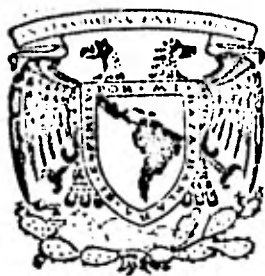


16 Zayas.

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO.

FACULTAD DE CIENCIAS.



---

CONSIDERACIONES SOBRE MODELOS DE  
AJUSTE EMPLEADOS EN LA DEMOGRAFIA  
MATEMATICA.

TESIS PROFESIONAL  
QUE PARA OBTENER EL TITULO DE

MATEMATICO

PRESENTA

ALEJANDRO MINA VALDES.

MEXICO, D.F.

1981.



Universidad Nacional  
Autónoma de México



**UNAM – Dirección General de Bibliotecas**  
**Tesis Digitales**  
**Restricciones de uso**

**DERECHOS RESERVADOS ©**  
**PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

# TESIS CON FALLA DE ORIGEN

## Indice

Prólogo	1
Introducción	3
Presentación de los modelos de ajuste	5
El modelo de nupcialidad de A.J.Coale	5
El modelo bilogístico de A.Bocaz	18
Polinomio de fecundidad de W.Brass	24
Modelo de fecundidad de A.J.Coale y J.Trussell	28
La función de Makeham	35
El sistema logito de W.Brass	59
Presentación de los ajustes obtenidos	68
a) Nupcialidad	68
b) Fecundidad	74
c) Mortalidad	78
Conclusiones Generales	83
Bibliografía	86
Anexo 1. Estimaciones de los primeros matrimonios $(g(a))$ , a través de los modelos de nupcialidad de A.Bo- caz y A.J. Coale, para las encuestas PECFAL-RURAL (1970) y EMF(1976)	87
Anexo 2. Estimaciones de las estructuras por edad de la fecundidad $(f(x))$ , a través de la función de Brass y el modelo de fecundidad de Coale y Trussell, pa- ra ocho regiones, 1970.	110

## P R O L O G O

Dentro de las investigaciones y cursos en donde se emplean aplicaciones de las matemáticas, a menudo se piensa que el saber aplicar un método determinado supone el dominio de la teoría matemática implícita en él, llegando a creer, quien lo aplica, que domina dicha teoría.

Un ejemplo característico de lo anterior es el que llevan a cabo algunos investigadores en las ciencias sociales que no obstante no haber tenido una formación matemática o estadística emplean, en sus investigaciones, aplicaciones de ellas; como es el caso del uso del análisis de regresión, el cual lo aplican mecánicamente, es decir, como una "receta", sin que dominen los elementos teóricos que generaron dicho análisis. El problema se agrava cuando se emplea la herramienta y no se tiene cuidado en las limitaciones de ella, sobre todo en las hipótesis que se suponen son válidas para la aplicación que llevan a cabo.

Cuando este tipo de investigadores desarrollan su trabajo, no únicamente en sus investigaciones sino también en lo docente, llegan a crear en los alumnos una falsa concepción de lo que son las matemáticas y sus aplicaciones, llegando a pensar, estos últimos, que el dominio de las matemáticas es el dominio de "recetas" lo cual conlleva una falsa interpretación de las matemáticas aplicadas y lo más grave, ocasionan la aplicación mecánica e indiscriminada de los modelos matemáticos; lo que

margina a los alumnos, en un momento dado, de la posible elaboración del instrumental matemático acorde con la realidad estudiada por ellos.

Tanto los investigadores como los alumnos llegan a estar totalmente engañados y "investidos" de un conocimiento de las matemáticas que solo existe en sus imaginaciones. Por ello debe distinguirse claramente cuando se está enseñando matemáticas y cuando lo único que se está haciendo es enseñar la aplicación de ellas, para evitar con ello el caer en un espejismo de las matemáticas.

Tomando en consideración lo anterior, el presente trabajo pretende mostrar la aplicación de modelos matemáticos de ajuste dentro del análisis demográfico, señalando las ventajas y limitaciones de cada uno de ellos y dando previamente una presentación de cada uno de los modelos de ajuste empleados, en donde se deducen, matemáticamente, dichos modelos; lo cual permitirá interpretar adecuadamente los resultados obtenidos a partir de las aplicaciones de los modelos de ajuste analizados.

## INTRODUCCION.

Dentro de las investigaciones demográficas, en especial las que se refieren a la cuantificación de los fenómenos demográficos, tienen gran importancia los modelos de ajuste. Dichos modelos de ajuste sirven para corregir, suavizar o describir el comportamiento de dichos fenómenos. En general se desconoce o no se resalta el alcance del ajuste, es decir, se aplica el modelo, y en algunos casos se piensa que corrigió la información y lo que hizo fue únicamente suavizarla o describirla; el otro caso es cuando se cree que se suavizó el comportamiento del fenómeno y lo que realmente se hizo fue corregirlo.

El presente trabajo tiene la intención de presentar modelos que suavicen, corrijan y describan los fenómenos demográficos tales como la fecundidad, la nupcialidad y la mortalidad. Para el fenómeno fecundidad se trabaja con el polinomio o función de fecundidad de W. Brass y el modelo de fecundidad de A. J. Coale. En cuanto al fenómeno nupcialidad se toma, por una parte, el modelo bilogístico de A. Bocaz y por otra parte el modelo estándar de nupcialidad de A. J. Coale; finalmente con el fenómeno mortalidad se usa el sistema logito de W. Brass y la ley de Makeham.

Inicialmente se presentan cada uno de los modelos, mostrando los alcances y limitaciones de cada uno de ellos, tratando de resaltar los casos en que se está suavizando o describiendo el comportamiento del fenómeno demográfico, de los casos en

donde se está corrigiendo la distribución observada del fenómeno; continuando con la presentación y comentarios de los ajustes obtenidos, para que finalmente se den conclusiones generales acerca de cada uno de los modelos de ajuste estudiados.



PRESENTACION DE LOS MODELOS DE AJUSTE.

Se da a continuación una descripción de cada uno de los modelos de ajuste estudiados, dando un ejemplo de su aplicación al final de cada presentación. En general, las gráficas que muestran la bondad de los ajustes no son presentadas en este apartado, sino en la presentación y comentarios de los resultados obtenidos.

El modelo de nupcialidad de A. J. Coale<sup>\*/</sup>

El modelo teórico desarrollado por Ansley J. Coale surgió como resultado de las comprobaciones realizadas por él, al examinar en diferentes poblaciones el comportamiento de la nupcialidad por edad a través de las proporciones de no solteras y de las frecuencias de primeros matrimonios.

Dadas las proporciones de mujeres no solteras por años de edad para diferentes cohortes, Coale observó que las curvas construidas con esas proporciones difieren entre sí en la medida en que la nupcialidad de las poblaciones en estudio presentan características diferentes en relación con la edad más baja de ingreso al matrimonio, el ritmo de aumento de ese ingreso desde la edad en que se inicia hasta la edad en que el número de ingresos es máximo, y la intensidad de la nupcialidad, representada por la proporción final; Coale observó que si las proporciones anteriores se presentaban a partir de un origen común, con una escala vertical

---

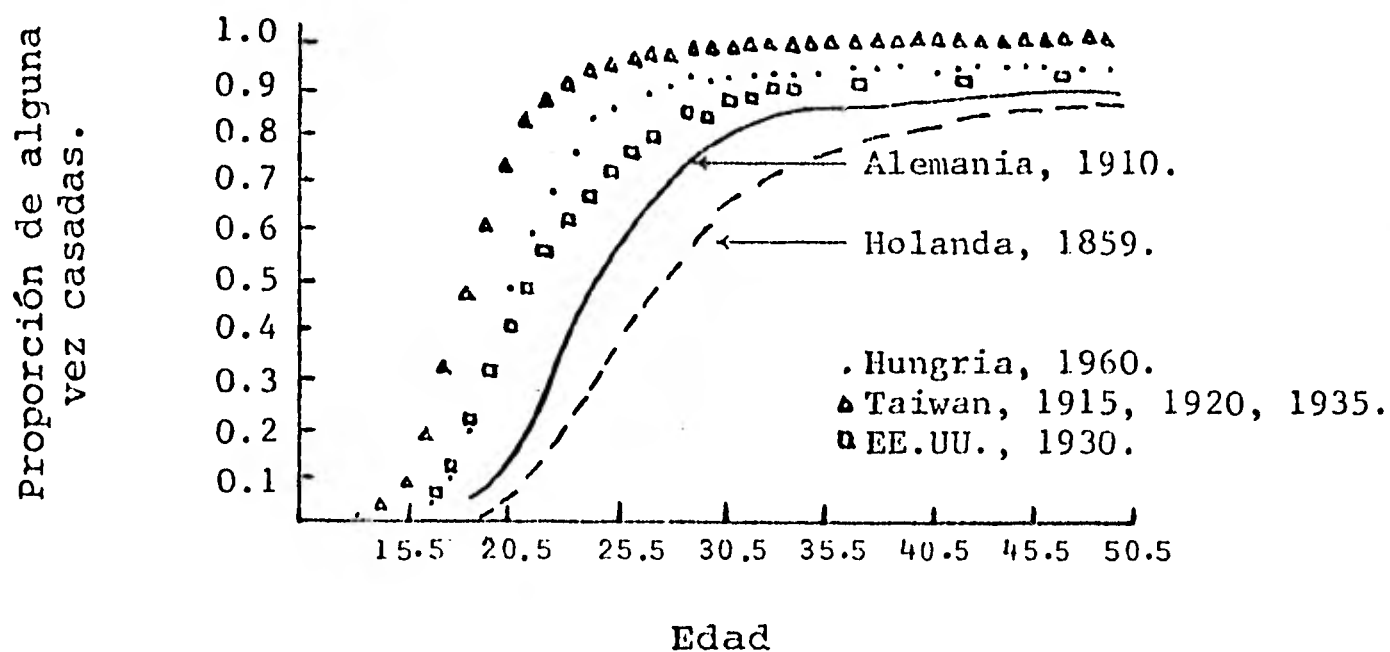
<sup>\*/</sup> Ver Coale, A. J. "Age Patterns of Marriage". Population Studies. Vol. XXV, No. 2, pp. 193-214, julio 1971.

ajustada convenientemente para cada población, de manera que la proporción de mujeres no solteras en las edades avanzadas sea igual a la unidad, y con una escala horizontal elegida de modo que la tasa media de ascenso de las curvas sea casi la misma, las curvas resultantes son prácticamente coincidentes.

Las gráficas 1 y 2 muestran lo indicado, en relación a algunas de las poblaciones estudiadas por Coale.

Gráfica 1

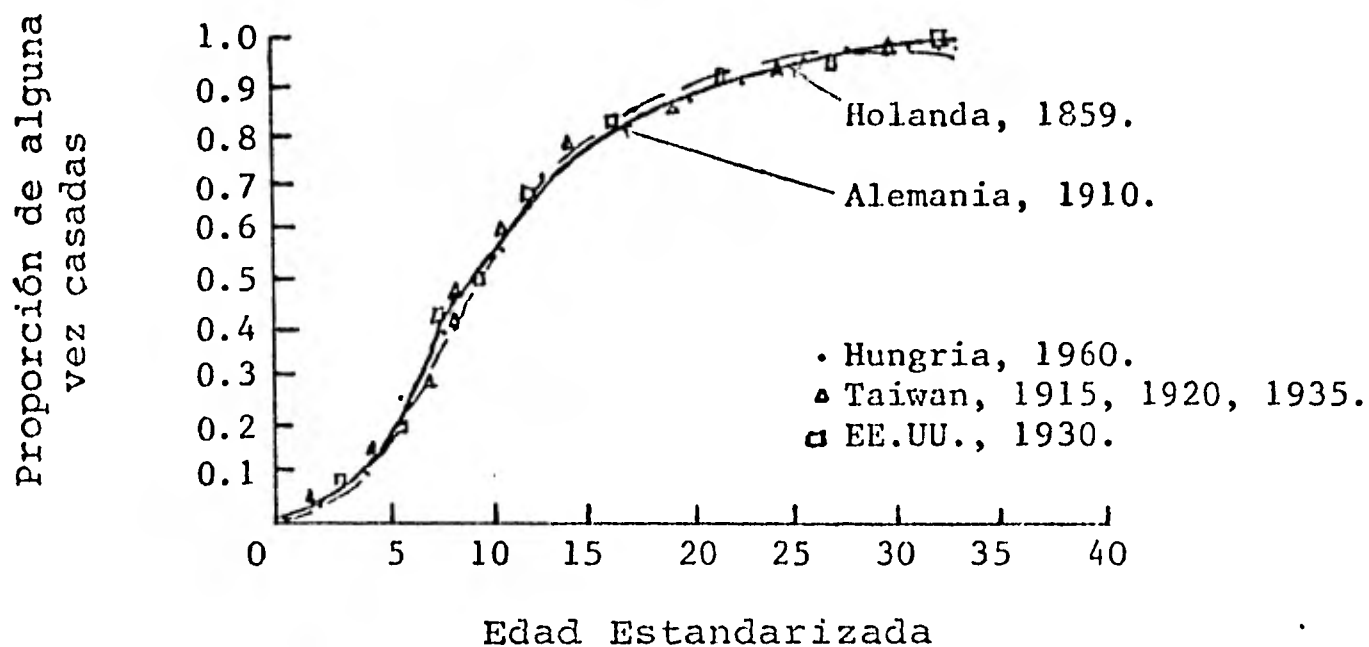
Proporciones de mujeres no solteras, según la edad en poblaciones seleccionadas



Fuente: Coale, A. J. op. cit. p. 196.

Gráfica 2

Proporciones de mujeres no solteras llevadas a un origen común y con escalas ajustadas convenientemente



Fuente: Coale, A.J. op. cit. p. 196

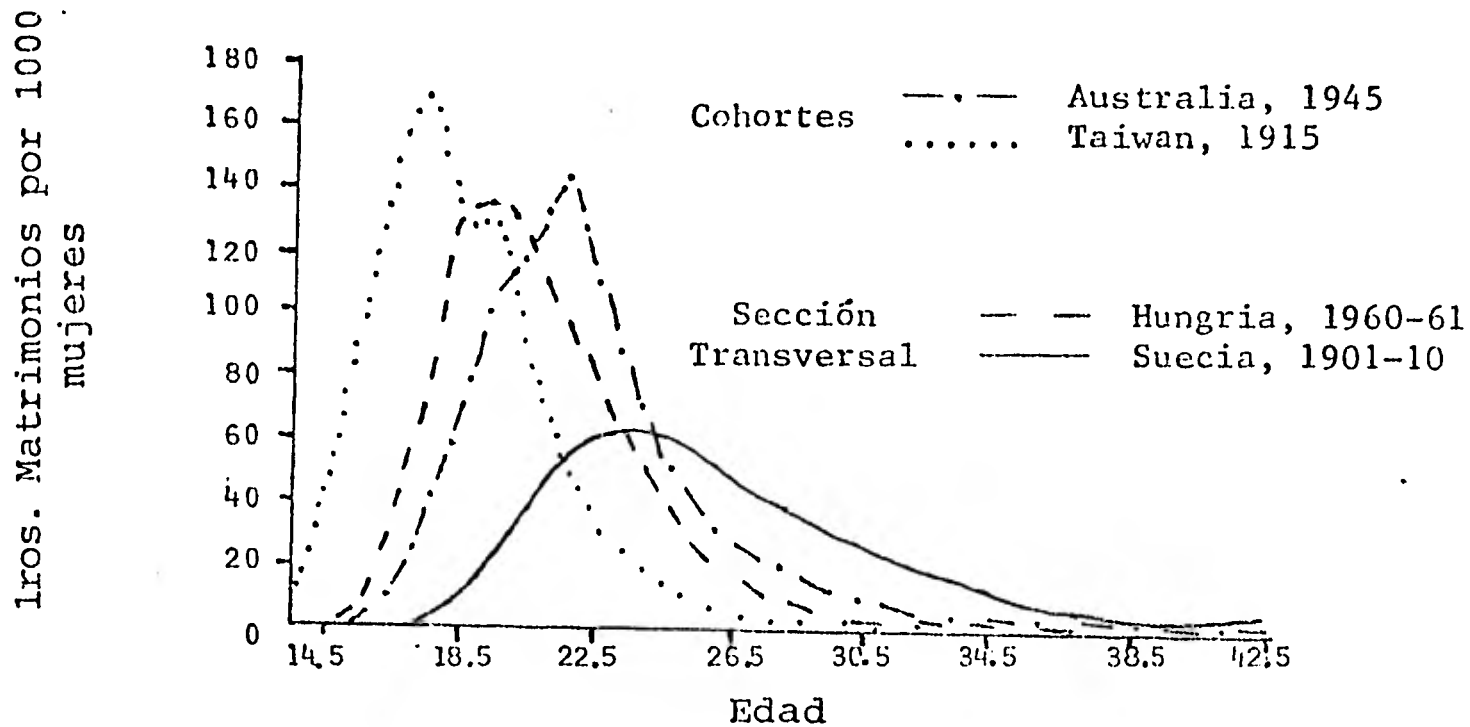
Lo anterior quiere decir que las curvas originales tienen esencialmente la misma estructura, difiriendo únicamente en la edad a que comienza el ingreso al matrimonio, la tasa a la que aumenta el matrimonio y la proporción final de mujeres no solteras.

El que exista un patrón común de proporciones de mujeres no solteras, por edad, en diferentes poblaciones, implica que existe un patrón común de frecuencias de los primeros matrimonios en las poblaciones de referencia. Coale observó que si las curvas que representan esas frecuencias, calculadas a partir de los matrimonios registrados por años de edad, en poblaciones que tienen características diferentes en relación con la nupcialidad, se llevan a un origen común y con escalas horizontal y vertical convenientemente elegidas para cada población, las curvas resultantes

también presentan una similitud sorprendente. A continuación se muestran las gráficas 3 y 4 que ilustran lo anterior.

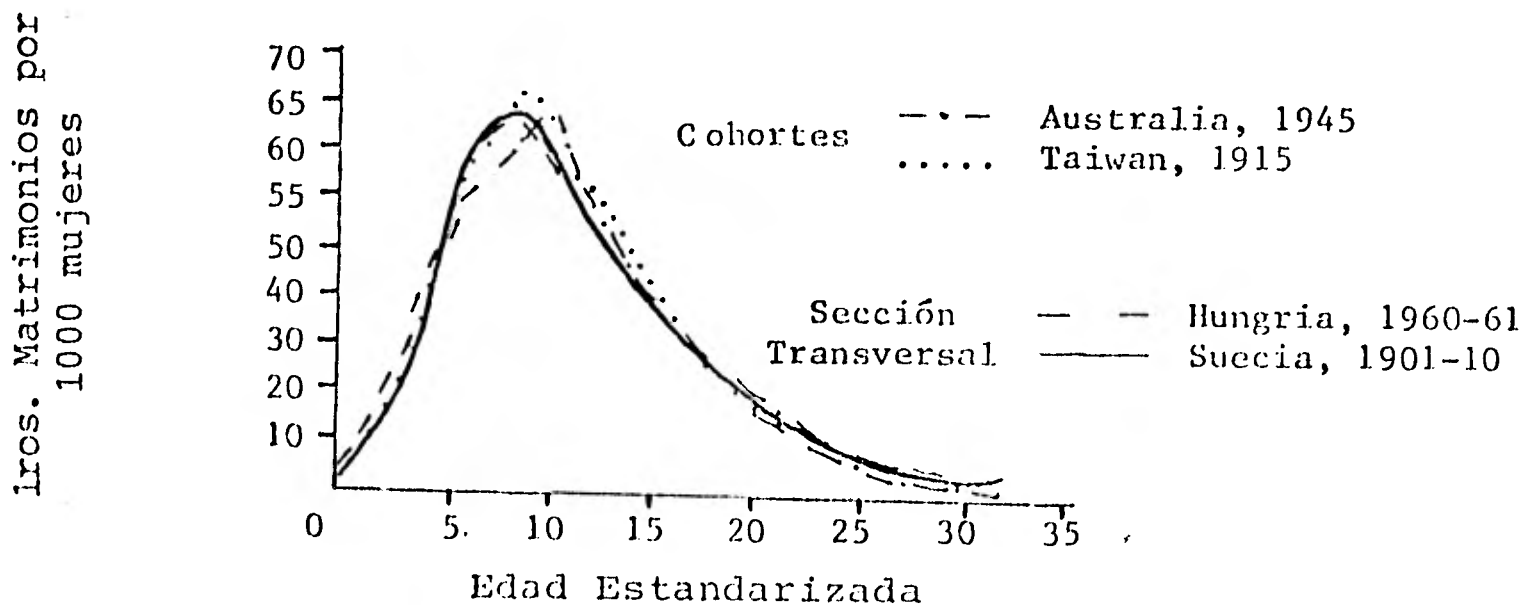
Gráfica 3

Frecuencias de los primeros matrimonios, por años de edad. En poblaciones seleccionadas.



Gráfica 4

Frecuencias de los primeros matrimonios llevadas a un origen común y con escalas ajustadas convenientemente



Fuente: Coale, A.J. op. cit. pp. 197 y 198

El que exista un patrón común de frecuencias de los primeros matrimonios implica un mismo patrón de riesgo de primer matrimonio, según la edad, el que, de acuerdo con lo observado en las poblaciones estudiadas por Coale, parece ser independiente del tamaño del grupo de mujeres destinadas a permanecer solteras, es decir es independiente de la intensidad de la nupcialidad.

El patrón común de riesgo de primer matrimonio sugirió a Coale la posibilidad de construir una curva estándar que represente ese riesgo. La curva debería ascender desde el origen, dado por la edad más temprana en que la cohorte comienza a contraer matrimonio, hasta un valor máximo, aproximadamente constante cuando ya se ha casado la mayoría de las mujeres destinadas a no permanecer solteras. El modelo estándar de riesgo de primer matrimonio se derivó a partir de los datos referentes a los matrimonios registrados en Suecia en 1865-1869, por años de edad, y ajustados por una doble exponencial.

La función propuesta por Coale es:

$$r_s(x) = 0.174e^{-4.411e^{-0.309x}}$$

En donde  $r_s(x)$  representa el riesgo estándar de nupcialidad, es decir, la probabilidad de que una mujer soltera ingrese al estado matrimonial a la edad  $x$  de la escala horizontal ajustada.

En una cohorte en que los primeros matrimonios comienzan a la edad  $(a)$  y para la cual la escala de la edad al casarse (eje

de las abscisas) está reducida por un factor  $K$ , el riesgo de matrimonio de las mujeres que han de casarse a la edad  $(a)$  es:

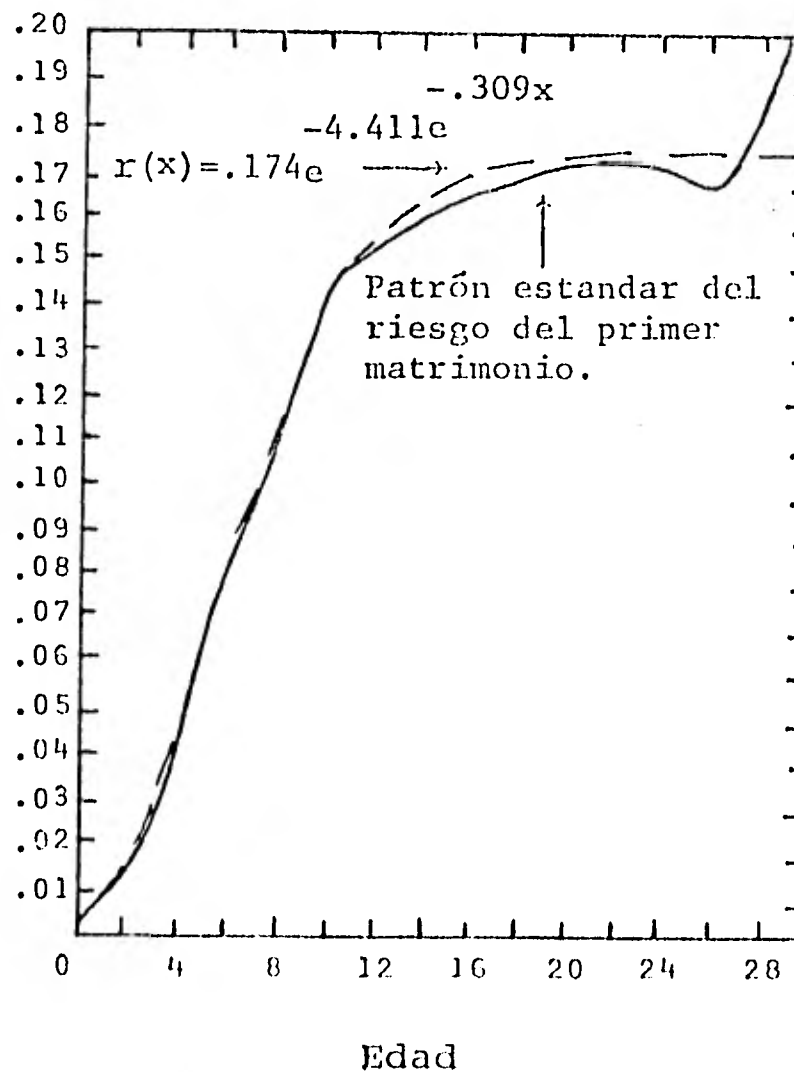
$$r(a) = \frac{0.174}{K} e^{-4.411e^{-\frac{0.309}{K}(a - a^0)}}$$

En la gráfica 5 se muestra el comportamiento de la función  $r(x)$ .

Gráfica 5

Distribución de la función  $r(x)$   
(riesgo anual de primeros matrimonios)

Riesgo anual de los 1ros. matrimonios



Los tres parámetros que permiten caracterizar el comportamiento de la nupcialidad, mencionados anteriormente, se definen, en el modelo de Coale, de la siguiente manera:

- a. Representa la edad más joven de ingreso al primer matrimonio y corresponde al origen de la curva.
- K. Corresponde al factor relacionado con la escala del tiempo durante el cual ocurren los primeros matrimonios, si en la curva estándar el intervalo entre el origen y el valor máximo es  $x$ , para otra curva el intervalo es  $Kx$ . Por tanto el parámetro  $K$  es el factor que relaciona el ritmo, de ingreso al primer matrimonio en una población con el comportamiento de ese ingreso en la población que sirvió de base al modelo estándar. El valor de  $K$  siempre es positivo, si  $K$  es menor que uno, el ingreso al matrimonio en la población real ocurre a un ritmo más rápido que en el modelo; por el contrario, si  $K$  es mayor que uno, el ritmo es más lento que en el modelo.
- C. Representa la producción de mujeres no solteras a la edad en que las frecuencias de los primeros matrimonios es cercana a cero. Dicha edad depende, de  $a_0$  y principalmente de  $K$ . Cuanto más bajo es el valor de  $K$ , más rápido es el ritmo a que se producen los ingresos al primer matrimonio; lo que trae como consecuencia que el valor  $C$  se presente a una edad más joven.

Ahora bien, si  $\chi_s$  representa la edad en la escala estándar  $B_s(\chi_s)$  será la frecuencia con que ocurren los primeros

matrimonios a la edad  $x_s$ ;  $G_s(x_s)$  la proporción estándar de mujeres no solteras a la edad  $x_s$ , y  $Z_s(x_s)$  el número de año-personas vividas como no solteras hasta la edad  $x_s$ , en una cohorte no expuesta a los riesgos de mortalidad y migración, así se tiene que:

$$G_s(x_s) = \int_0^{x'_s} g_s(x_s) dx_s$$

$$Z_s(x_s) = \int_0^{x'_s} G_s(x_s) dx_s \quad \text{siendo } 0 < x_s < x'_s$$

En el cuadro 1 se presentan los valores de las frecuencias estándar de los primeros matrimonios; en el cuadro 2 se dan los valores de las proporciones de no solteras en el modelo estándar y en el cuadro 3, los valores del tiempo vivido como no soltera (año-persona) por las mujeres de la cohorte no expuesta a la mortalidad. Las curvas están ajustadas a una escala vertical, de manera que la proporción final de mujeres no solteras es de 100 por ciento ( $c = 1$ ).

En los tres cuadros los valores aparecen tabulados a intervalos de un décimo de año, entre 0.0 y 39.9 de la escala estándar de la edad.



Cuadro 1

MODELO ESTANDAR DE FRECUENCIAS DE LOS PRIMEROS MATRIMONIOS DE MUJERES SOLTERAS  
A LA EDAD  $x_s$   
(Valores  $g_s(x_s)$  por mil mujeres)

$x_s$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.0	0.0	0.72	1.44	2.16	2.88	3.60	4.34	5.08	5.82	6.56
1.0	7.30	6.04	8.73	9.52	10.26	10.78	11.72	12.71	13.73	14.80
2.0	15.91	17.05	18.24	19.47	20.73	22.04	23.38	24.77	26.19	27.65
3.0	29.14	30.68	32.25	33.88	35.53	37.23	38.73	40.23	41.73	43.22
4.0	44.71	46.20	47.63	49.15	50.64	52.12	53.54	54.94	56.34	57.72
5.0	59.00	60.84	61.73	63.11	64.43	65.74	66.81	67.82	68.79	69.70
6.0	70.55	71.37	72.12	72.82	73.47	74.06	74.64	75.16	75.54	76.00
7.0	76.45	76.80	77.09	77.34	77.54	77.69	77.87	78.01	78.12	78.20
8.0	78.25	78.26	78.24	78.19	78.10	77.98	77.81	77.59	77.34	77.06
9.0	75.73	74.37	75.97	75.54	75.06	74.55	74.08	73.58	73.06	72.52
10.0	71.96	71.37	70.75	70.12	69.46	68.77	68.10	67.42	66.71	65.99
11.0	65.26	64.50	63.74	62.95	62.15	61.33	60.59	59.85	59.11	58.38
12.0	57.64	56.31	55.17	55.44	54.71	53.93	53.27	52.57	51.87	51.18
13.0	50.49	48.31	49.13	48.45	47.79	47.12	46.46	45.81	45.16	44.52
14.0	43.03	43.24	42.61	41.99	41.37	40.75	40.17	39.59	39.02	38.45
15.0	37.90	37.36	36.82	36.29	35.78	35.27	34.74	34.22	33.70	33.18
16.0	32.67	32.15	31.65	31.16	30.67	30.17	29.70	29.23	28.75	28.30
17.0	27.85	27.40	26.96	26.52	26.09	25.67	25.26	24.87	24.49	24.11
18.0	23.74	23.39	23.04	22.70	22.37	22.04	21.70	21.36	21.03	20.70
19.0	20.36	20.06	19.74	19.42	19.12	18.81	18.51	18.21	17.92	17.63
20.0	17.34	17.05	16.78	16.51	16.23	15.97	15.71	15.45	15.19	14.94
21.0	14.69	14.45	14.21	13.99	13.75	13.52	13.29	13.06	12.84	12.62
22.0	12.40	12.19	11.98	11.77	11.57	11.36	11.16	10.95	10.76	10.56
23.0	10.35	10.16	9.97	9.78	9.59	9.40	9.22	9.05	8.87	8.70
24.0	8.54	8.37	8.21	8.05	7.89	7.74	7.60	7.46	7.34	7.21
25.0	7.09	6.93	6.86	6.76	6.66	6.56	6.46	6.36	6.27	6.18
26.0	6.09	6.00	5.92	5.83	5.76	5.68	5.60	5.53	5.46	5.38
27.0	5.31	5.25	5.18	5.12	5.06	5.00	4.94	4.88	4.83	4.78
28.0	4.73	4.68	4.63	4.59	4.55	4.51	4.46	4.41	4.36	4.31
29.0	4.25	4.21	4.16	4.11	4.07	4.02	3.99	3.91	3.85	3.79
30.0	3.73	3.68	3.62	3.55	3.49	3.43	3.38	3.32	3.27	3.22
31.0	3.17	3.12	3.08	3.03	2.98	2.94	2.89	2.84	2.79	2.74
32.0	2.69	2.65	2.60	2.55	2.50	2.45	2.41	2.35	2.32	2.28
33.0	2.24	2.20	2.16	2.13	2.09	2.06	2.02	1.98	1.94	1.90
34.0	1.85	1.82	1.78	1.74	1.70	1.67	1.63	1.60	1.57	1.54
35.0	1.51	1.48	1.45	1.42	1.40	1.37	1.35	1.32	1.30	1.28
36.0	1.25	1.24	1.22	1.21	1.19	1.18	1.16	1.14	1.12	1.10
37.0	1.03	1.05	1.04	1.02	1.00	0.98	0.96	0.94	0.92	0.90
38.0	0.89	0.85	0.84	0.82	0.80	0.78	0.76	0.74	0.72	0.71
39.0	0.69	0.67	0.65	0.63	0.61	0.59	0.57	0.55	0.53	0.51

Fuente: Coale, A. J., op. cit., tabla 2, pág. 200

Cuadro 2

MODELO ESTANDAR DE LAS PROPORCIONES DE MUJERES NO SOLTERAS A LA EDAD  $x_s$  POR  
 INTERVALOS DE 0.1 AÑOS  
 (Valores  $G_x(x_s)$  por mil mujeres)

$x_s$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.0	0.0	0.04	0.14	0.32	0.50	0.90	1.30	1.77	2.31	2.93
1.0	3.52	4.39	5.23	6.15	7.14	8.20	9.32	10.54	11.67	13.29
2.0	14.83	16.45	18.24	20.12	22.13	24.27	26.54	28.95	31.50	34.19
3.0	37.03	40.02	43.17	46.47	49.99	53.58	57.30	61.33	65.42	69.67
4.0	75.07	78.61	83.31	88.15	93.14	98.28	103.56	108.90	114.55	120.25
5.0	126.08	132.07	138.10	144.42	150.80	157.31	163.93	170.67	177.50	184.42
6.0	191.43	198.53	205.71	212.95	220.27	227.64	235.08	242.57	250.11	257.70
7.0	265.32	272.99	280.68	288.40	296.15	303.91	311.69	319.48	327.29	335.10
8.0	342.93	350.75	358.58	366.40	374.21	382.02	389.81	397.58	405.32	413.04
9.0	420.73	428.39	436.01	443.58	451.11	458.59	466.02	473.41	480.74	488.02
10.0	499.24	507.41	509.51	516.56	523.54	530.45	537.29	544.07	550.77	557.41
11.0	563.97	570.46	576.07	583.21	589.46	595.63	601.73	607.75	613.70	619.57
12.0	625.37	631.10	636.75	642.34	647.84	653.28	658.64	663.93	669.14	674.29
13.0	679.37	684.39	689.33	694.20	699.01	703.76	708.43	713.04	717.59	722.07
14.0	726.49	730.34	735.13	739.35	743.51	747.61	751.66	755.64	759.57	763.44
15.0	767.25	771.01	774.72	778.37	781.97	785.52	789.02	792.46	795.86	799.20
16.0	802.49	805.73	808.91	812.05	815.14	818.18	821.17	824.11	827.01	829.86
17.0	832.65	835.42	838.14	840.81	843.43	846.02	848.56	851.07	853.53	855.95
18.0	858.35	860.70	863.02	865.30	867.55	869.77	871.95	874.10	876.22	878.30
19.0	880.35	882.37	884.35	886.31	888.24	890.13	891.99	893.82	895.63	897.40
20.0	899.15	900.85	902.55	904.21	905.85	907.45	909.03	910.59	912.12	913.62
21.0	915.10	916.55	917.98	919.39	920.77	922.13	923.47	924.79	926.09	927.35
22.0	928.60	929.82	931.03	932.22	933.38	934.52	935.65	936.75	937.83	938.89
23.0	939.94	940.95	941.96	942.95	943.91	944.86	945.79	946.70	947.59	948.47
24.0	949.33	950.17	951.00	951.81	952.60	953.38	954.14	954.89	955.63	956.35
25.0	957.07	957.77	958.45	959.13	959.80	960.46	961.11	961.74	962.37	962.99
26.0	963.60	964.20	964.79	965.38	965.96	966.52	967.09	967.64	968.18	968.72
27.0	969.26	969.79	970.32	970.81	971.32	971.82	972.31	972.80	973.28	973.76
28.0	974.23	974.70	975.16	975.62	976.07	976.52	976.97	977.41	977.84	978.27
29.0	979.70	979.12	979.53	979.94	980.35	980.75	981.15	981.54	981.92	982.30
30.0	982.67	983.04	983.40	983.75	984.11	984.45	984.79	985.12	985.45	985.77
31.0	986.03	986.40	986.79	987.00	987.30	987.60	987.88	988.17	988.45	988.72
32.0	989.99	989.25	989.51	989.76	990.01	990.26	990.50	990.73	990.96	991.19
33.0	991.41	991.63	991.85	992.06	992.27	992.47	992.67	992.87	993.06	993.25
34.0	993.44	993.62	993.79	993.97	994.14	994.30	994.46	994.62	994.78	994.93
35.0	995.08	995.22	995.37	995.51	995.65	995.78	995.91	996.04	996.17	996.30
36.0	996.42	996.55	996.66	996.78	996.90	997.02	997.13	997.24	997.35	997.46
37.0	997.56	997.67	997.77	997.87	997.97	998.06	998.15	998.25	998.34	998.42
38.0	998.51	998.60	998.69	998.76	998.84	998.91	998.99	999.05	999.13	999.20
39.0	999.27	999.33	999.39	999.45	999.51	999.57	999.62	999.67	999.72	999.77

Fuente: Coale, A. J. op.cit., tabla 3. pág. 201.

