



**UNIVERSIDAD NACIONAL AUTONOMA  
DE MEXICO**

**FACULTAD DE CIENCIAS**

**DINAMICA DE PIROGLASTOS  
EN  
ERUPCIONES VOLCANICAS**

**T E S I S**

QUE PARA OBTENER EL TITULO DE:  
**F I S I C O**

P R E S E N T A:  
**RAFAEL PEREZ BARRAGAN**

**México, D. F.**

**1985**



Universidad Nacional  
Autónoma de México



## **UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso**

### **DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL**

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

## INDICE

RESUMEN .....(1)

### Capítulo I

#### GENERALIDADES:

Introducción .....(2)

Formación de Volcanes .....(4)

### Capítulo II

#### MATERIALES ERUPTIVOS Y TIPOS DE ERUPTIONES VOLCANICAS:

Tipos de Materiales .....(9)

Tipos de Erupciones Volcánicas .....(13)

### Capítulo III

#### MECANICA DEL MOVIMIENTO DE LOS PIROCLASTOS EN ERUPTIONES VOLCANICAS

##### TIPO PLINIANA:

Análisis Unidimensional de La Caída de Piroclastos .....(16)

Velocidad Terminal .....(29)

Viscosidad y Gravedad .....(31)

Análisis Bidimensional de La Caída de Piroclastos .....(34)

Solución de Las Ecuaciones Bidimensionales por el Método de  
Runge - Kutta .....(38)

Energía Cinética de Los Piroclastos .....(44)

### Capítulo IV

#### APLICACIONES DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO Y DEL MODELO DE WALKER ET AL, (1971):

Desarrollo del análisis Computacional .....(46)

Síntesis de Resultados Numéricos para Varios Piroclastos .....(48)

### Capítulo V

#### ANÁLISIS DE LOS PIROCLASTOS EN LA COLUMNA ERUPTIVA:

Estratificación de Piroclastos en La Columna Eruptiva .....(60)

Cálculo de Las Velocidades de Salida .....(64)

Coloso de La Columna de una Erupción Volcánica .....(65)

Capítulo VI

CONCLUSIONES:

Conclusiones .....(72)

Apéndice A

APROXIMACION DE ALGUNAS CURVAS EXPERIMENTALES POR MEDIO DE  
SEALMENTOS DE RECTA:

Curva de la Variación del coeficiente de Fricción con respecto al  
Número de Reynolds en el Intervalo  $10^{-4}$  a  $10^4$ , para Cilindros.

Dada por Lapple y C.B. Shephard, (1940) .....(73)

Curva de la Variación del Coeficiente de Fricción con respecto al  
Número de Reynolds en el intervalo  $10^4$  a  $5 \times 10^5$ , para Cilindros  
con Rugosidad de  $7 \times 10^{-3}$  del Diámetro del Cilindro .....(76)

Curva de la Variación del Coeficiente de Fricción en Función del  
Número de Mach en el Intervalo de 0.1 a 5 Mach, para Cilindros.  
Dado por Hoerner (1965) .....(78)

Apéndice B

DIAGRAMA DE FLUJO Y PROGRAMA DE COMPUTO:

Diagrama de Flujo .....(81)

Programa de Computo .....(83)

Apéndice C

RESULTADOS NUMERICOS DIRECTOS DE LA COMPUTADORA PARA VARIOS PIRO-  
CLASTOS .....(87)

Referencias

REFERENCIAS .....(100)

## RESUMEN

En este trabajo se analiza la dinámica de las partículas arrojadas en una erupción volcánica, y que viajan a través de un fluido viscoso como es la atmósfera de la Tierra. A partir del modelo propuesto por Walker, et al (1971), se obtienen las ecuaciones de movimiento, que describen las trayectorias de estas partículas, las cuales no son tratables por métodos analíticos y las soluciones se obtienen tratando numéricamente el problema, por el método de Runge-Kutta. Un programa de computadora en FORTRAN, basado en este algoritmo nos provee de soluciones para varios ángulos de salida, tamaños de las partículas, densidades y parámetros dinámicos.

Finalmente, el análisis del movimiento conjugado de gases y piroclastos, nos permite entender y explicar la dinámica de una columna eruptiva, así como su colapso.

## CAPITULO I

### GENERALIDADES:

#### Introducción.

En los últimos años la vulcanología ha sido objeto de un renovado interés, sobre todo en aquellos países que tienen grandes zonas volcánicas. Aunque la vulcanología como ciencia se ha desarrollado desde el siglo pasado, solamente en las últimas décadas se ha procurado entender sus problemas desde un punto de vista físico-matemático. El estudio de la vulcanología es de relevancia científica — por sí misma, pero un análisis somero nos muestra que el vulcanismo tiene un impacto significativo para los seres vivos y civilizaciones que han poblado el planeta, por lo que podemos decir que ha sido un factor muy importante en el medio ambiente, y por ende en la vida, so brevivencia y costumbres de las poblaciones humanas.

Por medio del análisis químico de los materiales que a rrojan los volcanes, sabemos que contienen los componentes necesarios para la vida (bióxido de carbono, hidrógeno, calcio y otros). Estos materiales son además excelentes formadores de suelos fértiles y en consecuencia modifican el medio ambiente, repercutiendo en las costumbres de los seres que circundan un área determinada.

La actividad volcánica presenta dos efectos: uno de riesgo, como cuando nace o entra en renovada fase eruptiva; este efecto en ocasiones ha destruido pueblos u obligado a sus habitantes a emigrar; como es el caso de la ciudad de Pompeya que fué sepultada por

La erupción del Vesubio (79 D. de J.C.); el otro efecto es de carácter benéfico, ya que puede crear islas en medio del mar, que posteriormente se vuelven habitables y algunas son tan grandes que pueden albergar grandes ciudades autosuficientes, como Hawaii y algunas islas de Japón. Otras civilizaciones han tenido su origen en zonas circundantes a volcanes y esto ha sido determinante en su desarrollo. - Estos factores y otros nos señalan la importancia que tiene la vulcanología, por lo que es necesario hacer estudios cada vez mas detallados de todos los aspectos que intervienen en el fenómeno volcánico.

En el presente trabajo se exponen algunos modelos relativamente recientes, para explicar algunos de los aspectos observados en erupciones volcánicas y en especial las de tipo pliniano. Este nombre se le ha dado a erupciones semejantes a la del Vesubio, - (79 D.C., Italia). Se cree que este volcán era originalmente submarino y después de un periodo muy activo emergió a la superficie. En el año 79 D.C. tuvo una erupción que fué descrita por Plinio en una carta dirigida a Tácito; de aquí se adopto el nombre de plinianas a erupciones de tipo similar. Entre las erupciones mas grandes que ha tenido el Vesubio, después de destruir a Pompeya, se pueden contar las de 1631, 1794, 1906 y 1944. En nuestro país, el volcán Chichón, Chichonal ó Cerro de La Unión, en el estado de Chiapas, presentó este tipo de actividad entre marzo y abril de 1982. De acuerdo con este tipo de actividad, se define como erupción pliniana aquella que es de forma explosiva, rica en gases, la caída de objetos finos y ceniza es dispersada en una extensa área, y en algunos casos la columna

eruptiva se colapsa.

En particular, trataremos en este trabajo algunos de los aspectos de la dinámica de piroclastos en su movimiento a través de la atmósfera. Como veremos adelante, un modelo aún simple puede proveernos de información valiosa para entender y explicar algunos de los hechos observados en erupciones plinianas.

