

2ej
38



Universidad Nacional Autónoma de México

FACULTAD DE CIENCIAS

DECAIMIENTO RADIATIVO DEL Zo

T E S I S

Que para obtener el título de

F I S I C O

p r e s e n t a

JOSE LUIS OLIVARES VAZQUEZ

México, D. F.

1986



Universidad Nacional
Autónoma de México



UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

INTRODUCCION

En esta tesis, calculamos la sección total para el decaimiento radiativo en electrones del bosón Z_0 . Como elemento nuevo, nuestro cálculo incluye polarizaciones tanto de la partícula inicial como del fotón saliente.

A partir de la detección experimental de este decaimiento, ha surgido una intensa polémica alrededor de las estimaciones para la razón $\Gamma(Z_0 \rightarrow e^+e^- \gamma) / \Gamma(Z_0 \rightarrow e^+e^-)$, debido a que el número de eventos presumiblemente radiativos detectados es mucho mayor que el predicho por un cálculo perturbativo tipo Passarino [1], o Albert, et. al. [2]. En otras palabras, la proporción de eventos radiativos en el decaimiento del Z_0 , respecto de los no radiativos, es mucho mayor que el 1-2% esperado. Se han construido un gran número de modelos alternativos para explicar este hecho, algunos de los cuales se resumen y discuten en la referencia [3]. Sin embargo, dentro del esquema teórico del Modelo de Weinberg-Salam, la interpretación de la radiación como Bremsstrahlung (base de los cálculos de los artículos citados y de esta tesis) ofrece los diagramas de Dalitz y las distribuciones de masa invariante más aproximadas al conjunto de resultados experimentales conocidos hasta ahora.

Lo anterior justifica el interés por un cálculo de la sección de decaimiento del bosón Z_0 , tema de este trabajo.

Para encontrar la expresión de la matriz de transición al cuadrado involucrada en el problema, utilizamos un método para evaluar amplitudes fermiónicas desarrollado recientemente [4]. La integración de esta expresión sobre el espacio fase definido por el decaimiento a tres cuerpos se llevó a cabo por método Monte

Carlo, utilizando una subrutina[5] que genera eventos aleatorios en el espacio fase correspondiente.

En los cálculos del problema que nos ocupa detectados en la literatura, los resultados obtenidos difieren considerablemente del nuestro. Passarino [1], estima la razón $\Gamma(Z^0 \rightarrow e^+e^-) / \Gamma(Z^0 \rightarrow e^+e^-)$ en un 2-3 %. Su procedimiento, en pocas líneas, consiste en integrar analíticamente esta sección sobre un espacio fase particular determinado por condiciones iniciales relacionadas con los experimentos que actualmente se llevan a cabo en CERN. Su solución incluye términos provenientes de correcciones de órdenes superiores a los diagramas de Feynman del proceso. Nuestro cálculo sólo incluye diagramas a primer orden. En Passarino, sin embargo, no se incluyen las polarizaciones de los bosones involucrados en el proceso. Causmaecker, et. al. [6], por otro lado, calculan las amplitudes para el proceso $e^+e^- \rightarrow e^+e^- \gamma$ con intercambio de Z^0 , resolviendo un total de ocho diagramas. Su cálculo incluye polarizaciones para el fotón saliente. Obtienen de este modo una expresión para el elemento de matriz al cuadrado, sin abordar el problema de la integración sobre espacio fase.

Los diagramas de Feynman calculados en este trabajo pueden verse en el capítulo 2. Excluimos correcciones radiativas del tipo que se presentan en la figura 1.

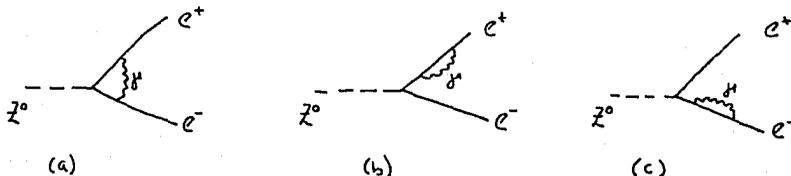


Figura 1

En el Capítulo 1, presentamos, en breve, los conceptos relativos a este trabajo relacionados con el modelo de Weinberg-Salam.

No es objetivo de esta exposición discutir a profundidad el modelo en cuestión. Queda expuesto siguiendo el camino histórico, de modo que discutimos más sobre la forma general de las interacciones débiles que respecto de los detalles más sutiles relacionados con la unificación del electromagnetismo con aquélla.

En el Capítulo 2, construimos la expresión para el elemento de matriz al cuadrado del proceso $Z^0 \rightarrow e^+ e^- \mu$. Presentamos en un apéndice un resúmen de la técnica utilizada, siguiendo la referencia [4]. Por último, describimos el programa de cómputo utilizado para calcular la integral Monte Carlo de la matriz al cuadrado. Obtenemos el valor de la sección total de decaimiento que nos ocupa. Discutimos los resultados obtenidos y los comparamos con los encontrados en la literatura. Por último, presentamos algunas conclusiones.

CAPITULO I

MODELO DE WEINBERG-SALAM

En 1982, fue reportada la primera detección experimental de un bosón Z^0 . Este suceso dió al modelo de Weinberg-Salam una confirmación experimental decisiva. En este modelo, creado 14 años antes, se unifican las interacciones débiles y electromagnéticas.

Interacciones Electromagnéticas.-

La teoría física que estudia este tipo de interacciones a nivel microscópico es la Electrodinámica Cuántica, creada por Dirac alrededor de 1928. En ella se incorpora a la Mecánica Cuántica la Teoría de la Relatividad Especial, buscando una mayor precisión en la descripción de fenómenos atómicos que involucran velocidades cercanas a la de la luz (es decir grandes energías).

Para un electrón libre de cuadrivector momentum p^μ , puede demostrarse que la función de onda (de cuatro componentes) tiene la forma

$$\psi = u(\vec{p}) e^{-i p \cdot x}$$

la cual satisface la ecuación de Dirac

$$[\gamma_\mu p^\mu - m] \psi = 0$$

La ecuación para un electrón en un campo electromagnético cuadrivectorial $A^\mu = (A^0, \vec{A})$, se obtiene haciendo la sustitución mínima

$$p^\mu \rightarrow p^\mu + e A^\mu$$

donde $(-e)$ es la carga del electrón. Procediendo de este modo, obtenemos:

$$\gamma^\mu [p_\mu + e A_\mu] \psi - m \psi = 0$$

$$[\gamma_{\mu} p^{\mu} - m] \psi + e \gamma_{\mu} A^{\mu} \psi = 0$$

Definiendo $e \gamma_{\mu} A^{\mu} = \gamma^{0} V$, tenemos:

$$[\gamma_{\mu} p^{\mu} - m] \psi = \gamma^{0} V \psi$$

que tiene la forma $(E + \dots) \psi = V \psi$ como en la Ecuación de Schrödinger.

Puede demostrarse que la ecuación de Dirac satisface una ecuación de continuidad (como en el caso no relativista) la cual garantiza conservación de la probabilidad, en concordancia con los postulados de la Mecánica Cuántica en su versión no relativista. Para encontrarla, escribimos la ecuación de Dirac en la forma

$$i \gamma^{0} \frac{\partial \psi}{\partial t} + i \gamma^{k} \frac{\partial \psi}{\partial x^k} - m \psi = 0 \quad (1)$$

de donde obtenemos su conjugada hermitiana:

$$-i \frac{\partial \psi^{\dagger}}{\partial t} \gamma^{0} - i \frac{\partial \psi^{\dagger}}{\partial x^k} (-\gamma^{k}) - m \psi^{\dagger} = 0$$

Definiendo $\bar{\psi} \equiv \psi^{\dagger} \gamma^{0}$ como el espinor adjunto, podemos escribirla

$$i \partial_{\mu} \bar{\psi} \gamma^{\mu} + m \bar{\psi} = 0 \quad (2)$$

Multiplicando (1) a la izquierda por $\bar{\psi}$, (2) a la derecha por ψ , y sumando, obtenemos:

$$\bar{\psi} \gamma^{\mu} \partial_{\mu} \psi + (\partial_{\mu} \bar{\psi}) \gamma^{\mu} \psi = \partial_{\mu} (\bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi) = 0$$

De modo que $j^{\mu} = \bar{\psi} \gamma^{\mu} \psi$ satisface la ecuación de continuidad, lo cual sugiere que deberíamos identificarla con las densidades de probabilidad y de flujo ρ y \vec{J} de la teoría. En particu-

lar, la densidad de probabilidad

$$\rho = j^0 = \bar{\psi} \gamma^0 \psi = \psi^\dagger \psi = \sum_{(s)} |\psi_s|^2$$

es positiva definida. j^A puede identificarse también (vía la teoría de agujeros) con la densidad de corriente de carga si multiplicamos por (-e):

$$j^A = -e \bar{\psi} \gamma^A \psi$$

vista entonces como una densidad de corriente electrónica cuadrivectorial.

Volvamos ahora a la expresión obtenida para partículas en interacción con potenciales electromagnéticos:

$$(\gamma_\mu p^\mu - m) \psi = \gamma^0 V \psi$$

Si utilizamos teoría de perturbaciones a primer orden (la perturbación es el término de interacción $\gamma^0 V$), la amplitud para la dispersión de un electrón de un estado ψ_i a un estado ψ_f

es

$$\begin{aligned} T_{fi} &= - \int \bar{\psi}_f(x) V(x) \psi_i(x) d^4x \\ &= ie \int \bar{\psi}_f \gamma_\mu A^\mu \psi_i d^4x \\ &= -ie \int j_\mu^{(fi)} A^\mu d^4x \end{aligned}$$

donde:

$$j_\mu^{(fi)} \equiv -e \bar{\psi}_f \gamma_\mu \psi_i = -e \bar{\psi}_f \gamma_\mu \psi_i e^{i(p_f - p_i) \cdot x}$$

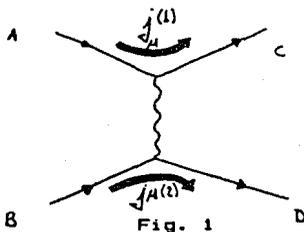
El término $j_\mu^{(fi)}$ puede interpretarse entonces como la corriente electromagnética de transición entre los estados i y f del electrón. Por otro lado, el potencial electromagnético A^μ puede ser identificado con su fuente (carga) a través de las ecuaciones

de Maxwell

$$\square^2 A_\mu = j_\mu$$

($\square^2 = \partial^\mu \partial_\mu$: D 'alembertiano) que determinan el campo electromagnético A^μ asociado a la corriente j^μ (Las ecuaciones de Maxwell están escritas en su forma covariante).

