

20/14



# Universidad Nacional Autónoma de México

---

FACULTAD DE CIENCIAS

LA ACTUALIZACION DE MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO DE MEXICO,  
EMPLEANDO EL METODO "RAS"

## Tesis Profesional

Que para obtener el Título de  
MATEMATICO

presenta

MARIO ARTURO HERRERA SANCHEZ

MEXICO, D. F., 1983



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## I N D I C E

	<u>PAGINA</u>
INTRODUCCION	1
APARTADO I - MODELO DE LA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO.	2
APARTADO II - NECESIDAD DE ACTUALIZAR LA MATRIZ Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA BIPROPORCIONAL.	62
APARTADO III - SOLUCION AL PROBLEMA BIPROPORCIONAL.	88
APARTADO IV - APLICACION DEL METODO "RAS", AL CASO DE MEXICO.	122
ANEXO - TEOREMA APROXIMACION A "RAS".	134
BIBLIOGRAFIA	144

## I N T R O D U C C I O N

EL PRESENTE TRABAJO ESTARA ENFOCADO BASICAMENTE A EXPONER EL METODO "RAS", COMO SOLUCION AL PROBLEMA DE MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO Y EL PORQUE DE SU EFECTIVIDAD EN LA PRACTICA.

PARA SATISFACER ESTE OBJETIVO AMPLIAMENTE SE NECESITA SEGUIR EN CIERTO ORDEN EL TRABAJO DE RICHARD STONE, DE W.W. LEONTIEF Y EL DE LEON WALRAS; YA QUE NO SOLO ES INTERESANTE CONOCER EL METODO TAL CUAL, SINO SABER SU ORIGEN TEORICO Y SU INTERPRETACION COMO MODELO MATEMATICO EN LA ECONOMIA (ECONOMIA MATEMATICA).

CON LO QUE PRIMERAMENTE NOS INTRODUCIREMOS AL MODELO INSUMO-PRODUCTO ES PRESENTANDO SU FUNDAMENTO TEORICO, SU PARTE FORMAL, LAS APLICACIONES Y LIMITACIONES DEL MODELO Y DESPUES DE VER LA IMPORTANCIA DE ACTUALIZAR UNA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO A CORTO PLAZO, SE PLANTEARA EL PROBLEMA, SE MENCIONARAN TRABAJOS QUE DAN SOLUCION ESPECIALMENTE EL DE RICHARD STONE - DONDE EXPONE EL METODO "RAS", EL CUAL ESTA FUNDAMENTADO POR UN TEOREMA QUE DA LA SOLUCION AL PROBLEMA; SE MENCIONARAN LAS LIMITACIONES Y DE COMO SE PROCEDE EN LA PRACTICA DE DICHO METODO Y DE LA INTERPRETACION DE ESTE EN LA ECONOMIA. TERMINANDO CON UNA COMPROBACION DE ESTE METODO PARA EL CASO DE MEXICO.

EN CADA CASO SE PRESENTA UN EJEMPLO NUMERICO A FIN DE MOSTRAR LO EXPUESTO DONDE CONTINUAMENTE SE VA DE LA TEORIA A LA PRACTICA Y DE ESTA A LO TEORICO.

LA FUNCION DE LOS NUMEROS SUPERINDICES EN LOS APARTADOS Y EN EL ANEXO, ES LA DE INDICAR QUE BIBLIOGRAFIA FUE UTILIZADA PARA LA ELABORACION DE LA PRESENTE TESIS, LA BIBLIOGRAFIA SE PRESENTA AL FINAL DEL ANEXO.

## A P A R T A D O I

### 1. MODELO DE LA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO

PARA UNA DEBIDA INTRODUCCION AL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO, CONOCIDO COMO ANALISIS DE "INPUT-OUTPUT" EN LA LITERATURA ECONOMICA, EN ESTE APARTADO SE DESARROLLARAN CUATRO PUNTOS, EN LOS CUALES SE MOSTRARA TANTO LA CONCEPCION DEL MODELO COMO SU PARTE FORMAL; ESTOS PUNTOS SON:

- 1.1. CARACTERISTICAS GENERALES DEL MODELO INSUMO-PRODUCTO Y SUS APLICACIONES.
- 1.2. ANTECEDENTES TEORICOS A SU CONCEPCION.
- 1.3. UBICACION DEL MODELO.
- 1.4. PRESENTACION FORMAL DEL MODELO, POSIBLES MODIFICACIONES, ALCANCES Y LIMITACIONES.

#### 1.1. CARACTERISTICAS GENERALES DEL MODELO INSUMO-PRODUCTO Y SUS APLICACIONES.

EL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO CONSTITUYE UN INSTRUMENTO DE <sup>3-23-5-7</sup>ANALISIS CUANTITATIVO DE LOS FLUJOS DENTRO DE LOS SECTORES PRODUCTIVOS Y EN SU INTERDEPENDENCIA EN UN SISTEMA ECONOMICO, CON OBJETO DE DETERMINAR LA RELACION EXISTENTE ENTRE TALES FLUJOS Y LA DEMANDA FINAL, DEMANDA AUTONOMA DEL CONSUMO Y

DE LA INVERSION (ESTE ANALISIS ES CONOCIDO TAMBIEN COMO ANALISIS DE LOS FLUJOS INTERINDUSTRIALES O INTERSECTORIALES O ANALISIS DE LAS RELACIONES INTERINDUSTRIALES<sup>31</sup>); MEDIANTE EL CUAL SE EMPLEA PARA ESTUDIAR LA ESTRUCTURA Y FUNCIONAMIENTO DE TODA UNA ECONOMIA DE LOS EFECTOS DE CIERTAS DECISIONES ECONOMICAS Y TAMBIEN CONSTITUYE UN METODO PARA PLANEAR LA ECONOMIA NACIONAL,<sup>16-23-7</sup> ESTE ANALISIS ES APLICADO PARA UNA SERIE DE PROBLEMAS EMPIRICOS DONDE RESULTAN INADECUADAS LAS TECNICAS DEL ANALISIS DEL INGRESO NACIONAL Y LAS DEL ANALISIS DEL EQUILIBRIO PARCIAL,<sup>22</sup> - POR EJEMPLO UN INCREMENTO EN LA DEMANDA DE AUTOMOVILES PRODUCIRA UN EFECTO COMPLETAMENTE DISTINTO EN SECTORES ESPECIFICOS DE UNA ECONOMIA AL DE UN AUMENTO EN LA DEMANDA DE ALOJAMIENTO O ROPA, PERO EN UN ANALISIS EN CONJUNTO NO SE DISTINGUIRIAN ESTAS DIFERENCIAS, DE MODO SEMEJANTE NO PUEDE HACERSE MUY ADECUADAMENTE UNA ESTIMACION DE LA DEMANDA FUTURA DE ENERGIA ELECTRICA TOMANDO SOLO COMO BASE EL ESTUDIO DE UN EQUILIBRIO PARCIAL DEL MERCADO, SINO QUE TAMBIEN DEBEN TOMARSE EN CUENTA LAS PROBABLES VARIACIONES DE LA PRODUCCION EN LAS INDUSTRIAS QUE -- UTILIZAN LA ENERGIA ELECTRICA. EN AMBOS EJEMPLOS SE HACE NECESARIA CIERTA CLASE DE ANALISIS EMPIRICO DE LAS RELACIONES INTERDEPENDIENTES DE LAS DIVERSAS INDUSTRIAS.<sup>8-29-15-24</sup>

A PESAR DE QUE EN LA EPOCA DE LEON WALRAS (1835-1910) (PENSADOR NEOCLASICO) SE TENIA TODA UNA TEORIA FORMAL DE LA INTERDEPENDENCIA DE LAS UNIDADES ECONOMICAS, ESTO NO ES POSIBLE LLEVARLO A LA PRACTICA, DEBIDO AL GRADO DE ABSTRACCION EN QUE FUE LLEVADO Y A LAS POCAS CONCLUSIONES INTERESANTES QUE PUEDEN DEDUCIRSE RESPECTO A LA REALIDAD ECONOMICA (EL FUNDAMENTO DEL ANALISIS WALRASIANO,<sup>8-18</sup> CONSISTE EN LA CONSTRUCCION DE UN

MODELO MATEMATICO QUE PERMITA DEFINIR EN FORMA PRECISA, LA SITUACION EN LA QUE TIENDE A ESTABLECERSE UNA ECONOMIA BASADA EN EL INTERCAMBIO LIBRE DE LOS PRODUCTOS, EN LA VENTA LIBRE DE LA FUERZA DE TRABAJO, EN LA LIBRE CIRCULACION DE LOS CAPITALES Y EN EL ARRENDAMIENTO LIBRE DE LA TIERRA, CON EL PROPOSITO DE DEMOSTRAR QUE EL REGIMEN DE LIBRE COMPETENCIA ENTRE LOS INDIVIDUOS Y LAS EMPRESAS PRIVADAS PROPORCIONAN EL MEJOR RESULTADO POSIBLE A LA SOCIEDAD<sup>12</sup>), ES HASTA LOS AÑOS TREINTAS DONDE ES EMPLEADO EL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO EN LOS ESTUDIOS EMPIRICOS A PARTIR DE LOS TRABAJOS DE WASSILY W. LEONTIEF. DESDE ENTONCES HA TENIDO UN GRAN DESARROLLO EL ENFOQUE DEL INSUMO-PRODUCTO Y SE HAN SUGERIDO MODELOS ALTERNATIVOS.<sup>8-24-15</sup> ESTE DESARROLLO EN PARTE SE DEBIO AL INTERES QUE TIENEN LOS ECONOMISTAS EN UNA VARIEDAD DE PROBLEMAS QUE NO PUEDEN TRATARSE FACILMENTE NI POR MEDIO DE ANALISIS PARCIAL NI POR EL DE LOS GRANDES AGREGADOS; TALES PROBLEMAS SE PRESENTAN CUANDO LOS PROGRAMAS DE PRODUCCION EXPERIMENTAN CAMBIOS SUSTANCIALES, COMO SUCEDER DURANTE PERIODOS DE RECONSTRUCCION, DE DESEQUILIBRIOS DE BALANZA DE PAGOS, DE UNA MOVILIZACION PARA LA DEFENSA O EN EL CASO EN QUE EXISTE UN DESARROLLO ECONOMICO ACELERADO.<sup>8-15-20-24</sup>

## 1.2. ANTECEDENTES TEORICOS A SU CONCEPCION

UNA DE LAS PRIMERAS CONCEPCIONES TEORICAS QUE INFLUYERON EN EL DESARROLLO DEL ENFOQUE INTERINDUSTRIAL (INTERDEPENDENCIA DE LAS UNIDADES ECONOMICAS) ES DEBIDO AL TABLEAU ECONOMIQUE DE QUESNAY, PUBLICADO EN 1758. ESTE ERA BASICAMENTE UNA

CONSTRUCCION CONCEPTUAL O HERRAMIENTA TEORICA, MAS QUE UN CUADRO O TABLA; SU CONCEPTO FUNDAMENTAL SE BOSQUEJO PRIMERO EN FORMA DESCRIPTIVA, SUS APLICACIONES Y LOS NOMBRES DE LOS AUTORES QUE LE DIERON ESTOS USOS VARIARON MUCHO CON EL TIEMPO.<sup>22</sup> QUESNAY ANUNCIABA QUE HABIA TRATADO DE ELABORAR UN CUADRO FUNDAMENTAL DEL ORDEN ECONOMICO. TAMBIEN ESTE FUE EL FUNDADOR DE LA ESCUELA FISIOCRATICA(1674-1774).

LOS FISIOCRATAS OBSERBARON QUE EL SISTEMA DE CAMBIOS DEL MERCADO QUE QUERIAN ANALIZAR ESTABA SOMETIDO A DETERMINADAS LEYES ECONOMICAS OBJETIVAS QUE OPERABAN CON INDEPENDENCIA DE LA VOLUNTAD DEL HOMBRE Y ERAN DISCERNIBLES MEDIANTE LA RAZON.<sup>27-33</sup> ESAS LEYES GOBERNABAN LA FORMA Y EL MOVIMIENTO DEL ORDEN ECONOMICO, PARA ESE FIN SE ELABORO UN MODELO TEORICO DE LA ECONOMIA CON EL OBJETO DE ESCLARECER LA OPERACION DE LAS CAUSAS BASICAS DETERMINANTES DEL NIVEL GENERAL DE LA ACTIVIDAD ECONOMICA; LOS FISIOCRATAS SE PLANTEARON EL DESCUBRIMIENTO DE ALGUNA VARIABLE CUYOS MOVIMIENTOS PUDIERAN CONSIDERARSE EL FACTOR BASICO CAUSANTE DE LA EXPANCIION O CONTRACCION DE LAS "DIMENSIONES"<sup>33</sup> DEL FLUJO CIRCULAR O SEA DEL NIVEL GENERAL DE ACTIVIDAD ECONOMICA. LA VARIABLE QUE AISLARON FUE LA CAPACIDAD DE LA AGRICULTURA PARA PROPORCIONAR "PRODUCTO NETO",<sup>27-35</sup> ES DECIR UN EXCEDENTE DISPONIBLE SOBRE EL COSTO PRECISO. ASI EL SUPUESTO DIRECTOR DEL SISTEMA TEORICO DE LOS FISIOCRATAS ES LA AGRICULTURA.<sup>27</sup>

LOS MODELOS GRAFICOS UTILIZADOS POR QUESNAY PARA REPRESENTAR EL FUNCIONAMIENTO DE LA MAQUINA ECONOMICA CAMBIARON DE CARACTER A MEDIDA QUE SE DESARROLIABA EL SISTEMA FISIOCRATA,<sup>27-35</sup> SIN EMBARGO EL OBJETIVO GENERAL DE LOS MODELOS FUE: PRESENTAR LA RELACION ENTRE "GASTO Y PRODUCTOS" DE MANERA FACILMENTE --

COMPRESIBLE CON EL OBJETO DE PERMITIR REALIZAR UNA ESTIMACION CLARA DE LA "ORGANIZACION Y DESORGANIZACION" QUE LA POLITICA DEL GOBIERNO PODIA INTRODUCIR.

PARA CUMPLIR CON ESOS OBJETIVOS QUESNAY CONSIDERABA NECESARIO:

- a) QUE LOS MODELOS SE CONCENTRARAN PRIMERO EN LA DISTRIBUCION DEL INGRESO QUE LA CLASE DE LOS PROPIETARIOS HACIAN ENTRE LA CLASE PRODUCTIVA, FORMADA POR TODOS LOS RELACIONADOS EN TAREAS AGRICOLAS Y LA CLASE ESTERIL, FORMADA POR TODOS LOS DEDICADOS A TAREAS NO AGRICOLAS, TALES COMO MANUFACTURAS Y COMERCIO; Y SEGUNDO EN LOS CAMBIOS MUTUOS ENTRE ESTAS DOS ULTIMAS.
- b) QUE LOS MODELOS DISEÑADOS PARA MOSTRAR LA DESORGANIZACION, ESTUVIERAN EN RELACION CON UN MODELO BASICO QUE MOSTRARA EL SISTEMA CIRCULATORIO EN UN ESTADO DE PROSPERIDAD.

EL TABLEAU ES FACIL DE SEGUIR Y PRESENTA DE MANERA ESCLARECEDORA LAS ACTIVIDADES Y CAMBIOS QUE QUESNAY CONSIDERABA, LAS CUALES SON ESENCIALES PARA LA COMPRESION DEL PROCESO ECONOMICO EN SU CONJUNTO. SIN EMBARGO ESTE MODELO PRESENTABA LIMITACIONES, COMO QUE SE HAN ABSTRAIDO DETERMINADOS RASGOS DEL PROCESO PARA REDUCIRLO A SUS ELEMENTOS MAS SIMPLES; SOLO APARECEN TRANSACCIONES INTERSECTORIALES TALES COMO LAS TRASACCIONES QUE TIENEN LUGAR EN EL INTERIOR DE LA CLASE PRODUCTIVA Y LA CLASE ESTERIL, EL INGRESO SE PRESENTA LIBRE DE IMPUESTOS Y DIEZMOS, SE ABSTRAE ASIMISMO EL INTERES DEL DIEZ POR CIENTO QUE QUESNAY HABITUALMENTE SUPONE RECIBEN LOS EMPRESARIOS AGRICOLAS SOBRE SUS ADELANTOS ORIGINALES Y ANUALES, DEJA DE LADO LOS SA

LARIOS DE DIRECCION DE LOS EMPRESARIOS AGRICOLAS Y RETRIBUCIONES EN CONCEPTO DE RIESGOS. SE ABSTRAE LA PARTE DE COMPRAS QUE LA CLASE ESTÉRIL HA DE HACER A LA CLASE PRODUCTORA Y UN - CIERTO NUMERO DE PROBLEMAS DE INTERPRETACION QUE PARECE HABER SIDO MENCIONADOS EN BUENA PARTE POR EL PROPIO QUESNAY.

EL TABLEAU ESTA PENSADO SOBRE TODO PARA EXPLICAR Y PRESENTAR LA SITUACION EN EL ESTADO DE MAXIMO BIENESTAR.

PARA LOS FISIOCRATAS, EL PROBLEMA FUNDAMENTAL QUE PLANTEABA LA "ESTRUCTURA ECONOMICA" DE SU TIEMPO ERA COMO AUMENTAR LA RENTA NACIONAL DE UN PAIS SURDESARROLLADO COMO FRANCIA, DESDE UN NIVEL BAJO A OTRO ALTO. EL TABLEAU BASICO CONSISTIA EN UN CUADRO DE UNA ECONOMIA IDEAL, EN EL SENTIDO DE QUE UN ESTADO DE COSAS QUE LOS FISIOCRATAS CREYERON QUE PODIA CONSEGUIRSE POR LA EXTENSION DE LAS TENDENCIAS ACTUALES DE AQUEL ENTONCES APOYADAS POR POLITICAS APROPIADAS; PERO EN EL SISTEMA TEORICO FISIOCRATA COMO TAL JUGABA MERAMENTE EL PAPEL DE UNA ESPECIE DE PATRON CONCEPTUAL PARA ENJUICIAR, REFIRIENDOSE A EL, LOS EFECTOS DE LAS DIVERSAS POLITICAS SOBRE EL SISTEMA ECONOMICO DE AQUEL TIEMPO.

QUESNAY SELECCIONO A LA PRODUCTIVIDAD O CAPACIDAD DE PRODUCCION DE INGRESO DE LA AGRICULTURA COMO FACTOR CLAVE DEL PROCESO CIRCULAR Y SOLO ELLA PROPORCIONABA PRODUCTO NETO, ASI SU MODELO TEORICO ES APLICADO A LA AGRICULTURA.

EL PRIMER MODELO EMPIRICO DE LAS RELACIONES INTERDEPENDIENTES EN UN SISTEMA ECONOMICO, FUE FORMULADO POR EL PROFESOR WASSILY LEONTIEF CUYO SISTEMA SE CONOCE CON EL NOMBRE DE ANALISIS DE "INPUT-OUTPUT". EL PROCEDIMIENTO DE LEONTIEF PARA ELABORAR SU MODELO CONSISTIO EN SIMPLIFICAR EL SISTEMA DE WALRAS Y PARA ENTENDER ESTA SIMPLIFICACION A CONTINUACION SE SEÑALAN LOS PUNTOS QUE SE CONSIDERAN BASICOS Y RELEVANTES DEL SISTEMA WALRASIANO.

### 1.2.1. SISTEMA WALRASIANO

LA IMPORTANCIA DE WALRAS RADICA EN QUE HA SIDO EL PRIMERO EN INTENTAR CONSTRUIR MEDIANTE UN SISTEMA DE ECUACIONES, UN MODELO COMPLETO DEL EQUILIBRIO DE LOS PRECIOS Y LOS CAMBIOS EN DONDE SUPONE UNA ECONOMIA BASADA EN EL INTERCAMBIO LIBRE (EN LOS PRODUCTOS, FUERZA DE TRABAJO, CAPITALES, RENDAMIENTO<sup>12</sup>).

LA CONCEPCION DE WALRAS DEL EQUILIBRIO GENERAL SUPONE QUE LA ACTIVIDAD ECONOMICA CONSISTIA EN UNA ESPECIE DE MECANISMO COMPUESTO POR ELEMENTOS INTERDEPENDIENTES QUE SE ARTICULAN ENTRE SI (EL MUNDO PUEDE SER CONSIDERADO COMO UN VASTO MERCADO GENERAL, CONSTITUIDO POR DIFERENTES MERCADOS ESPECIALES DONDE LA RIQUEZA DE LA SOCIEDAD SE COMPRA Y SE VENDE), EN DONDE WALRAS QUERIA DESCUBRIR LAS LEYES SEGUN LAS CUALES TIENDEN A REALIZARSE ESTAS COMPRAS Y VENTAS.

WALRAS CONSIDERABA QUE EN CIERTAS CONDICIONES DEBIAN CREARSE UN EQUILIBRIO ENTRE LAS VARIABLES ECONOMICAS, ES DECIR, ENTRE LOS PRECIOS DE TODOS LOS PRODUCTOS Y FACTORES DE PRODUCCION Y LAS CANTIDADES DE ESTOS MISMOS.<sup>18-20</sup>

EL MODELO DE EQUILIBRIO WALRASIANO ES DE TIPO DE ENFOQUE MECANICISTA<sup>34</sup> DONDE UTILIZA LA ABSTRACCION Y EL ELEMENTO SIMPLIFICADOR PARA VER LAS RELACIONES FUNDAMENTALES, LA IDEA DEL EQUILIBRIO ERA PARA WALRAS SOLO UN INSTRUMENTO DE ANALISIS TEORICO QUE PERMITIERA EXPLICAR DE LA MANERA MAS SENCILLA POSIBLE COMO PODRIA EQUILIBRARSE UNA ECONOMIA Y QUE CONSECUENCIAS SE DERIVAN DE ESTA SITUACION.<sup>20</sup>

ESTE EQUILIBRIO SE DEFINE COMO UNA SITUACION EN LA QUE NI LOS CONSUMIDORES NI LOS PRODUCTORES TENGAN INTERES EN

MODIFICAR LAS CANTIDADES DE BIENES Y SERVICIOS QUE OFRECEN EN LOS DIVERSOS MERCADOS, LO CUAL PERMITE CONSIDERAR ESTA SITUACION COMO NORMAL (TEORICA IDEALIZADA), QUE UNICAMENTE PODRIA SER MODIFICADA POR LA INTERVENCION DE CAUSAS "EXTERIORES" AL SISTEMA DE CAMBIOS (INTERCAMBIO), CONSIDERANDO ASI UNA ECONOMIA DE COMPETENCIA PERFECTA. SUPONGASE SIEMPRE UN MERCADO COMPETITIVO PERFECTAMENTE ORGANIZADO, DEL MISMO MODO QUE EN LA MECANICA PURA, SE SUPONE QUE LAS MAQUINAS TRABAJAN SIN FRICCIONES. LA CONSIDERACION DE UN MERCADO PERFECTAMENTE ORGANIZADO DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LA COMPETENCIA ERA UNA CONSIDERACION PURAMENTE HIPOTETICA.

SOBRE ESTAS BASES WALRAS LLEGA A LAS SIGUIENTES CONCLUSIONES: EXISTE UN CASO EN QUE ESTE EQUILIBRIO SE REALIZARIA, A SABER, EN UNA ECONOMIA ESTADICA EN SITUACION DE COMPETENCIA PERFECTA; EN DONDE DADAS VARIAS MERCANCIAS, PARA QUE EN RELACION CON ESTAS EXISTA EQUILIBRIO EN EL MERCADO, LA CONDICION NECESARIA Y SUFICIENTE ES QUE A LOS PRECIOS VIGENTES LA DEMANDA EFECTIVA DE CADA MERCANCIA SEA IGUAL A SU OFERTA EFECTIVA Y CUANDO ESTA IGUALDAD NO SE DA, ES NECESARIO, PARA ALCANZAR EL PRECIO DE EQUILIBRIO UNA ALZA DEL PRECIO DE LAS MERCANCIAS CUYA DEMANDA EFECTIVA SEA SUPERIOR A SU OFERTA Y UNA BAJA DEL PRECIO DE LAS DEMAS; PARA UN BIEN HOMOGENEO NO PUEDE HABER EN UN MERCADO DE COMPETENCIA PERFECTA, MAS QUE UN SOLO PRECIO Y ESTE ESTA DETERMINADO Y SE FIJA AL NIVEL EN QUE SE IGUALAN LA OFERTA Y LA DEMANDA.

POR LO TANTO LA ACTIVIDAD ECONOMICA SE PRESENTA COMO RESULTANTE DEL JUEGO DE TRES CLASES DE MERCADO: MERCADO DE PRODUCTOS, MERCADO DE SERVICIOS PRODUCTIVOS Y MERCADO DE CAPITALES.

EL EQUILIBRIO ECONOMICO EXIGIA QUE EN CADA UNO DE ELLOS SE IGUALARAN LA OFERTA Y LA DEMANDA POR UN MOVIMIENTO DE LOS PRECIOS, EXIGIA TAMBIEN QUE DADA LA INTERDEPENDENCIA DE LOS MERCADOS ENTRE A LA MANERA DE VASOS COMUNICANTES, NINGUN MOVIMIENTO DE LOS PRECIOS PUDIERA PRODUCIRSE EN UNO DE ELLOS SIN REPERCUTIR EN LOS OTROS O SIN QUEDAR CONTENIDO EN EL PRIMERO EN RAZON DE LAS RESISTENCIAS QUE SU REPERCUSION ENCONTRARA EN ELLOS. ESTA ARTICULACION DE LOS TRES TIPOS DE MERCADOS EN EL SISTEMA ECONOMICO ES LLEVADA POR UNOS PERSONAJES LLAMADOS EMPRESARIOS O SEA QUE ESTE SERIA EL AGENTE DE LA REALIZACION DE ESTE EQUILIBRIO ENTRE LOS MERCADOS.<sup>18</sup> ESTE EQUILIBRIO SE PRODUCE GRACIAS A MOVIMIENTOS DE LA DEMANDA O DE LOS PRECIOS; LA OFERTA POR EL CONTRARIO NO PUEDE TOMARSE EN CONSIDERACION PORQUE IMPLICA UNA MODIFICACION DE LA PRODUCCION Y DE LAS ESTRUCTURAS PRODUCTIVAS QUE EXIGE UN LARGO PERIODO DE TIEMPO.

WALRAS ELABORA UNA TEORIA DEL PRECIO INSTANTANEO, LA CUAL DICE QUE LAS DEMANDAS DE LOS CONSUMIDORES A LOS PRECIOS DE EQUILIBRIO SON FUNCION DE ESTOS PRECIOS.<sup>20</sup> EN ESTE MODELO LOS SERVICIOS SON OFRECIDOS POR SUS POSEEDORES (TRABAJADORES, PROPIETARIOS DE CAPITALES Y DE LA TIERRA) A LOS EMPRESARIOS.<sup>20</sup> WALRAS EXPRESA EN SUS ECUACIONES QUE EN LA SITUACION DE EQUILIBRIO EL PRECIO DE CADA BIEN ES IGUAL A SU COSTO DE PRODUCCION; LA CANTIDAD DE CADA SERVICIO VENDIDO EN EL MERCADO DEBE SER IGUAL A LA CANTIDAD EMPLEADA EN LA FABRICACION DE LOS DIVERSOS BIENES; LAS CANTIDADES VENDIDAS DE LOS SERVICIOS PRODUCTIVOS SON UNA FUNCION DETERMINADA DE LOS PRECIOS DE LOS SERVICIOS Y DE LOS PRECIOS DE LOS BIENES Y LOS COEFICIENTES DE FABRICACION SON UNAS DETERMINADAS FUNCIONES DE LOS PRECIOS DE LOS SERVICIOS PRODUCTIVOS.<sup>12</sup>

WALRAS SUPONE QUE LAS CANTIDADES DE SERVICIOS PRODUCTIVOS NECESARIAS PARA LA FABRICACION DE UNA UNIDAD DE CADA BIEN SON MAGNITUDES DETERMINADAS A LAS QUE DENOMINA COEFICIENTES DE FABRICACION O TECNICOS. EN LAS PRIMERAS EDICIONES DE SU OBRA WALRAS ADMITIA QUE ESTOS COEFICIENTES SON MAGNITUDES CONSTANTES, INDEPENDIENTES DE LOS PRECIOS DE LOS SERVICIOS PRODUCTIVOS <sup>12</sup> SIMPLIFICANDO ENORMEMENTE SUS ANALISIS DE EQUILIBRIO DE UTILIDADES Y COSTOS PARA LOS INDIVIDUOS ASI COMO TAMBIEN EL DE LA DISTRIBUCION DE SU DESEMBOLSO POR LOS EMPRESARIOS ENTRE LOS DIFERENTES SERVICIOS, SUPONIENDO COEFICIENTES TECNICOS FIJOS QUE ESTABLECEN LAS PROPORCIONES FIJAS TECNICAMENTE DETERMINADAS EN LAS QUE LOS FACTORES HAN DE SER COMBINADOS PARA PRODUCIR UN BIEN. JUSTIFICO ESTE PROCEDIMIENTO COMO UNA HIPOTESIS PURAMENTE SIMPLIFICADA Y ASI OBTUVO RELACIONES SIMPLES (POR EJEMPLO LAS ECUACIONES DE EQUILIBRIO Y LA EXPLICACION DE LAS GANANCIAS DE LOS FACTORES). <sup>18</sup>

HACIA EL FINAL DE LA ULTIMA EDICION SE INCORPORA UN ANALISIS DE LA PRODUCTIVIDAD MARGINAL EN UNA SECCION SOBRE LAS CONDICIONES Y CONSECUENCIAS DEL PROGRESO ECONOMICO, SIENDO TRATADA LA HIPOTESIS DE VARIABILIDAD COMO PARTE ESPECIAL DE ESE TEMA, LA CUAL SON UNAS DETERMINADAS FUNCIONES DE LOS PRECIOS DE LOS SERVICIOS PRODUCTIVOS. ASI (A SU MODO DE VER) DE ESTA MANERA ES COMO LAS CANTIDADES, LOS PRECIOS DE LOS BIENES Y SERVICIOS, LOS METODOS DE PRODUCCION (ES DECIR, LAS CANTIDADES DE LOS DIVERSOS PRECIOS UTILIZADOS EN LA FABRICACION DE LOS DISTINTOS BIENES, CANTIDADES LLAMADAS COEFICIENTES DE FABRICACION) SE EXPLICAN POR UN CIERTO NUMERO DE RELACIONES FUNCIONALES EXISTENTES ENTRE LAS DEMANDAS FINALES Y LOS PRECIOS DE LOS BIENES Y SERVICIOS, ENTRE LA OFERTA DE LOS SERVICIOS Y

LOS PRECIOS DE LOS BIENES Y SERVICIOS, ENTRE LOS COEFICIENTES DE FABRICACION Y LOS PRECIOS DE LOS SERVICIOS.<sup>18</sup>

WALRAS CADA VEZ GENERALIZA MAS SU ANALISIS INTRODUCIENDO NUEVOS CONCEPTOS, COMPLICANDO ASI CADA VEZ SUS DEMOSTRACIONES Y LA INTERPRETACION DE LOS CONCEPTOS IDEALIZADOS, INTRODUCE LOS BIENES INTERMEDIOS QUE SON LOS QUE SE HACEN CON OTROS BIENES BAJO EL NOMBRE DE NUEVOS CAPITALES(MATERIAS PRIMAS, EQUIPO) Y PARA DEMOSTRAR QUE EL REGIMEN DE LIBRE COMPETENCIA ENTRE INDIVIDUOS Y EMPRESAS PRIVADAS PROPORCIONA EL MEJOR RESULTADO POSIBLE A LA SOCIEDAD, INTRODUCIENDO EL CONCEPTO DE LA MAXIMA SATISFACCION Y NOS DICE QUE EN UNA SITUACION DE EQUILIBRIO CADA INDIVIDUO OBTIENE EL MAXIMO DE SATISFACCION, ESTA SITUACION ES LA MEJOR POSIBLE Y QUE LA SITUACION CREADA POR LA LIBRE COMPETENCIA DA LUGAR A LA MAXIMA UTILIDAD EFECTIVA DE LOS SERVICIOS DE LOS NUEVOS CAPITALES QUE SE ADQUIEREN CON EL AHORRO, EL CUAL SE DISTRIBUYE SIEMPRE ENTRE SUS DIVERSOS EMPLEOS DE FORMA QUE SE OBTENGA EL MAXIMO DE UTILIDAD. WALRAS ADMITE QUE TODOS LOS INDIVIDUOS OBTIENEN UN MAXIMO DE SATISFACCION Y QUE EN SITUACION DE EQUILIBRIO EN QUE LA PRODUCTIVIDAD MARGINAL DE CADA SERVICIO ES IGUAL A SU PRECIO SE IGUALAN LAS UTILIDADES MARGINALES PONDERADAS DE LOS BIENES QUE CONSUMEN, SIEMPRE ES POSIBLE QUE MODIFICANDO EL EMPLEO DE LOS SERVICIOS PRODUCTIVOS SE PRODUZCAN VALORES MONETARIOS TAN IMPORTANTES COMO EN LA SITUACION DE EQUILIBRIO(TEOREMA DE LA UTILIZACION OPTIMA DE LOS SERVICIOS PRODUCTIVOS) ESTOS CONCEPTOS VENDRIAN HA SER MAS TARDE LA BASE DE LO QUE SE CONOCE COMO LA TEORIA DE LA MAXIMA SATISFACCION DEL CONSUMIDOR, CON ESTO SE HACE OBSERVAR LA POSIBILIDAD DE SUSTITUCION DE UN INSUMO POR OTRO, DE PROCESOS ALTERNATIVOS DE PRODUCCION ELEGIBLES SEGUN ALGUN CRITERIO DE COSTO MINIMO O MAXIMO BENEFICIO.<sup>12</sup>

ALGUNAS CRITICAS AL SISTEMA WALRASIANO SON: WALRAS DESCUIDO EL ESTUDIO DEL DINERO Y LOS TRASTORNOS QUE PUEDEN ORIGINAR UN DESEQUILIBRIO MONETARIO, ES DEMASIADO ESTATICO, REQUIERE UN COMPLEMENTO DINAMICO. TOMO COMO FACTORES DEL MODELO LAS RENTAS INDIVIDUALES Y NO ELEMENTOS MAS GLOBALES, NO CONSTRUYO UNA TEORIA DEL CRECIMIENTO, NI DE LOS CICLOS, ASI COMO DE LOS FACTORES QUE ALTERAN O RESTABLECEN EL EQUILIBRIO.

ESTE METODO PARA INDICAR COMO PODIA ALCANZARSE EL EQUILIBRIO ECONOMICO ERA FUNDAMENTALMENTE MICROECONOMICO OSEA QUE ANALIZABA COMO PODRIAN REACCIONAR UNA MULTITUD DE PEQUEÑAS UNIDADES ECONOMICAS, TIENE DEFECTOS EN LOS METODOS DE ANALISIS Y POR ULTIMO NO SE PUEDE DESCONOCER LA GRANDEZA DE ESTA TEORIA DEL EQUILIBRIO GENERAL, QUE CON LA AYUDA DE UN PRINCIPIO UNICO MUY SENCILLO(EL MECANISMO DE LOS MERCADOS DE COMPETENCIA PERFECTA) EXPLICA EL FUNCIONAMIENTO DE TODA LA ECONOMIA ESTATICA Y UNA SERIE DE OBSERVACIONES DE GRAN INTERES.

EL ANALISIS EMPIRICO INTERINDUSTRIAL SE INICIA CON EL TRABAJO DE W. LEONTIEF, CONOCIDO COMO ANALISIS DE INSUMO-PRODUCTO, COMENZANDO CON SUS INVESTIGACIONES EN UN MODELO EMPIRICO DE LA ECONOMIA NORTEAMERICANA EN 1931 Y DIO A LA PUBLICIDAD SUS PRIMEROS RESULTADOS EN 1936 Y OTRA MAS DETALLADA Y COMPLETA EN 1941.

EL ANALISIS DE INSUMO-PRODUCTO SE BASA EN LA IDEA DE QUE UNA PROPORCION MUY CONSIDERABLE DEL ESFUERZO DE UNA ECONOMIA MODERNA SE DEDICA A LA PRODUCCION DE BIENES INTERMEDIOS, Y QUE LA PRODUCCION DE ESTOS BIENES ESTA LIGADA ESTRECHAMENTE A LA PRODUCCION DE BIENES FINALES Y UNA MODIFICACION EN LA PRODUCCION DE CUALQUIER ARTICULO FINAL(POR EJEMPLO TELEVISORES) -

LLEVA IMPLICITA CAMBIOS EN LAS PRODUCCIONES DE LOS BIENES INTERMEDIOS(POR EJEMPLO PLASTICO, VIDRIO, TRANSISTOR, INCLUYENDO TELEVISORES) EMPLEADOS EN LA PRODUCCION DE AQUEL PRODUCTO FINAL Y DE HECHO EN LA PRODUCCION DE DICHS PRODUCTOS INTERMEDIOS Y ASI SUCESIVAMENTE.

EN SU VERSION ORIGINAL, EL ANALISIS DE INSUMO-PRODUCTO SE OCUPABA SOLO DE UN SISTEMA CERRADA, ES DECIR SE TIENEN VARIAS INDUSTRIAS QUE COMERCIAN ENTRE SI, CONSUMIENDO ENTRE - ELLAS MISMAS EL TOTAL DE SU PRODUCCION SIN CONSIDERAR DEMANDA EXTERNA, EN ESTE SISTEMA TODOS LOS BIENES ERAN PRODUCTOS INTERMEDIOS CONSIDERANDOSE LOS BIENES DE CONSUMO FINAL COMO BIENES INTERMEDIOS NECESARIOS PARA LA PRODUCCION DE LOS SERVICIOS PERSONALES Y EN TAL SISTEMA EXISTE EQUILIBRIO CUANDO LAS CANTIDADES PRODUCIDAS(OUTPUTS) DE LOS DIVERSOS PRODUCTOS ESTAN EN - EQUILIBRIO EN EL SENTIDO DE QUE SE PRODUCE DE CADA UNO LA CANTIDAD JUSTA PARA HACER FRENTE A LAS NECESIDADES DE TODOS LOS DEMAS. LA ESPECIFICACION DE ESTE EQUILIBRIO Y SUS IMPLICACIONES EN LA FORMACION DE PRECIOS FUE EL PRIMER OBJETIVO DE LEONTIEF. PERO DEBIDO A DIVERSAS CUESTIONES Y CONDICIONES DE LA EPOCA COMO POR EJEMPLO EL SISTEMA COMPLETAMENTE CERRADO E INTEGRAL SIN NINGUN GRADO DE LIBERTAD NO TRAIA LA POSIBILIDAD DE PREDECIR CAMBIOS EN EL NIVEL DE EMPLEOS PRODUCIDOS POR CAMBIOS DE CUALQUIER VARIABLE AUTONOMA COMO LAS INVERSIONES EXTRANJERAS, LOS TIPOS IMPOSITIVOS O LA INVERSION.

COMO CONDICION DE LA EPOCA(SEGUNDA GUERRA MUNDIAL) DONDE SE REQUERIA EL USO DE LA ESTRATEGIA Y PLANEACION, SE ENFOCO EL MODELO DE LEONTIEF DESDE UN PUNTO DE VISTA, SE CONSIDERA EL SISTEMA ABIERTO. LEONTIEF MISMO HA ESTADO TRABAJANDO EN ESTE SISTEMA DURANTE Y DESPUES DE LA SEGUNDA GUERRA MUNDIAL, EN ESTE SISTEMA SE CONSIDERA QUE LA DEMANDA FINAL ES DETERMINA

GION EXOGENA Y ASI EL ANALISIS DE INSUMO-PRODUCTO ES EMPLEADO PARA HALLAR LOS NIVELES DE ACTIVIDAD DE LOS DIVERSOS SECTORES DE LA ECONOMIA CONSISTENTES CON LA DEMANDA FINAL ESPECIFICA.