### Formación de Volcanes.

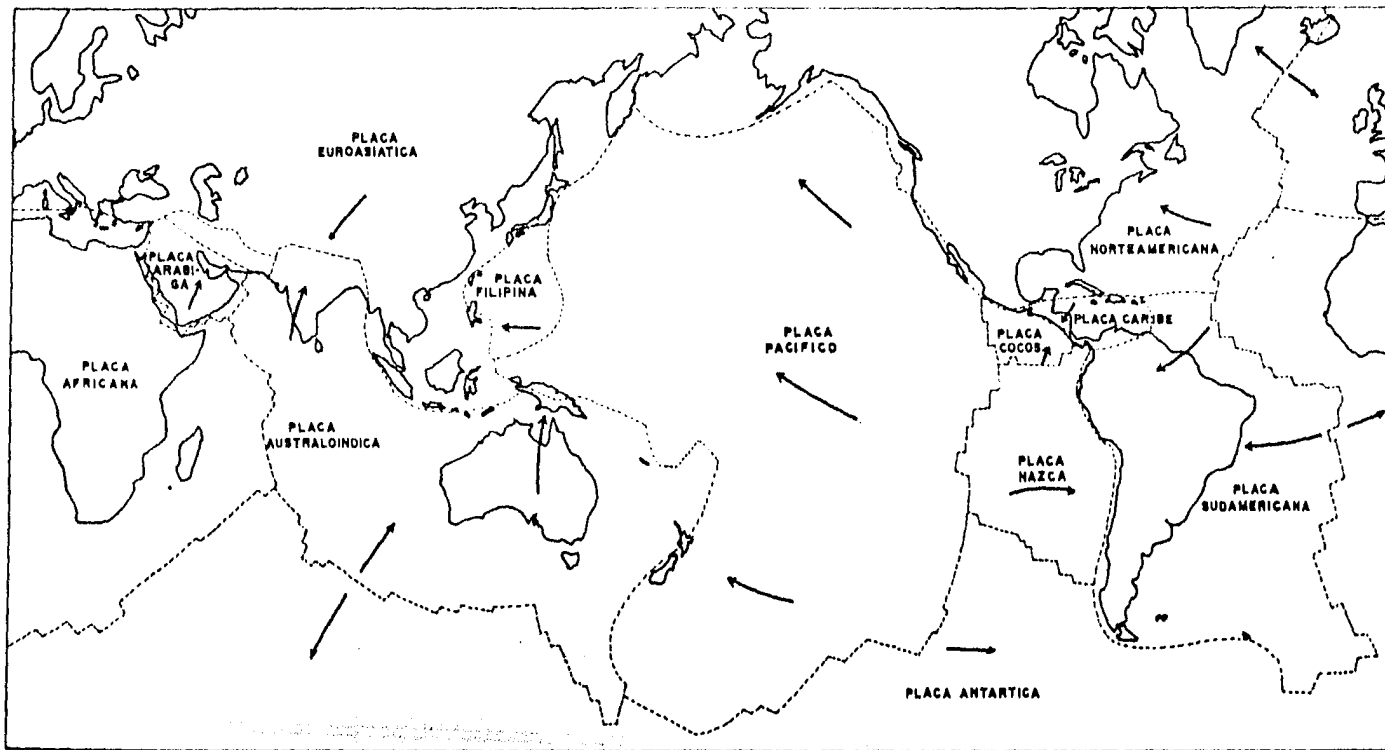
Las zonas volcánicas están perfectamente localizadas geográficamente sobre la superficie de la Tierra. Estas zonas pueden ser explicadas de la "Tectónica de Placas". Esta comprende las ideas de Alfred Wegener (geofísico Austriaco), publicadas en 1910 en su obra "Los orígenes de los continentes y los océanos" y las ideas de Hess (1962) sobre el esparcimiento de los fondos oceánicos. En su trabajo, Wegener propone que la posición que tienen actualmente los continentes, no ha sido siempre la misma sino que en un pasado estaban unidos en uno solo llamado "Pangea", el cual durante la era secundaria (jurásico) se fracturó y sus partes fueron separándose poco a poco hasta llegar a la posición actual, movimiento que continúa día con día; y que se ha llamado "Deriva de los Continentes".

Por medio del paleomagnetismo, podemos deducir la posición relativa de los continentes con respecto a los polos magnéticos para distintas épocas geológicas. Puede también observarse la correspondencia morfológica de los continentes y el ajuste entre los cinturones montañosos más antiguos, así como la relación de los estratos geológicos conteniendo organismos de diferentes ambientes y e



FIGURA 1.1

EN ESTE MAPA SE MUESTRA LA CONFIGURACION Y LA DIRECCION DEL MOVIMIENTO DE LAS DOCE PLACAS QUE FORMAN LA LITOSFERA TERRESTRE, SEGUN LA TEORIA "TECTONICA DE PLACAS"

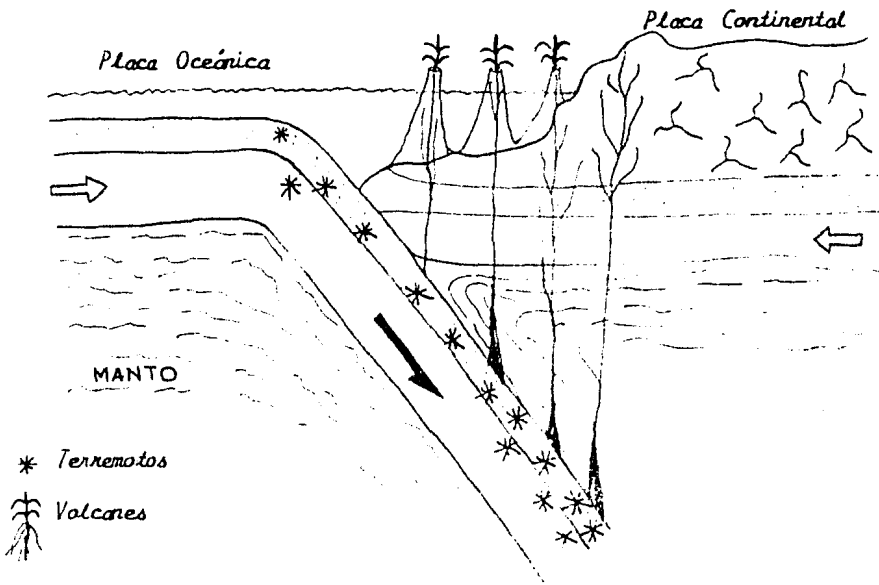


dades en determinadas zonas. Estos y otros fenómenos, nos permiten hacer una reconstrucción de la posición probable que tenían los continentes antes de empezar a separarse. Este movimiento continuo de los continentes es atribuido a la existencia de corrientes internas de convección de gran magnitud en el manto de la Tierra, (ver por ejemplo Tuzo, 1963; ó Dic. Kenzie, et al 1977).

Las corrientes de convección mueven en la superficie 12 placas en las que está dividida la litosfera de la Tierra, a manera de mosaicos, (figura 1:1). Estas placas se consideran casi rígidas, y su movimiento se manifiesta de cuatro formas sobre la superficie de la Tierra: 1ª).- Las fallas transformadas, donde ocurre un deslizamiento de una placa con respecto a otra en forma horizontal. 2ª).- Las de colisión, aquí dos placas chocan entre sí, y en el caso en que se an ambas continentales, llegan a originar algunas montañas, como los montes Himalayas, los Andes y otros. 3ª).- Las zonas de extensión, en estos sitios dos placas se separan una con respecto a la otra que se encuentra adjunta, al irse separando se origina una abertura, por la cual va surgiendo material lentamente en el transcurso de millones de años, el cual va formando una nueva corteza oceánica; como es el caso de la cordillera submarina del océano Atlántico. 4ª).- La subducción, que consiste en el hundimiento de una placa oceánica debajo de la corteza continental, (figura 1:2), un ejemplo de este tipo es dado por una placa del océano Pacífico (placa de Cocos) que se hunde bajo una parte de la República Mexicana, como es mostrado en la figura 1:1.

(El mapa de la figura 1:1 es obtenido de un artículo de Nofi, nov. 1975)

Figura 1:2  
ZONA DE SUBDUCCION



Los fenómenos 3 y 4 están directamente asociados con el vulcanismo, siendo el último el más relacionado, ya que es en zonas de subducción donde se localiza el mayor número de volcanes. En estas zonas el material de la litósfera se va hundiendo de tal manera que, hace pensar a algunos geofísicos en corrientes de convección en el manto terrestre, donde suponen un movimiento muy lento de mate

rial (centímetros por año). Este movimiento es atribuido a fuentes internas de calor de la Tierra. El fenómeno de las corrientes de convección en la Tierra, es considerado similar a calentar un fluido de muy alta viscosidad, (ver por ejemplo Mc Kenzie, et al feb. 1974; Richter et al jun. 1975; Mc Kenzie et al ene. 1977).

