

291-
40



UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA DE MEXICO

Facultad de Ciencias

**CARACTERIZACION DE SUPERFICIES RUGOSAS
CON LUZ DE LASER**

TESIS PROFESIONAL

**QUE PARA OBTENER EL TITULO DE
LICENCIADO EN FISICA
P R E S E N T A :**

LUIS MARIANO PAEZ LADRON DE GUEVARA



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

CONTENIDO

	Pag.
INTRODUCCION.	1
CAPITULO I. Ondas Electromagnéticas, Interferencia y Difracción.	
INTRODUCCION.	3
I.1.- Naturaleza Electromagnética de la Luz.	
I.1.1.- Las Ecuaciones de Maxwell.	4
I.1.2.- La Ecuación de Onda.	4
I.1.3.- Las Soluciones Particulares de la Ecuación de Onda.	5
I.1.4.- El Vector de Poynting.	6
I.1.5.- La Irradiancia.	7
I.2.- Interferencia de Ondas Electromagnéticas.	
I.2.1.- El Principio de Superposición Lineal.	8
I.2.2.- La Interferencia de dos Ondas.	10
I.2.3.- El Experimento de Young.	14
I.2.4.- La Teoría de la Coherencia Parcial y la Visibilidad de Franjas.	18
I.2.5.- Coherencia Temporal y Espacial.	21
I.2.6.- La Luz Laser.	24
I.3.- Difracción de Ondas Electromagnéticas.	
I.3.1.- La Teoría de la Transformada de Fourier.	27

	Pag.
1.3.2.- El Teorema de la Convolución.	30
1.3.3.- La Función Delta de Dirac.	30
1.3.4.- Difracción.	31
1.3.5.- Patrón de Difracción de Fraunhofer de una Abertura Circular.	38
1.3.6.- Teorema del Arreglo.	41
1.3.7.- Difracción de Fraunhofer por dos Aberturas Circulares.	44
1.3.8.- Difracción de Fraunhofer por N pares de Aberturas Circulares.	48
1.3.9.- Difracción de Fraunhofer por una Rejilla de Reflexión.	48
CAPITULO II. Teoría de Formación de Patrones de Moteado Óptico (P.M.O.).	
INTRODUCCION.	53
II.1.- Superficies.	55
II.2.- Tipos de Superficies.	56
II.3.- Patrones de Moteado producidos por los diferentes Tipos de Superficies.	57
II.4.- Estadística en los Objetos Difusores.	63
II.5.- El Experimento de Burch y Tokarki.	
II.5.1.- Descripción y Objetivos.	75
II.5.2.- Amplitud Transmitida por una Placa Fotográfica Revelada.	78
II.5.3.- Técnica de Correlación de dos Patrones de Moteado Óptico de Rugosidades al Azar.	83
II.5.4.- Resultados.	85

	Pág.
CAPITULO III. Resultados Experimentales.	
III.1.- Objetivos Experimentales.	87
III.2.- Montaje Experimental.	88
III.3.- Desarrollo Experimental.	93
III.3.1.- Descripción del Funcionamiento del Microdensitómetro.	100
III.4.- Resultados.	118
III.5.- Análisis y Conclusiones.	150
III.6.- Aplicaciones.	156
III.7.- Ideas para Investigaciones Futuras.	158
BIBLIOGRAFIA.	166

INTRODUCCION

Al bombardear superficies con haces de iones se puede analizar su composición química y algunas características morfológicas.

Existen algunos inconvenientes cuando esta técnica es aplicada, por ejemplo: no pueden ser irradiadas muestras de cualquier tamaño y al serlo sufren maltrato.

Debido a lo anterior, es necesario buscar nuevas técnicas que brinden información nueva o complementaria a la de los haces de iones. (Barragán A. y García Santibañez F., 1978)

En este trabajo se decidió estudiar superficies por medio de luz del laser ya que tiene características de reproducibilidad, direccionalidad que es coherente y monocromática, por mencionar algunas.

Una de las ventajas de utilizar luz es que las muestras no sufren maltrato y no importa el tamaño de ellas. Además por la sencillez del montaje experimental que permite el análisis de las muestras in situ.

Para este experimento se prepararon varias muestras, las cuales quedaron bien identificadas en cuanto a forma y grado de rugosidad; en cuanto a forma van desde las rugosas periódicas regulares a las rugosas al azar y son caracterizadas en cuanto a su topografía por medio de su patrón de difracción o su patrón de moteado óptico según sea el caso, ya que con luz no es posible hacer un análisis de composición de las muestras, hasta ahora.

Con el conjunto de patrones se elabora un catálogo patrón, el cual sirve de comparación con otros patrones de muestras de las cuales se espera predecir sus características morfológicas y de ellas inferir sus posibles orígenes y causas.

Para casi todas las muestras se presenta su micrografía, sus correspondientes lecturas de ella hechas con un microdensitómetro, un perfil de la muestra real, su patrón de difracción o patrón de moteado óptico, también con sus correspondientes lecturas.

Aprovechando que ya se tienen los patrones de moteado óptico se aplica la técnica de doble exposición para obtener franjas de interferencia, de las cuales es posible medir giros hechos a una muestra.

CAPITULO I. Ondas Electromagnéticas, Interferencia y Difracción.

INTRODUCCION

En este capítulo se estudian los fundamentos básicos de las teorías de INTERFERENCIA Y DIFRACCION, ya que es esencial para entender la distribución aleatoria de la intensidad de la luz correspondiente a un patrón de moteado.

La cantidad de luz medida en el laboratorio es la irradiancia, siendo deducida de las ecuaciones de Maxwell.

Dentro de la teoría de INTERFERENCIA se describe la producida por dos haces coherentes (espacial y temporalmente) polarizados paralelamente, con el fin de que esta teoría sea aplicada al experimento de Young. En dicho experimento el contraste o brillantez de las franjas obtenidas es cuantificado por medio de la visibilidad, la que es medible experimentalmente estando íntimamente relacionada con la coherencia de la luz utilizada.

Se describen algunos de los conceptos básicos de la luz laser y las conveniencias de su utilización, la teoría de la transformada de Fourier conceptos de tiempo de coherencia y longitud de coherencia.

Se deduce la Integral de DIFRACCION y las condiciones bajo las cuales se logra la difracción de Fresnel y Fraunhofer, calculándose el patrón de difracción de Fraunhofer para una abertura circular; posteriormente se deduce el "Teorema del Arreglo", que permite calcular el patrón de difracción de Fraunhofer de N aberturas circulares iguales distribuidas al azar, ó N pares de aberturas circulares también distribuidas al azar; lo anterior se hace con el fin de hacer un análisis y obtener algunas propiedades que caractericen a los patrones de moteado óptico formados por aberturas difractoras.

Se estudiarán los diferentes tipos de rejillas de difracción haciéndose mayor hincapié en las rejillas difractoras de reflexión, ya que fueron con las que se trabajaron en el presente trabajo.

1.1.- Naturaleza Electromagnética de la Luz.

1.1.1.- Las Ecuaciones de Maxwell.

En el espacio libre o vacío, donde no hay ni cargas ($\rho = 0$) ni corrientes ($\vec{J} = 0$), las ecuaciones de Maxwell para el campo electromagnético son:

$$\text{rot } \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad 1.1$$

$$\text{rot } \vec{B} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad 1.2$$

$$\text{div } \vec{E} = 0 \quad 1.3$$

$$\text{div } \vec{B} = 0 \quad , \quad 1.4$$

donde $\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$, $\epsilon_0 = 8.854 \times 10^{-12}$ faradios/m y $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}$ henrios/m, ϵ_0 y μ_0 son respectivamente la permitividad y la permeabilidad del espacio libre.

1.1.2.- La Ecuación de Onda.

Aplicando el rotacional a la ecuación 1.1 y habiendo utilizado la ecuación 1.2 se tiene que:

$$\text{rot} (\text{rot } \vec{E}) = -\epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad . \quad 1.5$$

Por otro lado:

$$\text{rot} (\text{rot } \vec{E}) = \text{grad div } \vec{E} - \nabla^2 \vec{E} \quad , \quad 1.6$$

[ver Reitz Milford, 1967.] De la ecuación 1.3 combinándola con la ecuación 1.6 y sustituyéndola en la ecuación 1.5 se llega a que:

$$\nabla^2 \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad , \quad 1.7$$

Análogamente:

$$\nabla^2 \vec{H} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad , \quad 1.8$$

donde $\epsilon_0 \mu_0 = \frac{1}{c^2}$

Por lo tanto los campos eléctricos y magnéticos satisfacen la misma ecuación diferencial:

$$\nabla^2(\quad) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2(\quad)}{\partial t^2} \quad , \quad 1.9$$

donde la expresión 1.9 es la ecuación de onda en tres dimensiones.

I.1.3.- Soluciones Particulares de la Ecuación de Onda.

Como la luz es una onda electromagnética cumple con la ecuación 1.9.

Una función armónica plana tridimensional de la forma

$$U(x,y,z,t) = U_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad , \quad 1.10$$

donde \vec{r} es el vector de posición y \vec{k} es el vector de propagación, satisface la ecuación 1.9 para la cual $c = \frac{\omega}{k}$. Si

$\phi = \vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t = \text{cte}$ se define una serie de planos en el espacio que

son superficies de fase constante¹.

Una onda plana se escribe más comunmente como

$$U = U_0 e^{i(\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)} \quad , \quad 1.11$$

donde la parte real representa la magnitud física observada (amplitud).

Por otro lado, la función de la forma

$$\frac{1}{r} e^{i(\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad , \quad 1.12$$

satisfacen la ecuación 1.9 y representan ondas esféricas que se propagan a partir del origen (todos los puntos sobre una esfera de radio r tienen la misma fase). Cualquiera de las componentes del campo electromagnético E_x , E_y , E_z , B_x , B_y , B_z satisfacen la ecuación 1.9.

I.1.4. El Vector de Poynting.

Una onda electromagnética que se propaga en el vacío transporta una cierta cantidad de energía por unidad de volumen, la densidad de energía total asociada con el campo eléctrico y magnético está dada por:

$$E_t = \frac{1}{2} \mu_0 \vec{H}^2 + \frac{1}{2} \epsilon_0 \vec{E}^2 \quad , \quad 1.13$$

[ver J. D. Jackson, 1962] ó [ver Hech, 1977].

¹Una onda se llama plana si la superficie para la cual $\phi = \text{cte}$ es un plano. Una onda se llama esférica si $\phi = \text{cte}$ ocurre sobre una superficie esférica.

La derivada de E_t con respecto del tiempo es:

$$\frac{\partial E_t}{\partial t} = \mu_0 \vec{H} \times \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} + \epsilon_0 \vec{E} \times \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \quad , \quad 1.14$$

Sustituyendo a las ecuaciones 1.1 y 1.2 en la ecuación 1.14 y utilizando algunas igualdades del cálculo vectorial, [ver Reitz Milford, 1967, p.19], la ecuación 1.14 queda expresada como

$$-\frac{\partial E_t}{\partial t} = \text{div}(\vec{E} \times \vec{H}) = \text{div} \vec{S} \quad , \quad 1.15$$

\vec{S} se denomina el vector de Poynting, aplicandole el teorema de Gauss se tiene que:

$$\int_V \text{div} \vec{S} dV = \int_S \vec{S} \cdot d\vec{A} \quad , \quad 1.16$$

donde la integral del vector \vec{S} sobre un volumen dado V es igual al flujo de \vec{S} sobre la superficie que encierra este volumen, por lo que el decrecimiento de energía en V se debe al flujo de energía a través de su superficie. La ecuación 1.15 se escribe como:

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} = \frac{1}{\mu_0} \vec{E} \times \vec{B} = c^2 \epsilon_0 \vec{E} \times \vec{B} \quad , \quad 1.17$$

siendo la magnitud de \vec{S} la potencia por unidad de área que cruza una superficie cuya normal es paralela a la dirección del vector de Poynting \vec{S} con la energía fluyendo en la dirección de la propagación de la onda.

1.1.5.- La Irradiancia.

En el caso de una onda plana armónica polarizada linealmente que viaja libremente en el espacio en una dirección \vec{K} el campo eléctrico y magnético se escribe como:

$$\vec{E} = \vec{E}_0 \cos(\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad 1.18$$

$$\vec{B} = \vec{B}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad 1.19$$

que al sustituir en la ec. 1.17 se tiene que:

$$\vec{S} = c^2 \epsilon_0 \vec{E}_0 \times \vec{B}_0 \cos(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \quad 1.20$$

$\vec{E} \times \vec{B}$ está fluctuando rápidamente, por lo que la medida instantánea de \vec{S} es impráctica, siendo necesario obtener el promedio de \vec{S} en un tiempo finito que es lo que se hace por ejemplo en una fotocelda que absorbe energía durante un intervalo finito de tiempo; el promedio de \vec{S} es lo que se conoce como la Irradiancia o sea:

$$I \equiv \langle \vec{S} \rangle \quad 1.21$$

aplicando la ecuación 1.21 a 1.20,

$$I \equiv \langle \vec{S} \rangle = c^2 \epsilon_0 |\vec{E}_0 \times \vec{B}_0| \langle \cos^2(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \rangle = \frac{c \epsilon_0}{2} E_0^2 = c \epsilon_0 \langle \vec{E}^2 \rangle \quad 1.22$$

$$\text{donde } \langle \cos^2(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T \cos^2(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t) dt = \frac{1}{2} \text{ y } E_0 = c B_0 \quad 1.23$$

y es el valor medio del $\cos^2(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)$ en un ciclo T [Afken, 1970].

La cantidad I es la potencia media de la onda que cruza una unidad de área ortogonal a la dirección de propagación.

La Irradiancia es proporcional al cuadrado de la amplitud del campo eléctrico. En conclusión la Irradiancia está dada por:

$$I = c \epsilon_0 \langle \vec{E}^2 \rangle = \langle \vec{E}^2 \rangle = \langle \text{Real } \vec{E}^2 \rangle = \frac{1}{2} E E^* \quad 1.24$$

[Born, 1980, p. 257] ó [Hecht, 1977, p.365], cuyas unidades son watts/m^2 siendo ésta la que se mide en el laboratorio y la que permite confrontar la teoría en el experimento; el factor constante se omite porque nuestro interés es solo medir irradiancias relativas en un mismo medio.

1.2.- Interferencia de Ondas Electromagnéticas.

1.2.1.- El Principio de Superposición Lineal.

Las expresiones 1.7 y 1.8 describen a los campos eléctricos y magnéticos que tienen la forma de la ecuación diferencial de onda, en dichas ecuaciones el laplaciano ∇^2 opera sobre cada componente de \vec{E} y \vec{B} de manera que dos ecuaciones vectoriales representan seis ecuaciones escalares; por ejemplo, una de ellas es:

$$\frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x}{\partial z^2} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 E_x}{\partial t^2} \quad . \quad 1.25$$

Por lo tanto cada componente del campo eléctrico (E_x , E_y , E_z , B_x , B_y , B_z), obedece a una ecuación diferencial escalar de onda

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} \quad . \quad 1.26$$

La expresión anterior es lineal [Heicht, 1977, p.206] y si $\psi_1(\vec{r}, t)$, $\psi_2(\vec{r}, t)$, ..., $\psi_n(\vec{r}, t)$ son soluciones individuales de 1.26, entonces cualquier combinación lineal es solución o sea:

$$\psi(\vec{r}, t) = \sum_{i=1}^n C_i \psi_i(\vec{r}, t) \quad , \quad 1.27$$

donde C_i son constantes arbitrarias.

Esta propiedad se conoce como "Principio de Superposición" y significa que la perturbación resultante en un punto de un medio, es la suma algebraica de las ondas constitutivas separadas. Trabajando solo con campos eléctricos se tiene:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \dots + \vec{E}_n \quad , \quad 1.28$$

donde los campos $\vec{E}_1, \vec{E}_2, \dots, \vec{E}_n$, provienen de fuentes independientes puntuales.

I.2.2.- La Interferencia de Dos Ondas.

Es de interés saber qué información se obtiene de la ecuación 1.24 cuando dos fuentes puntuales S_1 y S_2 emiten ondas monocromáticas de la misma frecuencia en un medio homogéneo que se cruzan en un punto P. Si la distancia entre S_1 y S_2 se le llama "a" con $a \gg \lambda$ y el punto P está lo suficientemente lejos de S_1 y S_2 de tal manera que los frentes de onda sean considerados planos. Sea el caso más simple donde las dos ondas provenientes de S_1 y S_2 estén linealmente polarizadas y cumplen con la ecuación 1.18 o sea:

$$\vec{E}_1(\vec{r}, t) = \vec{E}_{01} \cos(\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \epsilon_1) \quad , \quad 1.29$$

y

$$\vec{E}_2(\vec{r}, t) = \vec{E}_{02} \cos(\vec{k}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \epsilon_2) \quad . \quad 1.30$$

Aplicando la ecuación 1.24 y 1.28 a las ecuaciones 1.29 y 1.30 se tiene que:

$$I = I_1 + I_2 + 2 \langle E_1 \cdot E_2 \rangle \quad 1.31$$

donde $I_1 = \langle \vec{E}_1(\vec{r}, t)^2 \rangle$, $I_2 = \langle \vec{E}_2(\vec{r}, t)^2 \rangle$ y $I_{12} = 2 \langle E_1 \cdot E_2 \rangle$.

El término I_{12} es llamado el "Término de Interferencia". Desarrollando el término $2 \langle E_1 \cdot E_2 \rangle$ [Hecht, 1977, p.295], donde el promedio es en un tiempo $T \gg \tau$, donde τ es el periodo de las funciones armónicas, la expresión 1.31 se convierte entonces en:

$$I = I_1 + I_2 + \vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} \cos \delta \quad , \quad 1.32$$

donde $\delta = (\vec{k}_1 \cdot \vec{r} - \vec{k}_2 \cdot \vec{r} + \epsilon_1 - \epsilon_2)$ es la diferencia de fase que proviene de combinar una diferencia de longitud de trayectoria y

una diferencia de fase inicial; en general la fase se define por:

$$\delta = nK\Delta l + n(\epsilon_2 - \epsilon_1) \quad , \quad 1.32$$

donde Δl es la diferencia de camino óptico de las ondas que parten de la fuente que las origina al punto de observación, ya que las ondas pueden viajar por caminos diferentes; n es el índice de refracción del medio, $\epsilon_2 - \epsilon_1$ es la diferencia de fase inicial y $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ es la frecuencia espacial angular.

Si en la ecuación 1.32 \vec{E}_{01} es perpendicular a \vec{E}_{02} , entonces

$$I = I_1 + I_2 \quad , \quad 1.33$$

significando que la amplitud de la onda resultante no se altera; si \vec{E}_{01} es paralela a \vec{E}_{02} entonces: $\vec{E}_{01} \cdot \vec{E}_{02} = E_{01} E_{02}$ y como:

$$I_1 = \langle \vec{E}_{01}^2 \rangle = \frac{E_{01}^2}{2} \quad , \quad 1.34$$

y

$$I_2 = \langle \vec{E}_{02}^2 \rangle = \frac{E_{02}^2}{2} \quad , \quad 1.35$$

la ecuación 1.32 finalmente queda como:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \cos \delta \quad . \quad 1.36$$

Hay que notar que por ser $\vec{E}_1(\vec{r}, t)$ paralela a $\vec{E}_2(\vec{r}, t)$ la intensidad resultante de las ondas que se cruzan se altera debido al término de interferencia, por lo que la interferencia es una interacción de dos o más ondas que producen una Irradiancia resultante que se desvía de la suma de las Irradiancias componentes, debido al término de interferencia [Heicht, 1977, p.293].

De la ecuación 1.37 se tiene que: Si $\cos \delta = 1$ entonces $\delta = 0, \pm 2\pi, \pm 4\pi, \dots$, la intensidad es máxima y con interferencia completamente

constructiva; en este caso la diferencia de fase entre las dos ondas es un múltiplo entero de 2π .

Cuando $0 < \cos \delta < 1$, las ondas están fuera de fase, entonces $I_1 + I_2 < I_{\max}$ y hay interferencia constructiva. Si $\delta = \frac{\pi}{2}$ entonces $I = I_1 + I_2$ las ondas están fuera de fase 90° . Si $0 > \cos \delta > -1$ hay interferencia destructiva entonces $I_1 + I_2 > I > I_{\min}$, y si $\cos \delta = -1$, $\delta = \pi \pm 3\pi \pm 5\pi, \dots$, la interferencia es completamente destructiva.

En el caso en que las fuentes S_1 y S_2 sean idénticas, se tiene que $I_1 = I_2 = I_0$ y la ecuación 1.37 queda como:

$$I = 2 I_0 (1 + \cos \delta) = 4 I_0 \cos^2 \frac{\delta}{2} \quad 1.38$$

En la ecuación anterior la intensidad varía de un valor $I_{\max} = 4 I_0$ a un valor $I_{\min} = 0$ según se muestra en la FIG.1.1 obtenida de la ecuación 1.38, siendo ésta la que da información sobre la distribución

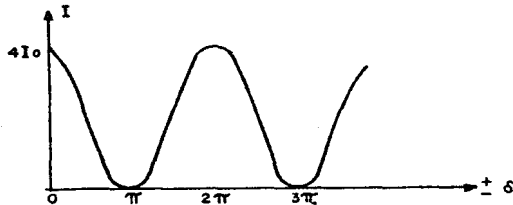


FIG.1.1 PATRÓN DE INTERFERENCIA PRODUCIDO POR DOS FUENTES PUNTALES.

de irradiancia en una cierta región. Para obtener un patrón de interferencia es necesario tener una fuente de luz coherente o cuasicóherente, o sea, que el rango de frecuencias que la fuente pueda abarcar sea muy estrecho, tal como un láser o un tubo de descarga. Esto nos garantiza, por lo tanto, campos prácticamente monocromáticos. Sin embargo la luz producida por una fuente real no es nunca estrictamente monocromática

sino como dice la teoría atomística, la amplitud de fase experimentan fluctuaciones irregulares demasiado rápidas para que el ojo o un detector ordinario las observe. Si los dos rayos se originan en la misma fuente, las fluctuaciones en los dos rayos están generalmente correlacionadas, entonces se dice que los rayos son completamente coherentes o parcialmente coherentes. Si las fluctuaciones en los rayos no están relacionadas entonces se dice que son mutuamente incoherentes; cuando rayos de este tipo son superpuestos el término de interferencia vale cero ya que los cambios de fase son aleatorios y el promedio del coseno de la fase vale cero, es decir $\delta = 0$, entonces la intensidad total es la suma de las intensidades individuales.

Para obtener un patrón de interferencia es necesario tener una fente de luz coherente o cuasicoherente, es decir, que su ancho de banda de frecuencia sea angosto, esto implica que la luz sea monocromática o cuasimonocromática.

Hay varios arreglos ópticos con los cuales es posible obtener patrones de interferencia que se clasifican dentro de dos grupos; aquellos en que la interferencia se produce por DIVISION DE AMPLITUD y por DIVISION DE FRENTE DE ONDA. En el primer caso la onda primaria que proviene de la fuente es dividida en amplitud al producirse dos haces por medio de espejos semiplatedados, dichos haces se hacen viajar por diferentes caminos ópticos y luego son unidos para producir interferencia, por ejemplo: El Interferómetro de Michelson, El Interferómetro de Fabry-Perot, etc. En el segundo caso el frente de onda primaria se divide en porciones convirtiéndose en ondas secundarias coherentes que se interfieren entre sí, por ejemplo: El Experimento de Young, El Espejo Doble de Fresnel, etc. [Born y Wolf, 1975, p. 256 - 264].

Lo importante en los experimentos de interferencia es determinar la distribución de la irradiancia en una cierta región, la cual depende de la diferencia de camino óptico seguido por las ondas que interfieren (ver ecs. 1.33 y 1.38). El interés del presente

trabajo es la interferencia que se produce en el experimento de Young.

1.2.3.- El Experimento de Young.

Los primeros trabajos para demostrar la interferencia de luz fueron realizados por Young. Luz que proviene de una fuente puntual monocromática inside sobre dos agujeros S_1 y S_2 muy juntos en una pantalla opaca Σ que equidistan de S (ver FIG. 1.2).

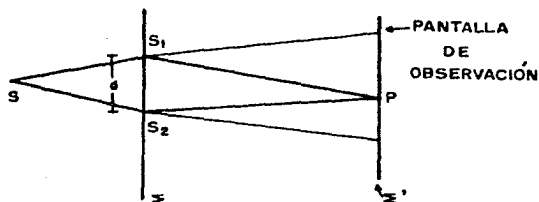


FIG.1.2 EXPERIMENTO DE YOUNG.

Los agujeros actúan como fuentes puntuales monocromáticas secundarias, fuentes que están en fase, por lo que la fase relativa total solo depende de la diferencia de caminos ópticos entre los rayos provenientes de las fuentes S_1 y S_2 y un punto arbitrario P sobre la pantalla de observación donde interfieren.

Para este método de interferencia, la ecuación 1.33 es:

$$\delta = K \Delta l \quad 1.39$$

donde $n = 1$ y $\epsilon_2 - \epsilon_1 = 0$ por lo que las fuentes son mutuamente coherentes.

La fuente S se considera puntual si se cumple la condición:

$$dD \ll L\lambda \quad 1.40$$

y no puntual si

$$dD \gg L\lambda \quad 1.41$$

dando lugar a que las fuentes S_1 y S_2 (ver FIG. 1.3) sean coherentes e incoherentes respectivamente.

La ecuación 1.40 es la condición de coherencia.

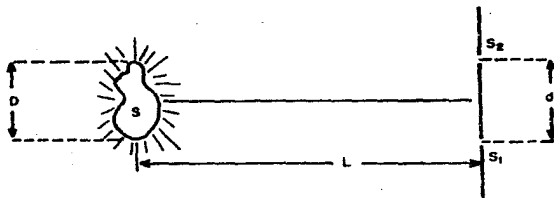


FIG.1.3 LA CONDICIÓN DE COHERENCIA ESPACIAL (O TRANSVERSAL) DE S_1 Y S_2 .

Considerese que el patrón de interferencia es observado sobre un plano XOY normal al bisector CO de S_1 S_2 y el eje X paralelo a S_1 S_2 , (ver FIG. 1.4). La distancia entre los agujeros es "d",

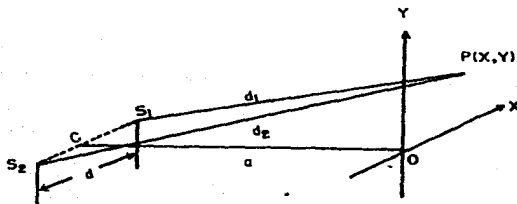


FIG.1.4 INTERFERENCIA CON DOS FUENTES PUNTALES.

la distancia entre la línea que une a los agujeros y el plano de observación es "a".

Para un punto P (x,y) en el plano de observación

$$d_1 = S_1P = \sqrt{a^2 + y^2 + \left(x - \frac{d}{2}\right)^2} \quad 1.42$$

$$d_2 = S_2P = \sqrt{a^2 + y^2 + \left(x + \frac{d}{2}\right)^2} \quad 1.43$$

tal que $d_2^2 - d_1^2 = 2xd \quad 1.44$

La diferencia de camino óptico de la luz que alcanza P de S_2 y S_1 se expresa en la forma:

$$\Delta l = d_2 - d_1 = \frac{2xd}{d_2 + d_1} \quad 1.45$$

En la práctica, debido a lo corto de la longitud de onda de la luz, el patrón puede ser observado si $d \ll a$, también si x y y son también pequeñas comparadas con "a", por lo que:

$$d_1 + d_2 = 2a \quad 1.46$$

entonces la ecuación 1.39 finalmente se escribe como:

$$\delta = \frac{2\pi xd}{\lambda a} \quad 1.47$$

entonces el ángulo S_1PS_2 es muy pequeño, por lo que se considera que las ondas que parten desde S_1 y S_2 se propagarán en la misma dirección hacia el punto P.

En la ecuación de la intensidad (ver ec. 1.38), los máximos de intensidad suceden cuando

$$x = \frac{m\lambda}{d}, \quad |m| = 0, 1, 2, 3, \dots \quad 1.48$$

y los mínimos de intensidad cuando

$$x = \frac{m\lambda}{d}, \quad |m| = \frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \dots \quad , \quad 1.49$$

donde la separación entre dos máximos o mínimos consecutivos está dada por:

$$\Delta x = x_{n+1} - x_n = \frac{(n+1)\lambda}{d} - \frac{n\lambda}{d} = \frac{\lambda}{d} \quad , \quad 1.50$$

que es constante para a y d fijos.

Sustituyendo la ec. 1.47 en la ec. 1.38 se tiene que:

$$I = 4I_0 \cos^2 \left(\frac{\pi x d}{\lambda a} \right) \quad , \quad 1.51$$

que se representa en la FIG. 1.5

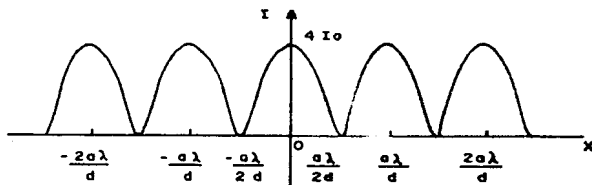


FIG. 15 DISTRIBUCIÓN DE IRRADIANCIA EN EL EXPERIMENTO DE YOUNG.

Las franjas de interferencia de Young [Born y Wolf, 1975, p. 261] consisten en un conjunto de franjas paralelas brillantes y oscuras con una separación constante entre ellas.

En cualquier punto de patrón de interferencia, el número m definido por

$$m = \frac{\delta}{2\pi} = \frac{\Delta l}{\lambda} \quad 1.52$$

define el llamado orden de interferencia en el punto, así las franjas brillantes corresponden a números enteros.

Respecto a la ecuación 1.50 si se fija una "a" que cumpla la condición $a \gg d$, se tiene que al aumentar la separación entre S_1 y S_2 el tamaño de las franjas disminuye y viceversa. La ecuación 1.50 es muy importante para el presente trabajo ya que con ella posteriormente se analizará el tamaño de los granos del Patrón de Moteado Óptico y la técnica de la doble exposición de dos Patrones de Moteado Óptico para obtener franjas de interferencia.

1.2.4.- Teoría de la Coherencia Parcial y la Visibilidad de Franjas.

Anteriormente se consideró que la irradiancia de dos ondas que interfieren está expresado por la ecuación 1.37, en ese caso se trató con solo la parte real del campo, en el caso en que los campos tengan la forma

$$\begin{aligned} \vec{E}_{(1)} &= \vec{E}_1 e^{i(\vec{K}_1 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_1)} \\ \vec{E}_{(2)} &= \vec{E}_2 e^{i(\vec{K}_2 \cdot \vec{r} - \omega t + \phi_2)} \end{aligned} \quad , \quad 1.53$$

la irradiancia se expresa como:

$$\begin{aligned} I &= \langle E \cdot E^* \rangle = \langle (E_1 + E_2) \cdot (E_1^* + E_2^*) \rangle \\ &= I_1 + I_2 + 2\text{Real} \langle \vec{E}_1 \cdot \vec{E}_2^* \rangle \end{aligned} \quad . \quad 1.54$$

Si los campos tienen la misma polarización, su naturaleza vectorial se ignora y la ecuación 1.54 se reescribe como:

$$I = I_1 + I_2 + 2\text{Real} \langle E_1 E_2^* \rangle \quad , \quad 1.55$$

donde $I_1 = \langle |E_1|^2 \rangle$ y $I_2 = \langle |E_2|^2 \rangle$.

En los experimentos más usuales de interferencia los campos E_1 y E_2 se originan de una misma fuente, ellos solo difieren en su trayectoria óptica (ver FIG. 1.6)

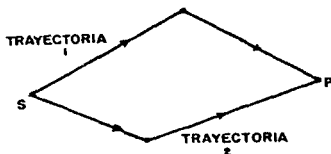


FIG.1.6 TRAYECTORIA SEGUIDA POR DOS RAYOS.

Si el campo E_1 recorre la trayectoria 1 en un tiempo t y el campo E_2 recorre la trayectoria 2 en un tiempo $t + \tau$, entonces el término de interferencia de la ecuación 1.55 se puede reescribir como:

$$\langle E_1(t) E_2^*(t + \tau) \rangle = \Gamma_{12}(\tau) \quad , \quad 1.56$$

donde $\Gamma_{12}(\tau)$ es la función de correlación o función de coherencia mutua. La función $\Gamma_{11}(\tau) = \langle E_1(t) E_1^*(t + \tau) \rangle$ es la función de autocorrelación, en la que $\Gamma_{11}(0) = I_1$ y $\Gamma_{22}(0) = I_2$.

Al normalizar la función de correlación 1.56:

$$\gamma_{12}(\tau) = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{\Gamma_{11}(0)\Gamma_{22}(0)}} = \frac{\Gamma_{12}(\tau)}{\sqrt{I_1 I_2}} \quad , \quad 1.57$$

donde $\gamma_{12}(\tau)$ es llamado el grado coherencia parcial [Grant R. Fowles, 1975, p.67].

La ecuación 1.55 puede ser expresada como:

$$I = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} \gamma_{12}(\tau) \quad , \quad 1.58$$

Si $|\gamma_{12}(\tau)| = 1$ (Existe coherencia completa),

$0 < |\gamma_{12}(\tau)| < 1$ (Existe coherencia parcial),

$|\gamma_{12}(\tau)| = 0$ (Existe incoherencia completa).

En un patrón de franjas de interferencia la intensidad varfa entre un valor máximo y mínimo, por lo que de la ecuación 1.58 se tiene que:

$$I_{\max} = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma_{12}|$$

y

1.59

$$I_{\min} = I_1 + I_2 - 2\sqrt{I_1 I_2} |\gamma_{12}|$$

Por otro lado, la visibilidad de franjas se define como

$$v = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}} \quad 1.60$$

combinando las ecuaciones 1.59 y 1.60 se tiene que:

$$v = 2 \frac{\sqrt{I_1 I_2}}{I_1 + I_2} |\gamma_{12}| \quad 1.61$$

En particular si $I_1 = I_2$ la ecuación 1.61 se reescribe como:

$$v = |\gamma_{12}| \quad 1.62$$

Lo que significa que la visibilidad de franjas es igual al módulo de la coherencia parcial.

Cuando $|\gamma_{12}| = 1$ tienen el máximo contraste y vale 1; cuando $|\gamma_{12}| = 0$ no hay contraste, es decir no hay franjas de interferencia.

I.2.5.- Coherencias Temporal y Espacial.

La teoría de la coherencia óptica rebasa el nivel de ésta tesis, por lo que solo se tratarán algunas ideas básicas.

El concepto de coherencia entre dos fuentes luminosas se define como la capacidad para interferir entre sí las ondas luminosas emitidas por dichas fuentes. Esta capacidad será tanto mayor cuanto más relacionadas estén entre sí las fases de las ondas luminosas [Malacara, 1969].

Un campo monocromático se expresa como:

$$E(t) = E_0(t)e^{-i\omega t} e^{i\phi(t)}, \quad 1.63$$

donde $\phi(t)$ es una función aleatoria con el tiempo.