EN EL SISTEMA CERRADO LA DEMANDA DE LOS CONSUMIDORES ES CONSIDERADA COMO INSUMO PARA LA PRODUCCION DE TRABAJO DE LOS PARTICULARES Y QUEDA DETERMINADA Y PERMANECE CONSTANTE EN LA SITUACION DE EQUILIBRIO DEL SISTEMA <sup>15</sup> Y ES DEBIDO A ESTE ENFOQUE QUE EL ANALISIS DE INSUMO-PRODUCTO ES POSIBLE UTILIZAR LA INFORMACION ESTADISTICA PARA ELABORAR CUADROS (MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO) EN DONDE A PARTIR DE ELLOS ES POSIBLE EL ESTUDIO DE MAGNITUDES MACROECONOMICAS DE LA ESTRUCTURA DE LAS RELACIONES INTERINDUSTRIALES, DE PLANES DE MOVILIZACION Y DESARROLLO ECONOMICO, DE DECISIONES DE POLITICA ECONOMICA Y OTRAS CONSIDERACIONES TANTO TEORICAS COMO PRACTICAS. <sup>8-24</sup>

UNO DE LOS MAS VALIOSOS RESULTADOS DEL PRIMER ESTUDIO DE LEONTIEF FUE EL ESTIMULAR LOS TRABAJOS EMPIRICOS SOBRE LAS RELACIONES INTERINDUSTRIALES EN CIERTO NUMERO DE PAISES, ACTUALMENTE SE HAN COMPILADO CUADROS DE INSUMO-PRODUCTO EN UNA GRAN CANTIDAD DE PAISES DE TODO EL MUNDO Y COMO EN EL CASO DE LA INVESTIGACION DEL INGRESO NACIONAL, LA ACUMULACION DE MATERIAL ESTADISTICO HA SUGERIDO TECNICAS ALTERNATIVAS DE ANALISIS Y EXISTEN AHORA EN USO UNA CONSIDERABLE VARIEDAD DE MODELOS DE INSUMO-PRODUCTO. <sup>8-24</sup>

LA MAS RECIENTE CONTRIBUCION EN EL CAMPO DEL ANALISIS INTERINDUSTRIAL EMPIRICO ESTA REPRESENTADA POR LA TECNICA MATEMATICA DEL ANALISIS POR ACTIVIDADES O DE PROGRAMACION LINEAL DESARROLLADO PRIMERAMENTE POR DANTZIG Y KOOPMANS, AUNQUE LA MAYOR PARTE DE ESTAS APLICACIONES DE ESTA TECNICA HAN SIDO SOBRE PROBLEMAS DE UNA SOLA EMPRESA O PLANTA, EL METODO POR SI

MISMO ES UTIL TAMBIEN PARA LOS PROBLEMAS DE LA INDUSTRIA EN -  
 GENERAL Y PARA EL ANALISIS INTERINDUSTRIAL. <sup>19-8</sup>

EL PROCEDIMIENTO DE LEONTIEF CONSISTIO EN SIMPLIFI-  
 CAR EL SISTEMA DE WALRAS AL GRADO NECESARIO PARA PODER OBTENER  
 POR OBSERVACION SEPARADA DE CADA UNA DE LAS TRANSACCIONES IN-  
TERINDUSTRIALES EN LA ECONOMIA UN CONJUNTO DE PARAMETROS PARA  
 SU MODELO. LA TEORIA DE INSUMO-PRODUCTO PRESENTA LA FORMA MAS  
 SENCILLA DEL EQUILIBRIO GENERAL WALRASIANO, <sup>22</sup> REDUCE EL MODELO  
 DE EQUILIBRIO GENERAL ECONOMICO A UNA TABLA, LLAMADA TABLA DE  
 INSUMO-PRODUCTO, MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO O CUADRO DE INSUMO-  
 PRODUCTO.

EN 1931 LEONTIEF A LOS TREINTA Y CINCO AÑOS, CON LA  
 AYUDA DE DATOS ESTADISTICOS PUDO POR MEDIO DE ECUACIONES REPRE-  
 SENTAR LOS SECTORES QUE DEFINEN UN SISTEMA ECONOMICO EN EQUILI-  
 BRIO, EN LAS CUALES EL TOTAL DE PRODUCTO(OUTPUTS) ERA IGUAL AL  
 TOTAL DE INSUMO(INPUTS), DENTRO DEL SISTEMA TALES ECUACIONES  
 PODIAN LLEVARSE A UNA SOLUCION SIMULTANEA EN LA CUAL SE MEDIA  
 EL GRADO DE INTERDEPENDENCIA DE LOS SECTORES ECONOMICOS QUE -  
 FORMAN DICHO SISTEMA, PERO TALES TABLAS DE INSUMO-PRODUCTO RE-  
 QUERIAN CANTIDADES MASIVAS DE DATOS ESTADISTICOS DE CARACTERIS-  
 TICAS ESPECIFICAS QUE SOLO EN ESE ENTONCES ERAN CONSEGUIBLES  
 EN LOS ESTADOS UNIDOS. EN 1931 EN RESPUESTA A UNA INVITACION  
 DE WESLEY C. MITCHELL DEL BURO NACIONAL DE INVESTIGACION ECO-  
 NOMICA, LEONTIEF FUE A LOS ESTADOS UNIDOS DESPUES DE HACER SU  
 TRABAJO DE GRADUACION EN LA UNIVERSIDAD DE LENINGRADO Y DES-  
 PUES DE VARIOS AÑOS PRODUCTIVOS EN EL INSTITUTO DE ECONOMIA -  
 MUNDIAL EN KIEL, SE TRASLADO A HARVARD EN 1932 Y CON LA AYUDA  
 DE ROCKEFELLER Y ASISTENTES GRADUADOS EMPEZO LA CONSTRUCCION  
 DE LA PRIMERA TABLA DE INSUMO-PRODUCTO, BASANDOSE EN LOS CENSOS

DE LOS ESTADOS UNIDOS PARA LOS AÑOS 1919 Y 1929. COMO LEONTIEF MISMO LO INDICA, ES DE WALRAS DE QUIEN HA TOMADO LA IDEA PRIMARIA DE SU ANALISIS, UTILIZA TAMBIEN EL SUPUESTO WALRASIANO DE "COEFICIENTES DE PRODUCCION" FIJOS EN LUGAR DE TENER EN CUENTA LA SUSTITUCION ENTRE LOS INSUMOS, PARA OBTENER ASI UNA FUNCION DE PRODUCCION DE PROPORCIONES FIJAS QUE FRECUENTEMENTE SE CONOCE COMO FUNCION DE LEONTIEF Y ANALISAR EN TERMINOS GENERALES LAS POSIBILIDADES DE LA TECNOLOGIA DEL SISTEMA. A DIFERENCIA DE WALRAS, EN LUGAR DE LAS ECONOMIAS INDIVIDUALES, CONSIDERA AGREGADOS QUE PUEDEN DENOMINARSE INDUSTRIAS O SECTORES, LA AGRUPACION SE VERIFICA DE FORMA QUE CADA UNO DE LOS SECTORES, ATENDIENDO A SU PRODUCTIVIDAD TECNICA SEA HOMOGENEA CON LOS DEMAS, OTRA CARACTERISTICA ESENCIAL DEL SISTEMA CONSISTE EN QUE UTILIZA RELACIONES LINEALES.

24-12-8

### 1.3. UBICACION DEL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO

LA ECONOMETRIA ES LA CIENCIA QUE TRATA DE LA DETERMINACION (POR METODOS ESTADISTICOS) DE LEYES CUANTITATIVAS CONCRETAS QUE RIGEN LA VIDA ECONOMICA. LA ECONOMETRIA DIFIERE DE LA TEORIA ECONOMICA, EN QUE LA PRIMERA TRATA DE ILUSTRAR ESTADISTICAMENTE CON LA AYUDA DE LAS RELACIONES CUANTITATIVAS CONCRETAS, LAS LEYES QUE LA TEORIA ECONOMICA TRATA DE UNA MANERA GENERAL Y ESQUEMATICA. LA ECONOMETRIA TRATA DE DETERMINAR EL CARACTER CUANTITATIVO DE ESTAS RELACIONES EN CONDICIONES ECONOMICAS ESPECIFICAS.

23-28

LA ESTADISTICA ECONOMICA PROPORCIONA A LA ECONOMOMETRIA MATERIAL REFERENTE A LOS HECHOS, DETERMINANDO ASI LAS LEYES CUANTITATIVAS QUE ESLABONAN ENTRE SI A LAS MAGNITUDES ECONOMICAS EN ESTUDIO. LA ECONOMOMETRIA COMBINA LA TEORIA ECONOMICA CON LA ESTADISTICA ECONOMICA Y TRATA POR METODOS MATEMATICOS Y ESTADISTICOS DE DAR EXPRESION CUANTITATIVA Y CONCRETA A LAS LEYES ESQUEMATICAS GENERALES ESTABLECIDAS POR LA TEORIA ECONOMICA.

EL CAMPO DE LA INVESTIGACION ECONOMOMETRIA PRETENDE:

- a) PRONOSTICAR LOS CICLOS ECONOMICOS EN LA ECONOMIA CAPITALISTA
- b) INVESTIGACION DE MERCADO(ELASTICIDAD DE LA DEMANDA, ELASTICIDAD DE LA OFERTA)
- c) PROGRAMAR CUESTIONES RELATIVAS A LA TOTALIDAD DE LA ECONOMIA NACIONAL O A GRANDES COMPLEJOS DE ELA Y EL PROPOSITO DE ESTAS CUESTIONES ES EL ESTUDIAR LOS EFECTOS DE CIERTAS DECISIONES ECONOMICAS. EL PROBLEMA DE COORDINAR LAS ACTIVIDADES.

LA PROGRAMACION CONSTITUYE UN CIERTO METODO DE PLANEAR LA ECONOMIA NACIONAL O PARTE DE ELA. LA TEORIA DE LA PROGRAMACION(PLANEACION) TAMBIEN LLAMADA LA TEORIA DE PROGRAMAR ACTIVIDADES INTERDEPENDIENTES CONSTITUYE LO QUE SE CONOCE COMO UN ENFOQUE DE SISTEMAS.

ENTONCES SE PUEDE DECIR QUE EL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO ES UN MODELO ECONOMETRICO DONDE EL FUNDAMENTO TEORICO - DEL ANALISIS INTERINDUSTRIAL EMPIRICO SON LOS MODELOS DE EQUILIBRIO GENERAL, ESTAS TEORIAS TAN COMPRENSIVAS DEBEN RESTRINGIRSE A SU ALCANCE Y SIMPLIFICARSE EN SU FORMA CON EL FIN DE PERMITIR QUE SE PUEDAN DETERMINAR ESTADISTICAMENTE LAS RELA-

GIONES FUNCIONALES. EN CADA CASO LOS CONCEPTOS TEORICOS TIENEN QUE VOLVERSE A FORMULAR HASTA CIERTO PUNTO, PARA FACILITAR LA MEDICION. POR CONSIGUIENTE TALES SISTEMAS TEORICOS DEBEN CONSIDERARSE COMO POSTULADOS QUE SE EMPLEAN PARA ORIENTAR LA INVESTIGACION EMPIRICA Y QUE COMO RESULTADO DE ELLO SE ENCUENTRAN SUJETOS A REVISION, ASI COMO HAY SIMPLIFICACIONES ALTERNATIVAS QUE PUEDEN HACERSE CADA UNO DE ELLOS DEBE CONFRONTARSE CON LOS DATOS DISPONIBLES PARA PODER DETERMINAR SU UTILIDAD.

CONSIDERANDO DESDE EL PUNTO DE VISTA DEL ESQUEMA INSUMO-PRODUCTO CUALQUIER ECONOMIA NACIONAL PUEDE SER DESCRITA COMO UN SISTEMA DE INDUSTRIAS MUTUAMENTE INTERRELACIONADAS O ACTIVIDADES ECONOMICAS INTERDEPENDIENTES.

#### 1.4. PRESENTACION FORMAL DEL MODELO INSUMO-PRODUCTO, POSIBLES MODIFICACIONES, ALCANCES Y LIMITACIONES

EL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO PUEDE CONSIDERARSE DESDE EL PUNTO DE VISTA ESTATICO O DINAMICO, EN ESTE CASO SE PRESENTA EL MODELO INSUMO-PRODUCTO ESTATICO ABIERTO. PARA EFECTUAR UN ESTUDIO DEL MODELO INSUMO-PRODUCTO ES NECESARIO ELABORAR UN CUADRO Y DOS TABLAS, A SABER:

- i) CUADRO DE TRANSACCIONES(CUADRO DE INSUMO-PRODUCTO)
- ii) TABLA DE COEFICIENTES TECNICOS
- iii) TABLA DE COEFICIENTES DE INTERDEPENDENCIA( LLAMADOS COMUNMENTE COEFICIENTES TOTALES)

### 1) CUADRO DE TRANSACCIONES.

COMO EL ANALISIS INTERINDUSTRIAL SE OCUPA DE LAS INTERRERACIONES QUE SURGEN EN LA PRODUCCION, LA FUNCION PRIMORDIAL DE LAS CUENTAS INTERINDUSTRIALES(ELABORACION DEL CUADRO DE INSUMO-PRODUCTO) ES INVESTIGAR EL CURSO DE LAS CORRIENTES DE LOS BIENES Y SERVICIOS EN SU PASO DE UNO A OTRO SECTOR DE LA PRODUCCION, EL CUADRO BASICO DEL SISTEMA INSUMO-PRODUCTO ES CONOCIDO COMO: CUADRO DE TRANSACCIONES, EN EL CUAL SE ASIENTAN EN TERMINOS DE SU VALOR LOS DIVERSOS FLUJOS ECONOMICOS QUE - EXISTEN DENTRO DE LA ECONOMIA DURANTE UN AÑO BASE EN PARTICULAR. LA MEDIDA DE LAS CORRIENTES PUEDEN SER EN TERMINOS DE UNIDADES FISICAS(POR EJEMPLO MILLONES DE TONELADAS) O MEDIRSE CON UNA UNIDAD MONETARIA(POR EJEMPLO MILLONES DE DOLARES), LA MEDIDA EN UNIDADES FISICAS ES UTIL PARA FINES ESTADISTICOS.

EL PREPARAR UN CUADRO DE TRANSACCIONES PARA ALGUNOS ARTICULOS SELECCIONADOS EN CANTIDADES FISICAS, MUESTRA COMO SE DISTRIBUYE LA PRODUCCION TOTAL DE ARTICULOS IMPORTANTES Y ACLA<sup>7</sup>RARIA DISCREPANCIAS EN LOS DATOS ESTADISTICOS DISPONIBLES.

LEONTIEF CONSIDERO VALORES MONETARIOS SOLAMENTE Y LA MAYORIA DE LOS ESTADISTICOS ASI LO HAN HECHO DESDE ENTONCES.<sup>24</sup>

EN ADELANTE SE SUPONE QUE LAS CORRIENTES ESTAN MEDIDAS EN TERMINOS DE UNIDADES MONETARIAS, AUNQUE TALES CORRIENTES PUEDEN SER INTERPRETADAS COMO FISICAS, ESTO ES POSIBLE M<sup>15</sup>DIENDO EN UNIDADES LEONTIEF, ES DECIR, EL NUMERO DE UNIDADES FISICAS A COMPARAR CON UNA UNIDAD MONETARIA(MULTIPLICAR LAS CANTIDADES FISICAS POR LOS PRECIOS).

SE PIENSA QUE EL NUMERO DE INDUSTRIAS ES LO SUFICIENTEMENTE GRANDE PARA CONCEBIR QUE LA PRODUCCION DE CADA INDUS-

TRIA SEA HOMOGENEA, A FIN DE FORMAR ESTE CUADRO SE DIVIDE LA ECONOMIA EN SECTORES BASADOS GENERALMENTE EN EL CENSO DE PRODUCCION Y EN OTRAS CLASIFICACIONES ESTADISTICAS NACIONALES, DISTRIBUYENDOSE EL PRODUCTO DE CADA SECTOR A LO LARGO DE UN - RENGLON DEL CUADRO, MIENTRAS QUE EN LA COLUMNA CORRESPONDIENTE SE REGISTRAN LOS INSUMOS DE ESE SECTOR.<sup>7</sup>

A CONTINUACION SE ES QUEMATIZA DE MANERA GENERAL EL CUADRO DE TRANSACCIONES(CUADRO DE INSUMO-PRODUCTO) O CUADRO BASE(CUADRO I).

CUADRO DE TRANSACCIONES O CUADRO DE INSUMO - PRODUCTO

Producto ↓ Insumo	Demanda Intermedia				TOTAL INTERMEDIO	Demanda Final				PRODUCTO = TOTAL INSUMO TOTAL	
	Flujos Interindustriales Sectores de Compra					CONSUMO	EXPORTACION	INVERSION	TOTAL FINAL		
	1	2.....	j.....	m							
1	$X_{11}$	.....	$X_{1j}$	.....	$X_{1m}$	$w_1$	-	-	-	$y_1$	$x_1$
2											
SECTORES DE PRODUCCION	i	.....	$x_{ij}$	.....	$w_i$	-	-	-	-	$y_i$	$x_i$
	m	CUADRANTE I				$w_m$	CUADRANTE II			$y_m$	$x_m$
TOTAL INTERINDUSTRIAL			$u_j$								
INSUMOS PRIMARIOS	VALOR AGREGADO $v_j$										
	IMPORTACIONES $x_{0j}$										
	CUADRANTE III						CUADRANTE IV				
TOTAL DE INSUMOS PRIMARIOS	$z_1$	.....	$z_j$	.....	$z_m$						
INSUMO PRODUCTO TOTAL = TOTAL	$x_1$	.....	$x_j$	.....	$x_m$						

EN EL CUADRO No. I SE DISTINGUEN CUATRO CUADRANTES, EN EL PRIMER CUADRANTE SE OBSERVA QUE DEBE HABER EL MISMO NUMERO DE RENGLONES QUE DE COLUMNAS, EN OTRAS PALABRAS ESTE CUADRANTE DEBERA SER SIEMPRE UNA MATRIZ CUADRADA, LA CUAL LLAMAREMOS MATRIZ "A", NO SE IMPONE LA MISMA RESTRICCIÓN A NINGUNO DE LOS OTROS CUADRANTES Y EN LA PRACTICA EL NUMERO DE RENGLONES DE ESTOS CUADRANTES RARA VEZ ES IGUAL AL NUMERO DE COLUMNAS. <sup>8-7</sup>

EL CUADRANTE I, MUESTRA LOS FLUJOS (CORRIENTES) DE BIENES Y SERVICIOS QUE SON PRODUCIDOS Y CONSUMIDOS EN EL PROCESO DE PRODUCCION ACTUAL. GENERALMENTE NOS REFERIMOS A ELLOS COMO FLUJOS INTERINDUSTRIALES O DEMANDA INTERMEDIA; COMPRENDE LA PARTE ESENCIAL DE LAS CUENTAS INTERINDUSTRIALES CADA  $X_{ij}$ , ES IGUAL A LAS VENTAS EN CUENTA CORRIENTE DE LA INDUSTRIA "i" A LA INDUSTRIA "j", TAMBIEN SE PUEDE INTERPRETAR COMO LA CANTIDAD DE MERCANCIA "i" CONSUMIDA POR EL SECTOR "j" YA SEA EN MEDIDA FISICA O EN PRECIOS CONSTANTES. <sup>8-7-31-13</sup> EL CONSUMO INTERMEDIO TOTAL SE ENCUENTRA IDENTIFICADO POR  $w_i$  Y EL TOTAL DE COMPRAS HECHAS A OTROS SECTORES POR UNA INDUSTRIA COMO  $u_i$ .

EL CUADRANTE II, MUESTRA LOS DIVERSOS ELEMENTOS DE LA DEMANDA FINAL DE MERCANCIAS Y SERVICIOS PRODUCTIVOS. PARA EL PRODUCTO DE CADA SECTOR PRODUCTOR LA DEMANDA FINAL PUEDE INTEGRARSE POR EL CONSUMO DOMESTICO Y GUBERNAMENTAL Y LA FORMACION DE CAPITAL QUE INCLUYE CAMBIOS EN INVENTARIOS Y EXPORTACIONES (VISIBLE E INVISIBLE). MAS DEL NOVENTA POR CIENTO DEL PRODUCTO NACIONAL BRUTO APARECE DENTRO DE ESTA CATEGORIA. LA DEMANDA FINAL CONSTITUYE LA CANTIDAD QUE LOS SECTORES PRODUCTIVOS DE LA ECONOMIA VENDEN DIRECTAMENTE PARA USO DOMESTICO Y GUBERNAMENTAL Y EXPORTACIONES. <sup>7-31-13</sup>

EL CUADRANTE III, MUESTRA LO QUE SE CONOCE COMO INSUMOS PRIMARIOS A LOS SECTORES PRODUCTIVOS. ESTOS INSUMOS SE DESCRIBEN COMO PRIMARIOS PORQUE NO SON PARTE DEL RESULTADO DE LA PRODUCCION ACTUAL O SEA EN EL SENTIDO DE QUE NO SON PRODUCIDOS DENTRO DEL SISTEMA. EN UN MODELO ESTATICO EL EMPLEO DEL ACERVO EXISTENTE DE CAPITAL ES UN INSUMO PRIMARIO COMO LO ES EL CONSUMO DE LOS FACTORES PRIMARIOS HABITUALES, TIERRA Y TRABAJO. EN ESTE CUADRANTE SE CONTEMPLA LO QUE SE LLAMA VALOR AGREGADO, DONDE SI SE DISPONE DE ESTADISTICAS ADECUADAS PUEDE DESDOBLARSE ESTE RENGLON DEL VALOR AGREGADO EN LOS DE SUELDOS, GANANCIAS, DESPRECIACIONES E IMPUESTOS INDIRECTOS. <sup>8-7-31</sup>

EL CUADRANTE IV, MUESTRA LOS INSUMOS PRIMARIOS QUE VAN DIRECTAMENTE A LOS SECTORES DE DEMANDA FINAL CUYOS PRINCIPALES EJEMPLOS SON LOS EMPLEADOS DE GOBIERNO Y LOS SERVICIOS NACIONALES. <sup>7</sup> ESTOS CONCEPTOS CONDUCE A DOS ECUACIONES DE EQUILIBRIO. <sup>8-24</sup>

LA PRIMERA SE APLICA A LOS RENGLONES DEL CUADRO, LA CUAL EXPRESA QUE PARA CADA MERCANCIA LA OFERTA TOTAL (PRODUCCION TOTAL) ES IGUAL A LA DEMANDA TOTAL (CONSUMO TOTAL), LA QUE ESTA COMPUESTA POR LA DEMANDA INTERMEDIA MAS LA DEMANDA FINAL:

OFERTA = DEMANDA

$$X_1 = \sum_j x_{1j} + Y_1 = W_1 + Y_1 \quad (\text{ECUACION I}) \quad (i=1, \dots, m)$$

LA SEGUNDA ECUACION, LLAMADA DE COSTO, SE APLICA A LAS COLUMNAS DEL CUADRO Y EXPRESA QUE LA PRODUCCION TOTAL EN CADA SECTOR ES IGUAL AL VALOR DE LOS INSUMOS COMPRADOS DE OTROS SECTORES MAS EL VALOR DE LOS INSUMOS PRIMARIOS EN ESE SECTOR:

$$X_i = \sum_j x_{ij} + z_j = U_j + z_j \quad (\text{ECUACION 2}) \quad (j=1, \dots, m)$$

COMPARANDO LAS DOS ECUACIONES (1) Y (2):

$$\sum_j x_{ij} + Y_i = \sum_j x_{ij} + z_j$$

DEBEMOS NOTAR QUE LAS SUMAS  $\sum_j x_{ij}$  Y  $\sum_i x_{ij}$  QUE APARECEN EN AMBOS MIEMBROS NO SE CANCELAN, YA QUE EN LA PRIMERA DE ESTAS LA SUMA TIENE LUGAR SOBRE LOS RENGLONES Y EN LA SEGUNDA SOBRE LAS COLUMNAS DE LA MATRIZ DE LAS CORRIENTES (FLUJOS) INTERESECTORIALES. SOLO UN COMPONENTE DE ESTAS SUMAS ES COMUN, A SABER  $X_{11}$  QUE REPRESENTA EL PRODUCTO DEL SECTOR 1 QUE SE CONSUME DENTRO DEL MISMO SECTOR. ELIMINANDO LOS COMPONENTES  $X_{11}$ ,  
TENEMOS:

$$\sum_{j \neq 1} x_{ij} + Y_i = \sum_{i \neq j} x_{ij} + z_j \quad (i, j = 1, 2, \dots, m)$$

LLAMADAS ECUACIONES DE EQUILIBRIO DE FLUJO INTERESECTORIAL. ESTO SIGNIFICA QUE EL FLUJO DE LOS PRODUCTOS (EXPRESADOS EN UNIDADES MONETARIAS) DEL SECTOR "i" A LOS SECTORES  $\sum_{j \neq i} x_{ij}$  MAS LA DEMANDA FINAL "Yi" ES IGUAL A LO QUE EL SECTOR DADO RECIBE DE OTROS SECTORES DE LA PRODUCCION  $\sum_{i \neq j} x_{ij}$  MAS EL VALOR DE LOS INSUMOS PRIMARIOS. EL VALOR AGREGADO  $V_j$  EN LAS INDUSTRIAS INDIVIDUALES SE DEFINE POR CONVENIO COMO:

DE LA ECUACION 2 TENEMOS:

$$V_j = X_j - \sum_i x_{ij} \quad (j = 1, 2, \dots, m)$$

TAMBIEN DE 2

$$\sum_{j=1}^m V_j = \sum_{i=1}^m D_i$$

APLICANDO LOS COMENTARIOS AL ESQUEMA GENERAL DEL CUADRO DE TRANSACCIONES (CUADRO DE INSUMO-PRODUCTO) SE PRESENTA EL EJEMPLO I, DONDE SE EXAMINA UNA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO DE NUEVE SECTORES CONSIDERADOS EN LA TABLA I, QUE A CONTINUACION VEREMOS.

TABLA I

MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO DE VAREE SECTORES

DE ISLAHMA MARA 1960

MILLONES DE LIBRAS ESTERLINAS

PRODUCTO	DEMANDA INTERMEDIA										DEMANDA FINAL					Insumo Total
	Agricultura, Silvicultura y Pesca	Procesamiento de Alimentos	Tabacos, Tabaco	Textiles, Prendas de vestir	Metales, Ingeniería	Otras manufacturas y minería	Construcción	Electricidad, Gas y Agua	Servicios	Total Intermedio	CONSUMO		Formación de Capital	Exportaciones	Total Final	
											Doméstico	Gobierno				
INSUMO	(1)	(2)	(3)	(4)	(5)	(6)	(7)	(8)	(9)	(10)	(11)	(12)	(13)	(14)	(15)	(16)
1. Agricultura, Silvicultura y Pesca	2,880	77,000	3,104	0,550	---	1,032	---	---	1,143	85,010	42,111	0,803	2,671	49,750	115,335	200,345
2. Procesamiento de Alimentos	13,860	19,395	0,700	---	---	1,995	---	---	0,105	35,105	78,712	0,014	1,009	43,094	120,811	166,316
3. Tabacos, Tabaco	0,496	0,704	2,100	---	---	0,119	---	---	0,100	3,027	55,834	---	0,040	12,711	60,585	71,612
4. Textiles, Prendas de vestir	0,400	1,047	0,007	13,015	---	0,979	---	---	1,078	16,526	25,841	---	1,995	21,000	48,836	66,362
5. Metales, Ingeniería	2,942	0,505	0,095	0,110	0,537	0,779	4,545	1,901	4,541	18,065	16,453	0,250	13,561	7,750	38,014	56,079
6. Todas las otras manufacturas y Minería	9,314	6,834	1,707	3,447	2,106	9,537	12,261	3,077	10,713	58,490	16,628	0,686	2,755	18,664	38,733	97,223
7. Construcción	0,150	0,464	0,235	0,190	0,127	0,440	2,744	0,188	4,382	11,110	2,034	13,395	40,322	---	55,463	66,773
8. Electricidad, Gas y Agua	0,547	1,129	0,157	0,411	0,613	1,084	0,335	0,164	3,019	8,473	11,582	0,544	4,048	0,959	16,275	24,754
9. Servicios	11,927	13,658	0,832	5,700	2,812	4,325	0,530	0,218	19,487	67,749	19,195	50,849	6,478	57,092	230,452	301,311
10. Total Interindustrial	40,909	120,586	8,445	23,173	8,202	21,691	24,645	5,573	46,087	298,961	408,992	66,473	70,831	195,118	740,814	1039,775
INSUMOS PRIMARIOS						111							17			
11. Importaciones	15,094	15,418	4,168	21,329	27,203	39,773	6,727	3,774	7,055	142,991	62,295	1,764	25,983	3,345	93,387	236,378
12. Impuestos indirectos	11,559	1,540	42,550	0,303	2,800	0,873	0,776	0,445	9,200	70,016	31,084	---	0,806	3,175	35,945	108,941
13. Menos Subsidios	7,317	3,337	---	0,100	0,149	2,762	---	---	6,701	15,844	---	---	---	---	---	19,844
14. Sueldos, Salarios Uchilládeos, etc.	831,600	20,609	12,649	19,557	17,073	34,190	34,315	17,042	729,570	513,573	---	---	---	33,912	33,912	147,445
15. Desprecación	6,400	1,900	1,000	1,100	1,000	3,000	0,800	1,200	15,100	35,100	---	2,500	1,100	---	1,400	35,500
16. Crecimiento total del P. M. B.	144,152	20,211	56,999	20,860	20,626	17,809	35,811	15,507	247,356	527,823	31,884	2,500	0,214	37,087	71,257	669,050
17. Total de Insumos Primarios	159,636	36,330	63,167	42,189	57,872	75,512	62,070	15,781	255,226	750,816	36,129	6,266	25,769	40,432	146,464	905,538
18. Insumo Total	200,345	156,316	71,612	65,362	56,079	97,223	66,773	25,254	301,311	1039,775	502,521	70,237	96,600	235,550	905,458	1945,231

ESTA TABLA I PRESENTA VARIAS CARACTERISTICAS ESPECIALES Y PARA RESALTARLAS SE EXAMINAN UN RENGLON Y UNA COLUMNA DE ESTA TABLA.

EL PRIMER RENGLON MUESTRA COMO SE DISTRIBUYO EL PRODUCTO DEL SECTOR AGRICOLA EN 1960. LA ANOTACION (EN MILLONES DE LIBRAS ESTERLINAS) DE 2.180 EN LA PRIMERA COLUMNA REPRESENTA PRINCIPALMENTE, SEMILLAS AGRICOLAS VENDIDAS POR LAS GRANJAS Y RECOMPRADAS MAS TARDE POR LOS AGRICULTORES. LA ANOTACION DE 77 000 EN LA COLUMNA DOS ES EL VALOR DE LOS ANIMALES VENDIDOS A RASTROS PARA SACRIFICIO, EL VALOR DEL GRANO DOMESTICO USADO PARA LA MOLIENDA Y DE VEGETALES Y OTRAS COSECHAS PARA PROCESAMIENTO. LA ANOTACION DE 3.104 EN LA COLUMNA TRES REPRESENTA, PRINCIPALMENTE EL VALOR DE CEBADA GERMINADA VENDIDA A CERVECEROS, COMERCIANTES EN MALTA Y DESTILADORES. LA ANOTACION DE 0.550 EN LA COLUMNA CUATRO ES EL VALOR DE LA LANA DE PRODUCCION DOMESTICA USADA EN LA INDUSTRIA DE LA LANA Y DEL VESTIDO EN IRLANDA. LA ANOTACION DE 1.003 EN LA COLUMNA SEIS ES FUNDAMENTALMENTE EL VALOR DE LA MADERA USADA EN LA INDUSTRIA DEL MUEBLE, PIELS DE ANIMALES SACRIFICADOS USADAS EN LA INDUSTRIA DEL CUERO, MADERA USADA EN LA INDUSTRIA DEL PAPEL Y LAS PAPAS Y EL GRANO USADOS EN LA INDUSTRIA QUIMICA. LA ANOTACION DE 1.143 EN LA COLUMNA NUEVE ES EL VALOR DEL FORRAJE DEL CULTIVO DOMESTICO, PRINCIPALMENTE PAJA Y GRANO, CONSUMIDO POR CABALLOS NO USADOS EN LA AGRICULTURA. LA ANOTACION 62.111 EN LA COLUMNA ONCE ES LA CANTIDAD DE PRODUCTOS AGRICOLAS CONSUMIDOS EN LOS HOGARES SIN HABER SUFRIDO NINGUN PROCESAMIENTO INDUSTRIAL. TENEMOS INCLUIDO AQUI EL VALOR DE LA LECHE LIQUIDA Y DE LA MANTUQUILLA DE GRANJA, ASI COMO DE HUEVOS Y VEGETALES CONSUMIDOS POR PERSONAS DEL ESTADO. NO SE INCLUYEN AQUI PAN, HARINA, --

CARNE FRESCA, TOCINO Y OTROS ARTICULOS DE PRIMERA NECESIDAD PROCESADOS, QUE SON CONSUMIDOS DENTRO DEL ESTADO. ESTOS SON PRODUCTOS DEL SECTOR DE PROCESAMIENTO DE ALIMENTOS Y SE MUESTRAN EN LA COLUMNA DE CONSUMO DOMESTICO, ESTO ES EN LA COLUMNA ONCE DEL RENGLON DOS.

LA ANOTACION DE 0.803 EN LA COLUMNA DOCE ES EL GASTO ACTUAL DEL GOBIERNO EN SILVICULTURA ESTATAL. LA ANOTACION DE 2.671 EN LA COLUMNA TRECE DEL RENGLON UNO, REPRESENTA PRINCIPALMENTE EL VALOR DE LOS CAMBIOS PECUARIOS EN LAS GRANJAS ENTRE EL INICIO Y EL FINAL DEL AÑO, TAMBIEN CONTIENE CAMBIOS EN LAS EXISTENCIAS DE CEREALES ALMACENADOS POR LA COMISION DE GRANOS Y SEMILLAS, LOS COMERCIANTES Y LOS MOLINEROS. FINALMENTE LA CANTIDAD DE 49.750 REPRESENTA EL VALOR DE LOS PRODUCTOS AGRICOLAS NO PROCESADOS QUE SON EXPORTADOS.

LOS ARTICULOS PRINCIPALES CONTENIDOS AQUI SON ANIMALES VIVOS, LANA SIN CARDAR, PAPAS, CEREALES NO MOLIDOS, VEGETALES FRESCOS Y PESCADOS. LOS PRODUCTOS AGRICOLAS PROCESADOS EXPORTADOS NO SE INCLUYEN AQUI, SINO EN OTROS SECTORES COMO EL PROCESAMIENTO DE ALIMENTOS Y EL DE TEXTILES. EL TOTAL DEL RENGLON AGRICULTURA, EN LA COLUMNA DIECISEIS, EL CUAL ES DE 200.345, REPRESENTA EL PRODUCTO OFICIAL AGRICOLA, FORESTAL Y PESQUERO DE ESE AÑO.

SI OBSERVAMOS LA PRIMERA COLUMNA DE LA TABLA I, VEMOS LOS DIFERENTES ARTICULOS QUE COMPRO EL SECTOR AGRICOLA EN 1960. APARTE DE LA CIFRA DE 2.180 MENCIONADA ANTERIORMENTE PARA EL RENGLON, UNO DE ESTOS FUERON: FORRAJE PARA ANIMALES POR VALOR DE 13.860 COMPRADO AL SECTOR DE PROCESAMIENTO DE ALIMENTOS, MALTA Y GRANOS PARA FORRAJE PROVENIENTES DE CERVECERIAS POR VALOR DE 0.496, COMPRADOS AL SECTOR DE BERIDAS Y TABA

CO; CUERDAS, SACOS Y OTROS POR UN VALOR DE 0.400 DE TEXTILES Y VESTIDOS; MAQUINARIA, REPARACIONES Y REFACCIONES A UN VALOR DE 2.942 DE LA INDUSTRIA DE METALES E INGENIERIA.

LOS AGRICULTORES PAGARON 9.314 POR LIMO, FERTILIZANTES Y PRODUCTOS QUIMICOS A OTROS FABRICANTES Y MINEROS, 0.150 A LA INDUSTRIA DE LA CONSTRUCCION, 0.547 POR ELECTRICIDAD, GAS Y AGUA Y 11.020 POR VETERINARIOS Y OTROS SERVICIOS. EL TOTAL DE ESTOS ARTICULOS QUE PROVIENEN DE INDUSTRIAS DENTRO DEL ESTADO, INCLUYENDO AQUELLAS QUE LA AGRICULTURA SE COMPRO A SI MISMA, FUE DE 40.909.

EL SIGUIENTE CONCEPTO EN LA COLUMNA ES IMPORTACIONES VALUADAS EN 15.294, TALES COMO ANIMALES VIVOS, PASTAS OLEAGINOSAS, FERTILIZANTES COMPUESTOS, SEMILLAS, COMBUSTIBLES DE PETROLEO, ETC. LOS ALIMENTOS NO PROCESADOS, TALES COMO CEREALES SIN MOLER Y FERTILIZANTES SIN PROCESAR, COMO EL FOSFATO EN ROCA, NO ESTAN INCLUIDOS EN ESTE ASIENTO. SE SUPONE QUE ESTOS ARTICULOS SON IMPORTADOS POR LAS INDUSTRIAS QUE LOS USAN COMO MATERIA PRIMA, LOS CUALES SE PROCESAN PARA SU VENTA AL SECTOR AGRICOLA.

LOS OTROS ASIENTOS DE LA COLUMNA DE AGRICULTURA SON: IMPUESTOS INDIRECTOS 11.559; SUBSIDIOS -7.317; SUELDOS, SALARIOS, UTILIDADES, 133.600; DESPRECIACION, 6.300 E INCREMENTO DEL PRODUCTO NACIONAL BRUTO, 114.142. LOS IMPUESTOS INDIRECTOS SON TASAS SOBRE TERRENOS Y CONTRUCCIONES DE GRANJAS, JUNTO CON LOS IMPUESTOS ADUANALES Y LOS IMPUESTOS SOBRE LOS INSUMOS EN LAS GRANJAS. LOS ARTICULOS TALES COMO GASOLINA Y COMBUSTIBLE DE PETROLEO USADOS EN EL CAMPO ESTAN INCLUIDOS EN EL RENGLON DE IMPORTACIONES AL PRECIO NETO, ANTES DE DERECHOS ADUANALES, MIENTRAS QUE EL IMPUESTO SE REGISTRA EN EL RENGLON

DE IMPUESTOS INDIRECTOS. LOS SUBSIDIOS SE REGISTRAN CON UN SIGNO NEGATIVO PUESTO QUE SE RECIBEN Y NO SE DISTRIBUYEN. LA CIFRA DE CRECIMIENTO DEL PRODUCTO NACIONAL BRUTO SE OBTIENE AL DEDUCIR LAS IMPORTACIONES DEL TOTAL DE INSUMOS PRIMARIOS, ESTO ES:  $159.436 - 15.294 = 144.142$ . TAMBIEN SE PUEDE OBTENER AL SUMAR LOS IMPUESTOS INDEIRECTOS MENOS LOS SUBSIDIOS MAS LA DESPRECIACION, A LOS SUELDOS, SALARIOS, UTILIDADES, ESTO ES:  $133.600 + 11.559 - 7.317 + 6.300 = 144.142$ .