Podemos resumir los resultados hasta aquí bosquejados en un diagrama como el de la figura 1.



Si consideramos el estado inicial del proceso como el correspondiente a la partícula libre, entonces la ecuación $\square^2 A^\mu = j^\mu$ para el vértice (2) tiene como solución $A^\mu = -\frac{1}{q^2} j^\mu(2)$, con $q = p_B - p_C$, puesto que $\square^2 e^{iq \cdot x} = -q^2 e^{iq \cdot x}$.

Por tanto, la amplitud para la dispersión del proceso tiene la forma siguiente:

$$T_{fi} = -i \int j_\mu^{(1)}(x) \left(-\frac{1}{q^2} \right) j^{\mu(2)}(x) d^4x$$

$$= -i \int [(-e \bar{u}_{fC} \gamma_\mu u_{iA}) e^{-i(p_C - p_A) \cdot x} \left(-\frac{1}{q^2} \right) (-e \bar{u}_{fD} \gamma^\mu u_{iB}) e^{-i(p_D - p_B) \cdot x}] d^4x$$

$$\begin{aligned}
 &= -i \left[(-e \bar{u}_{iA} \delta^{\mu\lambda} u_{iA}) \left(-\frac{1}{q^2}\right) (-e \bar{u}_{iB} \delta^{\mu\lambda} u_{iB}) \right] \int e^{-i(P_C - P_A) \cdot x} e^{-i(P_D - P_B) \cdot x} d^4x \\
 &= -i \left[(-e \bar{u}_{iA} \delta^{\mu\lambda} u_{iA}) \left(-\frac{1}{q^2}\right) (-e \bar{u}_{iB} \delta^{\mu\lambda} u_{iB}) \right] \delta^4(P_A + P_B - P_C - P_D) (2\pi)^4 \\
 &= -i (2\pi)^4 \delta^4(P_A + P_B - P_C - P_D) \mathcal{M}_{fi}
 \end{aligned}$$

\mathcal{M}_{fi} se llama amplitud invariante. La delta de Dirac en la expresión indica conservación de la cantidad de movimiento:

$$P_A + P_B = P_C + P_D \quad (P_B - P_D = P_A - P_C)$$

si tomásemos la fuente de la interacción A^μ en el vértice (1) obtendríamos el mismo resultado (debido precisamente a la ecuación de conservación del momentum). Si en la figura 1 tomásemos las partículas como electrones entonces el proceso analizado sería $e^- e^- \rightarrow e^- e^-$ en el orden más bajo de aproximación (sin el término de intercambio). Si, en cambio, sustituyésemos ahora en una de las líneas fermiónicas un electrón por un protón (figura 2) el formalismo anterior describiría el proceso $e^- p \rightarrow e^- p$, donde la matriz \mathcal{M}_{fi} tiene ahora la forma:

$$\mathcal{M}_{fi} = (e \bar{u}_p \delta^{\mu\lambda} u_p) \left(-\frac{1}{q^2}\right) (-e \bar{u}_e \delta^{\mu\lambda} u_e) = \frac{e^2}{q^2} \left[\frac{j_{em}}{j_\mu} \right]_p \left[\frac{j_{em}}{j^{\mu\lambda}} \right]_e$$

(para protones de Dirac).

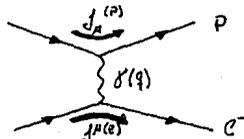


Figura 2. Dispersión electromagnética electrón-protón.

Con procesos electromagnéticos de este tipo en mente, Fermi intentó una explicación del decaimiento β (el ejemplo más conocido de una interacción débil), el cual, en los átomos de ciertos núcleos, involucra la transformación de protones en neutrones y viceversa (por ejemplo: $O^{14} \rightarrow N^{14} + e^{-} + \bar{\nu}_e$). Para el decaimiento de neutrones, el proceso es el siguiente:

$$n \rightarrow p e^{-} \bar{\nu}_e$$

de donde podemos construir los siguientes eventos:

$$p \rightarrow n e^{+} \nu_e$$

(energéticamente imposible para protones libres) y:

$$p e^{-} \rightarrow n \nu_e$$

representado en la figura 3.

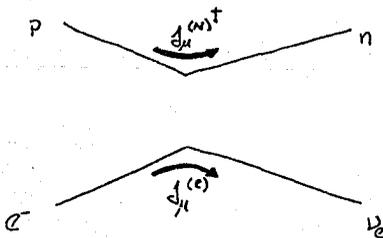


Figura 3.

En analogía con la forma de M_{fi} para el diagrama de la figura 2, Fermi propuso

$$M_{fi} = G (\bar{u}_n \gamma^\mu u_p) (\bar{u}_e \gamma_\mu u_e)$$

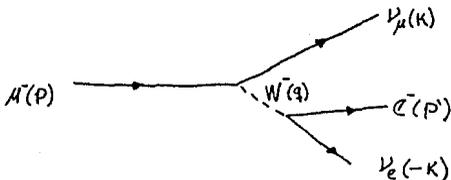
como la amplitud invariante para el decaimiento β . G, la constante de acoplamiento débil, es un parámetro a determinar experimentalmente llamado constante de Fermi. Hasta 1956, fue éste el modelo privilegiado de las interacciones débiles. Ese año, con el descubrimiento de la no conservación de la paridad en este tipo de interacciones, pudo encontrarse la estructura correcta de las corrientes débiles cargadas:

$$J_{\text{débil}}^\mu = \bar{u}_x \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) u_y \quad (\text{corriente débil de aumento de carga})$$

$$(J_{\text{débil}}^\mu)^\dagger = \bar{u}_y \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) u_x \quad (\text{corriente débil de decremento de carga})$$

A continuación, en analogía con las interacciones electromagnéticas, se postula la existencia de bosones vectoriales cargados, llamados W^+ y W^- . Estos bosones débiles son los análogos del fotón para la fuerza electromagnética. Por ejemplo, el decaimiento de un muón (figura 4) es mediado por un bosón W^- ; la amplitud es de la forma

$$M_{fi} = \left[\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_\nu \gamma^\sigma \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) u_\mu \right] \times \frac{1}{M_W^2 - q^2} \times \left[\frac{g}{\sqrt{2}} \bar{u}_e \gamma^\mu \frac{1}{2} (1 - \gamma^5) u_{\nu_e} \right]$$



$$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu \quad ; \quad q = p + k$$

Figura 4.

En contraste con el fotón, los bosones W^\pm deben ser masivos y además, portadores de carga (como puede verse de la figura 4. De aquí el nombre de las corrientes débiles escritas antes).

Las corrientes cargadas de la interacción débil se observan en eventos tales como

$$n \rightarrow p e^- \bar{\nu}_e$$

$$\mu^- \rightarrow e^- \bar{\nu}_e \nu_\mu$$

$$\nu_e e^- \rightarrow e^- \nu_e$$

(dispersión elástica neutrino- electrón).

La detección en 1973 de eventos del tipo $\bar{\nu}_\mu e^- \rightarrow \bar{\nu}_\mu e^-$, reveló la existencia de corrientes débiles neutras, las cuales tienen la formas

$$j_\mu^{CN}(\nu) = \frac{1}{2} (\bar{\nu}_\mu \gamma_\mu \frac{1}{2}(1-\gamma^5) \nu) \quad (\text{neutrinos})$$

$$j_\mu^{CN}(q) = (\bar{u}_q \gamma_\mu \frac{1}{2} (C_V^q - C_A^q \gamma^5) u_q) \quad (\text{quarks})$$

(de hecho, en este punto el desarrollo histórico es en sentido inverso: estas corrientes primero fueron postuladas teóricamente

y después detectadas en laboratorio).

Su amplitud invariante es de la forma

$$M_{fi} = \frac{4G}{\sqrt{2}} 2\rho \int_{\mu}^{CN} \int_{\mu}^{CN}$$

donde ρ es un parámetro que determina la intensidad relativa de los procesos que involucran corrientes neutras respecto de los cargados.

¿ Pueden las corrientes neutras \int_{μ}^{CN} , junto con las corrientes cargadas \int_{μ} y \int_{μ}^{\dagger} , formar un grupo de simetrías de las interacciones débiles ?

Construyamos el doblete

$$X_L = \begin{pmatrix} u_{\nu} \\ u_e \end{pmatrix}_L$$

y los operadores

$$\tau_{\pm} = \frac{1}{2} (\tau_1 \pm i\tau_2) ; \quad \tau_+ = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} ; \quad \tau_- = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

(las τ_i son las matrices de Pauli). Las corrientes cargadas pueden escribirse entonces del siguiente modo:

$$\int_{\mu}^{\oplus} \equiv \int_{\mu}^{\oplus} = \frac{1}{2} \bar{u}_{\nu} \gamma_{\mu} (1-\gamma^5) u_e = \bar{u}_{\nu L} \gamma_{\mu} u_{eL} = \bar{X}_L \gamma_{\mu} \tau_+ X_L ;$$

$$\int_{\mu}^{\dagger} \equiv \int_{\mu}^{\ominus} = \frac{1}{2} \bar{u}_e \gamma_{\mu} (1-\gamma^5) u_{\nu} = \bar{u}_{eL} \gamma_{\mu} u_{\nu L} = \bar{X}_L \gamma_{\mu} \tau_- X_L$$

Introduzcamos ahora una corriente neutra de la forma

$$j_{\mu}^{\textcircled{3}}(x) \equiv \bar{\chi}_L \gamma_{\mu} \tau_3 \chi_L = \frac{1}{2} \bar{u}_{eL} \gamma_{\mu} u_{eL} - \frac{1}{2} \bar{e}_{eL} \gamma_{\mu} e_{eL}$$

De este modo, hemos construido un triplete (de "isospin") de la forma

$$j_{\mu}^{\textcircled{i}}(x) = \bar{\chi}_L \gamma_{\mu} \frac{1}{2} \tau_i \chi_L \quad ; \quad i = 1, 2, 3 \quad [\textcircled{+}, \textcircled{-}, \textcircled{3}]$$

cuyas cargas correspondientes

$$T^i = \int d_0^3 x j_0^{\textcircled{i}}(x)$$

generan un Algebra $SU(2)_L$:

$$[T^i, T^j] = i \epsilon_{ijk} T^k$$

La corriente $j_{\mu}^{\textcircled{3}}(x)$ no es la corriente débil neutra que escribimos antes (aquella tiene componentes derecha e izquierda). Sin embargo, la corriente electromagnética es una corriente neutra de ambas componentes:

$$\begin{aligned} j_{\mu}^{\text{em}}(x) &= -e \bar{u}_e \gamma_{\mu} u_e = -e \bar{u}_{eR} \gamma_{\mu} u_{eR} - e \bar{e}_{eL} \gamma_{\mu} e_{eL} \\ &\equiv e \bar{\Psi} \gamma_{\mu} Q \Psi \end{aligned}$$

donde Q es el operador de carga, con eigenvalor -1 para el electrón. Q , como operador, es el generador de un grupo de simetrías $U(1)_{em}$ para las interacciones electromagnéticas. Las corrientes neutras j_{μ}^{NC} y j_{μ}^{em} que hemos introducido al modelo hasta ahora, no respetan la simetría $SU(2)_L$. Sin embargo, podemos formar con ellas dos combinaciones ortogonales que tengan propiedades de transformación bien definidas bajo este grupo. Una de ellas, $j_{\mu}^{\textcircled{3}}$, completa el triplete de isospin débil $j_{\mu}^{\textcircled{+}}$, mientras que la segunda, j_{μ}^y , es invariante ante transformaciones del grupo (es decir, es un singulete de isospin débil).