Las zonas consideradas de subducción muestran una alta sismicidad atribuida a la acumulación de esfuerzos por fricción entre las placas. A medida que la placa descendente se va introduciendo en el manto superior, va encontrando una resistencia mayor. Se cree que esta resistencia llega a provocar sismos, y transformaciones químicas en algunos materiales que sufren la compresión, de tal manera que algunos de estos materiales pueden llegar a formar magmas, y en algunas ocasiones llegar a salir a la superficie y formar volcanes.

Para una explicación de los fenómenos químicos, que intervienen en la formación de magmas, ver por ejemplo Yoder, (1976).

## CAPITULO II

### MATERIALES ERUPTIVOS Y TIPOS DE ERUPCIONES VOLCÁNICAS:

#### Tipos de Materiales.

Los materiales expulsados en una erupción volcánica se presentan en tres formas: gas, lava y piroclastos; estos últimos constituyen la parte sólida, y están formados por materiales dentro de un rango muy amplia de tamaño, que va de arenas de unas cuantas micras - hasta rocas de varias toneladas.

Los gases que salen a la superficie al iniciarse una erupción volcánica, lo hacen a veces en forma violenta, debido a la alta presión a que se encuentra la cámara magmática. Al salir va empujando a su paso parte del material que está en su trayectoria; saliendo este material dispersado en la atmósfera, y algunas de estas partes de material a muy alta velocidad con respecto a otras; esta velocidad depende principalmente de la presión, de la cantidad de gas que empuje y de la cantidad de material que sea expulsado.

La composición de los materiales que son expulsados ha sido estudiada en análisis químicos, y sus elementos están identificados. Las cantidades en que se presentan estos para cada erupción volcánica depende de muchos factores; tales como el lugar donde se originó el magma, la mezcla que tuvo con sus alrededores, así como los procesos químicos y físicos por los que va pasando.

Los elementos, mezclas y compuestos más comunes en erupciones volcánicas son los siguientes: (Tablas 2:1 y 2:2).

Tabla 2:1

GASES	
Símbolo	Nombre
$H_2O$	Oxido de Hidrógeno (vapor de agua)
$CO_2$	Dióxido de Carbono
$N_2$	Nitrógeno
$SO_2$	Dióxido de Azufre
$H_2$	Hidrógeno
$CO$	Monóxido de Carbono
$CL_2$	Cloro
$A$	Argón

Tabla 2:2

LAVAS Y PIROCLASTOS	
Símbolo	Nombre
$SiO_2$	Dióxido de Silicio
$Al_2O_3$	Oxido de Aluminio
$Fe_2O_3$	Oxido de Hierro
$MgO$	Oxido de Magnesio
$CaO$	Oxido de Calcio
$Na_2O$	Oxido Sódico
$K_2O$	Oxido Potásico
$TiO_2$	Dióxido de Titanio
$H_2O$	Oxido de Hidrógeno (agua)

Tablas 2:1 y 2:2.- Materiales mas comunes en una erupción volcánica, (Holmes, 1965).

Los piroclastos son fragmentos de material sólido que se presenta en muy diversas formas, tamaños y densidades. Los principales elementos que constituyen los piroclastos son iguales a los que forman las lavas, y similares a los de la corteza terrestre; esto se debe a que en muchas ocasiones los piroclastos son lava solidificada, en otras son fragmentos de la corteza. Así como la lava es parte de la corteza fundida, en determinadas proporciones. En la tabla 2:3 se muestran los porcentajes de estos elementos, (Mason, 1966).

Tabla 2:3

%	ELEMENTO								
	O	Si	Ti	Al	Fe	Mg	Ca	Na	K
Porcentaje en Volumen	94.07	0.88	0.04	0.47	0.34	0.26	1.15	1.07	1.71
Porcentaje en Peso	46.5	28.9	0.5	8.3	4.8	1.9	4.1	2.3	2.4

Algunos piroclastos están constituidos por sulfatos, silicatos, fosfatos y otros minerales. La composición de la lava es dada por la mezcla de los compuestos dados en la tabla 2:2. Estos compuestos asociados de cierta manera y en porcentajes específicos, nos dan las características de los piroclastos y lavas; algunas de ellas son agrupadas en la tabla 2:4, (Holmes, 1965).

TABLA 2:4

## MATERIALES QUE SURGEN EN FORMA DE LAVA

(PORCENTAJE PROMEDIO)

COMPUESTOS	GRANITO DE LA CORTEZA SUPERIOR	BASALTO ALCALINO	TELEITA	ESPILITA	RIOLITA	ANDESITA	TRAQUITA	FONOLITA	PERIDOTITA
SiO <sub>2</sub>	67 %	46 %	60 %	61 %	73 %	60 %	63 %	66 %	43,5 %
Al <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	18 %	15 %	16 %	14 %	15 %	17 %	18 %	20 %	4 %
Fe <sub>2</sub> O <sub>3</sub>	1 %	4 %	2 %	3 %	0,5 %	2 %	2,5 %	2,5 %	2,5 %
FeO	2,5 %	8 %	7 %	9 %	1,5 %	4 %	1,5 %	3,5 %	10 %
MgO	1,5 %	9 %	8 %	4,5 %	0,5 %	3,5 %	0,5 %	1,5 %	34 %
CaO	3,5 %	9 %	12 %	7 %	1,5 %	7 %	1 %	2,5 %	3,5 %
Na <sub>2</sub> O	4 %	3,5 %	2,5 %	5 %	4 %	3,5 %	7 %	8 %	0,5 %
K <sub>2</sub> O	3 %	1,5 %	0,5 %	1 %	4 %	1,5 %	5 %	6 %	0,3 %
TiO <sub>2</sub>	0,5 %	3,5 %	1,5 %	3,5 %	0,5 %	0,5 %	0,5 %	0,5 %	1 %
H <sub>2</sub> O	1 %	0,5 %	0,5 %	2 %	1,5 %	1 %	1,5 %	1,5 %	0,7 %



### Tipos de Erupciones Volcánicas.

A continuación se incluye una clasificación descriptiva de varios tipos de erupciones volcánicas:

Las erupciones hawaianas se caracterizan por la gran cantidad de lava basáltica que se derrama por las paredes exteriores del volcán. Esto puede ser desde la cima o por fisuras laterales que se abren paulatinamente. Son poco violentas y los fragmentos expulsados normalmente preceden a la descarga de la lava, estos pueden ir edificando, a pasos, conos de amontonamiento. La ceniza es muy escasa y la lava baja en forma calmada a tierra.

Una erupción Stromboliana involucra materiales de tipo basáltico andesítico, el fluido magmático es moderado, las explosiones varían dentro de un rango que va de débiles a violentas. El flujo puede continuar con actividad explosiva por meses o por años. Forman conos de ceniza y las lavas se depositan en los alrededores en volúmenes moderados.

Las Vulcanianas envuelven casi cualquier tipo de magma de basáltico a riolítico. Durante la fase principal, el magma se vuelve rico en gases, formando mezclas de ceniza con bombas y lapilli, lo cual forma al enfriarse una corteza dura. La ceniza se dispersa mucho más que en las hawaianas y Strombolianas. El flujo de piroclastos y sedimentos de los depósitos puede estar unido, y precipitarse hacia abajo al final del ciclo, entonces la lava se vuelve escasa.

Las erupciones Peléicas se caracterizan por sus lavas

son generalmente muy viscosas, y son de tipo riolítico, dacítico o andesítico. Durante la parte inicial de la erupción, se producen explosiones muy violentas, se forma una gran columna, alcanzando la ceniza grandes alturas, al mismo tiempo se produce una ráfaga de viento en forma descendente. Posteriormente sale un magma efervesciente, que produce una nube ardiente. La alta viscosidad de las lavas hace que su movimiento sea muy lento, de tal manera que se forman cúpulas y espinas en etapas de tiempo muy cortas. La caída de ceniza y piroclastos es menor que en las Vulcanianas y Plinianas, así como su esparcimiento en la zona. En ocasiones es tan espesa la lava que llega a colapsarse en algunas grietas laterales.