La Luz Cuasimonocromática.²

El promedio del tren de onda existe aproximadamente para un tiempo Δt , llamado el tiempo de coherencia el cual es el inverso del ancho de frecuencia $\Delta\nu$, esto será tratado en la sección 1.3.1.

La coherencia se divide en coherencia temporal y espacial, la primera depende directamente del ancho de banda finito de la fuente y la segunda de la extensión finita de la fuente en el espacio. Si la luz fuera monocromática entonces el ancho de banda sería cero y el tiempo de coherencia sería infinito, esto quiere decir que la duración del pulso sería infinito y por lo tanto también sería infinitamente largo, pero esto es en realidad inalcanzable. Sin embargo para un tiempo mucho menor que Δt la onda real se comporta como una onda monocromática.

²Si la fuente es cuasimonocromática su ancho de banda es pequeño comparado con la frecuencia media ν .

En conclusión; cuando la duración del pulso es grande, o sea Δt es grande, la onda tiene un alto grado de coherencia temporal. Dicho de otra manera, una onda es coherente temporalmente cuando se le puede considerar infinitamente larga y perfectamente monocromática.

Si la onda está formada por varias ondas con diferentes longitudes de onda, se formarán grupos, a la longitud del grupo se le llama longitud de coherencia [Malacara, 1969] que será discutido en la sección 1.3.1.

La coherencia temporal será mayor mientras más largo sea el grupo de ondas formado, que emite un átomo en un instante de tiempo.

Considérense a dos puntos P_1 y P_2 separados una distancia r_{12} localizados a un radio que es trazado desde una fuente puntual monocromática.

Si la longitud de coherencia $c\Delta t \gg r_{12}$, entonces un solo tren cabe en la distancia r_{12} , esto quiere decir que la perturbación en el punto P_2 está relacionado con el punto P_1 . Si $c\Delta t < r_{12}$ donde r_{12} es una distancia longitudinal, cabrían en r_{12} muchos trenes de onda cada uno con fases no relacionadas, en este caso las perturbaciones en P_1 y P_2 serían independientes. El grado de correlación que existe se conoce como "Coherencia Longitudinal", que se tiene en el primer caso.

Una onda es coherente espacialmente cuando existe una diferencia constante de fase entre dos puntos cualesquiera del espacio en que se propaga la onda. De hecho, la coherencia espacial se utiliza para explicar los efectos que surgen debido a la extensión finita de la fuente.

En una fuente monocromática extendida con dos puntos radiadores sobre ella, cuya distancia lateral entre ellos es grande comparada

con λ , se puede considerar que las fuentes puntuales se comportarán de una manera independiente, es decir faltará correlación en fases de las dos perturbaciones emitidas. Como por ejemplo, en el experimento de Young visto en la sección 1.2.3 en realidad se supone una fuente puntual idealizada S , que ilumina las fuentes secundarias S_1 y S_2 , donde las ondas que de ellas surgen mantienen una fase relativa constante, lo que hace que estén correlacionadas y sean coherentes formando un patrón de franjas de interferencia, lo que permite medir la coherencia.

El experimento de Young también se puede usar para medir efectos de coherencia temporal cuando se usa una fuente con un ancho de banda finito.

Al haber dos puntos en un mismo tiempo sobre el mismo frente de onda, los campos en esos puntos son coherentes espacialmente.

Cuando se tiene una fuente puntual, los efectos de la coherencia parcial predominan, en el experimento de Young donde se supone una fuente puntual S monocromática, la coherencia temporal y espacial es completa.

Es importante saber que en el caso de campos de amplitudes iguales en un arreglo de interferencia de dos rayos, la visibilidad de las franjas cae a cero si τ excede el tiempo de coherencia Δt , esto significa que la diferencia de camino óptico entre dos rayos no debe exceder a el valor

$$c \Delta t = \Delta x \quad , \quad 1.64$$

condición requerida para obtener franjas de interferencias. La cantidad Δx es llamada la longitud de coherencia y es esencialmente la longitud de un tren ininterrumpido de ondas.

Si una onda se separa en dos perturbaciones idénticas de la forma

$$E(t) = E_0 e^{i\phi(t)} \quad , \quad 1.65$$

para después recombinarse generando franjas de interferencia y suponiendo que las ondas son planas estrictamente monocromáticas con fase $\phi(t) = \vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t$ y su longitud de coherencia es infinita, el grado de coherencia parcial que se obtiene con la fórmula 1.56 es: $|\gamma_{11}(t)| = 1$ [Hecht - Zajac, 1977, p.462] y, para el cálculo del grado de la coherencia parcial con luz cuasimonocromática [ver Grant, R. Fowles, 1975, p. 68].

1.2.6.- La Luz Laser.

El laser es un emisor de radiación coherente, que consiste de un medio activo ya sea gas, líquido o sólido, siendo estos excitados convenientemente en una cavidad resonante. La radiación coherente es obtenida por medio del proceso de amplificar la luz es decir, por emisión estimulada de radiación.

Cuando un átomo es excitado, su electrón exterior que se encuentra en un nivel estacionario de energía E_1 pasa a un nivel de energía superior E_2 ; como el electrón tiende a regresar a su estado fundamental, éste lo hace radiando el exceso de energía cumpliéndose así la relación de Bohr o sea:

$$E_2 - E_1 = h\nu_{21} \quad , \quad 1.66$$

donde $E_2 - E_1$ es la diferencia de energía entre ambos niveles, h es la constante de Planck y ν_{21} es la frecuencia de la luz emitida; a este fenómeno Einstein lo denominó emisión espontánea [Einstein, 1917].

Cuando un átomo emite un pulso de frecuencia ν_{12} e interacciona con otro átomo excitado de la misma especie donde su electrón periférico se encuentra en un nivel de energía E_2 , al interaccionar la radiación de frecuencia ν_{12} con el átomo excitado de energía E_2 se produce la emisión de radiación de dicho átomo excitado y como consecuencia se emitirán dos radiaciones o sea, en este caso se dupli-

cará la intensidad de la luz, o sea que la radiación es amplificada por emisión estimulada. La frecuencia de la radiación emitida es exactamente igual a la frecuencia de la radiación estimulante por lo que se cumple también la ecuación 1.66; a este proceso Einstein lo denominó Emisión de Radiación Estimulada o Inducida.

Cuando un electrón de un átomo pasa de un estado inicial a uno de mayor energía, le ha sido suministrada una cantidad de energía $h\nu$, quedando el átomo excitado debido a que el electrón ha absorbido un fotón; a esta transición electrónica se le llama Absorción. En conclusión existen tres tipos de transiciones electrónicas: por Absorción de Radiación, Emisión Espontánea y Emisión Inducida.

Cabe recalcar que la emisión inducida contribuye grandemente a la existencia del laser ya que como se mencionó anteriormente, electrones que se encuentran en un estado metaestable decaen a otro nivel de energía más bajo por medio de radiación electromagnética de determinada frecuencia, siendo emitida en forma coherente con la de los demás átomos; por lo que todos los electrones emitirán al mismo tiempo y estarán en fase con el fotón incidente. Esto implicará que la luz salga toda en fase y las ondas se sumen constructivamente formándose así una onda altamente amplificada.

Para que el proceso de amplificación sea grande el medio activo que puede ser: gas, líquido o sólido, necesita estar dentro de un resonador que no es más que un par de espejos planos paralelos separados a una distancia cuya función es hacer que se refleje muchas veces la radiación [A. E. Siegman, 1971]. Lo ideal es que se consiga tener una gran cantidad de átomos en un estado excitado metaestable al mismo tiempo lo cual sería, la condición óptima para que ocurriera la emisión inducida.

Al mecanismo de llevar muchos átomos al estado excitado metaestable se le conoce como Bombeo Óptico; por ejemplo: para excitar un gas, se puede hacer con descargas eléctricas. En un laser de rubí se logra

por destellos eléctricos y en un laser de He-Ne por colisiones atómicas [Fowles, 1975, p. 271].

Entre las características de la luz de laser se pueden mencionar su gran Irradiancia, Monocromaticidad, su Direccionalidad y su Coherencia.

El fotón emitido por emisión estimulada está en fase y tiene la polarización y se propaga en la misma dirección que la onda estimuladora es decir, el fotón está en el mismo modo de radiación que la onda incidente.

Si se lograra que un gran porcentaje de átomos se pudiera excitar de alguna manera a un estado superior, dejando los estados inferiores vacíos, bastaría con un fotón de frecuencia apropiada para producir una avalancha de fotones todos en fase, siempre que se mantuviera la inversión de población bombeando energía eléctrica, química, óptica, etc.

Por último, supóngase que se tiene un sistema con tres niveles disponibles: E_1 , E_2 y E_3 [el nivel E_2 corresponde a un estado metaestable (estado de larga vida)], la transición de E_2 a E_1 está prohibida, la transición de E_1 a E_3 y de E_3 a E_2 son permitidas.

El bombeo óptico con radiación de frecuencia ν_{13} permite que el nivel E_2 adquiera una gran población, porque los electrones de los átomos irán rápidamente desde el nivel E_1 a E_3 y E_2 y entonces serán retardados en E_2 , de esta manera habrá una inversión de población entre el nivel E_2 y E_1 , siendo las transiciones del nivel E_3 a E_2 y de E_3 a E_1 emisiones espontáneas.

Para que se obtenga el proceso anterior es necesaria una condición de resonancia que haga bajar al electrón del nivel E_2 al nivel E_1 , esto se logra por emisión estimulada al emitir el electrón un fotón de frecuencia ν_{12} coherente con la radiación incidente.

Un fotón que viaja a lo largo de la cavidad resonante se refleja de un lado a otro muchas veces estimulando a más electrones para la emisión de fotones con la misma energía al fotón que los estimula.

1.3.- Difracción de Ondas Electromagnéticas.

1.3.1.- La Teoría de la Transformada de Fourier.

El Teorema de Fourier establece que una función $f(x)$ que tiene un periodo λ se puede obtener por la suma de funciones armónicas, cuyas longitudes de onda son submúltiplos enteros de λ , es decir ($\lambda, \lambda/2, \lambda/3, \dots$, etc), esta representación tiene la forma:

$$f(x) = \frac{A_0}{2} + \sum_{m=1}^{\infty} A_m \cos mKx + \sum_{m=1}^{\infty} B_m \sin mKx \quad m=0,1, 2, \dots, \quad 1.67$$

$$\text{donde } A_m = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda} f(x) \cos mKx dx \quad \text{y} \quad B_m = \frac{2}{\lambda} \int_0^{\lambda} f(x) \sin mKx dx$$

donde λ es la longitud de onda de $f(x)$. Si la onda es viajera entonces $f(x)$ se escribe ahora como $f(x \pm vt)$, en el caso estacionario $t = 0$.

Cuando $\lambda \rightarrow \infty$ [Hecht, 1977, p. 223], la ecuación 1.67 se reescribe como:

$$f(x) = \frac{1}{\pi} \left[\int_0^{\infty} A(K) \cos Kx dK + \int_0^{\infty} B(K) \sin Kx dK \right], \quad 1.68$$

donde

$$A(K) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \cos Kx dx \quad 1.69$$

y

$$B(K) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \sin Kx dx, \quad 1.70$$

donde $A(K)$ y $B(K)$ son las amplitudes de las contribuciones seno y coseno en el rango de la frecuencia espacial angular entre K y $K+dK$.

La frecuencia espacial se define como $\kappa = \frac{1}{\lambda}$ y $K = 2\pi\kappa$.

$A(K)$ y $B(K)$ son las transformadas de Fourier seno y coseno.

Véase ahora un ejemplo de interés, donde un pulso armónico se representa como:

$$E(t) = \begin{cases} E_0 \cos \omega_0 t & \text{cuando } \tau_0 < t < \tau_0 \\ 0 & \text{cuando } |t| > \tau_0 \end{cases}, \quad 1.71$$

aplicando la transformada de Fourier [fórmula 1.68], en función del tiempo al perfil temporal en $x = 0$, donde ω_0 es la frecuencia del pulso

$$A(\omega) = E_0 \tau_0 \operatorname{senc} (\omega_p - \omega) \tau_0, \quad 1.72$$

donde se ha supuesto que hay muchas ondas en el tren, es decir $\lambda_p \ll \tau_0$

se obtiene que el máximo del $\operatorname{senc}(\omega_p - \omega) \tau_0$ es cuando $\omega_p = \omega$ y las frecuencias angulares son continuas, así se puede considerar la onda como compuesta de un conjunto infinito de ondas armónicas, éstas son conocidas como paquetes de onda, habiendo dos mínimos en $\omega = \omega_p \pm \frac{\pi}{\tau_0}$,

lo que significa que la mayoría de energía se transporta en ese intervalo de frecuencias, que se define como el ancho de banda dado por $\Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau_0}$ mientras que la extensión temporal del pulso es $\Delta t = 2\tau_0$.

Obsérvese que cuando $\tau_0 \rightarrow \infty$, $\Delta\omega \rightarrow 0$ el ancho de banda se vuelve tan angosto que solo tiende a una línea y esta línea tiene la frecuencia ω_0 , esto corresponde al caso límite de la onda monocromática idealizada.

De igual manera cuando se aumenta la longitud de onda del pulso disminuye el ancho de banda de frecuencia.

Ahora como $\Delta\omega = \frac{2\pi}{\tau_0}$ y $\Delta t = 2\tau_0$ entonces $\Delta\omega\Delta t = 4\pi$; como $\Delta\omega = 2\pi\Delta\nu$ entonces:

$$\Delta\nu \approx \frac{1}{\Delta t}, \quad 1.73$$

esto quiere decir que el ancho de banda de frecuencia es del mismo orden que la extensión temporal del pulso, lo que significa que entre más pequeño es el ancho de banda del paquete de onda, se extenderá el pulso en el espacio y en el tiempo.

En general las transiciones electrónicas que producen la luz tienen una duración de 10^{-8} seg, esto ocasiona que los trenes de onda sean finitos y tengan un ancho de banda. Debido a que hay colisiones entre átomos se interrumpe la emisión de los trenes de onda por lo que la distribución se ensancha.

La ecuación 1.63 se puede reescribir como:

$$f(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(K)e^{-iKx} dK \quad , \quad 1.74$$

donde

$$F(K) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)e^{iKx} dx$$

esto es $F(K)$ es la transformada de Fourier de $f(x)$.

Si $f(x)$ no es función del espacio sino función del tiempo, la transformada se escribe como:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(w)e^{-iwt} dw \quad , \quad 1.75$$

siendo

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{iwt} dt$$

y donde w es la frecuencia temporal angular.

En el proceso de la difracción de la luz por aberturas, se utilizan las transformadas de Fourier bidimensionales, las cuales en el espacio tridimensional se escriben como:

$$f(x,y) = \frac{1}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{\infty} F(K_x, K_y)e^{-i(K_x x + K_y y)} dK_x dK_y \quad , \quad 1.76$$

con

$$F(K_x, K_y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(x, y) e^{j(K_x x + K_y y)} dx dy$$

donde K_x y K_y son las frecuencias angulares espaciales a lo largo de los dos ejes, $K_x = 2\pi f_x$ y $K_y = 2\pi f_y$.

I.3.2.- El Teorema de la Convolución.

Sean $f(x, y)$ y $h(x, y)$ dos funciones con transformadas de Fourier

$$\mathcal{F}\{f(x, y)\} = F(K_x, K_y) \text{ y } \mathcal{F}\{h(x, y)\} = H(K_x, K_y), \text{ respectivamente.}$$

El teorema de convolución establece que si $g = f \otimes h$, entonces

$$\mathcal{F}\{g\} = \mathcal{F}\{f \otimes h\} = \mathcal{F}\{f\} \cdot \mathcal{F}\{h\}$$

o

$$G(K_x, K_y) = F(K_x, K_y) H(K_x, K_y)$$

donde

$$g(x, y) = \iint_{-\infty}^{\infty} f(\xi, \eta) h(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta \quad , \quad 1.77$$

siendo la ecuación 1.77 llamada "La integral de convolución".

I.3.3.- La Función Delta de Dirac.

La función delta de Dirac o función impulso, sirve para representar fuentes puntuales, cargas puntuales, etc. y se define en dos dimensiones como:

$$\delta(x, y) = \delta(x)\delta(y) = 0 \quad \text{cuando } x \neq 0, y \neq 0.$$

Una de sus propiedades es la siguiente:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} f(x, y) \delta(x-x_0) \delta(y-y_0) dx dy = f(x_0, y_0) \quad . \quad 1.78$$

La transformada de Fourier de una delta es:

$$\mathcal{F}\{\delta(x-x_0)\} = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x-x_0) e^{iKx} dx$$

Lo cual de la ecuación 1.78 se deduce que

$$\mathcal{F}\{\delta(x-x_0)\} = e^{iKx_0} \quad . \quad 1.79$$

Considérese el siguiente ejemplo:

$$f(x) = \sum_{i=1}^n \delta(x-x_i)$$

que representa los dientes de un peine; de la ecuación 1.79 la transformada es

$$\mathcal{F}\left\{\sum_{i=1}^n \delta(x-x_i)\right\} = \sum_{i=1}^n e^{iKx_i}$$

En particular si se tienen dos funciones deltas de Dirac que representan dos fuentes puntuales, como en el experimento de Young en $x = -\frac{d}{2}$ y $x = \frac{d}{2}$ entonces:

$$\mathcal{F}\left\{\delta\left(x+\frac{d}{2}\right) + \delta\left(x-\frac{d}{2}\right)\right\} = e^{-iK\frac{d}{2}} + e^{iK\frac{d}{2}} = 2 \cos \frac{Kd}{2} \quad . \quad 1.80$$

1.3.4.- Difracción.

Anteriormente el análisis de interferencia fue realizado suponiendo que las fuentes eran puntuales, en la práctica esto se logra iluminando aberturas muy pequeñas. Cuando la fuente ya no es puntual y tiene una cierta extensión como una abertura angosta, la luz se dispersa formándose franjas brillantes y oscuras cuya forma depende de la geometría de la abertura.

Al iluminar una abertura angosta se produce el fenómeno de interferencia, a este fenómeno de la luz se le llama DIFRACCION.

El que la luz se desvía de su propagación rectilínea es una característica general de los fenómenos ondulatorios que ocurre donde quiera que una porción de una fuente de onda es obstruida de alguna manera. Si en el transcurso del encuentro con un obstáculo transparente u opaco se altera una región del frente de onda en amplitud o fase, ocurre la difracción; un ejemplo de éste fenómeno es el experimento de Young donde la dispersión de la luz que atraviesa pequeños orificios forma franjas de interferencia, estas desviaciones es lo que constituye la difracción de la luz.

En el análisis de propagación de la luz, Huygens enunció su "Principio de Propagación Ondulatorio de la Luz" [Hecht, 1977, p.350] el cual establece que: "La propagación de una onda de luz es predicha, asumiendo que cada punto del frente de onda de ella actúa como una fuente de una onda secundaria que se dispersa en todas direcciones. La envolvente de todas las ondas secundarias es el nuevo frente de onda". El principio anterior fue modificado por Fresnel para explicar el fenómeno de difracción, introduciendo el concepto de interferencia.

El fenómeno de Huygens-Fresnel enuncia que: "Cada punto sin obstrucción de un frente de onda, en un instante de tiempo dado, sirve como una fuente de ondas secundarias esféricas" (de la misma frecuencia de la onda primaria).

La amplitud del campo óptico en cualquier punto posterior es la superposición de todas estas ondas (considerando sus amplitudes y fases relativas). El fenómeno de difracción se explica cualitativamente por el principio de Huygens-Fresnel, cuantitativamente este principio se trata matemáticamente partiendo de la fórmula de Kirchoff-Fresnel [Goodman, 1968].

De acuerdo al principio de Huygens-Fresnel se deducirá en la forma más sencilla posible como se comporta un frente de onda al pasar por una abertura [Parrent, 1971].

Considérese una onda escalar monocromática de la forma:

$$V(\vec{r}, t) = E(\vec{r})e^{-i\omega t}$$

sustituyéndola en la ecuación de onda se tiene que:

$$\nabla^2 V(\vec{r}, t) - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 V(\vec{r}, t)}{\partial t^2} = 0$$

la parte independiente del tiempo satisface la ecuación de Helmholtz que es:

$$\nabla^2 E(\vec{r}) + K^2 E(\vec{r}) = 0 \quad , \quad 1.81$$

donde $K = \frac{\omega}{c}$ y es el número de onda.

La solución rigurosa de la ecuación 1.81, se puede obtener mediante el teorema de Green [Goodman, 1968, p.35]. Para los fines del presente trabajo se hará mediante la aplicación del principio de Huygens.

Sea una fuente puntual en un punto Q sobre un frente de onda, que cruza una abertura B localizada en el plano $X_1 Y_1$ como se muestra en la FIG. 1.7 y considerando lo que ocurre en un punto A distante

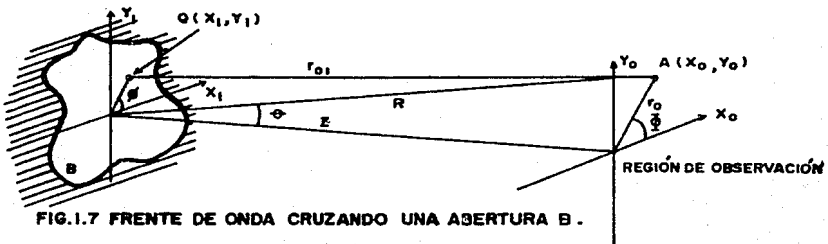


FIG.1.7 FRENTE DE ONDA CRUZANDO UNA ABERTURA B .

situado en el plano $X_0 Y_0$ paralelo al plano $X_1 Y_1$. Las ondas emitidas por la fuente puntual en Q son esféricas es decir, tienen la forma

$$E(\vec{r}) = e^{iKr_{01}/r_{01}}$$

donde r es la distancia del punto Q al punto A. De acuerdo al principio de Huygens-Fresnel la abertura tiene muchas fuentes puntuales que emiten ondas en forma independiente, éstas ondas tienen una amplitud dada por la amplitud del campo eléctrico $U(\vec{\xi})$ que incide sobre la abertura, donde $\vec{\xi}$ es el vector de posición sobre la misma; entonces las ondas que provienen de las fuentes puntuales sobre el frente de onda de la onda incidente sobre la abertura B son de la forma $e^{iKr_{01}/r_{01}}$ y tienen una amplitud igual a la de la onda incidente.

El campo óptico en un punto de observación (x_0, y_0) , será la suma de las contribuciones provenientes de todas las fuentes puntuales que están en la porción del frente de onda que cruza la abertura. Esto es válido debido al principio de superposición el cual cumple con la ecuación de Helmholtz que es lineal. Entonces la expresión matemática del principio de Huygens-Fresnel o sea, la amplitud del campo en el punto (x_0, y_0) se escribe como:

$$E(x_0, y_0) = \iint h(x_0, y_0; x_1, y_1) U(\vec{\xi}) dx_1 dx_2 \quad , \quad 1.82$$

donde

$$h(x_0, y_0; x_1, y_1) = \frac{1}{j\lambda} \frac{e^{jKr_{01}}}{r_{01}} \cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}),$$

siendo $h(x_0, y_0; x_1, y_1)$ una función de peso [Goodman, 1968, p.59].

El término $\cos(\vec{n}, \vec{r}_{01})$ da la dirección preferente de propagación de las ondas difractadas o emisores [Born M. 1980] es llamado el

"Factor de Oblicuidad" (ver FIG. 1.8). Si la distancia z es mucho más grande que las dimensiones lineales máximas de la

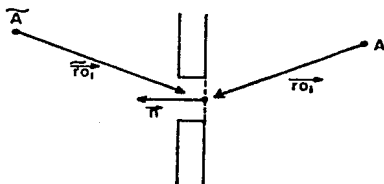


FIG. 1.8 FORMULACIÓN DE DIFRACCIÓN DE RAYLEIGH-SOMMERFELD POR UNA ABERTURA PLANA.

abertura B y que la región de observación es de tamaño finito, entonces

$$\cos(\vec{n}, \vec{r}_{01}) = 1, \quad 1.83$$

que es llamada "Aproximación Paraxial"

También con las dos anteriores consideraciones r_{01} en el denominador no difiere significativamente de z , permitiendo que $h(x_0, y_0; x_1, y_1)$ se reescribe como:

$$h^*(x_0, y_0; x_1, y_1) \cong \frac{1}{j\lambda z} \cdot e^{jKr_{01}}$$

donde r_{01} en el exponente no se puede substituir simplemente por z , ya que los errores que resulten serán multiplicados por un número muy grande K obteniéndose errores mayores a 2π radianes. Es decir, la fase si es afectada ya que $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ y $\lambda \ll r_{01}$

La distancia r_{01} está dada por:

$$r_{01} = z \sqrt{1 + \left(\frac{x_0 - x_1}{z}\right)^2 + \left(\frac{y_0 - y_1}{z}\right)^2} \quad 1.84$$

Aproximándola con los primeros dos términos de una expansión binomial [Goodman, 1968, p.59] la ecuación 1.84 se reescribe como:

$$r_{01} = z \left[1 + \frac{1}{2} \left(\frac{x_0 - x_1}{z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{y_0 - y_1}{z} \right)^2 \right]$$

que es llamada la "Aproximación de Fresnel", y la función de peso queda escrita como:

$$h''(x_0, y_0; x_1, y_1) = \frac{e^{jKz}}{j\lambda z} e^{j\frac{K}{2z} [(x_0 - x_1)^2 + (y_0 - y_1)^2]}$$

El significado físico de esto, es que las ondas esféricas han sido reemplazadas por superficies cuadráticas.

Cuando la ecuación 1.82 se reescribe como:

$$E(x_0, y_0) = \frac{e^{jKz}}{j\lambda z} \iint_B U(x_1, y_1) h''(x_0, y_0; x_1, y_1) dx_1 dy_1 \quad , \quad 1.85$$

entonces $E(x_0, y_0)$ es identificado como una convolución de $U(x_1, y_1)$ con h'' .

Si los términos cuadráticos en la ecuación 1.85 son desarrollados y los términos que no dependen de x_1 y y_1 son dejados fuera de la integral, la ecuación 1.85 se reescribe como:

$$E(x_0, y_0) = \frac{e^{jKz}}{j\lambda z} e^{j\frac{K}{2z} (x_0^2 + y_0^2)} \iint_B \{ U(x_1, y_1) \cdot e^{j\frac{K}{2z} (x_1^2 + y_1^2)} \} e^{-j\frac{2\pi}{\lambda z} (x_0 x_1 + y_0 y_1)} dx_1 dy_1 \quad 1.86$$

Por lo tanto, $E(x_0, y_0)$ puede ser calculado aplicando la transformada

de Fourier a $U(x_1, y_1) e^{j\frac{K}{2z} (x_1^2 + y_1^2)}$, donde la transformada es evaluada a frecuencias $(f_x = \frac{x_0}{\lambda z}, f_y = \frac{y_0}{\lambda z})$.

Al considerar que la distancia de la fuente puntual al plano de observación es infinita entonces:

$$z \gg \frac{K(x_1^2 + y_1^2) \max}{2} \quad , \quad 1.87$$

entonces el factor de fase cuadrático sobre toda la abertura tiende a uno y la distribución del campo observado puede ser obtenida por la transformada de Fourier de la distribución de la abertura.

Así, en la región de difracción de Fraunhofer la ecuación 1.86 se escribe como:

$$E(x_0, y_0) = \frac{K'}{j\lambda z} e^{[j\frac{K}{2z}(x_0^2 + y_0^2)]} \int_B f(u, x_1, y_1) e^{[-j\frac{2\pi}{\lambda z}(x_0 x_1 + y_0 y_1)]} dx_1 dy_1 \quad , \quad 1.88$$

donde $K' = \text{cte}$ y $K' = e^{jKz}$. [Una explicación más detallada de la deducción del término $\frac{2\pi}{\lambda z}(x_0 x_1 + y_0 y_1)$ se encuentra en Rossi, 1957, p.202-208].

Experimentalmente para observar el patrón de difracción a distancias más pequeñas que las que implica la ecuación 1.87, se requiere el uso de lentes.

Ahora si el término $\frac{x_1^2 + y_1^2}{2z}$ contribuye a la ecuación 1.86, físicamente se interpreta como que la distancia entre la fuente que produce el campo y el plano de observación es finita; además dicha ecuación se vuelve muy complicada y no puede resolverse en forma exacta.

En el caso de que el término cuadrático no se considere, se interpreta como la distancia de la fuente que ilumina a la abertura y la distancia de la abertura al plano de observación son infinitas y esto implica que las ondas de la fuente que iluminan a la abertura y las que llegan al plano de observación sean planas, por lo cual se utilizan lentes; una colocada entre la fuente y la abertura y la otra entre la abertura y el plano de observación, con esto el patrón de difrac-

ción de Fraunhofer es observado en el foco de la lente que forma la imagen de la abertura, es decir el plano de observación se coloca en el plano focal de la lente.

Una última observación acerca de la fórmula 1.88 es que el término

$\frac{2\pi}{\lambda z}(x_0x_1+y_0y_1)$ expresa la diferencia de fase de las radiaciones que llegan al punto (x_f, y_f) del plano de observación y que son emitidas por fuentes puntuales, una localizada en un punto (x_0, y_0) y la otra situada en el origen de coordenadas del plano que contiene a la abertura.

1.3.5.- Patrón de Difracción de Fraunhofer de una Abertura Circular.

Para una abertura circular se usarán coordenadas polares tanto en el plano de la abertura como en el plano de observación [ver FIG. 1.7], entonces

$$\begin{aligned} x_1 &= r_1 \cos \phi & y_1 &= r_1 \sin \phi \\ x_0 &= r_0 \cos \phi & y_0 &= r_0 \sin \phi \end{aligned}$$

donde $dx_1 dx_2 = r_1 dr_1 d\phi$.

Considérese que la onda que incide normalmente sobre la abertura es plana, cuya amplitud vale 1, entonces el campo $E(r_0)$ en el plano $X_0 Y_0$ de acuerdo con la ecuación 1.88 se expresa como:

$$E(r_0) = \frac{e^{jkz} e^{[jk/2zr_0^2]}}{j\lambda z} \int_{r_1=0}^1 \int_{\phi=0}^{2\pi} e^{-j \frac{kr_1}{z} (\cos(\dots))} r_1 dr_1 d\phi \quad . \quad 1.89$$

donde l es el diámetro de la abertura circular y

$$J_0(a) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} e^{-ja \cos(\psi-\phi)} d\psi$$

es una función de Bessel de primera clase de orden cero [Goodman, 1968, p. 12]; usando algunas de las propiedades de las funciones de Bessel [Arken, 1970] el resultado final de la ecuación 1.89 es:

$$E(r_0) = e^{jKz} e^{-\frac{jKr_0^2}{2z}} \left(\frac{Kl^2}{j8z} \left[2 \frac{J_1(Klr_0/2z)}{Klr_0/2z} \right] \right) \quad 1.90$$

donde J_1 es la función de Bessel de orden 1.

La irradiancia en un punto A está dada por la ecuación 1.24, aplicándola a la ecuación 1.90 se tiene que:

$$I(r_0) = I_0 \left[2 \frac{J_1(Klr_0/2z)}{Klr_0/2z} \right]^2 \quad 1.91$$

donde $I_0 = (Kl^2/8z)^2$. Para encontrar la irradiancia en el centro del patrón $r_0 = 0$ y $J_1(0)/0 = 1/2$ por lo que $I(0) = I_0 = (2\pi^2/8z\lambda)$, es decir $I(0)$ depende del área de la abertura, entre mayor sea la abertura más brillante será el centro del patrón.

La FIG. 1.9 muestra la distribución de irradiancia, para ver el patrón resultante real [Hecht, 1977, p. 376] ó [Born y Wolf, 1980, p. 397].

Debido a la simetría axial, el disco central conocido como disco de Airy corresponde a una irradiancia muy grande, este disco central está rodeado por un anillo oscuro que corresponde al primer cero de la función $J_1(u)$. $J_1(u) = 0$, donde $u = 3.83$, es decir $Klr_0/2z = 3.83$ [Arfken, 1970], de donde:

$$r_0 = 1.22\lambda z/l \quad 1.92$$

siendo l el diámetro de la abertura.

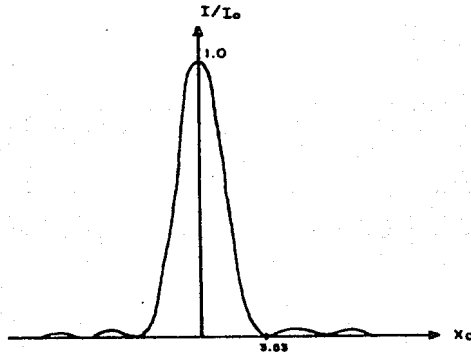


FIG. 1.9 PATRON DE DIFRACCIÓN DE AIRY.

De la FIG. 1.7 se tiene que $\text{sen } \theta = r_0/R$, donde $R \approx Z$ en la aproximación de Fraunhofer, entonces la ecuación 1.92 se reescribe como:

$$\text{sen } \theta = 1.22\lambda/l \quad , \quad 1.93$$

lo que significa que entre más grande es l , el radio angular del primer anillo oscuro disminuye.

Hay que notar que la separación entre máximos o mínimos en el patrón de Airy no son constantes, sino que varían de acuerdo a los mínimos o máximos de las funciones de Bessel [Arfken, 1970].

Por último los máximos secundarios se obtienen cuando $x_0 = Kl r_0/2z$ satisface la ecuación:

$$\frac{d}{dx} \left[\frac{J_1(x_0)}{x_0} \right] = 0$$

I.3.6.- Teorema del Arreglo.

Cuando se trató el experimento de Young (interferencia por división del frente de onda), se supuso que las fuentes eran puntuales y no se consideraban efectos de difracción.

En los experimentos reales se tienen efectos de difracción debido a la extensión de las fuentes secundarias. En el caso en el que se tengan dos aberturas y sean iluminadas por una fuente puntual monocromática coherente, se presentarán los efectos de interferencia y difracción.

Por medio del teorema del arreglo [Hecht, 1977, p.444] son explicados estos dos efectos y la interpretación física es la siguiente:

La distribución del campo difractado en el patrón de difracción de Fraunhofer de un arreglo de aberturas idénticas igualmente orientadas, es igual a la transformada de Fourier de una función de abertura individual multiplicada por el patrón que resultaría de un conjunto de fuentes puntuales dispuestas en la misma configuración.

El teorema del arreglo se obtiene de la siguiente forma: considérese que es iluminada por una onda plana monocromática coherente una pantalla opaca que contiene N agujeros idénticos distribuidos en forma arbitraria pero con la misma orientación (ver FIG. 1.10) donde una

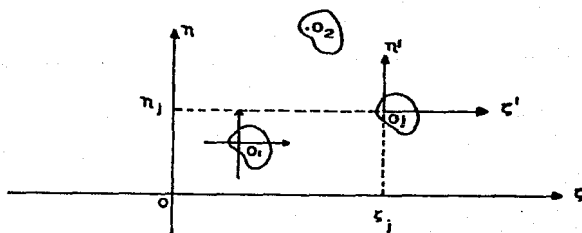


FIG.1.10 UNA CONFIGURACION DE ABERTURAS MULTIPLES.

de ellas está centrada en el origen O_j . En cada abertura, en la misma posición relativa, localicemos un punto O_1, O_2, \dots, O_N en $(\zeta_1, \eta_1), (\zeta_2, \eta_2), \dots, (\zeta_N, \eta_N)$, respectivamente. Cada uno de éstos, a su vez, fija el origen de un sistema de coordenadas (ζ', η') . Un punto (ζ', η') en la referencia local de la j -ésima abertura tiene coordenadas $(\zeta_j + \zeta', \eta_j + \eta')$ en el sistema (ζ, η) .