Cuadro 3

MODELO ESTANDAR DE TIEMPO VIVIDO EN CONDICION DE NO SOLTERA ENTRE 0 Y  $x_s$ , POR  
INTERVALOS DE 0.1 AÑOS  
(Valores  $Z_s(x_s)$  por mil mujeres)

$x_s$	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9
0.0	0.0	0.00	0.01	0.03	0.08	0.15	0.26	0.41	0.62	0.88
1.0	1.20	1.60	2.09	2.65	3.32	4.08	4.96	5.95	7.07	8.33
2.0	9.73	11.30	13.03	14.95	17.06	19.38	21.92	24.69	27.72	31.00
3.0	34.56	38.41	42.57	47.05	51.87	57.04	62.59	68.52	74.86	81.61
4.0	68.90	76.43	84.52	93.09	102.16	111.73	121.82	132.44	143.62	155.36
5.0	167.67	200.58	244.09	288.22	342.08	405.69	479.04	562.17	655.09	757.67
6.0	345.47	388.96	445.17	514.11	595.77	690.16	807.30	947.18	1121.81	1334.20
7.0	573.35	660.27	767.95	896.40	1056.63	1258.63	1503.40	1792.96	2128.23	2519.41
8.0	877.31	991.99	1144.45	1335.70	1566.72	1848.53	2181.12	2575.49	3032.63	3563.54
9.0	1259.23	1401.63	1584.90	1808.88	2083.61	2419.09	2826.32	3315.29	3897.99	4585.43
10.0	1717.59	1767.47	1818.06	1869.36	1921.36	1974.06	2027.45	2081.51	2136.25	2191.66
11.0	2287.73	2304.44	2361.61	2419.81	2478.44	2537.69	2597.56	2658.03	2719.10	2780.76
12.0	2993.61	2995.83	2999.22	3033.17	3097.68	3162.73	3228.32	3294.45	3361.10	3428.27
13.0	3895.95	3884.14	3862.82	3792.60	3771.65	3741.79	3712.40	3683.47	3655.00	3626.98
14.0	4999.40	4872.26	4745.56	4619.28	4493.42	4367.98	4242.94	4118.30	4004.05	3890.20
15.0	6296.73	5973.65	5650.93	5328.50	5006.59	4685.27	4364.59	4044.56	3725.17	3406.42
16.0	7792.01	5812.41	5093.14	4374.19	3655.54	2937.21	2219.17	1501.43	803.99	126.83
17.0	9489.95	6633.35	6717.03	6800.97	6885.18	6969.65	7054.36	7139.36	7224.59	7310.06
18.0	11395.77	7431.72	7567.90	7654.31	7740.95	7827.82	7914.90	8002.20	8089.71	8177.44
19.0	13405.37	8353.50	8441.83	8530.36	8619.09	8708.00	8797.11	8886.40	8975.87	9065.51
20.0	15515.34	9245.34	9335.50	9425.84	9516.34	9607.09	9697.82	9788.80	9879.94	9971.22
21.0	17722.65	10154.23	10245.96	10337.82	10429.81	10521.95	10614.18	10706.55	10799.04	10891.66
22.0	19924.41	11077.27	11170.26	11263.30	11356.61	11449.96	11543.41	11636.98	11730.65	11824.44
23.0	22118.33	12012.33	12105.42	12200.62	12294.91	12389.31	12483.79	12578.37	12673.03	12767.79
24.0	24262.63	12957.55	13052.55	13147.64	13242.82	13338.06	13433.38	13528.78	13624.26	13719.81
25.0	26315.41	13911.11	14006.88	14102.69	14198.59	14294.56	14390.57	14486.67	14582.83	14679.03
26.0	28375.32	14871.66	14968.06	15064.52	15161.02	15257.52	15354.23	15450.93	15547.67	15644.47
27.0	30441.31	15838.21	15935.17	16032.17	16129.23	16226.33	16323.50	16420.70	16517.95	16615.25
28.0	32512.60	16810.60	16907.43	17004.93	17102.45	17200.05	17297.65	17395.34	17493.04	17590.81
29.0	34589.61	17786.43	17884.33	17982.23	18080.22	18178.22	18276.25	18374.35	18472.45	18570.53
30.0	36668.83	18767.04	18865.34	18963.64	19061.93	19160.33	19258.78	19357.21	19455.71	19554.21
31.0	38752.74	19751.34	19849.94	19948.54	20047.24	20145.94	20244.64	20343.40	20442.20	20541.00
32.0	40841.60	20738.63	20837.59	20936.49	21035.40	21134.40	21233.40	21332.40	21431.40	21530.48
33.0	42935.59	21729.68	21829.78	21929.91	22029.11	22128.31	22227.51	22326.71	22425.94	22525.24
34.0	45034.54	22720.84	22820.14	22919.44	23018.83	23118.23	23217.63	23317.03	23416.43	23515.83
35.0	47138.53	23714.73	23814.29	23913.78	24013.28	24112.78	24212.28	24311.82	24411.42	24511.02
36.0	49247.62	24710.22	24809.82	24909.42	25009.02	25108.63	25208.33	25308.03	25407.73	25507.43
37.0	51361.73	25706.83	25806.53	25906.23	26005.93	26105.70	26205.50	26305.30	26405.10	26504.90
38.0	53480.70	26704.50	26804.30	26904.10	27003.90	27103.70	27203.50	27303.38	27403.28	27503.18
39.0	55604.08	27702.98	27802.88	27902.78	28002.68	28102.58	28202.48	28302.38	28402.28	28502.18

Fuente: Coale, A. J., op.cit., tabla 4, pág. 202.

Ejemplo de la aplicación del modelo de nupcialidad de Coale:

Para aplicar este modelo se requiere la información, por edad individual, de las proporciones de primeros matrimonios (para fines del ejemplo se tiene la cohorte 35-39 años de la Encuesta Mexicana de Fecundidad). Dichas proporciones se estandarizan a un radix de 100 mujeres; después son acumuladas con el fin de obtener las edades del estándar de Coale que corresponden a dichas proporciones acumuladas; esto se lleva a cabo interpolando linealmente el valor de los matrimonios acumulados (proporciones acumuladas por mil) en el cuadro 2.

Obtenida la serie de las edades del estándar y la serie de las edades observadas, se grafican, mostrando una correlación lineal entre ellas (ver gráfica 6) por lo que se genera la recta de regresión de la forma:

$$a_s = a \frac{1}{K} + d$$

donde:

$a_s$  es la edad estándar

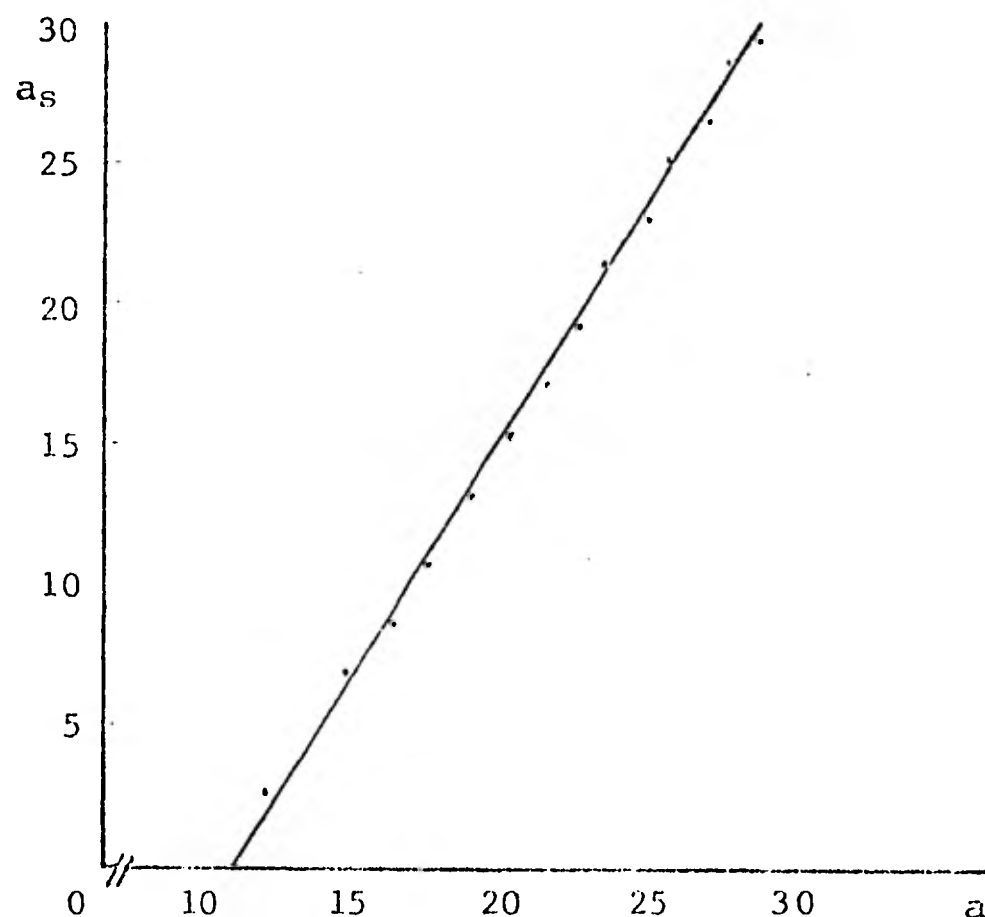
$a$  es la edad observada

$\frac{1}{K}$  es la pendiente de la recta y  $K$  el ritmo al que las mujeres ingresan al estado matrimonial.

$d$  es el término independiente de la recta, el cual sirve para determinar el valor de  $a_0$  (si  $a_s = 0$  entonces  $a = a_0 = -dK$ ).

Gráfica 6

Recta de regresión para la cohorte 35-39 años de la EMF.



Con la recta de regresión se obtuvieron las edades  $a_s$  ajustadas (al sustituir en la recta los valores de las edades observadas). Hecho lo anterior, se interpolan linealmente los valores de las edades  $a_s$  ajustadas en el cuadro 2, teniendo el ajuste de los matrimonios acumulados, los cuales son desacumulados para obtener los matrimonios ocurridos entre las edades  $a$  y  $a+1$ . En el cuadro 4 se resume el procedimiento antes descrito.

## Cuadro 4

México: Ajuste de los primeros matrimonios de la cohorte  
35-39 años (EMF) via el modelo de nupcialidad de Coale  
(por 1000 mujeres)

a	$g^{\circ}(a)$	$G^{\circ}(a)$	$a_s$	$\hat{a}_s$ */	$\hat{G}(a)$	$\hat{g}(a)$
10	0	0	0.00	0.00	0.00	0.00
11	5	5	1.17	0.00	0.00	0.00
12	11	16	2.07	0.55	1.10	1.10
13	33	49	3.37	2.37	21.53	20.43
14	45	94	4.42	4.19	82.84	61.31
15	78	172	5.72	6.01	192.14	109.30
16	103	275	7.13	7.83	329.63	137.49
17	106	281	8.49	9.65	469.71	140.08
18	111	492	9.96	11.47	593.78	124.07
19	99	591	11.42	13.29	693.71	99.93
20	87	678	12.97	15.11	771.38	77.67
21	78	756	14.71	16.93	830.77	59.39
22	60	816	16.42	18.75	875.16	44.39
23	49	865	18.28	20.57	908.56	33.40
24	30	895	19.76	22.39	933.26	24.70
25	38	933	22.37	24.21	951.08	17.82
26	21	954	24.58	26.03	963.78	12.70
27	24	978	28.83	27.85	973.52	9.74
28	10	988	31.64	29.67	981.42	7.90
29	12	1000	40.00	31.49	987.57	6.15

\*/  $\hat{a}_s = 1.82a - 21.24$

El modelo bilogístico de A. Bocaz \*/

Si un proceso determinado se inicia a la edad ( $\alpha$ ) y termina a la edad ( $\beta$ ), cuando la mujer tenga ( $x$ ) años de edad habrá recorrido una proporción de tiempo igual a:

$$P_x = \frac{x - \alpha}{\beta - \alpha}$$

\*/ Ver: Bocaz, Albino, "Experiencia de nupcialidad por cohortes resumida por un modelo bilogístico", Notas de Población, año VII, No. 19, abril 1979.

Si conocemos la proporción de personas que ya han participado en el proceso ( $F_x$ ), el modelo bilogístico simple presupone una relación lineal entre:

el logito del tiempo recorrido

$$\text{logit } (P_x) = \ln \frac{1}{P_x} - 1 = \ln \frac{1 - P_x}{P_x}$$

y el logito de la proporción de personas que ya han participado del proceso.

$$\text{logit } (F_x) = \ln \frac{1}{F_x} - 1 = \ln \frac{1 - F_x}{F_x}$$

en símbolos:

$$\text{logit } (F_x) = b_1 + b_2 \text{ logit } (P_x)$$

entonces:

$$\ln \frac{1}{F_x} - 1 = b_1 + b_2 \left( \ln \frac{1}{P_x} - 1 \right)$$

A continuación se da un ejemplo de la aplicación del modelo bilogístico de A. Bocaz tomando la distribución observada de mujeres alguna vez casadas o unidas, según edad al casarse o unirse por primera vez, de la encuesta mexicana de fecundidad (1976).

## Cuadro 5

Distribución observada de mujeres alguna vez casadas o unidas, según edad al casarse o unirse por primera vez (ECUPV), cohorte 30-34 años (EMF, 1976)

ECUPV	Proporción de mujeres alguna vez casadas o unidas (por cien). Valores observados
10 - 14	9.1304
15 - 17	27.3913
18 - 19	18.6957
20 - 21	15.5435
22 - 23	16.1957
25 - 29	10.7609
30 y más	2.2826
T o t a l	100.0000

En este caso:

de donde:

$$\alpha = 10 \text{ y } \beta = 35$$

$$P_x = \frac{x - 10}{25}$$

Entonces:

Edad al casarse o unirse por 1a. vez	x	P <sub>x</sub>	F <sub>x</sub>	F <sub>x</sub> (x 100)
10 - 14	15	.20	0.091304	9,1304
15 - 17	18	.32	0.365210	36,5210
18 - 19	20	.40	0.552173	55,2173
20 - 21	22	.48	0.707608	70,7608
22 - 24	25	.60	0.869566	86,9566
25 - 29	30	.80	0.977173	97,7173
30 y más	35	1.00	1.000000	100.0000



De donde:

X	logit P <sub>x</sub>	logit F <sub>x</sub>
15	1.3862944	2.3069441
18	0.7537718	0.5527898
20	0.4054651	-0.2094581
22	0.0800427	-0.8837983
25	-0.4054651	-1.8971300
30	-1.3869440	-3.7567606
35	-	-

Ahora, con el supuesto de una relación de tendencia lineal entre ambos logitos (ver gráfica 7); se determina la recta de regresión siguiente:

$$\ln \frac{1}{F_x} - 1 = - .947272 + 211542318 \ln \frac{1}{P_x} - 1 \dots (I)$$

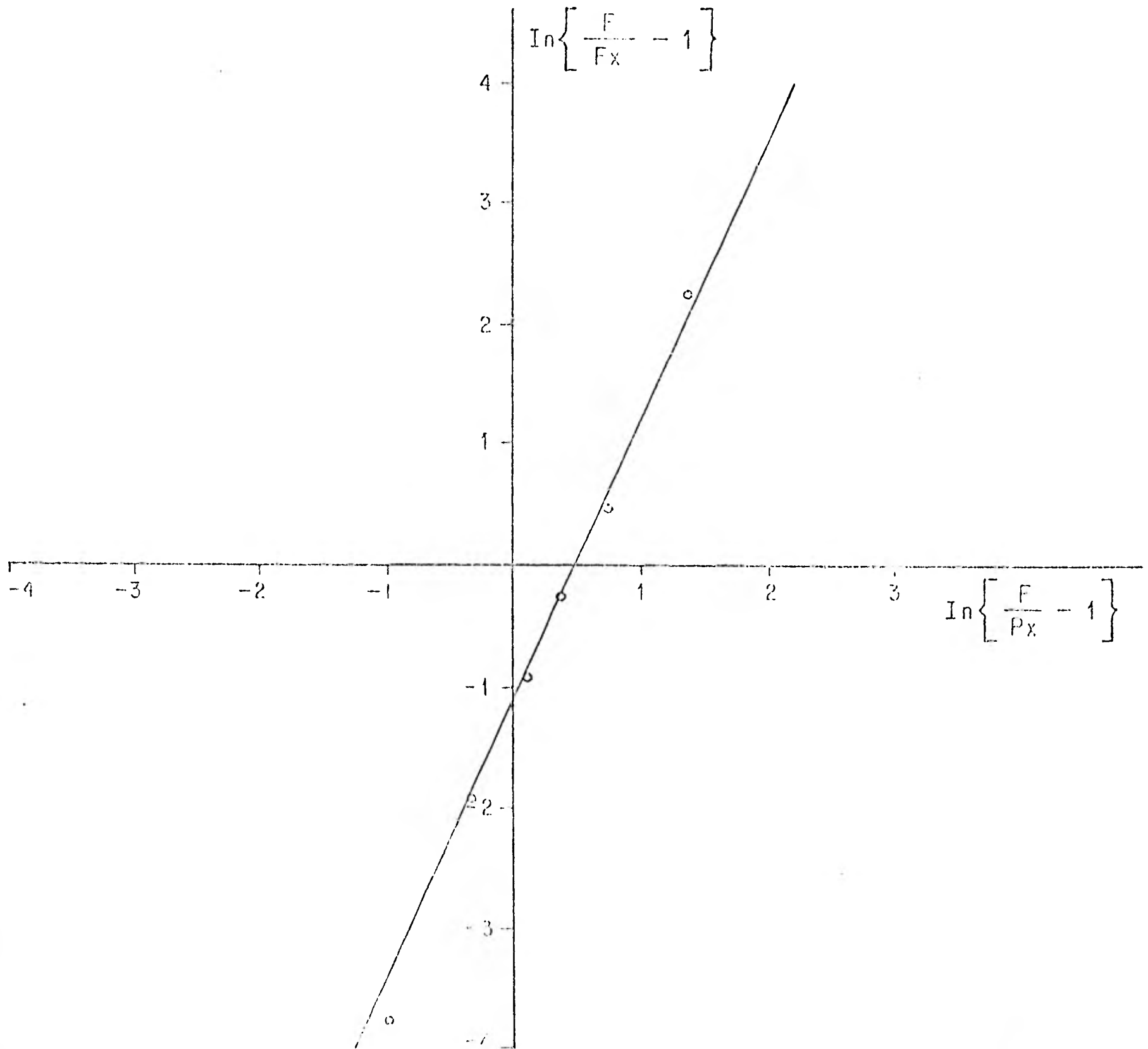
$$\text{corr} = 0.9964262$$

De (1) se obtienen los valores de  $\hat{F}(x)$  siguientes:

X	logit F <sub>x</sub>	$\hat{F}_x$
15	2.0391275	0.1151556
18	0.6765272	0.3370368
20	-0.0738062	0.5184432
22	-0.7748415	0.6845673
25	-1.8207378	0.8606546
30	-3.9336715	0.9808040

Gráfica 7

Correlación entre las transformadas logísticas de la proporción de mujeres casadas y del tiempo de permanencia en el proceso de nupcialidad. Cohorte de mujeres 30-34 años (EMF, 1976)



De aquí que la proporción teórica  $f_x$ , por grupos de edad, estará dada por

$$\hat{f}_x = (\hat{F}_x - \hat{F}_{x-1}) \text{ --- (II)}$$

Así:

x	$\hat{f}_x$
15	.1151556
18	.2218812
20	.1814064
22	.1661241
25	.1760873
30	.1201494
35	.0101060

Evaluando la ecuación (I) para las edades exactas: 11, 12, 13, ..., 35 se obtienen los siguientes valores  $\hat{F}(x)$ :

x	$\hat{F}(x)$	x	$\hat{F}(x)$	x	$\hat{F}(x)$
11	.0027347	20	.5184432	28	.9517479
12	.0132018	21	.6053370	29	.9686415
13	.0340631	22	.6845673	30	.9808040
14	.0675507	23	.7539335	31	.9892227
15	.1151556	24	.8125692	32	.9947247
16	.1771369	25	.8606546	33	.9979921
17	.2521238	26	.8990524	34	.9995878
28	.3370368	27	.9289764	35	.9999990
19	.427664				

Utilizando la ecuación (II), obtenemos los valores  $\hat{f}(x)$  para las edades cumplidas: 10, 11, 12, ..., 34. A continuación se dan los valores, observados y estimados, de la función  $f(x)$  (por cien).

x	f(x)	$\hat{f}(x)$	x	f(x)	$\hat{f}(x)$	x	f(x)	$\hat{f}(x)$
10	0.21739	0.27347	19	8.58696	9.09768	27	1.73913	2.27150
11	0.32609	1.04671	20	9.34783	8.68938	28	1.63043	1.68936
12	0.97826	2.08613	21	6.19565	7.92303	29	0.97826	1.21626
13	2.50000	3.34876	22	7.17391	6.93662	30	1.19565	0.84187
14	5.10870	4.76049	23	5.65217	5.86357	31	0.54348	0.55020
15	6.63043	6.19813	24	3.36957	4.80854	32	0.32609	0.32674
16	9.89130	7.49869	25	3.69565	3.83978	33	0.10870	0.15957
17	10.86957	8.49130	26	2.71739	2.99240	34	0.10870	0.04122
18	10.10870	9.04296						

Polinomio de fecundidad de W. Brass.<sup>\*/</sup>

El polinomio de fecundidad de Brass se define como:

$$f(a) = c(x-s)(s+33-a)^2 \quad \text{para } s \leq a \leq s+33$$

$$= c(x-s)(b-a)^2$$

Donde:

c: se relaciona con el nivel de la fecundidad

<sup>\*/</sup> Ver: De Ha, W. "Seminario sobre métodos para medir variables demográficas (Fecundidad y mortalidad)". CEHADE, Serie Ds. No. 9, San José, Costa Rica, 1973, pp. 15-20.

$s$  : indica la edad en la cual comienza la fecundidad

$b$  : indica la edad en la cual termina la fecundidad ( $b=s+33$ )

El valor 33 tiene que ver con el intervalo del período reproductivo, es un promedio de numerosas observaciones.

En general se cuenta con las tasas específicas de fecundidad para los grupos quinquenales de edad: 10-14, 15-19, ..., 40-44 y 45-49 las cuales nos dan el comportamiento de dicha función en los puntos 12.5, 17.5, ..., 42.5 y 47.5. Para desagregar dicha información y obtener una completa descripción de la fecundidad por edades individuales se puede utilizar el polinomio de fecundidad de W. Brass.

Las soluciones del polinomio de fecundidad de W. Brass son:

$$D = \text{descendencia final} = \frac{c(b-s)^4}{12}$$

$$\bar{x} = \text{edad media a la fecundidad} = \frac{s + 2b}{5}$$

$$\sigma = \text{desviación estándar} = \frac{b - s}{5}$$

Despejando de las anteriores ecuaciones los valores de  $s$ ,  $b$  y  $c$ :

$$s = \bar{x} - 2.5$$

$$b = \bar{x} + 3.5$$

$$K = \frac{12D}{(b-s)^4}$$

Ejemplo de la aplicación del polinomio de W. Brass:

Para la región 3, que comprende los estados de Tamaulipas y Veracruz, se obtiene para 1970:

Grupos de edad	Promedio de nacimientos 1969-71 <sup>1/</sup>	Total de mujeres al 30.06.70 <sup>2/</sup>	Tasas específicas de fecundidad f(a)	a
12 - 14	1 198	200 329	0.005980	13.5
15 - 19	21 306	280 781	0.075881	17.5
20 - 24	53 031	234 961	0.225701	22.5
25 - 29	48 797	193 137	0.252655	27.5
30 - 34	33 737	149 714	0.225343	32.5
35 - 39	24 073	147 849	0.162822	37.5
40 - 49	15 683	196 067	0.079988	43.3
			1.028370	

Fuente: 1/ Anuario Estadístico, México, 1972.

2/ IX Censo General de Población, México, 1972.

En este caso:

$$D = 5 \sum_{a=13.5}^{43.3} f(a) = 5(1.028370) = 5.14185$$

$$\bar{x} = \frac{\sum_{a=13.5}^{43.3} a f(a)}{\sum_{a=13.5}^{43.3} f(a)} = 29.4912$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{a=13.5}^{43.3} a^2 f(a) - \bar{x}^2}{n}} = 6.826578$$

Por lo tanto:

$$s = \bar{x} - 2\sigma = 15.838044$$

$$b = \bar{x} + 3\sigma = 49.970934$$

$$c = \frac{12D}{(b-s)^4} = 0.0000454578$$

Finalmente se obtiene la función de fecundidad:

$$f(a) = 0.0000454578 (a - 15.838044) (49.970934 - a)^2$$

observese que se puede evaluar la función de fecundidad  $f(a)$  para toda  $a$  mayor a 15.838044 y menor a 49.970934, desagregando de grupos quinquenales a edades individuales la experiencia en cuanto a la fecundidad de dicha región, lo cual se da en el cuadro 6.

Cuadro 6

Región 3. Tamaulipas y Veracruz. Tasas específicas de fecundidad, obtenidas a partir de la función de fecundidad de W. Brass.

x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)
16.5	0.03371	28.5	0.26535	40.5	0.10056
17.5	0.07966	29.5	0.26025	41.5	0.08371
18.5	0.11985	30.5	0.25268	42.5	0.06765
19.5	0.15456	31.5	0.24290	43.5	0.05265
20.5	0.18406	32.5	0.23119	44.5	0.03900
21.5	0.20863	33.5	0.21781	45.5	0.02695
22.5	0.22854	34.5	0.20305	46.5	0.01679
23.5	0.24405	35.5	0.18717	47.5	0.00878
24.5	0.25545	36.5	0.17044	48.5	0.00321
25.5	0.26301	37.5	0.15315	49.5	0.00034
26.5	0.26700	38.5	0.13555		
27.5	0.26768	39.5	0.11793		

Modelo de fecundidad de A. J. Coale y J. Trussell.<sup>\*/</sup>

Este modelo se basa en el modelo estándar de nupcialidad de A. J. Coale; parte de la función  $G(a)$  (función acumulada de los primeros matrimonios ocurridos hasta la edad  $a$ ) y de la función  $r(a)$  que representa la proporción de mujeres casadas con hijos nacidos vivos en la edad  $a$  (fecundidad de las casadas).

La forma de la función  $f(a)$  es:

$$f(a) = G(a) r(a)$$

siendo:  $r(a) = n(a) \cdot M \cdot \exp(m \cdot v(a))$

donde:

$n(a)$  representa la fecundidad natural a edad  $a$  (obtenida a partir de la experiencia de 43 países).

$M$  es un factor de escala (como el valor  $C$  del modelo estándar de nupcialidad de Coale).

$v(a)$  expresa la tendencia de las mujeres en edad avanzada al uso de anticonceptivos y aborto.

$m$  denota el grado de control de los niveles de fecundidad.

Los valores de  $n(a)$  y  $v(a)$  para los grupos de edad 20-24, 25-29, ..., 40-44 y 45-49, son los siguientes:

<sup>\*/</sup> Ver: Coale, A. J. y Trussell, T. J.: "Model Fertility Schedules: Variations in the age structure of childbearing in human populations" Population Index, 40(2), pp. 135-258, 1974.



	20-24	25-29	30-34	35-39	40-44	45-49
$n(a)$	0.460	0.431	0.396	0.321	0.167	0.024
$v(a)$	0.000	-0.316	-0.814	-1.048	-0.424	-1.667

El modelo de fecundidad de Coale y Trussell se emplea estandarizado a 1.0 la suma de las tasas específicas de fecundidad. Coale obtiene los valores de las tasas específicas de fecundidad desagregadas en edades individuales para los siguientes parámetros:

$$1) \bar{m} = \text{edad media a la fecundidad} = \frac{\sum_{12.5}^{49.5} a f(a)}{12.5} \quad (\text{donde } \frac{\sum_{12.5}^{49.5} f(a)}{12.5} = 1.0)$$

$$2) \sigma = \text{desviación estándar} = \sqrt{\frac{\sum_{12.5}^{49.5} a^2 f(a)}{12.5} - \bar{m} - \frac{1}{12}}$$

$$3) R_1 = \text{cociente de paridad} = \frac{\frac{\sum_{15.5}^{19.5} f(a)}{15.5}}{\frac{\sum_{20.5}^{24.5} f(a)}{20.5}}$$

$$4) \text{MED} = \text{el valor de } \hat{a} \text{ tal que } \frac{\sum_{12.5}^{\hat{a}} f(a)}{12.5} = 0.5$$

$$5) \text{SKEW} = \frac{\sum_{12.5}^{49.5} (a - \bar{m})^3 f(a)}{12.5} / \sigma^3$$

$$6) \text{PAR 1} = \frac{\text{Paridad (15-19)}}{\text{Paridad (20-24)}}$$

$$7) \text{ PAR } 2 = \frac{\text{Paridad (20-24)}}{\text{Paridad (25-29)}}$$

8)  $a_0$  = edad inicial al matrimonio en la función de nupcialidad.

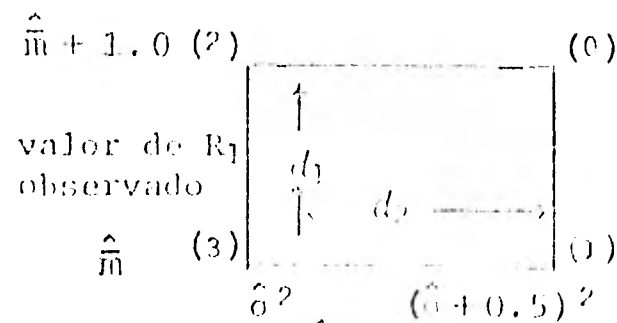
9)  $K$  = factor de escala de la función de nupcialidad.

10)  $m$  = grado de control de la fecundidad.

Con diferentes combinaciones de los anteriores parámetros los autores crearon tablas que muestran la distribución de las tasas específicas de fecundidad,<sup>\*/</sup> las cuales se utilizan como estándar para obtener la distribución de dichas tasas para el caso particular que se tenga.

La forma en que se deben utilizar las tablas antes citadas es la siguiente:

- a) Se obtienen los valores de los parámetros  $\bar{m}$ ,  $\sigma$  y  $R_1$ .
- b) Se buscan los valores de  $R_1$  en las tablas que cubra el valor observado de dicho parámetro y a los parámetros  $\bar{m}$  y  $\sigma$ , como se muestra en la siguiente gráfica.



<sup>\*/</sup> Coale L. J. y Trussell T. J. op. cit. pp. 205-257.

donde:

$$d_1 = (\hat{m} + 1.0) - \bar{m}$$

$$d_2 = \frac{(\hat{\sigma} + 0.5)^2 - \sigma}{(\hat{\sigma} + 0.5)^2 - \sigma^2}$$

(0) es el punto  $P_0 = ((\hat{\sigma} + 0.5)^2, (\hat{m} + 1.0))$ .

(1) es el punto  $P_1 = ((\hat{\sigma} + 0.5)^2, \hat{m})$

(2) es el punto  $P_2 = (\hat{\sigma}^2, (\hat{m} + 1.0))$ .

El punto (3) debe ser tal que el valor que se tiene para él es el menor de los tres puntos anteriores, siendo el punto que se elimina.

c) De cada punto ( $P_0, P_1$  y  $P_2$ ) se toman los valores de los parámetros  $a_0$ ,  $K$  y  $m$  que se dan en las tablas correspondientes.

Así se tiene:

$$P_0 \longrightarrow a_0^{(0)} ; K^{(0)} ; m^{(0)} .$$

$$P_1 \longrightarrow a_0^{(1)} ; K^{(1)} ; m^{(1)} .$$

$$P_2 \longrightarrow a_0^{(2)} ; K^{(2)} ; m^{(2)} .$$

d) Se calculan los valores de los parámetros ponderadores,  $W_0$ ,  $W_1$  y  $W_2$ , como sigue:

$$W_1 = d_1$$

$$W_2 = d_2^* = d_2 + \frac{d_1(1-d_1)}{\sigma + 0.25}$$

$$W_0 = 1 - W_1 - W_2$$

e) Se obtienen los valores de los parámetros  $a_0$ ,  $K$  y  $m$  para la fecundidad observada.

$$\hat{a}_0 = W_0 a_0^{(0)} + W_1 a_0^{(1)} + W_2 a_0^{(2)}$$

$$\hat{K} = W_0 K^{(0)} + W_1 K^{(1)} + W_2 K^{(2)}$$

$$\hat{m} = W_0 m^{(0)} + W_1 m^{(1)} + W_2 m^{(2)}$$

f) Se evalúa la función  $f(a) = G(a) n(a) e^{\frac{m \cdot v(a)}{\sigma}}$ ,\*/ obteniendo los valores, corregidos y desagregados por edad, de la distribución de las tasas específicas de fecundidad correspondientes a la experiencia observada.

Ejemplo de la aplicación del modelo de fecundidad de A. J. Coale y J. Trussell.

Tomando también la región 3, que comprende los estados de Tamaulipas y Veracruz, se tienen las siguientes tasas específicas de fecundidad:

---

\*/ Empleando el programa de computación que aparece en las páginas 202 y 203 del artículo de Coale y Trussell antes citado.

Grupos de edad	a	f(a)	f <sup>s</sup> (a)
12 - 14	13.5	0.005980	0.005815
15 - 19	17.5	0.075881	0.073788
20 - 24	22.5	0.225701	0.219475
25 - 29	27.5	0.252655	0.245685
30 - 34	32.5	0.225343	0.219126
35 - 39	37.5	0.162822	0.158330
40 - 49	43.3	0.079988	0.077781
		1.028370	1.000000

De donde:

$$\bar{m} = \frac{\sum_{13.5}^{43.3} af^s(a)}{\sum_{13.5}^{43.3} f^s(a)} = 29.4912$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{13.5}^{43.3} a^2 f^s(a)}{\sum_{13.5}^{43.3} f^s(a)} - \bar{m}^2 - \frac{5^2}{12}} = 6.9775$$

$$R_1 = \frac{0.073788}{0.219475} = 0.336202$$

Buscando los valores de  $R_1$  en las tablas de Coale y Trussell, tales que cubran los valores de  $R_1$ ,  $\bar{m}$  y  $\sigma$  observados:

$\bar{m} \backslash \sigma$	6.5	7.0
29	0.2860	0.3370
30	0.2457	0.3319

En este caso:

$$P_0 = (7, 29); P_1 = (7, 30) \text{ y } P_2 = (6.5, 29)$$

$$a_c^{(0)} = 15.39; K^{(0)} = 0.300; m^{(0)} = 0.282$$

$$a_o^{(1)} = 12.74; K^{(1)} = 0.750; m^{(1)} = 0.230$$

$$a_o^{(2)} = 12.56; K^{(2)} = 1.000; m^{(2)} = 0.899$$

$$W_1 = d_1 = 29.4912 - 29 = 0.4912$$

$$d_2 = \frac{7^2 - (6.9775)^2}{7^2 - (6.5)^2} = 0.04659$$

$$W_2 = d_2^* = d_2 + \frac{d_1(1-d_1)}{\sigma + 0.25} = 0.083618$$

$$W_0 = 1 - W_1 - W_2 = 0.425182$$

Finalmente:

$$\hat{a}_0 = W_0 a_o^{(0)} + W_1 a_o^{(1)} + W_2 a_o^{(2)} = 13.8517$$

$$\hat{K} = W_0 K^{(0)} + W_1 K^{(1)} + W_2 K^{(2)} = 0.5796$$

$$\hat{m} = W_0 m^{(0)} + W_1 m^{(1)} + W_2 m^{(2)} = 0.3080$$

Con  $\hat{a}_0$ ,  $\hat{K}$  y  $\hat{m}$  y usando el programa de computación se obtiene la siguiente estructura por edad de la fecundidad:

---

x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)	x	f(x)
13	0.00001	23	0.25510	33	0.20776	43	0.05470
14	0.00117	24	0.26062	34	0.19646	44	0.03697
15	0.00815	25	0.26344	35	0.18489	45	0.02294
16	0.02800	26	0.26296	36	0.17261	46	0.01438
17	0.06378	27	0.25914	37	0.16021	47	0.00855
18	0.11116	28	0.25396	38	0.14725	48	0.00445
19	0.15695	29	0.24712	39	0.13236	49	0.00121
20	0.19471	30	0.23843	40	0.11432		
21	0.22271	31	0.22837	41	0.09379		
22	0.24187	32	0.21829	42	0.07406		

---

#### La función de Makeham.

Uno de los esfuerzos para dar una ley matemática que describiera la mortalidad experimentada por una población dada, fue el hecho por Gompertz. La ley que desarrolló (Ley de Gompertz) supone que la resistencia del hombre a la muerte decrece a una ta sa proporcional a si misma, y que las causas de muerte se agrupan en: a) aquellas independientes de la edad y b) aquellas en las que el organismo ofrece una resistencia que se va perdiendo con el tiempo.