Las erupciones Plinianas son aquellas que inician su erupción en forma explosiva, con gases continuos, a altas velocidades, arrojando gran cantidad de piedra pómez entre los diferentes piroclastos expulsados. Estos piroclastos salen a diferentes velocidades, que varían de unos cuantos centímetros por segundo, hasta cientos de metros por segundo, alcanzando grandes alturas y grandes distancias con respecto al eje vertical de salida, con diferentes direcciones radiales. Algunas de estas erupciones son de vida muy corta y con explosiones ricas en gases. El magma silíceo que precede a la lava basáltica, sale primero en forma de rocío y posteriormente aparece la avalancha de lava y ceniza. En algunos casos la cámara magmática se vacía completamente, cortándose abruptamente el abastecimiento, con lo cual la cima del volcán se colapsa y se produce una caldera. Los piroclastos de gran tamaño son dispersados en una extensa área, especialmente

durante el inicio de la erupción, pero si la erupción continua por largos periodos, la tefra generalmente se empieza a hacer burda y si llega acumularse en grandes cantidades, puede cerrar la salida.

Las erupciones Freatomagmáticas tienen su origen en el contacto de la lava expulsada con aguas subterráneas, produciendo de esta manera explosiones violentas. Pueden llegar a formar conos de ceniza basáltica; los cuales son muy comunes en las costas de zonas volcánicas. Otros producen escorias en las costas, cuando la salida del volcán es muy grande y el volcán esta entre la costa y el mar.

En las erupciones Freaticas, también llamadas Ultravulcanicas, el agua se va filtrando desde la superficie, y al hacer contacto con las rocas calientes cercanas alagma, se produce una explosión, debida al rápido calentamiento del agua y las altas presiones generadas por este calentamiento.

En muchas ocasiones no es claro que tipo de actividad presenta un volcán en erupción, puesto que algunos de ellos presentan características que pudieran tomarse como de uno u otro tipo. Por otro lado un mismo volcán puede presentar una actividad que evoluciona de una fase a otra.

### CAPITULO III

#### MECANICA DEL MOVIMIENTO DE LOS PIROCLASTOS EN ERUCCIONES VOLCANICAS TIPO PLINIANA

En este capítulo se presenta el análisis del movimiento de los piroclastos en presencia del fluido viscoso que constituye la atmósfera terrestre. Dicho análisis es necesario para explicar la distribución observada de piroclastos después de una erupción volcánica, en términos de parámetros físicos que describen su movimiento respecto al cráter o boca del volcán. Este análisis fue descrito por Walker (1971) y en esta exposición se sigue a dicho autor. En este modelo los piroclastos son idealizados como partículas esféricas o cilíndricas y se observa, como se verá en párrafos posteriores siguientes, que la forma cilíndrica es la que mejor se ajusta a los datos experimentales.

#### Análisis Unidimensional de la Caída de Piroclastos.

Primero se considera una partícula que cae en forma vertical en un fluido viscoso. Su ecuación de movimiento está dada por:

$$m \frac{dv}{dt} = W(y, v) - m G(y) \quad , \quad \dots(1)$$

que es la ecuación del análisis de fuerzas que intervienen en el movimiento de la partícula, donde  $m$  es la masa de la partícula menos la masa del aire desalojado por la misma partícula,  $v$  es la velocidad de la partícula a la altura  $y$ , bajo la acción de la aceleración de la gravedad  $G(y)$  y con una fuerza de fricción  $W(y, v)$  debida al fluido.

La fuerza de fricción fué expresada primero por Newton

como:

$$W_N = 6\pi \kappa^2 \rho_A \frac{v^2}{2} ; \quad \dots(2)$$

donde  $\kappa$  es el radio de una esfera, con velocidad  $v$ , viajando en un fluido de densidad  $\rho_A$  (aire). Los resultados experimentales mostraron que era necesario la introducción de una constante,  $C_d$ , llamada coeficiente de fricción, el cual depende de varios parámetros y características de la partícula; estos serán analizados posteriormente. Con la introducción de esta constante, la ecuación (2) queda expresada de la forma siguiente:

$$W = C_d 6\pi \kappa^2 \rho_A \frac{v^2}{2} ; \quad \dots(3)$$

relacionando la ecuación (3) con la ecuación (1), observamos que es la parte correspondiente a la fuerza de fricción  $W(f, v)$ . Newton consideró, que el coeficiente  $C_d$  tenía el valor de 1, esto no siempre se cumple, ya que es función de Reynolds. Reynolds determinó un número  $R$  que es definido como la razón, entre la fuerza de inercia de un cuerpo y la fuerza producida por la viscosidad del medio donde se desplaza este cuerpo, (ver por ejem. De Nevers, 1970). La relación entre  $R$  y  $C_d$  se obtiene en forma experimental, donde se observa que varían en forma inversamente proporcional, o sea:

$$C_d \propto \frac{1}{R} \Rightarrow C_d = \frac{B}{R} ; \quad \dots(4)$$

donde  $B$  es una variable de proporcionalidad. El número de Reynolds es ta dado por, (De Nevers, 1970):

$$R = \frac{D v \rho_f}{\mu} , \quad \dots(5)$$

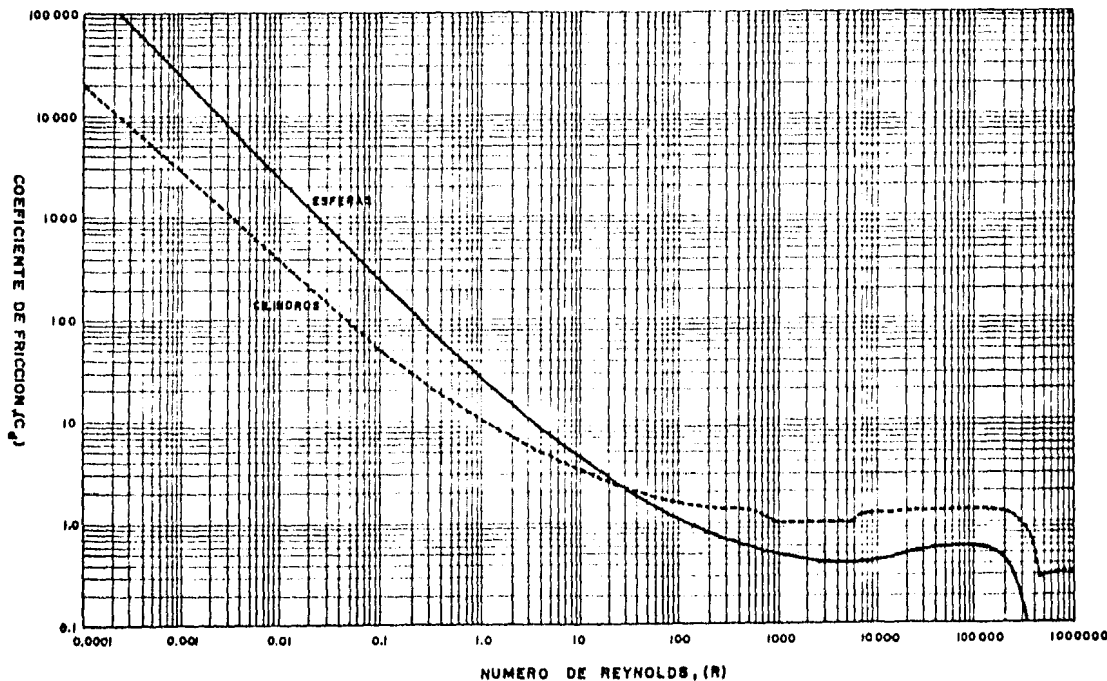
donde  $D$  es el diámetro de la partícula,  $v$  la velocidad de la partícula,  $\rho_f$  la densidad del fluido y  $\eta$  la viscosidad del fluido a través del cual se mueve la partícula.