Considérese que en el plano de observación se forma un patrón de difracción de Fraunhofer, entonces el campo resultante $E(x_0, y_0)$ en el plano de observación es una superposición de los campos individuales en P saliendo de cada abertura por separado.

De acuerdo a la ecuación 1.88 se tiene que:

$$E(x_0, y_0) = \sum_{j=1}^N \iint_B U(\zeta', \eta') e^{-j\frac{K}{Z} (x_0(\zeta_j + \zeta') + y_0(\eta_j + \eta'))} d\zeta' d\eta' \quad , \quad 1.94$$

donde los factores fuera de la integral no han sido tomados en cuenta. La función $U(\zeta', \eta')$ es la función de abertura individual aplicada a cada abertura.

La ecuación 1.94 se reescribe como:

$$E(f_{x_0}, f_{y_0}) = \iint_B U(\zeta', \eta') e^{-j2\pi [f_{x_0} \zeta' + f_{y_0} \eta']} d\zeta' d\eta' .$$

$$\sum_{j=1}^N e^{if_{x_0} \zeta_j} e^{if_{y_0} \eta_j} \quad , \quad 1.95$$

donde $f_{x_0} = x_0/\lambda z$ y $f_{y_0} = y_0/\lambda z$, o sea que para cada punto en el plano de la imagen existe una frecuencia espacial correspondiente.

En la ecuación 1.95 la integral es la transformada de las funciones de abertura, mientras que la sumatoria es la transformada de Fourier

de un arreglo de funciones delta, con $f(x) = \sum_{j=1}^N \delta(x-x_j)$ y

$\mathcal{F}\{f(x)\} = \sum_{j=1}^N e^{ikx_j}$, [Arfken, 1970], por lo que:

$$\mathcal{F}\{A_{\xi}\} = \mathcal{F}\left\{\sum_{j=1}^N \delta(\zeta-\zeta_j)\delta(\eta-\eta_j)\right\} = \sum_{j=1}^N e^{if_{x_0}\zeta_j} e^{if_{y_0}\eta_j} \quad , \quad 1.96$$

como $E(f_{x_0}, f_{y_0})$ proviene de la transformada de una función de abertura total $U(\zeta, \eta)$, para el arreglo completo y de acuerdo con la ecuación 1.95 y 1.96 se tiene que:

$$\mathcal{F}\{U(\zeta, \eta)\} = \mathcal{F}\{U(\zeta', \eta')\} \cdot \mathcal{F}\{A_{\xi}\} \quad 1.97$$

siendo ésta la ecuación del teorema del arreglo con la que se facilita el análisis del patrón de difracción de Fraunhofer.

El teorema del arreglo lo enuncia Parrent de la siguiente manera: "El patrón de difracción de Fraunhofer de un arreglo de aberturas idénticas igualmente orientadas está dado por el patrón producido por una sola de las aberturas, modulado por el patrón de interferencia que resultaría de un conjunto de fuentes puntuales dispuestas en la misma configuración".

Por el teorema de convolución [Hecht, 1977, p. 433] la ecuación 1.97 se puede reescribir como:

$$U(\zeta, \eta) = U(\zeta', \eta') \otimes A_{\delta} \quad , \quad 1.98$$

es decir, la función de abertura total se forma por la convolución de la función de abertura individual con una disposición apropiada de funciones delta cada una situada sobre los orígenes de coordenadas (ζ_1, η_1) , (ζ_2, η_2) etc. Este resultado permitirá explicar la formación de un patrón de moteado óptico producido por parejas de aberturas circulares idénticas distribuidas al azar.

1.3.7.- Difracción de Fraunhofer por dos Aberturas Circulares.

Según la teoría, si se tiene una abertura circular difractora, ésta da origen a un patrón de difracción de Airy y si sobre una pantalla se colocan más aberturas circulares idénticas distribuidas al azar, el patrón de difracción de Airy debe conservarse.

En el caso de dos aberturas circulares sobre el eje ζ (ver FIG. 1.11) separadas una distancia ζ_0 , una centrada en $\zeta = -\zeta_0/2$ y la otra centrada en $\zeta = \zeta_0/2$, el campo resultante, aplicando la ecuación 1.94 y 1.97 es:

$$\mathcal{F}\{E(x_0, y_0)\} = E(r_0) \mathcal{F}\left\{\sum_{i=1}^2 \delta(\zeta - \zeta_i)\right\} = E(r_0) \mathcal{F}\{\delta(\zeta + \zeta_0/2) + \delta(\zeta - \zeta_0/2)\}, \quad 1.99$$

por medio de la ecuación 1.80 la ecuación 1.95 se reescribe como:

$$E(x_0, y_0) = 2E(r_0) \cos \frac{k\zeta_0}{2}$$

Por lo que el patrón de difracción según la ecuación 1.24 es:

$$I(x_0, y_0) = I(r_0) \cos^2 \frac{k\zeta_0}{2} \quad , \quad 1.100$$

donde $I(r_0)$ es el patrón de difracción de Airy dado por la ecuación 1.91 (ver FIG. 1.9).

La ecuación 1.100 demuestra que el patrón de difracción formado por dos aberturas circulares separadas una distancia ζ_0 , está formado por el patrón de difracción de una abertura circular pero éste es modulado por franjas de interferencia. Para observar el patrón de difracción real [Hecht, 1977, p. 452].

Hay que notar que las franjas son perpendiculares a la línea que une los centros de las aberturas circulares y por la gráfica de $\cos^2 \delta/2$ que se muestra en la FIG. 1.1. Se puede considerar que la función $I(r_0)$ constituye una envolvente de las franjas de interferencia dado por $\cos^2 \zeta_0 K/2$, donde la separación angular entre dos franjas está dada por:

$$v = \frac{\lambda}{\zeta_0}$$

Si una pantalla contiene más de dos aberturas difractoras circulares iguales distribuidas al azar y son iluminadas con luz laser como se muestra en la FIG. 1.11, el patrón de Airy se conserva, pero sucede que a medida que se aumenta el número de aberturas, el patrón de difracción se empieza a granular cada vez más apareciendo lo que se llama un "Patrón de Moteado Optico" (P.M.O.). A medida que el número de aberturas aumenta, es decir, aumenta el área en la cual se distribuyen, los granos del moteado se vuelven más finos, esto se debe a que en cualquier región del patrón las variaciones en la fase aumentan puesto que hay más aberturas que contribuyen al campo, para aclarar lo anterior por ejemplo: si se tiene una zona brillante en la que llegaron algunas ondas que interfieren constructivamente entre sí y al haber nuevas variaciones en la fase, es posible que algunas de estas ondas interfieran constructivamente pero otras destructivamente con las que ya existían dentro de la zona, esto da origen a la granulación, donde originalmente solo existía interferencia constructiva.

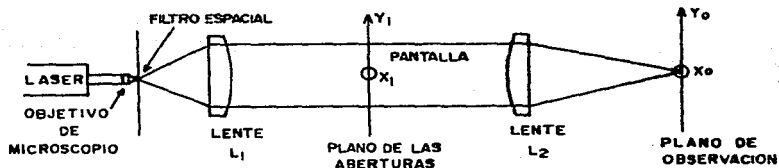


FIG.1.11 MONTAJE EXPERIMENTAL PARA OBSERVAR EL PATRON DE DIFRACCION DE FRAUNHOFER DE ABERTURAS CIRCULARES EN UNA PANTALLA .

Las ideas principales de este experimento se encuentran en el texto de Francon, 1979, cap. I, el cual nos enseña a visualizar la formación de un P.M.O. formado por aberturas difractoras y a comprender sus características.

Si en vez de aberturas circulares distribuidas al azar, se tiene el mismo número de aberturas distribuidas de igual manera pero con otra geometría, el tamaño de los granos en los moteados es prácticamente el mismo, esto significa que el tamaño de los granos no depende de la geometría de las aberturas, sino que depende de la cantidad de aberturas.

La relación que interesa conocer en el presente trabajo es la que existe entre la densidad de las aberturas con el tamaño de los granos del P.M.O. y la influencia en el tamaño de las aberturas.

Con respecto a lo anterior se afirma que el tamaño de los granos del P.M.O. no varían si se altera el tamaño de las aberturas, siempre y cuando la densidad de ellas sea constante. Lo que sí se altera es el tamaño del patrón de Airy ya que al disminuir el tamaño de las aberturas el patrón de Airy aumenta y viceversa (esto se comprueba analizando la fórmula 1.92), en tanto que la intensidad del patrón se altera, ya que la cantidad de luz que pasa a través de las aberturas depende directamente del área de ellas.

Lo que sucede al variar la densidad de las aberturas manteniendo fijo el tamaño de ellas, es que cuando las aberturas están muy próximas, aumenta su densidad y los granos del P.M.O. se hacen más grandes y si las aberturas son más espaciadas, los granos se hacen más finos. Lo anterior se refleja en una disminución o aumento en las diferencias de camino óptico de las ondas emitidas por las aberturas y directamente en las variaciones de fase.

Es lo mismo que sucede en el experimento de Young, donde el tamaño de las franjas es inversamente proporcional a la separación en tre las aberturas, si se juntan dichas aberturas, la separación entre las franjas aumenta y viceversa.

Por otro lado, en el foco de la lente L_2 (ver FIG. 1.11), se forma un punto muy brillante para el cual las variaciones de las fases de las ondas que interfieren son nulas, pero para que se forme un P.M.O. necesitan existir variaciones en las fases por lo que se considera que el foco no pertenece al P.M.O. debiendo excluirse de cualquier tratamiento estadístico que se haga al respecto.

El foco es el punto más brillante pues no existen variaciones de fase de las ondas que interfieren. Si hay N aberturas y si las amplitudes de los campos emitidos por las aberturas son todas iguales, entonces el campo resultante en el foco será N veces el campo producido por una sola abertura, por lo que la irradiancia en ese punto es N^2 veces la irradiancia producida por una abertura.

En conclusión se puede decir que los P.M.O. que se forman por aberturas difractoras distribuidas al azar tienen las siguientes características:

- 1) La mancha central que se forma en el foco de la lente L_2 no es un punto del P.M.O. sino es la imagen de difracción de la fuente puntual que ilumina a la lente L_1 .
- 2) El P.M.O. depende de la distribución irregular de las aberturas, no de la forma geométrica de éstas.
- 3) El P.M.O. no depende del tamaño de las aberturas, aunque si de la intensidad del patrón observado.
- 4) El P.M.O. depende de la densidad de las aberturas, es decir depende del número de aberturas que haya y el área en que se distribuyan.

I.3.8.- Difracción de Fraunhofer por N pares de Aberturas Circulares .

En este caso la pantalla contiene grupos de dos pequeñas aberturas circulares (ver FIG. 1:10), todas las aberturas tienen el mismo ra di o y la distancia entre dos aberturas de un grupo es igual a ζ_0 y es la misma para todos los grupos.

La línea que une a las dos aberturas de un grupo tiene la misma di rección que para cualquier grupo, aunque estos grupos están distri buidos al azar.

La distribución al azar de los grupos de aberturas tiene que ver con la granulación del P.M.O., ya que la introducción de nuevas aberturas ocasiona que la luz difractada recorra diferentes caminos ópticos y las fases con las que llegan a un punto determinado interferirán aleatoriamente con las demás ondas que llegan al mismo punto.

En conclusión el P.M.O. formado por un número N de pares de aberturas circulares idénticas y bajo las condiciones anteriores está for mado por un patrón de Airy modulado por franjas de Young, las cuales están granuladas.

Lo anterior se estudia con el fin de conocer algunas características de los P.M.O., ya que parte del trabajo experimental es obtener los P.M.O. de varias superficies rugosas con diferente grado de rugosidad.

I.3.9.- Difracción de Fraunhofer por una Rejilla de Reflexión.

Una red de difracción es el conjunto repetitivo de elementos difractores de una onda emergente, bien sean aberturas u obstáculos que tienen el efecto de producir alteraciones periódicas en la fase, la amplitud o en ambas. Uno de los más sencillos arreglos de este tipo son las rendijas múltiples [Hecht, 1977, p. 365] la cual viene siendo una red de transmisión de amplitud, ya que cuando el frente

de onda choca con regiones opacas y transparentes alternadas, sufre una modulación en amplitud.

Otra manera de construir redes de transmisión, es por medio de surcos paralelos en la superficie de un vidrio plano y transparente.

Las hendiduras esparcen la luz y todas ellas juntas forman un conjunto regular de fuentes lineales coherentes.

Cuando la red es completamente transparente y la modulación en amplitud es despreciable, las variaciones regulares en el espesor óptico a través de la red dan una modulación en fase, estas redes se llaman de transmisión de fase.

Si se analiza este tipo de red con el principio de Huygens-Fresnel, se puede decir que las ondas en la superficie son irradiadas con diferentes fases.

En el caso de luz reflejada en una red de reflexión de fase por las características periódicas de la superficie, llegarán a un punto P con una relación definida de fase, por lo que el patrón de interferencia por una red de transmisión es similar al de una red de reflexión, siendo ésta la que se muestra en la FIG. 1.12.

Cuando el ángulo de incidencia es diferente de 0° ó 180° , esto se muestra en la FIG. 1.13. la ecuación de la red de transmisión y reflexión es:

$$a(\sin \theta_m - \sin \theta_i) = m \lambda \quad \text{con } m = 0 \pm 1 \pm 2, \dots \quad . \quad 1.101$$

donde la parte izquierda de la ecuación 1.101. representa la diferencia de camino óptico entre el rayo 1 y el rayo 2 que debe ser un número entero de longitud de onda para que entre los dos rayos exista interferencia constructiva. La m de la ecuación 1.101 especifica el orden de los máximos principales, los máximos secundarios aparecen oscuros por ser muy pequeños.

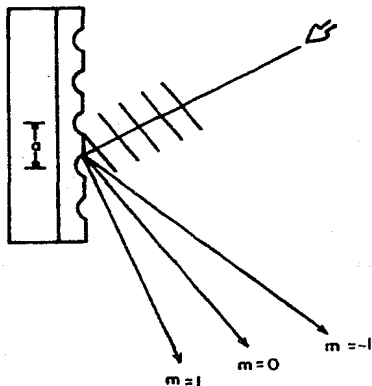


FIG. 1.12 RED DE REFLEXION.

El caso de incidencia normal es cuando $\theta_i = 0$ y la ecuación 1.101 se reescribe como:

$$a \sin \theta_m = m \lambda \quad \text{con } m = 0 \pm 1 \pm 2, \dots, \quad 1.102$$

donde se observa que si "a" se hace más pequeña, menor será el número de órdenes visibles.

Supóngase que hay N fuentes puntuales idénticas como se muestra en la FIG. 1.14 que emiten luz polarizada donde los rayos que se muestran son paralelos, que en un punto P muy distante interfiere y que sus amplitudes son iguales entonces: el campo eléctrico en P será la suma de todas las ondas esféricas, esto es, el campo eléctrico E es la parte real de

$$E = E_0(r)e^{i(Kr_1 - \omega t)} + E_0(r)e^{i(Kr_2 - \omega t)} + \dots + E_0(r)e^{i(Kr_n - \omega t)} \quad 1.103$$

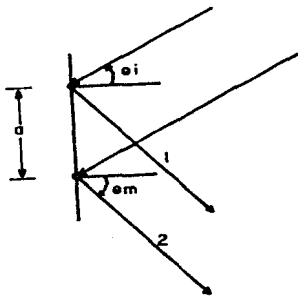


FIG. 1.13 RED DE REFLEXION.

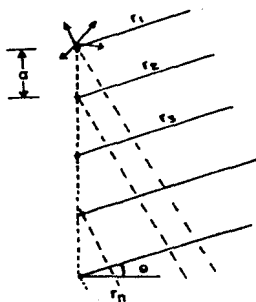


FIG. 1.14 N FUENTES PUNTALES LINEALES COHERENTES.

reescribiendo la ecuación 1.103 se llega a:

$$E = E_0(r)e^{-i\omega t} e^{iKr_1} (1 + e^{iK(r_2-r_1)} + e^{iK(r_3-r_1)} + \dots + e^{iK(r_n-r_1)}) ,$$

donde la diferencia de fase entre dos fuentes adyacentes está dada por la ecuación 1.39 donde $\delta = K(r_2-r_1)$, $2\delta = K(r_3-r_1)$ etc. y de la FIG. 1.14 $\delta = Ka \sin \theta$, por lo que la ecuación 1.103 se reescribe como:

$$E = E_0(r)e^{-i\omega t} e^{iKr_1} (1 + e^{i\delta} + e^{i2\delta} + \dots + e^{i(N-1)\delta}) . \quad 1.104$$

Al sustituir la serie geométrica por $(e^{i\delta N} - 1)/(e^{i\delta} - 1)$ y reorganizando términos la ecuación 1.104 se reescribe como:

$$E = E_0(r)e^{-i\omega t} e^{i[Kr_1 + (N-1)\delta/2]} \left(\frac{\text{sen } N\delta/2}{\text{sen } \delta/2} \right) . \quad 1.105$$

Si se define a $R = \frac{1}{2} (N-1) \cdot a \cdot \sin \theta + r_1$ como la distancia del centro de la línea de los osciladores al punto P, la ecuación 1.105 queda como:

$$E = E_0(r) e^{i(KR - \omega t)} \left(\frac{\sin N\delta/2}{\sin \delta/2} \right) \quad 1.106$$

La distribución de la densidad de flujo del patrón de difracción está dada por la ecuación 1.24, que aplicada a la ecuación 1.106 queda como:

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N\delta/2)}{\sin^2(\delta/2)} \quad 1.107$$

donde, si $N = 0$ $I = 0$, si $N = 1$, $I = I_0$ y si $N = 2$, $I = 4I_0 \cos^2 \delta/2$, lo cual coincide con la ecuación 1.38 del experimento de Young.

Como $\delta = Ka \sin \theta$, la ecuación 1.107 se reescribe como:

$$I = I_0 \frac{\sin^2(N(Kd/2) \sin \theta)}{\sin^2[(Kd/2) \sin \theta]} \quad 1.108$$

En la expresión 1.107 los máximos principales ocurren cuando el $\sin N\alpha / \sin \alpha = N$, es decir, cuando $\alpha = 0, \pm\pi, \pm 2\pi, \dots$, y como $\alpha = \delta/2 = Ka \sin \theta/2$ entonces se llega a la ecuación a $\sin \theta_m = m\lambda$.

Los máximos secundarios existen para cuando $\sin N\alpha$ tiene valores más grandes, cuando $\alpha = \pm 3\pi/2N, \pm 5\pi/2N, \dots$, y los mínimos cuando $\alpha = \pm\pi/N, \pm 2\pi/N, \dots$.

Para los máximos principales $I = I_0 N^2$ ya que todas fuentes están en fase en esa dirección. Si " a " $< \lambda$ en la ecuación 1.102, solo existirá el orden cero de difracción, por lo que $m=0$, además, cuando N es muy grande los máximos secundarios son despreciables y solo aparecerán los máximos principales [Born y Wolf, 1980, p. 401-407].

INTRODUCCION

En este capítulo se tratarán los defectos que puede tener una superficie real comparadas con una superficie plana ideal, clasificando los tipos de muestra que se estudian de acuerdo con su tipo y grado de rugosidad.

Cuando se hable del tipo de muestra se está refiriendo a la forma en que las rugosidades se distribuyen y cuando se hable del grado de rugosidad se está refiriendo a sus dimensiones.

Las superficies rugosas se clasifican de acuerdo con los parámetros estadísticos de sus características físicas.

Las muestras consideradas son aquellas superficies que van de la rugosidad regular a irregular. Dentro del tipo de superficies regulares, se tiene como ejemplo una rejilla de difracción, a la que de una manera somera se estudiará su patrón de difracción con el fin de tener una idea de la forma y los parámetros que intervienen en el fenómeno. Otro tipo de muestras son las rugosas irregulares y que dan origen a un P.M.O.

De aquí la necesidad primaria de analizar a los P.M.O. para posteriormente, realizar el correspondiente análisis estadístico.

Es necesario diferenciar los tipos de P.M.O., su origen y aplicación, por lo que aquí se pone énfasis a los P.M.O. de Fraunhofer debido a que su estudio es más sencillo y por que fueron los obtenidos en la parte experimental del presente trabajo.

También será considerado el experimento de Burk y Tokarky, el cual es una aplicación de los P.M.O. al correlacionar dos de ellos; las ideas que aporta esta técnica se aprovechan para la obtención de franjas de interferencia, las cuales permiten obtener información sobre la medida de la rugosidad de la superficie; además se pueden medir pequeños desplazamientos

laterales de la muestra. En nuestro caso se obtuvieron franjas de interferencia, pero cuando se gira la muestra a ángulos pequeños, mostrándose que era posible obtenerlas, también se esboza el procedimiento a seguir sin llegar a ser mediciones de rugosidad de muestras por esta técnica, ya que no es el objetivo del presente trabajo.

II.1.- Superficies.

Los defectos de una superficie, comparados con una geometría ideal, [Frangon, 1979] se puede clasificar de la siguiente manera:

1. Deformación en la forma.- Es un defecto de la geometría de la superficie como un todo y no es un defecto del estado de ella.

Para una superficie cuya geometría ideal sea un plano, la deformación del perfil se representa por la curva (1) de la FIG. 1.15.

2. Rugosidad superficial.- Se debe principalmente al maltrato de la superficie producido por la herramienta con la que ésta se prepara.

Las superficies rugosas están formadas por defectos aleatorios o también pueden tener defectos periódicos, los defectos tienen una distribución espacial frecuente.

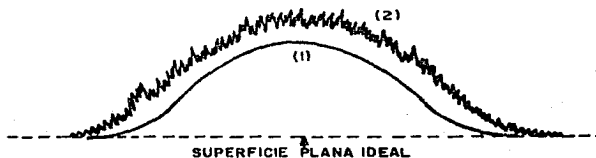


FIG. 1.15 DESVIACIONES DE UNA SUPERFICIE REAL CON RESPECTO DE UNA SUPERFICIE PLANA IDEAL.

Entre los criterios estadísticos que se utilizan para describir el estado de una superficie está el de la desviación media R_m , la cual es una medida de la desviación de la superficie relativa a un perfil promedio; otra medida estadística es la desviación estándar σ .

Para el estudio de la forma de superficies reales existen varios métodos, uno de ellos, es mediante una aguja fina de diamante, la cual se pone en contacto con la superficie y se hace pasar sobre ella. La desventaja de este método es que la aguja puede deteriorar la superficie, en cambio, con los métodos ópticos esto no ocurre, ya que solo se estudia haciendo incidir haces de luz sobre la superficie.

Este es uno de los usos que tiene el P.M.O. que sirve para estudiar a las superficies rugosas.

Una técnica común para obtener información de la rugosidad superficial es mediante la correlación de dos P.M.O., los cuales provienen de una misma superficie, cuando la orientación o la longitud de onda del rayo laser es cambiada. Dicha técnica con tales características no se realizó debido a que no es el tema central de este trabajo.

II.2.- Tipos de Superficies.

Los diferentes tipos de superficies con los que se trabajó, se han clasificado de la siguiente manera:

1.a.- Superficie rugosa regular periódica.

1.b.- Superficie rugosa regular.

2.- Superficie rugosa irregular.

Dentro del grupo de las superficies rugosas regulares periódicas se tiene como ejemplo a las rejillas de difracción de reflexión.

El perfil de las rejillas se halla uniformemente distribuido en crestas y valles que forman periodos iguales, es decir entre cresta y cresta ó valle y valle la distancia es la misma, lo que hace que el número de surcos por unidad de longitud sea constante, con el perfil de la rejilla de forma senoidal y los surcos paralelos entre sí.

Dentro de las superficies rugosas regulares se tiene una placa de Si, cuya superficie está formada por los granos del elemento; se considera regular porque es posible dar en promedio un número de granos por unidad de área; en realidad el aspecto de esta muestra es semejante a un empedrado.

Dentro de las superficies irregulares se estudia un conjunto de ocho discos de Al con el mismo tipo de rugosidad, presentando cada uno diferente grado de rugosidad. Cada disco fue rayado en sentidos al azar con una lija de cierto tamaño de grano, siendo diferentes para cada disco.

Del conjunto de discos de Al, solo se presentarán resultados de tres de ellos, debido a que como se verá más adelante no fue posible distinguir en sus correspondientes P.M.O. el grado de rugosidad.

Del conjunto se eligieron; el menos rugoso, el más rugoso y el casi intermedio. Esta selección es suficiente para que nuestros resultados sean representativos.

Para realizar el estudio de todas las muestras mencionadas anteriormente, es necesario referirse a patrones de comparación, los cuales se obtienen de muestras pulidas.

II.3.- Patrones de Moteado producidos por los diferentes tipos de Superficies.

La teoría de difracción requiere de mucha herramienta matemática, por lo que no deduciremos el patrón de difracción de una rejilla de reflexión [Goodman, J. 1968], solo se mostrará la forma de dicho patrón, ver FIG. 1.16, el patrón de difracción consta de puntos espaciales de luz cuya intensidad disminuye.

El patrón de difracción formado por una superficie de rugosidades al azar da origen a un P.M.O., definido anteriormente para objetos difusores transmisores.

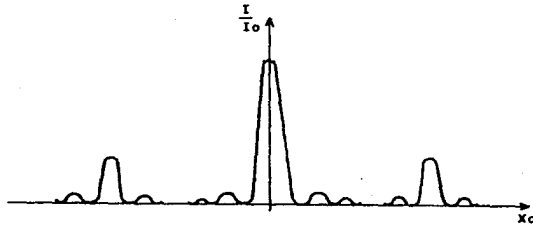


FIG. 1.16 PATRON DE DIFRACCION DE UNA REJILLA PERIODICA.

Un P.M.O. resulta de la superposición de muchas ondas coherentes en las que existen variaciones al azar en sus amplitudes y fases, estas variaciones están directamente relacionadas con la estructura microscópica del objeto iluminado.

Una distribución de intensidad aleatoria de luz, como se muestra en la FIG. 1.17, es lo que se llama un "Spekle Pattern", el cual llamaremos "Patrón de Moteado Optico" (P.M.O.) ya definido en la sección I.3.7.

El P.M.O. tiene una apariencia granular y se forma cuando luz coherente es reflejada por una superficie rugosa (objeto opaco) ó transmitida a través de un medio transparente, como por ejemplo un vidrio esmerilado o un conjunto de aberturas difractoras del mismo tamaño, pero distribuidas al azar o cuando se tiene pares de aberturas circulares del mismo tamaño pero orientadas al azar, en estos casos se habla de difusores transparentes [Françon, 1979].

El P.M.O. es completamente visible y se forma alrededor y enfrente de la superficie rugosa por la luz reflejada en ella, ver FIG. 1.18.

El origen físico del P.M.O. de objetos opacos se explica como que cada punto de la superficie rugosa iluminada dispersa algo de luz hacia el

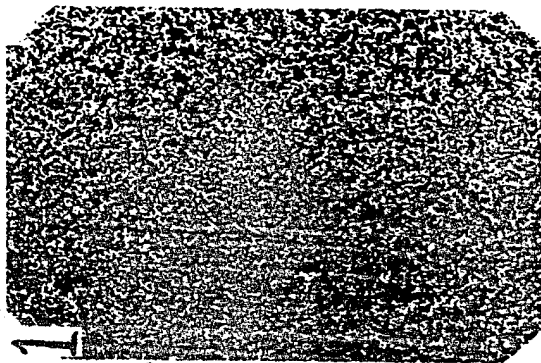


FIG. 1.17 PATRON DE MOTEADO OPTICO OBTENIDO AL ILUMINAR UNA SUPERFICIE DE AL.

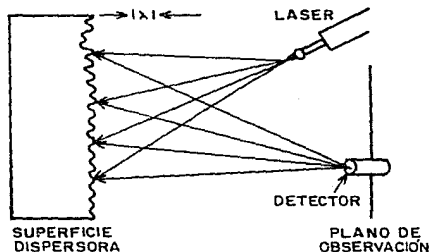


FIG. 1.18 SUPERFICIES CON UN CONTORNO MICROSCOPICO CUYAS ALTURAS VARIAN AL AZAR Y DISPERSAN LA LUZ HACIA EL DETECTOR.

observador. Debido a su alta coherencia, la luz dispersada por un objeto puntual interfiere con la luz dispersada de cada uno de los otros objetos puntuales. Al colocar en el campo óptico una película o la retina del ojo, estos detectarán un patrón aleatorio de franjas de interferencia el cual es causado por la superficie rugosa debido a que la fase de la luz dispersada varía de punto a punto en proporción a la altura local de la rugosidad de la superficie.

En algunos textos [P. Best, 1973], por rugosidad se entiende que la superficie tiene variaciones de alturas microscópicas al azar, cuya escala es más grande que una longitud de onda, esta definición abarca a la mayoría de las superficies, a diferencia de las que son pulidas con una alta calidad óptica.

Una clasificación más formal de las superficies es dada en [Leger D. 1975], donde por superficie muy rugosa se cumple la siguiente condición:

$$V_z \sigma \gg 1 \quad 2.1$$

donde σ es la desviación estandar de las alturas de las rugosidades en un perfil dado y V_z es la componente en la dirección \vec{z} del vector $\vec{k}_1 + \vec{k}_2$, donde \vec{k}_1 es el vector de propagación del rayo incidente y \vec{k}_2 es el vector de propagación de uno de los rayos dispersados, por ejemplo, contenido en el plano XZ (ver FIG. 1.19), donde

$$V_z = K(\cos \theta_1 + \cos \theta_2) .$$

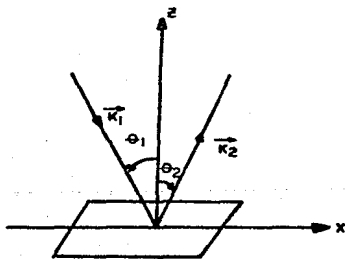


FIG.1.19 GEOMETRIA DE DISPERSION
DE UNA SUPERFICIE
RUGOSA S.

En la que: cuando $\theta_1 = 0$, y $\theta_2 = 0$

$$V_z = \frac{2\pi(2)}{\lambda} = \frac{4\pi}{\lambda} \quad 2.2$$

entonces, sustituyendo la ecuación 2.2 en 2.1 tenemos que:

$$\frac{4\pi}{\lambda} \sigma \gg 1,$$

donde se puede concluir que:

$$\sigma \gg \lambda \quad 2.3$$

De igual manera una superficie se considera poco rugosa cuando:

$$V_z \sigma \ll 1$$

o equivalentemente

$$\sigma \ll \lambda \quad 2.4$$

En conclusión, las rugosidades de una superficie son las que dispersan la luz, la superficie de la mayoría de los materiales son extremadamente rugosas sobre la escala de una longitud de onda óptica ($\lambda \approx 5 \times 10^{-7}$ m).

Las alturas de las rugosidades son completamente aleatorias y su distribución espacial también. Cuando luz monocromática es dispersada por una superficie la onda resultante en un punto sobre el plano de observación consistirá de muchas componentes coherentes u ondas, las cuales surgen de un elemento microscópico de la superficie. Con referencia a la FIG. 1.20 la distancia o camino óptico recorrido por

estas ondas es aleatorio y pueden diferir por varias o muchas longitudes de onda si la superficie es verdaderamente rugosa, la interferencia de estas ondas coherentes pero defasadas da origen a un patrón granular de intensidad.

Como el camino óptico seguido por las ondas se distribuye aleatoriamente, la diferencia en el camino óptico también se distribuye igual, por lo tanto las diferencias de fase de las ondas que interfieren están distribuidas aleatoriamente. La diferencia de fase entre dos ondas que viajan por dos caminos diferentes d_1 y d_2 y que interfieren, está dada por la ecuación 1.44, es decir:

$$\delta = K(d_2 - d_1) \quad , \quad 2.5$$

Cuando las ondas interfieren constructivamente entonces:

$$\delta = K(d_2 - d_1) = 2n\pi, \text{ donde } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad , \quad 2.6$$

lo cual ocasiona que aparezca una zona brillante.

Cuando las ondas interfieren destructivamente entonces:

$$\delta = K(d_2 - d_1) = (2n\pi + 1) \pi, \text{ donde } n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \quad , \quad 2.7$$

lo cual ocasiona que aparezca una zona oscura.

Debido entonces a que la diferencia de fases son aleatorias, aparecerán en el P.M.O. zonas brillantes o granos donde ocurre interferencia completamente constructiva, zonas oscuras donde la interferencia es completamente destructiva y zonas con niveles de irradiancia entre estos valores.

Tanto desde el punto de vista macroscópico como microscópico la estructura del P.M.O. depende de la geometría de la región que se esté iluminando y de la geometría y extensión de las diferentes regiones dispersoras y como éstas son del orden de una longitud de onda óptica, también aparecerán efectos de difracción, respectivamente, por esta causa un P.M.O. se define como: "El formado por la interferencia de las imágenes de difracción de las diferentes regiones dispersoras".

II.4.- Estadística de los Objetos Difusores.

Es importante concluir algunas características de los P.M.O.:

- 1) Se pueden formar P.M.O. con luz reflejada o transmitida ya sea de un difusor opaco o transparente.
- 2) Los P.M.O. serán del tipo de Fraunhofer o de Fresnel según se observe dicho patrón. Es del tipo de Fraunhofer cuando hay un sistema formador de imágenes (lentes) y se observa en el plano focal o plano imagen y es del tipo de Fresnel, cuando se observa en una región sin lentes o cuando se observa fuera del plano focal o imagen.
- 3) El P.M.O. surge de la interferencia de las imágenes de difracción de las regiones dispersoras del difusor y debido a que las diferencias de fase y las amplitudes de las ondas interferentes están distribuidas completamente al azar, el patrón observado y la distribución de intensidad de la luz también son al azar.

El carácter aleatorio del P.M.O. sugiere un tratamiento estadístico, aquí se estudiará no en su estructura detallada en forma analítica, sino en su característica global o promedio.

El tratar de estudiar los detalles microscópicos de la superficie y caracterizar cada una de las rugosidades para saber como dispersan

la luz, es una tarea bastante complicada ya que se tendría que hacer un análisis para cada superficie.

Antes de pasar al análisis estadístico se tratará sobre el tamaño promedio de las pecas del P.M.O. Como la luz que contribuye a la formación de cada peca es completamente coherente, el moteado es en efecto por sí mismo un fenómeno de interferencia entre ondas que vienen de diferentes áreas elementales de una superficie rugosa [Ennos, 1975].

Por rugoso, aquí se considera [Goodman, J.W., 1975] que en la superficie existen variaciones al azar en las alturas de las rugosidades que son del orden de la longitud de onda de la luz usada o más grandes.