Gompertz, en su ley, sólo considera las causas de muerte de ordenantes de la edad y Makeham, basado en la ley de Gompertz, integra las causas independientes de la edad para generar su ley.

Si se denota como  $M_x$  (tasa instantánea de mortalidad) a la susceptibilidad del hombre a la muerte, y al recíproco de ella,

$\frac{1}{Mx}$ , como la resistencia del hombre a la muerte, entonces, el supuesto de la ley de Gompertz se puede expresar de la siguiente manera:

$$\frac{d}{dx} (1/Mx) = -h (1/Mx) \quad (1)$$

donde  $h$  es la tasa a la cual decrece la resistencia del hombre a la muerte.

Desarrollando (1):

$$\int \frac{d(1/Mx)}{1/Mx} dx = -h \int dx \quad (2)$$

$$\ln (1/Mx) + \ln B = -hx \quad (3)$$

$$\ln \frac{B}{Mx} = -hx \quad (4)$$

$$\frac{B}{Mx} = e^{-hx} \quad (5)$$

$$Mx = B e^{hx} \quad (6)$$

Se denota a  $e^h$  como  $C$ , entonces (6) se expresa como:

$$Mx = BC^x \quad (7)$$



Por otro lado, la tasa instantánea de mortalidad  $M_x$  se define como:

$$M = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ell(x) - \ell(x+h)}{h \ell(x)} \quad (8)$$

$$= \frac{-1}{\ell(x)} \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\ell(x+h) - \ell(x)}{h} \quad (9)$$

$$= - \frac{1}{\ell(x)} \frac{d}{dx} \ell(x) \quad (10)$$

$$= - \frac{d}{dx} \ln \ell(x) \quad (11)$$

De (11) :

$$\int_0^x - \frac{d}{dy} \ln \ell(y) dy \quad (12)$$

$$= - \ln \ell(y) \Big|_0^x \quad (13)$$

$$= - (\ln \ell(x) - \ln \ell(0)) \quad (14)$$

$$= - \ln \frac{\ell(x)}{\ell(0)} \quad (15)$$

Por lo tanto:

$$\ln \frac{l(x)}{l(0)} = - \int_0^x My \, dy \quad (16)$$

$$\frac{l(x)}{l(0)} = e^{- \int_0^x My \, dy} \quad (17)$$

$$l(x) = l(0) e^{- \int_0^x My \, dy} \quad (18)$$

Makeham, al combinar las dos causas de muerte supuestas Gompertz, considera la expresión (7) como

$$M_x = A + BC^x \quad (19)$$

En donde el parámetro A está asociado al efecto de las causas de muerte independientes de la edad.

Desarrollando (19):

$$\int_0^x My \, dy = \int_0^x (A + BC^y) \, dy \quad (20)$$

$$= \int_0^x A \, dy + \int_0^x BC^y \, dy \quad (21)$$

$$= Ax + \frac{BC^x}{\ln C} - \frac{B}{\ln C} \quad (22)$$

$$-\int_0^x My \, dy = -Ax - \frac{B}{\ln C} (C^x - 1) \quad (23)$$

Se denota a  $-A$  como  $\ln S$  y a  $-\frac{B}{\ln C}$  como  $\ln g$ , entonces (23) se expresa como:

$$-\int_0^x My \, dy = x \ln S + (C^x - 1) \ln g \quad (24)$$

$$\ln S^x + \ln g (C^x - 1) \quad (25)$$

Substituyendo (25) en (18):

$$L(x) = l_0 S^x g (C^x - 1) \quad (26)$$

$$= \frac{l_0}{g} S^x g C^x \quad (27)$$

Se denota a  $\frac{l_0}{g}$  como  $K$ , entonces (27) se expresa como:

$$L(x) = KS^x g C^x \quad (28)$$

La expresión (28) es la comúnmente llamada la ley de Makeham, siendo la siguiente expresión la llamada función de Makeham:

$$Y(x) = Ka^x b^{d^x} \quad (29)$$

Para determinar los valores de los parámetros  $K$ ,  $a$ ,  $b$  y  $d$  se usa el método de los grupos no superpuestos<sup>\*/</sup> el cual consiste en separar los datos observados ( $Y(x)$ ) en cuatro grupos de observaciones sucesivas, con un número igual de valores por grupo. Es decir:

Primer grupo:

$$\begin{array}{l} x : 0 \quad 1 \quad 2 \quad \dots \quad (m-1) \\ Y_x : Y_0 \quad Y_1 \quad Y_2 \quad \dots \quad Y_{m-1} \end{array}$$

Segundo grupo:

$$\begin{array}{l} x : (m+1) \quad (m+2) \quad \dots \quad (2m-1) \\ Y_x : Y_m \quad Y_{m+1} \quad Y_{m+2} \quad \dots \quad Y_{2m-1} \end{array}$$

Tercer grupo:

$$\begin{array}{l} x : 2m \quad (2m+1) \quad (2m+2) \quad \dots \quad (3m-1) \\ Y_x : Y_{2m} \quad Y_{2m+1} \quad Y_{2m+2} \quad \dots \quad Y_{3m-1} \end{array}$$

Cuarto grupo:

$$\begin{array}{l} x : 3m \quad (3m+1) \quad (3m+2) \quad \dots \quad (4m-1) \\ Y_x : Y_{3m} \quad Y_{3m+1} \quad Y_{3m+2} \quad \dots \quad Y_{4m-1} \end{array}$$


---

<sup>\*/</sup> Ver: Albino Bocaz, "El uso de la ley de Malthus como función demográfica", Notas de Población, CELADE, año 11, Vol. 6, diciembre 1974, pág. 41.

Calculando los logaritmos decimales para cada una de las observaciones:

$$\log Y(i) = \log K + i \log a + d^i \log b \quad \text{para toda } i = 0, 1, 2, \dots, (4m-1)$$

y sumando dichos logaritmos para cada grupo, se obtiene (sean  $S_1$ ,  $S_2$  y  $S_3$  los resultados de dichas sumas):

$$S_0 = m \log K + \frac{m(m-1)}{2} \log a + \frac{d^m - 1}{d-1} \log b \quad (30)$$

$$S_1 = m \log K + m^2 + \frac{m(m-1)}{2} \log a + d^m \frac{d^m - 1}{d-1} \log b \quad (31)$$

$$S_2 = m \log K + 2m^2 + \frac{m(m-1)}{2} \log a + d^{2m} \frac{d^m - 1}{d-1} \log b \quad (32)$$

$$S_3 = m \log K + 3m^2 + \frac{m(m-1)}{2} \log a + d^{3m} \frac{d^m - 1}{d-1} \log b \quad (33)$$

Calculando las primeras y segundas diferencias de las anteriores  $S_0, S_1, S_2, S_3$ , se tiene:

$$\Delta S_0 = S_1 - S_0 \quad (34)$$

$$= m^2 \log a + \frac{(d^m - 1)^2}{d-1} \log b \quad (35)$$

$$\Delta S_1 = S_2 - S_1 \quad (36)$$

$$= m^2 \log a + d^m \frac{(d^m - 1)^2}{d-1} \log b \quad (37)$$

$$\Delta S_2 = S_3 - S_2 \quad (38)$$

$$= m^2 \log a + d^{2m} \frac{(d^m - 1)^2}{d - 1} \log b \quad (39)$$

$$\Delta^2 S_0 = \Delta S_1 - \Delta S_0 \quad (40)$$

$$= \frac{(d^m - 1)^3}{d - 1} \log b \quad (41)$$

$$\Delta^2 S_1 = \Delta S_2 - \Delta S_1 \quad (42)$$

$$= d^m \frac{(d^m - 1)^3}{d - 1} \log b \quad (43)$$

Dividiendo (43) entre (41):

$$d^m = \frac{\Delta^2 S_1}{\Delta^2 S_0} \quad (44)$$

$$d = \left[ \frac{\Delta^2 S_1}{\Delta^2 S_0} \right]^{1/m} \quad (45)$$

De (41):

$$\log b = \frac{d - 1}{(d^m - 1)^3} \Delta^2 S_0 \quad (46)$$

$$b = \text{antilog} \left( \frac{d - 1}{(d^m - 1)^3} \Delta^2 S_0 \right) \quad (47)$$

De (35) y (39):

$$\log a = \frac{1}{m^2} \Delta S_0 - \frac{\Delta^2 S_0}{d^m - 1} \quad (48)$$

$$a = \text{antilog} \left( \frac{1}{m^2} \Delta S_0 - \frac{\Delta^2 S_0}{d^m - 1} \right) \quad (49)$$

Finalmente, el parámetro  $K$  se estima a partir de la condición de mínimos cuadrados:

$$Q = \sum_0^{4m-1} (Y_x - K a^x b^{d^x})^2 = 0 \quad (50)$$

Sea  $V_x = a^x b^{d^x}$ , entonces (50) se expresa como:

$$\sum_0^{4m-1} (Y_x - K V_x)^2 = 0 \quad (51)$$

$$= (Y_x^2 - 2K Y_x V_x + K^2 V_x^2) \quad (52)$$

$$= (Y_x^2 - 2Y_x^2 + K^2 V_x^2) \quad (53)$$

$$= (K^2 V_x^2 - Y_x^2) \quad (54)$$

Entonces:

$$\sum_0^{4m-1} K^2 V_x^2 = \sum_0^{4m-1} Y_x^2 \quad (55)$$

$$K^2 = \frac{\sum_{x=0}^{4m-1} Y_x^2}{\sum_{x=0}^{4m-1} V_x^2} \quad (56)$$

$$= \frac{\sum_{x=0}^{4m-1} Y_x K V_x}{\sum_{x=0}^{4m-1} V_x^2} \quad (57)$$

$$K = \frac{\sum_{x=0}^{4m-1} Y_x V_x}{\sum_{x=0}^{4m-1} V_x^2} \quad (58)$$

Ejemplos de la aplicación de la función de Makeham.

Tomando la serie  $\ell(x)$  de la tabla de mortalidad para los hombres en 1975 a nivel nacional. Se mostrará que la función de Makeham sirve para describir y desagregar la serie indicada.

La información empleada aparece en el cuadro 7.



## Cuadro 7

México: Valores  $q(x)$  y  $l(x)$ . Hombres 1975.

Edad	$q(x)$	$l(x)$
0	0.05178	100 000
1 - 4	0.01672	94 822
5 - 9	0.00593	93 236
10 - 14	0.00489	92 683
15 - 19	0.00950	92 230
20 - 24	0.01464	91 354
25 - 29	0.01784	90 016
30 - 34	0.01946	88 410
35 - 39	0.02961	86 690
40 - 44	0.03358	84 123
45 - 49	0.04487	81 299
50 - 54	0.05943	77 651
55 - 59	0.07766	73 036
60 - 64	0.11432	67 364
65 - 69	0.14986	59 663
70 - 74	0.21898	50 722
75 - 79	0.31455	39 615
80 y +	1.00000	27 154

Fuente: S.S.A. Subsecretaría de Planeación, "Tablas abreviadas por estados y para ocho regiones de México, 1975".

Cal. señalar que para la serie  $q(x)$  solo para los valores de ella en los grupos de edades 10-14, 15-19, ..., 60-64 y 65-69 se tiene una buena descripción del fenómeno. A continuación se muestran los pasos que se siguieron para obtener la descripción de la serie  $q(x)$  para los hombres (nivel nacional, via la función de Makeham.

Grupo de edad	$q(x)$ (1)	$Y(x) \frac{1}{d}$ (2)	$\log Y(x)$ (3)
0 - 14	.00489	.00489	-2.31069
15 - 19	.00950	.01439	-1.84194
20 - 24	.01464	.02903	-1.53715
25 - 29	.01784	.04687	-1.32911
30 - 34	.01946	.06633	-1.17829
35 - 39	.02961	.09594	-1.01800
40 - 44	.03858	.12952	-0.88766
45 - 49	.04487	.17439	-0.75848
50 - 54	.05943	.23382	-0.63112
55 - 59	.07766	.31148	-0.50657
60 - 64	.11432	.42580	-0.37079
65 - 69	.14986	.57566	-0.23983

$\frac{1}{d}$  Valores acumulados de la columna (1).

$$m = 3 ; S_0 = -5.68978 ; S_1 = -3.52540 ; S_2 = -2.27726 ; S_3 = -1.11719$$

$$\Delta S_0 = 2.16438 ; \Delta S_1 = 1.24814 ; \Delta S_2 = 1.16007$$

$$\Delta^2 S_0 = -0.91624 ; \Delta^2 S_1 = -0.08807$$

obtenemos:

$$d^m = \frac{\Delta^2 S_1}{\Delta^2 S_0} ; \log b = \frac{d-1}{(d^m-1)} \Delta^2 S_0 \quad \text{y} \quad m^2 \log a = \Delta S_0 - \frac{\Delta^2 S_0}{d^m-1}$$

Por lo tanto:

$$d = 0.09612 ; d = 0.45808$$

$$b = 0.21263 \quad \text{y} \quad a = 1.34233$$

x	$a^x$	$d^x$	$b^{dx}$	$Vx = a^x b^{dx}$	$Y(x)$	$Vx Yx$	$\hat{Y}_x$
0	1.00000	1.00000	0.21263	0.21263	0.00489	0.00104	.00477
1	1.34233	0.45808	0.49204	0.66043	0.01439	0.00950	.01482
2	1.80185	0.20984	0.72262	1.30205	0.02903	0.03780	.02921
3	2.41868	0.09612	0.86173	2.08425	0.04687	0.09769	.04675
4	3.24666	0.04403	0.93410	3.03271	0.06633	0.20116	.06803
5	4.35809	0.02017	0.96926	4.22412	0.09594	0.40526	.09475
6	5.85000	0.00924	0.98580	5.76693	0.12952	0.74693	.12936
7	7.85263	0.00423	0.99347	7.80135	0.17439	1.36048	.17499
8	10.54082	0.00194	0.99700	10.50920	0.23382	2.45726	.23573
9	14.14926	0.00089	0.99862	14.12973	0.31148	4.40113	.31694
10	18.99297	0.00041	0.99937	18.98100	0.42580	8.08211	.42576
11	25.49484	0.00019	0.99971	25.48734	0.57566	14.67204	.57171
						32.47244	

$$R = \frac{\sum Yx Vx}{\sum V^2} = \frac{32.47244}{1447.65536} = 0.02243$$

$$Y(x) = (0.02243) (1.34233)^x (0.21263)^{(0.45808)^x}$$

Obtenida la serie de valores  $\hat{Y}_x$ , los cuales representan los valores acumulados de la serie  $q(x)$  estimada, se desacumulan dichos valores obteniendo los valores estimados de la serie  $q(x)$  (ver cuadro 8).

## Cuadro 3

México: Distribución de la función  $q(x)$  usando la función de Makeham. Hombres, 1975.

Grupos de edad	$q(x)$ observadas	$q(x)$ estimadas
10 - 14	.00489	.00477
15 - 19	.00950	.01005
20 - 24	.01464	.01439
25 - 29	.01784	.01754
30 - 34	.01946	.02128
35 - 39	.02961	.02672
40 - 44	.03358	.03461
45 - 49	.04487	.04563
50 - 54	.05943	.06074
55 - 59	.07766	.08121
60 - 64	.11432	.10882
65 - 69	.14986	.14595

Para la serie  $l(x)$  se tiene que la función de Makeham describe el comportamiento de ella desde la edad cero hasta la edad 70.

Se intentó, inicialmente, describir el comportamiento de la función  $l(x)$  sin acumular obteniéndose los siguientes resultados.

x	lx	log lx	Sx	ΔSx	Δ <sup>2</sup> Sx
80	27 154	4.43383			
75	39 615	4.59786			
70	50 722	4.70520	18.9072		
65	59 663	4.77571			
60	67 364	4.82843		0.68149	
55	73 036	4.86354			
50	77 651	4.89015	19.58869		-0.47066
45	81 299	4.91009			
40	84 123	4.92491		0.21083	
35	86 690	4.93797			
30	88 410	4.94650	19.79952		-0.10890
25	90 016	4.95432			
20	91 354	4.96073			
15	92 230	4.96487		0.10193	
10	92 683	4.96700	19.90145		
5	93 236	4.96958			
0	100.000	5.00000			

$$d = \frac{-0.10890}{-0.47066} = 0.23138 \quad d = 0.69356$$

$$\log b = -0.31763 \quad b = 0.48125$$

$$\log a = 0.06915 \quad a = 1.17259$$

$x$	$a^x$	$d^x$	$b^{d^x}$	$Vx = a^x \cdot b^{d^x}$	$Yx$	$Vx \cdot Yx$	$\hat{Y}x$
	1.00000	1.00000	0.48125	0.48125	39 615	19 064.71375	6 689.68
1	1.17259	0.69356	0.60215	0.70608	50 722	35 813.78976	9 814.96
	1.37497	0.48103	0.70341	0.96717	59 663	57 704.26371	13 444.28
3	1.61227	0.33362	0.78349	1.26320	67 364	85 094.20480	17 559.28
	1.89054	0.23139	0.84431	1.59520	73 036	116 580.06320	22 188.19
5	2.21682	0.16048	0.88926	1.97133	77 651	153 075.74580	27 402.74
	2.59942	0.11130	0.92182	2.39620	81 299	194 808.66380	33 308.70
	3.04806	0.07719	0.94511	2.88075	84 123	242 337.3323	40 044.25
		0.05354	0.96160	3.43687	86 690	297 942.2603	47 744.68
	4.19098	0.03713	0.97321	4.07870	88 410	360 597.86700	56 696.52
10	4.91430	0.02575	0.98134	4.82260	90 016	434 111.16160	67 037.20
	5.76246	0.01786	0.98702	5.68766	91 354	519 590.49160	79 062.09
12	6.75700	0.01239	0.99098	6.69605	92 230	617 576.69150	93 079.35
	7.92320	0.00859	0.99374	7.87360	92 683	729 748.86880	109 448.04
14	9.29066	0.00596	0.99565	9.25025	93 236	862 456.30900	128 584.35
1	10.89411	0.00413	0.99698	10.86128	100,000	1 086 128.00000	150 978.69
						<hr/>	
				$\Sigma Vx^2 = 418.155741$		5 812 630.432	

$$Y = \frac{\Sigma Yx \cdot Vx}{\Sigma Vx^2} = 13 900.63525 ; Y(x) = 13 900.63525 (1.17259)^x (.48125)^{(.69356)^x}$$

Notese que si se comparan los valores  $Y(x)$  observados con los  $\hat{Y}(x)$  estimados, el ajuste obtenido es deficiente. Por lo que se intentó ver lo que ocurría cuando se acumulaba la función  $l(x)$  acumulada a partir de  $l(80)$ , es decir del final de la tabla al principio de ella.<sup>\*/</sup>

A continuación se resumen los pasos que se siguieron para obtener la distribución de la serie  $l(x)$  (hechos, nivel nacional, 1975), vía la función de Wilcoxon.

<sup>\*/</sup> Con dicha acumulación se obtuvo el mejor ajuste.

$x$	$Y_x$	$\log Y_x$	$S_x$	$\Delta S_x$	$\Delta^2 S_x$
0	66.769	1.82457			
1	117.491	2.07000			
2	177.154	2.24835	8.53124		
3	244.518	2.38831		1.99414	
4	317.554	2.50182			
5	395.205	2.59682	10.52538		-0.96243
6	476.504	2.67807			
7	560.627	2.74867		1.03171	
8	647.317	2.81112			
9	735.727	2.86672	11.55709		-0.35277
10	825.743	2.91684			
11	917.097	2.96242		0.67894	
12	1009.327	3.00403			
13	1102.010	3.04219	12.23603		
14	1195.246	3.07746			
15	1295.246	3.11235			

$$d^m = \frac{S}{s} ; \log b = \frac{d-1}{(d^m-1)} \Delta^2 S_0 \quad y \quad m^2 \log a = \Delta S_0 - \frac{\Delta^2 S_0}{d^m-1}$$

$$a = \frac{-0.35277}{-0.96243} = 0.36654 \quad \rightarrow \quad d = 0.77809$$

$$\log b = \frac{0.77809-1}{(0.36654-1)} (-0.96243) = -0.84021 \quad \rightarrow \quad b = 0.14447$$

$$1) \quad a = \frac{1}{16} \cdot 1.99414 - \frac{(-0.96243)}{(0.36654-1)} = 0.02968 \quad \rightarrow \quad a = 1.07072$$

	$a^x$	$d^x$	$b^{dx}$	$Vx$	$Yx$	$Yx Vx$	$\hat{Yx}$
	1.00000	1.00000	0.14447	0.14447	66.769	9.64612	70.41263
1	1.07072	0.77809	0.22194	0.23764	117.491	27.92056	115.82236
	1.14644	0.60542	0.30996	0.35535	177.154	62.95167	173.19254
3	1.22752	0.47107	0.40197	0.49343	244.518	120.65252	240.49078
	1.31433	0.36654	0.49207	0.64207	317.554	205.37487	315.21189
5	1.40728	0.28520	0.57593	0.81049	395.205	320.30970	395.02132
	1.50680	0.22191	0.65095	0.98085	476.504	467.37895	478.05236
	1.61336	0.17267	0.71601	1.15518	560.627	647.62510	563.01833
	1.72746	0.13435	0.77111	1.33206	647.317	862.26508	649.22713
	1.84842	0.10454	0.81689	1.51094	735.727	1111.63935	736.41070
	1.97643	0.08134	0.85439	1.69206	825.743	1397.20670	824.68602
	2.12048	0.06329	0.88475	1.87609	917.097	1720.55651	914.37963
12	2.27044	0.04924	0.90913	2.06413	1009.327	2083.38214	1006.02765
	2.43101	0.03832	0.92854	2.25729	1102.010	2487.55615	1100.17109
4	2.60293	0.02981	0.94396	2.45706	1195.246	2936.79114	1197.53615
	2.78701	0.02320	0.95611	2.66469	1295.246	3451.42906	1298.73207
						1 7912.68562	

$$\sum Vx^2 = 75258$$

$$= \frac{\sum Yx Vx}{\sum Vx^2} = 487.38580$$

$$Y(x) = (487.38580) (1.07072)^x (0.14447) (0.77809)^x$$



$x$	$Y_x$	$\hat{Y}_x$	$\ell_x$
0	66.769	70.41263	45.40973
1	117.491	115.82236	57.37018
2	177.154	173.19254	67.29824
3	244.518	240.49078	74.72111
4	317.554	315.21189	79.80943
5	395.205	395.02132	83.03104
6	476.504	478.05236	84.96597
7	560.627	563.01833	86.20880
8	647.317	649.22713	87.18357
9	735.727	736.41070	88.27532
10	825.743	824.68602	89.69361
11	917.097	914.37963	91.64802
12	1009.327	1006.02765	94.14344
13	1102.010	1100.17109	97.14344
14	1195.246	1197.53615	101.19592
15	1295.246	1298.73207	

Teniendo la serie de valores  $\hat{Y}(x)$ , que en este caso representan los valores acurulados  $\hat{\ell}(x)$ , del final de la tabla al inicio de ella, se desacumulan obteniendo los valores estimados, vía la función de Makeham, de la serie  $\ell(x)$ . (Ver cuadro 9).

Cuadro 9

México: Distribución de la función  $l(x)$  usando la función de Makeham. Hombres, 1975.

Edad	$l(x)$ observadas	$l(x)$ estimadas
0	100.000	101.19592
5	93.236	97.36506
10	92.683	94.14344
15	92.230	91.64802
20	91.354	89.69361
25	90.016	88.27532
30	88.410	87.18357
35	86.690	86.20880
40	84.123	84.96597
45	81.299	83.03104
50	77.651	79.80943
55	73.036	74.72111
60	67.364	67.28824
65	59.663	57.37018
70	50.722	45.40973

Finalmente, con la función de Makeham obtenida  $(Y(x) = (487.38580)(1.07072)^x(0.14447)(0.77809)^x)$  se evaluó para  $x = 0.0, 0.2, 0.4, \dots, 14.6, 14.8, 15.0$ , obteniendo con ello la desagregación de la función  $l(x)$ . En el cuadro 10 se resumen los pasos seguidos para obtener los valores  $R_x$ , los cuales representan los valores  $l(x)$  con un radix de  $R(15) = 20.57743$ . Con la serie  $R_x$  y tomando  $l(x) = 100.000$  se obtuvo la desagregación de la función  $l(x)$  que se muestra, numéricamente, en el cuadro 11 y gráficamente en la gráfica 8.

Cuadro 10

México: obtención de los valores Rx vía la función de Makeham

$x$	$a^x$	$b^{d^x}$	$Vx=a^x b^{d^x}$	KVx	Rx
0				70.41263	
.2	1.01376	0.15882	.16101	78.47399	8.06136
.4	1.02771	0.17379	.17379	87.05198	8.57799
.6	1.04185	0.18933	.19725	96.13685	9.08487
.8	1.05619	0.20539	.21693	105.72860	9.59175
1.0				115.82236	10.09776
1.2	1.08545	0.23891	.25932	126.38839	10.56653
1.4	1.10039	0.25625	.28197	137.42317	11.03928
1.6	1.11553	0.27391	.30555	148.92073	11.49256
1.8	1.13088	0.29183	.33002	160.84706	11.92633
2.0				173.19254	12.34458
2.2	1.16222	0.32925	.38150	185.93768	12.74514
2.4	1.17821	0.34665	.40843	199.06298	13.12530
2.6	1.19442	0.36509	.43607	212.53433	13.47135
2.8	1.21086	0.38355	.46443	226.35659	13.82226
3.0				240.49078	14.13419
3.2	1.24441	0.42032	.52304	254.92227	14.43149
3.4	1.26153	0.43852	.55321	269.62670	14.70443
3.6	1.27889	0.45658	.58392	284.59432	14.93762
3.8	1.29649	0.47444	.61511	299.79588	15.20156
4.0				315.21189	15.41601
4.2	1.33241	0.50945	.67880	330.83748	15.62559
4.4	1.35075	0.52655	.71124	346.64828	15.81080
4.6	1.36933	0.54334	.74401	362.61991	15.97163
4.8	1.38818	0.55980	.77710	378.74751	16.12760
5.0				395.02132	16.27381
5.2	1.42664	0.59169	.84413	411.41698	16.39566
5.4	1.44627	0.60709	.87802	427.93448	16.51750
5.6	1.46617	0.62210	.91210	444.54459	16.61011
5.8	1.48635	0.63672	.94639	461.25705	16.71246
6.0				478.05236	16.79531
6.2	1.52753	0.66477	1.01546	494.92078	16.86842
6.4	1.54855	0.67819	1.05021	511.85744	16.93666
6.6	1.56986	0.69120	1.08509	528.85746	17.00092
6.8	1.59146	0.70381	1.12009	545.91596	17.05850
7.0				563.01833	17.10237
7.2	1.63556	0.72782	1.19039	580.17918	17.16085
7.4	1.65807	0.73922	1.22568	597.37903	17.19985
7.6	1.68088	0.75024	1.26106	614.62274	17.24371
7.8	1.70401	0.76086	1.29651	631.90056	17.27732
8.0				649.22713	17.32657
8.2	1.75123	0.78098	1.36768	666.58781	17.36068
8.4	1.77532	0.79049	1.40337	683.98261	17.39480
8.6	1.79975	0.79964	1.43915	701.42127	17.43866
8.8	1.82452	0.80844	1.47501	718.89893	17.47706
					17.51177

(Continuación)

$x$	$a^x$	$b^{d^x}$	$Vx = a^x \cdot b^{d^x}$	KVx	Rx
9.0				726.41070	17.56051
9.2	1.87507	0.82502	1.54697	753.97121	17.60438
9.4	1.90088	0.83282	1.58309	771.57559	17.64824
9.6	1.92703	0.84031	1.61930	789.22383	17.70672
9.8	1.95355	0.84750	1.65563	806.93055	17.76547
10.0				824.68602	17.81395
10.2	2.00768	0.86100	1.72861	842.49997	17.87731
10.4	2.03531	0.86733	1.76529	860.37728	17.92605
10.6	2.06331	0.87339	1.80207	878.30333	18.00890
10.8	2.09170	0.87920	1.83902	896.31223	18.06740
11.0				914.37963	18.15999
11.2	2.14966	0.89007	1.91335	932.53962	18.23798
11.4	2.17924	0.89516	1.95077	950.77760	18.32570
11.6	2.20923	0.90003	1.98837	969.10330	18.41344
11.8	2.23963	0.90468	2.02615	987.51674	18.51091
12.0				1006.02765	18.59864
12.2	2.30169	0.91337	2.10229	1024.62629	18.71562
12.4	2.33336	0.91743	2.14069	1043.34191	18.83259
12.6	2.36547	0.92131	2.17933	1062.17450	18.93493
12.8	2.39801	0.92501	2.21813	1081.10943	19.06166
13.0				1100.17109	19.20788
13.2	2.46446	0.93193	2.29670	1119.37897	19.32484
13.4	2.49837	0.93515	2.33635	1138.70381	19.46132
13.6	2.53275	0.93822	2.37628	1158.16513	19.60266
13.8	2.56760	0.94115	2.41650	1177.76779	19.76836
14.0				1197.53615	19.89997
14.2	2.63875	0.94662	2.49789	1217.43612	20.10466
14.4	2.67496	0.94917	2.53914	1237.54078	20.20214
14.6	2.71177	0.95159	2.58059	1257.74292	20.41172
14.8	2.74918	0.95391	2.62247	1278.15464	20.57743
15.0				1298.73207	

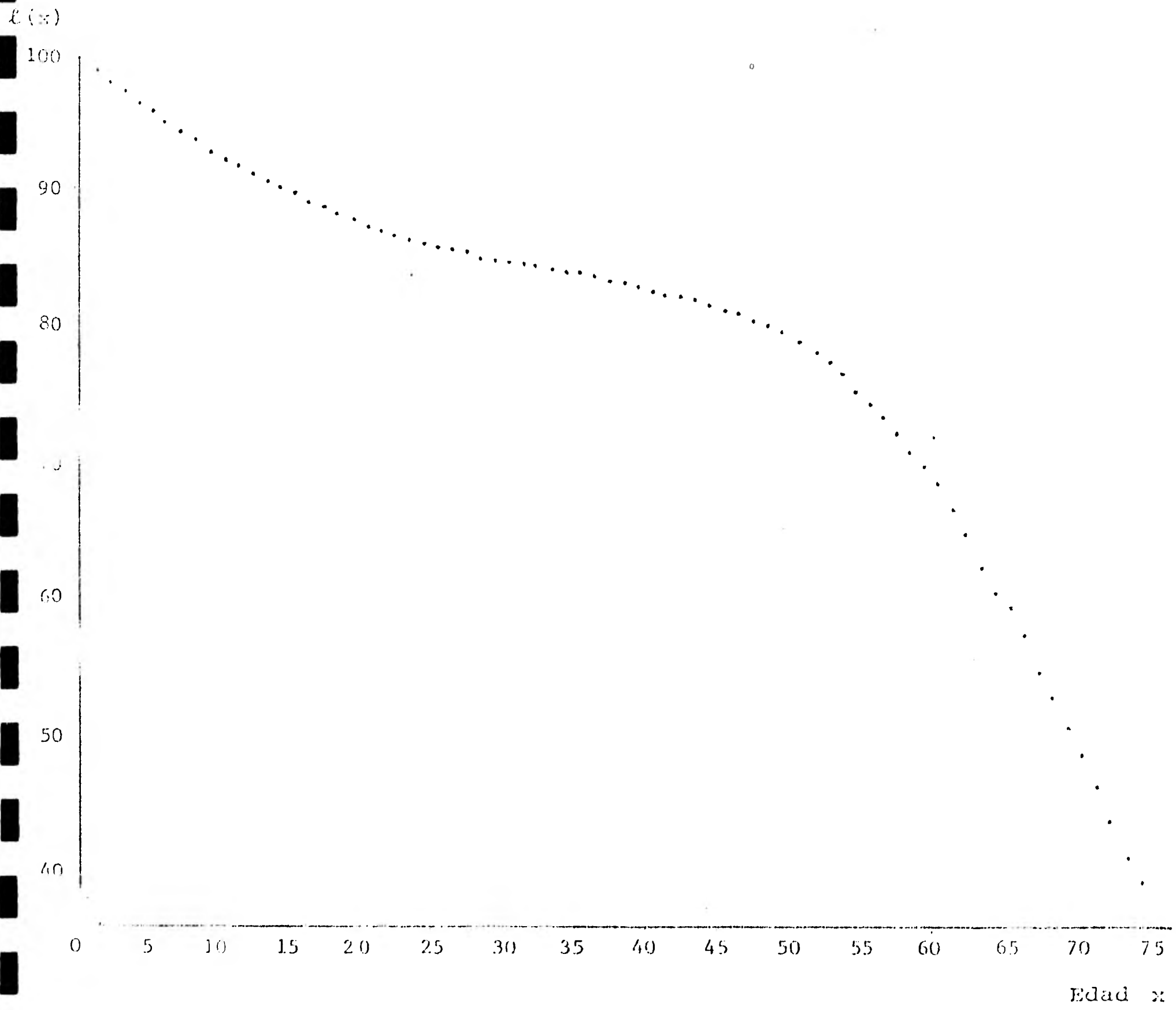
Cuadro 11

México: Desagregación de la función  $l(x)$  vía la función de Makeham. Hombres, 1975

Edad	$l(x)$	Edad x	$l(x)$	Edad x	$l(x)$
0	100.000	25	86.286	50	79.086
	99.195	26	85.049	51	78.375
2	98.176	27	85.765	52	77.617
	97.702	28	85.552	53	76.836
4	96.708	29	85.339	54	75.936
	96.068	30	85.102	55	74.917
	95.263	31	84.936	56	73.875
	94.576	32	84.747	57	72.595
	93.913	33	84.533	58	71.459
	93.344	34	84.368	59	70.133
10	92.634	35	84.202	60	68.688
11	92.018	36	83.965	61	67.172
12	91.521	37	83.799	62	65.467
13	90.952	38	83.586	63	62.785
14	90.384	39	83.396	64	61.937
15	89.957	40	83.112	65	59.995
16	89.484	41	82.899	66	57.958
17	89.057	42	82.615	67	55.850
18	88.631	43	82.307	68	53.648
19	88.252	44	81.975	69	51.350
20	87.802	45	81.620	70	49.072
21	87.518	46	81.217	71	46.613
22	87.115	47	80.720	72	44.150
23	86.873	48	80.270	73	41.686
24	86.570	49	79.678	74	39.176

Gráfica 8

México: Distribución de la función  $l(x)$ , desagregada a través de la función de Makeham, hombres, 1975



El sistema logito de W. Brass.\*

El sistema logito se basa en la siguiente relación:

$$\text{logit} (1 - l_x) = \alpha + \beta \text{logit} (1 - l_x^s) \quad (1)$$

donde  $l_x^s$  son los sobrevivientes a edad  $x$  de una tabla estándar de vida. ( $l_0 = 1$  y  $l_0^s = 1$ ).

Se define el logito como:

$$\text{logit} (1 - l_x) = \frac{1}{2} \log_e \frac{1 - l_x}{l_x} \quad (2)$$

La relación (1) señala que existe una relación lineal entre la serie de los logitos observados ( $\text{logit} (1 - l_x)$ ) y la serie de los logitos del estándar ( $\text{logit} (1 - l_x^s)$ ).

La relación (2) surge a partir de la siguiente función:

$$f(x) = \frac{1}{2} \text{sech}^2 \frac{x - \alpha}{\beta} \quad (3)$$

que corresponde a una curva simétrica cuya media es  $\alpha$  y cuyo desvío estándar es igual a  $\beta$ . Esta curva es una curva de respuesta usada en ensayos biológicos y sirve para estimar como los animales reaccionan a una cierta droga; por analogía se piensa en una población humana y la forma en que muere a medida que aumenta la dosis de tiempo.

\*/ Ver: Brass, W.; "Sobre la escala de la mortalidad". CIIADE, Serie DS No. 7, 1971. Traducción del artículo "On the scale of Mortality", incluido en Biological aspects of Demography. Taylor and Francis Ltd., London, 1970.

