UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

FACULTAD DE ECONOMIA

Teoría y Aplicación de los Modelos Econométricos. Caso: Balanza en Cuenta Corriente de México 1970 - 1978

T E S I S

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

Licenciado en Economía

P R E S E N T A

Victor Antonio Reguera Paz

México, D. F. 1982

I N D I C E

		Pág.
	INTRODUCCION	1
I.	EL MODELO ECONOMETRICO	5
	1.1. Qué es un Modelo Econométrico	5
	1.1.1. Componentes del Modelo: las Funciones.	8
	1.2. Objetivos del Modelo	14
	1.2.1. Variables y Funciones que se consideran.	18
	1.2.2. Estimación de los Parámetros.	23
	1.2.3. Evaluación de las Estimaciones.	28
	1.3. Instrumentos y Métodos utilizados en un Modelo Econométrico	40
	1.3.1. De las Funciones a los Modelos	44
II.	ELABORACION DE UN MODELO	50
	2.1. Forma Reducida y Forma Final	50
	2.2. Forma Reducida Restringida y Forma no Restringida.	62
	2.3. Forma Específica de un Modelo.	67
	2.4. Propiedades Dinámicas.	71
III.	MODELOS MACROECONOMICOS Y MODELOS MICROECONOMICOS.	84
	3.1. En Funciones de una Variable	84
	3.2. En Funciones de más de una Variable.	89
	3.3. Determinantes y la solución de Ecuaciones Lineales.	95
	3.4. Modelos de Corte Transversal.	103
IV.	EVALUACION DE MODELOS Y VALORES ESTIMADOS ECONOMETRICOS	110
	4.1. Distribución Normal, Ji Cuadrada t y F.	110
	4.2. Pruebas no Predictivas	116
	4.3. Pruebas Predictivas	125

V. CONSTRUCCION DE UN MODELO ILUSTRATIVO-SIMPLE DE LA BALANZA EN CUENTA CORRIENTE DE MEXICO 1970-1978. 133

5.1. Aspecto teórico del Modelo 133
5.2. Ecuaciones del Modelo 137

CONCLUSIONES 142

BIBLIOGRAFIA 144

INTRODUCCION

El siguiente trabajo tiene como objetivo principal el mostrar las concepciones teóricas de lo que es modelo econométrico, así como su estructuración o elaboración y su aplicación a los fenómenos de la actividad económica en que se vive. Esto se hace partiendo de la definición de modelo, así mismo los objetivos que se desean para poder llevarlo a cabo y los instrumentos y métodos empleados comunmente para efectuarlos encontrando con ello, después de haber pasado diferentes pruebas, los resultados que se esperaban de acuerdo a esos objetivos y metas que se señalan antes de proceder a iniciar el desarrollo del modelo. Es por ello que la ciencia económica, como parte de las ciencias reales (naturales y sociales), trata principalmente de agregados y de magnitudes que en su mayoría son medibles y resulta natural el hecho de que, en la parte de su dominio y en dónde se aplica, el método inductivo se haya vuelto estadístico; y aquella en la cual sólo es aplicable el método deductivo se incline a volverse matemática. Las diferentes relaciones que se establezcan entre sí, de los fenómenos que estudia la ciencia económica, son casi siempre de naturaleza funcional; es decir, a parte de que son cuantitativos, existe una conexión de tal forma que las variaciones de unos van siempre acompañados de las variaciones de los otros. Por lo que, es posible el empleo en el análisis económico de métodos matemáticos en los que se opera con esa clase de magnitudes y relaciones.

Sin embargo, no hay que olvidar, al aplicarlos, que si en una concepción matemática la forma en que actua un número definido de causas pueden estar completas y seguras dentro de sus límites claramente determinados, será otra cosa cuando se pretenda introducir la totalidad de un problema más complejo de la vida real, o una parte considerable de él, en una serie de ecuaciones. Existen consideraciones mucho muy importantes, sobre todo las relativas a la influencia del elemento tiempo, que como se sabe no se prestan con facilidad a la expresión matemática: debiendo ser omitidas por completo.

La combinación de los métodos matemáticos y estadísticos en el estudio de los fenómenos de la economía, sintetizados en los métodos econométricos, ha dado un impulso a un procedimiento de análisis económico que día a día es empleado con mayor relieve: los modelos.

En este sentido se puede determinar el concepto de modelo en economía como: el conjunto de relaciones matemáticas que expresan en forma compacta las características básicas y esenciales de:

a) un método institucional actual.

b) Una tecnología que se incorpore a la actividad económica como objetivo de análisis.

c) los fenómenos reales que actúan dentro de la actividad económica.

Los modelos se pueden integrar, en forma complementaria, por dos categorías de relaciones matemáticas, las de identificación y las comprendidas en las ecuaciones con equilibrio móvil.

Han existido autores que ofrecieron su propia concepción de modelo, cuya presentación reúne las características de definición a la ya antes mencionada. Estos autores son:

Edmond Malinvaud, quién señala que "un modelo es la representación formal de ideas y conocimientos relativos a un fenómeno", Enders A. Robinson menciona que "un modelo es una abstracción simplificada e idealizada cuyo objetivo es representar en forma aproximada el comportamiento de un sistema".

José Luis Sampedro define al "modelo - como una representación simplificada y en símbolos matemáticos de un cierto conjunto de relaciones económicas". Se ha hablado de la concepción de modelo con la idea de deducir que implica su terminología en economía, así como su simplificación de la realidad que representa.

Existen modelos que se clasifican de - acuerdo a su categoría, así se tiene que hay modelos matemáticos - son relaciones de variables-económicas -; modelos agregados de consistencia- - modelos de crecimiento basados en el esquema - de Harrod - Domar; modelos de programación lineal estáticos y dinámicos; modelos macroeconómicos - de optimización y sin optimización - dentro de - estos últimos se tienen modelos de oferta, de -- demanda, demanda y oferta, intersectoriales, de- previsión a largo plazo de algunas variables, -- etc. basados en una función de producción, en -- enfoques keynesianos, en funciones dentro del -- enfoque macroeconómico -; modelos microeconómicos- modelos de consumo y renta, de optimización, etc. que sirve a los sectores particulares-; y - por último se menciona a los modelos de simulación y explicativos - con estos se persigue reflejar las relaciones existentes entre las variables y la descripción funcional de un sistema -- económico -, pueden tener más o menos relaciones que se clasifican en: comportamiento, técnicos,- institutucionales y de equilibrio o definiciones; dentro de este tipo de modelos encontramos a dos tipos: los modelos de <u>input-output</u> y los modelos econométricos; son modelos que por su aplicación tienden a dar una representación de los fenómenos relativos en parte o de todo el sistema económico.

Algunos modelos son: estáticos porque-expresan relaciones funcionales entre sus variables, sin períodos distintos, sino que se enmarcan sólo en uno determinado; algebraicos, porque manejan una serie de símbolos lineales y no li--neales, ecuaciones de primero, segundo, tercer - grado etc. dinámicos, porque existe una rela---ción de concomitancia entre las ecuaciones de -- un período presente con el que se tuvo en el pasado; y lo que se prevé; es decir, las funcio--nes o ecuaciones conformadas por variables tie--nen una vinculación con el tiempo, con hechos -- empíricos, cuyo valor actual debe de estar relacionado con el pasado y otras que habrán de tener en lo porvenir, a diferencia de los estáticos, - el factor tiempo es el que determinará si es falsa o verdadera.

De ahí que este trabajo presente en -- forma general los conceptos teóricos elementales para la formulación de un modelo, y la aplica---ción que éstos tienen en las diferentes teorías-económicas.

Aunque aquí no fue posible su demos---tración práctica con resultados esperados y predicciones, en el modelo ilustrativo de la balanza en cuenta corriente de México para el período de 1970-1978, (quinto capítulo), lo importante - es el demostrar la forma estructural de un modelo, sus ecuaciones que lo componen, sus varia---bles que influyen en un momento de decisión, su-esencia como parte integrante de un todo, que es en este sentido la actividad económica, que re--presenta para cualquier país tan importante, para lograr un desarrollo equilibrado y obtener -- así la ansiada estabilidad económica, es decir,-desarrollo con crecimiento.

I EL MODELO ECONOMETRICO

I.1.- Que es un modelo econométrico.

El Modelo como una relación entre variables matemáticas en un planteamiento económico, tiende a resolver aspectos reales de la actividad económica; es decir, un modelo es un conjunto de ecuaciones o funciones entre las variables más importantes que pretenden explicar un hecho económico.

Los modelos que se emplean dentro del contexto teórico de la economía son por lo general simples, dado que la relación de sus variables así lo requiere. Cuando estos modelos son observados y analizados para encontrar una concepción más amplia y explicativa (real), se utiliza un método práctico que trata de llegar al razonamiento cuantitativo de las relaciones y fenómenos económicos: el método econométrico.

El método o modelo econométrico como instrumento fundamental de la econometría contiene uno o varios elementos probabilísticos que permiten la inferencia estadística con base a la información; usualmente el procedimiento consiste en elaborar un modelo con una magnitud variable de sofistificación para describir en forma sistemática el fenómeno en estudio y agregar después en forma deliberada términos perturbadores a los que se atribuyen las propiedades probabilísticas idóneas. De esta manera, las relaciones sistemáticas con perturbaciones aditivas llevan al modelo usual de regresión. Entre los modelos econométricos lineales y no lineales, las perturbaciones muestran a todos los factores que se ignoran en la parte sistemática del modelo. Son contadas las ocasiones en que se discuten estos factores y pocas veces son las que se indican las razones por las que se acepta la implicación hipotética de sus propiedades en estos perturbadores. Bajo estas características, insistir en una justificación para todo modelo provocaría una serie de complicaciones en los trabajos de investigación econométrica de tal forma que quizás sea mejor mantener las cosas igual en la que simplemente se da la aprobación del modelo de regresión. A menudo es utilizada la regresión como un instrumento de análisis estadśitico para aclarar la información que se encuentra en los datos; pero en los datos agregados es muy poco probable el hablar de la característica esencial de los términos perturbadores. Sin embargo, se ha descubierto una alternativa más prometedora, en lo que concierne a la información microeconómica, consiste en integrar con firmeza al elemento aleatorio en el modelo económico en lugar de ponerlo como un instrumento conciliatorio entre la teoría y los datos. Desde este punto de vista se tendrá ya la parte sistemática (explicada), de la variación observada y la parte aleatoria (residual); por lo que se tratará de buscar un enfoque hacia un modelo que especifique en última instancia, la distribución de las variables que participan en él y cuyo argumento ofrezca un apoyo a dicha especificación. A medida que las relaciones económicas van explicando el comportamiento de las variables, no necesariamente de todas, se debe tener presente desde un principio la introducción de consideraciones probabilísticas en el modelo. Dichos modelos probabilísticos tratan de dar una explicación de la distribución y dispersión de los fenómenos económicos que se involucran, así como los modelos tradicionales que tratan de explicar las variaciones sistemáticas de sus valores estimados.

En resumen, un modelo económico-matemático consiste en un sistema de ecuaciones, que pueden ser de definición, de comportamiento o de condiciones de equilibrio. Las ecuaciones de comportamiento tienen la forma de funciones, lineales o no lineales, numéricas o paramétricas y con una o más variables independientes. Bajo este proceso, los supuestos analíticos adquiridos en el modelo, adoptan la expresión matemática.

Por consiguiente, al buscar la solución a un problema analítico, el primer paso es elegir las varia---

bles apropiadas - endógenas y exógenas - que se incluirán en el modelo. Después se tendrán que interpretar en forma de ecuaciones los supuestos analíticos escogidos, ya sea relativos al aspecto humano, institucional, tecnológico, etc., del comportamiento, propios del medio que afecta la acción de las variables. Partiendo de esto, se podrá seleccionar un conjunto de operaciones y procesos matemáticos adecuados al fenómeno en estudio y darle así una interpretación económica conveniente.

1.1.1.- Componentes del Modelo: Las funciones

Partiendo de la concepción de modelo que expone Malinvaud-Dagun (7)- en donde un modelo es una representación formal de ideas o de conocimientos realtivos a un fenómeno; las ideas que comúnmente se llaman "Teorías del Fenómeno", son expresadas por una serie de hipótesis hacia los elementos principales del fenómeno y de las leyes que lo rigen. Por lo tanto, su objetivo esencial consiste en describir y explicar ciertas características básicas, en este caso de la economía global. En forma general, un modelo como representación simplificada de la realidad no necesita de una utilización formal en términos matemáticos, ni una cuantificación por procedimientos estadísticos. Sin embargo, no se debe olvidar que cuando se habló de modelos desde un principio se dió un concepto más idóneo; el de los modelos econométricos en donde sí tienen una implicación determinable las funciones que los constituyen.

Si las estimaciones se basan en un número limitado de observaciones, esto indica que existe una aplicación de los principios de inferencia estadística, en donde el análisis de probabilidades juega un papel fundamental. De otra manera, las relaciones con que se construye el modelo no son exactas, sino más bien son funciones inexactas o con un error y si el error, el probable se tendrá necesariamente que reducir al mínimo. Por consiguiente, el carácter estocástico,(*) forma la parte principal de los modelos econométricos y la composición de sus relaciones básicas no podrá ser exacta, porque uno -

(*) Estocástico: son variables no observables las cuales caracterizan a los modelos estocásticos o probabilísticos, diferenciándolos de los modelos deterministas que se ven en la economía matemática, mientras los modelos, estocásticos son muy utilizados en la econometría.

de los términos será aleatorio. Este término aleatorio - es el que indica el error que originalmente se derivó de- ciertas causas que a continuación se mencionan:

La primera causa, es la dificultad que existe para individualizar a todos los factores explicativos en- la conducta de una variable; si por ejemplo, se toma la - función del consumo nacional, y esta tiene como un factor primordial al ingreso y que explican las variaciones del- consumo, cabría agregar también el ingreso de períodos -- anteriores, el mayor alcanzado anteriormente, etc; aún -- se podrían considerar otros elementos para tomar en cuen- ta la influencia en la distribución del ingreso, de sus-- activos líquidos, del crecimiento de la población y del - patrimonio de las familais. Pero aún incluyendo todas -- estas variables y algunas más que casualmente existan, y- que respondieran a las circunstancias particulares del -- país, no se hubiesen abarcado todos los factores que pu-- dieran tener modificación alguna para determinar las va-- riaciones del consumo.

La segunda de las causas, cae en los estados- de optimismo o pesimismo que se tenga para la elección -- de las variables, pues éstos podrían influir susceptible- mente en la función y más aún su medición será dificulto- sa, a menos que se utilicen formas especiales para tal -- fin.

Otra causa, sería que la utilización del pro- cedimiento matemático para determinar la ecuación no co-- rresponda a la auténtica relación que hay entre las varia bles. Regularmente se emplean sistemas lineales que fa-- cilitan su solución, y una determinación a sus multipli-- cadores; es decir, la comparación que existe entre los --- efectos que producen las políticas alternativas empleadas. Pero, hay un inconveniente en éste procedimiento y que -- consiste; en la posibilidad de que la función así deter-- minada no sea la que mejor se ajuste a la relación econó- mica que se desea especificar; y por último existen erro- res de medición, que provocan la presencia de la variable aleatoria, suelen presentarse también esta clase de errores debido a que no hay una correspondencia exacta entre la cantidad medida y el concepto teórico. Ya se ha visto que, toda ecuación es una relación matemática entre un conjunto de variables; para ello será necesario que se precise este último concepto. Como variable se entiende al conjunto de valores numéricos indeterminado que constituye el campo de variabilidad de esta, de este grupo de valores únicamente interesan aquellos que tienen un significado económico, o sea, los valores factibles que definen su correspondiente dominio; en términos más generales, se trata de fenómenos económicos que cambian, que toman diferentes valores. Así, para las variables precio, producción, consumo, ingreso, etc; sólo son factibles los valores no negativos. No sólo las variables intervienen en una ecuación, sino también los parámetros; los cuales se consideran factores de ponderación que corresponden a cada una de las variables explicativas y miden el efecto que tienen estas variables con respecto a la variable explicada. (*)

Así por ejemplo, se tiene una ecuación, cuya relación es el precio en un período t-1 con la oferta en el período t:

$$S_t = \alpha_2 + \beta_2 P_{t-1} + \mu_{2t} \qquad \alpha_2 < 0, \beta_2 > 0$$

El parámetro β_2 es el que mide el impacto de los niveles que presenta P en un período dado, sobre el nivel de la oferta en el período posterior. β_2 (Positiva) tiene una restricción cuyo impacto mide la relación directa, en otras palabras, serán los valores crecientes que tenga P (Precio) en un período los que inducirán a los valores cre

(*) Retardo: son aquellas variables que por sus características específicas, intervienen como variables explicativas, ya que se encuentra en función del tiempo puede ser endógena con retardo en una unidad de tiempo; explicativa, porque su valor anterior, influirá en otra variable en el tiempo presente o futuro y no es explicada por el modelo.

cientes de S (Oferta) al período siguiente.

Las variables se dividen principalmente en -- dos categorías: "Endógenas y Exógenas". El primer grupo- se compone por aquellas cuyos valores estimados van a ser determinados por soluciones particulares del sistema de - ecuaciones que integran el modelo. En el análisis mate-- mático se les llama variables dependientes, y el segundo, las exógenas son aquellas que incluyen variables económicas propiamente dichas y variables no económicas. Ambos- son explicativos en un modelo dado pero no constituyen objeto de análisis y de explicación en dicho modelo.

Los fenómenos económicos contienen tanto ---- unas como otras; por ejemplo en la función consumo, ésta - será una variable endógena; y el ingreso, exógena.

Para fines de una determinación de un modelo, debe considerarse una categoría nueva: las variables predeterminadas: (*) son las que se suponen conocidas en el- período (t) a pronosticar. Perteneciendo a este grupo - las exógenas y las endógenas con retardo. Para tal efecto una variable endógena puede corresponder al mismo pe-- ríodo (t) o al anterior, o sea, con retardo; este último grupo forma parte de las predeterminadas, en cambio -- las demás son las dependientes o endógenas del período t- (sin retardo).

En síntesis pueden clasificarse de la siguiente manera:

Endógenas { Sin retardo = dependiente
Con retardo → predeterminadas
Exógenas ↗

(*) Las variables predeterminadas son aquellas variables- cuyos valores no se obtienen por la solución del mo-- delo sino que provienen de fuera, Y contribuyen a explicar el comportamiento de las variables endógenas - de un modelo sin ser explicadas por el modelo mismo.

Las diferentes ecuaciones (una ecuación es la forma particular de representar una función que también puede mostrarse gráficamente), que constituyen un modelo, pueden clasificarse así: de definición, de comportamiento, técnicas e institucionales.

Las ecuaciones de definición o de identidad son relaciones que se verifican siempre, ya sea por construcción lógica o por la definición contable que ellas satisfacen.

Las de comportamiento son aquéllas que explican el modo de actuar de los sujetos de la actividad económica pertenecientes a una clase determinada (consumidores, empresarios, etc.)

Las tecnológicas explican los modos de producción que se emplean e incorporan a la actividad económica.

Por último las variables institucionales o legales reflejan los efectos que produce la existencia de leyes, o un orden institucional dado, al condicionar la actividad económica.

Así tenemos que la función de consumo, la cual establece una relación entre el consumo y el ingreso (en sus definiciones y formulaciones alternativas), es una ecuación de comportamiento, la función de producción que relaciona los factores de producción con el resultado obtenido, es una ecuación técnica; y la función de impuestos, es una ecuación institucional.

Pero no siempre una función de producción es de carácter técnico; puesto que, por lo general existen alternativas para la combinación de factores, cuya opción depende de los precios relativos.

A veces las ecuaciones tecnológicas se estiman en base a los cálculos de ingeniería, conociendo los insumos requeridos y la producción resultante en cada determinado proceso. En el caso de las funciones institucionales, a veces se estiman directamente aplicando las disposiciones legales. Bajo estas circunstancias no se extrañaría que algunos autores hayan tratado de agrupar todas las ecuaciones que no fueran de definición entre las de comportamiento. Puesto que éstas últimas tienen un procedimiento de estimación que se basa en la observación de una serie de datos estadísticos.

1.2.- Objetivos del Modelo.

Existen en un modelo diferentes objetivos que pueden llevar al investigador a clasificarlos de acuerdo a su importancia, así se tiene que dentro de un modelo económico existen objetivos tales como: el político, el desarrollo de ciertos conceptos y teorías, la calsificación y recolección de informaciones sistemáticas de un fenómeno real, el análisis de conceptos matemáticos-estadísticos que ayuden a la descripción evolutiva de una teoría económica y con ello estimar el grado de influencia entre una variable y otra, etc., en síntesis, se puede mencionar que existen en un modelo dos objetivos que engloban los antes ya mencionados; los objetivos cualitativos (la construcción de una teoría relacionada con sus aplicaciones al análisis económico de las decisiones políticas, que buscan la clasificación lógica de principios éticos y los objetivos políticos) y, los objetivos cuantitativos (en éstos se acoge principalmente a la estadística-matemática, que tiene por resultado una gama de instrumentos cuyo objetivo es hacer posible la extracción de inferencias sobre la conducta económica real).

De lo anterior se puede decir que, el objetivo principal en un modelo econométrico es la producción de proposiciones económicas cuantitativas que tratan de explicar el comportamiento de ciertas variables ya observadas y pronostiquen la conducta de variables aún no observadas o en su defecto que hagan ambas cosas. Estas proposiciones cuantitativas toman la forma de ecuaciones o desigualidades, con coeficientes especificados numéricamente (pronóstico significará en este trabajo, las proposiciones que observan la conducta de las variables en forma futura o pasada que no han sido observadas cuando se anuncian). Hay propiedades que encajan en este tipo de ecuaciones; tales como:

Pertinencia. Cualquier ecuación debe ser pertinente a cualquier problema importante que se presente y no ser un instrumento común para otros logros, que no -

sean los señalados en el contexto de la ecuación.

Simplicidad. La ecuación económica debe ser- explícita y sencilla para que, sus significados puedan -- ser comprendidos de una manera tal que, facilite la realización de operaciones lógicas y analíticas.

Plausibilidad teórica. Si su objetivo inmediato es el tomar una decisión en un problema económico - real o el de buscar una verdad exponiendo la teoría económica, las ecuaciones que se utilicen en ambos casos --- deberán de ser congruentes en cualquiera de las partes - pertinentes o características de la teoría económica que- se trate de poner a prueba, tomando de las que se hayan - bien establecidas u otras nuevas muy atractivas.

Capacidad explicativa. Por lo general es preferible el manejo de ecuaciones que son congruentes con - los datos económicos disponibles; puesto que en algunos - casos existen discusiones acerca de si varios de los datos económicos que se manejan son pertinentes para una -- ecuación establecida. Pero no es el caso de procurar definir como pertinente de una ecuación a aquellos datos -- que son congruentes exclusivamente para la misma; sino -- más bien, es necesario mantener el resto de las características que engloban a la ecuación y así tener un mayor- número de datos que se pueden explicar en un momento dado,

Precisión de los coeficientes. Es necesario- que exista una precisión en el conocimiento de los coeficientes de la ecuación, dado que su importancia reviste - mucho interés sobre todo cuando el valor de un coeficiente es crítico en un problema que se esté considerando, por ejemplo: cuando se trata de analizar el efecto de un cambio en el ingreso real con respecto al consumo real de -- un país.

Capacidad Predictiva. Cabe la posibilidad de que lo más idóneo sea buscar ecuaciones que puedan dar --

una predicción futura. Para ello, el futuro debe de ser- para el pronosticador, todo aquello qe se desconoce en -- el instante de elaborar su hipótesis en un trabajo espe-- cífico; si por ejemplo, una persona desea predecir lo -- ocurrido en los años 60s con datos y teorías de los años- 80s podrá hacerlo, pero este tipo de prepronóstico o vi-- sión del pasado, únicamente será útil para poner a prueba las teorías actuales, pues el interés práctico consiste - en centralizar el pronóstico hacia el tiempo futuro.

Estas propiedades a veces se excluyen, hasta- cierto punto, unas de otras; pero hay medios bastante ade cuados para establecer si una ecuación posee estas propie dades.

La congruencia de las ecuaciones con respecto a la teoría económica es principalmente un problema de ló gica y, por consiguiente deberá de someterse a los proce- dimientos de prueba ya permanentes e indudables. Pero -- existen muchos errores muy importantes, como el que se de muestra Christ (4) en el siguiente ejemplo: "La mayoría- de los economistas hubieran respondido afirmativamente, - en 1940 ó 1945, a la pregunta de si la siguiente función- de consumo era compatible con la teoría económica:

$$C_t = \alpha + \beta Y_t + Z_t$$

en que α y β son parámetros constantes; ct y Yt --- representan el consumo real y el ingreso real disponible- en el año t, respectivamente; y Zt es una variable alea-- toria llamada perturbación. De hecho, se hicieron muchos estudios econométricos a partir solamente de esta ecua--- ción. Cuando todos estos estudios subestimaron substan-- cialmente el nivel de consumo en Estados Unidos después - de la Segunda Guerra Mundial, se prosiguió trabajando y - tanto Modigliani y Brumberg (1954) como Friedman (1957) - lograron avances substanciales cambiando la interpreta--- ción de la variable de ingreso, de un concepto de ingreso corriente, a un tipo de ingreso esperando a largo plazo.- Una vez propuesto, este paso parece obvio, pues todos los economistas saben que las expectativas son muy importan--

tes. Sin embargo, durante mucho tiempo la mayoría de los economistas consideró al consumo como función del ingreso disponible corriente". El ejemplo puede servir para ver - que en la práctica,resulta problemático distinguir las - ecuaciones econométricas cuando estas se manejan a la --- par de la teoría económica.

Para saber si una ecuación es congruente con- el conjunto de datos, de antemano, existen infinidad de - técnicas a usar; una sería el coeficiente de correlación, otras la comparación entre los valores reales y calcula-- dos de las variables en puntos críticos, como los puntos- de inflexión, etc. En el caso de tomar una decisión para lograr la precisión de los coeficientes numéricos son --- frecuentemente utilizadas las pruebas estadísticas de significación, basadas en la desviación estándar estimada -- del estimador del coeficiente. No es posible decidir --- si una ecuación es o será descriptiva para datos futuros, porque una vez, que los datos futuros se vuelven disponibles, dejan de ser datos futuros y pasan a engrosar el -- grupo de datos disponibles ya existentes para poder com-- probar la ecuación. Esto puede ser una razón, pero es -- importante tener en cuenta de que nunca se podrá obtener- un conocimiento científico y exacto del futuro.

1.2.1. - Variables y Funciones que se consideran.

Aparte de los objetivos generales que se plantean para la construcción de un modelo econométrico, las variables a determinar dependerán de las necesidades y exigencias que se presenten para cada objetivo en particular de las funciones que lo componen.

Así por ejemplo si un modelo tiene como objetivo general presentar el grado de inflación que presenta un país, se tratará de observar en primera instancia como (objetivo particular) se puede prever el nivel de precios; si, en cambio se desea analizar las dificultades por que atraviesa una economía en su balance de pagos, se prestará mayor atención a la predicción de las reservas en divisas. Para la construcción de un modelo que sirva también para el diseño de políticas se exige elegir cuidadosamente las variables que representan instrumentos de acción directa.

De ahí que debe ejecutarse un balance entre el deseo de tener un sistema completo de todas las acciones posibles y la necesidad de evitar a que se llegue a un modelo tan complicado que resulte difícil seguir sus repercusiones secundarias o indirectas.

Los instrumentos fiscales y monetarios son los que por sus características predominantemente cuantitativas constituyen los instrumentos de política económica que frecuentemente se incorporan en los modelos económicos. Sin embargo, es necesario hacer una precisión de los instrumentos que intervienen en forma independiente y los que responden a los cambios en las variables típicamente endógenas y, además, si no existe una reacción de otros agentes económicos que puedan desviar el resultado planeado.

Así se tiene que dentro de las variables exógenas conviene apreciar dos clases: las que son instrumen tos de política y las que escapan al control o la influencia del gobierno, por lo menos en una primera instancia; por consiguiente, constituyen datos para los responsables de la decisión política (exógenas propiamente dichas.)

Si para un modelo de corto plazo las cosechas y el crecimiento de la población consitituyen ejemplos para este último grupo. Las circunstancias de que la predicción en base a un modelo dependa de estas variables exógenas, representa un aspecto de gran importancia. En consecuencia, aún contando con una prueba de verificación correcta para algún período histórico un modelo dará malos pronósticos sino se logran predecir eficientemente las variables exógenas. Una vez más se pone de manifiesto la necesidad de complementar la determinación económica hacia con otras técnicas, así sólo sea para estimar las variables exógenas.

En algunas ocasiones, las exportaciones se consideran exógenas. Un primer análisis podría hacernos pensar que las ventas al exterior son las determinadas para el mercado de los países compradores; por consiguiente, sería difícil su estimación mediante funciones. Lo anterior no es válido; dado que, para los países en vías de desarrollo existen pocos productos que desempeñan un papel importante en las exportaciones y para la situación esencial de su balanza de pagos. Esto es, no lo es, si la venta de productos hacia el exterior están dada por la demanda imperante de los países extranjeros, aparte de la influencia en las variaciones de su ingreso nacional y los precios relativos, que expresan la competividad de los productos hacia con otros países. Aunado a esto, si una parte significativa de la producción exportable es consumida por la población del país, las ventas externas dependerán también del consumo nacional. La estimación que se haga de esta última variable y de la oferta explicaría la disponibilidad que hubiese en los productos para el mercado exterior. Al hablar de productos de exportación es importante observar, lo que implica hacer, necesariamente, un proceso de desagregación.