Un campo metrológico muy ligado a parámetros estadísticos que se obtienen de la correlación de dos P.M.O. (como por ejemplo el contraste de las franjas de interferencia) es el de la medida de la rugosidad de una superficie [Asakura, 1978]. Aunque no es muy necesario un entendimiento detallado del tema en la aplicación experimental del P.M.O. a problemas de mediciones.

El tamaño de las pecas del P.M.O. no es más que un promedio estadístico de la distancia entre regiones adyacentes de máxima y mínima brillantes.

En términos de los parámetros empleados en el sistema experimental, el tamaño o diámetro promedio denotado como " d_{sp} " de las pecas del moteado, puede ser expresado como se muestra en la FIG. 1.20.

En el caso del inciso (a) de la FIG. 1.20 se obtiene lo que se llama un P.M.O. objetivo. La abertura limitante "D" está establecida por el diámetro de iluminación del rayo laser que es una mancha circular.

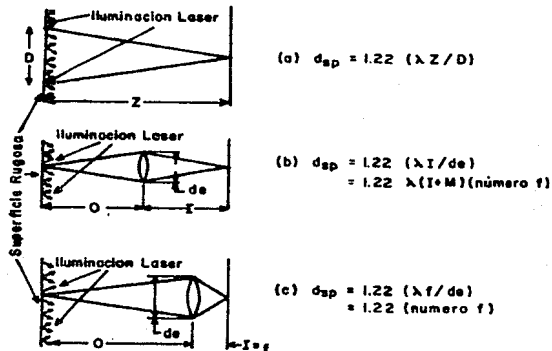


FIG. 1.20 PARAMETROS Y FORMULACION PARA DETERMINAR EL DIAMETRO PROMEDIO DE UN P.M.O.:(a) CASO SIN LENTE (b) CASO GENERAL CON LENTE; Y (c) CASO CON OBJETO AL INFINITO.

En el caso en el que se obtienen imágenes ópticas de la superficie (objeto difusor) se llama P.M.O. subjetivo; para su formación se utiliza una lente de distancia focal f y diámetro " d_e ". El inciso (c) de la FIG. 1.20 es un caso límite de una superficie colocada al infinito esto es $O \gg f$, es decir los rayos llegan paralelos a la lente y convergen en el foco, en estos casos el diámetro de la lente o el número f , en el caso límite es el factor controlable.

En el caso general (b) se tiene que el

$$\text{número } f = \frac{f}{d_e} \quad 2.8$$

donde f es el foco de la lente y " d_e " es el diámetro de la lente,

la amplificación de la lente es:

$$M = \frac{I}{O} \quad \text{y} \quad \frac{1}{O} + \frac{1}{I} = \frac{1}{f} \quad 2.9$$

Combinando las ecuaciones 2.8 y 2.9 y sustituyéndolas en la siguiente ecuación

$$d_{sp} = \frac{1.22\lambda I}{d_e} \quad , \quad 2.10$$

se llega a que el diámetro promedio "d_{sp}" del P.M.O. es

$$d_{sp} = 1.22\lambda(1 + M)(\text{número-f}) \quad 2.11$$

En conclusión se tiene que:

- 1) El diámetro promedio de un P.M.O. objetivo varía en forma inversamente proporcional al diámetro de la abertura D y no depende de las propiedades microscópicas de la superficie.
- 2) El diámetro promedio de un P.M.O. subjetivo varía en forma inversamente proporcional al diámetro de la lente "d_e" y no depende de las propiedades microscópicas de la superficie.

A continuación se tratarán las propiedades de los P.M.O. en términos estadísticos calculándose: "La probabilidad de encontrar un cierto valor para el campo en un punto dado de observación", teniendo como variables aleatorias a las fases y amplitudes de las ondas dispersadas.

Goodman [1975, Cap. I] define un "Ensamble" como un conjunto de superficies macroscópicamente iguales pero microscópicamente diferentes, de manera que la probabilidad de que con una superficie difusora

del conjunto se obtenga un valor específico del campo en un punto dado. El análisis estadístico lo hace en dos etapas; la estadística de primer orden y la estadística de segundo orden, la primera nos ayuda a conocer ciertos parámetros en un punto del P.M.O. para obtener el valor promedio de la irradiancia y las fluctuaciones en dicho punto.

La de segundo orden se realiza en dos puntos del P.M.O., es decir se estudia la relación de las intensidades en estos puntos, de lo cual se calcula el tamaño promedio de los granos. En este trabajo solo se presentan los resultados más importantes de la estadística de primer orden.

La estadística se realiza bajo las siguientes suposiciones generales:

- a) La luz es perfectamente monocromática; es decir las ondas son monocromáticas.
- b) El medio aleatorio introduce variaciones de fase mucho más grande que 2π , es decir la superficie es considerada muy rugosa.
- c) El medio no depolariza la luz, por lo que el P.M.O. es perfectamente polarizado.
- d) Un gran número de centros dispersores contribuyen a la intensidad en un punto en el plano de observación, entonces, usando el teorema central del límite, se muestra que la intensidad en un punto del P.M.O. tiene una función de densidad exponencial negativa.

El número de dispersores puede ser finito o infinito, el segundo caso es más sencillo de tratar matemáticamente y sus resultados se han comprobado experimentalmente [Goodman, 1975, 1976] y [Ochoa y Goodman, 1983]. El caso finito es bastante difícil y no ha sido resuelto completamente [Ohtsubo, 1982], [Jakeman y Pusey, 1973, 1975] o [Shafer y Pusey, 1972]. Las hipótesis hechas para cada caso son diferentes, por lo cual las hipótesis para cada caso deben ser cuidadosamente planteadas.

Interpretar el problema estadístico de los P.M.O. como uno de camino al azar en dos dimensiones de la amplitud compleja del campo eléctrico, es un problema ya estudiado [Chandrasekhar, 1954] y hace que dicho análisis se simplifique.

Para plantear el análisis estadístico según [Goodman, 1975] considerese una sola componente de polarización del campo eléctrico en un punto de observación (x, y, z) en el instante de tiempo t , para una onda monocromática y que es:

$$u(x, y, z, t) = A(x, y, z)e^{i2\pi f t} \quad , \quad 2.12$$

donde f es la frecuencia y A es el fasor de amplitud en el punto (x, y) del campo que es una función compleja dada por:

$$A(x, y, z) = |A(x, y, z)|e^{i\theta(x, y, z)} \quad , \quad 2.13$$

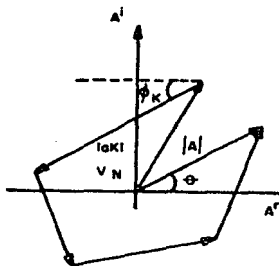
donde $\theta(x, y, z)$ es la fase del campo en el punto en cuestión.

Ya que el P.M.O. surge de la propagación en el espacio libre o ray imagen, la amplitud del campo eléctrico en un punto x, y, z consiste de una multitud de contribuciones defasadas de diferentes regiones dispersoras de la superficie rugosa, así, el fasor de amplitud $A(x, y, z)$ está representado como una suma de muchas contribuciones de fasores elementales, es decir:

$$A(x, y, z) = \sum_{k=1}^N |a_k| e^{i\phi_k} / \sqrt{N} \quad , \quad 2.14$$

donde $|a_k|$ y ϕ_k representan respectivamente la amplitud y la fase de la contribución de la k -ésima región dispersora, N es el número total de tales contribuciones; el factor $1/\sqrt{N}$ se introduce como un factor de normalización.

La FIG. 1.21, ilustra la adición completa de las muchas contribuciones de fasores elementales que determinan a la amplitud A . Hay que conocer las funciones de densidad de probabilidad del campo complejo total, de la intensidad y la fase del P.M.O. en el punto (x, y, z) .



**FIG. 1.21 AMPLITUD COMPLEJA COMO SUMA DE FASORES.
(CAMINATA ALEATORIA EN EL PLANO COMPLEJO).**

Los fasores elementales tendrán las siguientes propiedades:

- (a) Son estadísticamente independientes la amplitud del k -ésimo fasor elemental $|a_k|/\sqrt{N}$ y su fase ϕ_k , así como las amplitudes y fases de todos los otros fasores elementales, es decir, las áreas dispersoras elementales no están relacionadas.
- (b) Las fases están uniformemente distribuidas sobre el intervalo $(-\pi, \pi)$, por lo que es válido separar al campo total en su parte real y su parte imaginaria, o sea:

$$A'' = \text{Re} \{ A \} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N |a_k| \cos \phi_k$$

2.15

$$A^i = \text{Im} \{ A \} = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N |a_k| \text{sen } \phi_k$$

Tomando en cuenta las hipótesis de las fases y amplitudes, los valores promedio de un ensamble de superficie son:

$$\langle A^r \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \cos \phi_k \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \rangle \langle \cos \phi_k \rangle = 0$$

2.16

$$\langle A^i \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \text{sen } \phi_k \rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N \langle |a_k| \rangle \langle \text{sen } \phi_k \rangle = 0$$

La condición anterior del inciso (a) permite tomar los valores promedios por separado de $|a_k|$ y ϕ_k y la condición (b) hace que $\langle \cos \phi_k \rangle$ y $\langle \text{sen } \phi_k \rangle$ sean iguales a cero.

$$\langle [A^r]^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \langle |a_k| |a_m| \rangle \langle \cos \phi_k \cos \phi_m \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \langle |a_k|^2 \rangle$$

$$\langle [A^i]^2 \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \langle |a_k| |a_m| \rangle \langle \text{sen } \phi_k \text{sen } \phi_m \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \langle |a_k|^2 \rangle$$

2.17

$$\langle A^r A^i \rangle = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \sum_{m=1}^N \langle |a_k| |a_m| \rangle \langle \cos \phi_k \text{sen } \phi_m \rangle = 0$$

$$\langle \cos \phi_k \cos \phi_m \rangle = \langle \text{sen } \phi_k \text{sen } \phi_m \rangle = \begin{cases} 1/2 & k=m \\ 0 & k \neq m \end{cases}$$

donde

$$\langle \cos \phi_k \text{sen } \phi_m \rangle = 0$$

Así que la parte real y la parte imaginaria de la amplitud tienen como valor medio cero, varianzas iguales y están decorrelacionadas. En la práctica el número de fasores que contribuyen es extremadamente grande así que:

$$A^r = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N |a_k| \cos \phi_k \quad \text{y} \quad A^i = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=1}^N |a_k| \sin \phi_k$$

donde $\langle A^r \rangle = \langle A^i \rangle = 0$

y $\langle [A^r]^2 \rangle = \langle [A^i]^2 \rangle = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \langle |a_k|^2 \rangle$

Del teorema del límite central cuando $N \rightarrow \infty$, A^r y A^i tienen una distribución de probabilidad asintóticamente Gaussiana [Gnedenko, 1968] y [Murray, 1975].

Aplicando el teorema central a A^r y a A^i se obtiene la función de densidad de probabilidad para cada una, que son respectivamente:

$$P_r(A^r) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-[A^r/\sigma]^2/2} \quad 2.18$$

y $P_i(A^i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-[A^i/\sigma]^2/2} \quad 2.19$

Como A^r y A^i son variables aleatorias independientes, la función de probabilidad conjunta está dada por:

$$P(A^r, A^i) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-[(A^r)^2 + (A^i)^2]/2\sigma^2}$$

donde

$$\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \langle |a_k|^2 \rangle$$

La función de densidad de probabilidad conjunta en función de la irradiancia I y la fase Θ del campo total, por medio de

$$\begin{aligned} A^r &= \sqrt{I} \cos \Theta \\ A^i &= \sqrt{I} \sin \Theta \end{aligned} \quad 2.21$$

es igual a:

$$P_{I\Theta}(I, \Theta) = P_{r_i}(A^r, A^i) \|\mathbf{J}\| = P_{r_i}(\sqrt{I} \cos \Theta, \sqrt{I} \sin \Theta), \quad 2.22$$

donde

$$\|\mathbf{J}\| = \left\| \begin{array}{cc} \frac{\partial A^r}{\partial I} & \frac{\partial A^r}{\partial \Theta} \\ \frac{\partial A^i}{\partial I} & \frac{\partial A^i}{\partial \Theta} \end{array} \right\| = \frac{1}{2} \quad 2.23$$

donde $\|\dots\|$ representa el módulo del determinante y $\|\mathbf{J}\|$ es el jacobiano de la transformación, entonces por medio de la ecuación 2.21, 2.22 y 2.23 se tiene que:

$$P_{I\Theta}(I, \Theta) = \begin{cases} \frac{1}{4\pi\sigma^2} e^{-\frac{I}{2\sigma^2}} & I \geq 0, \quad -\pi \leq \pi \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad 2.24$$

La función de probabilidad marginal de la intensidad es:

$$P_I(I) = \int_{-\pi}^{\pi} P_{I\Theta}(I, \Theta) d\Theta = \begin{cases} \frac{1}{2\sigma^2} e^{-(I/2\sigma^2)} & I \geq 0 \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad 2.25$$

Similarmente, la función de densidad de probabilidad marginal de la fase es:

$$P_{\Theta}(\Theta) = \int_0^I P_{I\Theta}(I, \Theta) dI = \begin{cases} \frac{1}{2\pi} & -\pi \leq \Theta \leq \pi \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases} \quad 2.26$$

De lo anterior se observa $P_I(I)$. $P_{\Theta}(\Theta) = P_{I\Theta}(I, \Theta)$ y así la intensidad y la fase son estadísticamente independientes en cualquier punto dado.

La FIG. 1.22 muestra la gráficas de las funciones de densidad marginal de la irradiancia I y la fase Θ .

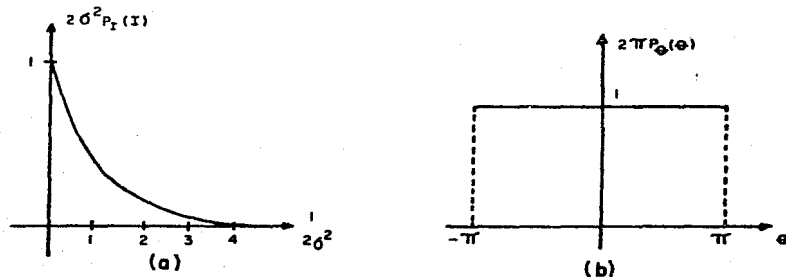


FIG. 1.22 a) FUNCIÓN DE DENSIDAD MARGINAL DE LA IRRADIANCIA.
b) FUNCIÓN DE DENSIDAD MARGINAL DE LA FASE.

Examinando la FIG. 1.22 (a) se ve que la probabilidad de encontrar en un P.M.O. una irradiancia mínima es mayor que la probabilidad de encontrar una irradiancia grande, es decir, es más probable que un punto dado corresponda a una irradiancia nula que a una irradiancia grande.

En la FIG. 1.22 (b) se ve que la probabilidad de encontrar cualquier fase en algún punto del patrón es igual para todas; esto coincide con las hipótesis hechas para las fases.

Como la intensidad o irradiancia es la cantidad real medible, se puede conocer más detalles de las propiedades estadísticas del patrón a partir de la función marginal de la irradiancia, por lo que el n -ésimo momento de la irradiancia es:

$$U_n = \langle I^n \rangle = \int_0^{\infty} I^n P_I(I) = n! [2\sigma^2]^n \quad 2.27$$

Para $n = 1$, el valor medio de U es encontrado, por lo que

$$U = \langle I \rangle = 2\sigma^2 = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \langle |a_k|^2 \rangle \quad 2.28$$

En la que se ve que la irradiancia media depende del promedio de la magnitud al cuadrado de las amplitudes de todas las contribuciones sin tomar en cuenta las fases.

Utilizando la ecuación 2.27 la varianza σ_I^2 es:

$$\sigma_I^2 = \langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2 = \langle I \rangle^2 \quad 2.29$$

Por lo que la desviación estandar es igual a la irradiancia media $\langle I \rangle$.

$$\sigma_I = \langle I \rangle = U \quad 2.30$$

Goodman define al contraste del P.M.O. como $C = \frac{\sigma_I}{\langle I \rangle}$, el cual en nuestro caso $C = 1$, lo que significa que el contraste es máximo, o sea que el P.M.O. polarizado tendrá zonas completamente brillantes y zonas completamente oscuras.

En conclusión, a partir de las dos hipótesis anteriores, de las cuales se calcula la varianza y la media de las componentes de la amplitud compleja del campo, después se supone que hay una cantidad infinita de contribuciones al campo total, las cuales son estadísticamente independientes, en base a esto se aplica el teorema del límite central, el cual establece que si una cantidad aleatoria la que resulta de una sucesión de variables aleatorias estadísticamente independientes, entonces esa cantidad se distribuye en forma Gaussiana. Esto permite obtener la función de densidad de probabilidad para el campo.

Con respecto a las dos hipótesis planteadas en este análisis, es claro ver que una onda se describe por medio de la magnitud de su amplitud y fase, por lo que una variable no puede estar en función de la otra, esto quiere decir que dichas variables son independientes, además las distintas regiones dispersoras cuando dispersan la luz, no tienen nada que ver con otra región, de todos modos la distribución espacial de la superficie sea rugosa o no, afecta a la fase de las ondas dispersoras justificando a la primera hipótesis.

Ahora el hecho de que las fases se distribuyan uniformemente dependerá del área que se ilumine ya que influye en los valores que pueden tener las fases, también dependerá de las alturas de las rugosidades, aunque es difícil pensar como se pueda obtener una distribución uniforme de fases, el experimento justifica la validez de esta segunda hipótesis.

II.5- El Experimento de Burch y Tokarski¹

II.5.1.- Descripción y Objetivos.

Un posible experimento es el que se describe en la FIG. 1.23 [M. Françon, 1979], donde un vidrio esmerilado G, limitado por una

¹ Goodman (1976).

abertura circular T es iluminada con luz de laser y el P.M.O. formado es registrado sobre una placa fotográfica H, la cual se encuentra localizada a una distancia l del vidrio esmerilado.

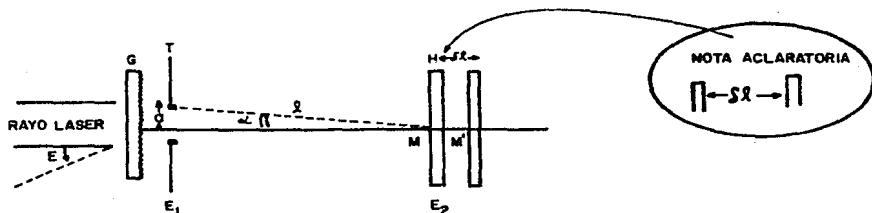


FIG. 1.23 REGISTRO FOTOGRAFICO EN H. DE UN P.M.O. PRODUCIDO POR UN VIDRIO ESMERILADO G.

El vidrio esmerilado es una superficie rugosa, que introduce diferencia de camino óptico al azar a la luz que llega y por lo tanto se forma un P.M.O. La luz utilizada en este experimento es luz de laser de He-Ne polarizada.

Se considera que la polarización de la luz no cambia durante el experimento, y que el vidrio es iluminado por un haz paralelo que proviene de una fuente puntual monocromática.

Si el vidrio esmerilado G está limitado por una apertura circular T con un diámetro $2a$ pequeño relativo a la distancia l , entonces el diámetro ϵ de los granos más pequeños del P.M.O. en el plano E_2 está dado por [Gabor, 1970]:

$$\epsilon = \frac{\lambda}{\alpha} \quad \left(\alpha = \frac{a}{l} \right) \quad 2.31$$

En este caso se habla de un P.M.O. de Fraunhofer que son los de interés en este trabajo ya que la teoría que los explica es más sencilla que los P.M.O. de Fresnel.

Analizando la fórmula 2.31 se ve que el diámetro promedio de los granos del P.M.O. sobre E_2 no depende de la estructura del objeto difusor G, sino solo de la longitud de onda λ de la luz utilizada y del ángulo α ; o sea que si se cambia l o el diámetro de la abertura T, la escala de los granos cambia. En cambio la distribución espacial de los granos depende de la estructura de la superficie del objeto difusor. Dos vidrios esmerilados con el mismo diámetro y localizados a la misma distancia de E_2 da granos del P.M.O. del mismo tamaño, pero no habrá correlación entre las estructuras de los dos P.M.O.

Otra manera de formar un P.M.O. se logra colocando una pantalla opaca con un gran número de agujeros muy pequeños, distribuidos al azar sobre el plano de la abertura T, todas estas pequeñas aberturas mandarían fuera a las ondas coherentes y la luz difractada por éstas será dispersada ampliamente en el plano de observación E_2 , debido a que los agujeros son muy pequeños, la interferencia entre estas ondas produce en E_2 un P.M.O.

De la FIG. 1.23, cuando la distancia l es finita y la abertura T es pequeña comparada con l , no se observa el patrón de difracción de Fresnel de la abertura T. Cuando se desplaza la placa fotográfica H lateralmente una distancia δl suficientemente pequeña, el estado de interferencia en M será prácticamente el mismo que en M'.

Si $\alpha = \frac{a}{l}$ se tiene la condición [M. Françon, 1979, pag.22]:

$$\delta l \ll \frac{2\lambda}{\alpha^2} \quad 2.32$$

Si la pantalla E_2 se coloca a una distancia mucho más grande que $2\lambda/\alpha^2$, el patrón de Fresnel se modifica.

La ecuación 2.32 muestra que la estructura espacial del patrón casi no cambia a medida que l se incrementa. Cuando l es suficientemente grande, la pantalla E_2 se puede colocar a cualquier distancia como

la fórmula 2.32 lo permita, ya que δ_1 tiene un valor finito y se está en el dominio de difracción de Fresnel.

En el experimento gradualmente se pasa al dominio de la difracción de Fraunhofer (difracción al infinito) moviendo la pantalla E_2 hasta que δ_1 puede tomar prácticamente cualquier valor y la estructura espacial del P.M.O. no cambia.

Una variación a éste experimento es cuando el rayo de luz que ilumina al objeto difusor G es rotado un ángulo ϵ [Debrus y Grover (1971) y Leger (1976)].

Los experimentos muestran que para un vidrio esmerilado particular, los dos P.M.O. permanecen prácticamente idénticos para un ángulo de rotación ϵ que se incrementa mientras l decrece.

Esta rotación de la muestra produce una simple translación del P.M.O. en el plano de observación dado por:

$$\zeta_0 = \epsilon l \qquad 2.33$$

donde después de un cierto ángulo que depende de la rugosidad del difusor, los dos P.M.O. pierden decorrelación, es decir, empiezan a cambiar uno con respecto al otro.

II.5.2.- Amplitud Transmitida por una Placa Fotográfica Revelada.

En la FIG. 1.23, el P.M.O. en H es descrito por una función $D(\eta, \zeta)$, la cual representa la intensidad de luz sobre H. Si T es el tiempo de exposición, la placa recibe una energía $W = TxD(\eta, \zeta)$.

Cuando una onda de luz viaja a través de un objeto de transmisión tal como una rejilla o una transparencia fotográfica, su amplitud compleja (ver ecuación 2.34) se modifica, siendo esta modificación

descrita por la amplitud de transmitancia t del objeto, la amplitud compleja se expresa como:

$$U(x, y, z) = a(x, y, z) e^{-i\phi(x,y,z)} \quad 2.34$$

En la teoría de difracción escalar se considera una sola componente de \vec{E} por lo que se tiene una cantidad escalar, es decir, una onda monocromática se escribe como:

$$u(x,y,z,t) = a(x,y,z) \cos [wt - \phi(x,y,z)] \quad 2.35$$

o equivalentemente:

$$u(x,y,z,t) = \text{Re} [U(x,y,z)e^{iwt}] \quad 2.36$$

donde $U(x, y, z)$ es la ecuación 2.34.

La amplitud de transmitancia es la razón entre la amplitud de la onda que sale del objeto y la amplitud de la onda que llega, o sea:

$$t(x,y) = \frac{U_S(x,y)}{U_I(x,y)} \quad 2.37$$

Interesa la relación entre la energía W recibida en la placa y la amplitud de transmitancia t después del revelado. Esta curva se muestra en la FIG. 1.24, donde en la región lineal AB la amplitud de transmitancia es proporcional a la energía incidente durante la exposición. La parte lineal AB, corresponde a la región de baja exposición de la curva H-D de la emulsión.

En la parte lineal, la amplitud de transmitancia t del negativo H está dada por:

$$t = a - bD(n, \zeta)$$

2.38

donde a y b son constantes de la emulsión fotográfica.

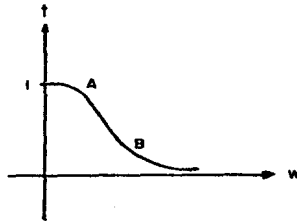


FIG. 1.24 AMPLITUD DE TRANSMITANCIA DE UN NEGATIVO DESPUES DEL REVELADO.

El experimento anterior consistió en fotografiar un P.M.O. sobre una placa fotográfica; ahora considérense dos exposiciones sobre una misma placa fotográfica cuando ésta es recorrida por ejemplo en el eje ζ una distancia ζ_0 entre las dos exposiciones, ver FIG. 1.10 del Cap. I; en esto consiste la técnica de la doble exposición de dos P.M.O.

La intensidad registrada sobre la placa ahora es la suma de las intensidades registradas en cada exposición y es igual a:

$$D(n, \zeta) + D(n, \zeta - \zeta_0) \quad 2.39$$

Una translación es equivalente a convolucionar con una función δ por lo que, la ecuación 2.39 se reescribe como:

$$D(n, \zeta) \otimes [\delta(n, \zeta) + \delta(n, \zeta - \zeta_0)] = M \quad 2.40$$

donde $\delta(n, \zeta)$ es una función δ , centrada en (n, ζ) antes del revelado, después del revelado la amplitud de transmitancia t del negativo H es:

Interesa estudiar el espectro del negativo y esto se hace con el montaje de la FIG. 1.25 [Burch y Tokarski, 1968].

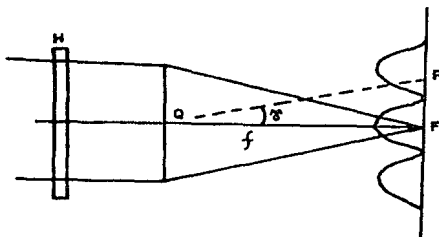


FIG. 1.25 ESPECTRO DE FOURIER DE DOS P.M.O. RECORRIDOS LATERALMENTE

El negativo H es iluminado con un rayo colimado de luz proveniente de una fuente puntual monocromática de longitud de onda λ localizada al infinito, adelante del negativo H se coloca otra lente O, condiciones requeridas para observar el patrón de difracción de Fraunhofer del negativo H en el plano focal, este espectro se obtiene al aplicar la transformada de Fourier a la función de amplitud de transmitancia t , es decir, si el plano del negativo tiene coordenadas $n\zeta$ y el plano focal tiene coordenadas angulares μ y ν en un punto, entonces la transformada de t es:

$$\mathcal{F}\{t(\mu, \nu)\} = a\delta(\mu, \nu) - b\mathcal{F}\{D(\mu, \nu)\}[1 + e^{j\pi\nu\xi_0/\lambda}] \quad 2.42$$

donde $a\delta(\mu, \nu)$ representa la imagen de la fuente puntual al infinito en donde los efectos de difracción son despreciados.

El difusor $D(n, \zeta)$ es muy fino y su transformada $\mathcal{F}\{D(n, \zeta)\}$ se dispersa considerablemente en el plano focal. Como $D(n, \zeta)$ es muy fino,

La transformada $\mathcal{F}\{D(\eta, \zeta)\}$ tiene la estructura de un moteado. Si la imagen en el foco es despreciada, la intensidad I de la luz en el resto del plano focal es proporcional a:

$$\begin{aligned}
 I &= |\mathcal{F}\{t(\mu, \nu)\}|^2 = |\mathcal{F}\{D(\mu, \nu)\}|^2 |1 + e^{j\pi\nu\zeta_0/\lambda}| \\
 &= |\mathcal{F}\{D(\mu, \nu)\}|^2 \cos^2(\pi\nu\zeta_0/\lambda)
 \end{aligned}
 \tag{2.43}$$

El término $|\mathcal{F}\{D(\mu, \nu)\}|^2$ está modulado por $\cos^2(\pi\nu\zeta_0/\lambda)$, la cual representa franjas de Young. La separación angular entre dos franjas brillantes u oscuras consecutivas es del orden de:

$$\gamma = \frac{\lambda}{\zeta_0}
 \tag{2.44}$$

Es importante notar que el espectro de dos pecas o aberturas idénticas del P.M.O. separadas una distancia ζ_0 es el mismo que para muchos grupos de pares de aberturas que tienen la misma orientación pero que están distribuidas al azar, solamente que es N veces más luminoso si se tienen N grupos de pares de aberturas idénticas.

Cuando los tiempos de las dos exposiciones son iguales la visibilidad de las franjas es máxima [Francon, 1979, pag. 52], es decir, el contraste es máximo.

En el experimento anterior la placa fotográfica fue desplazada, también se puede dejar fija dicha placa y trasladar lateralmente el vidrio esmerilado.

A grandes rasgos se ha descrito el experimento de Burch y Tokarki, en el cual se ha mostrado la técnica de la doble exposición, esta técnica será aplicada en el presente experimento pero las muestras que se utilizan son discos de Al con superficie rugosa, los dos P.M.O. que se obtengan serán fotografiados y en la que para obtenerlos se girará la muestra.

II.5.3.- Técnicas de Correlación de dos Patrones de Moteado Optico de Rugosidades al Azar.

Un P.M.O. será registrado sobre una película y al girar la superficie un pequeño ángulo γ se fotografiará otro P.M.O. sobre la misma película, esto forma lo que se llama un "Moteadograma". El negativo del moteadograma se ilumina con un rayo laser que dará origen a franjas de interferencia, esto es lo mismo que se hace en el experimento de Young con solo dos aberturas (ver sección I.2.3. y FIG. 1.4 del Cap. I). La relación entre el corrimiento de los dos P.M.O. y la rotación son derivados como siguen:

El cambio de fase que sufre la luz debido a una pequeña rotación, está dado como:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} (\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{l} \quad 2.45$$

donde \vec{l} es el desplazamiento local normal debido a la pequeña rotación. El vector $\vec{k} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$ es paralelo al vector \vec{l} cuya magnitud está dada por $L = y \gamma$, donde γ se ha supuesto suficientemente pequeño. El montaje experimental para medir pequeñas rotaciones se muestra en la FIG. 1.26. Para la deducción de la fórmula 2.45 ver [P. Best, 1973, pag. 71].

Desarrollando la fórmula 2.45 y considerando la magnitud de L se tiene que:

$$\delta = \frac{2\pi}{\lambda} \vec{k} \cdot \vec{l} = \frac{2\pi}{\lambda} |k||L| = \frac{2\pi}{\lambda} (2 \cos \Theta)(y \gamma) = \frac{2\pi}{\lambda} y(2 \cos \Theta)\gamma \quad 2.46$$

Para aclarar la fórmula anterior, se parte de que si un espejo se gira un ángulo γ , el haz reflejado girará un ángulo 2γ , por lo tanto cada rayo que forma el P.M.O. girará un ángulo $(2 \cos \Theta)\gamma$ después de que la superficie se rota por el correspondiente pequeño ángulo γ [Jacob Wen-Kuang Huang, 1982].

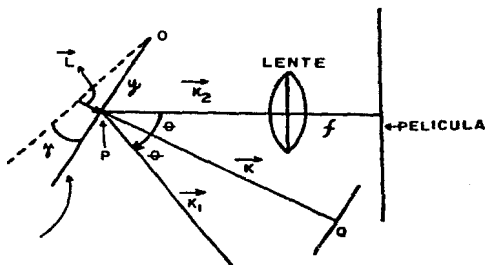


FIG. 1.26 ARREGLO OPTICO PARA REGISTRAR PEQUEÑAS ROTACIONES.

Por lo tanto el desplazamiento sobre la película del P.M.O. está dado por:

$$z_0 = f(2 \cos \theta) \gamma \quad 2.47$$

Después de proceder como en el artículo de [Jacob Wen-Kuang Huan, 1978], la película se ilumina con luz de un laser He-Ne (ver FIG. 1.4), con lo que aparecerá en la pantalla un patrón que consiste de una mancha brillante, esto es, luz transmitida cubierta por un conjunto de franjas de Young, o sea luz dispersada. Utilizando la fórmula del experimento de Young la cual se expresa como:

$$d = \frac{a \lambda}{x} \quad 2.48$$

y combinándola con la ecuación 2.47, donde en el presente caso $z_0 = d$, se llega a que:

$$\gamma = \frac{\lambda a}{x f (2 \cos \theta)} \quad 2.49$$

donde γ es el ángulo que se rota la superficie, "a" es la distancia del negativo a la pantalla donde se observan las franjas, θ es el ángulo formado entre el rayo incidente y la normal a la superficie cuando no se ha rotado, x es la separación de las franjas, f es la longitud total de la lente; en nuestro montaje experimental no se utilizó lente (ver FIG. III.1 del Cap. III) por lo que $f = b$ y λ es la longitud de onda de la luz. Por lo que la fórmula 2.49 se reescribe como:

$$\gamma = \frac{\lambda a}{xb(2 \cos \theta)} \quad 2.50$$

La ecuación 2.50 es una expresión de interés para los fines de este trabajo.

Una de las ventajas de este método es la posibilidad de mejorar la sensibilidad durante el proceso de lectura modificando la distancia "a". Sin embargo el límite más bajo para medir rotaciones está restringido por el corrimiento de los P.M.O. que deberá ser más grande que el tamaño promedio de las pecas o granos del P.M.O.

II.5.4.- Resultados.

En base al experimento de Burch y Tokarki se llega a los siguientes hechos:

- a).- Es una técnica que correlaciona dos P.M.O. formados por un objeto dispersor (vidrio esmerilado), cuando es trasladado, girado o deformado y cuyo fin es obtener franjas de interferencia de Young.
- b).- Permite diferenciar bajo que condiciones se obtiene un P.M.O. de Fraunhofer o un P.M.O. de Fresnel.

- c).- Es posible medir el diámetro promedio de los granos del P.M.O.
- d).- Con la técnica de la doble exposición de dos P.M.O. es posible medir los desplazamientos, giros, deformaciones y se puede medir la rugosidad de una superficie, ver [M. Francon, 1979, Cap. IX].

CAPITULO III. Resultados Experimentales.

III.1.- Objetivos Experimentales.

Para conocer las características de las muestras consideradas como patrón de referencia se procede de la siguiente manera:

Se caracteriza el conjunto de muestras obteniéndose su micrografía mediante microscopía óptica o electrónica.

De las micrográficas, mediante un microdensitómetro se hacen varias lecturas de diferentes partes de ellas con el fin de obtener en forma indirecta los perfiles de la muestra en dichos lugares.

Después se obtienen directamente de las muestras patrón sus perfiles mediante un dektak que es un perfilómetro, con el fin de compararlos con los perfiles de las micrográficas, además sirve para verificar las características preliminares de las muestras patrón.

Por otro lado se iluminan con luz láser las muestras de referencia bajo ciertas condiciones geométricas, en algunos casos con diferentes geometrías para obtener los P.D. ó P.M.O. los cuales deben estar relacionados con la topografía de dichas muestras, lo anterior es lo que se llama caracterización de superficies patrón por haces de luz y es la finalidad de este trabajo.

