conovimiento. Quine nos dice que hay un mito básico en la visión humana acerca del mundo: el mito de los objetos físicos. El carácter central de este mito deriva de su repetido éxito que nos ha posibilitado manejar eficaz mente la experiencia. Nuestra concepción del mundo podría haberse configurado con mitos diferentes, por ejemplo, podría incluir, aún ahora en nuestros días, el mito de los dioses homéricos. La diferencia esencial entre el mito de los objetos físicos y el de los dioses homéricos es simplemente su utilidad epistemológica; el primero, a diferencia del mito griego, ha mostrado ser constantemente exitoso y nos ha permitido predecir experiencia futura en base a experiencia pasada. La aceptación del mito de los objetos físicos es racional, sin duda alguna: hemos obtenido éxito al prever el curso de nuestras acciones empleando esta creencia.

Los hilos periféricos que, en nuestra metáfora, están en contacto con la experiencia son, precisamente, ciertos enunciados referentes a este mito básico de los objetos físicos. Aparentemente hay una conexión cercana entre estos enunciados acerca de objetos físicos y la experiencia sensible; podría decirse que esos enunciados referentes a objetos físicos se "hermanan" con la experiencia. Quizá alguien podría ver en esta "hermandad con la experiencia sensible" una mismidad de origen y cercanía con la experiencia pero, enfatiza Quine, es ingenuo y erróneo identificar enunciados acerca de objetos físicos con enunciados acerca de experiencia sensible y, la pretendida cercanía a la experiencia es tan sólo una medida relativa de nuestra inclinación a ceder en ciertos enunciados antes que en otros.

Nuestra elección de mitos debe orientarse pragmáticamente: este es el rasgo característico de la racionalidad. Quine concluye su clásico "Dos dogmas del empirismo" enfatizando su radicalismo frente al pragmatismo y al empirismo lógico: "Carnap, Lewis y otros -dice Quine- adoptan una actitud pragmática en la elección entre formas linguísticas o estructuras científicas; pero su pragmatismo se detiene ante la imaginaria barrera entre lo analítico y lo sintético. Al repudiar esa frontera abrazo un pragmatismo mas conpleto: todo hombre recibe una herencia e científica más un continuo y graneado fuego de estímulos sensoriales; y las consideraciones que le mueven a moldear su herencia científica para que recoja sus continuos estímulos sensoriales son, si racionales, pragmáticas."(10)

Recapitulemos, Quine ha hecho una crítica contundente de la visión de los positivistas sobre la analiticidad; sin embargo, Quine no ha rechazado que, intuitivamente, parece haber ciertas distinciones entre la verdad de los enunciados. Aún más, el mismo modelo quineano para el lenguaje distingue entre enunciados periféricos y enunciados centrales. Es decir, Quine aunque rechaza la elaboración de Carnap de las intuiciones de analiticidad, sinonimia y significado, no niega que podrían justificarse de otra manera aunque jugarían un papel muy distinto en el lenguaje. Para Quine el hecho básico es que el lenguaje es una red articulada; Quine ha propuesto desplazar el enfasis semántico de oraciones a conjuntos articulados de oraciones. Para el modelo de lenguaje que proponía Carnap, las oraciones tienen significado una a una (el significado de cada oracion se fijaba por sus condiciones de verificación y falsificación que debían estar unívocamente determinadas en términos de experiencia sensorial) Quine propone un modelo linguístico bien distinto; aquí; el lenguaje es visto como un sistema interconectado de oraciones. El error de los positivistas consistió en pretender que todas y cada una de las oraciones con-sentido tienen su propio significado empírico separable.

Es importante aclarar que el holismo que Quine propone es moderado o relativo. Quine mismo lo apunta: "Cuando consideramos una teoría completa o un sistema de oraciones como el vehículo del significado empírico, ¿qué tan inclusivo debe ser este sistema? ¿Debe ser el todo de la ciencia? ¿o el todo de una ciencia particular? ¿o una rama particular de una ciencia? Esto debe considerarse como una cuestión de grado y de no dar excesivos rodeos. Todas las ciencias estan ensambladas hasta un cierto grado; comparten una lógica común y generalmente comparten tambien una parte de la matemática, aún cuando no comparten nada más. Es uh legalismo poco interesante, de cualquier manera, considerar que todo nuestro sistema científico del mundo esta involucrado en bloque en cada predicción. Es suficiente con trozos mas modestos y a estos se les puede adscribir, con una buena aproximación, su significado empírico independiente aún cuando debe permitirse cierta vaguedad en el significado de todo evento."(11)

