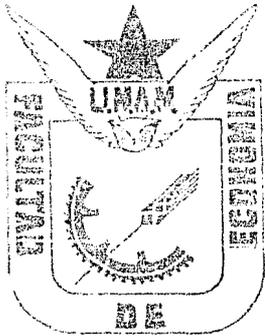


24/71



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTÓNOMA DE MÉXICO

Facultad de Economía

**Estimación Econométrica de un Modelo de
Demanda Agregada**

T E S I S

Que para obtener el título de:
LICENCIADO EN ECONOMIA

p r e s e n t a n :

CLAUDIA GARCIA ROBLES VIZCAINO

AGUSTIN ANGEL RIQUELME VIGUERAS



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

A Carlos

A mi mamá

A mi papá

y a todos los que saben que
los quiero.

CLAUDIA

A mi papá

A mi mamá

A mis hermanos

A Lucy

y a todos los que de alguna
u otra forma tienen que ver
con esto.

AGUSTIN

Queremos dar las gracias al Lic. Oscar Ortiz, por haber aceptado dirigir esta Tesis; al Lic. Ricardo Peltier por el apoyo que nos dió durante todo el proceso de realización de este trabajo; a la Lic. Oralia Gutiérrez y al Dr. Ernesto Vanegas por sus sugerencias y comentarios, y, muy especialmente a la Sra. Laura Fujiwara de Rueda por la labor mecanográfica.

INDICE GENERAL

	Página
INTRODUCCION	I
CAPITULO 1. ECONOMETRIA	1
1.1 Definición y Método	1
1.2 Modelos Económicos	8
1.3 Aplicaciones y Limitaciones de la Econometría	29
CAPITULO 2. METODOS DE ESTIMACION	34
2.1 Mínimos Cuadrados Ordinarios	36
2.2 Modelo de Regresión Múltiple	64
2.3 Ecuaciones Simultáneas	75
2.4 Métodos de Estimación Aplicables a Modelos de Ecuaciones Simultáneas	92
2.5 Problemas de Estimación	99
CAPITULO 3. EL MODELO	106
3.1 Introducción	106

	Página
3.2 Especificación del Modelo	118
3.3 Estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)	124
3.4 Estimación por Mínimos Cuadrados Bietápicos (MC2E)	130
3.5 Estimación por Mínimos Cuadrados Trietápicos (MC3E)	132
3.6 Simulación y Validación	135
CONCLUSIONES	152
ANEXO ESTADISTICO	155
BIBLIOGRAFIA	163

"El método anti-histórico lleva al desarrollo de teóricos mañosos que saben como utilizar - las computadoras, realizar correlaciones y - regresiones masivas, pero que no saben realmente de qué lado "untar la mantequilla", que son increíblemente ignorantes acerca de los - detalles de las instituciones económicas y - que no tienen idea en absoluto de la sangre, sudor y lágrimas que han entrado en la elaboración de la economía y muy poca idea sobre - cualquier realidad que se encuentre más allá de sus datos".

KENNETH BOULDING

History of Political Economy

I N T R O D U C C I O N

I N T R O D U C C I O N

La utilización de métodos cuantitativos como instrumento de análisis de las ciencias sociales ha adquirido una creciente importancia durante las últimas décadas; dentro de ellas, es en la ciencia económica donde, indudablemente, estos métodos han alcanzado un mayor grado de desarrollo y aplicación.

La Econometría, como parte de estos instrumentos, surge como un método de investigación en economía, relativamente nuevo en nuestro país, que adquiere cada vez mayor importancia en cuanto a su aplicación como una herramienta útil en los procesos de planeación y de toma de decisiones en materia de política económica; por lo que la necesidad de considerar el conocimiento de este método como parte de la formación del estudiante y del profesional en economía es cada día mayor.

El objetivo de este trabajo es dar una visión general del método econométrico a través de la construcción de un Modelo de Demanda basado en datos de la Economía Mexicana, pensando que la mejor manera de aprender econometría es aplicándola, esto es, construyendo un modelo que nos permita recorrer todas las etapas que constituyen el proceso de la investigación econométrica.

El trabajo está dividido en tres capítulos: el primero de ellos pretende exponer de una manera breve y esquemática el concepto de econometría, de modelo econométrico, sus alcances y sus limitaciones; en el segundo capítulo se explican los diferentes métodos de estimación y se expone el análisis de regresión, tanto a nivel simple como múltiple, se examinan también los diferentes problemas de estimación que se presentan al construir un modelo econométrico; el tercer capítulo se ocupa de la estimación del modelo, su especificación y los resultados de las ecuaciones - - obtenidas a través de la aplicación de tres diferentes métodos - - de estimación (mínimos cuadrados ordinarios, bietápicos y trietápicos). Finalmente, en este último capítulo se efectuará la validación del modelo y la simulación con los tres métodos utilizados. Concluye el trabajo con un anexo estadístico que contiene - - las series históricas de los datos de las variables utilizadas - - en la construcción del modelo.

C A P I T U L O 1

E C O N O M E T R I A

1.1 Definición y Método.

Definición.

Existen numerosas definiciones que tratan de explicar lo que es la econometría; sin embargo, todas ellas coinciden en la afirmación de que es la conjugación de la teoría económica, las matemáticas y la estadística.

Etimológicamente, la econometría significa la medición de la economía; sin embargo, su campo de acción es mucho más amplio 1/. Podemos citar algunas definiciones dadas por conocidos autores que ilustran sobre esto y permiten llegar a una definición de lo que es la econometría:

"La econometría puede ser definida como la ciencia social en la que se aplican los medios de la teoría económica, matemáticas e inferencia estadística al análisis del fenómeno económico" 2/ " ... la econometría es la ciencia que trata de la determinación, por métodos estadísticos, de las leyes cuantitati-

1/ Gujarati D. Econometría Básica. Ed. McGraw-Hill Latinoamericana, S.A., 1ª. edición en español, Bogotá, 1981, p. XVII.

2/ Goldberger A. Teoría Econométrica. Ed. Tecnos, Madrid, 1970, p. 13.

vas que rigen la vida económica" 3/.

"La econometría, que es el resultado de cierta posición - sobre el papel de la economía, consiste en la aplicación de la - estadística matemática a datos económicos, para dar apoyo empíri- co a los modelos construidos por la economía matemática y para - obtener resultados numéricos" 4/.

De acuerdo a las definiciones anteriores, que por otra - parte resumen la mayoría de las definiciones existentes sobre - esta rama de la economía, podemos concluir que la econometría es la disciplina que dará contenido empírico a la teoría económica. Es decir, la teoría económica formula hipótesis generalmente de - naturaleza cualitativa, las matemáticas por su parte, dan la - expresión en forma matemática de la teoría económica, generalmen- te a través de ecuaciones sin tener en cuenta su verificación - empírica y la estadística económica proporciona los datos recolec- tados y procesados, así como los métodos necesarios para determi- nar las relaciones que existen entre las magnitudes en estudio; - por lo tanto, es la conjugación de estos tres elementos lo que - nos dará como resultado la econometría.

3/ Lange O. Introducción a la Econometría. Ed. Fondo de Cultura Económica, 1ª edición en español, México, 1978, p. 11.

4/ Tintner Gerhard. Methodology of Mathematical Economics and Econometrics, The University of Chicago Press, Chicago, 1968, p. 74; citado en: Gujarati D., Op. Cit., p. XVII.

En efecto, como afirma Ragnar Frisch en la editorial del primer número de la revista *Econométrica* en 1933: "La econometría no debe entenderse como la aplicación de las matemáticas a la economía. La experiencia ha mostrado que cada uno de estos tres puntos de vista, la estadística, la teoría económica y las matemáticas, es necesario pero no suficiente por sí mismo ... es la unión de los tres la que constituye la econometría" 5/.

Concluyendo, podríamos decir en forma abreviada que la econometría es la rama de la ciencia económica que comprueba las hipótesis planteadas por la teoría económica mediante la utilización imprescindible de las matemáticas y la estadística.

Método.

Con lo mencionado anteriormente, podemos distinguir fundamentalmente dos aspectos dentro de la econometría: uno que consiste en el estudio de las técnicas matemáticas y estadísticas utilizadas, y otro en la aplicación de estas herramientas en el análisis de los fenómenos económicos.

5/ Citado en: Koutsoyiannis A. Theory of Econometrics. The McMillan Press, LTD, 2a. ed., Londres, 1979, p. 3.

Respecto a estos dos aspectos, nos referiremos más adelante al tratar de explicar los métodos de estimación y la construcción de modelos; por ahora se explicará de manera bastante esquemática lo que podemos considerar como el método de la investigación econométrica.

Como en todo tipo de investigación, en la econometría es difícil generalizar un método que sea válido para todas ellas; sin embargo, se puede establecer un determinado proceso que necesariamente tiene que recorrer cualquier investigación econométrica para que cumpla los requisitos de un proceso cuantitativo 6/.

Las fases de este proceso las podemos enumerar de la siguiente manera: especificación, que es la fase en la que se trata de expresar matemáticamente una cierta teoría económica, es decir, el inicio de la construcción del modelo econométrico. Esta parte la definiremos más adelante en el apartado referente a las características de los modelos econométricos.

La siguiente fase es la estimación, la cual consiste en, una vez especificado el modelo, estimar los parámetros (valores numéricos) del modelo en base a datos estadísticos a través de -

6/ Barbancho G. A. Fundamentos y Posibilidades de la Econometría. Ed. Ariel, 4a. ed., Barcelona, 1976, p. 32.

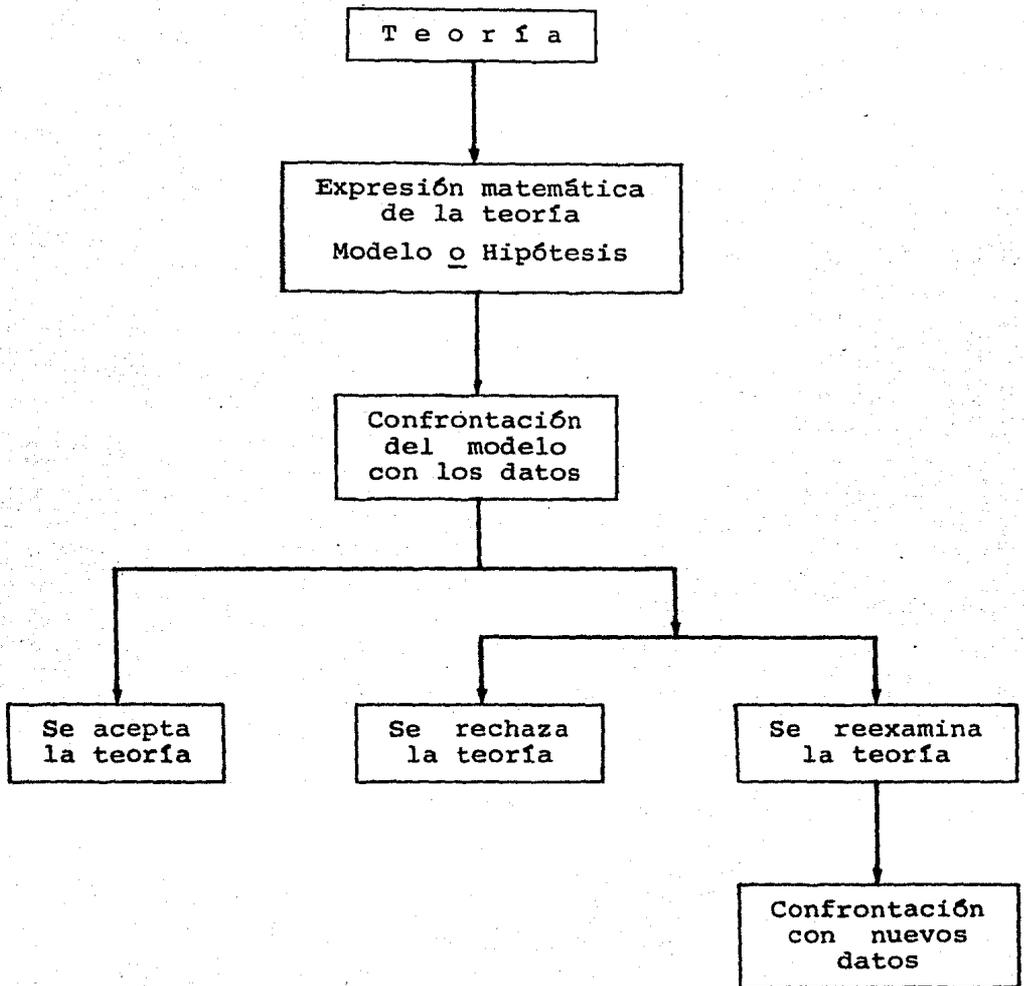
las herramientas y métodos proporcionados por las matemáticas y sobre los cuales también se hablará más adelante.

En seguida se procede a la verificación, que es la fase mediante la cual se establecen una serie de criterios que permiten concluir si los parámetros obtenidos a través de la estimación corresponden a la teoría económica que se trata de verificar.

Por último, si se trata de un modelo predictivo, se realizará la predicción para conocer los valores futuros de las variables endógenas a las que el modelo trata de explicar.

Esquemáticamente podemos resumir el proceso de investigación econométrica de la siguiente manera: 7/

7/ Koutsoyiannis A., Op. Cit., p. 5.



Para finalizar este apartado creemos conveniente apuntar - que si bien la econometría es la conjugación de la teoría económi ca, la estadística y las matemáticas, podemos afirmar que la - -

fundamentación económica teórica debe ser la base para la elaboración de cualquier modelo econométrico y que la estadística y las matemáticas no son, en cierta forma, más que un instrumento y un lenguaje que permitirá expresar lo planteado teóricamente de una manera específica.

1.2 Modelos Econométricos.

En el sentido amplio del término, un modelo lo podemos - - definir como la representación simplificada de la realidad. - - Refiriéndonos a los modelos económicos 8/ éstos son un conjunto de relaciones matemáticas que expresan una teoría económica y que no exigen necesariamente la especificación concreta de las variables ni de los datos ni aún de la forma de las relaciones 9/.

En el caso de los modelos econométricos y partiendo de lo expuesto en los apartados anteriores, es decir, tomando en cuenta que la econometría es la rama de la economía que permite la comprobación empírica de la teoría económica, podemos decir que - - éstos son modelos económicos que contienen las especificaciones - - necesarias para su aplicación empírica 10/, o sea, a través de los modelos econométricos se logra poner en evidencia las interrelaciones que existen entre variables económicas, verificando -

8/ Para una exposición amplia sobre los conceptos de modelos en las ciencias sociales véase: Dagum Camilo y Estela B. de Dagum. Introducción a la Econometría. Ed. Siglo XXI, - - 4a. ed., México, 1976.

9/ Barbancho G. A., Op. Cit., pp. 38-39.

10/ Ibid, p. 40.

en la realidad las hipótesis de la teoría económica 11/.

Para la determinación de las funciones que forman un modelo econométrico es necesario basarse en un número de observaciones y hacer uso de los métodos de información estadística, es decir, no se tratará de funciones que proporcionen resultados exactos, sino que existirá en todos ellos un error probable. El carácter estocástico constituye, pues, la esencia de los modelos econométricos; las relaciones que forman éstos nunca serán exactas, sino que existirá un término aleatorio, llamado también término de perturbación 12/.

Al momento de especificar una ecuación, es decir, de definir el comportamiento de una variable endógena en función del comportamiento de una o más variables exógenas y de realizar estimaciones una vez definida la ecuación y obtenidos sus parámetros, existirán desviaciones respecto a los valores esperados. Esta desviación es conocida con el término de perturbación o término del error estadístico. Lo que marca este término son las variables que han sido excluidas del modelo, pero que afectan de alguna manera el comportamiento de la variable endógena. Sin

11/ Herschell F. J. Introducción a la Predicción Económica. Ed. Fondo de Cultura Económica, 1a. ed., México, 1978, p. 48.

12/ Ibid, p. 109.

embargo, es imposible incluir, al construir un modelo, todas las variables que afectan a las variables endógenas por muchas razones, entre ellas, la falta de disponibilidad de datos de las variables que se están omitiendo y muchas veces la imposibilidad de cuantificar una serie de fenómenos de carácter, por ejemplo, político o psicológico que sabemos teóricamente que afectan al modelo. Podríamos decir, finalmente, que la reducción al mínimo del valor de este término de error estadístico es la finalidad de los métodos de estimación al construir un modelo econométrico.

Sobre los métodos de estimación de los parámetros de los modelos y las pruebas estadísticas nos referiremos en los apartados siguientes; por ahora se mencionarán los pasos necesarios en la construcción de los modelos, los tipos de modelos que existen y su utilización.

Construcción de Modelos Econométricos.

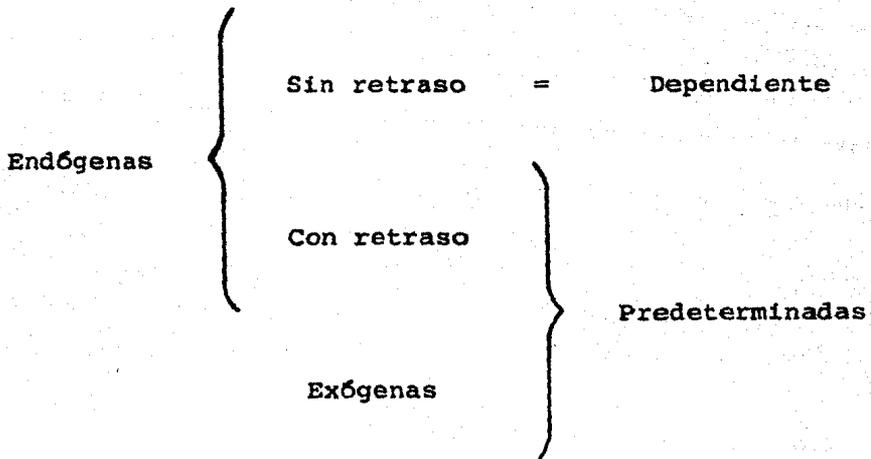
Se puede definir a los modelos econométricos, con lo expuesto anteriormente, como un conjunto de ecuaciones que representan las relaciones existentes entre variables económicas.

Entendemos por variable económica a cualquier fenómeno económico que cambia, es decir, que puede tomar diferentes valo-

res 13/.

Las variables las podemos dividir en endógenas y exógenas. Las endógenas son aquellas que deben ser explicadas dentro del modelo y las exógenas son las que explicarán el comportamiento de las primeras. Existen además, en la formulación de un modelo econométrico, otro tipo de variables, las endógenas con retraso, que son aquellas variables endógenas con valores conocidos en el período (t) de estudio.

En síntesis, tendríamos la siguiente clasificación de variables: 14/



13/ Ibid, p. 110.

14/ Ibid, p. 111.

Respecto a las ecuaciones que reflejan la manera en que las variables se relacionan y las cuales forman la estructura de los modelos, pueden clasificarse de la siguiente manera: 15/

1.) Ecuaciones de identidad. Son relaciones que siempre pueden verificarse por su construcción lógica o por tratarse de afirmaciones contables.

2.) Ecuaciones de comportamiento. Son relaciones que explican el modo de actuar de los sujetos económicos (consumidores, productores, etc.).

3.) Ecuaciones institucionales o legales. Son las que reflejan los efectos que tienen sobre la actividad económica la existencia de leyes o de un orden institucional dado.

4.) Ecuaciones técnicas o tecnológicas. Expresan las condiciones en que se lleva a cabo el proceso de producción.

Por lo que se refiere a la clasificación de los modelos ésta puede hacerse siguiendo numerosos criterios: 16/

15/ Dagum C., Op. Cit., pp. 22-28.

16/ Barbancho G. A., Op. Cit., pp. 53-60; y Dagum C., Op. Cit., pp. 187-201.

Si tomamos en cuenta el número de ecuaciones que constituyen el modelo, existen los modelos uniecuacionales y los modelos multiecuacionales, cuyo significado es evidente. Cabe señalar - que generalmente se usan los modelos multiecuacionales, ya que es muy difícil concluir que un modelo uniecuacional sea un modelo - completo.

Atendiendo a la forma de las relaciones existen dos tipos: los modelos lineales, si todas las relaciones del modelo son de - forma lineal, y los modelos no lineales, cuando una o más de las ecuaciones que constituyen el modelo tienen una forma distinta a la lineal (exponencial, logarítmica, etc.); sin embargo, son - los modelos lineales los que se usan con mayor frecuencia, ya que los métodos de cálculo para resolverlos ofrecen mayores facilidades e incluso cuando existen en el modelo relaciones no lineales se trata generalmente de linealizarlas a través de sustituciones o transformaciones matemáticas.

Otra clasificación importante es la que hace distinción - entre los modelos dinámicos y los modelos estáticos. Los modelos dinámicos son aquéllos en los que intervienen ecuaciones cuyas - variables se refieren a diferentes puntos en el tiempo, por lo - que todo modelo que incluya variables endógenas con retraso será de carácter dinámico. Los modelos estáticos, a diferencia de los dinámicos, utilizan variables referidas a un solo período de -

tiempo o no hacen referencia a ningún período de tiempo (análisis de corte transversal).

Según la cobertura del modelo, éste puede ser macroeconómico o microeconómico. Los modelos macroeconómicos utilizan agregados económicos como por ejemplo el Producto Interno Bruto, el Ingreso Nacional, la Inversión Privada, etc., mientras los modelos microeconómicos emplean variables que señalan el comportamiento individual, digamos de una empresa, de un grupo de familias, etc. Esta distinción entre modelos macro y microeconómicos puede no estar perfectamente definida, en gran número de casos, ya que muchas veces la construcción de un modelo macroeconómico se puede derivar de una serie de relaciones microeconómicas que no presentan niveles de agregación significativos.

Desde el punto de vista de la finalidad de los modelos, la clasificación puede hacerse de una manera más amplia: existen los modelos descriptivos, los modelos explicativos, los modelos predictivos y los modelos de decisión.

Los modelos descriptivos tienen el propósito de plasmar la realidad a través de relacionar variables que describen un problema específico y una situación de la economía.

Los modelos explicativos se ocupan, además de describir

una realidad, de encontrar las causas que provocan tal realidad - o situación a través de la incorporación al modelo de variables - exógenas con retraso y variables exógenas de tipo institucional - o legal.

En el caso de los modelos predictivos se pretende pronosti- car el valor futuro de las variables que conforman el modelo en - base a lo que ha venido pasando, suponiendo que las ecuaciones - estimadas en un modelo explicativo seguirán siendo válidas para - el futuro. Esto implica una restricción importante conocida como permanencia estructural 17/, lo cual supone que no habrá - - cambios estructurales en las relaciones que se están planteando - para predecir el valor futuro de estas variables.

Los modelos de decisión, podríamos afirmar, son los que - mayor importancia tendrán en el proceso de implementación de - - medidas de política económica. Estos modelos se construyen a - - través de dos tipos de variables: las variables objetivo que son variables endógenas a las que se les fija cierto valor a alcan- - zar, y las variables controlables o exógenas que son aquéllas - - sobre las que se puede actuar y decidir sus valores para lograr - los objetivos fijados. Estas variables exógenas son generalmente instrumentos de política económica, de ahí la gran importancia -

17/ Dagum C., Op. Cit., p. 199.

que tiene este tipo de modelos, pues permiten estudiar y evaluar los efectos de diferentes alternativas que puedan tener los valores de estas variables.

Etapas en la construcción de un modelo econométrico 18/.

El proceso de construcción de un modelo consta de tres - -
fases básicamente: 1.) Especificación de las ecuaciones; - - -
2.) Estimación de los coeficientes de las ecuaciones; y - - -
3.) Validación o verificación del modelo.

1.) Especificación de las ecuaciones. La primera y, - -
creemos, la más importante fase en la construcción de un modelo - -
econométrico es la de la especificación de las ecuaciones; ésta
consiste en plantear teóricamente la forma en que se relacionan - -
las variables que explican el fenómeno económico que pretende - -
abordarse al realizar la investigación econométrica. Al revisar
el proceso de especificación lo primero que debe hacerse es saber
cuáles son las variables que se van a estudiar y éstas serán las
variables endógenas; en seguida debe determinarse qué variables
influyen en el comportamiento de las endógenas, éstas pueden ser
variables endógenas en sí o ser exógenas, en el sentido de que - -

18/ Koutsoyiannis A., Op. Cit., pp. 11-30.

sus valores no serán definidos dentro del modelo sino que funcionarán como supuestos o con valores predeterminados fuera del modelo. Una vez definidas las ecuaciones, es decir, determinando qué variables exógenas influyen a las endógenas, se especificarán teóricamente a priori las expectativas en cuanto a los signos y las magnitudes aproximadas de los parámetros de la función, así como su forma matemática (lineal o no lineal); estas determinaciones a priori serán posteriormente la base para evaluar los resultados del modelo.

La especificación de un modelo econométrico debe estar basada necesariamente en un sólido conocimiento, tanto de la teoría económica como del fenómeno en estudio, ya que como afirmamos más arriba, el buen funcionamiento del modelo dependerá, en gran parte, de la buena o mala especificación y ésta estará a su vez determinada por el grado de conocimiento que se tenga de la teoría económica, aunque intervendrán además la experiencia y hasta la imaginación de los investigadores que participan en la construcción del modelo. Es mucho más importante, volvemos a insistir, el contar con un conocimiento teórico sólido que el manejo exhaustivo de todos los métodos y técnicas estadísticas, ya que al trabajar con datos numéricos, existe el peligro de caer en modelos empiristas que no permitirán profundizar en la comprensión de los fenómenos económicos y que es, al fin y al cabo, el objetivo de cualquier investigación.

