

9
Lej 4

UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Ciencias

" Un ecosistema forestal: simulación y análisis "

TESIS PROFESIONAL

Que para obtener el Título de

LICENCIADO EN BIOLOGIA

presenta

MIGUEL ANGEL ALGARA SANCHEZ DE LAS MATAS

MEXICO, D.F.

1983



Universidad Nacional
Autónoma de México

Dirección General de Bibliotecas de la UNAM

Biblioteca Central



UNAM – Dirección General de Bibliotecas
Tesis Digitales
Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS ©
PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis esta protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INTRODUCCION

1) Los recursos forestales en México.

México es un país de gran riqueza forestal. De acuerdo a la Guía de Planeación y Control de las Actividades Forestales (Anónimo 1981) su territorio está constituido en un 70% (equivalente a 137.2 millones de hectáreas) por terrenos forestales, de los cuales el 32.22% corresponde a superficies arboladas.

" Se consideran terrenos forestales los suelos que por estar propensos a una erosión intensa necesitan estar protegidos por la vegetación forestal (árboles, arbustos o matorrales) para asegurar su perpetuidad. También es suelo forestal el que por ser de reciente formación geológica necesita una cubierta vegetal permanente, para asegurar la formación de suelo fértil"(Anónimo 1981).

De acuerdo con Rzedowski (1978), los bosques de coníferas caracterizan muchos sectores del territorio de México, donde presentan amplia diversidad florística y ecológica. Se les encuentra prácticamente desde el nivel del mar hasta el límite de la vegetación arborea. Prosperan en regiones de clima semiárido, semihúmedo y francamente húmedo y varios existen en condiciones edáficas especiales. Si bien algunos parecen representar comunidades secundarias, que se mantienen como tales debido al disturbio causado por el hombre otros corresponden a la fase climax y al parecer han existido en México desde hace muchos millones de años.

Según Flores et al. (1971) el conjunto de los bosques de coníferas ocupa cerca del 15% del territorio del país y más del 90% de esta superficie corresponde a los de Pinus o de Pinus y Quercus. En total, el área actualmente cubierta de pinos en la República Mexicana puede calcularse en aproximadamente el 5% de su superficie. Según Rzedowski (1978) este valor era tal

vez de dos a tres veces mayor en tiempos anteriores a la colonización humana.

"No cabe duda de que la influencia del hombre sobre la distribución geográfica y la composición florística de los pinares en México ha sido y sigue siendo de mucha importancia. La explotación forestal inadecuada, sobre todo la clandestina, así como los desmontes para fines de ampliación de zonas agrícolas, ganaderas y habitacionales constituyen factores que restan superficie a los bosques y modifican la composición de los que quedan" (Rzedowski 1978).

Esto se debe en parte a los rasgos favorables de su clima tanto para la vida del hombre como para la prosperidad de la agricultura y la ganadería. Asimismo, la falta de organización y de previsión en la explotación forestal causan la pérdida, a menudo difícilmente reparable, de vastas superficies boscosas en virtud de la tala desmedida y del desinterés por preservar el recurso. Sin embargo, lo más grave del caso es que debido a la misma falta de organización, el campesino, propietario de la tierra, no encuentra la forma costea- de aprovechar el bosque, por lo que no le tiene apego ni aprecio y con frecuencia prefiere convertirlo en terreno de pastoreo o de cultivo, aún cuando el rendimiento así obtenido sea exiguo y la erosión afecte con rapidez el suelo.

Dentro de la riqueza forestal de México los pinares constituyen un recurso de primera importancia por la demanda de su madera, por la facilidad de su explotación, por la relativa rapidez del crecimiento de muchas de sus especies y sobre todo por su extensa área de distribución y buen desarrollo. De acuerdo con las estadísticas forestales (Anónimo 1973), en 1972 se explotaron 4,577,251 m³ de madera de pino en México, lo que constituye aproximadamente el 75% del volumen total de la producción maderera para el mismo año. Solo como materia prima para papel y celulosa se destinaron 995,487 m³, ya que desde hace tiempo existe una fuerte tendencia a utilizar cada vez un mayor porcentaje de la producción de madera de pino en la industria papelera.

"La superficie arbolada de nuestro país comprende 44.2 millones de -

hectáreas, y el crecimiento natural del bosque que sustenta permite el aprovechamiento anual de 44.7 millones de metros cúbicos de madera" (Anónimo - 1981). Si a esto le sumamos el hecho de que con la ayuda de técnicas silvícolas adecuadas "el rendimiento natural de los bosques puede ser duplicado o tal vez incluso triplicado" (Spurr 1979) y que en los dos últimos períodos de explotación (1978 y 1979) solo se han logrado obtener 14.1 millones de metros cúbicos de madera, el panorama es verdaderamente desolador.

Con el potencial forestal que tiene el país la participación de este sector al desarrollo económico e industrial debería ser significativa, pero no lo es. Para ilustrar esta situación se presenta un cuadro comparativo de México y Finlandia (ver figura 1), país que se considera prototipo en materia forestal. La comparación sirve de marco de referencia para ver el rendimiento de los recursos forestales cuando son racionalmente utilizados. En la figura 1 podemos observar que México, con un área arbolada de más del doble que Finlandia, tiene una producción mucho menor. De hecho, la productividad forestal de Finlandia, considerada por unidad de área, es 85.9% mayor que la de México.

Es obvio, por lo tanto, que se deben tomar medidas responsables y objetivas encaminadas al aumento de la productividad y protección de las zonas forestales del país.

2) El Análisis de Sistemas en la contexto de la Ecología.

En el campo del manejo de recursos naturales renovables el estado actual de conocimientos no nos permite hacer predicciones adecuadas con facilidad. Sin embargo, es dudoso que aún teniendo conocimientos plenos de un sistema tan complejo como un bosque, nuestras mentes pudieran intuir cual

Conceptos	México	Finlandia
Superficie arbolada (hectáreas)	44,200,000	19,000,000
Producción total (m ³)	14,101,000	42,930,000
Producción dedicada a la industria (%)	39	83
Producción dedicada a leña y carbón vegetal (%)	61	17
Participación al mercado mundial de productos forestales (%)	0.02	13.1

Figura 1.- Cuadro comparativo de la producción y utilización de los productos forestales en México y Finlandia. De acuerdo a datos presentados -- en la Guía de Planeación y Control de las Actividades Forestales (Anónimo 1981).

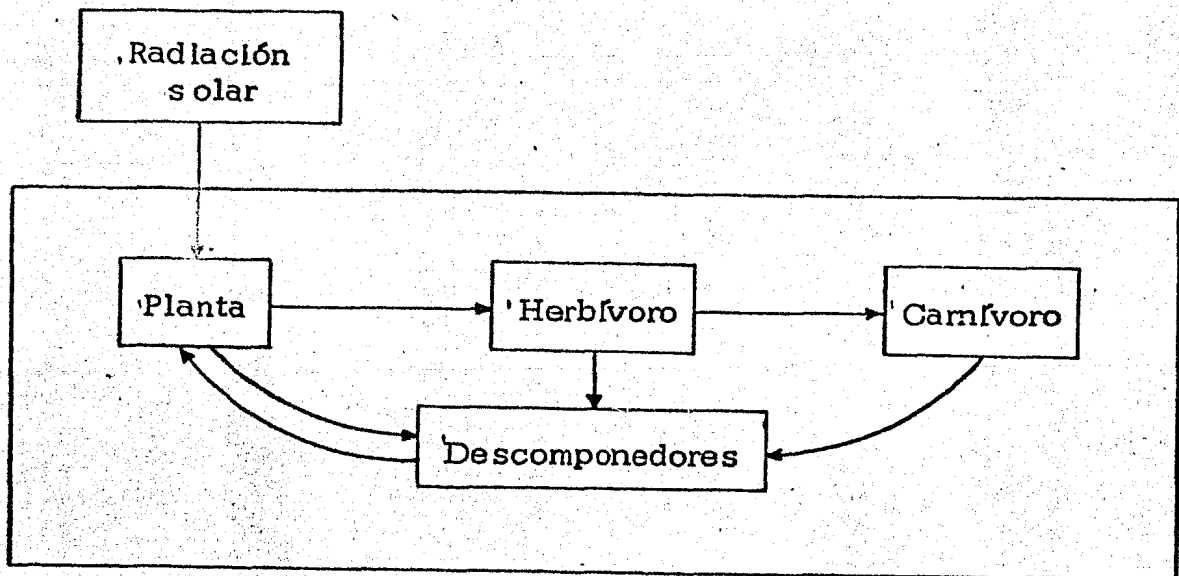


Figura 2.- En esta figura se presenta un modelo diagramático que representa una red trófica muy sencilla. En este caso, la radiación solar -- sería una función forzante, en tanto que los compartimentos que se encuentran en el interior del recuadro serían las variables endógenas. Las flechas indican el sentido en el que fluye la energía.

sería el resultado que una perturbación cualquiera tendría en dicho sistema. Es por esto que surge la necesidad de contar con una herramienta que nos facilite el estudio de sistemas complejos. Dicha herramienta es el Análisis de Sistemas.

El análisis de Sistemas puede ser definido como "el estudio formalizado de los sistemas, o de las propiedades generales de éstos" (Hall & Day 1977). Una de las características esenciales del Análisis de Sistemas es que su enfoque es holista; se ocupa del estudio del comportamiento global (o de los atributos globales) de sistemas complejos.

Según Patten (1971), un sistema es un grupo de componentes físicos - conectados o relacionados de modo que forman y/o actúan como una unidad. -- Las variables de estado de un sistema son las partes o atributos observables - que lo componen, o agrupamientos arbitrarios de partes o atributos, con propósitos particulares. El concepto de estado de un sistema es intuitivo. En la ciencia de sistemas generalmente se le da una definición operacional, en términos de sus variables de estado; el estado de un sistema depende de la condición de sus variables de estado.

Ya que la definición del estado de un sistema debe estar en términos de variables de estado que hasta cierto punto son arbitrariamente escogidas, - la definición operacional de un sistema depende en forma importante del observador. Pongamos por caso que un sistema fuese estudiado por varios investigadores con antecedentes académicos e intereses diversos. Lo más probable es que las variables de estado que cada uno de ellos utilizara para caracterizarlo fuesen distintas.

En el campo del análisis de sistemas, una forma sumamente útil de - organizar y manejar nuestros conocimientos de los sistemas, es la de crear

modelos de éstos. Asimismo, el modelado de los procesos biológicos nos -- ayuda a estudiarlos desde un punto de vista dinámico y por lo tanto es contra -- rario a una de las tendencias clásicas de la biología; la de estudiar la vida a -- través de la muerte.

3) ¿Qué son los modelos y para qué sirven?

Existe cierta confusión sobre lo que son los modelos y por lo tanto -- sobre qué tipo de información se puede obtener a partir de ellos. Muchos bió -- logos piensan que los modelos son versiones miniaturizadas de algún sistema real, que se comportan en forma idéntica a éste. Como veremos a continua---- ción esto es incorrecto.

Un sistema real puede ser estudiado desde muchos puntos de vista, -- cada uno de los cuales nos da una perspectiva diferente. Cada enfoque nos -- da cierta información sobre el sistema y una colección de enfoques nos permite formar un concepto del sistema. Este concepto es función del observador ex-- clusivamente; el sistema real existe independientemente de éste y sin importar si dicho concepto es adecuado o no.

Por lo tanto, podemos afirmar que los modelos son abstracciones de la realidad. El grado de abstracción permisible depende del propósito para el que se desee utilizar el modelo. Una de las claves para un modelado efectivo está en el logro de un balance adecuado entre realismo y abstracción.

Técnicamente, un modelo es un "homomorfismo" (Ashby 1956, citado en Patten 1971) de algún sistema real. Esto es, existe una correspondencia muchos-uno entre las partes y transformaciones del sistema real y del modelo, con un sacrificio correspondiente en las alternativas de comportamiento de -- este último.

Por lo tanto, debe quedar claro que los modelos representan aspectos limitados del comportamiento de los sistemas reales, y que el único "modelo completo" de un sistema natural es el sistema en sí. El intentar una duplicación exacta de un sistema real en otro medio, por ejemplo, mediante un programa de computadora, sería ignorar las limitaciones y ventajas inherentes al modelado. Sin embargo, un aspecto que se debe tener siempre presente en la -- construcción de un modelo, es que éste debe tener los atributos funcionales -- más importantes del sistema real. La decisión sobre cuáles son dichos atributos obviamente depende en gran parte tanto de la formación del investigador -- como de los objetivos del estudio.

Los modelos son útiles para la ciencia porque le ayudan a los científicos a conceptualizar, organizar y comunicar fenómenos complicados, así como a asesorar y optimizar el manejo de recursos.

Si el comportamiento de algunas de las partes que componen un sistema es más o menos bien conocido, así como la relación que existe entre ellas, éstas pueden combinarse para formar un modelo del sistema. Algunos investigadores, como Hall & Day (1977), opinan que esto puede proporcionarnos propiedades nuevas o emergentes; esto es, información sobre el comportamiento del sistema que no era obvia a partir del comportamiento de sus partes. Sin embargo, hay quienes piensan que la construcción y el uso de modelos, de -- ninguna manera puede proporcionarnos propiedades del sistema que no fuesen deducibles a partir de los conocimientos que se utilizaron para construir el -- modelo. Por otro lado, existe un consenso bastante generalizado sobre el hecho de que uno de los usos más importantes de los modelos es el de ayudar-- nos a generar hipótesis comprobables sobre el sistema.

Una vez que se ha construido un modelo razonablemente bueno a --

partir de un sistema natural, es posible corroborar los datos y suposiciones - que se utilizaron para construirlo, comparando su comportamiento con el del sistema bajo condiciones similares (validación). Si el modelo y el sistema - real no concuerdan, entonces uno de los dos, o ambos, no son bien conocidos y la búsqueda del error aumentará, casi siempre, nuestro entendimiento del - sistema real y del modelo.

La predicción es la proyección de estados futuros o hipotéticos que - no se han presentado en el mundo real, al menos mientras nosotros lo hemos estudiado. Está relacionada con la simulación de un sistema real como la extrapolación con la interpolación: esto es, va más allá de los límites de las - circunstancias conocidas. Por lo tanto, los modelos no solo ayudan en el entendimiento de los sistemas complejos, sino que también a estudiar dichos -- sistemas bajo condiciones que aún no hemos podido observar o crear, o que - tal vez no podríamos o quisiéramos observar o crear en el mundo real. Esto es sumamente útil en ciertos casos. Por ejemplo, el ejecutar un experimento a gran escala con un sistema real podría resultar extremadamente caro, difícil, lento y/o destructivo, pero muy barato, fácil, rápido e inofensivo si se ejecutase en una computadora.

Resulta claro que los modelos pueden ser utilizados en el manejo de recursos naturales renovables para estimar el impacto que tendrían diferentes estrategias de explotación sobre algún sistema de interés. Por lo tanto, los modelos nos pueden ayudar a determinar cual sería la estrategia óptima de manejo a la que debiéramos someter un ecosistema dado, de acuerdo con nuestras necesidades y deseos.

4) Holismo versus reduccionismo en el contexto de la ecología.

"El análisis de sistemas complejos como sistemas, y el modelado de estos, es contrario a las tendencias reduccionistas de la ciencia. El aislar y controlar componentes muy pequeños de la naturaleza han sido recientemente - las herramientas más poderosas en la lucha del hombre por comprender mejor su medio ambiente" (Platt 1964).

El uso generalizado y el éxito de estas técnicas ha hecho menos aceptable el enfoque holista a los ojos de una gran proporción de la comunidad científica, pero también más necesario.

Según Hall & Day (1977), dos graves limitaciones de los estudios reduccionistas se deben a que: a) "el medio ambiente puede afectar a tal grado a los componentes de interés, que un estudio aislado de laboratorio podría excluir algunos componentes críticos", y b) "el comportamiento de un sistema puede no ser simplemente la suma del comportamiento de sus partes aisladas".

De acuerdo con Overton (1977) la importancia del enfoque holista está plasmada en el siguiente razonamiento:

"Los sistemas tienen algunas propiedades que resultan de su estructura, que no pueden ser deducidas a partir de las propiedades de sus partes. -- Más aún, las propiedades y el comportamiento de las partes no pueden ser estudiadas aisladamente, sino que deben ser caracterizadas en el contexto de -- sus relaciones con el resto del sistema.

Con base en esto, podemos afirmar que no es suficiente con modelar el comportamiento de las partes y acoplar los submodelos para obtener un modelo del sistema como un todo. Más bien, es necesario estudiar y modelar el sistema como un todo para capturar aquellas propiedades que no son aparentes a partir del estudio de las partes.

Este punto de vista no es universal, algunos investigadores suponen que al acoplar submodelos que hayan sido propiamente modelados se obtendrá un modelo adecuado del sistema. Esta diferencia en puntos de vista es posiblemente semántica, ya que las propiedades holísticas se derivan de la naturaleza de los acoplamientos. Sin embargo, es difícil ver como pueden los acoplamientos ser propiamente modelados en la ausencia de un concepto sobre el comportamiento holístico del sistema".

5) Una estrategia para la construcción de modelos.

En la construcción de modelos generalmente se pasa por cuatro fases esenciales:

CONCEPTUAL-DIAGRAMATICA-MATEMATICA-COMPUTACIONAL

Para construir un modelo conceptual el modelador toma los componentes, interacciones y mecanismos que él cree que operan en el sistema y los considera en el contexto general de éste, en función de los aspectos que más le interesan. En esta fase, el modelador tiene una idea general del funcionamiento del sistema, la cual puede estar basada en juicios a priori (basados en la lógica) y/o en datos experimentales (los cuales pueden haber sido obtenidos con el objeto de construir dicho modelo, o con otros fines).

Comúnmente un modelo conceptual es seguido por un modelo diagramático. Este tipo de modelos es usado extensivamente. Por ejemplo, en la enseñanza de estructuras microscópicas y submicroscópicas, como el modelo de un átomo. Es obvio que un modelo atómico es una simplificación e idealización de la realidad, y sin embargo, lo aceptamos porque explica adecuadamente los aspectos más importantes de la estructura atómica.

Un tipo de modelo diagramático muy sencillo y de gran utilidad es el de compartimientos o de cuadros y flechas. La figura 2 es un ejemplo de un modelo de compartimientos. En los modelos diagramáticos los compartimientos representan las variables de estado del sistema y las flechas las funciones que relacionan unas variables con otras.

"El significado de una flecha que parte de una variable y regresa a sí misma es que en todo momento el valor de esa variable depende de su valor anterior. Este sería el caso de cualquier variable que representara biomasa o energía acumulada a través del tiempo" (Kowal 1971).

Las entradas a un compartimiento desde fuera del sistema de interés son llamadas funciones forzantes o variables exógenas, mientras que las entradas que parten del interior del sistema son llamadas endógenas.

El grado en el cual diferentes entidades son incluidas como parte de

una 'misma variable de estado es una expresión del nivel de agregación del modelo.

Ya que los sistemas ecológicos comprenden un gran número de componentes que son altamente interactivos, la reducción del número de entidades e interacciones es necesaria y por definición parte del modelado. La complejidad de los sistemas reales es usualmente simplificada por la agregación de procesos y componentes que son similares, en grupos funcionales como nivel trófico, tamaño de partícula, categoría de edad, etc.. El proceso de agregación es usualmente un factor muy importante en la construcción de modelos.

En la construcción de cualquier modelo el modelador debe decidir que tan simple o complejo debe ser éste. Si es demasiado simple podría no describir el sistema adecuadamente, y por lo tanto ser de poca utilidad en la obtención de conclusiones realistas sobre el sistema, mientras que si es demasiado complejo, nos podríamos perder en los detalles o simplemente ser incapaces de analizar su funcionamiento (Hall & Day 1977, Bosch 1971). Por otro lado, podríamos pretender hacer un modelo muy desagregado, pero ser incapaces de tomar medidas de todos los componentes. El nivel de agregación e incluso el tipo de entidades que escojamos como variables de estado depende no solo de lo que sabemos sino de lo que queremos saber del sistema y de las cuestiones que queremos explorar con el modelo. Por ejemplo, la fotosíntesis tiene muchos pasos bioquímicos diferentes conocidos, pero puede ser adecuadamente definida, para la mayoría de los estudios ecológicos, como cantidad total de energía fijada, ya sea neta o bruta. Los detalles bioquímicos generalmente no son importantes en dicho contexto. Por otro lado, no conocemos todos los detalles, importantes o no, de muchos procesos ecológicos y durante el modelado debemos hacer suposiciones con la esperanza de que las observaciones

empíricas burdas incluyan los efectos de las interacciones subyacentes que no son bien conocidas.

No existe una fórmula que expresa el nivel de agregación aceptable bajo diferentes circunstancias. Existe siempre un compromiso entre la capacidad de representar un sistema de una forma más exacta con un aumento en la desagregación, y un incremento en la complejidad del modelo y en la inversión de tiempo necesaria para su construcción y análisis. Una forma de determinar el mejor nivel de agregación es la de trabajar con diferentes niveles en diferentes modelos de un mismo sistema y ver si la salida de estos es significativamente diferente con respecto a las preguntas que están siendo contestadas.

El propósito con el que ha sido construido un modelo puede llevarnos a incluir en una misma variable de estado diversas entidades de las que existe suficiente información como para considerarlas por separado. Por ejemplo, un modelo que simule los patrones climáticos del mundo no necesitaría información sobre los microclimas de un bosque, y de hecho, la inclusión de dichos detalles podría ser contraproducente. En general, el nivel de agregación depende de las preguntas que se quiera responder y de los recursos disponibles para contestarlas.

Ahora bien, el nivel de agregación puede ser considerado de importancia secundaria comparado con la tarea de decidir que componentes funcionales e interacciones son incluidos en un modelo. "Generalmente se considera que dichos componentes o entidades son autoevidentes" (Dale 1970). Sin embargo, como ya he mencionado con anterioridad, el determinar cuales son las características esenciales de un sistema depende en forma importante de la formación académica del investigador (o investigadores), de su experiencia y del enfoque y objetivos de cada estudio particular.

Una vez que hemos creado un modelo conceptual y dibujado un modelo diagramático de nuestro sistema, el siguiente paso es el de hacer un modelo matemático (generalmente algebraico). Durante esta fase el modelador debe decidir cual es la expresión matemática que describe mejor cada una de las interacciones que él considera que tienen lugar entre las diferentes variables de estado. Un método sumamente útil para llevar a cabo esta tarea es el de graficar el comportamiento de la variable de estado en cuestión, en función de la variable de la que se supone que es dependiente y comparar la curva resultante con las de funciones conocidas; en la figura 3 se presenta una serie de ecuaciones particularmente útiles (en el campo de la biología) con sus curvas correspondientes. De este modo, el modelador puede visualizar de que tipo de función se trata.

Una vez que hemos determinado el tipo de ecuación que representa la relación en estudio, es necesario calcular los coeficientes que harán coincidir la curva tanto como sea posible a los datos reales. Un método excelente para lograr esto es un procedimiento estadístico llamado análisis de regresión lineal.

"Una regresión por mínimos cuadrados es una técnica mediante la cual se determinan los valores de los coeficientes de una ecuación lineal que dan el mejor ajuste; esto es, la suma de los cuadrados de las distancias verticales entre la línea ajustada y los datos reales, llamada suma de cuadrados, es minimizada para un valor único de los coeficientes" (Hall & Day 1977).

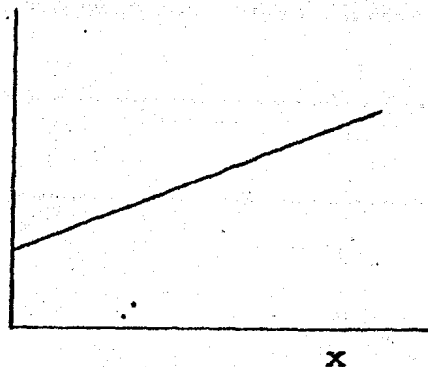
Cuando queremos encontrar la ecuación de mejor ajuste mediante una regresión por mínimos cuadrados, para una serie de datos que presentan una tendencia curvilínea, es conveniente (si es posible) transformarlos a una forma lineal, ya que este método de ajuste es aplicado con mayor facilidad a ecuaciones lineales. Algunas de las funciones presentadas en la figura 3 pueden ser "linearizadas" mediante la obtención del logaritmo de la ecuación (trans--

Forma de Curva

Nombre

Fórmula

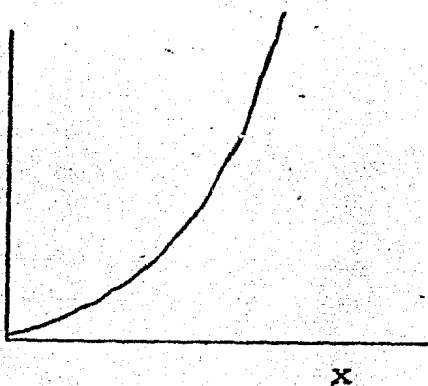
Ejemplo



Lineal

$$y = a + kx$$

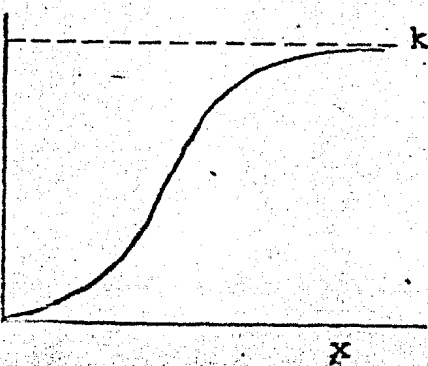
Fotosíntesis vs intensidad de la luz, a - bajas intensidades de luz.



Exponencial

$$y = ae^{kx}$$

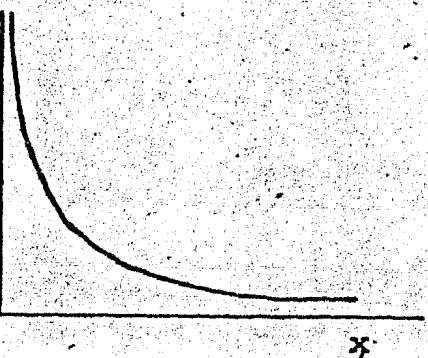
Curva de crecimiento de la población humana en los siglos recientes.



Logística
(exponencial con densodependencia)

$$y = \frac{1}{a + be^{-kx}}$$

Curva de crecimiento de muchas poblaciones animales en la naturaleza



Potencial

$$y = ax^{-k}$$

Tasa de sobrevivencia vs edad para muchos organismos.

Figura 3.- Relaciones matemáticas comúnmente encontradas en el proceso de modelado de fenómenos biológicos (a, b, k y e son constantes)

formación logarítmica):

FUNCION	FORMULA	TRANSFORMACION LOGARITMICA
Exponencial	$y = ae^{kx}$	$\ln y = \ln a + kx$
Potencial	$y = ax^k$	$\ln y = \ln a + k \ln x$

Por otro lado, en los casos en los que las ecuaciones son demasiado complicadas para ser linealizadas, generalmente es necesario recurrir al uso de una computadora para encontrar los valores de los coeficientes, a través de un proceso de iteraciones que llamaremos de aproximaciones sucesivas. En la práctica, el usuario le da a la computadora la forma básica de la ecuación y ésta utiliza diferentes coeficientes en una serie de corridas. La computadora debe estar programada para guardar el mejor conjunto de coeficientes, rechazando valores que den como resultado una suma de cuadrados mayor y aceptando aquellos que la hagan disminuir.

Un método estadístico que se utiliza ampliamente para determinar la interdependencia entre dos variables es el análisis de correlación. Una de las medidas de correlación más conocida es el coeficiente de correlación, r . Su valor varía siempre entre -1 y 1 ; si es positivo, las variables cambian en la misma dirección, mientras que si es negativo lo hacen en direcciones opuestas.

Las técnicas de correlación nos ayudan a determinar que procesos están relacionados, ya sea directa o indirectamente. Sin embargo, es importante hacer notar que la co-ocurrencia no implica necesariamente una relación causal, ya que ambas variables podrían estar respondiendo en función de una tercera que no haya sido incluida en el análisis, o cuya existencia sea ignorada por el investigador. En adición, los coeficientes de correlación lineal sir

ven únicamente para procesos que presentan una relación lineal o linealizada.

Las técnicas de correlación son muy útiles en la construcción de modelos, pero deben ser utilizadas con mucha precaución. Un método adecuado es el de utilizar relaciones sugeridas por técnicas de correlación apoyadas por procedimientos experimentales.

Si dos variables de estado de un sistema muestran una correlación -- alta, pueden ser relacionadas cuantitativamente por métodos de regresión con el propósito de definir, en un modelo, el tipo de interacción que se presenta -- entre ellas.

Una vez que hemos construido un modelo matemático podemos convertirlo en un modelo de computadora para que ésta simule el comportamiento del sistema en estudio.

Desde un punto de vista muy simplista, la utilidad de las computadoras se debe a su capacidad de iterar (llevar a cabo un proceso o serie de procesos una y otra vez) a gran velocidad, manejando cantidades inmensas de datos. Ahora bien, como lo afirma Jeffers (1972), es obvio que esto nos permite llevar a cabo cálculos más complicados que los que se podían hacer cuando las únicas herramientas de cómputo eran las calculadoras mecánicas o eléctricas. -- Asimismo, el uso de computadoras implica la utilización de sistemas de programación que ponen a nuestra disposición descripciones precisas de métodos -- para la interpretación de información y cálculo de resultados. Dichas descripciones son tan precisas que aún las personas que no comprenden los algoritmos los pueden ejecutar con sus propios datos. Por si fuera poco, el uso de computadoras electrónicas también ha hecho posible la conservación de inmensas cantidades de datos, de forma que éstos pueden ser rápidamente utilizados en cualquier momento.

El paso final en el proceso de modelado es el de determinar que tanto se asemeja el comportamiento del modelo al del sistema real, un proceso llamado validación. En la validación por simulación y comparación se comparan los resultados obtenidos con el sistema real y con el modelo, dadas las mismas entradas. Si el modelo y el sistema no concuerdan, ya sea en el comportamiento de sus partes o en los resultados globales, el modelo no está necesariamente equivocado. La diferencia puede deberse a una carencia de información o a inexactitud de los datos que se obtuvieron a partir del sistema natural, y de hecho, el modelo puede sugerir que medidas están equivocadas o incompletas.

Por otro lado, el comportamiento del modelo puede diferir del sistema real debido a que no hayamos escogido adecuadamente las variables de estado o las relaciones entre éstas. Si sospechamos que éste es el caso, lo más recomendable es analizar detenidamente el comportamiento del modelo para determinar cuáles de sus componentes difieren de los del sistema en estudio, y una vez que los hayamos aislado, revisar, en base a la información recién obtenida, las hipótesis a partir de las cuales dedujimos que el modelo debía tener dichas características. Si a raíz de esto el modelo es modificado, lo debemos validar nuevamente y determinar si las modificaciones implican realmente una mejora en su comportamiento.

A continuación se puede corroborar la exactitud del modelo por predicción experimental; si existe un conjunto de condiciones que podrían ocurrir en el sistema natural, que no han sido observadas, éstas pueden ser programadas para el modelo y los resultados registrados. Si dichas condiciones se presentan naturalmente, o se provocan en el sistema, y se obtienen resultados similares, se garantiza cierto nivel de confianza en la validez del modelo.

Cuanto más amplíemos el conjunto de condiciones con las cuales validemos nuestro modelo, mayor será el rango de confianza en el cual lo podemos utilizar con fines predictivos.