Sea  $Y_s(x)$  el *logit*  $(1 - \ell x^s)$  y  $Y(x)$  el logito obtenido directamente con los valores observados: *logit*  $(1 - \ell x)$ . Se tiene una tabla estándar de mortalidad, con la cual se calculan los valores de la serie  $Y_s(x)$  y una tabla empírica con la cual se calculan los valores de la serie  $Y(x)$ .

Después se grafican los valores  $Y_s(x)$  contra los  $Y(x)$  observándose la relación lineal que guardan. En el caso de tablas con valores de  $\ell(x)$  para  $x = 0, 1, 5, 10, 15, \dots, 70, 75$  y  $80$ , que generan 18 puntos de la forma  $(Y_s(x), Y(x))$ , se llevan a cabo los siguientes pasos para obtener la recta de ajuste:

1) Se dividen los 18 puntos en dos grupos, de 9 observaciones cada uno, el primero para  $x = 0, 1, 5, \dots, 30$  y  $35$  y el segundo para  $x = 40, 45, \dots, 75$  y  $80$ .

Nota: De hecho el primer grupo consta solo de 8 puntos ya que  $\ell(0) = 1$  y el logito para  $x = 0$  no está definido.

2) Se calculan los puntos medios:

$$P_1 = \bar{Y}_1^s(x), \bar{Y}_1(x) \quad \text{y} \quad P_2 = \bar{Y}_2^s(x), \bar{Y}_2(x) \quad (4)$$

donde:

$$\bar{Y}(x) = \frac{\sum_{x=1}^{35} Y(x)}{8} \quad ; \quad \bar{Y}_1^s(x) = \frac{\sum_{x=1}^{35} Y^s(x)}{8}$$



$$Y \quad \bar{Y}_2(x) = \frac{\sum_{x=40}^{80} Y(x)}{9} ; \quad Y_1^S(x) = \frac{\sum_{x=40}^{80} Y^S(x)}{9} \quad (6)$$

3) Se obtiene la recta de ajuste que pasa por los puntos  $P_1$  y  $P_2$  :

$$Y(x) - \bar{Y}_1(x) = \frac{\bar{Y}_2(x) - \bar{Y}_1(x)}{\bar{Y}_1^S(x) - \bar{Y}_1^S(x)} Y_S(x) - \bar{Y}_1^S(x) \quad (7)$$

donde:

$$\beta = \frac{\bar{Y}_2(x) - \bar{Y}_1(x)}{\bar{Y}_1^S(x) - \bar{Y}_1^S(x)} \quad (8)$$

Sustituyendo (8) en (7):

$$Y(x) - \bar{Y}_1(x) = \beta Y_S(x) - \bar{Y}_1^S(x) \quad (9)$$

$$Y(x) = \beta Y_S(x) + \bar{Y}_1(x) - \beta \bar{Y}_1^S(x) \quad (10)$$

donde:

$$\alpha = \bar{Y}_1(x) - \beta \bar{Y}_1^S(x) \quad (11)$$

Por lo tanto:

$$Y(x) = \alpha + \beta Y_S(x) \quad (12)$$

4) Obtenida la recta de ajuste (12), se calculan los valores de los logitos ajustados ( $\hat{Y}(x)$ ), sustituyendo en la relación (12) los valores de los logitos estándar.

5) Se estima la serie ajustada de valores  $\hat{l}(x)$ , aplicando los antilogitos (17).

sabemos:

$$Y(x) = \frac{1}{2} \log_e \frac{1 - \hat{l}(x)}{\hat{l}(x)} \quad (13)$$

entonces:

$$2 \hat{Y}(x) = \log_e \frac{1 - \hat{l}(x)}{\hat{l}(x)} \quad (14)$$

$$\exp(2 \hat{Y}(x)) = \frac{1 - \hat{l}(x)}{\hat{l}(x)} \quad (15)$$

$$\hat{l}(x) \cdot \exp(2 \hat{Y}(x)) + \hat{l}(x) = 1 \quad (16)$$

$$\hat{l}(x) = \frac{1}{1 + \exp(2 \hat{Y}(x))} \quad (17)$$

6) Finalmente se calculan los cocientes de mortalidad:

$$q(x) = \frac{l(x) - l(x+1)}{l(x)} \quad (18)$$

Ejemplo de la aplicación del sistema logito: Obtención de la tabla de mortalidad corregida para la República Mexicana, hombres 1975.

Cuadro 10

México: Valores  $l_x$  y  $l_x^s$ , nivel nacional, hombres, 1975.

Edad	$l_x$ a/	$l_x^s$ b/
0	1.00000	1.00000
1	0.94822	0.94496
5	0.93236	0.92939
10	0.92683	0.92305
15	0.92230	0.91818
20	0.91354	0.90997
25	0.90016	0.89849
30	0.88410	0.88671
35	0.86690	0.87357
40	0.84123	0.85742
45	0.81299	0.83576
50	0.77651	0.80507
55	0.73036	0.76109
60	0.67364	0.69856
65	0.59663	0.61258
70	0.50722	0.50076
75	0.39615	0.36521
80	0.27154	0.22162

Fuentes: a/ SSA, Subsecretaría de planeación, dirección general de bioestadística, serie bioestadística, No.2, "Tablas abreviadas de mortalidad por estados y para ocho regiones de México", 1980.

b/ Valores obtenidos de las tablas modelo de Coale y Demeny, región Oeste; a dichas tablas se entró con la esperanza de vida al nacimiento observada para los hombres en 1975 (nivel nacional). Interpolando dicho valor se obtuvo la tabla estándar.

Se obtuvieron los valores de los logitos observados y los del estándar ( $Y(x)$  y  $Y^s(x)$ ), ver cuadro 11.

Cuadro 11

México: Valores de los logitos  $Y(x)$  y  $Y^S(x)$ ,  
nivel nacional, hombres, 1975.

Edad	$Y(x)$	$Y^S(x)$
1	-1.45379	-1.42154
5	-1.31176	-1.28868
10	-1.26949	-1.24226
15	-1.23701	-1.20894
20	-1.17882	-1.15663
25	-1.09950	-1.09028
30	-1.01592	-1.02878
35	-0.93691	-0.96645
40	-0.83370	-0.89701
45	-0.73478	-0.81351
50	-0.62272	-0.70914
55	-0.49822	-0.57933
60	-0.36235	-0.42023
65	-0.19572	-0.22909
70	-0.01444	-0.00152
75	0.21077	0.27541
80	0.49341	0.62813

Se calculan los puntos medios  $P_1$  y  $P_2$  (empleando las relaciones (4) y (5):

$$P_1 = (-1.17545, -1.18790) \quad \text{y} \quad P_2 = (-0.30503, -0.28419)$$

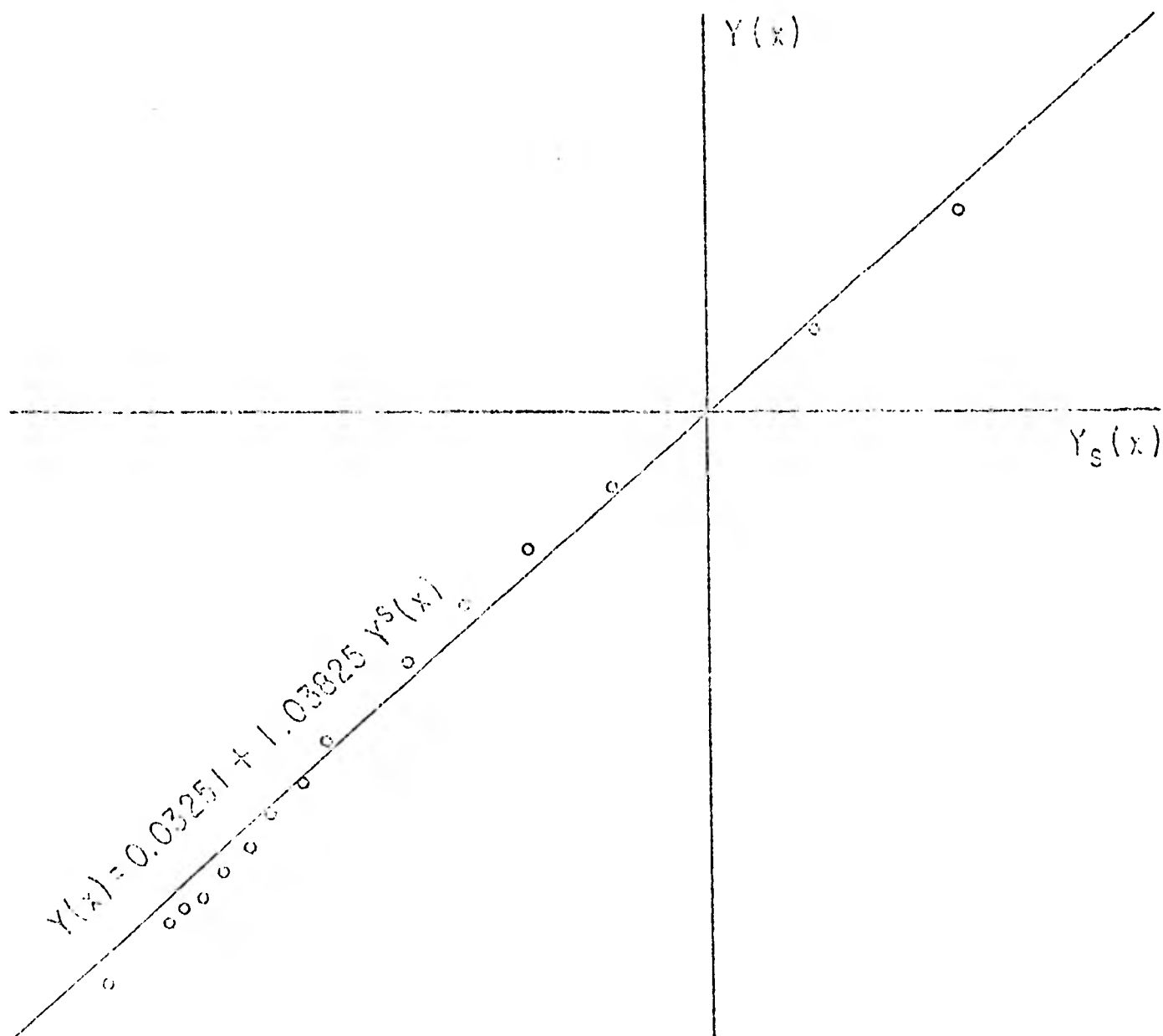
siendo la recta que pasa por  $P_1$  y  $P_2$  (empleando las relaciones (8) y (11):

$$\hat{Y}(x) = (0.03251) + (1.03825) Y^S(x)$$

En la gráfica 8<sup>a</sup> se observa la distribución lineal de los puntos  $(Y^S(x), Y(x))$  así como la recta de ajuste para el caso estudiado.

## Gráfica 8'

México: logitos  $Y(x)$  y  $Y_S(x)$  para el nivel nacional, hombres, 1975



Obtenida la recta  $Y(x) = 0.3251 + 1.03825 Y^S(x) \dots (c)$  se calculan los valores de los logitos ajustados ( $\hat{Y}(x)$ ), sustituyendo en la relación (c) los valores de los logitos estándar; después se obtienen los valores  $\hat{l}_x$  aplicando los antilogitos, (ver cuadro 12).

Cuadro 12

México: Valores  $\hat{l}_x$  para el nivel nacional, hombres, 1973.

Edad	$\hat{Y}(x)$	$\hat{l}_x$
0	-	1.00000
1	-1.44340	0.94718
5	-1.30546	0.93156
10	-1.25727	0.92515
15	-1.22267	0.92022
20	-1.16836	0.91187
25	-1.09947	0.90015
30	-1.03562	0.88808
35	-0.97091	0.87455
40	-0.89881	0.85786
45	-0.81212	0.83538
50	-0.70375	0.80337
55	-0.56898	0.75730
60	-0.40379	0.69159
65	-0.20534	0.60123
70	0.03093	0.48454
75	0.31949	0.34548
80	0.68467	0.20273

Obtenidos los valores  $\hat{\lambda}_x$  se pasó a calcular la tabla de mortalidad corregida para la república mexicana, hombres, 1975. En el cuadro 13 se dan los valores de las series  $q(x)$ , observadas y estimadas.

Cuadro 13

México: Valores  $q(x)$ , observados y ajustados, para el nivel nacional, hombres, 1975

Edad	$q(x)$	$\hat{q}(x)$
0	0.05178	0.05281
1	0.01672	0.01649
5	0.00593	0.00688
10	0.00489	0.00533
15	0.00950	0.00908
20	0.01464	0.01285
25	0.01784	0.01342
30	0.01946	0.01523
35	0.02961	0.01969
40	0.03358	0.02621
45	0.04487	0.03831
50	0.05942	0.05735
55	0.07766	0.08677
60	0.11432	0.13064
65	0.14986	0.19411
70	0.21898	0.28701
75	0.31455	0.41319
80	1.00000	1.00000

PRESENTACION DE LOS AJUSTES OBTENIDOS.

## a) Nupcialidad.

Se aplicó el modelo estándar de nupcialidad de A. J. Coale y el modelo bilogístico de A. Bocaz a datos de las encuestas PECFAL-RURAL (Encuesta Comparativa de Fecundidad en América Latina, zonas rurales 1970) y EMF (Encuesta Mexicana de Fecundidad 1976); tomando a la población femenina por edad a la primera unión para las cohortes 15-19 años, 20-24 años, 25-29 años... , 40-44 años y 45-49 años, obteniéndose los resultados que aparecen en el anexo 1 del presente trabajo.

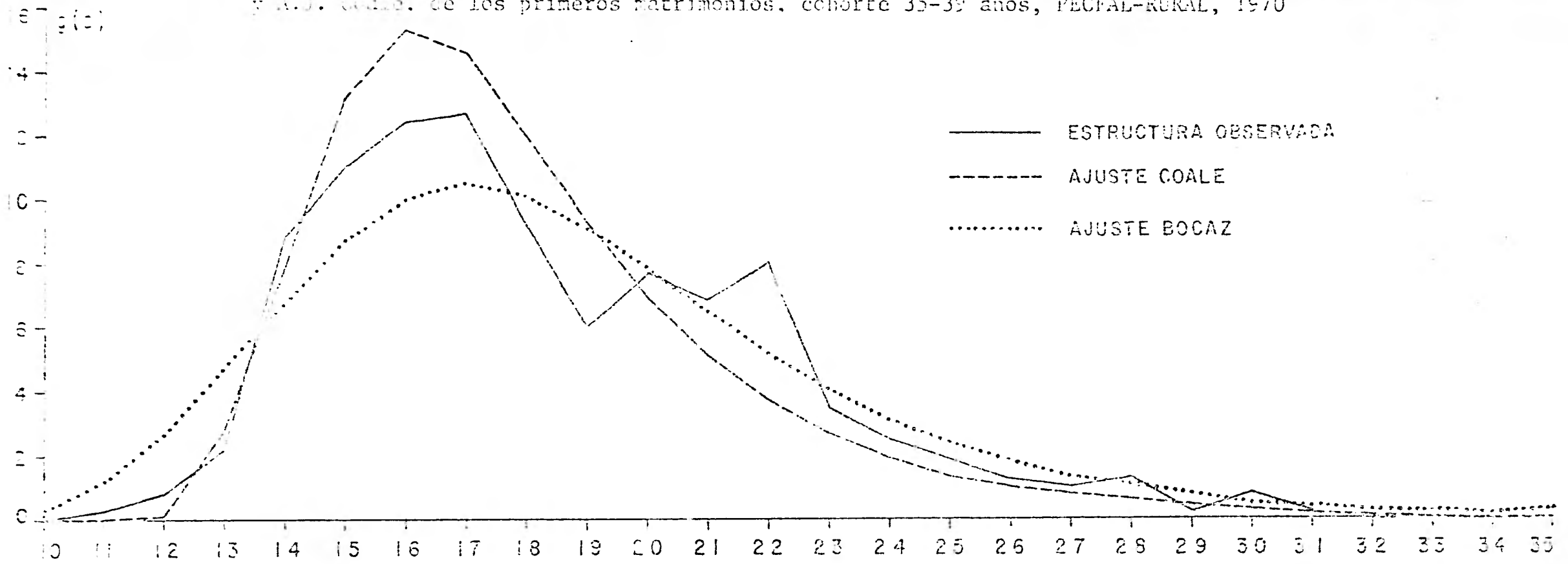
Con el fin de observar los tipos de ajuste que se obtienen al aplicar las dos técnicas antes mencionadas se tomó la cohorte 15-39 años de edad, tanto de la PECFAL-RURAL como de la EMF; los resultados de la aplicación se observan en los cuadros 14 y 15 y los ajustes obtenidos se muestran en las gráficas 9 y 10.

Se observa que el modelo de Albino Bocaz no considera ningún estándar como referencia para ajustar la estructura por edad de las primeras uniones, el modelo de Coale sí lo considera siendo el estándar de Coale universal; a simple vista (ver gráfica 9 y 10) el modelo de Bocaz nos da un mejor ajuste que el de Coale, esto bajo el supuesto de que la información observada estuviese bien detectada, lo cual no es cierto por esto último el modelo que realmente corrige la información, estricta



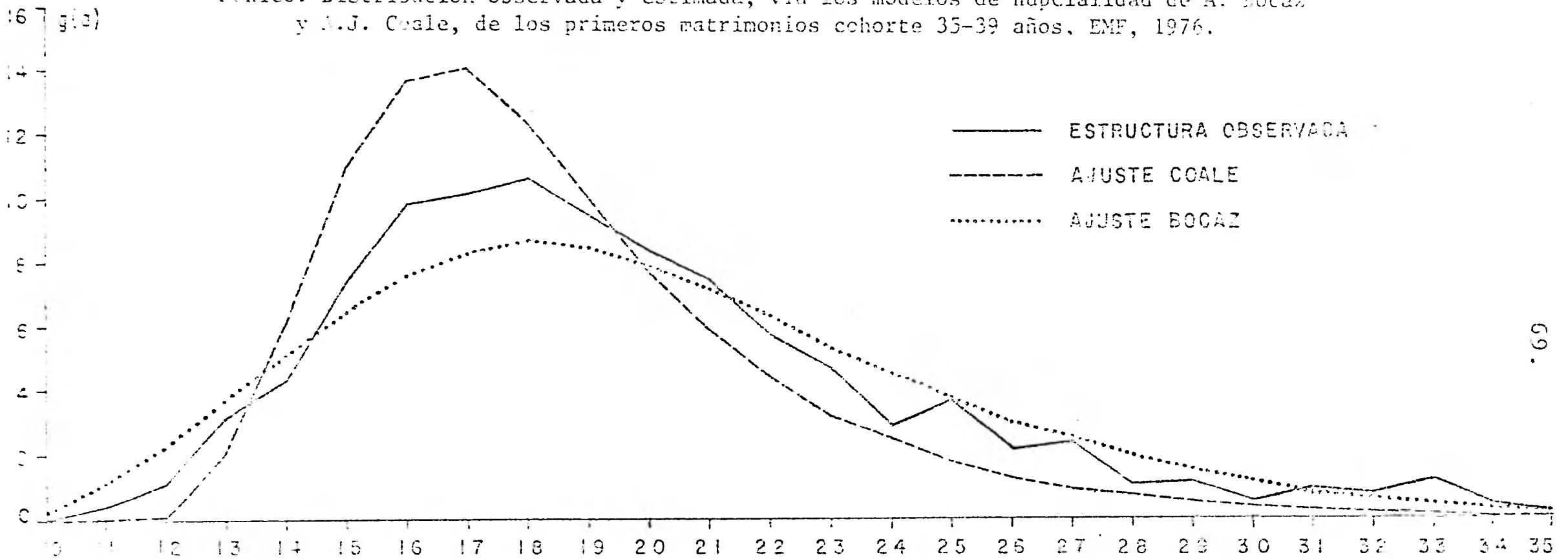
Gráfica 9

México: Distribución observada y estimada, vía los modelos de nupcialidad de A. Bocaz y A.J. Coale, de los primeros matrimonios, cohorte 35-39 años, PEFAL-RURAL, 1970



Gráfica 10

México: Distribución observada y estimada, vía los modelos de nupcialidad de A. Bocaz y A.J. Coale, de los primeros matrimonios cohorte 35-39 años, EMF, 1976.



mente hablando, es el modelo de A. J. Coale.

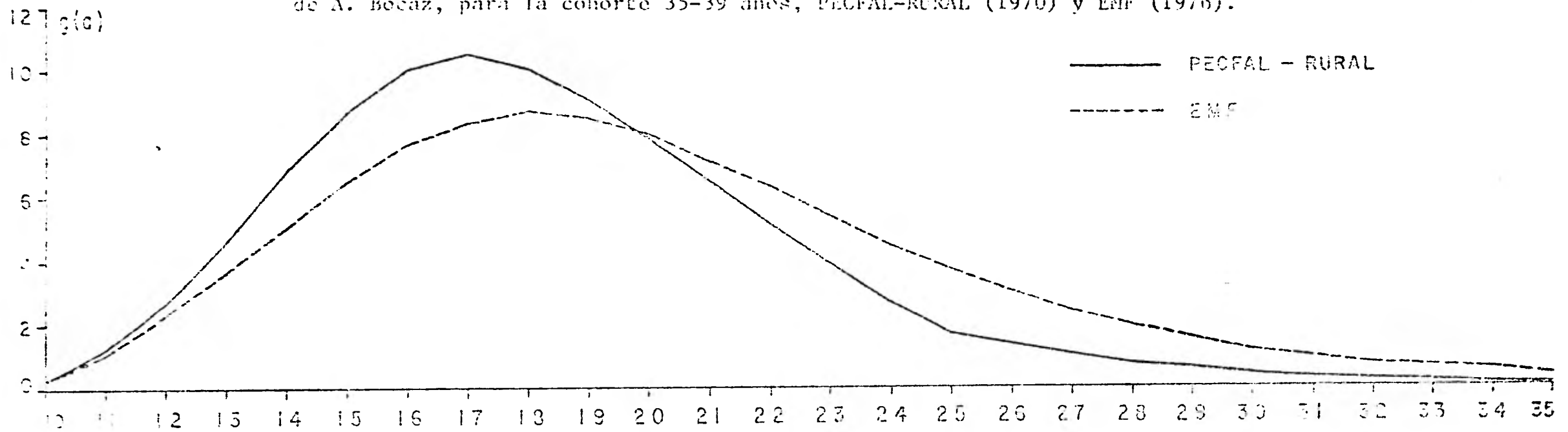
En resumen el modelo de Albino Bocar está basado en la información observada y via una transformación lineal suaviza dichas observaciones, en cambio el modelo de Coale si bien es cierto que tambien se basa en las observaciones dadas involucra un estándar de nupcialidad universal el cual realmente corrije la distribución por edad de la nupcialidad.

Viendo por separado cada uno de los ajustes, es decir, por una parte los ajustes obtenidos para la cohorte 35-39 via el modelo de Bocaz, tanto para la PECFAL-RURAL como para la EME, y por otro lado los ajustes obtenidos al aplicar el modelo de Coale a esa misma cohorte y para las mismas encuestas, observamos coherencia en los resultados, lo cual se puede ver en las gráficas 11 (la cual muestra los ajustes via el modelo de Bocaz) y 12 (la cual muestra los ajustes de Coale). Dichas gráficas nos explican el peligro que puede haber al pensar que el modelo de Bocaz es similar al de Coale, es decir que se llegara a pensar que el modelo de Bocaz corrije, estrictamente hablando, la estructura por edad de los primeros matrimonios que como ya se vio es falso.

Cabe señalar que para las demás cohortes también se tienen las mismas observaciones que las tenidas para la cohorte 35-39 años. Los ajustes obtenidos para las otras cohortes se encuentran resumidos numérica y gráficamente, en el anexo 1 del presente trabajo.

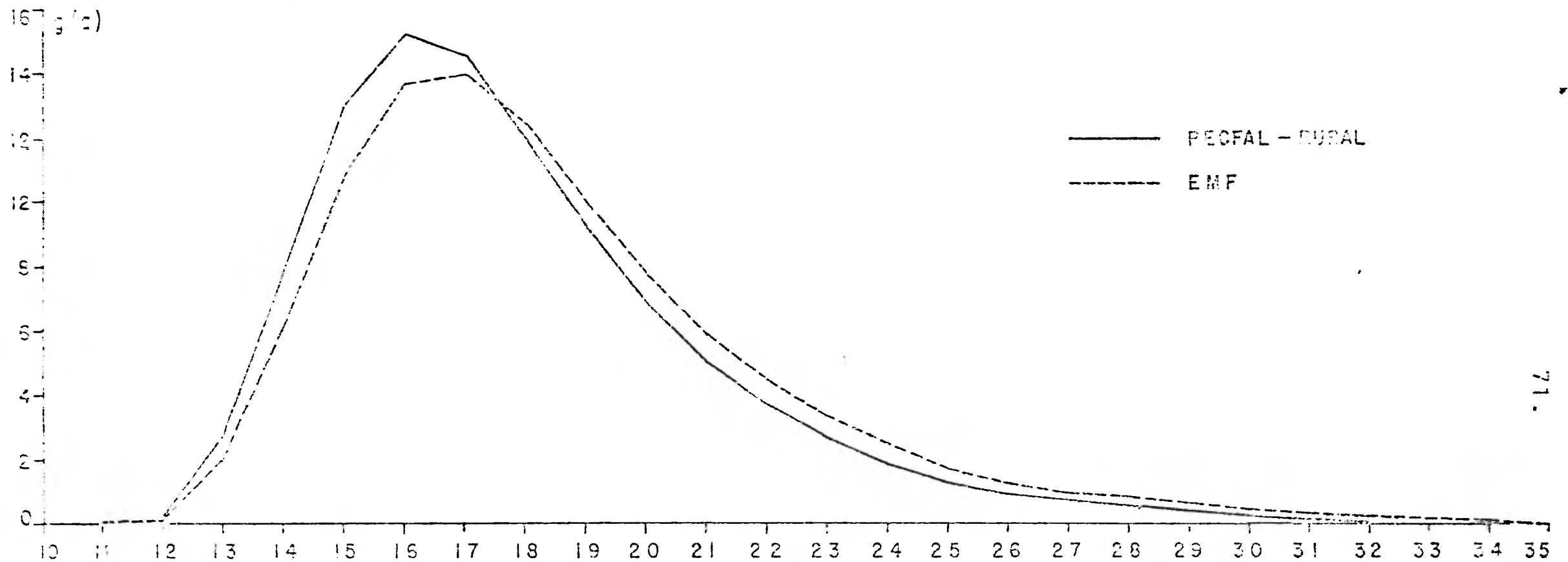
Gráfica 11

México: Distribuciones de los primeros matrimonios, vía el modelo de nupcialidad de A. Becaz, para la cohorte 35-39 años, PECFAL-RURAL (1970) y EMF (1976).



Gráfica 12

México: Distribuciones de los primeros matrimonios, vía el modelo de nupcialidad de A. J. Coale, para la cohorte 35-39 años, PECFAL-RURAL (1970) y EMF (1976).



Cuadro 14

México: Estimación de los primeros matrimonios  $g(a)$ , a través de los modelos de nupcialidad de A. Bocaz y A. J. Coale, cohorte 35-39 años, PFCUAL-RURAL, 1970.

$a$	$g_0(a)$	$g(a)$ Bocaz	$g(a)$ Coale
1	0.00	0.25	0
11	0.28	1.23	0
12	0.83	2.77	0.18
13	2.21	4.73	2.69
14	8.84	6.84	7.86
15	11.05	8.72	13.15
16	12.43	9.98	15.33
17	12.71	10.42	14.58
18	9.39	10.06	12.01
19	6.08	9.09	9.23
20	7.73	7.81	6.92
21	6.91	6.45	5.08
22	8.01	5.17	3.72
23	3.59	4.07	2.68
24	2.49	3.15	1.87
25	1.93	2.41	1.31
26	1.38	1.83	1.00
27	1.10	1.38	0.79
28	1.38	1.04	0.58
29	0.27	0.77	0.41
30	0.83	0.57	0.26
31	0.27	0.41	0.20
32	0.00	0.30	0.12
33	0.00	0.21	0.00
34	0.00	0.14	0.00
35	0.28	0.09	0.00
36	0.00	0.06	0.00
37	0.00	0.03	0.00
38	0.00	0.01	0.00
39	0.00	0.00	0.00

Cuadro 15

México: Estimación de los primeros matrimonios  $g(a)$ , a través de los modelos de nupcialidad de A. Bocaz y A. J. Coale, cohorte 35-39 años, IMF, 1976.

$a$	$g_0(a)$	$g(a)$ Bocaz	$g(a)$ Coale
1	0.00	0.30	0.00
11	0.46	1.19	0.00
1	1.14	2.36	0.01
15	3.19	3.72	2.04
14	4.33	5.17	6.13
1	7.41	6.53	10.93
16	9.80	7.63	13.75
1	10.14	8.36	14.01
18	10.60	8.63	12.41
1	9.46	8.45	9.99
20	8.32	7.93	7.77
2	7.41	7.15	5.94
22	5.70	6.26	4.44
2	4.68	5.34	3.34
2	2.85	4.46	2.47
25	3.65	3.67	1.78
2	2.05	2.97	1.27
27	2.28	2.38	0.97
2	1.03	1.89	0.79
29	1.14	1.48	0.62
3	0.57	1.15	0.44
31	0.91	0.88	0.29
3	0.57	0.67	0.22
35	1.14	0.49	0.15
34	0.46	0.36	0.06
3	0.23	0.25	0.00
36	0.34	0.16	0.00
3	0.11	0.10	0.00
38	0.00	0.05	0.00
3	0.00	0.01	0.00

## b) Fecundidad.

Con información del censo nacional de población de 1970 y las estadísticas vitales, se calcularon las tasas específicas de fecundidad para 8 regiones de la República Mexicana (ver cuadro 16).

Cuadro 16

México: Tasas específicas de fecundidad observadas para ocho regiones\*/ 1970.

Grupos de edad	Tasas específicas de Fecundidad							
	Región 1	Región 2	Región 3	Región 4	Región 5	Región 6	Región 7	Región 8
10 - 14	.006852	.005635	.005980	.006931	.005173	.006669	.003363	.007427
15 - 19	.099830	.101022	.075881	.108421	.086394	.111917	.062422	.116659
20 - 24	.309937	.292224	.225701	.339261	.298868	.327244	.236672	.305102
25 - 29	.361224	.339958	.252655	.396228	.355658	.346320	.277851	.306662
30 - 34	.288444	.279880	.225343	.332968	.313209	.293992	.232856	.250673
35 - 39	.207526	.200575	.162822	.257775	.243309	.220081	.166772	.186627
40 - 49	.080235	.079988	.087711	.090303	.084618	.084618	.066380	.073523

\*/Región 1: Baja California Norte, Baja California Sur, Nayarit, Sinaloa y Sonora.

Región 2: Coahuila, Chihuahua, Durango y Nuevo Leon.

Región 3: Tamaulipas y Veracruz.

Región 4: Aguascalientes, San Luis Potosí y Zacatecas.

Región 5: Guanajuato, Jalisco y Michoacán.

Región 6: Hidalgo, Morelos, Puebla, Queretaro y Tlaxcala.

Región 7: Distrito Federal y México.

Región 8: Guerrero, Oaxaca, Chiapas, Tabasco, Yucatán y Quintana Roo.

A cada una de las estructuras de fecundidad se les aplicó el modelo de nupcialidad de Coale y Trussell y se obtuvieron

las funciones de fecundidad de Brass. Los resultados se encuentran en el anexo 2 del presente trabajo. Tomando los ajustes obtenidos para la región 3, se tiene que la desagregación de las tasas específicas de fecundidad, de grupos quinquenales a edades individuales, se logra a través de los dos métodos. (ver cuadro 17).

En la gráfica 13 se muestran las distribuciones de la estructura por edad de la fecundidad vía la función de fecundidad de Brass y el modelo de fecundidad de Coale y Trussell; si bien es cierto que las dos distribuciones son muy semejantes existen diferencias en la obtención de cada una de ellas, las cuales son: la función de fecundidad de Brass considera solo a la estructura de fecundidad observada, con lo que la desagregación está basada en un ajuste que suaviza el comportamiento de las tasas específicas de fecundidad observadas, sin que necesariamente sea corregida dicha estructura, en cambio con el modelo de fecundidad de Coale y Trussell si se está corrigiendo dicha estructura, que si bien se basa en la estructura observada, para estimar los parámetros  $a$ ,  $K$  y  $m$  (ver presentación del modelo), con ellos se entra a las tablas estándar de fecundidad, las cuales desagregan y corrigen las tasas quinquenales de fecundidad.

En resumen, la función de fecundidad de Brass desagrega y suaviza la estructura de fecundidad observada, y el modelo de Coale y Trussell desagrega y corrige dicha estructura. Cabe señalar que para estos dos modelos los ajustes obtenidos, a partir de cada uno de ellos, no difieren tanto como los obtenidos en el caso de los modelos de nupcialidad de Coale y Bocaz, para cerciorarse de lo anterior basta ver las gráficas A13 a A24 del anexo 1 y las gráficas B1 a B7 del anexo 2.

Cuadro 17

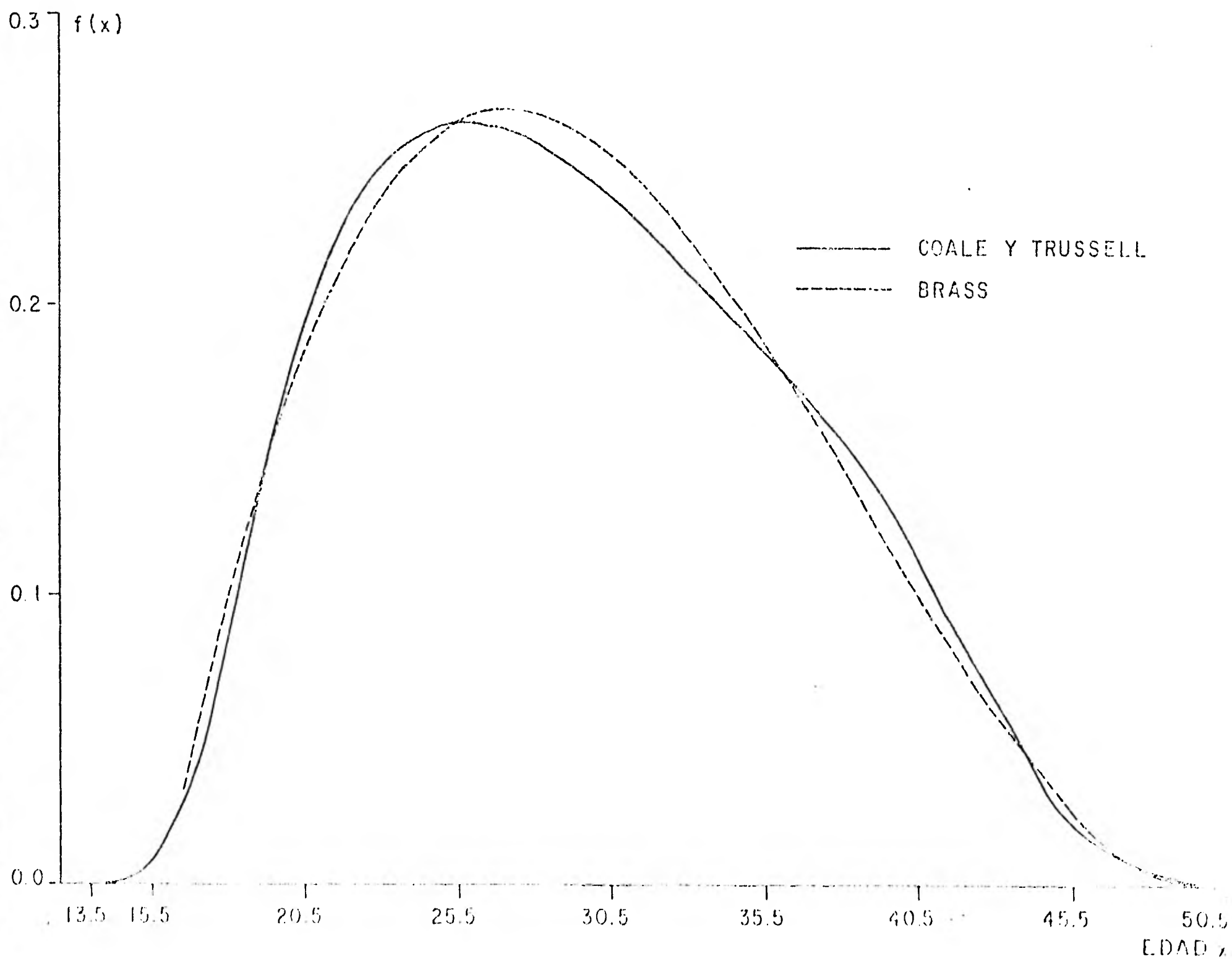
Estimación de la estructura por edad de la fecundidad ( $f(x)$ ), a través de la función de fecundidad de Brass y el modelo de fecundidad de Coale y Trussell, región 3 (Tamaulipas y Veracruz), 1970.