C. E. Lapple y C. B. Shepherd (1940) (citada por De Nevers, 1970), realizaron determinaciones experimentales de la relación (4) y son ilustradas gráficamente en la figura 3:1. En esta gráfica se muestra la forma en que varía el coeficiente de fricción  $C_d$ , con respecto al número de Reynolds  $R$ , para partículas de forma esférica y cilíndrica. Analizando estas gráficas observamos que  $B$  tiene un valor de 24 en la parte recta de la curva para esferas. En este caso se cumple la ley de Stokes y se considera que el flujo es laminar alrededor de la esfera. Se tiene entonces:

$$C_d = \frac{24}{R} \quad \dots(6)$$

el valor de 24 es válido para valores de Reynolds muy bajos, los cuales corresponden a números de Reynolds, entre 0 y 1. Cuando el número de Reynolds toma valores arriba de 1, observamos que el valor de  $B$  varía conforme aumenta el número de Reynolds; al ir creciendo  $R$ , el coeficiente de fricción disminuye continuamente, pero en menor proporción que en el intervalo donde se cumple la ley de Stokes ( $0 \leq R \leq 1$ ). Esta disminución del coeficiente de fricción ocurre hasta un valor de  $R=1000$ , en este intervalo de 1 a 1000 la capa límite sigue siendo laminar pero el flujo se separa. En el intervalo de  $10^3 < R \leq 2 \times 10^5$ , la curva se hace relativamente plana, tomando el coeficiente de fricción un valor casi constante, de alrededor de 0.5, en este intervalo el -

GRAFICA DE LA VARIACION EN FORMA EXPERIMENTAL DEL COEFICIENTE DE FRICCION,  $C_d$ , RESPECTO AL NUMERO DE REYNOLDS,  $R$ , PARA ESFERAS Y CILINDROS.



CURVA DADA POR LAPPLE Y C.B. SHEPHERD (1940)

flujo delante de la esfera es laminar y detrás se forma una estela turbulenta relativamente amplia, donde la presión es menor que la que experimenta la parte delantera. Al tomar valores el número de Reynolds - mayores de  $2 \times 10^5$  el coeficiente de fricción experimenta una caída brusca; los resultados experimentales muestran que para  $R > 2 \times 10^5$ , se presenta la transición de la capa límite formada en la parte delantera de la esfera, tornándose una capa límite turbulenta y el tamaño de la estela disminuye; la fuerza debida a la presión sobre la esfera disminuye y el coeficiente de fricción en consecuencia también disminuye bruscamente, (ver por ejem. Roberson, et al 1983). La transición de la capa límite depende en gran parte de la rugosidad de la superficie del cuerpo, ver por ejem. figura 3:4.

En forma similar podemos analizar la curva para cilindros donde en la parte recta podemos establecer una relación análoga a (6), encontrando una constante adecuada, (ver apéndice A), esta constante y otras que son calculadas en el mismo apéndice, son utilizadas posteriormente en este trabajo.

A continuación hacemos un análisis somero de las variaciones de la velocidad con respecto al diámetro típico de la partícula, a través de un número de Reynolds preestablecido; para ello consideraremos que nuestro fluido es aire atmosférico con densidad constante -  $\rho_A = 0.00122 \text{ gr/cm}^3$ , a una temperatura constante de  $20^\circ\text{C}$  y una viscosidad a esa temperatura de  $\mu = 1.80 \times 10^{-6} \text{ gr/cm seg}$ ; el intervalo que se analiza de diámetros típicos es de 0.02 cm a 200 cm, que es el que se maneja en este trabajo. Primero analizamos lo que sucede con  $v$  y  $D$



para números de Reynolds menores de 1:

$$\frac{D v \rho_a}{\mu} \leq 1, \quad \dots(17)$$

sustituyendo los valores de  $\rho_a$  y  $\mu$ , obtenemos la relación:

$$v \leq \frac{0.1475}{D}, \quad \dots(18)$$

en forma similar lo hacemos para  $1 < R \leq 1000$  y  $1000 < R \leq 2 \times 10^5$  donde obtenemos:

$$v \leq \frac{147.5}{D}, \quad \dots(19.A)$$

$$v \leq \frac{29\,500}{D}, \quad \dots(19.B)$$

respectivamente. Las relaciones (18), (19.A), y (19.B) son resueltas para algunos valores de  $D$ , los cuales son mostrados en la tabla 3:2 y en la gráfica 3:2. La tabla 3:2 muestra como varía la velocidad de  $u$  na partícula, conforme aumenta el diámetro de la misma, considerando los demás parámetros de la relación de Reynolds constantes.

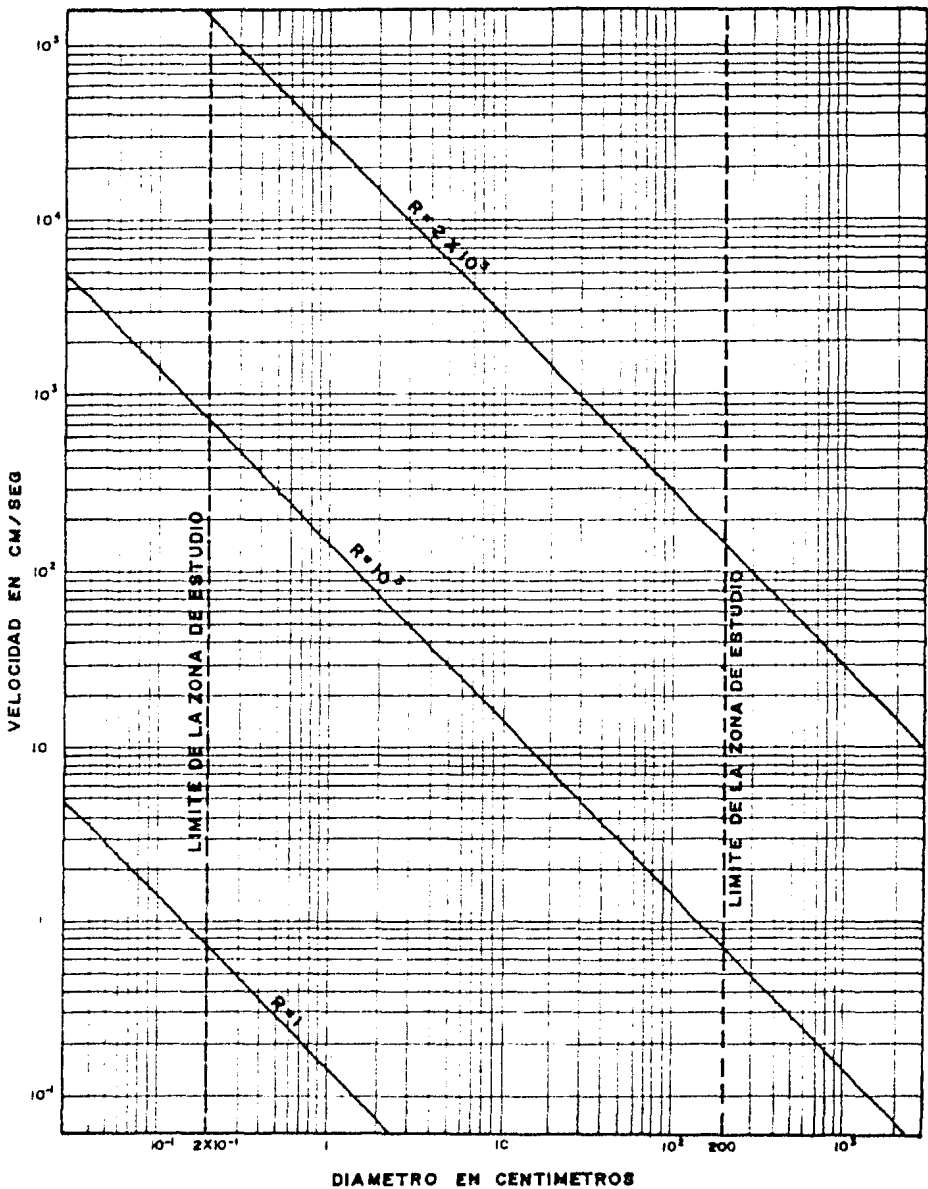
Tabla 3:2

$R \leq 1, v \leq \frac{0.1475}{D}$		$10^3 \geq R, v \leq \frac{147.5}{D}$		$R \leq 2 \times 10^5, v \leq \frac{29\,500}{D}$	
DIÁMETRO (cm)	VELOCIDAD MENOR DE (cm/seg)	DIÁMETRO (cm)	VELOCIDAD MENOR DE (cm/seg)	DIÁMETRO (cm)	VELOCIDAD MENOR DE (cm/seg)
0.2	0.7375	0.2	737.5	0.2	147 500
0.5	0.2950	0.5	295.0	0.5	59 000
1.0	0.1475	1.0	147.5	1.0	29 500
2.0	0.0737	2.0	73.7	2.0	14 750
5.0	0.0295	5.0	29.5	5.0	5 900
10.0	0.0147	10.0	14.7	10.0	2 950
50.0	0.0029	50.0	2.9	50.0	590
100.0	0.0014	100.0	1.4	100.0	295
200.0	0.0007	200.0	0.7	200.0	147.5