El modelo holista del lenguaje que Quine esboza en "Dos dogmas" es desarrollado plenamente en trabajos posteriores, principalmente en Palabra y objeto; en este libro, que es la primera presentación global de la filosofía de Quine, éste examina el lenguaje en tanto que "arte social, socialmente inculcado". Aquí Quine considera que el lenguaje es un complejo de disposiciones linguísticas. Una comunidad llega eventualmente a compartir, al menos hasta cierto punto, tales disposiciones que consisten en el asentimiento y la discrepancia acerca de oraciones en presencia de una estimulación sensorial determinada. Es posible reconstruir, en terminos de dichas disposicio--

nes, los conceptos de significado, sinonimia y analiticidad. Sin embargo, estas reconstrucciones conductuales seran sólo parciales y limitadas. Nuestra mejor aproximación al significado de una oración será el significado estimulativo, que es el grado de asentimiento o disentimiento por parte de testigos presenciales respecto a esa oración. Los hilos periféricos de la metáfora de "Dos dogmas" son llamados oraciones observacionales; para ellas hay un alto grado de acuerdo espontáneo. Podemos también hablar de analiticidad estimulativa: las oraciones analíticas son aquellas que obtienen asentimiento por todos los hablantes bajo todas las estimulaciones; el papel de estas oraciones analíticas es el de inducir conexiones verbales entre oraciones y fijar los términos que aparecen en ellas. De cualquier modo esta aproximación es imperfecta y uno debe estar preparado para ser tolerante en el caso de que algún día eneontremos un lenguaje en el que aparezca una oración, firmemente sostenida por los hablantes de ese lenguaje como analítica, cuya traducción castellana sea 'Todos los conejos son hombres reencarnados'.

Hay además en *Palabra y objeto* una importantísima tesis contra la noción de significado: la tesis de la indeterminación de la traducción radical. El examen pleno del alcance de esta tesis escapa a los propósitos del presente trabajo; nos conformaremos con ilustrarla con un ejemplo. Consideremos la oración '1 es un subconjunto de 3' -*i.e.*, '$1 \subseteq 3$'-. Esta oración tiene sentido sólo en relación a una reconstrucción conjuntista de la aritmética. Para el sistema de Zermelo, la oración anterior se traduciría como

$$\{0\} \subseteq \{2\}$$

DONDE: $0 = \emptyset$
$1 = \{\emptyset\}$
$2 = \{1\} = \{\{\emptyset\}\}$
$3 = \{2\} = \{\{\{\emptyset\}\}\}$

resultando falsa. Por otro lado, para el sistema de von Neumman, la oración anterior se traduciría como

$$\{0\} \subseteq \{0,1,2\}$$

DONDE $0 = \emptyset$
$1 = \{\emptyset\}$
$2 = \{0,1\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}\}$
$3 = \{0,1,2\} = \{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\}$

resultando, claramente, verdadera. Es decir, la oración no tiene un significado propio independiente; no es, por sí misma, ni verdadera ni falsa. La oración anterior tiene sentido sólo con relación a un esquema de traducción a la teoría de conjuntos. No podemos decir que una de las dos traducciones que hemos propuesto es "más o menos correcta" que la otra; ambas son correctas. Podemos hablar de traducción correcta de una oración solo en relación a un esquema general que previamente se ha aceptado. Para el caso de la traducción de un lenguaje natural a otro, digamos del español al inglés, se han desarrollado históricamente esos esquemas de traducción.

La traducción radical contempla el caso hipotético de dos lenguajes para los cuales no existe ningun esquema de traducción. La tesis de la indeterminación de la traducción radical consiste en afirmar que se puede generalizar nuestro ejemplo en el que para una oración dada, contamos con varios esquemas alternativos de traducción, igualmente buenos, pero que no equivalen entre sí ya que asignan distinto valor veritativo a dicha oración; según Quine, también en el caso de los lenguajes naturales contamos con diversas alternativas, distintas entre si, para nuestra elección de esquemas de traducción. De ser verdadera, la tesis de la indeterminación destruye la idea del significado como "el contenido intrínseco de cada oración"; se derrumba así, también, la noción de proposición como "lo que - significan las oraciones". Con la exposición de este importante argumento detendremos aquí la exposición de la filosofía de -- Quine; trataremos de efectuar una evaluación mínima de ella en las conclusiones.