<u>B r a s s</u>		<u>Coale y Trussell</u>		
$x$	$f(x)$	$\underline{x}$	$f^s(\underline{x})$	$f(\underline{x})$
		13	.00000227	.00001
		14	.00022777	.00117
		15	.00158495	.00815
15.5	0.03371	16	.00544480	.02800
17.5	0.07965	17	.01240358	.06378
19.5	0.11985	18	.02161955	.11116
21.5	0.15456	19	.03052353	.15695
23.5	0.18406	20	.03786726	.19471
25.5	0.20863	21	.04331302	.22271
27.5	0.22854	22	.04703997	.24187
29.5	0.24405	23	.04941704	.25410
31.5	0.25545	24	.05068685	.26062
33.5	0.26301	25	.05123540	.26344
35.5	0.26700	26	.05114200	.26296
37.5	0.26768	27	.05039794	.25914
39.5	0.26535	28	.04939168	.25396
41.5	0.26025	29	.04806066	.24712
43.5	0.25268	30	.04636967	.23843
45.5	0.24290	31	.04441470	.22837
47.5	0.23119	32	.04245365	.21829
49.5	0.21781	33	.04040565	.20776
	0.20305	34	.03820756	.19646
	0.18717	35	.03595740	.18489
	0.17044	36	.03357045	.17261
	0.15315	37	.03115897	.16021
	0.13555	38	.02863732	.14725
	0.11793	39	.02574224	.13236
	0.10056	40	.02223229	.11432
	0.08371	41	.01823957	.09379
	0.06765	42	.01440410	.07406
	0.05265	43	.01063757	.05470
	0.03900	44	.00718914	.03697
	0.02695	45	.00446201	.02294
	0.01670	46	.00279624	.01438
	0.00878	47	.00166239	.00855
	0.00321	48	.00086546	.00445
	0.00034	49	.00023531	.00121



## Gráfica 13

Distribución de la estructura por edad de la fecundidad,  
vía la función de fecundidad de Brass y el modelo de  
fecundidad de Coale y Trussell, región 3, 1970



## c) Mortalidad.

Tomando de la tabla abreviada de mortalidad, para los hombres, a nivel nacional 1975,<sup>2/</sup> las series  $q(x)$  y  $l(x)$  se aplicaron el sistema logito de W. Brass (tomando como estándar la tabla modelo de Coale y Demeny, asociada a la esperanza de vida observada) y la función de Makeham, obteniendo los resultados que aparecen en el cuadro 18.

Cuadro 18

México: Ajuste de la serie  $q(x)$  vía el sistema logito de W. Brass y la ley de Makeham, hombres, 1975.

Grupos de edad	$q(x)$ observada	$\hat{q}(x)$ Sistema logito	$\hat{q}(x)$ función de Makeham
0	0.05178	0.05281	
1 - 4	0.01672	0.01649	
5 - 9	0.00593	0.00688	
10 - 14	0.00489	0.00533	0.00477
15 - 19	0.00950	0.00908	0.01005
20 - 24	0.01464	0.01285	0.01439
25 - 29	0.01784	0.01342	0.01754
30 - 34	0.01946	0.01523	0.02123
35 - 39	0.02961	0.01909	0.02672
40 - 44	0.03358	0.02621	0.03461
45 - 49	0.04487	0.03831	0.04563
50 - 54	0.05943	0.05735	0.06074
55 - 59	0.07766	0.08677	0.08121
60 - 64	0.11432	0.13064	0.10882
65 - 69	0.14986	0.19411	0.14595
70 - 74	0.21898	0.28701	
75 - 79	0.31435	0.41319	

Fuente: Cuadros 8 y 13.

<sup>2/</sup> Secretaría de Salubridad y Asistencia, *op. cit.*, p. 19.

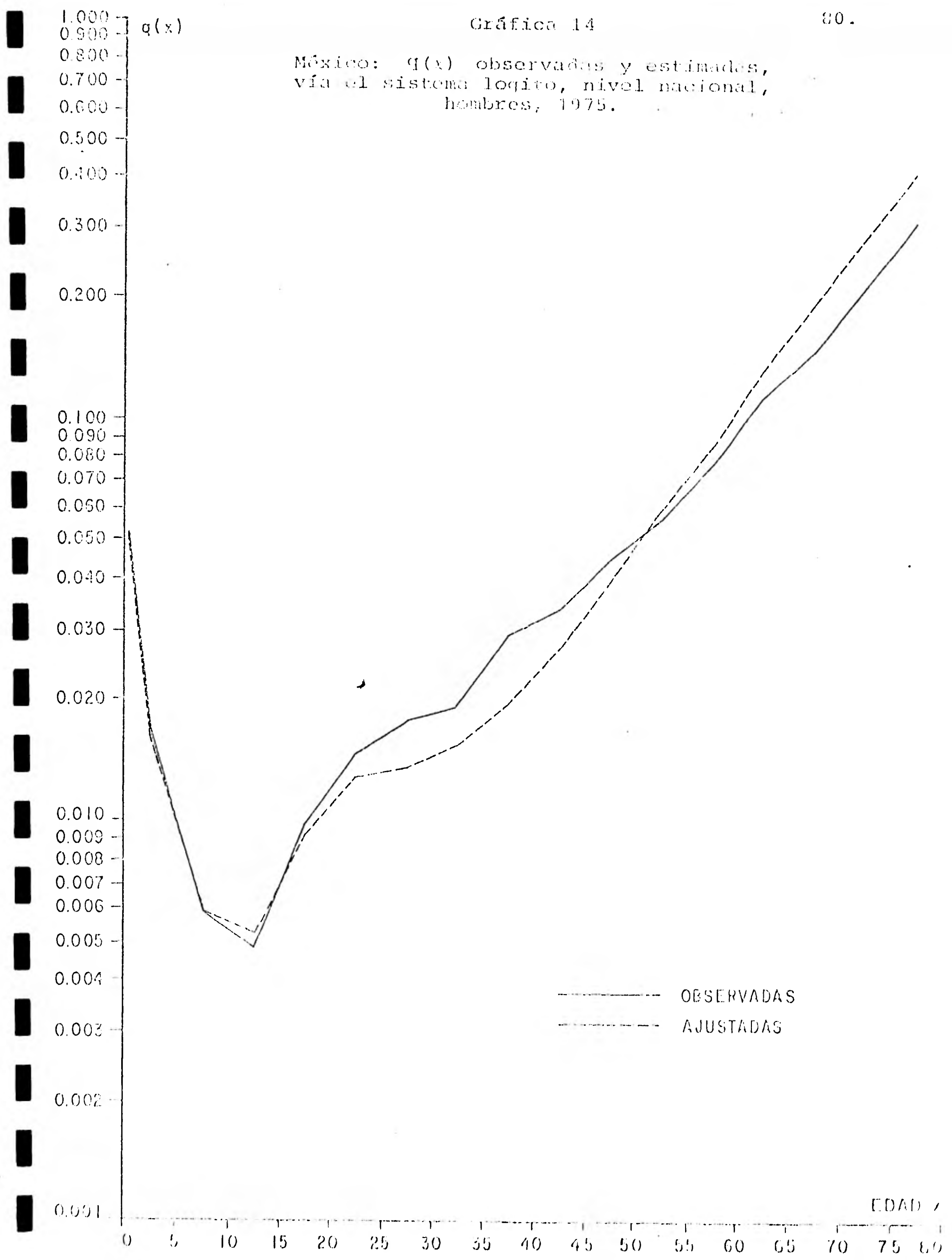
En las gráficas 14 y 15 se muestran la bondad de los ajustes obtenidos. Por una parte (gráfica 14), con el sistema logito, relacionamos la experiencia de mortalidad observada con la de un estándar escogido, dicha relación se linealiza vía los logitos observados y estimados, con lo cual se pasa a corregir la estructura por edad de la mortalidad. Por otra parte (gráfica 15), con la función de Makeham, caracterizamos la experiencia de la mortalidad observada, obteniendo en base a ella la forma de la función de distribución de la mortalidad.

Así, mientras que la función de Makeham nos da la distribución de la mortalidad, sin corregir los niveles que en cada grupo de edad se observa, el sistema logito de Brass corrige la estructura de la mortalidad.

Se debe tener cuidado cuando se tenga un ajuste, como el que da la función de Makeham, tal que difiera mínimamente de los valores observados, y se piense que se está corrigiendo la estructura por edad de la mortalidad, o bien, tener un ajuste, como el que da el sistema logito de W. Brass, que bien puede no estar necesariamente correlacionado con los niveles observados de mortalidad, y estar corrigiendo adecuadamente la estructura por edad de la mortalidad.

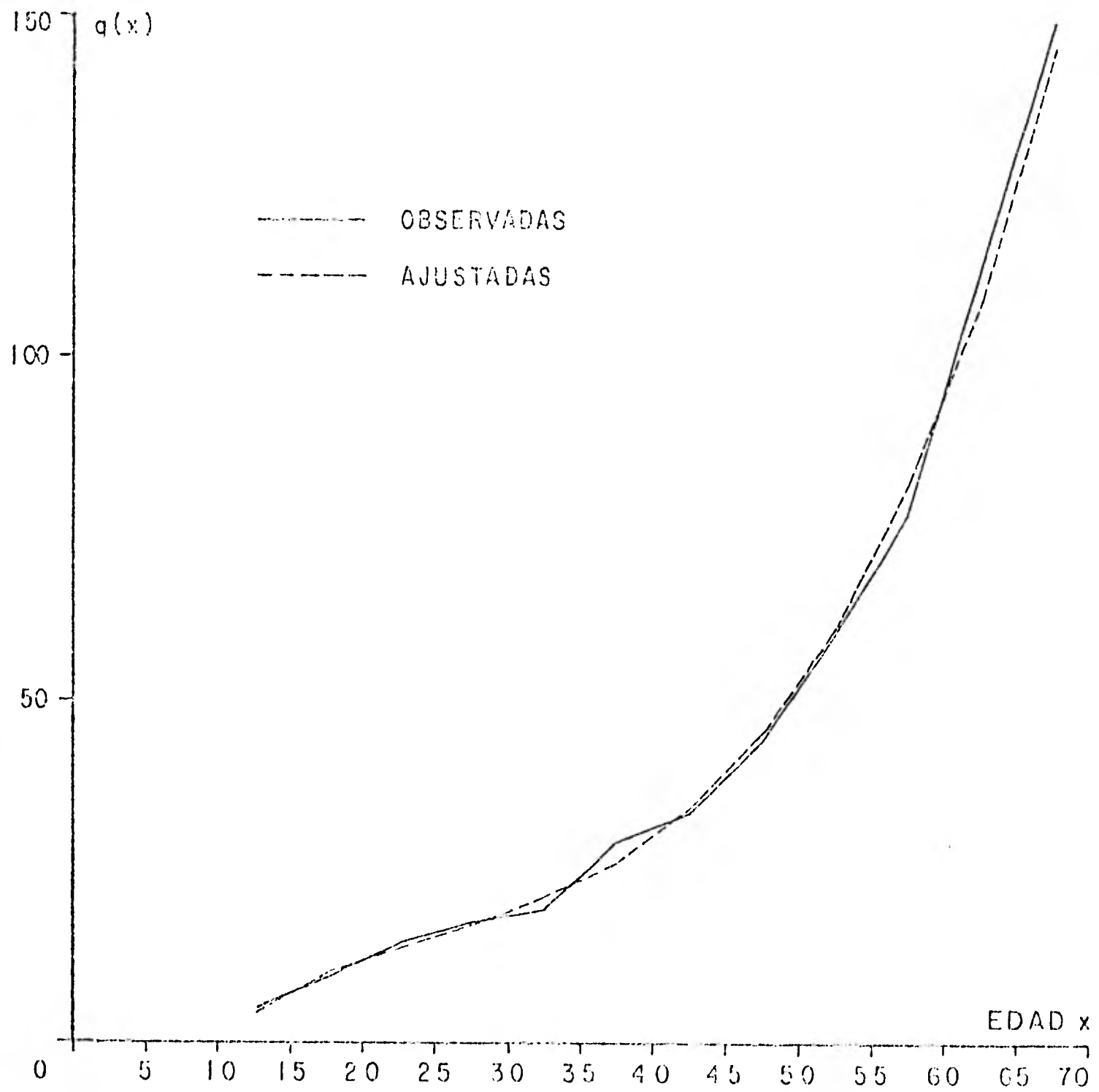
Cabe señalar que una de las ventajas que tiene la función de Makeham sobre el sistema logito es que la primera sirve para desagregar de grupos de edades quinquenales a edades individuales la experiencia de mortalidad de una población (ver ejemplo

México:  $q(x)$  observadas y estimadas, vía el sistema logito, nivel nacional, hombres, 1975.



## Gráfica 15

México:  $q(x)$  observadas y estimadas vía la función de Makeham, nivel nacional, hombres, 1975.



en la presentación de la función de Makeham). Para que el sistema logístico sirviera para corregir y desagregar la estructura por edad de la mortalidad, se tendría que aplicar la función de Makeham al estándar, desagregándolo y después, vía la relación entre logitos:  $\hat{Y}(x) = \alpha + \beta Y^S(x)$ , obtener la tabla de mortalidad por edades individuales.

### CONCLUSIONES GENERALES.

Después de haber visto modelos de ajuste, para los fenómenos nupcialidad, fecundidad y mortalidad, se ha resalta- do la importancia que tiene el conocer cuando un ajuste suaviza la estructura por edad del fenómeno en cuestión, cuando la corrige y cuando la caracteriza.

Modelos como los de A. J. Coale, para nupcialidad, el de A. J. Coale y Trussell, para fecundidad y el sistema logi- to de W. Brass son modelos que al estar basados en estándar- es, en el caso de nupcialidad universal y en los casos de fe- cundidad y mortalidad dependientes de los niveles observados, corrijen las estructuras por edad del fenómeno en cuestión, es decir, los ajustes obtenidos vía los anteriores modelos no ne- cesariamente minimizan los residuales (la diferencia entre los valores observados y los ajustados), esto último dependerá de la calidad de la información con que se cuenta, ya que puede tenerse una estructura por edad poco o muy alejada de la reali- dad, por lo que no necesariamente se debe esperar un ajuste que se adapte lo mejor posible a la distribución observada, la cual en general no muestra la situación imperante del fenómeno.

El modelo biológico de A. Bocaz y la función de fe- cundidad de W. Brass, sirven para obtener ajustes que suavizan la estructura por edad del fenómeno nupcialidad, en el caso del primero, o fecundidad en el caso del segundo. Los ajustes

obtenidos a través de los anteriores modelos no deben ser considerados como ajustes que corrijen la información sino ajustes que suavizan y desagregan la información observada. Ellos no están basados directamente en estándares sino que se basan en la experiencia observada de dichos fenómenos; la gran ventaja de estos es que sirven para desagregar, a edades individuales, las estructuras por edad tanto de la nupcialidad como de la fecundidad.

Ajustes como los que se obtienen vía la función de Makeham, para el fenómeno mortalidad, caracterizan la distribución por edad de la mortalidad, ya sea a través de las probabilidades de muertes ( $q(x)$ ), o bien de los sobrevivientes a edad  $x$  ( $l(x)$ ). La caracterización se lleva a cabo minimizando los residuales, es decir encontrando una función que se adapte de la manera más adecuada a la experiencia observada, sin que esto quiera decir que se está corrigiendo la información.

Cabe señalar que para fines de este trabajo una suavización, a diferencia de una caracterización, no necesariamente debe adaptarse, minimizando los residuales, a la estructura por edad observada lo cual en la caracterización debe buscarse.

Finalmente se recomienda a todos aquellos que utilizan modelos de ajuste que tengan un conocimiento claro del o los modelos que van a aplicar, para ello se debe de hacer una evaluación de la calidad de la información con la que se está



trabajando, ya que se puede dar el caso que la calidad de la información es adecuada y lo único que requiere es su desagregación o bien solo una suavización de ella. Si después de evaluar la información se cree necesario corregirla, antes de hacerlo hay que reflexionar sobre los niveles reales que se suponen predominan en la población observada, para con ello seleccionar adecuadamente el estándar u los estándares que servirán en la corrección de dicho fenómeno.

BIBLIOGRAFIA

- Bocaz, A., "Experiencia de nupcialidad por cohortes resumida por un modelo biológico", Notas de Población, año VII, No. 19, abril 1979.
- Bocaz, A., "El uso de la ley de Makeham como función demográfica", Notas de Población, CELADE, año II, Vol. 6, diciembre 1974.
- Brass, W., "On the scale of mortality", Biological Aspects of Demography. Taylor and Francis Ltd. London 1970.
- Brass, W., "Seminario sobre métodos para medir variables demográficas (Fecundidad y Mortalidad)", CELADE, Serie DS, No. 9, San José, Costa Rica, 1973.
- Coale, A.J., "Age Patterns of Marriage". Population Studies. Vol. XXV, No. 2 julio 1971.
- Coale, A.J. y T. J. Trussell, "Model Fertility Schedules: variations in the age structure of childbearing in human populations". Populations Index, 40(2), 1974
- Coale, A.J. y P. Demeny, Regional Model Life Tables and Stable Populations. Princeton, New Jersey, Princeton, University Press, 1966.
- Coale, A.J. y D.R. Mc.Neil, "The distribution by age of the frequency of first marriage in a female cohort". JASA, Vol. 67, No. 340, 1972.
- Retherford, R., "The Brass fertility polynomial", Census forum, Vol. 5, No. 4, 1979.

## A N E X O 1

Estimaciones de los primeros matrimonios  $g(a)$ , a través de los modelos de nupcialidad de A. Bocaz y A. J. Coale, para las encuestas PECFAL-RURAL (1970) y EMF (1976).

## Cuadro A1

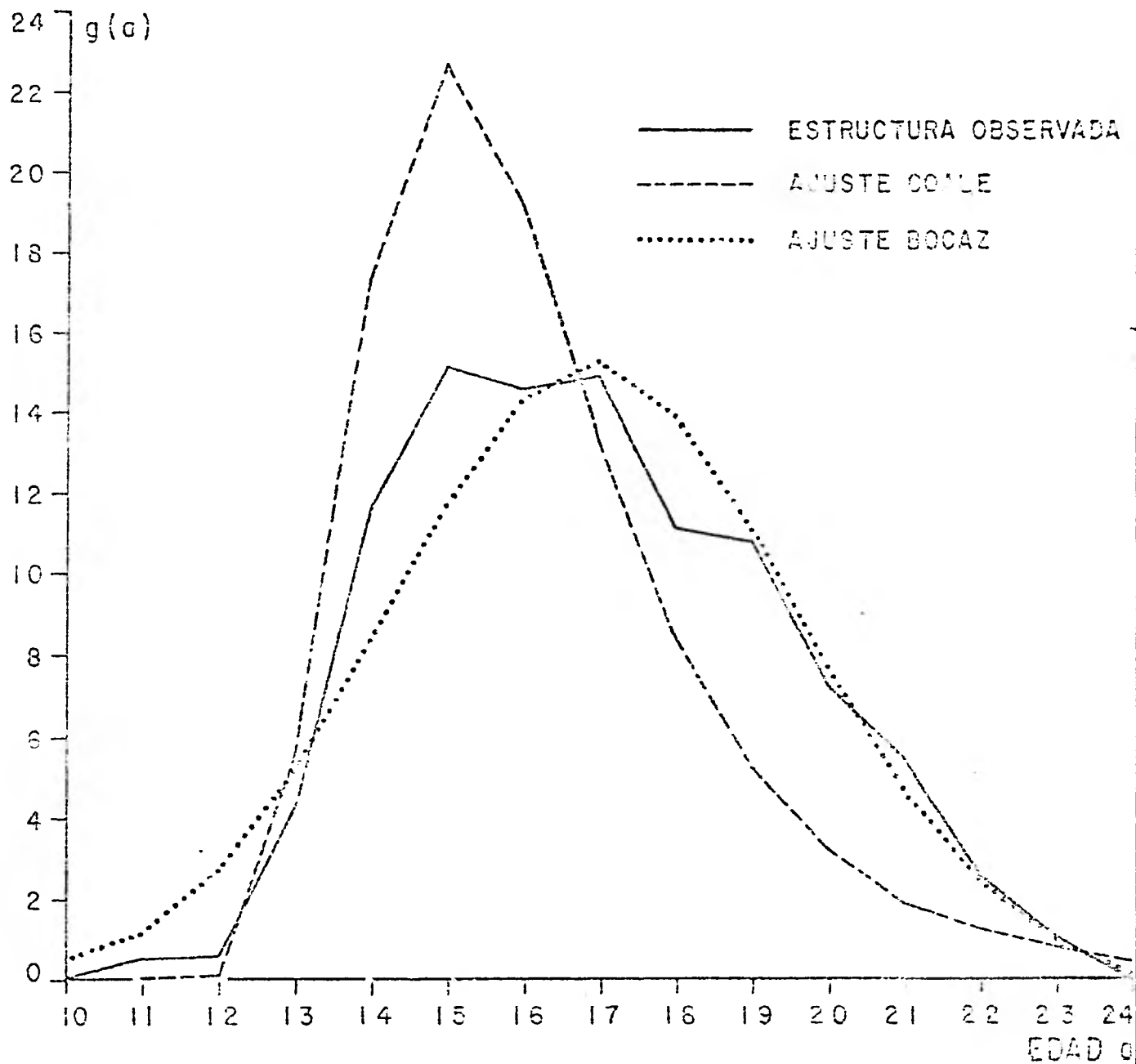
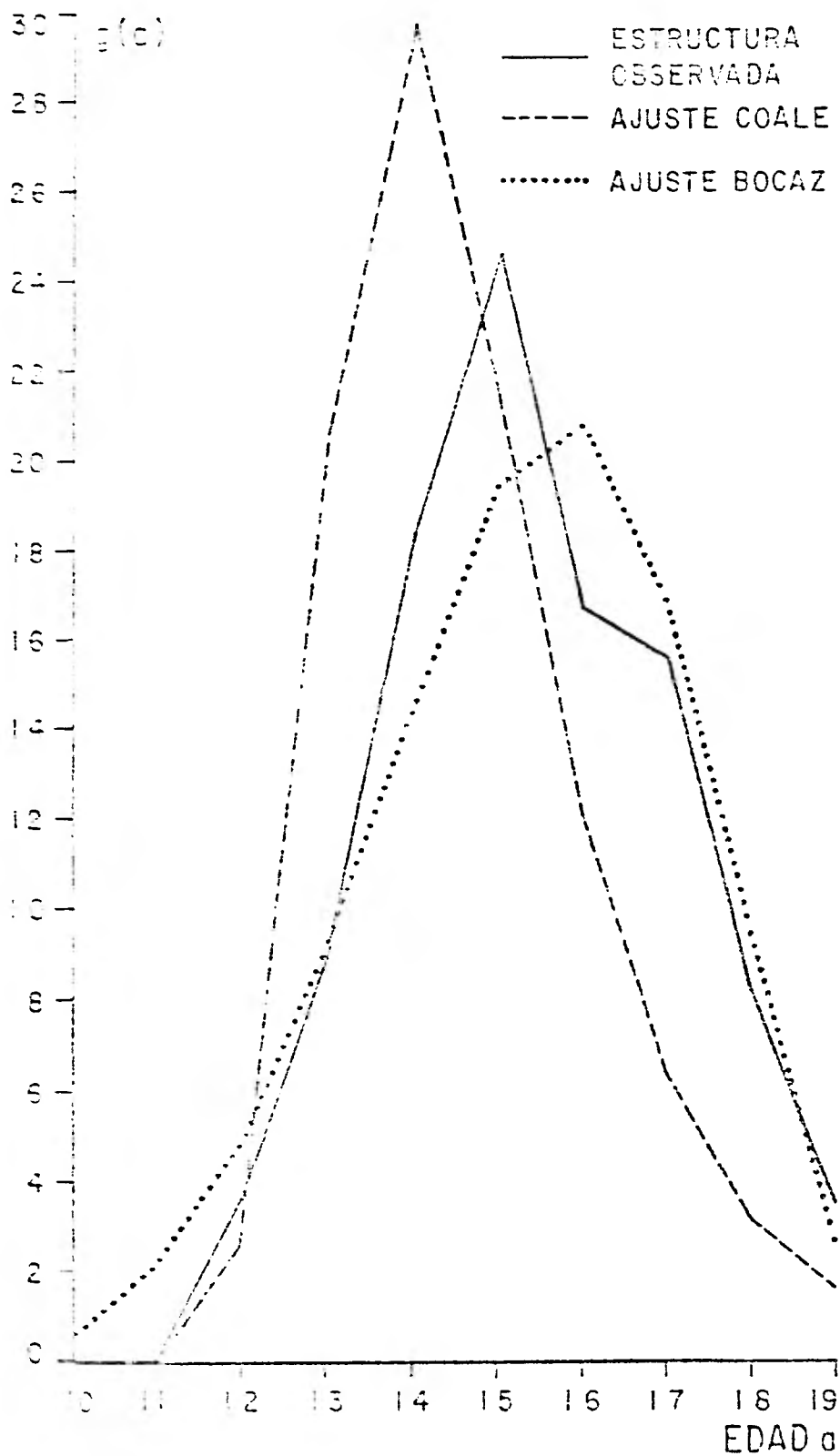
Estimación de los primeros matrimonios  $g(a)$ , a través de los modelos de nupcialidad de A. Bocaz y A. J. Coale, PECFAL-RURAL, 1970.

Cohorte 15 - 19			
	$g^0(a)$	$g(a)$ Bocaz	$g(a)$ Coale
10	0	0.53	0
11	0	2.13	0
12	3.66	4.83	2.78
13	8.90	8.99	20.73
14	18.32	14.40	29.88
15	24.61	19.41	21.37
16	16.75	20.85	12.11
17	15.71	16.82	6.47
18	8.38	9.44	3.23
19	3.66	2.60	1.81
Cohorte 20 - 24			
10	0	0.24	0
11	0.29	1.16	0
12	0.58	2.76	0.14
13	4.37	5.16	5.49
14	11.66	8.31	17.29
15	15.16	11.71	22.72
16	14.58	14.39	19.26
17	14.87	15.25	13.20
18	11.08	13.92	8.49
19	10.79	11.02	5.32
20	7.29	7.65	3.22
21	5.54	4.67	1.90
22	2.62	2.48	1.30
23	1.17	1.04	0.85
24	0	0.22	0.49

Distribución observada y estimada, vía los modelos de nupcialidad de A. Bocaz y A. J. Coale, de los primeros matrimonios, PECEAL-RURAL, 1970

(cohorte 15-19)

(cohorte 20-24)



(continuación)

## Cohorte 25 - 29

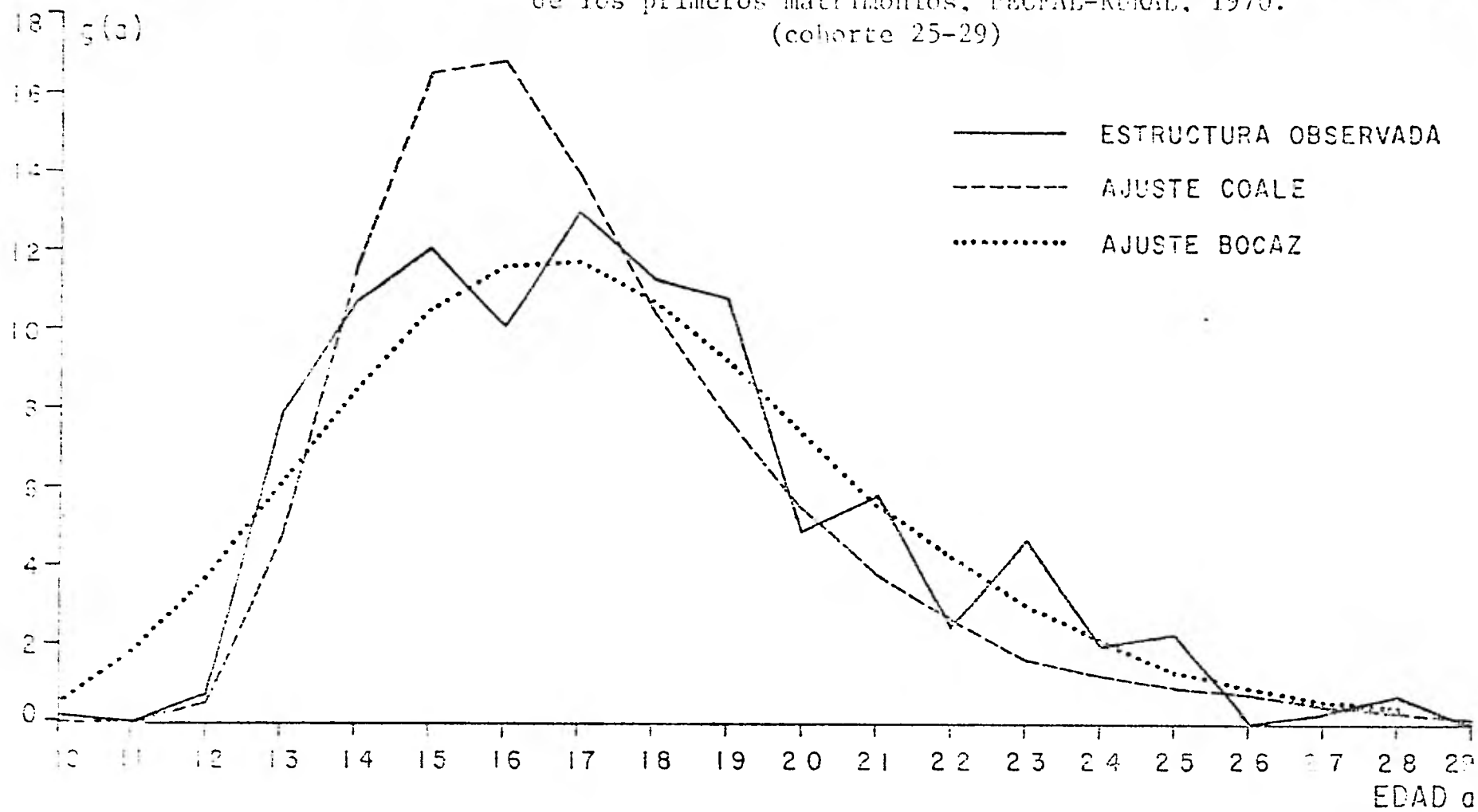
	g0(a)	g(a) Bocaz	g(a) Coale
10	0.22	0.45	0
11	0.00	1.82	0
12	0.67	3.77	0.60
13	7.87	6.12	4.73
14	10.79	8.52	11.75
15	12.13	10.51	16.52
16	10.11	11.63	16.80
17	13.03	11.69	14.02
18	11.24	10.77	10.52
19	10.79	9.23	7.63
20	4.94	7.46	5.40
21	5.84	5.74	3.80
22	2.47	4.24	2.62
23	4.72	3.02	1.73
24	2.02	2.07	1.22
25	2.25	1.37	0.94
26	0.00	0.85	0.70
27	0.22	0.48	0.46
28	0.67	0.22	0.30
29	0.00	0.05	0.20

(continuación)

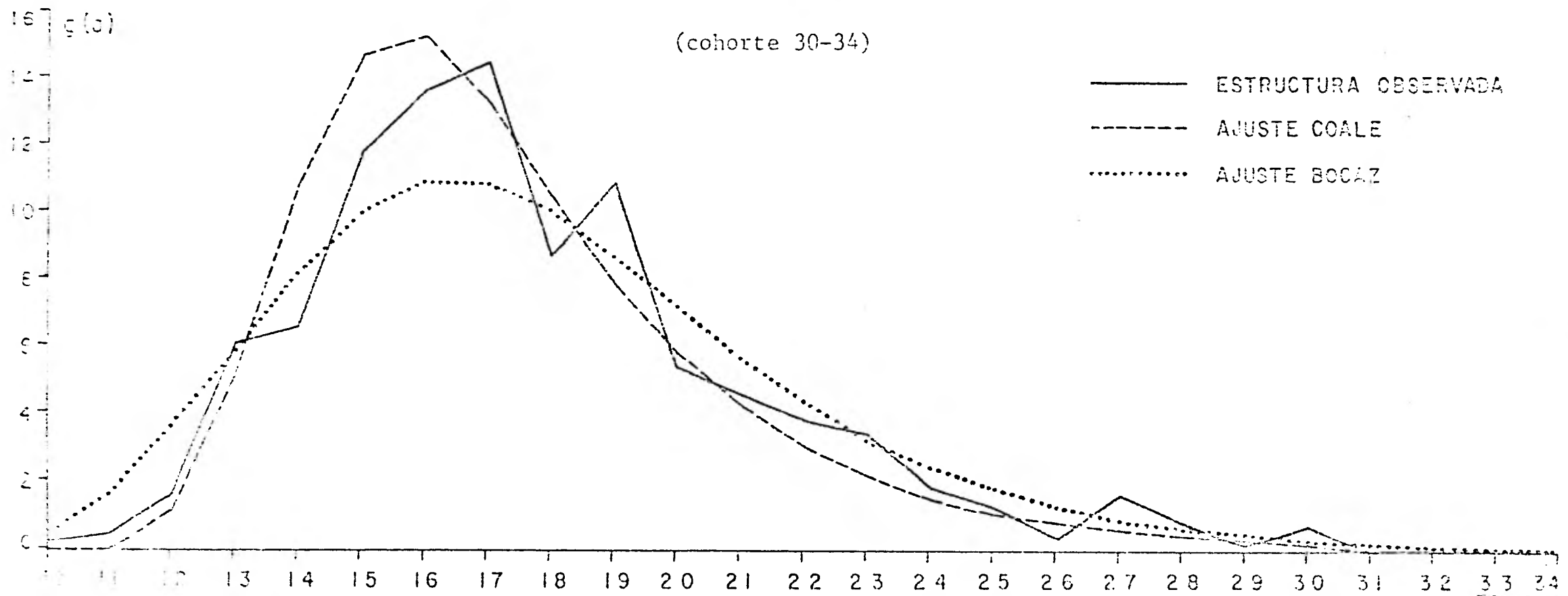
## Cohorte 30 - 34

	$g_0(a)$	$g(a)$ Bocaz	$g(a)$ Coale
0	0.27	0.40	0
1	0.55	1.74	0
12	1.65	3.68	1.16
13	6.04	5.97	5.22
14	6.59	8.23	10.96
15	11.81	10.01	14.76
16	13.74	10.94	15.24
17	15.56	10.90	13.31
18	8.79	10.06	10.47
19	10.99	8.73	7.92
20	5.49	7.21	5.87
21	4.67	5.75	4.29
22	3.85	4.46	3.12
23	3.57	3.39	2.22
24	1.92	2.53	1.53
25	1.37	1.87	1.12
26	0.55	1.36	0.86
27	1.65	0.97	0.68
28	0.82	0.68	0.49
29	0.27	0.47	0.33
30	0.82	0.31	0.23
31	0.00	0.19	0.15
32	0.00	0.11	0.05
33	0.00	0.05	0
34	0.00	0.01	0

Gráfica A 3  
 Distribución observada y estimada, vía los modelos de nupcialidad de A. Bocaz y A. J. Coale,  
 de los primeros matrimonios, PEFAL-RURAL, 1970.  
 (cohorte 25-29)



Gráfica A 4  
 (cohorte 30-34)