Existen, sin embargo y a pesar de contar con un marco teórico bien cimentado, numerosos problemas que se pueden presentar en esta etapa de especificación del modelo. Estos problemas pueden ser los siguientes:

- a.) Omisión de una variable explicativa relevante.
- b.) Inclusión de una variable explicativa irrelevante.
- c.) Imposibilidad de cuantificar una variable importante.
- d.) Formulación matemática incorrecta de las ecuaciones.

Este tipo de problemas que pueden evidenciarse al realizar la validación del modelo son insolubles, hasta cierto punto, ya que la cuestión de la especificación va a estar fundamentada en un marco teórico particular en el que es prácticamente imposible demostrar rigurosamente la verdad; sin embargo, existen numerosos métodos estadísticos que permiten probar las propiedades de los estimadores de los parámetros y concluir si las ecuaciones están bien o mal especificadas, de acuerdo a lo esperado al iniciar la investigación.

2.) Estimación de los coeficientes de las ecuaciones.

Después de la especificación o formulación de las ecuaciones, se procederá, como segunda fase de la construcción de un modelo, a estimar o a obtener los valores numéricos estimados de los coefi-

cientes del modelo. La estimación de los parámetros es fundamentalmente técnica y se requiere del conocimiento y aplicación de numerosos métodos estadísticos. Esta etapa de estimación la podemos dividir a su vez en varios pasos, que serían:

a.) Recopilación de la información sobre las variables que intervendrán en el modelo. Para esto los datos que se utilizan pueden ser de varios tipos: series de tiempo, las cuales se refieren al comportamiento de una variable en un período a otro período de tiempo determinado; por ejemplo, los valores del PIB de 1960 a 1980 corresponderán a la serie de tiempo de las variables. Datos en corte transversal, que es otra forma de utilizar información para la estimación del modelo y se refiere al valor de ciertas variables en un punto determinado del tiempo; por ejemplo, el comportamiento de una muestra de consumidores o productores en un momento específico.

Existen además otro tipo de datos con los que se requiere trabajar y cuyos coeficientes pueden ser determinados sin contar con series de tiempo o con muestreos u otros métodos; tal es el caso de las variables institucionales o legales, como por ejemplo las variables impositivas cuyo coeficiente puede inferirse al observar las legislaciones fiscales vigentes.

Podemos mencionar aquí el caso de otras variables cuyos

valores son imposibles de determinar, pues se trata de variables incuantificables; por ejemplo, si en la investigación se está usando información del tipo de corte transversal y queremos especificar ciertas características de las variables, como sexo, profesión, religión, etc., el investigador puede introducir al modelo un tipo de variable que permitirá aproximar el valor de estas características. Estas variables se conocen como mudas o variables dummy 19/. Estas variables pueden tomar únicamente dos valores, generalmente 0 ó 1. Estos dos valores indican si la observación pertenece o no a las dos posibles categorías. Los valores numéricos de las variables dummy no pretenden reflejar rigurosamente alguna característica cualitativa de la variable, sino que únicamente sirven para identificar a cual categoría o clase de las que nos interesa distinguir pertenecen. Estas variables pueden ser de utilidad también al análisis de series de tiempo para eliminar problemas de estacionalidad o de inestabilidad en los parámetros de las ecuaciones.

b.) Identificación de las ecuaciones. Este segundo paso dentro del proceso de estimación de los parámetros es de suma importancia, pues será a través de éste como se va a determinar si las ecuaciones planteadas teóricamente son plausibles de ser

19/ Chatterjee S., y Price B. Regression Analysis by Example. Ed. John Wiley & Sons, Nueva York, 1976, pp. 74-100.

estimadas estadísticamente. La identificación de las ecuaciones se realiza cuando se trata de modelos multiecuacionales contruidos en base a un sistema de ecuaciones simultáneas, es decir, se trata de un sistema que describe la dependencia conjunta de las variables que lo forman, y consiste en determinar si cada función del sistema tiene una forma estadística única. Para establecer la identificación de las funciones existen una serie de condiciones que deben satisfacer las ecuaciones que forman el modelo; de estas condiciones y las formas de calcularlas hablaremos más adelante en el apartado correspondiente a métodos estadísticos. - - Por ahora solo diremos que este proceso de identificación es necesario realizarlo antes de estimar los coeficientes de las funciones, ya que de no estar identificadas será necesario volver a - - especificarlas, pues no existe ningún método de estimación que pueda aplicarse a estos casos 20/.

c.) Elección del método de estimación. Una vez satisfechas las condiciones de identificación de las ecuaciones se procederá a elegir el método de estimación que se crea sea el más adecuado a las características del modelo de que se trata. En este punto nos ocuparemos únicamente de enunciar los métodos que existen, ya que más adelante los trataremos de analizar de una manera más profunda.

20/ Koutsoyiannis A., Op. Cit., pp. 346-368.

La técnica que deberá aplicarse para la estimación de los parámetros depende de varios factores tales como las condiciones de la identificación de la función y la naturaleza de la relación; hay que tomar en cuenta también las propiedades de los estimadores, es decir, debemos tratar que éstos sean insegados, consistentes y eficientes. Es obvio que se elegirá el método de estimación que nos garantice en mayor medida la existencia de estas características.

Es importante además considerar al momento de elegir la técnica a utilizar, el propósito que se persigue al construir el modelo; si se trata de un modelo predictivo, la propiedad de varianza mínima es esencial para la estimación.

En otros casos el criterio utilizado para escoger el método es en base al nivel de dificultad que éste puede ofrecer en cuanto a su cálculo y aplicación; en este sentido es importante señalar que el método de mínimos cuadrados ordinarios es generalmente preferido por sus considerables ventajas.

Muchas veces, y aún habiendo hecho una cuidadosa elección del método a utilizar, al momento de aplicarlo apreciamos que no fue el método adecuado, ya que los estimadores pueden presentar numerosos defectos, por lo que será necesario volver a elegir otra técnica que proporcione los estimadores esperados. Respecto

a los problemas específicos que pueden observar los parámetros -
estimados nos ocuparemos más adelante.

Los métodos más usuales para la estimación de los coefi- -
cientes de las ecuaciones son los siguientes:

Mínimos cuadrados ordinarios o clásicos, mínimos cuadrados
en dos etapas o bietápicas, mínimos cuadrados en tres etapas o -
trietápicas, mínimos cuadrados indirectos o de forma reducida, -
método de varianza mínima, el de máxima verosimilitud con informa-
ción limitada e ilimitada y algunos otros métodos conocidos como
métodos mixtos de estimación.

Cabe señalar aquí que todos los métodos enunciados se - -
basan en el análisis de regresión, por lo que nos ocuparemos de -
su análisis en los apartados subsecuentes.

3.) Validación o verificación del modelo. Existen numero
sas formas de evaluar o verificar los estimadores que se encontra-
ron en la etapa anterior de la investigación. Estos métodos o -
criterios los podemos clasificar en tres: los criterios económi-
cos, los criterios estadísticos y los criterios econométricos.

Los primeros de ellos, los criterios económicos, están - -

determinados por la teoría económica que ha sido utilizada en la construcción del modelo y se refieren básicamente a los signos y a la magnitud de los parámetros encontrados para cada ecuación. - Es decir, si éstos son los esperados y están dentro de lo plan- - teado a priori, podemos concluir que, en este sentido, los estima- - dores son satisfactorios. Por ejemplo, si se trata de una fun- - ción de consumo planteada en términos de la teoría keynesiana, - el parámetro de la variable Ingreso debe ser de signo positivo y su valor debe oscilar entre cero y uno; de no ser así, y a menos de que existan bases para pensar y demostrar que los valores - - pueden ser diferentes a éstos, se deben rechazar los estimadores y revisar los datos o ampliar el período muestral utilizado.

Por lo que se refiere a los criterios estadísticos, los - más utilizados son: el coeficiente de determinación y el error - estandard.

El coeficiente de determinación mide la proporción o por- - centaje de la variación total en la variable dependiente, explica - da por las variaciones de las variables independientes. Este - - criterio estadístico toma valores de 0 a 1, donde se entiende que si el valor es cero no existe relación entre las variables, y si toma el valor de uno la relación que hay entre las variables es - absoluta. Los valores intermedios indican menor o mayor relación según se acerquen a 0 ó 1 respectivamente.

El error estandard o típico de la estimación indica la - - variación de los datos calculados respecto a los observados; es obvio que entre mayor sea la diferencia entre los valores obser-- vados y los estimados, menor será la significancia de los esti- - madores.

Creemos importante señalar aquí que las evaluaciones econó-- micas son, a nuestro juicio, lo más importante; es decir, pode-- mos encontrar funciones que presenten un coeficiente de determi-- nación muy cercano a la unidad y un error estandard insignifican-- te y, sin embargo, si el signo del parámetro es el contrario al - - esperado o la magnitud del coeficiente es muy diferente a lo - - planteado teóricamente, los estimadores deberán ser rechazados, - por lo que, repetimos, las pruebas estadísticas son únicamente - un soporte de las pruebas económicas.

Por lo que se refiere a los criterios econométricos o pro-- piamente dicho, las técnicas econométricas de evaluación conoci-- das también como pruebas de segundo orden, podemos decir que son pruebas de las pruebas estadísticas; esto es, aplicando estas - pruebas de segundo orden a las ecuaciones estimadas podemos - - establecer si los parámetros calculados poseen las característi-- cas de insesgados, consistentes o eficientes.

Las pruebas de segundo orden más usuales son: la prueba -

de no autocorrelación de los errores conocida como Durbin-Watson o estadístico "d". Esta prueba nos indica si los valores de los errores o término aleatorio no están autocorrelacionados, es - - decir, que el valor del error de un período no esté determinado - por los valores de los errores de los períodos anteriores.

La autocorrelación de los errores se puede explicar por - varias razones, entre ellas la omisión de variables explicativas dentro de la ecuación o una incorrecta especificación matemática de la función. La prueba "d" nos permite contrastar a través de unas tablas construidas por Durbin y Watson 21/, la hipótesis - de autocorrelación nula frente a la hipótesis de autocorrelación positiva.

Otra prueba de segundo orden comúnmente utilizada es la - conocida como prueba "F", la cual explica si las variaciones - - totales de las variables independientes explican la variación - - total de la variable dependiente. Esta prueba "F" sirve para - - probar el significado del coeficiente de determinación.

Otra práctica que es frecuentemente aplicada en la validación de modelos econométricos y que es de gran utilidad, es la de

21/ Johnston J. Métodos de Econometría. Ed. Vincens-Vives, - - 3a. edición en español, Barcelona, 1979, pp. 257-282.

simulación del modelo 22/. Esta consiste en resolver las ecuaciones del modelo utilizando los valores históricos de las variables exógenas y comparando los resultados de las endógenas con los valores históricamente observados.

Cuando el modelo contiene variables endógenas con retraso como variables explicativas, lo que se efectúa es una simulación dinámica, la cual se realiza usando como valores de las variables endógenas con retraso los valores de éstas calculados a través del modelo en lugar de sus valores observados; el comparar estas estimaciones con los valores reales de las variables que intervienen en el modelo nos puede servir como un buen marco de referencia para formarse un juicio de la consistencia y utilidad del modelo.

Otro método que también puede ser útil es el llamado análisis de multiplicadores y el cual es simplemente el resultado de dividir la variación de una variable endógena entre la variación de una variable exógena. El criterio del investigador decidirá si los multiplicadores así encontrados son razonables dentro del marco teórico antes elaborado. Por ejemplo, si lo esperado

22/ Montemayor R. "Importancia de los Modelos Econométricos". - Mimeo. Apuntes de clase. Colegio Nacional de Economistas, México, 1982.

es que un cambio en la variable exógena provoque un cambio en la variable endógena de gran importancia y, al realizar el análisis de multiplicadores, éste resulte negativo, es obvio que se rechazará la ecuación y se procederá a reestructurarla o reespecificarla.

1.3 Aplicaciones y Limitaciones de la Econometría 23/.

De acuerdo a lo que se ha expuesto a lo largo de este - - primer capítulo, podemos concluir en cuales son los usos y aplica- ciones que tiene la econometría en general y los modelos econo- - métricos concretamente.

La econometría tiene, como ya vimos, varias aplicaciones, según sea el tipo de investigación que se esté realizando o según sea el fin que persigue la investigación. Por una parte, la - - econometría puede utilizarse como una herramienta útil en el cono- cimiento de un fenómeno o una estructura económica, toda vez que la teoría que los explique pueda ser expresable en lenguaje mate- mático y se disponga de los datos y los métodos estadísticos - - adecuados; es por esto que en el campo académico son frecuente- - mente usados los modelos econométricos para probar o atacar una - determinada teoría. Por otra parte, los modelos econométricos - han tenido en los últimos años una importancia creciente como - - instrumentos de política económica; en este sentido los modelos de predicción y los modelos de decisión han llegado a tener un -

23/ Barbancho G. A., Op. Cit., pp. 193-215; y Montemayor R., Op. Cit.

gran uso incluso dentro de la toma de decisiones del sector privado.

De aquí se desprende una cuestión, a nuestro juicio muy importante, y es la de determinar hasta qué punto los modelos econométricos son de utilidad y se les puede considerar realmente como un instrumento fundamental en la implementación de decisiones 24/.

A este respecto existen numerosas críticas principalmente por el sentido que se le ha dado al uso de estos modelos y por el soporte teórico que ha sido utilizado para su construcción. Estas críticas hacia la utilidad de los modelos econométricos se basan en que la ayuda que éstos han dado como instrumentos de política económica es relativa, ya que han demostrado su incapacidad, por lo menos aparente para los críticos, en la resolución de los graves problemas que aquejan a la economía capitalista contemporánea.

En este sentido se podría pensar que tal vez la verdadera utilidad de los modelos econométricos se podría observar en una

24/ Malinvaud E. "La Econometría Frente a las Necesidades de la Política Macroeconómica". Econométrica. Vol. 49, No. 6, Chicago, Noviembre de 1981.

economía planificada donde el establecimiento de supuestos vaya más allá de una práctica especulativa, como sucede actualmente en las economías capitalistas, que es donde el uso de la econometría se ha extendido notablemente. Será tal vez en ese tipo de economías donde los modelos econométricos sirven verdaderamente como herramientas útiles en la toma de decisiones para la implementación de acciones de política económica.

Además de este problema que consideramos fundamental, se presentan en el proceso de investigación econométrica numerosos problemas que limitan el uso generalizado de los modelos; entre ellos podemos mencionar los problemas de especificación, ya que, como decíamos antes, es aquí donde está la base de la utilidad o inutilidad del modelo; sin embargo, al no existir en la ciencia económica, como en toda ciencia social, una teoría que se pueda considerar como verdadera, más aún, existen en general numerosas controversias en cuanto a la interpretación de todos los fenómenos económicos. Esta incapacidad de demostrar la verdad acarrea numerosos problemas de especificación, desde la determinación de cuales deben ser las variables exógenas y cuales las variables endógenas (causa-efecto), hasta la omisión o la inclusión de variables que no explican lo que se pretende.

Otros problemas importantes son los que se presentan en la etapa de estimación del modelo, es decir, los problemas de auto--

correlación de errores y multicolinealidad principalmente, los -
cuales mencionaremos en el siguiente capítulo, y que son proble--
mas que darán carácter de incertidumbre a cualquier resultado - -
econométrico. A este respecto podemos decir también que existen
áreas donde la falta de herramientas matemáticas implican una - -
limitación para modelar ciertos aspectos de la economía.

Existen otros problemas que podemos llamar de tipo prácti--
co y que obstaculizan en cierto momento la investigación economé--
trica; entre ellos podemos señalar la falta de información o la
inexactitud de los datos. En el caso concreto de México, este -
problema se agudiza y encontramos que existen numerosas y graves
deficiencias en los sistemas de medición y recopilación de infor--
mación, lo que causa serios problemas para la integración y homo--
genización de series históricas confiables o cortes transversales
completos; en este sentido cualquier intento de investigación -
econométrica en México se enfrenta con este grave problema que -
requiere de un gran esfuerzo para ser superado.

Otro problema de este tipo es el que se refiere a las - -
variables no observables o incuantificables a las que nos habia--
mos referido en apartados anteriores; al respecto podemos seña--
lar que el intento por aproximarse a establecer valores para - -
estas variables puede tener como consecuencia numerosas imperfec--
ciones en los resultados del modelo.

Por todo lo anterior, podemos concluir que si bien, la - -
construcción y la utilización de modelos econométricos presenta -
numerosos problemas y limitaciones, creemos que en la medida en -
que se esté consciente de ellos se pueden aprovechar y obtener -
resultados satisfactorios con su aplicación.

C A P I T U L O 2

METODOS DE ESTIMACION

2. METODOS DE ESTIMACION 1/

Como se mencionó en el primer capítulo y con el afán de ser más explícitos, se hará alusión nuevamente a la definición de econometría para continuar con el desarrollo del tema concerniente a este apartado.

La econometría es la parte de la ciencia económica que utiliza instrumentos matemáticos y estadísticos para analizar los fenómenos económicos, ofreciendo un contenido empírico a la teoría económica. La preocupación fundamental de la econometría reside en la medición cuantitativa, la predicción de los fenómenos económicos y la comprobación de las hipótesis relacionadas con los mismos. El instrumento estadístico que más se usa para

1/ Para la realización de este Capítulo se consultaron básicamente los siguientes textos:

Gujarati D. Econometría Básica. Ed. McGraw-Hill Latinoamericana, S.A., 1a. edición en español, Bogotá, 1981.

Johnston J. Métodos de Econometría. Ed. Vincens-Vives, 3a. edición en español, Barcelona, 1979.

Koutsoyiannis A. Theory of Econometrics. The McMillan Press, LTD, 2a. ed., Londres, 1979.

Teh-Wei-Hu. Econometría: Un análisis introductorio. Ed. Fondo de Cultura Económica, 1a. edición en español, México, 1979.

medir las relaciones económicas es el análisis de regresión, - -
siendo el principal interés del econometrista la estimación de - -
las funciones de regresión de la manera más precisa posible.

Se ofrecerá una explicación de los métodos econométricos -
lo más general y simple posible, quedándose en un carácter intro-
ductorio a la econometría, siendo el objetivo principal entender
y utilizar la econometría aún sin tener sólidos conocimientos de
álgebra matricial.

El apartado se ha dividido en cinco subtemas, los cuales -
serán expuestos de la siguiente manera: en los dos primeros se -
expondrán los modelos de dos y tres variables junto con su respec-
tiva inferencia estadística y con el estimador de mínimos cuadra-
dos ordinarios; en el tercer subtema se tratarán los modelos de
ecuaciones simultáneas con sus conceptos básicos y el problema -
de identificación; en el cuarto subtema se enunciarán los - -
métodos de estimación aplicables a modelos de ecuaciones simultá-
neas, para concluir en el quinto subtema con la explicación de -
los problemas de estimación con los que comúnmente se enfrentará
el investigador.

2.1 Mínimos Cuadrados Ordinarios.

En economía, la relación más simple es la de dos variables:

$$Y = \alpha + \beta X \quad (2.1)$$

donde α representa la intersección y β la pendiente de la función. A estos parámetros se les denomina coeficientes de regresión.

Es de suma importancia tomar en cuenta que en las relaciones económicas las observaciones no caen exactamente sobre la recta; es por esto que se introduce una variación al azar o término de error u que viene a representar la parte no explicada dentro de una relación. Las justificaciones para la inclusión de un término de error en la ecuación son las siguientes:

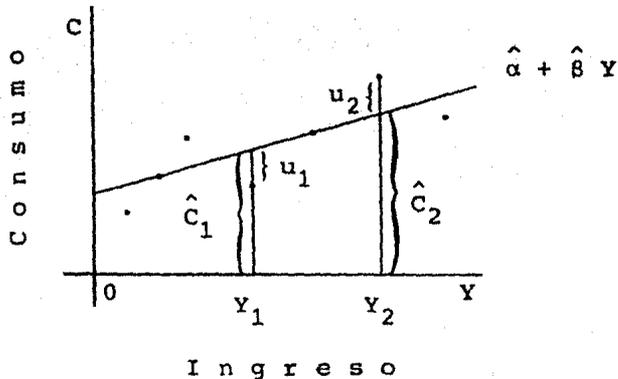
- a.) Se puede cometer un error de muestreo.
- b.) Es posible tener errores de especificación.
- c.) Los datos que se obtienen pueden tener errores de medida.

Lo anterior se puede ejemplificar de la siguiente manera:

$$C = \alpha + \beta Y + u \quad (2.2)$$

es una ecuación de consumo familiar, en donde éste depende del ingreso. El error de muestreo se puede dar si en la muestra elegida al azar es predominante el número de observaciones de, por ejemplo, familias pobres. En lo que respecta a la segunda justificación, no siempre es posible incluir todas las variables importantes en la relación funcional; en este ejemplo se omiten gustos de los consumidores, crédito, tasas de interés, etc. Como se notará, algunas variables son cuantificables y otras no; lo importante es que los efectos de estas variables omitidas en la ecuación se representan mediante el término de error u . La tercera justificación se debe a que la información, tanto de consumo como de ingreso, puede no ser exacta.

Si la ecuación (2.2) tiene alguna de estas tres fuentes de error, se justifica la inclusión de un término de error. Gráficamente:



Antes de pasar a explicar el estimador de mínimos cuadrados es de suma importancia mencionar los supuestos sobre la distribución de probabilidad del término de error:

1.) El valor esperado del término de error es 0; es decir:

$$E(u_i) = 0$$

para $i = 1, 2 \dots n$

donde i es la i ésima observación muestral de tamaño n .

2.) Otro supuesto es el de considerar que la varianza del término error es constante; es decir:

$$V(u_i) = E[u_i - E(u_i)]^2 = E(u_i)^2 = \sigma^2$$

para $i = 1, 2 \dots n$

3.) Se supone que los valores del término de error no están correlacionados entre sí; es decir:

$$\text{cov} = (u_i, u_j) = E[u_i - E(u_i)][u_j - E(u_j)]$$

$$= E(u_i u_j) = 0$$

para $i \neq j$ $i, j = 1, 2 \dots n$

donde i y j son dos observaciones diferentes y donde cov -
significa covarianza.

4.) Por último, se supone que las variables explicativas
de X son constantes, que pueden ser obtenidas en muestreos repe-
tidos. Consecuentemente, las X no están correlacionadas con -
el término de error; es decir:

$$E (X_i u_i) = 0$$

para $i = 1, 2 \dots n$

"Este supuesto se cumple si X no es aleatoria o estocás-
tica y si el supuesto 1 se mantiene (en este caso - - - - -
 $cov (u_i, X_i) = [X_i - E (X_i)] E [u_i - E (u_i)] = 0$); ahora bien, -
dado que la mayor parte de la teoría de este texto relativo a - -
regresiones uniecuacionales se basa en el supuesto de que las - -
variables X son no estocásticas, el supuesto 4 no es tan críti-
co. Se menciona aquí con el solo propósito de enfatizar el - -
hecho de que aún siendo las X 's aleatorias, es decir, estocásti-
cas, la teoría de regresión sigue siendo válida con tal de que -
las mencionadas X 's sean independientes o al menos no estén - -
correlacionadas con las perturbaciones u_j " 2/.

2/ Gujarati D., Op. Cit., p. 32.