Como complemento a este trabajo, los P.M.O. se leen con el microdensitómetro obteniendo sus perfiles de la distribución de intensidad en varios sitios, para saber como son y compararlos con los perfiles obtenidos directamente de las muestras.

De igual manera, la técnica de la doble exposición se aplica a algunas muestras rugosas irregulares patrón cuando se giran un pequeño ángulo (1°), con el fin de obtener franjas de interferencia de

Young moteadas, de las cuales al medir su separación se conocen dichos ángulos.

Por otro lado aprovechando que los perfiles de las muestras patrón se obtienen con el perfilómetro, se calcula la desviación estandar de las alturas a partir de un perfil promedio, la cual nos da una medida de la rugosidad de un perfil de la muestra.

III.2.- Montaje Experimental.

En un local el cual se oscureció con el fin de no afectar la luz del laser y las placas fotográficas, se instaló una mesa metálica muy rígida y pesada con cubierta de marmol antivibraciones, sobre la placa de marmol se encontraba una placa de acero de 11''/16 de grueso cuyas dos superficies principales están rectificadas. Sobre esta placa se colocó un banco de Al sobre el cual se encontraba instalado un riel óptico también de Al, sobre el riel óptico se montó un laser He-Ne polarizado de 15mW de potencia de longitud de onda $\lambda=6328 \text{ \AA}$, marca Spectra Physics Stabilite, modelo 120-249 con No. de serie 4485-1548 construido en Mt View, California, el laser estuvo alimentado por una fuente de poder marca Spectra Physics Estabilite, modelo 249 con No. de serie 1548. La conexión entre laser y fuente fue un cable benden + B259 RG-58 A/U.

El laser descansaba sobre dos soportes con los cuales era posible nivelarlo. A la salida del laser se colocó un obturador sin lentes (para evitar aberraciones), marca ILEX fabricado por Optical Co. Rochester N.Y., con tiempos de abertura de 1/100 seg, hasta 1 seg. Al obturador se le adaptó un disparador fotográfico que se uso para dar los tiempos de exposición a las placas fotográficas en cada caso. Para tiempos de exposición mayores de un segundo se dejó prendido el laser y el obturador se disparó tantas veces un segundo como fuera necesario.

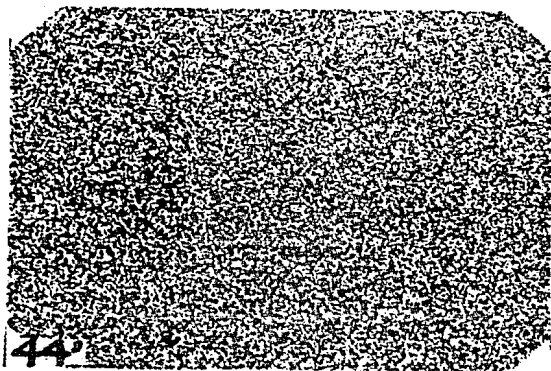
Para sellar la unión entre el laser y el obturador se utilizó un cartoncillo negro especial con el fin de evitar fugas de luz. A una distancia \bar{a} del obturador sobre el riel óptico se colocó un portamuestras y a una distancia \bar{b} fuera de la mesa se colocó un portaplacas montado en un tripie de fotografía.

La posición \bar{a} que es la distancia de la muestra al obturador se determinó al mismo tiempo que la distancia \bar{b} de la muestra a una pantalla la cual se colocó sobre el portaplacas. Estas distancias fueron fijadas cuando por observación directa, las motas del P.M.O. estuvieron mejor definidas en cuanto a intensidad, perfil y tamaño.

Si la distancia \bar{b} se acortaba, se observaba que la intensidad en las motas aumentaba pero su tamaño se reducía y con ello se perdía detalle del perfil y de la forma (ver Fotografía 2). Si por el contrario la distancia \bar{b} aumentaba, las motas en el P.M.O. perdían intensidad y su tamaño aumentaba ocasionando que el patrón perdiera definición.

Las geometrías escogidas (las cuales se mencionarán en la sección III.3), se hicieron con el fin de comparar los resultados obtenidos con la técnica de Retrodispersión de Rutherford mediante haces de iones, la cual no será tratada en este trabajo.

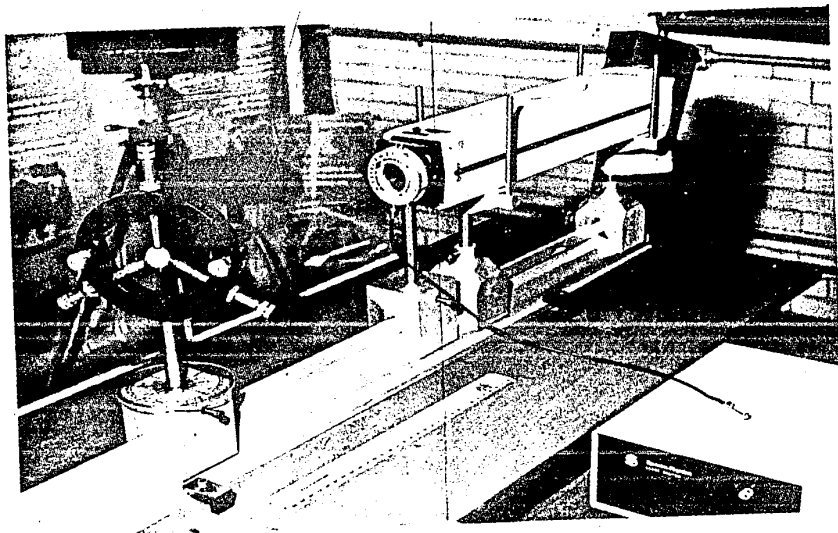
El portaplacas consistió en una caja de madera hecha de tal manera que el papel fotográfico (p.f.) fuera colocado en el interior de ella y posteriormente la caja pudiera ser cerrada por medio de una compuerta, lo cual permitía que el p.f. quedara en el interior de la caja y no se velara, con esto se podría lograr hacer dos exposiciones sobre el mismo p.f. cuando se giraba la muestra iluminada por el laser. También se construyó otra caja de cartoncillo especial para que el p. f. expuesto fuera guardado y llevado al laboratorio de fotografía para ser revelado. La caja de "zapatos" consistía en dos partes una de las cuales se introducía en la otra.



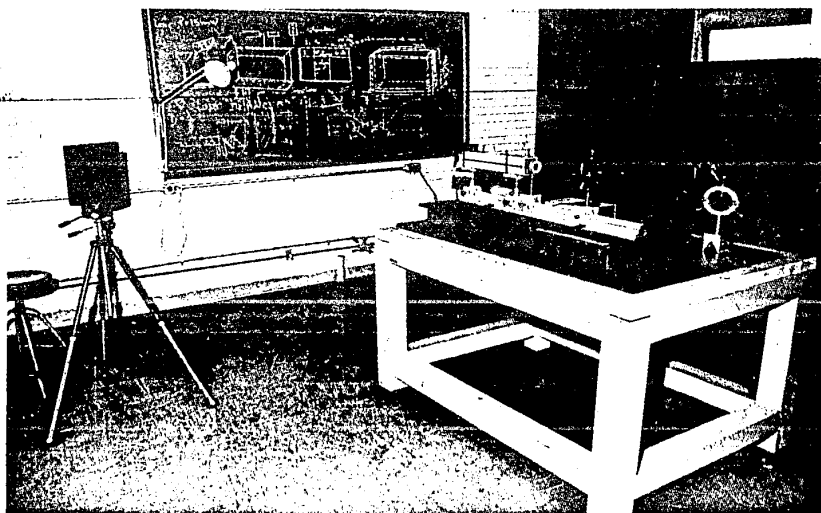
Fotografía 2.- PATRON DE MOTEADO OPTICO.

El portamuestras consistió de un aro cortado en dos mitades y tres tornillos colocados en forma radial, con los que se fijaban las muestras como se ve en la Fotografía 3 (a) y 3 (b). El aro se sostiene en el extremo de un eje y en el otro extremo se introduce en una pequeña base la cual se podía deslizar sobre el riel óptico, en esta pequeña base se encontraba un transportador de 360° con el cual se midieron los ángulos α y β .

Los ángulos α , β y ψ se muestran en la FIG. III.1, donde el ángulo α es el formado por el haz del laser incidente y la superficie de la muestra, el cual será llamado el ángulo de incidencia. El ángulo β es el formado por la prolongación del haz incidente y la normal a la pantalla y será llamado ángulo de retrodispersión, el ángulo ψ es el ángulo que se gira la muestra sobre sí misma, es decir, sobre su mismo plano que la contiene.



Fotografía 3 (a).- DETALLE DEL MONTAJE EXPERIMENTAL.



Fotografía 3 (b).- CONJUNTO DEL MONTAJE EXPERIMENTAL.

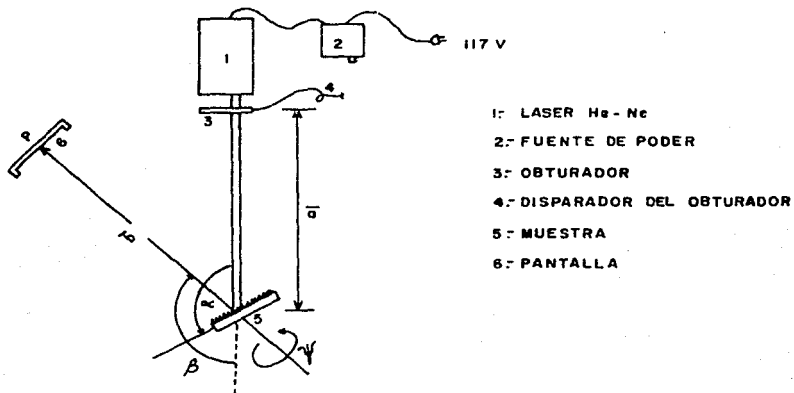


FIGURA III.1.- CONDICIONES GEOMETRICAS PARA LOS EXPERIMENTOS.

Para determinar adecuadamente las condiciones geométricas de los experimentos se pretendió con un exposfímetro obtener una curva de la irradiancia I vs. el ángulo de observación β , pero debido a que no se dispuso de un exposfímetro con la conveniente sensibilidad se tuvo que hacer por simple observación visual.

III.3.- Desarrollo Experimental.

En la sección anterior se habló de las condiciones geométricas de los experimentos (ver FIG. III.1). Para el presente trabajo se usaron en particular dos geometrías. La geometría I es cuando $\alpha = 115^\circ$, $\beta = 135^\circ$, $\bar{a} = 30$ cm. y $\bar{b} = 198.5$ cm. La geometría II se hizo para cuando $\alpha = 160^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\bar{a} = 30$ cm. y $\bar{b} = 196.5$ cm., ésta geometría es razante ya que el ángulo de retrodispersión es pequeño.

Las muestras con las que se obtuvieron los P.D. y los P.M.O. fueron como se dijo anteriormente de tres tipos: rugosas periódicas regulares, rugosas regulares y rugosas irregulares.

Las rugosas periódicas regulares del mismo tipo pero diferente grado de rugosidad son las siguientes:

Rejilla de Difracción Óptica, con 600 surcos/mm en vidrio, recubierta con una película de Au de 220 Å, donde la separación entre surco y surco es de 1.66 μ .

Rejilla de Difracción Óptica, con 600 surcos/mm en vidrio, recubierta con una película de Au de 2600 Å.

Rejilla de Difracción Óptica, con 1200 surcos/mm en plástico, recubierta con una película de Al, donde la separación entre surco y surco es de .83 μ .

Los anteriores datos son dados por el fabricante y las películas de Au y Al se depositaron por evaporación al vacío con el fin de que las rejillas fueran reflectoras.

Otro tipo de muestras es la Superficie de Filos de Navajas formada por un paquete de cien navajas de rasurar, compactadas por un sistema de prensa. Se utilizaron dos paquetes de navajas de rasurar, en uno, las navajas son de acero inoxidable con filos del mismo material, en el otro, las navajas son de acero inoxidable pero contienen Pt en sus filos como contaminante. Como los resultados que se obtienen son similares para los dos paquetes únicamente reportaremos uno de ellos.

Las características del paquete de navajas con filo de acero inoxidable son:

- 1) El espesor de c/u de las navajas es de .1 mm.
- 2) El paquete de 100 navajas mide 1.20 cm.
- 3) La distancia de pico a pico es de .118 mm.

Los paquetes de navajas se compararán contra su correspondiente muestra pulida, en este caso el lado de una navaja de rasurar su- puestamente pulida.

Para el caso de Superficies Regulares, se trabajó con una pequeña lámina de Si, de la cual es posible dar en promedio un número de granos por unidad de área. Esta superficie fue pulida hasta que aparecieron los granos del material, la cual hace que ésta adquiera un aspecto granular parecido a un empedrado.

Por otro lado se consideran muestras de Rugosidad Irregular. De este tipo se prepararon ocho discos de Al de 2 cm de diámetro, los cuales se volvieron rugosos al producirles rayones en direcciones al azar con lijas de diferente tamaño de grano, es decir, a una muestra se le produjeron rayones con una lija de un tamaño de grano, a la siguiente se le produjeron los rayones con un tamaño de grano más grande y así sucesivamente. A la muestra de menor grado de rugosidad se representa con R_1 , la muestra llamada R_2 corresponde a un mayor grado de rugosidad que R_1 , pero menor que R_3 y así sucesivamente hasta llegar a la muestra R_8 que corresponde a la muestra más rugosa de todas.

Se presentan solo los resultados como representativos de las muestras R_1 , R_6 y R_8 , muestras de menor grado de rugosidad, de rugosidad intermedia y de mayor grado de rugosidad, respectivamente.

Rugosidad Irregular R_1 , en un lado de la cara de un disco de Al se le hicieron rayones en dirección al azar con una lija (crocus paper 600), la más fina.

Rugosidad Irregular R_G , a un disco de Al se le produjeron rayones en direcciones al azar con una lija (crocus paper 120).

Rugosidad Irregular R_8 , a un disco de Al se le produjeron rayones en direcciones al azar con una lija (crocus paper 50).

Las rugosidades producidas en R_1 , R_6 y R_8 son del mismo tipo solo difieren en el grado de rugosidad.

Con el fin de comparar la lámina de Si y a las muestras rugosas irregulares se dispuso de otro disco de Al "pulido espejo", también de 2 cm de diámetro, ésta muestra pulida se denota como R_0 .

Ahora pasaremos a cubrir uno de los objetivos experimentales, el cual consiste en mostrar la micrografía de cada muestra, tal proceso es parte de la caracterización de ellas.

Las micrografías fueron obtenidas con un microscopio electrónico marca Zeiss, modelo EM 10C/CR, west Germany.

Todos los resultados experimentales de que se hable de aquí en adelante serán presentados en la sección III.4.

Las Fotografías 4 (a) y 4 (c) muestran las micrografías de las Rejillas de Difracción de Vidrio, una con una película de Au de 220 Å y la otra con una película de Au de 2600 Å, respectivamente.

La Fotografía 5 (a) muestra la micrografía del perfil de los filos de algunas de las navajas que forman el paquete de navajas, lo anterior es lo que forma la superficie de filos de navajas, la Fotografía 6 (a) muestra la micrografía de una navaja, en donde la parte superior corresponde a la estructura fina que tienen los lados que forman los filos y en su parte inferior corresponde a la parte plana o pulida, la Fotografía 6 (b) muestra solo la micrografía de la parte plana de una navaja.

La Fotografía 7 (a) muestra la micrografía de la lámina de Si, obtenida con un fotomicroscopio marca Carl Zeiss modelo 63338 construido en Alemania.

Las Fotografías 8 (a), 9 (a), 10 (a) y 11 (a) muestran las micrográficas de las muestras de Al rugoso R_1 , R_6 , R_8 y R_0 , respectivamente.

Después de haber obtenido las micrográficas de las muestras, se hicieron algunas lecturas en diferentes partes de ellas para obtener la forma de su perfil en forma indirecta, por medio de un microdensitómetro (ver Fotografía 3 (c)), este aparato fue diseñado y construido en el laboratorio. El diagrama del microdensitómetro se muestra en la FIG. III.2 y el circuito del microdensitómetro se muestra en la FIG. III.3.



Fotografía 3 (c).- MICRODENSITOMETRO.

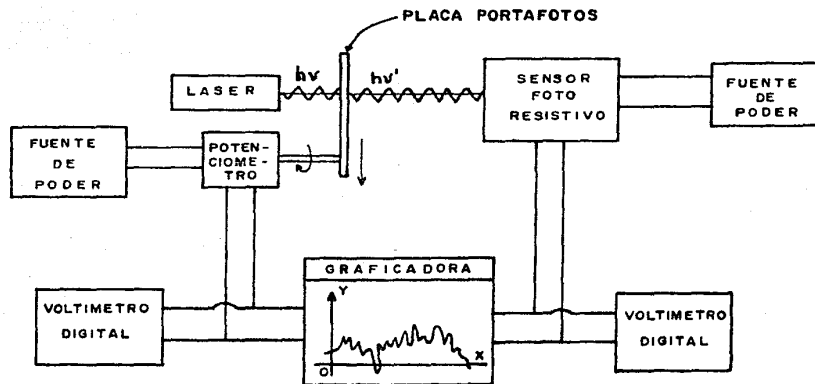


FIGURA III.2: DIAGRAMA DE BROQUE DE UN MICRODENSITOMETRO

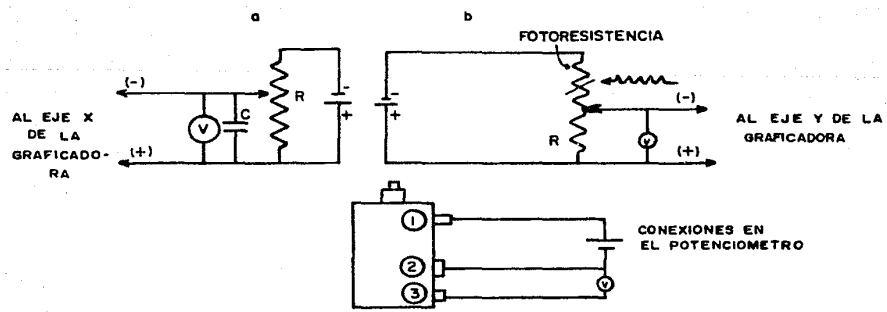


FIGURA III.3.- CIRCUITO ELECTRICO DEL MICRODENSITOMETRO

III.3.1.- Descripción del Funcionamiento del Microdensitómetro.

Como se ve en el diagrama de la FIG. III.2 presentado anteriormente, el haz de un laser He-Ne es dirigido a la micrografía de interés, la cual es colocada sobre una tabla perforada que puede ser desplazada horizontal y verticalmente; el desplazamiento horizontal permitido es de 10 cm, el movimiento vertical solo fija el lugar en que se quiere iluminar la fotografía.

La luz transmitida por la fotografía, la cual se va desplazando horizontalmente llega a una fotoresistencia la cual está conectada a un circuito eléctrico (ver FIG. III.3) presentada anteriormente, que la transforma a variaciones de voltaje, los cuales son detectados en una graficadora marca Hewlett Packard modelo 7044A de la serie 1323A00680.

El eje Y de la graficadora es función de la transmisión de luz que pasa a través de la fotografía y el eje X es función del desplazamiento horizontal, el cual es traducido a un voltaje por medio de un potenciómetro de 50 K Ω .

Se utilizan dos fuentes de poder marca Hewlett Packard de número de serie 1141A02030 y 1141A02031 para independizar el voltaje de alimentación del potenciómetro y de la fotoresistencia y consecuentemente las longitudes del trazo X, Y de la graficadora.

La placa portafotos (tabla perforada) que se acopla al potenciómetro por medio de un engrane el cual se mueve manualmente efectúa un desplazamiento lineal ante el giro del eje del potenciómetro.

Los voltímetros digitales marca Hewlett Packard y Fluke con números de serie 1212A01165 y 1213A01431, respectivamente, permiten conocer el voltaje correspondiente al desplazamiento en el eje X de la placa portafotos y al eje Y debido a la intensidad de la luz que llega a la fotoresistencia.

Para eliminar ruido se instala un condensador de 5 μF , (ver FIG. III.3).

Una modificación posterior del arreglo presentado, es el de acoplar un mecanismo que almacene dichas variaciones de voltaje para entregarlos posteriormente en listados ya sea en forma numérica en papel, en cinta perforada o en gráfica en pantalla para efectuar un estudio más adecuado del trazo obtenido en la graficadora, además este trazo corresponde a un solo recorrido en línea recta de la fotografía, donde el grosor de esta línea depende de lo que se lea en la fotografía y del diámetro del laser.

La idea sería leer fotografías línea a línea o sea en dos dimensiones para reproducir en nuestro caso a las micrográficas a los P.D. o P.M.O.

Las lecturas hechas con el microdensitómetro en las fotografías son arbitrarias o sea, se hicieron en líneas que se consideraran más interesantes.

Por otro lado para cuantificar las gráficas de voltajes, se tuvo que calibrar la fotoresistencia y hacer una curva de calibración, donde al voltaje se le asocia una irradiancia que es igual a la potencia media por unidad de área.

La calibración se hizo de la siguiente manera:

- 1).- Se mide la potencia luminosa a varias distancias; estas son de la salida de la luz del laser al medidor de potencia Spectra Physics modelo 385.

Se colima la entrada de luz al medidor siendo circular de 4 cm de diámetro, igualmente se hace en la fotoresistencia.

Ya teniendo la potencia media se calcula la irradiancia I , estos datos se encuentran en la Tabla A (Tablas de Calibración), donde el área sensitiva del medidor es de $12.56 \times 10^{-6} \text{ m}^2$.

- 2).- Se mide el voltaje correspondiente de la fotoresistencia cuando se iluminan a varias distancias con el haz del laser (ver Tabla B, Tablas de Calibración), dicho voltaje es medido con el circuito b de la FIG. III.3, donde en este caso el valor de la resistencia usada es de $5 \text{ K}\Omega$ y el voltaje que alimenta a la fotoresistencia es de .55 volts, que es el voltaje de la fuente de poder.

En algún caso donde los datos anteriores hayan sido distintos se indicará.

TABLAS DE CALIBRACION.

Distancia del Laser al potenciómetro (cm)	Potencia Media (mW)	Irradiancia (watts/m ²)
10	.12	9.55
15	.06	4.77
20	.04	3.18
25	.025	1.99
30	.017	1.35
35	.012	.955
40	.010	.796
45	.008	.636
50	.007	.557

TABLA A.

Distancia del Laser a la Fotoresistencia (cm)	Voltaje (volts)
10	.487
15	.476
20	.470
25	.457
30	.449
35	.430
40	.428
45	.415
50	.365

TABLA B.

Lo anterior se hace con el fin de que a cada voltaje que se mida al ser iluminada la fotorresistencia se le asocie una irradiancia I .

Las FIG. III.4 y FIG. III.5 muestran las gráficas de la potencia vs. distancia y voltaje vs. distancia, respectivamente y la FIG. III.6 muestra la gráfica de la irradiancia vs. voltaje.

Los perfiles de la Gráfica I hasta la Gráfica XXIII de la sección III.4 son hechas con el microdensitómetro.

La Gráfica I muestra tres perfiles de la micrografía de la rejilla de vidrio con una película de Au de 220 Å Fotografía 4 (a), las líneas leídas se indican en la micrografía con una letra, la cual corresponde a la misma letra que en el perfil de la Gráfica, e igual se hace en todos los casos posteriores. Esta Gráfica se obtiene con un voltaje de $V_x = 1.69$ volts que alimenta al potenciómetro y un voltaje $V_y = .55$ volts que alimenta a la fotorresistencia. En la graficadora para el eje X se trabaja en el rango $R_x = 25$ mv/cm y para el eje Y en el rango $R_y = 25$ mv/cm.

La Gráfica III muestra tres perfiles de la micrografía de la rejilla de vidrio con una película de Au de 2600 Å correspondiente a la fotografía 4 (c), las condiciones de ésta son: $R_x = 25$ mv/cm, $R_y = 25$ mv/cm, $V_x = 1.69$ volts y $V_y = .55$ volts.

Las Gráficas V, VII, VIII, XII, XV, XVIII, XXI, son leídas bajo las mismas condiciones que la Gráfica III.

La Gráfica V muestra tres perfiles de la micrografía de los filos de las navajas de acero inoxidable correspondientes a la Fotografía 5 (a).

La Gráfica VII muestra dos perfiles de la micrografía de la parte plana y del declive que forma el filo de una navaja correspondiente a la Fotografía 6 (a).

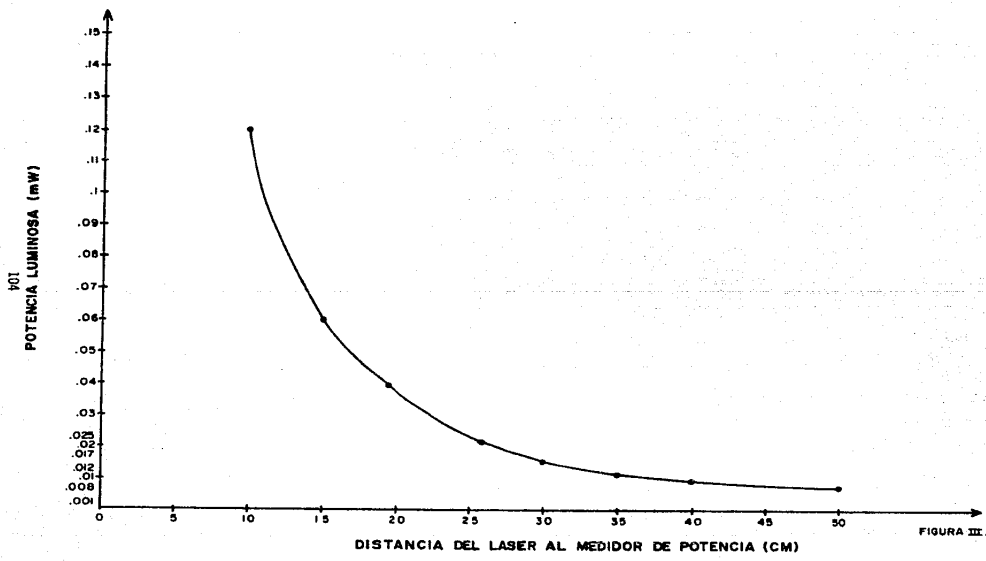
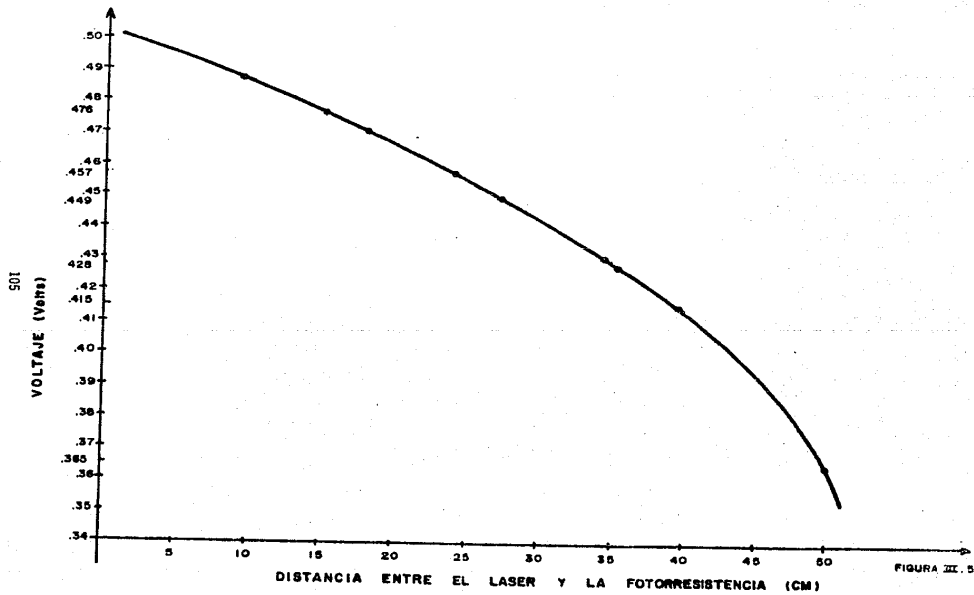
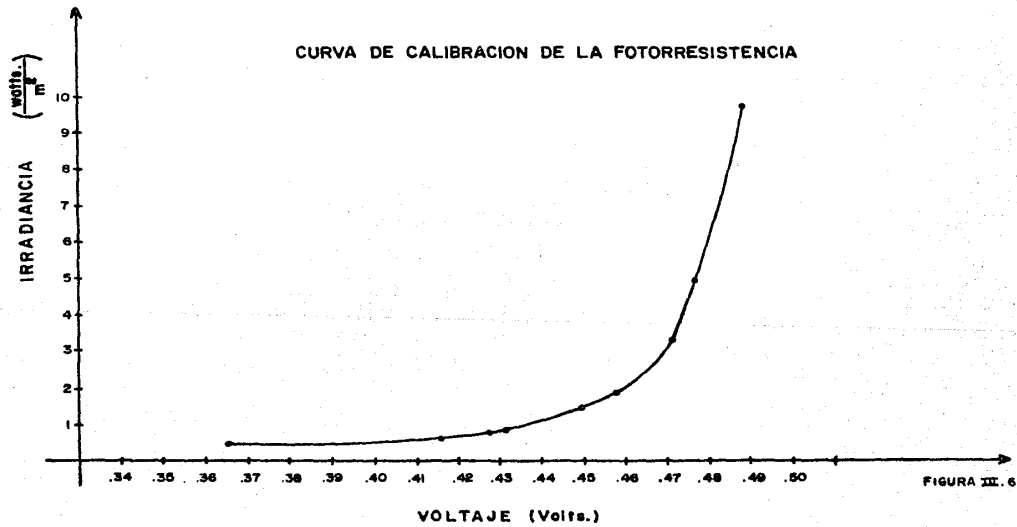


FIGURA III. 4





La Gráfica VIII muestra tres perfiles de la micrografía de la parte plana de una navaja correspondiente a la Fotografía 6 (b).

La Gráfica X muestra tres perfiles de la micrografía de la lámina de Si correspondiente a la Fotografía 7 (a), las condiciones de ésta son: $R_x = 25 \text{ mv/cm}$, $R_y = .05 \text{ v/cm}$, $V_x = 1.72 \text{ volts}$ y $V_y = .55 \text{ volts}$.

La Gráfica XII muestra tres perfiles de la micrografía de la muestra de Al rugoso R_1 correspondiente a la Fotografía 8 (a).

La Gráfica XV muestra tres perfiles de la micrografía de la muestra de Al rugoso R_6 correspondiente a la Fotografía 9 (a).

La Gráfica XVIII muestra tres perfiles de la micrografía de la muestra de Al rugoso R_8 correspondiente a la Fotografía 10 (a).

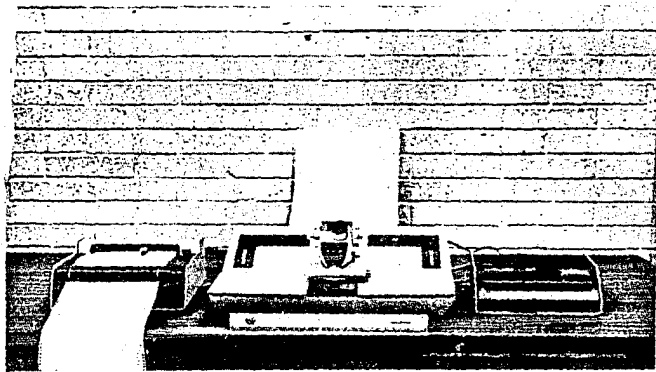
La Gráfica XXI muestra tres perfiles de la micrografía de la muestra de Al "pulido espejo" R_0 correspondiente a la Fotografía 11 (a).

El siguiente paso experimental es obtener los perfiles directamente de las muestras por medio de un perfilómetro.

Al graficar el perfil de la muestra sabremos la forma y la escala de las rugosidades y se verá de que orden son en comparación con la longitud de onda de la luz utilizada, así veremos si las muestras son un poco rugosas, muy rugosas o pulidas.

El montaje del perfilómetro se muestra en la Fotografía 3 (d), el cual está constituido por un escalímetro marca Sloan FLM cuyas escalas son 100K, 50K, 20K, 10K, 5K, 2K, 1K, 500, 200, 100, (Å/Div) con catálogo 900051 serial 1515/0182 Technology Corp. Santa Barbara Calif. S/N 011001.

La graficadora que se utiliza es marca Sloan serial 48920/0182 S/N 011001 model 933 con catálogo 900051 speed 2-10-50 (cm/min).



Fotografía 3 (d).- DEKTAK CON ESCALIMETRO Y GRAFICADORA.

El Dektak es marca Sloan con catálogo 900051 serial 011001 Technology Corp. Santa Barbara Calif.

El rango que se utiliza es de $10\text{K } (\text{\AA}/\text{Div})$ y las velocidades para leer las muestras son de 1, .1, .01 (cm/min). El radio estandar del Stylus es de .0005'' y el opcional es de radio .0001'' con el cual no se contó lo que impide lecturas de rugosidades más pequeñas. La amplificación del microscópio es de 40X, el cual es parte del Dektak.

Una lectura hecha con el perfilómetro de algunas muestras, son presentadas en la sección IV aunque, son realizadas de menos tres lecturas para cada muestra.

Los perfiles de las rejillas de difracción no se obtienen, debido a que el instrumento de medida no es lo suficientemente fino para realizar la medida en el caso de la rejilla de 600 surcos/mm el diámetro del Stylus es 16 veces más grande que un surco y, en el caso de

la rejilla de 1200 surcos/mm, el diámetro del Stylus es 32 veces más grande que un surco.

Todas las gráficas hechas con el perfilómetro que se presentarán son lecturas obtenidas de la parte central de la muestra.

La Gráfica III.3.1. corresponde a un perfil del lado pulido de una navaja, ver Fotografía 6.(b) y las condiciones son: rango en el escalímetro $Re = 500 \text{ \AA} / \text{Div.}$, la velocidad en el Dektak $V_D = 1 \text{ cm/min.}$ y la velocidad en la graficadora $V_g = 50 \text{ cm/min.}$

La Gráfica III.3.2. corresponde a un perfil de la muestra de Si, donde $Re = 2 \text{ K\AA} / \text{Div.}$, $V_g = 50 \text{ cm/min.}$ y $V_D = 1 \text{ cm/min.}$

La Gráfica III.3.3. corresponde a un perfil de la muestra de Al R_1 , donde $Re = 5 \text{ K\AA} / \text{Div.}$, $V_g = 50 \text{ cm/min.}$ y $V_D = 1 \text{ cm/min.}$

La Gráfica III.3.4. corresponde a un perfil de la muestra de Al R_6 , donde $Re = 50 \text{ K\AA} / \text{Div.}$, $V_g = 50 \text{ cm/min.}$ y $V_D = 1 \text{ cm/min.}$

La Gráfica III.3.5. corresponde a un perfil de la muestra de Al R_8 , donde $Re = 100 \text{ K\AA} / \text{Div.}$, $V_g = 50 \text{ cm/min.}$ y $V_D = 1 \text{ cm/min.}$

La Gráfica III.3.6. corresponde a un perfil de la muestra de Al pulido R_0 , donde $Re = 10 \text{ K\AA} / \text{Div.}$, $V_g = 50 \text{ cm/min.}$ y $V_D = 1 \text{ cm/min.}$

La Gráfica III.3.7. corresponde a un perfil de la muestra de Al R_2 , donde $Re = 20 \text{ K\AA} / \text{Div.}$, $V_g = 50 \text{ cm/min.}$ y $V_D = 1 \text{ cm/min.}$

El siguiente paso experimental es: a cada micrografía se le asocia su P.D. o su P.M.O. según sea el tipo de muestra obtenidos a las geometrías ya mencionadas y con el montaje experimental mostrado en la FIG. III.1.