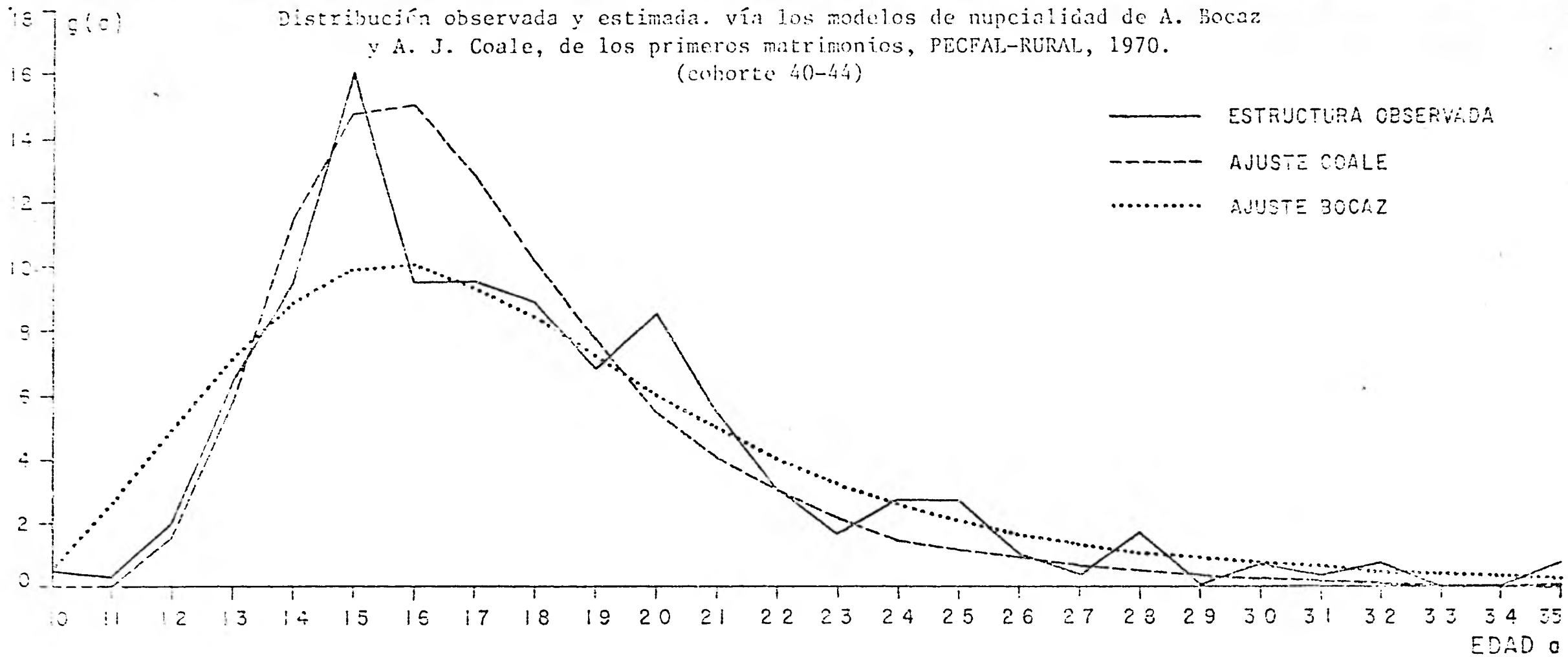
(continuación)

Cohorte 40 - 44			
	g0(a)	g(a) Bocaz	g(a) Coale
10	0.68	0.68	0.00
11	0.34	2.60	0.00
12	2.05	4.92	1.50
13	6.48	7.16	5.82
14	9.56	8.90	11.47
15	16.04	9.84	14.88
16	9.56	9.96	15.06
17	9.56	9.39	12.99
18	8.87	8.40	10.17
19	6.83	7.23	7.69
20	8.53	6.06	5.69
21	5.46	4.98	4.18
22	3.07	4.04	3.04
23	1.71	3.25	2.16
24	2.73	2.61	1.49
25	2.73	2.08	1.10
26	1.02	1.66	0.87
27	0.34	1.33	0.67
28	1.71	1.06	0.48
29	0.00	0.85	0.33
30	0.68	0.67	0.23
31	0.34	0.54	0.15
32	0.68	0.43	0.05
33	0.00	0.34	0.00
34	0.00	0.27	0.00
35	0.68	0.21	0.00
36	0.00	0.16	0.00
37	0.00	0.12	0.00
38	0.00	0.09	0.00
39	0.34	0.07	0.00
40	0.00	0.05	0.00

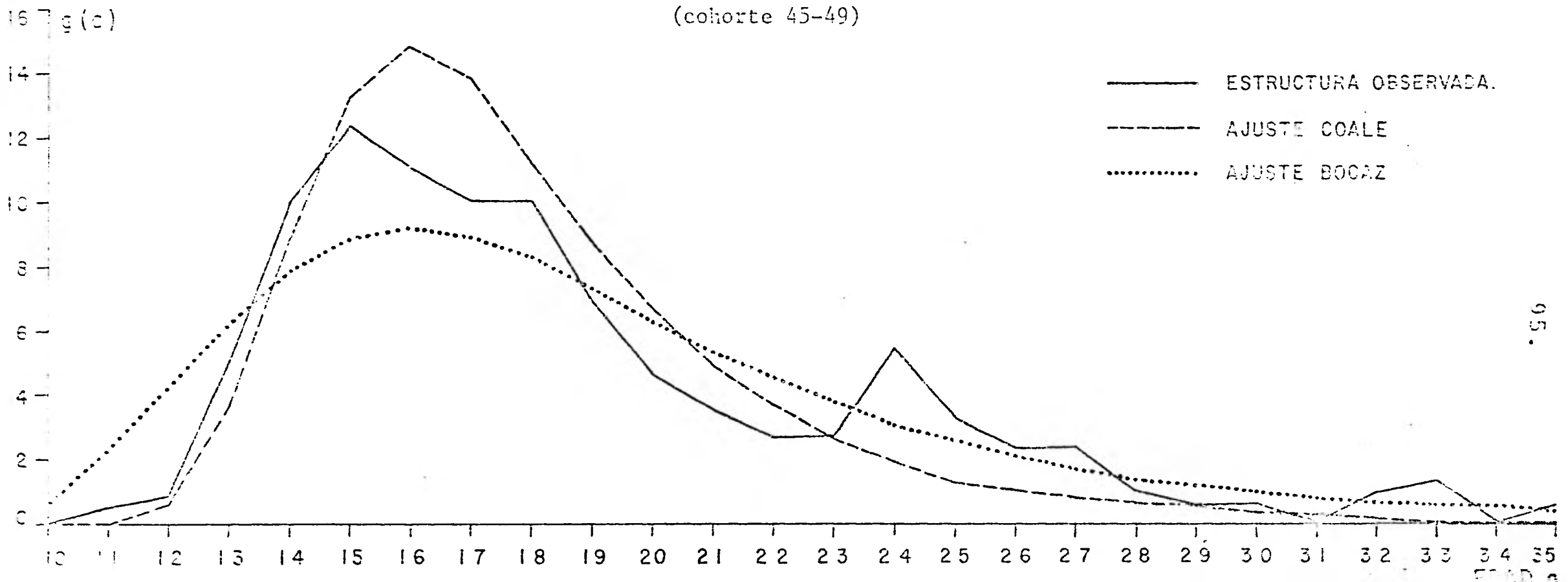
(continuación)

## Cohorte 45 - 49

	$g_0(a)$	$g(a)$ Bocaz	$g(a)$ Coale
10	0.00	0.58	0.00
11	0.46	2.23	0.00
12	0.92	4.21	0.58
13	5.05	6.17	3.65
14	10.09	7.79	8.86
15	12.39	8.82	13.37
16	11.01	9.18	14.85
17	10.09	8.94	13.84
18	10.09	8.27	11.35
19	6.88	7.36	8.79
20	4.59	6.36	6.65
21	3.50	5.38	4.93
22	2.75	4.49	3.65
23	2.75	3.71	2.67
24	5.50	3.05	1.90
25	3.21	2.50	1.33
26	1.38	2.04	1.01
27	1.38	1.67	0.81
28	0.92	1.36	0.62
29	0.46	1.11	0.44
30	0.46	0.91	0.30
31	0.00	0.75	0.21
32	0.92	0.61	0.14
33	1.38	0.50	0.04
34	0.00	0.41	0.00
35	0.46	0.33	0.00
36	0.92	0.27	0.00
37	0.00	0.22	0.00
38	0.00	0.18	0.00
39	0.00	0.14	0.00
40	0.46	0.11	0.00



Gráfica A 6  
(cohorte 45-49)



## Cuadro A2

Estimación de los primeros matrimonios  $g(a)$ , a través de los modelos de nupcialidad de A. Bocaz y A. J. Coale, EMF, 1976.

Cohorte 15 - 19			
a	$g^0(a)$	$g(a)$ Bocaz	$g(a)$ Coale
10	0.00	0.19	0.00
11	0.96	0.91	0.00
12	2.16	2.37	2.11
13	5.29	5.12	17.17
14	10.10	9.91	27.98
15	23.56	16.90	22.44
16	19.47	23.47	13.64
17	20.67	23.32	7.71
18	11.78	14.21	4.18
19	6.01	3.58	2.21
Cohorte 20 - 24			
10	0.41	0.13	0.00
11	0.30	0.58	0.00
12	0.61	1.35	0.02
13	1.72	2.54	2.95
14	5.37	4.30	11.03
15	8.51	6.69	18.18
16	9.52	9.63	18.98
17	13.27	12.64	15.39
18	13.88	14.80	11.03
19	15.20	15.11	7.60
20	14.79	13.70	5.12
21	6.59	9.72	3.40
22	5.78	5.91	2.16
23	2.94	2.74	1.43
24	1.11	0.64	1.06

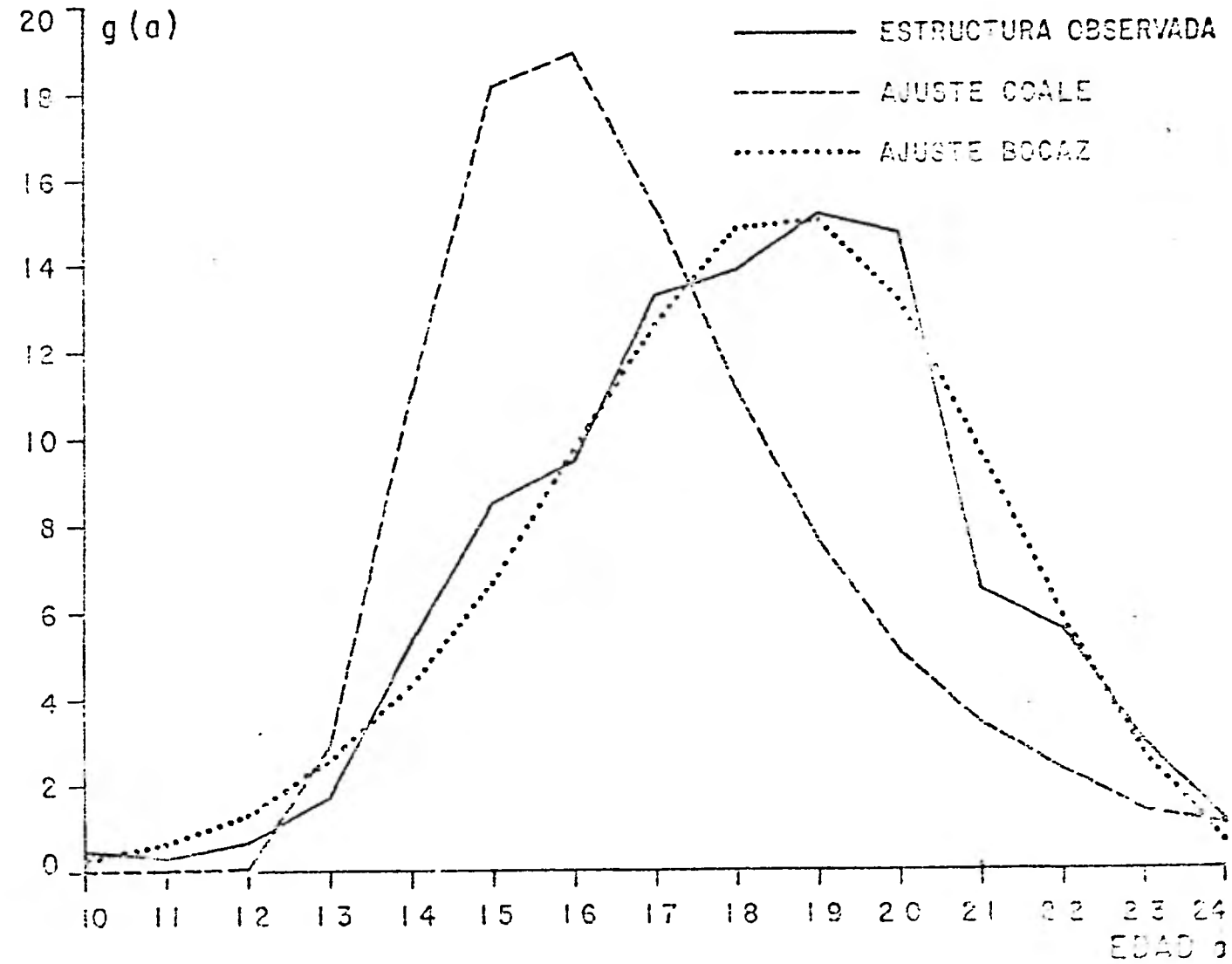
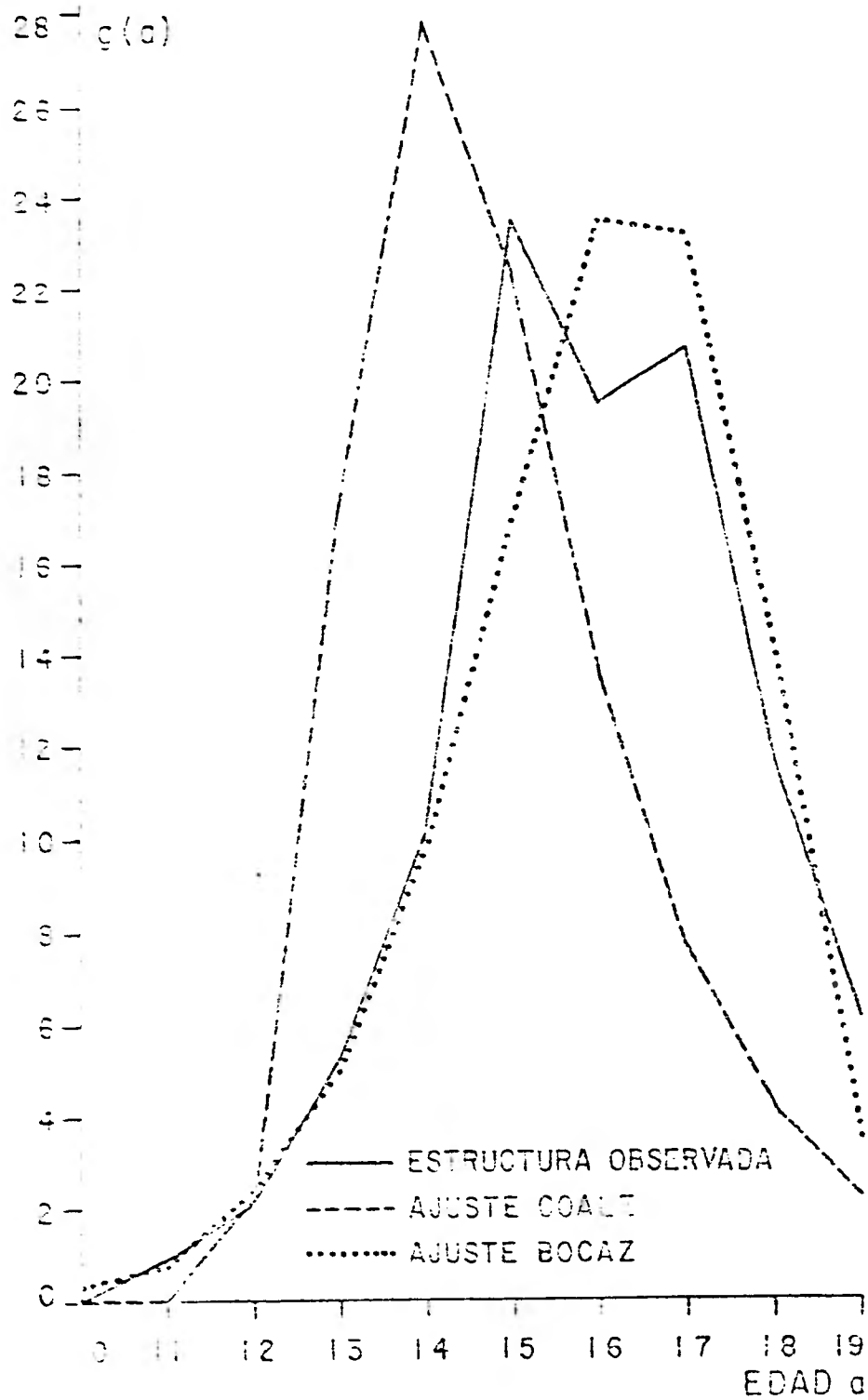
Gráfica A 7

Gráfica A 8

Distribución observada y estimada, vía los modelos de nupcialidad de A. Bocaz y A. J. Coale, de los primeros matrimonios, EMF, 1976

(cohorte 15-19)

(cohorte 20-24)



(continuación)

## Cohorte 25 - 29

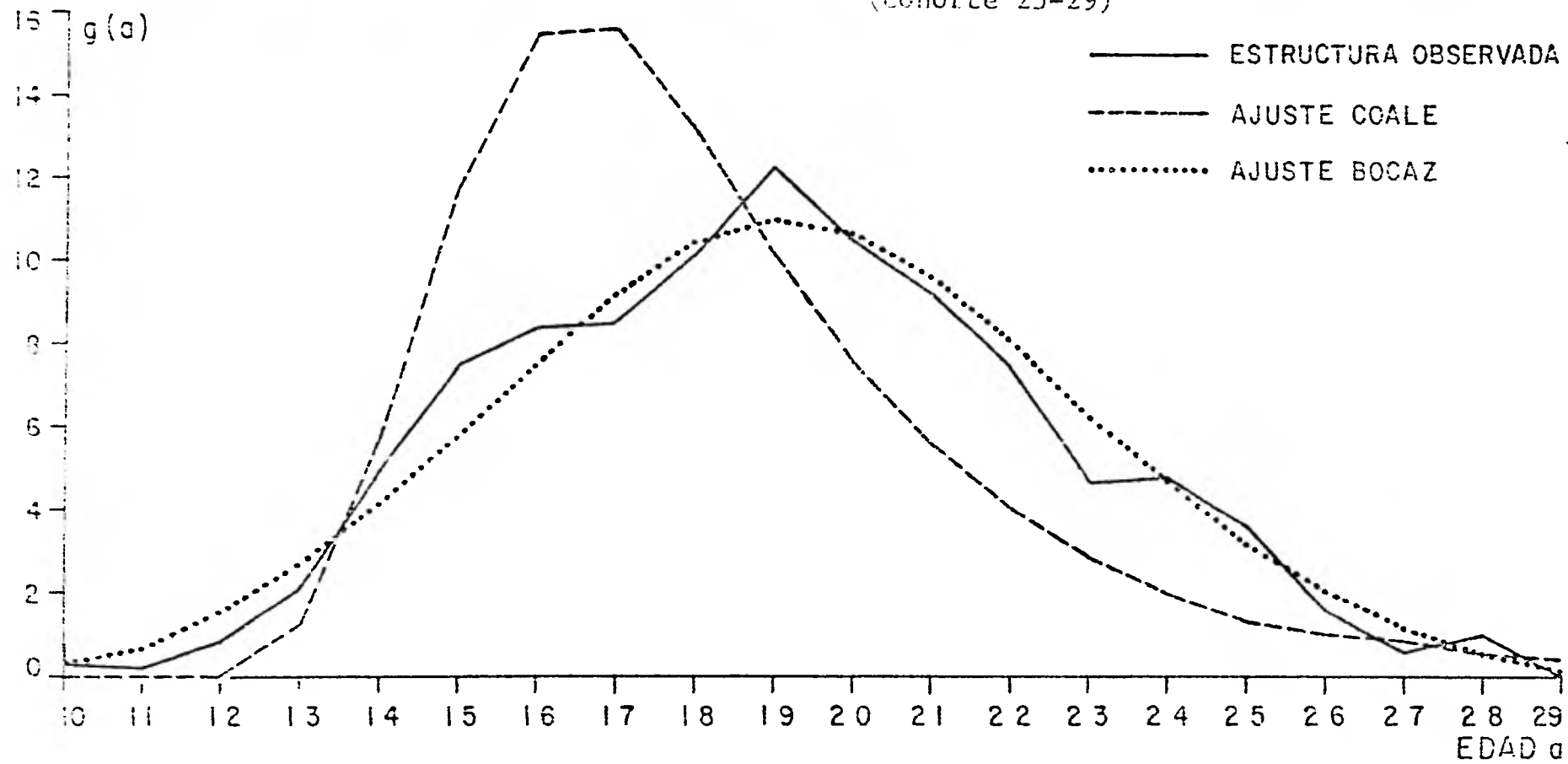
	g0(a)	g(a) Bocaz	g(a) Coale
10	0.37	0.18	0.00
11	0.28	0.73	0.00
12	0.84	1.55	0.00
13	2.06	2.68	1.26
14	4.95	4.12	5.71
15	7.48	5.81	11.83
16	8.41	7.60	15.50
17	8.50	9.26	15.59
18	10.19	10.47	13.23
19	12.24	10.98	10.19
20	10.47	10.66	7.59
21	9.25	9.61	5.53
22	7.48	8.08	4.01
23	4.67	6.36	2.86
24	4.86	4.70	1.98
25	3.74	3.25	1.36
26	1.61	2.08	1.03
27	0.56	1.19	0.81
28	1.03	0.55	0.59
29	0.00	0.13	0.40

(continuación)

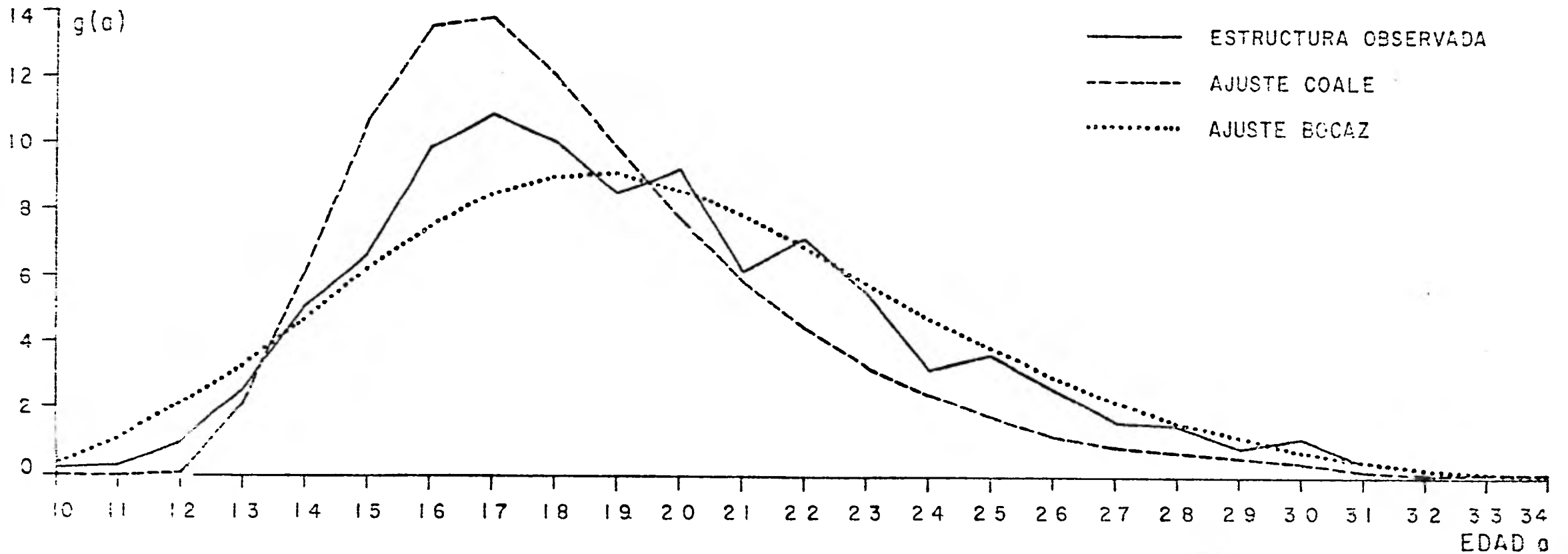
## Cohorte 30 - 34

	g0(a)	g(a) Bocaz	g(a) Coale
10	0.22	0.28	0.00
11	0.33	1.05	0.00
12	0.98	2.10	0.14
13	2.50	3.36	2.10
14	5.11	4.77	6.15
15	6.63	6.21	10.84
16	9.89	7.51	13.59
17	10.87	8.49	13.87
18	10.11	9.04	12.33
19	8.59	9.09	9.97
20	9.35	8.68	7.78
21	6.20	7.91	5.97
22	7.17	6.93	4.49
23	5.65	5.85	3.38
24	3.37	4.80	2.51
25	3.70	3.84	1.83
26	2.72	2.99	1.30
27	1.74	2.27	0.99
28	1.63	1.69	0.80
29	0.98	1.22	0.63
30	1.20	0.84	0.50
31	0.54	0.55	0.32
32	0.33	0.33	0.24
33	0.11	0.16	0.17
34	0.11	0.04	0.12

Gráfica A9  
 Distribución observada y ajustada, vía los modelos de nupcialidad de A. Bocaz  
 y A. J. Coale, de los primeros matrimonios, EMF, 1976.  
 (cohorte 25-29)



Gráfica A10  
 (cohorte 30-34)





(continuación)

## Cohorte 40 - 44

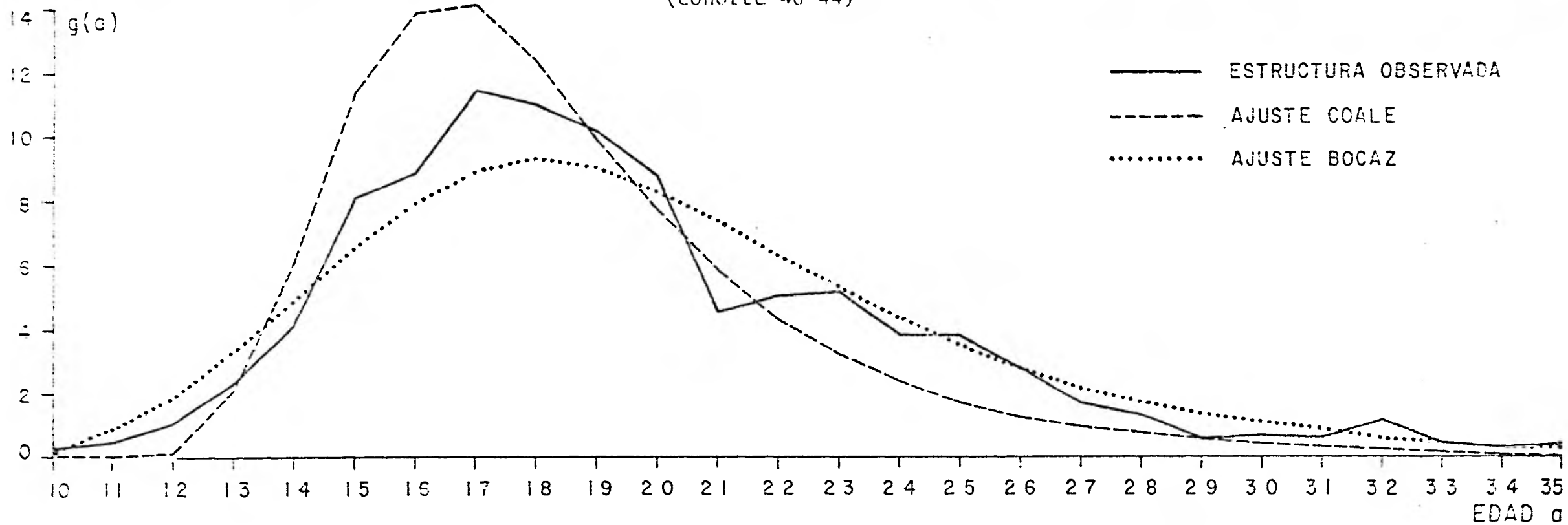
	g0(a)	g(a) Bocaz	g(a) Coale
10	0.30	0.16	0.00
11	0.44	0.81	0.00
12	1.03	1.87	0.12
13	2.36	3.28	2.12
14	4.14	4.92	6.15
15	8.12	6.57	11.40
16	8.86	7.98	13.96
17	11.52	8.93	14.11
18	11.08	9.28	12.38
19	10.19	9.05	9.91
20	8.71	8.36	7.66
21	4.58	7.40	5.82
22	5.02	6.32	4.35
23	5.17	5.26	3.25
24	3.84	4.29	2.39
25	3.84	3.45	1.71
26	2.80	2.74	1.23
27	1.77	2.16	0.95
28	1.33	1.70	0.77
29	0.59	1.33	0.59
30	0.74	1.03	0.44
31	0.59	0.80	0.29
32	1.18	0.61	0.22
33	0.44	0.47	0.14
34	0.29	0.36	0.06
35	0.44	0.27	0.00
36	0.15	0.20	0.00
37	0.15	0.14	0.00
38	0.00	0.10	0.00
39	0.30	0.07	0.00

(continuación)

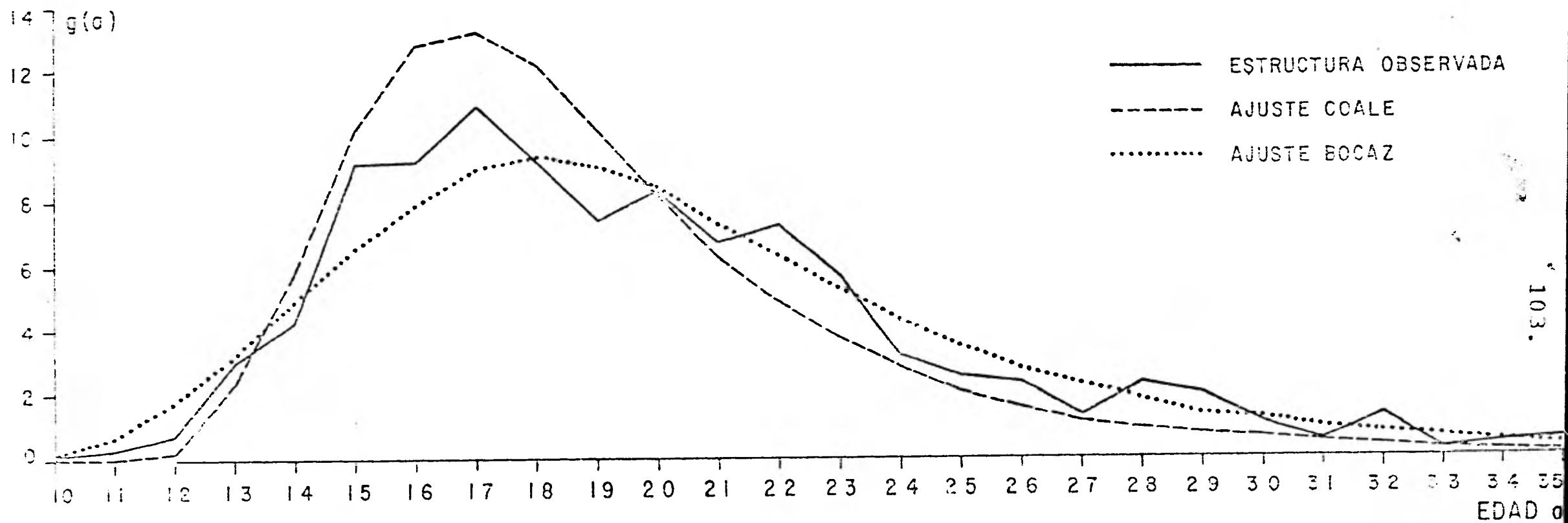
## Cohorte 45 - 49

	g0(a)	g(a) Bocaz	g(a) Coale
10	0.18	0.13	0.00
11	0.35	0.73	0.00
12	0.70	1.76	0.20
13	2.98	3.16	2.14
14	4.21	4.81	5.85
15	9.12	6.48	10.11
16	9.12	7.92	12.79
17	10.88	8.87	13.27
18	9.12	9.22	12.10
19	7.36	8.98	10.00
20	8.25	8.30	8.01
21	6.67	7.33	6.23
22	7.19	6.27	4.78
23	5.61	5.23	3.65
24	3.16	4.28	2.77
25	2.46	3.46	2.08
26	2.28	2.77	1.51
27	1.23	2.21	1.11
28	2.28	1.75	0.88
29	1.93	1.39	0.73
30	1.05	1.10	0.60
31	0.53	0.86	0.42
32	1.23	0.68	0.32
33	0.18	0.54	0.20
34	0.35	0.42	0.16
35	0.53	0.33	0.12
36	0.35	0.25	0.00
37	0.35	0.20	0.00
38	0.00	0.15	0.00
39	0.35	0.12	0.00

Gráfica A 11  
 Distribución observada y estimada, via los modelos de nupcialidad de A. Bocaz  
 y A. J. Coale, de los primeros matrimonios, EMF, 1976.  
 (cohorte 40-44)

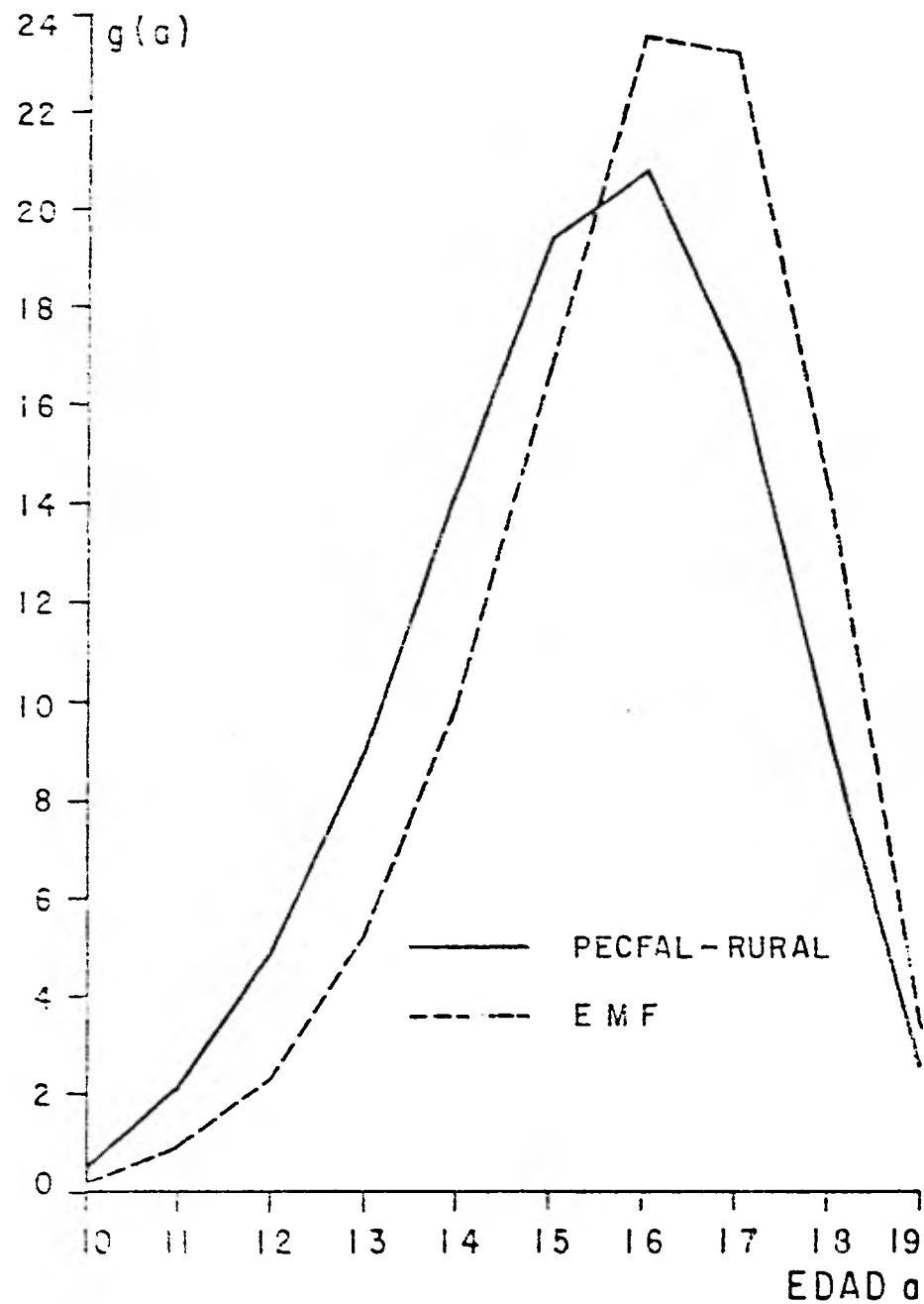


Gráfica A 12  
 (cohorte 45-49)



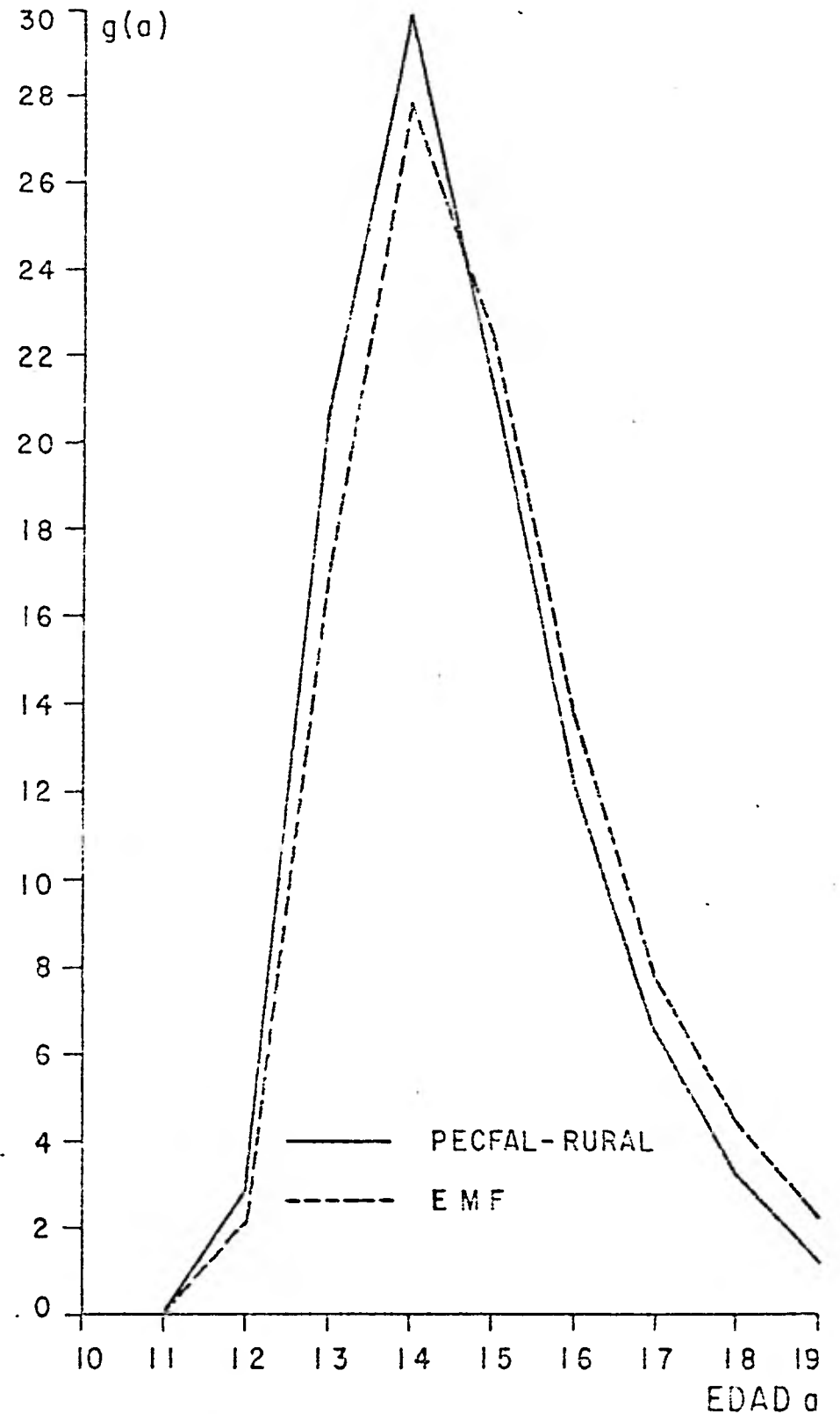
Gráfica A13

Distribuciones de los primeros matrimonios, vía el modelo de nupcialidad de A. Bocaz, para la cohorte 15-19, PECFAL-RURAL (1970) y EMF (1976).