Lo anteriormente expuesto muestra la necesidad de profundizar en el conocimiento de las interrelaciones entre los fenómenos económicos, puliendo así los pronósticos y reduciendo el área de incertidumbre, asociada preferentemente a las variables exógenas.

En lo que se refiere a las variables endógenas, éstas deben ser importantes para lo que interesa prever. Es decir, si se piensa en un pronóstico realizado por o para el gobierno, las variables a predecir dependerán de los objetivos de política económica. Si por el contrario éstos fueran desarrollo económico, distribución del ingreso y ocupación interesaría conocer la tasa de crecimiento del producto, su distribución funcional y los niveles de ingreso y la ocupación, generada; por lo que, para poder pronosticar es necesario estimar las variables que configuran las funciones, para los fines que se persiguen.

En síntesis, la elección que se haga de los varios instrumentos dependerá de las acciones de política que caracterizan a cada gobierno. La diferencia que prevalece en los instrumentos utilizados se debe a las situaciones institucionales y a la preponderancia de los distintos grupos que intervienen en las acciones directas e indirectas de política económica y que frecuentemente se incorporan a los modelos económicos.

De los conceptos anteriormente expuestos, se pueden desprender ciertos lineamientos básicos a fin de orientar mejor la investigación concreta. Aunque el objetivo de la investigación sea la construcción de un modelo multiecuacional, la indagación que se tenga deberá efectuarse por etapas. Para ello, es necesario que se examine el comportamiento de cada una de las variables endógenas que intervienen en el proceso y así poder establecer cuáles son los factores que las determinan. Si por ejemplo Herschel (10)-, se desea verificar la relación entre el consumo y el ingreso disponible, para ello se tendría que utilizar las series de tiempo deflactadas. Para po--

der hacer un análisis visual una de las herramientas más-sencillas a utilizar es la del diagrama de dispersión, el cual muestra en forma gráfica las variables que se relacionan entre sí; es decir, volviendo al ejemplo, la variable consumo estará en un eje con sus respectivas variaciones y en el otro las que tenga el ingreso disponible (ver diagrama No. 1). El diagrama presenta las variaciones porcentuales del consumo y del ingreso disponible, así como los valores anuales. Esta relación entre ambas variables, cuyos puntos dispersos se presentan en la gráfica, se da por medio del trazo de una línea recta que vincula la variación de ambas; si la relación existente entre ambas variables fuese negativa, la pendiente de la recta es negativa y de haber obtenido una línea horizontal, éste hecho indicaría la ausencia de un nexo de correlación, pues una de las variables se mantendría constante mientras la otra cambiaría.

No es tan simple en la realidad económica trazar en un diagrama una línea que muestre las correlaciones entre las variables a observar, pues aún trazando la recta se nota que existen algunos puntos que se alejan de la misma. Estos desvíos merecen una atención especial; ya que es posible que haya situaciones especiales y será necesario su exclusión. Para el ejemplo del diagrama, los datos para el año de 1962 se podría imaginar que existía una restricción en las importaciones de bienes de consumo, situación anormal que explicaría un decremento del consumo en comparación con el ingreso. Como ya se mencionó anteriormente, el diagrama de dispersión únicamente sirve para hacer un análisis visual de relaciones simples, más no es el instrumento adecuado para elaborar una estimación exacta. Para ello es menester señalar que el medio más adecuado para el análisis de las interrelaciones entre variables es trazar su evolución histórica y compararla entre sí.

Es importante señalar también, que los exámenes de las series cronológicas son sólo parte del estudio y que deben de existir nexos con la realidad económica de que se trate; tanto en los estudios específicos como -

de los expertos en la materia. Esto es con el fin de te-- ner un mejor conocimiento de las hipótesis que muestra la teoría económica.

(C.R.) DIAGRAMA No. 1

Información Empleada.

Años	No de años	Variación porcentual del consumo real (C.R.)	variación porcentual del ingreso disponible real (I.D.)
1960	0	4.0	6
1961	1	1.5	2
1962	2	6.0	9
1963	3	6.0	
1964	4	3,5	4
1965	5	1.0	2
1966	6	4.0	5
1967	7	10.0	11
1968	8	4.0	3
1969	9	8.0	8
1970	10	7.0	6

1.2.2.- Estimación de los Parámetros

Para la estimación de los parámetros es necesario tomar en cuenta los métodos que se emplean en el -- cálculo de las funciones, primer paso que se tiene para - poder llegar a la integración de un modelo completo o en- su defecto para trabajar con funciones aisladas. (*)

En el diagrama de dispersión del punto anterior, se observó que los puntos no se alejaban demasiado- de la recta, pero no es tan simple como parece; ya que la recta es la que debe pasar lo más cerca posible de los -- puntos. Tampoco es encesario que la función estimada o - ecuación de regresión sea una línea recta; sin embargo, - esta es la más simple y tiene ventajas para integrarla en un modelo completo.

El propósito de hacer reducir al mínimo las - diferencias existentes entre los distintos puntos observados y la función de regresión utilizada dió el margen para que se originara el método de los mínimos cuadrados.

En el diagrama (No. 2) -Herschel(10)-, se ha indicado la distancia de cada uno de los puntos hacia el -- origen por $Y_1, Y_2, Y_3, Y_4, Y_5, \ldots$ y la horizontal por- $X_1, X_2, X_3, X_4, \ldots$ Como la recta no pasa por el origen,- se tiene la función a estimar de la siguente forma:

$$\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta} X$$

en donde $\hat{\beta}$ es el coeficiente de regresión. Y como la - función no pasa por los puntos observados en cada caso -- específico existirá una diferencia ε con respecto a la - función a estimar $\hat{Y}$, o sea:

$$\varepsilon = Y - \hat{Y}$$

(*) No debe olvidarse que sólo se pretende dar aquí una - noción básica de lo que es la estimación.

Este tipo de relación se da para todos los puntos y para-ello se generaliza ε_i , en donde el subíndice indicará la serie de observaciones realizadas para los distintos puntos en observación (en este sentido i = 1 ... n). En forma más concreta se trata de determinar los parámetros $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ de modo tal que los cuadrados de estas diferencias ε_i (i=1...n) sean mínimos:

$$\sum \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{Y})^2 \text{ mínimo}$$

Siendo x e y las distancias respectivas con los promedios ($\overline{X}$, $\overline{Y}$), es decir:

$$x = X_i - \overline{X}$$

$$y = Y_i - \overline{Y}$$

$$\hat{y} = \hat{Y} - \overline{Y}$$

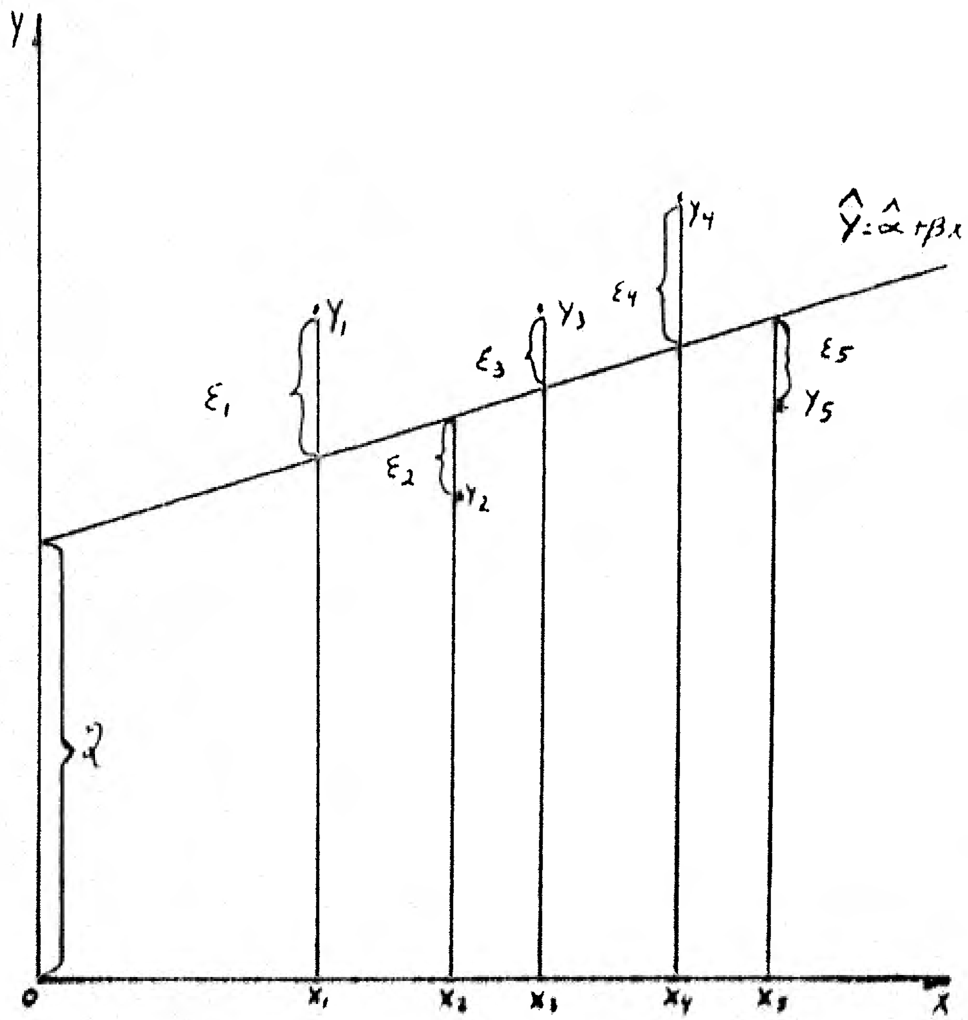
de lo anterior se obtiene la fórmula para el cálculo del parámetro:

$$\hat{\beta} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i y_i}{\sum_{i=1}^{n} x_i^2}$$

Los sistemas de estimación indicados anteriormente sólo-- son aplicables cuando existe una sola variable independiente o predeterminada que determina a una variable dependiente.

Luego de haber comentado las diferentes funciones macro-económicas es necesario acercarse a una realidad más compleja que la regresión simple.

DIAGRAMA No. 2



Si en cualquier función macroeconómica existen a menudo - diferentes factores que determinan a una variable, es -- obvio pensar en una función más complicada para aclarar - otro tipo de regresión utilizable; se tiene la siguiente- función (no se indica el residuo ε de la ecuación):

$$Y = \alpha + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3$$

En este caso la variable Y depende de X_2 y de X_3 y los coeficientes β_2 y β_3 señalan la variación existente de Y al cambiar en una unidad X_2 y X_3 respectivamente. - A veces se utiliza para una regresión múltiple un sistema- de signos convencionales para expresar ciertos conceptos- matemáticos que tienen la virtud de mostrar claramente - sus significados.

La función anterior se expresaría ahora de la siguiente - forma:

$$Y = \alpha_{1.23} + \beta_{12.3} X_2 + \beta_{13.2} X_3$$

Aquí los coeficientes $\beta_{12.3}$ y $\beta_{13.2}$, también llama-- dos coeficientes de regresión parcial, indican la influencia en la variable dependiente de una de las independientes considerando a las demás constantes. Así se tiene -- por ejemplo; $\beta_{13.2}$ muestra el cambio que se produce - por una variación unitaria de X_3 en el supuesto de que- X_2 se mantenga constante.

En la misma forma que en la regresión simple, se puede -- determinar una función que representa la estimación por - el método de los mínimos cuadrados;

$$\hat{Y} = \hat{\alpha}_{1.23} + \hat{\beta}_{12.3} X_2 + \hat{\beta}_{13.2} X_3$$

Igualmente existirá también una función que dé el cuadrado de las diferencias que se encuentran entre cada punto de observación y la función de ajuste:

$$\sum_{i=1}^{n} \varepsilon_i^2 = \sum_{i=1}^{n} (Y_i - \hat{\alpha}_{1.23} - \hat{\beta}_{12.3} X_2 - \hat{\beta}_{13.2} X_3)^2$$

Las fórmulas para determinar los parámetros, manifestados como desvíos con respecto a la media (de acuerdo a lo observado anteriormente), son los siguientes:

$$\hat{\beta}_{12.3} = \frac{(\sum y x_2)(\sum x_3^2) - (\sum y x_3)(\sum x_2 x_3)}{(\sum x_2^2)(\sum x_3^2) - (\sum x_2 x_3)^2}$$

$$\hat{\beta}_{13.2} = \frac{(\sum y x_3)(\sum x_2^2) - (\sum y x_2)(\sum x_2 x_3)}{(\sum x_2^2)(\sum x_3^2) - (\sum x_2 x_3)^2}$$

La constante a su vez se determina bajo la siguiente ecuación:

$$\hat{\alpha} = \hat{Y} - \hat{\beta}_{12.3} \bar{X}_2 - \hat{\beta}_{13.2} \bar{X}_3$$

No todo lo expuesto anteriormente acerca del tema de la regresión finaliza aquí; sino más bien pueden darse situaciones en que existan más variables independientes en una función, cuyos parámetros deben estimarse; por lo que se tendrán funciones de la siguiente forma:

$$\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}_2 X_2 + \hat{\beta}_3 X_3 + \hat{\beta}_4 X_4 + \hat{\beta}_5 X_5 + \ldots$$

Hasta aquí se ha vuelto de nueva cuenta a la primera forma de notación de los parámetros, quedando más clara su finalidad.

1.2.3.- Evaluación de las estimaciones.

En el inciso anterior se analizó la estimación de funciones con una o más variables independientes; aunque su cálculo en cierta manera pueda influir en el resultado, no necesariamente este es aceptable. De esta manera se puede preguntar ¿Hasta qué grado las variables independientes pueden explicar el comportamiento de la dependiente? ¿Cuál es el tipo de error que se espera al emplear las funciones estimadas y si se emplean ciertas premisas importantes en qué se basa el método de los mínimos cuadrados?. Esta clase de dudas se podrán analizar a continuación.

Los índices más frecuentemente utilizados y que constituyen, en cierto modo, el punto de partida para aceptar o no una hipótesis, son los coeficientes de correlación y de determinación que generalmente se representan por R y R^2 respectivamente. El coeficiente de correlación indica la importancia que tienen los cambios de la variable dependiente en la exposición, de la o las variables independientes en el caso de que se trate de una regresión simple o múltiple. La fórmula del coeficiente de determinación es:

$$R^2 = \frac{\sum \hat{y}^2}{\sum y^2}$$

$$R^2 = 1 - \frac{\sum e^2}{\sum y^2}$$

Indudablemente que el coeficiente de correlación es igual a la raíz cuadrada de las funciones anteriormente expuestas.

Anteriormente era utilizado el coeficiente de correlación, actualmente se considera más cómodo usar el de determinación porque expresa claramente la cuantificación proporcional que proviene de los cambios presentados por la variable dependiente en su asociación con el o los factores independientes.

Si por ejemplo $R^2 = 0.7$, un 70 por ciento de las variaciones de la variable dependiente, se relaciona con la o las independientes. No es causal el haberse hecho referencia a una vinculación y no a una idea de causa - efecto, cuya verificación se determina mediante un análisis de correlación. Efectivamente, no puede ser siempre legítimo el hablar de casualidad en el sentido de que las variaciones de la dependiente obedezcan extrictamente a la independiente, ya que puede tratarse de una interacción empírica que eventualmente encuentra su justificación en otro tipo de asociación, tal es el caso cuando ambas variables dependen de una tercera. Debe recordarse que sólo una explicación teórica o conceptual permite dar un contenido y una justificación a las interrelaciones ya enunciadas estadísticamente. Debe tenerse mucho cuidado al examinar las variables a utilizar, y la forma de medirlas para evitar correlaciones falsas. Por ejemplo, si se correlacionan magnitudes cuyo objetivo es monetario y en períodos altamente inflacionarios, a menudo resulta un alto coeficiente de determinación como consecuencia del movimiento ascendente de los precios que influyen en todas ellas, tanto en las variables independientes como en las dependientes. De esta manera, sí se efectua una regresión entre dos elementos, ambos podrían estar relacionados por necesitar de un tercer factor. También es factible que, la correlación se debe a la casualidad. Observando las fórmulas se encuentra que el coeficiente de determinación varía entre 0 y 1, éste último valor es dado cuando se explica totalmente la variable dependiente para la o las variables independientes. Sobre ésto cabe preguntar: ¿Cuál será el valor del coeficiente de determinación que pueda considerarse como suficiente?. Los libros de texto de estadística y econometría no proporcionan mucha información al respecto, pero al hacer un examen en una serie de modelos, puede afirmarse que generalmente existen índices predominantes superiores al 0,80 y muy frecuentemente valores arriba de 0,90. Pero hay en algunos modelos funciones que tienen un coeficiente de determinación inferior a 0,50.

En el siguiente cuadro, se puede apreciar en-forma ejemplificada el coeficiente ya señalado R = 0.93,- el cual permite calcular el coeficiente de determinación: R^2 = 0.865. Afirmando con ésto que, el 85 por ciento -- de las variaciones de la variable dependiente es explicada por la ecuación determinada.

Pruebas de corroboración de una función econométrica.

$$\text{Función: } MI = -2.8574 + \underset{0.2262}{1.4047}\, IP + \underset{0.1696}{0.1652}\, IG$$

T = 6.20 0.97

F = 23.47

R = 0.93

D.W = 1.53

Símbolos: M I = importación de bienes de capital

I P = inversión privada

I G = inversión del gobierno

Esta función se determinó dentro de una serie de estimaciones efectuadas para integrar un modelo.

Se basa en tasas de crecimiento anuales de -- las variables en el período 1962 - 71 (10 observaciones)- -Herschel (10)-.

El coeficiente de correlación cuyo valor oscila entre -1 y +1 ya antes mencionado, es dado por la raíz cuadrada del coeficiente de determinación Estos valores señalarían una correlación negativa o positiva perfectas; si por el contrario, su resultado es cero, significaría - una ausencia de toda correlación.

En un principio las técnicas de regresión sólo eran aplicables a las ciencias en que se podían realizar todo tipo de experimentos controlables, lo que permitía exigir ciertas condiciones a los elementos investigados, especialmente a la elección y cantidad de las observaciones. Es decir, se consideraba como representativa -- a una muestra lo que en estadística se conoce como la población, en otras palabras, el universo total de los objetos o individuos que se estan examinando; por ejemplo, todas las cifras anuales posibles del consumo nacional.

Sí en la ciencia económica no se pueden efectuar experimentos como en las ciencias físicas, la técnica de la regresión equivale a una muestra. Al relacionar el consumo con el ingreso con cifras de 10 años se podría pensar que la verdadera relación estuviese dada por una - serie de observaciones, al tener, por ejemplo, cifras de- ambas variables para períodos menores, mensuales o semanales. Al estudiar las particularidades de las muestras pequeñas que se emplean al correlacionar las series cronológicas, válidas para el corto palzo, se observa en este -- sentido que el valor de los coeficientes de correlación - y determinación aparece sobreestimado. Para estos casos,- los coeficientes son ajustados considerando el número de- observaciones (n) en que se basan las estimaciones y el de los perímetros a estimar (m) incluyendo el término cons-- tante.

La siguiente formula -Herschel(10)- es la más común a aplicar, tomando R^2 como el coeficiente de determinación, quedando ajustado:

$$\bar{R}^2 = 1 - \left\{ (1 - R^2) \quad \frac{(n - 1)}{(n - m)} \right\}$$

Sí se aplica esta fórmula al ejemplo del cuadrado se tiene:

$$\bar{R}^2 = 1 - \left\{ (1 - 0,93^2) \left(\frac{n - 1}{n - m} \right) \right\}$$

$$\bar{R}^2 = 1 - \left\{(1 - 0.865) \left(\frac{10 - 1}{10 - 3}\right)\right\}$$

$$= 1 - \left\{(1 - 0.865) \quad \frac{(9)}{(7)}\right\}$$

$$= 1 - \left\{(0.135) \quad (1.2857)\right\}$$

$$= 1 - \left\{0.1736\right\}$$

$$= 1 - 0.1736$$

$$= 0.8264$$

Conviene aclarar aquí que varias razones ex-- plican por qué en series cronológicas sólo se cuenta con- muestras pequeñas. En primer lugar hay países donde no - existen series muy largas, para algunos-o muchos - según- el caso, de los componentes de las cuentas nacionales. - En segundo término, una hipótesis esencial para le empleo de funciones para fines predictivos es el supuesto de que la estructura, en que éstas se basen, se mantenga invariable; dicho supuesto no se justificaría al usar datos que- distan muchos años del presente. Analizando la fórmula,- se encuentra que al agregar más variables explicativas, - disminuye el valor del coeficiente ajustado. Esta deri-- vación estaría respaldada por el concepto de que al nece- sitar un gran número de factores para explicar una fun--- ción se trataría de un fracaso de la teoría, debido a que- se presentarian un sinnúmero de errores para el fenómeno - teórico en estudio.

De todo lo anterior, se puede decir, que existe una prueba que indica hasta qué punto las variables independientes explican a las dependientes; más no se ha- detallado cuál es el error probable en que se incurriría- al aplicar la fórmula determinada para el método de los - mínimos cuadrados. En otras palabras, ¿cuán exactas se-- rán las estimaciones para la variable dependiente a par-- tir de la o las independientes?

Para comprobar el momento del error probable- se utiliza la desviación estándar, que se fija a partir-- de los resíduos ($\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3, \ldots$) entre los puntos de ob-- servación y la recta de ajuste. Recordándo lo que es la- desviación estándar, representada en forma general por la letra sigma σ , es una medida de la dispersión al-- rededor de la media y es igual a la raíz cuadrada de la - suma de los desvíos al cuadrado, dividida por el número - de observaciones; "en el caso de la regresión, la desvia- ción estándar de la estimación que se representa por $\hat{\sigma}$ corresponde a la diferencia con respecto a los valores de terminados por la función", - Beach (3)-.

Para poder estimarla, la siguiente fórmula -- es su inicio, siendo n el número de observaciones y m el de los parámetros:

$$\hat{\sigma}^2_{y.x} = \frac{\sum \varepsilon^2}{n-m}$$

Por consiguiente, la desviación estándar de la estimación es igual a la raíz cuadrada del valor indicado.

Si la distribución de las observaciones es -- "normal", el valor de la desviación estándar se interpre- ta así: se considera que el 68 por ciento de los casos -- quedará dentro de una variación de más o menos $\hat{\sigma}$ y el 95 por ciento dentro de un campo que abarca (más o menos) 2 veces $\hat{\sigma}$ del valor estimado, Mills -(11)-. Se conside ra "normal" al término que lleva en sí una muestra que ha sido elegida al azar; de esta forma, si en una de las --- variables se advierte un valor por debajo de la media, -- igualmente resulta probable que aparezca otro valor por - debajo o por encima de la media. No necesariamente se - puede presentar esta situación cuando se correlacionan se ries cronológicas, más por ahora se supondrá que sí se -- cumple tal supuesto.

Hata aquí se han hecho algunas apreciaciones- de una regresión en su conjunto, pero también es importan te conocer a cada uno de los coeficientes de una función, lo cual implica, determinar el significado de las variables explícitas consideradas en forma individual. En funciones econométricas es muy común indicar la desviación estándar de las variables, generalmente debajo de cada parámetro. Para una regresión lineal de una sola variable explicativa -como la ecuación $\hat{y} = \alpha + \hat{\beta} X$ - la desviación estándar del coeficiente está dada por la fórmula:

$$\hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = \frac{\hat{\sigma}_{y,x}}{\hat{\sigma}_x \sqrt{n-1}}$$

En la fórmula anteriormente dada se indicó $\hat{\sigma}_{y,x}^2 = \frac{\Sigma \varepsilon^2}{n-m}$ y como ahora se tienen dos parámetros y se trata de $\hat{\sigma}_{y,x}$ y no de su expresión al cuadrado, se tiene $\hat{\sigma}_{y,x} = \sqrt{\frac{\Sigma \varepsilon^2}{n-2}}$. Por otra parte, $\hat{\sigma}_x$ se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\frac{\Sigma x^2}{n-1}}$$

siendo $x = X - \bar{X}$, en otras palabras, la distancia a la media ($\bar{X}$). Para calcular el significado que tiene cada parámetro, se debe recordar que en el 95 por ciento de los casos, el valor estimado estaría dentro de un margen de dos veces su desviación estándar. Si por ejemplo, se calcula un coeficiente $\hat{\beta}$ de 1.40 y que su desviación estándar sea de 0.22 (ver cuadro 1), se supone que en 95 casos sobre ciento los valores reales caigan dentro de un campo dado por $\pm 2\hat{\sigma}$, es decir 1.84 y 0.96.

Por otra parte, la desviación estándar de $\hat{\alpha}$ está dada por la fórmula:

$$\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}} = \hat{\sigma}_{y,x} \frac{\sqrt{\Sigma X^2}}{\sqrt{n \Sigma x^2}}$$

En el mismo caso de los coeficientes de correlación y determinación, la medición de la desviación estándar no da una indicación apropiada cuando se trata de muestras pe-

pequeñas; es decir, en general, cuando sea menor a 30 -- el número de observaciones. Para ello es utilizada la -- prueba t de Student. Esta parte de una estimación de la relación existente entre el coeficiente $\hat{\beta}$ con respecto a otro valor hipotético que interesa (b) -el numerador- - y la desviación estándar de $\hat{\beta}$ el denominador, es decir:

$$t = \frac{\hat{\beta}_x - b}{\hat{\sigma}_{\hat{\beta}}}$$

Si se recuerda que:

$$\hat{\sigma}_{\hat{\beta}} = \frac{\hat{\sigma}_{x \cdot y}}{\hat{\sigma}_x \sqrt{n-1}}$$

sustituyendo, resultará:

$$t = \frac{(\hat{\beta}_x - b)(\hat{\sigma}_x \sqrt{n-1})}{\hat{\sigma}_{x \cdot y}}$$

y como:

$$\hat{\sigma}_x = \sqrt{\frac{\sum x^2}{n-1}}$$

se tendrá:

$$t = \frac{(\hat{\beta}_x - b)(\sqrt{\sum x^2}\sqrt{n-1})}{\hat{\sigma}_{x \cdot y}\sqrt{n-1}} = \frac{(\hat{\beta}_x - b)\sqrt{\sum x^2}}{\hat{\sigma}_{x \cdot y}}$$

Deduciendo el valor de b de la ecuación anterior se tiene:

$$\hat{\beta} - b = \frac{t\,\hat{\sigma}_x}{\sqrt{\sum x^2}}$$

$$b = \hat{\beta} \pm \frac{t\,\hat{\sigma}_x}{\sqrt{\sum x^2}}$$

El término $\frac{t\,\hat{\sigma}_{y}}{\sqrt{\Sigma x^2}}$ determinará el intervalo de confianza en que puede caer el valor de $\hat{\beta}$. En otras palabras, es el error que está asociado con la estimación ejecutada. Puesto que se trata de una probabilidad, debe precisarse el nivel de significación que se exige; es decir, el grado de confianza o probabilidad de error de una cifra estimada. En la mayoría de los casos, el grado de probabilidad empleado es de 5 por ciento. De esta prueba lo importante resulta cuando la t está tabulada, ya que con ello resulta más rápido encontrar el error probable.

Frecuentemente en estimaciones econométricas hay una hipótesis que se intenta varificar y es cuando el valor a estimar resulta igual a cero. De ser cierta la hipótesis de un valor nulo, el parámetro estimado no tendría justificación. Si, por el contrario, es legítimo el rechazo del supuesto de un valor nulo, el coeficiente determinado se acepta.

Si en la ecuación $t = \frac{(\hat{\beta}_{x} - b)\sqrt{x^2}}{\hat{\sigma}_{y \cdot x}}$, b equivale a cero, será:

$$t = \frac{\hat{\beta}_{x}\sqrt{x^2}}{\hat{\sigma}_{y \cdot x}}$$

En caso de que el valor calculado para t sea superior al de las tablas, la hipótesis nula se rechazaría. Siguiendo el ejemplo del cuadro para el coeficiente de la primera variable se calculó t = 6,2 Se debe confrontar esta cifra con los valores de la tabla. Aquí el valor calculado resultó mayor al determinado en la tabla (2,365) con una probabilidad del 5 por ciento. La hipótesis nula en este caso fue rechazada y la prueba t permite aceptar el parámetro.