Lo anterior se hace con el fin de que se pueda conocer la estructura de la superficie de la muestra y su correspondiente P.D. o P.M.O. y ver si la forma de dichos patrones está relacionada con la topografía de la muestra.

Cabe aclarar que para el caso de muestras periódicas regulares se hablará de su P.D. y para el caso de las muestras regulares e irregulares se hablará de su P.M.O. los cuales también son P.D. solo que son formados con superficies con rugosidades distribuidas al azar.

Los P.D. y los P.M.O. son fotografiados, lo cual hace necesario utilizar papel fotográfico Kodak color de $8 \times 10''$, ya que en papel blanco y negro no sale ninguna imagen debido a que el haz del laser es de color rojo. Se hacen muchas pruebas del tiempo de exposición hasta lograr en las imágenes condiciones óptimas.

La Fotografía 4. (b) muestra el P.D. correspondiente a la rejilla de vidrio con una película de Au de 220 Å. Este patrón se obtiene con $\beta = 128^\circ$, $\alpha = 122^\circ$ y $\bar{b} = 12.5$ cm.

Con los datos que caracterizan a esta muestra dados anteriormente, se puede calcular el orden de difracción al cual pertenece el punto luminoso intermedio (P) de la Fotografía 4. (b). El punto P coincide con la normal a la superficie es decir, es el punto P que se muestra en la pantalla de la FIG. III.1. para calcular el orden de difracción m utilizamos la ecuación 3.1, donde en este caso el ángulo de incidencia es el complemento del ángulo β , es decir $\theta_i = 52^\circ$, $\theta_m = 0^\circ$, $a = 1.6 \times 10^4$ Å y $\lambda = 6328$ Å, entonces:

$$m = \frac{a(\sin \theta_m - \sin \theta_i)}{\lambda} \quad 3.1$$

Haciendo el cálculo tenemos que $m = -1.99$. Por lo que se concluye que el punto P corresponde al orden de difracción - 2.

La Fotografía 4. (d) es obtenida bajo las mismas condiciones de la Fotografía 4. (b) y muestra un solo orden del P.D. de la rejilla de vidrio con una película de Au de 2600 Å. La Fotografía 4. (e) muestra el P.D. de la rejilla de difracción de plástico. De igual manera las condiciones fueron las mismas que las de la Fotografía 4. (b).

Para el punto P de la Fotografía 4 (e), $\theta_i = 52^\circ$, $\theta_m = 0^\circ$, $a = 8333 \text{ Å}$ y $\lambda = 6328 \text{ Å}$ por lo que con la fórmula 3.1 se calcula su orden de difracción y es

$$m = 8333 \text{ Å} (\sin 0^\circ - \sin 52^\circ) / 6328 \text{ Å} \\ = -1.03$$

Por lo que el punto P de la Fotografía 4 (e) corresponde al orden de difracción - 1.

La Fotografía 5. (b) muestra una parte del P.D. del paquete de navajas, en este caso los filos de las navajas son iluminados cuando están horizontales y la geometría que se utiliza es la I, solo que en este caso $\bar{b} = 1 \text{ m.}$, ya que las franjas son poco intensas se busca la \bar{b} en donde el patrón quede mejor definido. Para mayor claridad este resultado se presenta en la sección III.4. en la FIG. 3. en ella se muestra el Patrón de Reflexión de una sola navaja de rasurar.

La Fotografía 6. (c) muestra el P.M.O. que caracteriza a la parte plana de una navaja y se obtiene bajo las condiciones de la geometría I.

La Fotografía 7. (b) muestra el P.M.O. que caracteriza a la lámina de Si pulido y se obtiene bajo las condiciones de la geometría I.

Las Fotografías 8. (b) y 8. (c) muestran los P.M.O. que caracterizan a la muestra de Al R_1 , la primera se obtiene bajo las condiciones

de la geometría I y la segunda bajo las condiciones de la geometría II.

Las Fotografías 9. (b) y 9. (c) muestran los P.M.O. que caracterizan a la muestra de Al R_6 , la primera se obtiene bajo las condiciones de la geometría I y la segunda bajo las condiciones de la geometría II.

Las Fotografías 10. (b) y 10. (c) muestran los P.M.O. que caracterizan a la muestra de Al R_8 , la primera se obtiene bajo las condiciones de la geometría I y la segunda bajo las condiciones de la geometría II.

Las Fotografías 11. (b) y 11 (c) muestran los P.M.O. que caracterizan a la muestra de Al "pulido espejo" R_0 , la primera se obtiene bajo las condiciones de la geometría I y la segunda bajo las condiciones de la geometría II.

Ya obtenidos los P.D. y los P.M.O. procedimos a leerlas con el microdensitómetro haciendo algunas lecturas en diferentes partes de ella, esto es con el fin de obtener los perfiles de las distribuciones de intensidad del patrón.

La Gráfica II muestra tres perfiles de la distribución de intensidad del P.D. de la rejilla de vidrio con película de Au de 220 Å que corresponde a la Fotografía 4. (b), las condiciones de ésta son: $R_x = 25$ mv/cm, $R_y = 5$ mv/cm, $V_x = 1.69$ volts y $V_y = .55$ volts.

En este caso se colima el haz del laser a un diámetro de .8 mm, esto hace que las gráficas tengan picos más detallados y que el voltaje en el eje Y de la graficadora disminuya y por lo tanto el valor del voltaje en los picos.

La Gráfica IV. muestra cuatro perfiles de la distribución de intensidad del P.D. de la rejilla de plástico con película de Al de

2600 Å que corresponde a la Fotografía 4.(e), las condiciones son las mismas que las de la Gráfica II.

La Gráfica VI muestra tres perfiles de la distribución de intensidad del Patrón de Reflexión del paquete de navajas que corresponde a la Fotografía 5. (b), con $R_x = R_y = 25 \text{ mv/cm}$, $V_x = 1.69 \text{ volts}$ y $V_y = 55 \text{ volts}$.

La Gráfica IX muestra tres perfiles de la distribución de intensidad del P.M.O. de la parte plana de una navaja de rasurar que corresponde a la Fotografía 6 (d), con $R_x = R_y = 25 \text{ mv/cm}$, $V_x = 1.69 \text{ volts}$ y $V_y = .55 \text{ volts}$.

La Gráfica XI muestra tres perfiles de la distribución de intensidad del P.M.O. de la lámina de Si que corresponde a la Fotografía 7. (b), las condiciones de esta son: $R_x = 25 \text{ mv/cm}$, $R_y = .05 \text{ v/cm}$, $V_x = 1.72 \text{ volts}$ y $V_y = .55 \text{ volts}$.

La Gráfica XIII muestra tres perfiles de la distribución de intensidad del P.M.O. de la muestra de Al rugoso R_1 que corresponde a la Fotografía 8. (b), bajo las condiciones de la geometría I con $R_x = 25 \text{ mv/cm}$, $R_y = .05 \text{ v/cm}$, $V_x = 1.72 \text{ volts}$ y $V_y = .55 \text{ volts}$.

La Gráfica XIV muestra tres perfiles de la distribución de intensidad del P.M.O. de la muestra de Al rugoso R_1 que corresponde a la Fotografía 8. (c), bajo las condiciones de la geometría II con $R_x = 25 \text{ mv/cm}$, $R_y = 5 \text{ mv/cm}$, $V_x = 1.69 \text{ volts}$ y $V_y = .55 \text{ volts}$.

La Gráfica XVI muestra tres perfiles de la distribución de intensidad del P.M.O. de la muestra de Al rugoso R_6 que corresponde a la Fotografía 9. (b), bajo las condiciones de la geometría I con $R_x = R_y = 25 \text{ mv/cm}$, $V_x = 1.69 \text{ volts}$ y $V_y = .55 \text{ volts}$.

La Gráfica XVII muestra tres perfiles de la distribución de intensidad del P.M.O. de la muestra de Al rugoso R_6 que corresponde a la Fotografía 9. (c), bajo las condiciones de la geometría II con

$R_x = 25 \text{ mv/cm}$, $R_y = 5 \text{ mv/cm}$, $V_y = .55 \text{ volts}$ y $V_x = 1.69 \text{ volts}$.

La Gráfica XIX muestra cuatro perfiles de la distribución de intensidad del P.M.O. de la muestra de Al rugoso R_8 que corresponde a la Fotografía 10. (b), bajo las condiciones de la geometría I con $R_x = R_y = 25 \text{ mv/cm}$, $V_x = 1.81 \text{ volts}$ y $V_y = .55 \text{ volts}$.

La Gráfica XX muestra tres perfiles de la distribución de intensidad del P.M.O. de la muestra de Al rugoso R_8 que corresponde a la Fotografía 10. (c), bajo las condiciones de la geometría II con $R_x = 25 \text{ mv/cm}$, $R_y = 5 \text{ mv/cm}$, $V_x = 1.69 \text{ volts}$ y $V_y = .55 \text{ volts}$.

La Gráfica XXII muestra tres perfiles de la distribución de intensidad del P.D. de la muestra de Al rugoso R_0 que corresponde a la Fotografía 11. (b), bajo las condiciones de la geometría I con $R_x = 25 \text{ mv/cm}$, $R_y = .05 \text{ v/cm}$, $V_x = 1.81 \text{ volts}$ y $V_y = .55 \text{ volts}$.

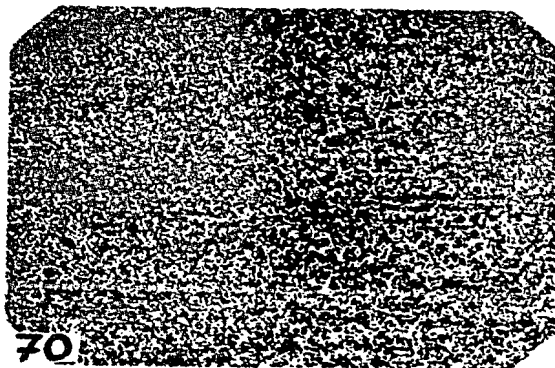
La Gráfica XXIII muestra tres perfiles de la distribución de intensidad del P.D. de la muestra de Al rugoso R_0 que corresponde a la Fotografía 11. (c), bajo las condiciones de la geometría II con $R_x = 25 \text{ mv/cm}$, $R_y = 5 \text{ mv/cm}$, $V_x = 1.69 \text{ volts}$ y $V_y = .55 \text{ volts}$.

Por otro lado, al correlacionar dos P.M.O. sobre un mismo papel fotográfico al girar la muestra servirá para comprobar si efectivamente se obtienen franjas de Young.

La técnica que se utilizó para obtener las franjas fue la siguiente: Sobre un papel fotográfico se fotografió un P.M.O., ya sea a la geometría I ó a la geometría II, el papel fotográfico estaba adentro de un portaplacas sostenido por un tripie de fotografía, el cual después de la exposición podía por medio de una puerta ser cerrado, posteriormente la muestra era girada a un cierto ángulo, entonces se abría la puerta y se hacía la segunda exposición sobre el mismo papel fotográfico.

El ángulo no pudo ser medido directamente debido a que nuestro montaje era poco preciso, pero puede ser encontrado midiendo el desplazamiento de los granos de los P.M.O., el cual se mide directamente sobre el papel fotográfico.

Posteriormente se revela el papel fotográfico y aparecen los dos P.M.O. desplazados procurando que cada grano tenga su correspondiente, además el giro de la muestra no debe afectar la forma y el tamaño de los granos de tal manera que los dos P.M.O. sean iguales. Los tiempos de exposición de los dos patrones deben ser iguales debido a que la visibilidad de las franjas es máxima, (ver Fotografía 3 (e)).



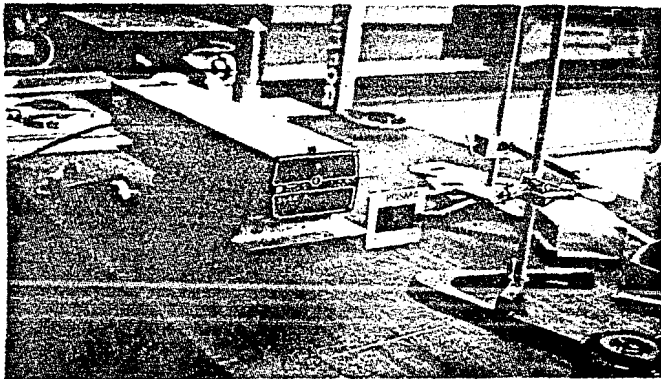
Fotografía 3 (c).- CORRELACION DE DOS P.M.O. DE LA SUPERFICIE RUGOSA R_8 A LA GEOMETRIA II.

Hay que notar también que el desplazamiento de los P.M.O. debe ser mayor que el diámetro de los granos del P.M.O. inicial de tal manera que al convertir el papel fotográfico en un difusor

los granos por pares distribuidos al azar hagan que la luz que los ilumine interfiera y de origen a franjas.

El difusor se logra sacandole una fotografía al papel fotográfico con los dos P.M.O. de tal manera que nos quede un negativo en el cual los granos de los P.M.O. dejen pasar la luz y lo demás sea negro.

Este negativo tiene que ser reducido de tal manera que al iluminarlo directamente con el haz del laser aparezcan las franjas, (ver Fotografía 3 (f)).



Fotografía 3 (f).- MONTAJE EXPERIMENTAL PARA OBSERVAR FRANJAS DE YOUNG.

Por último mostraremos las franjas de interferencia. El tamaño de los difusores fueron reducidos de 10'' a 1cm, en el largo y de 8'' a .8cm, en el ancho. Las franjas fueron observadas en una pantalla colocada a una distancia de 1.65 m. desde cada

difusor al ser iluminado simplemente con el haz del laser He-Ne de .95 mW. Las fotografías de las franjas están obtenidas a una escala de 1:1.17 y fueron obtenidos con una cámara Minolta SRT 100 X a la cual se le adaptó una lente Zoom de 4.9cm de diámetro, la cual tenía todo el diafragma abierto. La película utilizada fue ASA 400. Para poder asignarle una escala a las fotografías se fotografió una regla graduada.

Los difusores que contenían los dos P.M.O. correlacionados fueron proyectados en una pantalla para conocer la distancia l entre cada par de granos.

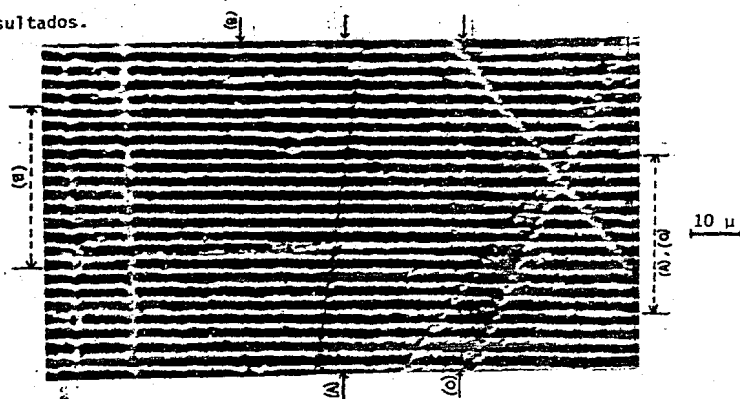
La Fotografía a_1 (ver Sección IV) obtenida bajo las condiciones de la geometría I muestra dos P.M.O. correlacionados que corresponden a una muestra rugosa de Al R_2 del mismo tipo de R_1 , R_6 y R_8 , esta fue preparada con una lija (crocus paper 320), el papel fotográfico usado fue Kodakcolor de 8 X 10".

La distancia d entre los pares de granos en el difusor es de .56 mm, (ver Experimento de Young, Sección I.2.3.). Por lo tanto el ángulo de giro puede calcularse conociendo ya sea la distancia d o la distancia entre dos franjas adyacentes con la fórmula 2.49 del Capítulo II.

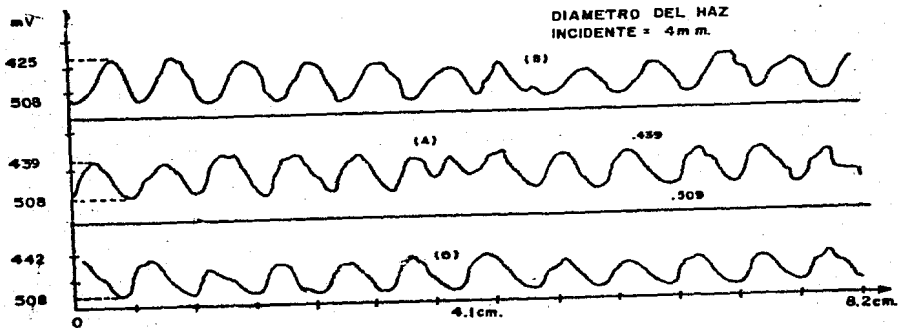
La Fotografía a_2 muestra las franjas correspondientes a la Fotografía a_1 . Las Fotografías b_1 , c_1 , d_1 y e_1 muestran dos P.M.O. correlacionados y corresponden a la muestra de Al rugoso R_8 ; donde $d = .32$ mm, $d = .22$ mm, $d = .16$ mm y $d = .22$ mm, respectivamente, por lo que en cada caso el ángulo de giro es diferente.

Las Fotografías b_2 , c_2 , d_2 y e_2 muestran las franjas correspondientes de las Fotografías b_1 , c_1 , d_1 y e_1 , obtenidas bajo la geometría I.

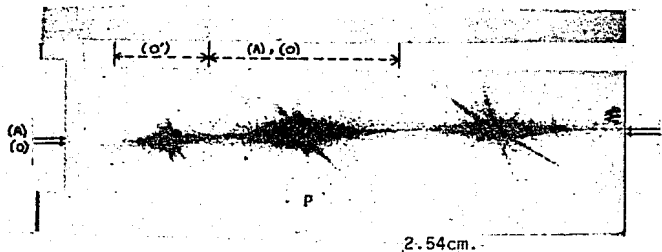
III.4. Resultados.



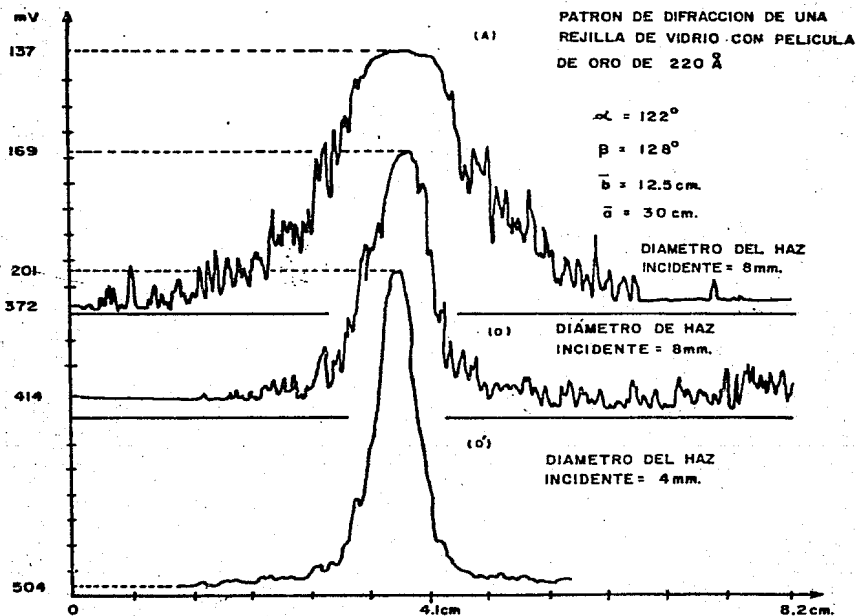
Fotografía 4 (a).- MICROGRAFIA DE LA REJILLA DE VIDRIO
CON UNA PELICULA DE ORO DE 220 Å
DEPOSITADA AL VACIO.



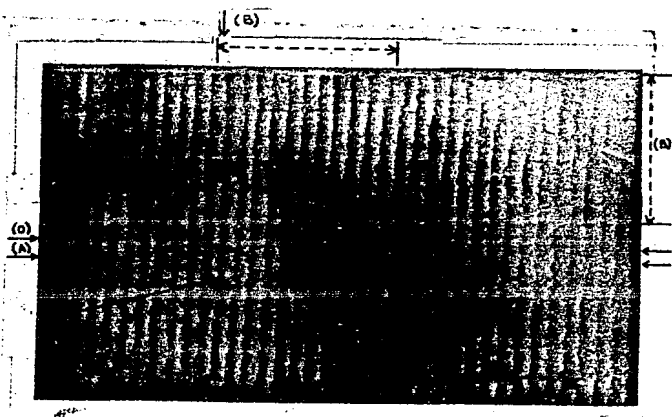
GRAFICA-I.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTES
A LA FOTOGRAFIA 4 (a).



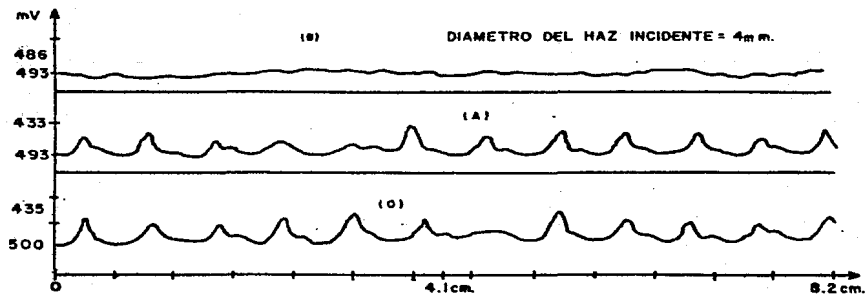
Fotografía 4 (b).- PATRON DE DIFRACCION DE UNA REJILLA DE VIDRIO DE 220 Å QUE CARACTERIZA A LA MICROGRAFIA DE LA FOTOGRAFIA 4 (a).



GRAFICA II.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFIA 4 (b) DEL ORDEN DE DIFRACCION CENTRAL.



Fotografía 4 (c).- MICROGRAFIA DE LA REJILLA DE VIDRIO CON
 UNA PELICULA DE ORO DE 2600 Å.



GRAFICA III.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTE
 A LA FOTOGRAFIA 4 (c).



2.54cm.

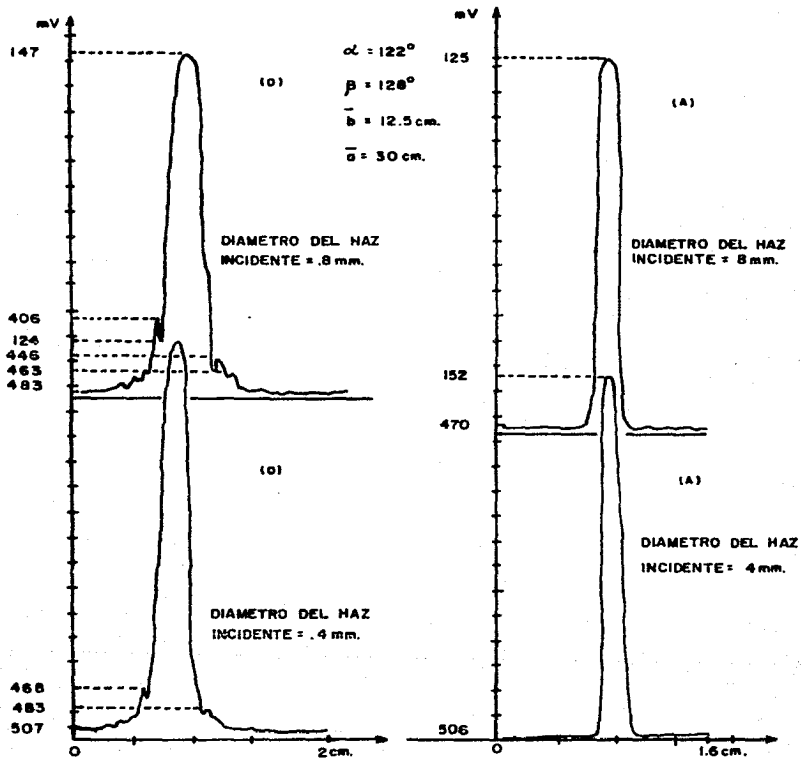
Fotografía 4 (d).- PATRON DE DIFRACCION DE UNA REJILLA DE VIDRIO RECUBIERTA CON UNA PELICULA DE Au de 2600 Å.



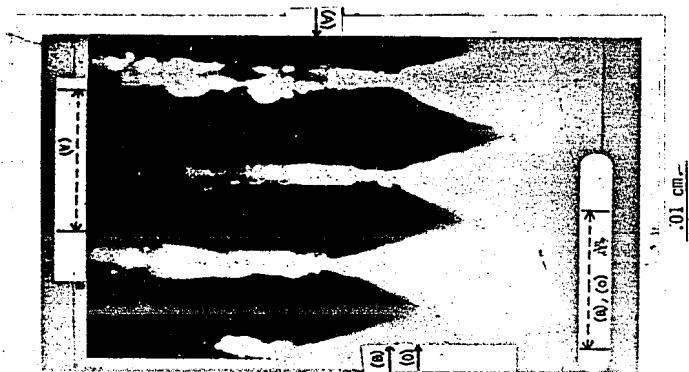
2.54cm.

Fotografía 4 (e).- PATRON DE DIFRACCION DE LA REJILLA DE PLASTICO RECUBIERTA CON UNA PELICULA DE Al QUE CARACTERIZA A LA MICROGRAFIA DE LA FOTOGRAFIA 4 (e).

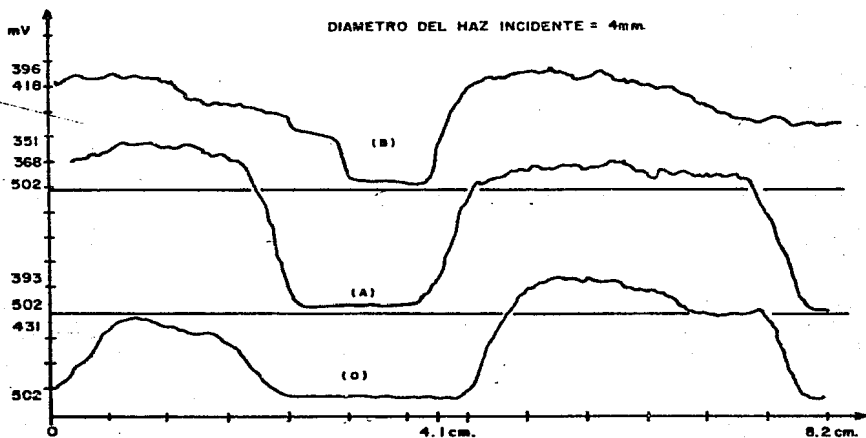
PATRÓN DE DIFRACCIÓN DE UNA REJILLA DE PLÁSTICO
CON PELÍCULA DE ALUMINIO



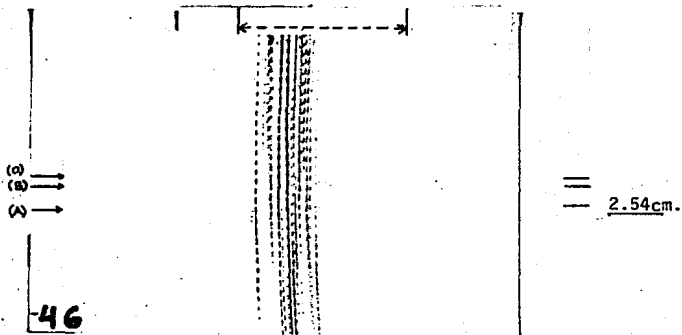
GRAFICA IV.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO
CORRESPONDIENTE A LA FOTOGRAFIA 4 (e).



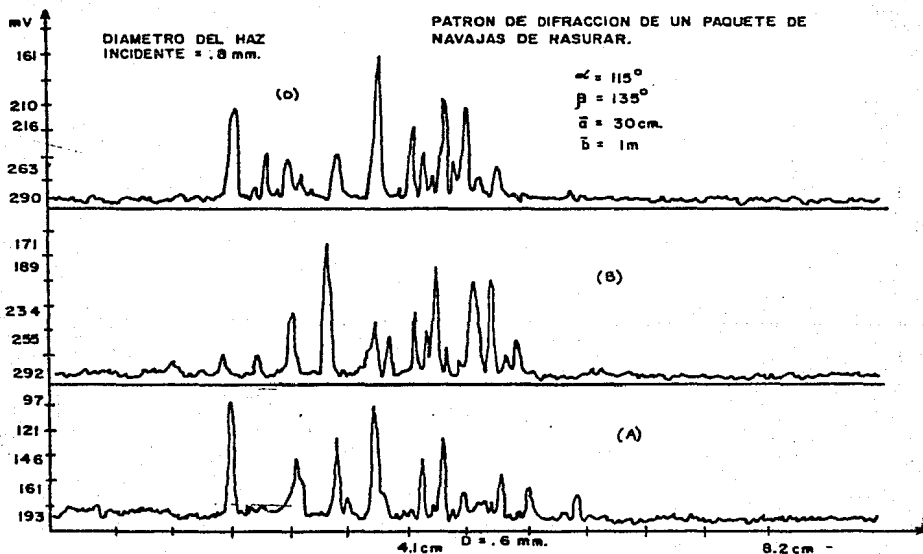
Fotografía 5 (a).- MICROGRAFIA DE LOS FILOS DE LAS
NAVAJAS DE ACERO, INOXIDABLE.



GRAFICA V.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTES
A LA FOTOGRAFIA 5 (a).



Fotografía 5 (b).- PATRON DE DIFRACCION QUE CARACTERIZA EL PAQUETE DE NAVAJAS DE ACERO INOXIDABLE.



GRÁFICA VI.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFIA. 5 (b).

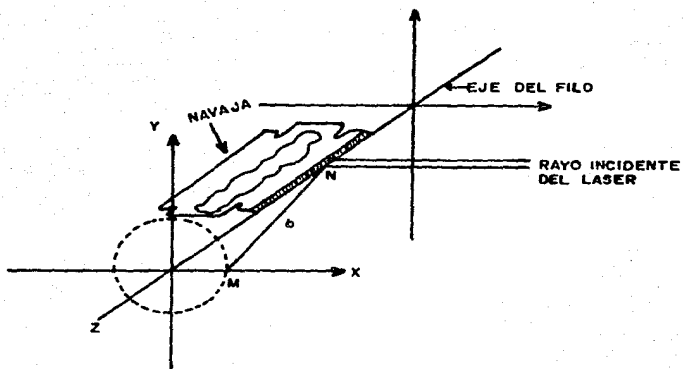
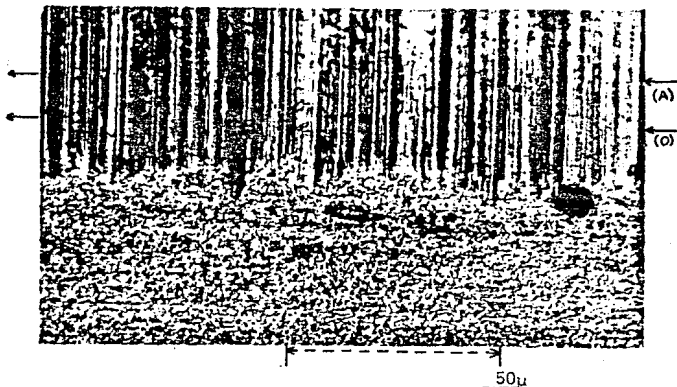
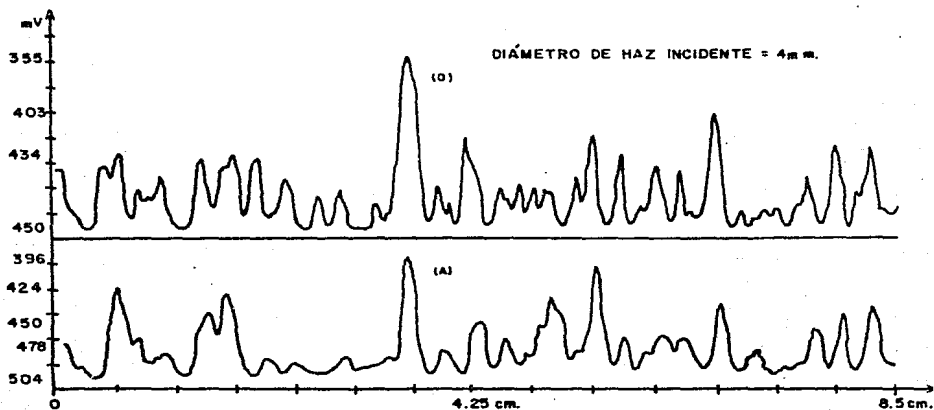


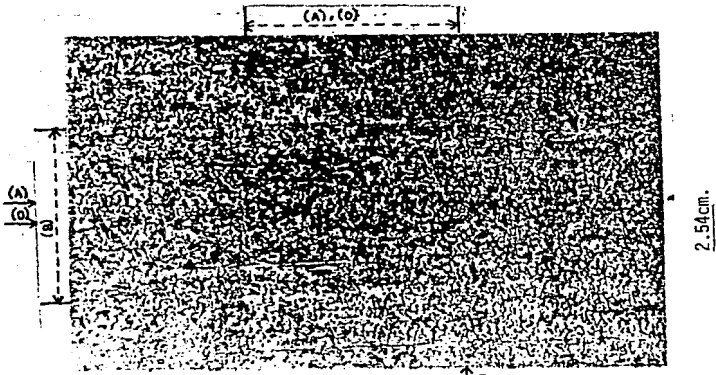
FIGURA 3.- FORMACION DEL PATRON DE DIFRACCION DEL FILO DE UNA NAVAJA DE RASURAR.



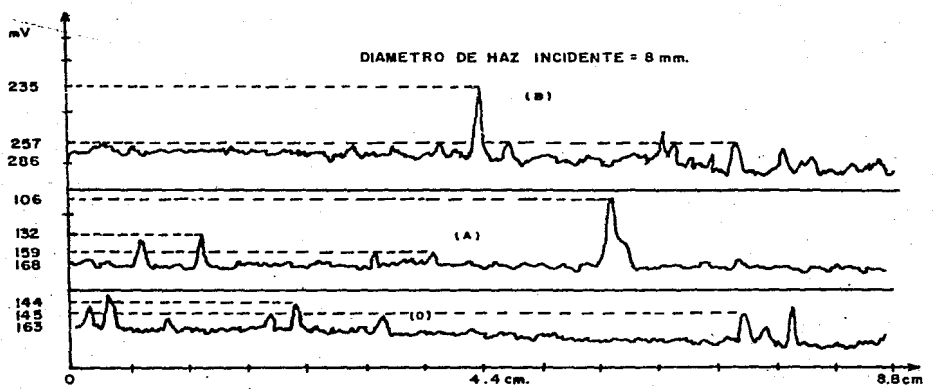
Fotografía 6 (a).- MICROGRAFIA DE LA PARTE PLANA Y DEL
DECLIVE QUE FORMA EL FILO DE UNA
NAVAJA.