Respecto al estimador de mínimos cuadrados, dado un conjunto de n observaciones en dos variables Y y X ,

$$(Y_1, Y_2, \dots, Y_n)$$

$$(X_1, X_2, \dots, X_n)$$

se desea estimar la relación entre Y y X a partir de las observaciones de la muestra mencionada, de tal forma que:

$$\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_1 \quad (2.3)$$

donde $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ son estimaciones de los parámetros desconocidos α y β , y donde \hat{Y} es el valor estimado de Y . Las desviaciones entre los valores observados y estimados de Y son llamados residuales e .

$$e = Y - \hat{Y} \quad (2.4)$$

EL PRINCIPIO DE MINIMOS CUADRADOS CONSISTE EN LA ELECCION DE LOS VALORES $\hat{\alpha}$ Y $\hat{\beta}$ QUE MINIMIZAN LA SUMA DE DESVIACIONES CUADRADAS ENTRE LOS VALORES OBSERVADOS Y ESTIMADOS DE

$$Y, \sum_{i=1}^n e^2$$

Consecuentemente, la ecuación estimada será la curva ajustada de acuerdo con el criterio de mínimos cuadrados:

$$\Sigma e^2 = \Sigma (Y_i - \hat{Y}_i)^2 = \Sigma (Y_i - \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_i)^2$$

donde $i = 1, 2 \dots n$

Una condición necesaria para minimizar Σe^2 es que las derivadas parciales de la suma con respecto a $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ deberán ser iguales a cero:

$$(1) \quad \frac{\partial}{\partial \alpha} \Sigma e_i^2 = - 2 \Sigma (Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} X_i) = 0$$

$$(2) \quad \frac{\partial}{\partial \beta} \Sigma e_i^2 = - 2 \Sigma X_i (Y_i - \hat{\alpha} - \hat{\beta} X_i) = 0$$

Simplificando:

$$(1) \quad - 2 \Sigma Y_i + 2 \Sigma \hat{\alpha} + 2 \Sigma \hat{\beta} X_i = 0$$

$$2 \Sigma Y_i = 2 (\Sigma \hat{\alpha} + \Sigma \hat{\beta} X_i)$$

$$\Sigma Y_i = \frac{\Sigma (\Sigma \hat{\alpha} + \Sigma \hat{\beta} X_i)}{2}$$

$$\Sigma Y_i = n \hat{\alpha} + \Sigma \hat{\beta} X_i$$

$$(2) \quad - 2 \sum X_i Y_i + 2 \sum X_i \hat{\alpha} + 2 \hat{\beta} \sum X_i^2 = 0$$

$$2 \sum X_i Y_i = 2 \sum X_i \hat{\alpha} + 2 \hat{\beta} \sum X_i^2$$

$$\sum X_i Y_i = \frac{\sum X_i \hat{\alpha} + \hat{\beta} \sum X_i^2}{2}$$

$$\sum X_i Y_i = \hat{\alpha} \sum X_i + \hat{\beta} \sum X_i^2$$

llegamos a las ecuaciones normales

$$\sum Y_i = n \hat{\alpha} + \hat{\beta} \sum X_i \quad (2.5)$$

$$\sum X_i Y_i = \hat{\alpha} \sum X_i + \hat{\beta} \sum X_i^2 \quad (2.6)$$

Con los valores observados de X_i y Y_i , se tiene un sistema de dos ecuaciones simultáneas que puede resolverse con respecto a $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$

$$\hat{\beta} = \frac{n \sum Y X - \sum X \sum Y}{n \sum X^2 - (\sum X)^2} \quad (2.7)$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\sum X^2 \sum Y - \sum X \sum Y X}{n \sum X^2 - (\sum X)^2}$$

$$= \bar{Y} - \hat{\beta} \bar{X} \quad (2.8)$$

El último paso puede obtenerse al manipular algebráicamente (2.5) al dividirla por n , donde:

$$\bar{Y} = \frac{1}{n} \sum Y_i \quad \text{y} \quad \bar{X} = \frac{1}{n} \sum X_i$$

Un modo alternativo para solucionar $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ es mediante la utilización de las desviaciones de la media de X y Y ; - - es decir:

$$\begin{aligned} x_i &= X_i - \bar{X} & y_i &= Y_i - \bar{Y} \\ \hat{y}_i &= \hat{Y}_i - \hat{\bar{Y}} = \hat{Y}_i - \bar{Y} \end{aligned}$$

La sustitución de la ecuación (2.8) en la ecuación (2.6) - y la reformulación de ésta, proporciona lo siguiente:

$$\begin{aligned} \sum Y_i X_i &= (\bar{Y} - \hat{\beta} \bar{X}) \sum X_i + \hat{\beta} \sum X_i^2 \\ \hat{\beta} \sum X_i^2 - \hat{\beta} \bar{X} \sum X_i &= \sum Y_i X_i - \bar{Y} \sum X_i \\ \hat{\beta} \left(\sum X_i^2 - \bar{X} n \frac{\sum X_i}{n} \right) &= \sum Y_i X_i - \bar{Y} n \frac{\sum X_i}{n} \\ \hat{\beta} (\sum X_i^2 - n \bar{X}^2) &= \sum Y_i X_i - n \bar{Y} \bar{X} \\ \hat{\beta} &= \frac{\sum Y_i X_i - n \bar{Y} \bar{X}}{\sum X_i^2 - n \bar{X}^2} \end{aligned}$$

Haciendo la manipulación algebraica llegamos a:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum x_i y_i}{\sum x_i^2} \quad (2.9)$$

Es así como llegamos a los estimadores mínimo cuadráticos, teniendo las siguientes características:

a.) Están expresados en términos de cantidades observables (muestra).

b.) Son estimadores puntuales; esto es, dada la muestra, cada estimador proporcionará un solo valor o punto del parámetro poblacional relevante.

Hay un número de propiedades algebraicas en relación a:

$$\sum Y_i, \quad \sum \hat{Y}_i \quad y \quad \sum e_i$$

y son las siguientes:

1.) La suma de las \hat{Y} es igual a la suma de las Y :

$$\sum \hat{Y}_i = \sum Y_i \quad (2.10)$$

2.) La suma de los residuos es 0:

$$\Sigma e_i = \Sigma (Y_i - \hat{Y}_i) \quad (2.11)$$

3.) La suma de los productos cruzados de la variable explicativa X y los residuos es igual a 0:

$$\Sigma X_i e_i = 0 \quad (2.12)$$

4.) La suma de los productos cruzados del valor estimado de Y y los residuos es también igual a 0:

$$\Sigma \hat{Y}_i e_i = 0 \quad (2.13)$$

5.) La suma de las Y al cuadrado es igual a la suma de las \hat{Y} al cuadrado más la suma de los residuos al cuadrado:

$$\Sigma Y_i^2 = \Sigma \hat{Y}_i^2 + \Sigma e_i^2 \quad (2.14)$$

A partir de la ecuación (2.14) también es verdad que:

$$\Sigma y^2 = \Sigma \hat{y}^2 + \Sigma e^2$$

C U A D R O 1

EJEMPLO NUMERICO DE LA ESTIMACION DE MINIMOS CUADRADOS
(Miles de Millones de Pesos)

Ingreso Nacional Disponible = Y

Tiempo = X

Años	Y	X	Y X	X ²	Y - \bar{Y} y	y ²	X - \bar{X} x	y x	x ²
1960	672.9	1	672.9	1	- 89.48	8006.67	- 2	178.96	4
1961	706.8	2	1413.6	4	- 55.58	3089.14	- 1	55.58	1
1962	740.9	3	2222.7	9	- 21.48	461.39	0	0	0
1963	795.5	4	3182.0	16	33.12	1096.93	1	33.12	1
1964	895.8	5	4479.0	25	133.42	17800.90	2	266.84	4
	3811.9	15	11970.2	55		30455.03		534.50	10

\hat{Y}	e	X e	$\hat{Y} e$	Y ²	\hat{Y}^2	e ²	Años
655.48	17.42	17.42	11418.5	452794.4	429654.0	303.5	1960
708.93	- 2.13	- 4.26	- 1510.0	499566.2	502581.7	4.5	1961
762.38	- 21.48	- 64.44	- 16375.9	548932.8	581223.3	461.4	1962
815.83	- 20.33	- 81.32	- 16585.8	632820.3	665578.6	413.3	1963
869.28	26.52	132.60	23053.3	802457.6	755647.7	703.3	1964
3811.90	0	0	0	2936571.3	2934685.3	1886.0	

FUENTE: Banco de México, Producto Interno Bruto y Gasto, México, 1976.

$$\begin{array}{lll} n = 5 & \bar{Y} = 762.38 & \bar{X} = 3 \\ \Sigma Y X = 11970.2 & \Sigma Y = 3811.9 & \Sigma X = 15 \\ \Sigma X^2 = 55 & \Sigma x y = 534.5 & \Sigma x^2 = 10 \end{array}$$

De las ecuaciones (2.7) y (2.8):

$$\begin{aligned} \hat{\beta} &= \frac{5 (11970.2) - (3811.9) (15)}{5 (55) - (225)} = \frac{59851 - 57178.5}{275 - 225} \\ &= \frac{2672.5}{50} = 53.45 \end{aligned}$$

$$\hat{\alpha} = 762.38 - 53.45 (3) = 602.03$$

La relación estimada se escribe:

$$\hat{Y} = 602.03 + 53.45 X$$

Usando las desviaciones de la media y aplicando las ecuaciones (2.8) y (2.9), llegamos a los mismos resultados:

$$\hat{\beta} = \frac{534.5}{10} = 53.45$$

Las propiedades algebraicas también pueden ser comprobadas:

1.) La suma de las $\hat{Y} = Y$

$$\hat{Y} = 3811.9 \quad Y = 3811.9$$

2.) La suma de los residuos es cero, como se podrá comprobar en el Cuadro 1.

3.) La suma de X e es igual a cero (Ver Cuadro 1).

4.) La suma de \hat{Y} e es igual a cero (Ver Cuadro 1).

5.) La suma de las Y al cuadrado es igual a la suma de la \hat{Y} al cuadrado más la suma de los residuos e al cuadrado:

$$2936571.3 = 2934685.3 + 1886.0$$

$$\Sigma Y_i^2 = \Sigma \hat{Y}_i^2 + \Sigma e_i^2$$

INFERENCIA ESTADISTICA EN EL MODELO DE REGRESION

Estimación del error estándar del estimado y del error estándar del coeficiente.

De las ecuaciones (2.8) y (2.9) se deduce que los estimados son en función de los datos, y puesto que los datos cambian fácilmente de una muestra a otra, los estimadores también cambian por consiguiente; esto hace necesaria alguna medida de "confiabilidad" de los estimadores $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$. En estadística, la precisión de un estimador se mide por su error estándar (σ). Los errores estándar de los estimadores de MCO se pueden obtener de la siguiente manera:

$$\text{var} (\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2} \quad (2.15)$$

$$\text{es} (\hat{\beta}) = \frac{\sigma}{\sqrt{\sum x_i^2}} \quad (2.16)$$

$$\text{var} (\hat{\alpha}) = \frac{\sum X_i^2}{N \sum x_i^2} \sigma^2 \quad (2.17)$$

$$\text{es} (\hat{\alpha}) = \sqrt{\frac{\sum X_i^2}{N \sum x_i^2}} \sigma \quad (2.18)$$

donde var = varianza; es = error estándar y donde σ^2 es la varianza homocedástica de u_i por el supuesto dos.

Todas las cantidades de las últimas ecuaciones pueden estimarse a partir de los datos, con excepción de σ^2 , la cual es estimada mediante la siguiente fórmula:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum e_i^2}{N - 2} \quad (2.19)$$

donde $\hat{\sigma}^2$ (+) es el estimado de MCO del parámetro verdadero - - pero desconocido, $N - 2$ se conoce con el nombre de número de - - grados de libertad g. de l. (++) y donde $\sum e_i^2$ es la suma de los residuos al cuadrado.

(+) A la raíz cuadrada de $\hat{\sigma}^2$ se le denomina error estándar - - estimado y es frecuente que se denote como eee.

(++) El término grados de libertad es igual al número total de - - observaciones en la muestra (N) menos el número de - - parámetros estimados. En una regresión de dos variables se tendrán $N - 2$ g. de l., y para un modelo con K variables, se tendrán $N - K$ g. de l.

Al usar el ejemplo numérico, se pueden estimar las ecuaciones anteriores:

$$\hat{\sigma}^2 = \frac{\sum e_i^2}{N - 2} = \frac{1886}{3} = 628.66$$

$$\sigma \text{ eee} = \sqrt{\frac{\sum e_i^2}{N - 2}} = \sqrt{\frac{1886}{3}} = 25.073$$

$$\text{var}(\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2} = \frac{628.66}{10} = 62.866$$

$$\text{es}(\hat{\beta}) = \frac{\sigma}{\sqrt{\sum x_i^2}} = \frac{25.073}{3.162} = 7.929$$

$$\text{var}(\hat{\alpha}) = \frac{\sum X^2}{N \sum x_i^2} \sigma^2 = \frac{55}{5(10)} 628.66 = 691.526$$

$$\text{es}(\hat{\alpha}) = \sqrt{\frac{\sum X^2}{N \sum x_i^2}} \sigma = \sqrt{\frac{55}{5(10)}} 25.073 = 26.297$$

Estimación de intervalos de confianza y prueba t.

Para poder estimar intervalos de confianza es necesario - conocer la forma de la distribución del término de error. En el modelo de regresión, en la mayoría de los casos, se supone que el término de error tiene una distribución normal. Existen varias - razones que explican el supuesto de normalidad:

1.) u_i representa la influencia de una gran cantidad de variables que no se incluyen en el modelo de regresión; estas - variables omitidas ejercen poca influencia. En base al teorema - del límite central de la estadística, es posible demostrar que, - si existe un gran número de variables aleatorias, independientes e idénticamente distribuidas, entonces la distribución de su suma tiende a una distribución normal a medida que el número de variables aumenta indefinidamente.

2.) Una variante del teorema del límite central es que, - aunque el número de variables no sea muy grande, o si estas variables no son estrictamente independientes, su suma puede estar - - normalmente distribuida.

3.) Bajo el supuesto de normalidad, las distribuciones de probabilidad de los estimadores de MCO pueden obtenerse fácilmente.

te, en razón de que una propiedad de la distribución normal es la de que una función de variables normalmente distribuidas está - - también normalmente distribuida.

4.) La distribución normal es una distribución comparativamente simple que involucra sólo dos parámetros: media y varian
za.

Así, en base al supuesto de normalidad, los estimadores -
 α , β y σ^2 poseen las siguientes propiedades estadísticas:

1.) Son insesgados.

2.) Tienen varianza mínima. Cuando son insesgados y de -
varianza mínima se dice que son estimadores eficientes.

3.) Son consistentes, o sea que a medida que aumenta el -
tamaño de la muestra, los estimadores convergen al valor poblacion
nal verdadero.

4.) α está normalmente distribuida con:

$$\text{Media : } E (\hat{\alpha}) = \alpha$$

$$\text{var} (\hat{\alpha}) = \frac{\sum X^2}{N \sum x_i^2} \sigma^2$$

5.) β está normalmente distribuida con:

$$\text{Media : } E (\hat{\beta}) = \beta$$

$$\text{var} (\hat{\beta}) = \frac{\sigma^2}{\sum x_i^2}$$

Aclarando lo anterior de manera muy general, la construcción de los intervalos de confianza y la prueba t son de la siguiente manera: bajo el supuesto de normalidad para u_i , α y β de MCO con medias y varianzas dadas, parece entonces que podemos usar la distribución normal para hacer afirmaciones probabilísticas acerca de los parámetros, siempre que la varianza poblacional verdadera σ^2 se conozca. Sin embargo, σ^2 rara vez se conoce y en la práctica se determina con el estimador insesgado $\hat{\sigma}^2$, por lo que comúnmente se usa la distribución t con $n - 2$ g. de l., de tal forma que:

$$t = \frac{\hat{\beta} - \beta}{\text{es} (\hat{\beta})} = \frac{(\hat{\beta} - \beta)}{\hat{\sigma}} \sqrt{\sum x_i^2}$$

$$t = \frac{\hat{\beta}}{\text{es} \hat{\beta}} \quad (2.20)$$

$$t = \frac{\hat{\alpha} - \alpha}{\text{es}(\hat{\alpha})} = \frac{(\hat{\alpha} - \alpha) \sqrt{N \sum x_i^2}}{\sigma \sqrt{\sum x_i^2}}$$

$$t = \frac{\hat{\alpha}}{\text{es} \hat{\alpha}} \quad (2.21)$$

El enfoque común en la prueba t de los coeficientes de regresión es la suposición de que $\beta = 0$. Este supuesto implica que una variable con coeficiente cero en una ecuación no tiene ningún peso en la explicación de la variación de la variable dependiente; por consiguiente, también puede ser omitida. El enfoque en la prueba de los coeficientes de regresión es la determinación de (2.20) y (2.21), conocidos como la razón de t , con la hipótesis nula $\beta = 0$ y $\alpha = 0$. Una elevada razón de t tiende a rechazar las hipótesis $\alpha = 0$ y $\beta = 0$.

En el ejemplo numérico, el valor t para una prueba de dos colas a un nivel de confianza del 95% es el siguiente:

Para α : $H_0 : \alpha = 0$

$$H_1 : \alpha \neq 0$$

$$t = \frac{\hat{\alpha}}{\text{es}(\hat{\alpha})} = \frac{602.03}{26.297} = 22.893$$

$$t_{\alpha/2} = t_{.05/2} = t_{.025} = 3.182$$

n - k 3 g. l. 3 g. l.
g. l.

t observada > t crítica, por consiguiente se rechaza H_0 .

Para β : $H_0 : \beta = 0$

$$H_1 : \beta \neq 0$$

$$t = \frac{\hat{\beta}}{es(\hat{\beta})} = \frac{53.45}{7.928} = 6.741$$

$$t \text{ crítica} = 3.182$$

3 g. l.

t observada > t crítica, por consiguiente se rechaza H_0 y se concluye que T (tiempo) en nuestro ejemplo es una variable estadísticamente significativa en la explicación de la variación de YND.

En lo que concierne a la construcción de los intervalos de confianza, la estimación de éstos para cualquier coeficiente, por ejemplo a un 95%, indica que en muestras repetidas habrá una tendencia a incluir el verdadero valor del coeficiente en el intervalo un 95% de las ocasiones. La elección del nivel de

confianza es arbitraria; en econometría la que más a menudo se utiliza es la del 95%. Para niveles de confianza más pequeños el valor de t será más pequeño y para niveles más altos el valor de t será mayor.

La fórmula para la estimación del intervalo de confianza para α es:

$$\text{Pr} \left[\hat{\alpha} - t_{\alpha/2, n-k} \sqrt{\frac{\sum X^2}{N \sum x_i^2}} \sigma < \alpha < \hat{\alpha} + t_{\alpha/2, n-k} \sqrt{\frac{\sum X^2}{N \sum x_i^2}} \sigma \right] = 1 - \alpha$$

g. l. g. l.

En base a nuestro ejemplo numérico:

$$\text{Pr} [602.03 - 3.182 (26.297) < \alpha < 602.03 + 3.182 (26.297)] = 95\%$$

$$\text{Pr} [602.03 - 83.677 < \alpha < 602.03 + 83.677] = 95\%$$

$$\text{Pr} [518.36 < \alpha < 685.7] = 95\%$$

Así, en repetidos experimentos muestrales un intervalo de confianza de 95%, en 95 de cada 100 veces intervalos tales como (518.36, 685.7) deberán contener el verdadero parámetro α .

En lo que respecta a β la fórmula para la estimación de su intervalo es:

$$\text{Pr} \left[\hat{\beta} - t_{\alpha/2} \left(\frac{\sigma}{\sqrt{\sum x_i^2}} \right) < \beta < \hat{\beta} + t_{\alpha/2} \left(\frac{\sigma}{\sqrt{\sum x_i^2}} \right) \right] = 1 - \alpha$$

n - k
g. l.

En el ejemplo numérico:

$$\text{Pr} [53.45 - 3.182 (7.929) < \beta < 53.45 + 3.182 (7.929)] = 95\%$$

$$\text{Pr} [53.45 - 25.230 < \beta < 53.45 + 25.230] = 95\%$$

$$\text{Pr} [28.22 < \beta < 78.68] = 95\%$$

Coefficiente de determinación y coeficiente de correlación.

Aquí se tratará de encontrar en qué medida se ajusta la línea de regresión muestral a los datos; esto es, la bondad del ajuste de la línea de regresión ajustada al conjunto de datos. Si todas las observaciones coincidieran con la línea de regresión se obtendría un ajuste perfecto, pero esto casi nunca ocurre; generalmente hay algunos e_i positivos y otros negativos, con el deseo de que los residuos localizados alrededor de la línea de regresión sean lo más pequeños posible. El coeficiente de determinación r^2 (caso de dos variables) o R^2 (regresión múltiple) es una medida resumen que nos dice que tan exactamente la

línea de regresión muestral se ajusta a los datos.

La fórmula para calcularse es:

$$r^2 = \frac{\sum \hat{y}^2}{\sum y_i^2} = \frac{\sum (\hat{Y} - \bar{Y})^2}{\sum (Y - \bar{Y})^2}$$

6

$$r^2 = 1 - \frac{\sum e_i^2}{\sum y_i^2} \quad (2.22)$$

r^2 se conoce como el coeficiente de determinación y es ampliamente utilizado como una medida de la bondad de ajuste de una línea de regresión. Esto es, r^2 mide la proporción o porcentaje de la variación total en Y explicada por el modelo de regresión. Sus propiedades más importantes son:

1.) Es una cantidad no negativa.

2.) Sus límites son $0 \leq r^2 \leq 1$. Un r^2 de 1 quiere decir ajuste perfecto, mientras que un r^2 de 0 quiere decir que no hay relación entre la variable dependiente y las variables explicativas.

Una cantidad muy relacionada con r^2 pero conceptualmente diferente es el coeficiente de correlación, que es una medida del grado de asociación entre dos variables.

Su fórmula es:

$$r = \frac{\sum x_i y_i}{\sqrt{(\sum x_i^2) (\sum y_i^2)}} \quad (2.23)$$

Algunas de las propiedades de r son:

1.) Puede ser positivo o negativo; el signo dependerá del numerador que mide la covariación de las dos variables.

2.) Estará entre los límites de -1 y 1 ; esto es $-1 \leq r \leq 1$.

3.) Es de naturaleza simétrica; esto es, el coeficiente de correlación entre X y Y es igual al coeficiente de correlación entre Y y X .

4.) Es independiente del origen y la escala; es decir, si definimos $X' = \alpha X + c$ y $Y' = \beta Y + d$, donde $\alpha > 0$, $\beta > 0$ y c y d son constantes, el r entre X' y Y' es

igual al r entre X y Y .

5.) Si X y Y son estadísticamente independientes, el coeficiente de correlación entre ellas es cero; pero si $r = 0$, esto no quiere decir que las dos variables sean independientes. En otras palabras, correlación cero no implica necesariamente independencia.

6.) Es una medida de asociación lineal o dependencia lineal únicamente y no tiene sentido utilizarlo para describir relaciones no lineales.

En la regresión, el r^2 es una medida más significativa que r debido a que nos da la proporción de la variación en la variable dependiente explicada por las variables explicativas y, por lo tanto, proporciona una medida global del alcance que tiene la variación en una variable sobre la variación en otra.

Para probar el significado de r^2 se puede hacer uso de la prueba F , la cual está concebida para probar la significación de todas las variables o de un conjunto de variables en la ecuación. Sin embargo, en el caso de dos variables, la prueba F es usada para probar la variable explicativa sencilla, y al mismo tiempo, equivale a probar la significación de r^2 .

TABLA DE ANALISIS DE VARIANZA

Fuente de Variación	Suma de Cuadrados	Grados de Libertad	
Variable Independiente	$\Sigma \hat{y}_i^2$	$k - 1$	$\Sigma \hat{y}_i^2 / k - 1$
Residuos	Σe_i^2	$n - k$	$\Sigma e_i^2 / n - k$
Total	Σy_i^2		

$$F = \frac{\Sigma \hat{y}_i^2 / k - 1}{\Sigma e_i^2 / n - k} \quad (2.24)$$

En el ejemplo numérico:

$$r^2 = 1 - \frac{\Sigma e_i^2}{\Sigma y_i^2} = 1 - \frac{1886}{30455} = .9387257$$

$$r = \frac{\Sigma x_i y_i}{\sqrt{(\Sigma x_i^2) (\Sigma y_i^2)}} = \frac{534.5}{\sqrt{(10) (30455)}} = \frac{534.5}{551.86} = .96854274$$

$$F = \frac{\sum \hat{y}_i^2 / k - 1}{\sum e_i^2 / n - k} = \frac{28569 / 2 - 1}{1886 / 5 - 2} = \frac{28569}{628.7} = 45.44$$

$$H_0 : \alpha = \beta = 0$$

$$H_1 : \alpha \neq \beta \neq 0$$

si F observada $>$ F crítica, entonces se rechaza H_0 . En este ejemplo, F observada = 45.44, F crítica (1, 3) al 95% = 10.1, entonces 45.44 $>$ 10.1 y se rechaza H_0 .

2.2 Modelo de Regresión Múltiple.

Estimación del modelo de tres variables.

En el subcapítulo anterior explicamos el modelo de regresión simple, en el que la variable dependiente Y está en función de una sola variable explicativa o independiente. En el ejemplo de consumo-ingreso se expone que solo el ingreso afecta al consumo, pero la teoría económica rara vez es tan simple, pues además del ingreso existen otras muchas variables que afectan al consumo. Esto nos conduce al estudio de los modelos de regresión múltiple, es decir, a los modelos en los que la variable dependiente Y depende de dos o más variables independientes o explicativas.

En el modelo de regresión múltiple las fórmulas estadísticas para la estimación de los parámetros, para la varianza, así como para probar los parámetros son muy similares y en algunos casos idénticas a las del modelo de regresión simple.

El ejemplo más sencillo de un modelo de regresión múltiple es el caso de tres variables y se formula como sigue:

$$Y = \alpha + \beta X_{1i} + \gamma X_{2i} + u_i \quad (2.25)$$

para $i = 1, 2 \dots n$

con los mismos supuestos en relación con u_i y X_i que los establecidos anteriormente.