ESTE RESULTADO SE DERIVA DE LAS DEFINICIONES DE CONTABILIDAD NACIONAL Y ASI PODEMOS VER QUE EL SISTEMA DE LA MATRIZ INSUMO-PRODUCTO ESTA INTIMAMENTE ASOCIADO CON LAS CUENTAS NACIONALES.

EN LA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO, EL VALOR TOTAL DEL PRODUCTO DE CADA SECTOR PRODUCTIVO, ESTO ES, EL TOTAL DEL RENGLON, ES SIEMPRE IGUAL A SU GASTO TOTAL EN INSUMOS, ES DECIR, EL TOTAL DE LA COLUMNA.

SIN EMBARGO, NO SE IMPONE TAL IGUALDAD SOBRE LOS SECTORES DE DEMANDA FINAL O SOBRE LOS SECTORES DE INSUMO PRIMARIO. ES SUFICIENTE QUE TODOS LOS SECTORES FINALES TOMADOS CONJUNTAMENTE SEAN IGUALES AL TOTAL DE LOS INSUMOS PRIMARIOS. EN CONCORDANCIA CON ESTAS RESTRICCIONES DE IGUALDAD, SE OBSERVA QUE EN LA TABLA 1, LOS TOTALES DE CADA UNO DE LOS NUEVE PRIMEROS RENGLONES SON IGUALES A AQUELLOS DE CADA UNA DE LAS PRIMERAS NUEVE COLUMNAS. TAMBIEN LA SUMA DE TODOS LOS RENGLONES DE DEMANDA FINAL EN EL CUADRANTE II, ESTO ES, LA CIFRA DE 740.814 EN LA COLUMNA QUINCE DEL RENGLON DIEZ, ES IGUAL A LA SUMA DE LOS RENGLONES DE INSUMO PRIMARIO DEL CUADRANTE III O SEA LA CIFRA DE LA DECIMA DEL RENGLON DIECISIETE. ESTE RESULTADO SE OBTIENE PORQUE EL BLOQUE INTERINDUSTRIAL HA SIDO DEDUCIDO DE

LOS AGREGADOS DE LOS NUEVE RENGLONES HORIZONTALES Y DE LAS NUEVE COLUMNAS VERTICALES, SIENDO ESTOS DOS TOTALES IGUALES, ES DECIR, 1 039.775.

LA IGUALDAD DE INSUMOS Y PRODUCTOS EN UN CUADRO DE TRANSACCIONES ES DESDE LUEGO UNA IDENTIDAD CONTABLE. AL PREPARAR LAS CUENTAS DE CADA SECTOR, EL PRODUCTO TOTAL SE DETERMINA PRIMERO. A ESTE SE LE DEDUCEN LOS GASTOS INCLUYENDO INSUMOS IMPORTADOS Y DESPRECIACION Y EL SALDO SE DEFINE COMO "VALOR - AGREGADO" EN EL SECTOR. ESTE ULTIMO CONCEPTO PUEDE TOMARSE COMO EQUIVALENTE A SUELDOS, SALARIOS Y UTILIDADES EN LA TABLA I.

SIN EMBARGO, LAS CIFRAS DE PRODUCTOS SECTORIALES DE CUALQUIER AÑO, PUEDEN NO SER LAS MISMAS EN LAS PUBLICACIONES ESTADISTICAS NACIONALES QUE EN LAS TABLAS DE LA MATRIZ INSUMO-PRODUCTO. ESTA DIFERENCIA OCURRE DEBIDO A LAS SIGUIENTES RAZONES:

AL PREPARAR ESTADISTICAS NACIONALES, LOS ARTICULOS PRODUCIDOS EN UN SECTOR PARA CONSUMO POSTERIOR EN EL MISMO PUEDEN CALCULARSE NETAS. POR OTRA PARTE, AL PREPARAR TABLAS DE INSUMO-PRODUCTO, LAS TRANSACCIONES INTRASECTORIALES (VENTAS DE UN SECTOR A SI MISMO) DE ESTE TIPO GENERALMENTE NO SON ELIMINADAS Y APARECEN COMO ASIENTO EN LAS CELDILLAS DE LA DIAGONAL PRINCIPAL DE LAS TABLAS (RENGLON I DE LA COLUMNA I, RENGLON 2 DE LA COLUMNA 2, ETC.) . ASI ES QUE, LOS PRODUCTOS EN LAS TABLAS DE INSUMO-PRODUCTO SON GENERALMENTE MAYORES QUE LAS CIFRAS OFICIALES DEL PRODUCTO.

LOS INSUMOS SON ENTONCES, CORRESPONDIENTEMENTE MAYORES A FIN DE QUE SE PRESERVE LA IGUALDAD INSUMO-PRODUCTO.

EL ACERVO DE DATOS NECESARIOS PARA LLENAR UNA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO O MATRIZ DE TRANSACCIONES INTERINDUSTRIALES SE ENCUENTRA FUNDAMENTALMENTE EN LAS ESTADISTICAS INDUSTRIALES DE LOS CENSOS GENERALES DE UN PAIS, ES POR ESO QUE NORMALMENTE LA INFORMACION DE LOS CUDROS DE INSUMO-PRODUCTO SE REFIEREN AL AÑO BASE DE LOS CENSOS. EXISTEN OTRAS FUENTES PARCIALES QUE PUEDEN AYUDAR A AFINAR DICHA INFORMACION COMO CENSOS NACIONALES, DATOS RECOGIDOS PARA USO INTERNO DE AGRUPACIONES INDUSTRIALES, RELACIONES TECNOLOGICAS DE CIERTAS INDUSTRIAS, ETC.

LA GRAN VENTAJA DE LA TECNICA DE INSUMO-PRODUCTO ES EL SISTEMA DE CONTROL PARA HACER COINCIDIR LOS VALORES COLOCADOS EN LAS CELDAS A PARTIR TANTO DE EL RENGLON COMO DE LA COLUMNA DONDE SE ENCUENTRAN. LAS CANTIDADES UTILIZADAS DEBEN EXPRESARSE DE PREFERENCIA A PRECIOS DE PRODUCTORES. PARA LAS IMPORTACIONES Y LAS EXPORTACIONES SE PUEDE ACUDIR A LOS DATOS DE LOS PAISES CON QUIENES SE COMERCIA PARA CORROBORAR LAS CIFRAS DE LOS DATOS INTERNOS DE COMERCIO EXTERIOR.

ES CLARO QUE MIENTRAS MAS COMPLETO SEA EL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO SE NECESITAN MAS DATOS ADICIONALES QUE REQUIEREN MAYOR ELABORACION. UN MODELO PUEDE EXIGIR FUNCIONES DE CONSUMO, MEDIDAS SOBRE NECESIDADES DE CAPITAL, ELASTICIDAD DE DEMANDA DE IMPORTACIONES O EXPORTACIONES, FUNCIONES ALTERNATIVAS DE PRODUCCION, ETC.; DE DONDE NACE LA NECESIDAD DE REALIZAR NUMEROSAS INVESTIGACIONES EMPIRICAS ADICIONALES, UTILIZANDO PROCEDIMIENTOS ESTADISTICOS Y ECONOMETRICOS COMPLICADOS.

ii) COEFICIENTES TECNICOS.

DESPUES DE PREPARAR LA TABLA DE TRANSACCIONES, LA CUAL ES LA BASE ESTADISTISTICA DEL SISTEMA INSUMO-PRODUCTO, LA SIGUIENTE OPERACION EN LA DE CALCULAR LO QUE SE LLAMA LA ESTRUCTURA DE COSTO UNITARIO O COEFICIENTES TECNICOS, DICHA TABLA O MATRIZ DE COEFICIENTES TECNICOS, LOS CUALES SON CALCULADOS A PARTIR DE CADA UNO DE LOS COEFICIENTES DEL CUADRANTE I (MATRIZ A) Y EL TOTAL DE CADA UNA DE LAS COLUMNAS CORRESPONDIENTES QUE ESTAN EN EL CUADRANTE III (DIVIDIMOS CADA COLUMNA ENTRE SU CIFRA TOTAL DE INSUMO). COMO LOS COEFICIENTES DEL CUADRANTE I FORMAN UNA MATRIZ CUADRADA DE  $m \times m$  SE TIENE QUE LA MATRIZ "B" DE COEFICIENTES TECNICOS SERA TAMBIEN DE  $m \times m$  Y SI:

$$B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{1j} & b_{1m} \\ b_{i1} & b_{ij} & b_{im} \\ b_{m1} & b_{mj} & b_{mm} \end{pmatrix}$$

DONDE EL LUGAR  $b_{ij} = \frac{x_{ij}}{X_j}$

$x_{ij}$  - COEFICIENTE DE LA MATRIZ A

$X_j$  - TOTAL DE INSUMO DE LA COLUMNA j

DE DONDE SE TIENE QUE  $x_{ij} = b_{ij} X_j$



QUE AL SUSTITUIR CADA  $x_{ij} = b_{ij}x_j$  EN EL SISTEMA OBTENEMOS:

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 = b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + \dots + b_{1m}x_m + Y_1 \\ x_2 = b_{21}x_1 + b_{22}x_2 + \dots + b_{2m}x_m + Y_2 \\ \dots \\ x_m = b_{m1}x_1 + b_{m2}x_2 + \dots + b_{mm}x_m + Y_m \end{array} \right.$$

PASANDO LAS  $x_i$  AL LADO IZQUIERDO

$$\left\{ \begin{array}{l} x_1 - (b_{11}x_1 + b_{12}x_2 + \dots + b_{1m}x_m) = Y_1 \\ x_2 - (b_{21}x_1 + b_{22}x_2 + \dots + b_{2m}x_m) = Y_2 \\ \dots \\ x_m - (b_{m1}x_1 + b_{m2}x_2 + \dots + b_{mm}x_m) = Y_m \end{array} \right.$$

Y AGRUPANDO OBTENEMOS:

SISTEMA I

$$\left\{ \begin{array}{l} (1-b_{11})x_1 - b_{12}x_2 - \dots - b_{1m}x_m = Y_1 \\ -b_{21}x_1 + (1-b_{22})x_2 - \dots - b_{2m}x_m = Y_2 \\ \dots \\ b_{m1}x_1 - b_{m2}x_2 - \dots + (1-b_{mm})x_m = Y_m \end{array} \right.$$

AHORA SI REPRESENTAMOS MATRICIAMENTE LO ANTERIOR;

$$\text{SEA } Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_m \end{pmatrix} ; \quad X = \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{pmatrix}$$

$$Y = B X \quad \text{donde } B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mm} \end{pmatrix}$$

EL PRIMER SISTEMA DE ECUACIONES LINEALES SE EXPRESA COMO:

$$X = B X + Y, \text{ LUEGO}$$

DESEPEJANDO A Y SE OBTIENE:

$$X - B X = Y, \text{ FACTORIZANDO } X$$

$$(I - B)X = Y \quad \text{LO CUAL EQUIVALE AL SISTEMA}$$

$$(I - B)X = \begin{pmatrix} 1 - b_{11} & -b_{12} & \dots & -b_{1m} \\ -b_{21} & 1 - b_{22} & \dots & b_{2m} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -b_{m1} & -b_{m2} & \dots & 1 - b_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_1 \\ X_2 \\ \vdots \\ X_m \end{pmatrix} = Y = \begin{pmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_m \end{pmatrix}$$

OBSERVANDO QUE LA DEMANDA TOTAL "Y" ES DETERMINADA EN TERMINOS DE LOS COEFICIENTES TECNICOS Y LOS INSUMOS TOTALES = PRODUCTOS TOTALES, TAMBIEN OBSERVAMOS QUE CONOCIENDO LA MATRIZ DE LOS COEFICIENTES TECNICOS ES POSIBLE OBTENER LA MATRIZ DE COEFICIENTES INTERINDUSTRIALES(CUADRANTE I):

$$BX = \begin{pmatrix} X_{11} & X_{12} & \dots & X_{1m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ X_{m1} & X_{m2} & \dots & X_{mm} \end{pmatrix}$$

A CAUSA DE LA INTERRELACION ENTRE LOS DIFERENTES SECTORES DE UNA ECONOMIA, UN CAMBIO EN LA DEMANDA FINAL DE LOS PRODUCTOS DE UN SECTOR, OCACIONA RAMIFICACIONES A TRAVES DE TO DO EL SISTEMA, LAS CUALES CAMBIAN NO SOLAMENTE LOS PRODUCTOS DEL SECTOR EN CUESTION, SINO TAMBIEN AQUELLOS DE LA MAYORIA O TAL VEZ DE TODOS LOS OTROS SECTORES DE LA ECONOMIA, UNO DE LOS PRINCIPALES OBJETIVOS DEL ANALISIS INSUMO-PRODUCTO ES ESTUDIAR ESTOS CAMBIOS, PERO LA MATRIZ "B" DE COEFICIENTES TECNICOS NO PUEDEN USARSE DIRECTAMENTE PARA MEDIR ESTOS CAMBIOS PUESTO QUE MUESTRA SOLAMENTE LO QUE SE CONOCE COMO EFECTOS DIRECTOS O DE PRIMER ORDEN DE LOS CAMBIOS DE LA DEMANDA FINAL. PARA ESTUDIAR LOS EFECTOS DE SEGUNDO O MAS ALTO ORDEN SON NECESARIOS OTROS OPERADORES CONOCIDOS COMO COEFICIENTES TOTALES O DE INTERDEPENDENCIA.  
7-15

PARA OBTENER LOS COEFICIENTES TOTALES RECURRIMOS A LA ECUACION:  $(I-B)X = Y$

EN UN ANALISIS DE INSUMO-PRODUCTO EL VECTOR "Y" O SEA EL VECTOR DE LA DEMANDA FINAL, SE SUPONE GENERALMENTE QUE SEA EXOGENA O QUE ESTE DADO Y EL PROBLEMA ES DETERMINAL EL VECTOR DE PRODUCTO, ES DECIR, EL VECTOR "X", O SEA LA CANTIDAD DE PRODUCCION DE CADA UNO DE LOS SECTORES PARA SATISFACER LA DEMANDA FINAL. ASI CONOCIENDO EL VECTOR DE LA DEMANDA FINAL "Y" Y LA MATRIZ "B" DE COEFICIENTES TECNICOS, LA SOLUCION PARA "X" SERA:  $X = (I-B)^{-1} Y$ . DONDE  $(I-B)^{-1}$  ES LA MATRIZ INVERSA DE  $(I-B)$ .

EL PROBLEMA ENTONCES ES DETERMINAR LA INVERSA DE LA MATRIZ  $(I-B)$ .

COMO LA MATRIZ CUADRADA "B" Y EL VECTOR "Y" SON NO NEGATIVOS Y COMO  $(I-B)$  DEBE SATISFACER LAS CONDICIONES DE HAWKINS-SIMON PARA QUE LA SOLUCION EN EL VECTOR "X" TENGA SENTIDO ECONOMICO, ES DECIR PARA QUE SEA  $X \geq 0$ . Y ESTO SE DA CUANDO LA MATRIZ  $(I-B)$  TENGA INVERSA NO NEGATIVA PARA ASI OBTENER QUE  $X = (I-B)^{-1} Y \geq 0$ . LA MATRIZ  $(I-B)$  SE LLAMA A MENUDO, MATRIZ DE LEONTIEF Y TIENE LA PROPIEDAD DE QUE TODOS LOS ELEMENTOS DE LA DIAGONAL SON POSITIVOS, MIENTRAS LOS QUE ESTAN FUERA SON NEGATIVOS O CERO. ESTA PROPIEDAD PARA EL CASO ECONOMICO SIEMPRE SE CUMPLIRA EN GENERAL DEBIDO A LA UTILIDAD SECTORIAL PRODUCTIVA, PARA QUE CADA UNO DE LOS SECTORES PRODUCTIVOS TENGA UTILIDADES DEBE CUMPLIRSE LA SUMA DE LOS ELEMENTOS DE CADA COLUMNA DE LA MATRIZ "B" (DE COEFICIENTES TECNICOS) SEA MENOR QUE LA UNIDAD, PARA QUE ASI SUMANDO A CADA TOTAL DE COLUMNA MAS EL VALOR AGREGADO CORRESPONDIENTE A CADA COLUMNA SE TENGA LA UNIDAD. ESTO SE BASA EN QUE LOS GASTOS INDUCIDOS DENTRO DEL SISTEMA DEBEN SER MENORES QUE EL INGRESO QUE LOS GENERA. EN EL SISTEMA ABIERTO BASTA CON QUE LA SUMA DE LOS COEFICIENTES DE INSUMO (A PARTE DE LOS PAGOS A FACTORES PRIMARIOS) SEA MENOR QUE LA UNI-

DAD. LO CUAL ESTA CONDICION SIEMPRE SE ENCUENTRA SATISFECHA, YA QUE SOLAMENTE SON INDUCIDAS LAS COMPRAS A OTRAS INDUSTRIAS HECHAS PARA LA PRODUCCION COMUN Y CORRIENTE.

ASI CON LO ANTERIOR DICHO SE DA SOLUCION AL PROBLEMA  $(I-B) X = Y$  QUE ES  $X = (I-B)^{-1} Y$ .

### iii) COEFICIENTES DE INTERDEPENDENCIA.

LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ  $(I-B)^{-1}$  SON LOS COEFICIENTES DE INTERDEPENDENCIA.

$$\text{SI } (I-B)^{-1} = \begin{pmatrix} V_{11} & \dots & V_{1m} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ V_{m1} & \dots & V_{mm} \end{pmatrix} \quad \text{TENEMOS QUE}$$

$$\begin{pmatrix} X_1 \\ \vdots \\ X_m \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{11} & \dots & V_{1m} \\ \vdots & \dots & \vdots \\ V_{m1} & \dots & V_{mm} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Y_1 \\ \vdots \\ Y_m \end{pmatrix} = \begin{matrix} V_{11} Y_1 + \dots + V_{1m} Y_m \\ \vdots \\ V_{m1} Y_1 + \dots + V_{mm} Y_m \end{matrix}$$

$$X = (I-B)^{-1} Y$$

CADA COEFICIENTE DE INTERDEPENDENCIA  $r_{ij}$  ES INTERPRETADO COMO LA CANTIDAD DE PRODUCCION DEL SECTOR "i" POR CADA UNIDAD DE DEMANDA FINAL DEL SECTOR "j". ASI LOS COEFICIENTES DE INTERDEPENDENCIA SE OBTIENEN AL INVERTIR LA MATRIZ  $(I - B)$  ESTOS COEFICIENTES TAMBIEN SE PUEDEN OBTENER RESOLVIENDO LAS ECUACIONES LINEALES SIMULTANEAS PARA  $X$  DEL SISTEMA I, LO

7-30-16-19-21-5-14  
CUAL ES EQUIVALENTE AL PRIMER CASO.

EN ESTE SEGUNDO EJEMPLO SE EXPONEN LOS CONCEPTOS TRATADOS CON LA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO DE NUEVE SECTORES PRESENTADA ANTERIORMENTE(EJEMPLO I), LA CUAL PARA MOSTRAR LOS METODOS DE CALCULO DE LOS COEFICIENTES TECNICOS DE INTERDEPENDENCIA, PRESENTAMOS A CONTINUACION EN LA SEGUNDA TABLA LA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO DE NUEVE SECTORES AGREGADA A UNA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO DE TRES SECTORES SOLAMENTE, QUE APARTIR DE ESTA MATRIZ SE CALCULA LA MATRIZ DE COEFICIENTES TECNICOS(TABLA 2A) Y LA MATRIZ DE COEFICIENTES TOTALES.

A CONTINUACION SE PRESENTAN TANTO LA TABLA 2 COMO LA TABLA 2A.

TABLA 2  
MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO, AGREGADA DE IRLANDA PARA 1960

PRODUCTOS	INTERINDUSTRIA				DEMANDA FINAL					PRODUCTO
	AGRICULTURA	INDUSTRIA	SERVICIOS	CONSUMO			FORMACION DE CAPITAL	EXPORTACIONES	DEMANDA FINAL TOTAL	
INSUMOS	(1)	(2)	(3)	TOTAL INTERINDUSTRIAL (4)	DOMESTICO (5)	GUBERNAMENTAL (6)	(7)	(8)	(9)	(10)
	I				II					
1. AGRICULTURA	2.180	81.687	1.143	85.010	62.111	0.803	2.671	49.750	115.335	200.345
2. INDUSTRIA	27.709	98.036	25.457	151.202	207.086	14.821	61.732	103.278	386.917	538.119
3. SERVICIOS	11.020	32.242	19.487	62.749	139.195	50.849	6.428	42.090	238.562	301.311
4. TOTAL INTERINDUSTRIAL	40.909	211.965	46.087	298.961	408.392	56.473	70.831	195.118	740.814	1 039.775
INSUMOS PRIMARIOS	III				IV					
5. IMPORTACIONES	15.294	119.842	7.855	142.991	62.295	1.764	25.983	3.345	93.387	236.378
6. IMPUESTOS INDIRECTOS	11.559	49.257	9.200	70.016	31.884	---	0.886	3.175	35.945	105.961
7. SUBSIDIOS	-7.317	-5.848	-6.701	-19.866	---	---	---	---	---	-19.866
8. SUELDOS, SALARIOS, UTILIDADES, ETC	133.600	150.403	229.570	513.573	---	---	---	33.912	33.912	547.485
9. DEPRECIACION	6.300	12.500	15.300	34.100	---	2.500	-1.100	---	1.400	35.500
10. TOTAL INSUMOS PRIMARIOS	159.436	326.154	255.224	740.814	94.179	4.264	25.769	40.432	164.644	905.458
11. INSUMO=PRODUCTO	200.345	538.119	301.311	1039.775	502.571	70.737	96.600	235.550	905.458	1 945.233

TABLA 2A  
TABLA DE COEFICIENTES (IRLANDA 1960)  
BASADA EN LA TABLA I

INSUMOS	AGRICULTURA	INDUSTRIA	SERVICIOS
1. AGRICULTURA	0.0109	0.1518	0.0038
2. INDUSTRIA	0.1383	0.1822	0.0845
3. SERVICIOS	0.0550	0.0599	0.0647
4. TOTAL INTERINDUSTRIAL	0.2042	0.3939	0.1530
<u>INSUMOS PRIMARIOS</u>			
5. IMPORTACIONES	0.0763	0.2227	0.0261
6. IMPUESTOS INDIRECTOS	0.0577	0.0915	0.0305
7. SUBSIDIOS	-0.0365	-0.0109	-0.0222
8. SUELDOS, SALARIOS, UTILIDADES	0.0668	0.2795	0.7619
9. DEPRECIACION	0.0314	0.0232	0.0508
10. TOTAL DE INSUMOS PRIMARIOS	0.7958	0.6061	0.8470
11. INSUMOS TOTALES	1.0000	1.0000	1.0000

A CAUSA DE ERRORES AL REDONDEAR, LA SUMA DE LOS ASIENTOS INDIVIDUALES EN CADA COLUMNA PUEDE NO DAR LA SUMA EXACTA A LA UNIDAD, NI LOS SUBTOTALES MOSTRADOS EN LOS RENGLONES CUATRO Y DIEZ, LOS CUALES FUERON CALCULADOS DE LAS TRANSACCIONES REALES DE LA TABLA 2.

LOS COEFICIENTES TECNICOS SE OBTIENEN A PARTIR DE LA TABLA 2, SE CALCULAN DIVIDIENDO CADA CANTIDAD REGISTRADA EN LOS CUADRANTES I Y III DE LA TABLA 2 ENTRE EL TOTAL DE LA COLUMNA EN LA CUAL SE ENCUENTRE DICHA CANTIDAD. POR EJEMPLO, EL FLUJO INTERNO DENTRO DE AGRICULTURA, 2.180, AL DIVIDIRSE ENTRE 200.345 QUE ES EL TOTAL DE LA COLUMNA DE AGRICULTURA, NOS DA ---- 0.0109. SIMILARMENTE, LAS VENTAS DE PRODUCTOS AGRICOLAS A LA INDUSTRIA 81.687, AL DIVIDIRSE ENTRE 538.119 QUE ES EL TOTAL DE LA COLUMNA DE INDUSTRIA, NOS DA 0.1518.

LA MATRIZ "B" DE COEFICIENTES TECNICOS ESTARA FORMADA POR LOS COEFICIENTES OBTENIDOS A PARTIR DEL CUADRANTE I SOLAMENTE.

$$B = \begin{pmatrix} 0.0109 & 0.1518 & 0.0038 \\ 0.1383 & 0.1822 & 0.0845 \\ 0.0550 & 0.0599 & 0.0647 \end{pmatrix}$$

LAS PROPORCIONES O COEFICIENTES TECNICOS CALCULADOS PARA FORMAR LA MATRIZ "B" SON INTERPRETADOS DE LA SIGUIENTE MANERA: CADA LIBRA ESTERLINA DE PRODUCTO AGRICOLA REQUIERE --- 0.0109 LIBRAS ESTERLINAS DE INSUMOS DE SU MISMO SECTOR, MATERIALES POR VALOR DE 0.1383 LIBRAS ESTERLINAS DE LA INDUSTRIA, SERVICIOS POR VALOR DE 0.0550 LIBRAS ESTERLINAS E INSUMOS PRIMARIOS TOTALES POR UN VALOR DE 0.7958 LIBRAS ESTERLINAS. EN FORMA SIMILAR LOS COEFICIENTES DEL SECTOR INDUSTRIA Y DEL SECTOR SERVICIOS PUEDE INTERPRETARSE.

OBSERVECE QUE LOS COEFICIENTES EN LA MATRIZ "B" QUE SON LOS COEFICIENTES TECNICOS, SON TODOS MENOR A LA UNIDAD.

DADO LA MATRIZ "B", SE TIENE:

$$(I-B) = \begin{pmatrix} 1-0.0109 & -0.1518 & -0.0038 \\ -0.1383 & 1-0.1822 & -0.0845 \\ -0.0550 & -0.0599 & 1-0.0647 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.9891 & -0.1518 & -0.0038 \\ -0.1383 & 0.8178 & -0.0845 \\ -0.0550 & -0.0599 & 0.9353 \end{pmatrix}$$

Y QUE

$$(I-B)^{-1} = \begin{pmatrix} 1.0394 & 0.1945 & 0.0218 \\ 0.1833 & 1.2652 & 0.1150 \\ 0.0729 & 0.0925 & 1.0778 \end{pmatrix}$$

OBSERVAMOS COMO REGLA NEMOTECNICA QUE LA DIAGONAL PRINCIPAL ES MAYOR QUE UNO.

EN TRABAJOS PRACTICOS USAMOS LA RELACION  $X=(I-B)^{-1}$  Y PARA CORROBORAR LOS ELEMENTOS DE  $(I-B)^{-1}$ . PARA HACER ESTO TOMAMOS LAS CIFRAS DE LA DEMANDA FINAL QUE ESTAN EN EL CUADRANTE II Y LAS MULTIPLICAMOS POR LA MATRIZ INVERZA PARA OBTENER ASI EL VECTOR DE PRODUCTOS.

1.1.1) INTERPRETACION DE LOS COEFICIENTES DE INTERDEPEN-  
DENCIA.

EXISTE CIERTO INTERES, DESDE EL PUNTO DE VISTA ECONÓMICO, PARA INVESTIGAR EL PROCEDIMIENTO POR MEDIO DEL CUAL SE DIFUNDE A TRAVÉS DE LA ECONOMÍA LOS EFECTOS DE LA DEMANDA AUTÓNOMA.

LA UTILIDAD DE LA SOLUCIÓN GENERAL SE DEMUESTRA POR EL HECHO DE QUE CUALQUIERA DE LAS DOS, LAS "Y" O LAS "X" PUEDEN VARIARSE Y OBTENERSE UNA SOLUCIÓN POR MEDIO DE UN SIMPLE CÁLCULO PARA LAS RESTANTES VARIABLES MÁS AÚN, PUEDE DETERMINARSE POR SEPARADO EL EFECTO DE CADA "Y". POR CONSECUENCIA, LA MATRIZ INVERSA ES VALIOSA PARA LA EXPLORACIÓN DE LAS PROPIEDADES GENERALES DEL SISTEMA.

5-7-30-16

1.4.1. EXAMEN DE LOS EFECTOS DIRECTOS E INDIRECTOS DE LOS CAM-  
BIOS DE LA DEMANDA.

A PESAR DE LOS COEFICIENTES DE INTERDEPENDENCIA NOS DAN LOS EFECTOS TOTALES DE LOS CAMBIOS EN LA DEMANDA, A VECES ES ÚTIL DESGLOSAR ESTOS EFECTOS POR DIFERENTES COMPONENTES CON EL FIN DE AISLAR LO QUE SE LLAMA LOS EFECTOS DE PRIMER ORDEN, SEGUNDO ORDEN, TERCER ORDEN, ETC., COMO LA MATRIZ  $(I-B)^{-1}$  MUESTRA EL EFECTO TOTAL DE UNA DEMANDA FINAL DADA. A FIN DE ESTUDIAR LOS EFECTOS INDIRECTOS POR DIFERENTES COMPONENTES SE DESGLOSA EL EFECTO TOTAL EN UN EFECTO DIRECTO Y EN UNA SERIE DE EFECTOS INDIRECTOS.

7-5-30-16

ESTO ES POSIBLE EXPRESANDO EL OPERADOR  $(I-B)^{-1}$  EN UNA SERIE DE POTENCIAS:

$$(I-B)^{-1} = I + B + B^2 + B^3 + \dots + B^n + \dots = \sum_{n=0}^{\infty} B^n$$

{ SEA  $B : \mathcal{M}^m \longrightarrow \mathcal{M}^m$  UNA TRANSFORMACION LINEAL EN EL ESPACIO VECTORIAL  $\mathcal{M}^m$ , (TODAS LAS NORMAS SON EQUIVALENTES), SI  $\|B\| < 1$  ENTONCES LA SERIE DE POTENCIAS (SERIE GEOMETRICA)  $\sum_{n=0}^{\infty} B^n$  CONVERGE EN  $\mathcal{M}^m$  Y SU SUMA ES  $(I-B)^{-1}$

#### DEMOSTRACION:

SI  $S_n = I + B + \dots + B^n$  SE PUEDE EXPRESAR

$$S_n = (I-B)^{-1} (I-B^{n+1}) \text{ Y SE TIENE QUE } \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = (I-B)^{-1}$$

DEBIDO A QUE COMO  $\|B\| < 1 \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} B^{n+1} = 0$

PUESTO QUE SE CUMPLE

$$\|B^{n+1}\| \leq \|B\|^{n+1} \quad \forall n \geq 0 \quad \text{Y} \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \|B\|^{n+1} = 0. \quad \}$$

UN EJEMPLO NOS EXPLICA COMO OBTENER ESTOS COMPONENTES LLAMADOS EFECTOS DE PRIMER ORDEN, SEGUNDO ORDEN, TERCER ORDEN, ETC. SUPONGAMOS QUE LAS DEMANDAS FINALES DE LOS PRODUCTOS DEL SECTOR AGRICOLA SON INCREMENTADOS EN UNA UNIDAD SIN CAMBIAR AQUELLOS DE LOS OTROS SECTORES. AHORA, PUESTO QUE EL PRODUCTO DE UN SECTOR SE OBTIENE, AL SUMAR A LO LARGO LOS DIFERENTES ASIENTOS DEL RENGLON; UN AUMENTO DE UNA UNIDAD DE LA DEMANDA FINAL DE PRODUCTOS AGRICOLAS DEBE CAUSAR UN AUMENTO

INMEDIATO DE UNA UNIDAD EN EL PRODUCTO AGRICOLA PARA SATISFACER ESA DEMANDA. LA PRIMERA COLUMNA DE LA TABLA 2 MUESTRA, SINEMBARGO, QUE UN AUMENTO DE UNA UNIDAD EN EL PRODUCTO AGRICOLA REQUIERE:

- (a) 0.0109 UNIDADES DE PRODUCTOS AGRICOLAS PARA TRANSACCIONES INTERNAS.
- (b) 0.1383 UNIDADES DE PRODUCTOS INDUSTRIALES
- (c) 0.0550 UNIDADES DE SERVICIOS

ESTOS REQUERIMIENTOS, A SU VEZ, INCREMENTARAN LOS TO TALES DE SUS RESPECTIVOS RENGLONES PARA QUE UN AUMENTO DE UNA UNIDAD DE LA DEMANDA DE PRODUCTOS AGRICOLAS TENGA EFECTO DE (ADEMAS DE INCREMENTAR EN FORMA INMEDIATA EL PRODUCTO DE LA AGRICULTURA EN UNA UNIDAD) AUMENTAR:

- a) EL PRODUCTO DE LA AGRICULTURA EN 0.0109 UNIDADES MAS
- b) EL PRODUCTO DE LA INDUSTRIA EN 0.1383 UNIDADES
- c) EL PRODUCTO DE SERVICIOS EN 0.0550 UNIDADES.

ESTOS SON CONOCIDOS COMO EFECTOS DE PRIMER ORDEN Y LAS CANTIDADES INDEPENDIENTES DE LA UNIDAD REQUERIDA PARA LA DEMANDA FINAL DIRECTA SE PUEDEN OBTENER PREMULTIPLICANDO EL VECTOR DE LOS CAMBIOS EN LA DEMANDA FINAL  $\Delta Y$  POR LA MATRIZ "B" DE LOS COEFICIENTES TECNICOS, ESTO ES:  $B\Delta Y = X^{(1)}$

DONDE  $X^{(1)}$  ES EL VECTOR DE LOS CAMBIOS DE PRIMER ORDEN EN EL PRODUCTO.

LOS CALCULOS ESCRITOS EN DETALLE SON:

$$\begin{pmatrix} 0.0109 & 0.1518 & 0.0038 \\ 0.1383 & 0.1822 & 0.0845 \\ 0.0550 & 0.0599 & 0.0647 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta Y \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X^{(1)} \\ 0.0109 \\ 0.1383 \\ 0.0550 \end{pmatrix}$$

AHORA, LOS EFECTOS DE PRIMER ORDEN PRODUCEN EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN, ES DECIR, PARA INCREMENTAR LOS TOTALES DE SUS RESPECTIVOS RENGLONES, CADA UNO DE LOS SECTORES REQUIERE DE INSUMOS ADICIONALES QUE A SU VEZ REQUERIRA DE AUMENTO EN LOS PRODUCTOS DE LOS RENGLONES Y ASI SUCESIVAMENTE.

PARA OBTENER LOS EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN INDEPENDIENTES DE LOS DEMAS, SE PREMULTIPLICA EL VECTOR DE LOS EFECTOS DE PRIMER ORDEN POR LOS COEFICIENTES TECNICOS DE LA MISMA FORMA QUE ANTES, ASI:  $B X^{(1)} = X^{(2)}$

DONDE  $X^{(1)}$  ES EL VECTOR DE LOS EFECTOS DE PRIMER ORDEN Y  $X^{(2)}$  ES EL VECTOR DE LOS EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN.

APLICANDOLO AL EJEMPLO CONSIDERADO:

$$\begin{pmatrix} 0.0109 & 0.1518 & 0.0038 \\ 0.1383 & 0.1822 & 0.0845 \\ 0.0550 & 0.0599 & 0.0647 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X^{(1)} \\ X^{(1)} \\ X^{(1)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X^{(2)} \\ X^{(2)} \\ X^{(2)} \end{pmatrix}$$

PARA OBTENER LOS EFECTOS DE TERCER ORDEN, INDEPENDIENTES DE LOS DEMAS, SE OBTIENEN AL MULTIPLICAR EL VECTOR DE LOS EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN POR LA MATRIZ "B" DE COEFICIENTES TECNICOS DE LA MISMA FORMA QUE ANTES, ASI:

$$B X^{(2)} = X^{(3)}$$

DONDE  $X^{(3)}$  ES EL VECTOR DE LOS COEFICIENTES DE TERCER ORDEN.

EN NUESTRO EJEMPLO OBTENEMOS:

$$\begin{pmatrix} 0.0109 & 0.1518 & 0.0038 \\ 0.1383 & 0.1822 & 0.0845 \\ 0.0550 & 0.0599 & 0.0647 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x^{(2)} \\ 0.0213 \\ 0.0314 \\ 0.0124 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x^{(3)} \\ 0.0050 \\ 0.0097 \\ 0.0039 \end{pmatrix}$$

PARA LOS TRES SECTORES, LA UNIDAD DE LA DEMANDA FINAL MAS EL TOTAL DE LOS EFECTOS DEL PRIMER ORDEN, SON POR LO TANTO:

	UNIDAD DE LA DEMANDA FINAL	1er ORDEN	2do ORDEN	3er ORDEN	PRODUCTO TOTAL
	$\Delta Y$				
AGRICULTURA	1.000	+ 0.0109	+ 0.0213	+ 0.0050	= 1.0372
INDUSTRIA		0.1383	+ 0.0314	+ 0.0097	= 0.1794
SERVICIOS		0.0550	+ 0.0124	+ 0.0039	= 0.0713

OBSERVANDO LO SIGUIENTE, CON LA EXCEPCION DEL SECTOR AGRICOLA, LOS EFECTOS DE SEGUNDO ORDEN SON MENORES QUE LOS DE PRIMERO, MIENTRAS QUE EN LOS DEMAS CASOS, LOS EFECTOS DE TERCER ORDEN SON MENORES QUE LOS DE SEGUNDO. SI CALCULAMOS LOS EFECTOS DE CUARTO ORDEN TENEMOS QUE:

$$x^{(4)} = \begin{pmatrix} .0020 \\ .0027 \\ .0011 \end{pmatrix}$$

ESTOS SON MENORES QUE LOS DE TERCERO, LOS DE QUINTO MENORES QUE LOS DE CUARTO Y ASI SUCESIVAMENTE HASTA ALCANZAR EL PUNTO EN QUE NO SE OBTENGA NINGUN AUMENTO SUBSECUENTE DE -

NINGUNA IMPORTANCIA PARA LA SUMA DE LOS EFECTOS DE TODOS LOS ORDENENS SUBSIGUIENTES.

COMO PODEMOS VER, CADA ORDEN SE OBTIENE AL MULTIPLICAR EL ORDEN PREVIO POR LA MATRIZ DE COEFICIENTES TECNICOS Y EL EFECTO TOTAL DE TODOS LOS ORDENES SE OBTIENE SUMANDO LOS EFECTOS DE CADA DISTINTO ORDEN. COMO A CONTINUACION:

$$\begin{aligned}
 X^{(1)} &= B \Delta Y \\
 X^{(2)} &= B X^{(1)} = B^2 \Delta Y \\
 X^{(3)} &= B X^{(2)} = B^3 \Delta Y \\
 &\dots \\
 &\dots \\
 &\dots \\
 &\dots \\
 X^n &= B X^{(n-1)} = B^n \Delta Y \\
 &\dots \\
 &\dots \\
 &\dots \\
 &\dots \\
 &\dots
 \end{aligned}$$

LA CANTIDAD DE PRODUCCION TOTAL QUE REQUIERE CADA UNO DE LOS SECTORES PARA SATISFACER LA DEMANDA FINAL INCREMENTADA Y (EN ESTE CASO EN UNA UNIDAD EN LA DEMANDA DEL SECTOR AGRICOLA) ES LA SUMA DEL INCREMENTO EN LA DEMANDA FINAL Y MAS LA SUMA DEL TOTAL DE LOS EFECTOS DE CADA ORDEN, ESTO ES:

$$\Delta X = \Delta Y + X^{(1)} + X^{(2)} + X^{(3)} + \dots + X^{(n)} + \dots$$

SUSTITUYENDO

$$\Delta X = \Delta Y + B \Delta Y + B^2 \Delta Y + \dots + B^n \Delta Y + \dots$$

FACTORIZANDO  $\Delta Y$  A LA DERECHA

$$\Delta X = (I + B + B^2 + B^3 + \text{-----} + B^n + \text{-----})\Delta Y$$

$$Y \text{ COMO } (I-B)^{-1} = I + B + B^2 + B^3 + \text{-----} + B^n + \text{-----}$$

LLEGAMOS A LA ECUACION:

$$\Delta X = (I-B)^{-1} \Delta Y$$

QUE ERA LA SOLUCION PARA ENCONTRAR EL TOTAL DE PRODUCCION REQUERIDA POR CADA SECTOR DADA LA DEMANDA FINAL.