El proceso de validación generalmente nos ayuda a encontrar los puntos débiles en el planteamiento del modelo y a la proposición de hipótesis -- más realistas sobre el comportamiento del sistema.

El análisis de Sensibilidad es un método para determinar qué tan importantes son los diferentes componentes y coeficientes del modelo. Le ayuda al investigador a determinar que entidades deben ser medidas con mayor cuidado. En la práctica, el análisis de sensibilidad consiste en llevar a cabo una serie de corridas parciales o totales del modelo (generalmente el computacional) variando algún coeficiente o estructura y observando la importancia de cada uno de estos cambios en la(s) salida(s) del modelo.

En la figura 4 se muestra un modelo diagramático del proceso de construcción de modelos.

Es importante hacer notar que la estrategia de construcción de modelos aquí presentada es tan solo una idealización y que el proceso real no es ni con mucho un método lineal como el que ha sido esbozado en las líneas anteriores. En realidad, en la construcción de modelos se da una retroalimentación continua entre unas fases y otras. Por ejemplo, podría suceder que durante la construcción del modelo matemático nos diéramos cuenta de que la relación existente entre dos variables de estado que originalmente considerábamos estrechamente ligadas no lo fuese tanto, o que descubriéramos una alta correlación entre variables que nos habían parecido relativamente independientes.

Está claro que esto nos obligaría a revisar y probablemente a modificar el modelo conceptual, e incluso tal vez a hacer salidas de campo para --

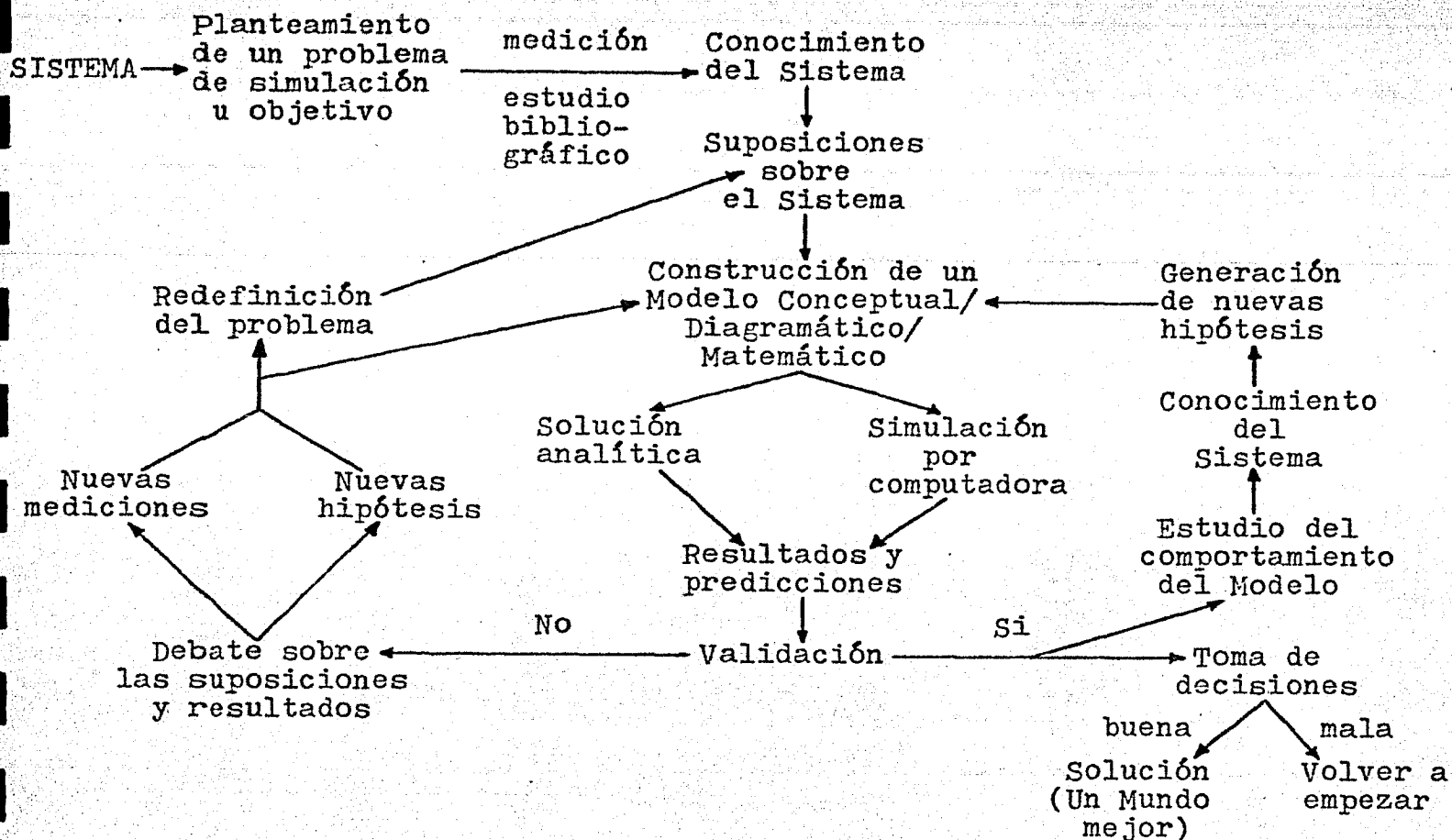


Figura 4.- Modelo diagramático del proceso de modelado.

Una vez que haya surgido la necesidad de entender, manejar u optimizar el manejo de un sistema, la ruta operacional que los modeladores siguen - para crear un modelo a partir de una situación dada puede ser resumida como - se muestra en esta figura. El modelador generalmente emplea con una idea de cuales son las partes importantes del sistema y de como están interconectadas. A partir de este punto el desarrollo del modelo depende esencialmente de la experiencia e intuición del modelador, esto es, de lo que él supone que es importante en su sistema y de lo que espera encontrar con el modelado.

En general, un conocimiento de cuales son los componentes e interacciones importantes y de los valores que éstos tienen, puede ser obtenido directamente a partir de experiencias de campo, o con menor precisión, de estudios anteriores de otros sistemas. Posteriormente, un modelo es construido y "corrido", y las respuestas obtenidas son checadas contra el sistema real (validación) por diversos medios. Si las respuestas son poco realistas es necesario recabar más información y/o modificar el modelo.

Nótese el énfasis que se le ha dado al proceso de retroalimentación - (mecanismo por medio del cual la salida de un proceso afecta la entrada de ese mismo proceso en un tiempo posterior) entre los resultados preliminares y las subsiguientes entradas al modelo. La retroalimentación es característica tanto de los sistemas naturales como del proceso de modelado, y el tipo adecuado - tiende a estabilizar a los sistemas naturales así como a los modelos (modificado a partir de Hall & Day, 1977).

llevar a cabo nuevos muestreos. Esto a su vez podría hacer cambiar nuestra concepción global del sistema, de modo que tuviéramos que reconstruir el modelo a la luz de la información recién obtenida.

Por lo tanto, es obvio que la validación no se lleva a cabo únicamente una vez que el modelo ha sido terminado; todas y cada una de las suposiciones, estructuras, interacciones, etc. utilizadas en el modelo están siendo continuamente validadas (y muchas veces también modificadas) durante su construcción.

6) Modelos determinísticos y estocásticos.

Los modelos con los que siempre se obtiene la misma salida para un conjunto dado de entradas son llamados modelos determinísticos. Sin embargo, prácticamente cualquier medida de la naturaleza incluye un componente estadístico; esto es, no existe una relación precisa entre las variables, sino más bien una media y un error estándar. Si incluimos dicha certidumbre en los modelos (por ejemplo, utilizando funciones forzantes con algoritmos que producen números al azar, con una distribución estadística), se dice que éstos son estocásticos, y la salida de una corrida puede ser diferente a la de otra, aún cuando se hayan utilizado las mismas entradas. Por ejemplo, en vez de utilizar un valor promedio de la radiación solar en un modelo, la podríamos hacer variar de un día a otro para representar días claros y nublados.

Los modelos determinísticos son más ampliamente utilizados porque son más simples y fáciles de construir. Sin embargo, si es muy importante explorar todos los estados futuros posibles de un sistema tendríamos que utilizar un modelo estocástico.

Es interesante hacer notar que aún cuando generalmente se acepta - como un hecho innegable que los fenómenos naturales son estocásticos, ciertos autores, como Papoullis (1965, citado en Kowal 1971), consideran que el universo es realmente determinístico y que las consideraciones probabilísticas son necesarias únicamente debido a nuestra ignorancia.

7). Precisión, generalidad y realismo.

Levins (1966, citado en Hall & Day 1977) caracterizó a los modelos por su grado relativo a precisión, generalidad y realismo. Según dicho autor no es posible maximizar simultáneamente la generalidad, el realismo y la precisión, ya que el incremento de una de estas características va generalmente acompañado por cierta pérdida de una o las otras dos. Por ejemplo, los modelos que son construidos para representar un sistema de una forma muy precisa tienden a perder su generalidad; esto es, son menos efectivos para representar un rango amplio de sistemas similares. Los modelos que imitan ciertas variables de un sistema muy cercanamente son precisos, mientras que los que incluyen todas las variables y relaciones (que son consideradas) relevantes son realistas.

"Los modelos que son utilizados actualmente por los ecólogos aplicados suelen sacrificar la generalidad por el realismo y la precisión, en tanto que los propuestos por aquellos que entran al campo de la biología por medio de la física generalmente sacrifican el realismo por la generalidad y precisión" (Levins 1968)

Desgraciadamente no existe una fórmula que nos indique cuales son las características más deseables para cada situación.

Finalmente, las conclusiones que no son particularmente sensibles a la estructura del modelo son consideradas robustas. Esto es, un teorema que pueda ser demostrado por medio de diferentes modelos que tengan en común -

los aspectos más relevantes de la realidad en estudio, pero que difieran en -
otros detalles, es llamado un teorema robusto.

OBJETIVO

México es un país de gran riqueza forestal. Sin embargo, la producción nacional de madera no es suficiente para satisfacer las necesidades internas de consumo, debido a que el rendimiento de las zonas forestales es bajísimo. Lo que es aún más triste es que se estima que anualmente se pierden unas 200,000 hectáreas de terrenos boscosos. Esto se debe en parte al precario conocimiento que se tiene de estos ecosistemas, en especial de su gran capacidad productiva, y a la "falta de organización y previsión en la explotación forestal" (Rzedowski - 1978), lo cual se traduce, por un lado, en desinterés por preservar el recurso, - prefiriéndose muchas veces "convertirlo en terreno de pastoreo o de cultivo, aún cuando el rendimiento así obtenido sea exiguo y la erosión afecte con rapidez el suelo" (Rzedowski 1978), y por otro, en una tala desmedida que impide la perpetuación del recurso, o en el mejor de los casos, en una subexplotación.

Ahora bien, si deseáramos encontrar una estrategia de explotación adecuada podríamos someter directamente al recurso a una serie de experimentos. Sin embargo, esto resultaría extremadamente caro y lento. Por lo tanto, es obvio que necesitamos contar con una herramienta teórica que nos permita predecir el impacto que tendrían las diferentes estrategias de explotación sobre el bosque, - sin necesidad de afectarlo directamente.

Por otro lado, es bien sabido que el género Pinus es el grupo de árboles más ampliamente distribuido en la república mexicana, así como el más importante desde el punto de vista económico.

Debido a esto, el objetivo del presente trabajo es el de desarrollar un modelo que nos permita simular el comportamiento demográfico y de producción de madera de bosques de pino bajo diferentes estrategias de explotación.

DESARROLLO DEL MODELO

1). Planteamiento teórico.

La tasa de crecimiento de un árbol, de una composición genética determinada, depende esencialmente de su edad, de la intensidad de la competencia que esté sometido, y de la calidad del sitio en el que crece. Por lo tanto, si deseamos simular el crecimiento de una masa boscosa disetanea, y suponemos que la calidad del sitio es homogénea en todo el parche y que no varía significativamente durante el tiempo de la simulación, necesitamos conocer la estructura de edades de la población y ser capaces de determinar la intensidad de la competencia a lo largo del período de estudio.

Para determinar la estructura de edades de una población necesitamos conocer las edades de los organismos que la componen (o al menos de una muestra significativa de ésta). Una vez que se tiene esta información los organismos son agrupados, para facilitar el análisis demográfico, en categorías de edad cuya amplitud depende generalmente tanto de los propósitos de la investigación como de la información disponible.

En cuanto a la competencia, tenemos que ésta existe si los recursos disponibles son reducidos y el crecimiento de cada individuo es modificado por la presencia de otros organismos con requerimientos similares. Por lo tanto, para organismos de un tamaño y requerimientos determinados, la intensidad de la competencia varía con la densidad, expresada como número de individuos por unidad de área. Sin embargo, según Curtis (1970), este concepto de densidad es de poca utilidad en el estudio de poblaciones vegetales debido a que las plantas tienen la capacidad, al menos en teoría, de crecer indefinidamente y sus dimensiones y habilidad de utilizar los recursos cambian en respuesta a la

Influencia de plantas adyacentes. Por lo tanto, el número de árboles por unidad de área "es una medida que proporciona poca información con respecto al grado de la lucha por la existencia si no se considera además el vigor de cada uno de los individuos" (Franco 1979).

Algunos autores han utilizado medidas relacionadas con el tronco, como el área basal total observada (Dell & Collicott 1968), el diámetro promedio (Reineke 1933, citado en Curtis 1970), la altura promedio (Wilson 1946, Czarnowski 1961, Braathe 1957, citados en Curtis 1970) y el volumen promedio (Tadaki 1968, citado en Curtis 1970), como medidas alternativas de la densidad de una masa boscosa. Ahora bien, ya que el crecimiento leñoso de un árbol es el resultado de la actividad fotosintética de su copa y que las dimensiones de ésta dependen de la edad del árbol, de la estructura de edades, de la distribución de los árboles y de la espesura del bosque, es posible que las características de la copa sean mejor indicador de la densidad, y por lo tanto de la competencia. De hecho, algunos autores (Krajicek, et al. 1961 citado en Curtis 1970, Ople 1968, Curtin 1970, Curtis 1970, Hutchinson 1976, citado en Franco 1979, Franco 1979), consideran que la copa refleja más fielmente que el tronco el vigor de los individuos de una masa forestal.

En base a estos argumentos, y suponiendo que el concepto de capacidad de carga del medio ambiente es aplicable a una masa forestal, es lógico pensar que la superficie foliar promedio por unidad de área de un bosque en equilibrio debe ser un excelente indicador de dicha capacidad de carga. Por lo tanto, el grado relativo de la intensidad de la competencia, o dicho de otra forma, la interferencia existente entre los organismos, podría ser definido con base en el cociente de la superficie foliar por hectárea del bosque en un momento dado (SF) sobre la superficie foliar por hectárea que presentaría un bosque

de este tipo en condiciones de equilibrio (Fe), de modo que cuando SF sea menor o igual a Fe , $0 < I \leq 1$, en tanto que a valores de SF mayores a Fe , $I > 1$.

Asimismo, es obvio que cuando la superficie foliar total por hectárea se encuentra cercana a cero, un aumento en la espesura del bosque prácticamente no afecta la intensidad de la competencia (promedio) entre los árboles, por lo que el cambio en la interferencia debe tender a cero. Sin embargo, a medida que SF se acerca a Fe , el efecto que el aumento de la primera tiene en la intensidad de la competencia se debe ir acentuando cada vez más, de modo que si graficáramos la interferencia en función de la superficie foliar total por hectárea obtendríamos algo similar a lo observado en la figura 5.

A partir de estas consideraciones la interferencia fue definida como:

$$I = \left(\sum_{x=0}^k F(x) \cdot N(x) / Fe \right)^{c_1} \quad (1)$$

en la que:

I = Interferencia

$F(x)$ = superficie foliar promedio a la edad x

$N(x)$ = número de individuos de edad x por ha.

Fe = superficie foliar de un bosque en equilibrio (o normal) por ha.

c_1 = constante > 1

k = longevidad de la especie

En la determinación de los valores de I graficados en la figura 5 se utilizó una $c_1 = 2$.

Si analizamos la ecuación (1) podremos observar que cuando los árboles crecen muy aislados (la sumatoria de $F(x) \cdot N(x)$ tiende a cero) la interferencia tiende a cero. En estas condiciones la tasa de crecimiento de los árboles debe ser máxima. Asimismo, cuando la sumatoria de $F(x) \cdot N(x)$ tiende a Fe la interferencia tiende a 1 (que será considerado como valor de equilibrio) y por

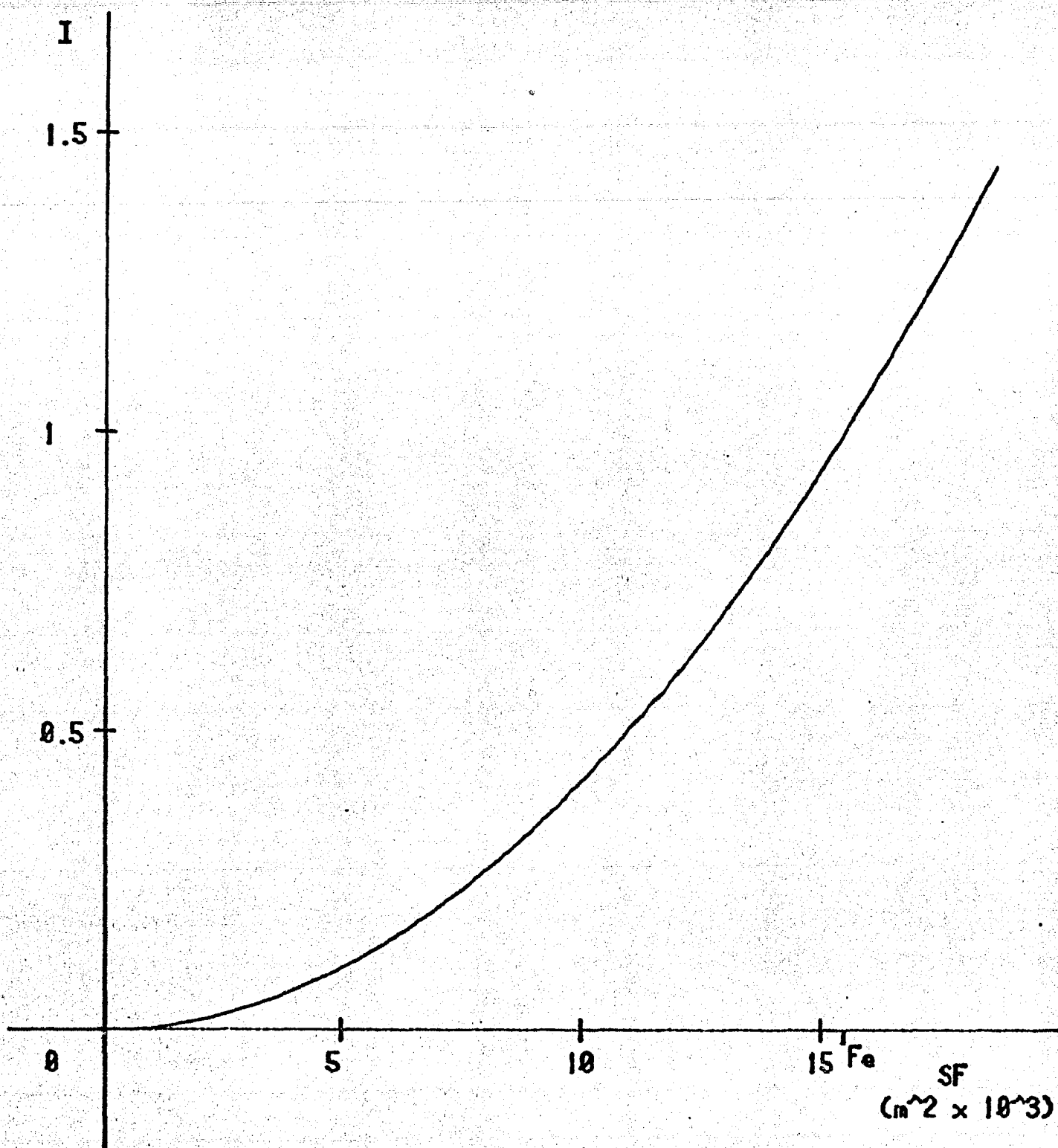


Figura 5.- Relación entre el valor de la Interferencia (I) y la superficie follar total por hectárea (SF). Nótese que a medida que SF aumenta se acentúa el cambio en el valor de la Interferencia, y que cuando SF. es igual a la superficie follar total por hectárea en condiciones de equilibrio (Fe), I=1. La superficie follar por hectárea en equilibrio corresponde a la de un bosque de Pinus hartwegii no perturbado.

lo tanto el crecimiento de los árboles tenderá a ser igual al que presentan los de una masa normal. Generalmente se considera que la densidad de una masa normal representa un "máximo promedio" (Curtis 1980) o aproximado. Según Curtis (1970) estas dos condiciones (aislamiento y equilibrio) se aproximan a los límites de densidad de una masa boscosa.

Ahora bien, si conocemos el comportamiento presentado por los árboles en ambos extremos, podremos, en teoría, determinar por interpolación cual sería su comportamiento en condiciones de interferencia intermedias.

2). Producción de madera.

Supongamos que $M(x)$ es el volumen de madera de un árbol de edad x , $\Delta M(x)I_{min}$ representa la tasa de crecimiento leñoso de un árbol de edad x en condiciones de interferencia mínima, y que $\Delta M(x)I_e$ representa dicha tasa en condiciones de equilibrio ($I=1$). Es obvio que si tenemos un árbol creciendo en condiciones de interferencia mínima y queremos saber cual será su volumen leñoso en un tiempo $x + \Delta x$ nos bastaría con la siguiente ecuación:

$$M(x + \Delta x) = M(x) + \Delta M(x)I_{min}$$

en la que:

$M(x + \Delta x)$ = volumen de madera de un árbol de edad $x + \Delta x$

$M(x)$ = volumen de madera de un árbol de edad x

$\Delta M(x)I_{min}$ = incremento en volumen leñoso de un árbol de edad x , en condiciones de interferencia mínima, durante Δx

mientras que si deseamos conocer el volumen futuro de un árbol que crece en condiciones de equilibrio, necesitaríamos una ecuación como la siguiente:

$$M(x + \Delta x) = M(x) + \Delta M(x)I_e$$

en la que:

$\Delta M(x)I_e$ = incremento en volumen leñoso de un árbol de edad x , en condiciones de equilibrio, durante Δx

Sin embargo, si lo que queremos es ser capaces de predecir dicho volumen para un valor de Interferencia cualquiera, necesitamos una ecuación de la forma (ver figura 6):

$$M(x + \Delta x) = M(x) + \Delta M(x)I_e + ((\Delta M(x)I_{min} - \Delta M(x)I_e) \cdot (1-I)) \quad (2)$$

en la que:

I = Interferencia durante Δx

Como podemos observar, para valores medios de Interferencia, el incremento total en volumen leñoso será igual a $\Delta M(x)I_e$ más una porción de $\Delta M(x)I_{min} - \Delta M(x)I_e$ que será inversamente proporcional al valor de la Interferencia. Asimismo, nuevamente tenemos que si la Interferencia es igual a 1:

$$M(x + \Delta x) = M(x) + \Delta M(x)I_e$$

ya que el término

$$((\Delta M(x)I_{min} - \Delta M(x)I_e) \cdot (1-I)) = 0$$

Por otro lado, si la Interferencia vale 0:

$$M(x + \Delta x) = M(x) + \Delta M(x)I_{min}$$

ya que

$$\Delta M(x)I_e + ((\Delta M(x)I_{min} - \Delta M(x)I_e) \cdot (1-I)) = \Delta M(x)I_{min}$$

La ecuación (2) puede ser simplificada algebraicamente hasta:

$$M(x + \Delta x) = M(x) + (I \cdot \Delta M(x)I_e) + ((1-I) \cdot \Delta M(x)I_{min}) \quad (3)$$

que no es más que una ecuación en diferencias en la que el volumen de madera a la edad $x + \Delta x$ es igual al volumen de madera a la edad x más un incremento que depende de las condiciones de Interferencia en las que crezca el árbol durante Δx , y que es definido como el promedio ponderado del incremento en condiciones de equilibrio y de Interferencia mínima (ver figura 7).

3). La Copa.

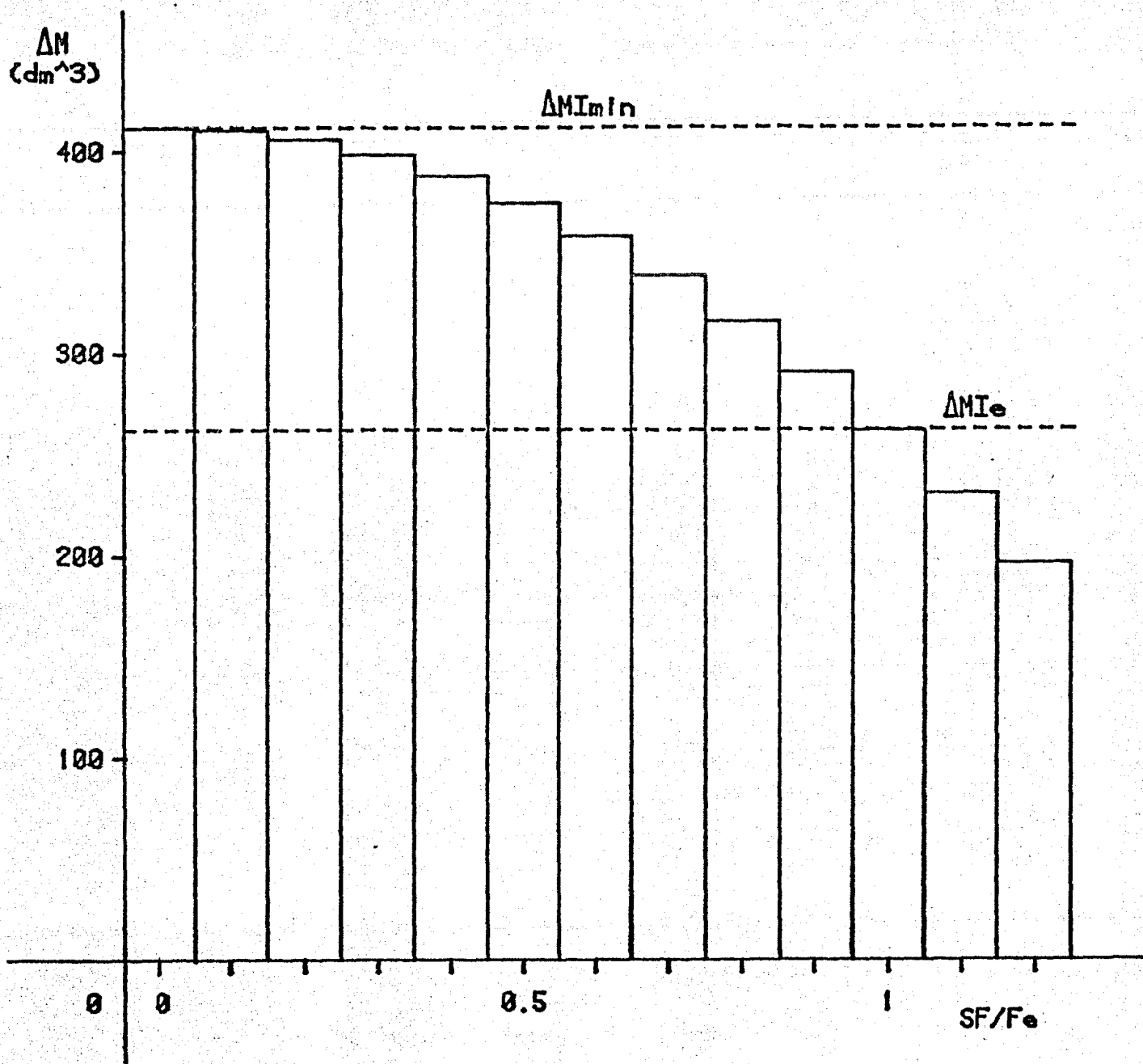


Figura 6.- En esta gráfica se muestra el incremento en volumen de madera (ΔM) de un árbol de 60 años de edad en función del cociente de la superficie foliar por ha. del bosque (SF) sobre dicha superficie en condiciones de equilibrio (Fe). Como puede verse, ΔM disminuye a medida que aumenta la superficie foliar por ha. y, por lo tanto, la interferencia. Nótese que cuando SF tiende a cero ΔM tiende al incremento que presentan los árboles en condiciones de interferencia mínima (ΔM_{min}), en tanto que cuando SF es igual a Fe ($I=1$) el incremento en volumen leñoso es igual al que presentan en condiciones de equilibrio (ΔM_{ie}). Asimismo, cuando SF aumenta por arriba de Fe ($I>1$) el incremento en volumen de madera es menor a ΔM_{ie} . Como era de esperarse, el efecto del aumento de SF sobre la disminución de la tasa de incremento en volumen leñoso se acentúa a medida que SF tiende a Fe.

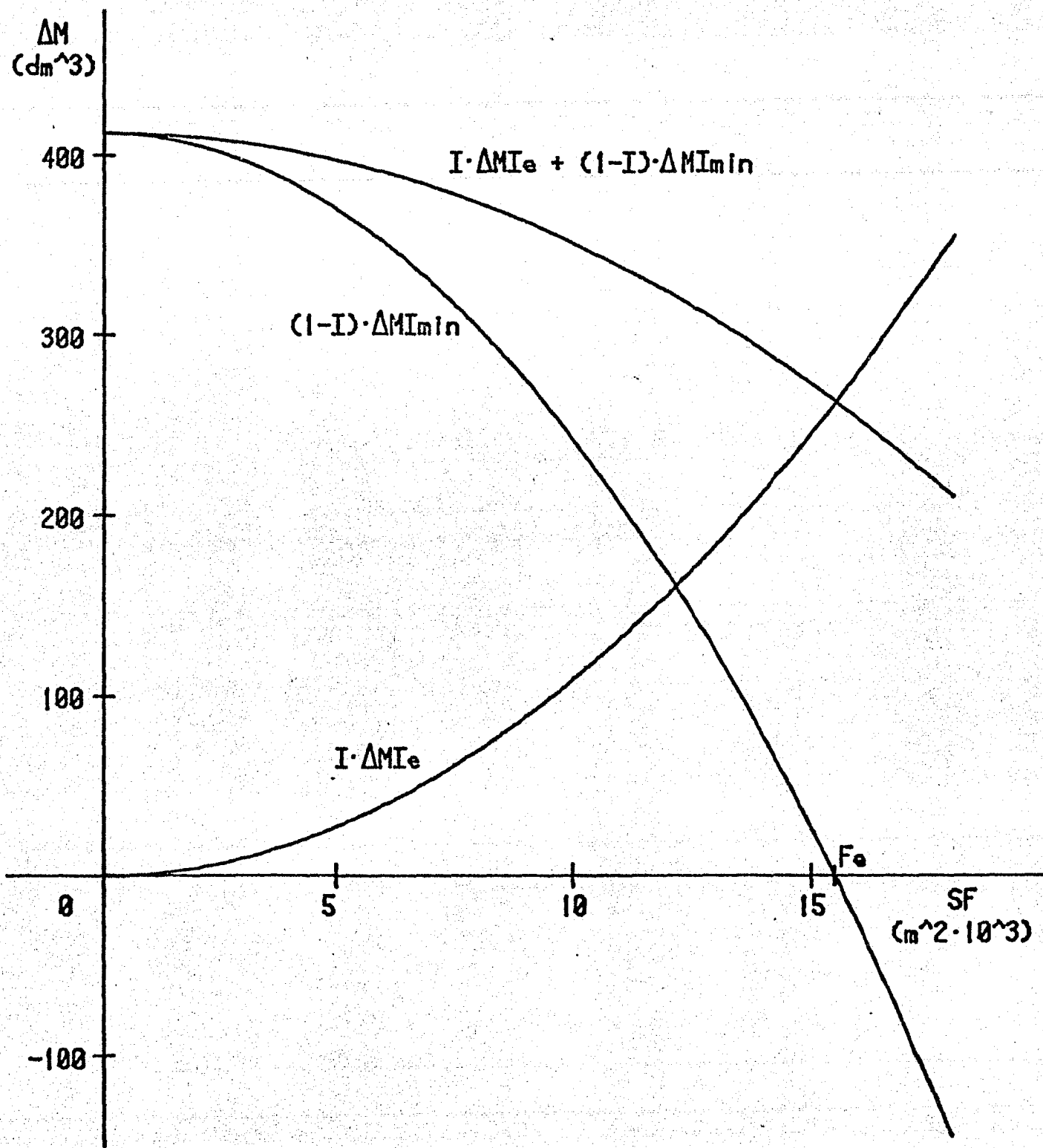


Figura 7.- Incremento en volumen de madera (ΔM) de un árbol de Pinus hartwegii de 60 años de edad en función de la superficie foliar total por ha. (SF). Nótese que dicho incremento es definido como el promedio ponderado del incremento en condiciones de equilibrio (ΔM_{Ie}) y de interferencia mínima (ΔM_{Imin}), ésto es, $\Delta M = I \cdot \Delta M_{Ie} + (1-I) \cdot \Delta M_{Imin}$. El valor de Fe (superficie foliar por ha. de un bosque en equilibrio) corresponde al de un bosque de Pinus hartwegii no perturbado.