De nuevo, las relaciones de X_1 y X_2 con Y no son exactas; así:

$$\begin{aligned} Y &= \hat{Y} + e \\ &= \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_1 + \hat{\gamma} X_2 + e \end{aligned} \quad (2.26)$$

Los estimadores de mínimos cuadrados pueden ser obtenidos mediante la minimización de los e al cuadrado. Entonces:

$$\Sigma e^2 = \Sigma (Y - \hat{\alpha} + \hat{\beta} X_1 + \hat{\gamma} X_2)^2$$

Las derivadas parciales con respecto a $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ son:

$$\frac{\partial}{\partial \alpha} \Sigma e^2 = -2 \Sigma (Y - \hat{\alpha} - \hat{\beta} X_1 - \hat{\gamma} X_2)$$

$$\frac{\partial}{\partial \beta} \Sigma e^2 = -2 \Sigma X_1 (Y - \hat{\alpha} - \hat{\beta} X_1 - \hat{\gamma} X_2)$$

$$\frac{\partial}{\partial \hat{\gamma}} \Sigma e^2 = - 2 \Sigma X_2 (Y - \hat{\alpha} - \hat{\beta} X_1 - \hat{\gamma} X_2)$$

Igualando a cero y reorganizándolas se obtienen las siguientes ecuaciones normales:

$$\begin{aligned} \Sigma Y &= n \hat{\alpha} + \hat{\beta} \Sigma X_1 + \hat{\gamma} \Sigma X_2 \\ \Sigma X_1 Y &= \hat{\alpha} \Sigma X_1 + \hat{\beta} \Sigma X_1^2 + \hat{\gamma} \Sigma X_1 X_2 \\ \Sigma X_2 Y &= \hat{\alpha} \Sigma X_2 + \hat{\beta} \Sigma X_1 X_2 + \hat{\gamma} \Sigma X_2^2 \end{aligned}$$

Al solucionar para $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $\hat{\gamma}$ y usar desviaciones de la media, tales que:

$$x_1 = X_1 - \bar{X}_1$$

$$x_2 = X_2 - \bar{X}_2$$

$$y = Y - \bar{Y}$$

se obtiene:

$$\hat{\beta} = \frac{(\Sigma x_1 y) (\Sigma x_2^2) - (\Sigma x_2 y) (\Sigma x_1 x_2)}{(\Sigma x_1^2) (\Sigma x_2^2) - (\Sigma x_1 x_2)^2} \quad (2.27)$$

$$\hat{\gamma} = \frac{(\Sigma x_2 y) (\Sigma x_1^2) - (\Sigma x_1 y) (\Sigma x_1 x_2)}{(\Sigma x_1^2) (\Sigma x_2^2) - (\Sigma x_1 x_2)^2} \quad (2.28)$$

y

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta} \bar{X}_1 - \hat{\gamma} \bar{X}_2 \quad (2.29)$$

Las varianzas de los coeficientes de regresión son:

$$\begin{aligned} \text{var} (\hat{\beta}) &= \frac{\Sigma (y - \beta x_1 - \gamma x_2)^2}{(n - 3) \Sigma (x_1 - \delta_1 x_2)^2} \\ &= \frac{\Sigma e^2}{(n - 3) \Sigma v_1^2} \end{aligned} \quad (2.30)$$

y

$$\begin{aligned} \text{var} (\hat{\gamma}) &= \frac{\Sigma (y - \beta x_1 - \gamma x_2)^2}{(n - 3) \Sigma (x_2 - \delta_2 x_1)^2} \\ &= \frac{\Sigma e^2}{(n - 3) \Sigma v_2^2} \end{aligned} \quad (2.31)$$

donde v_1 es el residuo no explicado en X_1 cuando X_1 es regresado sobre X_2 ; δ_1 es el coeficiente de regresión entre X_1 y X_2 ; v_2 es el residuo no explicado en X_2 cuando X_2 es regresado sobre X_1 ; y δ_2 es el coeficiente de regresión entre X_2 y X_1 .

El coeficiente de correlación parcial es una medida de la correlación neta entre dos variables que excluyen la influencia común de otras variables en la ecuación. Así, por ejemplo en un modelo que tiene más de dos variables, es posible preguntar si la correlación entre Y y X_1 se debe primordialmente a que cada una es influida por una tercera variable X_2 o si hay una correlación neta significativa entre Y y X_1 .

Supóngase que se quiere calcular el coeficiente de correlación parcial entre Y y X_1 , manteniendo constante X_2 . Primeramente se debe eliminar la influencia de X_2 sobre Y y sobre X_1 . Sea la regresión lineal de Y sobre X_2 :

$$Y = \alpha_0 + \gamma_0 X_2 + W_0$$

y sea:

$$X_1 = \alpha_1 + \gamma_1 X_2 + W_1$$

al usar los términos de la desviación de la media:

$$w_0 = Y - \gamma_0 x_2$$

$$w_1 = x_1 - \gamma_1 x_2$$

Los coeficientes de correlación parcial entre Y y X_1 , - al mantener constante X_2 , pueden ser formulados como sigue:

$$\begin{aligned} r_{Y X_1} &= \frac{\Sigma W_0 W_1}{\sqrt{\Sigma W_0^2} \sqrt{\Sigma W_1^2}} \\ &= \frac{\Sigma (y - \gamma_0 x_2) (x_1 - \gamma_1 x_2)}{\sqrt{\Sigma (y - \gamma_0 x_2)^2} \sqrt{\Sigma (x_1 - \gamma_1 x_2)^2}} \end{aligned} \quad (2.32)$$

Análogamente pueden ser obtenidos tanto el coeficiente de correlación parcial entre Y y X_2 , al mantener constante X_1 , como el coeficiente de correlación parcial entre X_1 y X_2 , al mantener constante Y .

INFERENCIA ESTADISTICA EN EL MODELO DE TRES VARIABLES

La estimación de σ^2 en el caso de tres variables es - - exactamente la misma que en el caso de dos variables, exceptuando que los grados de libertad cambian de $n - 2$ a $n - 3$. Los - intervalos de estimación y las pruebas de significación de los - coeficientes de regresión son también idénticos al modelo de dos variables.

A partir de la ecuación (2.22) se entiende que el incremento de la variable adicional en la ecuación, aumentará o al menos no disminuirá el valor de $\Sigma \hat{y}^2$, debido a que la suma de los cuadrados no puede ser negativa. El R^2 obtenido a partir de este modelo tiene dos partes: la proporción de variación de Y explicada en X_1 , más la proporción neta adicional de la variación de Y explicada en X_2 después de verificar para X_1 . Consecuentemente, la R^2 obtenida a partir de una ecuación con una variable adicional será al menos igual o mayor que la R^2 sin la variable adicional.

La R^2 es usada frecuentemente como uno de los criterios para juzgar la bondad de ajuste entre varias funciones alternativas. Sin embargo, el argumento anterior puede siempre ayudar a obtener una R^2 relativamente alta, si se agregan variables adicionales en la ecuación. Para evaluar una función que tiene un número mayor de variables explicativas, se utiliza el coeficiente ajustado de determinación \bar{R}^2 :

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - k} \quad (2.33)$$

donde n = número de observaciones y k = número de parámetros.

C U A D R O 2

EJEMPLO NUMERICO DE UN MODELO DE REGRESION MULTIPLE
(Miles de Millones de Pesos)

CP = f (YND, T)

CP = Consumo Privado

YND = Ingreso Nacional Disponible

T = Tiempo

Años	Y CP	X ₁ YND	X ₂ T	Y - \bar{Y} y	X ₁ - \bar{X}_1 x ₁	X ₂ - \bar{X}_2 x ₂	Y ²	x ₁ ²	x ₂ ²
1960	551.6	672.9	1	- 63.04	- 89.48	- 2	3974.0	8006.7	4
1961	576.9	706.8	2	- 37.74	- 55.58	- 1	1424.3	3089.1	1
1962	604.6	740.9	3	- 10.04	- 21.48	0	100.8	461.4	0
1963	630.5	795.5	4	15.86	33.12	1	251.5	1096.9	1
1964	709.6	895.8	5	94.96	133.42	2	9017.4	17800.9	4
	3073.2	3811.9	15				14768.0	30455.0	10

x ₁ Y	x ₂ Y	x ₁ x ₂	\hat{Y}	e	e ²	v ₁ ²	v ₂ ²	Años
5640.8	126.1	179.0	553.5	- 1.9940	3.9760	303.46	.1849	1960
2097.6	37.7	55.6	576.1	.7941	.6306	4.54	.0006	1961
215.7	0	0	598.8	5.8341	34.0367	461.39	.1421	1962
525.3	15.9	33.1	636.6	- 6.0757	36.9141	413.31	.1756	1963
12669.6	189.9	266.8	708.2	1.4412	2.0770	703.31	.1129	1964
21149.0	369.6	534.5			77.6344	1886.31	.6161	

FUENTE: Banco de México, Producto Interno Bruto y Gasto, México, 1976.

Lo anterior nos proporciona:

$$n = 5 \quad \Sigma Y = 3073.2 \quad \Sigma x_1 = 3811.9 \quad \Sigma x_2 = 15$$

$$\Sigma x_1 Y = 21149 \quad \Sigma x_2 Y = 369.6 \quad \Sigma x_1 x_2 = 534.5$$

$$\Sigma x_1^2 = 30455 \quad \Sigma x_2^2 = 10 \quad \Sigma Y^2 = 14768$$

Por lo tanto:

$$\hat{\beta} = \frac{(21149)(10) - (369.6)(534.5)}{(30455)(10) - (534.5)^2} = \frac{13938.8}{18859.75} = .739077$$

$$\hat{\gamma} = \frac{(369.6)(30455) - (21149)(534.5)}{(30455)(10) - (534.5)^2} = \frac{-47972.5}{18859.75} = -2.543645$$

$$\hat{\alpha} = 614.64 - .739077(762.38) - (-2.543645)(3)$$

$$= 614.64 - 563.457523 + 7.630935 = 58.813412$$

$$CP = 58.813412 + .739077 \text{ YND} - 2.543645 \text{ T}$$

así que:

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{\Sigma e^2}{n - k}} = \sqrt{\frac{77.6344}{2}} = 6.2303$$

$$es(\hat{\beta}) = \sqrt{\frac{\sum e^2}{(n-3) \sum v_1^2}} = \sqrt{\frac{77.6344}{2(1886.01)}} = .14346306$$

$$es(\hat{\gamma}) = \sqrt{\frac{\sum e^2}{(n-3) \sum v_2^2}} = \sqrt{\frac{77.6344}{2(.6161)}} = 7.93755$$

La ecuación estimada es entonces:

$$CP = 58.813412 + .739077 \text{ YND} - 2.543645 \text{ T}$$

con la cual se puede estimar:

$$\sum \hat{y}^2 = 14710.05$$

$$\sum y^2 = 14768$$

$$R^2 = \frac{\sum \hat{y}^2}{\sum y^2} = \frac{14710.05}{14768} = .99608$$

$$\bar{R}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k} = 1 - (1 - .99608) \frac{5-1}{5-3} = .99216$$

$$F = \frac{\sum \hat{y}^2 / k - 1}{\sum e^2 / n - k} = \frac{14710.05 / 3 - 1}{77.6344 / 5 - 3} = 189.4785$$

Como se dijo al principio de este apartado, el objetivo es entender la econometría aún sin tener sólidos conocimientos de álgebra matricial; la estimación de un modelo de más de tres variables será análoga a los modelos anteriormente explicados, pero algebraicamente más complicada. Para profundizar sobre este tema se recomiendan los libros de econometría citados en la bibliografía de este trabajo.

2.3 Ecuaciones Simultáneas.

En este subcapítulo se analizarán los modelos de ecuaciones simultáneas, con la identificación de éstos mismos. La teoría económica, en un gran número de casos, no puede ser sustentada por una sola ecuación, debido a que los fenómenos económicos están muy interrelacionados. El modelo keynesiano simple puede ejemplificar lo anterior.

Este modelo supone que el consumo (C) está en función del ingreso (Y):

$$C = \alpha + \beta Y + u \quad (2.34)$$

Pero en la economía como un todo, el ingreso nacional depende de la demanda del consumidor, debido a que su demanda determina el nivel de producción. Así, el ingreso nacional está integrado por dos componentes: consumo e inversión (I); de acuerdo con el modelo keynesiano sencillo:

$$Y = C + I \quad (2.35)$$

Las ecuaciones anteriores, tomadas en conjunto, son llamadas un modelo de ecuaciones simultáneas. Este modelo implica que

las cantidades de Y y C son simultáneamente determinadas, -- así como esta formulación representa un enfoque con mayor significado y lógica que el solo estudio de la función de consumo.

Es frecuente que las relaciones económicas se representen por ecuaciones simultáneas, debido a que reflejan una abstracción más general y menos limitada de la realidad que si se utilizara -- solo una función.

Dentro de este modelo, el consumo y el ingreso son varia-- bles endógenas y la inversión es autónoma, lo cual significa que es independiente del ingreso y del consumo; por consiguiente, -- la inversión es una variable exógena.

Cada grupo de ecuaciones se define como un modelo estruc-- tural, cada una de ellas es llamada ecuación estructural y los -- coeficientes de estas ecuaciones son llamados coeficientes o -- parámetros estructurales. Se recurre a un modelo estructural -- para probar las hipótesis económicas debido a que éste se susten-- ta en la teoría económica. Puesto que el modelo estructural se -- formula según la teoría económica, es posible y muy común tener -- variables endógenas en el miembro derecho de la ecuación, como -- Y en el modelo anterior. Esto significará algunas dificultades en la estimación estadística del modelo, ya que las X's son, -- al mismo tiempo, una función de Y, violándose el supuesto de --

independencia entre las X's y la variable estocástica u. Es - -
decir:

$$E(Y u) \neq 0$$

Especifiquemos las ecuaciones (2.34) y (2.35):

$$C = \alpha + \beta Y + u$$

$$Y = C + I$$

donde:

$$E(u) = 0$$

$$E(u^2) = \text{var}(u) = \sigma^2$$

$$E(u_i, u_j) = 0$$

I es exógena y está distribuida independientemente de u.

Encontramos que Y y u están correlacionadas en la ecuación de consumo, violándose uno de los supuestos de mínimos cuadrados $E(Y u) \neq 0$, lo que nos conduce al llamado sesgo de ecuaciones simultáneas.

Esto puede verse de la siguiente manera: si se sustituye (2.34) en (2.35) y se resuelve para Y tenemos:

$$Y = \frac{\alpha}{1 - \beta} + \frac{1}{1 - \beta} I + \frac{1}{1 - \beta} u \quad (2.36)$$

La covarianza de Y y u es:

$$E(Y u) = \frac{\alpha}{1 - \beta} E(u) + \frac{1}{1 - \beta} E(I u) + \frac{1}{1 - \beta} E(u^2)$$

$$E(Y u) = \frac{1}{1 - \beta} \sigma^2$$

$$E(Y u) \neq 0$$

puesto que I es independiente de u , y por los supuestos de mínimos cuadrados, se puede apreciar la violación del supuesto $E(Y u) = 0$.

El sesgo de ecuaciones simultáneas se origina al aplicar MCO a una ecuación que pertenece a un sistema de relaciones simultáneas. Así, los estimados de MCO en la ecuación (2.34) serán sesgados e inconsistentes.

$$E(\hat{\beta}) \neq \beta$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \hat{\beta} \equiv p \lim \hat{\beta} \neq \beta$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \text{var}(\hat{\beta}) \neq 0$$

Aquí se podrá apreciar la inconsistencia, es decir, que el sesgo persiste aún para muestras infinitamente grandes.

Este problema estadístico de aplicación de MCO a las ecuaciones estructurales es causado porque la variable endógena, en el miembro derecho de la ecuación, está correlacionada con el término estocástico o de perturbación.

Del sesgo de ecuaciones simultáneas se derivan dos problemas: el de identificación de los parámetros de relaciones individuales y el problema de estimación de los parámetros, de los cuales, el primero se tratará en este apartado y el segundo en el siguiente.

Modelos de forma reducida.

En las ecuaciones de los modelos de forma reducida, las variables endógenas se expresan como una función de las variables

predeterminadas. La forma reducida se obtiene de dos maneras:

1.) Expresar las variables endógenas directamente como funciones de las variables predeterminadas y realizar la estimación de los parámetros con una técnica adecuada.

Ejemplo:

$$C = \pi_{11} + \pi_{12} I + u_1$$

$$Y = \pi_{21} + \pi_{22} I + u_2$$

2.) Resolver el modelo estructural de variables endógenas en términos de las variables predeterminadas, los parámetros estructurales y las perturbaciones.

La solución sería:

$$C = \frac{\alpha}{1 - \beta} + \frac{\beta}{1 - \beta} I + \frac{1}{1 - \beta} u \quad (2.37)$$

$$Y = \frac{\alpha}{1 - \beta} + \frac{\beta}{1 - \beta} I + \frac{1}{1 - \beta} u \quad (2.38)$$

Así, el efecto total, directo e indirecto, de la variable

predeterminada sobre la variable endógena es más palpable en los parámetros de la forma reducida. Estos se usan para fines de - - pronóstico y análisis de la política económica.

Se sugieren dos maneras para estimar los coeficientes de - la forma reducida:

1.) Estimación directa de los coeficientes de la forma - reducida $\hat{\pi}_{ij}$.

2.) Estimación indirecta de los coeficientes de la forma reducida, que es la siguiente:

a.) Se resuelve el sistema de variables endógenas de tal manera que cada ecuación incluya sólo variables predeterminadas - en su miembro derecho.

b.) Se obtienen estimaciones de los parámetros estructura les $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$.

c.) Se sustituyen las $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ en el sistema de relaciones de parámetros para obtener las $\hat{\pi}$.

El método número 2 toma en cuenta toda la información - - disponible sobre los parámetros estructurales.

En resumen, con la finalidad de obtener estimadores consistentes de los coeficientes estructurales, MCO pueden ser usados para estimar los coeficientes de forma reducida. Sin embargo, las relaciones entre los coeficientes de forma reducida y los coeficientes estructurales son algunas veces muy complicadas; el método algebraico o mediante la forma reducida es un método de identificación del modelo de ecuaciones simultáneas, el cual consiste en obtener las soluciones para los parámetros estructurales a partir de los coeficientes de forma reducida, aunque este método es frecuentemente muy laborioso cuando el modelo es muy grande. (Este no se tratará en este trabajo). Así, pasaremos a explicar el problema de identificación y el método de identificación con el modelo estructural.

El problema de identificación.

La identificación es un problema de la formulación del modelo y no de su estimación; consecuentemente, la identificación del modelo es lógicamente anterior a la estimación del mismo.

Una ecuación que pertenece a un sistema de ecuaciones simultáneas se identifica si tiene una forma estadística única. Un ejemplo claro es el modelo de equilibrio del mercado, en donde

tanto la oferta como la demanda están en función del precio, o sea que no tienen una forma estadística única debido a que hay otra ecuación dentro del sistema que incluye las mismas variables:

$$D = \alpha + \beta P + u_1$$

$$S = \alpha + \beta P + u_2$$

$$D = S$$

Así, para identificar ambas funciones en el modelo de equilibrio del mercado, tenemos que especificar variables en la función demanda que pertenezcan sólo a la demanda y también se deben especificar variables en la función oferta que sólo pertenezcan a la oferta. Por consiguiente, se dice que un modelo es exactamente identificado si cada una de las ecuaciones se identifica en cuanto a su naturaleza precisa y si las estimaciones de sus parámetros son únicas.

Además de que cada ecuación esté perfectamente identificada, para la identificación el modelo debe ser completo, esto es, que debe contener tantas ecuaciones independientes como variables endógenas.

Sintetizando, el problema de identificación reside en

identificar a cada una de las ecuaciones del sistema y en resolver el problema de identificar los parámetros estructurales si la ecuación tiene una forma estadística única. Dentro de la identificación existe una paradoja, que consiste en que la identificación de una función depende de las variables ausentes de ella, en tanto que se encuentran en otra función o funciones del modelo; así, se puede identificar una función por las variables que no están incluidas en ella.

Sabiendo en qué consiste el problema de identificación, existen convencionalmente dos situaciones de la identificación: una ecuación subidentificada y una ecuación identificada. Una ecuación está subidentificada si su forma estadística no es única; un sistema está en este caso si una o más de sus ecuaciones resultan subidentificadas. En lo que respecta a la ecuación identificada, ésta puede estar exactamente identificada o sobreidentificada; un sistema está identificado si todas sus ecuaciones están identificadas.

Es de suma importancia entender la relación que existe entre la identificación y la estimación de un modelo. Cuando estamos en el caso en que una ecuación (o el modelo) está subidentificada, resulta imposible estimar todos sus parámetros con cualquier técnica econométrica. Si la ecuación está identificada, se pueden estimar estadísticamente sus coeficientes; si la

ecuación está exactamente identificada, el método de mínimos cuadrados indirectos resulta adecuado, en tanto que si la ecuación está sobreidentificada existen varios métodos de estimación entre los que se encuentra el método de mínimos cuadrados bietápicos.

Como se dijo anteriormente, la identificación puede establecerse por medio de la forma estructural del modelo. Hay dos reglas formales para establecer la identificación de una relación:

- a.) Condición de orden.
- b.) Condición de rango.

La condición de orden es una condición necesaria pero no suficiente. Para que esté identificada una ecuación, el número total de variables excluidas en ella pero que se encuentran incluidas en otras ecuaciones, debe ser igual o mayor al número de ecuaciones del sistema menos uno.

G = número total de ecuaciones = número total de variables endógenas.

K = número total de variables en el modelo, tanto endógenas como exógenas.

M = número de variables endógenas y exógenas, incluidas en la ecuación sujeta al examen de identificación.

Expresión de la condición de orden:

$$(K - M) \geq (G - 1)$$

donde las variables excluidas \geq número total de ecuaciones - -
menos uno.

La condición de rango es una condición suficiente. Así, -
en un sistema de G ecuaciones, cualquier ecuación está identifi
cada si y sólo si resulta posible construir al menos un determi--
nante no igual a cero de orden $(G - 1)$ de los coeficientes de -
las variables excluidas en esa ecuación, pero que están incluidas
en otras ecuaciones del modelo.

Ejemplo de identificación con las dos condiciones

$$C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + \beta_2 C_{t-1} + u_1$$

$$I_t = \alpha_0 + \alpha_1 Y_{t-1} + \alpha_2 Y_t + u_2$$

$$Y_t = C_t + I_t + G_t$$

es un modelo completo: 3 ecuaciones, 3 variables endógenas, 3 -
variables predeterminadas.

Identificaremos primeramente la función de consumo:

Condición de orden:

$$G = 3 \qquad K = 6 \qquad M = 3$$

$$(6 - 3) \geq (3 - 1)$$

$$3 > 2$$

por lo tanto, se satisface la condición de orden en la función de consumo, y puesto que $(K - M) > (G - 1)$ se afirma que la ecuación está sobreidentificada.

Condición de rango:

Se forma la tabla de coeficientes estructurales:

$$0 = - C_t + \beta_1 Y_t + 0 I + \beta_2 C_{t-1} + 0 Y_{t-1} + 0 G$$

$$0 = 0 C_t + \alpha_2 Y_t - I + 0 C_{t-1} + \alpha_1 Y_{t-1} + 0 G$$

$$0 = C_t - Y_t + I + 0 C_{t-1} + 0 Y_{t-1} + G$$

Tabla de coeficientes estructurales

Ecuaciones	C	Y_t	I	C_{t-1}	Y_{t-1}	G
1a.	- 1	β_1	0	β_2	0	0
2a.	0	α_2	- 1	0	α_1	0
3a.	1	- 1	1	0	0	1

Se tacha el renglón de la ecuación que se está identificando y las columnas en que se encuentran los coeficientes de la misma. Así, al hacer esto quedan exclusivamente los coeficientes de variables no incluidas en la ecuación examinada, pero que están incluidas en las otras ecuaciones del modelo.

Tabla de coeficientes de variables excluidas

I	Y_{t-1}	G
- 1	α_1	0
1	0	1

Se evalúa el determinante $G - 1 = 2$ en nuestro caso:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & 0 \\ 1 & 1 \end{vmatrix} = -1$$

también se cumple la condición suficiente o de rango. Por lo - - tanto, la función consumo está sobreidentificada, por lo que no - se puede utilizar el método de mínimos cuadrados indirectos, pero sí otro método.

Identificaremos ahora la función inversión:

Condición de orden:

$$(K - M) \geq (G - 1)$$

$$(6 - 3) \geq (3 - 1)$$

$$3 > 2$$

se cumple la condición de orden en la función inversión, y puesto que $(K - M) > (G - 1)$, se afirma que la ecuación está sobre-- identificada.

Condición de rango:

Tabla de coeficientes estructurales

Ecuaciones	C	Y_t	I	C_{t-1}	Y_{t-1}	G
1a.	- 1	β_1	0	β_2	0	0
2a.	0	α_2	- 1	0	α_1	0
3a.	1	- 1	1	0	0	1

Tabla de coeficientes de variables excluidas

C	C_{t-1}	G
- 1	β_2	0
1	0	1

Se evalúa el determinante:

$$\Delta = \begin{vmatrix} -1 & \beta_2 \\ 1 & 0 \end{vmatrix} = -\beta_2$$

se cumple también la condición suficiente o de rango. Por consiguiente, al igual que la función consumo, la función inversión - está sobreidentificada, por lo que puede ser estimada por cualquier método excepto por mínimos cuadrados indirectos.

2.4 Métodos de Estimación Aplicables a Modelos de Ecuaciones Simultáneas.

Como se apuntó anteriormente, la identificación de un modelo es previa a su estimación. En este subcapítulo se explicarán, de manera general, algunos de los métodos de estimación para modelos de ecuaciones simultáneas. El método de mínimos cuadrados indirectos se usa normalmente cuando el modelo está exactamente identificado y se aplica a una ecuación a la vez. El método de mínimos cuadrados bietápicos es utilizado en modelos sobreidentificados y también se aplica a una ecuación a la vez. Para concluir, el método de mínimos cuadrados trietápicos o en tres etapas se usa en modelos sobreidentificados y se aplica a todas las ecuaciones simultáneamente.