Esta última se llama corriente de hipercarga débil y está dada por:

$$j_{\mu}^Y = \bar{\psi} \gamma_{\mu} Y \psi ;$$

donde el operador de hipercarga débil Y se define por la relación $Q = T^3 + Y/2$, es decir,

$$j_{\mu}^{em} = j_{\mu}^{\otimes} + \frac{1}{2} j_{\mu}^Y$$

Del mismo modo que Q genera el grupo $U(1)_{em}$, Y genera un grupo de simetría $U(1)_Y$. De este modo, hemos incorporado la interacción electromagnética en el esquema y, como resultado de ello, el grupo de simetría se ha incrementado a $SU(2)_L \times U(1)_Y$: En cierto sentido han sido unificadas las interacciones electromagnética y débil.

El desarrollo anterior fue hecho por vez primera por Glashow en 1961, y fue extendido para introducir bosones vectoriales masivos (W^{\pm} y Z_0) por Weinberg y Salam. El modelo se llama modelo standard o de Weinberg-Salam de las interacciones electrodébiles.

Del mismo modo que la interacción electromagnética

$$-ie(j^{em})^{\mu} A_{\mu}$$

describe la electrodinámica cuántica haciendo que las corrientes electromagnéticas se acoplen al fotón, asumimos que las corrientes electrodébiles arriba introducidas se acoplan a bosones vec-

toriales. El modelo standard consiste de un isotriplete de campos vectoriales W_μ^i acoplados con intensidad g a las corrientes J_μ^i , además de un campo vectorial B_μ , acoplado a la corriente de hipercarga débil J_μ^Y , con intensidad $g'/2$. La interacción electrodébil básica es:

$$-ig(j^0)^\mu W_\mu^i - i\frac{g'}{2}(j^Y)^\mu B_\mu$$

Los campos $W_\mu^\pm = \frac{\sqrt{1}}{2}(W_\mu^1 \mp iW_\mu^2)$ describen bosones cargados masivos W^\pm , mientras que W_μ^3 y B_μ son campos neutros. La interacción electromagnética está incluida en esta expresión. Cuando generamos las masas de los bosones por rompimiento de simetría, los dos campos neutros W_μ^3 y B_μ deben mezclarse de modo tal que los estados físicos (es decir, eigenestados de masa), sean:

$$A_\mu = B_\mu \cos \Theta_W + W_\mu^3 \sin \Theta_W \quad (\text{sin masa})$$

$$Z_\mu = -B_\mu \sin \Theta_W + W_\mu^3 \cos \Theta_W \quad (\text{masivo})$$

Θ_W se llama ángulo de Weinberg. La interacción electrodébil neutra se escribe:

$$-ig J_\mu^3 [W^3]^\mu - i\frac{g'}{2} J_\mu^Y B^\mu = -i(g \sin \Theta_W J_\mu^3 + g' \cos \Theta_W \frac{J_\mu^Y}{2}) A^\mu - i(g \cos \Theta_W J_\mu^3 - g' \sin \Theta_W \frac{J_\mu^Y}{2}) Z^\mu$$

Identificamos el primer término con la interacción

electromagnética, de modo que

$$e j_{\mu}^{em} = e \left(j_{\mu}^{(1)} + \frac{1}{2} j_{\mu}^{(Y)} \right)$$

y por tanto:

$$g \sin \Theta_W = g' \cos \Theta_W = e \quad ; \quad \tan \Theta_W = \frac{g'}{g}$$

La última expresión relaciona el ángulo de Weinberg con las dos constantes de acoplamiento de los grupos de simetrías. Podemos ahora reescribir la interacción de la corriente neutra débil en la forma siguiente:

$$\begin{aligned} & -i \left(g \cos \Theta_W j_{\mu}^{(3)} - g' \sin \Theta_W \frac{j_{\mu}^{(Y)}}{2} \right) Z^{\mu} = -i \left(g \cos \Theta_W j_{\mu}^{(3)} - g' \sin \Theta_W [j_{\mu}^{em} - j_{\mu}^{(3)}] \right) Z^{\mu} = \\ & = -i \left(g \cos \Theta_W j_{\mu}^{(3)} - g \frac{\sin^2 \Theta_W}{\cos \Theta_W} [j_{\mu}^{em} - j_{\mu}^{(3)}] \right) Z^{\mu} = -i \left(\frac{g}{\cos \Theta_W} j_{\mu}^{(3)} - \frac{g \sin^2 \Theta_W}{\cos \Theta_W} j_{\mu}^{em} \right) Z^{\mu} = \\ & = -i \frac{g}{\cos \Theta_W} \left[j_{\mu}^{(3)} - \sin^2 \Theta_W j_{\mu}^{em} \right] Z^{\mu} = -i \frac{g}{\cos \Theta_W} \bar{\psi}_f \gamma^{\mu} \left[\frac{1}{2} (1 - \gamma_5) T^3 - \sin^2 \Theta_W Q \right] \psi_f Z_{\mu} \end{aligned}$$

Definiendo $j_{\mu}^{(3)} - \sin^2 \Theta_W j_{\mu}^{em} \equiv j_{\mu}^{CN}$, relacionamos la corriente neutra a la corriente de isospin débil. La última expresión es la sustitución de las corrientes para el proceso $Z^0 \rightarrow f \bar{f}$ (f = fermión; \bar{f} = antifermión correspondiente). El diagrama de Feynman de este proceso se presenta en la figura 5.

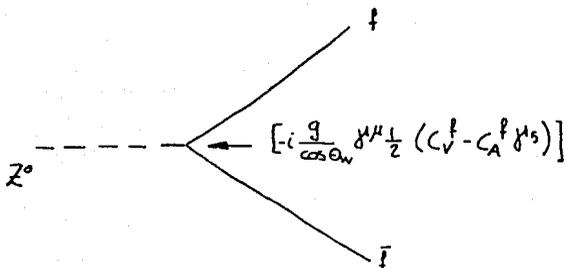


Figura 5.
Diagrama de Feynman para el proceso $Z^0 \rightarrow f \bar{f}$

$$C_V^f = T_3^f - 2Q_f \sin^2 \theta_W \quad ; \quad C_A^f = T_3^f$$

Podemos calcular ahora el decaimiento $Z^0 \rightarrow e^+ e^-$ utilizando la expresión:

$$\mathcal{M}_{fi} [Z^0 \rightarrow f \bar{f}] = -i \frac{g}{\cos \theta_W} g^{\mu 1} \frac{1}{2} (C_V^f - C_A^f \gamma_5)$$

Este diagrama está íntimamente relacionado con los que calculamos en el capítulo siguiente (radiativos). Se calcula para estimar la razón

$$\frac{\Gamma(Z^0 \rightarrow e^+ e^-)}{\Gamma(Z^0 \rightarrow e^+ e^-)}$$

La amplitud del proceso no radiativo está dada por:

$$M_{fi} = -i g_x \gamma^\mu \frac{1}{2} (C_V - C_A \gamma^5) ;$$

$$M_{fi}^\dagger = -\epsilon_i^\mu \bar{u}_e \gamma_\mu \frac{1}{2} (C_V - C_A \gamma^5) u_e ;$$

$$\begin{aligned} |M_{fi}|^2 &= M_{fi} \overline{M_{fi}} = \frac{g_x^2}{4} \sum_{\mu} \epsilon_\mu^* \bar{u}_e \gamma^\mu (C_V - C_A \gamma^5) u_e \overline{u_e \gamma^\nu (C_V - C_A \gamma^5) u_e} \\ &= \frac{g_x^2}{4} \sum_{\mu} \epsilon_\mu^* \bar{u}_e \gamma^\mu (C_V - C_A \gamma^5) u_e \overline{u_e \gamma^\nu (C_V - C_A \gamma^5) u_e} \end{aligned}$$

Sumando sobre los espines de los fermiones:

$$\begin{aligned} &= \frac{g_x^2}{2 \cdot 4 \cdot 4 \pi^2} \sum_{\mu} \epsilon_\mu^* \text{tr} \left[(\not{P}_f + m_f) \gamma^\mu (C_V - C_A \gamma^5) (\not{P}_i + m_f) \gamma^\nu (C_V - C_A \gamma^5) \right] \\ &\simeq \frac{g_x^2}{8 \pi^2} \sum_{\mu} \epsilon_\mu^* \text{tr} \left[\not{P}_f \gamma^\mu (C_V - C_A \gamma^5) \not{P}_i \gamma^\nu (C_V - C_A \gamma^5) \right] \end{aligned}$$

Sumando ahora sobre las polarizaciones del bosón Z^0 :

$$\begin{aligned} \sum_{\text{pol}} |M_{fi}|^2 &= \frac{g_x^2}{8 \pi^2} \sum_{\lambda} \epsilon_\mu^{(\lambda)} \epsilon_\nu^{*(\lambda)} \text{tr} \left[\not{P}_f \gamma^\mu (C_V - C_A \gamma^5) \not{P}_i \gamma^\nu (C_V - C_A \gamma^5) \right] \\ &\simeq -\frac{g_x^2}{8 \pi^2} g_{\mu\nu} \text{tr} \left[\not{P}_f \gamma^\mu (C_V - C_A \gamma^5) \not{P}_i \gamma^\nu (C_V - C_A \gamma^5) \right] \\ &= -\frac{g_x^2}{8 \pi^2} \text{tr} \left[\not{P}_f \gamma_\nu (C_V - C_A \gamma^5) \not{P}_i \gamma^\nu (C_V - C_A \gamma^5) \right] \\ &= -\frac{g_x^2}{8 \pi^2} \text{tr} \left[\not{P}_f (C_V + C_A \gamma^5) \not{P}_i \not{P}_i \gamma^\nu (C_V - C_A \gamma^5) \right] ; \end{aligned}$$

$$\not{P}_i \not{P}_i \gamma^\nu = \not{P}_i (-\not{P}_i \gamma^\nu + 2g^{\nu\alpha}) \not{P}_i \Rightarrow$$

$$\begin{aligned}
 \sum_{\text{pol}} |M_{fi}|^2 &= \frac{g_x^2}{8u^2} \text{tr} \left[\cancel{\not{A}}_+ (C_V + C_A \gamma^5) (2 \cancel{\not{P}}_i) (C_V - C_A \gamma^5) \right] \\
 &= \frac{g_x^2}{4u^2} \text{tr} \left[\cancel{\not{A}}_+ (C_V^2 + C_A^2 + 2C_V C_A \gamma^5) \cancel{\not{P}}_i \right] \\
 &= \frac{g_x^2}{4u^2} [C_V^2 + C_A^2] 4 P_f \cdot P_i
 \end{aligned}$$