CONSIDERACIONES FINALES

CONCLUSIONES

Aquí haremos una evaluación de los argumentos de Quine; comparto totalmente dos aspectos de la filosofía de Quine, a saber, el argumento histórico y el holismo; ambos me parecen sumamente importantes para la explicación del conocimiento. -- Primeramente veamos el aspecto epistemológico y después el lógico, ya que este último está fundamentado sobre la teoría del conocimiento; este orden es importante puesto que, en el caso de la lógica modal, si Quine tiene razón y no hay cosa tal como la verdad necesaria, entonces es absolutamente ocioso el tomar algun interés en la lógica modal. Trataré de mostrar que no es tal el caso y que Quine está en lo correcto en algunos aspectos pero que está equivocado en otros; me basaré en ciertas ideas de Saul Kripke. En primer lugar, coincido con la idea kripkeana de que deben hacerse ciertas precisiones a la manera en que categorizamos la verdad. Kripke sostiene que las clasificaciones de las proposiciones verdaderas (1) en a priori--a posteriori y necesario-contingente se hacen bajo ópticas filosóficas diferentes. La distinción de verdades a priori-a posteriori es epistemológica y se refiere a la fuente del conocimiento; decir que una proposición es verdadera a priori es afirmar que su verdad se puede conocer con independencia de la experiencia; si una proposición es verdadera pero su verdad no se puede conocer independientemente de cualquier experiencia, entonces tendremos una verdad a posteriori.

Por otra parte, la distinción necesario-contingente pertenece a la metafísica; Kripke lo precisa al modo siguiente: "-- " ¿Qué queremos decir cuando llamamos a un enunciado necesario? Queremos decir simplemente primero, que, el enunciado en cuestion es verdadero y, segundo, que no podría haber sido de otra manera. Cuando decimos que es contingentemente verdadero, queremos decir que, aunque de hecho es el caso, podría haber sido el caso que las cosas hubieran sido de otra manera. Si quisiéramos asignar esta distinción a alguna rama de la filosofía deberíamos asignarla a la metafísica."(2) A las precisiones de Kripke debemos añadir una mas: la distinción analítico-sintético es de tipo lógico (y, posiblemente, semántico). Creo que es defendible que, retomando la definición de Kant, podemos decir que una proposición es analítica cuando es reductible, haciendo (cero o mas) consideraciones de significado, a una verdad lógica. En principio, todas las nociones en el triplo analiticidad-aprioridad-necesidad y en el triplo sinteticidad-aposterioridad-contingencia son distintas; si son equivalentes, esto no ocurre de manera trivial y debe ser demostrado.

Quine da por sentado que la analiticidad, la aprioridad y la necesidad son una y la misma cosa, aunque presenta distintos argumentos para atacarlas; estos argumentos deben ser analizados por separado; a mi modo de ver, Quine desacredita la noción de verdad a priori y también, aunque parcialmente, la noción de analiticidad; la otra noción queda en pie. Veamos caso a caso, cada una de esas tres categorías de verdad.

Vayamos en primer termino a la noción de verdad a priori; creo que Quine destruye la idea de un conocimiento independiente de toda experiencia. La argumentación de Quine derrumba, por un lado, la pretensión racionalista acerca de la aprehensión de verdades a través del "ojo de la razón" y, por otro, la doctrina positivista que negaba un contenido cognoscitivo a la ciencia logicomatemática, adscribiéndole un carácter meramente verbal. Comparto la idea quineana del holismo; es importante recalcar el punto empirista de Quine: esa estructura está determinada, en última instancia, por la experiencia o, para decirlo en términos de una metáfora quineana: la racionalidad estriba en seguir las voces de la experiencia del mismo modo en que un actor sigue a su apuntador.