La explicación será muy breve y no entraremos al álgebra matricial; sólo se expondrá cómo se realizan prácticamente estos métodos. Para este subcapítulo nos hemos basado principalmente en el libro de Teh-Wei-Hu, que se encuentra citado en la bibliografía de este trabajo.

Mínimos cuadrados indirectos.

Este método es usado sólo cuando el modelo está exactamente identificado, esto es, cuando hay una solución única para la transformación de los parámetros estructurales a partir de los coeficientes de forma reducida. En un modelo de ecuaciones simultáneas, al estimar por MCO se incurre en el problema del sesgo de ecuaciones simultáneas; para resolver este problema se puede aplicar MCO al modelo de forma reducida, si la transformación de los coeficientes de forma reducida a parámetros estructurales tiene una solución única y entonces los coeficientes estructurales serán consistentes.

En base a nuestro ejemplo anterior, cuando tomamos el valor esperado de la ecuación de forma reducida (2.37) tenemos que:

$$E(C) = E\left(\frac{\alpha}{1-\beta}\right) + E\left(\frac{\beta}{1-\beta}\right) I + E\left(\frac{1}{1-\beta} u\right) \quad (2.39)$$

$$E(C) = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\beta}{1-\beta} I$$

puesto que:

$$E(u) = 0$$

Estimándose mediante MCO se obtiene:

$$C = \delta_1 + \delta_2 I + \epsilon_t \quad (2.40)$$

donde:

$$\delta_1 = \frac{\alpha}{1 - \beta} \quad \delta_2 = \frac{\beta}{1 - \beta} \quad \epsilon = \frac{u_t}{1 - \beta}$$

Se supone que el término de error tiene media cero y varianza constante, además de que I y u no están correlacionadas. Por consiguiente, los mínimos cuadrados ordinarios resultarán en estimadores no sesgados de δ_1 y δ_2 . Sin embargo, ambos α y β son funciones no lineales de δ_1 y δ_2 . Las relaciones son:

$$\hat{\beta} = \frac{\hat{\delta}_2}{1 + \hat{\delta}_2}$$

$$\hat{\alpha} = \hat{\delta}_1 (1 - \hat{\beta})$$

Resumiendo, los pasos del método de mínimos cuadrados indirectos serán los siguientes:

a.) Cuando el modelo es exactamente identificado se aplican los mínimos cuadrados ordinarios para estimar los coeficientes de forma reducida del modelo.

b.) A partir de los coeficientes estimados de forma reducida, podemos obtener los parámetros estructurales; las soluciones de los parámetros estructurales son únicas y estadísticamente consistentes.

Mínimos cuadrados bivariados.

El objetivo de este método consiste en lograr que la variable endógena explicativa no esté correlacionada con el término de error, de tal forma que la aplicación directa de los mínimos cuadrados ordinarios a las ecuaciones estructurales resultará en parámetros consistentes. Por medio de este método la solución a los parámetros estructurales a partir de los coeficientes de forma reducida puede evitarse. Este método es muy usado en la práctica debido a que en modelos muy grandes es muy tedioso si no imposible, el método de estimación de los parámetros estructurales a partir de la forma reducida. Así, se tendrá una solución única para los parámetros estructurales, sujeta a la elección inicial de la variable endógena explicativa estimada en la primera etapa de mínimos cuadrados. Ejemplificando por medio del

modelo keynesiano simple tenemos:

$$C = \alpha + \beta Y + u$$

$$Y = C + I$$

donde Y y u son correlacionadas, pero I y u no lo son. -
Consecuentemente, si en la primera etapa formulamos:

$$Y = \delta_1 + \delta_2 I + \epsilon \quad (2.41)$$

la ecuación resultará en:

$$\hat{\delta}_2 = \frac{\sum y_i i_i}{\sum i_i^2}$$

donde y e i son desviaciones de su respectiva media.

Así:

$$\hat{\delta}_1 = \bar{Y} - \hat{\delta}_2 \bar{I}$$

$$\hat{Y} = \hat{\delta}_1 + \hat{\delta}_2 I$$

El estimado \hat{Y} será no correlacionado con u pues \hat{Y} es

una función de I. Consecuentemente, la segunda etapa es:

$$C = \alpha + \beta \hat{Y} + u \quad (2.42)$$

Como \hat{Y} es no correlacionado con u , entonces los mínimos cuadrados pueden ser usados para estimar α y β :

$$\hat{\beta} = \frac{\sum \hat{y} c}{\sum \hat{y}^2} \quad (2.43)$$

y

$$\hat{\alpha} = \bar{C} - \hat{\beta} \hat{Y} \quad (2.44)$$

En síntesis, las dos etapas de mínimos cuadrados bietápicas son las siguientes:

a.) Se aplica MCO a las ecuaciones de la forma reducida para obtener una estimación de las variables endógenas.

b.) Se reemplazan las variables endógenas que aparecen en el miembro derecho de la ecuación con su valor estimado, y se aplican MCO a la ecuación original transformada para obtener las estimaciones de los parámetros estructurales.

Mínimos cuadrados trietápicos.

Este método hace uso de la información de todas las variables predeterminadas en el modelo y estima simultáneamente las ecuaciones estructurales. El método de incorporación de la información de las variables predeterminadas en cada ecuación estructural consiste en multiplicar las variables predeterminadas por cada ecuación estructural. Sin embargo, esta transformación conducirá a una posible varianza de error no constante en cada ecuación estructural. A fin de corregir esta situación, cuando estimamos el modelo mediante el método de mínimos cuadrados bietápicos usamos los residuos de los estimados de mínimos cuadrados en dos etapas como factores de ponderación.

"Así, tenemos que el método de mínimos cuadrados en tres etapas es una extensión del método de mínimos cuadrados en dos etapas. La tercera etapa es la aplicación de la regresión ponderada o de los mínimos cuadrados generalizados para corregir la posible heterocedasticidad en el modelo de ecuaciones simultáneas. De nuevo, las ponderaciones son obtenidas a partir de los residuos de los estimados de mínimos cuadrados en dos etapas" 3/.

3/ Teh-Wei-Hu, Op. Cit., p. 175.

2.5 Problemas de Estimación.

Además de los problemas mencionados que se pueden presentar en la construcción de un modelo, como son los problemas de especificación, de falta de información, etc., existen una serie de problemas que se presentan precisamente en la etapa de estimación de los parámetros.

Los problemas a los que nos referimos y que pensamos son los más importantes, serían los siguientes: multicolinealidad, autocorrelación y heterocedasticidad.

Multicolinealidad 4/.

Una de las condiciones para la aplicación de mínimos cuadrados es que las variables explicativas no estén linealmente correlacionadas ($r_{x_1, x_j} \neq 1$), pues de otra manera los coeficientes de regresión de las variables X serán indeterminados y sus errores estándares infinitos. Aunque en la práctica nunca se da que las variables tengan un coeficiente de correla-

4/ Koutsoyiannis A., Op. Cit., pp. 233-257; y Gujarati D., Op. Cit., pp. 167-188.

ción igual a la unidad, sí es frecuente que exista cierto grado de intercorrelación entre las variables explicativas de una ecuación y en el caso de que ésta sea alta, se verán afectadas seriamente las propiedades de los estimadores; es decir, sus errores estándares serán muy altos.

Para detectar la presencia de multicolinealidad en una ecuación existen varios métodos; el más usual es el de examinar los coeficientes de correlación parcial o realizar una regresión de cada x_i con las restantes variables x .

Para corregir el problema de multicolinealidad hay varias formas, entre ellas se puede recurrir a ampliar el período muestral de tal forma que es posible que se reduzca el grado de asociación entre las variables; otra forma es la de eliminar una de las variables colineadas, esto es, volver a especificar teóricamente la ecuación.

Cabe señalar finalmente, que el problema de multicolinealidad se presenta de manera muy frecuente en relaciones económicas y hay que considerar que muchas veces, a pesar de que este fenómeno esté presente hay casos en los que la especificación teórica no permite eliminar ninguna variable, por lo que es preferible incluirlas a pesar de que se presente el problema de multicolinealidad.

Autocorrelación.

Como mencionamos en apartados anteriores, uno de los supuestos del modelo de mínimos cuadrados es que los términos de error son obtenidos independientes uno de otro; sin embargo, muchas veces, y sobre todo en análisis de series de tiempo, el término de error o estocástico se presenta correlacionado con su propio valor pasado. Es decir, se presentan como una función de sus valores pasados.

La autocorrelación puede presentarse por varias razones: la inercia de las series económicas; errores de especificación por no incluir una variable relevante en el modelo o por el uso de una forma funcional incorrecta.

La presencia de autocorrelación en una ecuación tiene como consecuencia que las estimaciones mínimo-cuadráticas de los parámetros no sean óptimas; es decir, no sean eficientes, pues las varianzas no serán ya mínimas al no cumplirse el supuesto de la aleatoriedad del término de perturbación.

Existen varios mecanismos para detectar la existencia de este problema. La prueba más utilizada es la que mencionamos en el primer capítulo, conocida como prueba d o Durbin-Watson.

Esta prueba está definida así:

$$d = \frac{\sum_{t=2}^n (e_t - e_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n e_t^2}$$

Durbin y Watson elaboraron unas tablas 5/ en las que no existe un valor crítico único que nos permita rechazar o aceptar la hipótesis nula de que no hay correlación en los errores.

Las tablas contemplan un límite inferior d_1 y uno superior d_u ; dados estos límites: si $d < d_1$, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la de autocorrelación positiva; si $d > d_u$, no se rechaza la hipótesis nula; si $d_1 < d < d_u$, la prueba no es concluyente. Por otra parte, si $d > 4 - d_1$, se rechaza la hipótesis nula y se acepta la hipótesis de autocorrelación negativa; si $d < 4 - d_u$, no se rechaza la hipótesis nula; si $4 - d_u < d < 4 - d_1$, la prueba no es concluyente.

Una vez detectada la presencia de autocorrelación, existen

5/ Estas tablas se pueden encontrar en la mayoría de los textos de Econometría.

también algunos métodos para corregirla; entre ellos, uno de los más usuales es el conocido como método iterativo o de Cochrane-Orcutt, que consiste en lo siguiente:

Se estiman primeramente los coeficientes de regresión por MCO y se obtienen los residuos; en éstos se estiman por mínimos cuadrados también los parámetros autorregresivos de una ecuación en diferencias con un retraso o dos y se vuelven a estimar los coeficientes de regresión deseados. Una vez hechas estas segundas estimaciones se llevan a la ecuación original, se obtienen nuevamente los residuos y se estiman sus parámetros autorregresivos. Estos últimos se utilizan para hacer una nueva transformación y así hasta que desaparezca la autocorrelación. Hay que hacer notar que cada iteración implica pérdida de grados de libertad, es decir, que en cada etapa se va reduciendo el tamaño de la muestra, por lo que no es aconsejable realizar demasiadas iteraciones.

Cabe señalar por último que, como ya indicamos, la autocorrelación puede ser, muy frecuentemente, resultado de la omisión de una variable, por lo que es posible esperar que, en gran parte de los casos, la introducción de una nueva variable en el modelo reduzca la autocorrelación.

Heterocedasticidad.

Otro de los supuestos importantes del modelo de regresión lineal clásico es el que se refiere a la homocedasticidad de las perturbaciones, es decir, su aplicación supone que todas las perturbaciones tienen la misma varianza. El fenómeno de que no se cumpla esta condición se conoce como heterocedasticidad.

En el caso de presencia de heterocedasticidad, los estimadores obtenidos por medio de MCO siguen siendo insesgados y consistentes, pero sus varianzas ya no son mínimas, aún cuando la muestra crezca indefinidamente; es decir, pierden la propiedad de eficiencia 6/.

Comúnmente se utilizan dos métodos para probar si existe heterocedasticidad en la varianza. El primero de ellos consiste en graficar los residuos contra la variable dependiente y examinar el patrón de los residuos; si en éstos se observa patrón sistemático, es indicio de presencia de heterocedasticidad. Por otra parte, la naturaleza del problema analizado puede sugerir si existe o no heterocedasticidad. En este sentido, en los análisis de corte transversal es muy frecuente la manifestación de este

6/ Gujarati D., Op. Cit., p. 193.

problema cuando las observaciones incluyen variables altamente heterogéneas 7/.

Para corregir este problema se emplea frecuentemente el método de mínimos cuadrados ponderados o regresión ponderada 8/, que consiste en obtener los coeficientes de regresión mediante ponderaciones asignadas a cada observación, de tal manera que esta regresión ponderada estima coeficientes como si toda la muestra estuviera escogida con la misma probabilidad.

Otra forma de corregir este problema es la aplicación de transformaciones, por ejemplo de tipo logarítmico. Esta clase de transformaciones reducirá frecuentemente la heterocedasticidad pues comprime las escalas de las magnitudes de las variables.

7/ Ibid, p. 197.

8/ Teh-Wei-Hu, Op. Cit., pp. 104-106.

CAPITULO 3

EL MODELO

3.1 Introducción.

El modelo que presentamos a continuación tiene como objetivo principal el de explicar el funcionamiento a nivel agregado de la economía a través de sus interdependencias fundamentales. - - El objetivo colateral es el pedagógico, pues creemos que es de - suma importancia el construir un modelo como parte de la intro- - ducción al estudio de la econometría.

El modelo es básicamente de determinación del Ingreso y a nivel muy simple se divide en dos bloques: el de Demanda Final, que comprende el Producto Interno Bruto, el Consumo Privado y la Inversión Privada como variables endógenas; y el bloque externo, que contiene las Importaciones y Exportaciones de Bienes y Servicios. El modelo es definitivamente de un nivel muy agregado, - - debido a que faltan otros bloques de suma importancia, como por - ejemplo el de Precios o el Fiscal, que permitirían realizar un - análisis más completo de la economía mexicana; pero dentro de - los objetivos planteados, creemos que cumple satisfactoriamente - su misión, los cuales consisten en la construcción de un modelo - para iniciarnos en el estudio econométrico y conocer la llamada - "caja negra", es decir, lo que hay detrás de los modelos economé- tricos.

El modelo consta, en total, de diez ecuaciones: cuatro de comportamiento y seis de identidad; diez variables endógenas, - trece variables exógenas o predeterminadas y quince parámetros - a estimar.

Las ecuaciones se construyeron en base a series estadísticas anuales del período 1960-1980, utilizando, en el caso de las cifras relacionadas con Cuentas Nacionales, la información de - - Banco de México 1/ por el período 1960-1969; y de la Secretaría de Programación y Presupuesto 2/, por 1970-1980.

Para el caso de estas cifras fue necesario construir la - serie histórica de 1960-1980, utilizando las tasas de crecimiento del período 1960-1969 de los datos presentados por Banco de - Mexico, las cuales se aplicaron a las cifras de la Secretaría de Programación y Presupuesto regresivamente a partir del dato de - 1970. Las ecuaciones se determinaron usando esta información en términos reales, utilizando los respectivos deflatores para cada variable.

1/ Banco de México, S.A. "Estadísticas de la Oficina de Cuentas de Producción, 1960-1976", Subdirección de Investigación Económica y Bancaria, México, 1977.

2/ Secretaría de Programación y Presupuesto. "Sistema de Cuentas Nacionales de México", México, 1981; y "Sistema de - - Cuentas Nacionales de México, 1978-1980", México, 1982.

Los parámetros se estimaron utilizando tres métodos: el de mínimos cuadrados ordinarios, el de mínimos cuadrados en dos etapas o bietápicos y el de tres etapas o trietápicos; se presentan los resultados obtenidos por medio de cada uno de ellos, para concluir cual de los tres ofrece mejores estimadores, así como una evaluación de las ventajas y desventajas de los tres métodos.

Por lo que se refiere a las pruebas estadísticas utilizadas para evaluar los resultados econométricos de las ecuaciones, éstas fueron las siguientes, considerando la nomenclatura que generalmente se utiliza en este tipo de trabajos:

R^2	Coefficiente de Determinación.
D.W.	Coefficiente Durbin-Watson para prueba de autocorrelación de errores.
eee	Error Estándar Estimado.
F	Análisis de Varianza.

Los valores de la prueba de hipótesis t se presentan entre paréntesis debajo de cada parámetro estimado.

A continuación se presentan las ecuaciones del modelo y

en seguida, el significado de los símbolos usados para todas las variables.

ECUACIONES DEL MODELO

$$CP_t = \alpha_0 + \alpha_1 YPD_t + \alpha_2 CREDIS_t + v_{1t}$$

$$IP_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta PIB_t + \beta_2 R_t + \beta_3 IG_{t-1} + v_{2t}$$

$$EXNP_t = \gamma_0 + \gamma_1 PNBUSA_t + \gamma_2 TC_t + \gamma_3 PR_t + v_{3t}$$

$$MT_t = \delta_0 + \delta_1 PIB_t + \delta_2 TC_t + \delta_3 PR_t + v_{4t}$$

$$CT_t = CP_t + CG_t$$

$$IT_t = IP_t + IG_t$$

$$EXT_t = EXNP_t + EXP_t$$

$$PR_t = (INPC_t / PCUSA_t) \times 100$$

$$\Delta PIB_t = PIB_t - PIB_{t-1}$$

$$PIB_t = CT_t + IT_t + EXT_t - MT_t + v_{e_t}$$

VARIABLES DEL MODELO

<u>Símbolo</u>	<u>Descripción</u>
<u>Endógenas de Comportamiento</u>	
CP_t	Consumo Privado
IP_t	Inversión Privada
$EXNP_t$	Exportaciones de Bienes y Servicios sin considerar Petróleo y sus derivados
MT_t	Importaciones Totales de Bienes y - Servicios
<u>Endógenas de Identidad</u>	
CT_t	Consumo Total
IT_t	Inversión Total
EXT_t	Exportaciones Totales de Bienes y - Servicios
PR_t	Precios Relativos México / Estados - Unidos
ΔPIB_t	Primeras Diferencias del PIB
PIB_t	Producto Interno Bruto

Símbolo

Descripción

Exógenas de Política Económica

TC_t	Tipo Cambiario
R_t	Tasa de Interés
IG_t	Inversión del Gobierno
CG_t	Consumo del Gobierno
EXP_t	Exportaciones Petroleras

Exógenas al Modelo

$PNBUSA_t$	Producto Nacional Bruto de Estados - Unidos
Ve_t	Variación de Existencias
$CREDIS_t$	Disponibilidad de Crédito
$INPC_t$	Indice Nacional de Precios al Consu- midor
$PCUSA_t$	Indice de Precios al Consumidor de - Estados Unidos
YPD_t	Ingreso Personal Disponible

Símbolo	Descripción
	<u>Exógena Rezagada</u> (Predeterminada)
IG_{t-1}	Inversión del Gobierno Rezagada
	<u>Endógena Rezagada</u> (Predeterminada)
PIB_{t-1}	Producto Interno Bruto Rezagado

EVOLUCION DE LA ECONOMIA MEXICANA, 1960-1980

Para la construcción de cualquier modelo econométrico es necesario, como lo hemos dicho repetidamente, conocer la realidad que se pretende modelar; para este efecto, se tratará de examinar de manera breve y esquemática la evolución de la economía mexicana durante el período muestral utilizado (1960-1980), intentando analizar en forma de resumen el comportamiento que las variables que intervienen en el modelo han tenido durante las dos últimas décadas.

Durante la década de los 60's, etapa conocida como la del "desarrollo estabilizador", la economía mexicana registra un crecimiento rápido y sostenido; el Producto Interno Bruto creció a una tasa media anual cercana al 7% en términos reales, lo que aparentemente mostraba, junto con la inflación controlada y la estabilidad del tipo de cambio, un despegue de la economía mexicana.

El crecimiento sostenido del PIB durante esta década descansó en varios factores. Por una parte, el sector agropecuario fue una de las bases que permitieron la expansión de la economía respondiendo a las exigencias del capitalismo industrial al funcionar como fuente de divisas, de mano de obra, de materias

primas y de alimentos baratos 3/. La producción relativamente -
dinámica de alimentos y el control sindical permitieron sostener
una política de bajos salarios, lo que fue una de las bases para
la estabilidad de precios, además de que junto con la tradicional
política proteccionista estatal favoreció notablemente a la - -
industria privada. Lo anterior, junto con la estabilidad de las
tasas de interés, funcionaron como estímulos importantes a la - -
inversión privada, registrando durante esta década una tasa media
anual de crecimiento del 10.9% en términos reales.

Por lo que se refiere al gasto público, éste se comportó -
como un factor importante de impulso al crecimiento del Producto
por el lado de la demanda, favoreciendo a la inversión privada -
a través de gasto en infraestructura e industrias básicas 4/, -
además de los incentivos fiscales y subsidios que caracterizaron
a la política fiscal de esos años.

En cuanto al sector externo, analizando el comportamiento
que la balanza de pagos tuvo durante esa década de los 60's, ésta
mostró, en la balanza de cuenta corriente, un déficit creciente -

3/ González Casanova P., y Florescano E. (Coordinadores). - -
México, hoy, Ed. Siglo XXI, México, 1980, pp. 43-47.

4/ Reynolds W. Clark. "Por qué el Desarrollo Estabilizador de -
México fue en realidad Desestabilizador". El Trimestre Eco--
nómico, No. 176, México, Octubre-Diciembre de 1977, - - -
pp. 1004-1008.

financiado básicamente a través de endeudamiento externo, ya que las exportaciones no crecieron al ritmo que exigían los egresos - por importaciones necesarias para el sostenimiento del nivel de - actividad económica que se registraba en ese entonces. Las expor - taciones no podían crecer por la falta de competitividad de las - manufacturas mexicanas, dada por la baja calidad y por la inmovi - lidad en los precios provocada por el tipo de cambio fijo.

Por otra parte, en la balanza de capitales se reflejaban - los resultados del financiamiento del déficit de la cuenta - - corriente, aumentando considerablemente las entradas netas de - - capital, principalmente a través de préstamos al Sector Público, siendo mínimas las entradas por inversión extranjera directa, lo que mostraba ya un rompimiento de la aparente estabilidad de esos años.

Sin embargo, junto con esta aparente estabilidad en el - - crecimiento de la economía mexicana, se gestaban una serie de - - contradicciones que harían desembocar al país en una situación - de crisis al iniciarse la década de los 70's.

Al inicio de los años 70's, la economía mexicana abandona su trayectoria histórica de crecimiento y empieza a comportarse - en forma errática, siendo característica de esta etapa el crecien - te déficit fiscal, el endeudamiento externo sin precedentes, la -

disminución relativa de la producción agrícola, una marcada inestabilidad de precios y desequilibrios importantes en el mercado de dinero. Estos factores, entre otros, junto con la crisis a nivel mundial experimentada durante 1974-1976, hicieron que la economía mexicana presentara características críticas durante esta etapa, manifestadas a través de altas tasas de inflación, elevados índices de desempleo, crecimiento del déficit externo, así como una notable disminución en el ritmo del proceso de acumulación al verse contraída, sobre todo a partir de 1976, la inversión privada, situación contrarrestada en parte por la intervención del Gasto Público que, sin embargo, no logró evitar la crisis que tuvo su culminación con la devaluación del peso en 1976.

A partir de 1977, con la nueva administración y con las medidas de política económica tomadas por el Estado mexicano a sugerencia del Fondo Monetario Internacional, la situación del país se caracterizó por la agudización de los desequilibrios estructurales acumulados durante varias décadas anteriores. Sin embargo, las expectativas que mostraba el petróleo, permitieron en ese entonces pensar en la posibilidad de una recuperación económica basada en aumento del gasto público, estímulos fiscales, endeudamiento externo y, como ya dijimos, en la captación de divisas a través de las exportaciones de petróleo, factores que aparentemente ofrecieron mejores expectativas a los inversio-

nistas, lo que provocó que en 1978, 1979 y 1980 la economía mexicana mostrara síntomas de recuperación, registrando el Producto Interno Bruto de esos tres años tasas de crecimiento reales superiores al 8% anual. Sin embargo, la incapacidad de controlar la inflación, el aumento constante de las tasas de interés, el acelerado ritmo de crecimiento de las importaciones, la disminución del precio del petróleo en 1981, el excesivo endeudamiento externo y la marcada rigidez de la oferta interna, entre otros muchos factores, hicieron que la economía mexicana experimentara condiciones similares, pero, podríamos decir, mucho más graves, a las de 1976, que la hicieron caer, a partir de los primeros meses de 1982, en la crisis más grave que ha sufrido el país desde la depresión de 1929-1932.

3.2 Especificación del Modelo.

La construcción de un modelo econométrico descansa, como ya dijimos, en el planteamiento teórico de las relaciones que van a definirse en las ecuaciones. Es decir, es un proceso que inicia con la proposición de hipótesis; la teoría económica es la que nos permite definir cuáles serán las variables endógenas que influyen en las variables que se quieren determinar, cuáles serán los signos de los parámetros a estimar y cuál la forma funcional de la ecuación. En este caso, y por razones de simplificación, se determinaron únicamente relaciones de forma lineal.

En seguida se examinará la especificación teórica de cada una de las ecuaciones de comportamiento.

Consumo Privado.