En el sistema en reposo del Z^0 : $P_f + P_i = K_i = (H_{Z_0}, \vec{0})$

$$\frac{H_{Z_0}^2}{2} = P_f \cdot P_i \quad (\text{despreciando la masa de los electrones})$$

$$\sum_{\text{pol}} |M_{fi}|^2 = \overline{|M_{fi}|^2} = \frac{g_x^2}{2u^2} (C_V^2 + C_A^2) H_{Z_0}^2 \quad ;$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma(Z^0 \rightarrow e^+ e^-) &= \frac{1}{2H_{Z_0}} \times \frac{1}{3} \int \overline{|M_{fi}|^2} \frac{m_e}{(2\pi)^3} \frac{d^3 P_f}{E_f} \frac{m_e}{(2\pi)^3} \frac{d^3 P_i}{E_i} (2\pi)^4 \int (K - P_f - P_i) \\
 &= \frac{g_x^2 m^2 (C_V^2 + C_A^2) H_{Z_0}^2}{2u^2 (2\pi)^2 2H_{Z_0} \times 3} \int \frac{d^3 P_f}{E_f} \frac{d^3 P_i}{E_i} \int (K - P_f - P_i)
 \end{aligned}$$

El resultado final es:

$$\Gamma(Z^0 \rightarrow e^+ e^-) = \frac{g}{48\pi} \left[\frac{g}{\cos \theta_W} \right]^2 (C_V^2 + C_A^2) H_{Z_0} \quad ; \quad C_A = \frac{1}{2}, \quad C_V = 2 \sin^2 \theta_W - \frac{1}{2}$$

(presentado por Passarino en la referencia citada). El desarrollo de este cálculo se hizo siguiendo el procedimiento común. En el capítulo siguiente, utilizamos un camino diferente para evaluar la amplitud invariante y su cuadrado para dos diagramas radiativos del decaimiento del bosón Z^0 . Ahí, el vértice del diagrama

se asocia a una interacción que escribimos:

$$(a + bM^2)Y^M$$

Los parámetros a y b de esta expresión están relacionados con los que aquí hemos utilizado a través de las relaciones siguientes:

$$a = \frac{\sin^2 \theta_w - 1/4}{\sin \theta_w \cos \theta_w}$$

$$; \quad b = \frac{1}{4 \sin \theta_w \cos \theta_w}$$

con $\sin^2 \theta_w = 0.21$.

CAPITULO II
CALCULO DE LA SECCION DE DECAIMIENTO $\Gamma(Z^0 \rightarrow e^+e^- \gamma)$.



Fig. 1 Decaimiento radiativo del bosón Z^0 .

En esta sección, derivamos una expresión para la amplitud cuadrada del proceso $Z^0 \rightarrow e^+e^- \gamma$ (fig. 1)

En la figura 2, presentamos los términos asociados a las interacciones (vértices) de los diagramas de Feynman (de orden menor) a resolver y las variables asociadas a las partículas involucradas en el proceso.

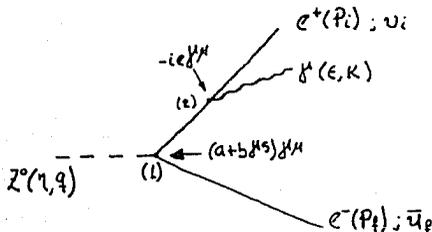


Fig. 2 Variables e interacciones

La ecuación de conservación del momentum para el proceso es $q = p_i + p_f + k$ y u_i, \bar{u}_f son los espinores asociados a las líneas fermiónicas. El término $(a + b \gamma^5) \gamma^\mu$ corresponde a la interacción débil responsable del decaimiento (vértice 1) y a la línea del vértice 2 se le asocia el propagador propio de interacciones electromagnéticas.

Las variables están definidas del siguiente modo: η = polarización del bosón Z^0 ; q = momentum de la misma partícula; p_i, p_f = momenta de los fermiones; ϵ = polarización del fotón y k = momentum del mismo.

Para los diagramas de la figura 1, la matriz está dada por:

$$i \mathcal{M}_{fi} = e^2 \eta^\mu \epsilon^\nu \bar{u}_f \left[\gamma_\nu S(f, i) \gamma_\mu (a + b \gamma^5) + \gamma_\mu (a + b \gamma^5) S^*(i, f) \gamma_\nu \right] u_i$$

donde los propagadores:

$$S(f, i) = \frac{1}{\not{p}_f + \not{k} - m} = S_1 \quad ; \quad S^*(i, f) = \frac{1}{\not{p}_i + \not{k} - m} = S_2$$

son aproximados por

$$S_1 = \frac{\not{p}_f + \not{k}}{(p_f + k)^2} \quad ; \quad S_2 = \frac{\not{p}_i + \not{k}}{(p_i + k)^2}$$

Es decir, hemos despreciado las masas en reposo de los fermiones salientes, lo cual sólo tiene sentido a altas velocidades (energías). Sustituyendo $A = \not{p}_f + \not{k}$ y $B = \not{p}_i + \not{k}$, tenemos:

$$\bar{u}_f \Gamma u_i = \bar{u}_f \eta^\mu \epsilon^\nu \left[\gamma_\nu \frac{A \gamma_\mu (a + b \gamma^5)}{A^2} + \frac{\gamma_\mu (a + b \gamma^5) B \gamma_\nu}{B^2} \right] u_i$$

De donde:

$$\Gamma = \frac{1}{A^2} \not{\epsilon} \not{\eta} \not{A} (a + b \gamma^5) + \frac{1}{B^2} (a - b \gamma^5) \not{B} \not{\epsilon} = \left[\frac{1}{A^2} \not{\epsilon} \not{\eta} \not{A} + \frac{1}{B^2} \not{B} \not{\epsilon} \right] (a + b \gamma^5)$$

Es decir, tenemos un triple producto de matrices γ^A . Utilizando la relación:

$$g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} = (g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} - g^{\mu\beta} g^{\nu\alpha} + g^{\mu\omega} g^{\nu\lambda}) \gamma^A + i \epsilon^{\mu\alpha\nu\beta} \gamma^5 \gamma^A$$

(ver ec. 1.9 en [4])

escribimos:

$$\Gamma = V^{\rho} \delta_{\rho}^{\mu} + i A^{\rho} \gamma^5 \delta_{\rho}^{\mu} = [X^{\rho} \delta_{\rho}^{\mu} + Y^{\rho} \gamma^5 \delta_{\rho}^{\mu}] (a + b \gamma^5)$$

$$\text{Donde } X^{\rho} = \epsilon \cdot \left[\frac{A^{\rho}}{A^2} + \frac{B^{\rho}}{B^2} \right] \eta^{\rho} - \epsilon \cdot \eta \left[\frac{A^{\rho}}{A^2} + \frac{B^{\rho}}{B^2} \right] + \eta \cdot \left[\frac{A^{\rho}}{A^2} + \frac{B^{\rho}}{B^2} \right] \epsilon^{\rho} \equiv \left[\epsilon \cdot \left[\frac{A^{\rho}}{A^2} + \frac{B^{\rho}}{B^2} \right] \eta^{\rho} \right]$$

$$Y^{\rho} = i \epsilon_{\mu} \left[\frac{A^{\mu}}{A^2} - \frac{B^{\mu}}{B^2} \right] \eta_{\nu} \epsilon^{\mu\nu\rho} \equiv i \left\{ \epsilon \cdot \left[\frac{A^{\rho}}{A^2} - \frac{B^{\rho}}{B^2} \right] \eta^{\rho} \right\}$$

Y, por tanto:

$$V^{\rho} = a \left\{ \epsilon \cdot \left[\frac{A^{\rho}}{A^2} + \frac{B^{\rho}}{B^2} \right] \eta^{\rho} \right\} - i b \left\{ \epsilon \cdot \left[\frac{A^{\rho}}{A^2} - \frac{B^{\rho}}{B^2} \right] \eta^{\rho} \right\}$$

$$i A^{\rho} = i a \left\{ \epsilon \cdot \left[\frac{A^{\rho}}{A^2} - \frac{B^{\rho}}{B^2} \right] \eta^{\rho} \right\} - b \left\{ \epsilon \cdot \left[\frac{A^{\rho}}{A^2} + \frac{B^{\rho}}{B^2} \right] \eta^{\rho} \right\}$$

Es conveniente ahora introducir la notación siguiente:

$$(1 + \gamma^5) \delta_{\rho}^{\mu} = \delta_{\rho}^{\mu R}$$

$$(1 - \gamma^5) \delta_{\rho}^{\mu} = \delta_{\rho}^{\mu L}$$

con la cual podemos escribir:

$$\Gamma = \frac{1}{2} V_{\rho} (\delta_{\rho}^{\mu R} - \delta_{\rho}^{\mu L}) + \frac{1}{2} i A_{\rho} (\delta_{\rho}^{\mu R} - \delta_{\rho}^{\mu L}) = \frac{1}{2} (V^{\rho} + i A^{\rho}) \delta_{\rho}^{\mu R} + \frac{1}{2} (V^{\rho} - i A^{\rho}) \delta_{\rho}^{\mu L}$$

$$\Gamma = \bar{z}^{\rho} \delta_{\rho}^{\mu R} + z^{\rho} \delta_{\rho}^{\mu L}$$

Con esta notación, construimos ahora $\Gamma_i = \Gamma \cdot \Lambda(P_i)$; ver ec. 4.8a referencia [4]), donde $\Lambda(P_i)$ es el proyector de energía de la partícula i . En su aproximación ultrarelativista (todas las masas en reposo despreciables, según dijimos antes), $\Lambda_{\pm} = \frac{1}{2u} \not{x}$; el cual en nuestra notación R-L puede escribirse:

$$\Lambda_{\pm} = \frac{\not{x}}{2u} \left[\frac{1}{2}(1+\gamma^5) + \frac{1}{2}(1-\gamma^5) \right] = \frac{1}{4u} (\not{x}^R + \not{x}^L)$$