Para la segunda variable la prueba resultó poco satisfactoria, ya que se debió aceptar la hipótesis nula con un nivel de significación del 30 por ciento (0,97 $<$ 1,119 -éste último valor fué extraído de la tabla para n - m = 10; m = 3 -con una probabilidad de 0,3). Debe hacerse notar que las tablas fueron estimadas para n -

m grados de libertad, como se observa en el ejemplo dado con 10 observaciones y 3 parámetros a estimar, resulta n-m = 7. Por otra parte, la fórmula para $\hat{\alpha}$ es:

$$t = \frac{(\hat{\alpha} - a)\sqrt{n\sum x^2}}{\hat{\sigma}_{y \cdot x}\sqrt{\sum X^2}}$$

Dicha fórmula procede de igual manera que la del caso anterior y su deducción es la siguiente:

$$t = \frac{\hat{\sigma} - a}{\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}}}$$

Siendo:

$$\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}} = \hat{\sigma}_{y}\frac{\sqrt{\sum X^2}}{n\sqrt{\sum x^2}}$$

$$t = \frac{(\hat{\alpha} - a)\sqrt{n\sum x^2}}{\hat{\sigma}_{y \cdot x}\sqrt{\sum X^2}}$$

Las pruebas anteriormente analizadas sirven para verificar la confiabilidad de cada uno de los parámetros estimados; retornando a la corraboración de la bondad de la función de ajuste estimado. De este se ha indicado que las variaciones totales de la variable dependiente se dividen en las que se atribuyen a la influencia de las independientes; es decir, las determinadas por la regresión y el residuo; usando la siguiente relación:

$$\sum y^2 = \sum \hat{y}^2 + \sum \varepsilon^2$$

Cabe aclarar aquí que la suma de los valores absolutos de las diferencias entre los valores y la media, elevadas al cuadrado, se denomina varianza; de igual forma se puede hablar de la varianza de regresión y de la parte no explicada. El estudio de las variaciones, resul tando la parte explicada, de los residuos, se designa con el nombre de análisis de varianza. De este tipo de vinculaciones se desprende otra prueba llamada F (de Fisher - Snedecor). Aquí se demuestra una hipótesis comparando la varianza debida a la regresión, o sea, a las variables independientes, con la atribuida solamente al azar. Si no difieren significativamente ambos valores, implica que la variación explicada puede ser atribuida al azar. Para que la fórmula a utilizar resulte más clara es conveniente ver el cuadro siguiente, en donde se observan los grados de libertad que se agrupan al cálculo de la relación de varianza.

CAUDRO No. 2

Análisis de Varianza.

Variación debido a:	Grados de Libertad.	Suma de las desviaciones al cuadro.	Cuadro medio.
Regresión	$m-1$	$\sum \hat{y}^2$	$\frac{\sum \hat{y}^2}{m-1}$
Azar (=residual)	$n-m$	$\sum \varepsilon^2$	$\frac{\sum \varepsilon^2}{n-m}$
Total	$n-1$	$\sum y^2$	

Para obtener el estadístico F se dividen los valores que se determinan en la última columna de este cuadro.

$$F = \frac{\frac{\sum \hat{y}^2}{m-1}}{\frac{\sum \varepsilon^2}{n-m}}$$

Los valores que corresponden a la hipótesis nula se en--- cuentran ya calculados en tablas para distintos niveles - de significación y grados de libertad. El ejemplo del cua dro 2 se estimó una cifra para F igual a 23,47 superior a la F tabulada con un nivel de significación del 5 por ciento para 2 (m -1) y 7 (n - m) grados de libertad -- igual a 4,74. En conclusión, la función determinada ---- aprobada.

1.3. Instrumentos y métodos utilizados en un modelo econométrico.

Existen varios instrumentos que pueden ayudar a encontrar ecuaciones con ciertas propiedades deseables- que los economistas plantean para lograr interpretar una- realidad económica; pero ni todos los instrumentos reem-- plazan en toda su extensión a una buena idea sobre el funcionamiento de esa realidad económica. Sin embargo, es válido auxiliarse de ellos, ya que, para el método científico ellos serán los caminos sistemáticos a seguir para poder analizar y demostrar una hipótesis, mas no la forma - de descubrir éstos.

Una de las herramientas fundamentales para la econometría son las matemáticas, las cuales son utilizadas en el plano deductivo para formular hipótesis y explorar- sus implicaciones lógicas. Otra herramienta fundamental- es la inferencia estadística utilizada en el plano inductivo para obtener con ella información a partir de un número limitado de casos u observaciones Esta última herramienta (inferencia estadística) procede, en su forma - clásica, partiendo de un conjunto de enunciados que a menudo se llaman conocimiento a priori, hipótesis mantenida o modelo, los cuales son aceptados como si fueran correctos y no se ponen en duda durante el desarrollo del proceso de la inferencia subsiguiente. A continuación son observados los datos y con la participación de ellos, la -- hipótesis mantenida y la teoría de la probabilidad, se -- empiezan a extraer inferencias acerca de la naturaleza -- del mundo exterior hacia el observador. Al hacer uso de- la teoría de la probabilidad el modelo o hipótesis mantenida debe pretender, cuando menos, que los datos seleccionados lo fueran por medio de un proceso aleatorio; más aún, debe postular otras cosas si es que algo más ha de - aprenderse. Con esto se puede conseguir una forma de abordar un problema econométrico (no muy apropiada):

a) Enunciado del problema.

b) Escoger un modelo o hipótesis mantenida, apropiado, para el problema.

c) Observar los datos pertinentes.

d) Por medio de técnicas de inferencia estadísticas, basadas en la hipótesis mantenida, extraer inferencias sobre el problema a partir de los datos.

Esta forma de abordar un problema econométrico sería apropiada si se conociera el modelo correctamente, mas en la práctica econométrica se observa generalmente que es imposible encontrar un modelo lo suficientemente específico y claro en el que se pueda creer con certeza. La hipótesis mantenida en econometría se fundamenta principalmente de la teoría económica. En donde, ésta última puede especificar las variables conceptuales que aparecen en una ecuación y en algunas ocasiones sus propiedades como homogenidad y, tal vez algo acerca de los signos y magnitudes de ciertas derivadas parciales. Por ejemplo, la teoría económica indica que la cantidad demandada es una función creciente del ingreso corriente y esperado del demandante y de su riqueza comerciable y, a la vez, es una función decreciente de su propio precio corriente dependiendo también de su precio esperado, los precios corrientes y esperados de los bienes sustitutivos y complementarios, y las tasas de interés.

Se sabe también que la función demanda debe ser homogénea y de grado cero en los ingresos, la riqueza y los precios medidos en términos monetarios; es decir, si hubiese cambios en el nivel general de precios y en todas las magnitudes monetarias sin que alteren a su vez todas las oportunidades en términos reales, no debería haber cambio en la cantidad demandada. Pero en la mayoría de los casos se ignora si esta función es lineal en el ingreso real y los precios son relativos, lineal en sus logarítmos, cuadrática, exponencial o de cualquier otra forma. En ocasiones se ignora si ciertas variables, cuya importancia resulta secundaria, deberán ser incluidas o no, Tal situación resulta análoga al caso de las funciones de oferta, funciones de producción y a otra calse de funciones económicas.

De lo anterior, el economista tiene varias -- opciones a seguir o en su defecto puede darse por vencido; por otra parte, puede elegir una ecuación razonable con - bases no teóricas ni empíricas y con ella utilizarla -con datos pertinentes-, para extraer inferencias; o puede probar diversas formas -teoricamente razonables- para con--- frontar cada una con datos pertinentes, escogiendo una de ellas y ver cómo se ajustan a los datos.

Parece razonable seguir éste último camino -- porque garantiza una base más o menos objetiva para ele-- gir una forma de ecuación, en lugar de otras que ofrecen- en apariencia formas razonables para una ecuación, pero - que son teóricas.

Sin embargo, existen peligros en este enfoque experimental, ya que tiene sus peligros. Por una parte,- si existe una diversidad de formas en una ecuación que parecen teoricamente razonables en un principio (antes de - haber visto los datos) y si se selecciona una que se ajuste mejor a los datos conforme a un compromiso o criterio- dado, los procedimientos a seguir de la inferencia esta-- dística clásica no se aplican a esos mismos datos sin que se tenga previamente un ajuste.

Esto es debido a que los sistemas clásicos -- presuponen que la hipótesis mantenida (endonde va incluida la forma de la ecuación) es conocida con seguridad, -- mientras que en el procedimiento experimental el que se - está observando -hipótesis mantenida- no se conoce con -- certeza, sino que es elegido porque se ajusta a los datos, mientras que otras sugeridas por la teoría a priori no lo hacen.

Por otro lado, un segundo peligro existe en el método experimental y que guarda una estrecha relación con el anterior. Es el problema cuando se trata de frenar la búsqueda de nuevas hipótesis mantenidas para sujetarlas a experimentos frente a los datos. Por ejemplo, se supone que las consideraciones teóricas sugieren, como posibles, tres formas diferentes de una ecuación económica. La primera consiste en que una de ellas se ajusta estrictamente bien a los datos disponibles; no existiendo ningún otro incentivo para localizar otras. Si por el contrario, ninguna de las tres formas se ajusta extraordinariamente bien a los datos, entonces habrá un incentivo para buscar otras.

Si es suficientemente hábil el economista podrá encontrar una ecuación que se ajuste bien a los datos; y si persiste podrá llegar inclusive hasta el convencimiento de que se trata de una ecuación teóricamente razonable. Sin embargo, el peligro radica en la posibilidad de ser demasiado hábil o muy persistente y con ello encontrar una ecuación lo suficientemente bien para que se ajuste a los datos, pero que sea errónea por la descripción de sus características temporales o accidentales de ellos, más que de sus características sistemáticas y más duraderas. Una mejor protección que se tendría para este peligro sería el de hacer una confrontación entre las ecuaciones que tienen datos que no puedan haber influido en la designación de su forma, para poderlo lograr es necesario usar para prueba datos que no se conocen o no se hayan formulado cuando se escoja la forma de la ecuación.

1.3.1. De las funciones a los modelos.

Al hacer la integración de las funciones econométricas en un sistema más complejo, existen diversos problemas que se tienen que cuantificar con datos reales para poder conceptuar la economía. De esta forma, se puede considerar cual es el proceso para llegar a una predicción concreta a partir de un modelo y el papel que juegan en el desempeño del mismo las políticas que se relacionan en el suceso.

De esta manera, la teoría económica tiene como trabajo fundamental el de proporcionar las hipótesis acerca del funcionamiento del sistema económico y mediante la verificación econométrica se precisará cual es la hipótesis que más coincide con la realidad empírica.

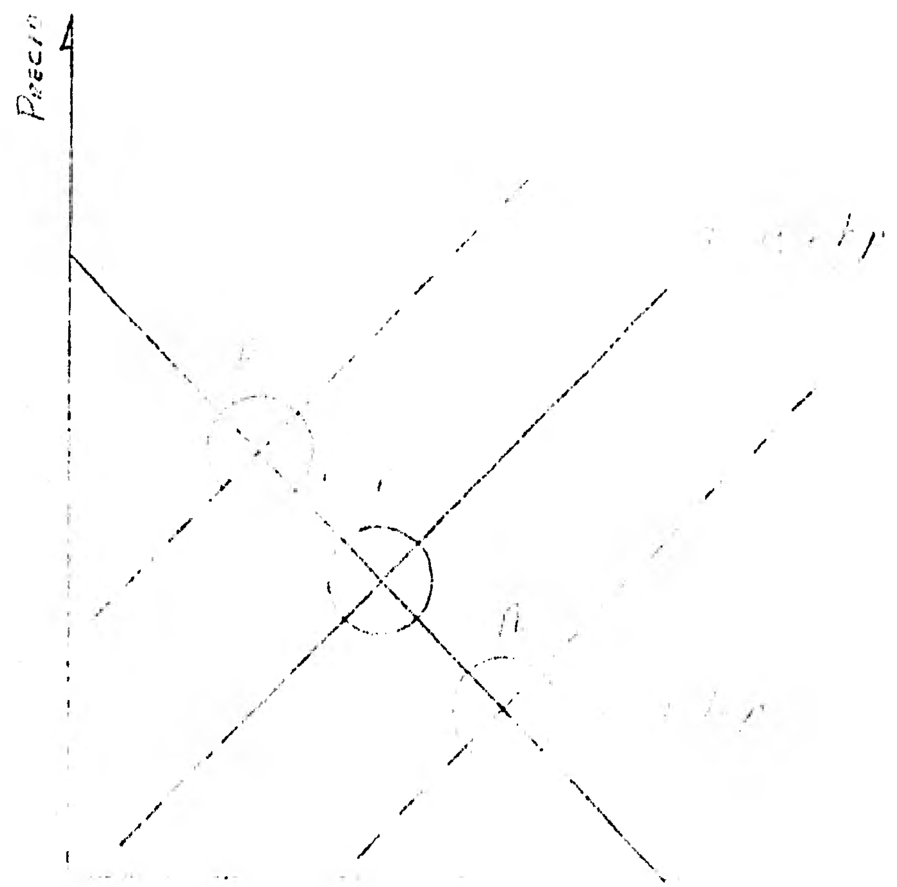
Antes de pasar a ver la estimación, se debe solucionar un problema esencial: la identificación. Aquí se intenta saber si un modelo conceputal es lo suficientemente exacto para poder determinar los valores de sus parámetros; en otras palabras, que cada ecuación perteneciente a un sistema o estructura no se confunda con otra. Para aclarar éste concepto el siguiente ejemplo ayudará. Recurriendo a la microeconomía para esta explicación, se parte de las funciones de oferta y demanda. En forma algebraica, se tendrá que q es la cantidad demandada u ofrecida y p, el precio; de ahí que:

$q = a + bp + \varepsilon_1$ función de demanda

$q = c + dp + \varepsilon_2$ función de oferta.

De acuerdo a la teoría económica el comportamiento que tienen las funciones de oferta y demanda -en este caso b negativa y d positiva son las típicas curvas de estas funciones, tal como se indica en el sigueiente diagrama (líneas continuas).

DIAGRAMA No.3 .



Es oportuno aclarar aquí que si no existieran cambios -en el tiempo- únicamente se observaría un punto, el A. Debe tenerse presente que en una regresión es importante que existan variaciones, tanto en la variable exógena como en la endógena, puesto que en caso contrario -- no sería posible determinar la función que las supedite.

Si se presenta el caso de que hayan existido-variaciones, el problema que se presenta es en la deter--minación que se registra en las observaciones y que pue--dan en cierto modo pertenecer a la función de demanda, a-la oferta o en su defecto definir si es posible a cual -de las dos se deben asignar.

Por ejemplo, si se considera un producto agrí cola, como el maíz, es posible suponer que la demanda se-mantendrá y la oferta tenga variaciones constantes. En -este sentido se tendrán diferentes curvas hipotéticas de-la oferta, cuyas observaciones serían A_1 y A_2 del dia-grama (lineas punteadas). Cabe hacer mención aquí que --las curvas teóricas de la oferta y la demanda no son ob--servables, si no más bien, sólo son las cantidades que -verdaderamente se ofrecen o se demandan. Al haber un des plazamiento de la curva de oferta, es posible determinar-la demanda.

Si se pudiese determinar antes una función --tan clara, no existiría ningún problema. Pero la reali--dad es otra, por lo general suele ser un tanto más comple ja; puesto que , al haber desplazamientos en las curvas -hay una serie de puntos (B_1, B_2 , B_3... diagrama 4)--que no es posible afirmar, con certeza, a cual curva per-tenecen (oferta o demanda).

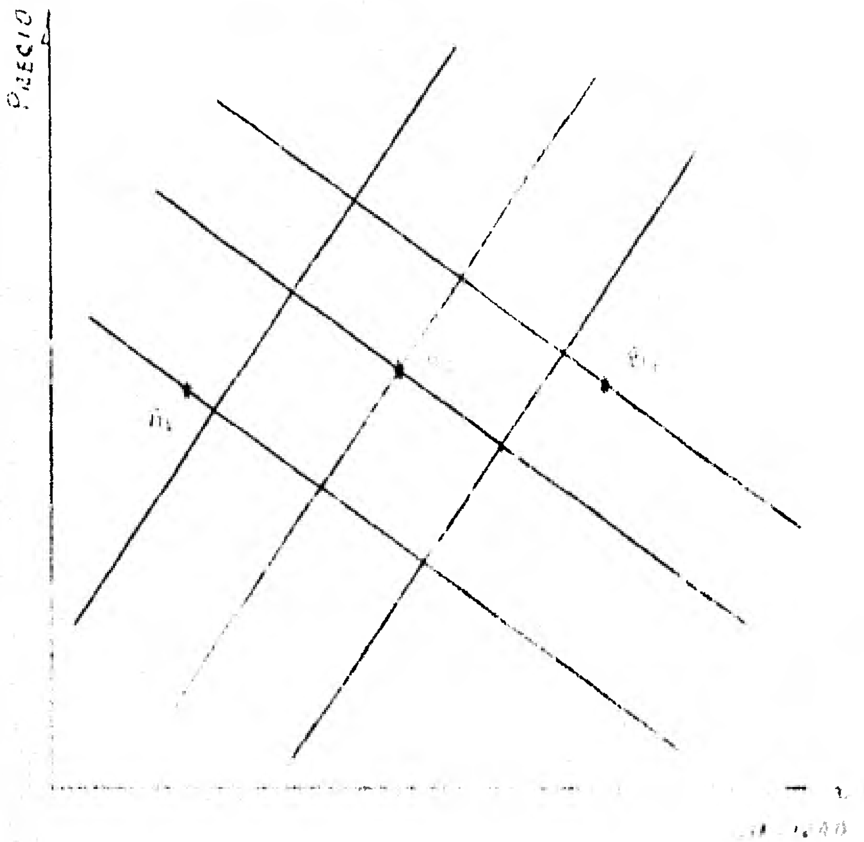
En el diagrama se han trazado curvas hipotéti cas cuyos desplazamientos se pueden asociar a una serie -de observaciones tales como las mostradas en los puntos --B_1 y B_2 . Desde este punto se puede decir que es aquí --donde empieza el problema de la identificación; ya que --si no hay información adicional no se puede hacer una dis tinción entre la función de oferta y de la demanda. Este-mismo fin también tiene su derivación en forma de opera--ción, mediante una simple suma de las ecuaciones anterior mente expuestas:

$$2q = (a+c) + (b+d)p + \varepsilon_1 + \varepsilon_2$$

$$q = \frac{a+c}{2} + \frac{b+d}{2}p + \frac{\varepsilon_1+\varepsilon_2}{2}$$

Aquī se observa la obtenciōn de una ecuaciōn en donde hay una conjunciōn de oferta y demanda.

DIAGRAMA No. 4.



Para que una estructura esté identificada, -- una regla específica menciona que es preciso que no exista ninguna ecuación que tenga una composición lineal de - otra.

Hay la posibilidad de poder lograr la identificación y es agregando otra variable explícita. Con éste, resulta más loable el desplazamiento de la función -- de oferta y con ello una mejor explicación por medio de - un factor específico, como por ejemplo la intensidad de - las lluvias (LL). De ésto, la función de oferta quedaría de la siguiente manera:

$$q = c + dp + gLL + E_2$$

En forma gráfica (ver diagrama 3), se observa que las curvas de oferta ahora serían las variaciones- que tiene el factor específico (LL). Es de observarse-- que al agregar una varible explícita a la función de --- oferta resulta automáticamente identificada la otra fun-- ción, o sea, la demanda. Si por el contrario se hubiesen sumado ambas ecuaciones el resultado sería dudoso al ob-- tener una ecuación similar a la nueva ecuación de oferta.

Para lograr una identificación más funcional- las siguientes normas sirven para llevarlo a cabo -Hers-- chel(10)- el número de ecuaciones ha de ser igual al de - variables endógenas. Para cada ecuación, a su vez, siendo N el número de variables (excluyendo las estocásticas) del sistema; n, el número de variables de la ecuación i;- y M, el número de ecuaciones del sistema, se tendrán en-- cuenta las siguientes reglas:

Si $N - n = M - 1$, la ecuación está identificada

Si $N - n > M - 1$, la ecuación está sobreidentificada

Si $N - n < M - 1$, la ecuación está subidentificada

Para aclarar estas reglas, se tomarán las -- ecuaciones de oferta ampliada y de la demanda original -- y se tendrá lo siguiente:

ecuación 1) $q = c + dp + gLL + E_2$

ecuación 2) $q = a + bp + E_1$

siendo $N = 3$ y $M = 2$

en la ecuación 1; $N-n = 0$; $M-1 = 1$ la ecuación está sub--

identificada; en la ecuación 2: N-n = 1; M-1 = 1 la ecuación está identificada. Para hacerlo un poco más complejo a la ecuación de la demanda se le agregará otro término, por ejemplo el ingreso (y) y quedará como sigue:

ecuación 1) $q = c + dp + f\,LL + \varepsilon_2$

ecuación 2) $q = a + bp + g\,y + \varepsilon_2$

siendo N = 4 y M = 2

en la ecuación 1: N-n = 1; M-1 = 1, la ecuación está identificada; en la ecuación 2: N-n =1; M-1 = 1, la ecuación está identificada.

En estos criterios lo esencial estriba cuando hay una subidentificación porque no permite hacer una estimación estadística. (*)

Para lograr una adecuada especificación existe otro requisito fundamental; el cual consiste en formular hipótesis de acuerdo a la teoría económica y aprobar la formulación matemática que mejores resultados dé en lo concerniente a las diferentes pruebas a que se someta. Puede causar extrañeza esta referencia en las distintas formas matemáticas, puesto que hasta ahora sólo se ha hablado en su mayoría de ecuaciones lineales Pero en realidad, una función no debe ser necesariamente lineal; sin embargo, esta clase de ecuaciones hacen más fácil y comprendible una explicación. No obstante, hay diversas alternativas en que pueden ser aplicadas las mismas reglas y soluciones en las ecuaciones lineales, así se tiene como por ejemplo, las ecuaciones lineales en logarítmos, en primeras diferencias o en variaciones porcentuales.

(*) Las condiciones indicadas sólo son necesarias para la identificación; has además otras que son más estrictas.

II ELABORACION DE UN MODELO

2.1.- Forma Reducida y Forma Final.

En este capítulo se tratará de representar -- las características que conforman a un modelo ya estimado, en donde los parámetros toman valores concretos. Dicho modelo pretende, bajo distintos criterios, demostrar la obtención de los valores de las variables endógenas a partir de las predeterminadas, y con ello lograr sus propiedades dinámicas de acuerdo a las trayectorias que tengan las -- variables endógenas obtenidas.

Para hacer un enfoque de lo que es un modelo, hay que pasar por una serie de comprobaciones de cuyos resultados depende su aceptabilidad.

Aunque en un principio es así; es de esperarse que en el análisis de un modelo se observarán algunas- de estas comprobaciones.

Para poder analizar un modelo hay que hacer-- una diferencia de él; puesto que existen modelos lineales y no lineales. Los modelos lineales tienen su solución - en las variables endógenas, ya que estos son directos, haciendo posible el enfoque analítico de la mayor parte de- los puntos a tratar; en el caso de los no lineales la solución misma plantea problemas, lo cual implica el uso de alguna técnica de simulación y en cuyos resultados se obtiene el resto de las conclusiones del análisis.

Para poder dar un enfoque claro de lo que son las formas reducidas y final, -según Aznar (2)- se partirá de los modelos lineales, para que posteriormente pueda -- comprenderse estas formas en los modelos no lineales.

Partiendo de la estructura de un modelo general, cuya descripción matemática es:

$$Y(t)B_o + Y(t-1)B_1 +, \ldots, + Y(t-r)B_r + X(t)\Gamma_o +, \ldots, + X(t-s)\Gamma_s + U(t) = 0 \qquad (1)$$

en donde: Y(t), Y(t-1)..., son vectores de las G varia--- bles endógenas correspondientes a las observaciones t,t-1 ..., t-r.X(t),X(t-1)..., serán los vectores de las K va-- riables exógenas que corresponden a las observaciones -- t,t-1..., t-s, U(t) es un vector de G y cuyas perturbacio nes aleatorias son observadas en t; Bo,B1 ..Br y To, T1,- Ts, .. Ts son las matrices de los parámetros de orden -- G X G y K X G.

Para obtener la forma reducida se tiene que - multiplicar la forma estructural por la forma de Bo, su-- poniendo que ésta no es singular tomando la notación de - Kenkel (1974) se puede anotar lo siguiente: Y(t) = Y (t-1) c1 + ..., + Y(t - S) Cs + X(t) Do + ,...,+ X(t - r) - Dr + V(t) (2)

en donde: $Ci = B \quad Bo^{-1}$ $\quad i = 1, \ldots, r$

$Di = \Gamma_i \quad Bo^{-1}$ $\quad i = 0, \ldots, s$

$V(t) = U(t)\ Bo^{-1}$

Los coeficientes que se presentan en la forma estructural poseen un significado totalmente económico, - puesto que son propensiones, elasticidades, parámetros -- institucionales, etc. aunque sólo se den efectos directos de una variable sobre otra. En un modelo del cual se tie- nen variables interdependientes entre sí, se observa que- los efectos directos no son suficientes. Para ello hay - que tener alguna forma para llegar a conocer los efectos- totales que emanan de la interdependencia antes menciona- da. La forma reducida se puede decir que es un primer -- intento para buscar tales efectos. Y la forma final es - la que llega a tales efectos totales de las variables ---

exógenas sobre las variables endógenas. Es decir, a través de la forma reducida se pueden conocer los efectos totales contemporáneos o bién, todos aquellos que existan dentro de los cambios de una variable exógena, en un periodo, sobre una variable endógena en ese mismo período. Los coeficientes de esta forma tienen el carácter de múltiplicadores, los cuales sintetizan los efectos directos e indirectos de unas variables sobre otras.

Para obtener la forma final, el modelo debe de tener ya una propiedad y es la de ser estable. Para comprobar lo anterior y partiendo de la notación de Kenkel, la parte derecha se sustituye Y(t-1) e Y(t-2) por sus valores obtenidos a partir de esa misma expresión retardada uno y dos períodos, se obtiene lo siguiente:

$$Y(t) = \Big[\{Y(t-3)C_1 + \dots + Y(t-r-2)C_r + X(t-2)D_0 + \dots + X(t-s-2)D_s + V(t-2)\}C_1 + Y(t-2)C_2 + \dots + Y(t-r-1)C_r + X(t-1)D_0 + \dots + X(t-s-1)D_s + V(t-1)\Big]C_1 + \Big[Y(t-3)C_1 + \dots + Y(t-r-2)C_r + X(t-2)D_0 + \dots + X(t-s-2)D_s + V(t-2)\Big]C_2 + Y(t-3)C_3 + \dots + Y(t-r)C_r + X(t)D_0 + \dots + X(t-s)D_s + V(t) \qquad (3)$$

y si se sigue sustituyendo Y(t-3), Y(t-4), se obtiene el siguiente resultado:

$$Y(t) = \sum [illegible] \Big[\sum [illegible] X(t-[illegible])D_s + V(t-[illegible])\Big] P + \Big[[illegible]\, Y(t-\infty)\Big] \qquad (4)$$

en donde:

$$P_0 = I$$
$$P_1 = C_1$$
$$P_2 = P_1 C_1 + P_0 C_2$$
$$P_3 = P_2 C_1 + P_1 C_2 + P_0 C_3$$

el último término de la derecha se puede considerar como una función de los valores iniciales de las variables endógenas, pero alejadas en el [illegible] los valores -

tomados por esta función no se anulan, significaría que - se puede seguir sustituyendo y que los efectos de las va-- riables exógenas sobre las endógenas no tienen límite. Pero en el caso de que este término se anule en el infinito, se puede anotar la anterior expresión sin tenerla en- cuenta, llegando a la forma final:

$$Y(t)=\sum_{i=0}^{\infty}\left[\sum_{j=0}^{s}X(t-j-i)D_j+V(t-i)\right]P_i \qquad (5)$$

también se puede expresar como sigue:

$$Y(t)=X(t)H_0+X(t-1)H_1+\ldots+V(t)P_0+V(t-1)P_1+\ldots+\ldots \qquad (6)$$

en donde:

$$H_0=P_0D_0=D_0$$
$$H_1=D_1P_0+D_0P_1$$
$$H_2=D_2P_0+D_1P_1+D_0P_2$$
$$H_m=\sum_{i=0}^{m}D_{m-i}P_i \qquad m=0,1,2\ldots$$

Para poder llegar a la forma final, se ha mencionado anteriormente que era necesario que el último término de la - derecha se anulara, Kenkel demuestra mediante una simple- transformación a un sistema de primer orden, que ese último término puede ponerse en función de potencias con ex-- ponente infinito con las raíces características al poli-- nomio:

$$|\lambda^r I-\lambda^{r-1}C_1-\ldots-\lambda C_{r-1}-C_r|=0 \qquad (7)$$

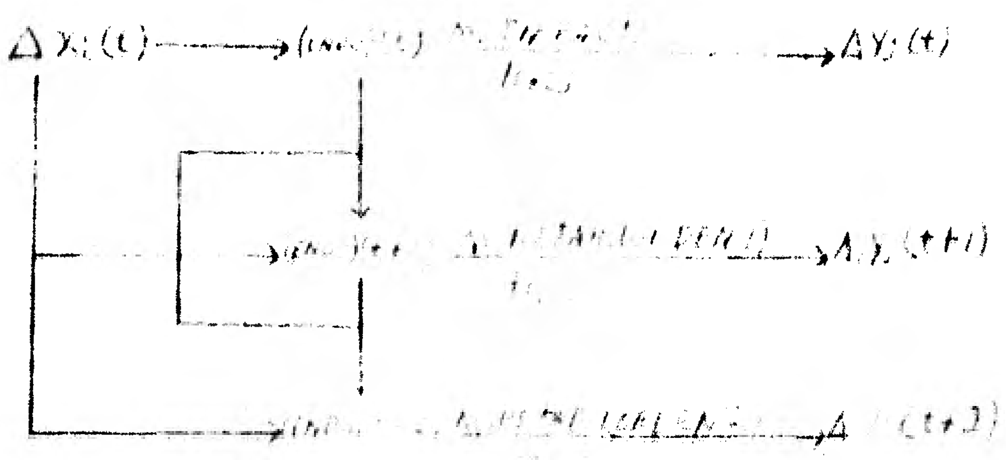
Si estas raíces tienen un módulo inferior a uno, las po-- tencias se anularán y dicho término, por consiguiente, -- tomará un valor nulo, Por otro lado, la solución a la -- parte homogénea que corresponde al sistema de ecuaciones (2), el cual se puede expresar:

$$Y(t)=Y(t-1)C_1+\ldots+Y(t-r)C_r \qquad (8)$$

quedando en función de las raíces (7) y si éstas poseen un módulo inferior a la unidad, el modelo es estable. Por consiguiente, se llega a la conclusión antes dicha, que para poder llegar a la forma final, el modelo tiene que ser estable. En lo concerniente a los multiplicadores, partiendo de la forma final (6), estos se distinguen en tres tipos: de impacto, retardados y totales.