En la determinación de la ecuación de Consumo Privado (CP_t), en términos reales se utilizó el Ingreso Personal Disponible (YPD_t), logrando una aproximación de éste restándole al Ingreso Nacional Disponible presentado en cuentas nacionales, los Impuestos Directos. Se consideró además como variable explicativa la Disponibilidad de Crédito por parte del Sector Privado

(CREDIS_t), ya que suponemos que en una economía con restricciones financieras, como sería la mexicana, el crédito juega un papel importante en la determinación del Consumo Privado 5/, sobre todo en lo que se refiere al gasto de bienes de consumo duradero. Los signos esperados de los parámetros son, obviamente, positivos. Por lo tanto, la función CP_t a estimar sería la siguiente:

$$CP_t = \alpha_0 + \alpha_1 YPD_t + \alpha_2 CREDIS_t + v_{1t}$$

Para el cálculo del Consumo Total, es decir, la suma del Consumo Privado y del Gobierno, se consideró a éste último como variable exógena.

Inversión Privada.

La ecuación para definir la Inversión Privada (IP_t) se determinó utilizando tres variables. Por una parte, se incorpora el principio del acelerador en su forma simple (ΔPIB_t). Por otra parte, la Inversión Privada debe ser sensible a la disponi-

5/ Clavijo F., y Gómez O. "Parámetros e interdependencias de la economía mexicana. Un análisis econométrico". El Trimestre Económico, Vol. XLVI (2), No. 182, México, Abril-Junio de 1979.

bilidad de crédito; sin embargo, al realizar las estimaciones -
utilizando esa variable, no resultó estadísticamente significati-
va, por lo que se optó por incorporar como substitutiva del Cré-
dito la Tasa de Interés (R_t), utilizando las tasas de interés -
activas en forma de promedios anuales. Finalmente, se define la
Inversión Privada en función de la Inversión del Gobierno del -
período anterior (IG_{t-1}), suponiendo que ésta estimula en parte
a la Inversión Privada, ya que implica gasto en infraestructura -
que fomenta la actividad en diferentes sectores productivos. -
Los signos esperados en los parámetros son positivos en el caso -
de (ΔPIB_t) y (IG_{t-1}) y negativo para (R_t).

Tomando en cuenta lo anterior, la ecuación para la Inver-
sión Privada sería la siguiente:

$$IP_t = \beta_0 + \beta_1 \Delta PIB_t + \beta_2 R_t + \beta_3 IG_{t-1} + v_{2t}$$

En este caso, al igual que en el cálculo del Consumo . -
Total, para llegar a la Inversión Total se considera la Inversión
Pública (IG_t) como variable exógena de política económica.

Exportaciones de Bienes y Servicios.

Las Exportaciones Totales de Bienes y Servicios (EXT_t) -

se desglosaron en Exportaciones no Petroleras ($EXNP_t$) y Exportaciones de Petróleo y sus derivados (EXP_t), éstas últimas planeadas como instrumento de política económica.

Las Exportaciones no Petroleras, que incluyen principalmente productos agropecuarios, manufacturas y turismo, se definen como una función de demanda, ya que la oferta para exportación de estos productos se puede definir como relativamente inelástica 6/. La demanda está representada por el Producto Nacional Bruto de Estados Unidos ($PNBUSA_t$), ya que una gran parte de las transacciones exteriores se realizan con este país. Se considerarán además los Precios Relativos (PR_t) a través de la relación del Índice Nacional de Precios al Consumidor y el de Estados Unidos. Se incorpora también el Tipo de Cambio (TC_t) para evaluar los efectos que las variaciones de la paridad del peso mexicano ejercen sobre el volumen de exportaciones. Los signos de los parámetros de ($PNBUSA_t$) y (TC_t) se espera que sean positivos y el de (PR_t) se supone negativo.

La ecuación propuesta para definir Exportaciones no Petroleras sería entonces:

6/ Sacristán, C. R. de. "Las determinantes de la balanza comercial". Economía Mexicana. No. 1, CIDE, México, 1979.

$$EXNP_t = \gamma_0 + \gamma_1 PNBUSA_t + \gamma_2 TC_t + \gamma_3 PR_t + v_{3t}$$

Importaciones Totales de Bienes y Servicios.

El volumen de Importaciones Totales de Bienes y Servicios (MT_t) se considera a nivel agregado y se especifica, al igual - que en el caso de las exportaciones, como una función de demanda, - soponiendo que las importaciones dependen básicamente de las - - necesidades de consumo del país 7/, sobre todo por lo que se - refiere a productos agropecuarios; en el caso de importaciones - de manufacturas, se puede afirmar que éstas dependen del nivel - de actividad, por un lado, y de las variaciones de los precios, - determinados éstos en gran parte por las fluctuaciones en la - - paridad cambiaria.

Por lo anterior, se consideró en la especificación de la - ecuación de Importaciones, el Producto Interno Bruto (PIB_t) - - como término de actividad interna y se incorporan como términos - de precios relativos, la relación del Índice Nacional de Precios al Consumidor y el de Estados Unidos (PR_t), así como el Tipo - de Cambio (TC_t).

7/ Ibid.

Dada esa especificación, la ecuación sería la siguiente:

$$MT_t = \delta_0 + \delta_1 PIB_t + \delta_2 TC_t + \delta_3 PR_t + v_{4t}$$

Una vez determinadas las ecuaciones anteriores, se define el Producto Interno Bruto, siguiendo la identidad planteada por las Cuentas Nacionales de la siguiente manera:

$$PIB_t = CT_t + IT_t + EXT_t - MT_t + Ve_t$$

donde Variación de Existencias (Ve_t) se plantea como variable exógena al modelo.

3.3 Estimación por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO).

Una vez determinada la especificación del modelo se procede, como siguiente paso, a estimar los parámetros de las ecuaciones. En este caso se utilizarán tres diferentes métodos de estimación, buscando con cuál de ellos se obtienen mejores estimadores.

En este apartado analizaremos los resultados obtenidos en cada una de las ecuaciones estimadas por mínimos cuadrados ordinarios; se presentan las pruebas estadísticas y las elasticidades medias encontradas.

Con el fin de no ser repetitivos en los siguientes apartados, se mostrarán únicamente los resultados obtenidos en los - - otros dos métodos: mínimos cuadrados bietápicos y mínimos cuadrados trietápicos.

Consumo Privado.

Los resultados obtenidos para la estimación del Consumo Privado fueron los esperados en la especificación:

$$CP_t = 12696.1 + .705397 YPD_t + .147164 CREDIS_t$$

(4.16) (31.07) (3.65)

$$R^2 = .9960$$

$$eee = 2521.5$$

$$F = 21342.95$$

$$D.W. = 1.616$$

Como se puede observar, la ecuación muestra una propensión marginal al consumo de .705, lo que se encuentra dentro del rango establecido en Otras Economías; el parámetro obtenido para la variable de disponibilidad de crédito resulta significativo con el signo esperado y las pruebas estadísticas son altamente satisfactorias. La elasticidad del consumo privado respecto al ingreso personal disponible resultó ser de 0.887 y de 0.076 respecto a la disponibilidad de crédito.

Inversión Privada.

La ecuación estimada para la Inversión Privada fue la siguiente:

$$IP_t = 17597.9 + .485711 \Delta PIB_t - 1272.21 R_t + 1.37016 IG_{t-1}$$

(4.45) (3.22) (- 2.50) (9.53)

$$R^2 = .9508$$

$$eee = 6084.0$$

$$F = 103.07$$

$$D.W. = .909$$

Los resultados alcanzados en cuanto a los signos fueron los esperados en la especificación; sin embargo, como se puede ver, existe un problema de autocorrelación de errores que se intentó resolver incluyendo otras variables, pensando en que la omisión de alguna era lo que provocaba la presencia de autocorrelación. No obstante, al incluir otras variables como disponibilidad de crédito o el tipo de cambio, no resultaron significativas. Se intentó además, incluir el acervo de capital para manejar el principio de acelerador flexible, pero no existe información actualizada sobre esta variable.

Los demás resultados son satisfactorios. La magnitud del parámetro obtenido para el acelerador indica como las expectativas juegan un papel muy importante en las decisiones de invertir del Sector Privado. La elasticidad de la inversión privada

respecto a la tasa de interés resultó ser de - 0.254, mientras -
que con relación a la inversión pública fue de 0.756.

Exportaciones no Petroleras.

La estimación de la ecuación de Exportaciones no Petrole--
ras dió los siguientes resultados:

$$\begin{aligned} \text{EXNP}_t = & - 14774.4 + 57.1642 \text{ PNBUSA}_t + 1298.86 \text{ TC}_t - 214.389 \text{ PR}_t \\ & (5.007) \qquad (12.20) \qquad (2.69) \qquad (- 3.25) \end{aligned}$$

$$R^2 = .9529$$

$$eee = 2452.2$$

$$F = 107.93$$

$$D.W. = 1.198$$

Los resultados de la ecuación confirman las hipótesis plan--
teadas en cuanto a los signos de los parámetros, los estadísticos
corroboran esta hipótesis, aunque el valor obtenido en la prueba
de autocorrelación no permite concluir nada, ya que ésta corres--
ponde a zona crítica. La elasticidad ingreso tiene un valor de -
1.580 y la elasticidad con respecto al tipo de cambio resultó ser

de 0.512 y su signo positivo, confirma el efecto que tienen las - devaluaciones sobre el volumen de exportaciones. En cuanto a los precios relativos, la elasticidad es de - 0.19 y el signo negativo indica que los aumentos en los precios internos provocan una - disminución en el monto de bienes y servicios exportados.

Importaciones Totales de Bienes y Servicios.

La ecuación obtenida para estimar las Importaciones Totales de Bienes y Servicios fue como sigue:

$$MT_t = - 22032.3 + .076679 PIB_t - 4980.79 TC_t + 888.098 PR_t$$

(- 6.42) (7.41) (- 6.15) (7.33)

$$R^2 = .9784$$

$$eee = 3966.7$$

$$F = 241.50$$

$$D.W. = 1.010$$

Los parámetros obtenidos, así como las pruebas estadísticas, resultaron altamente significativos, con excepción de la - - prueba de autocorrelación, que no permite concluir nada, pues al

igual que en la ecuación anterior, su valor corresponde a zona crítica. Para corregir esto se intentó incluir otras variables, sobre todo alguna que funcionara como término de sustitución de importaciones; sin embargo, ninguna de ellas resultó significativa.

Los signos de los parámetros corroboran las hipótesis planteadas, resultando una elasticidad de las importaciones respecto al PIB de 0.752 y su signo positivo indica como las importaciones y, sobre todo, las de bienes de capital, dependen estrechamente del nivel de actividad económica, aunque existen otro tipo de bienes, como los agrícolas, que no dependen de ésta en forma directa, sino en algunos casos la relación puede ser inversa. En cuanto al tipo de cambio, la elasticidad es de - 1.489 y su signo negativo demuestra el efecto que tienen las devaluaciones en la inhibición de las importaciones. La elasticidad-precio de las importaciones es de 0.615, lo que indica que una sobrevaluación del peso mexicano, expresada en términos de relación de precios, hace aumentar el volumen de importaciones de bienes y servicios.

3.4 Estimación por Mínimos Cuadrados Bietápicos (MC2E).

Como señalamos anteriormente en este capítulo, únicamente mostraremos los resultados obtenidos en la estimación de las - - ecuaciones utilizando el método de mínimos cuadrados bietápicos - sin volver a explicar cada una de ellas. En el siguiente apartado se hará lo mismo con lo que resultó a través de la aplicación de mínimos cuadrados trietápicos.

Lo que resultó después de aplicar MC2E fue lo siguiente:

$$IP_t = 17603.7 + .486176 \Delta PIB_t - 1273.21 R_t + 1.36990 IG_{t-1}$$

(4.45) (3.21) (- 2.49) (9.51)

$$R^2 = .950$$

$$eee = 6089.337$$

$$F = 102.885$$

$$D.W. = 0.935$$

$$\text{EXNP}_t = - 14553.4 + 56.9349 \text{PNBUSA}_t + 1280.53 \text{TC}_t - 212.009 \text{PR}_t$$

(- 4.92) (12.14) (2.64) (- 3.19)

$R^2 = 0.952$

$eee = 2466.50$

$F = 106.619$

$D.W. = 1.214$

$$\text{MT}_t = - 22508.7 + 0.077660 \text{PIB}_t - 4951.97 \text{TC}_t + 884.509 \text{PR}_t$$

(- 6.57) (7.61) (- 6.19) (7.39)

$R^2 = 0.979$

$eee = 3938.79$

$F = 245.010$

$D.W. = 1.030$

3.5 Estimación por Mínimos Cuadrados Trietápicos (MC3E).

Las estimaciones que resultaron con la aplicación de MC3E fueron las que siguen:

$$CP_t = 12267.2 + .70967 YPD_t + .13917 CREDIS_t$$

(3.96) (30.87) (3.41)

$R^2 = .9996$

$eee = 4655.0$

$F = 11630.042$

$D.W. = 1.581$

$$IP_t = 19872.6 + .470564 \Delta PIB_t - 1567.39 R_t + 1.44215 IG_{t-1}$$

(5.19) (4.08) (- 3.41) (11.76)

$R^2 = .949$

$eee = 11063.0$

$F = 86.68$

$D.W. = .998$

$$EXNP_t = - 15727.1 + 59.0471 PNBUSA_t + 1238.1 TC_t - 215.171 PR_t$$

(- 5.50) (13.58) (3.02) (- 3.75)

$R^2 = .952$

$eee = 4413.7$

$F = 92.75$

$D.W. = 1.15$

$$MT_t = - 22583.3 + .068739 PIB_t - 5106.88 TC_t + 939.62 PR_t$$

(- 6.69) (6.99) (- 7.29) (8.64)

$$R^2 = .978$$

$$eee = 7226.0$$

$$F = 202.56$$

$$D.W. = .993$$

3.6 Simulación y Validación.

Después de haber especificado y estimado el modelo, se - -
considera ahora qué es lo que se hace con el sistema numérico. -
En alguna u otra forma, casi cualquier aplicación de modelos - -
involucra técnicas de simulación, entendiéndose por simulación -
la solución de un sistema de ecuaciones representando un modelo.

En la primera parte de este subcapítulo se verá qué es la
simulación y cómo es que se obtiene. En la segunda parte se verá
cómo se lleva a cabo la validación del modelo, esto es, cómo se -
puede saber que tan confiable es el modelo. En la tercera y - -
última parte, se llevará a cabo la simulación y validación del -
modelo que se construyó en este trabajo para observar cuál método
nos brinda mejores resultados.

Simulación.

En base a la teoría económica se especificó lo que sería -
el modelo a través de relaciones funcionales e identidades. El -
siguiente paso fue la estimación de los parámetros propuestos con
técnicas de regresión lineal, con las que se obtuvieron una serie
de ecuaciones matemáticas en donde las variables del lado izquier

do aparecen en varias ecuaciones del lado derecho; es decir que algunas variables son independientes y dependientes a la vez, lo que hace que las ecuaciones sean simultáneas y por lo tanto, para poder tomar en cuenta el proceso simultáneo, se tiene que resolver el sistema de ecuaciones.

La manera más conocida para resolver el sistema es a través de la inversión de la matriz de coeficientes. Este método es relativamente sencillo cuando se trata de pocas ecuaciones y siempre y cuando sean lineales. Pero si el sistema no es lineal o son muchísimas ecuaciones, este método ya no es el más adecuado. En estos casos, la práctica usual es la utilización del algoritmo Gauss-Seidel que se usa para resolver sistemas de este tipo 8/.

El método Gauss-Seidel resuelve el sistema recursivamente, sustituyendo los valores requeridos de las variables endógenas de la última iteración. El procedimiento comienza con un conjunto inicial de valores para las variables endógenas y hace iteraciones a través de todo el sistema hasta que todas las variables endógenas difieren en menos de una cantidad preestablecida en dos iteraciones sucesivas; a lo anterior se le llama

8/ Klein L. R., y Young R. M. An Introduction to Econometric Forecasting and Forecasting Models. Lexington Books, 3a. ed. U.S.A., 1981, p. 61.

solución de punto.

En general, el método Gauss-Seidel es preferido debido al número reducido de evaluaciones funcionales requeridas en comparación a otros métodos. Se ha encontrado que este método es muy eficiente para solucionar sistemas grandes no lineales, pero aún cuando el sistema fuera lineal, en un modelo muy grande, probablemente sería más eficiente utilizar este algoritmo en vez de - - llevar a cabo el trabajo inmenso asociado con la inversión de - - matrices grandes.

Validación.

Hay que tener en cuenta que el modelo que se construya - - servirá fundamentalmente para hacer análisis económico y para - - realizar predicciones con respecto al fenómeno que se esté estudiando. Así que, antes de utilizarlo hay que saber qué tan - - bueno y confiable es; para ello se efectúan las llamadas simulaciones de validación y se calculan estadísticas específicas sobre el error para validar el modelo.

Así pues, hay dos tipos de simulación de validación que - - tienen un carácter ex-post y por esto se pueden confrontar con - - el comportamiento económico real. A saber:

1.) Interpolación o simulación histórica. Consiste en simular dentro del período de la muestra utilizada en la estimación. (En nuestro caso, el período es de 1961-1980).

2.) Extrapolación o pronóstico ex-post. Consiste en simular fuera del período de la muestra utilizada en la estimación. (En nuestro caso, es un período posterior a 1980 y anterior a 1983).

En lo que respecta a las estadísticas sobre el error, se tienen que calcular y analizar después de la simulación, y nos reafirmarán la eficiencia o la no eficiencia del modelo que se ha construido. Para la formulación de estas estadísticas definiremos en primera instancia lo siguiente:

\hat{Y}_i = Valor simulado de la variable.

Y_i = Valor real de la variable.

n = Número de períodos en la simulación.

La primera estadística que se calcula es el error medio (EM) 9/, que se define así:

9/ Ibid, p. 148.

$$EM = \Sigma (\hat{Y}_i - Y_i) / n$$

Esta medida presenta un problema: la cancelación de errores positivos con los errores negativos, lo que nos puede llevar a valores muy cercanos a cero y poder inferir conclusiones erróneas con respecto al modelo. Es debido a esto que su interpretación es limitada.

Para solventar lo anterior existe la estadística llamada error absoluto medio (EAM) 10/, que se define así:

$$EAM = \Sigma | \hat{Y}_i - Y_i | / n$$

Esta estadística resuelve el problema de la cancelación de errores, pero también es criticable en lo que respecta a la inferencia en base a ésta, esto es, le da la misma importancia a un error grande que a un error pequeño.

Sabiendo que las dos estadísticas anteriores son un tanto cuantitativas limitadas, la estadística que elimina las limitaciones anteriores, y por consiguiente, la más utilizada en la práctica, es la raíz de la media del error al cuadrado (RMEC) 11/, ya -

10/ Ibid, p. 147.

11/ Ibid.

que elimina tanto la cancelación de los errores como la igualdad de importancia en los errores, esto es, da mayor importancia a errores grandes. Esta estadística se define de la siguiente forma:

$$RMEC = \sqrt{\frac{\sum (\hat{Y}_i - Y_i)^2}{n}}$$

Estas tres estadísticas son medidas de la desviación de la variable simulada de su valor real. La magnitud del error únicamente se puede incluir comparando la estadística con el tamaño promedio de la variable, es decir, dependen de la unidad de medida. Una solución plausible a esto es la de definir las medidas en términos porcentuales, obviamente mientras más pequeños sean los resultados de las estadísticas se puede inferir que el modelo es en cierta medida confiable.

La expresión porcentual de las estadísticas es:

$$EMP = \frac{1}{n} \sum \frac{(\hat{Y}_i - Y_i)}{Y_i} \times 100$$

$$EAMP = \frac{1}{n} \sum \frac{|\hat{Y}_i - Y_i|}{|Y_i|} \times 100$$

$$\text{RMECP} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum \left(\frac{\hat{Y}_i - Y_i}{Y_i} \right)^2} \times 100$$

Aparte de las estadísticas anteriores, existe una medida - sistemática de precisión para evaluar o validar un modelo. Esta medida es llamada coeficiente de desigualdad, aumentándole el - apellido del investigador que la sugirió, H. Theil 12/.

Así, el coeficiente de desigualdad de Theil se define por la expresión:

$$U^2 = \frac{\sum (\hat{Y}_i - Y_i)^2 / n}{\sum Y_i^2 / n}$$

$$U = \sqrt{\frac{\sum (\hat{Y}_i - Y_i)^2 / n}{\sum Y_i^2 / n}}$$

Los valores que asume este coeficiente están entre 0 y ∞ :

$$0 \leq U \leq \infty$$

Mientras más pequeño sea el valor del coeficiente se puede

12/ Koutsoyiannis A. Op. Cit., p. 495.

inferir que las predicciones del modelo son mejores.

Si $\hat{Y}_i = Y_i$, entonces $U = 0$ afirmándose que el modelo alcanza predicciones perfectas.

Si $\hat{Y}_i = 0$, entonces $U = 1$ implicando que no se estaría haciendo ninguna predicción.

Si $U = 1$ el poder de la predicción sería muy malo, siendo preferible no hacer cambios en la extrapolación, esto es, $Y_t = Y_{t+1}$, asumiéndose que el valor de la variable dependiente entre los períodos t y $t+1$ será el mismo.

El numerador del coeficiente es la raíz de la media del error al cuadrado (RMEC) y es un término importante. El denominador es simplemente una manera de obtener la independencia de U de las unidades de medida de las variables.

Así, en base al numerador podemos profundizar más acerca del origen del error; esto es, descomponiendo un numerador en los siguientes términos se mostrarán los diferentes orígenes del error de predicción:

$$\frac{1}{n} \sum (\hat{Y}_i - Y_i)^2 = (\hat{\bar{Y}} - \bar{Y})^2 + (S \hat{y} - S y)^2 + 2 (1 - r \hat{y} y) S \hat{Y} S y$$

donde $\hat{\bar{Y}}$ y \bar{Y} son las medias de las predicciones y valores reales:

$$\hat{\bar{Y}} = \frac{1}{n} \sum \hat{Y}_i \qquad \bar{Y} = \frac{1}{n} \sum Y_i$$

$S_{\hat{Y}}$ y S_Y son las desviaciones estándar de las predicciones y valores reales:

$$S^2_{\hat{Y}} = \frac{1}{n} \sum (\hat{Y}_i - \hat{\bar{Y}})^2 \qquad S^2_Y = \frac{1}{n} \sum (Y_i - \bar{Y})^2$$

y $r_{\hat{Y}Y}$ es el coeficiente de correlación de las predicciones y valores reales:

$$r_{\hat{Y}Y} = \frac{\sum (\hat{Y}_i - \hat{\bar{Y}}) (Y_i - \bar{Y})}{n S_{\hat{Y}} \cdot S_Y}$$

Los tres componentes que forman los orígenes del error de predicción son llamados coeficientes parciales de desigualdad.

El primero muestra que la causa de la discrepancia entre las predicciones y los valores reales es la diferencia entre sus medias; éste es conocido como el componente del sesgo del coeficiente de desigualdad.

El segundo componente nos muestra que otra causa de las discrepancias entre \hat{Y} y Y es la diferencia entre sus varianzas y es conocido como el componente de la varianza del coeficiente de desigualdad.

El tercer componente nos muestra que otra causa de la discrepancia entre \hat{Y} y Y es su covarianza imperfecta y es conocido como el componente de covarianza del coeficiente de desigualdad.

De los tres componentes, el tercero es el que presenta mayores problemas, en el sentido de que no podemos hacer mucho acerca de él; esto se debe a que nunca esperaremos que las proyecciones estén perfectamente correlacionadas con los valores reales. Así, $r_{\hat{Y}Y} \neq 1$, por lo tanto, el componente de la covarianza no se puede esperar que sea cero. Los otros dos orígenes del error se pueden reducir en general en el curso del tiempo, por la incorporación de información en el proceso de predicción.

Usualmente, la manera de presentar los varios orígenes del error de predicción es dividir cada componente por la variación total de predicción $\sum (\hat{Y}_i - Y_i)^2 / n$. Así expresamos cada componente como la proporción del total del error de predicción. Este procedimiento nos lleva a las proporciones de desigualdad:

Componente de sesgo:

$$U_M = \frac{(\hat{\bar{Y}} - \bar{Y})^2}{\sum (\hat{Y}_i - Y_i)^2 / n}$$

Componente de varianza:

$$U_S = \frac{(S \hat{Y} - S y)^2}{\sum (\hat{Y}_i - Y_i)^2 / n}$$

Componente de covarianza:

$$U_C = \frac{2 (1 - r_{\hat{Y} Y}) S \hat{Y} S Y}{\sum (\hat{Y}_i - Y_i)^2 / n}$$

entonces:

$$U_M + U_S + U_C = 1$$

Simulación y Validación del Modelo.

Hasta aquí, se ha estimado el modelo por tres diferentes técnicas de estimación. Utilizando el algoritmo Gauss-Seidel se simuló el modelo con los parámetros obtenidos a través de los tres métodos.

Analizando las simulaciones obtenidas se examinó la variable más importante, el PIB. Se podrían haber hecho las simulaciones de las 10 variables endógenas; sin embargo, se escogió al PIB no sólo por su importancia, sino también por ser la variable que más tiene que ver con todas las demás dentro del proceso de interrelaciones simultáneas.

Partiendo de la observación de las gráficas, podemos decir que el modelo es estable con los tres métodos de estimación, notándose que en donde hay mayores variaciones es con el método de MC3E. En el Cuadro 3 se presentan los valores simulados del PIB y en el Cuadro 4 se muestran los mismos valores en tasas de crecimiento anual, como prueba más rigurosa de la simulación.