ENTONCES OBSERVAMOS QUE DADA LA DEMANDA FINAL Y LA MATRIZ "B" DE COEFICIENTES TECNICOS ES POSIBLE OBTENER LOS EFECTOS DIRECTOS E INDIRECTOS DE LOS CAMBIOS EN LA DEMANDA FINAL, YA SEA DE UNA MANERA TOTAL POR MEDIO DE  $(I-B)^{-1}$  O DE FORMA INDEPENDIENTE, OBTENIENDO EL EFECTO DIRECTO E INDIRECTO Y ASI PODER ESTUDIAR LOS CAMBIOS EN LA DEMANDA FINAL EN CADA SECTOR PRODUCTIVO.

7-30-16-19-21-5-14

#### 1.4.2. SUPUESTOS BASICOS DEL MODELO INSUMO-PRODUCTO.

LOS SUPUESTOS ESENCIALES DE LA TEORIA DE INSUMO-PRODUCTO, SE OCUPAN CASI TOTALMENTE DE LA NATURALEZA DE LA PRODUCCION, SE PARTE DE LA POSIBILIDAD DE DIVIDIR CUALQUIER ECONOMIA EN SECTORES DONDE LAS RELACIONES INTERSECTORIALES RECIPROCAS ENTRE ELLOS PUEDAN EXPRESARSE POR MEDIO DE UNA SERIE DE FUNCIONES DE INSUMO SENCILLAS.

a) SUPUESTO DE IDENTIDAD DE INDUSTRIA Y PRODUCTO.

DEBE SER POSIBLE FORMAR LOS SECTORES PRODUCTIVOS DE TAL MANERA QUE CADA UNO DE ELLOS PUEDA SUPONERSE UNA SOLA FUNCION DE PRODUCCION EQUIVALENTE EN DECIR QUE CADA SECTOR PRODUSCA SOLO UNA MERCANCIA (LA INDUSTRIA AUTOMOTRIZ SOLO HACE MOTORES PARA VEHICULOS), CONTEMPLANDO TAMBIEN QUE CADA SECTOR TIENE SU PROPIA ESTRUCTURA DE INSUMO Y QUE NO HAY SUSTITUCION ENTRE LOS BIENES SUMINISTRADOS ENTRE LOS DIVERSOS SECTORES A MENOS QUE SE TENGAN SUSTITUTOS CERCANOS EN EL CONSUMO Y PARA NO VIOLAR EL SUPUESTO DE "NO SUSTITUCION", SE TENDRAN QUE COMBINAR ALTERNATIVAMENTE EN EL MISMO SECTOR, PERO EL CONSIDERAR ESTO SE VIOLARIA EL SUPUESTO DE ---- "SOLA UNA ESTRUCTURA DE INSUMO", YA QUE AMBOS BIENES TIENEN UNA ESTRUCTURA DE INSUMO TOTALMENTE DIFERENTES.

b) SUPUESTO DE HOMOGENEIDAD EN EL PRODUCTO.

ESTABLECE QUE CADA PRODUCTO ES UNIFORME (TODOS LOS MOTORES PARA VEHICULOS SON IGUALES) EN SU PRIMERA FORMULACION TEORICA EL CONCEPTO DE SECTOR DE LEONTIEF A SEMEJANZA A LA INDUSTRIA WALRASIANA, DONDE SUPONIA QUE ESTABA COMPUESTO DE PLANEAS QUE FABRICABAN UN SOLO -- PRODUCTO HOMOGENEO POR MEDIO DE TECNICAS SIMILARES.

c) SUPUESTO TECNOLÓGICO DE COEFICIENTES FIJOS.

ESTABLECE QUE LOS INSUMOS COMPRADOS Y LA PRODUCCION DE UN SECTOR CORRESPONDIENTE, SE HAN DE COMBINAR EN PROPORCIONES (SUPONEMOS QUE EXISTE PROPORCIONALIDAD - ENTRE LOS INSUMOS Y LA CANTIDAD PRODUCIDA, SI PRODUSCO EL DOBLE TENGO EL DOBLE DE INSUMOS), TAMBIEN SUPONE - QUE SE PRECISA CIERTA CANTIDAD MINIMA O INSUMO MINIMO DE CADA UNO DE LOS BIENES NECESARIOS PARA PRODUCIR UNA UNIDAD DE PRODUCTO DE CADA UNO DE LOS BIENES PARA ASI OBTENER LO QUE SE CONOCE COMO UNA FUNCION DE PRODUCCION DE RENDIMIENTOS CONSTANTES A ESCALA EN PROPORCIONES FIJAS, SE SUPONE ADEMAS QUE LOS COEFICIENTES TECNICOS NO VARIAN EN EL PERIODO DE ESTUDIO O SEA QUE LA TECNOLOGIA NO CAMBIA EN UN PERIODO DE TIEMPO.

EL ANALISIS DE INSUMO-PRODUCTO ES EN ESENCIA UNA TEORIA GENERAL SIMPLIFICADA DE LA PRODUCCION. LOS ESTUDIOS DEL CONSUMO, LA INVERSION Y OTROS ELEMENTOS DE LA DEMANDA FINAL - PRECEDEN AL ANALISIS DE INSUMO-PRODUCTO PERO EN EL MODELO MISMO ESTOS ELEMENTOS SE ACEPTAN COMO DATOS CONOCIDOS. EL SUPUESTO DE QUE CADA SECTOR TIENE UNA FUNCION DE PRODUCCION EN LA CUAL TODOS LOS INSUMOS VARIAN PROPORCIONALMENTE DE ACUERDO CON LA PRODUCCION DEL SECTOR, CONSTITUYE UNA SIMPLIFICACION - RADICAL DEL PENSAMIENTO TRADICIONAL ACERCA DE LAS FUNCIONES DE PRODUCCION, TAL SUPUESTO REPRESENTA UNA APROXIMACION INICIAL DE LAS FUNCIONES DE PRODUCCION MAS COMPLICADAS DEL MUNDO REAL.

EN BASE A ESTOS SUPUESTOS LA FUNCION DE PRODUCCION  
INSUMO-PRODUCTO EN FORMA GENERAL PARA CADA SECTOR ES:

$$x_j = f(x_{1j}, x_{2j}, \text{-----}, x_{mj}) \quad j=1, \dots, m$$

(CADA COLUMNA DEL CUADRANTE I SON LOS IMPUTS DE LA  
MISMA FUNCION DE PRODUCCION)

ADQUIERE LA FORMA DE REQUISITOS MINIMOS PARA CADA IN-  
SUMO:

$$x_j \leq \frac{x_{ij}}{b_{ij}} \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

QUE TENIENDO UNA TECNICA CON COEFICIENTES  $b_{ij}$  CONSTANTES,  
 $x_j$  DEBE SER IGUAL A:

$$x_j = \frac{x_{1j}}{b_{1j}} = \frac{x_{2j}}{b_{2j}} = \frac{x_{3j}}{b_{3j}} = \text{-----} = \frac{x_{mj}}{b_{mj}}$$

PARA TENER EL MAXIMO BENEFICIO EN LA PRODUCCION.  
DONDE  $b_{ij}$  ES EL INPUT MINOMO REQUERIDO DEL BIEN "i" POR UNI-  
DAD DE PRODUCCION DEL BIEN "j" Y  $b_{ij}$  O CONSTANTES FIJAS.

LAS RELACIONES ANTERIORES, DETERMINAN LAS NECESIDADES DE INSUMOS DE LA INDUSTRIA "i" PARA ALCANZAR UNA PRODUCCION  $x_j$  Y DICHA PROPORCION SE MANTIENE FIJA EN RELACION A LA ESCALA DE PRODUCTO Y NO FIJA A TRAVES DEL TIEMPO; SI EL TRABAJO O EL CAPITAL DISPONIBLE SON SUPERIORES A ESAS NECESIDADES, EL EXCESO PERMANECERA OCIOSO, POR LO QUE NECESITAMOS UNA FUNCION DE PRODUCCION QUE DETERMINE  $x_j$  PARA CUALQUIER CANTIDAD DISPONIBLE DE TRABAJO Y CAPITAL EN LA INDUSTRIA "i", FUNCION QUE ESCRIBIREMOS COMO:

$$x_j = \min \left( \frac{x_{ij}}{b_{ij}} \right) \quad (i = 1, 2, \dots, m)$$

LA RELACION TECNOLOGICA ES UNA FUNCION DE PRODUCCION CON SUSTITUCION NULA ENTRE LOS FACTORES. LA CUAL ES LLAMADA COMO FUNCION DE PRODUCCION INSUMO-PRODUCTO O FUNCION DE LEONTIEF.

OTRA FORMA DE ESCRIBIR, LA RELACION ANTERIOR:

SI SE OBSERVA QUE AL SER  $x_j$  IGUAL AL MENOR DE

$$\frac{x_{1j}}{b_{1j}}, \frac{x_{2j}}{b_{2j}}, \dots, \frac{x_{mj}}{b_{mj}}$$

$x_j$  DEBE SER MENOR O IGUAL ( $\leq$ ) A TALES RAZONES, DE AQUI QUE TENGAMOS

$$x_j \leq \frac{x_{ij}}{b_{ij}} \quad \text{O SEA} \quad x_{ij} \geq b_{ij} x_j \quad (i=1,2,\dots,m)$$

LA ECUACION EXPRESA QUE SE NECESITA UNA CANTIDAD MINIMA DE CADA INSUMO PARA UNA PRODUCCION DADA.

LA MAXIMINACION DEL BENEFICIO EN LA PRODUCCION DE TO  
 DOS LOS ARTICULOS BAIGE QUE TODOS LOS ARGUMENTOS DE LA FUNCION  
 $\min\left(\frac{x_{ij}}{b_{ij}}\right)$  SEAN IGUALES Y POR TANTO, IGUALES A LA PRODUCCION.  
 19-13-8-7-15-24

#### 1.4.3. PROPIEDADES DE LA FUNCION DE LEONTIEF.

LA RELACION TECNOLOGICA ENTRE INSUMOS Y PRODUCCION SUJETA A PROPORCIONES FIJAS O SEA LA FUNCION DE PRODUCCION DE INSUMO-PRODUCTO QUE INDICA QUE SOLO HAY UNA PROPORCION DE INSUMOS QUE SE PUEDE UTILIZAR PARA PRODUCIR EL BIEN, EN LO QUE SI LA PRODUCCION AUMENTA O DISMINUYE, TODOS LOS INSUMOS DEBEN AUMENTAR O DISMINUIR EN LA MISMA PROPORCION; ESTE TIPO DE FUNCION ES UNA SIMPLIFICACION DE LA REALIDAD Y DICHAS PROPORCIONES SON VALIDAS A CORTO PLAZO.

LOS INSUMOS SE PUEDEN VARIAR PERO DEBEN GUARDAR PROPORCIONES FIJAS ENTRE SI Y CON LA PRODUCCION. Y LA RELACION TECNOLOGICA LA REFLEJA EN CUADRO DE TRANSACCIONES.<sup>15-24</sup>

ENTRE OTRAS PROPIEDADES QUE TIENE LA FUNCION DE LEONTIEF ES QUE NO HAY ETAPAS PRIMERAS Y ULTIMAS EN LA PRODUCCION, SE NECESITA DE TODO PARA PRODUCIR DE TODO, LO CUAL ES UNA SIMPLIFICACION A FUNCIONES DE PRODUCCION EN GENERAL. UTILIZANDO LAS ISOCUANTAS, PODEMOS ILUSTRAR FACILMENTE EL CASO DE LAS FUNCIONES DE PRODUCCION DE PROPORCIONES FIJAS, CUANDO SOLO UNA COMBINACION DE INSUMOS PUEDE GENERAR UNA CANTIDAD DADA DE PRODUCTO, LAS ISOCUANTAS A CORTO PLAZO DE LOS PROCESOS DE PRODUCCION DE PROPORCIONES FIJAS SON CURVAS EN FORMA DE UNA ESCUADRA Y EN EL CASO DE QUE EXISTAN MUCHOS PROCESOS DE PROPORCIONES FIJAS PARA LA PRODUCCION DE UN BIEN, LA ISOCUANTA DE UNA FUNCION DE PRODUCCION DE PROPORCIONES VARIABLES NO ES MAS QUE EL CASO

LIMITE DE LOS PROCESOS DE PROPORCIONES FIJAS Y ESTA ISOCUANTA A MEDIDA QUE SE CONSIDERE UN NUMERO INDEFINIDO DE PROCESOS DE PRODUCCION DE PROPORCIONES FIJAS PARA LA PRODUCCION DE UN BIEN REPRESENTARA UNA ISOCUANTA TIPICA DE UNA FUNCION DE PRODUCCION DE PROPORCIONES VARIABLES, CON LO QUE ESTA ISOCUANTA TIPICA, NO ES MAS QUE EL CASO LIMITE DE ISOCUANTAS DE PROCESOS DE PRO-  
 17-15-2  
 PORCIONES FIJAS. DADO QUE CADA INDUSTRIA EMPLEA SOLO UN PRO-  
 CESO DE PRODUCCION, LA CANTIDAD PRODUCIDA VENDRA DADA POR LA  
 FUNCION DE LEONTIEF, Y ASI AUNQUE HUBIESE VARIOS PROCESO DI-  
 FERENTES DISPONIBLES PARA CADA INDUSTRIA, SOLAMENTE SE EMPLEA-  
 RIA UNO SOLO DE ELLOS, LA ECONOMIA SIEMPRE SE COMPORTARA COMO  
 SI SOLO CONOCIESE UN CONJUNTO DE RELACIONES DE INSUMO PARA CA-  
 DA BIEN Y QUE TAMBIEN LA AUSENCIA DE PRODUCCION CONJUNTA Y LA  
 PRESENCIA DE UN SOLO FACTOR PRIMARIO EN EL SISTEMA DA LUGAR A  
 LA NO SUSTITUCION ENTRE LOS INSUMOS EN UN MISMO SECTOR COMO  
 TAMBIEN DE UN SECTOR A OTRO.  
 15

ESTOS SUPUESTOS HACEN POSIBLE REALIZAR IMPORTANTES  
 SIMPLIFICACIONES EN LAS ECUACIONES WALRASIANAS DEL EQUILIBRIO  
 GENERAL, WALRAS NOS DICE QUE LA SUSTITUCION TECNICA ES POSI-  
 BLE Y QUE LOS COEFICIENTES DEPENDEN DE LOS PRECIOS DE LOS SER-  
 VICIOS PRODUCTIVOS; OTRA CARACTERISTICA ES QUE EN TANTO QUE EL  
 24  
 MODELO WALRASIANO TRATA DE LAS RELACIONES QUE EXISTEN ENTRE  
 LAS UNIDADES PRODUCTIVAS INDIVIDUALES(PLANTAS), EL MODELO DE  
 INSUMO-PRODUCTO SE OCUPA UNICAMENTE DE LAS RELACIONES ENTRE  
 GRUPOS DE UNIDADES PRODUCTIVAS O INDUSTRIAS Y DADO ESTA SIM-  
 PLIFICACION TEORICA SE HACE POSIBLE SU APLICACION AMPLIAMENTE  
 8-24  
 EN LA PRACTICA.

POR ULTIMO A PESAR DE QUE EL ELEMENTO SIMPLIFICADOR  
 DEL MODELO INSUMO-PRODUCTO DE ALGUNOS CONCEPTOS NO DEJA DE SER

UN INSTRUMENTO MUY IMPORTANTE PARA EL ESTUDIO DE LA REALIDAD ECONOMIA(COMO PRIMERA APROXIMACION), PERO DEBIDO AL DESARROLLO CIENTIFICO SE HA IDO ENRIQUECIENDO EL ANALISIS INTERINDUSTRIAL EMPIRICO, PARA PASAR A UN MARCO MAS GENERAL DE ESTUDIO Y ASI TENER EXTENCIONES DEL MODELO O TENER MODELOS ALTERNATIVOS. UNA EXTENCION AL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO ES QUE SE PUEDE CONSIDERAR ESTE MODELO COMO UNA FORMA MUY SENCILLA DE LA PROGRAMACION LINEAL, DICHA TECNICA HA VENIDO A SER LA MAS EFICAZ PARA RESOLVER WALRAS Y SUS SUCESESORES Y LA DE CONSIDERAR UN MODELO MAS GENERAL PARA LA PRODUCCION; UN MODELO ALTERNATIVO ES CONSIDERAR OTRO RENGLON QUE COMPRENDA LAS GANANCIAS, OTRO PARA LA FUERZA DE TRABAJO YA SEA EXPRESADA EN UNIDADES FISICAS(DIA-HOMBRES) O EN UNIDADES MONETARIAS.

15-24-8

DADO QUE EL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO ESTA REGIDO POR LOS SUPUESTOS TEORICOS EL MODELO TIENE DIVERSOS ALCANCES Y LIMITACIONES CON RESPECTO A MODELOS MAS GENERALES. POR EJEMPLO SI EL SUPUESTO DE LOS COEFICIENTES FIJOS SE MANTIENE CON RIGOR, NOS DICE QUE TODOS LOS INSUMOS SE VEN APECTADOS UNIFORMEMENTE POR UN CAMBIO EN LA ESCALA DE PRODUCCION, HACIENDO ASI CASO OMISO AL CAMBIO DE OTRAS VARIABLES(COMO LA DEMANDA FINAL) PRESUPONE, TAMBIEN QUE LAS INDUSTRIAS PUEDEN CLASIFICARSE EN FORMA SUFICIENTEMENTE DETALLADA, QUE LAS SUSTITUCIONES ECONOMIZANTES ENTRE INSUMOS, OCACIONADAS POR LOS CAMBIOS EN LA RELACION DE LOS PRECIOS O EN LAS DISPONIBILIDADES, SON DE IMPORTANCIA INSIGNIFICANTE. QUE LOS CAMBIOS TECNOLOGICOS EN LAS ESTRUCTURAS DE INSUMOS SON BASTANTE RAROS Y LENTOS Y QUE PUEDEN DESCARTARSE O AJUSTARSE EN FORMA SENCILLA, PERO LA DEBIDA FLEXIBILIDAD DE ESTO SUPUESTOS PARA ADAPTARLOS A LOS DIVERSOS CASOS HAN HECHO QUE ESTOS SUPUESTOS PARA ADAPTARLOS A LOS DIVERSOS CASOS HAN HECHO QUE ESTOS SUPUESTOS SIMPLIFICADORES SE --

HAYAN IDO JUSTIFICANDO DEBIDO AL ALTO EMPLEO CON EXITO DEL MODELO INSUMO-PRODUCTO EN LA PRACTICA Y COMO PRIMERA APROXIMACION EMPIRICA A LA REALIDAD ECONOMICA.  
8-4-25

PARA MANTENER LA ESTABILIDAD DE LAS FUNCIONES DE INSUMO-PRODUCTO ESTARAN SUJETAS EN PARTE DE MANERA COMO SE SELECCIONAN LOS SECTORES. DESDE EL PUNTO DE VISTA ESTADISTICO LAS ALTERNATIVAS PARA FORMAR LOS SECTORES SE VEN LIMITADAS EN EXTREMO POR LA NATURALEZA DE LOS DATOS DISPONIBLES POR CAMBIOS DE LA COMPOSICION DE LA DEMANDA(MEZCLA DE PRODUCTOS) EN LA DE LOS PRECIOS RELATIVOS DE LOS INSUMOS Y EN LA DE LAS ALTERNATIVAS TECNOLOGICAS DISPONIBLES.

LA FORMACION DE AGREGADOS AL TRANSFORMAR ESTE MODELO FORMAL EN UN INSTRUMENTO EMPIRICO Y EL PROBLEMA DE AGRUPAR TODAS LAS ACTIVIDADES EN SECTORES HA ASUMIDO GRAN IMPORTANCIA EN DONDE SE SUGIERE POR EJEMPLO QUE PARA LA FORMACION DE AGREGADOS SE TOMA COMO BASE LA SIMILITUD EN LA ESTRUCTURA DE LOS INSUMOS.

OTRA DESVENTAJA(DESDE EL PUNTO DE VISTA PRACTICO) QUE UNA VEZ OBTENIDA LA SOLUCION GENERAL ES QUE UNA VARIACION EN CUALQUIERA DE LOS COEFICIENTES DE INSUMO PUEDE AFECTAR A CUALQUERA O A TODOS LOS ELEMENTOS DE ESTA SOLUCION Y EL COSTO PARA OBTENER LA INVERZA. OTRA DESVENTAJA INHERENTE AL MODELO ES QUE LAS MATRICES YA SON EXTEMPORANEAS CUANDO LIEGA EL MOMENTO DE SU ESTRUCTURACION, ESTO ES MAS O MENOS INEVITABLE PUESTO QUE LA MAYORIA DE LOS DATOS BASICOS NECESARIOS SE OBTIENEN MUY LENTAMENTE, EN ESPECIAL LAS CIFRAS DEL CENSO DE PRODUCCION QUE PUEDEN TENER VARIOS AÑOS DE RETRASO CUANDO FINALMENTE SON PUBLICADAS. MAS QUE NADA LOS PROBLEMAS QUE PRESENTA EL USO DEL MODELO SON DE NATURALEZA EMPIRICA EN QUE GRANDES CAN-

TIDADES O EN MUCHOS CASOS PEQUEÑAS DE FUENTES ESTADISTICAS SON CONSIDERADAS Y EL DEBIDO MANEJO HA CONTRIBUIDO EN GRAN PARTE PARA QUE EL CUADRO SEA REALMENTE UNA REPRESENTACION DE LA ECONOMIA NACIONAL.<sup>8-7</sup>

LA PRUEBA DE LA VALIDEZ DEL SUPUESTO DE COEFICIENTES FIJOS DE PROPORCIONES CONSTANTES DE INSUMO Y LA CONSIDERACION DE LA VARIABLE TIEMPO EN EL MODELO SERAN TEMAS EN EL SIGUIENTE APARTADO.

## A P A R T A D O \_ I I

### 2. NECESIDAD DE ACTUALIZAR LA MATRIZ Y PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA BIPROPORCIONAL.

#### 2.1. COMPROBACIONES EMPIRICAS DEL SUPUESTO DE COEFICIENTES FIJOS.

DADO QUE EL SUPUESTO DE COEFICIENTES FIJOS CONTEMPLA QUE: TODOS LOS INSUMOS SE VEN AFECTADOS UNIFORMEMENTE POR UN CAMBIO EN LA ESCALA DE PRODUCCION, HACIENDO ASI CASO OMISO DE LA DISTINCION CONSAGRADA POR EL TIEMPO, ENTRE INSUMOS FIJOS Y VARIABLES Y ENTRE CORTO Y LARGO PLAZO. EN QUE LOS CAMBIOS TECNOLOGICOS EN LAS ESTRUCTURAS DE LOS INSUMOS SON BASTANTE RAROS Y LENTOS Y QUE PUEDEN DESCARTARSE O AJUSTARSE EN FORMA SEN  
8-4  
CILLA.

SE PENSO EN LA POSIBILIDAD DE COMPROBAR ESTE SUPUESTO O DAR UN CRITERIO DE CUANDO SE CUMPLE, DEBIDO A QUE SE TIENE EN CUENTA QUE EL MODELO INSUMO-PRODUCTO HACE ABSTRACCION DEL TIEMPO; QUE EL SUPUESTO DE PROPORCIONES CONSTANTES DE INSUMO UNICAMENTE REPRESENTA UNA APROXIMACION INICIAL A LAS FUNCIONES DE PRODUCCION MAS COMPLICADAS DE LA REALIDAD Y DE LA INVARIANZA DE LAS TECNOLOGIAS DONDE NO SE PREVEE LOS CAMBIOS TECNOLOGICOS. LA PREGUNTA AQUI FORMULADA SERIA: ¿ES EL SUPUESTO DE COEFICIENTES FIJOS VALIDO EN LA REALIDAD? O ¿QUE TAN VERDADERO ES ESTE SUPUESTO A LA HORA DE APLICAR EL MODELO?

LEONTIEF PENSÓ QUE EL CAMBIO EN LOS COEFICIENTES DE INSUMO, RESPECTO A CAMBIOS EN LA PRODUCCION DURANTE EL TIEMPO COMO CAMBIOS TEMPORALES, ESTABLECIENDO QUE SI SE TENIA OBSERVADO CAMBIOS EN LA PRODUCCION, LOS COEFICIENTES DE INSUMO SE MANTENDRIAN CONSTANTES CON UN SIMPLE AJUSTE. ESTO TENIA IMPORTANCIA PORQUE TALES HIPOTESIS DE TEMPORALIDAD COMO DE INVARIANZA HARIAN DEL MODELO INSUMO-PRODUCTO UNA HERRAMIENTA PODEROSA EN EL CAMPO DE LA POLITICA (POR EJEMPLO SE PUEDE OBTENER A GROSO MODO LA PRODUCCION TOTAL A PARTIR DEL CONOCIMIENTO DE LA DEMANDA FINAL)

## 2.2. CAMBIO ESTRUCTURAL.

LA ESTRUCTURA DE CUALQUIER MODELO SIGNIFICA GENERALMENTE LA SERIE DE VALORES ESPECIFICOS DE LOS PARAMETROS INCLUIDOS. UN CAMBIO ESTRUCTURAL DEBE TOMARSE EN EL SENTIDO DE UN CAMBIO EN EL VALOR DE UNO O MAS DE LOS PARAMETROS, UN CAMBIO EN LA ESTRUCTURA DEL MODELO CONSTRUIDO PUEDE CONSIDERARSE COMO EL RESULTADO DE OPERAR CON UN "MODELO DEMASIADO PEQUEÑO". RESULTA PUES, POR EJEMPLO QUE LOS CAMBIOS EN EL TRANCURSO DEL TIEMPO PUEDEN CONSIDERARSE ALTERNATIVAMENTE COMO "CAMBIOS ESTRUCTURALES" O COMO UN PROCESO TOTALMENTE TENIDO EN CUENTA EN EL MODELO, ES DECIR SI EL MODELO SE HA HECHO SUFICIENTEMENTE COMPRENSIVO COMO PARA ABSORBER LOS CAMBIOS SUPUESTOS. LEONTIEF<sup>31</sup> EXPRESO LA MISMA IDEA DE LA SIGUIENTE MANERA: "DENTRO DEL ARMAZON DE UN SISTEMA TEORICO EXPLICITAMENTE FORMULADO, EL CAMBIO ECONOMICO PUEDE EXPLICARSE YA SEA COMO UN CAMBIO ESTRUCTURAL, O COMO UN PROCESO DINAMICO. EN EL PRIMER CASO, LA VARIA-

CIÓN DE LAS VARIABLES DEPENDIENTES ESTA SIMPLEMENTE EN RELACION CON LOS CAMBIOS SUBYACENTES EN ALGUNOS DATOS BASICOS; EN EL SEGUNDO CASO, SE CONSIDERA COMO DADA LA LEY DE LOS CAMBIOS, ES DECIR, CONSTRUIDA DENTRO DE LA ESTRUCTURA DEL ESQUEMA EXPLICATIVO. LA LEY DE LOS CAMBIOS PUEDE, NATURALMENTE VARIAR CON EL TIEMPO; ESTE ES EL CASO DE VARIACION ESTRUCTURAL EN UN SISTEMA DINAMICO".<sup>25</sup>

" AL CONSIDERAR ESTAS DISTINCIONES ES IMPORTANTE RECORDAR QUE SE REFIEREN A DIFERENCIAS EN LAS TEORIAS, ES DECIR, A DIFERENTES METODOS DE DESCRIBIR Y EXPLICAR LOS HECHOS OBSERVADOS, EN VEZ DE ALGUNAS PROPIEDADES INTRINSECAS DE LA MISMA REALIDAD OBSERVADA. LAS TEORIAS ALTERNATIVAS EN VEZ DE SER MUTUAMENTE EXCLUYENTES, PUEDEN ESTAR ADEMAS JERARQUICAMENTE RELACIONADAS CON CADA UNA DE LAS OBRAS ENTRE SI. UNA TEORIA DINAMICA PODRIA TRATAR, POR EJEMPLO, LOS DATOS DE LA TEORIA ESTATICA - MENOS GENERAL, COMO SUS VARIABLES Y ASI, EMPEZANDO DONDE ESTA TERMINA REDUCIR LO QUE EN EL PRIMER CASO PARECIA SER UN CAMBIO ESTRUCTURAL A UNA LEY DINAMICA. TAL GENERALIZACION DE UN MODELO TEORICO TENDRIA QUE IR NECESARIAMENTE ACOMPAÑADA DE UNA CORRESPONDIENTE AMPLIACION O MEJOR PROFUNDIZACION DE SUS BASES EMPIRICAS."<sup>25</sup>

EL MODELO CONSIDERADO NO TIENE DESDE EL PUNTO DE VISTA DE LA INFERENCIA ESTADISTICA, NINGUN GRADO DE LIBERTAD, EN LO QUE CIERTO NUMERO DE MEDIDAS ALTERNATIVAS DE LOS "CAMBIOS ESTRUCTURALES" DEBEN TENERSE EN CUENTA. UN ESTUDIO DEL CAMBIO ESTRUCTURAL DEL MODELO INSUMO-PRODUCTO SE DA POR DEFINICION EL ESTUDIO DEL COMPORTAMIENTO DE LOS COEFICIENTES TECNICOS ATRAVES DEL TIEMPO Y DIREMOS QUE SISTEMAS ECONOMICOS CON IDENTICO CONJUNTO DE COEFICIENTES TECNICOS SON ESTRUCTURALMENTE IGUALES Y SISTEMAS CON MATRICES TECNICAS SERAN ESTRUCTURALMENTE DIFEREN-

TES. ENTONCES EL CAMBIO ESTRUCTURAL, EN OTRAS PALABRAS, ES UN CAMBIO EN LA MATRIZ<sup>31</sup> ESTRUCTURAL DEL SISTEMA (MATRIZ "B" DE COEFICIENTES TECNICOS).

LA SOLUCION AL PROBLEMA PLANTEADO ES DE NATURALEZA EMPIRICA Y LOS CRITERIOS PARA JUZGAR SI LOS ERRORES SON O NO "SUFICIENTEMENTE PEQUEÑOS" TENDRAN SU IMPORTANCIA EN LA PRUEBA.

LAS PRUEBAS DE LA CONSISTENCIA DE LOS COEFICIENTES DE INSUMO-PRODUCTO ATRAVES DEL TIEMPO HAN SIDO PRINCIPALMENTE DE DOS TIPOS:

- 1o. EL PRIMER TIPO DE PRUEBA CONSISTE EN LA COMPARACION DIRECTA DE LAS PROPORCIONES INDIVIDUALES DE INSUMOS, COMPARACION DE LOS COEFICIENTES TECNICOS QUE ALGUNAS VECES ERA PARA TODA LA MATRIZ PERO TAMBIEN EN UN NUMERO PARTICULAR DE COEFICIENTES, EN DIFERENTES MOMENTOS EN EL TIEMPO.
- 2o. EL SEGUNDO TIPO DE PRUEBA ERA EL DE LA COMPARACION DE LOS RESULTADOS CALCULADOS DE UNA PROYECCION DE -- INSUMO-PRODUCTO CON EL FUNCIONAMIENTO REAL DE LA ECONOMIA.  
8-13-4-7-31

LA COMPARACION DIRECTA DE LAS PROPORCIONES DE INSUMOS DE CUADROS SUCESIVOS, PARECERIA SER LA FORMA MAS SENCILLA Y EVIDENTE DE PONER A PRUEBA EL SUPUESTO DE LA CONSTANCIA, NO OBSTANTE, SE TENDRIA PRIMERAMENTE QUE CONFRONTAR SERIAS DIFICULTADES ESTADISTICAS. EN MUCHOS PAISES NO SE DISPONIA DE TABLAS DE INSUMO-PRODUCTO DE MAS DE UN AÑO, Y CUANDO ESTAS EXISTEN, LAS DIFERENCIAS, LOS CONCEPTOS O SIMPLEMENTE EN LOS PROCEDIMIENTOS ESTADISTICOS, DIFICULTAN LOGRAR UNA COMPARACION SA TISFACTORIA. REPRESENTA UN PROBLEMA MAS FUNDAMENTAL EL CRITE-

RIO QUE HA DE EMPLEARSE PARA EVALUAR LAS COMPARACIONES DIRECTAS DE LAS PROPORCIONES DE INSUMOS.  
8-13-4-7-31

UNA PRUEBA DE ESTA PRIMERA PRUEBA, REVELA CIERTAMENTE UNA VARIEDAD DE CAMBIOS EN LAS PROPORCIONES DE UN AÑO PARA OTRO Y ESTOS PUEDEN DESCRIBIRSE POR MEDIO DE UNA DISTRIBUCION DE LA FRECUENCIA Y TAL VEZ POR SU PROMEDIO; ¿PERO QUE SE HARA DESPUES? UNA POSIBILIDAD ES QUE, PARTIENDO DE LA HIPOTESIS DE QUE NO HAY CAMBIOS, SE APLIQUE A LAS DESVIACIONES OBSERVADAS, UNA PRUEBA QUE TENGA SIGNIFICACION ESTADISTICA. PERO YA SEA QUE LA HIPOTESIS SE RECHASE O NO A UN NIVEL "CONVENCIONAL" DE IMPORTANCIA, NO CONSTITUYE UNA PRUEBA DE LA UTILIDAD EMPIRICA QUE TIENE EL SUPUESTO SIMPLIFICADOR DE LA CONSTANCIA.

LA VALIDES DEL SUPUESTO DE COEFICIENTES TECNICOS TAMBIEN SE PROBO DE UNA SEGUNDA FORMA, COMPARANDO LAS PROYECCIONES DE LA PRODUCCION TOTAL OBTENIDA POR EL MODELO, CON LAS PRODUCCIONES REALES E ALGUNOS PERIODOS CONOCIDOS DE TIEMPO, CON LA PROYECCION DE LA PRODUCCION TOTAL DE CADA INDUSTRIA USANDO METODOS CONVENCIONALES COMO PROYECCIONES DE REGRESION MULTIPLE, CORRELACION MULTIPLE, INDICES DE PRODUCCION, PRUEBAS DE HIPOTESIS (SUPONER COEFICIENTES CONSTANTES RESPECTO A LA PRODUCCION DE CADA INDUSTRIA) EMPLEO DE DEMANDAS FINALES HIPOTETICAS, DEL PRODUCTO NACIONAL BRUTO, PROYECCION DE LA PRODUCCION TOTAL CON RESPECTO A SU PROPIA DEMANDA FINAL, SUPONIENDO UN RADIO CONSTANTE ENTRE LA PRODUCCION TOTAL DE CADA INDUSTRIA Y LA DEMANDA FINAL, DE LA PROYECCION DE LA PRODUCCION TOTAL DE CADA INDUSTRIA CON RESPECTO AL PRODUCTO NACIONAL BRUTO. SUPONIENDO UN RADIO CONSTANTE ENTRE LA PRODUCCION TOTAL DE CADA INDUSTRIA Y EL PRODUCTO NACIONAL BRUTO Y TAMBIEN EL ESTUDIO DIRECTO DE LOS COEFICIENTES, RESULTANDO NO FACIL ESTABLECER EL CRITERIO QUE

HA DE USARSE EN ESTE TIPO DE PRUEBAS, PARA JUZGAR SI LOS ERRORES SON O NO "PEQUEÑOS"; POR EJEMPLO LA PRUEBA CONVENCIONAL DE SIGNIFICACION ESTADISTICA QUE SE APLICA A LA HIPOTESIS DE CAREN-  
8-13-4-7-31  
ENCIA DE ERROR NO PROPORCIONA LA INDICACION DESEADA DE LA UTILIDAD EMPIRICA.

OTRO CRITERIO CONSISTE EN COMPARAR LOS ERRORES QUE HAY EN UNA PROYECCION DE INSUMO-PRODUCTO CON LOS DE UNA PROYECCION QUE UTILIZA ALGUN PROCEDIMIENTO COMPLETAMENTE MECANICO. TAMBIEN LA PRUEBA SE DIFICULTO DEBIDO A LA FALTA DE INFORMACION EXACTA SOBRE CONSIDERABLE NUMERO DE DETALLES EN LOS DATOS ESTADISTICOS, EN LA CAPTACION DE DATOS FIDELIGNOS EN RELACION CON LAS DEMANDAS FINALES REALES, CON LAS PRODUCCIONES TOTALES QUE SE QUERIAN QUE FUESEN COMPATIBLES CON LOS CONCEPTOS DE INSUMO-PRODUCTO, LO QUE CONSTITUYO EL PUNTO DEBIL EN LOS SISTEMAS ESTADISTICOS DE TODOS LOS PAISES EN ESE ENTONCES. OTRA CONSIDERACION ES CON RESPECTO A LOS PROCEDIMIENTOS SEGUIDOS EN ESTAS PRUEBAS, ESTO ES: AL HACER UNA PROYECCION DE INSUMO-PRODUCTO SE SUPONEN ETAPAS METODOLOGICAMENTE DIFERENTES COMO EL CALCULAR LAS DEMANDAS FINALES DE TODAS LAS INDUSTRIAS Y EL ESTIMAR LA PRODUCCION TOTAL QUE SE NECESITA EN CADA INDUSTRIA PARA CUBRIR ESTAS DEMANDAS FINALES, COMO LAS DEMANDAS INTERMEDIAS DE OTRAS DONDE ESTA ULTIMA CONSIDERACION ES DISTINTA AL ENFOQUE DE INSUMO-PRODUCTO. ASI COMO LA ESTIMACION DE LA DEMANDA FINAL EN BASE A PROCEDIMIENTOS MECANICOS Y CONVENCIONALES, EL EMPLEO DE UNA SERIE DE DATOS HIPOTETICOS PARA HACER LAS PROYECCIONES. OTRA CLASE DE PRUEBA FUE EL DE LA ESTABILIDAD DE CIERTOS COEFICIENTES "CLAVES" DE INSUMO, DANDO CONDICIONES DE LA ESTABILIDAD DE LOS COEFICIENTES(LA ESTABILIDAD DEPEN-  
DERA DE CAMBIOS EN MEZCLA DE LA PRODUCCION, PROGRESO TECNICO Y SUSTITUCION DE INSUMOS).

LAS INFERENCIAS DE ESTE TIPO DE PRUEBAS REALIZADAS SON QUE, LAS PRUEBAS ADOLESCEN DE INSUFICIENCIAS, QUE SUS RESULTADOS SERAN MAS FAVORABLES SOLO ATRAVES DE UN NUMERO MAYOR DE EXPERIENCIAS, LO CUAL SE REQUIERE TIEMPO, PARA LA ACUMULACION DE DATOS ESTADISTICOS EN DONDE SE LLEGARIA A UNA RESPUESTA MAS SATISFACTORIA.