## GRAFICA 3:2

GRAFICA DE LA VARIACION DE LA VELOCIDAD, V, CON RESPECTO AL DIAMETRO TIPICO, D, DE LA PARTICULA, PARA UN NUMERO DE REYNOLDS DADO, DE ACUERDO A LA RELACION:

$$R = \frac{DVP_p}{\mu}$$



Analizando la gráfica 3:2, podemos darnos cuenta de que muchas de las partículas en estudio, no caen dentro de la zona de la ley de Stokes. Para estar dentro, deberán tener un diámetro típico muy pequeño o una velocidad muy baja como se observa en la misma gráfica. Es necesario hacer un análisis mas general del movimiento de partículas, válido tanto para flujos laminares como turbulentos.

Para hacer el análisis mencionado, procedemos primero de la siguiente manera: Sustituimos la ecuación (3) en la ecuación (1) y como  $W = W(y, v)$ , obtenemos la relación siguiente:

$$m \frac{dv}{dt} = C_d A \rho_f \frac{v^2}{2} - m g(y), \quad \dots(10)$$

donde  $A$  es el área de la partícula perpendicular al movimiento de la misma en el fluido. En la forma esférica el área es:  $A = \pi a^2$ , y en la forma cilíndrica, considerando que su eje del cilindro esta perpendicular al movimiento en el fluido, su área es:  $A = D L$ . Estos dos movimientos son representados en la figura 3:3.

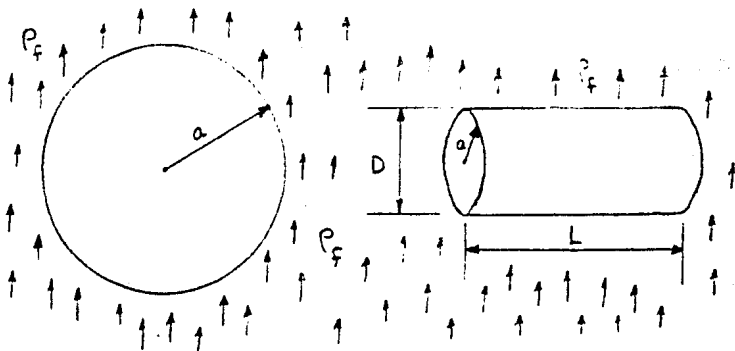


FIGURA 3:3

Esfera y cilindro viajando en un fluido de densidad  $\rho_f$ .

Si consideramos en la relación (10), que nuestra partícula tiene la forma esférica, (el área es  $A = \pi a^2$ ), dividiendo entre la masa de la partícula en términos de su volumen ( $\frac{4}{3} \pi a^3$ ) y su densidad  $\rho_p$ , obtenemos la relación simplificada:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{3 C_d \rho_f}{8 a \rho_p} v^2 - G(y) \quad \dots(11)$$

Si consideramos que las partículas tienen forma cilíndrica, de longitud  $L$  y radio  $a$ ; y en forma similar a la esfera hacemos el análisis matemático, obtenemos la relación simplificada siguiente:

$$\frac{dy}{dt} = \frac{C_d \rho_f}{\pi a \rho_p} v^2 - G(y) \quad \dots(12)$$

Estas dos últimas ecuaciones nos describen el movimiento lineal en el sentido de la gravedad de la Tierra, tanto de esferas como de cilindros moviéndose en un fluido de densidad  $\rho_f$ .

En realidad las partículas no son completamente esféricas ó cilíndricas. Walker, et al (1971), utilizan los datos experimentales de Hoerner (1965), para partículas con las siguientes características: consideró esferas no lisas aquellas que tienen rugosidades de alturas mayores de  $2 \times 10^{-3}$  del diámetro de la esfera, esferas lisas las de rugosidades menores de  $3 \times 10^{-4}$  del diámetro típico de la esfera y cilindros con rugosidades de alturas mayores de  $2 \times 10^{-3}$  de la longitud típica del cilindro  $L$ . Utiliza siete densidades diferentes, que varían de  $0.56 \text{ gr/cm}^3$  a  $10.0 \text{ gr/cm}^3$  y diámetros que var de  $0.002 \text{ cm}$  a  $200.0 \text{ cm}$ . Estos cálculos fueron hechos para 50

partículas diferentes por medio de métodos numéricos, tomando como origen el nivel del mar.

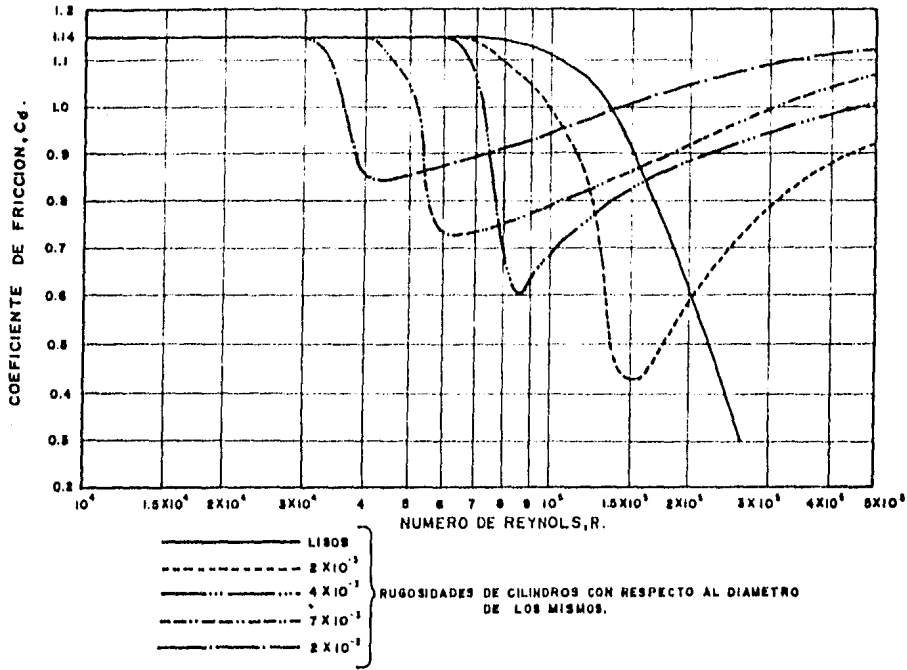
Tomando en cuenta las consideraciones anteriores, y de un análisis de los datos obtenidos por Walker, et al (1971), y de un análisis comparativo con datos experimentales, se muestra que el modelo que mas se apega a lo real, es el de forma cilíndrica.

En la figura 3:1 se observa que al finalizar tanto la curva de las esferas como la de los cilindros, estas caen repentinamente, en esta parte se presenta la transición de la capa límite, ver por ejem. Daily, (1969), el número de Reynolds donde empieza a ocurrir esta transición, se llama número de Reynolds Crítico,  $R_c$ ; este número esta fuertemente determinado por la rugosidad de la partícula. En la figura 3:4 se muestran algunas curvas para diferentes rugosidades, observándose en cada una, los diferentes números de Reynolds Críticos.