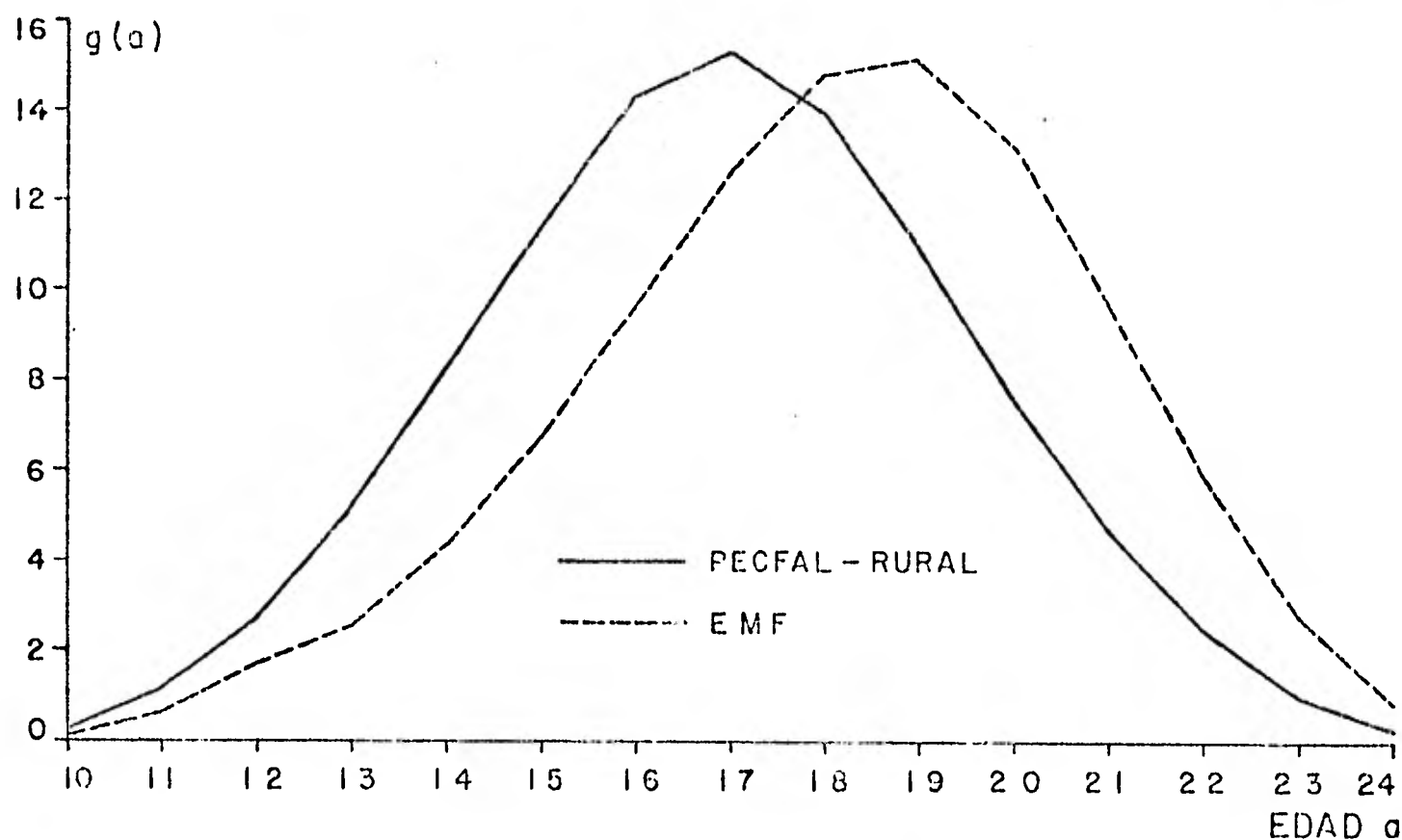


Gráfica A14

Distribuciones de los primeros matrimonios, vía el modelo de nupcialidad de A. J. Coale, para la cohorte 15-19, PECFAL-RURAL (1970) y EMF (1976)

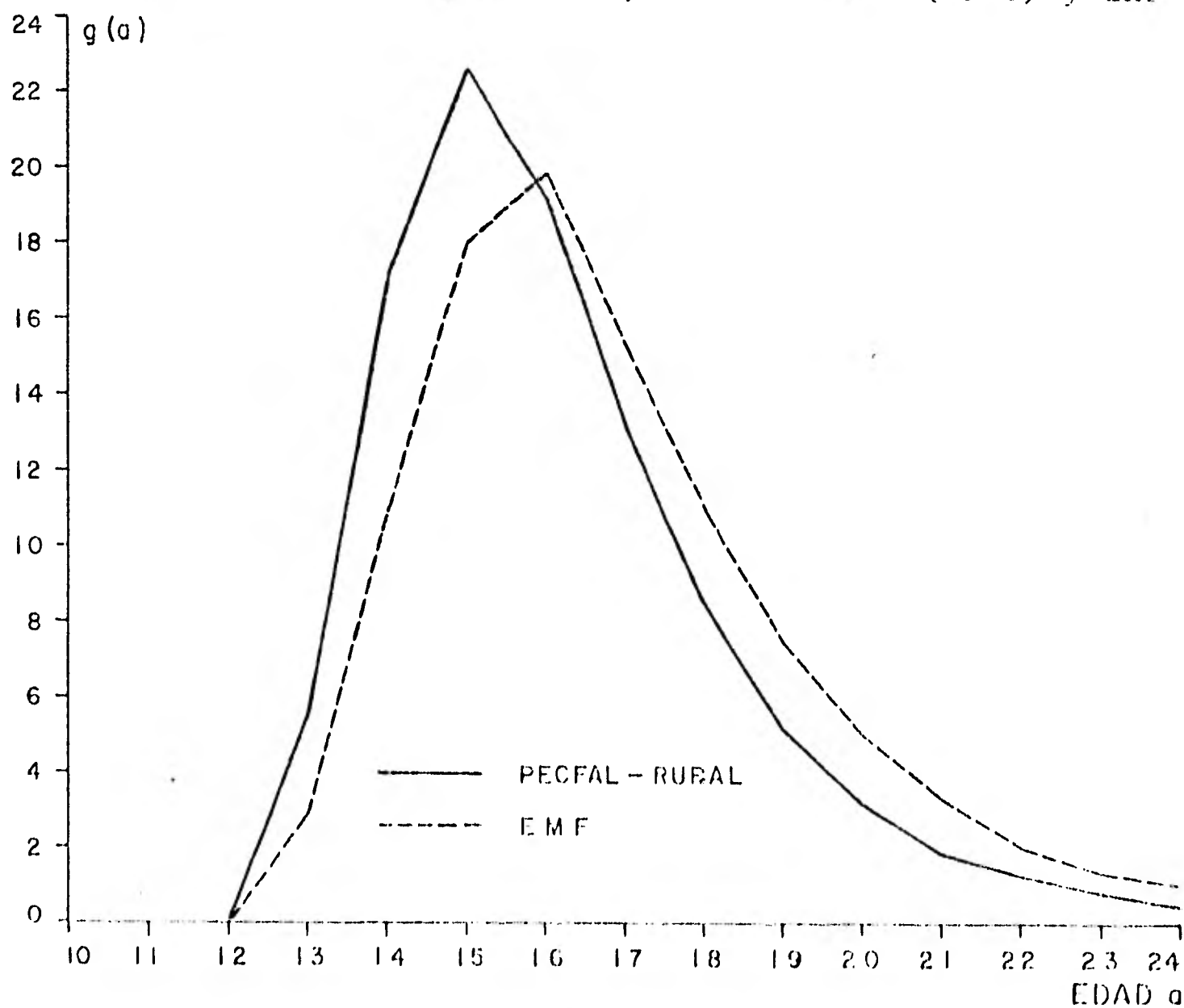


Distribuciones de los primeros matrimonios, vía el modelo de nupcialidad de A. Bocaz, para la cohorte 20-24, PECFAL-RURAL (1970) y EMF (1976)

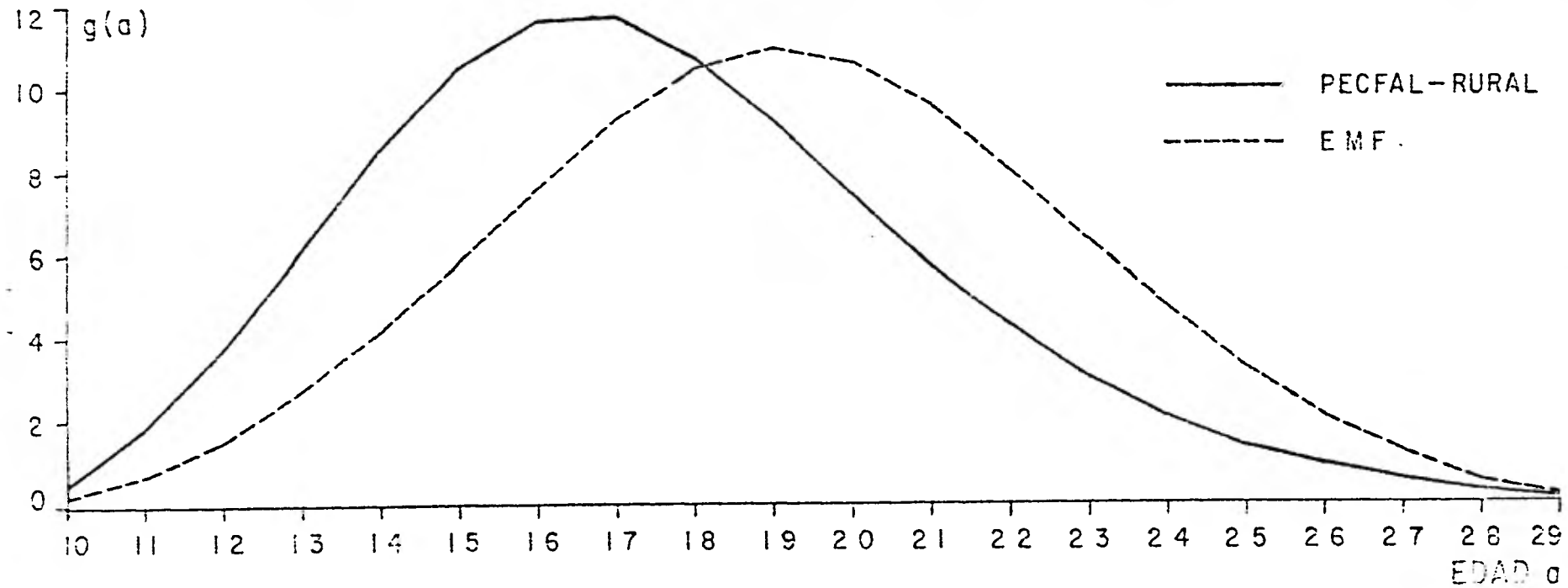


Gráfica A 16

Distribuciones de los primeros matrimonios, vía el modelo de nupcialidad de A. J. Coale, para la cohorte 20-24, PECFAL-RURAL (1970) y EMF (1976).

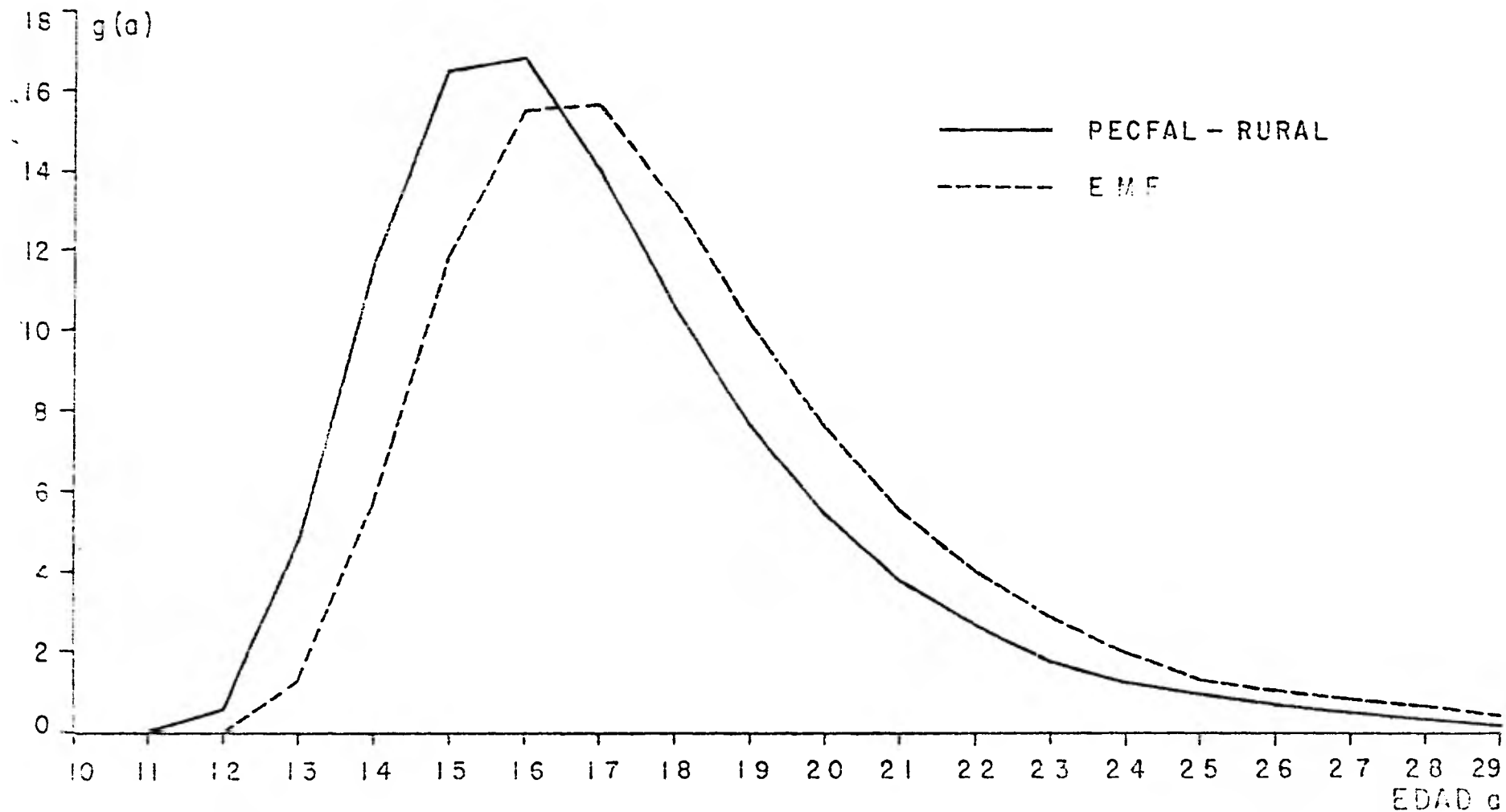


Distribuciones de los primeros matrimonios, vía el modelo de nupcialidad de A. Bocaz, para la cohorte 25-29, PECFAL-RURAL (1970) y EMF (1976)

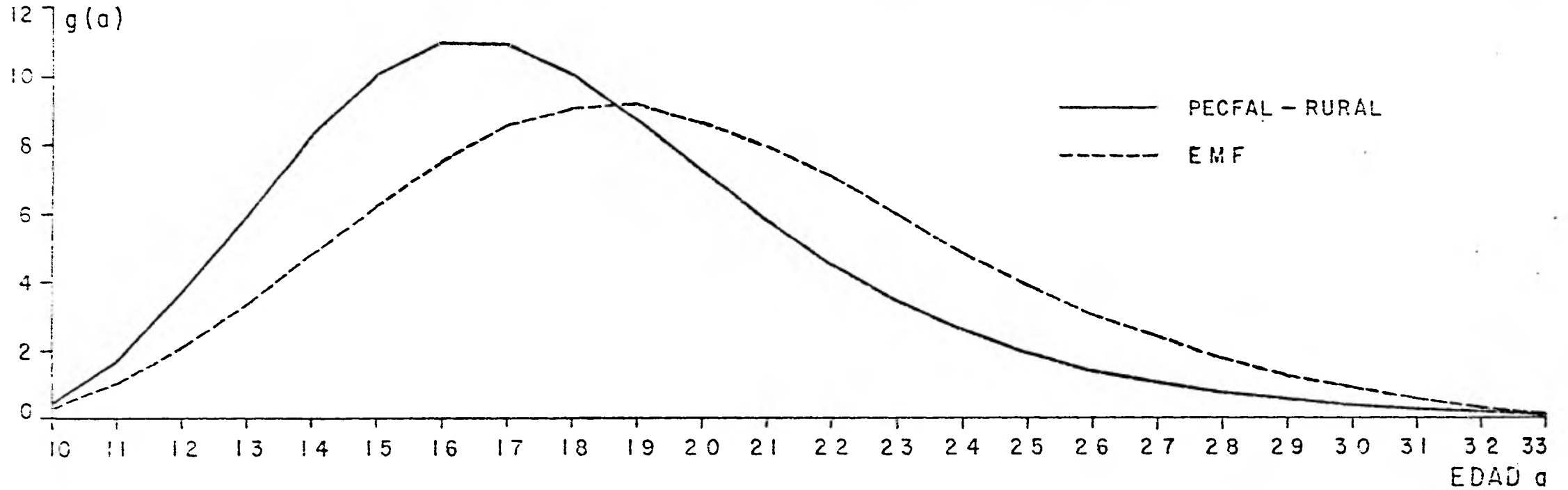


Gráfica A18

Distribuciones de los primeros matrimonios, vía el modelo de nupcialidad de A. J. Coale, para la cohorte 25-29, PECFAL-RURAL (1970) y EMF (1976).

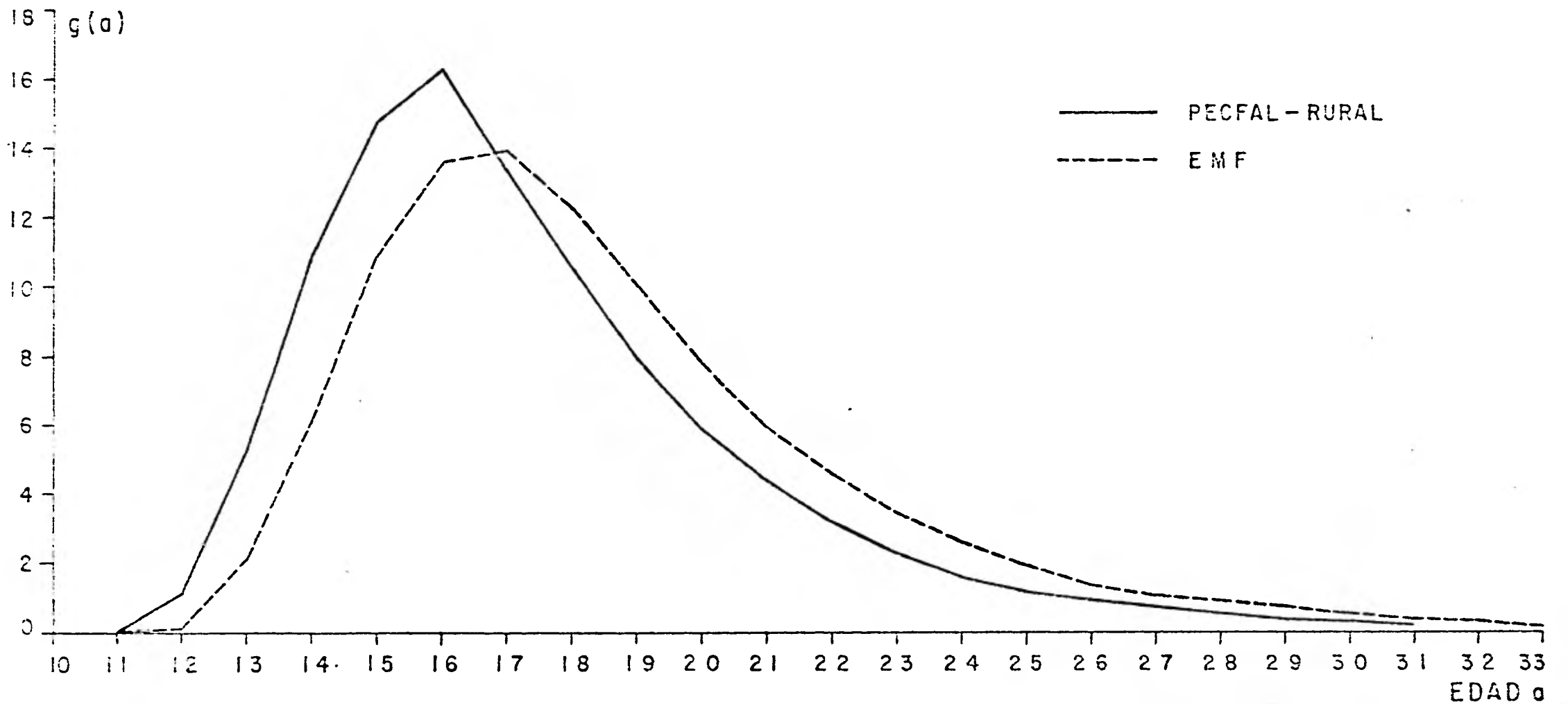


Distribuciones de los primeros matrimonios, vía el modelo de nupcialidad de A. Bocaz, para la cohorte 30-34, PECFAL-RURAL (1970) y EMF (1976).



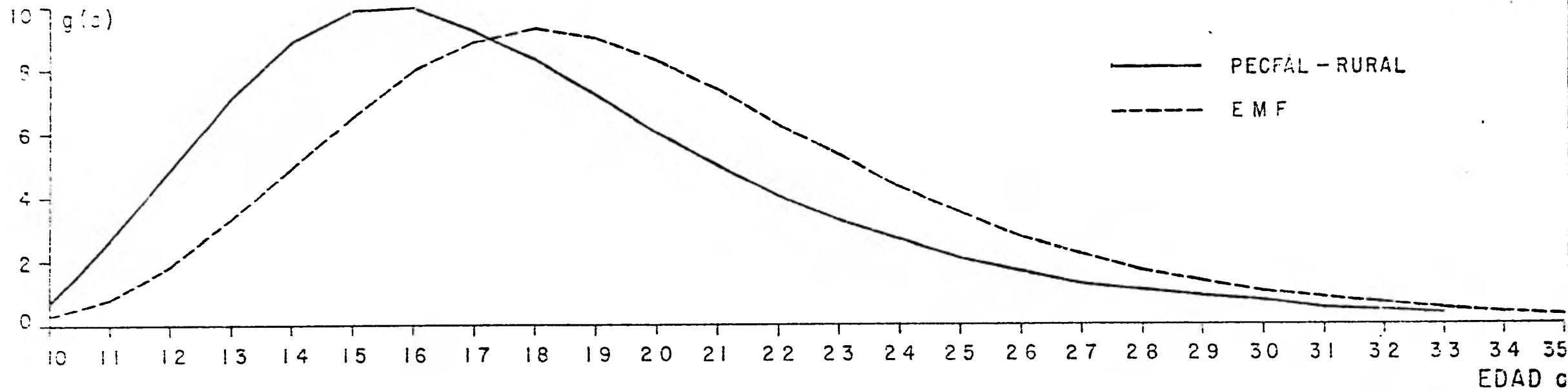
Gráfica A 20

Distribuciones de los primeros matrimonios, vía el modelo de nupcialidad de A. J. Coale, para la cohorte 30-34, PECFAL-RURAL (1970) y EMF (1976).



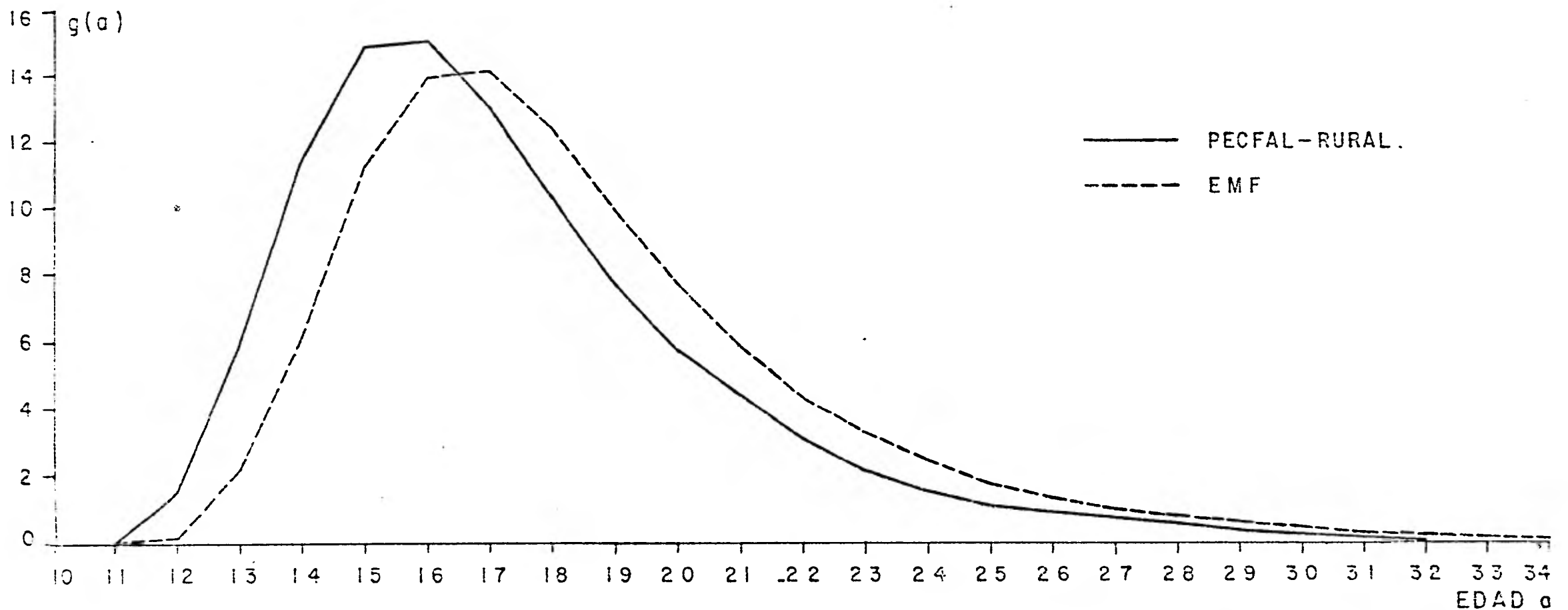
Gráfica A 21

Distribuciones de los primeros matrimonios, vía el modelo de nupcialidad de A. Bocaz, para la cohorte 40-44, PECFAL-RURAL (1970) y EMF (1976)



Gráfica A 22

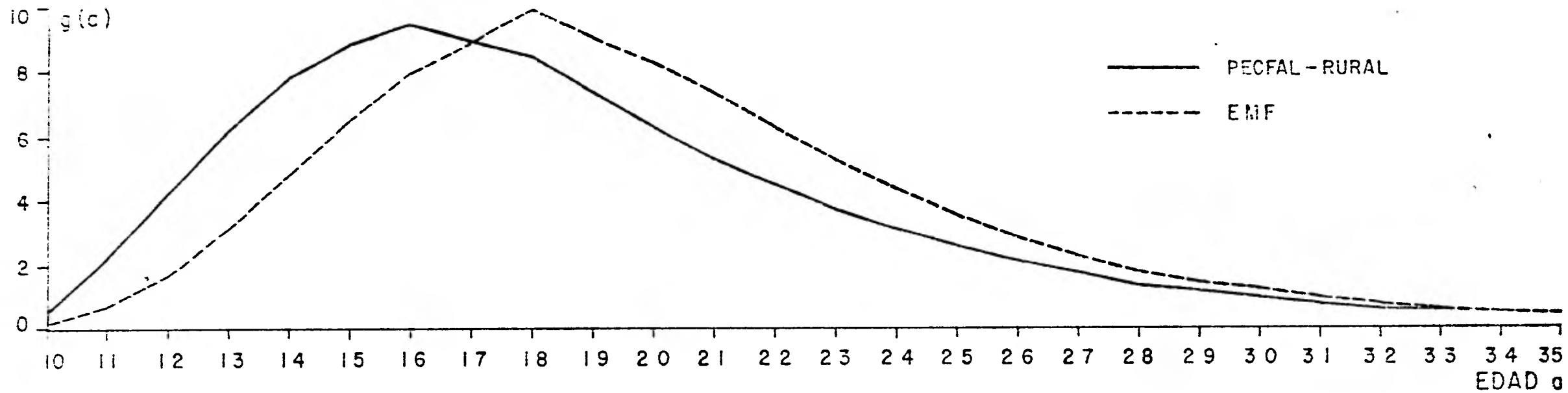
Distribuciones de los primeros matrimonios, vía el modelo de nupcialidad de A. J. Coale, para la cohorte 40-44, PECFAL-RURAL (1970) y EMF (1976).





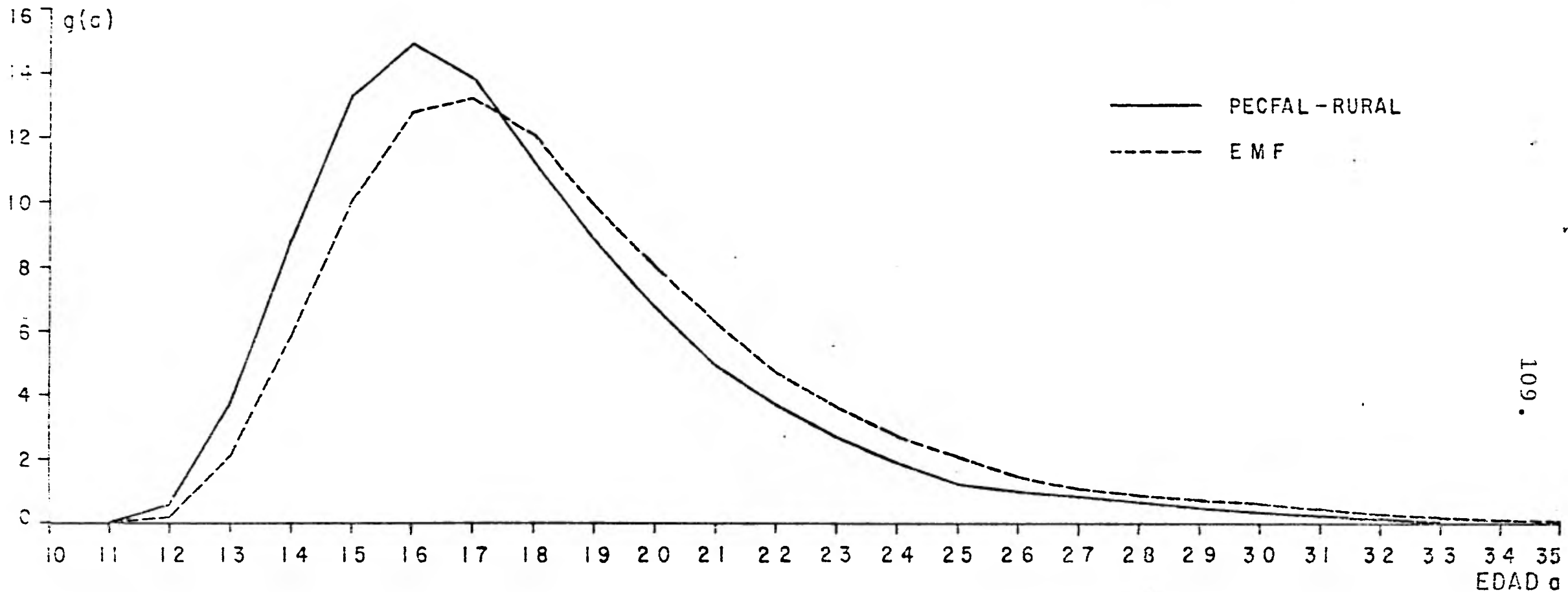
Gráfica A 23

Distribuciones de los primeros matrimonios, vía el modelo de nupcialidad de A. Bocaz, para la cohorte 45-49, PECFAL-RURAL (1970) y EMF (1976)



Gráfica A 24

Distribuciones de los primeros matrimonios, vía el modelo de nupcialidad de A. J. Coale, para la cohorte 45-49, PECFAL-RURAL (1970) y EMF (1976).



## A N E X O 2

Estimaciones de las estructuras por edad de la fecundidad ( $f(x)$ ), a través de la función de Brass y el modelo de fecundidad de Coale y Trussell, para ocho regiones, 1970.