Como se puede ver en estos Cuadros, las estimaciones de MCO y MC2E son sumamente parecidas, corroborándose esto con los datos del Cuadro 5, donde se presentan los resultados obtenidos

en base a los estadísticos más usuales para la validación de un modelo de este tipo, explicados en el apartado anterior. Se notará que los resultados de MCO, por lo que respecta a RMEC, EM y U, son ligeramente mejores que los obtenidos por MC2E, en tanto que el estadístico EAM es mejor en MC2E que en MCO.

El hecho de que en este modelo resulten mejores las estimaciones obtenidas por MCO nos debe llevar a analizar una serie de factores, ya que teóricamente las estimaciones debieron haber resultado mejores a través de MC2E y MC3E; entre estos factores estarían los errores de medición y la información estadística, además de los problemas de especificación y otro tipo de problemas, como por ejemplo el hecho de haber incluido el Ingreso Personal Disponible (YPD) como variable exógena cuando debió de haberse considerado como variable endógena.

De acuerdo a todo lo anterior, podríamos terminar citando a Koutsoyiannis para poner de relieve lo que dijimos en los párrafos de arriba: "Diversos estudios sobre la aplicación de las distintas técnicas econométricas a diferentes conjuntos de datos han mostrado que tal vez los errores de medición en las variables son mucho más importantes que la diferencia en técnicas aplicadas. Se ha encontrado que la variación en la estimación de parámetros es, en general, mucho mayor entre diferentes conjuntos de datos que entre diferentes métodos de estimación. Ante esta

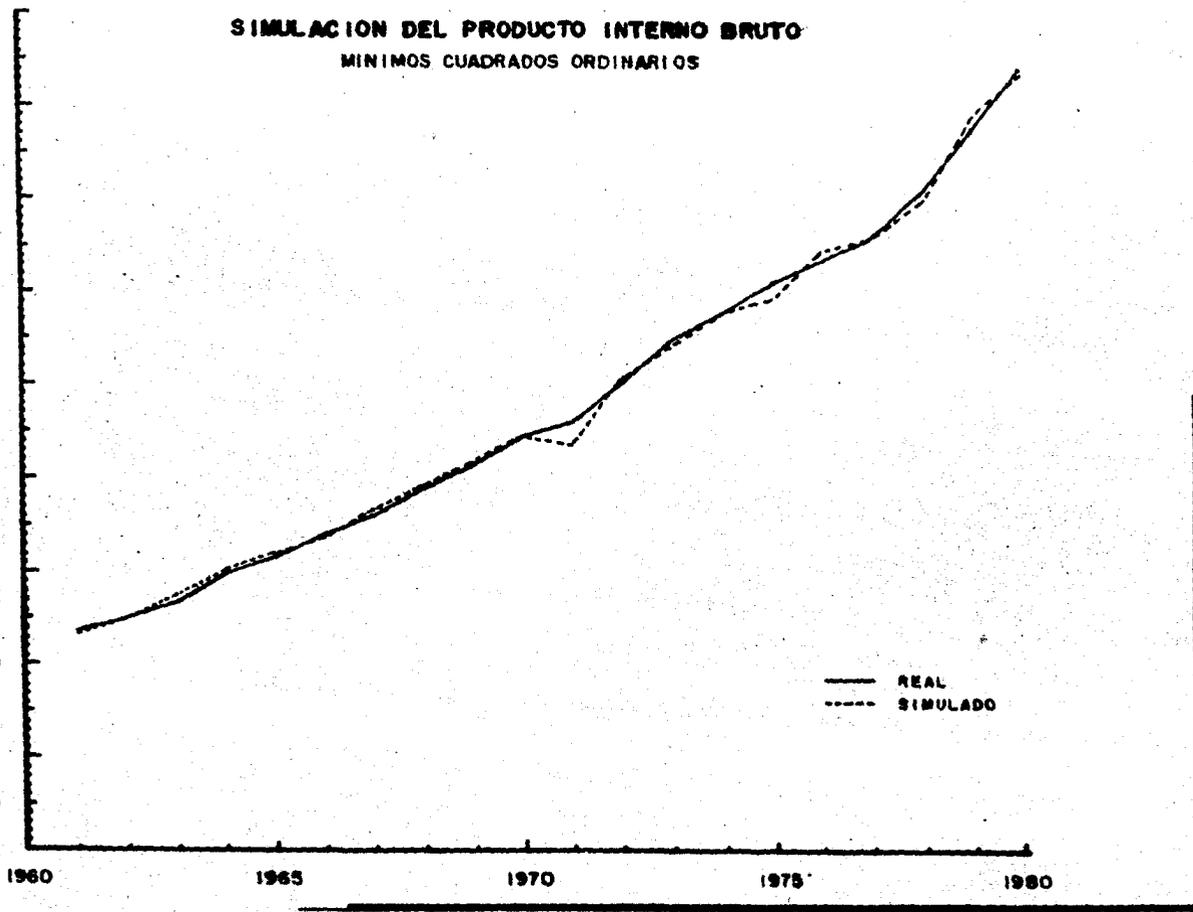
evidencia, diversos autores han confirmado que los resultados de la investigación econométrica pueden ser mejorados más bien por los avances en la recolección de datos y en las técnicas de procesamiento, que por los avances o refinamientos sofisticados en los métodos econométricos" 13/.

13/ Ibid, p. 511.

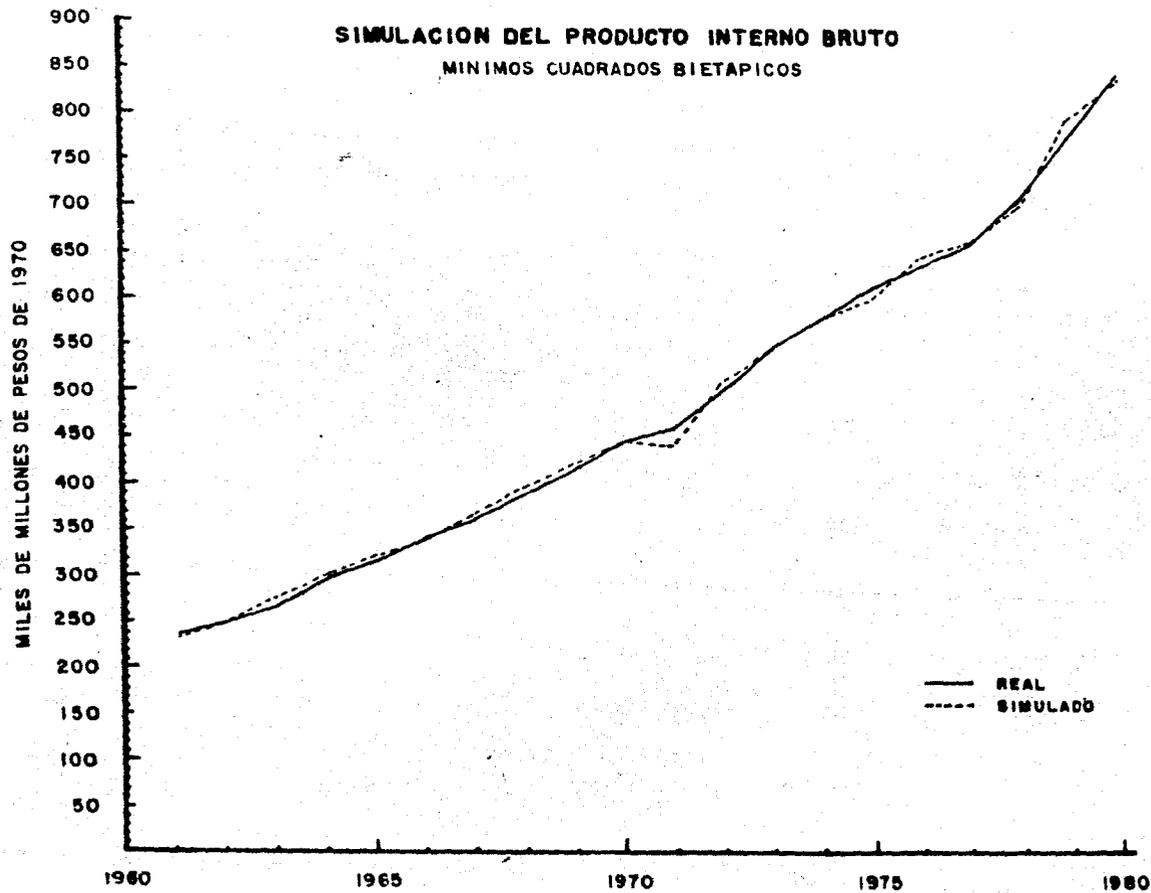
MILES DE MILLONES DE PESOS DE 1970

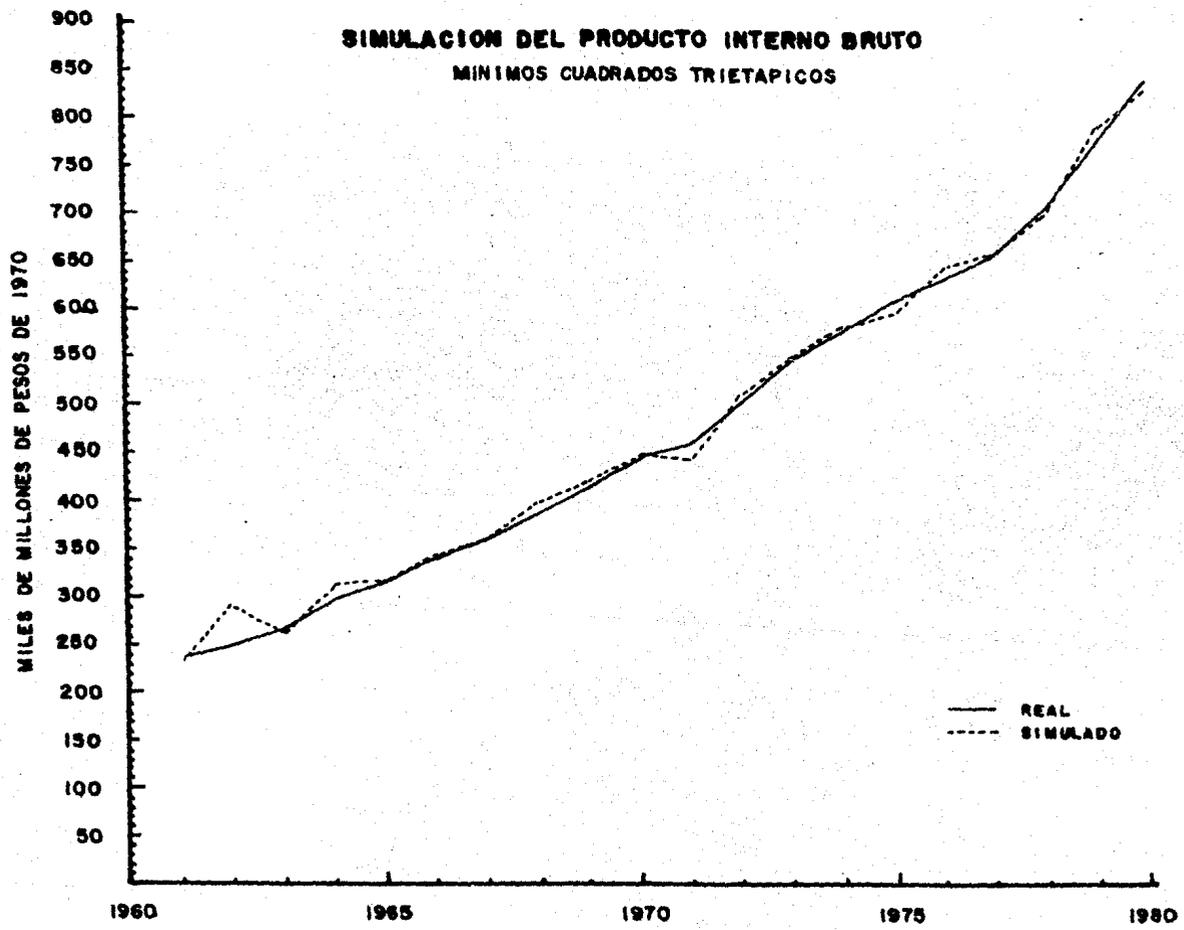
SIMULACION DEL PRODUCTO INTERNO BRUTO MINIMOS CUADRADOS ORDINARIOS

900
850
800
750
700
650
600
550
500
450
400
350
300
250
200
150
100
50



— REAL
- - - SIMULADO





C U A D R O 3

VALORES OBTENIDOS EN LA SIMULACION DEL PIB
A TRAVES DE LOS TRES METODOS DE ESTIMACION

(Millones de Pesos de 1970)

Años	Real	MCO	MC2E	MC3E
1961	236 606.9	234 082.1	234 568.4	230 897.8
1962	247 727.5	247 665.9	247 736.6	289 409.7
1963	267 545.7	274 330.9	274 703.9	261 030.7
1964	298 848.5	303 209.1	303 334.8	311 367.2
1965	318 273.6	320 355.0	320 619.4	312 741.0
1966	340 234.5	337 432.6	337 543.2	342 300.7
1967	361 669.3	366 213.0	366 397.0	362 001.4
1968	390 964.5	393 910.8	393 950.3	397 679.5
1969	415 595.3	420 291.0	420 372.8	418 907.4
1970	444 271.4	443 562.7	443 561.7	446 188.6
1971	462 803.8	441 665.4	441 658.1	441 881.9
1972	502 085.9	508 247.4	507 651.4	509 502.5
1973	544 306.7	544 001.7	544 374.3	546 180.6
1974	577 568.0	578 452.4	578 089.4	581 083.4
1975	609 975.8	594 428.0	594 694.3	596 313.0
1976	635 831.3	643 800.5	643 346.3	645 653.8
1977	657 721.5	658 620.5	658 680.8	658 839.4
1978	711 982.3	701 268.5	700 678.3	698 990.8
1979	777 162.6	791 287.6	791 200.6	790 872.3
1980	841 854.5	835 281.0	834 851.8	829 924.6

C U A D R O 4

VALORES OBTENIDOS EN LA SIMULACION DEL PIB

(Tasas de Crecimiento)

Años	Real	MCO	MC2E	MC3E
1962	4.67	5.80	5.61	25.34
1963	7.99	10.76	10.89	- 9.81
1964	11.69	10.53	10.42	19.28
1965	6.48	5.65	5.70	0.44
1966	6.93	5.33	5.28	9.45
1967	6.27	8.53	8.55	5.76
1968	8.14	7.56	7.52	9.86
1969	6.32	6.70	6.71	5.34
1970	6.92	5.54	5.52	6.51
1971	4.17	- 0.43	- 0.43	- 0.97
1972	8.49	15.08	14.94	15.30
1973	8.41	7.03	7.23	7.20
1974	6.11	6.33	6.19	6.39
1975	5.61	2.76	2.87	2.62
1976	4.24	8.31	8.18	8.27
1977	3.44	2.30	2.38	2.04
1978	8.25	6.48	6.38	6.09
1979	9.16	12.84	12.92	13.14
1980	8.32	5.56	5.52	4.94

C U A D R O 5

COMPARACION DE LOS METODOS DE ESTIMACION
EN LA SIMULACION DEL PIB

Estadísticos	MCO	MC2E	MC3E
Error Medio (EM)	- 246.0	- 250.8	1 436.8
Error Absoluto Medio (EAM)	5 791.6	5 766.5	9 163.1
Raíz de la Media del Error al Cuadrado (RMEC)	8 014.9	8 018.9	12 953.7
Coefficiente de Desigualdad de Theil (U)	0.021992	0.022002	0.035539
<u>Coefficientes Parciales de Desigualdad</u>			
Componente de Sesgo (U_M)	0.000944	0.000979	0.012303
Componente de Varianza (U_S)	0.009074	0.014470	0.050577
Componente de Covarianza (U_C)	0.989987	0.984007	0.937208

C O N C L U S I O N E S

CONCLUSIONES

Como se dijo reiteradamente a lo largo de todo el trabajo, creemos que la mejor manera de introducirse al estudio de la econometría es a través de la construcción de un modelo, que una vez estimado, nos permita concluir una serie de cuestiones que se desprenden de todo el proceso que implica llegar a construir un modelo econométrico, aún pequeño, como en el que aquí se trabajó. También creemos que la verdadera aplicación del método econométrico se apreciará en el momento de utilizar los modelos como instrumentos que nos ayuden a conocer e interpretar los fenómenos económicos cada día más complejos y más difíciles de explicar, con el fin de, por un lado, contar con cada vez un mayor número de herramientas que faciliten la toma de decisiones en el complejo proceso de implementación de medidas de política económica y, por otro lado, utilizándolos como instrumentos de análisis que permitan avanzar en el campo de la teoría económica.

En cuanto a las conclusiones que se desprenden de la estimación del modelo, podemos decir que al aplicar los tres diferentes métodos de estimación, se encontró que no existe mucha diferencia entre los resultados obtenidos a través de MCO y MC2E; el método de MC3E sí mostró importantes desviaciones respecto a los otros dos, lo que demuestra que este último método es demasia

do sensible y requiere, para obtener mejores resultados, que el modelo a estimar esté perfectamente especificado. En el caso de nuestro modelo, éste obviamente no presenta la especificación teórica ideal, muchas veces por falta de información, ya que, y esto podría ser una de las conclusiones más importantes que se desprenden de la construcción de un modelo de la economía mexicana, la deficiencia de información estadística sobre variables económicas es muy seria y, como lo dijimos varias veces a lo largo del trabajo, es éste uno de los obstáculos a los que debe enfrentarse cualquiera que intente realizar un trabajo econométrico en México.

Por otra parte, en el análisis de los resultados obtenidos en la estimación de las ecuaciones, no se contemplaron todos los aspectos de los resultados; es decir, si bien se revisaron varias pruebas estadísticas, no se analizó la presencia de heterocedasticidad y multicolinealidad, lo que podría significar un examen incompleto del modelo. Sin embargo, pensamos que los resultados que mostraron tanto las pruebas estadísticas como las simulaciones, permiten concluir que el modelo es estable y que incluso podría funcionar satisfactoriamente como un modelo predictivo.

Queremos señalar, finalmente, que no creemos de ninguna manera que este modelo sea un trabajo terminado; al contrario,

pensamos que un modelo nunca puede considerarse como concluido, -
que debe estar en constante revisión, actualización y ampliación
y que si bien, este trabajo muestra numerosas deficiencias, como
problemas de autocorrelación no resueltos e imperfecciones en - -
cuanto a la especificación teórica, pensamos que valdría la pena
retomararlo y seguir trabajando en él, estando siempre concientes -
de las grandes limitaciones que impone el uso de la econometría -
para evitar caer en abusos empiristas o ser simplemente "corredo-
res de regresiones" y nunca olvidar que la técnica econométrica -
es tan solo una herramienta que, apoyada fundamentalmente en la -
teoría económica, nos puede ser útil en la interpretación de - -
fenómenos económicos.

A N E X O

E S T A D I S T I C O

S I M B O L O G I A

Número de Variable	Símbolo	Descripción
(1)	PIB_t	Producto Interno Bruto
(2)	IG_t	Inversión del Gobierno
(3)	YPD_t	Ingreso Personal Disponible
(4)	CP_t	Consumo Privado
(5)	CG_t	Consumo del Gobierno
(6)	CT_t	Consumo Total
(7)	IP_t	Inversión Privada
(8)	IT_t	Inversión Total
(9)	Ve_t	Variación de Existencias

Número de Variable	Símbolo	Descripción
(10)	EXT_t	Exportaciones Totales de Bienes y Servicios
(11)	MT_t	Importaciones Totales de Bienes y Servicios
(12)	$CREDIS_t$	Disponibilidad de Crédito
(13)	R_t	Tasa de Interés
(14)	$EXNP_t$	Exportaciones de Bienes y Servicios sin considerar Petróleo y sus derivados
(15)	EXP_t	Exportaciones Petroleras
(16)	$PNBUSA_t$	Producto Nacional Bruto de Estados Unidos
(17)	TC_t	Tipo Cambiario
(18)	$INPC_t$	Indice Nacional de Precios al Consumidor

Número de Variable	Símbolo	D e s c r i p c i ó n
(19)	PCUSA _t	Indice de Precios al Consumidor de Estados Unidos
(20)	PR _t	Precios Relativos México / Estados Unidos
(21)	Δ PIB _t	Primeras Diferencias del PIB
(22)	PIB _{t-1}	Producto Interno Bruto Rezagado
(23)	IG _{t-1}	Inversión del Gobierno Rezagada

FUENTES CONSULTADAS

(1), (2), (3),
(4), (5), (6),
(7), (8), (9),
(10), (11), (22) y
(23):

1960/1969: Serie construida en base a datos del - -
Banco de México. Estadísticas de la Oficina de Cuentas de Producción, 1960-1976, México, 1977.

1970/1977: Secretaría de Programación y Presupuesto.
Sistema de Cuentas Nacionales de México, México, 1981.

1978/1980: Secretaría de Programación y Presupuesto.
Sistema de Cuentas Nacionales de México, 1978-1980, México, 1982.

(3) 1961/1980: Los Impuestos Directos fueron obtenidos:
Secretaría de Hacienda y Crédito Público.
Cuenta de la Hacienda Pública Federal.

Esta variable fue obtenida al restarle -
los Impuestos Directos al Ingreso Nacional Disponible.

(12) 1961/1980: Banco de México. Indicadores Económicos.
Se obtuvo restándole a los Pasivos Totales del Sistema Bancario la Reserva - -
Monetaria.

- (13) 1961/1977: Comisión Nacional Bancaria y de Seguros. Boletín de Información Estadística Oportuna.
- 1978/1980: Banco de México. Moneda y Banca.
- (14) y (15):
- 1961/1980: Banco de México. Informes Anuales.
- (16) y (19):
- 1961/1980: Business Conditions Digest. U.S.A., - -
Department of Commerce.
- (17) 1961/1980: Banco de México. Indicadores Económicos.
- (18) 1961/1967: Banco de México. Indicadores Económicos.
- Estos datos corresponden al Índice Nacional de Precios al Mayoreo.
- 1968/1980: Banco de México. Indicadores Económicos.
- (20) y (21): Estas cifras corresponden a resultados de ecuaciones de identidad que forman parte del Modelo.

* 1960/1969: Excluye Pagos a Factores de la Producción
y Transferencias Corrientes.