Como los rangos de velocidad y dimensiones de las partículas arrojadas en una erupción tipo pliniana alcanzan números de Reynolds mayores a los dados en las gráficas de la figura 3:4, o sea  $R \leq 5 \times 10^6$ , por lo que es necesario extender el intervalo de valores de  $C_d$ . Hoerner (1965) (citada por Daily, 1969), presenta datos que permiten hacer esta extensión. El autor mencionado nos presenta la función  $C_d(R)$  para varias formas básicas de partículas en función del número de Mach,  $M$ , junto con factores de corrección para valores de  $M$ , arriba de 5 Mach, figura 3:5.

FIGURA 3:4

GRAFICA DEL COEFICIENTE DE FRICCION,  $C_d$ ,  
 PARA CILINDROS CON RUGOSIDADES DIFERENTES, EN FUNCION  
 DEL NUMERO DE REYNOLS, PARA LA CAPA DE TRANSICION.

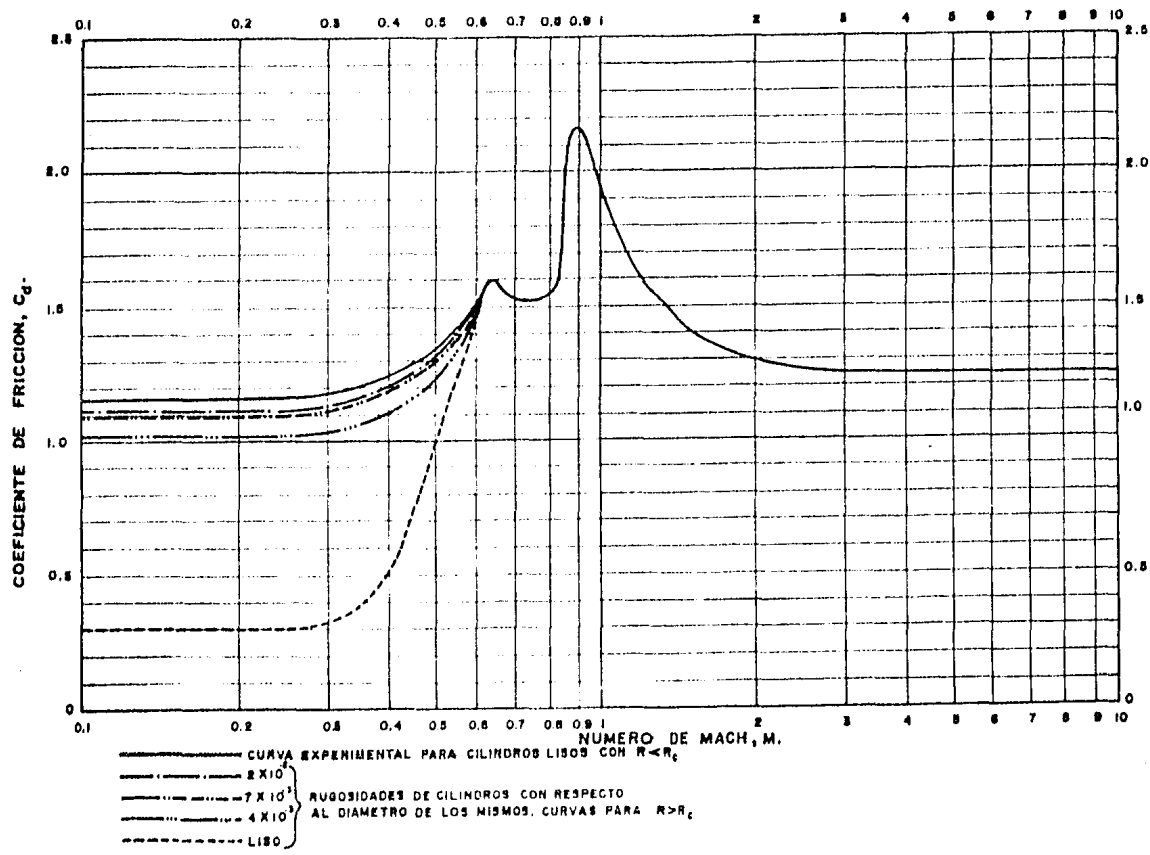


NOTA: ESTA GRAFICA FUE TOMADA DE DAILY (1969), Y COMPLEMENTADA CON OTROS AUTORES.

82

FIGURA 3:5

GRAFICA DEL COEFICIENTE DE FRICCION,  $C_d$ , PARA CILINDROS CON RUGOSIDADES DIFERENTES, EN FUNCION DEL NUMERO DE MACH,  $M$ , DADA POR HOERNER (1965).



En nuestro caso que son cilindros circulares rectos - viajando con el eje perpendicular al flujo, los efectos de viscosidad debido a la rugosidad del cilindro se vuelve pequeña para números mayores de 0.7 Mach. Esto es mostrado experimentalmente, lo cual es mostrado en la figura 3:5, donde curvas para diferentes rugosidades se unen alrededor de un punto, llamado número crítico de Mach. Este número crítico depende de la forma del cuerpo.

También se observa experimentalmente, que a medida que la velocidad aumenta, el coeficiente de fricción alcanza un valor máximo, lo cual ocurre para un número de Mach ligeramente mayor de la unidad, a partir de este número los efectos de compresibilidad toman un papel muy importante; a este fenómeno se le conoce como, "efecto de compresibilidad sobre la resistencia al avance", (ver por ejem. J. A. Roberson, 1960). A medida que sigue aumentando el número de Mach, el coeficiente de fricción disminuye, como se muestra en la figura 3:5.

Si la forma del cuerpo tiende a ser delgada y puntiaguda como un proyectil, los valores del coeficiente de fricción son menores a los dados en la figura 3:5, (ver por ejem. Daily, 1969).



### Velocidad Terminal.

Un parámetro muy importante que nos proporciona información del comportamiento de los piroclastos en su trayectoria, es la velocidad terminal ó velocidad máxima que adquiere al ir cayendo, después de haber alcanzado su máxima altura. Sabemos que cuando un cuerpo se mueve con velocidad constante, su aceleración es cero ( $\frac{dv}{dt}=0$ ), por lo que para esferas, tenemos: de la ecuación (11),

$$0 = \frac{3 C_d P_f}{8 a P_p} v^2 - G(y) , \quad \dots(13)$$

de donde,

$$(\text{Velocidad Terminal}) V_t = \left[ \frac{8 a P_p G(y)}{3 C_d P_f} \right]^{1/2} \quad \dots(14)$$

Análogamente para cilindros tenemos:

$$0 = \frac{C_d P_f}{a P_p} v^2 - G(y) \quad \dots(15)$$

y por consiguiente:

$$V_t = \left[ \frac{\pi a P_p G(y)}{C_d P_f} \right]^{1/2} \quad \dots(16)$$

Las ecuaciones (14) y (16) nos dan la velocidad terminal para esferas y cilindros respectivamente, moviéndose en un fluido de densidad  $P_f$ . Walker, et al (1971), presentan las curvas de velocidad terminal para partículas con diámetros, densidades y formas diferentes, figura 3.6.