Por tanto:

$$\begin{aligned} \Gamma_i &= \Gamma \cdot \Lambda(P_i) = \frac{1}{4u} (\not{x}^R + \not{x}^L) (\not{x}_i^R + \not{x}_i^L) \\ &= \frac{1}{2u} \left[(1+\gamma^5) (\bar{z} \cdot P_i - i \bar{z}_\alpha P_{i\beta} \sigma^{\alpha\beta}) + (1-\gamma^5) (\bar{z} \cdot P_i - i \bar{z}_\alpha P_{i\beta} \sigma^{\alpha\beta}) \right] \end{aligned}$$

Análogamente, $\Gamma_2 = \bar{\Gamma} \cdot \Lambda(P_f)$ (Ecs. 4.3 ; 4.8b referencia [4]) se escribe:

$$\Gamma_2 = \frac{1}{2u} \left[(1+\gamma^5) (\bar{z} \cdot P_f - i \bar{z}_\alpha P_{f\beta} \sigma^{\alpha\beta}) + (1-\gamma^5) (\bar{z} \cdot P_f - i \bar{z}_\alpha P_{f\beta} \sigma^{\alpha\beta}) \right]$$

Reuniendo estos resultados, obtenemos:

$$\begin{aligned} |M_{fi}|^2 &= \text{tr} \left[\Gamma_i \Gamma_2 \right] = \\ &= \frac{1}{4u^2} \text{tr} \left[\left[(1+\gamma^5) (\bar{z} \cdot P_i - i \bar{z}_\alpha P_{i\beta} \sigma^{\alpha\beta}) + (1-\gamma^5) (\bar{z} \cdot P_i - i \bar{z}_\alpha P_{i\beta} \sigma^{\alpha\beta}) \right] \right. \\ &\quad \left. + (1-\gamma^5) (\bar{z} \cdot P_f - i \bar{z}_\alpha P_{f\beta} \sigma^{\alpha\beta}) + (1+\gamma^5) (\bar{z} \cdot P_f - i \bar{z}_\alpha P_{f\beta} \sigma^{\alpha\beta}) \right] \end{aligned}$$

$$= 2(1-\delta^3)(\bar{z}^i p_i - i \bar{z}^i p_{i\beta} \sigma^{\alpha\beta})(\bar{z}^j p_j - i \bar{z}^j p_{j\beta} \sigma^{\alpha\beta})]$$

El resto de los términos en el producto $\Gamma_1 \Gamma_2$ es cero. (Ver la tabla 1 de la referencia [4]). El tipo de trazas que debemos calcular tiene la forma

$$\text{tr} (1 \pm \delta^3) (F + G_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu}) (F + \bar{G}_{\alpha\beta} \sigma^{\alpha\beta}) =$$

$$\text{tr} (1 \pm \delta^3) (FF + F\bar{G}_{\alpha\beta} \sigma^{\alpha\beta} + \bar{F}G_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu} + G_{\alpha\beta} G_{\mu\nu} \sigma^{\alpha\beta} \sigma^{\mu\nu})$$

donde

$$\sigma^{\alpha\beta} \sigma^{\mu\nu} = \delta^{\alpha\beta, \mu\nu} - i \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu} \delta^3 - i [g^{\alpha\mu} g^{\beta\nu} - g^{\alpha\nu} g^{\beta\mu} + g^{\beta\nu} g^{\alpha\mu} - g^{\beta\mu} g^{\alpha\nu}]$$

Ahora bien, en las dos últimas expresiones, los términos lineales en $\sigma^{\alpha\beta}$ se hacen 0 al tomar las trazas, de modo que, en la expresión final, tenemos

$$|M_{fi}|^2 = \frac{1}{4u^2} \text{tr} \left[(1 \pm \delta^3) (F\bar{F} + G_{\alpha\beta} \bar{G}_{\mu\nu} (\delta^{\alpha\beta, \mu\nu} - i \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu})) + \right. \\ \left. (1 - \delta^3) (F\bar{F} + G_{\alpha\beta} \bar{G}_{\mu\nu} (\delta^{\alpha\beta, \mu\nu} + i \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu})) \right]$$

$$= \frac{1}{M^2} \left[F\bar{F} + G_{\alpha\beta} \bar{G}_{\mu\nu} (\delta^{\alpha\beta, \mu\nu} - i \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}) + F\bar{F} + G_{\alpha\beta} \bar{G}_{\mu\nu} (\delta^{\alpha\beta, \mu\nu} + i \epsilon^{\alpha\beta\mu\nu}) \right] \quad (1)$$

La expresión obtenida de este modo tiene implícitos muchos términos complejos. Para demostrar que el resultado final es un número real positivo definido, escribimos Z , \bar{Z} , \hat{Z} y $\bar{\hat{Z}}$ en la forma

siguiente:

$$z = r + is \quad ; \quad \bar{z} = r - is' \quad ; \quad \bar{z} = r - is \quad ; \quad \bar{z}' = r' + is'$$

donde

$$\begin{aligned} r &= (a-b) \left[\in \left[\frac{A}{A^2} + \frac{B}{B^2} \right] \cap \beta \right] \\ S &= (a-b) \left\{ \in \left[\frac{A}{A^2} - \frac{B}{B^2} \right] \cap \beta \right\} \\ r' &= (a+b) \left[\in \left[\frac{A}{A^2} + \frac{B}{B^2} \right] \cap \beta \right] \\ S' &= (a+b) \left\{ \in \left[\frac{A}{A^2} + \frac{B}{B^2} \right] \cap \beta \right\} \end{aligned} \quad (3)$$

Haciendo todas las sustituciones necesarias, obtenemos:

$$\begin{aligned} |M_{fi}|^2 &= (2r_a r_\beta + 2S_a S_\beta) P_i^* P_f^0 + (r^2 + S^2) P_i \cdot P_f - 2 \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} r^* P_i^0 S^{\mu} P_f^{\nu} + \\ & (2r'_a r'_\beta + 2S'_a S'_\beta) P_i^* P_f^0 + (r'^2 + S'^2) P_i \cdot P_f - 2 \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} r'^{\mu} P_i^0 S'^{\nu} P_f^{\nu} \end{aligned} \quad (2)$$

la cual es una expresión real. En la computadora comprobamos que las expresiones (1) y (2) dan los mismos resultados construyendo para (1) un programa con variables complejas y para (2) uno con las variables reales definidas por (3). Con el mismo procedimiento verificamos que los resultados fuesen siempre positivos.

Para obtener la sección total de decaimiento $\Gamma(z^0 \rightarrow e^+ e^- \gamma)$, debemos calcular la integral de nuestra función $|M_{fi}|^2$ sobre el espacio fase correspondiente al decaimiento en tres estados finales. Esto último se hizo por método Monte Carlo. A continua-

ción, presentamos un bosquejo del procedimiento [7,8,9]

La integral a resolver es de la forma

$$R_3(s) = \int \prod_{i=1}^3 \frac{d^3 P_i}{2E_i} \delta(\bar{P} - \bar{P}_1 - \bar{P}_2 - \bar{P}_3) \delta(\sqrt{S} - E_1 - E_2 - E_3) |M_{fi}|^2$$

Para obtener un valor numérico, en primer lugar es necesario eliminar las funciones δ que aparecen en el integrando. En el caso particular que nos ocupa, decaimiento en tres estados finales, esto último puede hacerse tomando en consideración la integral sin el elemento de matriz al cuadrado. Resolver este problema significa encontrar el comportamiento puramente cinemático del proceso. En el elemento de matriz se incorporan todas las características dinámicas (interacciones) y, en la interpretación probabilística de nuestros cálculos, la integral correspondiente equivale a calcular un promedio pesado sobre los estados finales del sistema, donde la función de peso es precisamente el elemento $|M_{fi}|^2$.

Las variables cinemáticas de nuestro problema son, de la figura 2:

$$S_1 = (P_1 + P_2)^2 = (P - P_3)^2$$

$$S_2 = (P_2 + P_3)^2 = (P - P_1)^2$$

$$S_3 = (P_3 + P_1)^2 = (P - P_2)^2$$

las cuales están relacionadas por la ecuación

$$S_1 + S_2 + S_3 = S + m_1^2 + m_2^2 + m_3^2$$

donde \sqrt{S} es la masa de la partícula que decae, en nuestro caso, el bosón Z^0 . No incluimos aquí dependencia de spin del proceso.

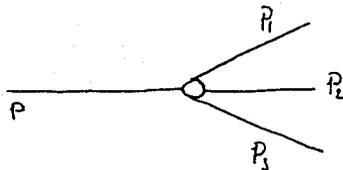


Fig. 2. Decaimiento en tres partículas.

$$P \sim P_1 + P_2 + P_3$$

Tenemos, pues, un total de dos variables cinemáticas independientes. Esto último es consecuencia de que, en el sistema en reposo de la partícula inicial, el estado es isotrópico (no depende de la orientación inicial del vector p), de tal modo que, en el estado final no puede haber dependencia de los tres ángulos que describen la orientación total del sistema (fig. 3)

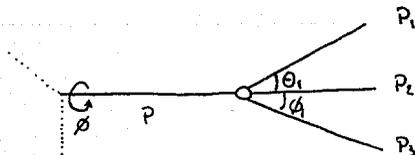


Fig.3. Ángulos del decaimiento

(En la figura, los ángulos θ_1 y ϕ_1 están relacionados con las variables S_1 y S_2 . .)

Así pues, de las cinco variables cinemáticas que definen el espacio fase de nuestro problema, solamente sobreviven dos variables esenciales. En función de ellas, es posible estimar

$$\frac{d^2 R_3}{dS_1 dS_2} = \frac{\pi^2}{45}$$

cálculo que no reproducimos aquí.

Es decir, la distribución de espacio fase es constante, en el decaimiento que nos ocupa, para s fija. Es precisamente de este hecho del que Passarino [1] se vale para hacer su cálculo. Las variables que define para hacer analíticamente la integral sobre espacio fase, son parientes cercanos de S_1 y S_2 .

Introduciendo ahora los factores dinámicos $|M_{fi}|^2$, tenemos la expresión siguiente:

$$\frac{d^2 \Gamma_{k_0}}{dS_1 dS_2} = \frac{\pi^2}{45} |M_{fi}|^2$$

o bien

$$\Gamma_{k_0} = e^{\epsilon^2 \epsilon^2} = \frac{\pi^2}{45} \int |M_{fi}|^2 dS_1 dS_2 \quad (4)$$

con $|M_{fi}|^2$ sustituido por la expresión (2). La evaluación de esta integral puede hacerse ahora por métodos Monte Carlo. Tiene la forma

$$\Gamma_{k_0} = \int d\phi P_n(\phi) |M_{fi}(\phi)|^2$$

$P_n(\phi)$ = densidad del espacio fase. Incluye factores que provienen de las integraciones sobre la función δ . ϕ son las coordenadas del punto en el espacio fase.