Desde el punto de vista productivo la característica más importante de la copa es su superficie fotosintética. Esta depende de su forma y dimensiones. Ya que la copa de los pinos es aproximadamente cónica, en el presente estudio la superficie foliar fue calculada como el área lateral de un cono circular recto, a partir del radio y la altura de la copa, como:

$$F(x) = \pi \cdot R(x) \cdot \sqrt{A(x)^2 + R(x)^2} \quad (4)$$

en la que:

$F(x)$ = superficie foliar a la edad x

$$\pi = 3.1416$$

$R(x)$ = radio basal promedio de la copa a la edad x

$A(x)$ = altura promedio de la copa a la edad x

Para definir el valor del radio basal de la copa se utilizó una función equivalente a la del volumen leñoso, de modo que:

$$R(x + \Delta x) = R(x) + (I \cdot \Delta R(x)I_e) + ((1-I) \cdot \Delta R(x)I_{mín}) \quad (5)$$

en la que:

$R(x + \Delta x)$ = radio basal promedio de la copa a la edad $x + \Delta x$

$\Delta R(x)I_e$ = incremento promedio en el radio basal de la copa a la edad x , en condiciones de equilibrio, durante Δx

$\Delta R(x)I_{mín}$ = incremento promedio en el radio basal de la copa a la edad x , en condiciones de interferencia mínima, durante Δx .

Esto se debe a que supusimos que el radio basal de la copa en el tiempo $t+1$ depende del radio en el tiempo t , de la edad del árbol y de las condiciones de interferencia en las que éste crezca durante Δt . Al igual que el volumen del tronco, partimos de la base de que existe un incremento promedio del radio en condiciones de equilibrio y otro en condiciones de baja interferencia, por categoría de edad. Por otro lado, supusimos que el incremento en el radio basal de la copa podría llegar a ser negativo, esto es, que la pérdida de las

ramas inferiores por competencia fuese más rápida que la tasa de crecimiento de las ramas inmediatamente superiores, a valores altos de Interferencia.

En cuanto a la altura de la copa, se encontró que su valor presenta un grado de correlación con el del radio basal. Este resultado es apoyado por el trabajo de Curtin (1970) quien ha reportado que la altura de la copa de árboles de Eucalyptus obliqua disminuye como consecuencia de la muerte de las ramas inferiores (ver figura 8), la cual es a su vez causada por competencia.

Con base en esto, la altura de la copa fue definida en función de su radio basal, de modo que:

$$A(x) = f(R(x))$$

en la que:

$A(x)$ = altura promedio de la copa a la edad x

$R(x)$ = radio basal promedio de la copa a la edad x

4). El Comportamiento Demográfico de la Población.

El modelado matemático de los fenómenos biológicos no es nuevo. A lo largo del tiempo han sido propuestas numerosas expresiones cuantitativas para describir el crecimiento poblacional, pero "la más persistente ha sido la ecuación logística formulada por Verhulst (1938) e independientemente por Pearl y Reed (1920)" (Ricklefs 1979). Aún cuando el modelo de crecimiento logístico fue derivado a partir de consideraciones biológicas sumamente simples, proporciona una descripción adecuada del crecimiento de muchas poblaciones. "Debido a su simplicidad y aplicación general, ha sido la base para muchas investigaciones teóricas sobre interacciones poblacionales" (Ricklefs 1979). Sin embargo, este modelo no toma en cuenta la estructura de edades de la población, que es un factor determinante en su comportamiento demográfico. Esto último se debe a que organismos de diferentes edades suelen presentar tasas de

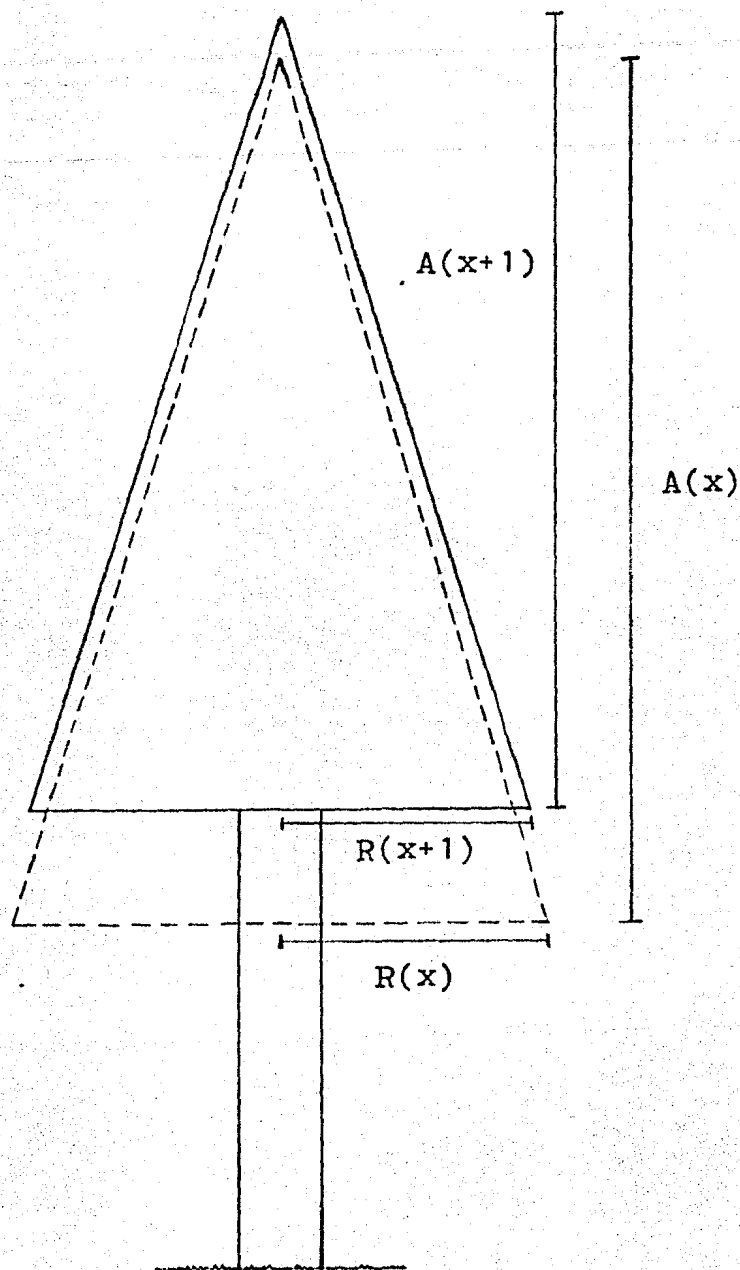


Figura 8.- En esta figura se puede observar que la altura de la copa puede disminuir como consecuencia de la pérdida de las ramas inferiores. Modificado a partir de Curtin (1970).

reproducción y sobrevivencia distintas.

El análisis demográfico que considera categorías de edad debe su origen, según Goodman (1967, citado en Paulik 1972) a Bernardelli (1941), Lewis (1942), y Leslie (1945), quienes propusieron independientemente un modelo matricial que representa la dinámica poblacional, tomando en cuenta el número de individuos por categoría de edad y las tasas de reproducción y sobrevivencia edad específicas.

Su modelo, en notación matricial, puede ser expresado como:

$$L \cdot N(t) = N(t+1) \quad (7)$$

en la que:

$N(t) = (N_{t,0}, N_{t,1}, N_{t,2}, \dots, N_{t,k})$ es un vector columna que representa la estructura de edades de la población en el tiempo t , y $N_{t,x}$ es el número de hembras presentes en la categoría de edad x , en el tiempo t . $N(t+1)$ es un vector columna, similar a $N(t)$, que representa la estructura de edades en el tiempo $t+1$.

$$L = \begin{bmatrix} r_0 & r_1 & r_2 & \dots & r_{k-1} & r_k \\ s_0 & 0 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & s_1 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_2 & & 0 & 0 \\ \cdot & & & & & \\ \cdot & & & & & \\ \cdot & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & s_{k-1} & 0 \end{bmatrix}$$

es una matriz cuadrada de $k+1$ renglones y $k+1$ columnas, que describe la transición de la población durante el intervalo $t, t+1$ (Δt). Los elementos r_x ($x=0,1,2,\dots,k; r_x \geq 0$) son las tasas reproductivas edad específicas; representan el número promedio de hijas producidas por hembra de la categoría de edad x , durante Δt . Los elementos s_x ($x=0,1,2,\dots,k-1; 0 < s_x \leq 1$) son las tasas de sobrevivencia edad específicas; representan la probabilidad de que una hembra de la categoría de edad x sobreviva durante Δt y pase a la categoría de edad $x+1$.

Las tasas reproductivas edad específicas pueden ser calculadas con la siguiente ecuación:

$$r(x) = N(O, x) / N(x) \quad (8)$$

en la que:

$r(x)$ = tasa reproductiva promedio a la edad x

$N(O, x)$ = número de hembras de la primera categoría de edad producidas por hembra de la categoría de edad x , durante Δt

$N(x)$ = número de hembras de la categoría de edad x

Las tasas de sobrevivencia edad específicas pueden a su vez ser calculadas a partir de la ecuación siguiente:

$$s(x) = N(x+1) / N(x) \quad (9)$$

en la que:

$s(x)$ = tasa de sobrevivencia a la edad x

$N(x+1)$ = número de individuos en la categoría de edad $x+1$

A aquellos que no conozcan las propiedades multiplicativas de las matrices les será útil saber que el producto:

$$\begin{bmatrix} r_0 & r_1 & r_2 & \dots & r_{k-1} & r_k \\ s_0 & 0 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & s_1 & 0 & & 0 & 0 \\ 0 & 0 & s_2 & & 0 & 0 \\ \vdots & & & & & \\ \vdots & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & s_{k-1} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N_{t,0} \\ N_{t,1} \\ N_{t,2} \\ N_{t,3} \\ \vdots \\ N_{t,k} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_{t+1,0} \\ N_{t+1,1} \\ N_{t+1,2} \\ N_{t+1,3} \\ \vdots \\ N_{t+1,k} \end{bmatrix}$$

puede ser representado por la siguiente serie de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned}
 N_{t+1,0} &= r_0 \cdot N_{t,0} + r_1 \cdot N_{t,1} + r_2 \cdot N_{t,2} + \dots + r_{k-1} \cdot N_{t,k-1} + r_k \cdot N_{t,k} \\
 N_{t+1,1} &= s_0 \cdot N_{t,0} + 0 \cdot N_{t,1} + 0 \cdot N_{t,2} + \dots + 0 \cdot N_{t,k-1} + 0 \cdot N_{t,k} \\
 N_{t+1,2} &= 0 \cdot N_{t,0} + s_1 \cdot N_{t,1} + 0 \cdot N_{t,2} + \dots + 0 \cdot N_{t,k-1} + 0 \cdot N_{t,k} \\
 &\vdots \\
 N_{t+1,k} &= 0 \cdot N_{t,0} + 0 \cdot N_{t,1} + 0 \cdot N_{t,2} + \dots + s_{k-1} \cdot N_{t,k-1} + 0 \cdot N_{t,k}
 \end{aligned}$$

El modelo original de Lewis-Leslie ha sido modificado por varios autores para incluir diversas características poblacionales. Por ejemplo, Williamson (1959, citado en Usher 1971) y Goodman (1969, citado en Usher 1971) han adaptado el modelo para incluir ambos sexos. Lefkovitch (1965, 1966, 1967, citado en Usher 1971) desarrolló un modelo más amplio, que incluye como caso particular el modelo original, en el que los organismos no son agrupados en categorías de edad sino en estados, que pueden tener diferentes duraciones. La ventaja de esta modificación consiste en que puede ser aplicada a organismos cuya edad es difícil de determinar, pero que muestran estados o

de reproducción y supervivencia edad específicas fueran dependientes de la --
interferencia.

En cuanto a las tasas reproductivas, se consideró que éstas varían --
en forma proporcional a la capacidad reproductiva de cada organismo. Así, --
si suponemos que $r(x)I^e$ es la tasa reproductiva promedio a la edad x en condi-
ciones de equilibrio, las tasas reproductivas edad específicas a diferentes in-
tensidades de interferencia serán definidas en base a la siguiente ecuación:

$$r_x = r_x I^e + (c_2 (r_x I^e) \cdot (1-I)) \quad (11)$$

en la que:

r_x = tasa reproductiva a la edad x

$r_x I^e$ = tasa reproductiva a la edad x , en condiciones de equilibrio

c_2 = constante $\gg 1$

I = Interferencia

de modo que cuando $c_2 = 1$ los organismos tienden a duplicar su capacidad re-
productiva cuando la interferencia tiende a cero. Es obvio que a valores mayo-
res de c_2 los árboles tendrán a aumentar aún más su adecuación a medida que
la interferencia disminuye.

Debido a que los pinos son árboles no tolerantes a la sombra el reclu-
tamiento de nuevos organismos a la primera categoría de edad depende no solo
de la producción de semillas viables y de la supervivencia de éstas y de las --
plántulas a la depredación, sino también de la cantidad de luz que llega al so-
tobosque. Cuando un bosque de este tipo se encuentra en condiciones de equi-
librio, el reclutamiento se dará en aquellos parches que sean dejados por la
muerte de árboles viejos, sometidos y/o enfermos, y el número de reclutamien-
tos dependerá del tamaño del parche, de modo que:

$$P_0 = \frac{\sum_{x=0}^k (N_{t,x} - N_{t+1,x+1}) \cdot (\pi \cdot R_x^2)}{\pi \cdot R_0^2} \quad (12)$$

fases claramente diferenciables, como los insectos, cuyos estados pueden ser: huevo, larva, pupa y adulto; o plantas, que pueden ser agrupadas en varias categorías: semillas, plántulas, juveniles, adultos (reproductivos) y seniles.

Leslie (1948, citado en Usher 1971) hizo notar que el comportamiento poblacional obtenido con el modelo matricial original es similar al de una función de crecimiento exponencial, en tanto que las poblaciones usualmente alcanzan asintóticamente un límite superior, k , y su crecimiento se aproxima al descrito por el modelo de crecimiento logístico:

$$N_t = \frac{k}{1 + ((k - N_0)/N_0) e^{-r \cdot t}} \quad (10)$$

en la que:

N_t = número de organismos en el tiempo t

k = capacidad de carga del medio ambiente

N_0 = número inicial de organismos

e = base de los logaritmos naturales (2.718281...)

r = tasa intrínseca de crecimiento de la población

t = tiempo

Debido a esto, algunos autores como Leslie (1948, citado en Usher 1971), Pennyculck et al. (1968, citado en Usher 1971) y Pennyculck (1969, citado en Usher 1971), han modificado el modelo matricial original de modo que las tasas de reproducción y sobrevivencia sean dependientes de la densidad. Así, como lo indica Usher (1971), el comportamiento demográfico de la población puede ser de tipo sigmoide o presentar oscilaciones.

Con base en estos argumentos, se decidió que el modelo simulara la dinámica poblacional del bosque con matrices de Leslie en las que las tasas

en la que:

P_0 = número de reclutamientos posibles durante Δt , en condiciones de equilibrio

$N_{t+1, x+1}$ = número de organismos de edad x por hectárea que pasan a la categoría de edad $x+1$, durante Δt

$N_{t, x}$ = número de organismos de la categoría de edad x por hectárea, en el tiempo t .

$$\pi = 3.1416$$

R_x = radio basal promedio de la copa a la edad x

R_0 = radio basal promedio de la copa en la primera categoría de edad

x = edad

k = longevidad promedio de los árboles

Basándonos en el concepto de área foliar total por hectárea en equilibrio (F^e), podemos suponer que existe también un área basal (cobertura) total por hectárea en equilibrio (B^e). Esta fue calculada como:

$$B^e = \sum_{x=0}^k \pi \cdot R_x^2 \cdot N_x^e \quad (13)$$

en la que:

B^e = área foliar basal total/ha. en equilibrio

R_x^e = radio basal promedio de la copa a la edad x , en condiciones de equilibrio

N_x^e = número de individuos de edad x /ha., en condiciones de equilibrio

Ahora bien, cuando la cobertura por hectárea de un bosque es menor que B^e , el espacio disponible para reclutamientos es mayor que el dejado por los organismos que mueren durante t . En estos casos, el número de reclutamientos posibles estará dado por:

$$P_1 = \frac{B^e - \left(\sum_{x=0}^k \pi \cdot R_x^2 \cdot N_{t+1, x+1} \right)}{\pi \cdot R_0^2} \quad (14)$$

$$6 \quad N_{t+1,0} = P$$

$$\text{si } N_{t+1,0} > P$$

Por otro lado, se consideró que el grado en el que la interferencia afecta a las tasas de sobrevivencia es inversamente proporcional a la capacidad competitiva de los organismos. Así, si partimos de la base de que la capacidad competitiva, entre árboles de una misma especie, varía en una relación directamente proporcional a su superficie fotosintética, el grado en que la interferencia afecta a las tasas de sobrevivencia de los árboles es inversamente proporcional a su superficie fotosintética.

Aún cuando estoy seguro de que este argumento es perfectamente válido, no encontré una correlación satisfactoria entre la superficie foliar promedio por categoría de edad y las tasas de sobrevivencia edad específicas. Sin embargo, ya que en términos generales es lógico suponer que cuanto más joven (y por lo tanto menos vigoroso) sea un árbol se verá mayormente beneficiado por un relajamiento en la intensidad de la competencia, definí las tasas de sobrevivencia de modo que las de los árboles más jóvenes presentase variaciones mayores que las de los maduros a cambios idénticos de la interferencia. Debido a esto y como una primera aproximación, las tasas de sobrevivencia edad específicas fueron definidas de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$s_x = s_x I^e + (c_3 (1/s_x I^e) \cdot (I-1)) \quad (15)$$

en la que:

s_x = tasa de sobrevivencia promedio a la edad x

$s_x I^e$ = tasa de sobrevivencia promedio a la edad x , en condiciones de equilibrio.

c_3 = constante > 0

I = Interferencia

en la que:

P_1 = número de reclutamientos posibles cuando la cobertura por hectárea del bosque es menor que B_e

Esta ecuación puede ser simplificada hasta:

$$P_1 = \frac{B_e - \left(\sum_{x=0}^k R_x^2 \cdot N_{t+1,x+1} \right)}{R_0^2}$$

Es obvio que cuando la cobertura por hectárea del bosque, es igual a B_e , P_1 es igual a P_0 y que cuando dicha cobertura aumenta por arriba de B_e , P_1 tiende a cero. Sin embargo, debe quedar claro que el espacio disponible para reclutamientos nunca será menor que el dejado por los organismos al morir -- (P_0).

En resumen, cuando $P_1 > P_0$ la cobertura del bosque se encuentra por debajo de B_e y el número de reclutamientos posibles estará dado por P_1 , en tanto que cuando $P_1 \leq P_0$ la cobertura del bosque es mayor o igual a B_e y el número de reclutamientos posibles será P_0 . A partir de lo anterior se deduce que el número de reclutamientos posibles en un momento cualquiera (P) es igual al mayor de P_0 y P_1 , de modo que:

$$P = P_0 \text{ si } P_0 > P_1;$$

ó

$$P = P_1 \text{ si } P_1 > P_0$$

Por lo tanto, el número real de reclutamientos a la primera categoría de edad (N_0) en un tiempo $t+1$ será:

$$N_{t+1,0} = r_0 N_{t,0} + r_1 N_{t,1} + r_2 N_{t,2} + \dots + r_{k-1} N_{t,k-1} + r_k N_{t,k}$$

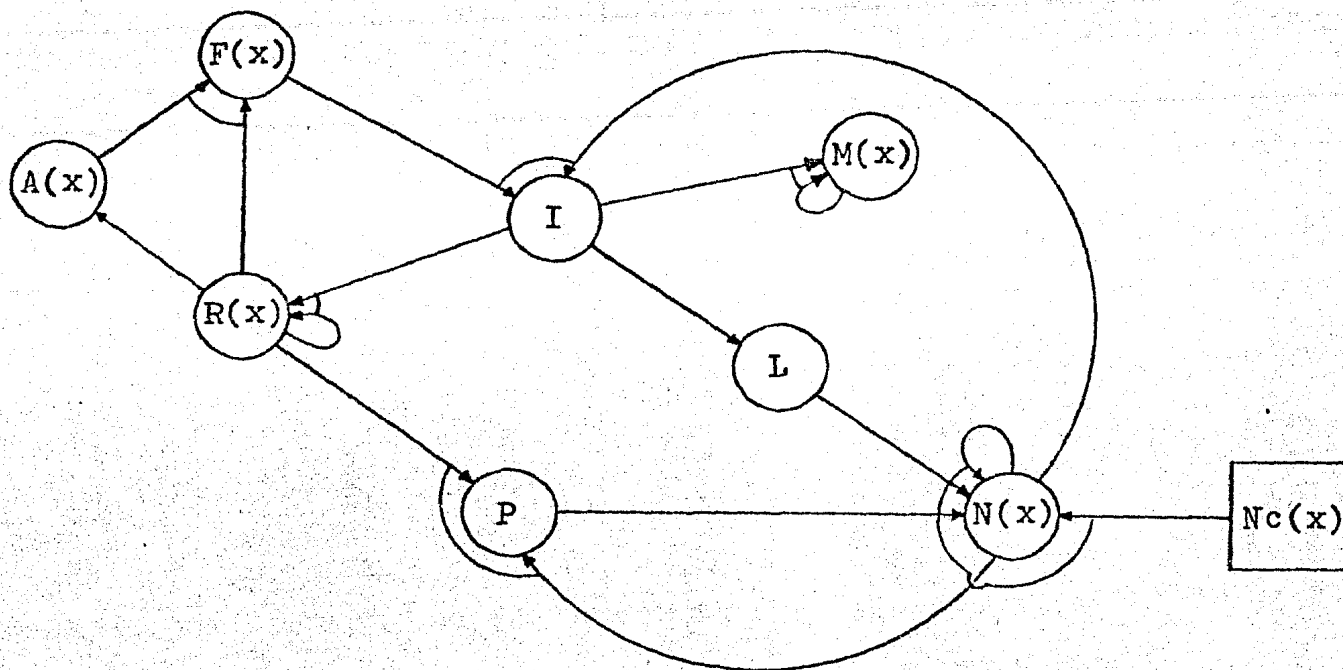
(de acuerdo a la ecuación 7)

$$\text{si } N_{t+1,0} \leq P;$$

$x = \text{edad}$.

En la figura 9, se presenta un modelo diagramático del sistema en estudio.

Ya que el trabajo de Franco (1979) es el antecedente más importante - del presente estudio, en la discusión se presenta un análisis comparativo entre su "modelo de crecimiento de poblaciones uniespecíficas" y el aquí propuesto.



I = interferencia

$R(x)$ = radio basal promedio de la copa a la edad x

$A(x)$ = altura promedio de la copa a la edad x

$F(x)$ = superficie foliar promedio de la copa a la edad x

$M(x)$ = volumen de madera promedio del tronco a la edad x

L = matriz de transición (de Leslie)

P = número de reclutamientos posibles por hectárea

$N(x)$ = número de individuos en pie por categoría de edad/ha.

$Nc(x)$ = número de árboles cosechados por categoría de edad/ha.

○ Variables endógenas

□ Variables forzantes

Figura 9.- En este modelo diagramático del sistema en estudio se muestran las variables de estado con las que éste fue definido y las relaciones causales teóricas en las que se basa el planteamiento del modelo matemático.

SIMULACION DEL COMPORTAMIENTO DEMOGRAFICO Y DE PRODUCCION DE MADERA DE UN BOSQUE UNIESPECIFICO DE Pinus hartwegii, EN BASE AL MODELO PROPUESTO:

Los datos utilizados para ajustar las funciones del modelo matemático forman parte de los resultados que sobre el proyecto de Ecología de Poblaciones de Pinus hartwegii Lindl, se han obtenido desde fines de 1974 en la Estación Experimental Forestal Zoquiapan, del Departamento de Bosques de la Universidad Autónoma Chapingo.

"La Estación se encuentra ubicada al Sur de Río Frío, sobre la carretera México-Puebla, en los límites de ambos Estados y dentro del área comprendida por el Parque Nacional Zoquiapan y la Unidad Industrial de Explotación Forestal de San Rafael.

La región es una zona montañosa de origen volcánico con pendientes que varían del 2 al 50%. Los suelos se clasifican como profundos (de más de 90cm) y de textura franco-arenosa. Son medianamente ácidos con un contenido alto de nitrógeno y bajo de fósforo; ricos en calcio, magnesio y potasio (Anaya-Lang 1962).

La vegetación en la zona de estudio está formada por un bosque unespecífico de Pinus hartwegii en el estrato arbóreo y un sotobosque compuesto fundamentalmente, y según la intensidad del pastoreo, por gramíneas como Festuca hephaestophila, Muhlenbergia quadridentata y M. macroura y latifolias como Alchemilla procumbens, Achillea millefolium, Lupinus montanus, Pentstemon gentianoides, Potentilla hematocrus, P. ranunculoides, Rumex acetosella, etc. (Obieta 1977).

Existen además en la estación otros tipos de comunidades vegetales entre los que destacan: bosque de abetos (Abies religiosa), bosque de escuamifolios (Cupressus lindleyi), pinares de composición variada (Pinus montezumae, P. ayacahuite, P. leiophylla, P. pseudostrobus), encinares (Quercus crassipes, Q. rugosa, Q. laurina) y otras asociaciones producto generalmente de perturbación (Alnus firmifolia), aunque es común la ecotonfa" (Franco 1979).

- a). Agrupación de los organismos de la población en categorías de edad.

La población fue dividida en categorías de edad de 10 años cada una.

Debido a que "los individuos de esta especie en contadas ocasiones llegan a

superar los 130 años de edad" (Franco 1979), el modelo considera 13 categorías que van desde 0 hasta 130 años (0-10, 11-20, 21-30, ..., 121-130). Se decidió dividir a la población en categorías de 10 años tanto por las ventajas que ofrece el trabajar con 13 categorías en lugar de con 130, como porque ello implica el considerar el promedio del comportamiento de los árboles durante 10 años, lo cual evita el tener que tomar en cuenta las variaciones producidas por los cambios climáticos anuales (e incluso estacionales) en la producción de madera y el comportamiento demográfico de los árboles.

b). Determinación del volumen leñoso.

Las ecuaciones que describen el incremento en volumen leñoso en función de la edad, en condiciones de equilibrio y de interferencia mínima, fueron ajustadas mediante regresiones por mínimos cuadrados a los datos reportados por Garzón y Flores (1976) y Franco (1979), respectivamente. Las relaciones obtenidas son las siguientes:

$$\Delta M_x I^e = (5.027555 \cdot x) - 39.59731 \text{ dm}^3 \quad (r = 0.995998)$$

en la que:

$\Delta M_x I^e$ = incremento promedio en volumen leñoso de un árbol de edad x , durante Δx , en condiciones de equilibrio

$x = 10, 20, 30, \dots, 120$

y

$$\Delta M_x I_{\min} = (7.82518 \cdot x) - 57.531923 \text{ dm}^3 \quad (r = 0.99856)$$

en la que:

$\Delta M_x I_{\min}$ = incremento promedio en volumen de madera de un árbol de edad x durante Δx , en condiciones de interferencia mínima.

$x = 10, 20, 30, \dots, 120$

por lo que la ecuación general que describe el comportamiento del volumen de

madera en función de la edad y la interferencia es (ver tabla 1 y figura 10):

$$M_x = M_{x-10} + (I((5.027555 x) - 39.59731) + (1-I)((7.82518 x) - 57.531923)) \text{ dm}^3 \quad (16)$$

en la que:

M_x = volumen de madera promedio a la edad x

M_{x-10} = volumen de madera promedio a la edad $x-10$

I = Interferencia durante Δx

$x = 10, 20, 30, \dots, 130$

c). Determinación del radio y la altura de la copa.

Las ecuaciones que describen el incremento del radio basal de la copa en función de la edad, en condiciones de equilibrio y de interferencia mínima, fueron ajustadas a los datos reportados por Franco (1979) siguiendo el método de aproximaciones sucesivas. Los resultados fueron los siguientes:

$$\Delta R_{x \text{ Ie}} = 0.6118 \cdot e^{-((x-62.774)^2 / 2301.64)} \text{ m} \quad \text{para } R_{10} = 0.3814 \text{ m} \\ (p < 0.005)$$

en la que:

$\Delta R_{x \text{ Ie}}$ = incremento promedio en el radio basal de la copa para árboles de edad x , en condiciones de equilibrio, durante Δx .