La pretensión positivista de fundamentar la verdad lógica y matemática en consideraciones meramente linguísticas es también hundida por Quine; éste nos muestra que la lógica y la matemática están integradas a la totalidad del conocimiento y que no es un mero fiat linguístico, arbitrario y ajeno a "los hechos", el que crea su verdad; ni siquiera las definiciones son un asunto meramente de palabras sino que, dado que han de incorporarse a esa estructura activa que es el conocimiento, están en general determinadas por consideraciones globales acerca de esa totalidad. El empirismo quineano nos da la explicación mas general acerca de la dinámica que mueve al todo del conocimiento humano: es la experiencia sensible la que moldea esa totalidad.

La noción de analiticidad, definida como verdad lógica mas significado, es problemática. Hay una subclase de la verdad analítica que, hasta cierto punto(3), se encuentra libre de dificultades: el conjunto de las verdades lógicas. Sin embargo, este caso restringido de la analiticidad, si bien pudiera ser útil para la matemática y la filosofía de la matemática, no presenta el interés epistemológico general del concepto extendido de analiticidad que incluye la noción de significado. Históricamente, este último caso ha jugado un papel muy importante en las explicaciones filosóficas del lenguaje. Por ejem plo, es solo mediante la apelación a este recurso del significado que Carnap da cierta practicabilidad a su procedimiento - para definir 'verdad-L'. El significado salva fácilmente la objecion quineana de la primera parte de "Dos dogmas": el círculo vicioso en que se cae al explicar analiticidad por sinonimia y viceversa no es, por sí mismo, una situación desastrosa ni mucho menos; ese círculo muestra la interconexión de esos - dos conceptos. Pero, la tesis de Quine acerca de la indeterminación de la traducción radical sí hunde la noción de significado; este argumento de la indeterminación me parece plausible; quizá debemos renunciar a la noción de significado (lo cual -- nos embarcará en la empresa de explicar el papel del lenguaje- sin apelar a dicha noción) y conformarnos con identificar analiticidad con verdad lógica.

Otra noción problemática de rescatar es la de necesidad.- ¿Cómo conciliar la idea de la verdad necesaria con el hecho de que ni siquiera la mas firme de las ciencias es inmune a una - revolución científica, que pudiera derrumbar todos sus cimientos? Bueno, debemos observar que, en la historia de la filosofía, se ha hablado acerca de necesidad en diversos sentidos. - Considero equivocada la concepción "absolutista" de la necesidad que identifica la verdad necesaria con un cierto tipo de - verdad eterna y absoluta; el precio que hay que pagar, epistemológica y metafísicamente, por tal identificación es demasiado alto: en general, habrá que admitir la existencia de un dios omnipotente. Así pues, debemos dar otro tipo de explicación. - Voy a sugerir una respuesta "no absolutista" que no es incompatible con el holismo y que, incluso, se apoya en él. Cuando -- Quine admite la existencia de un núcleo en el tejido del conocimiento, en contraste con la periferia, ¿no está el graduando en un cierto sentido, la fuerza de las verdades? Los enunciados necesarios serían aquellos que no podemos abandonar so pena de renunciar también a la racionalidad. Es cierto que la racionalidad, como el conocimiento, tiene un fundamento en última instancia empírico que, claramente, podría cambiar. Pero en todo caso, hay ciertos supuestos esenciales a los que renunciaríamos hasta el final y sobre los que estructuramos el conocimiento y, en particular, la ciencia. Creo que algunos de los viejos principios lógicos ejemplifican estos enunciados necesarios; por ejemplo, el principio de no contradicción y el de autoidentidad. No quiero afirmar que los enunciados lógicos (o, mas generalmente, los analíticos) son una subclase del conjunto de los enunciados necesarios; ello sería demasiado aventurado. Pero considero que es claro que existe una intersección no vacía entre los enunciados lógicos y los necesarios; la existencia de estos enunciados que son a la vez analíticos y necesarios muestra la cercana y de viejo conocida conexión entre la lógica y la racionalidad: el pensamiento lógico es la mejor expresión del pensamiento racional.

A la luz de estas precisiones volvamos a la filosofía de Lewis y a la de Carnap; ambas representan pasos importantes en el movimiento que culminará con el empirismo radical de Quine. Quiero recapitular acerca de estas filosofías; ahora, en la última parte de este siglo, estamos en una posición tal que podemos discernir con cierta claridad sobre ellas. El señalar dificultades en dichas teorías filosóficas no les resta importancia: es obvio que el valor de la filosofía no radica en estar en lo correcto.