Los múltiplicadores de impacto, son todos los elementos que contiene la matriz Ho (=Do). El elemento genérico de esta matriz Ho ij indica la variación que experimenta la variable endógena Yi al variar en una unidad la variables exógena Xj, manteniendo constantes el resto de las variables exógenas. Este multiplicador reune los efectos directos e indirectos que se producen solamente a lo largo del período presente.

Esa variable endógena que se ha visto influida a lo largo del período influye, a su vez, sobre todas las que aparecen en el siguiente período y todas éstas en conjunto producen un efecto dado sobre la primera variable en este segundo período. Por ende, puede pensarse en un segundo multiplicador para estos efectos directos e indirectos que la variación de una variable exógena tiene en un período sobre una variable endógena en el siguiente período. A este segundo multiplicador se le conoce como de retardo. Estos multiplicadores retardados pueden ser de primer orden, de segundo, de tercero, etc. En la siguiente expresión se puede ilustrar mejor los conceptos.



Este esquema puede explicarse de la siguiente manera: se produce una variación en la variable exógena X_i en el período t. Esta a su vez afecta algunas variables endógenas y la interdependencia entre todas ellas conduce a una variación en la variable endógena para el mismo período. Las variaciones experimentadas por todas las variables endógenas por el período t junto a la variación de la variable exógena x_1 en el mismo período, producen variaciones en todas las variables endógenas en el período siguiente y la interdependencia de todas ellas llevan a una variación en la variable endógena y_j en el período t + 1. En el período siguiente se producen nuevas variaciones en todas las variables endógenas a consecuencia de las variaciones de las mismas variables en los períodos anteriores y en la variable exógena X_i, en dos períodos anteriores, la interdependencia de las variables endógenas determina un incremento en la variable y_j para el período t + 2. Con esto se estan encontrando a los multiplicadores retardados del orden, t + 3, t + 4, etc.

Si todos estos efectos se suman, se llegará al efecto total que la variación de una variable exógena tiene sobre una variable endógena. Por consiguiente, la matriz de los multiplicadores totales se consigue mediante la suma de las matrices de los multiplicadores de impacto y los multiplicadores retardados.

$$T = H_0 + H_1 + H_2 + \ldots\ldots$$

La estabilidad que existe afirma el estado finito que tienen los multiplicadores totales. Un cuarto multiplicador sería el acumulado, el cual recoge los efectos de impacto y retardados hasta un período dado. Por lo tanto, los multiplicadores totales serán los acumulados que recogen todos los efectos. Se ha notado hoy en día que la regla general para la elaboración de los modelos es que estos tengan una o varias relaciones no lineales; estas no linealidades pueden adoptar diversas formas; así se tiene, por ejemplo, la siguiente relación:

$$f_i = (Y_t , X_t , \beta_i , \mu_{it}) = 0$$

en donde Yt y Xt son los vectores de las variables endó-- genas y exógenas; β_i serán los parámetros que contenga-la relación y μ_{it} es la perturbación correspondiente.-- Se podría decir que esta forma es implícita y con poca -- información. Una segunda forma pero con un mayor contenido informativo en la que una de las variables endógenas - puede expresarse como una función no lineal del resto de-las variables endógenas, de las exógenas y de la pertur-- bación aleatoria, sería:

$$y_{it} = f_i (Y_{it} , X_t , \beta_i , \mu_{it})$$

Otra forma consiste en sumar la perturbación aleatoria -- con una expresión no lineal, lo cual hace más interesante el tratamiento econométrico:

$$y_{it} = f_i (Y_{it} , X_t , \beta_i) + \mu_{it}$$

Por lo general las relaciones no lineales dentro de los - modelos son de esta última forma

Hasta aquí, se ha dado un esbozo general de - lo que son los modelos lineales y los no lineales, pero - es necesario ver qué consecuencias existen cuando estas - no linealidades se presentan en los resultados obtenidos-en los modelos lineales.

En un principio se ha visto que, para este último tipo de modelos, dado los valores de las variables-predeterminadas, la obtención de los valores de las variables endógenas a través de la solución del sistema se hacía de forma directa premultiplicando por la inversa de - la matriz de coeficientes de las variables endógenas llegando a la forma reducida. Y que al mismo tiempo en que-se obtenía esta solución, se obtenían los multiplicadores de impacto que daban los efectos directos e indirectos -

producidos, en el período presente, por un cambio de una-unidad en una de las variables exógenas sobre una de las-variables endógenas. Estos multiplicadores eran valores-constantes que tomaban el mismo valor en todos los períodos y que no dependían de los niveles alcanzados para las variables exógenas. Así se tuvo que, tras una serie de -cambios, era posible llegar a los multiplicadores retar--dados y totales que eran constantes y que no dependian --sólo de los valores adaptados por las variables exógenas.

Al momento de trasladarse hacia los modelos -no lineales se producen cambios sustanciales; en la mayoría de los casos, obtener una solución analítica del sistema en la cual las variables endógenas puedan quedar en-función de las predeterminadas. Para poder llegar a la -solución en el modelo lineal se precisaba que la inver---sión de una matriz era lo óptimo para obtener la relación del sistema; pero en un modelo no lineal, en muchos casos, al tratar de despejar las variables endógenas se llega -a expresiones muy complejas que impiden ponerlas en fun--ción de las variables predeterminadas. Para llegar a la-solución del sistema requiere que sean utilizadas técni--cas numéricas especiales.

Este hecho se debe a que: los multiplicadores y el análisis espectral que, como se ha visto, para los -modelos lineales era posible derivarlos a partir de la solución analítica del sistema, esto ya no es posible para-los modelos no lineales. Por consiguiente, tanto los ---multiplicadores como el análisis espectral tendrán que --basarse en los valores que tomen las variables endógenas-después de haber aplicado las técnicas numéricas que llegan a una solución del sistema. Además, los multiplicadores no son constantes a lo largo del tiempo sino dependen de los valores que las variables exógenas tomen en cada -uno de los períodos.

Por último es conveniente mencionar que, en--el marco lineal, la forma reducida daba la solución al --sistema dados los valores de las variables predetermina--

das. Al mismo tiempo, esta forma reducida daba también - la distribución de las variables endógenas en función de- las variables predeterminadas y de la estructura probabilística de las perturbaciones aleatorias. Para poder --- comprender mejor lo anterior, se partirá de la forma es-- tructural simple:

$$y(t)\beta + X(t)\Gamma = U(t)$$

Aquí se supone que las perturbaciones aleatorias tienen - una esperanza matemática nula y la matriz de varianza y - convarianzas contemporáneas igual a Σ . Por ende la - forma reducida queda:

$$y(t) = X(t)D + V(t) \qquad (1)$$

en donde:

$$D = \Gamma B^{-1} \;;\; V(t) = U(t)B^{-1}$$

Se ve sencillo que a partir de esta ecuación puede obte-- nerse la distribución, sus dos primeros momentos, de Y (t).

$$E\,Y(t) = X(t)D \qquad (2)$$
$$Var\,Y(t) = B^{-1}\Sigma B^{-1}$$

Para cada una de las relaciones de la forma - reducida se podrá interpretar como la suma de una combinación de las variables predeterminadas (que es la esperanza matemática de la variable endógena, a la que corres--- ponde la relación), y una perturbación aleatoria cuya esperanza matemática es igual a cero. En los modelos lineales existe coincidencia entre esta estructura probabilística (esperanza matemática más perturbación aleatoria),-- que constituye la forma reducida y la solución del sistema obtenida a partir de la forma estructural premultiplicando por la inversa de la matriz B.

En el caso no lineal, esta coincidencia entre la solución de la forma estructural y la forma reducida, entendida ésta como suma de esperanza matemática y perturbación aleatoria, ya no se da. Al tratar de despejar las variables endógenas en función de las predeterminadas y las perturbaciones aleatorias, si esto es posible, se llega a expresiones en las que no puede diferenciarse por un lado una combinación de variables predeterminadas y, por otro, una parte aleatoria con una esperanza matemática igual a cero. Por lo tanto la forma estructural y la forma reducida definida, bajo la forma comentada anteriormente, no pueden coincidir.

Para poder ilustrar algunos de estos puntos se tomará un modelo que consta de cuatro relaciones: (*)

$$\begin{aligned} C &= \alpha + \beta Y + \mu_1 \\ Y &= C + I \\ P_c C + P_k I &= P Y \\ P_c &= \gamma + \delta p + \mu_2 \end{aligned} \qquad (3)$$

Las variables endógenas son cuatro: C, que es el consumo en términos reales; Y, la renta en términos reales; p, índice de precios de la renta; Pc, índice de precios de consumo; Pk, índice de precios de estos otros componentes e I, inversión variables consideradas como predeterminadas. Se puede considerar a este modelo como recursivo en bloques, diferenciando lo que es el bloque real, el compuesto por las dos primeras relaciones, de bloque monetario, compuesto por las últimas dos relaciones.

Las variables C e Y influyen en las otras dos variables endógenas Pc y p. Estas no influyen, a su vez, en aquéllas. De ahí el carácter recursivo que se mencionó.

(*) Ejemplo tomado del libro de Wallish, K.P, (1973); Topics in Applied Econometrics, Gray-Mills Publishing Ltd., Londres

Se entiende la forma reducida como el reflejo de la estructura probabilística de las variables endóge-- nas, esta toma la siguiente forma:

$$C = f_1 (I , P_K) + V_1$$

$$Y = f_2 (I , P_K) + V_2$$

$$P = f_3 (I , P_K) + V_3$$

$$P_c = f_4 (I , P_K) + V_4$$

en donde se tiene que cumplir:

$$E (V_i / I , P_K) = 0$$

Resulta la esperanza matemática de cada una de las variables endógenas igual a la función de las variables exógenas que se presentan del lado derecho.

Comparando esta forma reducida con la solución (1), se -- observa que no coinciden. Y para ello, se empieza con despejar las cuatro variables endógenas para poder llegar a:

$$C = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{\beta}{1-\beta} I + \frac{\mu_1}{1-\beta}$$

$$Y = \frac{\alpha}{1-\beta} + \frac{1}{1-\beta} I + \frac{\mu_1}{1-\beta}$$

$$P = \frac{\left[- \frac{\alpha\beta}{1-\beta} - I\left(\frac{\gamma\beta}{1-\beta} + P_K \right) - U_1 \frac{\gamma}{1-\beta} - U_2 \frac{\alpha}{1-\beta} - U_1 \frac{\beta}{1-\beta} \text{[illegible]} \right]}{\frac{\alpha\gamma \text{[illegible]}}{1-\beta} + \frac{\text{[illegible]}}{1-\beta} \text{[illegible]}} = \frac{K_1}{K_2}$$

$$P_c = \gamma + \delta \frac{K_1}{K_2} + \mu_2$$

en este caso K_1 y K_2 representan al numerador y denominador de la tercerla relación.

Observando detenidamente las dos primeras relaciones de esta última solución (4), puede pensarse en hacer una coincidencia con las correspondientes a la forma reducida, siempre y cuando sean definidas las funciones F_1 y F_2 y considerando que [illegible]

Para el caso de las dos últimas relaciones ya no es posible definir un par de funciones F_3 y F_4 que permitan poner ambas relaciones correspondientes de (4) a la forma que toman en (3). En las dos primeras relaciones - la coincidencia se debe al carácter recursivo en bloques- que se ha venido mencionando y que el modelo tiene.

Además se puede ver que a partir de (4) los-- multiplicadores no son constantes y que dependen de las - dos variables exógenas I y Pk. Para poder comprender esto, es necesario obtener la derivada parcial de una de -- las dos variables endógenas P o Pc, con respecto a cualquiera de las dos variables exógenas; es fácil ver como - estas derivadas no son independientes de las dos variables exógenas. Si serán constantes los múltiplicadores - para las dos primeras variables endógenas por las razones ya antes expuestas, acerca de las características del modelo.

2.2.- Forma Reducida Restringida y Forma no Restringida.

Se ha mencionado que los parámetros estructurales tienen una interpretación económica evidente de la cual se deriva el interés hacia la estimación de la forma estructural. Aunque, para ciertos fines la forma reducida resulta la más adecuada; es decir, para la previsión y la estimación de las políticas alternativas. La causa de esto se deriva de sus coeficientes que tienen un carácter de multiplicadores; por consiguiente, será necesario conocer todos los efectos que éste tenga y no sólo los directos.

Existen dos posibilidades cuando se utiliza la forma reducida: la primera consiste en que cada una de las variables endógenas es una función lineal de todas las predeterminadas. Queda de la siguiente forma:

(1) $$Y = X\Pi + V$$

Se supone que esta forma reducida procede de una forma estructural en la que los parámetros no se ven afectados por ningún tipo de restricción; por consiguiente el modelo no estará identificado. En otras palabras, la forma (1), sin ninguna restricción que afecte a sus parámetros, en realidad no es correspondiente con alguna forma estructural identificada.

La segunda posibilidad es la que consiste en estimar los parámetros de una forma estructural identificada y posteriormente derivar la forma reducida correspondiente mediante la siguiente expresión:

(2) $$\hat{\Pi} = -\hat{\Gamma} B^{-1}$$

en donde $\hat{\Gamma}$ y B^{-1} son las matrices de los estimadores de los parámetros estructurales en las que se incorporan las restricciones sobre los mismos. Esto da como -

resultado que los parámetros de la forma reducida estén sujetos a una serie de restricciones.

A la primera posibilidad se le llama forma reducida sin restricciones o no restringida; y a la segunda, forma reducida con restricciones o restringida.

¿Cual de las dos posibilidades es la más adecuada para los objetivos propuestos anteriormente? La respuesta será aquella que proporcione una mejor estimación de los parámetros. Como los estimadores de (1) son congruentes y, si $\hat{B}$ y $\hat{\Gamma}$ son congruentes, también lo es $\hat{\pi}$; por lo que a la estimación se le deberá entender en términos de eficiencia asintótica. El paso previo para su comparación es la de obtener la matriz asintótica de varianza y Covarianza de los estimadores correspondientes a las dos formas reducidas. En el caso de la forma reducida sin restricciones no hay ningún problema cuando la matriz se obtiene en forma directa; pero cuando existen restricciones el tema precisa de una mayor atención.

Para llegar a una expresión de esta matriz se ha observado el trabajo de Goldberger, Nagar y Odeh (1961) -Aznar (2)- que puede servir como ejemplo aclaratorio. Para ello parten de una linea en la que se establece que si X es un vector de estadísticos con esperanza asintótica y límite en probabilidad igual a m y con una matriz asintótica de varianza y covarianza S e y, otro vector de variables aleatorias cuyos componentes son funciones diferenciables de X $y = f(x)$, siendo la matriz asintótica de varianzas y covarianzas;

$$[illegible]$$

en donde D es la matriz de las derivadas parciales de primer orden de [illegible] respecto a [illegible] valuadas en [illegible] = m;

$$D = \left(\frac{\partial f}{\partial x'} \right) \cdot i = m$$

Considerando que los estimadores de la forma restringida- son función diferenciable de los estimadores de la forma- estructural que se supone son congruentes y con una ma--- triz asintótica de covarianzas dada, para poder llegar a- su matriz de varianzas y covarianzas sólo hay que aplicar el lema anterior.

Si Σ y Ω son las matrices de covarianzas de los estimadores estructurales y de la forma reducida, respectivamente. Colocados los parámetros en un vector fila, di--- chas matrices cuadradas son de orden G (G + K) y G x K.

La matriz de la forma restringida resultante toma la forma:

$$(3) \qquad \Omega = G \Sigma G'$$

siendo G la matriz de derivadas comentada anteriormente - y se escribe:

$$G' = (B^{-1})' - (\Pi I) = \begin{bmatrix} \beta^{11}[\Pi I] & \ldots & \beta^{G1}[\Pi I] \\ \ldots & \beta^{ij}[\Pi I] & \ldots \\ \beta^{1G}[\Pi I] & \ldots & \beta^{GG}[\Pi I] \end{bmatrix}$$

Dhrymes (1973)-Aznar(2)- no sólo establece una alternativa para llegar a la matriz de covarianzas de esta forma - restringida, sino también la compara con la correspondiente a la forma no restringida.

La relación i-ésima del sistema es:

$$y_i = Y_i \beta_i + X_i \gamma_i + u_i = Z_i \delta_i + u_i$$

Queda el sistema: [illegible]

En donde δ es un vector en columna de todos los parámetros estructurales. Si se toma un estimador$(\hat{\delta}, \tilde{\delta})$, que puede ser de información completa o limitada, la distribución asintótica de$\sqrt{T}(\hat{\delta} - \delta)$, también puede obtenerse para estimadores de ambos tipos.

Se podría pensar también para la forma reducida restringida en un vector de todos los parámetros de la misma y llegar a la distribución asintótica de$\sqrt{T}(\hat{\pi} - \pi)$, en donde π es la notación dada a ese vector de todos los parámetros y $\hat{\pi}$ su estimador.

Dhrymes demuestra que:

$$(4) \qquad \hat{\pi} - \pi = D^{*} \hat{P} (\hat{\delta} - \delta)$$

en donde:

$$D^{*} = B^{-1} \otimes I_K$$

$$\hat{P} = diag(\hat{P}_1, \hat{P}_2 \ldots \tilde{P}_G)$$

$$\tilde{P}_i = (\tilde{\pi}_i, L_i)$$

donde Li es una matriz de selección tal que: $X L_i = X_i$ y $\hat{\pi}_i$ es una submatriz de estimadores de la forma reducida correspondiente a las variables endógenas que en la relación i-ésimas figuran como explicativas.

Partiendo de (4) se puede llegar fácilmente a la asintótica:

$$(5) \qquad \sqrt{T}(\hat{\pi} - \pi) \sim N(0, D^{*} \bar{P} S \bar{P}' D^{*\prime})$$

siendo s la matriz de varianzas y covarianzas de la distribución asintótica de$\sqrt{T}(\hat{\delta} - \delta)$ y $\bar{P} = \lim_{T \to \infty} \operatorname{plim} \hat{P}$. Si se sustituye s en (5) por la matriz de los estimadores de información completa S, o por la correspondiente a los de la información limitada S_2, se obtendrán las matrices de la forma restringida de información completa o de información limitada. La primera será eficiente asintóticamente respecto a la segunda siempre y cuando $S_2 - S_1$ sea igual a una matriz semidefinida positiva.

Continuando con el mismo procedimiento expuesto por Dhrymes se demuestra que la forma reducida con restricciones, derivada de una estimación de información completa de la forma estructural, es asintóticamente eficiente respecto a la forma reducida sin restricciones. Por otro lado, también demuestra que, comparando la forma reducida con restricciones correspondientes a estimadores de información limitada, no se puede llegar a ninguna conclusión acerca de si es preferible una forma reducida con o sin restricciones; esto dependerá del caso concreto de que se trate. Por consiguiente, no se puede afirmar que la forma reducida restringida derivada de una estimación bietápica tenga siempre mejores propiedades estadsíticas que la forma reducida sin restricciones, tal afirmación se debe a que en la primera se hace una acumulación de la información a priori, mientras que en la segunda no es considerado tal hecho. En algunos casos esto sucede; en otros, no, debido a que existe otro tipo de información (la muestral) y que tiene diferente tratamiento por ambos procedimientos.

2.3.- Forma Específica de un Modelo.

La forma específica de un modelo es en cierta forma el estado especial que guarda el modelo en un período y que se ha desarrollado particularmente dentro de la teoría de Control. El objetivo primordial de esta consiste en maximizar una función con ciertas variables que tomen valores en diferentes períodos de tiempo, considerando que la trayectoria temporal seguida por las variables se sujeta a un sistema de ecuaciones en diferencias de primer orden en el que figuran las variables de control, y alguna otra variablé exógena que no tiene ese carácter de variable de control.

Asímismo, la maximización toma en cuenta otras restricciones que se imponen en cuanto a los valores que pueden obtener ciertas variables.

Para obtener esta forma específica de un modelo se parte de la forma reducida en donde se definen nuevas variables en base a las anteriores y con todas ellas forma un vector. La introducción de las nuevas variables y el vector permiten llegar a un sistema de ecuaciones en diferencias de primer orden en donde el valor del vector formado, en un período, depende del valor expresado del vector en el período anterior y de los valores que toman las variables exógenas e instrumentos de política económica en dicho período anterior.

Partiendo de la forma reducida:

$$Y(t) = Y(t-1)\,C_1 + \ldots + Y(t-s)\,C_s + X(t)\,D_0 + \ldots + X(t-r)\,D_r + V(t)$$

se llega a la forma específica del modelo; sin considerar, por el momento, la parte aleatoria. Se forma el siguiente vector:

$$
Z(t) = \begin{bmatrix} Y(t) \\ Y(t-1) \\ \vdots \\ Y(t-r+1) \\ X(t) \\ X(t-1) \\ \vdots \\ X(t-s+1) \end{bmatrix}
$$

Escribiendo la transpuesta de la forma reducida:

$$
\begin{bmatrix} Y(t) \\ Y(t-1) \\ \vdots \\ Y(t-s+1) \\ X(t) \\ X(t-1) \\ \vdots \\ X(t-s+1) \end{bmatrix} =
\begin{bmatrix}
C_1 & C_2 & \dots & C_r & D_1 & D_2 & \dots & D_s \\
I & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
0 & 0 & \dots & I & 0 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 0 & \dots & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\
0 & 0 & \dots & 0 & I & 0 & \dots & 0 \\
\vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\
0 & 0 & \dots & \dots & \dots & \dots & I & 0
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} Y(t-1) \\ Y(t-2) \\ \vdots \\ Y(t-r) \\ X(t) \\ X(t-2) \\ \vdots \\ X(t-s) \end{bmatrix} +
\begin{bmatrix} D_0 \\ 0 \\ \vdots \\ \\ I \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} X(t)
$$

o
$$Z(t) = A Z(t-1) + D_0^t X(t) \qquad (1)$$

Escribiéndose el vector de variables endógenas:

$$Y(t) = \Pi Z(t-1) + D_0 X(t) \qquad (2)$$

en donde:

$$\Pi = (C_1\ C_2 \dots C_r\ D_1\ D_2 \dots D_s)$$

Observando este análisis, según Aznar (2),- presentado -- en el libro de Chow- puede verse cómo las variables que - se encuentran del lado derecho son las que corresponden - al mismo período y no al anterior, como se ha dicho anteriormente.

Ahora bien, para Pindyck la reespecificación de un modelo en forma específica o estado consiste en ... "definir unas nuevas variables de estado o latentes, para reemplazar aquellas variables que aparecen en el modelo con retardos superiores a un período. Después de introducir las nuevas variables latentes y añadir las ecuaciones que las definen al modelo, se obtiene un sistema de ecuaciones en diferencias de primer orden".

Pindyck parte de una forma estructural que, si se adapta a la terminología que se está empleando aquí se tiene:

$$Y(t) = B_0 Y(t) + B_1 Y(t-1) + \dots + B_r (t-r) + \Gamma_1 X(t-1) + \dots + \Gamma_s X(t-s) + F_1 U(t-1) + \dots + F_m U(t-m) \qquad (3)$$

en donde Y son las variables endógenas, X son las variables de control y U son las variables exógenas que no tienen ese carácter de controlables.

Después de haber definido al vector Z(t) y considerando que ahora se le incluyan las variables U, el sistema de ecuaciones de (3) queda:

$$Z(t) = A_0 Z(t) + A_1 Z(t-1) + B_1 X(t-1) + C_1 U(t-1)$$

en donde las matrices A_0, A_1, B_1 y C_1 se definen de la misma forma como se hizo en (1). Otra forma de representarse es:

$$Z(t) = (I - A_0)^{-1} Z(t-1) + (I - A_0)^{-1} B_1 X(t-1) + (I - A_0)^{-1} C_1 U(t-1)$$

Se llega así al sistema de ecuaciones de primer orden como ya se ha venido mencionando.

El siguiente ejemplo podrá ilustrar mejor este tema.

Se parte de la forma reducida de un modelo con tres ecuaciones; cuyo aspecto es:

$$C_t = Q W_{t-1} + Q_2 W_{t-2} + Q_3 P_{t-1} + Q_4 C_{t-1}$$

$$P_t = b_1 W_{t-1} + b_2 W_{t-2} + b_3 M_{t-1} + b_4 P_{t-1}$$

$$W_t = c_1 P_{t-3} + c_2 C_{t-1}$$

en donde las tres variables endógenas son: C, consumo; P, nivel de precios y; W, salarios, siendo Mt-1 la variable-exógena de instrumento y que representa a la oferta monetaria.

Definiendo a las tres nuevas variables siguientes:

$$WA_t = W_{t-1}$$

$$PA_t = P_{t-1}$$

$$PB_t = PA_{t-1}$$

Se puede pasar ya ha elaborar la forma específica o latente del modelo:

$$\begin{bmatrix} C_t \\ P_t \\ W_t \\ WA_t \\ PA_t \\ PB_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_4 & a_3 & a_1 & a_2 & 0 & 0 \\ 0 & b_4 & b_1 & b_2 & 0 & 0 \\ c_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} C_{t-1} \\ P_{t-1} \\ W_{t-1} \\ WA_{t-1} \\ PA_{t-1} \\ PB_{t-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ b_3 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} M_{t-1}$$

O bien: $$Z_t = A Z_{t-1} + B u_{t-1}$$

Aunque para ciertos autores esta forma no es importante,-sí es necesario emplearla para poder analizar los valores que tomen las variables en los diferentes períodos de -- tiempo en que atraviesa el modelo.

2.4. - Propiedades Dinámicas.

Hoy en día la mayor parte de los modelos son dinámicos en los que se denota alguna afectación de las variables endógenas por algún retardo como variable explicativa y, en ocasiones, las perturbaciones se ven afectadas por algún proceso autorregresivo.

En este tipo de modelos las variables endógenas pueden ponerse en función de los valores retardados de las mismas y de los valores presentes y retardados de las variables exógenas, aparte del término aleatorio. Se puede interpretar esta forma reducida como un sistema de C ecuaciones en diferencias. Para ello hay que variar la notación y escribir la transpuesta (*) de esta forma reducida de la siguiente forma:

(1) $$A(L)\,Y(t) = D(L)\,X(t) + V(t)$$

en donde:

$$A(L) = I - C_1 L - C_2 L^2 - \dots C_r L^r$$

$$D(L) = D_0 + D_1 L + \dots + D_s L^s$$

siendo L el operador de retardos que cumple:

$$L\,Y(t) = Y(t-1) \quad '' \quad L\,X(t) = X(t-1)$$

Partiendo de la definición de la que es la inversa de una matriz se puede llegar, a partir de (1), a la siguiente formulación de la forma final en la que se recogen todos los efectos indicados en (2,1,6):

(2) $$Y(t) = \frac{a(L)}{\Delta(L)} D(L)\,X(t) + \frac{a(L)}{\Delta(L)} V(t)$$

en donde a (L) es la matriz adjunta y Δ (L) es el determinante o polinomio determinístico. Multiplicando ambos

(*) Para no complicar más la notación, se ha suprimido el signo de transpuesta.

miembros de la función (2) anterior por este determinante resulta:

$$(3) \quad \Delta(L)\,Y(t) = a(L)\,D(L)\,X(t) + a(L)\,V(t)$$

El primer miembro de esta ecuación también se puede escribir:

$$(4) \quad \begin{bmatrix} \Delta L & y_1(t) \\ \Delta L & y_2(t) \\ \Delta L & y_3(t) \\ \vdots & \vdots \\ \Delta L & y_L(t) \end{bmatrix}$$

Considerando que Δ (L) es un polinomio en el operador de retardos, puede observarse cómo la parte homogénea de las ecuaciones en diferencias escritas, en (3) tienen las mismas raíces características que corresponden a una misma forma autorregresiva. La explicación a esta parte homogénea del sistema es:

$$Y(t) = K\Lambda^{t}$$

en donde K es una matriz de constantes que depende de las condiciones iniciales y Λ es el vector de las raíces características obtenidas a partir de:

$$Y(t) = Y(t-1)C_1 + \ldots + Y(t-r)C_r$$

La explicación particular del sistema de ecuaciones en diferencias (3) puede escribirse de la siguiente forma:

$$Y(t) = \frac{a(L)}{\Delta(L)}\,D(L)\,X(t) + \frac{a(L)}{\Delta(L)}\,V(t)$$

La solución completa a este sistema de ecuaciones en diferencias es:

$$(5) \quad Y(t) = K\Lambda^{t} + \frac{a(L)}{\Delta(L)} D(L) X(t) + \frac{a(L)}{\Delta(L)} V(t)$$

El comportamiento que tiene una variable endógena en el tiempo a partir de esta solución se compone de tres partes: la solución general en función de las raíces características y las dos que componen la solución particular, una recogiendo los efectos de las variables exógenas y la otra de las perturbaciones aleatorias. Si el modelo es estable y las raíces características tienen un módulo inferior a la unidad de la contribución de la primera parte, cuando T sea grande, será casi nula. Se puede decir entonces que el comportamiento dinámico "a largo plazo" de las variables endógenas depende de los valores que tomen las variables exógenas y las perturbaciones aleatorias. Hay que entender el largo plazo en el sentido de alcanzar un período total, que para los períodos subsiguientes la contribución de la primera parte puede considerarse como nula.