$e = 2.718281 \dots$

$x = 10, 20, 30, \dots, 120$

y

$$\Delta R_{x \text{ Imin}} = 0.725 \cdot e^{-((x-62.774)^2 / 2301.64)} \text{ m} \quad \text{para } R_{10} = 0.500 \text{ m} \\ (p < 0.05)$$

en la que:

$\Delta R_{x \text{ Imin}}$ = incremento promedio en el radio basal de la copa para árboles de edad x , en condiciones de interferencia mínima, durante Δx

	I=1				I=0			
	a		teóricos		b		teóricos	
	M_x	ΔM_x	M_x	ΔM_x	M_x	ΔM_x	M_x	ΔM_x
1	8.67	8.67	10.68	10.68	8.5	8.5	20.72	20.72
2	42.96	34.29	71.63	60.95	76.0	67.5	119.69	98.97
3	139.84	96.88	182.86	111.23	248.5	172.5	296.91	177.22
4	302.65	162.81	344.36	161.50	512.5	264.0	552.39	255.48
5	523.77	221.12	556.14	211.78	861.5	349.0	886.12	333.73
6	797.23	273.46	818.20	262.06	1 291.5	430.0	1 298.10	411.98
7	1123.46	326.23	1 130.53	312.33	1 799.5	508.0	1 788.33	490.23
8	1502.92	379.46	1 493.14	362.61	2 383.0	583.5	2 356.81	568.48
9	1923.31	420.29	1 906.02	412.88	3 040.0	657.0	3 003.54	646.73
10	2394.91	471.60	2 369.18	463.16	3 769.0	729.0	3 728.53	724.99
11	2904.87	509.96	2 882.61	513.43	4 569.0	800.0	4 531.77	803.24
12	3458.92	554.05	3 446.32	563.71	5 437.0	868.0	5 413.26	881.49
13	4042.51	583.59	4 060.30	613.98	6 373.0	936.0	6 373.00	959.74

Los datos de volumen de madera están reportados en decímetros cúbicos.

x = categoría de edad.

I= Interferencia

a volumen de madera promedio del tronco por categoría de edad (M_x) e incremento promedio en volumen de madera por categoría de edad (ΔM_x) de acuerdo a los datos reportados para Pinus hartwegii en condiciones de equilibrio.

b M_x y ΔM_x de acuerdo a los datos reportados para P. hartwegii en condiciones de aislamiento.

Los datos de M_x y ΔM_x teóricos fueron obtenidos en base a la ecuación 16.

Tabla 1.- Relación de los valores de volumen de madera e incremento en volumen leñoso promedio por categoría de edad de acuerdo a los datos reportados para - árboles de Pinus hartwegii en condiciones de equilibrio (Garzón y Flores 1976) y de - aislamiento (Franco 1979), y los valores de volumen de madera e incremento en volumen leñoso predichos por la ecuación 16 para I=1 e I=0.

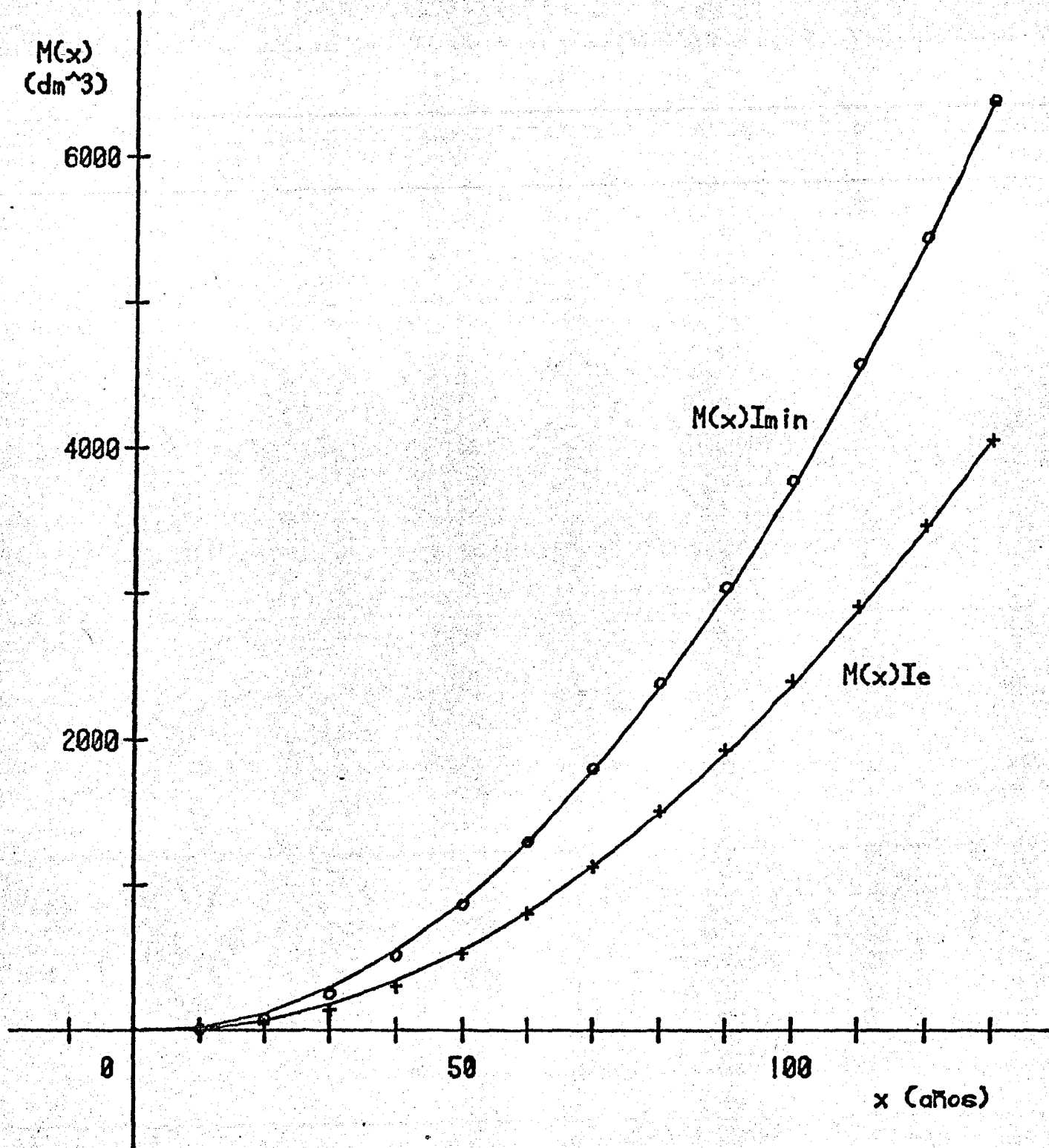


Figura 10.- En esta gráfica se muestra el volumen de madera promedio del tronco por categoría de edad para condiciones de equilibrio $M(x)I_e$ y de aislamiento $M(x)I_{min}$. Asimismo, se muestra el volumen del tronco en condiciones de equilibrio (+) de acuerdo a los datos reportados por Garzón y Flores (1976) y de aislamiento (\circ) en base a los datos reportados por Franco (1979).

$$e = 2.718281 \dots$$

$$x = 10, 20, 30, \dots, 120$$

por lo que la ecuación general que describe el tamaño del radio en función de la edad y la Interferencia es:

$$R_{x+10} = R_x + I \cdot (0.6118 \cdot e^{-((x-62.774)^2 / 2301.64)})_+ \quad (17)$$

$$((1-I) \cdot (0.725 \cdot e^{-((x-62.774)^2 / 2301.64)})_m$$

$$\text{con } R_{10} = 0.3814 + (0.1186 \cdot (1-I)) m$$

en la que:

I = Interferencia durante Δx

$$e = 2.718281 \dots$$

$$x = 10, 20, 30, \dots, 120$$

La ecuación que describe la altura de la copa en función de su radio basal se ajustó a los datos reportados por Garzón y Flores (1976), mediante una regresión lineal por mínimos cuadrados, obteniéndose la siguiente relación:

$$A_x = 5.499464 + 4.425871 \cdot \ln R_x \quad m \quad (r = 0.987677) \quad (18)$$

en la que:

A_x = altura promedio de la copa de los árboles de edad x

R_x = radio promedio de la copa a la edad x

$$x = 10, 20, 30, \dots, 130$$

d). Determinación de las tasas de reproducción y sobrevivencia de la matriz de transición.

Para determinar las tasas de reproducción y sobrevivencia de la población en estudio, inicialmente se ajustó una ecuación potencial mediante una regresión lineal por mínimos cuadrados, a los datos de número de indiv

duos por categoría de edad por hectárea reportados por Franco (1979). La ecuación resultante fue (ver figura 11):

$$N_x = 5185.135367 \cdot (x^{-1.3728256}) \quad (r = 0.998889) \quad (19)$$

en la que:

N_x = número de individuos de edad x por hectárea

$x = 10, 20, 30, \dots, 130$

A partir de los datos obtenidos con esta ecuación, se determinaron las tasas de sobrevivencia edad específicas (o probabilidad de que un organismo de edad x sobreviva durante t y pase a la categoría de edad $x+10$) en condiciones de equilibrio, de acuerdo a la ecuación 9, como:

$$s_x I^e = N_{x+10} / N_x \quad (20)$$

en la que:

$s_x I^e$ = probabilidad de que un organismo pase de la categoría de edad x a $x+10$, durante Δt

N_{x+10} = número de individuos de la categoría de edad $x+10$ por hectárea

N_x = número de organismos de la categoría de edad x por hectárea

$x = 10, 20, 30, \dots, 120$

Los valores de $s(x)I^e$ obtenidos de esta forma (ver tabla 2) fueron substituidos en la ecuación 15 para determinar las tasas de sobrevivencia edad específicas, función de la interferencia, utilizadas en la matriz de transición. El valor de c_3 usado en las simulaciones fue 0.05.

Debido a que no se conocen las tasas reproductivas edad específicas de los organismos que componen la población en estudio, se consideró, como una primera aproximación, que todos los individuos reproductivos (aquellos que tienen más de 20 años de edad (Franco 1979)) producen el mismo aporte a

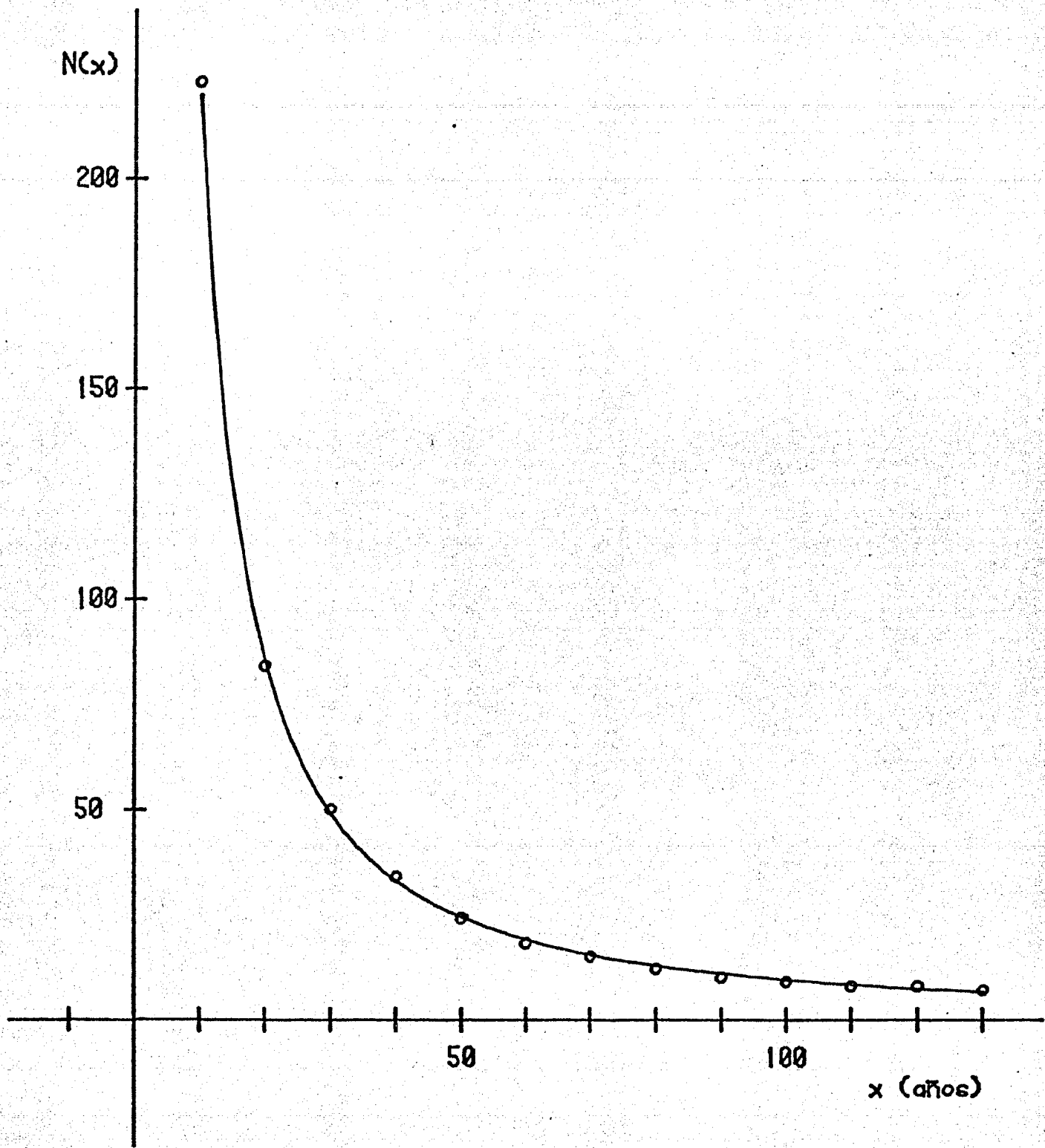


Figura 11.- En esta gráfica se muestra el número de individuos por categoría de edad por hectárea predicho por el modelo para condiciones de equilibrio (—), en conjunto con el número de árboles por categoría de edad por ha. reportado por Franco (1979) para un bosque de Pinus hartwegii sujeto a autoaclareo (o).

la primera categoría de edad, de modo que $r(x)I_e$ se calculó, de acuerdo a la ecuación 8, como:

$$r_x I_e = N_{10} / \sum_{x=30}^{130} N_x \quad (21)$$

en la que:

$r_x I_e$ = tasa reproductiva promedio por individuo a la edad x

N_{10} = número de organismos en la primera categoría de edad/ha.

N_x = número de árboles de edad x /ha.

$x = 30, 40, 50, \dots, 130$

en la que tanto $N(10)$ como $N(x)$ fueron calculados con la ecuación 19.

Los valores de $r(x)I_e$ obtenidos mediante esta fórmula (ver tabla 2) fueron substituidos en la ecuación 11 para determinar las tasas reproductivas edad específicas utilizadas en la matriz de transición, a diferentes valores de I . El valor de c_2 (de la ecuación 11) utilizado en las simulaciones fue 1.

e). Determinación de los parámetros de la función de interferencia.

Para calcular F_e (ver ecuación 1) se determinó la superficie foliar promedio por individuo por categoría de edad en condiciones de equilibrio utilizando la ecuación 4, y los valores de radio y altura obtenidos con las ecuaciones 17 y 18 respectivamente. Posteriormente se calculó el número de individuos por categoría de edad por hectárea en base a la ecuación 19, y se llevó a cabo la siguiente sumatoria:

$$F_e = \sum_{x=10}^{130} F_x \cdot N_x \quad m^2 \quad (22)$$

en la que:

F_e = superficie foliar total/ha. de un bosque de P. hartwegii en condiciones de equilibrio.

x	N_x	M_x	R_x	r_x	s_x
1	220	10.68	0.3814	0	0.38613
2	85	71.63	0.5638	0	0.57314
3	49	182.86	0.8401	1.13193	0.67372
4	33	344.36	1.2237	1.13193	0.73614
5	24	556.14	1.7121	1.13193	0.77857
6	19	818.20	2.2820	1.13193	0.80927
7	15	1130.53	2.8918	1.13193	0.83251
8	13	1493.14	3.4899	1.13193	0.85070
9	11	1906.02	4.0277	1.13193	0.86533
10	9	2369.18	4.4710	1.13193	0.87735
11	8	2882.61	4.8061	1.13193	0.88741
12	7	3446.32	5.0383	1.13193	0.89594
13	6	4060.30	5.1858	1.13193	0

x = categoría de edad.

N_x = número de árboles por categoría de edad por hectárea.

M_x = volumen de madera promedio por individuo por categoría de edad (en dm^3)

R_x = radio basal promedio de la copa por individuo, por categoría de edad (en m).

r_x = tasa reproductiva edad específica.

s_x = tasa de sobrevivencia edad específica.

Tabla 2.- Valores de equilibrio utilizados al inicio de las simulaciones 1 a 12.

F_x = superficie fotosintética promedio por individuo de edad x , en condiciones de equilibrio.

N_x = número de individuos de la categoría de edad x /ha., en condiciones de equilibrio.

$x = 10, 20, 30, \dots, 130$

El valor de F_e así obtenido fue de $15,481.9476 \text{ m}^2/\text{ha}$.

Por otro lado y como una primera aproximación, en las simulaciones se utilizó una $c_1 = 2$ en la ecuación 1. Por lo tanto, la ecuación que define el valor de la interferencia es la siguiente:

$$I = \left(\sum_{x=10}^{130} F_x \cdot N_x / 15481.9476 \right)^2 \quad (23)$$

en la que:

I = interferencia en un tiempo t cualquiera

F_x = superficie foliar promedio por individuo de la categoría de edad x en el tiempo t

N_x = número de individuos de edad x por hectárea en el tiempo t

$x = 10, 20, 30, \dots, 130$

f). Construcción del Modelo Computacional.

Una vez que fueron ajustadas las ecuaciones que describen el comportamiento de las diferentes variables de estado que componen el sistema, se construyó un modelo de computadora en BASIC (Applesoft II), en el cual fue vertido el modelo matemático. Las simulaciones se llevaron a cabo en una Apple IIe.

Con el modelo computacional en su estado actual es posible simular el comportamiento demográfico y de producción de madera del bosque sin que sea perturbado, o bajo 12 diferentes estrategias de manejo preestablecidas. Asimismo, éste puede ser modificado para simular las consecuencias de cualquier práctica silvícola en la que el usuario esté interesado. Cualquiera

que sea el caso, la simulación puede partir de un bosque natural en equilibrio, de bosques perturbados o de plantaciones.

El programa fue construido a base de subrutinas con el objeto de darle una estructura lo más semejante posible a la del modelo diagramático. Debido a ésto, en algunas partes del programa se sacrificó la eficiencia (tiempo necesario para ejecutar cada iteración) en función de la estructura.

A continuación se presenta un listado del modelo computacional con el que se hicieron las simulaciones.

LISTADO DEL MODELO COMPUTACIONAL CON EL QUE SE HICIERON LAS
SIMULACIONES:

```

100 REM *****SUPERVISOR*****
110 GOSUB 400: REM INTRODUCCION
    GENERAL
120 GOSUB 460: REM INICIALIZACION DE VARIABLES Y LECTURA DE
    CONSTANTES
130 GOSUB 490: REM LECTURA DE LOS VALORES DE EQUILIBRIO DE
    LA MATRIZ DE TRANSICION
140 INPUT "VANOS A EMPEZAR CON UN BOSQUE EN EQUILIBRIO? ";A$
    : PRINT
150 IF A$ = "SI" THEN 190
160 GOSUB 550: REM PROPORCIONAR LE A LA COMPUTADORA LOS DATOS
    DEL BOSQUE EN EL QUE EL USUARIO ESTA INTERESADO
170 GOTO 190
180 GOSUB 730: REM LECTURA DE LOS VALORES DE EQUILIBRIO DE:
    NUMERO DE INDIVIDUOS POR CATEGORIA DE EDAD/HA. (N(X)),
    RADIO BASAL DE LA COPA PROMEDIO POR INDIVIDUO, A LA EDAD
    X (R(X)) Y VOLUMEN DE MADERA PROMEDIO POR INDIVIDUO DE
    EDAD X (M(X))
190 INPUT "QUIERES MANEJAR EL BOSQUE? ";A$: PRINT
200 IF A$ = "NO" THEN 220
210 GOSUB 840: REM SELECCION DE LA ESTRATEGIA DE MANEJO A
    SEGUIR
220 GOSUB 990: REM DETERMINACION DE LA DURACION DE LA
    SIMULACION
230 REM +++GAZA PRINCIPAL+++
240 FOR T = 1 TO T1
250 GOSUB 1020: REM CALCULO DE LA INTERFERENCIA (I(T))
260 GOSUB 1050: REM CALCULO DEL RADIO BASAL (R1(X)), ALTURA
    (A(X)) Y SUPERFICIE FOLIAR (F(X)) PROMEDIO DE LA COPA
    POR INDIVIDUO, POR CATEGORIA DE EDAD

```

```

270 GOSUB 1130: REM CALCULO DEL VOLUMEN DE MADERA
    PROMEDIO POR INDIVIDUO, POR CATEGORIA DE EDAD (M1(X))
280 GOSUB 1170: REM CALCULO DE LAS TASAS DE REPRODUCCION
    Y SOBREVIVENCIA EDAD ESPECIFICAS DE LA MATRIZ DE
    TRANSICION (L)
290 GOSUB 1250: REM CALCULO DEL NUEVO VECTOR DE
    NUMERO DE INDIVIDUOS POR CATEGORIA DE EDAD
    POR HA. (N1(X))
300 GOSUB 1330: REM CALCULO DEL NUMERO DE
    RECLUTAMIENTOS POSIBLES (P)
310 IF A$ = "NO" THEN 330
320 GOSUB 1440: REM EXPLOTACION; CALCULO DEL
    NUMERO DE ARBOLES COSECHADOS POR CATEGORIA
    DE EDAD POR HA. (NC(X))
330 GOSUB 2170: REM ACTUALIZACION DE VARIABLES Y
    CALCULO DEL NUMERO DE INDIVIDUOS EN PIE/HA.
    (SN), NUMERO DE ARBOLES COSECHADOS/HA. (SC),
    SUPERFICIE FOLIAR TOTAL/HA. (SF), COSECHA EN
    PIE (SM) Y VOLUMEN DE MADERA EXPLOTADO/HA.
    (SE)
340 GOSUB 2330: REM IMPRESION DE RESULTADOS
350 NEXT T
360 REM *****
370 GOSUB 2460: REM IMPRESION DE LOS VALORES DE
    I, SN, SC, SM Y SE OBTENIDOS EN CADA ITERACION
    A LO LARGO DE TODA LA SIMULACION
380 END
390 REM *****

```

```

400 HOME : PRINT " ESTE MOD
ELD COMPUTACIONAL SIMULA EL
COMPORTAMIENTO DEMOGRAFICO Y
DE PRODUCCION DE MADERA DE
BOSQUES DE PINUS HARTWEGII B
AJO DIFERENTES ESTRATEGIAS D
E EXPLOTACION."
410 PRINT " EL PROGRAMA INC
LUYE UNA SERIE DE ESTRATEGIA
S DE MANEJO ENTRE LAS CUALES
EL USUARIO PUEDE ESCOGER LA
QUE DESEE, O EN SU DEFECTO,
DEFINIR UNA CUALQUIERA. ";
420 PRINT "ASIMISMO, SE TIENE LA
OPCION DE TRABAJAR CON UN B
OSQUE EN EQUILIBRIO (CUYAS C
ARACTERISTICAS ESTAN INCLUID
AS EN EL PROGRAMA), ";
430 PRINT "O CON CUALQUIER OTRO
BOSQUE DE PINO DEL QUE SE CO
NOZCA EL NO. DE INDIVIDUOS/C
ATEGORIA DE EDAD/HA., EL RAD
IO BASAL PROMEDIO DE LA COPA
/INDIVIDUO/CATEGORIA ";
440 PRINT "DE EDAD Y EL VOLUMEN
DE MADERA PROMEDIO/INDIVIDUO
/CATEGORIA DE EDAD.": PRINT
: PRINT
450 RETURN
460 X1 = 13:PI = 3.1416:FE = 1548
1.9476:BE = 4644.12257
470 DIM LE(13,13),L(13,13),N(13)
,N1(14),R(13),A(13),F(13),M(
14),M1(14),R1(14),NC(13)
480 RETURN
490 FOR Y = 1 TO X1
500 FOR Z = 1 TO X1
510 READ LE(Y,Z)
520 NEXT Z
530 NEXT Y
540 RETURN
550 HOME : PRINT "DAME EL NO. DE
INDIVIDUOS POR CATEGORIA DE
EDAD/HA.": PRINT
560 FOR X = 1 TO X1
570 PRINT "N(";X * 10;")= ";: INPUT
N(X)
580 NEXT X
590 PRINT : PRINT "DAME EL RADIO
BASAL PROMEDIO DE LA COPA P
OR INDIVIDUO, POR CATEGORIA
DE EDAD (EN M)": PRINT

```

```

600 FOR X = 1 TO X1
610 PRINT "R(";X * 10;")= ";: INPUT
R(X)
620 IF R(X) = 0 THEN 660
630 A(X) = 5.499464 + 4.425871 *
LOG (R(X))
640 F(X) = PI * R(X) * SQR ((A(X)
^ 2) + (R(X) ^ 2))
650 SF = SF + F(X) * N(X)
660 NEXT X
670 PRINT : PRINT "DAME EL VOLUM
EN DE MADERA PROMEDIO POR IN
DIVIUO, POR CATEGORIA DE EDA
D (EN DM^3)": PRINT
680 FOR X = 1 TO X1
690 PRINT "M(";X * 10;")= ";: INPUT
M(X)
700 NEXT X
710 PRINT
720 RETURN
730 FOR X = 1 TO X1
740 READ N(X)
750 NEXT X
760 FOR X = 1 TO X1
770 READ R(X)
780 NEXT X
790 FOR X = 1 TO X1
800 READ M(X)
810 NEXT X
820 SF = FE
830 RETURN
840 HOME : PRINT "QUE ESTRATEGIA
DE MANEJO QUIERES SEGUIR?":
PRINT
850 PRINT "1) EXTRACCION SOSTENI
DA DE N(T,X)-N(T+10,X+10), (
X:10-130)"
860 PRINT "2) EXTRACCION SOSTENI
DA DEL 50% DE N(X), (X:10-12
0) Y N(130)"
870 PRINT "3) EXTRACCION SOSTENI
DA DEL 25% DE N(X), (X:10-12
0) Y N(130)"
880 PRINT "4) EXTRACCION RECURRE
NTE, CADA 60 AÑOS, DE LOS AR
BOLES DE 70-90 AÑOS"
890 PRINT "5) EXTRACCION RECURRE
NTE, CADA 40 AÑOS, DE LOS AR
BOLES DE 100-130 AÑOS"
900 PRINT "6) EXTRACCION SOSTENI
DA DE N(T,X)-N(T+10,X+10), (
X:10-130) COMBINADA CON EXTR
ACCION RECURRENTE, CADA 40 A
ÑOS, DE N(T,X)-N(T+10,X+10),
(X:10-90) Y LOS ARBOLES DE
100-130 AÑOS"

```

```

910 PRINT "7) EXTRACCION SOSTENI
DA DE N(T,X)-N(T+10,X+10), (
X:10-30) Y LOS ARBOLES DE MA
S DE 40 ANOS"
920 PRINT "8) EXTRACCION SOSTENI
DA DE N(T,X)-N(T+10,X+10), (
X:10-50) Y LOS ARBOLES DE MA
S DE 60 ANOS"
930 PRINT "9) EXTRACCION SOSTENI
DA DE N(T,X)-N(T+10,X+10), (
X:10-70) Y LOS ARBOLES DE MA
S DE 80 ANOS"
940 PRINT "10) EFECTO DEL PASTOR
EO; EXTRACCION SOSTENIDA DEL
90% DE PLANTULAS"
950 PRINT "11) COMBINACION DEL P
ASTOREO CON EXTRACCION SOSTE
NIDA DE N(T,X)-N(T+10,X+10),
(X:20-50) Y LOS ARBOLES DE
MAS DE 60 ANOS"
960 PRINT "12) COMBINACION DEL P
ASTOREO CON EXTRACCION SOSTE
NIDA DE N(T,X)-N(T+10,X+10),
(X:20-30) Y LOS ARBOLES DE
MAS DE 40 ANOS": PRINT
970 INPUT " DAME EL NUMERO ";C
: PRINT
980 RETURN
990 INPUT "CUANTO TIEMPO QUIERES
QUE DURE LA SIMULACION (EN
DECENAS DE ANOS)? ";T1: HOME
1000 DIM I(99),SN(99),SE(99),SM(
99),SC(99)
1010 RETURN
1020 I(T) = (SF / FE) ^ 2
1030 PRINT TAB( 3)"I(";T;")= ";
INT (I(T) * 1000 + .5) / 10
00: PRINT
1040 RETURN
1050 R1(1) = 0.3814 + (0.1186 * (
1 - I(T)))
1060 FOR X = 1 TO X1
1070 R1(X + 1) = R(X) + I(T) * (0
.6118 * ( EXP ( - ((X * 10 -
62.774) ^ 2) / 2301.64))) +
(1 - I(T)) * (0.725 * ( EXP
( - ((X * 10 - 62.774) ^ 2)
/ 2301.64)))
1080 IF R1(X) = 0 THEN 1110
1090 A(X) = 5.499464 + 4.425871 *
LOG (R1(X))
1100 F(X) = PI * R1(X) * SQR ((A
(X) ^ 2) + (R1(X) ^ 2))
1110 NEXT X
1120 RETURN

```

```

1130 FOR X = 1 TO X1
1140 N1(X) = M(X - 1) + I(T) * ((
5.027555 * X * 10) - 39.5973
1) + (1 - I(T)) * ((7.52518 *
X * 10) - 57.531923)
1150 NEXT X
1160 RETURN
1170 FOR Y = 1 TO X1
1180 FOR Z = 1 TO X1
1190 IF LE(Y,Z) = 0 THEN 1220
1200 IF Y = 1 THEN L(Y,Z) = LE(Y
,Z) + LE(Y,Z) * (1 - I(T)): GOTO
1220
1210 L(Y,Z) = LE(Y,Z) + 0.05 * (1
/ LE(Y,Z)) * (1 - I(T))
1220 NEXT Z
1230 NEXT Y
1240 RETURN
1250 FOR Y = 1 TO X1
1260 N1(Y) = 0
1270 FOR Z = 1 TO X1
1280 N1(Y) = N1(Y) + L(Y,Z) * N(Z
)
1290 NEXT Z
1300 N1(Y) = INT (N1(Y) + .49999
9999)
1310 NEXT Y
1320 RETURN
1330 P0 = 0: P1 = 0
1340 FOR X = 1 TO X1
1350 P0 = P0 + (N(X) - N1(X + 1))
* (PI * R(X) ^ 2)
1360 P1 = P1 + (PI * R(X) ^ 2) *
N1(X + 1)
1370 NEXT X
1380 P0 = P0 / (PI * R1(1) ^ 2)
1390 P1 = (P1 - P0) / (PI * R1(1)
^ 2)
1400 IF P0 > P1 THEN P = P0: GOTO
1420
1410 P = P1
1420 IF N1(1) > P THEN N1(1) = P
1430 RETURN
1440 ON C GOSUB 1460,1500,1550,1
600,1650,1700,1780,1850,1920
,1990,2010,2090
1450 RETURN
1460 FOR X = 1 TO X1
1470 NC(X) = N(X) - N1(X + 1)
1480 NEXT X
1490 RETURN
1500 FOR X = 1 TO 12
1510 NC(X) = INT (N(X) / 2 + .5)
1520 NEXT X