Vayamos a Lewis; en este hay una cierta inconsistencia en su concepción de la verdad *a priori*: si lo que Lewis entiende por verdad a_priori es 'verdad independiente de la experiencia', entonces él no está asumiendo las consecuencias radicales de su pragmatismo, ya que, siendo nuestra estructura conceptual, de acuerdo al mismo Lewis, modificada por la interacción de nuestras tendencias con la experiencia, ésta determina, en última instancia, tal estructura conceptual. La filosofía de Quine heredará este pragmatismo y lo llevará a su conclusión lógica: no hay cosa tal como el conocimiento a_priori. Lewis no pudo arribar a esta conclusión por razones históricas: aún pesaba nucho la tradición kantiana.

Ahora pasemos a Carnap. Creo que Quine destruye completamente la posición no cognoscitivista respecto de la lógica y la matemática que, había sido central en la epistemología de los positivistas lógicos; Quine demuestra que todo conocimiento está contaminado por la experiencia, si bien esto es a través de un mecanismo complejo. Hay en Carnap, sin embargo, un resultado que despojado de esta interpretación epistemológica es un logro (al que me atrevería a llamar 'científico') importante: la semántica carnapiana para S5 es una reconstrucción del concepto 'analítico' (si bien, en el sentido restringido de esta noción: obsérvese su coincidencia con 'verdad lógica'). Quine mismo reconoce que aquí hay algo importante cuando expresa en "Dos dogmas": "No quiero decir que Carnap se haga ilusiones... su simplificado modelo linguístico, con sus descripciones de estado, no esta primariamente orientado hacia la solución del problema general de la analiticidad, sino hacia otro objetivo, a saber, la aclaración de los problemas de la probabilidad y la inducción."(4) Aunque creo que Quine interpreta erróneamente la intención filosófica de Carnap, se ha reconocido la posible im portancia científica de esta construcción que, podría servir como punto de partida para una investigación científica concreta acerca de la probabilidad; de hecho, tal fue el caso con las investigaciones posteriores desarrolladas por Carnap y John Kemeny que, condujeron al establecimiento de la hoy utilísima matemática finita.

También quisiera decir unas pocas palabras acerca de la lógica modal; aún cuando esta fue creada por Lewis con el propósito, que ahora podemos ver que era equivocado, de rivalizar con la lógica extensional, de cualquier modo la lógica modal abrió nuevas perspectivas para la lógica misma, para la semántica y aún para campos aparentemente tan distantes como el derecho. Los diversos sistemas de lógica modal no deben ser considerados como antagónicos ni con la lógica ortodoxa, ni entre sí; ellos nos muestran simplemente que los conceptos lógicos (implicación, necesidad, posibilidad, etc.,) forman familias; no hay un concepto individual, único y verdadero, de implicación o de necesidad; más bien, sobre un núcleo mínimo de rasgos que toda la familia ha de compartir, se construyen los sistemas que enfatizan una u otra diferencia. Esto ha sido muy claro a partir de la creación, por Kripke, de distintas semánticas para los sistemas S1-S5; ninguno de estos sistemas es más verdadero que otro. En todo caso, alguno de ellos puede ser mas apropiado que el resto para el tratamiento de un problema específico.

Lo anterior es válido también para la lógica "normal"; ella ha demostrado ser perfectamente capaz de realizar la tarea de fundamentación de la matemática, para cuyo propósito fue creada y, hasta ahora, no parece haber ninguna buena razón para modificarla. Por su lado, la lógica modal ya ha probado su utili dad en su interpretación deóntica, pero su mayor contribución a la filosofía es que ha posibilitado un pensamiento claro en las cuestiones relativas a la verdad necesaria; la lógica modal no es un juego ocioso sino una herramienta poderosa para la filosofía.