8-13-4-7-31

DE ESTOS DOS TIPOS DE PRUEBAS QUE SE EFECTUARON (HASTA 1960), SE DA EN GENERAL UNA EVIDENCIA CONVINCENTE ENCONTRA DEL SUPUESTO DE CONSTANCIA TEMPORAL DE LOS COEFICIENTES DE INSUMO-PRODUCTO. TAMBIEN EL ESTUDIO DE LOS CAMBIOS EN LAS RELACIONES INSUMO-PRODUCTO ATRAVES DEL TIEMPO SE VIO FRUSTRADA EN GRAN PARTE POR LA CARENCIA DE DATOS APROPIADOS, COMO TAMBIEN EL COSTO, TRABAJO, DONDE SE INTERESA CIERTO NUMERO DE PAISES.

EN CONSECUENCIA, CUANDO NOS ENFRENTAMOS CON "CAMBIOS ESTRUCTURALES" DEBEMOS FORMULARNOS LA PREGUNTA DE SI SERIA POSIBLE EN LA PRACTICA EXTENDER EL MODELO PARA INCLUIR ASI ESTOS CAMBIOS DENTRO DEL MISMO. ENTONCES LA PREGUNTA A LA QUE SE DEBIA DE HABER DADO RESPUESTA ES: ¿ES POSIBLE DESARROLLAR UN SISTEMA DE ANALISIS INTERINDUSTRIAL QUE LOGRE PROYECCIONES "MUCHO MEJORES" QUE LAS ALTERNATIVAS PRACTICAS DESARROLLADAS EN FORMA SIMILAR? ¿ES POSIBLE DESARROLLAR CIERTO MODELO DESTINADO A ESTIMAR EL COMPORTAMIENTO DE LAS RELACIONES INSUMO-PRODUCTO ATRAVES DEL TIEMPO? EL FUNDAMENTO DE ESTAS PREGUNTAS SE DEBE A LA GRAN IMPORTANCIA QUE TENDRIA EL EMPLEO DE ENFOQUE INSUMO-PRODUCTO, EN EL MISMO MODELO COMO INSTRUMENTO PODEROSO DE POLITICA ECONOMICA, ESTUDIO DE UNA ECONOMIA ACTUAL, AL RESOLVER TALES CUESTIONES.

EN LAS TAREAS DE PROGRAMACION Y PLANEACION ECONOMICA SE REQUIERE DE INFORMACION ACTUALIZADA Y LAS MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO JUGARIAN UN PAPEL IMPORTANTE EN LA DEFINICION Y CONGRUENCIA DE LOS PROGRAMAS DE CORTO Y LARGO PLAZO, QUE CON LA APLICACION DE MECANISMOS DE ACTUALIZACION Y PROYECCION DE MATRICES Y EL EMPLEO DE DATOS REALES DE AÑOS MAS RECIENTES INCREMENTARIA LA UTILIDAD DE LAS TABLAS DE INSUMO-PRODUCTO PARA AÑOS POSTERIORES (EN TANTO NO ESTEN DISPONIBLES LAS NUEVAS TABLAS OBTENIDAS POR INVESTIGACION DIRECTA.)

### 2.3. MODELOS PARA ACTUALIZAR MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO.

A FIN DE PRESENTAR EL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO BIPROPORCIONAL, CONOCIDO EN LA LITERATURA ECONOMICA COMO EL METODO R.A.S., COMO UNO DE TANTO METODOS PARA ACTUALIZAR MATRICES. SE INTRODUCIRA AL CONCEPTO DE BIPROPORCIONALIDAD CONSIDERADO EN EL CAMPO DE LA ECONOMIA PARA PERCIBIR SU ORIGEN Y PLANTEAMIENTO DEL MODELO BIPROPORCIONAL EL CUAL FUE IDEADO POR RICHARD STONE EN 1962.

SI ESTAMOS INTERESADOS EN LOS EFECTOS DE LOS CAMBIOS EN LA DEMANDA FINAL QUE TIENEN LUGAR EN UN BREVE PERIODO DE TIEMPO, ENTONCES PUEDE SER RAZONABLE UTILIZAR EL SUPUESTO DE LA CONSTANCIA.

POR EL CONTRARIO, SI ESTAMOS INTERESADOS EN UN PERIODO MAS LEJANO, TENDREMOS ENTONCES QUE ABANDONAR DICHO SUPUESTO Y ENCONTRAR ALGUNA FORMA QUE PERMITA QUE LOS COEFICIENTES VARIEN. POR SUPUESTO, SI PODEMOS IDEAR UNA FORMA RELATIVAMENTE SIMPLE DE HACERLO, VALDRA PROBABLEMENTE LA PENA PERMITIR TAMBIEN CAMBIOS A CORTO PLAZO, TENIENDO CIERTA VENTAJA CON RESPEC-

TO A OTRO MODELO DE INSUMO-PRODUCTO MAS ELABORADO QUE PERMITA EL CAMBIO DEBIDO A QUE SOLO SE APLICARIA LA CORRECCION DEBIDA A NUESTRO MODELO CONSIDERADO.  
32-8-4-7-13-31

UNA FORMA EFICAZ DE ESTUDIAR EL CAMBIO TECNOLÓGICO, CONSISTE EN PREGUNTAR A LOS DIVERSOS SECTORES PRODUCTIVOS CONSIDERADOS EN NUESTRO MODELO, CUALES CREEN QUE SERAN SUS FUTURAS NECESIDADES DE INSUMOS. EN ALGUNAS RAMAS INDUSTRIALES DE INTERES Y EN PARTICULAR AQUELLAS QUE DEPENDEN DE CIERTA TECNOLOGIA, POR EJEMPLO SE TIENE EL CASO DEL SECTOR PRODUCTOR DE ELECTRICIDAD, TIENEN QUE EMPEZAR A CONSTRUIR SUS NUEVAS CENTRALES MUCHO ANTES DE QUE ENTREN EN FUNCIONAMIENTO. EL SECTOR PRODUCTOR DE ELECTRICIDAD QUIZAS SEPA YA CUANTAS CENTRALES ALIMENTADAS CON ENERGIA NUCLEAR Y CUANTAS CENTRALES CONVENCIONALES ESTARAN EN FUNCIONAMIENTO DENTRO DE UN PERIODO DE TIEMPO DE CINCO O INCLUSO DIEZ AÑOS. LAS NECESIDADES DE INSUMO MATERIALES SE PLANIFICAN CON ANTICIPACION, DE FORMA QUE ES POSIBLE OBTENER PREDICCIONES PRECISAS DE LOS COEFICIENTES DE LOS INSUMOS DEL SECTOR ELECTRICIDAD. LAS DEMAS RAMAS DEPENDIENTES DE LA TECNOLOGIA PUEDEN NO REQUERIR UN PERIODO DE TIEMPO TAN LARGO ENTRE EL COMIENZO Y LA TERMINACION DE LA CENTRAL, PERO CON FRECUENCIA EFECTUAN PREDICCIONES DE SUS NECESIDADES DE INSUMOS QUE CUBREN UN PERIODO DE TIEMPO BASTANTE LARGO. LOS CONOCIMIENTOS DE LOS EXPERTOS DE CADA SECTOR SUPERAN A LOS DE LOS ECONOMISTAS DEL SECTOR PUBLICO Y SUS PREDICCIONES PROPORCIONAN UNA INFORMACION EXTREMADAMENTE VALIOSA ACERCA DE LA FUTURA TABLA DE INSUMO-PRODUCTO. NO OBSTANTE, NO TODAS LAS EMPRESAS QUE COMPONEN LA TABLA PUEDEN PROPORCIONAR TAL TIPO DE INFORMACION Y ALGUNAS DE ELLAS TENIENDO ESA POSIBILIDAD SE NEGARIAN A PROPORCIONARLA, POR LO QUE LOS ECONOMISTAS SE VEN OBLIGADOS A IDEAR OTROS METODOS DE PREDICCION QUE REEMPLACEN O COMPLEMENTEN

TEN LA INFORMACION PROPORCIONADA POR LA RAMA INDUSTRIAL RESPECTIVA. POR OTRA PARTE, UNA CONSIDERACION HECHA AL CAMBIO TECNOLÓGICO CONSISTE EN LA HIPÓTESIS A MENUDO CITADA DE QUE EL PROGRESO ES EL RESULTADO DE LAS INNOVACIONES INTRODUCIDAS POR UNA EMPRESA INDIVIDUAL, QUE POSTERIORMENTE SE DIFUNDEN A LO LARGO DE TODA LA ECONOMIA, EN CUANTO UN NUMERO CADA VEZ MAYOR DE EMPRESARIOS SE DAN CUENTA DE SU VALOR Y LA ADAPTAN EN SUS PROPIAS EMPRESAS. CUANDO SE ELABORA UNA TABLA DE INSUMO-PRODUCTO A PARTIR DE LOS CENSOS DECLARADOS POR LAS EMPRESAS INDIVIDUALES, PUEDE SER POSIBLE AISLAR LAS EMPRESAS QUE SON MAS EFICACES, UTILIZANDO OTRAS MEDIDAS, COMO POR EJEMPLO EL PRODUCTO TOTAL OBTENIDO POR HORAS-HOMBRE. A PARTIR DE ESTE PROCESO, LOS PLANIFICADORES CALCULAN LOS VALORES DE LOS FUTUROS COEFICIENTES DE INSUMOS BAJO EL SUPUESTO DE QUE TODAS LAS EMPRESAS DEL SECTOR CORRESPONDIENTE ADOPTARAN LENTAMENTE LA TECNICA DE LA EMPRESA EFICIENTE, CON EL RESULTADO DE QUE LOS COEFICIENTES DE LOS INSUMOS DE ESE SECTOR PRODUCTIVO SERAN CADA VEZ MAS ANALOGOS A LOS DE LA EMPRESA EFICIENTE.

POR SUPUESTO, SE DEBERA LLEVAR ACABO UN ANALISIS MINUCIOSO PARA CONOCER LA VELOCIDAD CON LA QUE SE DIFUNDE LA TECNOLOGIA EN UNA RAMA INDUSTRIAL EN PARTICULAR, PARA LO CUAL HABRA QUE CONSULTAR TAMBIEN A LOS EXPERTOS DE LA RAMA. ESTE PROCEDIMIENTO HA SIDO DEFINIDO Y COMPROBADO POR MIERNYK, UTILIZANDO UNA TABLA DE INSUMO-PRODUCTO CORRESPONDIENTE A UN SECTOR DEL VALLE DEL COLORADO.

UN SEGUNDO METODO CONSISTE EN EXAMINAR LOS COEFICIENTES DE INSUMO-PRODUCTO ANTERIORES Y TRATAR DE CALCULAR EN QUE MEDIDA HAN RESPONDIDO A LOS FACTORES QUE ERA DE ESPERAR QUE INFLUYERAN EN ELLOS, COMO POR EJEMPLO LAS VARIACIONES EN LOS PRE

CIOS RELATIVOS, EN LA CALIDAD DE LOS INSUMOS QUE PUEDAN ALTERAR EL DESEO DE UTILIZAR UN INSUMO DETERMINADO, EN LA EFICIENCIA AL REDUCIR GASTOS Y EN CONSECUENCIA LA CANTIDAD DE INSUMOS REQUERIDOS Y ASI SUCESIVAMENTE. LOS VALORES FUTUROS DE LOS COEFICIENTES DE INSUMO-PRODUCTO SE PUEDEN OBTENER PREDICIENDO PRIMERO LOS VALORES FUTUROS DE LOS FACTORES Y SUPONIENDO DESPUES QUE LA RESPUESTA DE LOS COEFICIENTES PERMANECERA IGUAL QUE EN EL PASADO. DESAFORTUNADAMENTE, ESTE METODO EN LOS MAYORES CASOS NO PUEDE UTILIZARSE, DEBIDO AL REDUCIDISIMO NUMERO DE TABLAS DE INSUMO-PRODUCTO DISPONIBLES PARA CADA PAIS. PARA CONOCER LA RESPUESTA DE LOS COEFICIENTES DE INSUMO, NECESITARIAMOS UN GRAN NUMERO DE OBSERVACIONES DE LOS COEFICIENTES Y DE LOS FACTORES, SIENDO ASI QUE ES DIFICIL OBTENER MAS DE TRES O CUATRO OBSERVACIONES. TAL PROCEDIMIENTO FUE PROPUESTO POR ARROW Y HOFFENBERG EN 1959, PERO ENCONTRARON QUE NO HABIA SUFICIENTE INFORMACION PARA PODERLO LLEVAR A CABO, POR LO QUE PROPUSIERON UN PROCEDIMIENTO BASTANTE MAS SIMPLE, UTILIZANDO LA INFORMACION QUE ESTABA DISPONIBLE. PERO AUN ESTE PROCEDIMIENTO PLANTEO TANTO PROBLEMAS ESTADISTICOS QUE SUS RESULTADOS FUERON MUY POCO DIGNOS DE CONFIANZA. TILANUS ANALIZO LAS POSIBILIDADES DE APLICAR PROCEDIMIENTOS SIMILARES EN HOLANDA, PAIS PARA EL CUAL HABIA DISPONIBLE TRECE TABLAS DE INSUMO-PRODUCTO, PERO CONCLUYO QUE AUN DISPONIENDO DE ELLAS NO PODIA SER APLICADO.

13-8-4-7-32-31

EL HECHO DE QUE HAYA POCAS TABLAS DE INSUMO-PRODUCTO DISPONIBLES NO SIGNIFICA QUE DEBEN IGNORARSE LAS QUE YA POSEEMOS. AUNQUE NO EXISTE SUFICIENTE INFORMACION ANTERIOR PARA EXAMINAR LOS COEFICIENTES INDIVIDUALES, PUEDE SER SUFICIENTE PARA PROPORCIONARNOS UNA INFORMACION UTIL ACERCA DE LOS BLOQUES DE COEFICIENTES. UN IMPORTANTE METODO PARA UTILIZAR LA

INFORMACION DISPONIBLE FUE SUGERIDO POR LEONTIEF EN 1941. SUGIRIO QUE LOS CAMBIOS QUE TIENEN LUGAR EN LA TABLA DE COEFICIENTES TECNICOS PUEDEN CLASIFICARSE EN DOS TIPOS: AQUELLOS QUE TIENDEN A ENCONTRARSE EN UN RENGLON Y AQUELLOS QUE TIENDEN A ENCONTRARSE EN UNA COLUMNA.

AUNQUE EN PROMEDIO LOS RADIOS DE VARIACION DE INSUMO EN LA MAYORIA DE LAS INDUSTRIAS DECRECE CON EL TIEMPO, ENCONTRAMOS QUE APROXIMADAMENTE EN CADA INDUSTRIA INDIVIDUAL ALGUNO DE ESTOS ESTAN AUMENTANDO MIENTRAS LOS OTROS DISMINUYEN. ESTA OBSERVACION APUNTA DIRECTAMENTE A LA CUESTION DE QUE EL FACTOR DE SUSTITUCION EN SU RELACION CON EL CAMBIO TECNICO. LA SUSTITUCION DESDE UN BAJO A UN ALTO RADIO DE VARIACION DE INSUMO NO REQUIERE DE UNA EXPLICACION ELABORADA DONDE SE PUEDE INTERPRETAR COMO UN CAMBIO TECNICO INDEPENDIENTE. UNA REDUCCION EN UNO O MAS COEFICIENTES, CON RESPECTO A LA MATRIZ ESTRUCTURAL QUEDANDO IGUAL LOS RESTANTES, SIEMPRE RESULTARA EN UNA MAYOR EFICIENCIA EN LA UTILIZACION DE LOS RECURSOS. POR OTRO LADO, LA OBSERVACION DE UN INCREMENTO EN VARIOS RADIOS DE VARIACION DE INSUMO REQUIERE UNA EXPLICACION ESPECIAL. OCASIONALMENTE EL INCREMENTO EN REQUERIMIENTO DE INSUMO PUEDE SER CAUSADO POR CAMBIOS EN LAS CIRCUNSTANCIAS EXTERNAS A LA PRODUCCION TALES COMO EL ENCARECIMIENTO DE RECURSOS NATURALES, CAMBIO EN EL CLIMA Y OTROS. EN MUCHOS CASOS EL INCREMENTO EN LOS COEFICIENTES TECNICOS SE DEBE A CIERTAS CLASES DE INSUMOS QUE ESTAN ASOCIADOS CON UNA REDUCCION DE LOS RADIOS DE VARIACION DE INSUMO DE LOS OTROS ARTICULOS O SERVICIOS ABSORVIDOS POR EL MISMO SECTOR. 24-25

"LA ADOPCION DE NUEVOS METODOS DE PRODUCCION ENVUELVE UN CAMBIO SIMULTANEO EN TODOS SUS RADIOS DE INSUMO Y LA --

REDUCCION EN ALGUNOS DE ESTOS NO PUEDE REALIZARSE SIN EL CORRESPONDIENTE INCREMENTO EN LOS OTROS. ES DECIR, TODA UNA NUEVA COLUMNA DE COEFICIENTES (LA CUAL REPRESENTA EN LA MATRIZ ESTRUCTURAL DE TODA LA ECONOMIA LAS CARACTERISTICAS TECNICAS DE LA INDUSTRIA PARTICULAR CONSIDERADA) OCUPARA EL LUGAR DE UNA PASADA. LAS OTRAS COLUMNAS PUEDEN O NO ESTAR CAMBIANDO AL MISMO TIEMPO. PERO EL ANALISIS ANTERIOR ESTA BASADO EN EL SUPUESTO DE QUE LAS INDUSTRIAS INDIVIDUALES SON ESTRUCTURALMENTE INDEPENDIENTES ENTRE SI; EN EL SENTIDO QUE LA POSIBILIDAD DE SUSTITUCION TECNICA A UN NUEVO CONJUNTO DE COEFICIENTES EN CUALQUIER COLUMNA DE UNA MATRIZ ESTRUCTURAL DADA NO ESTA DE NINGUNA CONDICIONADA A CAMBIOS LOS CUALES PUEDEN TOMAR LUGAR EN CUALQUIERA DE LAS OTRAS COLUMNAS DE LA MISMA MATRIZ. ESTE SUPUESTO DEBE SER INTERPRETADO COMO UN REQUERIMIENTO EMPIRICO, EL CUAL HACE SATISFACERSE POR LA CLASIFICACION DE LAS INDUSTRIAS EN TERMINOS DE LOS CUALES LOS CAMBIOS ESTRUCTURALES SEAN ANALIZADOS ACTUALMENTE."

POR EJEMPLO, LAS INDUSTRIAS HAN TENDIDO A SUSTITUIR EL CARBON COMO FUENTE DE ENERGIA POR EL GAS Y LA ELECTRICIDAD. ESTO SE HA DEBIDO A LAS VARIACIONES EN LOS PRECIOS RELATIVOS Y EN PARTE A LOS CAMBIOS EN LA CALIDAD DE LOS QUEMADORES DE GAS. ESTA SUSTITUCION SE REFLEJA EN LA TABLA DE COEFICIENTES TECNICOS EN FORMA DE TENDENCIA DE TODOS LOS COEFICIENTES DE EL RENGLON RELATIVO AL CARBON A DISMINUIR Y DE TODOS LOS COEFICIENTES DE EL RENGLON REFERENTE AL GAS Y ELECTRICIDAD A AUMENTAR, R. STONE DENOMINO A ESTAS INFLUENCIAS EFFECTOS DE SUSTITUCION. "LOS EFFECTOS QUE TIENDEN A ENCONTRARSE EN UNA COLUMNA SON DEBIDOS A UN AUMENTO DE LA EFICIENCIA EMPRESARIAL O TECNICA, QUE REDUCE LA CANTIDAD REQUERIDA DE INSUMOS PARA PRODUCIR UNA DE-

TERMINADA CANTIDAD DE PRODUCTO O A UNA ALTERACION EN LA COMBINACION DE PRODUCTOS EN CADA SECTOR QUE PUEDE AUMENTAR O REDUCIR LA CANTIDAD REQUERIDA DE INSUMOS. ESTOS EFECTOS SE REFLEJAN EN LA TABLA DE COEFICIENTES EN FORMA DE TENDENCIA DE TODOS LOS COEFICIENTES EN LA COLUMNA DEL SECTOR A CAMBIAR.<sup>24-25</sup>

STONE DENOMINO A ESTAS INFLUENCIAS EFECTO DE FABRICACION. LA SUGERENCIA DE LEONTIEF PUEDE EXPRESARSE FORMALMENTE OBSERVANDO QUE LOS CORRESPONDIENTES ELEMENTOS DE LAS TABLAS DE COEFICIENTES TECNICOS REFERIDOS A PERIODOS DIFERENTES SE PUEDEN RELACIONAR MEDIANTE LA ECUACION:<sup>13-8-4-7-32</sup>

$$l_{ij}(I) = r_{ij} s_{ij} l_{ij}(0) \text{ -----(I)}$$

$$i=1, \text{ ----, } m$$

$$j=1, \text{ ----, } n$$

$l_{ij}$  - DE LEONTIEF

DONDE  $l_{ij}(0)$  y  $l_{ij}(I)$  SON LOS VALORES DEL COEFICIENTE TECNICO  $ij$  EN EL TIEMPO 0 (PRIMERA TABLA) Y EN EL TIEMPO I (SEGUNDA TABLA ELABORADA POSTERIORMENTE) RESPECTIVAMENTE.

$r_{ij}$  ES EL EFECTO DE SUSTITUCION ASOCIADO AL COEFICIENTE TECNICO  $l_{ij}(0)$  y  $s_{ij}$  ES EL EFECTO DE FABRICACION ASOCIADO A ESTE MISMO COEFICIENTE. A ESTA ECUACION ADHERIMOS LA OBIA RESTRICCION DE LA NO NEGATIVIDAD:

$$l_{ij}(I) \geq 0 \text{ -----(2)}$$

$$i=1, \text{ ----, } m$$

$$j=1, \text{ ----, } n$$

ENTONCES LLAMAREMOS A LA MATRIZ  $L(1) = \{l_{ij}(1)\}$   
 "BIPROPORCIONAL" A  $L(0) = \{l_{ij}(0)\}$  SI SE SATIS-  
 FACEN LAS CONDICIONES (1) y (2).

MIENTRAS LA HIPOTESIS DE LA CONSTANCIA SIGA EN PIE, NO SERA POSIBLE CALCULAR  $r_{ij}$  O LA  $s_{ij}$  PORQUE VARIOS PARES DE VALORES SATISFARAN LA ECUACION ANTERIOR. POR ELLO LEONTIEF SEÑALO QUE SI LOS EFECTOS DE SUSTITUCION Y DE FABRICACION FUERSEN UNIFORMES, PODRIAN CALCULARSE A PARTIR DE SOLO DOS TABLAS DE INSUMO-PRODUCTO. HABRA UN EFECTO DE SUSTITUCION UNIFORME EN TODOS AQUELLOS CASOS EN QUE UN SECTOR DESEE SUSTITUIR O EMPLEAR MAS INTENSAMENTE UN INSUMO DETERMINADO, SIEMPRE QUE TODOS LOS SECTORES DESEEN SUSTITUIRLO EN LA MISMA MEDIDA. EN ESTE CASO, TODAS LAS  $r_{ij}$  DE UN RENGLON TENDRAN EL MISMO VALOR. PUEDE OBSERVARSE UN EFECTO DE FABRICACION UNIFORME EN TODOS AQUELLOS CASOS EN QUE UN SECTOR DESEE CAMBIAR SUS INSUMOS DE UN DETERMINADO PRODUCTO, SIEMPRE QUE PUEDA CAMBIAR TODOS SUS INSUMOS EN LA MISMA MEDIDA. EN ESTE CASO TODAS LAS  $s_{ij}$  DE UNA COLUMNA TENDRIAN EL MISMO VALOR. PODEMOS AHORA CALCULAR LA MAGNITUD DE ESTOS EFECTOS PORQUE EN LUGAR DE TENER UNA  $r_{ij}$  Y UNA  $s_{ij}$  DIFERENTES ASOCIADAS A CADA COEFICIENTE, TENEROS UNA  $R_i$  Y UNA  $S_j$  DIFERENTES PARA CADA RENGLON Y COLUMNA DE LA TABLA DE COEFICIENTES TECNICOS. LA ECUACION QUE RELACIONA LAS DOS TABLAS ES:

$$l_{ij}(1) = R_i S_j l_{ij}(0)$$

$$i=1, \dots, m$$

$$j=1, \dots, n$$

(EN ADELANTE NO ESCRIBIREMOS  $r_{ij}$  Y  $s_{ij}$ , PORQUE LA MAGNITUD DE  $r_{ij}$  SOLO SE DETERMINA POR  $i$ , EL RENGLON AL QUE SE REFIERE, Y LA  $s_{ij}$  POR  $j$ , LA COLUMNA A QUE SE REFIERE).

EJEMPLO

SEA LA SIGUIENTE TABLA DE INSUMO-PRODUCTO DE 3 SECTORES, LA CUAL SERA LA TABLA EN EL TIEMPO 0 (OSEA EL AÑO BASE CONSIDERADO)

TABLA DEL AÑO INICIAL

SECTORES	1	2	3	DEMANDA FINAL	PRODUCTO TOTAL
1. AGRICULTURA	-	8	1	11	20
2. INDUSTRIA	5	-	13	22	40
3. SERVICIOS	5	15	-	30	50
VALOR AGREGADO	10	17	36	-	-
INSUMO TOTAL	20	40	50	-	-

TABLA DE COEFICIENTES TECNICOS AÑO 0

-	0.2	0.02
0.25	-	0.26
0.25	0.375	-

32  
 AHORA CONSIDERESE LA SIGUIENTE TABLA DE INSUMO-PRODUCTO DE 3 SECTORES, LA CUAL SERA LA TABLA EN EL TIEMPO 1.

TABLA DEL ULTIMO AÑO

SECTORES	1	2	3	DEMANDA FINAL	PRODUCTO TOTAL
1. AGRICULTURA	-	7.5	1.2	16.3	25.0
2. INDUSTRIA	7.5	-	18.0	24.5	50.0
3. SERVICIOS	5.0	15.0	-	40.0	60.0
VALOR AGREGADO	12.0	27.5	40.8	-	-
INSUMO TOTAL	25.0	50.0	60.0	-	-

TABLA DE COEFICIENTES TECNICOS AÑO 1

0.0	0.15	0.02
0.3	0.0	0.3
0.2	0.3	0.0

COMPARANDO LOS ELEMENTOS DE LAS TABLAS DE COEFICIENTES TECNICOS DEL AÑO "0" Y DEL AÑO "1", RESPECTIVAMENTE, OBTENEMOS LAS SIGUIENTES 6 ECUACIONES:

$$R_1 \times 0.2 \times S_2 = 0.15$$

$$R_3 \times 0.375 \times S_2 = 0.3$$

$$R_2 \times 0.25 \times S_1 = 0.3$$

$$R_2 \times 0.26 \times S_3 = 0.3$$

$$R_3 \times 0.25 \times S_1 = 0.2$$

$$R_1 \times 0.02 \times S_3 = 0.02$$

QUE GENERALMENTE PODRAN RESOLVERSE PARA LOS TRES MULTIPLICADORES DE RENGLONES  $R_1$ ,  $R_2$  y  $R_3$ , Y PARA LOS TRES MULTIPLICADORES DE COLUMNAS  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$ . DESGRACIADAMENTE, ESTAS SEIS ECUACIONES SOLO PUEDEN RESOLVERSE SI LOS EFECTOS SON EXACTAMENTE UNIFORMES. SI NO FUESE ASI, LAS ECUACIONES SERIAN INCONSISTENTES Y NO LAS SATISFARIA NINGUN VALOR DE LOS MULTIPLICADORES DE LOS RENGLONES Y COLUMNAS.

24-25-32-13-4-7

ESTA PROPOSICION DE LEONTIEF EL DE UNA RELACION BI-PROPORCIONAL EN LOS COEFICIENTES TECNICOS EN DIFERENTES PUNTOS DE TIEMPO, QUEDO SIN CONTEMPLARCE, SIN REALIZARSE PRUEBA EMPIRICA DURANTE UN BUEN TIEMPO. HASTA QUE EN 1962 STONE INDEPENDIENTEMENTE SUGIRIO LA RELACION Y PROPUSO UN METODO DIFERENTE DE ESTIMAR  $R_1$  y  $S_j$ , QUE PUEDE EMPLEARSE AUN CUANDO LOS EFECTOS NO SEAN EXACTAMENTE UNIFORMES. DONDE CONOCIENDO UN

PAR DE OBSERVACIONES EL PRODUCTO INTERMEDIO TOTAL Y EL INSUMO INTERMEDIO TOTAL EN EL TIEMPO I (ULTIMO AÑO) AJUSTO LA MATRIZ  $A_0$  DE INSUMO-PRODUCTO (PRIMER CUADRANTE) EN EL TIEMPO=0 PARA OBTENER LA MATRIZ  $A_1$  DE INSUMO-PRODUCTO EN EL TIEMPO-I, PERO EN LUGAR DE COMPARAR LOS COEFICIENTES INDIVIDUALES EL METODO SE BASA EN LA COMPARACION DE LAS SUMAS DE LOS RENGLONES Y COLUMNAS DE LAS DOS MATRICES DE FLUJOS DE INSUMO-PRODUCTO. DETERMINANDO LAS  $R_i^s$  Y  $S_j^s$  TAL QUE:

$$\sum_{j=1}^m R_i S_j l_{ij}(0) q_j(1) = U_i(1) \text{-----} (3)$$

i=1,-----,m

$$\sum_{i=1}^m R_i S_j l_{ij}(0) q_j(1) = V_j(1) \text{-----} (4)$$

j=1,-----,n

DONDE  $U_i(1)$  ES EL PRODUCTO INTERMEDIO TOTAL OBSERVADO DEL SECTOR  $i$  Y  $V_j(1)$  ES EL INSUMO INTERMEDIO TOTAL OBSERVADO EN EL SECTOR  $j$  EN EL TIEMPO I, Y  $q_j(1)$  ES EL PRODUCTO TOTAL OBSERVADO DEL SECTOR; EN EL TIEMPO I.

EL MODELO ESTIMADO DADO POR (1) Y (2) JUNTO CON (3) Y (4) ES LLAMADO EL "MODELO DE ESTIMACION DE INSUMO-PRODUCTO BIPROPORCIONAL". PARA APLICAR EL MODELO BIPROPORCIONAL, SE NECESITA LA MATRIZ " $A_0$ " DE INSUMO-PRODUCTO DE UN AÑO INICIAL (AÑO 0), LOS PRODUCTOS TOTALES DE TODOS LOS SECTORES DEL ULTIMO AÑO, LOS PRODUCTOS INTERMEDIOS TOTALES DE LOS SECTORES Y LOS INSUMOS INTERMEDIOS TOTALES DE LOS SECTORES DEL ULTIMO AÑO (AÑO I). SE POSTULA QUE DEL INTERVALO (0, I) CADA ELEMENTO  $o^{sij}$  DE LA MA-

TRIZ "A" DE FLUJOS DE INSUMO-PRODUCTO ESTA SUJETO A DOS EFECTOS:

- a) UN EFECTO DE SUSTITUCION, MEDIDO POR LA PROPORCION PARA EL CUAL EL SECTOR i HA ESTADO SUSTITUYENDO OTRO ARTICULO COMO UN INSUMO INTERMEDIO EN EL PROCESO INDUSTRIAL.
- b) UN EFECTO DE FABRICACION, MEDIDO POR LA PROPORCION PARA EL CUAL EL SECTOR j HA VENIDO ABSORVIENDO UN RADIO INTERINDUSTRIAL GRANDE O PEQUEÑO DE INSUMOS PRIMARIOS EN SU PRODUCCION.

ESTOS DOS EFECTOS PUEDEN SER ILUSTRADOS; SI PLASTICOS,  $i$ , HA ESTADO REEMPLASANDO A LA MADERA COMO MATERIA PRIMA Y SI AL MISMO TIEMPO AUTOMOVILES,  $j$ , HAN ESTADO FABRICANDO MODELOS MAS SOFISTICADOS NECESITANDO MAS TRABAJO Y CAPITAL, DEBEMOS ESPERAR QUE EL COEFICIENTE DE FLUJO INTERSECTORIAL  $O^{a}_{ij}$  ESTARA SUJETO A UN ALTO EFECTO DE SUSTITUCION Y A UN BAJO EFECTO DE FABRICACION.

SE ASUME TAMBIEN QUE CADA EFECTO TRABAJA UNIFORMEMENTE: EL EFECTO DE SUSTITUCION EN INSUMO  $i$  ES EL MISMO DONDE QUIERA QUE  $i$  SEA USADO, Y EL EFECTO DE CAMBIOS EN LA PRODUCCION  $j$  SERA EL MISMO EN TODOS LOS INSUMOS ABSORBIDOS POR  $j$ . ASI ENTRE EL AÑO (0) Y EL AÑO (I) CADA UNO DE LOS COEFICIENTES DE FLUJO INTERINDUSTRIAL  $O^{a}_{i1}, O^{a}_{i2}, \dots, O^{a}_{in}$  EN RELACION A LAS ABSORCIONES DE  $i$ , ES MODIFICADO POR EL MISMO MULTIPLICADOR DE SUSTITUCION, EL CUAL SE DENOTARA POR  $R_i$ ; Y CADA UNO DE LOS COEFICIENTES DE FLUJO  $O^{a}_{1j}, O^{a}_{2j}, \dots, O^{a}_{nj}$  RELATIVOS A LOS INSUMOS INTERMEDIOS EN  $j$ , ES MODIFICADO POR EL MISMO MULTIPLICADOR DE FABRICACION, EL CUAL SE DENOTARA POR  $S_j$

ESTO SIGNIFICA QUE "A" ESTA EN RELACION CON "A<sub>1</sub>" POR MEDIO DE LA ECUACION:

$$A_1 = R A_0 S$$

DONDE  $\hat{R}$  Y  $\hat{S}$  SON MATRICES DIAGONALES FORMADAS DE LOS VECTORES DE MULTIPLICACION  $R_1$  Y  $S_j$ . DONDE LA OBTENCION DE LOS MULTIPLICADORES  $\hat{R}$  DE RENGLONES Y  $\hat{S}$  DE COLUMNAS ES CONOCIDO COMO EL PROCESO ITERATIVO RAS:

(RICHARD) A (STONE) : R A S

DE AHI QUE EL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO BIPROPORCIONAL SEA CONOCIDO SIMPLEMENTE COMO EL METODO RAS.

LOS MULTIPLICADORES  $R_1$  Y  $S_j$  DE RENGLONES Y COLUMNAS CORRESPONDIENTES CALCULADOS POR EL METODO RAS, REPRESENTAN EL PROMEDIO DE LOS EFECTOS DE SUSTITUCION Y DE FABRICACION QUE HAN TENIDO LUGAR EN EL PERIODO DE TIEMPO COMPRENDIDO ENTRE LA ELABORACION DE LAS DOS TABLAS DE INSUMO-PRODUCTO.  
4-24-25-26-7-13-32

#### 2.4. EL EMPLEO DEL METODO "RAS" PARA ACTUALIZAR MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO.

UTILIZANDO UNA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO TENIDA EN AÑOS ANTERIORES A NUESTRA DISPOSICION Y DE ALGUNOS DATOS BASICOS DE UN AÑO RECIENTE, DISPONIBLES EN FORMA OPORTUNA (COMO POR EJEMPLO EL TOTAL DE CONSUMO INTERMEDIO Y EL TOTAL DE LA DEMANDA INTERMEDIA DEL ULTIMO AÑO), EMPLEANDO EL METODO "RAS" DEBE SER POSIBLE TENER UNA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO PARA CUALQUIER

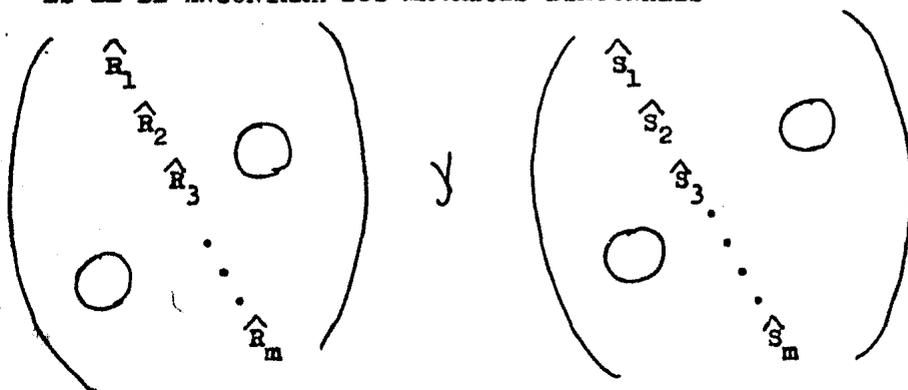
AÑO HACIA FINALES DEL AÑO SIGUIENTE. POR SUPUESTO QUE ESA MATRIZ SERIA SOLO APROXIMADA, PERO SU OPORTUNIDAD PODRIA COMPENSAR ESTA DESVENTAJA. ADEMAS, LA ELABORACION DE LA MATRIZ DE ESTE TIPO SERIA ECONOMICA, LO QUE ES UNA VENTAJA ADICIONAL. - POR LO TANTO EXISTE UN ARGUMENTO DE BASTANTE PESO A FAVOR DE USAR EL METODO "RAS" PARA LA FORMULACION DE MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO ANUALES QUE PODRIAN MODIFICARSE CONFORME SE OBTENGAN INFORMACION. ACTUALMENTE EXISTEN MUCHOS METODOS PARA ACTUALIZAR CUADROS DE TRANSACCIONES, APARTE DEL METODO "RAS".

POR EJEMPLO SE PUEDEN CITAR EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS Y EL DE SERIES DE TIEMPO. EL METODO DE MINIMOS CUADRADOS, RESTRINGIDOS CON MULTIPLICADORES DE LAGRANGE, ACTUALIZA LA ESTRUCTURA INTERINDUSTRIAL PARA AJUSTARSE A TOTALES ESPECIFICOS DE RENGLONES Y COLUMNAS DE TRANSACCIONES INTERINDUSTRIALES, Y PROPORCIONA MULTIPLICADORES DE RENGLONES Y COLUMNAS QUE PUEDEN UTILIZARSE EN PROYECCIONES. PARA PODER CALCULAR ESTOS MULTIPLICADORES ES NECESARIO DESPEJAR UNA GRAN CANTIDAD DE ECUACIONES LINEALES SIMULTANEAS Y SE NECESITARIA UNA COMPUTADORA (SE MENCIONA UNA EFICIENCIA RELATIVA DEL METODO "RAS" CON RESPECTO AL METODO DE MINIMOS CUADRADOS).

EL METODO DE SERIES DE TIEMPO, INVOLUCRA UN ESTUDIO DE TODOS LOS COEFICIENTES IMPORTANTES COMO UNA FUNCION MATEMATICA DEL TIEMPO, SUPONGAMOS QUE SE REGISTRO O DERIVO UN CAMBIO PROMEDIO OBSERVADO DE  $x$  POR CIENTO ANUAL EN UN CIERTO COEFICIENTE, EMPEZANDO CON UN AÑO BASE ESPECIFICO. ENTONCES ESTA TASA DE VARIACION ( $x$  POR CIENTO ANUAL) PUEDE EMPLEARSE EN LA PREDICCIÓN DE ESE COEFICIENTE PARA UN AÑO FUTURO ESPECIFICO (PERO, PARA PODER DERIVAR LA FUNCION MATEMATICA DEL TIEMPO CORRESPONDIENTE A LA TASA DE VARIACION DE UN COEFICIENTE SE DEBE TE-

NER AL MENOS SEIS OBSERVACIONES Y UTILIZAR LA REGRESION U OTROS METODOS PARA AJUSTAR LA FUNCION A LOS DATOS).