```

```

1530 NC(13) = N(13)
1540 RETURN
1550 FOR X = 1 TO 12
1560 NC(X) = INT ((N(X) * 0.25) +
-5)
1570 NEXT X
1580 NC(13) = N(13)
1590 RETURN
1600 IF T / 6 < > INT (T / 6) THEN
RETURN
1610 FOR X = 7 TO 9
1620 NC(X) = N(X)
1630 NEXT X
1640 RETURN
1650 IF T / 4 < > INT (T / 4) THEN
RETURN
1660 FOR X = 10 TO X1
1670 NC(X) = N(X)
1680 NEXT X
1690 RETURN
1700 IF T / 4 < > INT (T / 4) THEN
1460
1710 FOR X = 1 TO 9
1720 NC(X) = N(X) - N1(X + 1)
1730 NEXT X
1740 FOR X = 10 TO X1
1750 NC(X) = N(X)
1760 NEXT X
1770 RETURN
1780 FOR X = 1 TO 3
1790 NC(X) = N(X) - N1(X + 1)
1800 NEXT X
1810 FOR X = 4 TO X1
1820 NC(X) = N(X)
1830 NEXT X
1840 RETURN
1850 FOR X = 1 TO 5
1860 NC(X) = N(X) - N1(X + 1)
1870 NEXT X
1880 FOR X = 6 TO X1
1890 NC(X) = N(X)
1900 NEXT X
1910 RETURN
1920 FOR X = 1 TO 7
1930 NC(X) = N(X) - N1(X + 1)
1940 NEXT X
1950 FOR X = 8 TO X1
1960 NC(X) = N(X)
1970 NEXT X
1980 RETURN
1990 NC(1) = INT (N(1) * .9 + .5
)
2000 RETURN

```

```

2010 NC(1) = INT (N(1) * .9 + .5
)
2020 FOR X = 2 TO 5
2030 NC(X) = N(X) - N1(X + 1)
2040 NEXT X
2050 FOR X = 6 TO X1
2060 NC(X) = N(X)
2070 NEXT X
2080 RETURN
2090 NC(1) = INT (N(1) * .9 + .5
)
2100 FOR X = 2 TO 3
2110 NC(X) = N(X) - N1(X + 1)
2120 NEXT X
2130 FOR X = 4 TO X1
2140 NC(X) = N(X)
2150 NEXT X
2160 RETURN
2170 SN(T) = 0; SF = 0; SM(T) = 0; S
C(T) = 0; SE(T) = 0
2180 FOR X = 1 TO X1
2190 IF N(X) - NC(X) < N1(X + 1)
THEN N1(X + 1) = N(X) - NC(
X)
2200 N(X) = N1(X)
2210 R(X) = R1(X)
2220 M(X) = M1(X)
2230 SN(T) = SN(T) + N(X)
2240 SE(T) = SE(T) + NC(X)
2250 SF = SF + F(X) * N(X)
2260 SM(T) = SM(T) + M(X) * N(X)
2270 SC(T) = SC(T) + M(X) * NC(X)
2280 NEXT X
2290 REM CALCULO DEL VOLUMEN TO
TAL DE MADERA EXPLOTADO (VTM
E) Y DEL NUMERO TOTAL DE ARB
OLES COSECHADOS (NTAC) DURAN
TE TODA LA SIMULACION
2300 VTME = VTME + SC(T)
2310 NTAC = NTAC + SE(T)
2320 RETURN
2330 PRINT TAB( 6)"X"; TAB( 14)
"N"; TAB( 20)"NC"; TAB( 29)"
M"; PRINT
2340 FOR X = 1 TO X1
2350 IF N(X) = 0 THEN M(X) = 0
2360 PRINT TAB( 6)X; TAB( 13)N(
X); TAB( 20)NC(X); TAB( 27) INT
(M(X) * 100 + .5) / 100
2370 NC(X) = 0
2380 NEXT X
2390 PRINT
2400 PRINT "NO. TOTAL DE ARBOLES
EN PIE/HA., DESPUES DE LA C
OSECHA: ";SN(T)

```

```

2410 PRINT : PRINT "NO. TOTAL DE
ARBOLES COSECHADOS/HA: ";SE
(T)
2420 PRINT : PRINT "COSECHA EN P
IE: "; INT (SM(T) / 10 + .5)
/ 100;" M^3"
2430 PRINT : PRINT "VOLUMEN DE M
ADERA EXPLOTADO: "; INT (SC(
T) / 10 + .5) / 100;" M^3"
2440 PRINT : PRINT
2450 RETURN
2460 PRINT TAB( 4)"T"; TAB( 9)"
I"; TAB( 14)"SN"; TAB( 19)"S
NC"; TAB( 25)"SM"; TAB( 33)"
SC": PRINT
2470 FOR T = 1 TO T1
2480 REM REDONDEO
2490 I(T) = INT (I(T) * 1000 + .
5) / 1000:SM(T) = INT (SM(T)
/ 10 + .5) / 100:SC(T) = INT
(SC(T) / 10 + .5) / 100
2500 PRINT TAB( 3)T; TAB( 7)I(T)
); TAB( 14)SN(T); TAB( 19)SE
(T); TAB( 24)SM(T); TAB( 32)
SC(T)
2510 NEXT T
2520 PRINT : PRINT "NUMERO DE AR
BOLES COSECHADOS DURANTE LOS
";T1 * 10;" AÑOS: ";NTAC
2530 PRINT : PRINT "VOL. DE MADE
RA EXPLOTADO DURANTE LOS ";T
1 * 10;" AÑOS: "; INT (VTME /
10 + .5) / 100;" M^3"
2540 RETURN
2550 REM VALORES DE EQUILIBIO D
E LA MATRIZ DE TRANSICION (L
0)
2560 DATA 0,0,1.13193,1.13193,1
.13193,1.13193,1.13193,1.131
93,1.13193,1.13193,1.13193,1
.13193,1.13193
2570 DATA .38613,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0
2580 DATA 0,.57314,0,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0
2590 DATA 0,0,.67372,0,0,0,0,0,
0,0,0,0,0
2600 DATA 0,0,0,.73614,0,0,0,0,
0,0,0,0,0
2610 DATA 0,0,0,0,-.77857,0,0,0,
0,0,0,0,0
2620 DATA 0,0,0,0,0,.80927,0,0,
0,0,0,0,0
2630 DATA 0,0,0,0,0,0,.83251,0,
0,0,0,0,0
2640 DATA 0,0,0,0,0,0,0,.95070,
0,0,0,0,0

```

```

2650 DATA 0,0,0,0,0,0,0,0,.8653
3,0,0,0,0
2660 DATA 0,0,0,0,0,0,0,0,0,.87
735,0,0,0
2670 DATA 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,.
88741,0,0
2680 DATA 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0
,.89594,0
2690 REM VALORES INICIALES DE:
2700 REM NUMERO DE INDIVIDUOS P
OR CATEGORIA DE EDAD/HA.
2710 DATA 220,85,49,33,24,19,15
,13,11,9,8,7,6
2720 REM RADIO BASAL PROMEDIO D
E LA COPA POR INDIVIDUO POR
CATEGORIA DE EDAD (EN M)
2730 DATA 0.3814,0.5638,0.8401,
1.2237,1.7121,2.2820,2.8918,
3.4899,4.0277,4.4710,4.8061,
5.0383,5.1858
2740 REM VOLUMEN DE MADERA PROM
EDIO POR INDIVIDUO POR CATEG
ORIA DE EDAD (EN DM^3)
2750 DATA 10.68,71.63,182.86,34
4.36,556.14,818.2,1130.53,14
93.14,1906.02,2369.18,2882.6
1,3446.32,4060.3

```

SIMULACIONES

Una vez que se hubo construido el modelo computacional se simuló - (durante 250 años) el comportamiento demográfico y de producción de madera - del bosque bajo 12 diferentes estrategias de manejo, partiendo de los datos de equilibrio reportados en la tabla 2.

Las estrategias de manejo a las que fue sometido el bosque son las - siguientes:

- 1). Extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x:10-130$.
- 2). Extracción sostenida del 50% de $N(x)$, $x:10-120$ y $N(130)$.
- 3). Extracción sostenida del 25% de $N(x)$, $x:10-120$ y $N(130)$.
- 4). Extracción recurrente, cada 60 años, de los árboles de 70 a 90 años.
- 5). Extracción recurrente, cada 40 años, de los árboles de 100 a 130 años.
- 6). Extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x:10-130$, combinada con extracción recurrente, cada 40 años, de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x:10-90$ y los árboles de más de 100 años.
- 7). Extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x:10-30$ y los árboles de más de 40 años.
- 8). Extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x:10-50$ y los árboles de más de 60 años.
- 9). Extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x:10-70$ y los árboles de más de 80 años.
- 10). Efecto del pastoreo; extracción sostenida del 90% de plántulas.
- 11). Combinación del efecto del pastoreo con extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x:20-50$ y los árboles de más de 60 años.
- 12). Combinación del pastoreo con extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x:20-30$ y los árboles de más de 40 años.

Se escogieron estas prácticas de manejo porque representan algunos de los tipos de explotación más conocidos. Por ejemplo, las estrategias 1, 2

y 3 representan diferentes grados de cortas selectivas (moderada, intensa e intermedia, respectivamente). Es interesante hacer notar que si este tipo de manejo es efectuado apropiadamente se puede mejorar significativamente la calidad del bosque, ya que van siendo dejados en pie los árboles que presentan las características más deseables.

La estrategia 4 es un tipo de manejo semejante al de árboles padres, en el cual son talados los individuos de dimensiones comerciales, dejando únicamente algunos árboles viejos (grandes porta-granos) y algunas veces también árboles jóvenes.

Las estrategias 5 a 9 representan diferentes tipos de cortas sucesivas, en las que los árboles son talados una vez que han alcanzado cierta talla.

Por otro lado, se simuló (también durante 250 años) el comportamiento de una plantación, que no fue manejada, en la que fueron "sembrados" 200 árboles de la primera categoría de edad. Se supuso que dichos árboles presentarían un volumen de madera promedio de 20 dm^3 y un radio basal de la copa de 50 cm. entre los 0 y los 10 años de edad.

RESULTADOS

En las tablas 3 a 15 se presentan la estructura de edades del bosque, el número de árboles cosechados por categoría de edad por hectárea y el volumen de madera promedio por individuo por categoría de edad obtenidos en la última iteración de cada una de las simulaciones. En las gráficas 1 a 13 se presentan los valores de interferencia, número total de individuos en pie por hectárea después de la cosecha, número de árboles talados por hectárea, cosecha en pie por hectárea y volumen de madera extraído por hectárea obtenidos cada 10 años, durante los 250 años que duró cada una de las simulaciones.

No se reportó el comportamiento del bosque sin manejo porque es igual al obtenido con la primera estrategia de explotación (excepto por el hecho de que el volumen de madera cosechado y el número de árboles extraídos son iguales a cero). En la discusión se trata este punto con cierto detalle.

En la gráfica 1 podemos observar que cuando solo son cosechados aquellos árboles que morirían durante cada período de explotación (estrategia de manejo 1) el bosque tiende a mantenerse en equilibrio. Asimismo, la estructura estable de edades es conservada y el volumen de madera extraído nos indica la productividad natural del bosque ($5.79 \text{ m}^3/\text{ha.}/\text{año}$). Dicha productividad (tomada como volumen de madera extraído/unidad de área/unidad de tiempo) puede ser considerada un estándar, de modo que las estrategias de explotación cuyo rendimiento sea menor a éste deben ser consideradas inadecuadas.

En base a estos argumentos las estrategias 2, 4, 5, 10, 11 y 12 serían rechazadas como posibles prácticas de manejo, en tanto que la 3, 6, 7, 8 y 9 serían aceptadas (ver gráfica 14).

Es interesante hacer notar que los regímenes de explotación con los que se obtuvo un mejor rendimiento (8 y 9) fueron aquellos en los que los árboles fueron cosechados relativamente jóvenes (60 y 80 años respectivamente).-- Debido a ésto la Interferencia se estabilizó en valores relativamente bajos -- (0.69 y 0.825 aproximadamente), lo cual explica las altas tasas de reclutamientos, sobrevivencia y producción de madera Individuales obtenidos.

Con la estrategia de manejo 7, en la cual los árboles fueron talados aún más jóvenes (40 años), se obtuvieron valores de Interferencia mucho menores (el promedio a lo largo de los 250 años fue 0.205), de modo que las tasas de reproducción, sobrevivencia y producción de madera Individuales fueron -- aún mayores que en los casos 8 y 9. Sin embargo, después del primer período de explotación se deja una cosecha en pie tan pequeña (aproximadamente el 13% del valor inicial) que deben transcurrir 150 años para que el bosque alcance el rendimiento natural. Posteriormente la productividad del bosque sigue -- aumentando poco a poco, hasta que después de otros 100 años ya es un 11.6% mayor que la natural.

Por otro lado, es también interesante el hecho de que en la estrategia de manejo 3 se cosechó un 31% menos árboles que en la 1 y sin embargo se obtuvo un rendimiento ligeramente mayor. Esto es especialmente importante cuando se considera el rendimiento del bosque desde un punto de vista -- biológico (o bio-económico), ya que si algunos de los costos de explotación dependen más directamente del número de árboles cosechados que del volumen de madera extraído, es obvio que el rendimiento (biológico) de la estrategia -- de manejo 3 podría ser mucho mayor que el de la 1 aún cuando el volumen total de madera extraída en los 250 años sea muy similar en ambos casos.

En cuanto a las prácticas de manejo con las que se obtuvieron rendi-

mientos bajos, tenemos que con la 2 el bosque fue aparentemente sobreexplotado; nótese que la cosecha en ple se estabiliza alrededor de 76.9 m^3 de madera, que es aproximadamente el 36% del valor inicial, y el valor de la Interferencia en 0.139, que es sumamente bajo. Sin embargo, hacia el final de la simulación el rendimiento anual del bosque se estabiliza alrededor de $4.1 \text{ m}^3/\text{ha.}$, lo cual indica que se llegó a un equilibrio entre la tasa de explotación y la de producción de madera del bosque.

Con respecto a las estrategias de manejo 4 y 5 podemos afirmar, sin temor a equivocarnos, que el bosque fue subexplotado. Esto es muy claro si observamos que después de la primera tala, antes de cada período de extracción ($t=11, 17$ y 23 para el caso 4 y $t=7, 11, 15, 19$ y 23 para el 5) la cosecha en ple ya es mayor que el valor de equilibrio. Esto indica que en cada cosecha podría ser extraído un mayor número de árboles sin poner en peligro la regeneración del bosque. Por otro lado, es claro que al solo extraer árboles de 70 a 90 años en un caso y de 100 a 130 en el otro, se desperdicia toda la madera de los árboles que de cualquier modo morirían entre un período de explotación y el siguiente ($N(t, x) - N(t+10, x+10)$). En la práctica de manejo 6, se combinó la extracción sostenida de los árboles que morirían durante cada interacción con la tala recurrente, cada 40 años, de los árboles de 100 a 130 años obteniéndose un rendimiento mucho mejor que en el caso 5, e incluso mayor que el natural.

Con la práctica de manejo 10 se intentó simular el efecto que tendría el pastoreo sobre el comportamiento demográfico y de producción de madera del bosque. De acuerdo a Franco (1979) se supuso que solo el 10% de las plántulas sobrevivirían al pastoreo. Como puede observarse en la tabla 12, tanto la estructura de edades como el volumen de madera por individuo por

categoría de edad son severamente modificados por este tipo de manejo; de hecho, esta fue la simulación con la que se obtuvieron los árboles más vigorosos. Esto se debe a que los árboles sobrevivientes crecen en condiciones de muy baja interferencia.

En la gráfica 10 podemos ver que la interferencia, el número total de individuos, el número de árboles extraídos, la cosecha en pie y el volumen de madera extraído disminuyen durante los primeros 220 años de la simulación, después de lo cual se llega aparentemente a un equilibrio.

En la siguiente simulación se combinó el efecto del pastoreo con la práctica de manejo con la que se obtuvo el mejor rendimiento (8). Los resultados de esta simulación se presentan en la tabla 13 y la gráfica 11. En este caso, lo mismo que en el anterior, el bosque llega a una situación de equilibrio después de 220 años de manejo. Sin embargo, la estructura de edades obtenida al finalizar esta simulación es muy diferente a la del caso anterior, y de hecho más inestable; nótese (ver tabla 13) que únicamente quedan 14 árboles en pie, de los cuales 4 son reproductivos. Es obvio que en una situación como ésta aún las perturbaciones más insignificantes podrían acabar con el bosque.

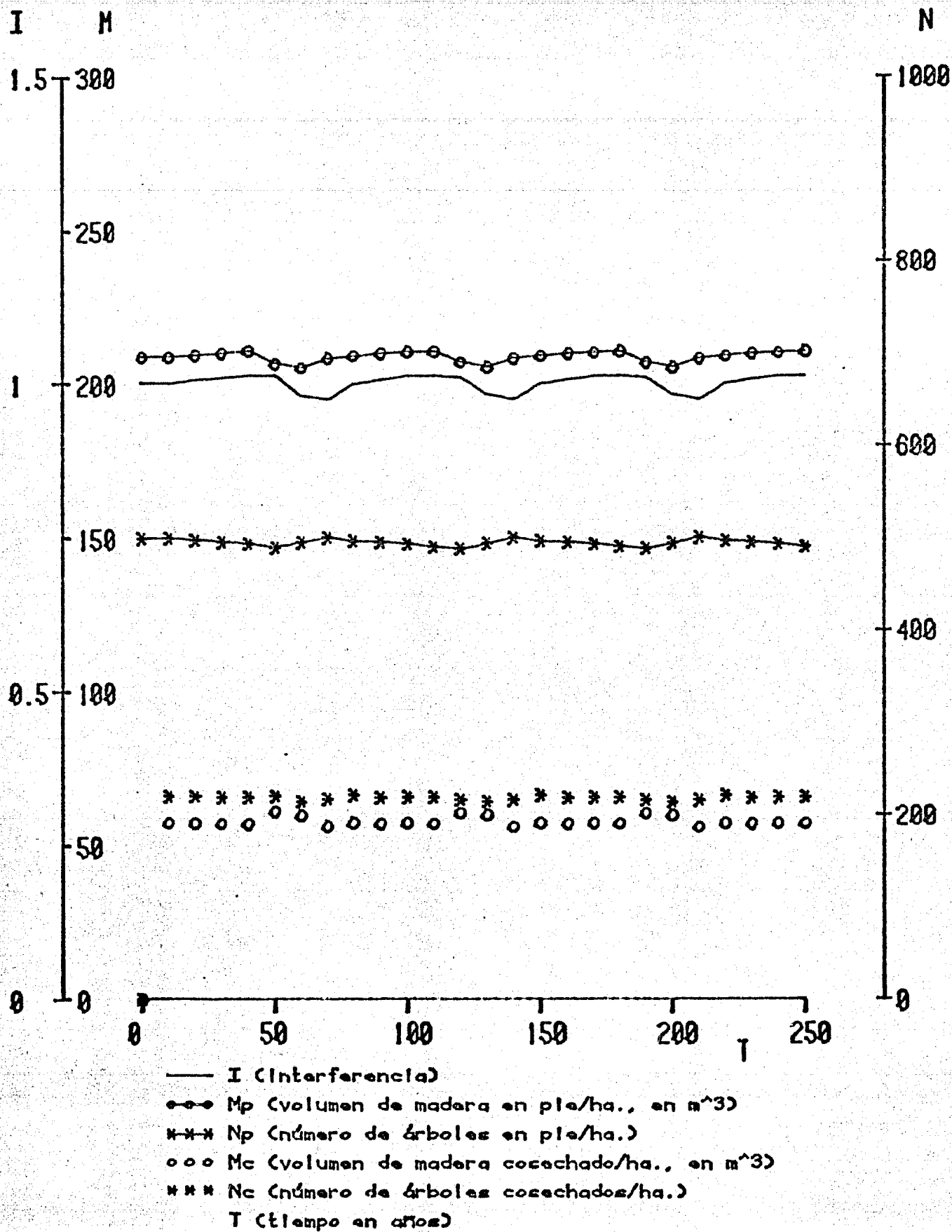
Por otro lado, se simuló el efecto combinado del pastoreo con la práctica de manejo 7. Las consecuencias de este tipo de manejo fueron aún peores que las del caso anterior ya que el bosque sobrevivió durante 150 años únicamente, como puede verse en la gráfica 12. Esto se debe a que la tasa de extracción de árboles excede la capacidad de regeneración del bosque.

Finalmente, se simuló el comportamiento demográfico que presentaría una plantación en la que fueran sembrados 200 árboles de la 1ª categoría de edad que presentaran un volumen de madera promedio de 20 dm^3 y un

radio basal de la copa de 0.5 m entre los 0 y los 10 años de edad. Los resultados obtenidos con esta simulación son reportados en la tabla 15 y la gráfica 13. Como puede observarse en dicha gráfica el bosque crece rápidamente durante los primeros 100 años, después de lo cual (debido a que casi se han alcanzado los valores de equilibrio) las tasas de incremento disminuyen y hacia los 130 años (momento en el que ya han sido excedidas las condiciones de equilibrio) la cosecha en pie decrece en forma importante como consecuencia de un incremento notable en las tasas de mortalidad; nótese que el número de individuos disminuye rápidamente a partir de los 100 años. Posteriormente se suceden una serie de oscilaciones que van decreciendo en amplitud y que eventualmente llevarían al bosque a las condiciones de equilibrio, si éste no es perturbado. De hecho, en la tabla 15 puede verse que tanto la estructura de edades como el volumen de madera promedio por individuo por categoría de edad son ya muy semejantes a los valores de equilibrio (ver tabla 2).

En términos generales podemos afirmar que tanto la estructura de edades como el volumen de madera por individuo tienden a cambiar cuando el bosque es manejado, siendo mayor el cambio cuanto más nos alejamos del equilibrio; compárense por ejemplo los datos vertidos en las tablas 4, 7, 10 y 11 con los de la 2. A grandes rasgos podemos considerar que a medida que el valor de la interferencia se aleja de 1 nos alejamos del equilibrio. Sin embargo, estrictamente hablando, tendríamos que considerar (por lo menos) tanto el valor I como la estructura de edades para determinar que tan cerca del equilibrio se encuentra el bosque en un momento dado.

Finalmente quisiera hacer notar que cuando la extracción de árboles se concentra en las categorías de edad mayores aumenta el espacio disponible para reclutamientos (a la primera categoría de edad) y la proporción de árboles jóvenes se ve incrementada; ver por ejemplo las tablas 4, 6, 7, 8 y 9.



Gráfica 1.- Extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x: 10-130$.

$$I(25) = 1.013$$

X	N	NC	M
1	216	134	10.55
2	83	36	71.01
3	47	16	181.44
4	32	9	342.04
5	24	5	553.17
6	19	4	815.22
7	15	3	1127.78
8	12	2	1490.31
9	10	1	1902.75
10	9	1	2365.16
11	8	1	2877.74
12	8	1	3440.84
13	7	6	4054.86

NO. TOTAL DE ARBOLES EN PIE/HA., DESPUES DE LA COSECHA: 490

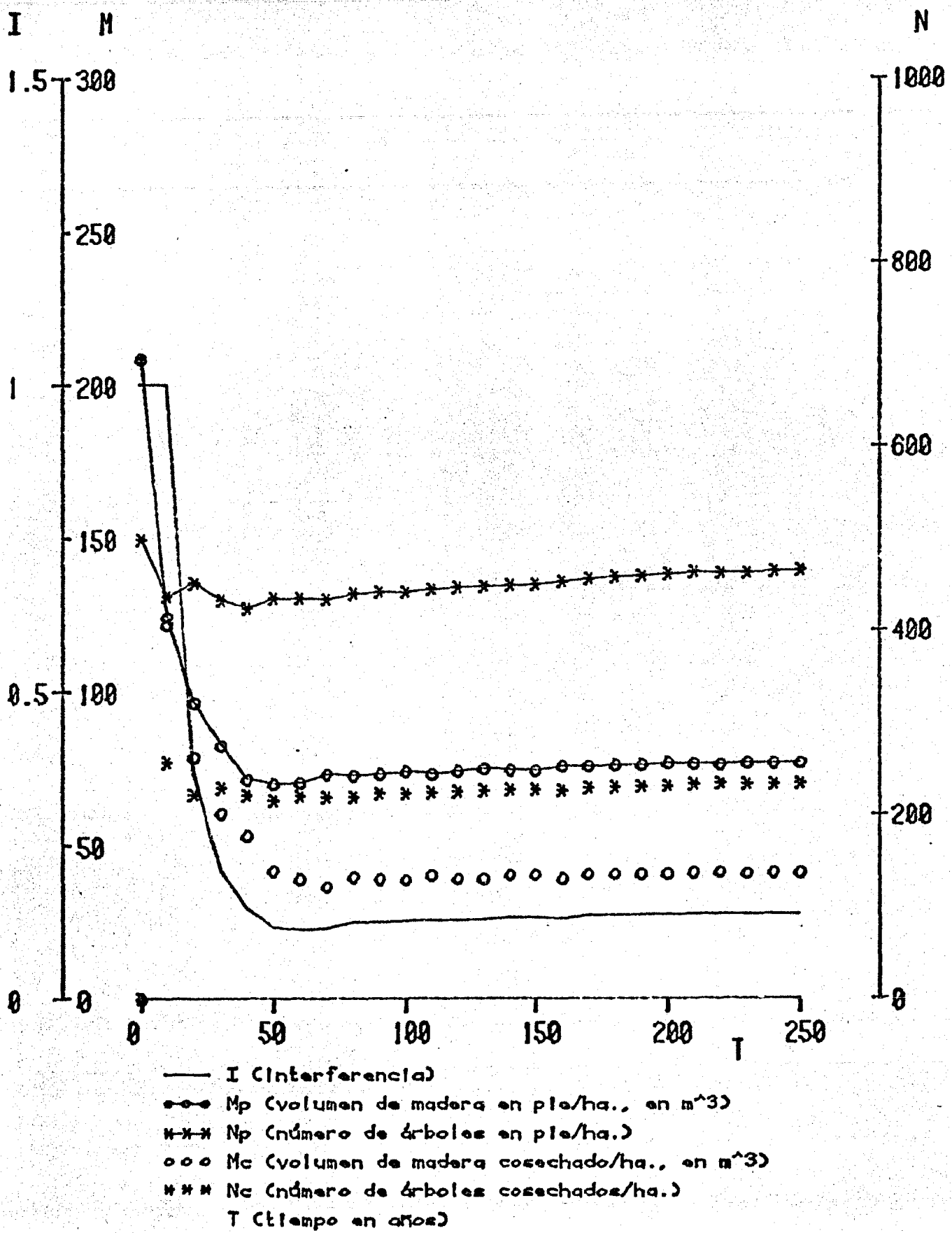
NO. TOTAL DE ARBOLES COSECHADOS/HA: 219

COSECHA EN PIE: 210.46 M³

VOLUMEN DE MADERA EXPLOTADO: 57.26 M³

Tabla 3.- Extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x; 10-130$.

Valores de Interferencia (I), número de árboles en pie por categoría de edad por hectárea (N), número de árboles cosechados por categoría de edad por hectárea durante los últimos diez años (Nc), y volumen de madera - promedio del tronco por categoría de edad (M, en decímetros cúbicos), obtenidos a los 250 años de iniciada la simulación (x=categoría de edad).



Gráfica 2.- Extracción sostenida del 50% de N(x), x:10-120 y N(130).

$$I(25) = .139$$

X	N	NC	M
1	236	118	19.32
2	117	58	113
3	58	29	281.05
4	29	15	523.49
5	14	7	840.31
6	7	4	1231.51
7	3	2	1697.12
8	1	1	2237.18
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0	0	0
12	0	0	0
13	0	0	0

NO. TOTAL DE ARBOLES EN PIE/HA., DESPUES DE LA COSECHA: 465

NO. TOTAL DE ARBOLES COSECHADOS/HA: 234

COSECHA EN PIE: 76.98 M³

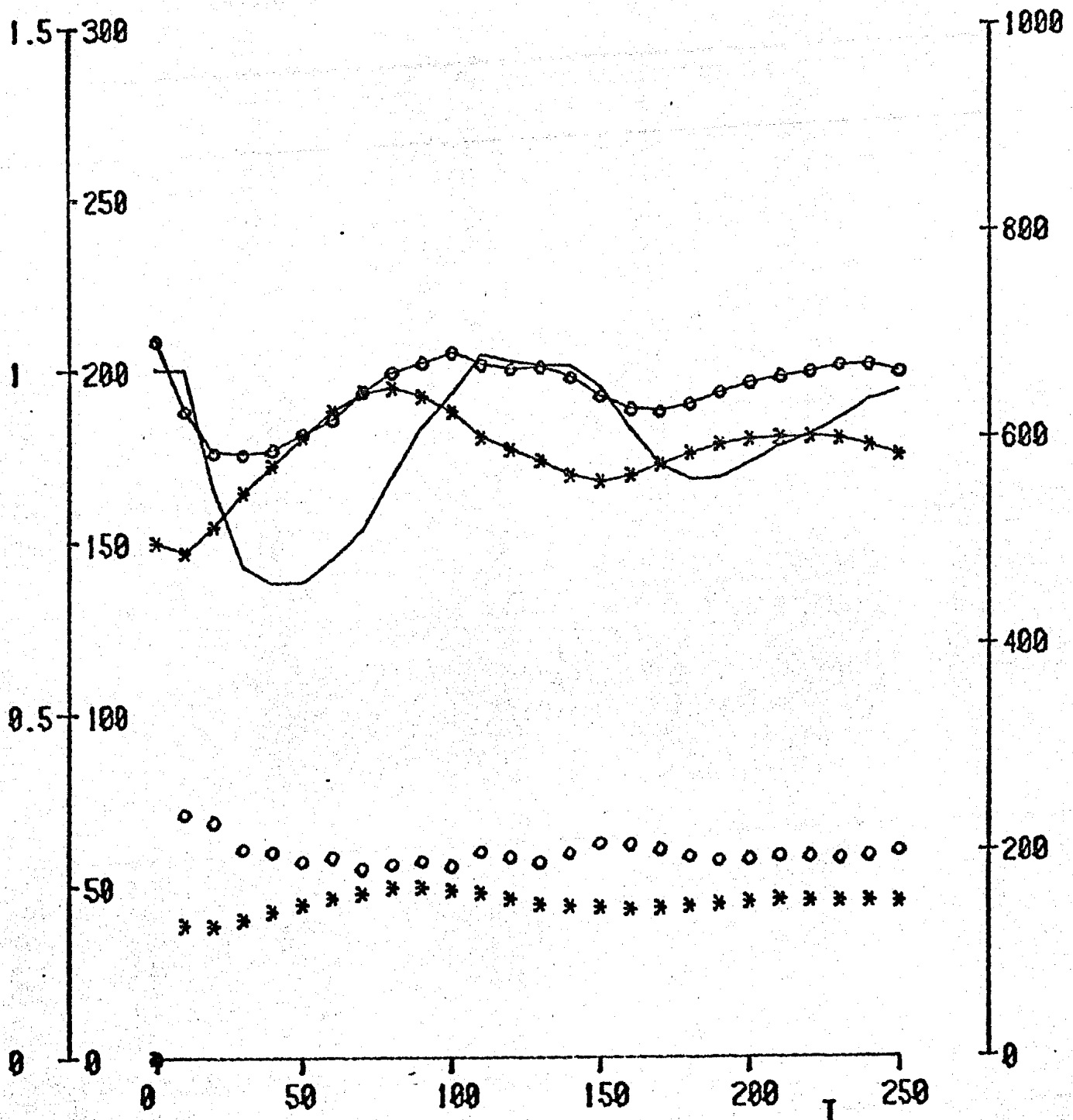
VOLUMEN DE MADERA EXPLOTADO: 41.28 M³

Tabla 4.- Extracción sostenida del 50% de N(x), x:10-120 y N(130).