Quisiera, por último, mencionar que la lógica no es ninguna intrusa en el terreno filosófico y, así, los trabajos de Lewis, Carnap y Quine siguen una añeja tradición a la que pertenecieron, entre otros, Aristoteles, los estoicos, Duns Scoto, Leibniz y Kant. Como he mensionado, no creo que el valor de la filosofía resida en su "verdad" o en la solución de problemas prácticos; más bien su esencia es problematizar y abrir diversas posibilidades críticas, deshechando el dogmatismo; si queremos cambiar el mundo, debemos tener un pensamiento claro; la lógica es uno de los muchos factores que han de ayudar a conseguir claridad de comprensión.

APENDICE: EL SISTEMA DE CALCULO PROPOSICIONAL DE LOS PRINCIPIA MATHEMATICA

Aquí vamos a ofrecer una presentación moderna del sistema PM. La gramática de PM es esencialmente la misma que la de los sistemas Lewis, excepto porque excluimos las constantes $\prec$, $=$, $\Diamond$, $\Box$ de la lista de símbolos primitivos. La noción de fbf es, mutatis mutandis, la que se definió para los sistemas Lewis.

Puesto que no tenemos operadores modales ni conectivas estrictas, las fbfs definicionalmente equivalentes vienen dadas por los pares:

$$\langle (A \vee B), \neg(\neg A \mathbin{\&} \neg B) \rangle$$
$$\langle (A \supset B), (\neg A \vee B) \rangle$$
$$\langle (A \equiv B), (A \supset B) \mathbin{\&} (B \supset A) \rangle$$

Las reglas de inferencia para PM son:

MP (Modus Ponens): De A y (A B) se infiere B.

S' (Sustitucion): de A se infiere $S^{b}_{B}A|$

D (Equivalencia definicional): Si B se obtiene de A reemplazando una ocurrencia de una fbf C en A por un enunciado definicionalmente equivalente a C, entonces de A se infiere B.

Las nociones de prueba, teorema, etc., son las canónicas.

Los axiomas de PM son

$$Ax\ 1 \quad (p \vee p) \supset p$$
$$Ax\ 2 \quad q \supset (p \vee q)$$
$$Ax\ 3 \quad (p \vee q) \supset (q \vee p)$$
$$Ax\ 4 \quad (p \supset q) \supset [(r \vee p) \supset (r \vee q)]$$

Puede mostrarse que esta es una base apropiada para la lógica proposicional, esto es, que el sistema resulta consistente y completo.

Esta presentación de PM difiere del sistema original de Whitehead y Russell sólo en que:

i) Se ha omitido el axioma

$$[p \vee (q \vee r)] \supset [q \vee (p \vee r)]$$

que es redundante.

ii) La regla de sustitución se ha formulado explícitamente. Russell tuvo, en diferentes etapas de la evolución de su pensamiento filosófico, opiniones contradictorias acerca de la cuestión de si esta regla debía formularse de manera explícita; C.I. Lewis fue el primero en reconocer la necesidad de formular esta regla explícitamente.

iii) Tenemos las cinco conectivas proposicionales usuales en el lenguaje objeto, así, hemos tenido que añadir la regla D al sistema.

NOTAS

INTRODUCCION

(1) Debe notarse que la división kantiana no es una clasificación en sentido estricto ya que, habría un cierto tipo de proposiciones (o "Juicios", empleando la terminología de Kant), las proposiciones autocontradictorias, que no caerían bajo los rubros '*a priori-aposteriori*' (o analítico-sintético). Esto es fácil de remediar si leemos 'valor de verdad' en lugar de 'verdad' en las definiciones kantianas o, si entendemos dichas clasificaciones como particionando el conjunto de los juicios verdaderos (y no la clase total de todos los juicios).

(2) Carnap. [1963] p.65

(3) Follesdal. [1969] p.184

CAPITULO 1

(1) A través de toda la obra de Lewis habrá de notarse la presencia de la filosofía de Josiah Royce; éste sostenía que el hombre puede conocer la verdad mas allá de sí mismo porque pertenece al *logos* u orden del mundo. La concepción de Lewis del *a priori* hereda una gran parte de la terminología y de la concepción de Royce pero ellas son despojadas de su trasfondo idealista.

(2) La convención tipográfica de Lewis es distinta; en sus primeros escritos, Lewis quiere usar la misma tipografía de Russell para su novedosa implicación intensional.