Esto lleva a un doble enfoque: el determinista y el estocástico. En el determinista no se pone atención a la parte aleatoria y la estabilidad del modelo implica que los valores de las variables endógenas se aproximen a sus valores de equilibrio que, al depender de las variables exógenas, varían de período a período conforme lo hacen éstas últimas. Si se presentará el caso de que no existieran variables exógenas y sólo apareciera una constante, este equilibrio del que se habla sería un estado estacionario en el que las variables endógenas toman el mismo valor en los diferentes períodos.

En el segundo enfoque (estocástico), ya no se habla de los valores de las variables, sino de sus momentos. Son las esperanzas matemáticas de los valores y no ellos mismos, las que tienden al valor de equilibrio si el modelo es estable. Por otra parte, si la matriz de varianzas y covarianzas de las variables endógenas tiende a una matríz de constantes que no depende del tiempo, se dice que el modelo es estacionario en los segundos momentos.

Por lo regular siempre ha existido una coincidencia entre corto plazo y el enfoque determinista y el largo palzo y el enfoque estocástico. En otras palabras, en el momento en que se llega a predecir los valores de las variables endógenas y encontrar sus multiplicadores para un corto número de períodos siguientes, al período muestral en el que se han realizado la estimación se ha optado por el análisis de la esperanza matemática teniendo en cuenta la ayuda que dan los valores originales ya que se supone que no ha pasado el tiempo suficiente como para despreciar la primera parte del sistema de ecuaciones en diferencias (5).

Pero cuando se desean conocer las propiedades dinámicas (comportamiento cíclico) de un modelo para un período de tiempo largo, lo que se toma en cuenta es la contribución que da la parte aleatoria, relegando la primera parte del sistema de ecuaciones en diferencias.

Por otra parte, existe un punto importante que reviste mucho interés y es el estudio del comportamiento cíclico que tiene un modelo econométrico. En otras palabras, se trata de averiguar si un modelo puede generar ciclos o nó y, en caso que lo haga, la forma de los mismos. Para poder analizar lo anterior hay que ver por separado estos dos problemas: primero, cómo un modelo puede generar ciclos partiendo de la solución (5) y segundo; las técnicas que pueden emplearse para poder determinar las características de estos ciclos utilizando el enfoque espectral.

En lo referente a como un modelo puede generar los ciclos se tiene que tomar encuenta las tres partes que componen la solución completa. Si en el vector de raíces característica Λ, existe algún par de ellas que son complejas, se podrá pensar en un primer comportamiento cíclico aportado por la primera parte de la solución, que es [illegible]. Si se considera la segunda parte de la solución, la cual recoge la aportación de las variables exógenas, se puede entonces hablar de una generación interna y externa de los ciclos. En donde la generación interna tiene su derivación de la existencia de alguna raíz compleja de A(L); no se debe de olvidar que esta segunda parte de la solución depende de esta matríz que puede ponerse en términos de sus raíces características. Aunque esta segunda parte también depende de los valores concretos que toman las mismas variables exógenas, suponiendo que estas variables tienen un comportamiento cíclico que puede a su vez generar un comportamiento cíclico de esta segunda parte de la solución; véase cómo este comportamiento cíclico viene determinado fuera del modelo a través de los valores que toman las variables exógenas.

La tercera parte de la solución a(L)/b(L) V(t), consiste en ver si alguna de las raíces características es compleja y vuelven a generarse ciclos internamente por efecto de estas raíces. Aunque todas las raíces sean reales se pueden seguir generando ciclos internamente a través del llamado "efecto Slutzky" por medio del cual se pueden seguir generando ciclos a partir de ciertas manipulaciones algebraicas de variables independientes entre sí. También en este caso se podría pensar en una generación externa de los ciclos, siempre y cuando se considere que las perturbaciones aleatorias están correlacionadas serialmente entre sí.

En resumen, -según Aznar(2)- las posibles formas en que un modelo puede generar ciclos son:

-La generación interna, que se compone de: la existencia de alguna raíz compleja; que influye en las tres partes de la solución y todas las variables que lo componen son reales; la generación de ciclos internamente a través del efecto Slutzky en la parte tercera.

-La generación externa, la cual se compone de: la incorporación en las variables exógenas y en las perturbaciones aleatorias a través de algún proceso autorregresivo.

Vista ya la forma como un modelo genera los ciclos, ahora se analizarán las técnicas que permiten determinar las características dinámicas de las trayectorias temporales obtenidas. Sobre este aspecto, son importantes varios puntos que es necesario aclarar: en primer lugar, el tipo de comportamiento cíclico; segundo, por cada una de las variables y períodos de sus ciclos más importantes; luego la comparación entre sí de los comportamientos de las diferentes variables: si el ciclo de una variable antecedente o continua al que corresponde a otra u otras variables o bien si son coincidentes. Por consiguiente, coexiste un doble análisis de interés: el individual y el comparado. Para analizar mejor esto, es conveniente comenzar con el enfoque espectral porque permite cumplir mejor con los objetivos anteriores terminando con una referencia a alguna de las técnicas diseñadas dentro del dominio temporal. Para iniciar el estudio (*) -Aznar (2)- del enfoque espectral, es necesario presentar algunos conceptos fundamentales. El punto de partida de este enfoque es que todo proceso estacionario real puede descomponerse en un número infinito de funciones sinusoidales, siendo esta la forma de escribirse:

$$(6)\quad X(t) = \int_{0}^{\pi} \cos t\lambda \, dU_x(\lambda) + \int_{0}^{\pi} \operatorname{sen} t\lambda \, dV_x(\lambda)$$

Aquí se observa como a cada frecuencia corresponden dos funciones sinusoidales fuera de fase con amplitudes aleatorias $dU_x(\lambda)$ y $dV_x(\lambda)$ que dependen de la propia frecuencia. La importancia que tenga cada función sinusoidal dependerá de los momentos de las amplitudes aleatorias. Estos momentos toman la forma:

$$(7)\quad \begin{aligned} & E\,dU_x(\lambda) = E\,dV_x(\lambda) = 0 \\ & E\,dU_x(\lambda_1)\,dU_x(\lambda_2) = E\,dV_x(\lambda_1)\,dV_x(\lambda_2) \\ & \qquad = 0 \quad \text{si} \quad \lambda_1 \neq \lambda_2 \end{aligned}$$

[illegible]

(*) Resumen basado en las obras de Chow (1975), Dhrymes (1970), Granger y Hatanaka (1964).

También se demuestra que:

$$(8) \quad Var\ X(t) = \int_0^{\pi} g_x(\lambda)\, d\lambda$$

En otras palabras, la varianza del proceso estacionario-se puede descomponer en una suma de las amplitudes correspondientes a las funciones sinusoidales. Por consiguiente, $g_x(\lambda)$ -que se llamará función de densidad espectral- es una clave importantísima; ya que, especifica cuáles son las amplitudes que, en su mayoría, explican la varianza del proceso estacionario. Para toda frecuencia-angular λ_j ; corresponde una frecuencia $\lambda_j/2\pi$ y un-período $2\pi/\lambda_j$. Si en esta frecuencia, la función -de densidad espectral toma un valor alto, significa que -el proceso tendrá un componente cíclico bien definido con el período correspondiente a la frecuencia. De esta manera, se pueden saber los ciclos que siguen cada una de las variables individuales.

Para poder llegar a la función de densidad espectral a partir de los datos observados del proceso, se-tiene que tomar en cuenta su relación con la función de -autocovarianza del mismo. Cuando el proceso es complejo, éste demuestra que ambos conceptos se consiguen mediante-transformaciones Fourier uno del otro. Dentro del campo-real también existe otra transformación del coseno y es:

$$(9) \quad g_x(\lambda) = \frac{1}{\pi} \sum_{k=\infty}^{\infty} \gamma_k \cos \lambda k$$

en donde γ_k es la función de autocovarianza. Para poder llevar a cabo el análisis individual de las variables es suficiente este conocimiento de la función de densidad espectral. Conforme a los valores que tome para las distintas frecuencias angulares, se puede llegar a conocer -si en la evolución de la variable pueden o no distinguirse ciclos y el período de los mismos. En el momento de --comparar el comportamiento cíclico de las diferentes variables entre sí, es menester poner atención a un nuevo -concepto: función de densidad espectral cruzada. Esta úl tima tiene con la covarianza entre dos variables, la misma relación que la que tenía la verianza con la función de densidad espectral.

Para poder llegar a un análisis más detallado de lo que es la función de densidad espectral cruzada, por principio se anexará un segundo proceso, cuya forma es:

$$(10) \quad y(t) = \int_0^{\pi} \cos t\lambda \, dU_y(\lambda) + \int_0^{\pi} \operatorname{sen} t\lambda \, dV_y(\lambda)$$

Este momento también puede tener sus momentos en las amplitudes aleatorias y la correspondiente a la función de densidad espectral, pero lo más importante ahora es la correlación entre estos dos procesos. Y para ello, se tiene que tomar en cuenta que:

$$E[dU_x(\lambda_1)\, dU_y(\lambda_2)] = E[dV_x(\lambda_1) dV_y(\lambda_2)]$$
$$= 0 \text{ si } \lambda_1 \neq \lambda_2$$
$$= C_{xy}(\lambda) \text{ si } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$$

Por consiguiente, se trata de la covarianza para una frecuencia dada entre las amplitudes en fase; ambas corresponden a la función sinusoidal $\cos \lambda t$ ó a $\operatorname{sen} \lambda t$. Por esta razón, se llama la función de densidad espectral cruzada en fase.

Si se cumple que:

$$E[(dU_x(\lambda_1) dV_y(\lambda_2)] = - E[dV_x(\lambda_1) dU_y(\lambda_2)]$$
$$= 0 \text{ si } \lambda_1 \neq \lambda_2$$
$$= q_{xy}(\lambda) \text{ si } \lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$$

Es una covarianza, para una frecuencia dada, de las amplitudes fuera de fase; en donde, una corresponde a $\cos \lambda t$ y la otra al $\operatorname{sen} \lambda t$ siendo esta la función de densidad espectral cruzada fuera de fase o en cuadratura.

Por lo tanto, la definición de la función de densidad espectral cruzada queda:

$$f_{xy}(\lambda) = C_{xy}(\lambda) - i\, q_{xy}(\lambda) = \sqrt{C^2_{xy}(\lambda) + q^2_{xy}(\lambda)}\; e^{-\psi xy(\lambda)}$$

en donde $\psi xy(\lambda)$ es la diferencia de fase; se cumple que:

$$\tan \psi_{xy}(\lambda) = \frac{q_{xy}(\lambda)}{C_{xy}(\lambda)}$$

Implica esto que en lo que respecta a los componentes de frecuencia $\lambda/2\pi$ en la primera serie temporal existe su máxima correlación con la segunda cuando se retarda a esta en $[\psi_{xy}(\lambda)]/\lambda$ períodos. Es decir, que la segunda serie antecede a la primera en esos mismos períodos.

Por lo que para poder llegar a la función de densidad espectral cruzada hay que tomar en cuenta que se cumple entre dicha función y la de covarianza la misma relación existente entre la función de autocovarianza y la función de densidad espectral.

Si se definiese otra función $f_{xy}(\lambda)$ tal que $f_{xy}(\lambda) = f_{xy}(-\lambda) = \frac{1}{2} g_{xy}(\lambda)$ quedaría de la siguiente forma:

$$f_{xy}(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \gamma_{xy,k}\, e^{-i\lambda k} \quad (-\pi \le \lambda \le \pi)$$

Otro de los elementos importantes en este análisis, es la coherencia que es el cuadro del coeficiente de correlación entre dos componentes de una misma frecuencia de cada uno de los procesos y que tiene la forma:

$$R^2_{xy} = \frac{|f_{xy}(\lambda)|^2}{f_x(\lambda)\, f_y(\lambda)}$$

Es importante señalar [illegible] tanto la diferencia de fase como la coherencia dependen de la frecuencia angular λ y que ambos pueden variar conforme lo hace ésta.

De un vector de g variables observadas en el tiempo se puede definir la matriz de autocovarianzas γ_k como sigue:

$$\gamma_k = \begin{bmatrix} \gamma_{12,k} & \cdots & \gamma_{1g,k} \\ \vdots & & \vdots \\ \vdots & & \gamma_{gg,k} \end{bmatrix}$$

El elemento $\gamma_{ij,k}$ es la covarianza entre X_{it} y $X_{j,t-k}$
Partiendo de aquí, se puede definir la matriz de densidad espectral como:

$$(13) \quad F(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \sum_{-\infty}^{\infty} \gamma_k \, e^{-i\lambda k}$$

Encontrada esta matriz ya se cuenta con toda la información que se deseaba para los objetivos propuestos al principio. Los elementos de la diagonal serán las funciones de densidad espectral y los de fuera de la diagonal, las funciones de densidad espectral cruzada.

Ahora hay que ver cómo se aplica este esquema a la solución del sistema:

$$Y(t) = K\Lambda^t + \frac{a(L)}{\Delta(L)} D(L) X(t) + \frac{a(L)}{\Delta(L)} V(t)$$

Este análisis se centra en el tercer componente. Suponiendo que el vector de perturbaciones aleatorias es un proceso estacionario en la covarianza, se puede escribir:

(14) $\quad V(t) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\lambda t}\, dz(\lambda)$

Se cumple que:

$$dz(\lambda) = \frac{1}{2}\left[dU(\lambda) - dV(\lambda)\right]$$

y

$$dU(\lambda) = dU(-\lambda)$$

y

$$-dV(\lambda) = dV(-\lambda)$$

Si a este tercer componente de la solución se le llama $\tilde{y}(t)$, su representación espectral adquiere la siguiente forma:

$$\tilde{y}(t) = \frac{a(L)}{\Delta(L)} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\lambda t}\, dz(\lambda) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{i\lambda t}\, T(\lambda)\, dz(\lambda)$$

Siendo $T(\lambda)$ la función de transferencia y se define:

$$T(\lambda) = \frac{a(e^{-i\lambda})}{\Delta(e^{-i\lambda})}$$

Por lo tanto, la amplitud de los elementos sinusoidales en los que se descompone $\tilde{y}(t)$ es:

$$d\tilde{y}(\lambda) = T(\lambda)\, dz(\lambda)$$

Por consiguiente, la matriz de densidad espectral será:

(15) $$F_{\tilde{y}\tilde{y}}(\lambda) = E\left[d\tilde{y}(\lambda)\, d\tilde{y}^{*}(\lambda)\right]$$
$$= E\left[T(\lambda)\, dz(\lambda)\, dz^{*}(\lambda)\, T^{*}(\lambda)\right]$$
$$= T(\lambda)\, E\left[dz(\lambda)\, dz^{*}(\lambda)\right] T^{*}(\lambda)$$
$$= T(\lambda)\, F_{..}(\lambda)\, T^{*}(\lambda)$$

En donde $F_{vv}(\lambda)$ es la matriz de densidad espectral del vector de perturbaciones aleatorias $V(t)$ y $T^{*}(\lambda)$ es la traspuesta conjugada de $T(\lambda)$. Todos los resultados anteriores se obtienen de la parte que la teoría espectral llama filtros, entendiendose que Y(t) se obtienen de V(t) mediante la aplicación de un filtro cuyo núcleo es:

$$a(L)/\Delta(L)$$

Cuando las perturbaciones aleatorias no están correlacionadas serialmente y su matriz de varianza contemporánea es Σ, su matriz de densidad espectral es:

$$F_{vv}(\lambda) = \frac{\Sigma}{2\pi} \tag{16}$$

Sustituyendo esta matriz se obtiene la (15) considerando que se cumple:

$$T(\lambda) = \frac{a(e^{-i\lambda})}{\Delta(e^{-i\lambda})}\left[I - C_1 e^{-i\lambda} - C_2 e^{-i2\lambda} \ldots C_r e^{-ir\lambda}\right]^{-1}$$

Es más sencillo poder llegar a la función de transferencia por medio de la última expresión que usando la forma alternativa que está en segundo lugar.

En la mayoría de los trabajos, la matriz del componente aleatorio de la solución obtenida en (15) es la que se considera como matriz de densidad espectral de las variables endógenas del modelo. Aunque algunos autores tienen una segunda matriz para el componente correspondiente a las variables exógenas y la matriz de las variables endógenas que resulta es la suma de las dos matrices.

Este aspecto de obtención de la matriz de densidad espectral es lo que puede llamarse forma analítica. En esta forma no son necesarios los valores concretos tomados por las variables endógenas; ya que la matriz se obtiene a partir de las matrices estimadas de parámetros y de la matriz de varianzas covarianzas de las perturba ciones aleatorias. La forma no analítica señala que di--cha matriz se obtiene a partir de los valores concretos - de las variables endógenas en el tiempo obtenidos a par--tir de ciertas hipótesis sobre los valores de las varia--bles exógenas y las perturbaciones aleatorias.

Teniendo ya la matriz, ahora sólo hay que in-terpretar los resultados: considerando los elementos de - la diagonal principal, se podrá conocer para cada una de- las variables, si responden o no a un esquema cíclico de-terminado y, en caso afirmativo, los períodos que corres-ponden a los ciclos más importantes. Con los elementos - fuera de la diagonal para cada par de variables y para ca da frecuencia, se puede saber si los componentes de ambas variables están en fase o fuera de fase, el grado de co rrelación de los mismos, y en qué manera puede decirse -- que el correspondiente a una de las variables está delan-te o detrás en el tiempo que el correspondiente a la otra variable, llegándose a una clasificación de las variables en adelantadas, retardadas y coincidentes. En ocasiones - pueden existir problemas en este tipo de clasificación,-- debido a que en algunos casos una variable puede antece-- der a otra para unas frecuencias e ir detrás para otras;- todo dependerá de si la diferencia de fase cambia o no de signo. Por consiguiente, es interesante conocer si una - serie dada antecede, va detrás o coincide con la serie de referencia en sus movimientos cíclicos, llegándose así a - una clasificación de las distintas series, como la ante-- riormente señalada para las variables, que naturalmente - depende de la serie de referencia elegida.

III MODELOS MACROECONOMICOS Y MODELOS MICROECONOMICOS

3.1.- En Funciones de una variable.

Como el procedimiento para la elaboración de- los modelos matemáticos no esta vinculado a alguna de las corrientes que existen dentro de la economía, realmente - cualquier teoría económica puede ser expresada en forma - de modelo. Las relaciones en que se expresa la teoría -- económica por lo general adoptan la forma de funciones de una o más variables. Así se tiene que para poder encon-- trar, por ejemplo, las políticas que sostengan al ingreso a nivel de ocupación plena, el interés que resaltaría se- ría el de ver los efectos de los factores exógenos sobre- las variables endógenas que conformarían al modelo, es -- decir, el sentido que tomen las variables exógenas en una variable endógena en una ecuación dentro de un modelo de- varias ecuaciones. Al mismo tiempo ver lo que sucede en- cada una de las ecuaciones que estructuran al modelo. Un- ejemplo, sería el siguiente modelo de 3 ecuaciones:

$$y = c + i + g \qquad \text{(ingreso)}$$

$$c = \phi\ (y - t) \qquad \text{(consumo)}$$

$$i = \psi\ (r) \qquad \text{(inversión)}$$

en donde i es el ingreso real (privado), g es igual a las compras reales del gobierno, r es la tasa de interés, c - consumo, i = inversión, y el ingreso nacional y t la re- caudación fiscal. La propia teoría económica indica que- aspectos están ya definidos y cuales no lo están. De -- ahí que ϕ se supone tenga pendiente hacia arriba y ψ - hacia abajo, siendo las variables endógenas y, c e i y - las exógenas g,t y r.

El modelo presenta una propiedad que lo hace sencillo en- su manejo, puesto que, se puede considerar como segmentable a causa de algunos de sus segmentos que son modelos-- menores, íntegros por sí mismos, que determinan algunas - variables sin que se ligue con las demás del modelo.

Así se tiene que la ecuación de inversión es un modelo -- completo de una ecuación y que determina por sí sola a i, con r como variable exógena. Las otras dos ecuaciones - del modelo no constituyen un modelo completo; pues existe una cadena lógica de determinación que va a través del modelo. Está cadena lógica puede representarse a través de un diagrama de flechas como sigue:

$$(\psi, r) \longrightarrow i$$

$$(\psi, g, t) \longrightarrow (c, y)$$

Esta cadena lógica de determinación lleva a encontrar los efectos que hay en y, además de los movimientos en g, t y r. Para esto se debe considerar antes a r: al disminuir r, la tasa de interés, se incrementa la inversión (ψ - será una función decreciente).

Ahora bien, si se considera g y t y la ecuación de inversión determina a i que, a su vez, es exógena para las ecuaciones de consumo e ingreso; en consecuencia g y t influirán si g aumenta y t disminuye, en el crecimiento de y.

Si se supone que la demanda de dinero establece que el volumen de los saldos reales de dinero demandado depende únicamente de los precios relativos y del ingreso real, se tendría que si el nivel de precios y otras variables monetarias se doblan sin cambiar las reales, -- la demanda de los saldos reales de dinero también se doblaría. Si se expresa el nivel de precios por P, el monto nominal de dinero por M y el monto real proporcionado por M/P, se tendrá la ecuación:

$$\frac{M}{P} \quad r \,, \,)$$

Pero como únicamente se esta analizando a las funciones - con una variable, el efecto del ingreso sobre la demanda- de dinero se omite y queda:

$$\frac{M}{P} = \lambda(r)$$

En esta ecuación se observa que los saldos reales demandados dependen de la tasa de interés; por lo tanto, el va-- lor de λ (r) varía a medida que r varía.

También esta ecuación puede combinarse con -- las tres anteriores y así hacer un modelo de cuatro ecuaciones en donde las variables endógenas serán c, i, y y r,- las exógenas g, t y M/P. La combinación de este modelo da como resultado la segmentabilidad del mismo; en donde la- ecuación de los saldos reales determina la tasa de inte-- rés r, que viene siendo exógena para las ecuaciones del - ingreso y de la inversión. En este modelo de cuatro ecuaciones puede existir una seria complicación por parte de- las autoridades monetarias, es decir, en el supuesto en - que serán los saldos reales de dinero (M/P) los endógenos. Sería más realista suponer que los saldos nominales M son exógenos y tanto el nivel de precios P como los saldos -- reales M/P, endógenos. Si a este supuesto monetario se - le incrementa la cantidad real de dinero, auorizada por - el gobierno, al momento sí tendría un gran triunfo, pero- se podría fracasar si tanto las empresa como las perso-- nas no quisieran tener saldos tan grandes y los precios - se elevaran hasta hacer que los saldos reales lleguen a - ser iguales que en su nivel anterior; lo cual implica que el nivel de precios sea endógeno.

Dentro de la teoría económica se encuentra la teoría microeconómica, cuyo objetivo fundamental es el de determinar el bienestar económico proveniente de un mercado libre. Así se tiene que dentro de esta teoría se en-- cuentra, por ejemplo, la función de preferencia, la cual- indica el momento en que un individuo o familia puede obtener una satisfacción o utilidad de cada bien o servicio que compra de acuerdo al nivel de su ingreso; es decir, - si:

$$y = \beta(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

en donde x indica la cantidad del bien. El conjunto de - todas las cantidades definirán un presupuesto y un valor- para y. Por lo tanto, se establecerá un ordenamiento completo de o los presupuestos de los bienes quedando la función de preferencia con dos tipos de relaciones: la de -- preferencia, que establece un orden de lugar para todo -- presupuesto concebible, siendo antisimétrica y transitiva; y, la de indiferencia, que el consumidor puede o no tener preferencia por un bien, es refleja, simétrica y transitiva.

Otro tema sería el de la teoría moderna de la conducta del consumidor, en donde el consumidor tratará - de distribuir mejor su ingreso en la compra de bienes y - servicios disponibles para maximizar su satisfacción. Si se supone que existe un bien A y que se adquiere la cantidad de a, pero como todo consumidor paga por ese bien, -- el precio p es al que se enfrenta en el mercado, al mismo tiempo, el ingreso del consumidor como es fijo M, lo tiene para comprar dicho bien o servicio. Así se tiene que, si con un ingreso fijo y un bien que se desea para satisfacer una necesidad, este último no debe de exceder del - ingreso estipulado; o sea:

Y_1 [illegible]

en donde el parámetro [illegible] indicará la parte proporcional- sobrante del ingreso si éste no es [illegible] en su totalidad.

Otro ejemplo de modelo sería, si [illegible] la conducta del - consumidor [illegible] su ingreso, la compra de un automóvil de un individuo con un ingreso [illegible] igual a su -

ingreso crítico y_{ci} ,quedando su probabilidad con una variable q (0,1):

$$q_i = 1 \text{ si } y_i \geq y_{ci} \quad \text{ó} \quad q_i = 0$$

en cualquier otro caso partiendo de la función de distribución de cualquier variable x que responda a una distribución logarítmica normal con parámetros μ, σ^2 se expresaría: Λ (x; μ, σ^2) y se define como:

$$\Lambda(x;\mu,\sigma^2) = N(\log x ; \mu, \sigma^2) = N\left\{\frac{\log x - \mu}{\sigma} ; 0, 1\right\}$$

la última parte de esta ecuación es la distribución normal; se tiene:

$$P(q_i = 1 / y_i = y) = P(y_{ci} \leq y) = \Lambda(y ; \mu, \sigma^2)$$

Sustituyendo la probabilidad por la frecuencia esperada Q(y) se tiene:

$$Q(y) = \Lambda(y ; \mu, \sigma^2)$$

De acuerdo con este modelo, la frecuencia esperada para comprar un automóvil varía con el ingreso siguiendo una distribución logarítmica normal.

En la macroeconomía, como en la microeconomía, existen infinidad de teorías que se pueden desarrollar en forma de modelos econométricos y que si se formulan en aspectos más reales servirán al investigador para desarrollar y ampliar sus conocimientos en este campo de la investigación econométrica.

3.2.- En Funciones de más de una Variable.

En el estudio de las relaciones entre las variables en donde una de ellas es considerada como variable endógena y las otras variables como exógenas, es importante distinguir las funciones uniformes, cuya notación es $z = f(x,y)$, en donde los valores de x e y determinarán un valor de la variable dependiente z. Las siguientes ecuaciones ejemplifican a este tipo de funciones:

$$z = ax + by \quad ; \quad z = a_0 + a_1 x + a_2 X^2 + b_1 y + b_2 y^2$$

con este tipo de ecuaciones se pueden adoptar diferentes formas de la teoría económica, así como por ejemplo; la inversión dependa del ingreso y de las tasas de interés, que el producto esté bajo la influencia del insumo de trabajo y del capital; por ende, existen tantos componentes para una función como ecuaciones se quieran formar, lo importante es la conveniencia del aprendizaje de la técnica para poder linealizar funciones.

Si por ejemplo, se parte del siguiente modelo de ecuaciones:

$$\begin{aligned}
y &= c + i + g \\
c &= \phi\,(y - t,\ r,\ M/P) \\
i &= \psi\,(y,\ r) \\
M/P &= \lambda\,(y,\ r) \\
y &= \eta\,(n) \\
n &= \zeta\,(W/P) \\
n &= \text{[illegible]}\,(W/P)
\end{aligned}$$

Partiendo de la teoría económica, se puede postular que el consumo corresponde positivamente a los cambios en los salarios reales, la inversión también positivamente a los movimientos en el ingreso y la demanda de saldos reales de dinero responde positivamente a los cambios del ingreso real. Como el sentido que tome algún cambio de la tasa de interés sobre el consumo no se denota claramente, pero aunque pudiese existir tal cambio es posible que el consumo caiga si r crece.

Este sistema puede linealizarse de acuerdo a las técnicas ya existentes; un ejemplo sería el de linealizar a la función $z = xy$ en el punto en que $x = x_c$ y $y = y_c$. En donde las nuevas variables serían:

$$g = x - x_c \qquad y \qquad h = y - y_c$$

de manera que: $x = x_c + g$ y $y = y_c + h$

Sustituyendo en la función, queda:

$$z = (x_c + g)(y_c + h) = x_c y_c + y_c g + y_c h + gh$$

Si x e y se encuentran cerca de x_c y de y_c de tal forma que g h fuese pequeño, g h por quedar pequeños se podrían omitir. Así, $z \approx x_c y_c + y_c g + x_c h$, será una función lineal de g y h. Si por el contrario se sustituyesen g y h en z, ésta quedaría: $z = -x_c y_c + y_c x + x_c y$, por lo tanto, es una función lineal de x e y, cuyos coeficientes dependerán únicamente de los valores escogidos para x_c y y_c. Se pueden hacer diversos experimentos con estas aproximaciones, tomando diferentes valores para x_c, y_c, g y h; para observar la cercanía que puede tener el verdadero valor de la función. Además de esto, se pueden construir aproximaciones para otras funciones, sustituyendo x por $x_c + g$, y por $y_c + h$, etc.