Valores de Interferencia (I), número de árboles en pie por categoría de edad por hectárea (N), número de árboles cosechados por categoría de edad por hectárea durante los últimos diez años (Nc), y volumen de madera promedio del tronco por categoría de edad (M, en decímetros cubicos), obtenidos a los 250 años de iniciada la simulación (x= categoría de edad).

I M

N



- I (Interferencia)
- Mp (volumen de madera en pie/ha., en m³)
- *—* Np (número de árboles en pie/ha.)
- ○ ○ Mc (volumen de madera cosechado/ha., en m³)
- * * * Nc (número de árboles cosechados/ha.)
- T (tiempo en años)

Gráfica 3.- Extracción sostenida del 25% de N(x), x:10-120 y N(130).

$$I(25) = .968$$

X	N	NC	M
1	260	66	11
2	103	26	73.29
3	60	16	187.4
4	42	11	354.05
5	32	8	573.82
6	24	6	847.24
7	19	5	1174.96
8	14	3	1557.4
9	10	3	1994.41
10	7	2	2485.1
11	5	1	3027.9
12	4	1	3621.4
13	3	3	4265.04

NO. TOTAL DE ARBOLES EN PIE/HA., DESPUES DE LA COSECHA: 583

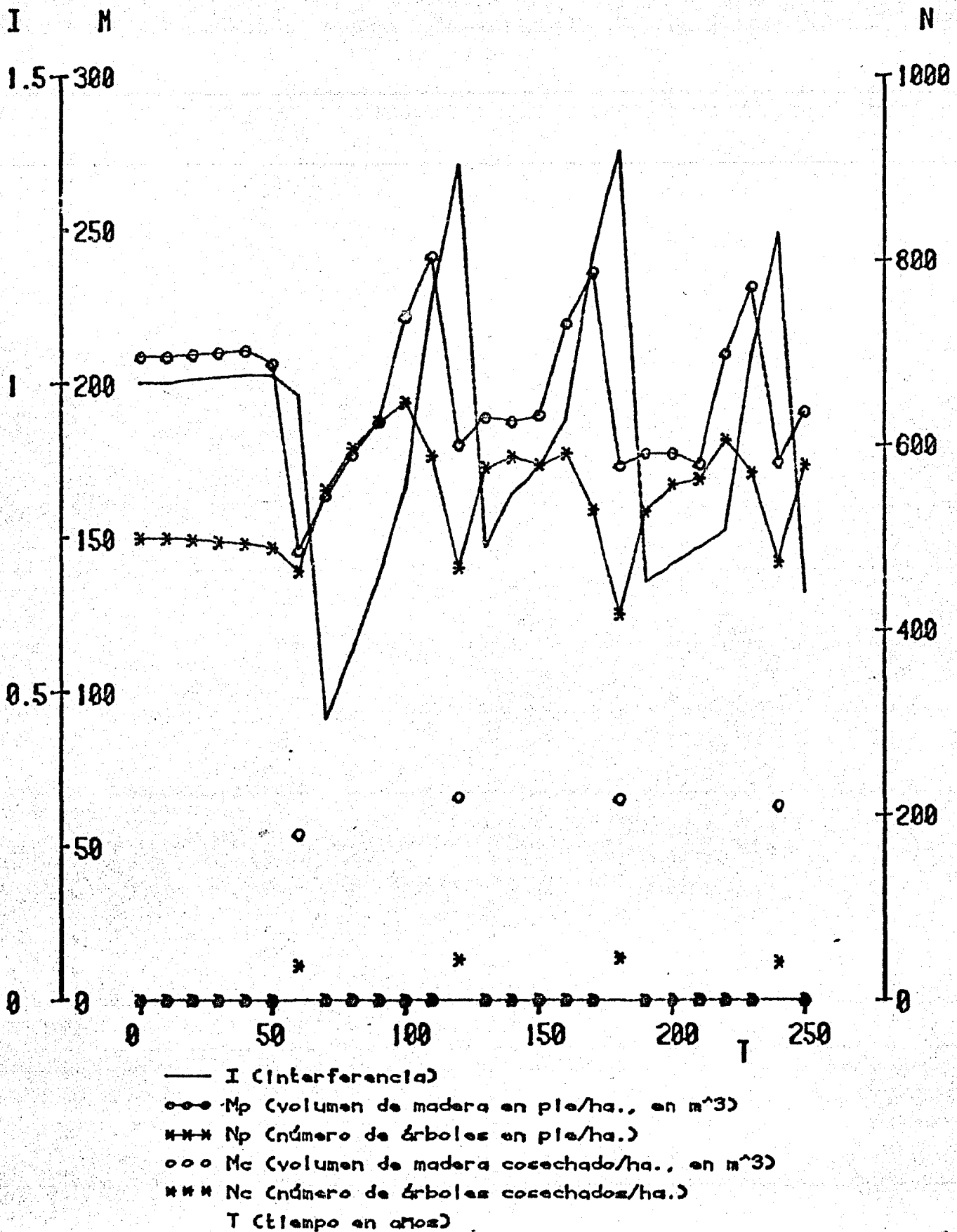
NO. TOTAL DE ARBOLES COSECHADOS/HA: 151

COSECHA EN PIE: 199.11 M³

VOLUMEN DE MADERA EXPLOTADO: 60.14 M³

Tabla 5.- Extracción sostenida del 25% de N(x), x:10-120 y N(130).

Valores de Interferencia (I), número de árboles en pie por categoría de edad por hectárea (N), número de árboles cosechados por categoría de edad por hectárea durante los últimos diez años (Nc), y volumen de madera promedio del tronco por categoría de edad (M, en decímetros cúbicos), obtenidos a los 250 años de iniciada la simulación (x=categoría de edad).



Gráfica 4.- Extracción recurrente, cada 60 años, de los árboles de 70 a 90 años.

$$I(25) = .66$$

X	N	NC	M
1	296	0	14.09
2	83	0	82.11
3	51	0	195.54
4	41	0	360.8
5	30	0	583.27
6	26	0	863.74
7	22	0	1202.98
8	11	0	1594.47
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0	0	0
12	9	0	3626.81
13	9	0	4270.02

NO. TOTAL DE ARBOLES EN PIE/HA., DESPUES DE LA COSECHA: 578

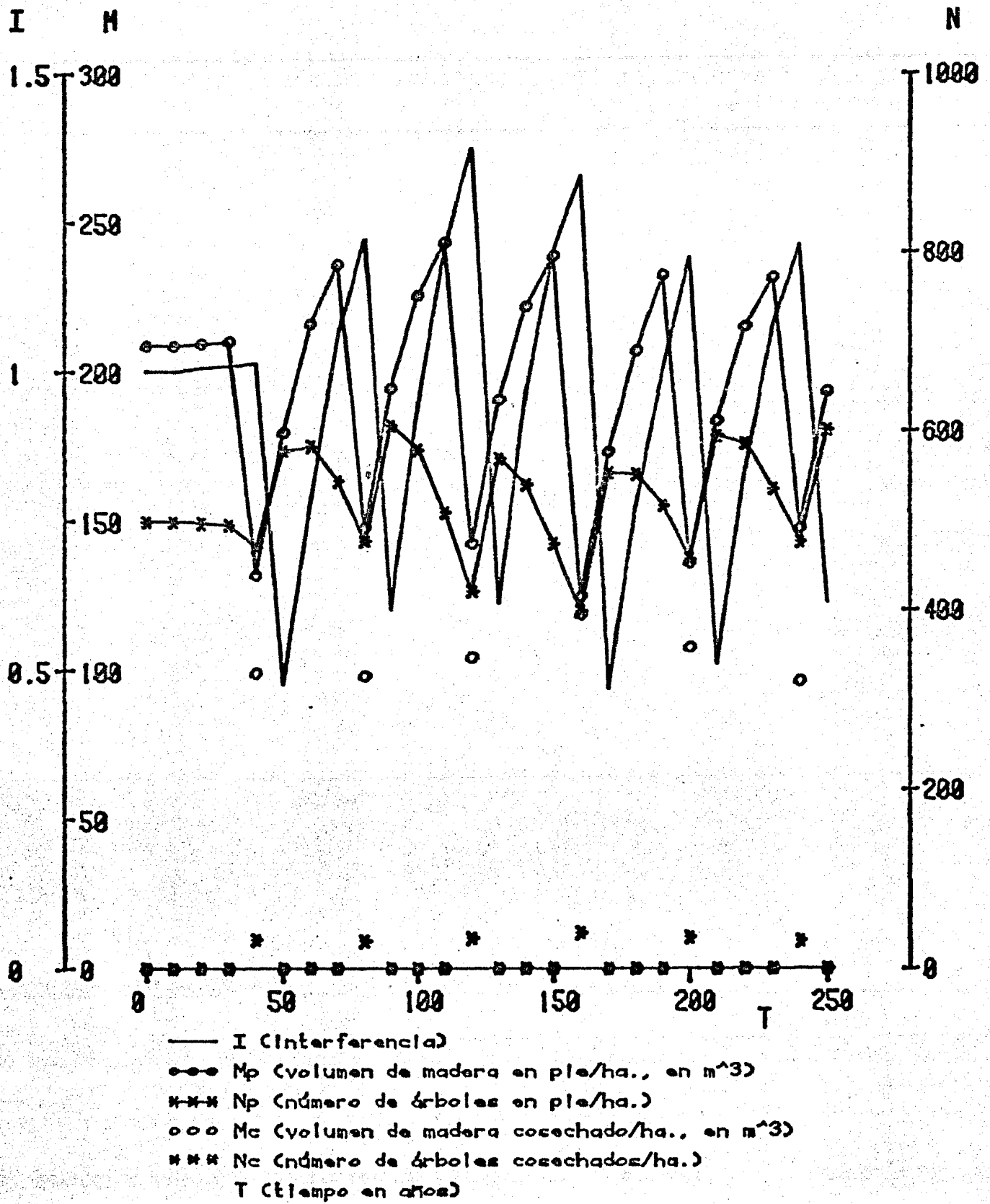
NO. TOTAL DE ARBOLES COSECHADOS/HA: 0

COSECHA EN PIE: 190.78 M³

VOLUMEN DE MADERA EXPLOTADO: 0 M³

Tabla 6.- Extracción recurrente, cada 60 años, de los árboles de 70 a 90 años.

Valores de Interferencia (I), número de árboles en pie por categoría de edad por hectárea (N), número de árboles cosechados por categoría de edad por hectárea durante los últimos diez años (Nc), y volumen de madera promedio del tronco por categoría de edad (M, en decímetros cúbicos), obtenidos a los 250 años de iniciada la simulación (x=categoría de edad).



Gráfica 5.- Extracción recurrente, cada 40 años, de los árboles de 100 a 130 años.

$$I(25) = .612$$

X	N	NC	M
1	311	0	14.57
2	88	0	84.23
3	46	0	199.55
4	37	0	365.42
5	36	0	589.48
6	20	0	870.7
7	15	0	1198.71
8	15	0	1579.21
9	17	0	2019.35
10	9	0	2515.99
11	7	0	3054.96
12	0	0	0
13	0	0	0

NO. TOTAL DE ARBOLES EN PIE/HA., DESPUES DE LA COSECHA: 601

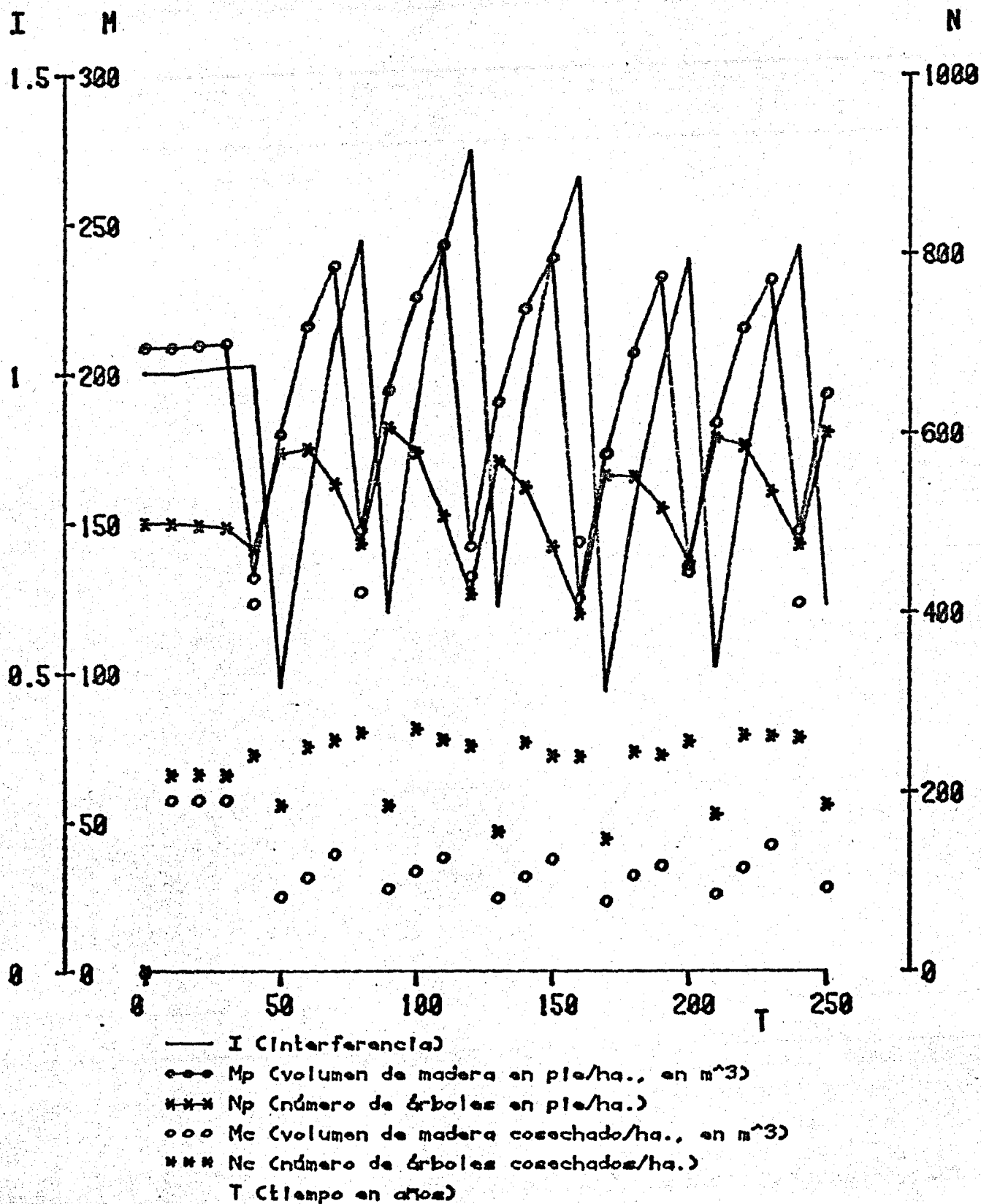
NO. TOTAL DE ARBOLES COSECHADOS/HA: 0

COSECHA EN PIE: 193.31 M³

VOLUMEN DE MADERA EXPLOTADO: 0 M³

Tabla 7.- Extracción recurrente, cada 40 años, de los árboles de 100 a 130 años.

Valores de interferencia (I), número de árboles en pie por categoría de edad por hectárea (N), número de árboles cosechados por categoría de edad por hectárea durante los últimos diez años (Nc), y volumen de madera promedio del tronco por categoría de edad (M, en decímetros cúbicos), obtenidos a los 250 años de iniciada la simulación (x=categoría de edad).



Gráfica 6.- Extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x:10-130$, combinada con extracción recurrente, cada 40 años, de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x:10-90$ y los árboles de más de 100 años.

$$I(25) = .612$$

X	N	NC	M
1	311	114	14.57
2	88	30	84.23
3	46	16	199.55
4	37	11	365.42
5	36	5	589.48
6	20	3	870.7
7	15	3	1198.71
8	15	2	1579.21
9	17	1	2019.35
10	9	1	2515.99
11	7	0	3054.96
12	0	0	0
13	0	0	0

NO. TOTAL DE ARBOLES EN PIE/HA., DESPUES DE LA COSECHA: 601

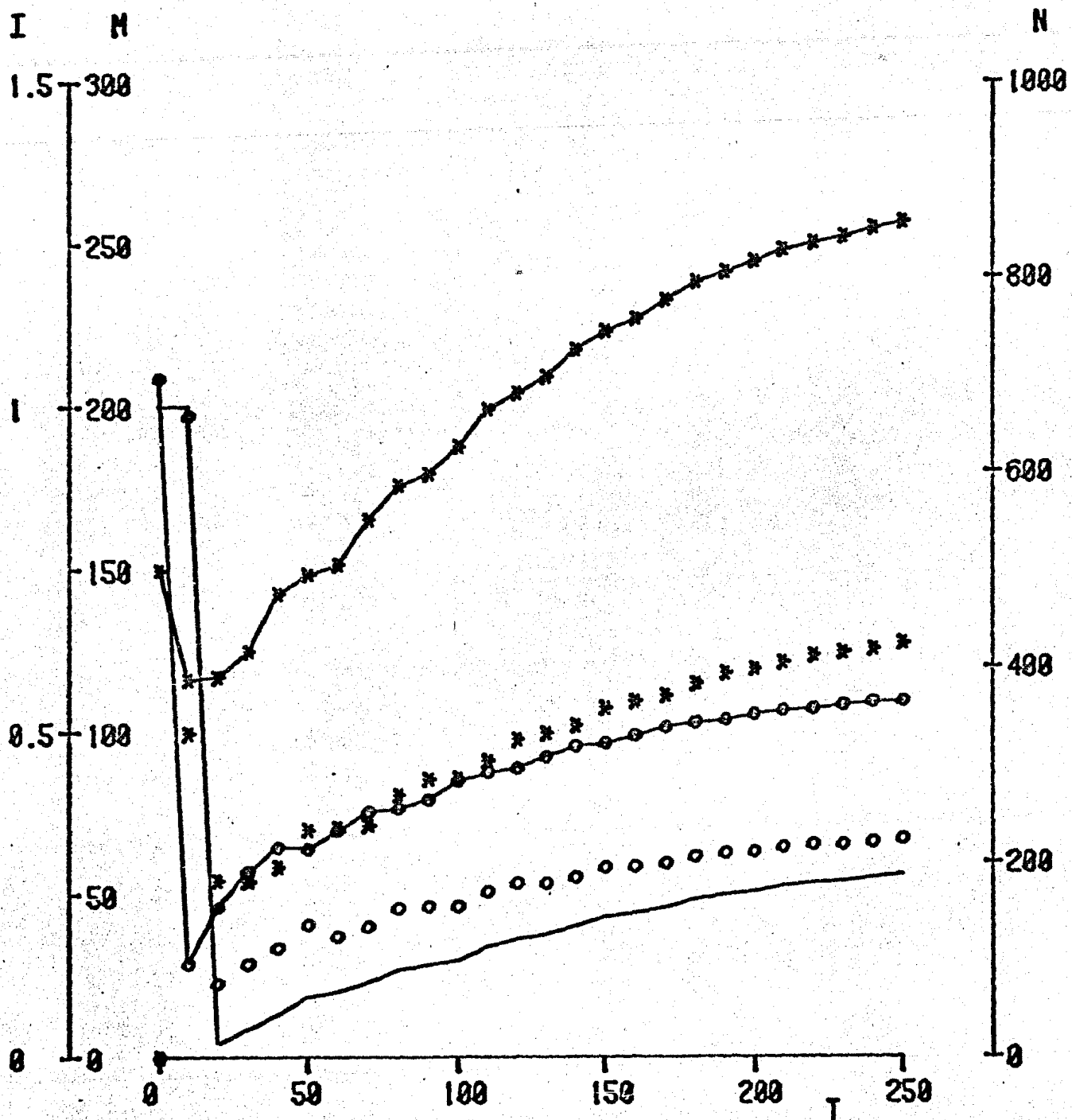
NO. TOTAL DE ARBOLES COSECHADOS/HA: 186

COSECHA EN PIE: 193.31 M³

VOLUMEN DE MADERA EXPLOTADO: 28.25 M³

Tabla 8.- Extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x:10-130$, combinada con extracción recurrente, cada 40 años, de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x:10-90$ y los árboles de más de 100 años.

Valores de Interferencia (I), número de árboles en pie por categoría de edad por hectárea (N), número de árboles cosechados por categoría de edad por hectárea durante los últimos diez años (Nc), y volumen de madera promedio del tronco por categoría de edad (M, en decímetros cúbicos), obtenidos a los 250 años de iniciada la simulación (x =categoría de edad).



- I (Interferencia)
- Mp (volumen de madera en pie/ha., en m³)
- *** Np (número de árboles en pie/ha.)
- ooo Mc (volumen de madera cosechado/ha., en m³)
- *** Nc (número de árboles cosechados/ha.)
- T (tiempo en años)

Gráfica 7.- Extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x: 10-30$ y los árboles de más de 40 años.

$$I(25) = .281$$

X	N	NC	M
1	430	222	17.9
2	205	74	106.24
3	128	35	265.18
4	93	93	494.81
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0	0	0
12	0	0	0
13	0	0	0

NO. TOTAL DE ARBOLES EN PIE/HA., DESPUES DE LA COSECHA: 856

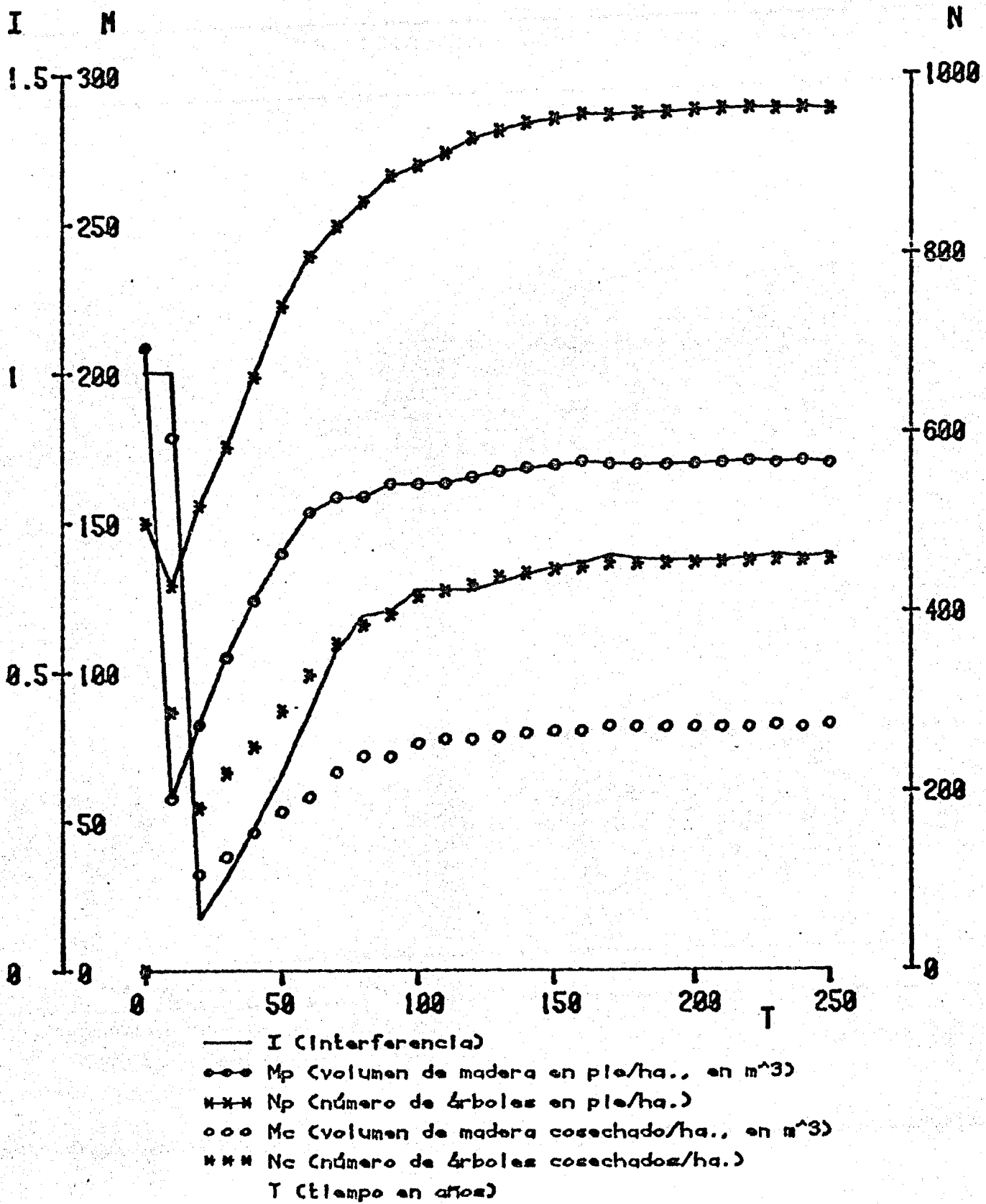
NO. TOTAL DE ARBOLES COSECHADOS/HA: 424

COSECHA EN PIE: 109.44 M³

VOLUMEN DE MADERA EXPLOTADO: 67.13 M³

Tabla 9.- Extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x: 10-30$ y los árboles de más de 40 años.

Valores de Interferencia (I), número de árboles en pie por categoría de edad por hectárea (N), número de árboles cosechados por categoría de edad por hectárea durante los últimos diez años (Nc), y volumen de madera promedio del tronco por categoría de edad (M, en decímetros cúbicos), obtenidos a los 250 años de iniciada la simulación (x=categoría de edad).



Gráfica 8.- Extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x: 10-50$ y los árboles de más de 60 años.

$$I(25) = .696$$

X	N	NC	M
1	457	263	13.73
2	195	78	86.29
3	117	36	217.74
4	81	20	408.07
5	62	12	657.36
6	49	50	965.69
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0	0	0
12	0	0	0
13	0	0	0

NO. TOTAL DE ARBOLES EN PIE/HA., DESPUES DE LA COSECHA: 961

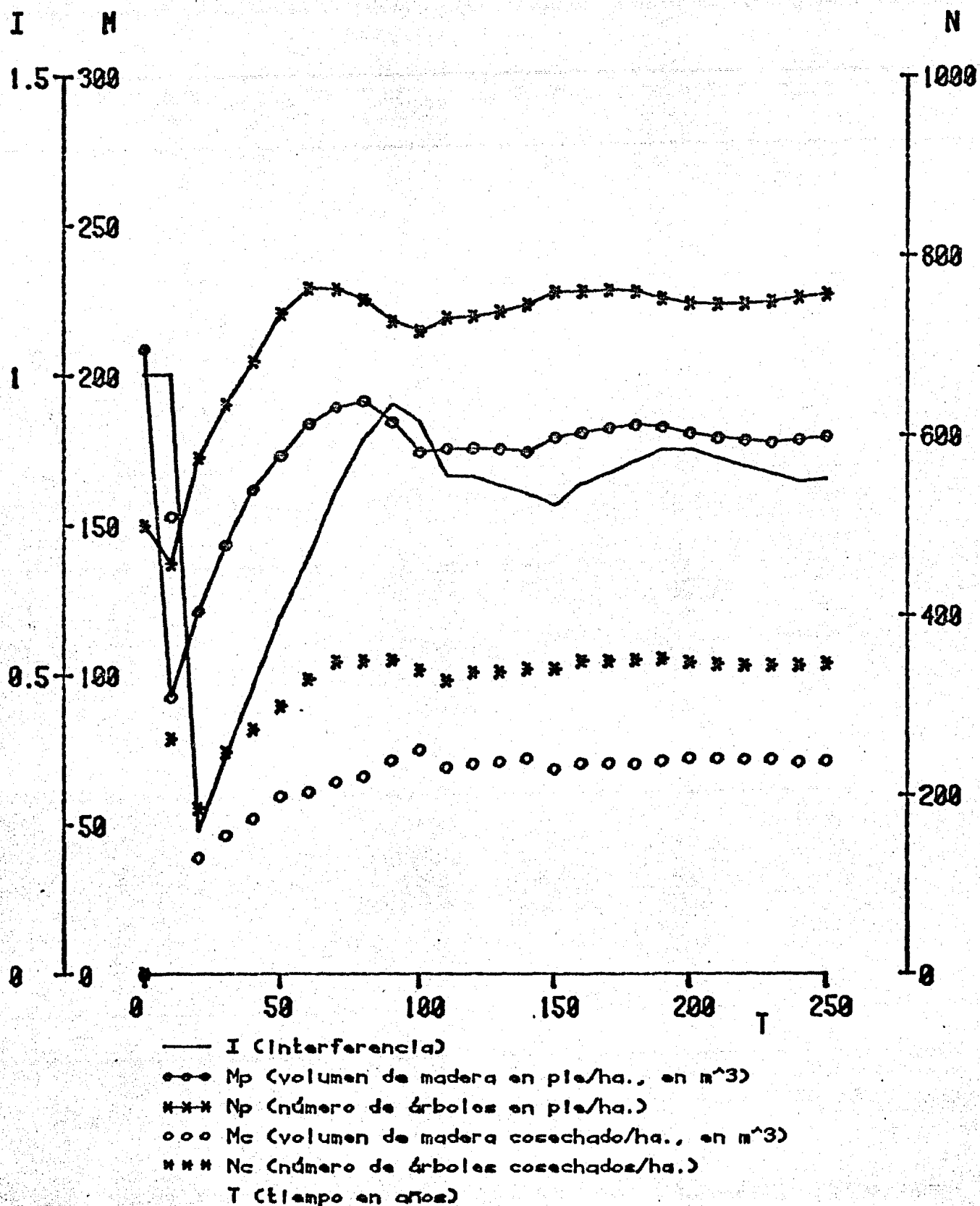
NO. TOTAL DE ARBOLES COSECHADOS/HA: 459

COSECHA EN PIE: 169.7 M³

VOLUMEN DE MADERA EXPLOTADO: 82.51 M³

Tabla 10.- Extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x: 10-50$ y los árboles de más de 60 años.

Valores de Interferencia (I), número de árboles en pie por categoría de edad por hectárea (N), número de árboles cosechados por categoría de edad por hectárea durante los últimos diez años (Nc), y volumen de madera promedio del tronco por categoría de edad (M, en decímetros cúbicos), obtenidos a los 250 años de iniciada la simulación (x=categoría de edad).