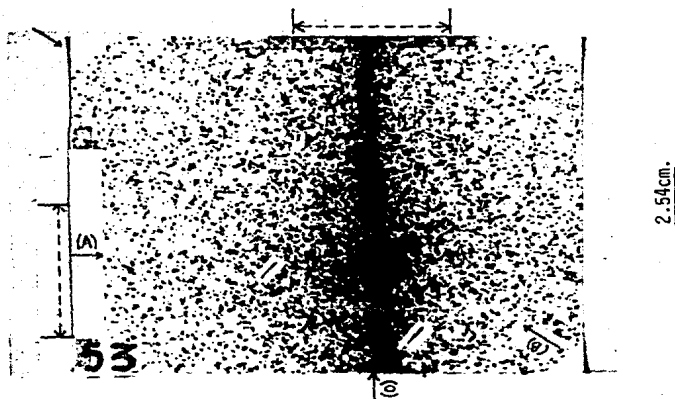
GRAFICA VII.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTE
A LA FOTOGRAFIA 6 (a).



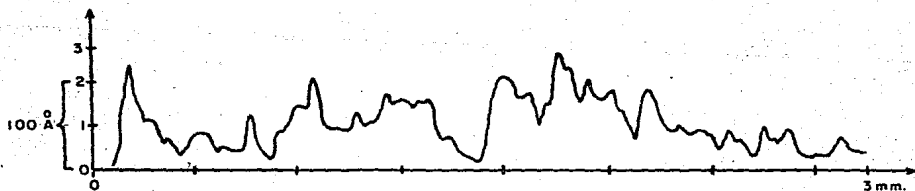
Fotografía 6 (c).- P.M.O. DE LA PARTE PLANA DE UNA NAVAJA DE RASURAR CON FILO DE ACERO INOXIDABLE.



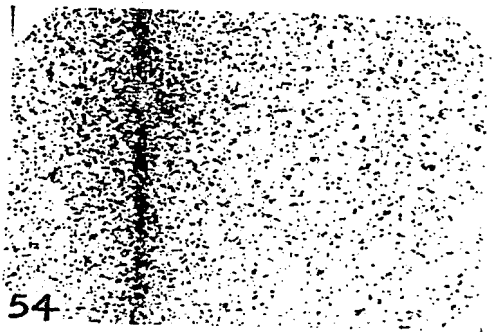
GRAFICA IX.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO DE LA FOTOGRAFIA 6 (c).



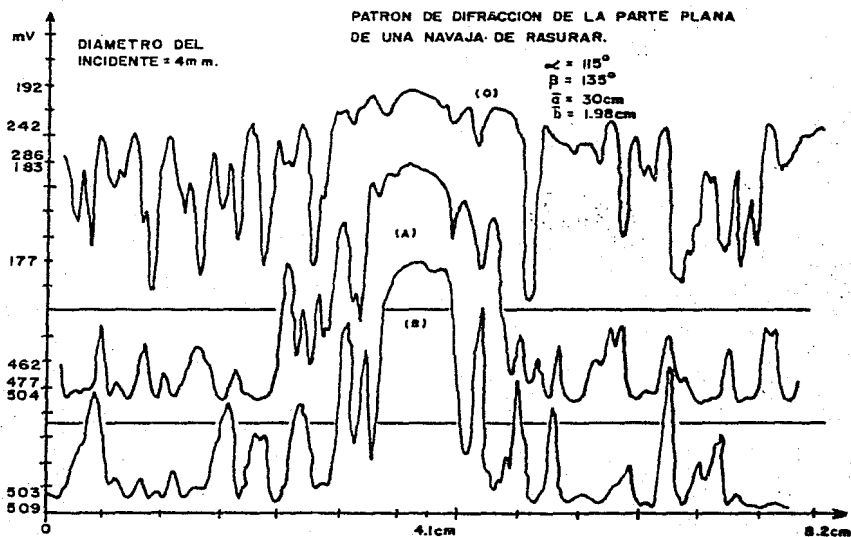
Fotografía 6 (d).- P.M.O. QUE CARACTERIZA A LA PARTE PLANA DE UNA NAVAJA DE RASURAR CON FILOS DE Pt.



GRAFICA III.3.1.- PERFIL DEL LADO PULIDO DE UNA NAVAJA DE RASURAR OBTENIDA CON EL PERFILOMETRO.



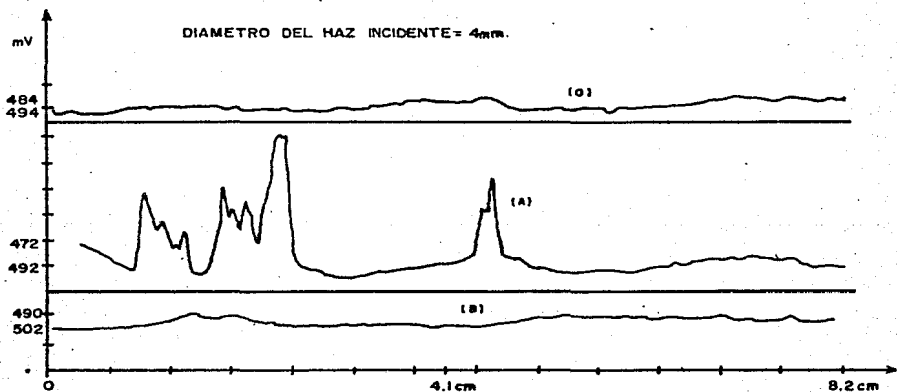
Fotografía 6(c).- P.M.O. DE LA PARTE PLANA DE UNA NAVAJA DE RASURAR CON FILO DE ACERO INOXIDABLE.



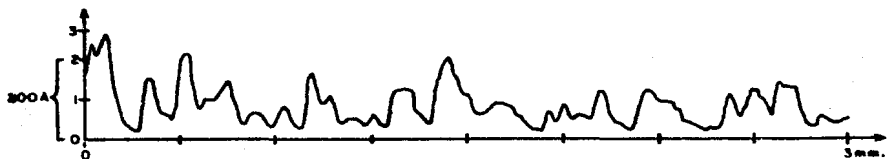
GRÁFICA IX.- LECTURAS CON EL MICRODENSITÓMETRO CORRESPONDIENTE A LA FOTOGRAFÍA 6(d).



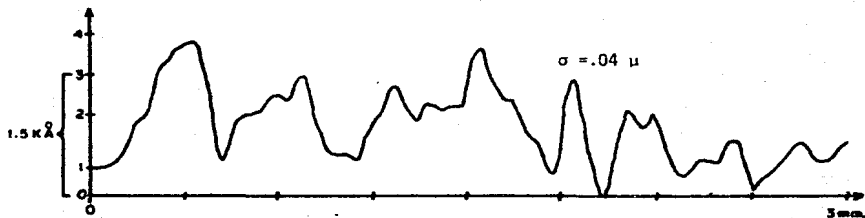
Fotografía 7(a).- MICROGRAFÍA DE LA LÁMINA DE SI PULIDO.



GRÁFICA X.- LECTURAS CON EL MICRODENSITÓMETRO CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFÍA 7(a).

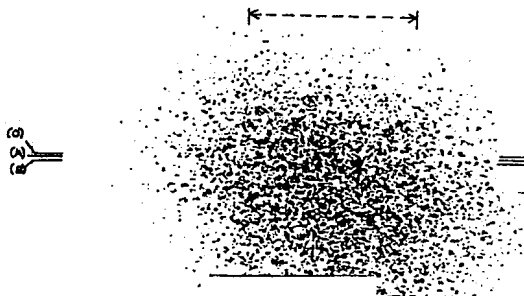


GRAFICA III.3.2.- PERFIL DE LA MUESTRA DE Si CON CIERTO GRADO DE PULIDO OBTENIDA CON EL PERFILOMETRO.



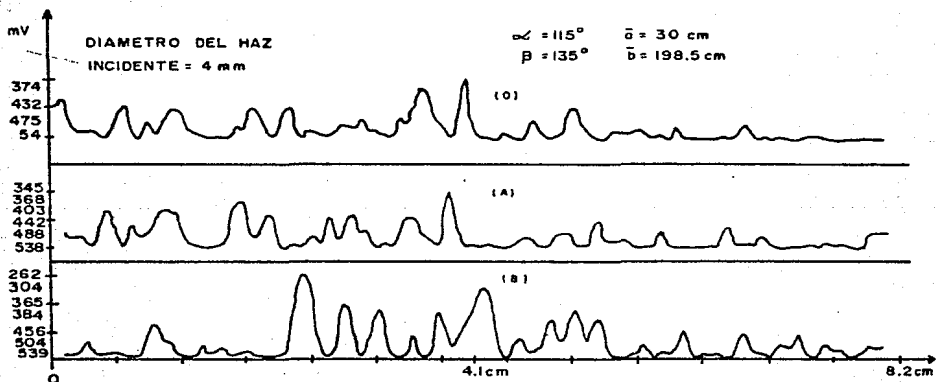
GRAFICA III.3.3.- PERFIL DE LA MUESTRA RUGOSA DE Al R_1 OBTENIDA CON EL PERFILOMETRO.

NOTA: Para calcular la desviación estandar σ se midieron alturas cada milímetro de escala normal (hoja milimétrica) a partir del origen 0 de la Gráfica.

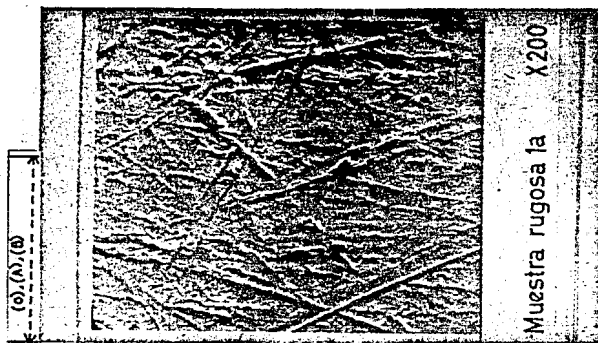


2.54cm.

Fotografía 7 (b).- P.M.O. QUE CARACTERIZA A LA LAMINA DE S1 SUPUESTAMENTE PULIDO A LA GEOMETRIA I.

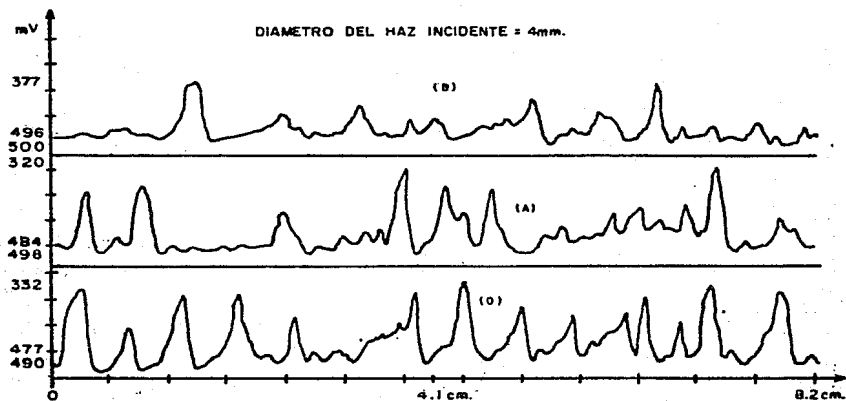


GRAFICA XI.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTE A LA FOTOGRAFIA 7 (b).

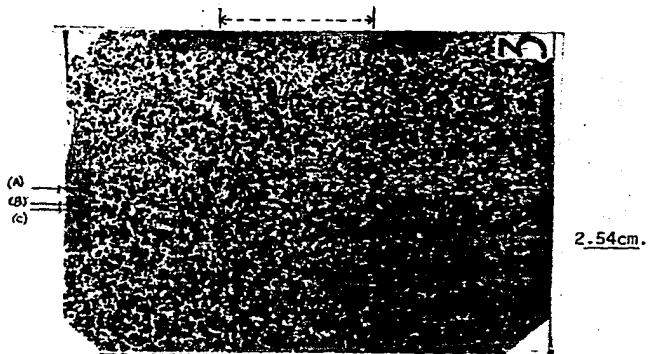


৐৐৐

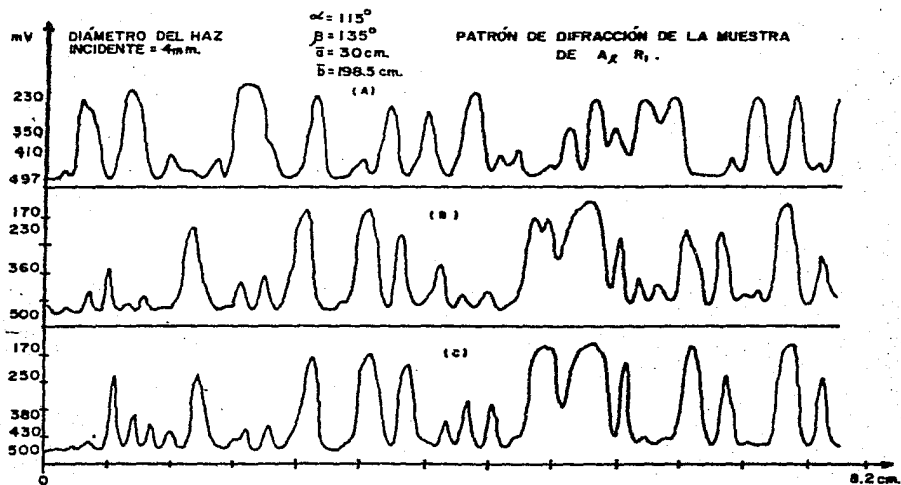
Fotografía 8 (a).- MICROGRAFIA DE LA MUESTRA DE AL RUGOSO R₁.



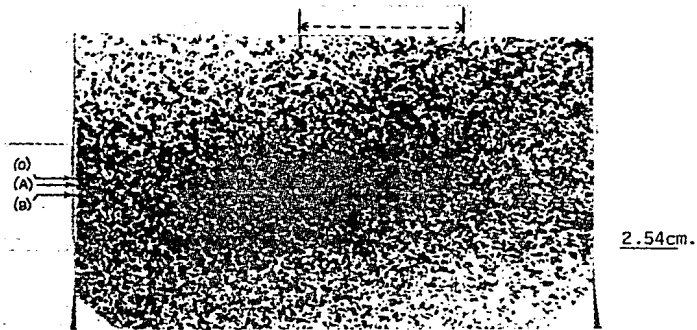
GRAFICA XII.- LECTURAS CON EL MICRODENSTIOMETRO CORRESPONDIENTE A LA FOTOGRAFIA 8 (a).



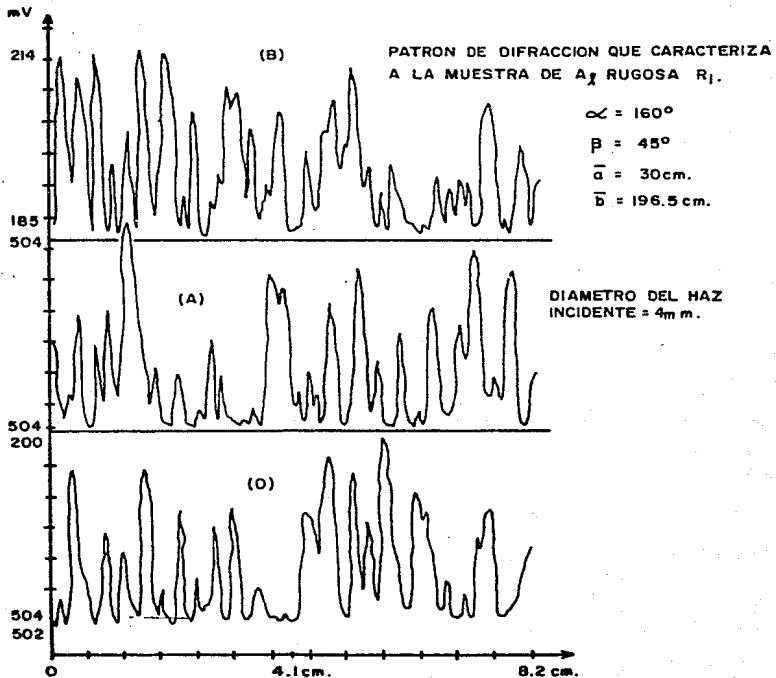
Fotografía 8 (b).- P.M.O. QUE CARACTERIZA A LA MUESTRA DE A1
RUGOSO R_1 A LA GEOMETRIA I.



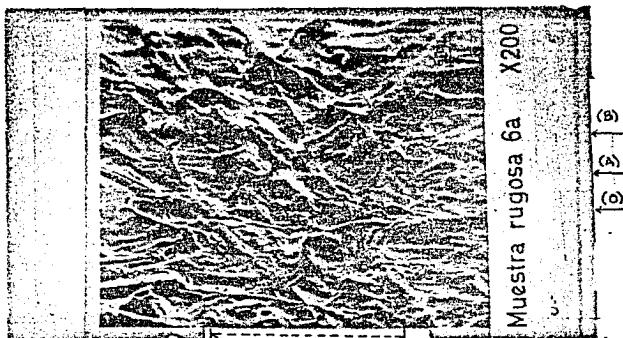
GRAFICA XIII.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTE
A LA FOTOGRAFIA 8 (b).



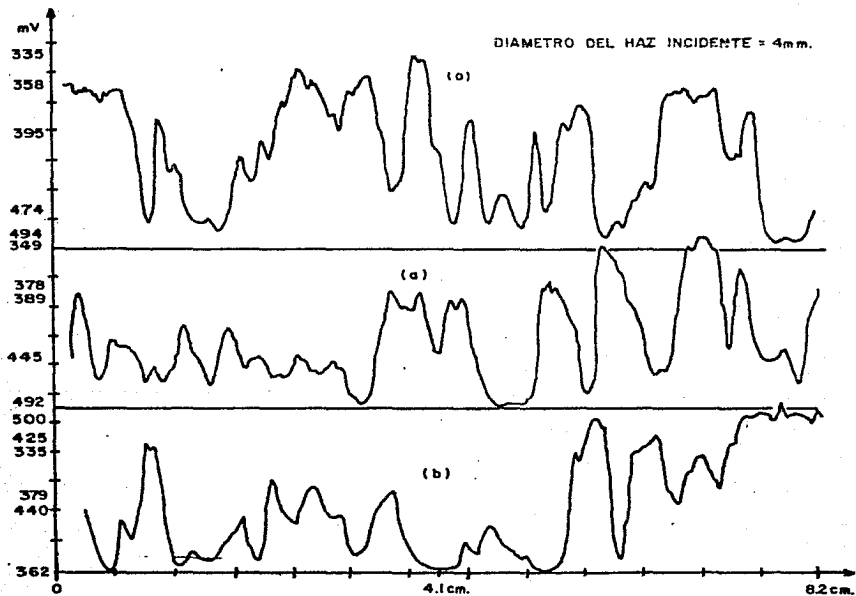
Fotografía 8 (c).- P.M.O. QUE CARACTERIZA A LA MUESTRA DE A₁ RUGOSA R₁ A LA GEOMETRIA II.



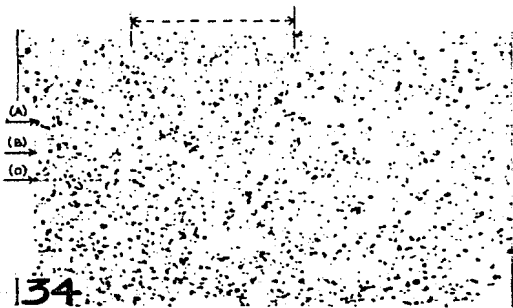
GRAFICA XII.- LECTURAS CON EL MICRODENSIOMETRO CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFIA 8 (c).



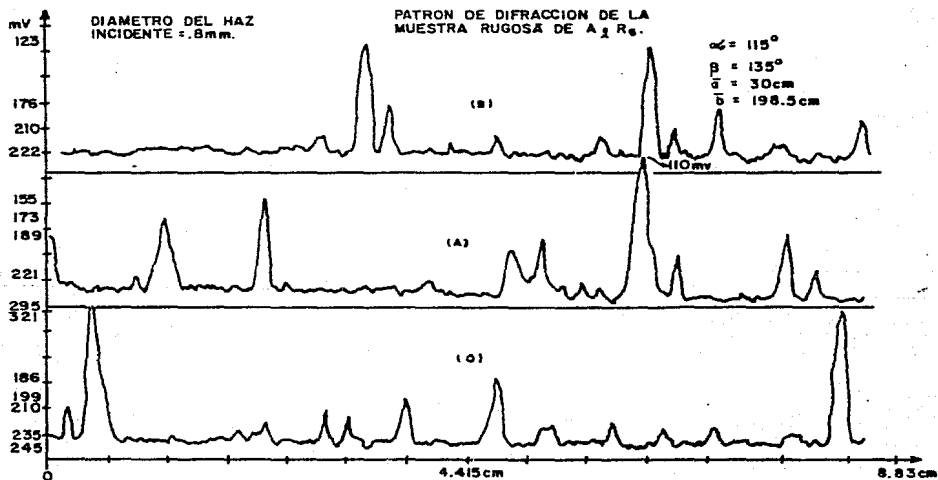
Fotografía 9 (a).- MICROGRAFIA DE LA MUESTRA DE AI RUGOSO R₆.



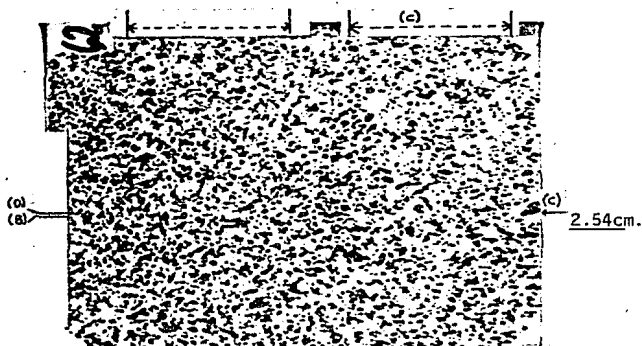
GRAFICA XV.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFIA 9 (a).



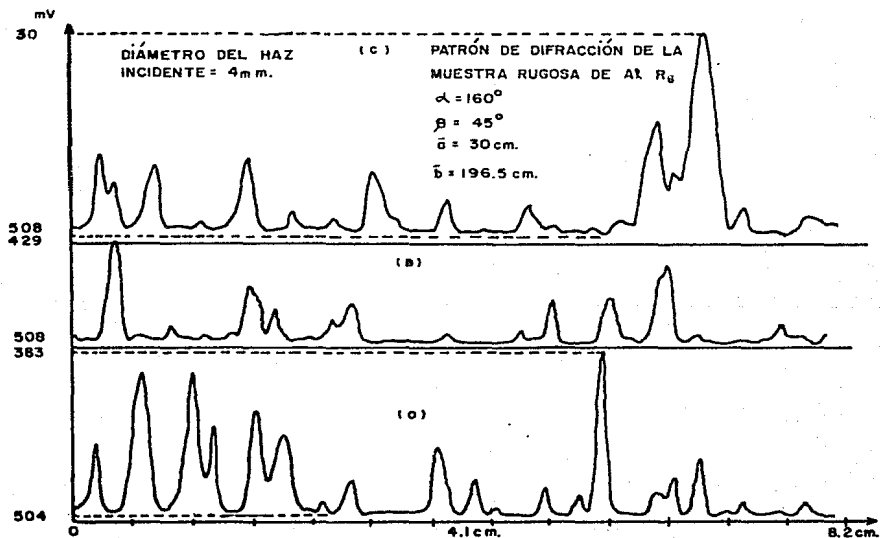
Fotografía 9 (b).- P.M.O. QUE CARACTERIZA A LA MUESTRA DE Al RUGOSO R_5 A LA GEOMETRIA I.



GRAFICA XVI.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFIA 9 (b).



Fotografía 9 (c).- P.M.O. QUE CARACTERIZA A LA MUESTRA DE A1 RUGOSO R_g A LA GEOMETRIA II.

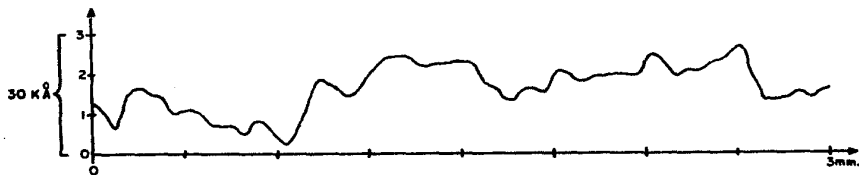


GRAFICA XVII.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFIA 9 (c).

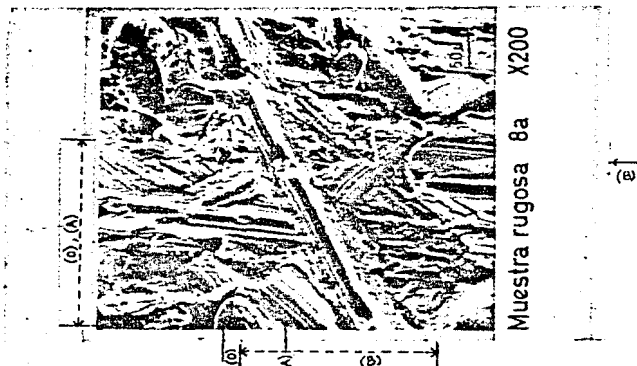


GRAFICA III.3.4.- PERFIL DE LA MUESTRA RUGOSA DE AT R₆ OBTENIDA CON EL PERFILOMETRO.

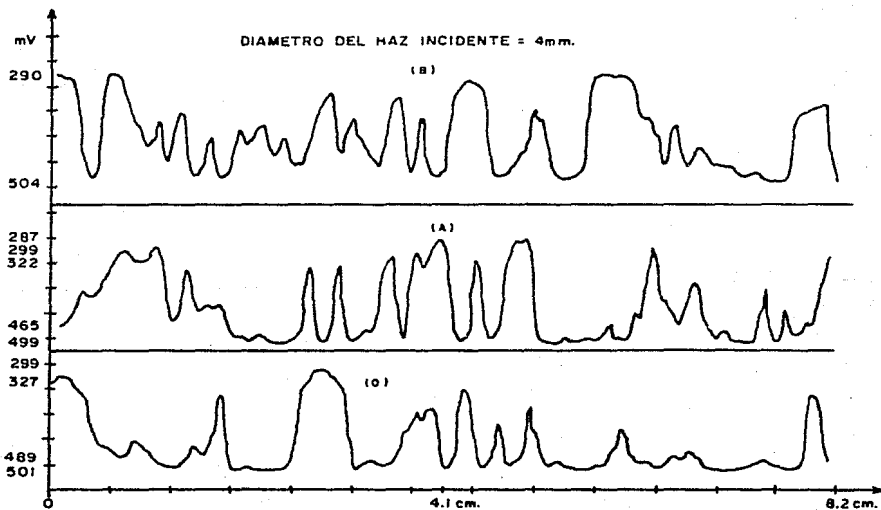
NOTA: Para calcular la desviación estandar se midieron las alturas cada milímetro de escala normal (hoja milimétrica) a partir del punto Q de la GRAFICA III.3.4.



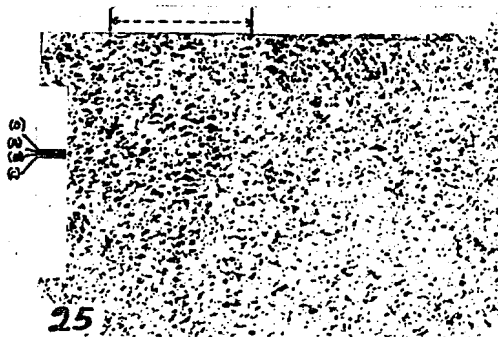
GRAFICA III.3.5.- PERFIL DE LA MUESTRA RUGOSA DE AT R₈ OBTENIDA CON EL PERFILOMETRO.



Fotografía 10 (a).- MICROGRAFIA DE LA MUESTRA DE AL RUGOSO R₈.

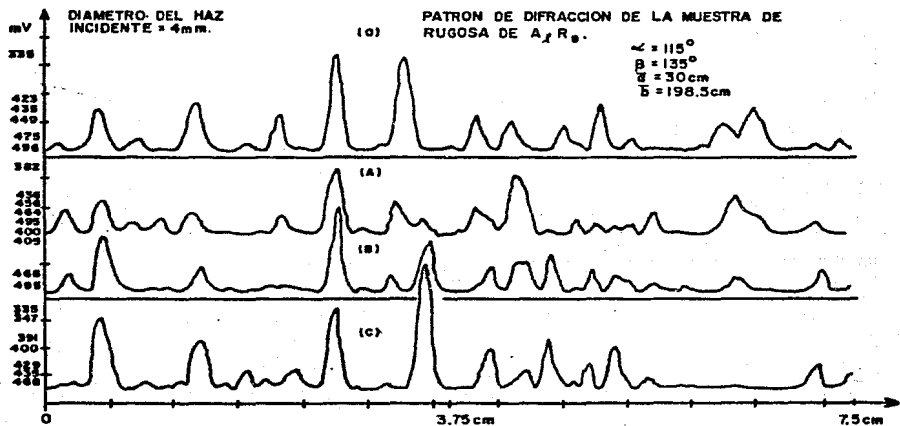


GRAFICA XVIII.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFIA 10 (a).

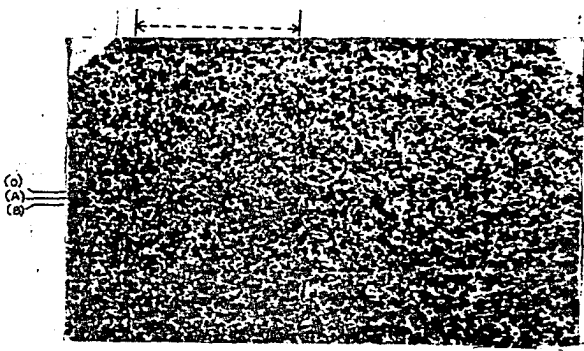


2.54cm.

Fotografía 10 (b).- P.M.O. QUE CARACTERIZA A LA MUESTRA DE A1
RUGOSO R_g A LA GEOMETRIA I.

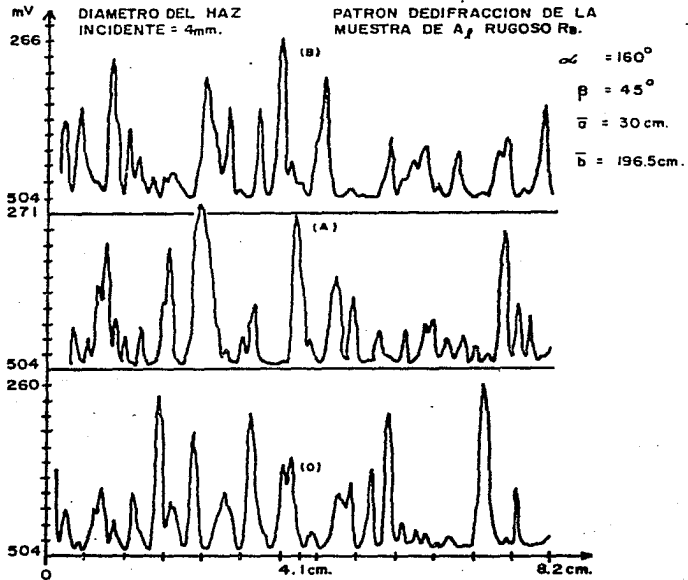


GRAFICA XIX.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTES
A LA FOTOGRAFIA 10 (b).

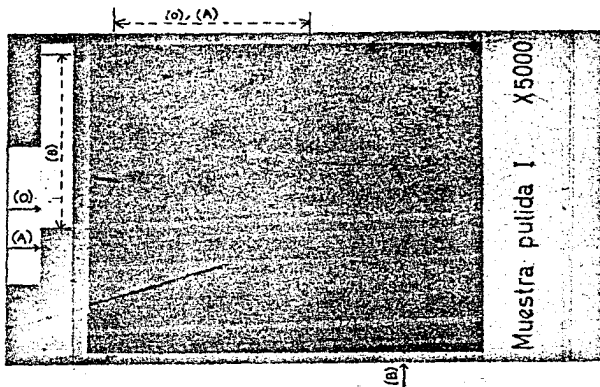


2.54cm.

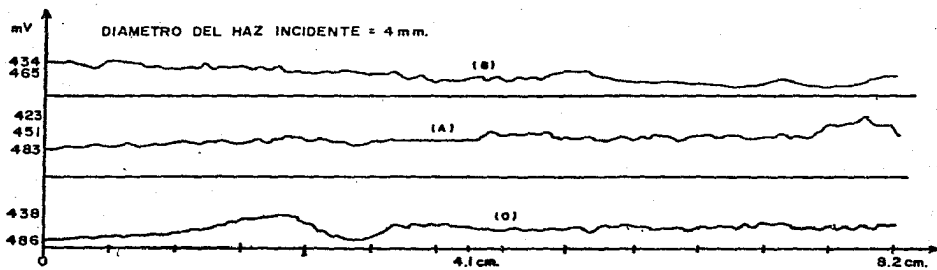
Fotografía 10 (c).- P.M.O. QUE CARACTERIZA A LA MUESTRA DE A1 RUGOSO R₀ A LA GEOMETRIA II.



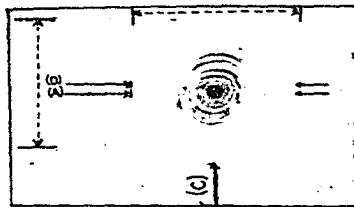
GRAFICA XX.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFIA 10 (c).



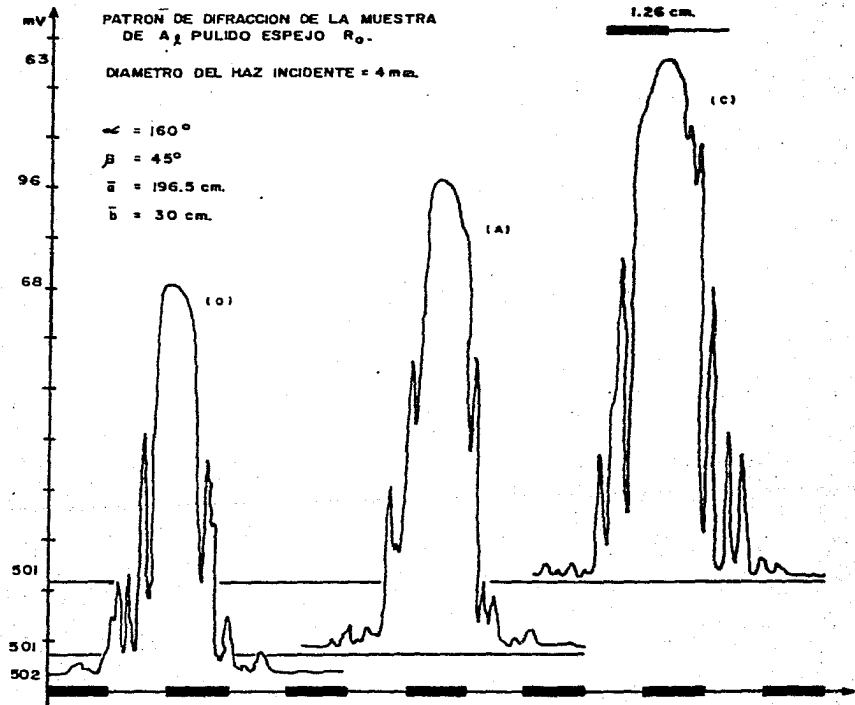
Fotografía II (a).- MICROGRAFIA DE LA MUESTRA PATRON DE AL
"PULIDO ESPEJO" R_0 .