Partiendo de la forma de linealizar a una función y ahorrando algunos pasos, se tendría, volviendo al modelo inicial, las siguientes ecuaciones ya linealizadas (con sus nuevos parámetros):

$C = \alpha(y - t) + \alpha' r + \alpha'' \frac{M}{p}$ [illegible]

[illegible]

[illegible]

Existen dos formas para la investigación del efecto de un incremento exógeno en M, g y t o un cambio que se pueda presentar en la oferta de mano de obra sobre el ingreso y/o en cualquier otra variable endógena. En la primera forma se trata de descubrir una cadena causal en el sistema y la segunda consistiría en resolver el modelo con su linealización y obtener su forma reducida. (*) Para la primera forma el método de la cadena causal sí se podrá efectuar; ya que, las siete ecuaciones que forman al modelo son segmentables. En forma parcial se observa que en las cuatro primeras ecuaciones constituyen un modelo no segmentable qe determina a: c, i,r,p y w; con los valores de y,M,g,t,n y W/P; las restantes determinan la ocupación n, el salario real W/P y el ingreso real y. Actualmente se menciona que para un análisis de equilibrio a largo plazo ha habido cambios en comparación con los modelos clásico y keynesiano. Esto es a consecuencia del análisis profundo que se hace al presuponer que los salarios y los precios son flexibles y establecer que los valores de equilibrio de ocupación, salarios reales e ingresos reales, sean determinados por el mercado de trabajo y la función de producción, de tal forma que cuando hay equilibrio existe ocupación plena.

Por otro lado, las políticas fiscal y monetaria del gobierno no pueden afectar los valores de equilibrio del ingreso real y de la ocupación; pero sí influir en el equilibrio del nivel de precios y en la distribución del producto en los usuarios finales.

Aunque la política monetaria y fiscal afecta a los valores corrientes del ingreso real y de la ocupación, no los afecta en sus valores de equilibrio. La imposibilidad que existe en la realidad, al querer que el equilibrio a largo plazo con ocupación plena se reponga por si sólo después de una inflación o recesión, permite utilizar la política monetaria y fiscal para poder recupe

(*) Para resolver el sistema de linealización para las y, se sugiere utilizar el método de determinantes.

rar la ocupación plena a un nivel de precios fijo, cuando se empiezan a desequilibrar estos dos factores.

En el campo de la microeconomía se pueden observar también modelos que tienen más de una variable exógena; se puede tomar cualquier tema teoríco para poder -- ejemplificar un modelo a éste nivel. Así se tiene el siguiente ejemplo simplista de modelo de producción Ferguson(9)-con dos insumos variables; sea la función de pro-- ducción:

$$Q = f\ (C,T)$$

Dicha función asume la forma Cobb-Douglas:

$$q = ax_1\ bx_2\ c$$

donde q representa la producción física, x_1 y x_2 son las-cantidades físicas de dos insumos y; a, b y c son las -- constantes positivas, técnicamente determinadas. Además, se supondrá que tanto s como r representarán los precios-constantes de los insumos x_1 y x_2. De acuerdo a la ecuación de producción $q=ax_1\ bx_2\ c$, la igualdad entre la tasa marginal de sustitución técnica y la razón de los precios de los insumos precisa de que:

$$\frac{s}{r} = \frac{bx_2}{cx_1}$$

Poniendo ambas ecuaciones en forma logarítmica y expresandolas en una sitema simultáneo de ecuaciones, se tiene:

$$b \log x_1 + c \log x_2 = \log q - \log a$$
$$-\log x_1 + \log x_2 = \log c - \log b + \log s - \log r$$

Resolviendo queda:

[illegible]

[illegible]

siendo x_1^+ , y x_2^+ las cantidades de los insumos que se requieren para producir q unidades de producción con la combinación de insumos de costo mínimo que se originan en la ecuación $s/r = b x_2 / c x_1$.

Para la obtención del costo total en la producción de q unidades se tiene:

$$ct = s\, x_1^+ + r\, x_2^+$$

Sustituyendo el sistema de ecuaciones simultáneas en ésta, se obtiene:

$$ct = r\left[\left(\frac{cs}{br}\right) b\, \frac{q}{a}\right]^{1/b+c} + s\left[\left(\frac{cs}{br}\right) c\, \frac{q}{a}\right]^{1/b+c}$$

Considerando la última parte de ésta ecuación y desarrollandola, resulta:

$$s\left[\left(\frac{cs}{br}\right) c\, \frac{q}{a}\right]^{1/b+c} \quad \frac{s\left[\left(\frac{cs}{br}\right) - c\left(\frac{cs}{br}\right) b + c\, \frac{q}{a}\right]^{1/b+c}}{\left[\left(\frac{cs}{br}\right) b + c\right]^{1/b+c}}$$

$$\frac{s\left[\left(\frac{cs}{br}\right) b\, \frac{q}{a}\right]^{1/b+c}}{\left(\frac{cs}{br}\right)} = \frac{br}{c}\left[\left(\frac{cs}{br}\right) b\, \frac{q}{a}\right]^{1/b+c}$$

Sustituyendo este resultado en la ecuación CT, se obtendrá:

$$ct = r\left[\left(\ \right) b\, \frac{q}{a}\right]^{1/b+c} + \frac{br}{c}\left[\left(\ \right) b\, \frac{q}{a}\right]^{1/b+c}$$

[illegible]

Esta ecuación manifiesta el costo como una -- función del nivel de producción únicamente, quedando en -- ella los parámetros técnicos a, b y c y los del mercado - s y r, como aceptados. Nótese que aquí no existe una -- constante adicional que represente al costo fijo y en un- período de tiempo a largo plazo se podrá obtener un óptimo de ajuste porque los insumos que intervienen son variables.

Aparte de estos modelos simplistas expuestos- anteriormente en los dos primeros incisos de este capítulo, existen aún mucho más y variados. De las teorías que se observaron, se puede ver que éstas tienen una estrecha relación con otras teorías, como son: el consumo, la inversión, la demanda de dinero, la oferta de mano de obra, la del equilibrio general y el bienestar económico, de la distribución, de la ocupación en mercados de competencia- perfecta, etc. y que pueden conformarse para estructurar- un modelo económetrico. También, introducir otras variables que ayuden a la formulación del modelo; tales como:- las exportaciones y las importaciones, la inversión y el- consumo como componentes, valores monetarios y valores -- reales con niveles de precios distintos para los diversos sectores de la economía, etc. De ahí que el investigador cuente con suficientes temas para desarrollar en la formulación de un modelo.

3.3.- Determinantes y la Solución de Ecuaciones Lineales

Si a un sistema de ecuaciones no lineales se le aplica la derivada parcial, en relación a una variable exógena o a un parámetro, para encontrar un nuevo conjunto de ecuaciones lineales y despejar de ahí las derivadas de las variables originales; siendo este último paso la solución a un sistema de varias ecuaciones lineales. Para ello, el método de determinantes resulta apropiado; aquí se tratará de dar un repaso general de él.

Considerando un sistema de dos ecuaciones, -- demanda y oferta, en donde x_1 (cantidad) y x_2 (precio) son las variables y las k los parámetros o coeficientes, se tiene entonces:

$$K_{11}x_1 + K_{12}x_2 = K_{10} \qquad \text{(oferta)}$$

$$K_{21}x_1 + K_{22}x_2 = K_{20} \qquad \text{(demanda)}$$

Véase cómo en ambos renglones de coeficientes el subíndice de las k es constante: tanto en el renglón como en la columna los subíndices son constantes. Para obtener la forma reducida del sistema de ecuaciones, anteriormente expuesto, se determina mediante la eliminación de una variable o la sustitución de una ecuación por otra, obteniéndose una solución de equilibrio de la siguiente forma:

$$a_1 = \frac{K_{10}K_{22} - K_{20}K_{12}}{K_{11}K_{22} - K_{21}K_{12}}$$

$$a_2 = \frac{K_{11}K_{20} - K_{21}K_{10}}{K_{11}K_{22} - K_{21}K_{12}}$$

A cada expresión que aparece tanto en el numerador como en el denominador de esta solución, se le llama determinante. Un determinante es un número, positivo, negativo o cero

En este tipo de expresión es muy difícil trabajar con ellos, por tal motivo existe una forma más sencilla y útil. Si se considera el determinante del denominador de x_1 y x_2 ; el cual es el determinante del sistema, queda éste de la siguiente forma:

$$K_{11}K_{22} - K_{21}K_{12} = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{vmatrix}$$

Obsérvese cómo el valor numérico es el resultado de la multiplicación de los elementos de la diagonal principal y la diferencia del producto de los elementos de la otra diagonal. También los numeradores de x_1 y x_2 pueden quedar de la misma forma que los del denominador:

$$K_{10}K_{22} - K_{20}K_{12} = \begin{vmatrix} K_{10} & K_{12} \\ K_{20} & K_{22} \end{vmatrix}$$

$$K_{11}K_{20} - K_{21}K_{10} = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{10} \\ K_{21} & K_{20} \end{vmatrix}$$

La solución a este planteamiento de x_1 y x_2 puede quedar en forma esquemática :

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} K_{10} & K_{12} \\ K_{20} & K_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{vmatrix}} \quad ; \quad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} K_{11} & K_{10} \\ K_{21} & K_{20} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{21} & K_{22} \end{vmatrix}}$$

El utilizar los determinantes como un recurso técnico no es tan simple; puesto que, para cualquier variable el numerador de la solución difiere del denominador; esto, a causa de los reemplazamientos que se hacen en la columna de los coeficientes por la columna de los términos constantes, que se encuentran en el segundo término de las ecuaciones originales.

Ejemplificando, si se considera un sistema cuyas ecuaciones son:

1) $4x_1 + 2x_2 = 6$

2) $x_1 + x_2 = 1$

Resolviendo por determinantes se tiene:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{6(1) - 1(2)}{4(1) - 1(2)} = \frac{6-2}{4-2} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{\begin{vmatrix} 4 & 6 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 4 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{4(1) - 1(6)}{4(1) - 1(2)} = \frac{4-6}{4-2} = \frac{-2}{2} = -1$$

Existe una regla de precaución -Christ(4)- para los determinantes y que consiste: "antes de construir los determinantes, las ecuaciones a resolver deben ponerse de tal -- forma que las ecuaciones a utilizarse tengan todas sus -- variables del mismo lado del signo de igualdad, y las -- constantes del otro; además, los términos que contienen - a una variable dada deben colocarse en la misma columna". Hay, además, propiedades de los determinantes que a menudo son útiles en su evaluación, siendo las siguientes:

1. Si de cada elemento de un renglón (o columna) se multiplica por una constante, el valor del nuevo determinante queda multiplicado por esa constante.

2. Si dos renglones (o dos columnas) de un determinante - son iguales, el valor del determinante es cero.

3. Un determinante no cambia su valor si cada elemento - de cualquier renglón (o columna), o cada elemento multi-- plicado por la misma constante, se suma o se resta del co

rrespondiente elemento de cualquier otro renglón (o colum na).

4. Si el conjunto de elementos de un renglón (o columna) de un determinante es cero, el valor del determinante también será de cero.

5. Si dos renglones (o columnas) de un determinante se - intercambian, el signo del determinante se cambia pero su valor absoluto, no.

6. El intercambio de los correspondientes renglones y co lumnas de un determinante no cambia su valor.

El determinante para una matriz de 3 x 3 o de tercer or-- den, se deriva del sistema de tres ecuaciones lineales. - La solución del sistema es:

$$K_{11} x_1 + K_{12} x_2 + K_{13} x_3 = K_{1c}$$
$$K_{21} x_1 + K_{22} x_2 + K_{23} x_3 = K_{2c}$$
$$K_{31} x_1 + K_{32} x_2 + K_{33} x_3 = K_{3c}$$

en donde:

$$D = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{vmatrix}$$

La D indica al determinante de los coeficientes de las x, o sea, es el determinante del sistema Quedando entonces- la solución del sistema de la siguiente forma:

$$x_1 = \frac{\begin{vmatrix} K_{1c} & K_{12} & K_{13} \\ K_{2c} & K_{22} & K_{23} \\ K_{3c} & K_{32} & K_{33} \end{vmatrix}}{D} \qquad x_2 = \frac{\begin{vmatrix} K_{11} & K_{1c} & K_{13} \\ K_{21} & K_{2c} & K_{23} \\ K_{31} & K_{3c} & K_{33} \end{vmatrix}}{D} \qquad x_3 = \frac{\begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{1c} \\ K_{21} & K_{22} & K_{2c} \\ K_{31} & K_{32} & K_{3c} \end{vmatrix}}{D}$$

Para calcular el valor numérico de los determinantes - - -Christ (4)- se aplica la siguiente regla: "A cada elemento de D corresponde un determinante de segundo orden que-se obtiene al suprimir la columna y el renglón de D en -- donde está dicho elemento". Al determinante de segundo - orden se le llama el menor del elemento dado; por ejemplo, si el menor del elemento es K_{11}, este se obtiene de D --- cuando se suprime tanto el renglón como la columna en donde se encuentra K_{11} , en otra forma:

$$\text{menor de } K_{11} \quad \text{en D} = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{vmatrix} = K_{22}\,K_{33} - K_{32}\,K_{23}$$

El menor se transforma en un cofactor si toma un signo algebráico de la siguiente regla: "El mismo que el signo -- del menor (ésto es, el menor se multiplica por + 1) si la suma del número del renglón y el número de la columna suprimidos para obtenerlo es un número par y opuesto al signo del menor (o sea, el menor se multiplica por - 1) si - la suma de los números del renglón y la columna - suprimidos - es impar". Por ejemplo:

$$\operatorname{cof} K_{13} = + \begin{vmatrix} K_{21} & K_{22} \\ K_{31} & K_{32} \end{vmatrix} = K_{21}\,K_{32} - K_{31}\,K_{22}$$

$$\operatorname{cof} K_{21} = - \begin{vmatrix} K_{12} & K_{13} \\ K_{32} & K_{33} \end{vmatrix} = - K_{12}\,K_{33} + K_{32}\,K_{13}$$

Obsérvese cómo el factor +1, que multiplica al menor para obtener el cofactor, es verdaderamente el que representa- el valor del cofactor y no el signo del número que ha de- ser positivo o negativo.

Lo anterior abre la posibilidad de poder buscar el valor-numérico de un determinante de orden 2, como:

$$D = \begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} & K_{13} \\ K_{21} & K_{22} & K_{23} \\ K_{31} & K_{32} & K_{33} \end{vmatrix}$$

Para ello, la siguiente regla puede ser útil; "escoja un-renglón o una columna de D y forme la suma de los productos que se obtienen al multiplicar cada uno de sus elementos por el cofactor (no el menor) que le corresponde".

Si por ejemplo, se desea obtener el segundo renglón de D, queda:

$$D = -K_{21}\begin{vmatrix} K_{12} & K_{13} \\ K_{32} & K_{33} \end{vmatrix} + K_{22}\begin{vmatrix} K_{11} & K_{13} \\ K_{31} & K_{33} \end{vmatrix} - K_{23}\begin{vmatrix} K_{11} & K_{12} \\ K_{31} & K_{32} \end{vmatrix}$$

cuyo resultado es:

$$D = -K_{21}K_{12}K_{33} + K_{21}K_{32}K_{13} + K_{22}K_{11}K_{33} - K_{22}K_{31}K_{13} - K_{23}K_{11}K_{32} + K_{23}K_{31}K_{32}$$

ó

$$D = -K_{21}D_{21} + K_{22}D_{22} - K_{23}D_{23}$$

Para los sistemas mayores de tres ecuaciones el procedi-- miento es el mismo. Cuando la solución:

$$x_1 = \frac{D_1}{D} \; ; \; x_2 = \frac{D_2}{D} \; ; \; x_3 = \frac{D_3}{D}$$

tiene su determinante diferente de cero $D \neq 0$ se dice que los valores de x_1, x_2, x_3 quedan determinados co--- rrectamente, pero si $K_{10} = K_{20} = K_{30} = 0$ la única solución sería:

$$x_1 = 0 \; , \; x_2 = 0 \; , \; x_3 = 0$$

Las ecuaciones de la forma $\sum_{i=1}^{n} a_i x_i = 0$ se llaman - ecuaciones lineales homogéneas. Si el determinante del - sistema es cero, puede haber dos casos: si el numerador - es mayor a cero la solución puede ser infinita, pero que-satisfaga; si el numerador es igual a cero la solución es cero, pero que no tenga sentido ni satisfaga ; todo dependerá de que el número que aparezca en el numerador sea diferente o igual a cero.

La forma geométrica -Christ (4)- es la siguiente: "1) Si el determinante del sistema, denominador de las soluciones, no es cero, las dos líneas se cruzan en algún punto y su intersección determina una solución única. En este caso se dice que el sistema es congruente (porque las dos ecuaciones no se contradicen) y determinado (porque hay una solución única); 2) Si el determinante del sistema es cero, las dos líneas son paralelas y surgen dos casos: a) Si los numeradores son ambos diferentes de cero, las dos líneas no coinciden y nunca se intersectan; así, no habrá un punto que satisfaga a las ecuaciones. Se dice en este caso que el sistema es incongruente. b) Si los dos numeradores son iguales a cero, las dos paralelas son la misma y cualquier punto de una, satisface las ecuaciones. En este caso se dice que el sistema es consistente pero indeterminado, pues existe para él un número indefinido de soluciones". Para los sistemas lineales de orden mayor se aplica el mismo método Por consiguiente, es importante destacar que, previo a la resolución de un sistema lineal de n ecuaciones en n variables, hay que demostrar primero que el determinante no sea cero y que tiene solamente una solución única.

Existen condiciones que generan una solución única en un sistema de m ecuaciones en n variables, algunas de ellas son las siguientes: Cuando el número de ecuaciones es igual al número de variables, se tiene que: a) Habrá una solución única siempre y cuando el determinante del sistema no sea igual a cero; b) Puede el sistema tener un número infinito de soluciones , ser incongruente y no tener solución, para ambos casos el determinante del sistema deberá ser igual a cero.

Si hay más ecuaciones que variables puede dar se; a) Puede existir una solución única, cuya condición - señala que entre las ecuaciones mismas exista un subcon-- junto que tengan solución única, además que este conjunto de ecuaciones no se contraiga, para que sea una condición necesaria y suficiente; b) Puede haber un número inifito de soluciones y; c) El sistema puede ser inconsistente y no tener solución.

Cuando hay menos ecuaciones que variables pue de presentarse: a) No haber solución única; b) Existir- un número infinito de soluciones y; c) Que el sistema -- sea incongruente pero que no tenga solución. Para el ca- so de los sistemas no lineales son más complicadas las -- cosas, por ello las condiciones antes mencionadas pueden- ayudar a la solución de los mismos.

3.4. - Modelos de corte transversal.

Los modelos que anteriormente se han visto -- son los llamados modelos de series de tiempo; es decir, - modelos que se componen de ecuaciones consideradas váli-- das que no presentan cambios en su forma o en sus paráme- tros mientras dura cada período y sus destino es el utili zarlos en las relaciones de datos que explican sucesos - económicos en cada período.

Se entiende por modelo de corte transversal - "al que contiene cuando menos una ecuación supuesta váli da para cada una de las empresas individuales, consumido- res, regiones geográficas o unidades semejantes, modelo - destinado a usarse en relación a datos que describen ca-- racterísticas económicas de tales empresas, consumidores, regiones, etc. -Christ (4)-. La diferencia susceptible de- descripción entre un modelo de serie de tiempo y un mode- lo de corte transversal; estriba en que, en el primero se considera a un cierto conjunto de intervalos de tiempo -- (años) para un solo conjunto general de ecuaciones; mien- tras que en el segundo, se considera a un cierto conjunto de individuos (empresas, individuos, etc.) para un solo - conjunto general de ecuaciones. Partiendo del ejemplo -- comparativo que hace Christ, entre un modelo de serie de- tiempo y un modelo de corte transversal; en donde, las -- ecuaciones describirán la conducta de los consumidores.

La ecuación de consumo de serie de tiempo que relaciona al consumo real (C_t) de cualquier consumidor en el año t con un ingreso real (y_t) en el mismo año,- es la siguiente:

$$C_t = \alpha Y_t + \beta$$

Si se tratara de las series de tiempo, esta ecuación es - válida sin cambios; es decir, tanto los parámetros α y β como la forma de la función no cambian año con año, aun-- que sea en un período de años. La ecuación de consumo de corte transversal que relaciona al consumo real del -

ésimo consumidor en cierto año (C_i) con un ingreso real en el mismo (y_i), sería la siguiente.

$$C_i = \gamma y_i + \delta$$

En los cortes transversales esta ecuación es válida para ese año, sin modificaciones, para todos los consumidores sujetos a consideración; en otras palabras, tanto los parámetros γ y δ como la forma de la ecuación no sufren modificaciones de un consumidor a otro.

Lo anteriormente analizado deja claramente manifestado -- que un modelo puede ser, al mismo tiempo, de series de -- tiempo y de corte transversal, lo cual hace que también - se aplique en cada ecuación. Ahora bien, si suponiendo - que ambas ecuaciones tienen iguales sus pendientes α y γ y sus ordenadas β y δ. Entonces se tiene -- que C_{it} y y_{it} son el consumo y el ingreso del consumidor i en el año t; por tanto, las ecuaciones de consumo de serie de tiempo y de corte transversal, pueden manifestarse de la misma forma:

$$C_{it} = \alpha y_{it} + \beta$$

La ecuación es de serie de tiempo porque se considera válida para un sólo consumidor, sin que tenga cambios en varios de sus períodos de tiempo; pero también es una ecuación de corte transversal porque se considera válida para un grupo de consumidores.

El siguiente modelo de corte transversal ilustrará mejor lo antes expuesto; ya que se parte de la conducta que manifiesta el consumo en una economía que consta de M familias. Este modelo que Christ expone, manifiesta las características esenciales que cada modelo pueda tener y -- poder llegar con ello, a los modelos mixtos que son representados, por los modelos de serie de tiempo y los mode-- los de corte transversal, a la vez.

El modelo de corte transversal que se analizará, es el-siguiente:

$$c_i = \alpha y_i + \gamma + \epsilon_i \qquad i = 1, \ldots, M$$

$$y_i = k_i' r + x_i \qquad i = 1, \ldots, M$$

$$Y = C + Z$$

$$C = \alpha Y + M\gamma$$

$$Y = k' r + X$$

El modelo se compone de $2M + 3$ ecuaciones independientes y tres variables endógenas r (tasa de interés); C (consumo real), Y (Ingreso real), $c, \ldots, c_M$ (consumo real de la familia) y, $\ldots, y_n$ (ingreso real de la familia). Siendo las variables exógenas Z (gasto total real de inversiones), X(Ingreso del trabajo), K' (patrimonio neto total), $x_1, \ldots, x_M$ (ingreso familiar del trabajo) y $K_1', \ldots, K_M'$ (patrimonio neto total de la familia); los parámetros por consiguiente son α, γ, y $\epsilon_1, \ldots, \epsilon_M$. Existiendo M familias los datos de encuesta proporciona una primera observación para cada familia y para cada variable c_i, y_i, x_i y K_i' que interviene, tal y como se dan en los datos de los modelos de series de tiempo para cada período y para cada variable.

En este modelo se podrá observar que no existen analogías directas entre ecuaciones, ni tampoco para las variables, solamente en el caso de la variable r (tasa de interés), que si tiene igualdad, en este caso para todas las familias; es decir, las ecuaciones del consumo y del ingreso totales no necesariamente se obtienen agregando las variables del ingreso y del consumo por familia:

$$C = \sum_i c_i$$

$$Y = \sum_i y_i$$

No obstante, las dos ecuaciones pueden deducirse del modelo mediante las relaciones $X = \sum_i x_i$ y $K' = \sum_i K_i'$ las cuales influyen sobre las variables exógenas. Hay varias formas de poder omitir una, dos o más ecuaciones de un modelo. Una forma consiste en eliminar del modelo las variables c e y junto con las dos ecuaciones:

$$c = \alpha y + m r$$

$$y = k r + X$$

sustituyendo c e y por $\sum_i c_i$ y $\sum_i y_i$ en:

$$y = c + z$$

queda:

$$\sum_i y_i = \sum_i c_i + z$$

creandose así un modelo de $2m+1$ ecuaciones y con $2m+1$ variables endógenas $r, c_1, \ldots, c_m, y_1 \ldots y_m$, obviamente este modelo es análogo al que se está analizando, con la diferencia de que $\sum c_i$ y $\sum y_i$ reciben nombres especiales y en el otro c e y no.

Es necesario que se haga notar que en la función de consumo el ingreso y_i no puede ser considerado exógeno, dado que la demanda total de bienes de consumo influye en el ingreso total de la economía; además, el ingreso por familia no puede determinarse en forma independiente de la función de consumo; porque sería una ecuación cuyos términos se determinarían por fuerzas exógenas y, por ende el modelo no sería completo.

Si se pensara en más modelos de corte transversal y si existieran los datos disponibles para varios períodos, $t = 1$ a $t = T$ (aplicables en cada uno a un sólo período), las variables endógenas serían determinadas como r_t, c_t, y_t, $c_{1t}, \ldots, c_{mt}$ y $y_{1t} \ldots y_{mt}$, en donde t es una constante para cada modelo de corte transversal, pero que varía de un modelo a otro, también los parámetros pueden tener subíndices t para indicar en que período se aplican; así se tiene como ejemplo que, si α es la propensión marginal a consumir, de cualquier familia, en el período 3,

Los diferentes modelos de corte transversal para los ---

$t=1$ a $t=T$ no implican por lo general que sea un modelo de serie de tiempo; puesto que cada parámetro no precisa de-ser constante para todos los períodos. Si se aplica tal-descripción a los parámetros éstos tendrán un valor común, tal es el caso de: α que expresada en forma concisa-queda $\alpha_t = \alpha$ para $t=1,\ldots,T$; $\beta_t = \beta$ para $t=1,\ldots,T$ y $\epsilon_{it} = \epsilon_i$ para $t=1,\ldots,T$, $i=1,\ldots,M$.
Dando como resultado un sólo modelo mixto, de serie de -- tiempo y de corte transversal, para M familias durante- T períodos.

Si las variables y, y, K' y K' se consideran metas de - consumo de capital, se observa que, para cada familia:

$$K'_{it} = y_{i,t-1} - c_{i,t-1} + K'_{i,t-1} \qquad i=1,\ldots,M;\ t=1,\ldots,T$$

dado que K'_{it} es endógena en el modelo mixto, también lo-es K'_t que se fija así:

$$K'_t = \sum_i K'_{it} \qquad t=1,\ldots,T$$

El modelo mixto queda integrado:

$$c_i = \alpha y_i + \gamma r + \epsilon_i \qquad i=1,\ldots,M$$
$$y_i = k'_i r + x_i \qquad i=1,\ldots,M$$
$$y = c + z$$
$$c = \alpha y + M \gamma r$$
$$y = K' r + X$$
$$K'_{it} = y_{i,t-1} - c_{i,t-1} + K'_{i,t-1} \qquad i=1,\ldots,M;\ t=1,\ldots,T$$
$$K'_t = \sum_i K'_{it} \qquad t=1,\ldots,T$$

compuesto por $3M+4T$ ecuaciones y el mismo número-de variables endógenas r_t, c_t, y_t, K'_t, c_{it}, y_{it} y K'_{it}.

Tanto los modelos de corte transversal como los modelos - de serie de tiempo se hacen complicados cuando se diversi fican las variables que intervienen en ellos; o sea, por-ejemplo, si la producción de bienes y servicios se divide en clasificaciones más finas, como los bienes de consumo-duradero y no duradero; o si se consideran diversos consu midores y empresarios, etc. Todo ello hace que, aparte -

de cumplicar a los modelos, los haga menos versátiles para su comprensión, pero esto no quiere decir que lo anteriormente expuesto en forma ejemplificada carezca de fundamento sino, más bien, deben de aplicarse de acuerdo a las características propias de cada modelo en estudio; es decir, adaptar las consideraciones generales expuestas en forma ilustrativa aquí y aplicarlas de acuerdo a las modificaciones que se tengan en cada caso.

Para Christ (4) los modelos de corte transversal y de serie de tiempo tienen variables que se pueden considerar dentro de las siguientes clases: "a) Aquellas que varían en el tiempo pero que en cada momento son iguales para todos los individuos, por ejemplo, los precios, las tarifas de impuestos y los macrovariables o agregados, tales como el consumo total, inversión total y recaudación total de impuestos. b) Las que varían de un individuo a otro pero no cambian en el tiempo (o cambian muy lentamente) por ejemplo las características demográficas y la ocupación y clase social del jefe de la familia. c) Aquellas que varían tanto en el tiempo como de una unidad de la población a otra, tales como el ingreso y el gasto de la familia en cada clase de bienes".

Las variables que caen en el punto (a) son variables de serie de tiempo y las que caen en el punto (b) son de corte transversal. Pueden ser las variables endógenas o exógenas, macro o micro, aunque por norma general las variables de corte transversal son exógenas y micro, y las mixtas son endógenas y micro.

Las ecuaciones que conforman un modelo de corte transversal pueden ser de la misma naturaleza que las de un modelo de serie de tiempo, o sea, tener las mismas características tales como: "definiciones, ecuaciones de comportamiento, restricciones tecnológicas, restricciones institucionales y ecuaciones de ajuste", aún así existe una diferenciación en las [illegible] de un modelo de corte transversal y cualquier otra [illegible] de este tipo, puede ser una [illegible] familiar, una macroecuación o el enlace entre la micro y las macrovia-- bles.