DADO QUE EL METODO QUE SUGIEREN STONE Y COLABORADORES ES EL DE ENCONTRAR DOS MATRICES DIAGONALES



CONOCIDAS COMO  $\hat{R}$  Y  $\hat{S}$ , DE MANERA QUE LA MATRIZ  $A_1$ , DEL ULTIMO AÑO, SE OBTIENE PREMULTIPLICANDO LA MATRIZ  $A_0$  CORRESPONDIENTE AL AÑO INICIAL POR  $\hat{R}$  PARA OBTENER  $\hat{R}A_0$ , Y POSTERIORMENTE MULTIPLICANDO  $\hat{R}A_0$  POR  $S$ , PARA OBTENER  $\hat{R}A_0S$ . TENIENDO QUE

$$A_1 = \hat{R} A_0 \hat{S}$$

DONDE EL CALCULO DE  $\hat{R}$  Y  $\hat{S}$  SE OBTIENE DE UNA MANERA ITERATIVA Y COMO ESTE PROCESO ES PARA CALCULAR LA MATRIZ  $A_1$  A PARTIR DE SOLO CONOCIENDO EL VECTOR DEL TOTAL DE DEMANDA INTERMEDIA  $w^{(1)}$  de  $A_1$  Y EL VECTOR DEL TOTAL DE CONSUMO INTERMEDIO  $v^{(1)}$  de  $A_1$ , Y DE UNA MATRIZ "A" CONOCIDA DE UN AÑO INICIAL, LA MATRIZ "A" ES AJUSTADA POR RENGLONES Y COLUMNAS DE TAL MANERA QUE: LA SUMA POR RENGLONES DE  $\hat{R}A_0\hat{S}$  SEA IGUAL AL VECTOR DE TO

TAL DE DEMANDA INTERMEDIA DADO Y QUE LA SUMA POR COLUMNAS DE  $\widehat{RA}_0 \widehat{S}$  SEA IGUAL AL VECTOR DEL TOTAL DE CONSUMO INTERMEDIO DADO.

CABE PREGUNTARSE SI ESTE PROCESO ITERATIVO EMPLEADO SIEMPRE, NOS VA A LLEVAR A LA OBTENCION DE  $A_1$ , O CUANDO EXISTE APLICANDO ESTE PROCESO O SI PUEDE HABER EL CASO DE QUE SE OBTENGAN MAS DE UNA  $A_1$  O CUANDO SERA POSIBLE OBTENER  $A_1$  DE MANERA UNICA APLICANDO DICHO PROCESO ITERATIVO. DADO QUE TIENE IMPORTANCIA PARA NOSOTROS CONOCER LA RESPUESTA A ESTAS -- CUESTIONES(PARA PODER DARLE UNA APLICACION CORRECTA Y SABER SUS ALCANCES Y LIMITACIONES), PLANTEAREMOS TALES CUESTIONES DE UNA MANERA FORMAL PARA DAR LA RESPUESTA LO MAS VERDADERO POSIBLE.

7-4-13-32

#### 2.4.1. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.

ESTAMOS INTERESADOS EN LAS MATRICES DE LA FORMA ----  $A^B = \widehat{RA}^{(0)} \widehat{S}$ ,  $A^B \geq 0$ , QUE SE AJUSTEN POR RENGLONES Y COLUMNAS A DOS VECTORES DADOS, UNO DE RENGLONES Y OTRO DE COLUMNAS Y QUE MEDIANTE PRE Y POST-MULTIPLICACIONES DE  $A^{(0)}$  POR MATRICES DIAGONALES SE CONVERJA A  $A^B$ , DONDE  $A^{(0)}$  DENOTA LA MATRIZ DE UN AÑO PASADO QUE CONOCEMOS COMO AÑO(0) Y LA CUAL SE DESEA ACtualizar Y ANTES DE PLANTEAR EL PROBLEMA FORMALMENTE DAMOS LA SIGUIENTE DEFINICION DE DISTANCIA ENTRE DOS MATRICES:

$$\text{SI } C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} & \dots & c_{1m} \\ c_{21} & c_{22} & \dots & c_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ c_{m1} & c_{m2} & \dots & c_{mm} \end{pmatrix} \text{ y } D = \begin{pmatrix} d_{11} & d_{12} & \dots & d_{1m} \\ d_{21} & d_{22} & \dots & d_{2m} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ d_{m1} & d_{m2} & \dots & d_{mm} \end{pmatrix}$$

LA DISTANCIA EUCLIDIANA  $\mathcal{J}(C, D)$  ENTRE "C" Y "D"  
ES:

$$\mathcal{J}(C, D) = \sqrt{\sum_j \sum_i (c_{ij} - d_{ij})^2}$$

SI SE TIENE LA SUCESION  $\{D_n\}$  DE MATRICES, LA ANOTACION  $C = \lim_{n \rightarrow \infty} D_n$  SIGNIFICA QUE LAS DISTANCIAS  $\mathcal{J}(C, D_n)$  CONVERGEN A CERO CUANDO "n" CRECE.

ENTONCES EL PROBLEMA CONSISTE:

DADA LA MATRIZ:

$$A^0 = \begin{pmatrix} a_{11}^0 & a_{12}^0 & \dots & a_{1m}^0 \\ a_{21}^0 & a_{22}^0 & \dots & a_{2m}^0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}^0 & a_{m2}^0 & \dots & a_{mm}^0 \end{pmatrix}$$

CON  $a_{ij}^0 \geq 0$ , Y LOS VECTORES

$$w^{(1)} = \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_1 \\ \vdots \\ w_m \end{pmatrix}$$

$$v^{(1)} = (v_1 \ v_2 \ \dots \ v_j \ \dots \ v_m)$$

CON  $w_i > 0$ ,  $v_j > 0$

EL PROBLEMA CONSISTE EN PREGUNTARSE SI EXISTE UNA MATRIZ:

$$A^B = \begin{pmatrix} a_{11}^B & a_{12}^B & \dots & a_{1m}^B \\ a_{21}^B & a_{22}^B & \dots & a_{2m}^B \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}^B & a_{m2}^B & \dots & a_{mm}^B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} w_1 \\ w_2 \\ \vdots \\ w_m \end{pmatrix}$$

$$(v_1 \ v_2 \ \dots \ v_m)$$

CON  $a_{ij}^B \geq 0$  PARA TODA "i" Y TODA "j", TAL QUE LAS SUMAS POR RENGLONES Y COLUMNAS DE  $A^B$  SE AJUSTEN A LOS VECTORES  $w^{(1)}$  Y  $v^{(1)}$  RESPECTIVAMENTE, ESTO ES:

$$\sum_j a_{ij}^B = w_i \quad \forall_i$$

$$\sum_i a_{ij}^B = v_j \quad \forall_j$$

Y QUE ADEMÁS  $A^B$  SE RELACIONE CON  $A^{(0)}$  BIPROPORCIONALMENTE EN EL LIMITE, ESTO ES QUE MEDIANTE PRE Y POST-MULTIPLICACIONES DE  $A^{(0)}$  POR MATRICES DIAGONALES SE CONVERJA A  $A^B$ , O SEA:

$$A^B = \lim_{n \rightarrow \infty} R(n) A^{(0)} S(n)$$

DONDE

$$R(n) = \begin{pmatrix} R_1(n) & & & \\ & R_2(n) & & \\ & & \dots & \\ & & & R_m(n) \end{pmatrix} \quad S(n) = \begin{pmatrix} S_1(n) & & & \\ & S_2(n) & & \\ & & \dots & \\ & & & S_m(n) \end{pmatrix}$$

MATRICES DIAGONALES EN LA n-ESIMA ITERACION.

EL USO DE LA LETRA "B" COMO SUPER-INDICE ES LA ANOTACION  $A^B$ , INDICA QUE  $A^B$  ES OBTENIDA MEDIANTE UN PROCESO BIPROPORCIONAL. ESTE PROBLEMA ES CONOCIDO COMO EL PROBLEMA BIPROPORCIONAL SUJETO A  $(A^{(0)}, w^{(1)}, v^{(1)})$ . 28-4-3-13

A P A R T A D O \_ I I I \_3. SOLUCION AL PROBLEMA BIPROPORCIONAL

UNA SOLUCION AL PROBLEMA BIPROPORCIONAL ES EL PROCESO ITERATIVO "RAS", CONOCIDO COMO METODO "RAS", EL CUAL RESULTA SER EL MAS USADO; UNA DE LAS RAZONES ES POR LA ECONOMIA EN LA INFORMACION, ESTE ES EFICAZ EN LA MEDIDA EN QUE LA MATRIZ A ACTUALIZAR RESPECTO A LA MATRIZ DEL AÑO UNO, PERIODO PRESENTE, SATISFAGA LA ESPECIFICACION EN QUE SE BASA EL METODO. LA UTILIDAD DE ESTE METODO DEPENDE DEL GRADO DE UNIFORMIDAD DE LOS EFECTOS DE SUSTITUCION Y DE FABRICACION. EN TANTO QUE LA MAYORIA DE LOS SECTORES PRODUCTIVOS SUSTITUYA CON LA MISMA PROPORCION, LA UTILIZACION DE LOS MULTIPLICADORES " $R$ " Y " $S$ " MEJORARA LAS PREDICCIONES HECHAS CON LA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO; PERO SI POR EL CONTRARIO, LOS SECTORES PRODUCTIVOS SUSTITUYEN EN DISTINTA MEDIDA, EMPLEANDO UNO MAS DE UN INSUMO Y OTRO MENOS DE ESE INSUMO, EL METODO "RAS" DARA PEORES RESULTADOS QUE EL METODO BASICO SEGUN EL CUAL LOS COEFICIENTES SE SUPONEN CONSTANTES EN EL TIEMPO.

EL METODO "RAS" SE APLICA EN TERMINOS DE FLUJOS DE INSUMO-PRODUCTO, SIN ENRARGO, ORIGINALMENTE EL METODO "RAS" FUE FORMULADO EN TERMINOS DE COEFICIENTES TECNICOS, COMO UN MODELO DE COMPORTAMIENTO EN EL TIEMPO PARA LOS COEFICIENTES TECNICOS TOTALES. EL METODO FUE DISEÑADO PARA SER APLICADO A COEFICIENTES A PRECIOS CONSTANTES, DE FORMA QUE CUALQUIER CAMBIO EN LAS TRANSACCIONES REGISTRADAS EN LA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO REPRESENTARA CAMBIO EN SU MAGNITUD FISICA, MUCHAS VECES ESTAMOS BASTANTE MAS INTERESADOS EN LAS TRANSACCIONES FISI

CAS QUE TENDRAN LUGAR EN EL FUTURO QUE EN LAS TRANSACCIONES MONETARIAS. EL SUPUESTO DEL METODO "RAS" HACE VER QUE LOS COEFICIENTES DE INSUMO-PRODUCTO PARA ACTUALIZAR UN AÑO MAS RECIENTE, A PRECIOS CONSTANTES(UNA VEZ QUE SE HA AISLADO EL EFECTO DE PRECIOS PARA TRABAJAR A PRECIOS FIJOS Y EL EFECTO DE CAMBIO EN LOS NIVELES DE PRODUCCION PARA TRABAJAR CON INSUMOS POR UNIDAD DE PRODUCCION) ESTARAN SOMETIDOS A DOS EFECTOS TECNOLOGICOS DURANTE EL PERIODO DEL AÑO CERO AL AÑO UNO(AÑO MAS RECIENTE), A SABER:

UN EFECTO DE SUSTITUCION  $\hat{R}_1$ , MEDIDO POR LA PROPORCION EN QUE EL BIEN 1 HA SIDO SUSTITUIDO POR OTRO U OTROS BIENES EN EL PROCESO PRODUCTIVO.

UN EFECTO DE FABRICACION O DE EFICIENCIA  $\hat{S}_j$ , DADO POR LA PROPORCION EN QUE EL BIEN j HA ABSORBIDO UNA MAYOR O MENOR PROPORCION DE INSUMOS INTERMEDIOS POR UNIDAD DE PRODUCCION.

26-32-4-28-7-13

### 3.1. PROCESO ITERATIVO "RAS".

DADO EL PROBLEMA  $(A^{(0)}, w^{(1)}, v^{(1)})$ , SE DEFINE EL PROCESO ITERATIVO "RAS" PARA EL CALCULO DE  $\hat{R}$  Y  $\hat{S}$  DE LA SIGUIENTE MANERA:

SEA LA MATRIZ  $A^{(0)}$  LA CUAL CONOCEMOS COMO AÑO CERO Y QUEREMOS ACTUALIZAR PARA UN AÑO MAS RECIENTE.

$$A^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ a_{11} & a_{12} & \dots & \dots & a_{1m} \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ a_{21} & a_{22} & \dots & \dots & a_{2m} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ 0 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & \dots & a_{mm} \end{pmatrix}$$

### 3.1.1. PRIMERA ETAPA

EFFECTUAR LA DISTRIBUCION DE RENGLONES DE  $A^{(0)}$ ; REPARTIR CADA  $w_1$  DEL VECTOR  $w^{(1)}$  SEGUN LA DISTRIBUCION DEL  $i$ -ESIMO RENGLON. DE ESTA MANERA SE HABRAN AJUSTADO LOS RENGLONES DE LA MATRIZ  $A^{(0)}$  PARA QUE SU SUMA COINCIDA CON LOS COMPONENTES DEL VECTOR  $w^{(1)}$ .

$$A_1^{(0)} = R_{(1)} A^{(0)} = \begin{pmatrix} R_{1(1)} a_{11}^{(0)} & R_{1(1)} a_{12}^{(0)} & \dots & R_{1(1)} a_{1m}^{(0)} \\ R_{2(1)} a_{21}^{(0)} & R_{2(1)} a_{22}^{(0)} & \dots & R_{2(1)} a_{2m}^{(0)} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_{m(1)} a_{m1}^{(0)} & R_{m(1)} a_{m2}^{(0)} & \dots & R_{m(1)} a_{mm}^{(0)} \end{pmatrix}$$

DONDE

$$R_{(1)} = \begin{pmatrix} R_{1(1)} & & & \\ & R_{2(1)} & & \\ & & \dots & \\ & & & R_{m(1)} \end{pmatrix}$$

$$\text{CON } R_{i(1)} = \frac{w_1}{\sum_j a_{ij}^{(0)}} \quad i=1, \dots, m$$

DONDE  $R_{(1)}$  REPRESENTA EL MULTIPLICADOR DE RENGLONES OBTENIDOS EN LA PRIMERA ITERACION.



AHORA PARTIENDO DE LA MATRIZ  $A_2^{(0)}$  DE LA ETAPA ANTERIOR, OBTENIENDOSE UNA MATRIZ QUE SE DENOTA  $A_3^{(0)}$ . LA CUARTA ETAPA PROCEDE AL AJUSTE DE LAS COLUMNAS PARA QUE SUS SUMAS COINCIDAN CON LOS COMPONENTES DEL VECTOR  $V^{(1)}$ , ESTA VEZ PARTIENDO DE LA MATRIZ  $A_3^{(0)}$  QUE SE OBTUVO EN LA ETAPA ANTERIOR Y ASI SUCESIVAMENTE.

DE ESTA MANERA SE OBTIENE UNA SUCESION DE MATRICES:

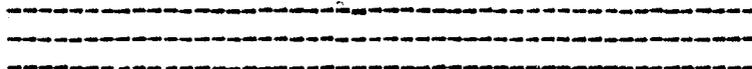
$$A^{(0)}, A_1^{(0)}, A_2^{(0)}, A_3^{(0)}, \dots$$

DONDE

$$A_1^{(0)} = R_{(1)} A^{(0)}$$

$$A_2^{(0)} = A_1^{(0)} S_{(1)} = R_{(1)} A^{(0)} S_{(1)}$$

$$A_3^{(0)} = R_{(2)} A_2^{(0)} = R_{(2)} R_{(1)} A^{(0)} S_{(1)}$$



POR TANTO  $R_{(n)}$  DEL PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA CORRESPONDE A LA MATRIZ DIAGONAL:

$$\hat{R}_{(n)} = R_{(n)} R_{(n-1)} \dots R_{(1)}$$

Y LA MATRIZ DIAGONAL  $\hat{S}_{(n)}$  CORRESPONDE AL PRODUCTO:

$$\hat{S}_{(n)} = S_{(1)} S_{(2)} \dots S_n$$

ADEMAS PARA TODA  $n$  LAS SUMAS DE LOS RENGLONES DE LA MATRIZ  $A_{2n+1}^{(0)}$  COINCIDEN CON LOS COMPONENTES DEL VECTOR  $V^{(1)}$

Y LAS SUMAS DE LAS COLUMNAS DE LA MATRIZ  $A^{(0)}$  COINCIDEN CON  
 LOS COMPONENTES DEL VECTOR  $v^{(1)}$ . Y DADO ESTA SUCESION DE MA-  
 TRICES EL PROCESO TERMINA CUANDO A PARTIR DE UN INDICE  $p$  SE  
 TIENE QUE:

$$R_p = R_{p+1} = \text{-----} = R_{p+m} = I$$

ANALOGAMENTE A PARTIR DE UN INDICE  $-q$  SE TIENE QUE:

$$S_q = S_{q+1} = \text{-----} = S_{q+m'} = I$$

DONDE  $I$  ES LA MATRIZ IDENTICA:

$$I = \begin{pmatrix} 1 & & & & \\ & 1 & & & \\ & & 1 & & \\ & & & \ddots & \\ & & & & 1 \end{pmatrix}$$

TENIENDOSE ASI LA CONVERGENCIA DE LA SUCESION DE MATRICES  $\{R_n\}$   
 Y  $\{S_n\}$  CON LO QUE FINALMENTE OBTENDREMOS LOS MULTIPLICADORES  
 FINALES  $\hat{R}$ ,  $\hat{S}$  DE RENGLONES Y COLUMNAS DE LA SIGUIENTE MANERA:

$$\hat{R} = R_1 R_2 R_3 \text{-----} R_n \text{-----} I$$

$$\hat{S} = S_1 S_2 S_3 \text{-----} S_n \text{-----} I$$

Y SIENDO  $R_p = I = S_q$  SE TENDRA QUE LA MATRIZ  $A_p^{(0)}$  OBTENIDA  
 EN LA ETAPA ANTERIOR, QUEDARA INVARIANTE BAJO EL EFECTO DE  $R_p$   
 Y EL DE  $S_q$ .

$$O \text{ SEA } A_{p+1}^{(0)} = R_p A_p^{(0)} S_q = I A_p^{(0)} \quad I = A_p^{(0)}$$

$$\text{TENIENDO } A_{p+2}^{(0)} = A_{p+1}^{(0)} = A_p^{(0)} \quad \text{etc.}$$

POR LO TANTO  $A_p^{(0)} = A_{p+1}^{(0)} = A_{p+2}^{(0)} = \dots$

OBTENIENDO ASI LA CONVERGENCIA DE LA SUCESION DE  
MATICES  $\{A_n^{(0)}\}$

$A_1^{(0)}, A_2^{(0)}, \dots, A_n^{(0)}, \dots, A_p^{(0)}$

CON LO QUE IGUALANDO EL LIMITE DE LA SUCESION  $\{A_n^{(0)}\}$  CON  $A^B$ ,  
SE LLEGA FINALMENTE A LA RELACION:

$$A^B = \hat{R} A^{(0)} \hat{S}$$

ENTRE OTRAS PROPIEDADES QUE TIENE ESTE PROCESO "RAS"  
ES QUE MANTIENE LOS ELEMENTOS POSITIVOS DE LA MATRIZ  $A^{(0)}$  EN  
LOS MISMOS LUGARES EN CUALQUIERA DE SUS ETAPAS, ES DECIR, SI  
 $a_{ij}^0 > 0$  ENTONCES  $a_{ij}^0(n) > 0$  PARA  $n = 1, 2, 3, \dots$ . POR  
OTRA PARTE TAMBIEN SE TIENE QUE SI  $a_{ij}^0 = 0$  ENTONCES  
 $a_{ij}^0(n) = 0$ , EN OTRAS PALABRAS EL PROCESO "RAS" PROYECTA EN  
CEROS A TODOS AQUELLOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ ORIGINAL QUE  
ERAN CERO Y MANTIENE POSITIVOS A TODOS LOS ELEMENTOS QUE CUM-  
PLIAN ESTA CONDICION ORIGINAL.  
3-28-7

APLICANDO EL METODO "RAS" AL EJEMPLO CONSIDERADO EN  
EL APARTADO ANTERIOR OBSERVAMOS QUE TENEMOS YA LA MATRIZ DE  
COEFICIENTES TECNICOS DEL AÑO CERO Y DEL AÑO UNO, ENTONCES EN  
ESTE CASO DADA ESTA INFORMACION PODEMOS APLICAR EL METODO "RAS"  
A LA MATRIZ DE COEFICIENTES TECNICOS DEL AÑO CERO (O SEA ACTUA-  
LIZAR LA MATRIZ DEL AÑO CERO) PARA OBTENER LA MATRIZ DE COEFI-  
CIENTES TECNICOS DEL AÑO UNO DE MANERA BIPROPORCIONAL, UTILI-  
ZANDO SOLO LA SUMA DE CADA RENGLON Y DE CADA COLUMNA DE ESTA  
ULTIMA MATRIZ TENIENDO ASI EL SIGUIENTE PROBLEMA:  $(B^{(0)}, W^{(1)}, V^{(1)})$

$$\text{SI } B^{(0)} = \begin{pmatrix} 0 & .2 & .02 \\ .25 & 0 & .26 \\ .25 & .375 & 0 \end{pmatrix} \quad \text{Y}$$

$$w^{(1)} = \begin{pmatrix} .17 \\ .6 \\ .5 \end{pmatrix}$$

$$v^{(1)} = (.5 \quad .45 \quad .32)$$

$B^{(0)}$  ES LA MATRIZ DE COEFICIENTES TECNICOS EN EL AÑO CERO.

SOLUCION AL PROBLEMA ( $B^{(0)}$ ,  $w^{(1)}$ ,  $v^{(1)}$ ), SOLUCION METODO R A S:

$$\widehat{R} B^{(0)} \widehat{S} = \begin{pmatrix} 0 & \widehat{R}_1 \times .2 \times \widehat{S}_2 & \widehat{R}_1 \times .02 \times \widehat{S}_3 \\ \widehat{R}_2 \times .25 \times \widehat{S}_1 & 0 & \widehat{R}_2 \times .26 \times \widehat{S}_3 \\ \widehat{R}_3 \times .25 \times \widehat{S}_1 & \widehat{R}_3 \times .375 \times \widehat{S}_2 & 0 \end{pmatrix}$$

DONDE SE CUMPLE

$$\left. \begin{array}{l} \text{RENGLON 1} - R_1 \times .2 \times S_2 + R_1 \times .02 \times S_3 = .17 \\ \text{RENGLON 2} - R_2 \times .25 \times S_1 + R_2 \times .26 \times S_3 = .6 \\ \text{RENGLON 3} - R_3 \times .25 \times S_1 + R_3 \times .375 \times S_2 = .32 \end{array} \right\} = w^{(1)}$$

$$\begin{array}{l}
 \text{COLUMNA 1} - \hat{R}_2 \times .25 \times \hat{S}_1 + \hat{R}_3 \times .25 \times \hat{S}_1 = .5 \\
 \text{COLUMNA 2} - \hat{R}_1 \times .2 \times \hat{S}_2 + \hat{R}_3 \times .375 \times \hat{S}_2 = .45 \\
 \text{COLUMNA 3} - \hat{R}_1 \times .02 \times \hat{S}_3 + \hat{R}_2 \times .26 \times \hat{S}_3 = .32
 \end{array}
 \left. \vphantom{\begin{array}{l} \text{COLUMNA 1} \\ \text{COLUMNA 2} \\ \text{COLUMNA 3} \end{array}} \right\} = v^{(1)}$$

DE DONDE APLICANDO EL PROCESO R A S OBTENEMOS QUE:

$$\hat{R}_1 = 0.7727 \times 1.0096 \times - - - - - \times 1.0000 = 0.7864$$

$$\hat{R}_2 = 1.1765 \times 0.9963 \times - - - - - \times 1.0000 = 1.1653$$

$$\hat{R}_3 = 0.8000 \times 1.0012 \times - - - - - \times 1.0000 = 0.8045$$

$$\text{SIENDO } \hat{R} = \begin{pmatrix} 0.7864 & 0 & 0 \\ 0 & 1.1653 & 0 \\ 0 & 0 & 0.8045 \end{pmatrix} \quad \text{Y}$$

$$\hat{S}_1 = 1.0119 \times 1.0017 \times - - - - - \times 1.0000 = 1.0154$$

$$\hat{S}_2 = 0.9900 \times 0.9959 \times - - - - - \times 1.0000 = 0.9805$$

$$\hat{S}_3 = 0.9958 \times 1.0031 \times - - - - - \times 1.0000 = 1.0041$$

$$\text{SIENDO } \hat{S} = \begin{pmatrix} 1.0154 & 0 & 0 \\ 0 & 0.9805 & 0 \\ 0 & 0 & 1.0041 \end{pmatrix}$$

$\hat{R}$ ,  $\hat{S}$  REPRESENTAN EL PROMEDIO DE LOS EFECTOS DE SUS TITUCION Y DE FABRICACION ENTRE LAS DOS MATRICES EN EL PERIODO DE TIEMPO(0,I), SI SUPONEMOS QUE DEL AÑO CERO AL AÑO UNO, UN PERIODO DE CINCO AÑOS, SE TIENE QUE  $R$ ,  $S$  MUESTRAN POR EJEMPLO QUE HA HABIDO UNA SUSTITUCION POR MAS PRODUCTOS MANUFACTURADOS Y POR MENOS DE LOS RESTANTES. QUE EL SECTOR INDUSTRIAL HA REDUCIDO SUS NECESIDADES DE INSUMO Y LOS OTROS DOS SECTORES LOS HAN AUMENTADO.

PARA CONOCER EL GRADO DE UNIFORMIDAD DE LOS EFECTOS BASTARA CON MULTIPLICAR LOS RENGLONES Y COLUMNAS DE LA MATRIZ  $B^{(0)}$  POR LOS MULTIPLICADORES  $R$  Y  $S$  ESTIMADOS Y COMPARAR DESPUES LOS ELEMENTOS ASI OBTENIDOS CON LOS DE LA MATRIZ OBSERVADA PARA EL AÑO UNO, EL RESULTADO DE ESTA MULTIPLICACION ES:

$$\hat{R} B^{(0)} \hat{S} = \begin{pmatrix} 0.0 & 0.1542 & 0.0158 \\ .2958 & 0.0 & 0.3042 \\ .2042 & 0.2958 & 0.0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{matrix} \text{MATRIZ OBSER} \\ \text{VADA DIRECTAMENTE} \\ \text{PARA EL AÑO UNO} \end{matrix} \begin{pmatrix} 0.0 & 0.15 & 0.02 \\ 0.3 & 0.0 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.0 \end{pmatrix}$$

### 3.2. METODO "RAS" MODIFICADO

$\hat{R} B^{(0)} \hat{S}$  LAS SUMAS DE LOS RENGLONES Y COLUMNAS DE LA MATRIZ DEBEN SER IGUALES A LAS DE LA MATRIZ DE COEFICIENTES OBTENIDA POR OBSERVACION DIRECTA, DEBIDO A LA FORMA EN QUE FUERON CALCULADOS LOS MULTIPLICADORES, PERO A MENOS QUE LOS EFECTOS SEAN EXACTAMENTE UNIFORMES NO SERA NECESARIO QUE LOS ELEMENTOS INDIVIDUALES SEAN LOS MISMOS. LA COMPARACION ENTRE ESTOS NOS MUESTRA QUE LOS EFECTOS HAN SIDO CASI UNIFORMES DURANTE LOS CINCO AÑOS POR QUE TODOS LOS ELEMENTOS SON SIMILARES ENTRE SI, EXCEPTO EL QUE REPRESENTA EL INSUMO DE LOS SERVICIOS PROCEDENTE DE LA AGRICULTURA. LA COMPARACION ENTRE LAS DOS MATRICES PUEDE SER BASTANTE ENGAÑOSA, POR QUE AUN CUANDO LOS EFECTOS FUESEN EXACTAMENTE UNIFORMES EN TODOS LOS CASOS EXCEPTO EN EL MENCIONADO HABRIA AUN DIFERENCIAS ENTRE LOS RESTANTES ELEMENTOS DE LAS DOS MATRICES. ESTO SE DEBE A LA INFLUENCIA DE LOS ERRORES IMPLICITOS EN LOS MULTIPLICADORES DE RENGLONES Y DE COLUMNAS EN TODA LA MATRIZ ASI OBSERVAMOS QUE EL SECTOR INDUSTRIA HA DEMANDADO MENOS PRODUCTOS DEL SECTOR AGRICULTURA, LO QUE NO HA PODIDO HACER EL SECTOR SERVICIOS. SIN EMBARGO, EL MULTIPLICADOR DE RENGLONES DISTRIBUYE EL EFECTO DE SUSTITUCION ENTRE CADA SECTOR, DE AQUI RESULTA QUE EL FLUJO DE EL SECTOR AGRICULTURA A EL SECTOR SERVICIOS ESTA SUBESTIMADO, MIENTRAS QUE DEBIDO A QUE LAS SUMAS POR RENGLONES DEBEN COINCIDIR, EL FLUJO DEL SECTOR AGRICULTURA A EL SECTOR INDUSTRIA ESTA SOBREALORADO. ESTO SIGNIFICA QUE EL OTRO ELEMENTO DE LA COLUMNA DEL SECTOR INDUSTRIA ESTE INFRAVALORADO DEBIDO A QUE LAS SUMAS DE LAS COLUMNAS DEBEN COINCIDIR, DE AQUI QUE EL OTRO ELEMENTO EN EL RENGLON DEL SECTOR SERVICIOS ESTE SOBREALORADO Y ASI SUCESIVAMENTE. LA PRESENCIA DE UN SOLO INSUMO DE UN SOLO

INSUMO DE UN SOLO SECTOR QUE VIOLE EL SUPUESTO ES SUFICIENTE PARA QUE LAS PREDICCIONES DE LOS RESTANTES ELEMENTOS SEAN LIGERAMENTE ERRONEAS. A MENUDO OCURRE QUE LOS SECTORES QUE VIOLAN EL SUPUESTO DE UNIFORMIDAD UTILIZAN EL INSUMO IMPLICADO DE MANERA DIFERENTE A LOS DEMAS SECTORES.

COMO EL METODO "RAS" DISTRIBUYE CUALQUIER ERROR POR TODA LA TABLA, SE EMPLEA A MENUDO CONJUNTAMENTE OTROS METODOS PARA MEJORAR LA ESTIMACION, COMO POR EJEMPLO SI EN LA COMPARACION DE LAS DOS MATRICES CONOCIDAS SE OBSERVA QUE ALGUNOS SECTORES NO SUSTITUIAN EN LA MISMA PROPORCION QUE EN LA MAYORIA, SE INTENTARIA ENTONCES PREDECIR LAS NECESIDADES FUTURAS DE ESTOS SECTORES POR MEDIO DE UN ESTUDIO PARTICULAR DE SU POSIBLE EVOLUCION Y APLICAMOS ENTONCES EL METODO "RAS" A LOS RESTANTES ELEMENTOS DE LA MATRIZ DE COEFICIENTES. ESTE PROCESO, AMENUDO SE DENOMINA METODO "RAS" MODIFICADO.

EN ALGUNOS CASOS ES POSIBLE DISPONER, PARA UN AÑO DETERMINADO AL CUAL SE QUIERE ACTUALIZAR, CIERTO TIPO DE INFORMACION ADICIONAL A LA NECESARIA PARA APLICAR EL METODO "RAS" MODIFICADO, SI SE PUEDE OBTENER TAL INFORMACION(SI NO ES MUY COSTOSA EN TIEMPO Y DINERO) SOBRE ELEMENTOS DE LA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO EN LOS QUE POR CIRCUNSTANCIAS ESPECIALES PUEDEN TENERSE MALAS ESTIMACIONES DEBIDO POR EJEMPLO, A MEDIDAS PARTICULARES DE POLITICA ECONOMICA O A PROGRESOS TECNICOS EVIDENTES, EN LO CUAL DICHA INFORMACION SE INCORPORARA A LA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO DE UNA MANERA EXOGENA DE LA SIGUIENTE MANERA:

- 1) LAS CASILLAS DE LA MATRIZ BASE QUE CORRESPONDEN A LOS ELEMENTOS CONOCIDOS(ELEMENTOS DE LOS CUALES SE TIENE LA INFORMACION ADICIONAL) SE LLENARON CON CEROS RETIRANDO PREVIAMENTE LOS ELEMENTOS QUE TENIAN DICHAS CASILLAS.

- 2) LOS ELEMENTOS QUE SE RETIRAN DE LA MATRIZ BASE SE DEDUCEN DEL TOTAL REAL DEL RENGLON Y LA COLUMNA CORRESPONDIENTE Y LOS VALORES EXOGENOS RESPECTIVOS SE DEDUCEN DE LOS VECTORES  $w^{(1)}$  ,  $v^{(1)}$  DE CONTROL DEL AÑO RECIENTE.
- 3) SE APLICA EL METODO "RAS" A LA MATRIZ CON LOS ELEMENTOS RESTANTES, ESTO ES A LA MATRIZ DE FLUJOS ENDOGENOS.
- 4) A LA MATRIZ TRANSFORMADA POR EL METODO "RAS", SE LE INCORPORAN LOS VALORES EXOGENOS EN LAS CASILLAS QUE CORRESPONDEN Y SE CORRIGEN LAS SUMAS DE RENGLONES Y DE COLUMNAS POR LAS CANTIDADES EXOGENAS ASOCIADAS.

ESTE TIPO DE MODIFICACIONES PUEDE MEJORAR NOTABLEMENTE LAS ESTIMACIONES EN VIRTUD DE QUE CUANTO MAS ELEMENTOS EXOGENOS SE TENGAN, MENOR SERA LA POSIBILIDAD DE ERRORES NO SOLO POR QUE LOS DATOS EXOGENOS CONSTITUYEN UNA INFORMACION CORRRECTA SINO POR QUE HABIENDO MENOS DESVIACIONES DE LA REALIDAD HAY MENOS POSIBILIDAD DE GENERAR DESVIACIONES EN LOS DEMAS ELEMENTOS.

26-4-7-13-32

### 3.3. LA PRUEBA EMPIRICA.

CON OBJETO DE TENER UNA IDEA CLARA DE LA CONFIABILIDAD DE LAS ESTIMACIONES DEL METODO "RAS" Y "RAS" MODIFICADO, PRESENTAMOS LA PRIMERA PRUEBA EMPIRICA DEL METODO, EFECTUADA EN BELGICA POR PAELINCK Y WAELBROECK, USANDO DIRECTAMENTE MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO OBSERVADAS PARA 1953 Y PARA 1959 Y LOS VECTORES  $w^{(1)}$   $v^{(1)}$  DE CONTROL DE TOTALES PARA 1959.

LA MATRIZ DE 1953 Y LOS VECTORES DE CONTROL DE TOTALES FUERON USADOS PARA ESTIMAR UNA MATRIZ PARA 1959, LA CUAL FUE ENTONCES COMPARADA CON LA MATRIZ COMPILADA DE 1959 POR OBSERVACION DIRECTA.

CADA MATRIZ RELACIONA A 21 INDUSTRIAS Y CONTIENEN -- 270 ELEMENTOS DISTINTOS DE CERO, DE ESTOS, 250 NO REGISTRARON ERRORES EN TOTAL O ERRORES DE MENOS DE LA MITAD DEL 1%, 11 MOSTRARON ERRORES EN UN RANGO ENTRE EL 0.5% Y EL 1%; Y 9 MOSTRARON ERRORES DEL 1%.

EN LA MAYORIA DE LOS CASOS DE SERIA DIVERGENCIA FUE POSIBLE IDENTIFICAR LOS FACTORES DISCORDANTES, LOS CUALES FUERON PRINCIPALMENTE DE TRES CLASES:

- 1) UN ALTO GRADO DE AGREGACION.
- 2) UNA VARIACION EN LOS EFECTOS DE SUSTITUCION A LO LARGO DE LOS RENGLONES.
- 3) Y A LOS EFECTOS DEBIDO AL EMPLEO DE "RAS" QUE DISTRIBUYE LOS ERRORES EN TODA LA TABLA.

CON ESTOS RESULTADOS EN MENTE, UNA SEGUNDA PRUEBA FUE LLEVADA ACABO EN LA CUAL 6 ELEMENTOS QUE HABIAN SIDO MAL CALCULADOS POR EL METODO "RAS" SIMPLE FUERON RETIRADOS DE LA MATRIZ INICIAL ASIGNANDO EL VALOR DE CERO EN SU LUGAR CORRESPONDIENTE Y CORRIENDO LOS TOTALES DE CONTROL (TOTAL DE SUMAS DE RENGLONES Y COLUMNAS) Y EL METODO SIMPLE SE USO PARA DETERMINAR EL RESTO DE LOS COEFICIENTES. ENTONCES LOS 6 ELEMENTOS ANORMALES SE IGUALARON A LOS VALORES OBSERVADOS PARA 1959 Y FUERON ADHERIDOS AL RESTO DE LOS COEFICIENTES ESTIMADOS, PARA ASI TENER LA MATRIZ ESTIMADA Y LOS VECTORES DE CONTROL, COMPLETOS EN SU CONJUNTO. LA ADHERENCIA DE ESTOS 6 ELEMENTOS SE DEBIO A

QUE POR SUS CARACTERISTICAS ESPECIALES FUE POSIBLE DETECTARLOS A PRIORI Y ESTIMARLOS INDEPENDIENTEMENTE DE LAS CUENTAS CORRIENTES.

EN LA SIGUIENTE TABLA QUE A CONTINUACION SE DA, EL RESULTADO OBTENIDO POR EL METODO SIMPLE Y POR EL METODO MODIFICADO SE PUEDE OBSERVAR Y COMPARAR JUNTO CON OTRO METODO DE ESTIMACION, EL CUAL ASUME QUE  $A^{(0)} = A^{(1)}$ .

PRUEBA EMPIRICA

	OTRO METODO	TABLA "RAS" SIMPLE	TABLA "RAS" MODIFICADA
CASOS DE COINCIDENCIA	132	117	128
CASOS DE DIVERGENCIA	138	153	142
DIVERGENCIAS MENORES A .5	98	122	127
DIVERGENCIAS DE .5 A 1.0	23	22	14
DIVERGENCIAS MAYORES O IGUALES DE 1.0	17	9	1
T O T A L	270	270	270

SE OBSERVARA QUE EL METODO "RAS" ORIGINA UN MAYOR NU  
MERO DE DIVERGENCIAS AUNQUE, LOS CASOS DE SERIO ERROR SON BAS-  
TANTE MENORES QUE EL OTRO METODO DE ESTIMACION. ESTA PRUEBA  
HACE VER QUE EL METODO "RAS" EN SU FORMA SIMPLE DA RESULTADOS  
LEVEMENTE MEJORES QUE LOS QUE PROPORCIONARIA EL EMPLEO DE UNA  
MATRIZ RELATIVAMENTE VIEJA, PERO SI SE DISPONE DE UN MINIMO DE  
INFORMACION SOBRE LA EVOLUCION DE ALGUNOS COEFICIENTES, LOS RE  
SULTADOS PUEDEN MEJORARSE SUFICIENTEMENTE COMO PARA PENSAR EN  
LAS APLICACIONES PRACTICAS DE LA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO AC-  
TUALIZADA.