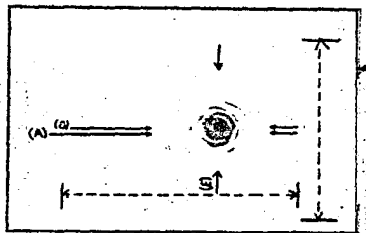
GRAFICA XXI.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTES
A LA FOTOGRAFIA 11 (a).



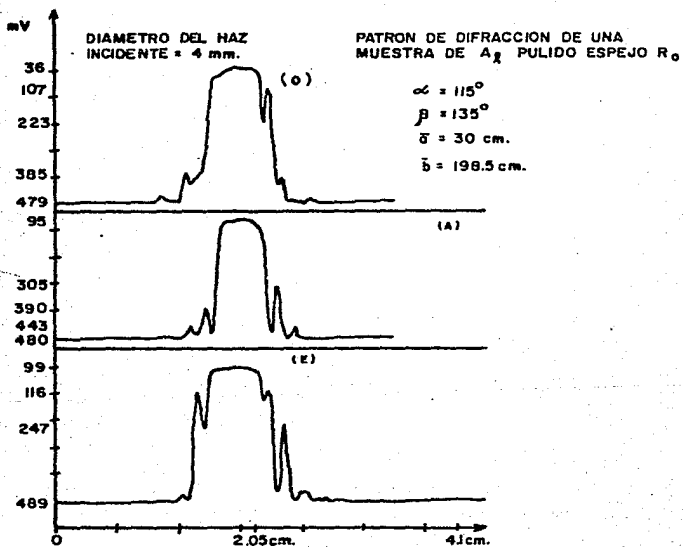
Fotografía 11 (c).- PATRON DE DIFRACCION QUE CARACTERIZA A LA MUESTRA DE Al_2O_3 A LA GEOMETRIA II.



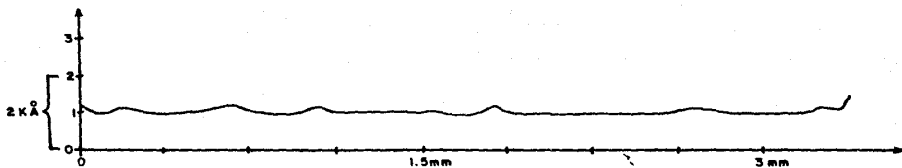
GRAFICA XXIII.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFIA 11 (c).



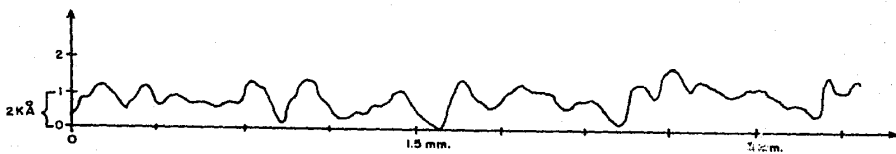
Fotografía 11 (b).- PATRON DE DIFRACCION QUE CARACTERIZA A LA MUESTRA DE Al_2O_3 A LA GEOMETRIA I.



GRAFICA XXII.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFIA 11 (b).



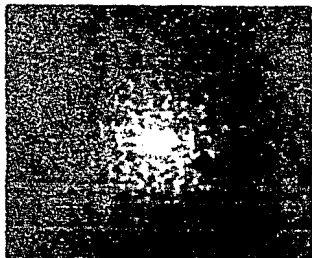
GRAFICA III.3.6.- PERFIL DE LA MUESTRA DE A1 PULIDO R_0 OBTENIDA CON EL PERFILOMETRO.



GRAFICA III.3.7.- PERFIL DE LA MUESTRA DE A1 RUGOSO R_2 OBTENIDA CON EL PERFILOMETRO.



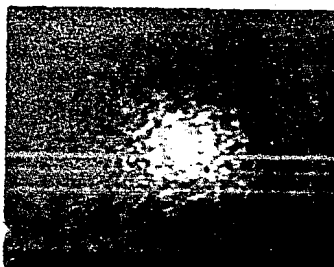
Fotografía a_1 .- P.M.O. CORRELACIONADOS DE LA MUESTRA DE AL RUGOSO R_2 A LA GEOMETRIA I.



Fotografía a_2 .- FRANJAS DE INTERFERENCIA CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFIA a_1 .



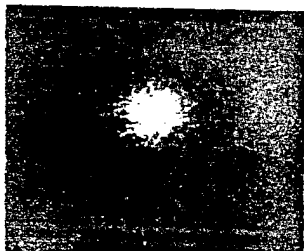
Fotografía b_1 .- P.M.O. CORRELACIONADOS DE LA MUESTRA DE AL RUGOSO R_8 A LA GEOMETRIA I.



Fotografía b_2 .- FRANJAS DE INTERFERENCIA CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFIA b_1 .



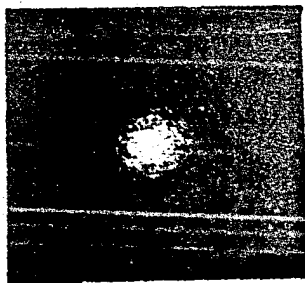
Fotografía c_1 .- P.M.O. CORRELACIONADOS DE LA MUESTRA DE A1 RUGOSO R_8 A LA GEOMETRIA I.



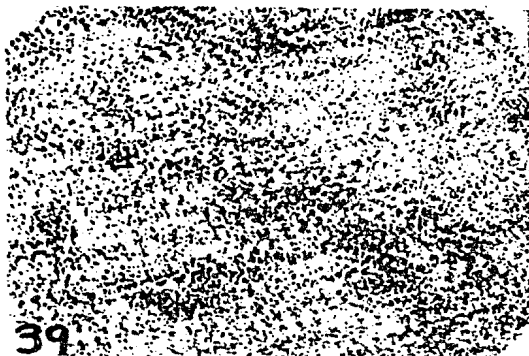
Fotografía c_2 .- FRANJAS DE INTERFERENCIA CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFIA c_1 .



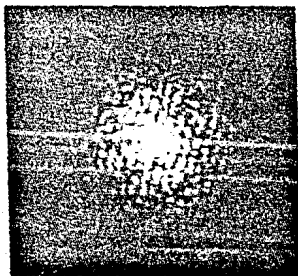
Fotografía d_1 .- P.M.O. CORRELACIONADOS DE LA MUESTRA DE A1 RUGOSO R_8 A LA GEOMETRIA I.



Fotografía d_2 .- FRANJAS DE INTERFERENCIA CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFIA d_1 .



Fotografía e_1 .- P.M.O. CORRELACIONADOS DE LA MUESTRA
DE A1 RUGOSO R_8 A LA GEOMETRIA I.



Fotografía e_2 .- FRANJAS DE INTERFERENCIA CORRESPONDIENTES
A LA FOTOGRAFIA e_1 .

III.5.- Análisis y Conclusiones.

- 1) Rejillas de Difracción Óptica. Como se ve en las Fotografías 4 (b) y 4 (c) que corresponden a los P.D., consisten de puntos luminosos espaciados (órdenes de difracción) que se encuentran sobre una línea recta imaginaria, la cual es perpendicular a la dirección de los surcos. El hecho de que aparezcan puntos luminosos de diferente intensidad se debe a que la rejilla produce variaciones periódicas en la fase y en la amplitud de la luz incidente.

En el caso de la rejilla con 1200 surcos/mm, la distancia entre los puntos luminosos es mayor que la distancia entre los puntos del P.D. de la rejilla de 600 surcos/mm con película de Au de 220 Å, esto concuerda con la teoría, ya que la distancia entre los puntos es inversamente proporcional al periodo de la rejilla.

Por otro lado, el tamaño y forma de los puntos de cada P.D. son diferentes, esto se debe a que los perfiles de las rejillas no son iguales (ver Gráfica I y Gráfica III). Además, si los surcos tienen rugosidades o maltrato (estructura fina) esto se refleja en la aparición de una granulación en los órdenes de difracción. Lo anterior se muestra en la Fotografía 4 (d) donde aparece un orden de difracción del P.D. de la rejilla de 600 surcos/mm con una película de Au de 2600 Å, la cual al ser observada en un microscopio metalográfico mostró cierto maltrato.

La muestra se giró a varios valores de ψ , observándose que el giro no afecta la forma ni la distribución espacial, únicamente los puntos de luz rotaban en la misma forma que ψ .

Se concluye entonces que una rejilla, debido a su distribución espacial de picos produce variaciones periódicas de amplitud y fase de la luz que en ella incide. La separación entre los órdenes de difracción depende en forma inversa del periodo de la rejilla, los picos de la rejilla dan la forma de los órdenes de difracción y si éstos tienen maltrato dichos órdenes aparecen moteados.

Cabe mencionar que para estas rejillas sus surcos son de forma aproximadamente senoidal (ver Gráfica I) y sus patrones de difracción son del mismo tipo.

Ahora discutiremos otra muestra que como las anteriores es del mismo tipo o sea, es regular periódica pero se diferencia en que el perfil de la superficie es de forma triangular y el periodo entre pico y pico es mayor que en el caso de las rejillas es decir, son de diferente grado en tamaño (ver Fotografía 5 (a)). Además presenta estructura fina en los lados que dan lugar a los picos.

- 2) Superficies de Filos de Navajas. Como se dijo antes es un paquete de 100 navajas de acero inoxidable.

La Fotografía 6 (a) muestra la parte supuestamente pulida y el declive que forma el filo de la navaja, igual al de una rejilla de difracción (ver Gráfica VII).

Su patrón de reflexión consiste en un círculo discontinuo de luz cuyo centro coincide siempre con el eje del filo de la navaja (ver FIG. 3), la discontinuidad se debe a que la orilla es rugosa y estas rugosidades tienen una cierta periodicidad.

La estructura fina no interviene en la formación del patrón solo el filo, esto se comprobó al iluminar una fibra de vidrio circular de diámetro menor que el del laser y que no posee un rayado preferencial; donde el patrón es similar al del filo de la navaja.

En general todos los fillos y objetos circulares que son completamente iluminados por la luz del laser forman patrones del tipo de la FIG. 3.

El radio del círculo aumenta cuando el ángulo α formado entre el haz incidente y el eje del filo disminuye cuando la distancia entre el filo de la navaja y el plano de observación es constante. Cuando la navaja es rotada un ángulo ψ el patrón se traslada con el eje del filo y no es afectada su forma.

Por otro lado la Fotografía 5 (a) muestra el perfil de algunos de los fillos del paquete de navajas, la Fotografía 5 (b) muestra una parte de los círculos que forman el patrón (líneas discontinuas de luz aparentemente paralelas); el número de círculos depende del número de navajas que se iluminen, ellos son de máxima intensidad cuando los surcos de las navajas se encuentran horizontales y son de mínima intensidad cuando los surcos son verticales esto es; al girar el paquete un ángulo ψ la forma del patrón no cambia pero si su intensidad.

El paquete de navajas consiste entonces de dos rejillas, la formada por los surcos triangulares y la otra por la estructura fina del filo de la navaja, la cual también está formada de surcos y son perpendiculares a los surcos triangulares.

Por otro lado su separación entre ellos es muy pequeña debido a que el periodo de los surcos triangulares es de (.01 cm.) en comparación por ejemplo con la rejilla de plástico de 1200 surcos/mm. donde su periodo es de .8 μ y la distancia entre los órdenes de difracción es grande, lo cual coincide con la teoría.

- 3) Muestra Pulida. El paquete de navajas se comparó contra su correspondiente pulido, para este caso el lado de una navaja supuestamente pulida (ver Fotografía 6 (b)).

La Fotografía 6 (c) muestra el P.M.O. el cual tiene un punto brillante de luz muy intenso, el cual equivale a un cierto grado de pulimento. Este punto es atravesado por una línea recta moteada intensa la cual corresponde a un rayado preferencial producido al fabricarse (ver Gráfica VIII), y el punto y la línea está rodeada por un moteado que corresponde al maltrato que ha sufrido la superficie.

La Fotografía 6 (d) muestra el P.M.O. de la parte plana de una navaja con filos de Pt, el cual es del mismo tipo que el de la navaja con filo de acero inoxidable, solo que este caso el punto brillante es más grande y más intenso. lo cual indica mayor grado de pulido, la línea recta moteada es más gruesa, esto indica que el rayado preferencial es más angosto ya que la luz está más dispersa y el moteado también es más intenso y más junto, esto es debido a que la superficie de la muestra está más maltratada.

La Gráfica III.3.1 muestra un perfil del lado de la navaja; el orden de las alturas de las rugosidades es de 100 Å.

- 4) Superficie Granular. (Superficie de Si), en este tipo de muestra, lo que se observa es que su P.M.O. no se extiende mucho debido a que las rugosidades son más profundas y están más juntas que en el caso de la superficie del lado plano de la navaja de rasurar, esto se comprueba comparando la Gráfica III.3.1. con la Gráfica III.3.2.

Comparando los tamaños de los granos del P.M.O. (ver Fotografía 6 (c), 6 (d) y 7 (b)) no se observa diferencia, aunque en sus distribuciones espaciales sí. En este caso el P.M.O. no muestra ningún punto más grande ni más intenso que las demás pecas del P.M.O. por lo que la muestra es completamente rugosa.

El giro de la muestra no mostró afectar el tipo de P.M.O. ni la intensidad en las pecas, únicamente cambia su distribución espacial, esto sucede para todas las muestras de las que se habla de aquí en adelante.

Consideremos ahora las muestras con rayones producidos en direcciones al azar.

- 5) Superficies Rugosas de Al R_1 , R_6 y R_8 . Como se ve en las Gráficas III.3.2, III.3.3 y III.3.4 estas muestras tienen rugosidades más profundas y grandes que en los casos anteriores, además la muestra R_8 tiene rugosidades más profundas y más grandes que la muestra R_6 y de igual manera R_6 con R_1 .

Los P.M.O. obtenidos con estas muestras bajo las condiciones de la geometría I no cambian esencialmente al obtenerse con las condiciones de la geometría II, aunque la intensidad del moteado aumenta bajo la geometría II y por consiguiente un menor tiempo de exposición en las placas fotográficas.

Lo anterior implica que los P.M.O. no nos ayudan a distinguir rugosidades de diferentes profundidades y tamaños ya que todos son del mismo tipo y el tamaño de los granos es el mismo, solo cambia su distribución espacial y el tamaño del P.M.O. Es decir el tamaño de las motas no depende del tamaño de las rugosidades pero sí depende del tamaño del área de la superficie que sea iluminada o de la distancia a la que sea colocado el plano de observación, tampoco depende de la geometría utilizada.

Por último las muestras rugosas se compararon con su muestra pulida.

- 6) Superficie de Al R_0 . La Fotografía 11 (b) y 11 (c) muestran los patrones de reflexión para ambas geometrías empleadas. Las lecturas de ellos hechas con el microdensitómetro (ver Gráfica XXII y XXIII), son similares al patrón de Airy producida por una abertura circular.

El patrón de reflexión de la geometría II mostró por el ligero moteado que se observa a los lados de la mancha luminosa que la muestra no estaba bien pulida y que tenía un ligero maltrato en su superficie.

En conclusión los patrones de reflexión los P.D. y los P.M.O. si caracterizan a una superficie en cuanto al tipo de rugosidad más no distinguen grados de rugosidad hasta ahora.

Por último a partir de la Fotografía a_1 y a_2 vemos que si es posible obtener franjas de Young al correlacionar dos P.M.O. sobre una misma placa fotográfica.

III.6.- Aplicaciones.

El conocimiento obtenido se aplicó en el análisis de un conjunto de muestras, cuyas características topográficas eran desconocidas.

Para determinar la morfología de los especímenes se procede en forma inversa a cuando se obtuvieron los patrones de moteado de las superficies conocidas; ahora se obtiene primero el patrón de la muestra por identificar y a partir de éste, por comparación con los resultados conocidos se podrá inferir su topografía. A continuación se mencionan los casos examinados:

- 1) Lámina de Cu. La Fotografía 12 (a) muestra su P.M.O. cuando es iluminada a la geometría I y fue obtenida de una parte de la muestra que se consideró ser de mayor interés.

La Gráfica XXIV muestra tres perfiles de la distribución de intensidad del P.M.O. que corresponde a la Fotografía 12 (a) obtenida bajo las mismas condiciones que la Gráfica IX.

El P.M.O. es del mismo tipo que el correspondiente al del lado plano del de una navaja de rasurar, de aquí que podemos afirmar que la lámina presenta un punto brillante que se traduce a un cierto grado de pulimento, una línea muy intensa a lo largo del punto luminoso que equivale a un rayado preferencial, un rayón en diagonal al rayado preferencial que equivale a una línea diagonal y el moteado indica maltrato en la superficie.

Lo anterior pudo comprobarse porque la muestra se observó bajo un microscópio electrónico.

- 2) Muestra de Acero. Un disco de acero inoxidable de 1cm de diámetro cuya micrografía se muestra en la Fotografía 13 (a). La superficie mostraba haber sido pulida, se examinó con el haz de luz, el P.M.O. (ver Fotografía 14 (a)) mostró un punto luminoso que corresponde a un cierto grado de pulido; unas líneas con centro en el punto tomando la forma de moño, lo cual indica un rayado en dos direcciones preferentes que forman un ángulo de aproximadamente 30° entre una dirección y la otra; presenta además un ligero moteado que indica un cierto maltrato de la superficie de la muestra.

Lo anterior pudo comprobarse porque la muestra se observó bajo un microscopio electrónico. Se considera que el rayado en dos direcciones se produjo durante el proceso de pulido, debido a un pequeño giro que se le dio a la muestra.

- 3) Circuito Impreso en una Lámina de Si. Las Fotografías 15 (a) muestran diferentes partes de ella y su P.D. se muestra en la Fotografía 16 (a), siendo éste la combinación de varios P.D. obtenidos en el catálogo.

La Gráfica XXIV muestra cuatro perfiles de la distribución de intensidad del P.D. que corresponde a varias partes de la Fotografía 16 (a), con $R_x = 25 \text{ mv/cm}$, $R_y = 5 \text{ mv/cm}$, $V_x = 1.69 \text{ volts}$ y $V_y = .55 \text{ volts}$.

El P.D. es muy similar al formado por una abertura cuadrada o rectangular cuando es iluminada por luz laser. En nuestro caso, se tienen dos rayados preferenciales con periodicidad los cuales son perpendiculares uno al otro puesto que aparecen órdenes de difracción en direcciones perpendiculares, los cuales son los puntos circulares de luz y como están moteados significa que los canales tienen rugosidades o maltrato.

Las líneas moteadas continuas de luz que son perpendiculares entre sí que parten del orden de difracción central del patrón (el punto más luminoso), proviene de rayas preferenciales perpendiculares pero sin periodicidad y con maltrato. El punto más brillante indica que hay partes planas y pulidas.

Hay que notar que los pequeños circuitos son todos iguales y cada uno abarca una zona rectangular. Entre cada zona existe una separación completamente plana (ver Fotografía 15 (a)). El circuito está en forma de laberinto.

La Gráfica III.3.8 corresponde a un perfil de la muestra obtenido con el perfilómetro donde $Re = 200 \text{ \AA/Div.}$, $Vg = 2 \text{ cm/min}$ y $Vd = .1 \text{ cm/min}$.

Lo anterior se corroboró observando la muestra bajo un microscopio electrónico.

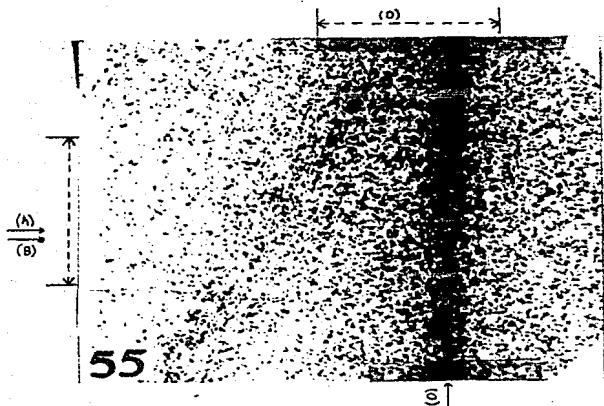
III.7.- Ideas para Investigaciones Futuras.

Anteriormente se mostraron las franjas de interferencia que se obtiene al correlacionar dos P.M.O., el siguiente paso es leer estas fotografías en el microdensitómetro y conocer las irradiancias máxima y mínima; con esto es posible conocer la visibilidad, la cual está relacionada con la desviación estándar de un perfil de la superficie que se ilumine, del ángulo de giro de la muestra, de la longitud de onda de la luz utilizada y del ángulo de incidencia de la luz.

Con los datos anteriores es posible conocer la desviación estándar, la cual es una medida de la rugosidad de la superficie. Esta técnica sirve para medir rugosidades en forma indirecta por medio de luz laser solo con girar la muestra o

trasladarla axial o lateralmente y la muestra no es maltratada (Françon, 1979, Cap. IX).

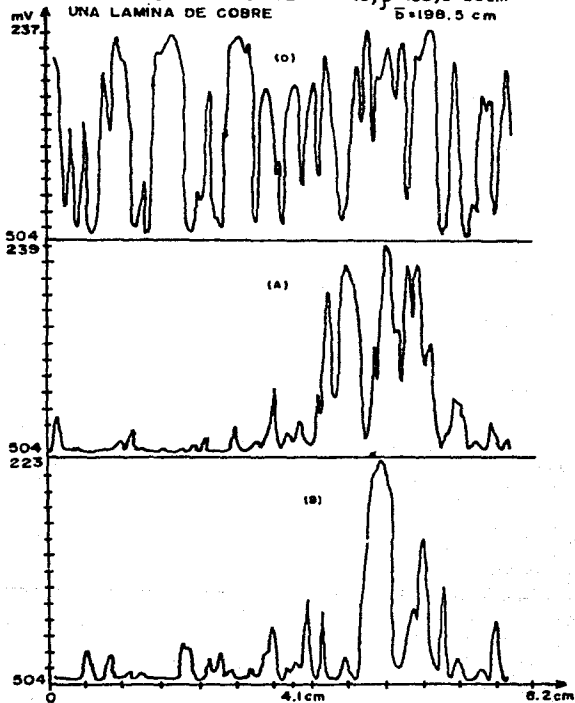
Por otro lado sería interesante investigar de que manera se pueden distinguir los diferentes grados de rugosidad de muestras del mismo tipo por medio de sus P.M.O.



Fotografía 12 (a).- P.M.O. DE UNA LAMINA DE Cu A LA GEOMETRIA I.

DIAMETRO DEL HAZ INCIDENTE = 4 mm.

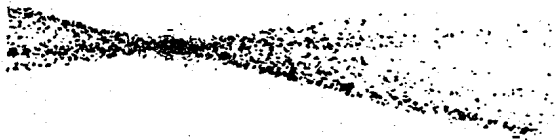
PATRON DE DIFRACCION DE $\alpha = 115^\circ$, $\beta = 135^\circ$, $\bar{a} = 30 \text{ cm}$
UNA LAMINA DE COBRE $\bar{b} = 198.5 \text{ cm}$



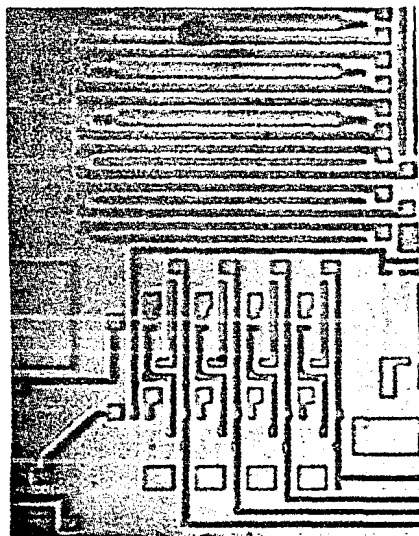
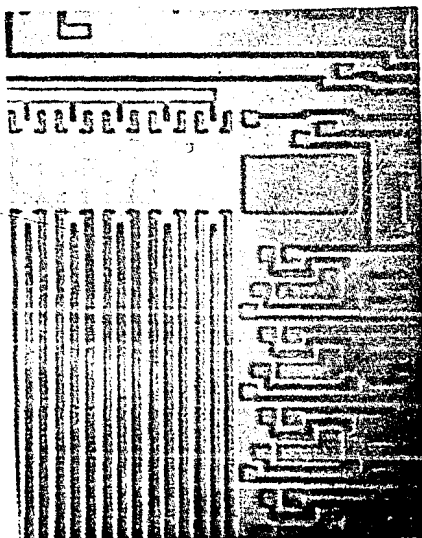
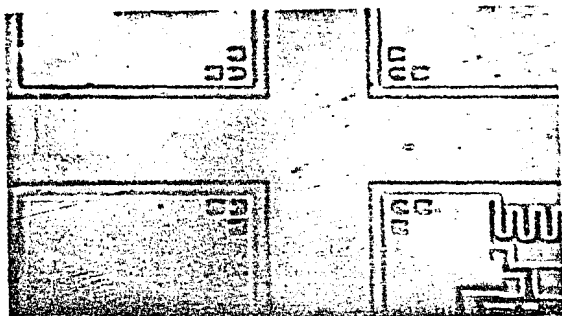
GRAFICA XXIV.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO
CORRESPONDIENTE A LA FOTOGRAFIA
12 (a).



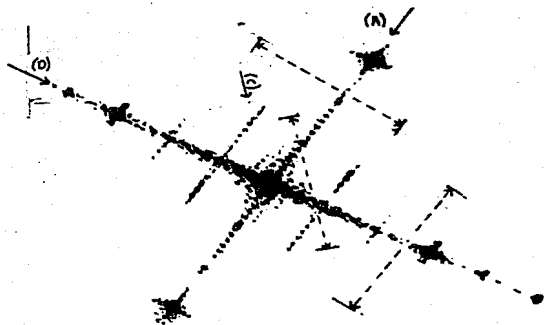
Fotografía 13 (a).- MICROGRAFIA DE UN DISCO DE
ACERO INOXIDABLE.



Fotografía 14 (a).- P.M.O. DE UN DISCO DE ACERO
INOXIDABLE A LA GEOMETRIA I.



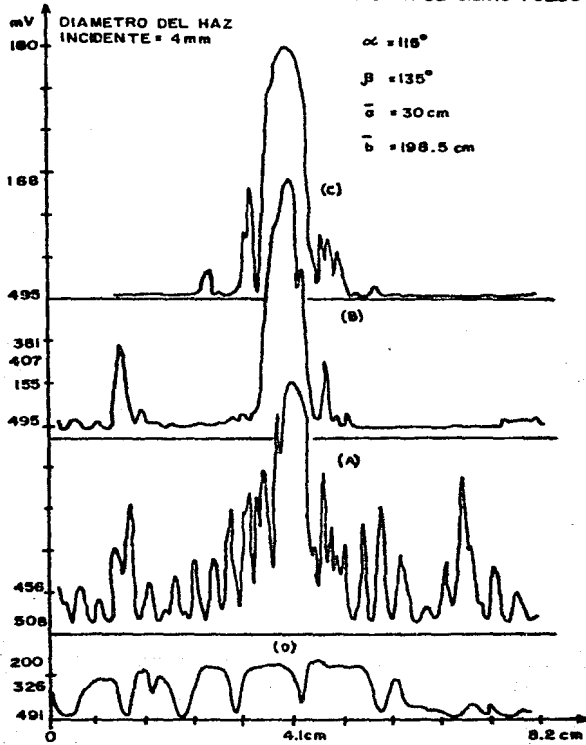
Fotografía 15 (a).- MICROGRAFIAS DE DIFERENTES PARTES DE UN CIRCUITO IMPRESO EN UNA LAMINA DE SI.



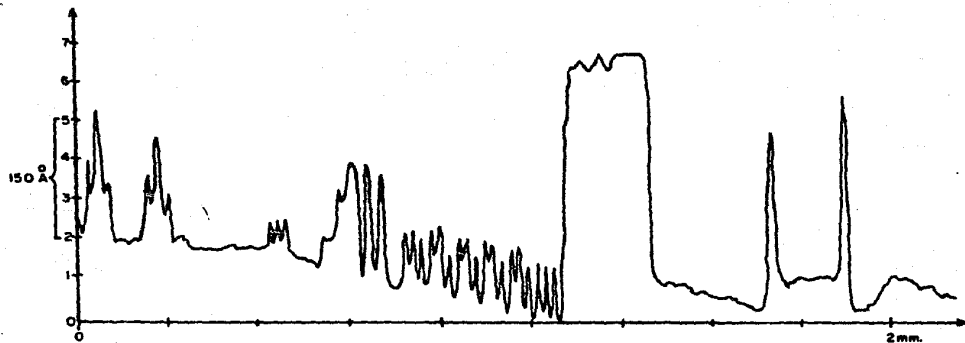
27 / (b) —

Fotografía 16 (a).- P.M.O. DE EL CIRCUITO
 IMPRESO EN LA LAMINA DE
 Si A LA GEOMETRIA I.

PATRON DE DIFRACCION DE
MUESTRA DE SILICIO PULIDO



GRAFICA XXV.- LECTURAS CON EL MICRODENSITOMETRO
CORRESPONDIENTES A LA FOTOGRAFIA
16 (a).



GRAFICA III.3.8.- PERFIL DE UNA PARTE DE UN CIRCUITO IMPRESO EN SI
OBTENIDA CON EL PERFILOMETRO.

- 1.- Arfken G. (1970). *Mathematical Methods for Physics*, (Academic, New York).
- 2.- Asakura, P. (1978). *Surface Roughness Measurement in "Speckle Metrology"* (R.K. Erf, ed.), pp. 11-49. Academic Press, New York.
- 3.- Barragán A. and García Santibáñez F. (1978) *surface Roughness effects on the energy dispersion of Backscattered protons*, *Radiación Effects* Vol. 39, p.p. 61-64 Printed in Great Britain.
- 4.- Born M. and Wolf E. (1980). *Principles of Optics*, 6th ed. (Pergamon Press, London, New York).
- 5.- Burch, J.M., and Tokarki, J.M.J. (1958). *Production of Multiple Beam Fringes from Photographic Scatters*. *Opt. Acta* 15, 101.
- 6.- Crawford, Frank S. Jr., "Waves", *Berkeley Physics Course Vol. 3*, Mc. Graw-Hill book Co., 1968.
- 7.- Chandrasekhar S. (1954). *Stochastic Problems in Physics and Astronomy in Selected Papers on Noise and Stochastic Processes*, edited by N. Wax (Dover Publications, New York).
- 8.- Debrus, S., and Grover, C.P. (1971). *Correlation of Light Beams Scattered at different Angles by a Ground Glass*. *Opt. Commun* 3,340.
- 9.- Einstein, A. *Phys. Z.*, 18, 121. (1917).
- 10.- Ennos, A.E. (1975). *Speckle Interferometry*, in "*Laser Speckle and Related Phenomena*" (J.C. Dainty, ed.), pp. 203-253. Springer-Verlag, Berlin.
- 11.- *Speckle Interferometry*, from *Laser Speckle and Related Phenomena*. In *Applied Physics* (J.C. Dainty, ed.), p. 203 Springer-Verlag, Berlin.
- 12.- F. G. Bass and I.M. Fuks. (1979). *Wave Scattering from Statistically Rough Surfaces*.
- 13.- Fowles, Grant R., "*Introduction to Modern Optics*", 2th Ed., Holt, Rinehart and Winston, Inc. 1975.
- 14.- Francon M. (1979). *Laser Speckle and Applications in Optics*, (Academic Press, New York, San Francisco, London).

- 15.- Gabor, D. (1970). Laser Speckle and its Elimination. IBM J. Res Dev. 14, 509-519.
- 16.- Gnedenko B. V. (1968). The Theory of Probability, 4th. Ed. (Chelsea Publishing Co., New York), p. 302.
- 17.- Goodman, J. W. (1968). Introduction to Fourier Optics. (Mc. Graw-Hill, New York).
- 18.- —(1975). Statistical Properties of Laser Speckle Patterns, in "Laser Speckle and Related Phenomena". (J. C. Dainty, Ed.), pp. 1-75. Springer-Verlag, Berlin.
- 19.- — (1975). Statistical Properties of Laser Speckle Patterns, in Laser Speckle and Related Phenomena, Edited by J. C. Dainty (Springer-Verlag, Heidelberg), Vol. 9 (Topics in Applied Physics).
- 20.- — (1976). Some Fundamental Properties of Speckle. J. Opt. Soc. Am. 66, 1445.
- 21.- —(1976). Some Fundamental Properties of Speckle. J. Opt. Soc. Am. 66, 1145.
- 22.- Hecht E.; Zajac, A., "Optica", Addison-Wesley, 1977, p. 48.
- 23.- Hecht Eugene. "Theory and Problems of Optics, Mc. Graw-Hill, 1ra. Ed., 1974, p. 25.
- 24.- J. D. Jackson. (1962). Classical Electrodynamics, (John Wiley & Sons, New York).
- 25.- Jakeman E. and Pusey P.N. (1975). Non-Gaussian Fluctuations in Electromagnetic Radiations Scattered by Random Phase Screen. J. Phys. 8, 369.
- 26.- Leger D. (1976). Deux Méthodes de Mesures de Rugosité par Corrélation de Speckle. These, Université d'Orsay, France. (Unpublished).
- 27.- Leger, D., Mathieu E., and Perrin, J. C. (1975). Optical Surface Roughness Determination using Speckle Correlation Technique. Appl. Opt. 14, 872.

- 28.- Mckechnie, T. S. (1974). Optic and Thesis, 39, 258. University of London.
- 29.- Murray R. Spiegel. (1975). Probabilidad y Estadística, Edited by (Mc. Graw-Hill Book Co., U.S.A.).
- 30.- Uchoa E. and Goodman J. W. (1983). Statistical Properties of Ray Directions in a Monochromatic Speckle Pattern. J. Opt. Soc. Am. 73, 943.
- 31.- Ohtsubo J. (1982). Non-Gaussian Speckle : a Computer Simulation. App. Opt. 21, 4167.
- 32.- Parrent G. B., Thomson B. J. (1971). Physical Optics Notebook. (SPIE, Redondo Beach).
- 33.- P. Best. (1973). Coherent Optics, Holography, and Holographic Interferometry.
- 34.- Reitz Milford. (1967). Fundamentos de la Teoría Electromagnética, (Uteha).
- 35.- Schafer D. W. and Pusey P. N. (1972). Statistics of Non-Gaussian Scattered Light. Phys. Rev. Lett. 29, 843.
- 36.- Wen-Kuang Huang Jacob, (1978). Am. J. Phys. 46 (7) 737.
- 37.- —(1982). Am. J. Phys. 50 (7), 664.