La resolución que se tome para poder utilizar los modelos de corte transversal o de serie de tiempo o - ambos, dependerá por un lado de la naturaleza de los da-- tos disponibles y, por otro, de los objetivos que se per- siguen en el estudio que se realice. Lo ideal es cuando- se tienen datos disponibles para las unidades económicas- en estudio en un tiempo determinado, para que con ello se puedan seguir los cambios en la conducta de cada unidad y- del conjunto en el lapso del tiempo, así como estudiar -- también las diferentes individualidades que se presentan- en un momento dado. Si esto no se tiene hay que trabajar con algunas muestras de datos que se dispongan en varios- períodos o, con algún conjunto de datos de serie de tiem- po o únicamente con el corte transversal.

IV.- EVALUACION DE MODELOS Y VALORES ESTIMADOS ECONOMETRICOS

4.1.- Distribución normal, *Ji* cuadrada, *t* y F

En este capítulo se observará la evaluación de los modelos y los valores estimados econométricos de sus parámetros. Estas técnicas de evaluación para los modelos también se les conocen con el nombre de pruebas de hipótesis, aunque no todas lo son. Estadísticamente estas pruebas se dividen en dos tipos: las pruebas predictivas y las pruebas no predictivas, según sea el caso de hacer las predicciones y probarlas o no.

Una prueba de hipótesis es la llamada distribución de probabilidad normal y que no siempre se aplica a todos los problemas, pero si son utilizadas con mayor frecuencia supuestos con menor restricción acerca de la distribución de probabilidad relevante. Referente a la inferencia estadística el procedimiento general es el mismo y puede expresarse más rápidamente. La hipótesis a probar, el parámetro a estimar o la variable a predecir, tienen que estar debidamente especificadas. Por lo que se debe de asignar un estadístico, o sea, una función de las variables observadas; por ejemplo, la media muestral $\bar{x}$ si el parámetro relevante es la media de la población EX. Para ello debe de estar bien especificada la distribución de probabilidad del estadístico y si desara hacer una prueba, debe estar completamente delineado para que la hipótesis a probar sea verdadera. Para el caso de una prueba debe elaborarse una región que acepte y respete la información a priori del parámetro que se esta analizando y de sus errores que se tengan de clase I y II.

Para que la hipótesis sea admitida el valor estimado del estadístico debe caer en la región de aceptación; en caso contrario se rechaza. Cuando se desea saber el verdadero valor de un parámetro que se está esti--

mando o en su defecto una variable se está pronosticando- en un intervalo, solamente hay que construir otros intervalos de la muestra poblácional y así obtener ese verdadero valor estimado.

Por ejemplo, si una función $f(x)$ tiene derivada finita $f'(x_o)$, el punto $x = x_o$, la curva $y = f(x)$ tiene una - tangente en Po (x_o, y_o), cuya pendiente es:

$$m = \tan \theta = f'(x_o)$$

Si $m = o$, la curva tendrá una tangente horizontal de -- ecuación $y = y_o$ en Po. En los demás casos la ecuación de- la tangente en un punto a una curva es:

$$y - y_o = m(x - x_o)$$

Si $f(x)$ es continua en el punto $x = x_o$, pero $\lim_{x \to x_o} f'(x) = \infty$ la curva tiene una tangente vertical de ecuación $x = x_o$. Por lo tanto, la normal de una curva en uno de sus puntos será la recta que pasa por dicho punto siendo perpendicular a la tangente en él. Quedando la ecuación de la nor-- mal en el punto Po (x_o, y_o):

$x = x_o$ si la tangente es horizontal

$y = y_o$ si la tangente es vertical

para los demás casos:

$$y - y_o = -\frac{1}{m}(x - x_o)$$

Siempre y cuando $m \neq 0$ (*)

Aparte de la distribución normal, existen otros estadís--

(*) Para ampliar el aspecto [illegible] de la distribución -- normal véase bibliografía.

ticos (*) conocidos como χ^2 (JI cuadrada), T y F; comúnmente nombrados distribuciones χ^2 (JI cuadrada), T y F. Estos estadísticos tienen una estrecha vinculación con la variable estandarizada (Z), generalmente distribuida con media 0 y varianza 1. Si x es cualquier variable que es distribuida normalmente por una media μ y una verianza σ^2, se tiene:

$$Z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$

Al estadístico F se le define como la "adopción de una razón cuyo numerador es la media de los cuadrados de un número N_1, de variables aleatorias independientes distribuidas como Z y cuyo denominador es la media de los cuadrados de un número N_2 de variables aleatorias, independientes entre sí y respecto de las del numerador, distribuidas como lo está Z". Como la distribución de F está en función de los números N_1 y N_2, ésta queda, $F(N_1, N_2)$ Y como F se define en términos de Z, si $z_1, \ldots\ldots, z_{N_1+N_2}$ serán variables normales aleatorias independientes, con medio 0 y varianza 1, quedando entonces:

$$F(N_1, N_2) \equiv \frac{\frac{1}{N_1}\sum_{1}^{N_1} z_i^2}{\frac{1}{N_2}\sum_{N_1+1}^{N_1+N_2} z_i^2}$$

En donde N_1 y N_2 son los grados de libertad tanto del numerador como del denominador. Una de las aplicaciones interesantes que tiene F es cuando compara dos valores estimados de variancia s_1^2 y s_2^2, para comprobar la hipótesis de que las correspondientes variancias verdaderas σ_1^2 y σ_2^2 son iguales, se calcula:

$$F(N_1, N_2) = \frac{s_1^2/\sigma_1^2}{s_2^2/\sigma_2^2}$$

(*) En este análisis [illegible] establece las relaciones teóricas entre F, Z y χ^2; [illegible] que se mostrarán en este estudio.

siendo N_1 y N_2 sus grados de libertad de S_1^2 y S_2^2.

A la variable normal estándar Z con media 0 y varianza 1- se le considera un caso especial de F:

$$Z = \sqrt{F(1,\infty)}$$

Esto se debe a que $1/N_2 \sum_{1}^{N_2} (x_{2i} - E\, x_2)^2$ posee una probabilidad límite igual a $var\ x_2$, a medida que $N_2 \rightarrow \infty$, - de tal manera que el término $1/N_2 \sum Z_i^2$ del denominador- F tiene una probabilidad limitada de 1 y para el numerador de F $N_1 = 1$ será igual a Z^2.

En lo que respecta a los estadísticos χ^2 y T, éstos se - definen en ocasiones como especiales de F, de acuerdo a - la dependencia que cada uno tenga en su propio número de- grados de libertad, quedando de la siguiente manera:

$$\chi^2(N_1) = N_1 F(N_1, \infty)$$

$$t\,(N_2) = \sqrt{F(1, N_2)}$$

Se define el estadístico χ^2 con N_2 grados de libertad - como la suma de los cuadrados de N_1 variables independientes distribuidas como Z ; es decir:

$$\chi^2(N_1) = \sum_{1}^{N_1} Z_i^2$$

Para demostrar que el estadístico $(T - 1)S^2/\sigma^2$ tiene la - distribución de χ^2 con $(T - 1)$ grados de libertad, siendo S^2 el estimador insesgado de σ^2 en base a una muestra normal univariada de tamaño T.

Así: $$\chi^2(T-1) = \frac{(T-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{\sum_{1}^{T}(x_i - \bar{x})^2}{\sigma^2}$$

Aquí el estadístico χ^2 se asemeja con $(T - 1)$ F; este- estadístico normalmente es utilizado para la estimación - o comprobación de hipótesis de la varianza de una distribución normal. En el cálculo de grados de libertad (de 30- o más), es muy semejante su empleo con los estimadores -- de intervalo para una distribución normal, con la dife---

rencia que ésta no es simétrica y para efectuar los cálculos, éstos deben hacerse por separado para los dos extremos, cuando se desee un valor estimado o prueba de dos extremos.

Se define el estadístico T con N_2 grados de libertad, como: la razón de una variable distribuida como z; es decir, normalmente con media 0 y varianza 1 a la raíz medio cuadrática de otras N_2 de tales variables, todas independientes entre sí y de la que aparece en el numerador:

$$t(N_2) = \frac{z_1}{\sqrt{\frac{1}{N_2}\sum_{2}^{N_2+1} z_i^2}}$$

Como el denominador de $t(N_2)$ esta compuesto de la raíz cuadrada de $1/N_2$ por una variable distribuida como λ^2, con N_2 grados de libertad.

Como $N_2 = r-1$; se observa que $(r-1)s^2/\sigma^2$ tiene la distribución de λ^2 con $r-1$ grados de libertad, siempre que λ este distribuida normalmente e independientemente de la media μ y la variancia σ^2; por tanto, la siguiente fracción tiene la distribución t con $r-1$ grados de libertad, de acuerdo a los supuestos que tiene λ:

$$t(r-1) = \frac{(\lambda-\mu)/\sigma}{s/\sigma} = \frac{\lambda-\mu}{s}$$

De la misma manera se observa como, para la media $\bar{z}$ de una muestra de tamaño r de una misma población, contiene la distribución t con $r-1$ grados de libertad:

$$t(r-1) = \frac{(\bar{z}-\mu)/[illegible]}{[illegible]} = \frac{\bar{z}-\mu}{[illegible]} = \frac{[illegible]\sqrt{r}}{[illegible]}$$

El segundo [illegible] de [illegible] muestra el parecido que tiene [illegible], el [illegible] la semejanza -

con z ; como $(t-1)$ es el número de grados de libertad -- del estimador s y también de la distribución t asociada, al hacerse $(t-1)$ infinita s se dirige con probabilidad ha-- cia σ y t hacia z . Este estadístico t es utilizado frecuentemente en la estimación o comprobación de hipótesis de la media de una distribución normal, cuando ésta - debe ser estimada o se desconoce; también, se emplea de - la misma forma que los estimadores de intervalo para una- distribución normal.

Para ampliar, teóricamente estos estadísticos es recomendable consultar otros autores; puesto que, solamente aquí se ha dado un esbozo general de ellos y lo que pueden representar para una evaluación de los modelos es- un determinado momento.

4.2.- Pruebas no Predictivas.

En este punto se analizará el procedimiento - que tiene la inferencia estadística para los coeficientes de regresión en ecuaciones con una variable dependiente,- y las relativas a los coeficientes de correlación múlti-- ple y parcial, con el enfoque de los mínimos cuadrados. - Dicho procedimiento de inferencia consta en preparar un - pronóstico para un dato no observado y la comprobación -- servirá para saber si tal predicción es positiva en un -- estudio real.

Para aclarar y precisar mejor los coeficien-- tes de correlación múltiple y parcial, en especial la re- lación que tienen ambas, con los de la correlación simple, es indispensable contar con una representación numérica - básica. La siguiente resulta muy útil en su información- y en su difución; si una ecuación tiene una variable de-- pendiente X_0, dos variables predeterminadas X_1 y X_2,- un término constante explícito $\propto$ y una perturbación v, siendo:

$$X_0 = \alpha_{0.12} + \pi_{01.2} X_1 + \pi_{02.1} X_2 + v_{0.12}$$

La constante y la perturbación tienen un subíndice de -- 0.12; en donde el número 0 indica que la variable depen-- diente lleva el subíndice 0, o sea X_0; y los números 1 y 2 después del período indican que las variables indepen-- dientes llevan los subíndices 1 y 2, o sea X_1 y X_2. Los- coeficientes que junto a las variables independientes X_1 y X_2 tienen los subíndices 01.2 y 02.1. El número 0 in dica a la variable dependiente X_0, los números 1 y 2 -- identifican a las variables independientes X_1 y X_2; los - números que aparecen después del periódo indicarán que -- otras variables están en la regresión. El orden que -- guarden los subíndices después del período, no es tan im- portante.

Para describir los [illegible] mínimos cuadráticos se -- utiliza α y [illegible] subíndices; [illegible] se desea señalar el valor calculado de la variable dependiente, éste se hace mediante el signo de intercalación ($\wedge$); además del conjunto de subíndices después del período, para con ello indicar las variables que intervinieron en su cálculo. Si a la ecuación de x_0 se le minimiza la suma de las desviaciones cuadráticas, queda la siguiente expresión:

$$\hat{x}_{0.12} = a_{0.12} + b_{01.2}\, x_1 + b_{02.1}\, x_2$$
$$= x_0 - \hat{v}_{0.12}$$

Para la descripción de la varianza de una perturbación de v con dos de sus estimadores, se hace por medio de η^2, $\hat{\eta}^2$ y h^2, con todos los subindices que contiene v:

$$\eta_0^2 = \text{var}\, x_0\,;\quad \eta_{0.1}^2 = \text{var}\, v_{0.1}\,;\quad \eta_{0.12}^2 = \text{var}\, v_{0.12}\,;\ \text{etc.}$$

$$\hat{\eta}_0^2 = \frac{1}{T}\sum (x_0 - \bar{x}_0)^2\,;\quad \hat{\eta}_{0.1}^2 = \frac{1}{T}\sum \hat{v}_{0.1}^2\,;\quad \hat{\eta}_{0.12}^2 = \frac{1}{T}\sum \hat{v}_{0.12}^2\,;\ \text{etc.}$$

$$h_0^2 = \frac{1}{T-1}\sum (x_0 - \bar{x}_0)^2\,;\quad h_{0.1}^2 = \frac{1}{T-2}\sum \hat{v}_{0.1}^2\,;\quad h_{0.12}^2 = \frac{1}{T-3}\sum \hat{v}_{0.12}^2\,;\ \text{etc.}$$

Siendo $\eta_{0.12}$, $\hat{\eta}_{0.12}$ y $h_{0.12}$ el error estándar de estimación de la ecuación.

Al coeficiente de correlación se le considera como un recurso para medir el grado de limalidad que existe en la relación entre dos variables; así, el coeficiente de correlación para una población entre x_1 y x_2 es:

$$\rho_{12} = \frac{\eta_{12}}{\eta_1 \eta_2} = \frac{\eta_{12}}{\sqrt{\eta_{11}\eta_{22}}}$$

En donde η_{12} es la covarianza y $\eta_1 \eta_2$ o $\sqrt{\eta_{11}\eta_{22}}$ es la desviación estándar de la población de x_1 y x_2; esta fórmula es válida para cualquier pareja de variables x_h y x_k. Si se extrae de una población con doble varianza una muestra del tamaño de T, es necesario una ecuación similar para encontrar el coeficiente de correlación de muestra, con la excepción de que ahora tendrá los mo--

mentos de muestra m_{jk} en lugar de las covariancias de la-población η_{jk} . Por tanto, la relación que se presenta entre los momentos de la muestra y las covarianzas de la-población estimada será:

$$m_{jk} = T\,\hat{\eta}_{jk}\ ;\ m_{jj} = T\,\hat{\eta}_{jj} = T\,\hat{\eta}_{j}^{2}$$

Por ejemplo, la correlación de muestra para x_0 y x_1, es:

$$r_{01} = \frac{m_{01}}{\sqrt{m_{00}\,m_{11}}} = \frac{\hat{\eta}_{01}}{\hat{\eta}_{0}\,\hat{\eta}_{1}} = \frac{\hat{\eta}_{01}}{\sqrt{\hat{\eta}_{00}\,\hat{\eta}_{11}}}$$

Por consiguiente, los coeficientes ρ_{jk} y r_{jk} se llamarán de correlación simple; puesto que, unicamente existen dos variables implicadas en cada uno. Si estas cumplen, ---$-1 \leq \rho_{jk} \leq 1$ y $-1 \leq r_{jk} \leq 1$.

Se expresa el cuadrado del coeficiente de correlación de-muestra entre dos variables como: 1 menos la razón de la variancia inexplicada de la variable dependiente a la variancia total de la misma variable. Otro aspecto de presentación es: r_{jk}^{2} . En donde se demuestra que:

$$r_{jk}^{2} = r_{kj}^{2} = \frac{m_{jk}^{2}}{m_{jj}\,m_{kk}}$$

$$= \frac{b_{jk}\,m_{jk}}{m_{jj}}$$

$$= 1 - \frac{m_{jj} - b_{jk}\,m_{jk}}{m_{jj}}$$

$$= 1 - \frac{[illegible]}{[illegible]}$$

$$= 1 - [illegible]$$

$$= 1 - [illegible]$$

Las dos primeras igualdades se derivan de r_{jk} y r_{kj} ; aunque $r_{jk} = r_{kj}$ y $m_{jk} = m_{kj}$, siempre que $b_{jk} \neq b_{kj}$; la tercera igualdad se vale de que el estimador mínimo cuadrático b_{jk} de la pendiente de regresión π_{jk} es m_{jk}/m_{kk} ; la cuarta se deriva de la suma y resta de m_{jj}/m_{jj} ; la quinta igualdad se apoya en el hecho de que la suma de las desviaciones cuadráticas en dirección de x_j es $m_{jj} - b_{jk} m_{jk}$; la sexta utiliza el signo de intercalación y por último, la séptima igualdad muestra el resultado de x_k como variable dependiente.

Los coeficientes de correlación múltiple que sirven como un recurso para medir el grado que tiene la relación de una variable dependiente, en un conjunto de variables independientes, es lineal. (*) El coeficiente de correlación múltiple cuadrático de muestra, para x_0 como variable dependiente y x_1 y x_2 como independientes (indicado por $R^2_{0.12}$), se determina por la substracción que se hace a la unidad del cociente de la varianza muestral inexplicada de x_0 y la varianza total de la muestra de x_0 , con esa regresión; así, se tiene que:

$$R^2_{0.12} = R^2_{0.21} = 1 - \frac{\hat{s}^2_{0.12}}{s^2_0} = 1 - \frac{\sum \hat{v}^2_{0i.12}}{\sum (x_{0i} - \bar{x}_0)^2}$$

$$= 1 - \frac{m_{00} - b_{01.2}\, m_{01} - b_{02.1}\, m_{02}}{m_{00}}$$

$$= \frac{b_{01.2}\, m_{01} + b_{02.1}\, m_{02}}{m_{00}}.$$

Siendo las dos primeras igualdades las que resuelven $R_{0.12}$ y $R^2_{0.21}$.

(*) El coeficiente de correlación múltiple $R_{0.12...k}$ puede demostrarse que es igual al coeficiente de correlación simple entre [illegible] ; es decir, entre el valor observado de la variable dependiente y el valor calculado que se [illegible] estudió [illegible]

Mientras que para los coeficientes de correlación simple- los subíndices de r_{jk} pueden intercambiarse r_{kj} ; para -- los coeficientes de co-relación múltiple no puede llevar- se a efecto este intercambio, sin alterar el significado- o el valor del coeficiente; es decir, tanto $R^2_{1.02}$ como - $R^2_{2.01}$ son diferentes entre sí con respecto de $R^2_{0.12}$. - En consecuencia, R^2 es la parte de la varianza de mues- tra de la variable dependiente que queda explicada por -- las variables independientes; el signo de esta correla--- ción múltiple será por acuerdo , siempre positivo. Quedan siempre las siguientes condiciones valederas para los coe ficientes de correlación múltiple de la población: $0 \leq R \leq 1$ y $0 \leq R^2 \leq 1$.

Para medir el grado de linealidad que existe en una rela- ción residual entre dos variables después de haber exami- nado los efectos de algún conjunto de variables indepen-- dientes en una regresión lineal, cuando las variables in- dependientes se mantienen constantes en ese conjunto, se- utiliza el coeficiente de correlación parcial. El coefi- ciente de correlación parcial cuadrático de muestra de - x_0 y x_1 , siendo x_2 constante, cuya descripción es por- medio de $r^2_{01.2}$, se determina como: 1 menos el co--- ciente de la varianza de muestra no explicada por x_1 y - - x_2 de x_0 y la varianza de muestra no explicada por x_2 de x_0 . Quedando la siguiente forma:

$$r^2_{01.2} = 1 - \frac{s^2_{0.12}}{s^2_{0.2}}$$

Se puede definir como: 1 menos el cociente de la varian-- cia residual de x_0 no explicada por x_1 entre la misma, -- que aún está inexplicada después de haber utilizado x_1 , - en la regresión. Por tanto:

r [illegible]

De esto se dice que $r^2_{0/1.2}$ y $r^2_{/0.2}$ serán iguales y que -- tienen validez al emplearlos para un grupo mayor de va--- riables.

Como las correlaciones simple, parcial y múltiple están - relacionadas entre sí en forma sistemática, para un con-- junto de variables; la siguiente igualdad las manifiesta- considerando las variables x_0, x_1 y x_2, en su forma:

$$\frac{\hat{\eta}^2_{0.12}}{\hat{\eta}^2_0} = \frac{\hat{\eta}^2_{0.12}}{\hat{\eta}^2_{0.1}} \cdot \frac{\hat{\eta}^2_{0.1}}{\hat{\eta}^2_0}$$

De acuerdo a las definiciones antes mencionadas de estas- tres correlaciones, se determina que cada cociente en la- anterior igualdad es equivalente a 1 menos el cuadrado de un coeficiente de correlación.

así: $$1 - R^2_{0.12} = (1 - r^2_{02.1})(1 - r^2_{01})$$

Si se anexara una nueva variable x_3, la igualdad trivial se multiplicaría por $\hat{\eta}^2_{0.123} / \hat{\eta}^2_{0.12}$ en ambos lados y - se pasaría a sustituir las correlaciones relevantes por - los cocientes, la derivación de todo esto sería una nueva interpretación pero de orden superior y que se expresa de dos formas:

$$1 - R^2_{0.123} = (1 - r^2_{03.12})(1 - r^2_{02.1})(1 - r^2_{01})$$

$$= (1 - r^2_{03.12})(1 - R^2_{0.12})$$

Es evidente que se tiene que pasar a órdenes superiores - y para ello se pueden elegir varias órdenes diferentes - para llegar a $R^2_{0.123...}$ Los coeficientes de correla--- ción ajustados son aquéllos grados de libertad que se em- plean en una muestra y se distinguen por medio de una ba rra colocada en r, R. Algunos tipos de coeficien-- tes ajustados de correlación simple, parcial y múltiple, - son:

$$\bar{r}_{01}^2 = 1 - \frac{h_{0.1}^2}{h_0^2} = 1 - \frac{(t-1)\hat{\eta}_{0.1}^2}{(t-2)\hat{\eta}_0^2} = 1 - \frac{t-1}{t-2}(1-r_{01}^2)$$

$$\bar{r}_{01.2}^2 = 1 - \frac{h_{01.2}^2}{h_{0.2}^2} = 1 - \frac{(t-2)\hat{\eta}_{01.2}^2}{(t-3)\hat{\eta}_{0.2}^2} = 1 - \frac{t-2}{t-3}(1-r_{01.2}^2)$$

$$\bar{R}_{0.12}^2 = 1 - \frac{h_{0.12}^2}{h_0^2} = 1 - \frac{(t-1)\hat{\eta}_{0.12}^2}{(t-3)\hat{\eta}_0^2} = 1 - \frac{t-1}{t-3}(1-R_{0.12}^2)$$

En un coeficiente de correlación simple (no ajustado) R, si se incrementa el número de variables explicativas, en una regresión lineal, no puede disminuirse R^2; lo aumentará si las variables ayudan más a explicar la dependiente o en su defecto, dejarlo sin modificación si las nuevas variables no aportan nada. Pero sí es posible disminuir el coeficiente ajustado $\bar{R}^2$ para la introducción de nuevas variables; puesto que $(t-1)/(t-K)$ disminuye a medida que K aumenta; si R^2 no aumenta a medida que K aumenta, en tal caso $\bar{R}^2$ disminuirá como resultado de la introducción de una variable adicional. En este caso la variable adicional no producirá ningún beneficio extra (en términos de la reducción en $\sum \hat{v}^2$) para cubrir su permanencia (en términos de la disminución en $t-K$). La variancia estimada insesgada es la explicación de un coeficiente cuadrático de regresión estimado, cuyo símbolo es $\hat{s}^2$ y cuyos subíndices son iguales a los del coeficiente de regresión, se tiene que:

[illegible]

Siendo esta igualdad la varianza estimada insesgada de un coeficiente de regresión [illegible] se encuentra-una estrecha relación entre esta t y el coeficiente de correlación parcial (si existen dos variables en la ecuación). Si se sustituye el número de grados de libertad en el estimador insesgado de la desviación estándar, por $T-K$ la relación se puede representar bajo las dos siguientes formas; es decir, solucionada para t^2 o para la correlación parcial:

$$t_{01}^2 = \frac{(T-K)\, r_{01}^2}{(1-r_{01}^2)}$$

$$t_{01.2}^2 = \frac{(T-K)\, r_{01.2}^2}{(1-r_{01.2}^2)} \quad ; \; i \neq 1, c.$$

$$r_{01}^2 = \frac{t_{01}^2}{(t_{01}^2+T-K)}$$

$$r_{01.2}^2 = \frac{t_{01.2}^2}{(t_{01.2}^2+T-K)} \quad ; \; i \neq 1, c.$$

Esta relación entre t_{01}^2 y r_{01}^2 puede probarse a partir de las siguientes fórmulas para t_{01}^2, r^2 simple, la pendiente estimada de una regresión simple, la varianza de una pendiente de regresión estimada y la varianza estimada de una perturbación de regresión. Para la relación $t_{01.2}^2$ y $r_{01.2}^2$ y órdenes superiores de la correlación parcial se demuestra de la misma forma que la relación entre t_{01}^2 y r_{01}^2, utilizando también la definición de correlación parcial.

Es importante ver cómo las relaciones expuestas en este punto son importantes y útiles en la práctica; ya que, a medida que una ecuación de regresión utilizada es lineal, las relaciones tienen su validaez sin importar el modelo lineal aplicado. En lo referente a las distribuciones de probabilidad de los coeficientes de correlación simple, parcial y múltiple, además de las [illegible], es importante destacar la utilización y aplicación de los supuestos en los modelos utilizados; por ende, la inferencia estadística que se estructura debe cimentarse en especificaciones que el propio modelo tenga para que sea lo más representativa que se pueda.

4.3.- Pruebas Predictivas.

Las pruebas predictivas son aquéllas que predicen y evalúan conforme a las reglas que deben seguir; - es decir, la regla puede relacionarse algunas veces con - los residuos obtenidos del período de muestra y otras ocasiones, de acuerdo al objeto de la predicción.

El siguiente análisis de pruetas de predic--- ción se basa en el concepto de predicción de punto, definiendose éste como la predicción univaluada de una variable (escala o vector). Generalmente las predicciones que se realizan se hacen a partir de las formas reducidas y - muy poco en las ecuaciones estructurales,puesto que en -- las formas reducidas existe una variable dependiente y -- las demás son predeterminadas al período de predicción; - mientras que en las ecuaciones estructurales no existe -- tal caso. Por consiguiente, existe una posibilidad de -- que el momento de hacer una predicción de la variable dependiente puedan conocerse levemente los valores de las - variables independientes que participan enla predicción.

Partiendo de una ecuación de la forma reducida, se tiene:

$$y_{it} = \sum_{1}^{K} \pi_{ik} z_{kt} + v_{it}$$

Analizando los estimadores mínimos cuadrados de P_{ik} y - ω_{ii}^2 de sus parámetros π_{ik} y ω_{ii}^2 (varianza de v_{it}), se observa que los valores calcualdos para y_i y los errores-asociados calculados para $\hat{v}_{it}$, para el período de muestra y el subsiguiente, $t = T+1, T+2, \ldots$,pueden tener --- predicciones:

$$\hat{v}_{it} = y_{it} - \hat{y}_{it} = y_{it} - \sum_{1}^{K} P_{ik} z_{kt} \qquad t = 1, \ldots, T, T+1, T+2, \ldots$$

En esta ecuación se observan dos características importantes; la primera consiste en que fija los valores calculados para y_i y sus perturbaciones durante el período de - muestra; la segunda pronostica los valores y errores asociados de pronóstico durante el período predictivo. Ambas se distinguen por el subíndice de tiempo que llevan $\hat{y}_{it}$ y $\hat{v}_{it}$; en donde $t \leq T$ en el primer caso y para el segundo $t > T$. Otro método para ejecutar las predicciones es el considerar los valores estimados de la forma reducida, después de haber resuelto el sistema de ecuaciones estructurales, adquiridos cuando $\hat{v}_{it}$ ha sido estimado por el proceso o método de información limitada, mínimos cuadrados en dos etapas o cualesquiera.

Para la obtención de pronósticos a partir de la forma reducida hay diferentes procedimientos, aparte del método directo de estimación antes descrito en la primera ecuación y cuando se le asigna un valor de cero al error del período de predicción, como se demuestra en la ecuación para transformar todos los datos a primeras diferencias antes de estimar las ecuaciones de la forma reducida, para poder hacer una predicción del cambio Δy_{it} y agregar el valor predeterminado de Δy_{it} al valor desfasado $y_{i,t-1}$, para poder obtener un pronóstico de y_{it} misma. Este tipo de pronósticos se vuelven inciertos, cada vez más, a medida que se alarga la distancia entre el fin del período de observación y el período en donde se quiere la predicción inclusive aunque el modelo sea correcto y su estructura no varíe. Si se desea hacer un pronóstico en un año (1980), con base en un año (1970), se tiene que tener el valor de la variable de el año anterior (1969) y sumarle todos los cambios anuales pronosticados en años posteriores hasta el año en estudios; es decir, el error estándar del pronóstico para el año en estudio (1980) será el error estándar de la suma de los pronósticos de cambio anual. Si estos errores anuales fuesen independientes entre sí y todos tuvieran la misma distribución, el error estándar de la suma de los N pronósticos anuales de cambios será la $\sqrt{N}$ veces el error estándar de un pronóstico semejante. Cuando estos se encuentran correlacionados en forma positiva o negativa el error estándar será más o menos. Esta forma de extensión de los pronósticos del error estándar, cuando los pronósticos se hacen con una mayor anticipación por lo regular no se dan en los modelos basados en datos brutos. No obstante, al tratar de -

hacer una elección entre los datos brutos no puede realizarse sobre esta base; más bien, hacerse con base en datos de primera diferencia, pero con información real.