Gráfica 9.- Extracción sostenida de $N(t,x)-N(t+10,x+10)$, $x:10-70$ y los árboles de más de 80 años.

$$I(25) = .827$$

X	N	NC	M
1	349	206	12.41
2	143	58	79.97
3	84	26	202.66
4	57	14	380.12
5	42	9	612.01
6	33	6	897.92
7	26	4	1237.57
8	23	23	1631.15
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0	0	0
12	0	0	0
13	0	0	0

NO. TOTAL DE ARBOLES EN PIE/HA., DESPUES DE LA COSECHA: 757

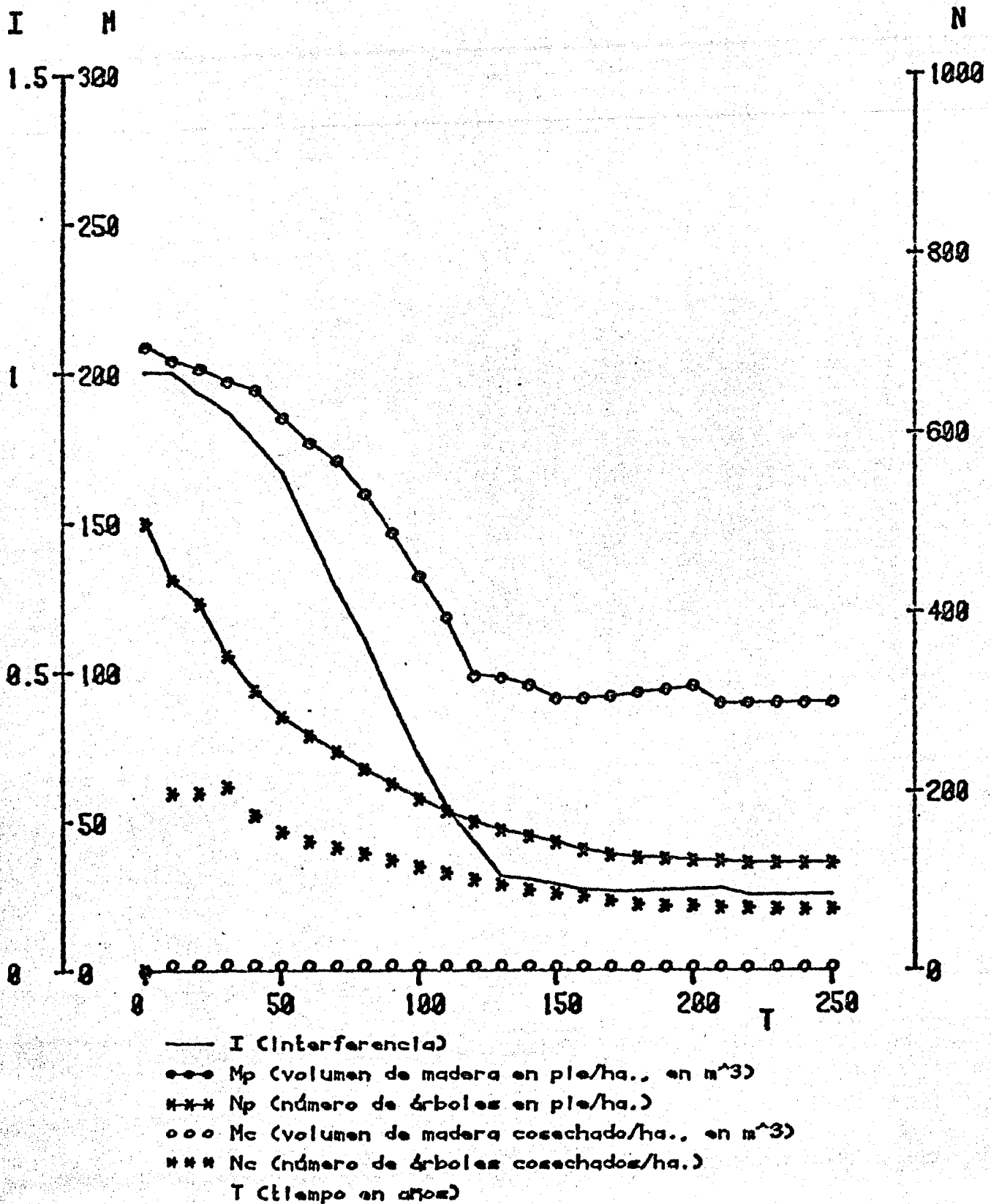
NO. TOTAL DE ARBOLES COSECHADOS/HA: 346

COSECHA EN PIE: 179.49 M³

VOLUMEN DE MADERA EXPLOTADO: 71.15 M³

Tabla 11.- Extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x:10-70$ y los árboles de más de 80 años.

Valores de Interferencia (I), número de árboles en pie por categoría de edad por hectárea (N), número de árboles cosechados por categoría de edad por hectárea durante los últimos diez años (Nc), y volumen de madera promedio del tronco por categoría de edad (M, en decímetros cúbicos), obtenidos a los 250 años de iniciada la simulación (x =categoría de edad).



Gráfica 10.- Efecto del pastoreo; extracción sostenida del 90% de plántulas.

$$I(25) = .127$$

X	N	NC	M
1	76	68	19.44
2	8	0	113.59
3	5	0	282.44
4	4	0	526.01
5	3	0	844.19
6	3	0	1236.78
7	3	0	1703.8
8	3	0	2245.33
9	3	0	2861.4
10	3	0	3552.02
11	3	0	4317.05
12	3	0	5156.21
13	3	0	6069.31

NO. TOTAL DE ARBOLES EN PIE/HA., DESPUES DE LA COSECHA: 120

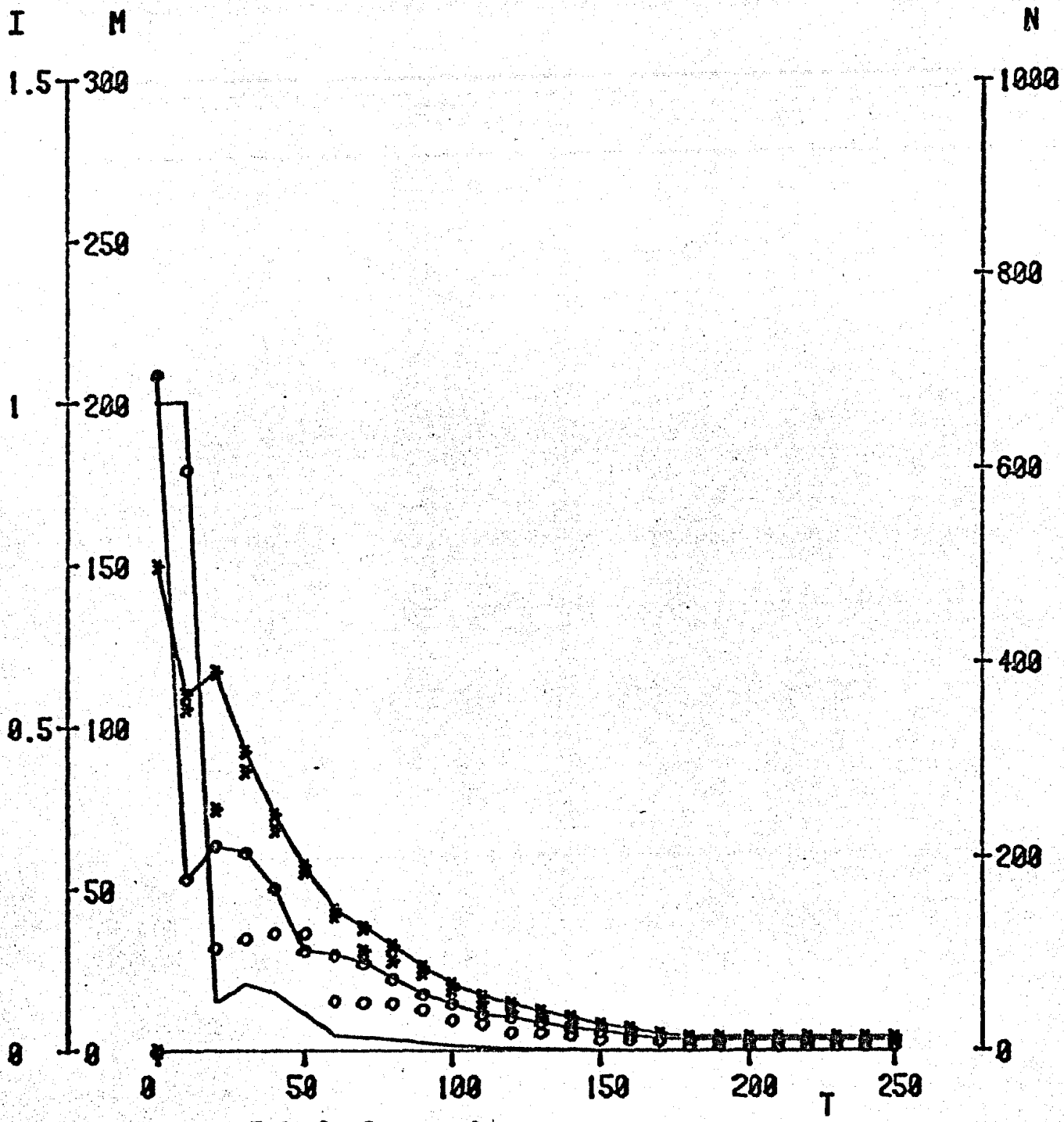
NO. TOTAL DE ARBOLES COSECHADOS/HA: 68

COSECHA EN PIE: 89.86 M³

VOLUMEN DE MADERA EXPLOTADO: 1.32 M³

Tabla 12.- Efecto del pastoreo; extracción sostenida del 90% de plántulas.

Valores de Interferencia (I), número de árboles en pie por categoría de edad por hectárea (N), número de árboles cosechados por categoría de edad por hectárea durante los últimos diez años (Nc), y volumen de madera promedio del tronco por categoría de edad (M, en decímetros cúbicos), obtenidos a los 250 años de iniciada la simulación (x=categoría de edad).



— I (Interferencia)
 ●—● Mp (volumen de madera en pie/ha., en m³)
 — Np (Número de árboles en pie/ha.)
 ○—○ Mc (volumen de madera cosechado/ha., en m³)
 — Nc (Número de árboles cosechados/ha.)
 T (tiempo en años)

Gráfica 11.- Combinación del efecto del pastoreo con extracción sostenida de $N(t,x) - N(t+10,x+10)$, $x:20-50$ y los árboles de más de 60 años.

$$I(25) = 0$$

X	N	NC	M
1	9	8	20.72
2	1	0	119.68
3	1	0	296.89
4	1	0	552.34
5	1	0	886.03
6	1	1	1297.97
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0	0	0
12	0	0	0
13	0	0	0

NO. TOTAL DE ARBOLES EN PIE/HA., DESPUES DE LA COSECHA: 14

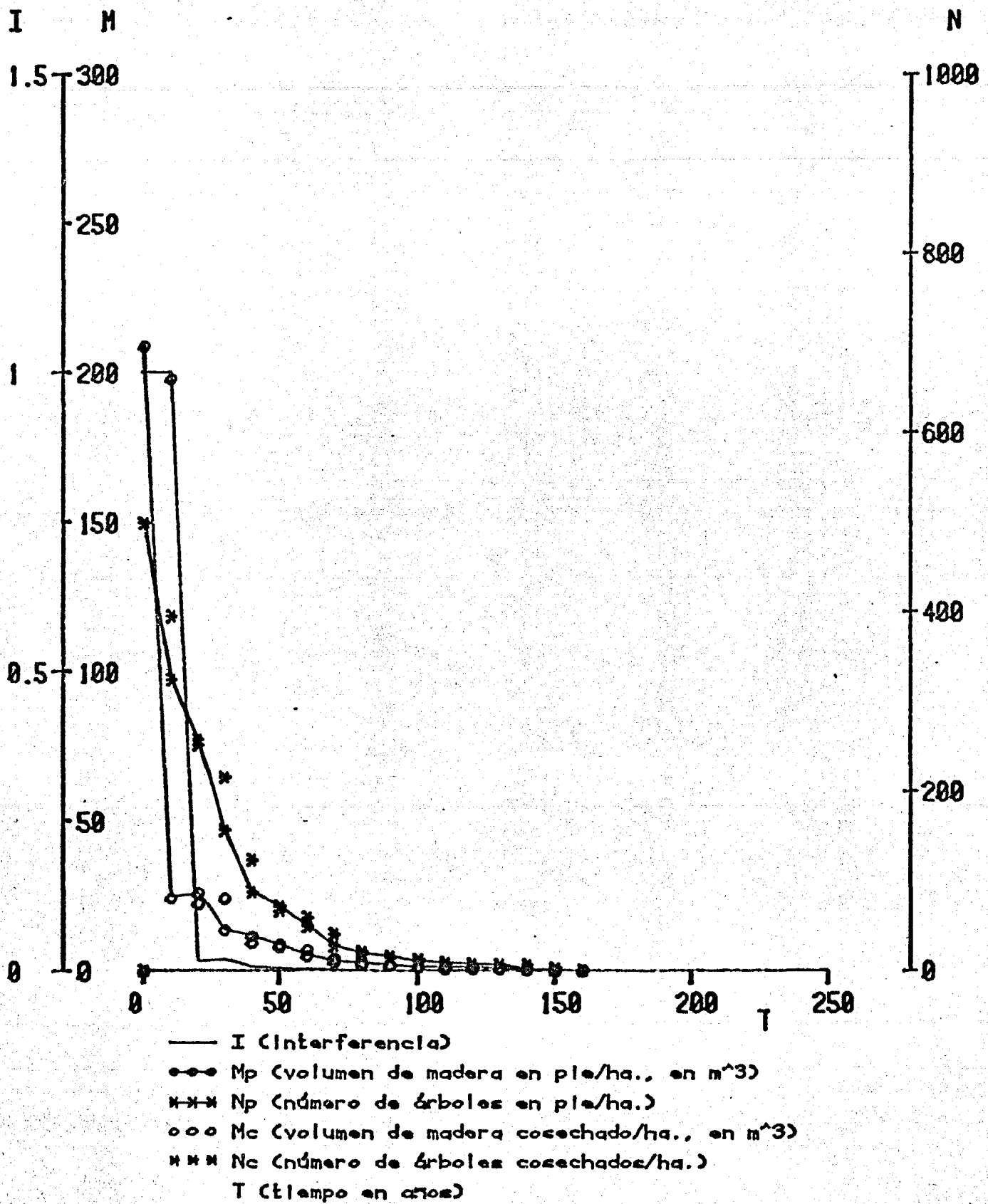
NO. TOTAL DE ARBOLES COSECHADOS/HA: 9

COSECHA EN PIE: 3.34 M³

VOLUMEN DE MADERA EXPLOTADO: 1.46 M³

Tabla 13.- Combinación del efecto del pastoreo con extracción sostenida de $N(t, x) - N(t+10, x+10)$, $x: 20-50$ y los árboles de más de 60 años.

Valores de Interferencia (I), número de árboles en pie por categoría de edad por hectárea (N), número de árboles cosechados por categoría de edad por hectárea durante los últimos diez años (Nc), y volumen de madera promedio del tronco por categoría de edad (M, en decímetros cúbicos), obtenidos a los 250 años de iniciada la simulación (x=categoría de edad).



Gráfica 12.- Combinación del pastoreo con extracción sostenida de $N(t,x)-N(t+10,x+10)$, $x:20-30$ y los árboles de más de 40 años.

$$I(25) = 0$$

X	N	NC	M
1	0	0	0
2	0	0	0
3	0	0	0
4	0	0	0
5	0	0	0
6	0	0	0
7	0	0	0
8	0	0	0
9	0	0	0
10	0	0	0
11	0	0	0
12	0	0	0
13	0	0	0

NO. TOTAL DE ARBOLES EN PIE/HA., DESPUES DE LA COSECHA: 0

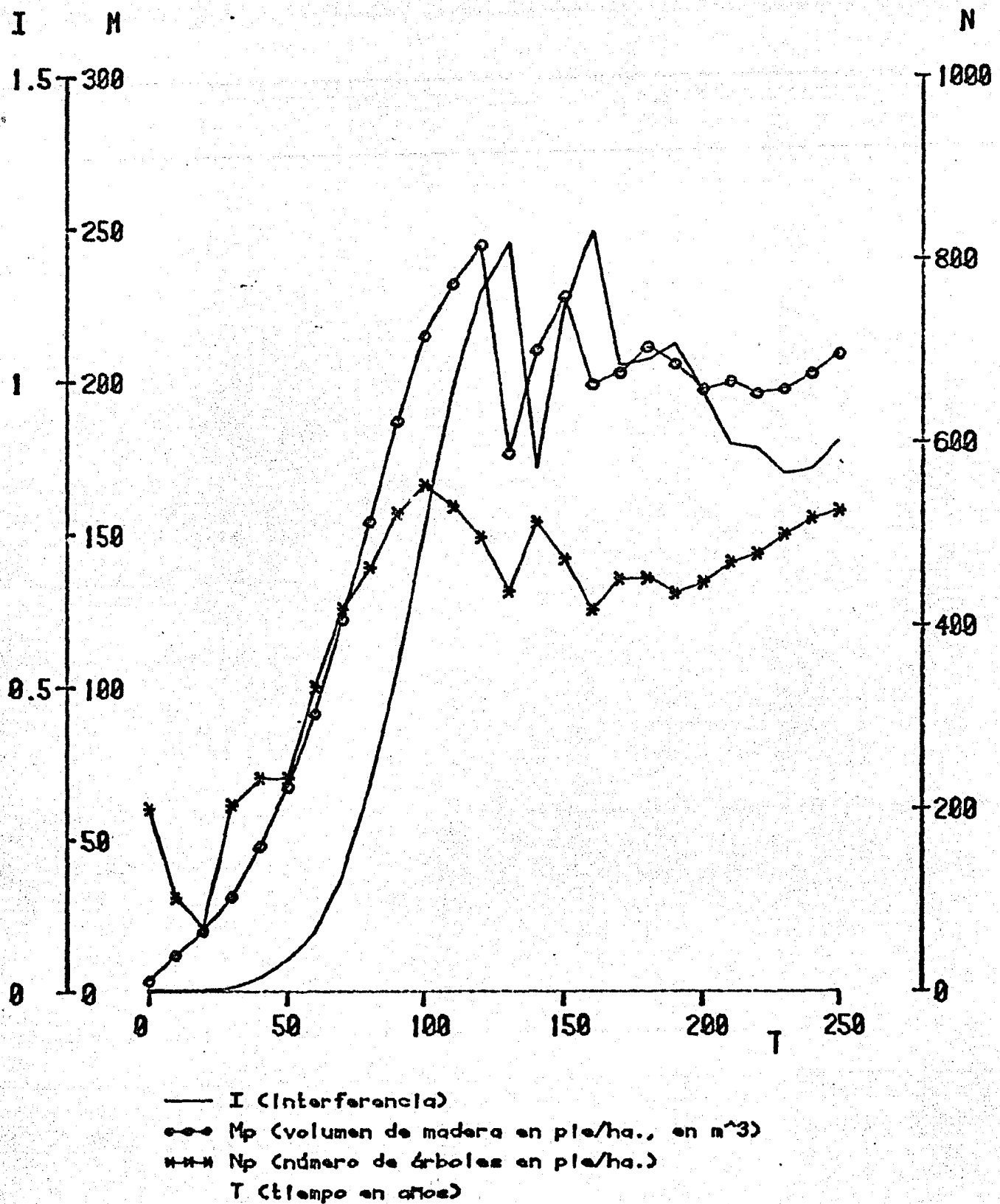
NO. TOTAL DE ARBOLES COSECHADOS/HA: 0

COSECHA EN PIE: 0 M³

VOLUMEN DE MADERA EXPLOTADO: 0 M³

Tabla 14.- Combinación del pastoreo con extracción sostenida de $N(t, x) = N(t+10, x+10)$, $x: 20-30$ y los árboles de más de 40 años.

Valores de Interferencia (I), número de árboles en pie por categoría de edad por hectárea (N), número de árboles cosechados por categoría de edad por hectárea durante los últimos diez años (Nc), y volumen de madera promedio del tronco por categoría de edad (M, en decímetros cúbicos), obtenidos a los 250 años de iniciada la simulación (x=categoría de edad).



Gráfica 13.- Comportamiento demográfico y productivo de una plantación (que no fue manejada) en la que fueron "sembrados" 200 árboles de la primera categoría de edad.

$$I(25) = .902$$

X	N	NC	M
1	235	0	11.67
2	94	0	76.8
3	54	0	196.28
4	35	0	369.86
5	25	0	596.74
6	19	0	875.94
7	14	0	1205.11
8	12	0	1583.09
9	10	0	2010.43
10	7	0	2485.09
11	7	0	3004.39
12	8	0	3573.21
13	5	0	4192.09

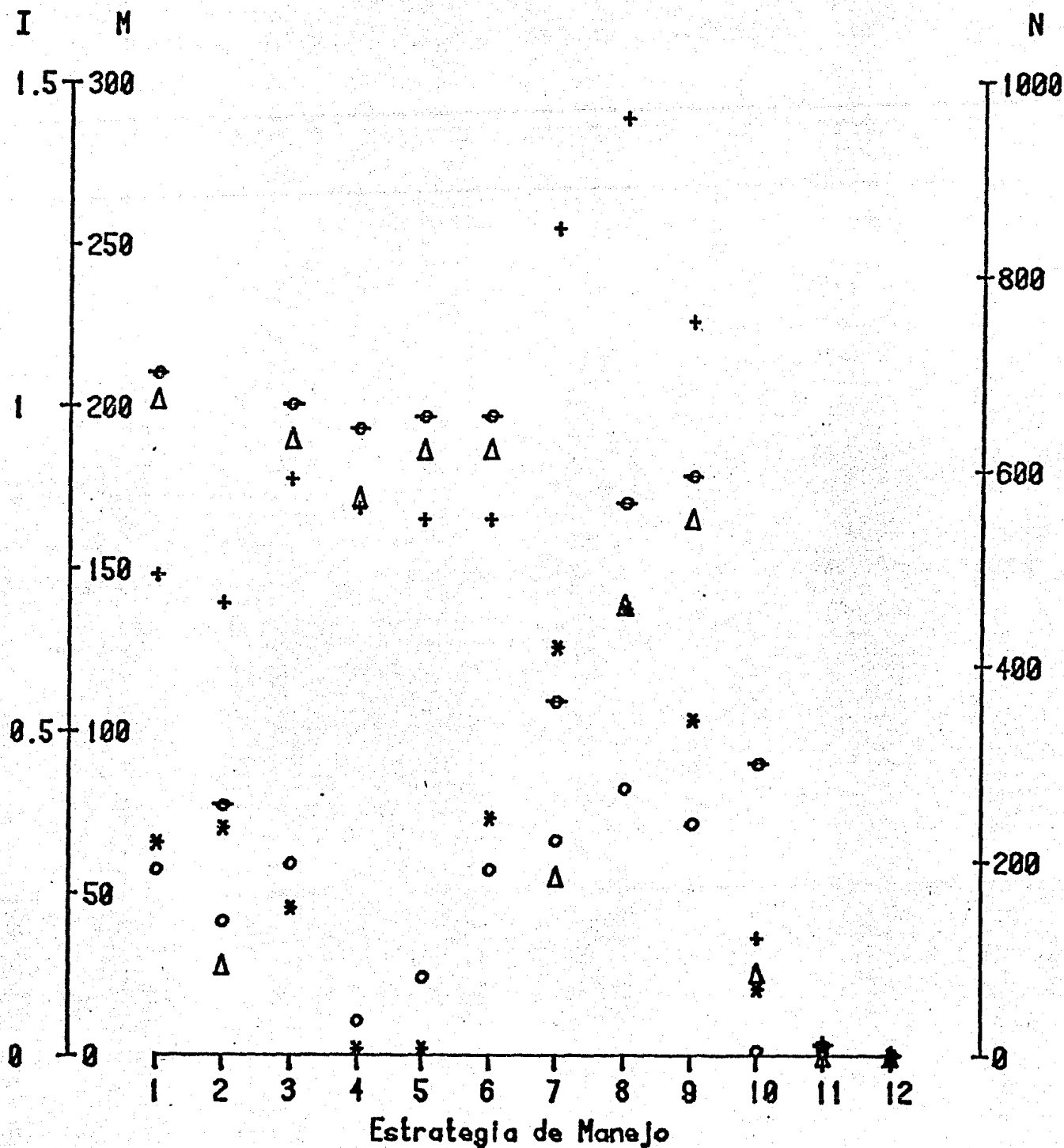
NO. TOTAL DE ARBOLES EN PIE/HA., DESPUES DE LA COSECHA: 525

NO. TOTAL DE ARBOLES COSECHADOS/HA: 0

COSECHA EN PIE: 209.01 M³

VOLUMEN DE MADERA EXPLOTADO: 0 M³

Tabla 15.- Valores de interferencia (I), número de árboles en pie por categoría de edad por hectárea (N) y volumen de madera promedio del tronco por categoría de edad (M, en decímetros cúbicos), obtenidos después de 250 años de haber sembrado 200 árboles de la primera categoría de edad.



Gráfica 14.- En esta gráfica se muestran los promedios de los valores de -- interferencia (Δ), volumen de madera en pie por hectárea (\oplus), volumen de madera cosechada durante los últimos diez años - (o), número de individuos en pie por hectárea ($+$) y número de árboles cosechados por hectárea ($*$), obtenidos durante -- las últimas 3 iteraciones (30 años), para cada una de las prácticas de manejo simuladas. En el caso de la estrategia 4 se muestra el promedio de los últimos 60 años, en tanto que para la 5 y la 6 se promediaron los valores de los últimos 40 años.

DISCUSION Y CONCLUSIONES

"El siglo veinte ha traído consigo tantos cambios medioambientales - que uno se pregunta si las comunidades naturales tendrán la habilidad de recuperarse de las perturbaciones. Sabemos tan poco de los atributos generales - de los sistemas complejos, que por ahora nos es difícil hacer juicios a priori sobre la dinámica de los ecosistemas. En ausencia de una guía teórica o conceptual, un tratamiento estrictamente empírico tendría que incluir un gran número de elaborados y lentos experimentos. Para comunidades con especies - longevas, como los bosques, es dudoso que dichos experimentos pudieran durar tanto como para mostrar ciertos cambios sutiles que pudieran ser cruciales" (Botkin 1976).

El presente trabajo representa un esfuerzo por proporcionar dicha guía en la forma de un modelo que nos permita simular el comportamiento demográfico y de producción de madera de bosques de pino, bajo diferentes tipos de manejo.

En términos generales, el comportamiento demográfico y de producción de madera predichos por el modelo en cada una de las simulaciones son intuitivamente correctos. Sin embargo, debido a la escasa información con la que contamos, nos es imposible hasta ahora validar algunas de las predicciones, en especial en lo referente al comportamiento del bosque en condiciones de interferencia intermedias.

Una de las razones por las que el modelo muestra un comportamiento realista (desde el punto de vista biológico) es que se trata de un modelo "estado-determinado" (Patten 1971), esto es, el estado del sistema en todo momento depende de su estado en el tiempo anterior. En el modelo, esta --

característica se cumple tanto para el número de individuos por categoría de edad por hectárea como para la superficie follor (y por lo tanto para la interferencia) y el volumen de madera de los árboles. Por ejemplo, se recordará que el volumen del tronco de un árbol en un momento dado es definido en base a su volumen en el tiempo anterior mas un incremento que depende de la edad del árbol y de las condiciones de interferencia en las que crezca durante el período de tiempo considerado. Debido a esto, el volumen de madera que presente un árbol en un momento cualquiera depende de las condiciones en las que haya crecido durante toda su vida. A partir de los argumentos anteriores, es obvio que estas conclusiones pueden extrapolarse al estado general del bosque.

En su estado actual, el modelo no considera explícitamente (aunque hasta cierto punto sí implícitamente) algunos aspectos de la ecología del bosque que pueden jugar un papel importante en su productividad, como la posibilidad de ataques por plaga, incendios, sequías, etc.. La necesidad de incluir este tipo de factores, y en general la de incluir funciones probabilísticas se hace patente, por ejemplo, en la simulación del efecto combinado del pastoreo con la extracción sostenida de los árboles de más de 60 años (estrategia de manejo 11). Como puede observarse en la gráfica 11 y la tabla 13 el bosque llega a una situación de equilibrio en la cual únicamente hay 14 árboles en -- ple, de los cuales solo 4 son reproductivos. Es obvio que las probabilidades de que un bosque con un constitución demográfica tan raquítica se mantuviese en equilibrio son bajísimas. Sin embargo, debido a que el modelo es determinístico, una vez que se ha alcanzado un equilibrio dinámico éste es conservado.

Otro factor que podría ser incluido para darle un mayor realismo al -- modelo es lo que podría ser llamado "efecto de manejo". Se recordará que en páginas anteriores se mencionó que el comportamiento demográfico del bosque

es idéntico cuando se le deja intacto y cuando se le somete a la primera estrategia de explotación. Aún cuando en este tipo de manejo se extraen únicamente aquellos árboles que morirían durante el siguiente ciclo de cosecha (y por lo tanto las características demográficas iniciales del bosque son alteradas - mínimamente), es obvio que el retirar las copas de los árboles (las cuales permanecerían, en condiciones naturales, durante varios meses después de la -- muerte de los organismos) permitiría la llegada de luz al sotobosque y haría - disminuir la competencia por luz y espacio a nivel de copas, precozmente. - Esto se traduciría a su vez en una regeneración más rápida del bosque y en una pronta aceleración en el crecimiento de los árboles que circunden el claro re-clén formado.

Por otro lado, el internarse en el bosque en busca de los árboles que deben ser derribados implica necesariamente la muerte de algunas plántulas - por pisoteo; en tanto que la caída de los árboles talados produciría en ciertos casos la muerte de algunos árboles jóvenes por tronchamiento. Sin embargo, pienso que el balance sería positivo y que si el manejo es adecuado se traduciría rápidamente en un aumento de la productividad del bosque.

De cualquier modo, la inclusión de este tipo de factores se justificará únicamente cuando se considere que el comportamiento del modelo es - satisfactorio en su estado actual.

Con respecto a la utilización de una función potencial para la obtención de las tasas de sobrevivencia edad específicas, tenemos que aún cuando tradicionalmente se ha considerado que la exponencial negativa es un mo-delo adecuado para describir la sobrevivencia de un gran número de poblaciones vegetales, dicha función presenta varias deficiencias cuando deseamos describir el comportamiento demográfico de una población disetánea de - -

árboles longevos como los pinos; según Hett y Loucks (1976), intuitivamente uno esperaría que a medida que un individuo crece del sotobosque al dosel, las presiones medioambientales cambien. Por ejemplo, la intercepción de luz aumentará, disminuyendo la probabilidad de muerte por falta de insolación. Debido a esto, un modelo que suponga tasas de mortalidad variables, como la función potencial, debería proporcionar una mejor descripción de la mortalidad de la población en períodos largos de tiempo. Estos argumentos son apoyados por la obtención de un mejor ajuste con la función potencial ($r=0.99889$) que con la exponencial ($r=0.93564$) a los datos de número de individuos por categoría de edad por hectárea reportados por Franco (1979), para Pinus hartwegii.

En este punto es importante hacer notar que el modelo fue construido con la idea de simular el comportamiento de masas forestales disetáneas, de modo que es poco probable que resulte adecuado para describir el comportamiento de masas coetáneas. Esto se debe a que la microecología de estos dos tipos de bosque es bastante diferente. Por ejemplo, en el caso de masas coetáneas podemos afirmar que existe (a grandes rasgos) un solo estrato arboreo formado por organismos con capacidades competitivas semejantes, en tanto que en las masas disetáneas los árboles de diferentes edades se encuentran distribuidos a lo largo de un gradiente vertical, en el que varían tanto las presiones de selección como la capacidad competitiva de los árboles. Debido a esto, sería lógico pensar que, por ejemplo, la sobrevivencia de los árboles de masas coetáneas fuese descrita adecuadamente por una función exponencial, ya que las presiones de selección a las que están sometidos los organismos se mantienen relativamente constantes a lo largo de su vida (al menos en lo referente a la posibilidad de muerte por falta de insolación), en tanto que

(como ya hemos visto) para masas disetáneas un modelo potencial sería más adecuado. Sin embargo, ésta es una limitante de relativa poca importancia -- ya que la mayor parte de nuestros bosques son naturales y por lo tanto generalmente disetáneos.