(3) Lewis. [1930] p.34

(4) Lewis y Langford [1934] p. 491

(5) Lewis y Langford [1934] pp.501-502

(6) Notese que una fbf es siempre una cadena no vacia de obje-

tos (símbolos de $\mathcal{L}$) mientras que una modalidad puede - ser vacía.

(7) Cuando sea conveniente seguiremos la práctica usual de emplear teoremas ya demostrados para probar teoremas posteriores. Es claro que estas pruebas, como aquellas en las que aparecen reglas derivadas, no son pruebas en sentido estricto, sino abreviaturas de pruebas.

(8) Lewis y Langford [1934] p.178

(9) 'Concebible' es intercambiable por 'Autocoherente' pero - no por 'sicológicamente concebible'.

(10) Lewis [1930] pp.47-48

(11) Lewis Idem p.47

(12) Quine [1941] p.141

(13) Mendelson [1964] (nota al pie de página) p.32

(14) Esta es la manera más generalmente aceptada de encarar esta paradoja; la solución anteriormente esbozada sigue - las líneas de Saul Kripke. Hay que anotar que muchos lógicos modales rechazan esta solución y, así, se ven --- comprometidos en la formulación de complejos axiomas -- *ad hoc* para bloquear esta paradoja en los sistemas modales de cálculo de predicados con identidad.

Otra consecuencia "paradójica" de la logica modal, aunque solo aparece en los sistemas de predicados construídos sobre S5 es

$$(x \neq y) \supset \Box (x \neq y)$$

i.e., los objetos distintos son necesariamente distintos. Que la figuración de esta fbf deba considerarse como un argumento contra la validez de S5 considerado como un todo, es controvertible y su discusión escapa a los objeti vos de la presente exposición.

(15) Barcan. [1946] Ruth Barcan Marcus merece reconocimiento por haber desarrollado plenamente los sistemas modales hasta el cálculo de predicados con identidad.

CAPITULO II

(1) Carnap. [1963] p.73

(2) Carnap. Idem p.47

(3) Cfr. Idem p.47

(4) Ibídem p.25

(5) Russell llegó a compartir esta visión del Círculo de Viena y, aunque este era un resultado poco espectacular comparado con la creencia en el reino eterno de los universales, Russell la aceptó; con su habitual ironia, éste nos dice en Retratos de memoria: "Comencé con una creen más o menos religiosa acerca de un mundo platónico, eterno, en donde las matemáticas brillaban con la belleza de los últimos cantos del Paradiso. Llegué a la conclusion de que el mundo eterno es trivial y de que la matemática es sólo el arte de decir lo mismo con diferentes palabras."

(6) El procedimiento podría extenderse al caso de un número infinito de constantes individuales y de predicados aunque, por supuesto, al precio de emplear herramientas matemáticas que, a juicio de Quine, aterrarían por su prodigalidad al multiplicar entidades a cualquier empirista.

(7) Para las demás constantes lógicas $\{\supset, \equiv, \&, (\exists\cdot)\}$ podrían derivarse definiciones similares empleando las equivalencias acostumbradas:

$$(A \supset B) \equiv (\neg A \vee B)$$

$$(\exists \alpha) A \equiv \neg (\alpha) \neg A$$

etc.

(9) Carnap. [1958] pp.63-64

CAPITULO III

(1) Quine. [1953] p.69

(2) Cfr. Quine. "Nuevos fundamentos de la lógica matemática". Este artículo fue publicado originalmente en 1936 y está reimpreso en Quine [1953]; aquí Quine no hace ninguna distinción entre "lógica pura" (i.e., lógica de primer orden) y teoría de conjuntos.

(3) Russell. [1919] Reimpreso en Russell [1956] pp.365-366.

(4) Quine [1963] en Schilpp [1963] p. 388

(5) Quine. Idem p.392

(6) Quine Ibídem p.394

(7) Esta distinción corresponde aproximadamente a aquella de Hermes y Markwald entre sistemas autónomos y sistemas heterónomos. Cfr. Mates [1965] p.227

(8) Quine [1963] p.395

(9) Quine. Idem p.406

(10) Quine [1953] p.81

(11) Quine. [1981] p.71

CONCLUSIONES

(1) Toda esta terminología podría extenderse, mutatis mutandis, a las proposiciones falsas con el fin de tener una clasificación de todas las proposiciones. Así podremos hablar de proposiciones necesariamente falsas, analíticamente falsas o falsas a priori.