** Cifras en miles de millones de dólares.

PROGRAM

CARD INSTRUCTION

```

1 TERMINATOR;
2 SMPL 1 21$
3 LOAD PIS$
4 225554.9 236606.9 247727.5 267549.7 258848.5 318273.6 340234.5
5 361669.3 390964.5 415595.3 444271.4 462803.8 502025.9
6 544306.7 577568.0 605975.8 635831.3 657721.5 711982.3
7 777162.6 841854.5$
8 LOAD IC $
9 10373.5 13453.1 13613.9 16778.0 21039.2 18312.8 22760.0 24844.6
10 29329.3 27615.6 29249.9 22451.2 31484.4 43938.2 45009.6
11 54732.9 50597.2 47212.4 62122.2 72753.3 84670.3 $
12 SMPL 2 21$
13 LOAD YPDT
14 217457.0 227013.0 244665.0 273575.0 289650.0 310378.0 329265.0
15 353885.0 375157.0 400059.0 417283.0 450957.0 488869.0 515460.0
16 540735.0 557736.0 572252.0 615778.0 669728.0 724529.0 $
17 LOAD CP$
18 177217.8 185192.6 197044.9 218325.8 227713.8 244564.6 261195.0
19 285486.1 298618.5 319521.8 336216.2 358909.9 382715.5 402449.8
20 425435.7 444755.3 453822.6 490806.1 534218.5 574502.6 $
21 LOAD CG $
22 14858.4 17121.4 19255.8 21538.0 22306.4 24218.0 25806.7
23 28547.4 29772.1 32243.2 35671.2 40454.3 44516.5 47330.2
24 54018.1 57454.3 56804.2 62448.1 68433.7 74957.5 $
25 LOAD CT $
26 192076.2 202314.0 216304.7 239923.8 250020.2 268782.6 287001.7
27 314033.5 328190.6 351765.0 371887.4 399364.2 427232.0 449780.0
28 479453.8 502209.6 510626.8 553254.2 602652.2 649460.1 $
29 LOAD IF $
30 23507.4 25216.4 26701.7 31310.4 37910.6 38411.1 44768.1
31 46966.2 54325.9 55410.7 64691.0 66321.4 68289.5 76086.2
32 7758.2 82312.4 76774.1 80677.1 98960.9 112494.2 $
33 LOAD IT $
34 36960.5 39030.3 43479.7 52349.6 56223.4 61171.1 69612.7
35 76295.5 81941.4 88660.6 87142.2 97805.8 112227.7 121095.8
36 132316.1 132909.6 123986.5 142799.3 171714.2 197364.5 $
37 LOAD VE $
38 6929.3 4746.6 7869.6 8878.8 13348.8 10613.4 8585.3
39 5505.6 7402.2 12255.4 8899.3 8341.8 10099.0 22522.8

```

```

40 18534.7 14487.2 22951.1 21672.9 21704.C 38609.6 $
41 LOAD EXT $
42 22931.5 24353.2 25010.8 26736.5 28902.2 30491.8 29394.1
43 31833.8 37181.9 34430.5 35786.5 41666.3 47365.6 47457.7 43231.5
44 50414.1 57803.4 64499.3 72328.8 76746.2 $
45 LOAD MT $
46 22587.6 22971.5 25360.6 29266.1 30436.8 31045.5
47 33218.7 36972.4 39375.6 42880.1 40911.6 45092.2 52617.6
48 63288.3 63660.3 64189.2 57646.3 70243.3 91236.6 120325.9 $
49 LOAD CREDITS$
50 61485 67374 76709 84300 93912 104554 120182
51 133760 150433 166874 178557 192905 201434 192119
52 202551 256669 284550 293601 318220 330387 $
53 LOAD R $
54 11.41 11.61 12.38 11.32 11.56 11.43 11.25 11.46 11.43
55 11.90 11.91 10.23 12.33 12.43 13.75 14.77 15.78 20.5 22.8 32.7 $
56 LOAD EXNP $
57 22324.5 23708.2 24403.8 26140.5 28286.2 29901.8 28828.1 31370.8
58 36644.9 33950.5 35412.5 41422 47112.6 46491.7 39952.5 46689.1
59 50765.4 53859.3 54239.8 44359.2 $
60 LOAD EXP$
61 607.0 645.0 607.0 596.0 616.0 590.0 566.0 463.0 537.0
62 480.0 374.0 244.0 253.0 966.0 3279.0 3725.0 7038.0 10640.0
63 18089.0 32387.0 $
64 LOAD PNEUSAS
65 691.811 731.771 761.194 801.332 849.748 900.429 924.821
66 967.542 994.522 992.700 1026.285 1084.400 1147.603 1141.152
67 1128.250 1185.174 1254.251 1313.974 1356.124 1353.939 $
68 LOAD TCS
69 12.5 12.5 12.5 12.5 12.5 12.5 12.5 12.5 12.5
70 12.5 12.5 12.5 12.5 12.5 15.44 22.57 22.76 22.80 22.95 $
71 LOAD INPCS
72 73.99 76.26 77.82 83.70 84.69 87.81 89.87 91.92 95.04 100.0
73 105.24 105.81 118.51 146.70 168.93 195.61 252.16 296.30
74 350.20 442.43 $
75 LOAD PCUSA $
76 77.18 77.95 78.92 79.89 81.28 83.77 85.99 89.60 94.45 100.0
77 104.30 107.77 114.56 127.05 138.70 146.74 156.31 168.10
78 187.10 212.34 $
79 LOAD PD $
80 95.94 97.83 98.61 104.75 104.20 104.82 104.51 102.59 100.62
81 100.0 100.90 96.18 103.45 115.06 121.80 132.30 161.32 176.26
82 187.17 208.36 $
83 LOAD PIRA $
84 22554.2 23660.9 24772.5 267545.7 298848.5 318273.6 340234.5
85 361669.3 390964.5 418595.3 444271.4 462803.8 502085.9 544306.7
86 577566.0 609978.8 635831.3 657721.5 711982.3 777162.6 $
87 SAMPLE 1 21$
88 GENERATE ICR=IC(-1) $
89 GENERATE PIER=PIE(-1) $
90 GENERATE DPIP=PIE-PIER $
91 GENERATE C=1 $
92 SMPL 2 21 $
93 OLSC CP,C,YFC,CFECS $

```

```

94 RETRV FITTED 33$
95 GENERATE CFC=FITTED $
96 OLSQ IP,C,CP18,R,IGP $
97 RETRV FITTED 33$
98 IPC=FITTED $
99 OLSQ EXNP,C,PBUS8,TC,PR $
100 RETRV FITTED 33$
101 EXNPG=FITTED $
102 OLSQ MT,C,PIE,TC,PR $
103 RETRV FITTED 33 $
104 MTG=FITTED $
105 PLOT $
106 FRML CONPRI CP=AC+A1*YPC+A2*CREDIS $
107 PARAM A0,13274,A1,.70,A2,.15 $
108 FRML INVPR1 IP=BO+F1*CP18+P2*R+B3*IGR $
109 PARAM B0,17596,B1,.40,B2,-1272,B3,1.37 $
110 FRML EXNPET EXNP=CO+C1*PNBUS8+C2*TC+C3*PR $
111 PARAM C0,-14773,C1,.57,C2,1299,C3,-214 $
112 FRML IMPTOT MT=CC+C1*PIE+D2*TC+D3*PR $
113 PARAM D0,-22032,D1,.C76,D2,-4981,D3,888 $
114 LSQ(MAXITW=20) CONPRI,INVPR1,EXNPET,IMPTOT $
115 GENERATE CT=CP+CC $
116 GENERATE IT=IP+IG $
117 GENERATE EXT=EXNP+EXF $
118 GENERATE PRT=(INPC/PCUSA)*100.0 $
119 GENERATE PIET=CT+IT+EXT-MT+VE $
120 PRINT CT,IT,EXT,PRT,PIET $
121 ENDS
    
```

EXECUTION

 NOTE : TERMINATOR SYMECLS ARE NOW : \$;

```

SAMPLE:      1 (1 ) 21 (21 )
SAMPLE:      1 (2 ) 20 (21 )
SAMPLE:      1 (1 ) 21 (21 )
SAMPLE:      1 (2 ) 20 (21 )
    
```

ORDINARY LEAST SQUARES

RIGHT-HAND VARIABLE	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T- STATISTIC	AVG OF DF/DB ENTRIES
C	12896.1	3051.40	4.16073	1.00000
YPD	.705397	.227063-D1	31.0661	428707.
CREDIS	.147164	.403429-C1	3.64782	175529.

*** EQUATION 1 , DEPENDENT VARIABLE...CF ***

R-SQUARED = .99960
 R-BAR-SQUARED = .99956
 F-STATISTIC = 21342.95020
 DURBIN-WATSON STATISTIC (ADJ. FOR 0 LAPS) = 1.61632
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 20
 SUM OF SQUARED RESIDUALS = .10806+09
 STANDARD ERROR OF THE REGRESSION = 2521.5
 SUM OF RESIDUALS = .15820
 MEAN VALUE OF DEPENDENT VARIABLE = .34094+06

ORDINARY LEAST SQUARES

FIGHT-HAND VARIABLE	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-STATISTIC	AVG OF DF/DB ENTRIES
C	17597.9	3953.35	4.45138	1.00000
DPIB	.485711	.150680	3.22346	30815.0
R	-1272.21	509.484	-2.49706	14.1475
IGR	1.37016	.143797	9.52843	32893.6

*** EQUATION 2 , DEPENDENT VARIABLE...IP ***

R-SQUARED = .95080
 R-BAR-SQUARED = .94156
 F-STATISTIC = 103.07486
 DURBIN-WATSON STATISTIC (ADJ. FOR 0 LAPS) = .90859
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 20
 SUM OF SQUARED RESIDUALS = .59224+09
 STANDARD ERROR OF THE REGRESSION = 6084.0
 SUM OF RESIDUALS = .24902-01
 MEAN VALUE OF DEPENDENT VARIABLE = 59636.

ORDINARY LEAST SQUARES

FIGHT-HAND VARIABLE	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T-STATISTIC	AVG OF DF/DB ENTRIES
C	-14774.4	2950.33	-5.00773	1.00000
PNUSA	57.1642	4.89413	12.2038	1030.55
TC	1298.86	483.183	2.68813	14.7010
PR	-214.389	66.0501	-3.24585	120.983

*** EQUATION 3 , DEPENDENT VARIABLE...EXNF ***

R-SQUARED = .9529
 R-BAR-SQUARED = .9440
 F-STATISTIC = 107.9284
 DURBIN-WATSON STATISTIC (ADJ.)
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 20
 SUM OF SQUARED RESIDUALS =
 STANDARD ERROR OF THE REGRESSION
 SUM OF RESIDUALS = .214
 MEAN VALUE OF DEPENDENT VARIABLE

ORDINARY LEAST SQUARES

RIGHT-HAND VARIABLE	ESTIMATED COEFFICIENT
C	-22032.3
PIF	.766791-01
TC	-4980.79
PP	882.098

*** EQUATION 4 , DEPENDENT VARIABLE...PT ***

R-SQUARED = .9783
 R-BAR-SQUARED = .9743
 F-STATISTIC = 241.5000
 DURBIN-WATSON STATISTIC (ADJ.)
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 20
 SUM OF SQUARED RESIDUALS =
 STANDARD ERROR OF THE REGRESSION
 SUM OF RESIDUALS = .180
 MEAN VALUE OF DEPENDENT VARIABLE

0 GAPS) = 1.19821

.96213+08

= 2452.2

01

= 37293.

STANDARD ERROR	T- STATISTIC	AVG OF DF/DB ENTRIES
1.29	-6.42099	1.00000
3540-01	7.40575	482151.
.264	-6.15472	14.7010
.197	7.32770	120.983

0 GAPS) = 1.01039

.25176+09

= 3966.7

01

= 49161.

LINEAR REGRESSION (LINEAR)

INITIAL CHOLESKI WEIGHTING MATRIX

	1	2	3	4	5
1	1.00000	1.00000	.000000	.000000	.000000
2	.000000	1.00000	1.00000	.000000	.000000
3	.000000	.000000	1.00000	1.00000	.000000
4	.000000	.000000	.000000	1.00000	1.00000

ITERATION NUMBER 1

PARAM = 15 SSR = .10483+010 DSSR = -.27662+13 LAMBDA = 1.0000

DELTA VECTOR:

.12696+005 .70540+000 .14716+000 .17598+005 .48571+000 -.12722+004 .13702+001 -.14774+005 .57164+002 .12989+004
 -.21439+003 -.22032+005 .76679+001 -.49808+004 .88810+003

PARAMETER ESTIMATES:

12696. .70540 .14716 17598. .48571 -1272.2 1.3702 -14774. 57.164 1298.9
 -214.39 -22032. .76679+01 -4980.8 888.10

LARGEST RELATIVE CHANGE IN PARAMETERS IS .22032+009

COVARIANCE MATRIX OF RESIDUALS (CODE 37)

	1	2	3	4
1	.108083+09	.129069+08	-.246789+08	.199493+08
2	.129069+08	.592243+09	-.114398+09	.158638+09
3	-.246789+08	-.114398+09	.962134+08	-.270658+08
4	.199493+08	.158638+09	-.270658+08	.251755+09

CHOLESKI WEIGHTING MATRIX (CODE 35)

	1	2	3	4
1	1.00000	.000000	.000000	.000000
2		1.00000	.000000	.000000
3			1.00000	.000000
4				1.00000

ITERATION NUMBER 2
 PARAM= 15 SSR= .39076+001 DSSR= -.92763-01 LAMPDA= 1.0000
 DELTA VECTOR:
 -.54976+003 .47068-002 -.83637-002 .16612+004 -.21036-002 -.25957+003 .63107-001 -.62822+003 .13976+001 -.71186+002
 .19359+001 -.44328+003 -.51790-002 -.41097+002 .29299+002
 PARAMETER ESTIMATES:
 12146. .71010 .13880 19259. .48361 -1531.8 1.4333 -15403. 58.562 1227.7
 -212.45 -22476. .71500-01 -5021.8 917.40
 LARGEST RELATIVE CHANGE IN PARAMETERS IS .20403+000
 RESIDUAL ON W MATRIX = .102945+000

ITERATION NUMBER 3
 PARAM= 15 SSR= .39926+001 DSSR= -.74490-02 LAMECA= 1.0000
 DELTA VECTOR:
 .79222+002 -.20054-003 .38455-004 .50072+003 -.99894-002 -.32120+002 .79506-002 -.25977+003 .38722+000 .80767+001
 -.21327+001 -.78722+002 -.21245-002 -.63802+002 .16870+002
 PARAMETER ESTIMATES:
 12226. .70990 .13884 19760. .47362 -1563.9 1.4412 -15662. 58.949 1235.7
 -214.59 -22584. .69376-01 -5085.7 934.27
 LARGEST RELATIVE CHANGE IN PARAMETERS IS .29713-001
 RESIDUAL ON W MATRIX = .299020-001

ITERATION NUMBER 4
 PARAM= 15 SSR= .39995+001 DSSR= -.53165-03 LAMPDA= 1.0000
 DELTA VECTOR:
 .41671+002 -.23301-003 .33171-003 .11277+003 -.30536-002 -.34844+001 .93111-003 -.64651+002 .97924-001 .23541+001
 -.58581+000 -.29055+002 -.63631-003 -.21186+002 .53507+001
 PARAMETER ESTIMATES:
 12267. .70967 .13917 19873. .47056 -1567.4 1.4421 -15727. 59.047 1238.1
 -215.17 -22583. .68739-01 -5106.9 939.62
 LARGEST RELATIVE CHANGE IN PARAMETERS IS .91719-002
 RESIDUAL ON W MATRIX = .332583-002

CONVERGENCE NOT ACHIEVED AFTER 4 ITERATIONS

E * E MATRIX OF RESIDUALS (CODE 37)

	1	2	3	4
1	.108344+09	.298937+08	-.236701+08	.133337+08
2	.298937+08	.612001+09	-.129996+09	.212397+09
3	-.236701+08	-.129996+09	.974024+08	-.279438+08
4	.133337+08	.212397+09	-.279438+08	.261074+09

CHOLESKI WEIGHTING MATRIX (CODE 35)

	1	2	3	4
1	.960654-C4	-.110464-C4	.201208-C4	-.5857C1-C5
2		.407335-C4	.249638-C4	-.291149-C4
3			.122241-C3	-.191358-C4
4				.738787-C4

E'E MATRIX OF TRANSFORMED RESIDUALS (CODE 36)

	1	2	3	4
1	.999859			
2	.200461-02	1.00177		
3	.314768-02	-.827431-03	1.00093	
4	-.641766-02	.832583-02	.266258-02	.996913

LOG OF LIKELIHOOD FUNCTION = -758.758

$$= -(20 * 4 * \text{LOG}(2 * \text{PI})) + 20 * \text{LOG}(.1686 + 34) - 20 * 4 * \text{LOG}(20) + 79.99 \quad 1/2$$

DATA AVERAGES:

YPD	-	.42871+C6	CREDIS-	.17553+06	DPIB	-	30815.
R	-	14.147	IGR	-	32894.	PNBUSA-	1030.6
TC	-	14.701	PR	-	120.98	PIB	-.48215+06
CP	-	.34094+C6	IP	-	59636.	EXNP.	37293.
MT	-	49161.					

VARIABLE	RIGHT-HAND COEFFICIENT	ESTIMATED COEFFICIENT	STANDARD ERROR	T- STATISTIC	AVG OF DF/DB ENTRIES
A0		12267.2	3099.99	3.95718	.250000
A1		.709670	.229860-01	30.8741	107177.
A2		.139170	.408217-01	3.40922	43882.2
B0		19872.6	3829.24	5.18970	.250000
B1		.470564	.115345	4.07964	7703.75
B2		-1567.39	460.003	-3.40734	3.53687
B3		1.44215	.122605	11.7626	8223.39
C0		-15727.1	2859.33	-5.50027	.250000
C1		59.0471	4.34907	13.5769	257.638
C2		1238.10	409.325	3.02475	3.67525
C3		-215.171	57.4471	-3.74555	30.2459
D0		-22583.3	3370.88	-6.69953	.250000

E1	.687393-C1	.982883-D2	6.99364	120538.
E2	-5106.88	699.988	-7.29670	3.67525
E3	939.617	103.787	8.63719	30.2459

*** EQUATION CONPRI, DEPENDENT VARIABLE...CP ***

R-SQUARED = .99960
R-FAR-SQUARED = .99952
F-STATISTIC = 11630.04211
DUREIN-WATSON STATISTIC (ADJ. FOR D GAPS) = 1.58196
NUMBER OF OBSERVATIONS = 20
SUM OF SQUARED RESIDUALS = .10834+09
STANDARD ERROR OF THE REGRESSION = 4655.0
SUM OF RESIDUALS = -.17578-01
MEAN VALUE OF DEPENDENT VARIABLE = .34094+06

OBS.	ACTUAL VALUE	FITTED VALUE	PLOT	*=ACTUAL	*=FITTED
2	177218.	175147.	:	+	
3	185193.	182748.	:	+	
4	197045.	196574.	:	+	
5	218326.	218147.	:	+	
6	227714.	230893.	:	+	+
7	244565.	247084.	:	+	
8	261195.	262662.	:	+	
9	285486.	281811.	:	+	+
10	298618.	299441.	:	+	
11	319522.	319401.	:	+	
12	336216.	333250.	:	+	
13	358910.	359144.	:	+	
14	382715.	387236.	:	+	+
15	402450.	404811.	:	+	
16	425436.	424200.	:	+	
17	444755.	443756.	:	+	
18	453823.	457978.	:	+	
19	490806.	490127.	:	+	
20	534218.	531840.	:	+	
21	574503.	572424.	:	+	+

*** EQUATION INVPR1, DEPENDENT VARIABLE...IF ***

R-SQUARED = .94916
 R-FAP-SQUARED = .93821
 F-STATISTIC = 36.68237
 DURBIN-WATSON STATISTIC (ADJ. FOR 0 GAPS) = .99809
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 20
 SUM OF SQUARED RESIDUALS = .61200+09
 STANDARD ERROR OF THE REGRESSION = 11063.
 SLP OF RESIDUALS = .10496-01
 MEAN VALUE OF DEPENDENT VARIABLE = 59636.

OBS.	ACTUAL VALUE	FITTED VALUE		PLOT	*=ACTUAL	+ =FITTED
2	23507.4	22149.6	: +			
3	25216.4	26309.6	:			
4	26701.7	29715.8	: *			
5	31310.4	41056.2	:			
6	37910.6	41236.1	:			
7	38411.1	38701.2	:			
8	44768.1	45149.3	:			
9	46966.2	51525.3	:			
10	54325.8	55845.0	:			
11	59410.7	54540.5	:			
12	64691.0	52106.5	:			
13	66321.4	54701.0	:			
14	68289.5	65819.6	:			
15	76086.2	79407.1	:			
16	77583.2	78481.6	:			
17	82312.4	87822.1	:			
18	76774.1	78408.8	:			
19	80677.1	81361.8	:			
20	98960.9	104397.	:			
21	112494.	103982.	:			

*** EQUATION EXNPET, DEPENDENT VARIABLE...EXNP ***

R-SQUARED = .95233
 R-SQUARE-SQUARED = .94206
 F-STATISTIC = 92.75197
 DURBIN-WATSON STATISTIC (ADJ. FOR D GAPS) = 1.14991
 NUMBER OF OBSERVATIONS = 20
 SUM OF SQUARED RESIDUALS = .97402+08
 STANDARD ERROR OF THE REGRESSION = 4413.7
 SUM OF RESIDUALS = .26855-02
 MEAN VALUE OF DEPENDENT VARIABLE = 37293.

Obs.	ACTUAL VALUE	FITTED VALUE	PLOT
2	22324.5	19955.1	*+ *
3	23708.2	21908.0	: + *
4	24403.8	23477.5	: **
5	26140.5	24526.4	: *
6	28786.2	27503.5	: *
7	29901.4	30362.7	: *
8	28828.1	31869.7	: *
9	31370.8	34805.4	: *
10	36644.9	36827.3	: *
11	33550.5	36848.2	: *
12	35412.5	38637.6	: *
13	41422.0	42654.4	: *
14	47112.6	45252.4	: *
15	46491.7	42377.3	: *
16	39952.5	40161.3	: *
17	46689.1	44924.2	: *
18	50765.4	51565.4	: *
19	53859.3	52112.4	: *
20	54239.8	52303.2	: *
21	44359.2	47800.5	: *

B I B L I O G R A F I A

B I B L I O G R A F I A

- BANCO DE MEXICO, S.A. "Estadísticas de la Oficina de Cuentas de Producción, 1960-1976", Subdirección de Investigación - Económica y Bancaria, México, 1977.
- BARBANCHO G. Alfonso. Fundamentos y Posibilidades de la Econometría. Ed. Ariel, 4a. ed., Barcelona, 1976.
- BELTRAN DEL RIO Abel. "Regularidades estadísticas en los modelos macroeconómicos de las economías en vías de desarrollo". Comercio Exterior. Vol. 25, No. 11, México, - - Noviembre de 1975.
- CLAVIJO Fernando y GOMEZ Octavio. "El desequilibrio externo y la devaluación de la economía mexicana". El Trimestre Económico. Vol. XLIV (1), No. 173, México, Enero-Marzo de 1977.
- CLAVIJO Fernando y GOMEZ Octavio. "Parámetros e interdependencias de la economía mexicana. Un análisis econométrico". El Trimestre Económico. Vol. XLVI (2), No. 182, México, Abril-Junio de 1979.
- CRAMER J. S. Econometría Empírica. Ed. Fondo de Cultura Económica, México, 1981.
- CHATTERJEE S. y PRICE B. Regression Analysis by Example. Ed. - John Wiley & Sons, Nueva York, 1976.

- DADAYAN V. S. Modelos Macroeconómicos. Ed. Progreso, Moscú, - -
1980.
- DAGUM Camilo y Estela B. DE DAGUM. Introducción a la Econome- -
tría. Ed. Siglo XXI, 4a. ed., México, 1976.
- DE GORTARI Eli. et. al. El Problema de la Predicción en las - -
Ciencias Sociales. U.N.A.M., Instituto de Investiga- -
ciones Sociales, México, 1969.
- DILLARD Dudley. La Teoría Económica de John Maynard Keynes. - -
Ed. Aguilar, Madrid, 1975.
- GOLDBERGER Arthur. Teoría Econométrica. Ed. Tecnos, Madrid, - -
1970.
- GONZALEZ CASANOVA Pablo y FLORESCANO Enrique. (Coordinadores). -
México, hoy. Ed. Siglo XXI, México, 1980.
- GUJARATI Damodar. Econometría Básica. Ed. McGraw-Hill Latinoame-
ricana, S. A., 1a. edición en español, Bogotá, 1981.
- HANSEN Alvin. Guía de Keynes. Ed. Fondo de Cultura Económica, -
México, 1978.
- HERSCHELL Federico Julio. Introducción a la Predicción Económi- -
ca. Ed. Fondo de Cultura Económica, 1a. ed., México, -
1978.
- HOLGUIN Q. F. y HAYASHI L. Elementos de Muestreo y Correlación.
U.N.A.M., México, 1977.

- JOHNSTON J. Métodos de Econometría. Ed. Vincens-Vives, 3a. edición en español, Barcelona, 1979.
- KALECKI M. Ensayos Escogidos sobre Dinámica de la Economía Capitalista. Ed. Fondo de Cultura Económica, 1a. edición en español, México, 1977.
- KALECKI M. Teoría de la Dinámica Económica. Ed. Fondo de Cultura Económica, México, 1981.
- KANE Edward. Economic Statistics and Econometrics. Ed. Harper - International, Nueva York, 1969.
- KEYNES John Maynard. La Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero. Ed. Fondo de Cultura Económica, - - México, 1974.
- KLEIN L. R. y YOUNG R. M. An Introduction to Econometric Forecasting and Forecasting Models. Lexington Books, - - 3a. ed., U.S.A., 1981.
- KMENTA Jan. Elementos de Econometría. Ed. Vincens-Vives, Barcelona, 1977.
- KOUTSOYIANNIS A. Theory of Econometrics. The McMillan Press, - LTD, 2a. ed., Londres, 1979.
- LANGE Oskar. Introducción a la Econometría. Ed. Fondo de Cultura Económica, 1a. edición en español, México, 1978.

MALINVAUD E. "Econometrics faced with the needs of macroeconomic policy". Econométrica. Vol. 49, No. 6, Chicago, - -
Noviembre de 1981.

MONTEMAYOR Rogelio. "Importancia de los modelos econométricos".
Mimeo. Apuntes de clase. Colegio Nacional de Economis-
tas, México, 1982.

NAYLOR Thomas. Experimentos de Simulación en Computadoras con -
Modelos de Sistemas Económicos. Ed. Limusa, México, -
1977.

REYNOLDS W. Clark. "Por qué el desarrollo estabilizador de Méxi-
co fue en realidad desestabilizador". El Trimestre - -
Económico. No. 176, México, Octubre-Diciembre de 1977.

RUFATT Oscar. Mexican Econometric Model (PL3.4). Wharton EFA,
Inc., Philadelphia, 1978.

SACRISTAN Antonio. Principios Esenciales del Crecimiento Econó--
mico. Ed. Moneda y Crédito, Madrid, 1973.

SACRISTAN C. R. DE. "Las determinantes de la balanza comercial".
Economía Mexicana. No. 1, CIDE, México, 1979.

SECRETARIA DE HACIENDA Y CREDITO PUBLICO. Dirección General de -
Planeación Hacendaria. Aspectos Dinámicos de la Econo--
mía Mexicana. México, 1979.

SECRETARIA DE PROGRAMACION Y PRESUPUESTO. Plan Global de - -
Desarrollo, 1980-1982. 1a. ed., México, 1980.

SECRETARIA DE PROGRAMACION Y PRESUPUESTO. "Sistema de Cuentas -
Nacionales de México", México, 1981; y "Sistema de -
Cuentas Nacionales de México, 1978-1980", México, 1982.

TEH-WEI-HU. Econometría: Un análisis introductorio. Ed. Fondo
de Cultura Económica, 1a. edición en español, México, -
1979.

TINTNER Gerhard. Methodology of Mathematical Economics and Econo-
metrics. The University of Chicago Press, Chicago, - -
1968.

UNIVERSIDAD ANAHUAC. Un Pequeño Modelo Macroeconómico de Mé--
xico: Anáhuac I. (Versión Preliminar). Escuela de -
Economía, México, 1982.