El primer aspecto del problema es la generación de los puntos

Nosotros los obtenemos utilizando la subrutina PHSP, que genera puntos aleatoriamente (y uniformemente) en el espacio fase definido por $P = P_1 + P_2 + P_3$. Garantizada la aleatoriedad de los eventos generados, la integral puede entonces aproximarse por la expresión

$$\frac{(\text{Max} - \text{min})}{N} \sum_{K=1}^N |M_K(\omega_K)|^2$$

donde $(\text{max} - \text{min})$ es el intervalo de integración y $N =$ número de eventos.

Ahora bien, nuestro cálculo del elemento de matriz incluye polarizaciones de los bosones involucrados en el proceso. La integral definida arriba, debería entonces incluir dependencias sobre los posibles valores de estas variables en caso de existir diferencias explícitas respecto de los valores posibles de la amplitud. Utilizando la computadora, demostramos que los valores de la integral, así como las distribuciones sobre las distintas componentes de los momenta (nueve en total) de las partículas secundarias no varían al variar las polarizaciones lineales de los bosones del proceso. Para el Z^0 en particular, mostramos que existe una simetría en las distribuciones de los momenta al variar η inicialmente, de modo que la suma sobre los tres valores posibles de esta variable:

$$\eta_z = (0, 0, 0, 1)$$

$$\eta_y = (0, 0, 1, 0)$$

$$\eta_x = (0, 1, 0, 0)$$

puede sustituirse por un factor $1/3$ al frente de la integral I_η .

Algo similar ocurre en el caso de la polarización del fotón. Este es el primer resultado de nuestro trabajo: El elemento de matriz obtenido en la primera parte de este capítulo se distribuye simétricamente en espacio fase respecto de cambios en los valores de las polarizaciones de los bosones del proceso y, por tanto, al orden de aproximación que hemos calculado, no hay dependencia dinámica esencial en las polarizaciones lineales de estas variables.

-> Resultados <-

En la figura 4, presentamos un diagrama de flujo del programa utilizado para calcular la integral (4). La parte central del mismo la constituye la generación aleatoria de eventos utilizando la subrutina PHSP. Esta subrutina recibe como entradas las masas de la partícula padre y secundarias, así como el número de partículas del decaimiento, generando como resultado un arreglo en que se encuentran las siguientes variables de las partículas secundarias: Energía total, energía cinética, componentes x, y, y z del momentum y $|\vec{P}|$. Todas las variables están calculadas en el sistema de referencia para el cual la partícula padre (en nuestro caso el bosón Z^0) se encuentra en reposo. Aquí, este sistema coincide con el sistema de laboratorio, es decir, suponemos que en los experimentos el Z^0 se produce con energía apenas suficiente para detectarlo con coordenadas $(H_2, \vec{0})$ en el laboratorio.

Una vez obtenido un punto en espacio fase, separamos los eventos en dos conjuntos: cuando la energía del fotón saliente, es mayor que 5 GeV y el ángulo que forma con cualquiera de los

leptones es mayor que cuatro grados, por un lado, y por otro lado el evento complementario:

$$\bar{E}_k \leq 5 \text{ GeV} \quad \text{o} \quad \text{ang}(\theta, \phi) < 4^\circ$$

Los cortes en ángulos y energía del fotón corresponden a límites experimentales en los procesos de detección que se llevan a cabo en CERN: No se detectan fotones con energías menores que 5 GeV y tampoco es posible distinguirlos si salen a ángulos menores de cuatro grados (en este caso, tan sólo se detecta un haz), por lo que la contribución de estos eventos a la razón de decaimientos debe sumarse a la correspondiente al proceso no radiativo.

El paso siguiente consiste en evaluar $|M_{fi}(\omega_k)|^2$ en el punto generado por PHSP, utilizando la subrutina RMATRIZ. Este valor es guardado en un arreglo de dimensión 50, construido de tal modo que cada una de las entradas sea de tamaño 1/50 del intervalo sobre el que la variable que nos interese graficar (p. ej. la energía de fotón), esté definida. Generamos entonces dos tipos de histogramas para cada bloque de eventos. El primero solamente cuenta el número de eventos generados por PHSP que caen dentro de cada uno de los intervalos del arreglo. El segundo suma los valores de $|M_{fi}|^2$ dentro de cada componente del arreglo que representa el intervalo de valores de la variable.

Por último, los histogramas de los arreglos son graficados haciendo uso de la subrutina HISESCA. En ellos, por construcción, tenemos una representación gráfica de la distribución en espacio fase de la variable graficada. Los histogramas de arreglos en que existe información de $|M_{fi}|^2$ nos ofrecen una idea cualitativa de la forma funcional del elemento de matriz respecto de la

distribución en espacio fase.

Las singularidades de nuestro cálculo provienen del propagador S en la ecuación para $i M_{fi}$:

$$S(p_i) = \frac{\cancel{p}_i + \cancel{K}}{(p_i + K)^2}$$

cuando el denominador de la expresión se hace cero. En este caso, tenemos:

$$(p_i + K)^2 = p_i^2 + 2 p_{i\mu} K^\mu + K^2$$

donde $p_i^2 = p_{i\mu} p_i^\mu = E_i^2 - \vec{p}_i \cdot \vec{p}_i = m_f^2 \approx 0$

y $K^2 = K_{\mu} K^\mu = K_0 - \vec{K} \cdot \vec{K} = 0$; $K_\mu = (\omega, \vec{K})$.

con ω la energía del fotón resultante ($c=1$).

El término $2 p_{i\mu} K^\mu$ se escribe:

$$\begin{aligned} 2 p_{i\mu} K^\mu &= 2(E_i \omega - \vec{p}_i \cdot \vec{K}) \\ &= 2(E_i \omega - |\vec{p}_i| |\vec{K}| \cos \theta_{pK}) \\ &= 2(E_i \omega - E_i v \omega \cos \theta_{pK}) \\ &= 2 E_i \omega (1 - v \cos \theta_{pK}) \end{aligned}$$

donde v es la magnitud de la velocidad del fermión. En nuestro problema $v \rightarrow c$ y por tanto:

$$(p_i + K)^2 = 2 E_i \omega (1 - \cos \theta_{pK})$$

El límite $\omega \rightarrow 0$ es una de las singularidades de esta expresión.

Los dos polos restantes,

$$E_i \rightarrow 0$$

$$(1 - \cos \theta_{pK}) \rightarrow 0$$

nunca se alcanzan realmente en el proceso. Las singularidades

pueden exhibirse de otro modo. Utilizando la ecuación de conservación del momentum $P_{z_0} = P_i + P_f + K$, escribimos:

$$(P_{z_0} - P_i)^2 = (P_f + K)^2$$

donde $(P_{z_0} - P_i)^2 = M_{z_0}^2 - 2 M_{z_0} E_i = M_{z_0} (M_{z_0} - 2E_i)$

(puesto que trabajamos en el sistema de referencia en que $P_{z_0} = (M_{z_0}, \vec{0})$)
 La singularidad en esta expresión se alcanza cuando la energía del fermión es 1/2 de la masa del bosón Z^0 , lo cual sucede tan solo en el caso no radiativo, es decir $w \rightarrow 0$ y el diagrama de Feynman es el de la figura 5.

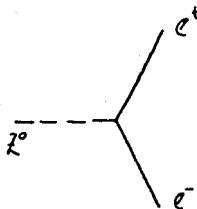


Figura 5. Decaimiento no radiativo: $Z^0 \rightarrow e^+ e^-$.

Por tanto, el problema de calcular la integral sobre el espacio fase de tres cuerpos se presenta al calcular $\Gamma(Z^0 \rightarrow e^+ e^-)$ sobre la región en la cual la energía del fotón tiende a cero. Los cortes en ángulos y energía que mencionamos antes, aíslan la singularidad de que hemos hablado. Los histogramas generados se construyen para dos tipos de eventos por separado:

$$E1 (E_\mu > 56 \text{ GeV y } \Theta_{\mu, \mu} > 4^\circ)$$

$$E2 (E_\mu \leq 56 \text{ GeV ó } \Theta_{\mu, \mu} \leq 4^\circ)$$

En el primer grupo de eventos, la integral es finita mientras que

en el segundo tenemos un polo infinito.

La figura 6 es el histograma del espacio fase generado por la subrutina PHSP de la energía del fotón saliente, tan sólo para eventos E1. El intervalo graficado es (-1000 , 50000) MeV. El corte brusco que se observa para valores cercanos a cero se debe a la restricción en E_{μ} . La energía toma valores entre 4 y 45 GeV (para el cálculo, la masa del Z^0 es 90 GeV y las masas de los leptones 0.511 MeV). La figura 7 es el equivalente para los eventos E2. El polo es evidente.

La figura 8 es el histograma de la energía del fotón (en una de sus polarizaciones) con el elemento de matriz incluido, para eventos E1. El histograma generado con la segunda polarización es muy similar (figura 9). Una vez más, encontramos simetría en las distribuciones, ahora respecto de las polarizaciones del fotón. La figura 10 representa (aproximadamente) la forma funcional de la amplitud cuadrada respecto de la energía del fotón. En cada intervalo graficamos el valor promedio del elemento de matriz, de modo que la gráfica resultante es la aproximación por medio de rectángulos de la dependencia del elemento respecto de la energía del fotón. Las figuras 11, 12 y 13 son las equivalentes para los eventos E2.