Otro método sería el de cambiar el pronóstico dado por $\hat{x}_{it}$, por medio de la adición que se tenga del error hecho en el año anterior o sea, escogiendo como pronóstico a $\hat{x}_{it} + \hat{v}_{i,t-1}$. Este tipo de pronóstico resulta interesante si el valor esperado de la perturbación que se tiene en el período t, es equivalente a la magnitud que se tiene en la perturbación del período $t-1$. Será de la misma utilidad con respecto a $x_{i,t-1} + \Delta(\hat{x}_{it})$. Como pronóstico; es decir, la predicción de x_{it} será igual al valor de los períodos anteriores más el cambio en el pronóstico del modelo de la parte sistemática (no aleatoria) de x_i, entre los períodos $t-1$ y t. Este caso resultará inconsistente cuando se utilizan las perturbaciones estrictamente independiente. Otra posibilidad para este método sería la de utilizar $\hat{x}_{it} + a\,\hat{v}_{i,t-1}$, en donde a es un número entre 0 y 1, en lugar de $\hat{x}_{it} + \hat{v}_{i,t-1}$, para que refleje un análisis en donde el valor esperado de la perturbación enel período t, será igual aunque menor en el tamaño absoluto al del período $t-1$.

Hasta aquí, se han observado en forma general los pronósticos mediante ecuaciones de la forma reducida, en donde son dados los valores de las variables que están predeterminadas al período de pronóstico. En algunos casos, para la prueba de ecuaciones estructurales individuales, es necesario hacer una predicción de una variable conjuntamente dependiente condicional, con respecto a los valores reunidos de las demás variables dependientes y predeterminadas, que se encuentran en una ecuación estructural particular, utilizando los valores estimados de los parámetros de esa ecuación. Considerando la siguiente ecuación estructural:

$$[illegible]$$

Utilizando su estimación de información limitada para pronosticar y_{1t} , dados y_{2t} ,..., y_{Mt} , $z_{1t} \ldots z_{Tt}$. El valor pronóstico $\hat{y}_{1t}$ y el error de pronóstico $\hat{u}_t$ estarán dados por:

$$\hat{u}_t = y_{1t} - \hat{y}_{1t} = y_{1t} + \sum_{i=2}^{H} \hat{\beta}_i \, y_{it} + \sum_{k=1}^{T} \hat{\gamma}_k \, z_{kt}$$

Siendo $\hat{\beta}_i$ y $\hat{\gamma}_k$ los estimadores de información limitada de β_i y γ_k. La utilidad que se tiene de un predictor de-punto es igual al que tiene un estimador de punto, en donde ambos dan un valor único para cada variable del cual - se obtendrá un camino para llegar a los resultados esperados en el caso del predictor de intervalo y el estimador-de intervalo, aquí no existe una semejanza, puesto que la ventaja del predictor de intervalo, es que proporciona la confiabilidad que se tiene del predictor de punto, en el-momento en que el modelo subyacente no presente cambio alguno en su estructura y sea correcto.

Los errores de los pronósticos de punto se -- fundamentan en dos aspectos (aparte de la incorrección de los modelos o los cambios estructurales): el primero lo - constituye la perturbación aleatoria en el período de pronóstico (incluso se presenta cuando todos los parámetros-del modelo son conocidos); el otro son los errores en los valores estimados de los parámetros y se muestra cuando - los valores estimados se basan únicamente en una muestra finita, a consecuencia de las perturbaciones aleatorias - en el período de muestra. En un aspecto más propio se -- puede decir que el error de un predictor de punto de una-variable tiene que ser de la misma proporción como la desviación estándar de los auténticos valores de las perturbaciones del período de muestra de esa variable; puesto-- que uno de los elementos que conforman a ese error se supone que es una perturbación sustraída de la misma distribución que causó las perturbaciones del período de muestra, Asimismo, el error de pronóstico debe ser también - medio, un poco mayor que su otro componente, puesto que - esto se debe a los errores que existen en los valores estimados paramétricos, los cuales tienen que ser mayores a cero en su valor absoluto ya que las muestras utilizadas son finitas.

Para cualquier predictor de intervalo que se construya debe de reflejar por lo regular estas dos fuentes de error. Al mismo tiempo, cualquier prueba de hipótesis cimentada en las predicciones de punto, tiene que proceder de la misma forma, debido a que, tanto las pruebas predictivas como los predictores de intervarlo sostienen una estrecha relación entre sí, como acontece con las pruebas ordinarias y los estimadores de intervalo.

En muchos casos se ha mencionado que la prueba determinante de un modelo econométrico es la capacidad que se tiene para predecir o describir los datos que no son utilizados en su elaboración y estimación. Por consiguiente, es necesario ver hasta qué punto es verdadera y; para ello, sígase este ejemplo: un economista dispone de un grupo de datos de serie de tiempo para 10 años (1960 - 1970) y pretende hacer proyectar un modelo (con sus valores paramétricos estimados) en 1971 para hacerlo lo más completo posible. De ahí que examina dos tipos de acción a seguir: 1) la utilización total de los datos, los 10 años, para hacer la estimación de los parámetros; , 2) dividir los datos en dos partes, en donde la primera parte 6 años 1960-1966) servirá para estimar los parámetros y la segunda, el resto, 4 años (1967 - 1970) probar la capacidad predictiva del modelo estimado. Aquí la prueba decisiva induce a elegir el punto 2), para poder llevar a efecto la predicción lo más correcto posible. Pero fuese cualquier conducto que se tome, lo mejor que se puede hacer es una investigación de los datos que ya se tienen de esos años (1960 - 1970) y con ello estructurar un modelo estimado que tenga concordancia con los datos para todo el mismo período. Si la concordancia se lleva a cabo al escoger un modelo para un año después (1971) y ajustarlo a los datos de los años anteriores (1960 - 1970), no puede existir una plena confianza de que la concordancia pueda ampliarse a datos posteriores a 1970, lo anterior se salvaría siempre y cuando se reajustara el modelo en

1971 para todos los datos de 1960-1970.

Si se tuviera la confianza de que la información general en que se fundamenta el modelo, es correcta y continuará siendolo después de 1970, en tal caso el ajuste de los datos de 1960 - 1970 daría estimadores con varianzas más pequeñas porque el tamaño de la muestra sería mayor. De la misma manera si la información utilizada es sólo una aproximación a la correcta o en su defecto válida para una parte de los datos y no para todos, los datos que se reserven para probar predicciones que no se pueden lograr en la estimación con base en los datos disponibles e inclusive examinando todos los residuos (no tiene ningún caso afectarlo), porque nada se obtendría de ellos. Este ejemplo indica que sí es aceptable la prueba decisiva, aunque no basta con separar los datos ya conocidos para corroborar las predicciones; sino lo importante es confrontar el modelo con un conjunto totalmente nuevo de datos con los no conocidos en el momento de hacer la elecección del modelo. Sin embargo, es conveniente no olvidar que las técnicas de inferencias estadísticas basadas en las distribuciones de variables aleatorias, no pueden ser aplicadas cuando las hipótesis propuestas se han seleccionado para que tengan una correspondencia con los datos que estimarán los parámetros o se comprobaran las hipótesis. Por lo tanto, resulta difícil hacer la elección del modelo sin haber tenido el pleno conocimiento de los datos que intervendrán en su estimación. De ahí que resulta peligroso elegir un modelo incorrecto que se ajuste lo más preciso a los datos disponibles, en vez de tener predilección por un modelo más correcto aunque éste no se adapte tan bien a los datos disponibles. Para este tipo de casos existe un grupo de datos completamente nuevo que no ha intervenido en la selección del modelo.

En el caso del ejemplo en el que un economista realiza una investigación en 1971, con datos disponibles de 1960 - 1970, el conjunto nuevo de datos estaría proporcionado por un período de tiempo de cinco años y utilizando los datos de 1971 - 1975 para probar el modelo elegido en 1971. Por consiguiente no resulta importante-el propósito presente si: 1) los valores 1971 - 1975 de las variables son predichos primero por el modelo y después son probadas las predicciones por confrontación de los datos; si por el contrario, 2) se incorporan en la muestra los datos 1971 - 1975 y se calculan los valores estimados usando todos los datos para 1960 - 1975 y también examinar los residuos. Lo que es importante en este caso es tener un grupo de datos que no estuviera disponible en el momento de seleccionar el modelo para recurrir a este al probarlo. Aunque ésto se hiciera lo mejor sería en 1976, ya que se ha podido consultar con los datos de 1975 y se han utilizado, es un modelo estimado que está acorde con los datos de 1960 - 1975, sin que exista una plena garantía de dicha concordancia después de 1975. Pero se tiene una mayor confianza cuando se parte de la concordancia correspondiente a datos mostrados después de la elección del modelo y se puede proporcionar así una prueba auténtica.

Así se tiene que las dos ventajas principales de las preubas predictivas en estudios de series de tiempo (ampliando el número de observaciones con las que se coteja un modelo y haciéndolo en forma que impide seleccionar el modelo de una manera más clara al conocer ya los datos con los cuales se tiene que cotejar), pueden realizar varios ajustes en los datos y predecir los demás. Sin embargo, la razón práctica que obliga a utilizar las pruebas predictivas de un modelo, en vez de elaborar su reajuste en el caso de disponer con nuevos datos, es el no poder compensar el costo del reajuste cuando se aumenta el tamaño de la muestra de t a $t+1$ o $t+2$.

En la forma de corte transversal la situación es diferente; ya que, la muestra es por lo general mucho más grande que en la serie de tiempo. Por consiguiente, se puede dividir una muestra disponible en dos partes, cada una con infinidad de observaciones; una para utilizarla inicialmente como ayuda (al aparecer la forma del modelo) y la otra utilizarla después como prueba de la capacidad predictiva del modelo elegido. Es sencillo hacer tal división de tal modo que el conocimiento que se tenga de la muestra total pueda hacer una elección del modelo;- ya que, la parte de la muestra que se deja de lado puede- hacerse muy grande y se tiene que analizar antes de seleccionar el modelo para poder familiarizarse con sus características y no tener problemas al momento de hacer la -- elección.

V.- CONSTRUCCION DE UN MODELO ILUSTRATIVO SIMPLE DE LA BALANZA EN CUENTA CORRIENTE DE MEXICO 1970-1978.

5.1.- Aspecto Teórico del Modelo.

En este capítulo se tratará de dar una ilus-- tración de lo que es la construcción de un modelo economé trico con base en la balanza en cuenta corriente de México para el período 1970-1978. Asimismo se dará la explicación de algunas variables que intervienen en el modelo- en forma generalizada.

El presente modelo pretende manifestar uno de los renglones en que se compone la balanza de pagos; como es la balanza en cuenta corriente. Esta se define como:- las transacciones económicas efectuadas directamente por- un país hacia el resto del mundo en un período dado (ge-- neralmente un año).

La balanza en cuenta corriente a su vez está- conformada por la balanza comercial (exportación e importación de mercancías) y la balanza de servicios, incluyen do el pago a los factores de la producción.

Antes de continuar, es necesario aclarar que- dicho modelo no presenta los resultados que debieran obtenerse si se hubiese programado para la computadora; es- por eso que únicamente se planteará su estructuración a - seguir para comprobar las hipótesis que se plantean desde un principio.

De ahí que el modelo lineal aquí presentado - de la balanza en cuenta corriente tenga como objetivo --- central el demostrar su comportamiento en un período de 8 años (1970-1978), de acuerdo a los renglones que lo con-- forman, y así mismo la manifestación que tienen estos últimos en los principales sectores económicos del país. --

Además el desarrollo que han tenido los factores que in-- tervienen en el mercado para obtener mayores ingresos en- la economía del país y con ello solventar los problemas - para la obtención de recursos. Uno de los aspectos importantes para la economía de un país es su tipo de cambio,- ya que determina la entrada y salida de divisas. Por --- ejemplo, suponiendo que las exportaciones e importaciones visibles son los únicos componentes de la balanza comer-- cial, y ésta se encuentra inicialmente en equilibrio. Se- produce a continuación una disminución de la demanda ex-- terna que frenan las exportaciones, lo que se traducirá,- si el tipo de cambio es fijo, en un déficit de la balanza comercial.

Para solucionar este déficit puede pensarse - en dos soluciones. La primera que estaria representada - por una política económica pasiva, al estilo de la teoría clásica, que consiste en esperar que la economía llegue - automáticamente a un nuevo punto de equilibrio, y la se-- gunda en una política económica activa.

La primera solución operaria de la siguiente- forma: considerando que existe un banco central que, pro- visto de reservas suficientes, compra y vende divisas a - precios determinados. Al producirse la disminución de -- las exportaciones y con el objeto de satisfacer la deman- da de divisas para importar, el banco central venderá parte de sus reservas recibiendo pesos en cambio. Este intercambio traerá como consecuencia una disminución en el volumen del circulante. Si los precios de los bienes y me- dios de producción son flexibles a la baja, el nivel in-- terno de ésto y, por lo tanto, los costos tendrán que disminuir en el corto plazo. Se habrán formentado así las - exportaciones y desalentado las importaciones, proceso -- que persistirá hasta que se logre el retorno a una situa- ción de equilibrio.

El tipo de cambio nominal permanecerá fijo, - pero la tasa real subirá en la proporción en que haya au- mentado el poder adquisitivo de la unidad monetaria.

Es fácil apreciar que si el nivel de precios de bienes y/o medios de producción es relativamente rígido a la baja, la disminución del circulante acarreará una reducción del nivel de ocupación y del ingreso. Como las importaciones de bienes presentan habitualmente una elasticidad-ingreso positiva, el deterioro del nivel de ingresos tenderá a traducirse en un menor nivel de importaciones. Así, mediante la contracción automática de la actividad económica interna, se llegará a un equilibrio de la balanza de pagos. Naturalmente, el precio que se paga para conseguirlo es la subutilización del potencial productivo del país. El reconocimiento explícito del costo de este mecanismo de ajuste es una contribución del pensamiento keynesiano.

Dada la importancia que alcanzan en la realidad las inflexibilidades de la economía adquieren un papel significativo las políticas monetarias, fiscales y cambiarias activas.

La segunda solución consiste en actuar directamente sobre la balanza comercial, restringiendo el volumen de importaciones a través de cambios directos en la composición del gasto gubernamental, de controles cuantitativos, del arancel aduanero o de una alza del tipo de cambio. Es decir, considerando la inflexibilidad a la baja de los precios internos-en ves de actuar en forma indirecta sobre los precios relativos, mediante una restricción monetaria que provoque una disminución de los costos (nominales) de la producción nacional- con una devaluación se actúa sobre los precios de venta de sustituidores de importaciones y de exportadores. (*) Esto es, se ope-

(*) La opción de activar el ajuste mediante una devaluación, en vez de realizarlo por la vía deflacionaria, tiende a implicar un nivel de precios superior. En efecto, con la devaluación, el precio en pesos de las importaciones, de las exportaciones y de los sustitutos de importación se eleva; en algún grado menor también pueden incrementarse los precios de los bienes no transables internacionalmente. Por consiguiente, después de la devaluación, una misma oferta monetaria nominal poseerá un menor poder adquisitivo.

ra directamente sobre los precios relativos vigentes en la economía nacional, con el objeto de evitar el costo social que en caso contrario provoca el ajuste vía nivel de actividad económica.

El tipo de cambio, en la medida que tiene el mismo nivel para las exportaciones e impoertaciones, no influye sobre los precios relativos entre esos dos grupos de bienes; su papel consiste, en cambio, en afectar l relación de precios entre estos productos y los bienes nacionales. Así por ejemplo, una devaluación aumenta el precio relativo de los bienes intercambiados con el extranjero; por lo tanto, incentiva la producción de bienes de exportación y de sustitutos de importaciones; éstos suelen denominarse bienes exportables (X) e importables (M), respectivamente. Este tipo de aspectos así como los que se enmarcan en la balanza en cuenta corriente se encuentran constantemente en la realidad y es por ello que la hacen interesantes.

Volviendo al modelo en estudio, se puede decir que éste estará conformado por 9 ecuaciones, 4 para las exportaciones de bienes y servicios y 5 para las importaciones de bienes y servicios; este conjunto de ecuaciones identifica el aspecto contable que determinan los ingresos y egresos corrientes con respecto al exterior. En el siguiente inciso se desglosarán las ecuaciones que conforman al modelo de análisis.

5.2.- Ecuaciones del modelo

Para estructurar el modelo de la balanza de cuenta corriente de México en una forma simple y simbólica es como sigue:

$$\ln XMAN_t = \beta_0 + \beta_1 \ln PNBEU + \beta_2 \ln T.C. + \beta_3 \ln (PMMEX/PMEU)_{t-1}.$$

$$XMAQ_t = \beta_0 + \beta_1 PNBEU_{t-1} - \beta_2 IPM_{t-1} + \beta_3 IPMANEU_{t-1} - \beta_4 DXMQ.$$

$$XTUR_t = \beta_0 + \beta_1 PNBEU - \beta_2 (IPCMEX/IPCEU) + \beta_3 T.C._{t-1} -$$
$$- \beta_4 (\mu \sum DOCH t_{t, t-1}) + \beta_5 DXTUR.$$

$$\ln XTFR_t = -\beta_0 + \beta_1 \ln PNBEU + \beta_2 \ln T.C._{t-1} - \beta_3 \ln IPCMEX$$
$$+ \beta_4 \ln IPCEU.$$

$$MBC_t = \alpha_0 + \alpha_1 CP - \alpha_2 IPA_{t-1} - \alpha_3 (IPCEU \cdot ITC) -$$
$$- \alpha_4 (PEE/PIB)_{t-1}.$$

$$MBK_t = \alpha_0 + \alpha_1 IBFT - \alpha_2 T.C. + \alpha_3 IPNAM - \alpha_4 IPMXEU$$

$$MBI_t = \alpha_0 + \alpha_1 PIBMAN + \alpha_2 IPMMEX_{t-1} - \alpha_3 IPM\text{-}MANEU_{t-1} - \alpha_4 DMBI.$$

$$\ln MTUR_t = \alpha_0 + \alpha_1 \ln PIBMEX - \alpha_2 \ln (IPCEU \cdot ITC) + \alpha_3 \text{[illegible]}.$$

$$MTF \text{[illegible]} \; IPCMEX_{t-1} -$$
$$- \text{[illegible]} \; DMTF$$

Cada una de estas ecuaciones tiene un parámetro calculado y en algunas se hacen retardos de uno o dos años. En lo referente a la estimación de las elasticidades de precios relativos, éstos tienen que ser menores a la unidad para que al multiplicar por los coeficientes el resultado no se dispare. Las ecuaciones de exportación referentes a las manufacturas y a la maquilación se-tienen que estimar como funciones de demanda; la ecuación de ingresos por turismo es una función de demanda pero -- combinada con ciertos elementos de oferta, para que se -- puedan facturar los ingresos a un nivel más aceptado; en- lo referente a los ingresos provenientes de transacciones fronterizas se tiene que ejecutar por medio de una fun--- ción doble -logarítimica cuyas variables explicativas se- rán los precios al consumidor, el PNB de los E.U. y el -- tipo de cambio. Esta ecuación debe tener una mayor elasticidad a la que podrían presentar los ingresos por turismo, pues esta ecuación tiene un mayor contacto con los -- mercados.

Dentro de las exportaciones extractivas resalta un rubro muy importante, el petróleo; el cual, para -- efectos del modelo en estudio es una función exógena y se tiene que manejar como otro modelo de demanda de energía- para poder determinar su excedente exportable y poderla - así ligar después con las variables que intervienen en su conjunto con el modelo. La ecuación de exportación de -- petróleo es la siguiente:

$$XPET_t = \beta_0 XPET_{t-1} + \beta_1 T.C.$$

de esta ecuación, como ya se mencionó, se puede formar el modelo de demanda de energía y poder ver así en una forma más concreta lo que se exporta del petróleo y sus derivados.

Otra ecuación exógena al modelo sería la exportación de - productos agropecuarios la cual puede representarse de la siguiente forma:

$$XPAG_t = \beta_0 XPAG_{t-1} + \beta_1 T.C.$$

en esta ecuación no se debe olvidar que se tienen que estimar las ecuaciones para cada uno de los principales productos: algodón, café, tomate, etc., y de acuerdo al volumen que se exporte, éstos deberán estar en función de los precios de exportación ajustados al tipo de cambio

En las importaciones cada ecuación tiene sus- parámetros estimados y tanto los bienes de consumo como - los bienes de capital, que forman parte del consumo privado y de inversión, ambas ecuaciones tendrán su especificación dentro de la función de demanda final. Como el efecto de los términos de intercambio se filtra a través de - éstas importaciones en l a medida en que son afectados el consumo y la inversión; la ecuación de importación bajo - estas especificaciones, determinará al componente impor-- tado en base a la variable de demanda agregada y en otras que puedan influir en forma directa en la importación - (los precios comparativos de los bienes, el precio de la- divisa, las restricciones arancelarias las condiciones de- oferta de sustitución y la capacidad que se tenga de fi-- nanciamiento).

En las importaciones por concepto de turismo- y transacciones fronterizas, las ecuaciones se tienen que estimar en relación al PIB ajustado en términos de intercambio, al índice de precios del consumidor y del tipo de cambio; para con ello poder hacer una estimación de los - egresos corrientes de estos dos conceptos.

Tanto en las exportaciones como en las importaciones en algunas de sus ecuaciones se debe utilizar una- variable inaria exógena para efectos de neutralizar cualquier cambio que altere el resultado en la estimación que se haga en esas ecuaciones.

A continuación se mencionan las descripciones de cada variable que intervienen en el modelo:

XMAN	Exportación de manufacturas
PNB	Producto Nacional Bruto de Estados Unidos
T.C.	Tipo de cambio peso / dólar
PMMEX	Precios al mayoreo de México (no agrícola)
PMEU	Precios al mayoreo de Estados Unidos (no agrícola.

XMAQ	Exportación de maquiladoras
IPM	Indice de precios al mayoreo
IPMANEU	Indice de precios al mayoreo de manufacturas-de Estados Unidos.
DXMQ	Variable binaria en maquiladoras para compensar efectos devaluatorios.
XTUR	Exportación de Turismo.
IPCMEX	Indice de precios al consumidor de México.
IPCEU	Indice de precios al Consumidor de Estados Unidos
DOCHT	Variable binaria para compensar la desviación porcentual de la oferta de cuartos de hotel
DXTUR	Variable binaria en turismo para compensar - efectos devaluatorios.
XTFR	Exportación de transacciones fronterizas
MBC	Importación de bienes de consumo
CP	Consumo Privado
IPA	Indice de precios agrícolas
ITC	Indice de tipo de cambio Peso/dólar
DCC	Déficit cuenta corriente
PIB	Producto Interno Bruto (México)
MBK	Importación bienes de Capital
IBFT	Inversión Bruta fija total
IPNAM	Indice de Precios no agrícolas de mayoreo
IPMXEU	Indice de precios por exportación de Estados Unidos
DMBI	Variable finaria para efectos devaluatorios - en importación de bienes intermedios,
MTUR	Egresos por Turismo
DMTUR	Variable binaria por revisión de serie de -- egresos por turismo,

MTFSR	Egresos por transacciones fronterizas
DMTF	Variable binaria por revisión de serie de -- egresos por transacciones fronterizas.
XPET	Exportación de petróleo
XPAG	Exportación de productos agropecuarios.

Las variables exógenas serán la variable binaria D, los precios externos P, la tasa de interés i, exportación de petróleo XPET, exportación de productos agropecuarios XPAG y los salarios mínimos que incluyen en los precios S; esto en términos de requerimiento del modelo. Los parámetros α y β tienen que ser estimados, el parámetro μ deberá ser constante y las demás variables que intervienen en el modelo se tienen que considerar endógenas.

Para que este modelo de la balanza en cuenta corriente dé los resultados esperados, es necesario que los datos y la información a emplear sean los más reales posibles, por lo que se recomienda consultar los Indicadores Económicos del Banco de México, el Informe Anual del Banco de México, los Anuarios Estadísticos de la S.P.P. y los Bancos de Información que se emiten en los Estados Unidos tales como: Economic Report For The President, Statistical Supplement to the Survey of current Business, etc. para poder después hacer un pronóstico con más firmeza para años posteriores.

C O N C L U S I O N E S

Este trabajo puede decirse que ha cumplido en parte con el objetivo principal que es el dar un aspecto-teórico general de los conceptos más importantes que in-tervienen en la construcción de un modelo econométrico, -así como también el poderlos llevar en forma ejemplificada a las diferentes teorías que existen en la ciencia económica. La otra parte no cumplida en un cien por ciento-fue la de poder aplicar esos conceptos teoricos a un caso concreto de la realidad económica de México, como lo es -su balanza en cuenta corriente, pero si se puede decir --que aunque no se cumplio del todo se trato de dar en forma generalizada y simbólica lo que podría ser la elaboración de un modelo econométrico en su forma más simple. -En lo referente al marco teórico, al modelo econométrico-se le definió como el instrumento práctico para poder llegar al razonamiento cuantitativo de las relaciones económicas, en base a los elementos de probabilidad que permiten el desarrollo de la inferencia estadística de acuerdo a la información que se tenga. También se mencionó a las funciones como parte integrante del modelo y que juegan -un papel primordial en su funcionamiento. De ahí que las funciones se componen de dos tipos de variables endogenas o dependientes y las exógenas o independientes; las cua--les definiran el tipo de clasificación que tiene cada función o ecuación dentro de un modelo.

Para que un modelo econométrico se lleve a cabo es necesario el saber cual es su objetivo principal y-para este tipo de modelos es la producción de proposiciones económicas cuantitativas que traten de dar una explicación el comportamiento de ciertas variables ya observadas y con ellos pronosticar la conducta de aquellas otras variables aún no observadas o en su defecto hacer ambas -cosas.

Dentro de los instrumentos auxiliares con que cuenta un modelo econométrico se encuentran dos; las mate máticas cuya utilización se hace en el plano deductivo para formular hipótesis y explorar sus implicaciones lógicas; y, la estadística, la cual es utilizada en el plano-inductivo para obtener de ella la información a partir de un número ilimitado de casos y observaciones. Esta última procede de una forma clásica partiendo de un conjunto-de enunciados, hipótesis que a menudo se llaman conocimientos, los cuales se consideran acertados y no se ponen en duda en el desarrollo del proceso. De ahí proceden las diferentes formas en que puede desarrollarse un modelo, sus propiedades, los diferentes tipos de pruebas a que puede ser sometido y la medición que se haga de cada-uno de sus parámetros que lo constituyen. Es por ello, que en la ciencia económica se encuetran diferentes tipos de modelos, que van de acuerdo a la especificación teórica de que se trate y a la estructuración que de ellos se-desee, modelos de una o más funciones con una o más variables, etc.

Todo dependerá de lo que el o los investigadores pretendan al tratar algún tema económico real o hipótetico.

En el aspecto práctico de este trabajo no se-pudo desarrollar como se hubiese deseado, ya que existieron problemas para poderlo procesar en computadora y lo único que se trato de explicar fue la forma en que un modelo se elabora, de una manera simple y generalizada; para con ello demostrar, aunque sin llegar a utilizar en este caso la parte teórica de este trabajo, como es un modelo econométrico desde un punto de vista indicativo de un fenómeno económico.

B I B L I O G R A F I A .

(1) ALLEN, R.G.D., Análisis Matemático para Economistas,- Ed. Aguilar, Madrid, 1971.

(2) ANZAR, GRASA A., Planificación y Modelos Econométri-- cos, Ed. Pirámide, S.A. Madrid, 1978. Pág. 217-238.

(3) BEACH, E.F., Modelos Económicos, Ed. Aguilar Madrid,- 1961 Pág. 124.

(4) CHRIST, CARL F., Modelos y Métodos Econométricos. Ed. Limusa, México, 1974, Págs. 28,30,82,89,501,509 y 525.

(5) CHIANG, ALPHA C., Métodos Fundamentales de Economía - Matemática. Ed. Mccraw, Hill, México, 1977.

(6) CRAMER, J.S., Econometría Empírica, Ed. Fondo de Cul- tura Económica, México 1978.

(7) DAGUM y DAGUM, Introducción a la Econometría, Ed. Si- glo XXI, México, 1980 Págs. 5-20.

(8) DRAPER-JANE, Matemáticas para Administración y Econo- mía, Ed. Harlasa, México 1972.

(9) FERGUSON, C.E., Teoría Microeconómica, Ed. Fondo de - Cultura Económica, México 1974.

(10) HERSCHEL, FEDERICO JULIO, Introducción a la Predicción Económica Ed. Fondo de Cultura Económica, México 1978 Págs. 108-146

(11) MILLS, FREDERICK CECIL, Métodos Estadísticos Aplica-- dos a la Economía y a los Negocios Ed. Aguilar Madrid, pág. 283.

(12) ROBINSON, J.N., Aplicación de la teoría macroeconómi- ca, Ed. Siglo XXI, México 197[illegible].

(13) SHAO, STEPHEN P., Estadística para Economistas y Administradores de Empresas.

(14) WALLIS h, K.P., topics in Applied Econometries, Ed.- Gray Mills, Londres 1973 págs. 10-30