(2) Kripke [1971] pp. 26-27

(3) Enfatizo la expresión 'hasta cierto punto'. La noción aunque es, a mi modo de ver, salvable y clara no está totalmente exenta de problemas. Véase el agudo comentario crítico sobre esta noción de verdad lógica en Mates [1965] pp. 188-189

(4) Quine [1953] p.81

BIBLIOGRAFIA

ADAMS G,P. y MONTAGUE, P.

[1930] Contemporary American Philosophy. Mc Millan and Co. New York.

BARCAN, RUTH.

[1946] "The Deduction Theorem and Modal Systems" en Journal of Symbolic Logic Vol 11 (1946)

CARNAP, RUDOLF.

[1946] "Modalities and Quantification" en Journal of Symbolic Logic Vol 11 (1946)

[1947] Meaning and Necessity, a study in Semantics and Modal Logic. University of Chicago Press (1947)

[1950] Logical Foundations of Probability. University of Chicago Press. (1950)

[1952] "Meaning Postulates" en Philosophical Studies. Vol 3 (1952)

[1958] Introduction to Symbolic Logic and its Aplications. Dover. New York. (1958)

[1963] "Autobiography" en Schilpp 1963

CHURCH, ALONZO.

[1956] Introduction to Mathematical Logic. Princeton University Press. Princeton, N.J. (1956)

DAVIDSON, DONALD y HINTIKKA, JAAKO.(ed)

[1969] Words and Objections. Dordrecht Reidel (1969)

FOLLESDALL, DAGFINN.

[1969] "Quine on Modality" en Davidson y Hintikka 1969

HUGHES, G.E. y CRESSWELL, M.J.

[1968] Introduction to Modal Logics. Methuen & Co. Londres. (Traduccion al español: Introducción a la logica modal Ed. Tecnos. Madrid (1973)) ESP

KRIPKE, SAUL.

[1971] "Identity and Necessity" en Munitz 1971. (Traducción al español: Identidad y necesidad. Cuadernos de Crítica. Universidad Nacional Autónoma de México (1978)) ESP

LEWIS, CLARENCE IRVING.

[1912] "Implication and the Algebra of Logic" en Mind (1912)

[1913] "A New Algebra for Implication and some consecuences" en Journal of Philosophy. Vol 10 (1913)

[1914] "The Calculus os Strict Implication" Mind Vol 23 (1914)

[1918] Survey of Symbolic Logic. University of California Press. Berkeley (1918) (Reimpreso en Dover Publications (1960) Todas las citas a este trabajo se refieren a esta reimpresión.)

[1929] Mind and the World Order.Ed. Charles Scribners Sons. New York (1929)

[1930] "Logic and Pragmatism" en Adams y Montague 1930

[1946] An Analysis of Knowledge and Valuation.Open Court La Salle. Ill. (1946)

LEWIS, CLARENCE IRVING y LANGFORD, CHARLES.

[1932] Symbolic Logic. Dover (1932) (2ª Ed en Dover (1959) Todas las citas se refieren a esta segunda edición)

MATES, BENSON

[1965] Elementary Logic. Oxford University Press (traducción española: Lógica matemática elemental. Ed --- Tecnos. Madrid (1979)) ESP

MUNITZ, MILTON.

[1971] Identity and Individuation. New York University Press

QUINE, WILLARD VAN ORMAN.

[1941] "Whitehead and the Rise of Modern Logic" en Schilpp 1941

[1953] From a Logical Point of View (1953) Harvard University Press (2ª edicion revisada (1980)) Traducción al español: Desde un punto de vista lógico. Ed. Ariel. Barcelona (1962)) ESP

[1963] "Carnap and Logical Truth" en Schilpp 1963

[1981] Theories and Things. Harvard University Press (1981)

RUSSELL, BERTRAND.

[1956] Obras Completas. Ed Aguilar (1956)

SCHILPP, P.A.

[1941] The Philosophy of Alfred North Whitehead. Open Court (1941)

[1963] The Philosophy of Rudolf Carnap Open Court (1963)

NOTA:

Cuando al final de una obra aparezca la indicación ESP, esto indicará que las citas se refieren a la versión castellana de la obra.