Para calcular la sección total, sumamos las frecuencias de la de la columna a la izquierda de la figura 8. La suma total

$$\sum |m_{ii}|^2$$

está relacionada con la integral a través de la relación (5), donde (max-min) es ahora la integral de la densidad de espacio fase de nuestro problema. Esta última es aproximada en nuestro cálculo por la integral sobre espacio fase de tres cuerpos en el

FIGURA 4:

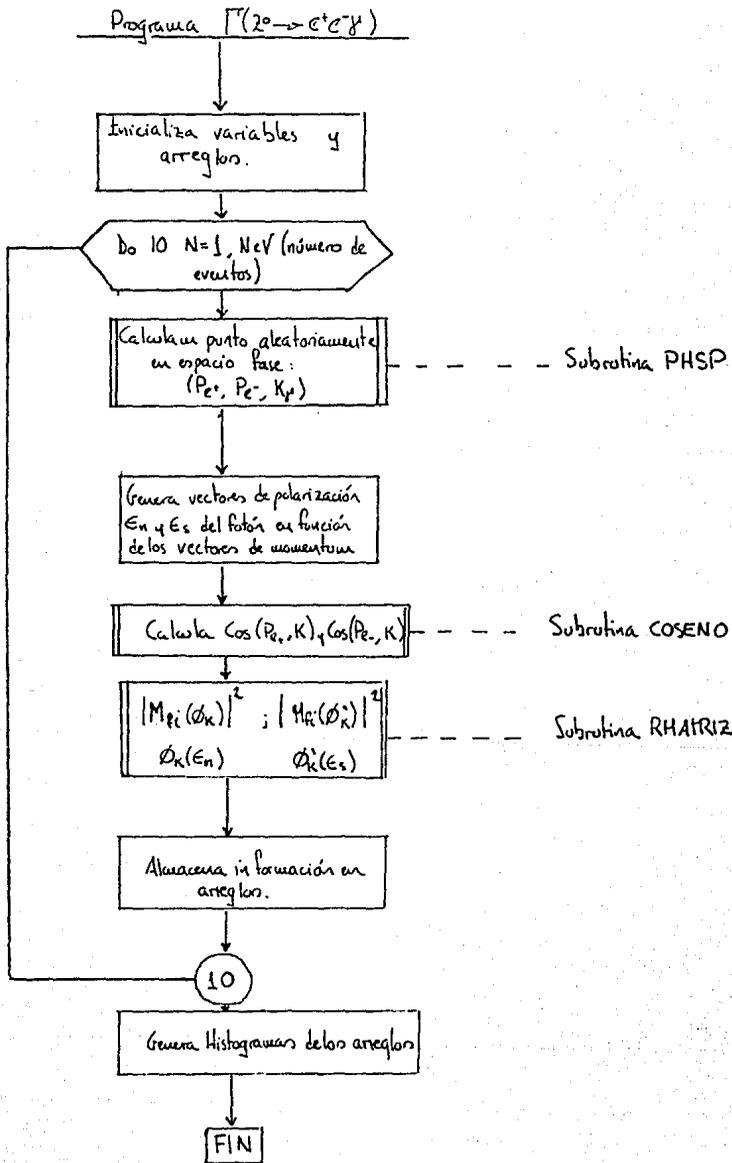


FIGURA 111
 MASA DE LOS LEPTONES: 0.511E+00 MASA DEL Z0: 0.900E+05 (MeV)
 HISTORAMA DE
 Energia del FOTON, Polarizacion N, Eventos E2
 ENERGIA 0.00E+00 0.51E+11 0.10E+12 0.15E+12 0.20E+12 frecuencia
 -0.100E+04

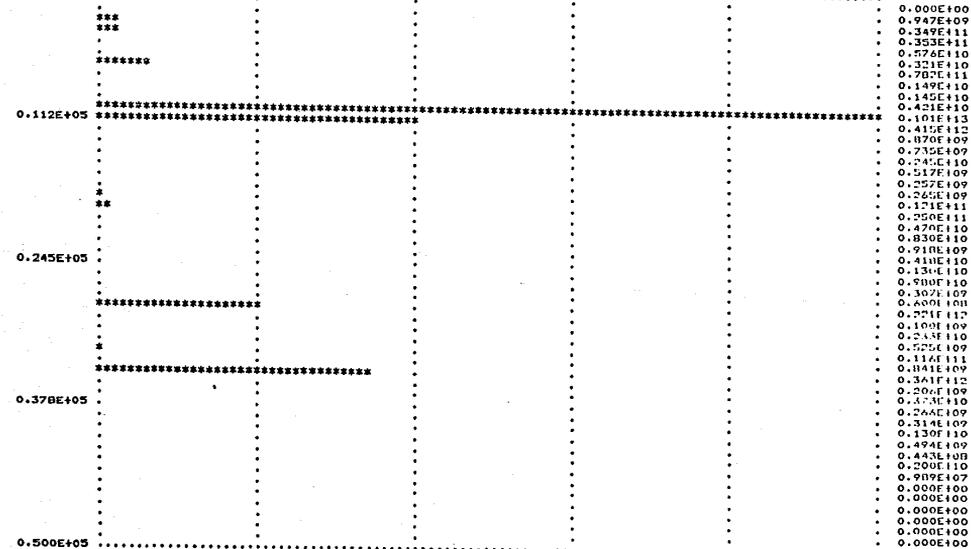
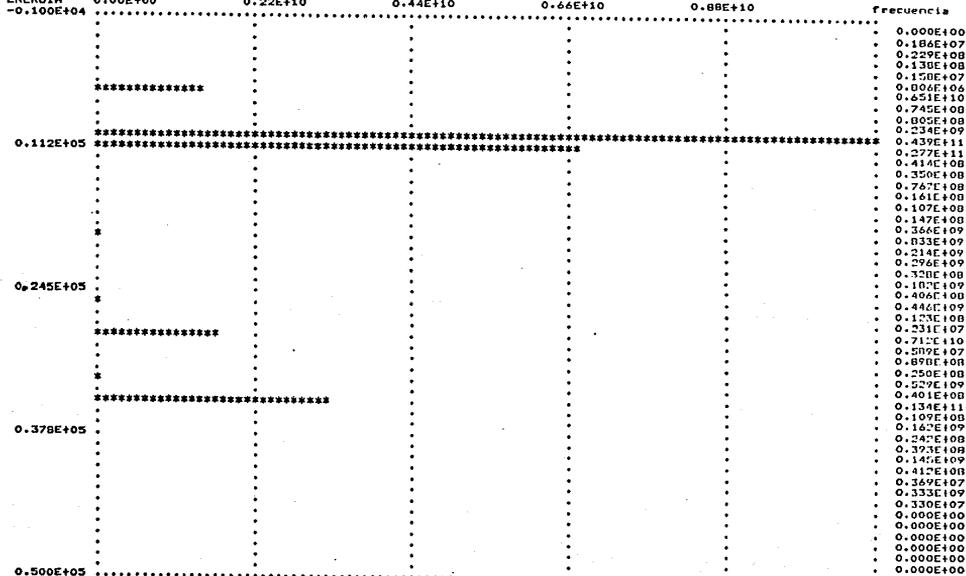


FIGURA 281
 MASA DE LOS LEPTONES: 0.511E+00 MASA DEL Z0: 0.900E+05 (MeV)
 HISTOGRAMA DE:
 Forma funcional de la Matriz. Eventos E2
 ENERGIA 0.00E+00 0.22E+10 0.44E+10 0.66E+10 0.88E+10



caso en que todas las masas de los fermiones son cero (ec.V.2.18 referencia [7]

$$R(s) = \frac{\pi^2}{8} s \quad ; \quad s = M_{20}^2$$

de modo que

$$\Gamma(2^0 \rightarrow e^+ e^-) = \frac{R(s)}{N} \sum_{k=1}^N |M_{fi}(\phi_k)|^2 \quad ; \quad \phi_k \in E1$$

Para obtener el valor relativo de esta sección de decaimiento respecto del caso no radiativo, debemos calcular

$$\Gamma(2^0 \rightarrow e^+ e^-) / \Gamma(2^0 \rightarrow e^+ e^-) = \Gamma_{E1} / \Gamma_0$$

La estimación de la integral en el denominador quedó expuesta al final del capítulo anterior y aparece en el artículo de Passarino. Sustituyendo, obtenemos

$$\frac{\Gamma_{E1}}{\Gamma_0} = .675$$

es decir, 67% contra 2-3% estimado por el autor arriba citado. El cálculo de Passarino, sin embargo, estima la proporción exclusiva utilizando el siguiente corte:

$$E_{f_1} \geq C_M M_{20} \quad ; \quad E_{f_2} \leq C_M M_{20}$$

donde C_M y C_M son tales que $C_M + C_M > 1/2$. De este modo, al resolver analíticamente la integral sobre espacio fase obtiene el cociente Γ / Γ_0 como función de sus parámetros de corte. Su estimación para eventos radiativos se calcula para valores como los siguientes: $C_M = .45$ y $C_M = .1$ es decir, para eventos tales que $E_{f_1} \geq 40.5 \text{ GeV}$ y $E_{f_2} \leq 9 \text{ GeV}$.

Por tanto, esperamos 2-3% de eventos en los cuales uno de los fermiones salga con energía muy pequeña mientras que el otro lleve energías cercanas al máximo: $M_{20}/2$, de modo que el fotón

radiado por bremsstrahlung es altamente energético. Los cortes de Passarino no son equivalentes a los que se hacen experimentalmente.

Por otro lado, Albert et.al. [2], incluyen una estimación para decaimientos radiativos exclusivos de dos tipos:

1. La suma de las energías de los leptones debe estar en el intervalo

$$M_{2^0} - \Delta E \leq E_\mu + E_\tau \leq M_{2^0}$$

2. La energía de cada leptón satisface por separado la restricción

$$\frac{1}{2}(M_{2^0} - \Delta E) \leq E_\mu \leq \frac{1}{2} M_{2^0}$$

Para cada una de las condiciones, obtiene analíticamente expresiones para Γ en función del parámetro ΔE . La restricción 1 es la más parecida a la estimada en este trabajo, puesto que implica la condición $E_\mu > \Delta E$ para la parte complementaria del espacio fase, en la cual se han eliminado todas las singularidades. Tiene la forma:

$$\Gamma_1(2^0 \rightarrow e^+ e^-; \Delta E) = \Gamma_0(2^0 \rightarrow e^+ e^-) \left[1 - \frac{\alpha}{\pi} \left\{ 4 \ln \frac{M_{2^0}}{\Delta E} - 3 \right\} \ln \frac{M_{2^0}}{m_\mu} - \frac{1}{3} \pi^2 \right]$$

donde $m_\mu \neq 0$ es la masa del leptón. para $\Delta E = 5 \text{ GeV}$ tenemos

$$\frac{\Gamma_1}{\Gamma_0} = .15 \quad \sim 15\%$$

En ninguno de los artículos citados se restringe la integración sobre los ángulos, cálculo que nosotros hemos incluido en nuestra estimación para los eventos E1. El valor 67% es, pues, la estimación para decaimientos exclusivos con cortes en energías y ángulos.