EN TRABAJOS DE PLANEACION Y PROGRAMACION EN LOS QUE  
CADA ELEMENTO DE UNA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO ES IMPORTANTE,  
POR EJEMPLO, EN LOS PROGRAMAS DE INVERSION Y SU REPERCUSION,  
CUANDO CADA DETALLE DE LA MATRIZ REPRESENTA HECHOS E HIPOTESIS  
RESPECTO A LA ESTRUCTURA DE UNA ECONOMIA, EL METODO "RAS" ES  
OPORTUNO NO TANTO EN DAR CON DETALLE LA ESTRUCTURA DE UNA ECO-  
NOMIA ACTUAL SINO QUE MEDIANTE LA MATRIZ ACTUALIZADA PERMITA  
CONOCER EL IMPACTO DE CIERTAS MEDIDAS LLEVADAS A CABO SOBRE --  
DETERMINADOS SECTORES EN TODA LA ECONOMIA. EN CAMBIO SI SE  
CONSULTARAN DATOS DEL PASADO LAS CONCLUSIONES EN EL ESTUDIO --  
DEL IMPACTO PODRIAN SER EQUIVOCADAS LEJOS DE REVELAR LA SITUA-  
CION REAL. EL METODO "RAS" CON LAS MODIFICACIONES POSIBLES,  
RESULTARIA MUY ADECUADO DEBIDO A QUE PERMITIRIA MEJORAR EL RE-  
SULTADO DE LOS TRABAJOS SIN HACER NECESARIOS GRANDES GASTOS CO  
MO LOS QUE HAN DE EFECTUARSE PARA ELABORAR UNA MATRIZ CON DA-  
TOS OBSERVADOS Y TAMBIEN A QUE LA ELABORACION DE DICHA MATRIZ  
TOMA UN PERIODO DE TIEMPO LARGO.

CONTINUANDO CON EL EJEMPLO PRESENTADO EN ESTE CAPITU  
LO, USAREMOS EL METODO "RAS" MODIFICADO, EL CUAL CONSISTE EN

APLICAR LOS MULTIPLICADORES DE RENGLONES Y DE COLUMNAS SOLO A AQUELLOS ELEMENTOS QUE NO VIOLAN EL SUPUESTO DE UNIFORMIDAD. EN EL EJEMPLO ENCONTRAMOS QUE ESTE SUPUESTO PUEDE APLICARSE A TODOS LOS INSUMOS, EXCEPTO AL QUE VENDIA EL SECTOR AGRICULTURA AL SECTOR SERVICIOS. ENTONCES PARA APLICAR EL METODO "RAS" MODIFICADO, EL ELEMENTO QUE REPRESENTA ESTE INSUMO EN LAS DOS MATRICES, AÑO CERO Y AÑO UNO RESPECTIVAMENTE, SE IGUALARA A CERO, Y LOS NUEVOS MULTIPLICADORES DE RENGLONES Y DE COLUMNAS SERAN CALCULADOS A PARTIR DE ESTAS MATRICES MODIFICADAS. LA FUTURA MATRIZ DE COEFICIENTES SERA ENTONCES OBTENIDA COMPLETAMENTE, APLICANDO LOS NUEVOS MULTIPLICADORES A LA MATRIZ MODIFICADA DEL AÑO CERO Y CALCULANDO UNA ESTIMACION EN FORMA INDEPENDIENTE DEL INSUMO QUE EL SECTOR AGRICULTURA VENDRIA AL SECTOR SERVICIOS. EFECTUANDO LAS OPERACIONES PARA CALCULAR LOS NUEVOS MULTIPLICADORES, SE TIENE QUE:

$$R_1 = 0.7429$$

$$S_1 = 1.0095$$

$$R_2 = 1.1887$$

$$S_2 = 1.0095$$

$$R_3 = 0.7924$$

$$S_3 = 0.9707$$

QUE APLICANDO ESTOS MULTIPLICADORES A LA MATRIZ MODIFICADA DEL AÑO CERO PARA SABER SI EL SUPUESTO DE UNIFORMIDAD ES CUMPLIDO POR TODOS LOS ELEMENTOS RESTANTES, OBTENEMOS LA SIGUIENTE MATRIZ:

SI A LA MATRIZ :

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.2 & - \\ 0.25 & 0.0 & 0.26 \\ 0.25 & 0.375 & 0.0 \end{pmatrix}$$

DE COEFICIENTES TECNICOS MODIFICADA DEL AÑO CERO LE APLICAMOS LOS NUEVOS MULTIPLICADORES, OBTENEMOS LA MATRIZ:

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.15 & - \\ 0.30 & 0.0 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.0 \end{pmatrix}$$

Y SI COMPARAMOS CON LA MATRIZ DE COEFICIENTES DEL AÑO UNO:

$$\begin{pmatrix} 0.0 & 0.15 & 0.02 \\ 0.3 & 0.0 & 0.3 \\ 0.2 & 0.3 & 0.0 \end{pmatrix}$$

QUE ES LA QUE YA SE TENIA, SE TIENE QUE TODOS LOS ELEMENTOS DE LA MATRIZ OBTENIDOS POR "RAS", SON IDENTICOS A LOS CORRESPONDIENTES ELEMENTOS DE LA MATRIZ QUE YA SE TENIA, POR OBSERVACION DIRECTA, LO QUE DEMUESTRA QUE LOS EFECTOS DE SUSTITUCION Y FABRICACION SOBRE TODOS LOS ELEMENTOS RESTANTES SON UNIFORMES.

LA COMPARACION DE ESTAS DOS ULTIMAS MATRICES MUESTRA COMO LA APLICACION DEL METODO "RAS" SIMPLE REPARTE EL ERROR IMPLICITO EN EL ELEMENTO INDIVIDUAL ENTRE LOS RESTANTES ELEMENTOS DE LA MATRIZ.

### 3.4. RELACION ENTRE LOS MULTIPLICADORES DE FLUJOS Y LOS MULTIPLICADORES DE COEFICIENTES.

SEA  $A^{(0)}$  LA MATRIZ DE FLUJOS INTERSECTORIALES (AÑO CE RO) LA CUAL SE QUIERE ACTUALIZAR PARA UN AÑO DETERMINADO (AÑO UNO), ENTONCES APLICANDO "RAS" A  $A^{(0)}$ , PARA OBTENER LA MATRIZ  $A^{(1)}$  DE FLUJOS PARA UN AÑO RECIENTE;

$$\widehat{R} A^{(0)} S = \widehat{A}^{(1)}$$

DE MANERA QUE CADA ELEMENTO DE  $A^{(1)}$  ESTE RELACIONADO CON CADA ELEMENTO DE  $A^{(0)}$  BIPROPORCIONALMENTE:

$$a_{ij}^1 = R_i a_{ij}^0 S_j$$

ESTO ES:

$$\begin{pmatrix} a_{11}^1 & a_{12}^1 & \dots & -a_{1m}^1 \\ a_{21}^1 & a_{22}^1 & \dots & -a_{2m}^1 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}^1 & a_{m2}^1 & \dots & -a_{mm}^1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_1 a_{11}^0 S_1 & R_1 a_{12}^0 S_2 & \dots & -R_1 a_{1m}^0 S_m \\ R_2 a_{21}^0 S_1 & R_2 a_{22}^0 S_2 & \dots & -R_2 a_{2m}^0 S_m \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_m a_{m1}^0 S_1 & R_m a_{m2}^0 S_2 & \dots & -R_m a_{mm}^0 S_m \end{pmatrix}$$

SABEMOS QUE LA SUMA DE CADA RENGLON Y LA DE CADA COLUMNA DE LA MATRIZ  $\widehat{R} A^{(0)} \widehat{S}$  DEBEN COINCIDIR CON LOS TOTALES DE LA DEMANDA INTERMEDIA  $w_i^{(1)}$  Y CON LOS TOTALES DE INSUMOS INTERMEDIOS (CONSUMO INTERMEDIO)  $v_j^{(1)}$ , DADOS EN LAS CUENTAS NACIONALES PARA EL AÑO RECIENTE, ESTO ES:

$$\sum_j a_{ij}^1 = w_i$$

$$\sum_i a_{ij}^1 = v_j$$

LO CUAL NOS PERMITE PASAR DIRECTAMENTE A:

$$\left. \begin{aligned} \sum_j R_i a_{ij}^0 s_j &= w_i^{(1)} \\ \sum_j R_i a_{ij}^0 s_j &= v_j^{(1)} \end{aligned} \right\} \text{SISTEMA (I)}$$

CON ESTAS ECUACIONES TENEMOS UN SISTEMA (I) DE  $(m+n)$  ECUACIONES CON  $(m+n)$  INCOGNITAS, EL CUAL EL METODO ITERATIVO "RAS" DA LA SOLUCION AL SISTEMA (I) PARA ENCONTRAR  $\hat{R}$  Y  $\hat{S}$  RESPECTIVAMENTE, ATRAVES DE UN AJUSTE SUCESIVO DE LA MATRIZ BASE, DONDE SE ALCANZA NORMALMENTE UNA CONVERGENCIA RAPIDA CUANDO SE TRATA DE MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO, EN EL QUE AL TRATARSE DE MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO, EL SISTEMA (I) TIENE SOLUCION (APLICANDO "RAS") CUANDO SE CUMPLE LA IGUALDAD:

$$\sum_i w_i = \sum_j v_j$$

LA CUAL SE DERIVA DE UNAS CUENTAS NACIONALES CONSISTENTES Y EN EL CASO DE MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO SE CUMPLE.

ES NECESARIO ACLARAR QUE, AUN CUANDO EL SISTEMA (I) ES UN SISTEMA DE  $m+n$  ECUACIONES CON  $m+n$  INCOGNITAS, DADA LA ESTRUCTURA DE DICHO SISTEMA HABRA MUCHAS SOLUCIONES PARA  $\hat{R}$  Y  $\hat{S}$ . ES DECIR, CADA VALOR  $a_{ij}^0$  SERA TRANSFORMADO POR UN PAR DE VALORES  $R_i$  Y  $S_j$  PARA OBTENER  $a_{ij}^1$ ; SI MULTIPLICAMOS  $R_i$  POR CUALQUIER NUMERO  $\alpha$  Y DIVIDIMOS A  $S_j$  ENTRE ESE MISMO NUMERO OBTENDREMOS PARA  $a_{ij}^1$  EXACTAMENTE LA MISMA SOLUCION. AUN CUANDO HAY TODA UNA SERIE DE COMBINACIONES EQUIVALENTES DE  $R_i$  Y  $S_j$ , EL VALOR DE LOS FLUJOS DE LA MATRIZ ACTUALIZADA SERA UNICO:

$$\begin{aligned} a_{ij}^1(R_i, S_j) &\equiv R_i a_{ij}^0 S_j = \alpha R_i a_{ij}^0 S_j / \alpha \equiv \\ &\equiv a_{ij}^1 (\alpha R_i, S_j / \alpha) \end{aligned}$$

DONDE  $\alpha \neq 0$

AHORA COMO A PARTIR DE LA MATRIZ DE FLUJOS PODEMOS OBTENER LA MATRIZ  $B^{(0)}$  DE COEFICIENTES TECNICOS, DADO QUE:

$$b_{ij}^0 = \frac{a_{ij}^0}{x_j^0}$$

Y AFIN DE OBTENER LA MATRIZ  $B^{(1)}$  DE COEFICIENTES TECNICOS DE UN AÑO MAS RECIENTE A PRECIOS CONSTANTES RESPECTO A UN AÑO BASE (AÑO CERO) SE TIENE LA SIGUIENTE RELACION BIPROPORCIONAL: QUE EL COEFICIENTE  $b_{ij}^1$  PARA UN AÑO RECIENTE SERA IGUAL AL COEFICIENTE  $b_{ij}^0$  DE UN AÑO ANTERIOR TRANSFORMADO POR DOS MULTIPLICADORES  $r_i$  Y  $s_j$ :

$$b_{ij}^{(1)} = r_i b_{ij}^0 s_j$$

DONDE  $b_{ij}^{(1)}$  ES EL COEFICIENTE TECNICO (ij) A PRECIOS CONSTANTES YA SEA A PRECIOS DE EL AÑO CERO O A PRECIOS DEL AÑO UNO, NORMALMENTE SE TRABAJA CON RESPECTO AL AÑO CERO, EN DONDE ----  $b_{ij}^1$  SE DEFINE COMO EL COCIENTE DEL FLUJO  $a_{ij}^1$  A PRECIOS CONSTANTES ENTRE EL VALOR BRUTO DE LA PRODUCCION DEL SECTOR "j"  $x_j^{(1)}$  A PRECIOS CONSTANTES. ADEMAS,  $a_{ij}^1$  ES IGUAL AL FLUJO  $a_{ij}^1$  ENTRE EL INDICE DE PRECIOS DE EL SECTOR "i",  $l_i$ ;  $x_j^{(1)}$  ES IGUAL A  $x_j^{(1)}$  ENTRE EL INDICE DE PRECIOS DE LA RAMA "j". EN FORMA DE ECUACIONES:

$$b_{ij}^1 = \frac{a_{ij}^1}{x_j^{(1)}} = \frac{a_{ij}^1 / l_i}{x_j^{(1)} / l_j} = \frac{a_{ij}^1 / l_i}{l_i / l_j} = \frac{b_{ij}^1}{l_i / l_j} \Rightarrow$$

$$b_{ij}^1 = b_{ij}^1 \frac{l_i}{l_j} \text{ ----- ECUACION (1)}$$

EL SUPUESTO DEL METODO "RAS" EXPRESADO, HACE VER QUE LOS COEFICIENTES TECNICOS PARA EL AÑO RECIENTE, A PRECIOS RECIENTES (UNA VEZ QUE SE HA AISLADO EL EFECTO DE PRECIOS PARA TRABAJAR A PRECIOS FIJOS Y EL EFECTO DE CAMBIOS EN LOS NIVELES DE LA PRODUCCION PARA TRABAJAR CON INSUMOS POR UNIDAD DE PRODUCCION) ES SOLO PARA OBSERVAR EL CAMBIO TECNOLÓGICO QUE OCURRE DENTRO DE UN PERIODO DE TIEMPO (0, 1) Y EN LO QUE ENTONCES STONE NOS DICE QUE DICHS COEFICIENTES ESTARAN SOMETIDOS A DOS EFECTOS TECNOLÓGICOS DURANTE EL PERIODO DE TIEMPO DEL AÑO CERO AL AÑO UNO: UN EFECTO DE SUSTITUCION Y UN EFECTO DE FABRICACION O EFICIENCIA, INTERPRETANDO A  $\hat{R}$  Y  $\hat{S}$  COMO PARAMETROS RELACIONADOS SOLO CON EL CAMBIO TECNOLÓGICO. A PARTIR DE LOS COEFICIENTES  $a_{ij}^1$  DE FLUJOS PODEMOS ENCONTRAR QUE:

$$\sum_j a_{ij}^1 = \sum_j b_{ij}^1 x_j = w_i \text{ ----- ECUACION (2)}$$

$$\sum_x a_{ij}^1 = \sum_x b_{ij}^1 x_j = v_j \text{ ----- ECUACION (3)}$$

Y SUSTITUYENDO LA ECUACION (1) EN LA ECUACION (2) Y (3) RESPECTIVAMENTE SE TIENE:

$$\sum_j i_x b_{ij}^1 \frac{x_j^{(1)}}{x_j} = \sum_j i_x b_{ij}^1 x_j^{(1)} = w_i^{(1)}$$

$$\sum_x i_x b_{ij}^1 \frac{x_j}{x_j} = \sum_x i_x b_{ij}^1 x_j^{(1)} = v_j^{(1)}$$

Y CONSIDERANDO QUE  $b_{ij}^1$  Y  $b_{ij}$  ESTAN RELACIONADOS BIPROPORCIONALMENTE, SE LLEGA A UN NUEVO SISTEMA DE ECUACIONES:

$$\sum_j r_i (i_x b_{ij}^0 x_j^{(1)}) s_j = w_i^{(1)}$$

SISTEMA (II)

$$\sum_x r_i (i_x b_{ij}^0 x_j^{(1)}) s_j = v_j^{(1)}$$

TENIENDO AHORA UN SISTEMA DE  $2m$  ECUACIONES CON  $2m$  INCOGNITAS Y CON PROCEDIMIENTO SEGUIDO SE TIENE QUE EL SISTEMA(II) ES EQUIVALENTE AL SISTEMA(I), EL CUAL EL PROCEDIMIENTO DE SOLUCION PARA OBTENER LOS VALORES DE LOS MULTIPLICADORES  $r_1, s_1$  ES IDENTICO COMO SE REALIZA EN EL SISTEMA(I). EL SISTEMA(II) FUE EL QUE ORIGINALMENTE STONE PROPONE, COMO UN MODELO DE COMPORTAMIENTO EN EL TIEMPO PARA LOS COEFICIENTES TECNICOS.

AL COMPARAR EL SISTEMA(I) CON EL SISTEMA(II) SE NOTARA QUE CON CADA SOLUCION  $\hat{r}$  Y  $\hat{s}$  DEL SISTEMA(I) CORRESPONDERA UNA  $r$  Y  $s$  DEL SISTEMA(II) DE LA FORMA:

$$R_i = r_i \frac{x_j^{(1)}}{x_j^{(0)}} \quad (1)$$

$$S_j = s_j \frac{x_j^{(1)}}{x_j^{(0)}}$$

ESTAS EXPRESAN QUE CUANDO SE ACTUALIZA UNA MATRIZ DE FLUJOS, LOS MULTIPLICADORES  $R_i$  REPRESENTAN UNA MEDIDA DEL EFECTO DE SUSTITUCION DEL SECTOR "i" ( $r_i$ ), CONJUNTAMENTE CON LA TENDENCIA EN LOS MOVIMIENTOS DE PRECIOS DE EL SECTO "i" ( $u_i$ ). LOS FACTORES  $S_j$  REPRESENTAN EL EFECTO DE EFICIENCIA DE PRODUCCION DE EL SECTOR "j" ( $s_j$ ), CONJUNTAMENTE CON LOS EFECTOS POR VARIACIONES EN EL NIVEL DE PRODUCCION ( $\frac{x_j^{(1)}}{x_j^{(0)}}$ ). LA RELACION  $\frac{x_j^{(1)}}{x_j^{(0)}}$  ES UN INDICE DE PRODUCCION FISICA.

26-7-4-32-13-1

### 3.5. INTERPRETACION DE $\hat{r}$ Y $\hat{s}$ .

LOS VALORES ALTOS O BAJOS DE  $r_i$ , EN RELACION A LAS DEMAS  $r_i^s$ , PROPORCIONAN LA IDEA DE SI LA ECONOMIA AUMENTO O DISMINUYO RELATIVAMENTE SU DEMANDA DEL PRODUCTO "i" COMO INSUMO INTERMEDIO.

LOS VALORES RELATIVOS DE  $s_j$  REPRESENTAN LA ECONOMIA O DESECONOMIA DE INSUMOS POR UNIDAD DE PRODUCTO  $j$ , EN RELACION CON LAS OTRAS RAMAS, ES DECIR, LA EFICIENCIA EN SU PRODUCCION EN COMPARACION CON LA EFICIENCIA DE LOS OTROS SECTORES PRODUCTIVOS.

LA DIFERENCIA ENTRE EL SISTEMA(I) Y EL SISTEMA(II) ES SOLAMENTE QUE EN EL PRIMERO SE TRABAJA CON LOS FLUJOS DE LA MATRIZ BASE TAL COMO SON Y EN EL SEGUNDO LOS FLUJOS SE TRANSFORMAN PREVIAMENTE CON LOS INDICES DE PRECIOS DE EL SECTOR Y CON LOS INDICES DE PRODUCCION FISICA CORRESPONDIENTES, DE TAL MANERA QUE SE MODIFICAN LOS FLUJOS POR VARIACIONES DE LOS PRECIOS O VARIACIONES EN LOS NIVELES DE PRODUCCION. UNA VEZ HECHA ESTA MODIFICACION EN LOS FLUJOS, SE PROCEDE A LA ACTUALIZACION Y SE OBTIENEN LOS VALORES DE  $\hat{F}$  Y  $\hat{S}$ , QUE REPRESENTARAN UNICAMENTE CAMBIOS TECNOLOGICOS.

OTRO ASPECTO REFERENTE AL METODO "RAS" ES SOBRE EL SUPUESTO DE LA UNIFORMIDAD, LA UNIFORMIDAD EN LOS MULTIPLICADORES  $\hat{F}$  PARA RENGLONES Y  $\hat{S}$  PARA COLUMNAS. LA FORMULACION DEL METODO NOS LLEVA A ENCONTRAR EL VALOR DE UNA  $r_1$  QUE SERA CONSTANTE A TRAVES DE TODO EL  $i$ -ESIMO RENGLON, QUE EN LA REALIDAD, PUEDE OCURRIR QUE UN INSUMO QUE PRODUCE EL SECTOR "i" SEA REEMPLAZADO POR OTRO EN UN GRADO MAYOR PARA ALGUNOS SECTORES O EN GRADO MENOR EN OTROS O EN OTROS MAS, TAL VEZ NO SE HAYA REEMPLAZADO ESTE INSUMO. ESTAS VARIACIONES EN LA SUSTITUCION DEL INSUMO NO SERAN DETECTADAS POR EL PROCEDIMIENTO "RAS", YA QUE DISPERSA  $r_1$ , EL EFECTO DE SUSTITUCION A TRAVES DE TODO EL RENGLON, CON LO SOBRE Y SUBESTIMACIONES QUE ELLO IMPLICA. ANA LOGAMENTE PARA EL MULTIPLICADOR DE COLUMNAS SE PUEDE PRESENTAR EL CASO DE TENER UNA  $s$  MUY BAJA PARA UN SECTOR DETERMINADO LO CUAL INDICARIA UN EFECTO DE MAYOR EFICIENCIA EN RELACION CON

LOS OTROS SECTORES, PERO EN REALIDAD PUEDE OCURRIR QUE LA EFICIENCIA FUE ALTA EN ALGUNOS INSUMOS DEL SECTOR, BAJA EN OTROS Y QUE ALGUNOS INSUMOS DEL SECTOR SE MANTUVIERON ESTABLES POR CADA UNIDAD DE PRODUCCION. ESTA DIVERSIDAD TAMBIEN SE LE ESCAPA AL METODO "RAS" Y AL SER  $\rho$  UNIFORME PARA TODO EL SECTOR SE DISPERSAN LOS EFECTOS DE EFICIENCIA EN TODOS LOS INSUMOS DE LA COLUMNA, CON LAS PALLAS CONSECUENTES EN LA ESTIMACION.

POR ULTIMO, LA JUSTIFICACION DEL PROCESO ITERATIVO "RAS", EN EL CUAL SE ASEGURA QUE EL PROCESO ITERATIVO CONVERGE SIEMPRE A LA SOLUCION DEL PROBLEMA BIPROPORCIONAL, DADO QUE EMPIRICAMENTE ESTE PROCESO YA HABIA SIDO PROBADO EN MUCHOS CASOS, A PARTIR DE 1963, SOLO SE NECESITO LA DEBIDA JUSTIFICACION TEORICA PARA TENER ASI UN MODELO DE LA ECONOMIA-MATEMATICA, (EL MODELO BIPROPORCIONAL) Y PODER VER SU RELACION Y APLICACION EN LA ECONOMIA MISMA Y EN OTROS CAMPOS DE LA CIENCIA.

### 3.6. JUSTIFICACION DEL PROCESO ITERATIVO "RAS"

SE HAN PRESENTADO VARIAS JUSTIFICACIONES TEORICAS DEL PROCESO ITERATIVO EN FORMA GENERAL. USAREMOS LA JUSTIFICACION PRESENTADA POR MICHAEL BACHARACH COMO PARTE DE SU DISERTACION DOCTORAL, DONDE SE TIENE UN TEOREMA GENERAL, QUE PARA EL CASO DE LAS MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO SE TIENE LA SOLUCION UNICA Y LA CONVERGENCIA DEL PROCESO ITERATIVO "RAS" A ESTA SOLUCION SI  $\sum_i w_i = \sum_j v_j$  DONDE  $w_i$ 'S SON LAS COMPONENTES DE  $w^{(1)}$  Y  $v_j$ 'S SON LAS DE  $v^{(1)}$ . PERO, COMO CASO ESPECIAL, SI LA MATRIZ BASE  $A^{(0)}$  EXISTEN  $a_{ij}^0 = 0$  DE LOS CUALES DES-

PUES DE REORDENAR ALGUNOS RENGLONES Y COLUMNAS CON LA FINALIDAD DE TENER EN LA PARTE INFERIOR IZQUIERDO DE LA MATRIZ  $A^{(0)}$  UNA SUBMATRIZ CUYOS ELEMENTOS SEAN TODOS IGUAL A CERO, ESTO ES: SE REORDENAN RENGLONES Y COLUMNAS DE  $A^{(0)}$  PARA TENER LA MATRIZ  $A^{(0)}$  DE ESTA FORMA:

$$\begin{matrix} & & J & & J' \\ I & & \left( \begin{array}{c|c} & \\ \hline & \end{array} \right) & & \\ I' & & & & \end{matrix}$$

DONDE I, ES EL CONJUNTO DE LOS RENGLONES QUE NO CORRESPONDEN A LA SUBMATRIZ CERO Y POR EL CONTRARIO I' ES EL CONJUNTO DE ESTOS RENGLONES. J ES EL CONJUNTO DE LAS COLUMNAS QUE CORRESPONDEN A LA SUBMATRIZ CERO Y POR EL CONTRARIO J' ES EL CONJUNTO DE COLUMNAS QUE NO CORRESPONDEN A DICHA SUBMATRIZ.

POR LO QUE SE TIENE UNA PARTICIPACION DE LA MATRIZ  $A^{(0)}$  DE LA SIGUIENTE MANERA:

$$\begin{matrix} & & J & & J' \\ I & & \left( \begin{array}{c|c} A_{IJ}^0 & A_{IJ'}^0 \\ \hline A_{I'J}^0 & A_{I'J'}^0 \end{array} \right) & & \\ I' & & & & \end{matrix} = A^{(0)}$$

Y COMO  $A_{I'J}^{(0)} = 0$  SE TIENE

$$\left( \begin{array}{c|c} A_{IJ}^0 & A_{IJ'}^0 \\ \hline 0 & A_{I'J'}^0 \end{array} \right)$$

ES CLARO QUE CADA ELEMENTO  $a_{ij}^0$  CON  $i \in I'$ ,  $j \in J$  SE TIENE QUE  $a_{ij}^0 = 0$

SE OBSERVA LO SIGUIENTE; SI EXISTE UNA SOLUCION  $A^B$  Y SI  $a_{ij}^0 = 0$  ENTONCES COMO:

$$a_{ij}^B = \lim_{n \rightarrow \infty} R_i(n) a_{ij}^0 S_j(n) = 0$$

POR LO QUE EFECTUANO EL MISMO ARREGLO DE RENGLONES Y COLUMNAS MENCIONADO ANTERIORMENTE PARA PARTICIONAR A LA MATRIZ COLUCION  $A^B$ , ENTONCES SE TIENE QUE  $A_{I',J}^B = 0$ :

$$\begin{pmatrix} A_{IJ}^B & A_{I',J}^B \\ 0 & A_{I',J'}^B \end{pmatrix}$$

Y COMO  $A^B$  ES UNA SOLUCION AL PROBLEMA BIPROPORCIONAL( $A^{(0)}$ ,  $w^{(1)}$ ,  $v^{(1)}$ ) SE TIENE  $A^B$  SE AJUSTA POR RENGLONES Y POR COLUMNAS A LOS VECTORES DADOS  $w^{(1)}$ ,  $v^{(1)}$ ;

$$\begin{matrix} I & & J & & J' \\ I' & & 0 & & \\ v^{(1)} & & & & \end{matrix} \left( \begin{array}{c} \left( \begin{array}{cc} J & J' \\ \hline 0 & \end{array} \right) \\ \left( \begin{array}{c} \\ \\ \end{array} \right) \end{array} \right) \quad w^{(1)}$$

AHORA SI DEFINIMOS:

$$w_I = \sum_{i \in I} w_i \quad ; \quad w_{I'} = \sum_{i \in I'} w_i$$

$$v_J = \sum_{j \in J} v_j \quad ; \quad v_{J'} = \sum_{j \in J'} v_j$$

SE TIENE QUE PARA QUE EL PROCESO ITERATIVO "RAS" CONVERGA A LA UNICA SOLUCION  $A^B$  Y PARA QUE  $A^B$  Y  $A^{(0)}$  SE RELACIONEN BIPROPORCIONALMENTE O SEA:

$$A^B = \lim_{n \rightarrow \infty} \widehat{R}_{(n)} A^{(0)} \widehat{S}_{(n)}$$

$$A^B = \widehat{R} A^{(0)} \widehat{S}; \text{ SE TIENEN QUE CUMPLIR LA}$$

SIGUIENTES CONDICIONES:

$$w_{I.} \leq v_{J.} \quad \text{Y} \quad v_{J.} \leq w_{I.}$$

CUANDO EXISTA LA SUBMATRIZ NULA  $A_{I.,J}^0 = 0$  EN  $A^{(0)}$ .

VEAMOS COMO ESTAS CONDICIONES SE TIENEN QUE DAR PARA QUE EL PROCESO ITERATIVO "RAS" CONVERGA A LA UNICA SOLUCION  $A^B$  Y PARA QUE  $A^B$  Y  $A^{(0)}$  SE RELACIONEN BIPROPORCIONALMENTE: 1-3-28-26-4

#### EJEMPLO 1

SEA 
$$A^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Y SUPONGASE QUE SE DESEA ESTIMAR LA MATRIZ

$$A^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{CUYOS VECTORES DE}$$

TOTAL DE RENGLON Y COLUMNA SON

$$w^{(1)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix} \quad v^{(1)} = (2 \ 2)$$

EN ESTE EJEMPLO EL PROCESO ITERATIVO CONVERGE A LA UNICA MATRIZ  $A^B$ , PERO  $A^B \neq A^{(1)}$  DADO QUE  $A^{(1)}$  NO SE RELACIONA BIPROPORCIONALMENTE CON  $A^{(0)}$ , EN ESTE CASO PARA QUE  $A^B = A^{(1)}$  Y  $A^{(1)}$  SE RELACIONEN BIPROPORCIONALMENTE CON  $A^{(0)}$ , SE TIENE QUE AJUSTAR LA MATRIZ  $A^{(1)}$  PARA QUE CUMPLA EL REQUISITO DE BIPROPORCIONALIDAD.

### EJEMPLO 2

SEA LA MATRIZ

$$A^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Y SE DESEA ESTIMAR LA MATRIZ

$$A^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

CUYOS VECTORES  $w^{(1)}$ ,  $v^{(1)}$

$$v^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix} \quad w^{(1)} = \begin{pmatrix} 2 \\ 2 \end{pmatrix}$$

SE OBSERVA QUE  $w^{(1)}$  Y  $v^{(1)}$  CUMPLEN CON LA CONDICION

$$w_{I'} = 2 = v_{J'} \quad Y$$

$$v_J = 2 = w_I$$

POR LO QUE SE ASEGURA QUE LE PROCESO CONVERGE A LA UNICA MATRIZ  $A^B$  LA CUAL SE RELACIONARA BIPROPORCIONALMENTE CON  $A^{(0)}$ . PERO SE OBSERVA QUE  $A^{(0)}$  NO SE PUEDE RELACIONAR BIPROPORCIONALMENTE CON  $A^{(1)}$  YA QUE EN PARTICULAR EL ELEMENTO  $a_{21}^{(0)} = 0$  Y EL CORRESPONDIENTE ELEMENTO DE  $A^{(1)}$ ,  $a_{21}^{(1)} = 1$ , COMO SE MUESTRA ENSEGUIDA:

$$v^{(1)} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} w^{(1)} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

SE TIENE QUE SE CUMPLE LA CONDICION

$$3 = \sum_i w_i = \sum_j v_j = 3$$

POR LO QUE SE ASEGURA QUE EL PROCESO ITERATIVO CONVERGE A LA UNICA MATRIZ  $A^B$  BIPROPORCIONAL CON  $A^{(0)}$ . DE HECHO AQUI EL PROCESO "RAS" CULMINA EN DOLO DOS ETAPAS:

$$A_1^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix}$$

$$A_2^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1/2 & 1/2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2/3 & 0 \\ 0 & 4/3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2/3 & 4/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} = A^B$$

Y  $A^B$  SE AJUSTA A LOS VECTORES  $w^{(1)}$ ,  $v^{(1)}$

$$A^B = \begin{pmatrix} 2/3 & 4/3 \\ 1/3 & 2/3 \end{pmatrix} \begin{matrix} w^{(1)} \\ v^{(1)} \end{matrix} \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

PERO SE OBSERVA QUE  $A^B \neq A^{(1)}$  Y  $A^{(0)}$  NO PUEDE RELACIONARSE CON  $A^{(1)}$  EN FORMA BIPROPORCIONAL DEBIDO A QUE EL ELEMENTO  $a_{21}^0 = 1$  Y EL CORRESPONDIENTE ELEMENTO DE  $A^{(1)}$ ,  $a_{21}^1 = 1$ .

DE LOS DOS EJEMPLOS ANTERIORES SE TIENE LA SIGUIENTE IMPORTANTE OBSERVACION: DADOS LA MATRIZ  $A^{(0)}$  Y LOS VECTORES  $w^{(1)}$  Y  $v^{(1)}$  QUE SON LOS VECTORES DE TOTALES DE RENGLONES Y COLUMNAS DE OTRA MATRIZ  $A^{(1)}$ , EL HECHO DE QUE EL PROCESO "RAS" CONVERJA, DE NINGUNA MANERA ASEGURA UNA BUENA ESTIMACION DE  $A^{(1)}$ , A MENOS DE QUE  $A^{(1)}$  GUARDE UNA RELACION CON  $A^{(0)}$  QUE NO SE ALEJE MUCHO DE LA ESPECIFICACION BIPROPORCIONAL.  
28-7-32-13-4

### EJEMPLO 3

SEA LA MATRIZ  $A^{(0)} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$

Y SE DAN LOS VECTORES

$$w^{(1)} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix} \quad \text{Y} \quad v^{(1)} = (2 \ 1)$$

QUE COMO SE VE CUMPLEN CON LA RELACION CONTABLE

$$3 = \sum_i w_i = \sum_j v_j = 3, \quad \text{PERO}$$

$$2 = w_{I'} > v_{J'} = 1 \quad Y$$

$$2 = v_J > w_J = 1$$

LO QUE NO SE CUMPLEN LAS CONDICIONES LAS CUALES SON:

$$w_{I'} \leq v_{J'} \quad Y$$

$$v_J \leq w_J$$

OBSERVEMOS LOS SEIS PRIMEROS TERMINOS DEL PROCESO "RAS":

$$A_1^{(0)} = \begin{pmatrix} .5 & .5 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A_2^{(0)} = \begin{pmatrix} 2 & .2 \\ 0 & .8 \end{pmatrix}$$

$$A_3^{(0)} = \begin{pmatrix} 10/11 & 1/11 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A_4^{(0)} = \begin{pmatrix} 2 & 1/23 \\ 0 & 22/23 \end{pmatrix}$$

$$A_5^{(0)} = \begin{pmatrix} 46/47 & 1/47 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$A_6^{(0)} = \begin{pmatrix} 2 & 1/95 \\ 0 & 94/95 \end{pmatrix}$$

EN EL PROCESO "RAS", LAS MATRICES IMPARES  $A_{2n+1}^{(0)}$

SE AJUSTAN DE MANERA QUE LA SUMA POR RENGLONES SEA IGUAL AL VECTOR DE DEMANDA INTERMEDIA  $w^{(1)}$  Y LAS MATRICES PARES  $A_{2n}^{(0)}$ ,

SE AJUSTAN PARA QUE LA SUMA POR COLUMNAS SEA IGUAL AL VECTOR DE CONSUMO INTERMEDIO  $v^{(1)}$ .

TENIENDO ENCUENTA LO ANTERIOR, SE OBSERVA QUE EN TODAS LAS MATRICES DEL PROCESO "RAS", EL ELEMENTO  $a_{21}^{(0)}(n)$  , --

SIEMPRE SERA CERO PARA TODA "n".

CON RESPECTO AL ELEMENTO  $a_{11(2n+1)}^0$ , QUE CORRESPONDE A LOS AJUSTES DE RENGLONES (MATRICES IMPARES) ESTE SERA SIEMPRE MENOR QUE 1 YA QUE  $w_1 = 1$

POR OTRA PARTE EL ELEMENTO  $a_{11(2n)}^0$  SERA SIEMPRE IGUAL A 2 YA QUE CORRESPONDE AL AJUSTE DE COLUMNAS (MATRICES PARES), EN QUE  $v_1 = 2$ .

SE CONCLUYE POR LO TANTO QUE EL PROCESO "RAS" NO PUEDE CONVERGER.

DEL EJEMPLO 3, SE OBSERVA QUE SI LOS VECTORES  $w^{(1)}$  Y  $v^{(1)}$ , DEL PROBLEMA  $(A^{(0)}, w^{(1)}, v^{(1)})$ , NO CUMPLEN LAS CONDICIONES, ENTONCES NO EXISTE UNA MATRIZ  $A^B$  QUE TENGA POR SUMA DE RENGLONES Y COLUMNAS A ESOS VECTORES Y QUE SE RELACIONE BIPROPORCIONALMENTE CON  $A^{(0)}$ . ADEMAS EN ESTE CASO EL PROCESO "RAS" NO CONVERGE.

28-7-32-13-4

PARA PRESENTACION DEL TEOREMA GENERAL Y COMENTARIOS AL RESPECTO, SE PUEDE CONSULTAR EL ANEXO.

## A P A R T A D O \_ I V

### 4. APLICACION DEL METODO "RAS", AL CASO DE MEXICO

CON TODOS LOS ANTECEDENTES PRESENTADOS EN LOS APARTADOS ANTERIORES Y TENIDOS EN CUENTA SE PROCEDE A PRESENTAR UNA APLICACION DEL METODO "RAS" AL CASO DE MEXICO.

#### 4.1. LA ACTUALIZACION DE MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO DE MEXICO, EMPLEANDO EL METODO "RAS".

LA SIGUIENTE APLICACION DEL METODO "RAS" SE DEBE AL DR. ALBERTO RUIZ MONCAYO, PRESENTADA EN LA CONFERENCIA "METODO DE ACTUALIZACION Y APLICACIONES DEL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO" (15 DE MAYO DE 1982).

DADAS LAS MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO DE 1970 Y DE 1975, SE APLICO EL METODO "RAS" A LA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO DE 1970, PARA ESTIMAR A LA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO DE 1975, A PRECIOS DE 1975.

PARA PODER APLICAR EL METODO "RAS", DE TAL MANERA QUE SE CUMPLIERA LA CONDICION DE BIPROPORCIONALIDAD, SUPUESTO DE UNIFORMIDAD EN LOS EFECTOS Y UTILIZAR LA INFORMACION EXOGENA, SE TOMARON EN CUENTA LOS SIGUIENTES PRINCIPIOS GENERALES PARA LA DEFINICION DE UN METODO DE ACTUALIZACION DE UNA MATRIZ DE FLUJOS INTERSECTORIALES DENTRO DE UN PERIODO QUE NO EXCEDA A LOS CINCO AÑOS:

- 1) USAR TODA LA INFORMACION EXOGENA DISPONIBLE, QUE EN ESTE CASO CONSISTIO EN:

VECTORES  $w^{(1)}$  Y  $v^{(1)}$  DE DEMANDA INTERMEDIA TOTAL Y CONSUMO INTERMEDIO TOTAL RESPECTIVAMENTE.