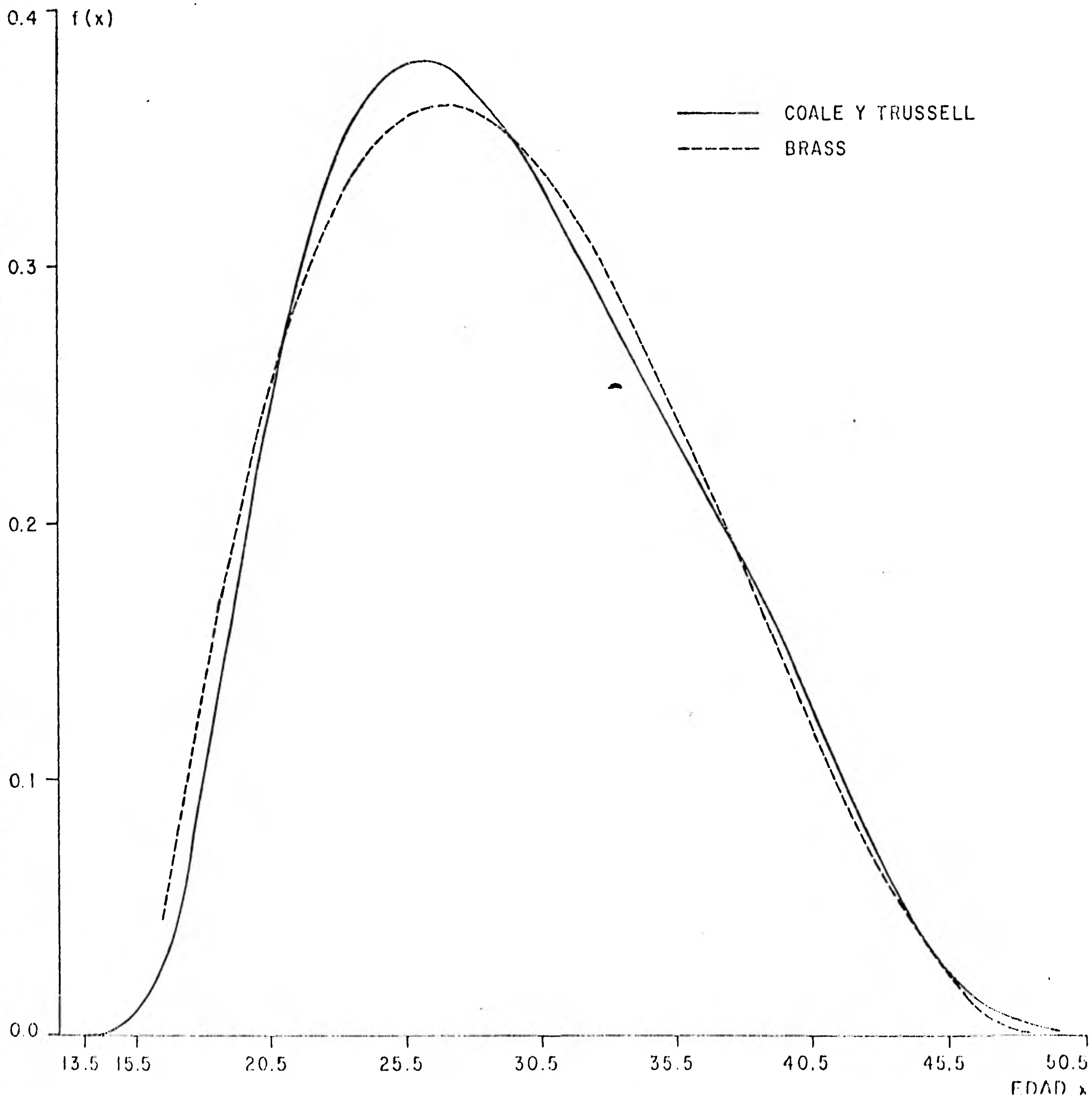
Cuadro B.1

Estimación de la estructura por edad de la fecundidad ( $f(x)$ ), a través de la función de fecundidad de Brass y el modelo de fecundidad de Coale y Trussell, región 1, 1970.

B r a s s		Coale y Trussell		
x	f(x)	x	f <sup>S</sup> (x)	f(x)
		13	.00001013	.00007
		14	.00028281	.00192
		15	.00149429	.01012
1.5	.04634	16	.00468187	.03170
17.5	.11058	17	.01060365	.07179
18.5	.16651	18	.01912113	.12946
19.5	.21453	19	.02834377	.19189
20.5	.25506	20	.03694750	.25014
21.5	.28849	21	.04392166	.29736
22.5	.31525	22	.04922839	.33329
23.5	.33573	23	.05287143	.35795
24.5	.35034	24	.05494273	.37198
25.5	.35950	25	.05598603	.37904
26.5	.36360	26	.05609435	.37977
27.5	.36306	27	.05510086	.37305
28.5	.35828	28	.05366544	.36333
29.5	.34968	29	.05159173	.34929
30.5	.33765	30	.04891204	.33115
31.5	.32260	31	.04595769	.31115
32.5	.30495	32	.04303142	.29133
33.5	.28510	33	.04007275	.27130
34.5	.26345	34	.03716552	.25162
35.5	.24043	35	.03427873	.23208
36.5	.21642	36	.03134460	.21221
37.5	.19185	37	.02847948	.19281
38.5	.16711	38	.02561183	.17340
39.5	.14261	39	.02251979	.15246
40.5	.11877	40	.01901910	.12876
41.5	.09599	41	.01525491	.10328
42.5	.07467	42	.01177582	.07973
43.5	.05523	43	.00849949	.05754
44.5	.03807	44	.00561333	.03800
45.5	.02360	45	.00341574	.02313
46.5	.01223	46	.00210555	.01426
47.5	.00436	47	.00123952	.00835
48.5	.00040	48	.00064111	.00434
		49	.00017376	.00118

## Gráfica B1

Distribución de la estructura por edad de la fecundidad,  
vía la función de fecundidad de Brass y el modelo de  
fecundidad de Coale y Trussell, región 1, 1970



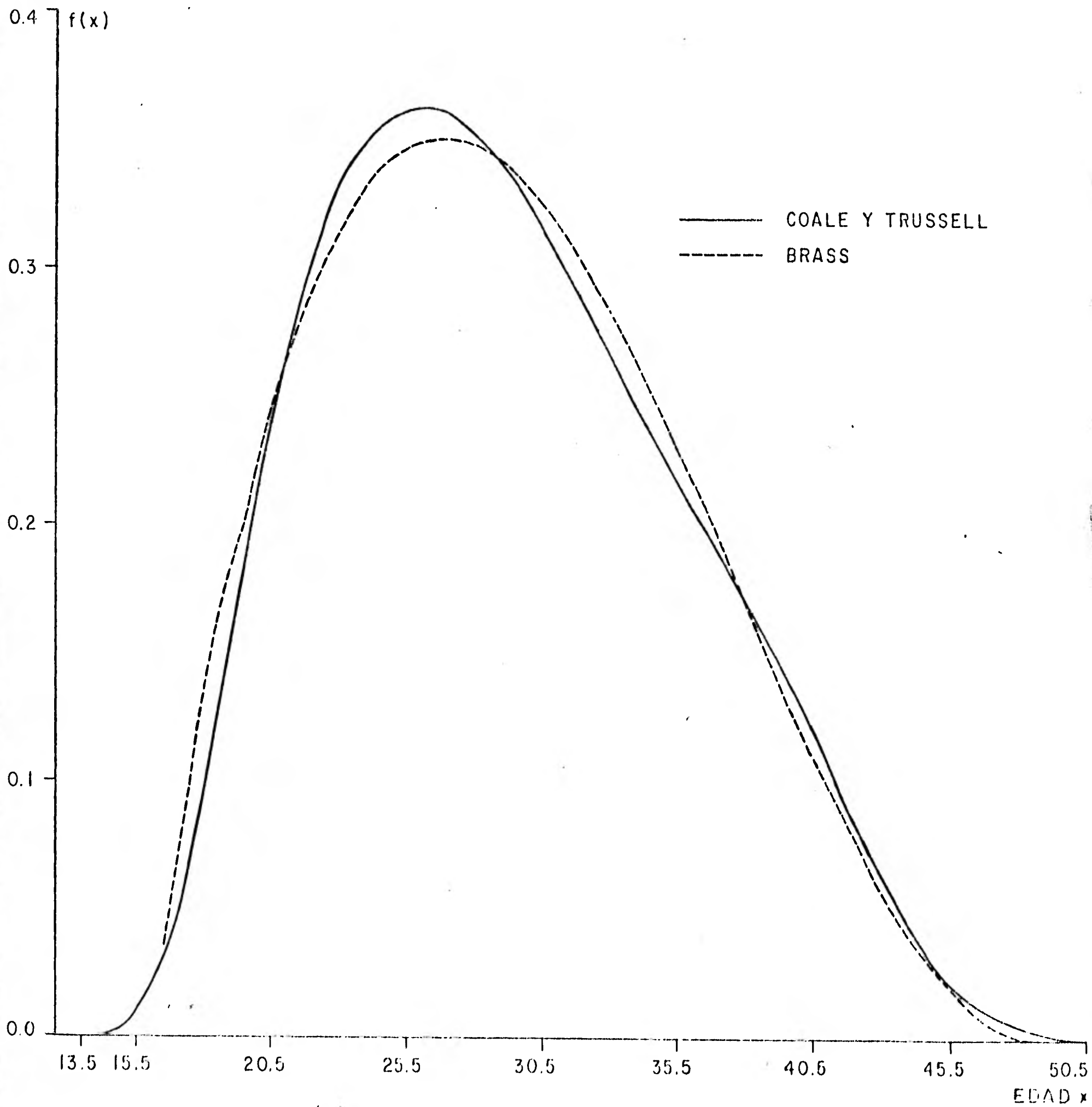
## Cuadro B2

Estimación de la estructura por edad de la fecundidad ( $f(x)$ ), a través de la función de fecundidad de Brass y el modelo de fecundidad de Coale y Trussell, región 2, 1970.

<u>B r a s s</u>		<u>Coale y Trussell</u>		
$x$	$f(x)$	$x$	$f^s(x)$	$f(x)$
		13	.00002531	.00016
		14	.00038379	.00248
		15	.00175464	.01132
17.5	0.03614	16	.00511697	.03301
17.5	0.10012	17	.01113027	.07181
17.5	0.15993	18	.01962555	.12662
17.5	0.20357	19	.02875121	.18549
20.5	0.24387	20	.03726789	.24044
21.5	0.27708	21	.04417603	.28501
21.5	0.30364	22	.04946433	.31913
23.5	0.32393	23	.05310833	.34264
24.5	0.33839	24	.05517846	.35599
24.5	0.34741	25	.05622566	.36275
24.5	0.35141	26	.05633374	.36345
27.5	0.35080	27	.05530852	.35683
27.5	0.34599	28	.05383294	.34731
27.5	0.33738	29	.05169089	.33349
30.5	0.32540	30	.04892040	.31562
31.5	0.31045	31	.04587773	.29598
31.5	0.29294	32	.04286799	.27657
33.5	0.27329	33	.03983283	.25699
34.5	0.25190	34	.03687140	.23788
34.5	0.22918	35	.03393789	.21896
34.5	0.20554	36	.03096652	.19979
37.5	0.18140	37	.02807343	.18112
37.5	0.15717	38	.02518878	.16251
37.5	0.13326	39	.02209568	.14255
40.5	0.11007	40	.01861604	.12010
41.5	0.08802	41	.01489504	.09610
41.5	0.06751	42	.01146943	.07400
41.5	0.04897	43	.00825750	.05327
41.5	0.03280	44	.00543963	.03509
41.5	0.01941	45	.00330281	.02131
44.5	0.00921	46	.00203223	.01311
47.5	0.00261	47	.00119507	.00771
47.5	0.00002	48	.00061769	.00399
		49	.00016735	.00108

## Gráfica B 2

Distribución de la estructura por edad de la fecundidad, vía la función de fecundidad de Brass y el modelo de fecundidad de Coale y Trussell, región 2, 1970

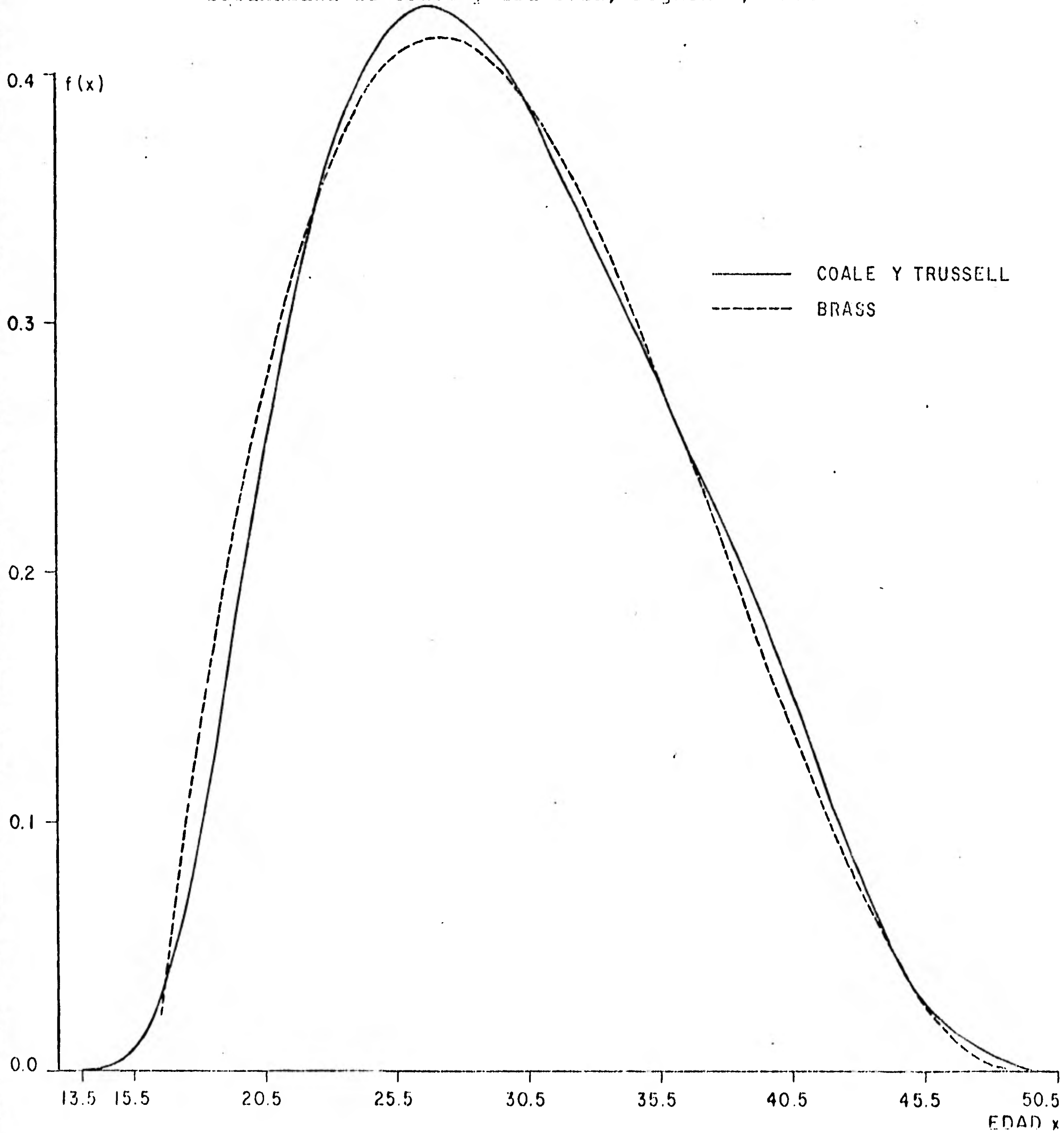


Cuadro B3

Estimación de la estructura por edad de la fecundidad ( $f(x)$ ), a través de la función de fecundidad de Brass y el modelo de fecundidad de Coale y Trussell, región 4, 1970.

B r a s s		Coale y Trussell		
	$f(x)$	$x$	$f^S(x)$	$f(x)$
		13	.00002306	.00018
		14	.00032765	.00251
		15	.00143613	.01098
16.5	.02331	16	.00414706	.03171
17.5	.10119	17	.00912179	.06975
18.5	.16918	18	.01644247	.12573
19.5	.22776	19	.02472979	.18910
20.5	.27741	20	.03292632	.25177
21.5	.31862	21	.04004620	.30621
22.5	.35186	22	.04589951	.35097
23.5	.37762	23	.05031903	.38476
24.5	.39637	24	.05325145	.40719
25.5	.40861	25	.05513531	.42159
26.5	.41482	26	.05600875	.42827
27.5	.41547	27	.05565971	.42560
28.5	.41105	28	.05474590	.41861
29.5	.40205	29	.05305874	.40571
30.5	.38893	30	.05063444	.38717
31.5	.37219	31	.04783346	.36576
32.5	.35231	32	.04498450	.34397
33.5	.32978	33	.04203906	.32145
34.5	.30506	34	.03910420	.29901
35.5	.27865	35	.03615021	.27642
36.5	.25102	36	.03311429	.25321
37.5	.22267	37	.03012659	.23036
38.5	.19406	38	.02711765	.20735
39.5	.16569	39	.02385742	.18243
40.5	.13804	40	.02015455	.15411
41.5	.11158	41	.01616634	.12362
42.5	.08680	42	.01247738	.09541
43.5	.06419	43	.00900286	.06884
44.5	.04422	44	.00594291	.04544
45.5	.02738	45	.00361476	.02764
46.5	.01415	46	.00222744	.01703
47.5	.00501	47	.00131116	.01003
48.5	.00044	48	.00067817	.00519
		49	.00013383	.00141

Distribución de la estructura por edad de la fecundidad,  
vía la función de fecundidad de Brass y el modelo de  
fecundidad de Coale y Trussell, región 4, 1970



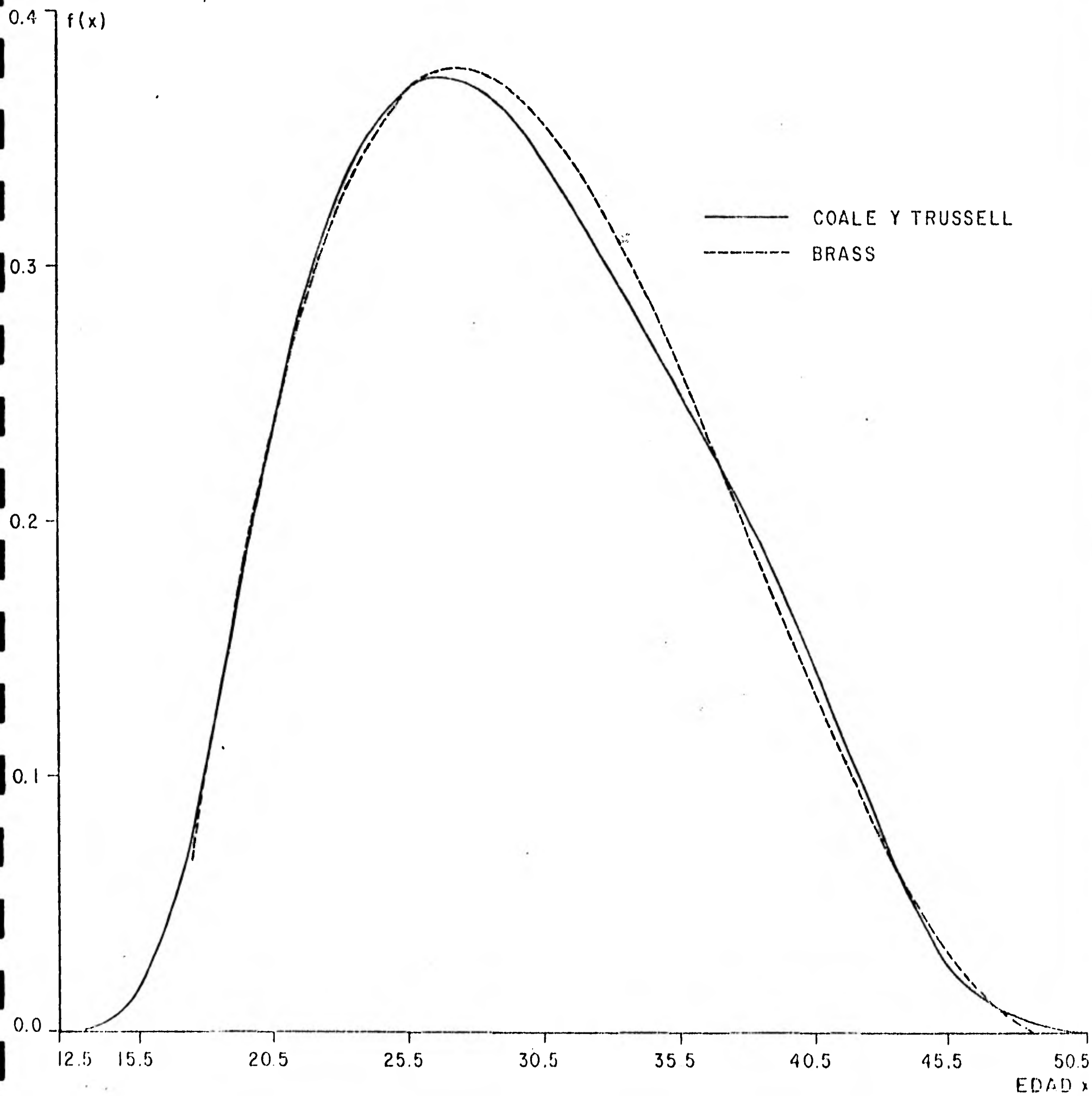


## Cuadro B4

Estimación de la estructura por edad de la fecundidad ( $f(x)$ ), a través de la función de fecundidad de Brass y el modelo de fecundidad de Coale y Trussell, región 5, 1970.

<u>B r a s s</u>		<u>Coale y Trussell</u>		
<u>x</u>	<u>f(x)</u>	<u>x</u>	<u>f<sup>s</sup>(x)</u>	<u>f(x)</u>
		12	.00000624	.000004
		13	.00016166	.00113
		14	.00080479	.00561
		15	.00250606	.01745
		16	.00591541	.04120
17.5	.06867	17	.01138368	.07928
18.5	.13360	18	.01873675	.13049
19.5	.18982	19	.02648005	.18442
20.5	.23777	20	.03379349	.23536
21.5	.27789	21	.03999329	.27854
22.5	.31061	22	.04503075	.31362
23.5	.33637	23	.04884294	.34017
24.5	.35561	24	.05140539	.35802
25.5	.36877	25	.05309331	.36977
26.5	.37629	26	.05391595	.37550
27.5	.37860	27	.05368071	.37386
28.5	.37615	28	.05295246	.36879
29.5	.36937	29	.05154422	.35898
30.5	.35870	30	.04946437	.34450
31.5	.34458	31	.04700473	.32737
32.5	.32745	32	.04447626	.30976
33.5	.30774	33	.04182466	.29129
34.5	.28590	34	.03912235	.27247
35.5	.26236	35	.03637080	.25331
36.5	.23756	36	.03350468	.23335
37.5	.21194	37	.03065402	.21349
38.5	.18594	38	.02774800	.19325
39.5	.16000	39	.02454915	.17097
40.5	.13455	40	.02085497	.14525
41.5	.11004	41	.01682133	.11715
42.5	.08690	42	.01305487	.09092
43.5	.06556	43	.00947151	.06596
44.5	.04648	44	.00628662	.04378
45.5	.03008	45	.00384183	.02676
46.5	.01681	46	.00237668	.01655
47.5	.00710	47	.00140237	.00977
48.5	.00139	48	.00072653	.00506
		49	.00019710	.00137

Distribución de la estructura por edad de la fecundidad, vía la función de fecundidad de Brass y el modelo de fecundidad de Coale y Trussell, región 5, 1970.

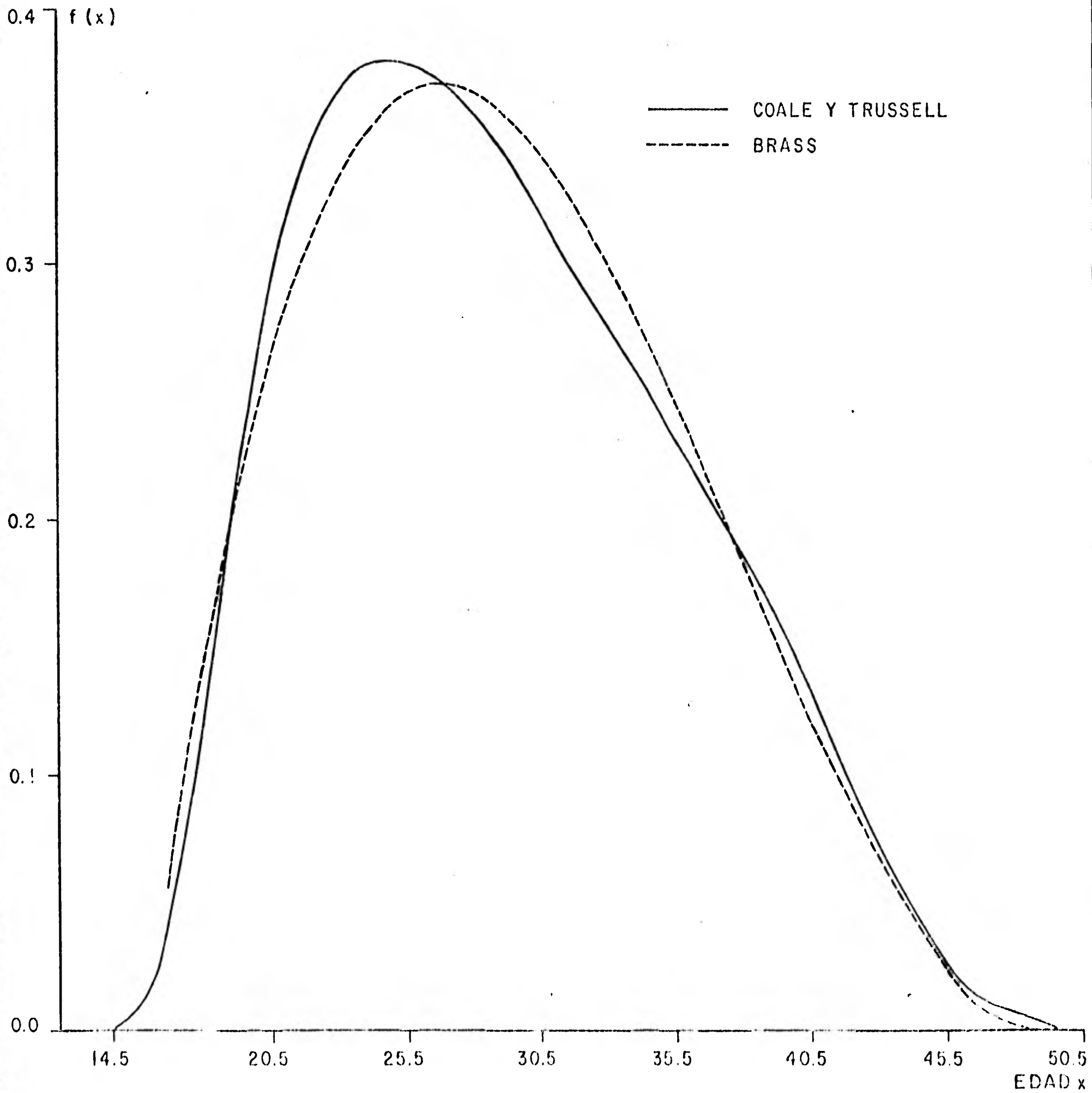


Cuadro B5

Estimación de la estructura por edad de la fecundidad ( $f(x)$ ), a través de la función de fecundidad de Brass y el modelo de fecundidad de Coale y Trussell, región 6, 1970.

Brass		Coale y Trussell		
$x$	$f(x)$	$x$	$f^S(x)$	$f(x)$
		14	.00020518	.00143
		15	.00161018	.01126
16.5	.05724	16	.00581413	.04065
17.5	.12078	17	.01356215	.09483
18.5	.17607	18	.02388618	.16701
19.5	.22353	19	.03384889	.23667
20.5	.26354	20	.04198004	.29353
21.5	.29653	21	.04773089	.33374
22.5	.32288	22	.05146070	.35982
23.5	.34301	23	.05355843	.37448
24.5	.35731	24	.05432402	.37984
25.5	.36619	25	.05431069	.37974
26.5	.37005	26	.05362847	.37497
27.5	.36929	27	.05218923	.36491
28.5	.36432	28	.05051812	.35323
29.5	.35554	29	.04846627	.33888
30.5	.34336	30	.04602166	.32179
31.5	.32817	31	.04338907	.30338
32.5	.31038	32	.04082569	.28546
33.5	.29039	33	.03825231	.26746
34.5	.26860	34	.03567981	.24948
35.5	.24543	35	.03312381	.23160
36.5	.22126	36	.03050738	.21331
37.5	.19651	37	.02793445	.19532
38.5	.17157	38	.02532850	.17710
39.5	.14685	39	.02246219	.15706
40.5	.12276	40	.01913926	.13382
41.5	.09969	41	.01549158	.10832
42.5	.07805	42	.01207014	.08440
43.5	.05824	43	.00879461	.06149
44.5	.04066	44	.00586410	.04100
45.5	.02572	45	.00359784	.02516
46.5	.01382	46	.00223310	.01561
47.5	.00536	47	.00131996	.00923
48.5	.00075	48	.00068454	.00479
		49	.00018577	.00130

Distribución de la estructura por edad de la fecundidad,  
vía la función de fecundidad de Brass y el modelo de  
fecundidad de Coale y Trussell, región 6, 1970



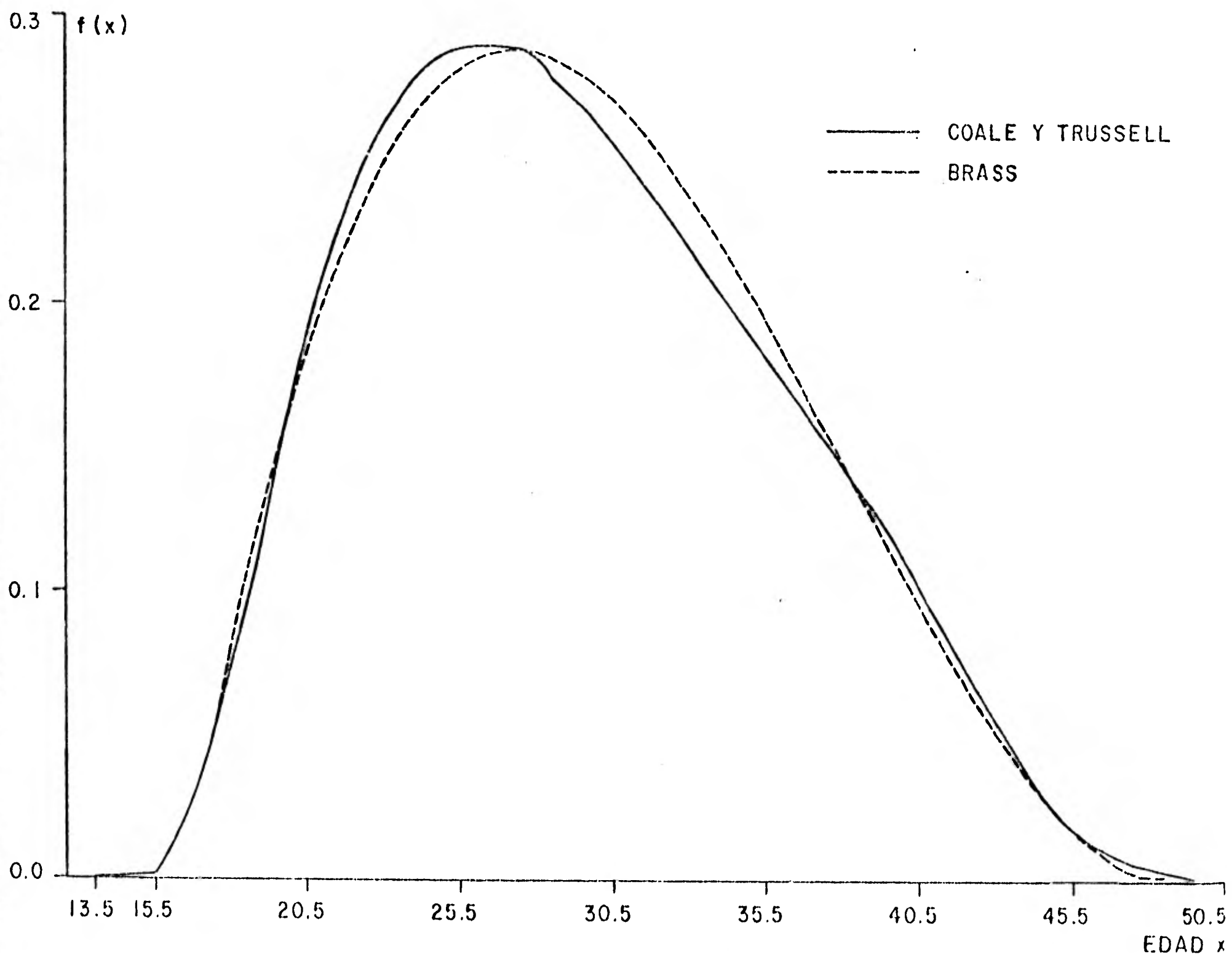
## Cuadro B6

Estimación de la estructura por edad de la fecundidad ( $f(x)$ ), a través de la función de fecundidad de Brass y el modelo de fecundidad de Coale y Trussell, región 7, 1970.

Brass		Coale y Trussell		
$x$	$f(x)$	$x$	$f^s(x)$	$f(x)$
		13	.00000994	.00005
		14	.00027873	.00146
		15	.00147733	.00773
		16	.00463152	.02423
17.5	.05524	17	.01047936	.05482
18.5	.10487	18	.01886441	.09869
19.5	.14773	19	.02790854	.14601
20.5	.18415	20	.03631786	.19000
21.5	.21448	21	.04315417	.22576
22.5	.23907	22	.04836694	.25304
23.5	.25827	23	.05198229	.27195
24.5	.27242	24	.05409427	.28300
25.5	.28187	25	.05520825	.28883
26.5	.28696	26	.05541060	.28988
27.5	.28805	27	.05455761	.28542
28.5	.28549	28	.05326747	.27867
29.5	.27961	29	.05136595	.26873
30.5	.27076	30	.04887539	.25570
31.5	.25930	31	.04609346	.24114
32.5	.24557	32	.04332079	.22664
33.5	.22991	33	.04049572	.21186
34.5	.21268	34	.03768314	.19714
35.5	.19421	35	.03487325	.18244
36.5	.17487	36	.03199648	.16739
37.5	.15499	37	.02917110	.15261
38.5	.13492	38	.02632391	.13772
39.5	.11500	39	.02322574	.12151
40.5	.09560	40	.01968322	.10297
41.5	.07704	41	.01584240	.08288
42.5	.05969	42	.01227189	.06420
43.5	.04388	43	.00888844	.04650
44.5	.02996	44	.00589071	.03082
45.5	.01829	45	.00359527	.01881
46.5	.00920	46	.00222175	.01162
47.5	.00304	47	.00130987	.00685
48.5	.00017	48	.00067817	.00355
		49	.00018389	.00096

## Gráfica B6

Distribución de la estructura por edad de la fecundidad  
vía la función de fecundidad de Brass y el modelo de  
fecundidad de Coale y Trussell, región 7, 1970



## Cuadro B7

Estimación de la estructura por edad de la fecundidad ( $f(x)$ ), a través de la función de fecundidad de Brass y el modelo de fecundidad de Coale y Trussell, región 8, 1970.

<u>B r a s s</u>		<u>Coale y Trussell</u>		
<u>x</u>	<u>f(x)</u>	<u>x</u>	<u>f<sup>S</sup>(x)</u>	<u>f(x)</u>
		13	.00003416	.00021
		14	.00066506	.00415
1.5	.02180	15	.00337619	.02105
1.5	.08080	16	.00955658	.05957
17.5	.13254	17	.01891405	.11790
1.5	.17734	18	.02975147	.18545
1.5	.21556	19	.03898548	.24301
20.5	.24755	20	.04577734	.28535
21.5	.27363	21	.05008227	.31218
2.5	.29416	22	.05253212	.32745
2.5	.30947	23	.05360232	.33412
24.5	.31992	24	.05359365	.33407
2.5	.32583	25	.05301968	.33049
2.5	.32756	26	.05194953	.32382
27.5	.32545	27	.05027014	.31335
2.5	.31984	28	.04845860	.30206
3.5	.31108	29	.04635221	.28893
30.5	.29950	30	.04392292	.27379
31.5	.28544	31	.04135053	.25775
3.5	.26926	32	.03886982	.24229
3.5	.25129	33	.03639774	.22688
34.5	.23188	34	.03393603	.21154
3.5	.21137	35	.03149876	.19634
3.5	.19010	36	.02900952	.18083
37.5	.16842	37	.02656496	.16559
3.5	.14666	38	.02409077	.15017
3.5	.12517	39	.02136951	.13320
40.5	.10429	40	.01821340	.11353
41.5	.08437	41	.01474693	.09192
4.5	.06575	42	.01149398	.07165
4.5	.04877	43	.00837793	.05222
44.5	.03377	44	.00558844	.03483
4.5	.02109	45	.00342987	.02138
4.5	.01109	46	.00212946	.01327
47.5	.00410	47	.00125890	.00785
4.5	.00046	48	.00065295	.00407
		49	.00017720	.00110

Distribución de la estructura por edad de la fecundidad,  
vía la función de fecundidad de Brass y el modelo de  
fecundidad de Coale y Trussell, región 8, 1970