En la guía de planeación y control de las actividades forestales (Anó nimo 1981) mencionan que a nivel nacional el potencial maderable que cada año se puede aprovechar sin detrimento de la conservación y del mejoramiento del recurso forestal, es del orden de los 56.8 millones de metros cúbicos de madera en rollo, de los cuales, el 78.7%, o sea 44.7 millones de metros cúbicos, corresponden al volumen en que cada año crecen los árboles y el otro -- 21.3%, o sea 12.1 millones de metros cúbicos, se refieren al volumen adicional que es posible aprovechar mediante la aplicación de mejores prácticas silvícolas en bosques de coníferas en los que por ahora, se tiene alguna experiencia con resultados preliminares. Esto significa que el rendimiento anual promedio por hectárea ha sido calculado en poco menos que 1.29 m³ de madera.

De acuerdo a las predicciones de la primera estrategia de manejo, -- la productividad natural del bosque estudiado en el presente trabajo nos permitiría una extracción sostenida de 5.73 m³ de madera/ha./año, que es 4.4 veces la productividad potencial mencionada en la guía y [casi 18 veces] el rendimiento promedio actual (0.319 m³/ha./año) de las áreas arboladas del país, según los datos reportados en la figura 1.

Aún sin tomar en cuenta las estrategias de manejo con las que se obtuvieron rendimientos sostenibles todavía mayores (hasta de 8.21 m³/ha./año) ahora me parece más claro que es impostergable la puesta en marcha de planes de explotación adecuado, de preferencia apoyados en el uso de modelos

como el propuesto en el presente trabajo.

En este punto es importante hacer algunos comentarios. Por un lado, tenemos que las perspectivas de producción de madera obtenidas en el presente trabajo no son extrapolables a algunas de las zonas arboladas del país, ya sea porque se trate de bosques muy perturbados (recuérdese que en las simulaciones en las que el bosque es manejado se parte de las condiciones de equilibrio) o de especies con un comportamiento significativamente diferente al de Pinus hartwegii. Asimismo, hay que tomar en cuenta que para obtener resultados favorables en el uso de un modelo matemático como una herramienta consultiva en el manejo de recursos naturales renovables, es necesario que se respeten los lineamientos planteados por las estrategias de manejo propuestas a partir de las simulaciones del modelo; desgraciadamente esto es especialmente difícil de conseguir en un medio como el nuestro debido a la corrupción y la ignorancia. Sin embargo, en base a los resultados obtenidos, no hay duda de que los rendimientos que se están obteniendo en la actualidad pueden ser ampliamente superados (aún cuando se sigan sufriendo dichos males).

De acuerdo con Spurr (1979) el rendimiento natural de los bosques puede ser duplicado o incluso tal vez triplicado mediante el uso de prácticas silvícolas adecuadas. Con base en las predicciones del modelo, el rendimiento natural del bosque podría ser incrementado en un 43.3% aproximadamente (compárese el rendimiento obtenido con la estrategia de manejo 8 con el de la 1). Aún cuando esto significa un aumento considerable en la productividad del bosque se encuentra muy por debajo de las perspectivas mencionadas por dicho autor. La diferencia se debe a que con prácticas silvícolas adecuadas Spurr se refiere a sistemas de manejo intensivos que generalmente incluyen varias de las técnicas siguientes: 1). el sitio es preparado mediante

la tala de la vegetación existente y la creación de condiciones favorables a la regeneración natural del bosque; 2). los bosques constituidos por especies de lento crecimiento o de menor valor económico que otros que podrían crecer en el sitio son substituidos por éstos; 3). los árboles que presentan características genéticas superiores (desde el punto de vista silvícola) son propagados en subsecuentes plantaciones; 4). se utilizan herbicidas para reducir la competencia de especies no deseadas, en especial de árboles de bajo valor comercial; 5). el bosque es aclareado antes de llegar a la madurez para estimular el crecimiento de los árboles que sean dejados en pie; 6). se aplican fertilizantes con el objeto de compensar deficiencias de nitrógeno y/o fósforo; 7). asimismo, se pueden aplicar pesticidas para reducir amenazas serias de infección por hongos o insectos.

Como podrá verse, únicamente el inciso 5 fue considerado dentro de las estrategias de manejo simuladas con el modelo. Es obvio que si se simulara el efecto conjunto de este tipo de manejo con alguna o algunas de las demás técnicas silvícolas aquí mencionadas, el rendimiento sería aún mayor. Sin embargo, por el momento no contamos con la información necesaria para hacer esto.

En caso de que se decidiese manejar el sistema real tendríamos que comparar los resultados obtenidos con éste con los del modelo (dadas las mismas entradas), de modo que de existir diferencias significativas (lo cual es altamente probable en un principio) habría que modificar la estructura del modelo y/o los coeficientes y parámetros de las funciones que lo componen, para aumentar la similitud entre su comportamiento y el del sistema real. Si este proceso iterativo es llevado a cabo permanentemente se puede mejorar en forma muy importante la capacidad predictiva del modelo. Es obvio que este mismo

procedimiento podría seguirse en caso de que quisieramos predecir el comportamiento futuro de bosques que ya estén siendo manejados.

Quisiera mencionar que el uso de modelos predictivos en conjunto -- con métodos de optimización (programación lineal, programación dinámica, etc.) ha mostrado ser un método muy eficiente para el mejoramiento del manejo de recursos forestales (ver por ejemplo, Bethel 1980 y Schreuder 1980). Con base en las ideas propuestas por dichos autores considero que si nuestra meta es la de lograr el manejo óptimo de nuestros bosques desde el punto de vista biológico (ésto es, tomando en cuenta tanto las variables biológicas como las económicas) debemos encaminar nuestros esfuerzos a la construcción de modelos que nos permitan determinar el comportamiento productivo del recurso bajo diferentes estrategias de manejo, así como modelos con los que, en base a los requerimientos del mercado y a las características de los árboles cosechados, se pueda determinar el tipo y cantidad de producto terminado (postes, tablón, tabla, etc.) que debe ser producido para obtener un rendimiento económico máximo sostenible.

En este punto me parece que es importante mencionar que el principal objetivo de explorar las consecuencias que tendrían las diferentes estrategias de manejo simuladas sobre el comportamiento demográfico y productivo del bosque, fue el de probar el comportamiento del modelo bajo un amplio rango de condiciones, y no el de encontrar una práctica silvícola óptima. De hecho, ésta es una tarea bastante compleja que podría servir como tema para otra tesis profesional. Con respecto a ésto cabría mencionar que hablar de rendimiento óptimo en el manejo de recursos naturales renovables adquiere su sentido más pleno cuando se considera el aspecto económico en conjunto con el biológico, y que en la evaluación de las prácticas de manejo simuladas se --

consideró únicamente el rendimiento desde el punto de vista biológico.

Asimismo, quisiera hacer notar que el desarrollo del modelo se encuentra todavía en una fase temprana, y que sería irresponsable pretender que en su estado actual pueda ser utilizado como una herramienta predictiva idónea. Sin embargo, considero que puede servir de punto de partida para estudios posteriores, de modo que a medida que se obtenga más información sobre la dinámica del bosque el modelo vaya siendo modificado y enriquecido para mejorar su capacidad predictiva.

Uno de los objetivos principales que se persiguió con el desarrollo del presente trabajo fue el de demostrar que la productividad potencial de nuestros bosques es mucho mayor que la que se obtiene en la actualidad, de modo que el manejo racional y la conservación de los bosques sean más atractivos a los ojos de sus propietarios. Esto es sumamente importante tanto por el despilfarro económico que representa el manejo inadecuado de este recurso, como por su importancia ecológica, social y estética, ya que los bosques:

- Proporcionan a la fauna silvestre alimentos, hábitat y condiciones favorables para su preservación y desarrollo.
- Son un factor básico en la formación de oxígeno a través de la fotosíntesis.
- Participan de manera importante en el ciclo hidrológico, favoreciendo la formación de arroyos, manantiales y aumentando la captación de humedad.
- Protegen al suelo de la erosión.
- Producen una gran cantidad de materia orgánica que se incorpora al suelo ayudando al desarrollo de todo tipo de vegetales.
- Proporcionan materias primas para la producción de celulosa para papel, madera aserrada, triplay, aglomerados, leña, pilotes, postes, resinas, trementina, gomas, taninos, colorantes, fibras, etc..

- Generan un gran número de fuentes de trabajo.
- Nos brindan bellos paisajes y sitios de recreo.

Partiendo de estas bases creo que resultaría difícil exagerar la importancia que tiene el lograr un manejo racional de los bosques en México.

Por otro lado, ya que el trabajo de Franco (1979) es el antecedente -- más importante del presente estudio, a continuación se presenta un análisis -- comparativo entre su "modelo de crecimiento de poblaciones unespecíficas" y el aquí presentado.

a). Interferencia:

En su trabajo, Franco define la Interferencia como:

$$I = \frac{b_{x,t}}{b_{x,max}} F(x) \cdot N(x)$$

en la que:

$b_{x,t}$ = tasa de natalidad foliar de los individuos de edad x en el tiempo t .

$b_{x,max}$ = tasa de natalidad foliar máxima de los individuos de edad x .

$F(x)$ = superficie foliar promedio de los individuos de edad x .

$N(x)$ = número de árboles de edad x por unidad de área.

El término $b_{x,t}/b_{x,max}$ representa "la eficiencia en la capacidad -- para acaparar los recursos del medio" (Franco 1979). En teoría el valor de $b_{x,t}$ debe disminuir a medida que aumenta la interferencia entre unos individuos y otros. Por lo tanto, resulta interesante (y hasta cierto punto contradictorio) que de acuerdo a esta ecuación el valor de la Interferencia es definido en base a dos factores ($b_{x,t}/b_{x,max}$ y $F(x) \cdot N(x)$) que varían en sentidos opuestos; a medida que la espesura del bosque aumenta, esto es, $F(x+1) \cdot N(x+1) > F(x) \cdot N(x)$, el valor de $b_{x,t}$ disminuye y con él el del término $b_{x,t}/b_{x,max}$.

Ahora bien, esto no quiere decir necesariamente que la ecuación propuesta por Franco sea incorrecta. Sin embargo, considero que si se quisiera definir el valor de la Interferencia en función de las tasas de natalidad foliar edad específicas, tal vez resultaría más adecuada una ecuación como la siguiente:

$$I = C - \sum_{x=0}^C \frac{bx, t}{bx, \max}$$

de modo que cuando la espesura del bosque tienda a ser máxima (bx, t tienda a cero) el valor de I tienda a C y cuando la espesura sea mínima (bx, t tienda a bx, \max) el valor de I tienda a cero.

Como se recordará, el valor de la Interferencia en el presente trabajo se define en función del concepto de capacidad de carga del medio ambiente; se supuso que existe un área foliar máxima sostenible por unidad de terreno, de modo que la Interferencia fue calculada en función del cociente de la superficie foliar promedio existente por unidad de terreno entre el valor de equilibrio (ver página). La idea de utilizar el concepto de capacidad de carga como indicador de la intensidad de la competencia en masas forestales no es nuevo (ver, por ejemplo, Cooper 1961). Sin embargo, se le había usado en relación a medidas del tronco y no de la copa.

b). Dinámica Poblacional:

Basándose en el hecho de que "una gran cantidad de poblaciones vegetales tienen curvas de sobrevivencia de tipo exponencial" Franco utilizó una exponencial negativa para determinar la tasa de sobrevivencia de los árboles. Esto quiere decir que la proporción de individuos que pasa de una categoría de edad a la siguiente se mantiene constante a lo largo de toda su vida.

Por otro lado, fijó una tasa constante de producción de semillas viables, igual para todas las edades.

Debido a que tanto la tasa de supervivencia como la de reproducción son independientes de la interferencia, Franco tuvo que definir una "curva de autoaclareo" para limitar el crecimiento del bosque. Esta curva indica la densidad máxima de individuos que puede haber por categoría de edad por unidad de área. Esto es, si por ejemplo, en un momento dado hay 120 individuos de la segunda categoría de edad por hectárea y la curva de autoaclareo indica una densidad máxima de 84, 36 individuos serían eliminados, sin importar si hay o no árboles de las demás categorías de edad. Es obvio que esta función de autoaclareo es sumamente artificial y adecuada únicamente en aquellos casos en los que la estructura de edades del bosque es cercana a la de equilibrio.

Pongamos por caso que fueran eliminados todos los árboles de más de 60 años. Sería lógico suponer que se produjera un aumento en las tasas de supervivencia de los árboles restantes y un incremento importante en el reclutamiento. Si este tipo de manejo fuese sostenido es claro que el espacio que originalmente era ocupado por los árboles extraídos sería eventualmente ocupado por árboles más jóvenes y por lo tanto necesariamente aumentaría tanto su proporción como el número total de organismos.

Sin embargo, debido a que el tratamiento de la dinámica poblacional del modelo de Franco es, como se ha visto, bastante rígido, no puede producir este tipo de respuestas. De hecho, en ninguna de las simulaciones que presenta en su tesis el número total de individuos por hectárea aumenta por arriba de la densidad inicial (o de equilibrio).

En el modelo propuesto en el presente trabajo las tasas de supervivencia edad específicas fueron ajustadas a una función potencial, ya que se supuso que las presiones de selección y por lo tanto la probabilidad de muerte

varían a lo largo de la vida de los árboles (ver página). Así mismo, tanto estas tasas como las reproductivas fueron definidas en función de la interferencia (ver páginas y), de modo que el crecimiento del bosque es acelerado o limitado en forma continua dependiendo de su estado general. En este caso, el número de individuos por unidad de área puede fluctuar ampliamente en función de la estructura de edades y el tipo de manejo al que sea sometido el bosque. Por ejemplo, en condiciones de equilibrio, el número de individuos por hectárea es de 498 aproximadamente, en tanto que en una de las simulaciones (en la que eran extraídos, cada 10 años, todos los árboles de más de 60 años) se llegaron a registrar densidades mayores a 960 organismos por hectárea (ver gráfica 8 y tabla 10).

Por otro lado, como los pinos son árboles no tolerantes a la sombra, el número de reclutamientos posibles depende del tamaño de los parches que no estén cubiertos por el dosel (de modo que la luz llegue al sotobosque). Partiendo de esta idea Franco definió el número de reclutamientos posibles como (modificando la notación original para que concuerde con la aquí utilizada):

$$P = \frac{\sum_{x=0}^k (N(x) - N(x+1)) \cdot \pi \cdot R(x)^2}{\pi \cdot R(0)^2}$$

Esta idea fue tomada en el presente modelo (ver página) como parte de la definición del número de reclutamientos posibles. Sin embargo, esta función únicamente considera como terreno apto para posibles reclutamientos aquel que haya sido liberado de cobertura durante la última iteración. Debido a esto, fue necesario definir una función complementaria que determinará si el espacio disponible para reclutamientos es mayor a P_0 . Esto es especialmente importante si se quiere predecir el comportamiento del bosque

bajo circunstancias (por ejemplo, algún tipo de manejo) en las que la regeneración natural no alcanza a "reforestar", en una sola iteración, la totalidad de los parches que hayan sido producidos por la muerte, ya sea natural o artificial, de los árboles.

Pongamos por caso que en el tiempo t fueran talados todos los árboles de más de 80 años. Es altamente probable que la reproducción natural del bosque que no produjese tantos retoños como para ocupar todo el espacio liberado (en una sola iteración), de modo que para el tiempo $t+1$ el espacio disponible para reclutamientos será aquel que sea dejado por los árboles que sean eliminados entre t y $t+1$ más la porción de los claros producidos en la iteración anterior que aún no haya sido ocupada por los reclutas y el crecimiento de las copas de los árboles remanentes.

Para determinar si el espacio disponible para reclutamientos en un momento dado es mayor al dejado por los individuos que mueran, es necesario conocer cual es la cobertura o área basal promedio por unidad de terreno en condiciones de equilibrio, B_e (ver página). Este concepto es paralelo al de superficie follor total por unidad de área en condiciones de equilibrio (ver página).

Una vez que se cuenta con este valor se lleva a cabo el siguiente cálculo:

$$P_1 = \frac{B_e - \left(\sum_{x=0}^k R(t, x)^2 \cdot N(t, x) \right)}{R(0)^2}$$

de modo que si el valor de P_1 resulta mayor al de P , el espacio disponible para reclutamientos es mayor al dejado por los individuos que mueran durante Δt .

c). Superficie Follar.

La idea de definir la superficie follor (o fotosintética) de los pinos

como el área lateral de un cono circular recto de altura A y radio R fue tomada a partir del trabajo de Franco. Dicho autor consideró que la altura de la copa no es afectada por la intensidad de la competencia y por lo tanto supuso que las copas de los árboles responderían a los cambios de interferencia únicamente variando su radio. Sin embargo, es bien sabido que a medida que aumenta la espesura de un bosque las copas de los árboles tienden a perder una proporción cada vez mayor de sus ramas inferiores (aparentemente debido a que el balance energético de éstas es negativo, por falta de luz) y por lo tanto de su altura. Con base en esto, en el presente modelo se decidió que tanto la altura de la copa como su radio respondieran a los cambios de interferencia.

Por otro lado, Franco supuso que el radio promedio de la copa de un árbol de edad x sería igual al presentado por árboles creciendo en condiciones de aislamiento, mientras la interferencia se encontrase por debajo de $3/4$ de I_{max} , y el de árboles creciendo en condiciones de interferencia máxima cuando la interferencia fuese mayor a $3/4$ de I_{max} . Este planteamiento tiene dos grandes fallas. Una es que el tamaño de la copa cambia a grandes escalones cuando el valor de I varía alrededor de $3/4$ de I_{max} , y la otra es que sucede que el tamaño de la copa no denota el tipo de condiciones en las que ha vivido el árbol. Por ejemplo, no importa si éste ha crecido en condiciones de alta interferencia durante toda su vida, si repentinamente el valor de I disminuye por debajo de $3/4$ de I_{max} , el tamaño de la copa de dicho árbol automáticamente se convierte en el de uno que hubiese crecido siempre en condiciones de aislamiento.

Una forma de solucionar este problema es la de definir el tamaño de la copa en función de su tamaño anterior y de un incremento que dependa de la intensidad de la competencia. Ahora bien, ya que la superficie fotosintética de la copa fue calculada en base a su radio y altura, está claro que tanto el

comportamiento de R como el de A se deberían ajustar al razonamiento anterior. Por lo tanto, $R(x+1)$ fue definido como (ver página) $R(x)$ más el promedio ponderado del incremento que el radio de la copa de un árbol de edad x presentaría en condiciones de equilibrio y de aislamiento:

$$R(x+1) = R(x) + (I \cdot \Delta R_{Ie} + (1-I) \cdot \Delta R_{Imin})$$

En cuanto a la altura de la copa, se encontró que ésta presenta un alto grado de correlación con R, de modo que fue definida en función de éste (ver página).

Debido a esto, la superficie foliar de los árboles dependerá siempre de las condiciones de interferencia en las que hayan crecido durante toda su vida.

d). Volumen de Madera.

La descripción de volumen de madera del tronco en el trabajo de Franco padece del mismo tipo de problemas que la de la superficie foliar, ya que se supuso que éste sería el de un árbol que creciera en condiciones de aislamiento mientras I se encontrara por debajo de $3/4$ de I_{max} y el de un árbol que hubiese crecido en condiciones de interferencia máxima cuando I fuese mayor a $3/4$ de I_{max} .

Nuevamente, sucede que si un árbol ha crecido durante toda su vida a valores de I menores a $3/4$ de I_{max} y en un momento dado el valor de I sobrepasa dicho umbral, el volumen de su tronco no solo presentará un decremento en su tasa de crecimiento (que sería lo lógico) sino que en algunos casos incluso disminuiría (específicamente, a partir de los 50 años). Por ejemplo, un árbol de 100 años que hubiese crecido en condiciones de baja interferencia presentaría un volumen de madera de 3769 dm^3 . Si durante los siguientes 10 años el valor de I aumentara por arriba de $3/4$ de I_{max} , el volumen de

dicho árbol, a los 110 años, sería de 2904 dm³. Es obvio que esto es incorrecto.

Este problema fue solucionado en forma idéntica al del radio de la copa; el volumen de madera del tronco en el tiempo $t+1$ ($M(t+1)$) depende de su volumen en el tiempo anterior ($M(t)$) más un incremento que es función de las condiciones de interferencia en las que crezca el árbol durante Δt (específicamente, el promedio ponderado del incremento que presentaría en condiciones de equilibrio y de interferencia mínima, ver página):

$$M(x+1) = M(x) + (I \cdot \Delta M_{Ie} + (1-I) \cdot \Delta M_{Imin})$$

BIBLIOGRAFIA

- Ackoff, R.L. et al. 1968. Scientific Method: optimizing applied research decisions. John Wiley & Sons, Inc. U.S.A.
- Anaya-Lang, A.L. 1962. Estudio de las relaciones entre la vegetación forestal, el suelo y algunos factores climáticos en seis sitios del declive -- occidental del Iztacchualt. Tesis Profesional, Facultad de Ciencias, U.N.A.M.
- Anónimo. 1973. Anuario de la producción forestal de México. Año de 1972. Secretaría de Agricultura y Ganadería. México, D.F. 56 pp.
- Anónimo. 1981. Guía de planeación y control de las actividades forestales. Secretaría de Educación Pública. Fondo de Cultura Económica, México pp. 9-51.
- Ashby, W.R. 1956. An Introduction to Cybernetics, Wiley, U.S.A.
- Bernardelli, H. 1941. J. Burna Res. Soc. 31, 1.
- Bethel, J.S. 1980. Systems analysis in forest utilization. En Renewable Resources: a systematic approach (Campos-López, E. ed.), pp. 93-115. Academic Press, U.S.A.
- Borota, J. 1971. The result of the oldest thinning experiment in Pinus patula. - Silviculture Research Note 18. Tanzania.
- Bosch, C.A. 1971. Redwoods: a population model, Science 172, pp. 345-349.
- Botkin, D.B. 1976. The role of species interaction in the response of a forest ecosystem to environmental perturbation. En Systems Analysis and Simulation in Ecology (B.C. Patten, ed.), Vol. IV, pp. 147-171. - Academic Press, U.S.A.
- Braathe, P. 1957. Thinnings in even-aged stands, a summary of European Literature. Fac. Forest., Univ. New Brunswick.
- Brussard, P.F., S.A. Levin, L.N. Miller, R.H. Whittaker, K. Halbach, J.E. Dlem y J.L. McGregor. 1971. Redwoods: a population model -- debunked. Science 174, 435-436.
- Bunce, R.G.H. 1968. Biomass and production of trees in a mixed deciduous -- woodland. I. Girth and height as parameters for the estimation of tree dryweight. J. Ecol. 56, 759-775.
- Cooper, C.F. 1961. Equations for the description of past growth in even-aged stands of ponderosa pine. Forest Sci. 7, 72-79.

- Curtin, R.A. 1970. Dynamics of tree crown structure in Eucalyptus obliqua. - Forest Sci. 16, 321-328.
- Curtis, R.O. 1970. Stand density measures: an interpretation. Forest Sci. 16, 403-414.
- Czarnowski, M.S. 1961. Dynamics of even-aged forest stands. La. State -- Univ. Stud., Biol. Sci. Ser. pp.4
- Dale, M.B. 1970. Systems analysis and ecology. Ecology 51, 2-16.
- Dell, T.R., L.V. Collicott. 1968. Growth in relation to density for slash pine - plantations after first thinning. Forest Sci. 14, 7-12.
- Flores, M., et al. 1971. Memoria del mapa de tipos de vegetación de la República Mexicana. Secretaría de Recursos Hídricos. México, D.F. 59 pp.
- Franco, M. 1979. Simulación demográfica y productiva de poblaciones unespecíficas de árboles. Tesis Profesional. Facultad de Ciencias. U.N.A.M.
- Garzón, J.C., L.C. Flores R. 1976. Tabla normal de producción para Pinus hartwegii Lindl. de la estación experimental forestal de Zoquapan. Departamento de Bosques, Universidad Autónoma de Chapingo, México.
- Goodall, D.W. 1971. Building and testing ecosystem models. En Mathematical Models in Ecology (J.N.R. Jeffers, ed.) pp. 175-194. Blackwell -- Scientific Publications, Australia.
- Goodman, L.A. 1967. J. Roy. Statist. Soc. A 130, 541.
- Goodman, L.A. 1969. The analysis of population growth when the birth and death rates depend upon several factors. Biometrics 25, 659-681.
- Hall, C.A.S. Day, J.W. 1977. Systems and models: terms and basic principles. En Ecosystem Modelling in Theory and Practice (Hall, C.A.S. & J. W. Day eds.) pp. 5-36. John Wiley & Sons Inc. U.S.A.
- Harper, J.L. 1967. A darwinian approach to plant ecology. J. Ecol. 55, 247-270.
- Hett, J.M., O.L. Loucks. 1976. Age structure models of balsam fir and eastern hemlock. J. Ecol. 64, 1029-1044.
- Hutchinson, I. 1976. Ecological modelling and the stand dynamics of Pinus caribea in Mountain Pine Ridge, Belize, Ph. D. Thesis. Simon -- Fraser Univ. Vancouver, Canada.

- Jeffers, J.N.R. 1972. *Mathematical models in ecology*. Blackwell Scientific Publications, Australia.
- Kira, T., H. Ogawa & N. Sagazaki. 1953. Intraspecific competition among higher plants. Competition-density-yield interrelationship in regularly dispersed populations. *J. Inst. Polytech. Osaka Cy Univ. Ser. D*, 4, 1-16.
- Kowal, N.E. 1971. A rationale for modeling dynamic ecological systems. In *Systems Analysis and Simulation in Ecology* (B. C. Patten, ed.), Vol. I, pp. 123-194. Academic Press.
- Krajicek, J.E., K.A. Brinkman, S.F. Gingrich. 1961. Crown competition a measure of density. *Forest Sci.* 7, 35-42.
- Krebs, C.J. 1978. *Ecology: the experimental analysis of distribution and abundance*. 2^a ed. pp. 616-619. Harper & Row, Publishers, U.S.A.
- Lefkovich, L.P. 1965. The study of population growth in organisms grouped by stages. *Biometrics*. 21, 1-18.
- Lefkovich, L.P. 1966. The effects of adult emigration on populations of *Lasioderma serricorne* (F.) (Coleoptera: Anobiidae). *Oikos* 15, 200-210.
- Lefkovich, L.P. 1967. A theoretical evaluation of population growth after removing individuals from some age groups. *Bull Ent. Res.* 57, 437-445.
- Leslie, P.H. 1945. On the use of matrices in certain population mathematics. *Biometrika* 35, 183-212.
- Leslie, P.H. 1948. Some further notes on the use of matrices in population mathematics. *Biometrika* 35, 213-245.
- Levins, R. 1966. The strategy of model building in population biology. *Amer. Sci.* 54, 421-431.
- Levins, R. 1968. *Evolution in Changing Environments: some theoretical explorations*. pp. 3-9. Princetown University Press, U.S.A.
- Lewis, E.G. 1942. On the generation and growth of population. *Sankhya* 6, 93-96.
- Mills, F.C. 1955. *Statistical methods*. 3^a ed. pp. 759-763. Sir Issac Pitman and Sons, Ltd. Inglaterra.
- Negrete, M.J. 1982. Análisis de sensibilidad en la producción biológica. Instituto de Investigaciones Biomédicas, U.N.A.M., México.
- Oblata, O.C. 1977. Estructura y composición de la vegetación herbácea de un bosque unlespecífico de *Pinus hartwegii*. Tesis Profesional, Facultad de Ciencias, U.N.A.M.

- Ople, J.E. 1968. Predictability of individual tree growth using various definitions of competing basal area. *Forest Sci.* 14, 314-323.
- Overton, W.S. 1975. The ecosystem modeling approach in the coniferous forest biome. *En Systems Analysis and Simulation in Ecology*. (B.C. Patten, ed.). Vol III, pp. 117-138. Academic Press, U.S.A.
- Overton, W.S. 1977. A strategy of model construction. *En Ecosystem Modeling In Theory and Practice* (Hall & Day eds.), pp. 49-73. John Wiley & Sons Inc. U.S.A.
- Papoullis, A. 1965. Probability, random variables, and stochastic processes. - McGraw-Hill, U.S.A.
- Patten, B.C. 1971. A primer for ecological modeling and simulation with analog and digital computers. *En Systems Analysis and Simulation in Ecology* (B.C. Patten, ed.), Vol. I, pp. 3-121. Academic Press, U.S.A.
- Paulk, G.J. 1972. Digital simulation modeling in resource management and the training of applied ecologists. *En Systems Analysis and Simulation in Ecology* (B.C. Patten, ed.), Vol. II, pp. 381-417. Academic Press, U.S.A.
- Pearl, R., L.J. Reed. 1920. On the rate of growth of the population of the United States since 1790 and its mathematical representation. *Proc. Nat. Acad. Sci. (Wash)*. 6, 275-288.
- Pennycuik, C.J., R.M. Comton & L. Beckingham L. 1968. A computer model - for simulating the growth of a population, or of two interacting populations, *J. Theoret. Biol.* 18, 316-329.
- Pennycuik, L. 1969. A computer model of the Oxford great tit population. *J. Theoret. Biol.* 22, 381-400.
- Platt, J.R. 1964. Strong inference. *Science* 146, 347-353.
- Relneke, L.H. 1933. Perfecting a stand-density index for even aged forest. *J. Agr. Res.* 46, 627-638.
- Ricklefs, R.E. 1979. *Ecology*. 2^a ed. pp. 507-587. Chiron Press, Inc. U.S.A.
- Rose, D.W., T.E. Burk. 1980. Development of a model for simulation of forest regulation techniques. *Tech. Bull 324*. Agricultural Experimental Station. University of Minnesota. U.S.A.
- Rzedowski, J. 1978. *Vegetación de México*. Ed. Limusa, México, pp. 9, 58, - 283-313.
- Schreuder, G.F. 1980. Automated information systems and systems analysis -- models in forest resources management. *En Renewable Resources: a systematic approach* (Campos-López, E. ed.), pp. 71-92. Academic Press, U.S.A.

- Smith, F.E. 1970. Analysis of ecosystems. En Analysis of temperate ecosystems (D.E. Reichle, ed.) Vol. 1, pp. 7-18. Springer-Verlag, U.S.A.
- Sokal, R.R., F.J. Rohlf. 1973. Introduction to biostatistics. W.H. Freeman and Company, U.S.A.
- Spiegel, M.R. 1970. Estadística. Libros McGraw-Hill de México, México.
- Spurr, S.H. 1979. Silviculture. Scientific American 240, 62-75.
- Tadaki, Y. 1968. The primary productivity and the stand density control in Aca-
cia mollissima stand. Forest Exp. sta. (Tokyo) Bull. 216, 99-125.
- Usher, M.B. 1966. A matrix approach to the management of renewable resources, with special reference to selection forests. J. Appl. Ecol. 3, 355-367.
- Usher, M.B. 1971. Developments in the Leslie Matrix Model. En Mathematical Models in Ecology (Jeffers, J.N.R., ed.) pp. 29-60. Blackwell -- Scientific Publications, Australia.
- Verhulst, P.F. 1938. Notice sur la loi que la population suit dans son accroissement. Corresp. Math. Phys. 10, 113-121.
- Williamson, M.H. 1959. Some extensions of the use of matrices in population theory. Bull. Math. Biophys. 21, 13-17.
- Wilson, F.G. 1946. Numerical expression of stocking in terms of height. J. -- Forest. 44, 758-761.