ALGUNAS COLUMNAS DE TRANSACCIONES INTERMEDIAS TOTALES.

- 2) IDENTIFICAR, EN BASE A LAS MATRICES DE TRANSACCIONES TOTALES EXISTENTES PARA 1970 Y 1975, MATRICES MODIFICADAS DE ESTOS AÑOS QUE SE APROXIMEN A UNA ESPECIFICACION BIPROPORCIONAL. ESTO SE REALIZO MEDIANTE SUCEсивAS EVAPAS DE DEPURACION DE AMBAS MATRICES.
- 3) LLENAR DE MANERA EXOGENA AQUELLAS TRANSACCIONES DEPURADAS, CORRESPONDIENTES AHORA AL AÑO QUE SE DESEA ACTUALIZAR, REALIZAR LOS AJUSTES DE LOS VECTORES  $w^{(1)}$  Y  $v^{(1)}$  Y ENTONCES, APLICAR A LA MATRIZ MODIFICADA DE 1970 EL PROCESO "RAS" CON ESTOS VECTORES.
- 4) EFECTUAR UN ANALISIS DE CONGRUENCIA DE LOS RESULTADOS.

SIGUIENDO LOS PRINCIPIOS GENERALES ENTONCES SE PROCEDIÓ POR ETAPAS A DEPURAR LAS MATRICES ORIGINALES.

#### 4.2. PRIMERA ETAPA

EN PRIMER TERMINO SE ELIMINARON DE LAS MATRICES DE 1970 Y DE 1975, LAS COLUMNAS 6, 33, 34, 61 y 72a, QUE SUPUESTAMENTE SE DISPONDRAN DE MANERA EXOGENA PARA EL AÑO DE ACTUALIZACION. EN SEGUIDA SE AJUSTARON LOS VECTORES DE LA MATRIZ DE 1975, QUEDANDO 2 511 CELDAS DIFERENTES DE CERO Y 2 673 IGUALES A CERO. SE ENTIENDE POR CELDA (ij) A LA TRANSACCION TOTAL CORRESPONDIENTE.

SE REGISTRARON Y SE ELIMINARON EN AMBAS MATRICES LAS

CELDA QUE ERAN IGUALES A CERO EN 1970 Y DIFERENTES DE CERO EN 1975, ASI COMO LAS QUE ERAN DIFERENTES DE CERO EN 1970 E IGUALES A CERO EN 1975, ESTO PARA TENER LA CONDICION DE BIPROPORCIONALIDAD.

A CONTINUACION SE PROCEDIO AL REAJUSTE DE LOS VECTORES  $w^{(1)}$  Y  $v^{(1)}$  DE LA MATRIZ DE 1975. ESTO DIO POR RESULTADO QUE PARA ESTA ETAPA EN LA MATRIZ DE 1975 QUEDARON 2 199 CELDAS DIFERENTES DE CERO. EN CADA COLUMNA DE LA MATRIZ SE HIZO LA DIVISION DE LA SUMA DE LAS CELDAS ELIMINADAS SOBRE EL CONSUMO INTERMEDIO TOTAL CORRESPONDIENTE ANTERIOR A LA ELIMINACION, CON OBJETO DE EVALUAR EL PESO RELATIVO DE ESTAS CELDAS EN EL CONSUMO INTERMEDIO TOTAL.

#### 4.2.1. \* PRIMERA ESTIMACION DE LA MATRIZ DEPURADA DE 1975

SE REAJUSTO EL CONSUMO INTERMEDIO DE LA MATRIZ DE 1970 Y SE CALCULO EN CADA COLUMNA, LA DISTRIBUCION DEL CONSUMO INTERMEDIO MEDIANTE LA FORMULA:

$$B_{ij} = \frac{a_{ij}(70)}{\sum_{i=1}^n a_{ij}(70)}$$

DONDE  $a_{ij}^{(70)}$  = TRANSACCION TOTAL DE LA RAMA "i" A LA "j", EN LA MATRIZ DEPURADA DE 1970.

PARTIENDO DE ESTAS  $B_{ij}$  SE PROCEDIO A EFECTUAR LA PRIMERA ESTIMACION DE LA MATRIZ DEPURADA DE TRANSACCIONES TOTALES DE 1975, MEDIANTE LA SIGUIENTE FORMULA:

$$\bar{a}_{ij}(75) = CI_j''(75) \cdot B_{ij}$$

DONDE:  $CI_j(75)$  = CONSUMO INTERMEDIO DEPURADO DE LA RAMA "j" DE 1975.

EN OTRAS PALABRAS SE DA LA PRIMERA ESTIMACION DE LA MATRIZ DEPURADA DE 1975 BAJO EL SUPUESTO DE QUE LA DISTRIBUCION DEL CONSUMO INTERMEDIO HA PERMANECIDO CONSTANTE Y REPARTIENDO CON ESTOS PASOS AL CONSUMO INTERMEDIO REGISTRADO EN LA MATRIZ DEPURADA DE 1975.

#### 4.3. SEGUNDA ETAPA

EN BASE A ESTA PRIMERA ESTIMACION Y CON OBJETO DE ACERCARSE A UNA ESPECIFICACION BIPROPORCIONAL SE PROCEDIO A CALCULAR LAS DIFERENCIAS PORCENTUALES QUE RESULTARON EN CADA CELDA SEGUN LA FORMULA:

$$\frac{\bar{a}_{ij}(75) - a_{ij}(75)}{a_{ij}(75)}$$

DONDE:  $a_{ij}(75)$  ES LA TRANSACCION TOTAL OBSERVADA DEL CRUCE "ij" EN LA MATRIZ DE 1975.

A CONTINUACION SE REALIZO UNA SEGUNDA DEPURACION DE LA MATRIZ DE 1975 SEGUN EL SIGUIENTE CRITERIO:

"SE ELIMINARON LAS CELDAS CUYA DIFERENCIA PORCENTUAL ANTERIOR EXCEDIO EN VALOR ABSOLUTO A CIEN POR CIENTO. SE REGISTRARON Y ENUMERARON LAS CELDAS ELIMINADAS. EN CADA COLUMNA SE DIVIDIO LA SUMA DE LAS CELDAS ELIMINADAS ENTRE EL CONSUMO INTERMEDIO TOTAL REGISTRADO ANTES DE INICIAR LA PRIMERA DEPURACION, OTRA VEZ CON EL OBJETO DE MEDIR SU PESO RELATIVO EN EL CONSUMO INTERMEDIO."

ANALOGAMENTE LOS ELEMENTOS QUE ERAN CERO EN LA MATRIZ 1975 SE ELIMINARON DE LA MATRIZ 1970 PARA TENER LA BIPROPORCIONALIDAD. POR ULTIMO SE HIZO EL AJUSTE CORRESPONDIENTE DE LOS VECTORES  $w^{(1)}$  Y  $v^{(1)}$  DE ESTA MATRIZ DE 1975 CAUSADO POR ESTE ULTIMO CRITERIO DE ELIMINACION. EN SEGUIDA SE PROCE-  
DIO A LA DEPURACION DE LA PRIMERA ESTIMACION PONIENDO CERO EN LAS MISMAS CELDAS ELIMINADAS ANTERIORMENTE EN LA MATRIZ DE ---  
1975.

EN EL CUADRO (I) "DE PARTICIPACION DE LAS CELDAS ELIMI-  
NADAS EN EL CONSUMO INTERMEDIO DE SU RAMA"; QUE A CONTINUACION  
SE MUESTRA, SE PRESENTA LA PARTICIPACION RELATIVA QUE AMBAS  
DEPURACIONES TUVIERON EN EL CONSUMO INTERMEDIO TOTAL DE CADA  
RAMA.

#### 4.4. APLICACION DEL METODO "RAS"

SE APLICO EL PROCESO "RAS" A LA MATRIZ DE 1970 QUE  
RESULTO DE DEPURAR EN LA PRIMERA ESTIMACION CON LOS VECTORES  
 $w^{(1)}$  Y  $v^{(1)}$  DE LA MATRIZ DE 1975 AJUSTADO EN EL PASO ANTE-  
RIOR.

CUADRO I  
PARTICIPACION DE LAS CELDAS ELIMINADAS  
EN EL CONSUMO INTERMEDIO DE SU RAMA

RAMAS	$\frac{\sum_j a_{ij}^0}{CI'_j} \times 100$	$\frac{\sum_j a_{ij}^{100}}{CI'_j} \times 100$
	(1)	(2)
1	0	1.0
2	1.0	1.0
3	4.0	8.0
4	11.0	3.0
5	1.0	8.0
6	0.0	0.0
7	2.0	2.0
8	1.0	0.0
9	2.0	1.0
10	4.0	5.0
11	0.0	3.0
12	4.0	1.0
13	0.0	2.0
14	1.0	0.0
15	0.0	0.0
16	1.0	1.0
17	4.0	1.0
18	1.0	19.0
19	0.0	0.0
20	0.0	2.0

21	8.0	5.0
22	1.0	3.0
23	0.0	4.0
24	0.0	1.0
25	0.0	0.0
26	1.0	2.0
27	0.0	0.0
28	0.0	0.0
29	1.0	0.0
30	2.0	3.0
31	1.0	1.0
32	3.0	0.0
33	0.0	0.0
34	0.0	0.0
35	5.0	8.0
36	1.0	2.0
37	1.0	3.0
38	0.0	3.0
39	2.0	2.0
40	0.0	2.0
41	0.0	6.0
42	1.0	0.0
43	1.0	7.0
44	1.0	2.0
45	0.0	4.0
46	1.0	1.0
47	1.0	1.0
48	3.0	6.0
49	0.0	3.0

50	0.0	2.0
51	0.0	1.0
52	1.0	5.0
53	1.0	12.0
54	1.0	1.0
55	1.0	3.0
56	2.0	1.0
57	0.0	1.0
58	0.0	3.0
59	0.0	7.0
60	0.0	0.0
61	0.0	0.0
62	0.0	2.0
63	0.0	0.0
64	0.0	0.0
65	1.0	1.0
66	0.0	2.0
67	0.0	0.0
68	0.0	5.0
69	0.0	5.0
70	0.0	1.0
71	0.0	1.0
72	0.0	1.0

$\sum_j a_{ij}^0$  = SUMA DE LAS CELDAS DE LA COLUMNA j QUE TENIAN VALOR EN 1975 Y FUERON 0 EN 1970.

$CI_j$  = CONSUMO INTERMEDIO DE CADA RAMA ANTES DE ELIMINAR LAS CELDAS ANTERIORES.

$\sum_j a_{ij}^{100}$  = SUMA DE LAS CELDAS DE LA COLUMNA j DE LA MATRIZ OBSERVADA DE 1975 QUE EN LA PRIMERA ESTIMACION EXCEDEN 100 POR CIENTO EN SU DIFERENCIA RELATIVA PORCENTUAL.

#### 4.4.1. EVALUACION DE LA PRUEBA

CON OBJETO DE EVALUAR LA PRUEBA EN CADA CELDA SE CALCULARON LAS DIFERENCIAS PORCENTUALES ENTRE LA MATRIZ OBTENIDA DESPUES DE APLICAR "RAS" Y LA MATRIZ DE 1975 OBSERVADA, SEGUN LA FORMULA:

$$\frac{RAS_{ij} - a_{ij}(75)}{a_{ij}(75)} \text{ --- (*)}$$

EN EL CUADRO (II) QUE A CONTINUACION SE PRESENTA, SE MUESTRA EL RESULTADO DE LA EVALUACION. AHI SE LEE EN SU PRIMER RENGLON QUE 338 CELDAS O SEA EL 18.63% DE LAS CELDAS DE LA SEGUNDA DEPURACION DE LA MATRIZ DE 1975, SE ESTIMARON POR "RAS" CON UN GRADO DE APROXIMACION QUE NO EXCEDIO DE 0.1 EN SU DESVIACION RELATIVA (\*) Y QUE EL VALOR DE LAS TRANSACCIONES CONTENIDAS EN ELLAS REPRESENTA EL 55% DEL CONSUMO INTERMEDIO TOTAL.

EN ESTE MISMO CUADRO SE OBSERVA QUE AQUELLAS CELDAS QUE CONSTITUYEN EL 81% DE LAS TRANSACCIONES INTERMEDIAS TOTALES DE LA MATRIZ MODIFICADA DE 1975 SE CAPTARON CON UN ERROR PORCENTUAL QUE NO EXCEDE AL 30%, MIENTRAS QUE AQUELLAS CELDAS CUYO ERROR FUE MAYOR SU PESO RELATIVO EN LAS TRANSACCIONES INTERMEDIAS FUE PEQUEÑO. ESTE RESULTADO GLOBAL REDUNDA EN UNA BUENA APROXIMACION INDIVIDUAL DE LOS COEFICIENTES TECNICO TOTALES.

CABE MENCIONAR QUE DE AQUI, CONOCIENDO LOS MULTIPLICADORES Y LA MATRIZ ACTUALIZADA SE TIENE EN SEGUIDA TODA UNA SERIE DE APLICACIONES CON RESPECTO AL ANALISIS ECONOMICO.

28-1-7-4

7-26-13

## CUADRO II

DISTRIBUCION DE FRECUENCIAS DE LAS DIFERENCIAS  
RELATIVAS PORCENTUALES ENTRE LA MATRIZ  
DE 1975 Y LA MATRIZ RAS MODIFICADA.  
PARTICIPACION DE CADA CLASE EN EL CONSUMO  
INTERMEDIO TOTAL ( $CI_T$ )

CLASE	FRECUENCIA	FRECUENCIA RELATIVA	SUMA DEL VALOR DE CELDAS DE LA CLASE $CI_T$
(1)	(2)	(3)	(4)
0. - 0.1	338	18.63	.55
0.1 - 0.2	269	14.83	.15
0.2 - 0.3	209	11.52	.10
0.3 - 0.4	189	10.42	.05
0.4 - 0.5	154	8.49	.04
0.5 - 0.6	160	8.82	.03
0.6 - 0.7	150	8.27	.02
0.7 - 0.8	129	7.11	.02
0.8 - 0.9	89	4.91	.01
0.9 - 1.0	60	3.31	.01
1.0 y más	67	3.69	.01
TOTAL	1 814	100.00	1.00

$$CI_T = 622.811.5$$

#### 4.5. TRABAJOS SOBRE INSUMO-PRODUCTO EN MEXICO

EL BANCO DE MEXICO PUBLICO EN 1959 LA MATRIZ DE INSUMO-PRODUCTO PARA LA ECONOMIA MEXICANA BASADA EN EL CENSO DE 1950; ESTABA FORMADA POR 32 SECTORES O RAMAS PRODUCTIVAS, 14 DE LAS CUALES CORRESPONDIAN A LA INDUSTRIA DE TRANSFORMACION. CON LOS CENSOS ECONOMICOS DE 1960, Y APROVECHANDO LAS EXPERIENCIAS DE ESTE PRIMER TRABAJO, EL BANCO DE MEXICO ELABORA UNA SEGUNDA MATRIZ PUBLICADA EN 1967, LA CUAL PRESENTA MODIFICACIONES SUBSTANCIALES CON RESPECTO A LA PRIMERA. EN EFECTO, LA MATRIZ PARA 1960 CONTIENE 45 SECTORES, DE LOS CUALES 28 REPRESENTAN A LA INDUSTRIA DE TRANSFORMACION. LA SEGUNDA MATRIZ HA SERVIDO DE BASE A TRABAJOS POSTERIORES.

LA MATRIZ PARA 1970 FUE CONFECCIONADA POR LA COORDINACION GENERAL DE LOS SERVICIOS NACIONALES DE ESTADISTICA, GEOGRAFIA E INFORMATICA-S.P.P., EN COLABORACION CON EL BANCO DE MEXICO Y CON LA ASISTENCIA TECNICA DEL PROGRAMA DE LAS NACIONES UNIDAS PARA EL DESARROLLO DONDE LA ACTIVIDAD ECONOMICA SE AGREGO A 72 SECTORES, POSTERIORMENTE LA DE 1975 Y LA DE 1978 FUERON PUBLICADAS POR LA CGSNEGI-S.P.P., TENIENDO EL PROYECTO DE ELABORAR MATRICES DE INSUMO-PRODUCTO PARA CADA DOS AÑOS.

PARA UN EJEMPLO DE ANALISIS DE LOS EFECTOS DE SUSTITUCION Y DE EFICIENCIA VEASE A MA. DELFINA RAMIREZ, DONDE ES APLICADO EL METODO "RAS" AL CUADRO DE INSUMO-PRODUCTO DE MEXICO DE 1960 PARA CALCULAR LA MATRIZ DE 1970 A PRECIOS CORRIENTES, NO PUDIENDO EVALUAR ESTA ESTIMACION DEBIDO A QUE LA MATRIZ DE 1970 OBTENIDA POR OBSERVACION DIRECTA PRESENTADA OTRA ESTRUCTURA, LA CUAL NECESITARIA HOMOGENEIZARSE PARA PODERSE COMPARAR CON LA MATRIZ ESTIMADA PARA 1970; POR LO CUAL SOLO SE

PROCEDIO AL ANALISIS DE LOS EFECTOS DE SUSTITUCION Y DE EFICIENCIA ESTIMADOS PARA 1970, 1971 Y 1972 PARA EL CASO DE MEXICO, EL CUAL RESULTO SER UTIL PARA LOGRAR UNA BUENA COMPRENSION GLOBAL DE LA ESTRUCTURA INTERINDUSTRIAL (INTERRELACIONES DE INSUMO-PRODUCTO).

26-1

A N E X O

UNA VEZ DEFINIDO EL PROCESO ITERATIVO "RAS" SE BUSCO UNA CONDICION NECESARIA Y SUFICIENTE TAL QUE ASEGURE LA CONVERGENCIA DEL PROCESO DE MODO QUE  $A^B$  Y  $A^{(0)}$  SE RELACIONEN BI-PROPORCIONALMENTE, Y ESTA CONDICION ES DERIVADO HA QUE EL LIMITE DE LA SUCESSION DE MATRICES  $\{\hat{R}^{(n)} A^0 \hat{S}^{(n)}\}$  PARA ALGUNOAS SUCESSIONES  $\{\hat{R}^{(n)}\}$ ,  $\{\hat{S}^{(n)}\}$  DE MATRICES DIAGONALES, PODIA SER CONEXO O DISCONEXO, ESTO ES: UNA MATRIZ A DE  $m \times n$  SE LLAMA DISCONEXA SI DESPUES DE CIERTO REORDENAMIENTO NECESARIO DE RENGLONES Y COLUMNAS SE LLEGA A LA FORMA:

$$\begin{array}{l} \text{I} \\ \text{I}' \end{array} \left( \begin{array}{cc|cc} A_{IJ} & & & 0 \\ \hline & & & \\ \hline 0 & & & A_{I'J'} \\ \hline & & & \end{array} \right)$$

$J \qquad J'$

Y PARCIALMENTE DISCONEXA SI SE LLEGA A LA

$$\left( \begin{array}{cc} A_{IJ} & A_{IJ'} \\ 0 & A_{I'J'} \end{array} \right)$$

LA CUAL QUIERE DECIR, SI EXISTEN CONJUNTOS DE INDICES DISTINTOS DE CERO  $I, I', J, J'$  TAL QUE  $a_{ij} = 0$  PARA  $i \in I$ ,  $j \in J'$  Y PARA  $i \in I'$ ,  $j \in J$  EN ESTOS CASOS DENCTAMOS

$A_{I'J} = 0$  Y  $A_{IJ'} = 0$  PARA EL CASO DISCONEXO.

DENOTAMOS  $A_{I,J} = 0$  PARA EL CASO PARCIALMENTE DISCONEXO, SIGNIFICANDO QUE SI  $a_{ij} \in A_{I,J} \implies a_{ij} = 0$

EL PROBLEMA BIPROPORCIONAL SE PLANTEO DADO  $(A^0, w^{(1)}, v^{(1)})$ ; ENCONTRAR  $A^B$  O TAL QUE SE AJUSTE;

POR RENGLONES  $\implies \sum A^B_{i1} = w^{(1)}$

POR COLUMNAS  $\implies \sum 1A^B = v^{(1)}$

(1 - DENOTA LA IDENTIDAD TANTO DE RENGLONES COMO DE COLUMNAS) Y QUE  $A^B$  SE RELACIONE CON  $A^0$  BIPROPORCIONALMENTE.

$$A^B = \lim_{n \rightarrow \infty} R^{(n)} A^0 S^{(n)}$$

LA MATRIZ SOLUCION  $A^B$  PUEDE SER CONEXA O DISCONEXA, LA CAUSA DE LO ELABORADO DE LA PRUEBA DEL TEOREMA ES DEBIDO A LA POSIBILIDAD DE QUE LA MATRIZ  $A^B$  SE COMPLETE O PARCIALMENTE DISCONEXA.

A CONTINUACION SE ENUNCIA LA CONDICION NECESARIA Y SUFICIENTE BUSCADA.

**TEOREMA:** EL PROCESO ITERATIVO "RAS" CONVERGE A LA UNICA SOLUCION DEL PROBLEMA  $(A^0, w^{(1)}, v^{(1)})$  SI Y SOLO SI CADA VEZ QUE

$$A_{I,J} = 0 \text{ IMPLICA } \begin{pmatrix} w_I \leq v_J \\ v_J \leq w_I \end{pmatrix}$$

$$A^0 \text{ DE } m \times n, A^0 \geq 0$$

$$w^{(1)} \text{ DE } m \times 1, w^{(1)} \geq 0$$

$$v^{(1)} \text{ DE } 1 \times n, v^{(1)} \geq 0$$

$$\text{SI } A = \begin{matrix} & \begin{matrix} J & J^0 \end{matrix} \\ \begin{matrix} I \\ I^0 \end{matrix} & \begin{pmatrix} A_{IJ} & A_{IJ^0} \\ 0 & A_{I^0J^0} \end{pmatrix} \end{matrix} \begin{pmatrix} w^{(1)} \\ v^{(1)} \end{pmatrix}$$

$$w_{I^0} = \sum_{j \in J^0} w_{ij}$$

$$j = 1, 2, \dots, n$$

$$w_I = \sum_{j \in J} w_{ij}$$

$$v_J = \sum_{j \in J} v_{ij}$$

$$i = 1, 2, \dots, m$$

$$v_{J^0} = \sum_{j \in J^0} v_{ij}$$

COMO SE PRESENTO EN EL APARTADO CUARTO.

COMO CASO PARTICULAR IMPORTANTE, SE TIENE

$$\text{SI } I^0 = \{1, 2, \dots, m\} \text{ ENTONCES } A_{I^0J} = 0$$

$$\text{SOLO PARA } J = \{0\} \text{ Y COMO } a_{ij} \geq 0 \forall_{ij} \text{ Y POR}$$

$$\text{LA CONDICION } w_{I^0} \leq v_{J^0} \text{ IMPLICA}$$

$$\sum_i w_i \leq \sum_j v_j$$

AHORA SI  $J = \{1, 2, \dots, n\}$  ENTONCES  $A_{I,J} = 0$  SOLO PARA  $I' = \{0\}$  Y POR LA CONDICION  $w_I \geq v_J$  SE TIENE

$$\sum_I w_I \geq \sum_J v_J$$

ASI UNA CONDICION QUE SE TOMA EN CUENTA POR EL TEOREMA ES LA IMPORTANTE IGUALDAD

$$\sum_I w_I = \sum_J v_J$$

LA CUAL COMO SE VIO EN EL APARTADO CUARTO NO ES SUFICIENTE QUE SE DE ESTA IGUALDAD PARA ASEGURAR LA CONVERGENCIA DEL PROCESO ITERATIVO.  
3-4-28

#### APROXIMACION AL PROCESO ITERATIVO "RAS".

PARECE SER QUE EN BASE AL TRABAJO DE DEMING AND STHEP HAN SE PROPUSO EL PROCESO ITERATIVO COMO SOLUCION AL PROBLEMA BIPROPORCIONAL, EL APLICARLO E INTERPRETARLO COMO MODELO A LA ECONOMIA.

EL PROBLEMA QUE SE TENIA EN LA ESTADISTICA MATEMATICA ERA EL SIGUIENTE: SI SE TIENEN DOS TABLAS DE CONTINGENCIA LA PRIMERA CORRESPONDIENTE A UN DETERMINADO UNIVERSO (TABLA 1) Y LA OTRA CORRESPONDIENTE A UNA MUESTRA DE ESTE UNIVERSO ----- (TABLA 2). A CONTINUACION SE PRESENTAN DICHAS TABLAS.

TABLA IUNIVERSO

j =

	<u>1</u>	<u>2</u>	...	<u>S</u>	
i = 1	$N_{11}$	$N_{12}$	...	$N_{1S}$	$N_{1.}$
= 2	$N_{21}$	$N_{22}$	...	$N_{2S}$	$N_{2.}$
			...		
.					.
:		$N_{ij}$			:
.					.
			...		
= r	$N_{r1}$	$N_{r2}$	...	$N_{rS}$	$N_{r.}$
			...		
	$N_{.1}$	$N_{.2}$	$N_{.j}$	$N_{.S}$	N

TABLA 2MUESTRA

$j =$				
1	2	...	S	
$n_{11}$	$n_{12}$		$n_{1S}$	$n_{1.}$
				...
$n_{21}$	$n_{22}$		$n_{2S}$	$n_{2.}$
				...
.			.	
:		$n_{ij}$	:	$n_{i.}$
.			.	
				...
$n_{r1}$	$n_{r2}$		$n_{rS}$	$n_{r.}$
				...
$n_{.1}$	$n_{.2}$	$n_{.j}$	$n_{.S}$	$n$

DONDE SE QUERIA ESTIMAR CADA CELDA  $N_{ij}$  DE LA TABLA I, CONOCIENDO SOLAMENTE: TODA LA TABLA 2 Y LOS VECTORES DE TOTALES MARGINALES POR RENGLONES Y COLUMNAS DE LA TABLA 1 -----  
 $(N_{1.}, N_{2.}, \dots, N_{r.}) (N_{.1}, N_{.2}, \dots, N_{.s})$ .

PARA ESTIMAR CADA CELDA  $N_{ij}$  SE PROCEDIO A CALCULAR VALORES  $m_{ij}$  POR METODOS MINIMOS CUADRADOS PARA TENER UNA MUESTRA ESTIMADA  $m_{ij}$  LA CUAL SE PROCEDE A INFLACIONARLA POR LA PROPORCION  $\frac{N}{n}$  PARA OBTENER ASI LOS  $N_{ij}$ .

SE REQUERIA ENTONCES MINIMIZAR LA SUMA

$$S = \sum \frac{1}{n_{ij}} (m_{ij} - n_{ij})^2 \text{ -----(1)}$$

( EL SIGNO  $\sum$  - DENOTA LA SUMA SOBRE TODAS LAS CELDAS)

SUJETA AL VECTOR DE TOTAL MARGINAL DADO  $(N_{1.}, N_{2.}, \dots, N_{r.})$   
 ES DECIR A LA CONDICION:

$$\sum_j m_{ij} = m_{i.} \quad i = 1, 2, \dots, r$$

$$\text{DONDE } m_{i.} = N_{i.} \frac{n}{N} \text{ ----- (2)}$$

AHORA SUPONIENDO QUE LOS VALORES ESTIMADOS  $m_{ij}$  HAN SIDO ENCONTRADOS TENIENDO CADA UNO UNA VARIACION PEQUEÑA  $\delta m_{ij}$   
 ENTONCES DERIVANDO SE TIENE QUE:

$$1/2 \delta S = \sum \left( \frac{m_{ij} - n_{ij}}{n_{ij}} \right) \delta m_{ij} = 0 \text{ -----(3)}$$

(UNA ECUACION)

$$\sum_j \lambda_{m_{ij}} = 0 \text{ -----(4)}$$

$i = 1, \text{ -----}, r$  (r-ECUACIONES)

APLICANDO MULTIPLICADORES DE LAGRANGE  $\lambda_i$  ARBITRARIAMENTE SE OBTIENE:

$$\sum \left( \frac{m_{ij} - n_{ij}}{n_{ij}} - \lambda_i \right) \lambda_{m_{ij}} = 0 \text{ -----(5)}$$

(UNA ECUACION)

TENIENDOSE QUE LOS r-MULTIPLICADORES NO SON TAN ARBITRARIOS, SINO QUE CADA UNO DEBE SATISFACER LA RELACION OBTENIDA.

$$m_{ij} = n_{ij}(1 + \lambda_i) \text{ ----- (6)}$$

LOS VALORES  $m_{ij}$  SON CALCULADOS TAN PRONTO LOS  $\lambda_i$  SON DESPEJADOS, PARA EVALUAR ESTOS VALORES SE PUEDE REESCRIBIR LA CONDICION (2) ---  $\sum_j m_{ij} = m_i$ . USANDO EL MIEMBRO DEL LADO DERECHO DE (6) PARA  $m_{ij}$  OBTENIENDOSE:

$$m_i = n_i. (1 + \lambda_i) \text{ -----(7)}$$

UNA VEZ RESUELTO EL SISTEMA (5) PARA SABER EL VALOR DE  $\lambda_i$ , ESTOS SERAN CONOCIDOS Y COMO  $m_i$ . Y  $n_i$ . SON VALORES DADOS(CONOCIDOS) LA ECUACION (6) SE REDUCE A:

$$m_{ij} = n_{ij} \frac{m_i}{n_i} \quad i = 1, 2, \text{-----}, S-1$$

LO CUAL EL AJUSTE CONSISTE EN APLICAR UNA SIMPLE PROPORCION POR RENGLONES, LAS CELDAS EN CADA RENGLON TODAS SON AUMENTADAS O DISMINUIDAS POR EL AJUSTE PROPORCIONAL ENTRE EL TOTAL DEL RENGLON CORRESPONDIENTE DADO Y ESTE AJUSTE PROPORCIONAL  $\frac{m_i}{n_i}$  QUE AFECTA A TODO EL RENGLON "i" QUE SE RECONO-

CE COMO EL MULTIPLICADOR POR RENGLONES  $R_i$  (EL EFECTO DE SUSTITUCION).

YA QUE SE DEFINIO

$$R_i = \frac{W_i}{\sum_j a_{ij}} \quad i = 1, \dots, n$$

DADO QUE  $m_i$ ,  $n_i$  SON VALORES CONOCIDOS, IDENTIFICANDO  $m_i$  CON  $W_i$  EL TOTAL DEL RENGLON i-ESIMO DADO EN EL PROBLEMA BIPROPORCIONAL E IDENTIFICANDO  $N_i$  CON  $a_{ij}$  TOTAL DEL RENGLON i-ESIMO DE LA MATRIZ  $A^0$  CONOCIDA, SE OBTIENE ASI EL MULTIPLICADOR POR RENGLONES  $R_i$ .

$$R_i = \frac{W_i}{\sum_j a_{ij}} \approx \frac{m_i}{n_i}$$

ANALOGAMENTE

MINIMIZANDO

$$S = \sum \frac{1}{n_{ij}} (m_{ij} - n_{ij})^2 \quad \text{-----}(8)$$

SUJETO A LA CONDICION MARGINAL

( $N_{.1}$ ,  $N_{.2}$ , -----,  $N_{.s}$ ) ES DECIR

$$\sum_i m_{ij} = m_{.j} \text{ -----(9)}$$

$$\text{DONDE } m_{.j} = N_{.j} \frac{n}{N}$$

SE OBTIENE UN SIMPLE AJUSTE APLICADO POR COLUMNAS

$$m_{ij} = n_{ij} \frac{m_{.j}}{n_{.j}} \quad j = 1, 2, \text{----}, r$$

EN LA CUAL CADA ELEMENTO DE LA COLUMNA  $j$ -ESIMA ES AUMENTADO O DISMINUIDO POR UNA MISMA PROPORCION, QUE IDENTIFICANDO SE OBTIENE ASI EL MULTIPLICADOR  $S_j$  POR COLUMNAS (EFECTO DE FABRICACION).

$$S_j = \frac{V_j}{\sum_i a_{ij}} \cong \frac{m_{.j}}{n_{.j}}$$

MOTIVANDOSE UN PROCESO ITERATIVO DE AJUSTAR UNA TABLA DADA POR RENGLONES Y COLUMNAS DE TAL MANERA QUE COINCIDA CON VECTORES DE TOTALES MARGINALES DADOS COMO DATO, EL CUAL SE RECONOCE COMO EL PROCESO ITERATIVO "RAS".

10-11-4

B I B L I O G R A F I A

- 1.- A. TEN KATE  
ESTIMACION DE INSUMO-PRODUCTO DE MEXICO PARA 1970 CON  
BASE EN EL METODO "RAS".  
REVISTA DE INVESTIGACION ECONOMICA.  
ABRIL-JUNIO 1975.
- 2.- ALLEN  
TEORIA MACROECONOMICA.  
AGUILAR-MADRID-1974.
- 3.- BACHARACH, M.  
"ESTIMATING NONNEGATIVE MATRICES FROM MARGINAL DATA"  
INTERNATIONAL ECONOMIC REVIEW, VOL. 6, 1965.
- 4.- BACHARACH, MICHAEL  
BIPROPORTIONAL MATRICES I INPUT-OUTPUT CHANGE  
DEPARTMENT OF APPLIED ECONOMICS  
CAMBRIDGE AT THE UNIVERSITY PRESS-1970.
- 5.- BOACH, EARL FRANCIS  
MODELOS ECONOMICOS  
AGUILAR-MADRID-1965
- 6.- BOULDING, KENNETH E.  
ANALISIS ECONOMICOS  
BIBLIOTECA CIENCIAS ECONOMICAS  
MADRID-1963

- 7.- CONNOR, R.O. Y HENRY, E.W.  
INPUT-OUTPUT ANALYSIS AND ITS APPLICATIONS  
HAFNER PRESS, NEW YORK, 1975.  
  
NOTA: DE ESTE LIBRO SE SACO EL EJEMPLO NUMERICO DEL APAR-  
TADO UNO PUBLICADO EN: MODELO INSUMO-PRODUCTO; TOMO 1,  
SERIE DE LECTURA 1, S.P.P.
- 8.- CHENERY HOLLIS B. Y CLARK, PAUL G.  
ECONOMIA INTERINDUSTRIAL  
F.C.E.-MEXICO-1980.
- 9.- CHURCHMAN, G. WEST  
EL ENFOQUE DE SISTEMAS  
DIANA-MEXICO-1981.
- 10.- DEMING, W. EDWARDS  
STATISTICAL ADJUSTMENT OF DATA  
JOHN WILEY, NEW YORK, 1943.
- 11.- DEMING W.E. AND STEPHAN F.F.  
ARTICULO - "ON A LEAST SQUARES ADJUSTMENT OF A SAMPLE  
FREQUENCY TABLE WHEN THE EXPECTED MARGINAL TOTALS ARE  
KNOWN"  
ANNALS OF MATHEMATICAL STATISTICS, VOL. 11, 1940  
p.p 427-44
- 12.- DENIS, HENRY  
HISTORIA DEL PENSAMIENTO ECONOMICO  
ARIEL-BARCELONA-1968.

- 13.- DEPARTMENT OF APPLIED ECONOMICS,  
UNIVERSITY OF CAMBRIDGE  
INPUT-OUTPUT RELATIONSHIPS - 1954-1966  
A PROGRAMME FOR GROWTH, NO. 1 AND NO. 3  
CHAPMAN AND HALL(LONDON) 1963.
- 14.- DILULIO, EUGENE  
MACROECONOMIA  
SCHAUM-MEXICO-1976.
- 15.- DORGMAN, R., SAMUELSON, P.A. Y SOLOW, R.M.  
PROGRAMACION LINEAL Y ANALISIS ECONOMICO  
AGUILAR-MADRID-1962.
- 16.- DORN BUSCH  
MACROECONOMIA  
Mc. GRAW-HILL-COLOMBIA-1978.
- 17.- FERGUSON, C.E.  
TEORIA MICROECONOMICA  
F.C.E.-MEXICO-1980.
- 18.- HUTCHISON  
HISTORIA DEL PENSAMIENTO ECONOMICO DE 1870-1929  
GREDOS-MADRID-1967.
- 19.- INTRILIGATOR, M.D.  
OPTIMIZACION MATEMATICA Y TEORIA ECONOMICA  
PRENTICE HALL, MADRID-1973.

- 20.- JAMES, EMILE  
HISTORIA DEL PENSAMIENTO ECONOMICO  
AGUILAR-MADRID-1963.
- 21.- KEYNES, J.M.  
TEORIA GENERAL DE LA OCUPACION, EL INTERES Y EL DINERO  
F.C.E. - MEXICO-1981.
- 22.- KUCZYNSKI, M. Y MEEK, R.L.  
EL TABLEAU ECONOMIQUE DE QUESNAY  
F.C.E.-MEXICO-1980.
- 23.- LANGE, OSCAR  
INTRODUCCION A LA ECONOMETRIA  
F.C.E.-MEXICO-1978.
- 24.- LEONTIEF, WASSILY W.  
THE STRUCTURE OF AMERICAN ECONCMY (1919-1939)  
2nd. EDITION, OXFORD UNIVERSITY PRESS, NEW YORK-1951.  
(LA SEGUNDA EDICION CONTIENE TODO EL TEXTO DE LA PRIMERA  
EDICION (1919-1929)).
- 25.- LEONTIEF, WASSILY W.  
STUDIES IN THE STRUCTURE OF THE AMERICAN ECONOMY  
OXFORD UNIVERSITY PRESS (NEW YORK-1953).
- 26.- MA. DELFINA RAMIREZ  
EL METODO "RAS" PARA ACTUALIZAR MATRICES  
FACULTAD DE ECONOMIA, DIVISION DE ESTUDIOS SUPERIORES 1976.

- 27.- MEEK, R.L.  
LA FISIOCRACIA  
ARIEL-BARCELONA-1975.
- 28.- MONCAYO, ALBERTO RUIZ  
NOTA PREPARADA PARA LA CONFERENCIA: "METODO DE  
ACTUALIZACION Y APLICACIONES DEL MODELO DE INSUMO-PRODUCTO"  
15-MAYO-1982-COLEGIO NACIONAL DE ECONOMISTAS.
- 29.- PABLO, JUAN CARLOS DE  
MACROECONOMIA  
AMORRORTU-BUENOS AIRES-1973.
- 30.- PEREZ, ANDRES GARCIA  
APUNTES DE ECONOMETRIA  
UNAM.
- 31.- RASMUSSEN, P. NORREGARD  
RELACIONES INTERINDUSTRIALES  
AGUILAR-MADRID-1963.
- 32.- ROBINSON, J.N.  
APLICACION DE LA TEORIA MACROECONOMICA  
SIGLO VEINTIUNO-MEXICO-1975.  
  
NOTA: EL EJEMPLO NUMERICO DEL APARTADO DOS FUE TOMADO DE  
ESTE LIBRO.
- 33.- URSUA, PEDRO ASTUDILLO  
HISTORIA DEL PENSAMIENTO ECONOMICO  
UNAM-MEXICO-1978.

- 34.- VILLASEÑOR, GUILLERMO C. DUEÑAS  
ANALISIS DE LA TEORIA GENERAL DE SISTEMAS NO. 24  
COMUNICACIONES TECNICAS, SERIE AZUL, IMASS, UNAM-1976.
- 35.- WALSH, V. Y GRAM, H.  
CLASSICAL AND NEOCLASSICAL THEORIES OF GENERAL EQUILI-  
BRIUM.  
OXFORD UNIVERSITY PRESS-NEW YORK-1980.