Tomemos ahora la integral $\Gamma(2^0 \rightarrow e^+ e^-)$ dividida en los dos

cortes mencionados antes:

$$\Gamma(Z^0 \rightarrow e^+e^-; E_p > 5 \text{ GeV y } (\text{ang}(e^+, \mu) > 4^\circ \text{ y } \text{ang}(e^-, \mu) > 4^\circ)) = \Gamma_{E1}$$

$$\Gamma(Z^0 \rightarrow e^+e^-; E_p < 5 \text{ GeV o } (\text{ang}(e^+, \mu) \leq 4^\circ \text{ o } \text{ang}(e^-, \mu) \leq 4^\circ)) = \Gamma_{E2}$$

En Γ_{E1} incluimos todos los eventos del proceso radiativo que son detectados experimentalmente, mientras que en Γ_{E2} están todos los eventos que, pese a estar permitidos cinemáticamente, no pueden ser detectados en laboratorio. La integral $\Gamma_0(Z^0 \rightarrow e^+e^-)$ calculada analíticamente, no incluye estas contribuciones al decaimiento y, por tanto, debemos sumárselas al estimar la proporción de eventos radiativos respecto de los no radiativos. Es decir, debemos calcular

$$\frac{\Gamma_{E1}}{\Gamma_{E2} + \Gamma_0} = 3.962 \times 10^{-4},$$

aproximadamente 0.03%, ahora un valor pequeñísimo respecto de lo esperado.

-> Conclusiones <-

La estimación de la razón Γ/Γ_0 presentada en este trabajo difiere de los resultados previamente publicados. La demostración explícita de la simetría del proceso ante diferentes polarizaciones iniciales de los bosones, es un resultado que no hemos encontrado tampoco en trabajos previos. Sin embargo, no hemos hecho un cálculo completo de las correcciones radiativas, pues hemos dejado de lado diagramas como los presentados en la introducción. Para un cálculo completo de los decaimientos inclusivos

(todas las configuraciones del espacio fase posibles, es decir, sin cortes de ningún estilo) y sus correcciones radiativas a orden α , requerimos teoría de renormalización, lo cual queda fuera de los límites de este trabajo. Así mismo, es necesario un cálculo más refinado para mejor comparar con los resultados obtenidos analíticamente en las referencias citadas, sobre todo las estimaciones de razones exclusivas en Albert [2] que hemos mencionado de pasada. No nos es posible por el momento establecer el grado en que estas estimaciones y la nuestra deberían coincidir.

APENDICE I

Evaluación de Amplitudes de Transición y Tiempos de Vida

Presentamos aquí un breve resumen del método utilizado en el cálculo de $|M_{fi}|^2$ (Capítulo II) [4].

En la derivación de la ecuación de Dirac para la partícula libre

$$i\hbar \left(\gamma^0 \frac{\partial}{\partial x^0} + \gamma^1 \frac{\partial}{\partial x^1} + \gamma^2 \frac{\partial}{\partial x^2} + \gamma^3 \frac{\partial}{\partial x^3} \right) \psi - mc \psi = 0 \quad [A1]$$

se demuestra que los coeficientes γ^M deben ser matrices complejas de 4x4 componentes tales que cumplan con la relación:

$$\gamma^\mu \gamma^\nu + \gamma^\nu \gamma^\mu = 2g^{\mu\nu} \mathbb{1} \quad [A2]$$

de modo que, al elevar al cuadrado la expresión [A1], recuperemos la ecuación de Klein-Gordon. Una base conveniente para las matrices 4x4 que satisfacen la relación [A2] (Álgebra de Clifford) que es muy útil en los cálculos que se llevan a cabo en física de altas energías, es la base covariante. Puesto que trabajamos con matrices 4x4, requerimos de 16 elementos. Ellos son la matriz unidad, las γ^M mismas, los seis conmutadores de los elementos básicos:

$$\sigma^{\mu\nu} \equiv \frac{i}{2} [\gamma^\mu, \gamma^\nu]$$

la matriz γ^5 :

$$\gamma^5 \equiv \gamma_5 = i\gamma^0\gamma^1\gamma^2\gamma^3 = \frac{1}{4!} \epsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \gamma^\alpha \gamma^\beta \gamma^\mu \gamma^\nu$$

(donde $\epsilon_{\alpha\beta\mu\nu}$ es el tensor de Levi-Civita)

y los cuatro elementos de la forma $\gamma^5 \gamma^M$.

De modo que una matriz cualquiera de 4×4 puede escribirse, en esta base

$$\Gamma = S + i P \gamma^5 + V_\mu \gamma^\mu + i A_\nu \gamma^5 \gamma^\nu - \frac{i}{2} T_{\mu\nu} \sigma^{\mu\nu}$$

Los coeficientes del desarrollo son números complejos (las fases y los signos se escriben de este modo por conveniencia).

Trabajar en la base covariante se hace importante cuando nos encontramos ante el problema de evaluar matrices de transición y sus cuadrados. En el método tradicional se encuentra que, para una amplitud de la forma

$$M_{fi} = \bar{w}_f \Gamma w_i$$

con Γ una matriz 4×4 que depende de momenta, polarizaciones, etc. y \bar{w}_i, w_i son los espinores de las partículas entrante y saliente, al elevar al cuadrado obtenemos:

$$|M_{fi}|^2 = \text{tr} [\Gamma \cdot \Lambda(p_i) \cdot \bar{\Gamma} \cdot \Lambda(p_f)]$$

$$\text{con } \bar{\Gamma} = \gamma^0 \Gamma^\dagger \gamma^0 = \bar{S} + i \bar{P} \gamma^5 + \bar{V}_\alpha \gamma^\alpha + i \bar{A}_\alpha \gamma^5 \gamma^\alpha - \frac{i}{2} \bar{T}_{\alpha\beta} \sigma^{\alpha\beta} ;$$

$$\bar{S} = S^*, \quad \bar{V}_\alpha = V_\alpha^*, \quad \bar{P} = P^*, \quad \bar{A}_\alpha = -A_\alpha^*, \quad \bar{T}_{\alpha\beta} = -T_{\alpha\beta}^*$$

y $\Lambda(p) = \frac{\not{p} + m}{2m}$ es el proyector de energía en el estado P .

(Excluimos los proyectores de spin, pues en nuestro cálculo no trabajamos con ellos, ver referencia [4] ec. 4.2)

En otras palabras, obtenemos una expresión de la forma

$$\text{Tr} [\Gamma_1 \Gamma_2] .$$

Si la matriz Γ está escrita en la base covariante, entonces la traza en la ecuación [A4] puede evaluarse directamente, puesto que en esta base el único elemento con traza

distinta de cero es la matriz unidad. Para dos matrices Γ_1, Γ_2 escritas en la forma [A3] la operación $\text{Tr} \Gamma_1 \Gamma_2$ es simplemente

$$4(S_1 S_2 - P_1 P_2 + V_1 V_2 + A_1 \cdot A_2 - \frac{1}{2} T_{1\alpha\beta} T_2^{\alpha\beta})$$

(los índices 1 y 2 etiquetan los coeficientes de la expansión covariante de Γ_1 y Γ_2 respectivamente) pues es éste el término que multiplica a la matriz unidad en la expansión covariante del producto $\Gamma_1 \Gamma_2$. (ver ec. 1.12 referencia [4])

Para una expresión de la forma [A4], el problema se reduce entonces a construir los coeficientes de la expansión para $\Gamma(P, m) = \Gamma \cdot \Delta(P)$, evitando cálculos extensos de trazas de productos de matrices de Dirac. Los coeficientes S, P, V, A y T de esta última expresión están calculados en el artículo citado, ec. 4.10.

En nuestra evaluación de $|M_{fi}|^2$, capítulo II, donde encontramos un triple producto de matrices gama, utilizamos la identidad

$$\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\mu = (g^{\mu\alpha} g^{\nu\beta} - g^{\mu\nu} g^{\alpha\beta} + g^{\alpha\nu} g^{\mu\beta}) \delta_\beta^\mu + i \epsilon^{\mu\alpha\nu\beta} \delta_5^\mu \delta_\beta^\mu,$$

con la cual expandimos el elemento $\gamma^\mu \gamma^\alpha \gamma^\mu$ en la base covariante, obteniendo una expresión del tipo $V^\beta \delta_\beta^\mu + i A^\beta \delta_5^\mu \delta_\beta^\mu$. Cuando al final del desarrollo encontramos una expresión como [A4] la evaluación de la traza es trivial.

Por último, para calcular la sección diferencial del

decaimiento de una partícula de masa M en el sistema de referencia en que ésta se encuentra en reposo, debemos evaluar la integral

$$d\omega = d\left(\frac{1}{t}\right) = \frac{1}{2H} |M_{fi}|^2 \frac{d^3P_1}{2\omega_1(2\pi)^3} \frac{d^3P_2}{2\omega_2(2\pi)^3} \frac{d^3P_3}{2\omega_3(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta(P - P_1 - P_2 - P_3)$$

donde los factores $1/2\omega_i$, para fermiones, se reemplazan por m/E_i y para fotones $\omega_i = \sqrt{p_i^2 + m^2}$. Es la integral de esta expresión, con el elemento de matriz calculado en el capítulo II, lo que hemos evaluado haciendo uso del método Monte Carlo.

REFERENCIAS

- [1] G. Passarino "Distributions for $Z^0 \rightarrow e^+e^-$ ", Phys. Lett. 130B (1983), p.115-117.
- [2] D. Albert, et.al. "Decays of intermediate vector bosons, radiative corrections and QCD jets", Nucl. Phys. B166 (1980), p.460-492.
- [3] V. Barger, et.al. "testing models for anomalous radiative decays of the Z boson", Phys. Rev. D30 (1984), p.1513-1519.
- [4] M. Moreno "Closed formula for the product of n Dirac Matrices" Preiro CINVESTAV 1984 (J. Math. Phys. 26(4), 1985 p.576-584.
- [5] Escrito por Bruce Knapp, sin documentación. Su nombre es PHSP. Todos los programas creados para este trabajo fueron realizados en el sistema VAX-11.
- [6] P. de Causmaecker, et.al. "Multiple Bremsstrahlung in Gauge theories at high energies": I: Nucl. Phys. B206 (1982), p.53-60; II: Nucl. Phys. B206 (1982), p.61-89.
- [7] Byckling, E. y Kajantie, K. (1973) Particle Kinematics. Wiley, Nueva York.
- [8] Hammersley, J.M. y Handscomb, D.C. (1965) Monte Carlo Methods. Methuen and Co.Ltd., Londres.
- [9] Sobol, I.M. Método de Monte Carlo. Mir, Moscú.
- [10] Bjorken, J.D. y Drell, S.D. (1964) Relativistic Quantum Mechanics. Mc-Graw-Hill, Nueva York.
- [11] Halzen, F. y Martin, A.D. (1984) Quarks and Leptons: An introductory course in modern Particle Physics. Wiley, Nueva York.

[12] Okun, L.B. (1984) Leptons and Quarks. North Holland, Amsterdam.

[13] Kenyon, I. "The discovery of the intermediate vector bosons", Eur. J. Phys. 6 (1985), p.41-55.