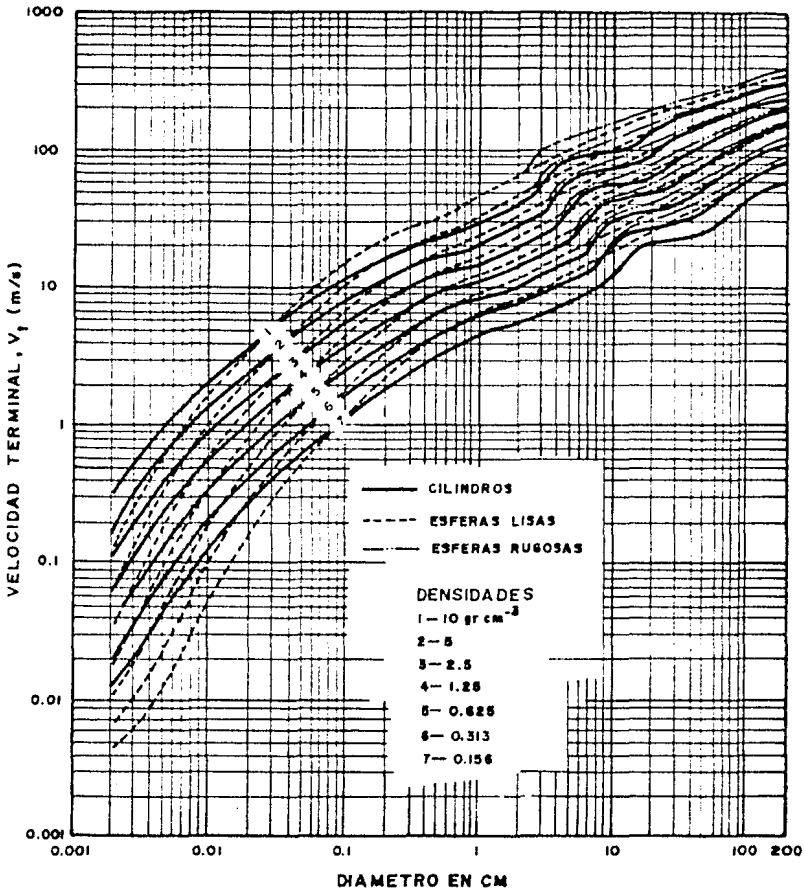


FIGURA 3:6

GRAFICA DE VELOCIDADES TERMINALES,  $V_t$ , EN FUNCIÓN DEL DIAMETRO. PARA CILINDROS, ESFERAS LISAS Y RUGOSAS, CON DIFERENTES DENSIDADES. ESTAS CURVAS FUERON CALCULADAS EN COMPUTADORA, UTILIZANDO 50 PARTICULAS DE DIAMETRO DIFERENTE AL NIVEL DEL MAR.

(WALKER ET AL, 1971)

### Viscosidad y gravedad.

Las partículas en una erupción volcánica tipo pliniana alcanzan grandes alturas, por lo que es necesario tomar en cuenta la viscosidad del fluido,  $\eta$ , para diferentes alturas, así como las variaciones de la aceleración de la gravedad con la altura,  $G(y)$ .

Allen (1963) hace un análisis de la viscosidad. Haciendo las siguientes consideraciones: la temperatura al nivel del mar es de  $288^{\circ}\text{K}$ , y la densidad del aire de  $0.00122 \text{ g/cm}^3$ , se obtiene la relación:

$$\eta = 0.000172 \left[ \frac{390^{\circ}}{T + 117^{\circ}} \right] \left[ \frac{T}{273^{\circ}} \right]^{3/2} \quad \dots (17)$$

Esta relación depende esencialmente de la altura y del lugar geográfico, ya que la temperatura en la atmósfera depende principalmente de estos dos parámetros.

El análisis que presenta Allen (1963), lo hace por medio de una tabla, donde da los resultados experimentales por kilómetro. De esta tabla se toma el intervalo relevante, el cual es dividido en tres partes, de 0 a 12 km, de 12 a 20 km y de 20 a 50 km, que son las partes en que se puede establecer una variación promedio constante, en la primera parte se establece una variación promedio de  $-6.5^{\circ}\text{K}$  por km, o sea:

$$\bar{T} = 288^{\circ}\text{K} - \left( \frac{6.5^{\circ}\text{K}}{\text{km}} \right) (Y) \quad \dots (18)$$

donde  $288^{\circ}\text{K}$  es la temperatura al nivel del mar,  $Y$  es la altura a la que se desea saber la temperatura. Entre los 12 y 20 km se considera

La temperatura en forma constante, con un valor de :

$$T = 217^{\circ} \text{ K} \quad \dots(19)$$

Para el intervalo de 20 a 50 Km se tiene una variación promedio de  $+2^{\circ} \text{ K}$  por Km, obteniendo la relación:

$$T = 177^{\circ} \text{ K} + \left( \frac{2^{\circ} \text{ K}}{\text{Km}} \right) (Y) \quad \dots(20)$$

Sustituyendo la ecuación (18) en la ecuación (17) se obtiene la relación:

$$\gamma = 0.000172 \left[ \frac{390^{\circ}}{405^{\circ} - (16.5)(Y)^{\circ}} \right] \left[ \frac{288^{\circ} - (16.5)(Y)^{\circ}}{273^{\circ}} \right]^{3/2} \quad \dots(21)$$

En forma similar sustituyendo la ecuación (19) en la ecuación (17) y simplificando se obtiene la relación:

$$\gamma = 1.423 \times 10^{-4} \quad \dots(22)$$

Alora sustituyendo la relación (20) en la ecuación (17) se obtiene:

$$\gamma = 0.000172 \left[ \frac{390^{\circ}}{294^{\circ} + (12)(Y)^{\circ}} \right] \left[ \frac{177^{\circ} + (2)(Y)^{\circ}}{273^{\circ}} \right]^{3/2} \quad \dots(23)$$

estas tres últimas ecuaciones nos dan la viscosidad en el intervalo de 0 a 50 km.

Sabemos por las leyes de la gravitación, que la aceleración debida a la gravedad de la Tierra,  $G$ , depende sólo de la altura y del origen de coordenadas de nuestro sistema, por lo que nuestra ecuación para determinar la aceleración  $G$ , a determinada altura es:

$$G(Y) = \frac{G_0}{(1 + (Y/E))^2} \quad \dots(24)$$

donde  $E$  es el radio de la Tierra,  $Y$  es la altura a la que se desea conocer la aceleración, y  $G_0$  es la aceleración de la gravedad en el punto elegido como origen de nuestro sistema de coordenadas ( $Y=0$ ).

$$G_0 = G_i \frac{M}{E^2} \quad \dots(25)$$

$G_i$  es la constante universal de gravitación (ver por ejem. Resnick and Halliday, 1970) y  $M$  es la masa de la Tierra.

### Análisis Bidimensional de la Caída de Piroclastos.

Hasta ahora se ha hecho el análisis del movimiento de piroclastos en una sola dimensión, tomando el sentido perpendicular a la superficie de la Tierra, donde fué determinado aparte del movimiento de la partícula, la velocidad terminal de la misma así como también se examinaron algunos otros parámetros que intervienen en el movimiento de los piroclastos; algunos de ellos se utilizarán en esta y otras secciones posteriores.

En esta sección se generaliza el movimiento, considerándolo en un plano. Consideraremos las siguientes características en el problema: se manejará el intervalo de radios típicos de 0.01 a 100 cm, densidades que varían de 0.3 a 3.5  $\text{gr/cm}^3$ , velocidades de las partículas de 10 a 1000 m/seg, alcanzando alturas de 0 a 50 km y no se incluirá la velocidad del aire, ya que si existe un viento considerable, su efecto consiste en sumarse vectorialmente. La inclusión del viento, nos trae como consecuencia un movimiento en tres dimensiones  $(x, y, z)$ , por lo que nuestro movimiento de partículas bajo estas circunstancias, depende aparte de las consideraciones ya hechas, de la rapidez y dirección del viento, así como del tiempo de caída.

En nuestro caso, sea  $v$  la velocidad de la partícula al tiempo  $t$ , con una masa  $m$  en una posición  $(x, y)$ , moviéndose en una trayectoria inicial de inclinación  $\theta$  respecto al eje  $X$ , con una fuerza de resistencia al movimiento  $W(v)$ . La partícula -

está sujeta a la aceleración de la gravedad ( $G$ ). El origen de -  
 coordenadas se toma a nivel del mar, con el eje  $Y$  positivo hacia  
 arriba, como se muestra en la figura 3:7; no se toma en cuenta la  
 curvatura de la Tierra. El movimiento está definido por las ecuaciones de posición siguientes:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{dx}{dt} F(v) = 0 \quad , \quad \dots(26)$$

$$\frac{d^2y}{dt^2} + \frac{dy}{dt} F(v) + G = 0 \quad , \quad \dots(27)$$

donde:

$$F(v) = \frac{W(v)}{mv} \quad , \quad \dots(28)$$

tal que:

$$v = \sqrt{u^2 + w^2} \quad \dots(29)$$

$$w = v \cos \theta \quad \dots(30)$$

$$u = v \operatorname{sen} \theta \quad \dots(31)$$

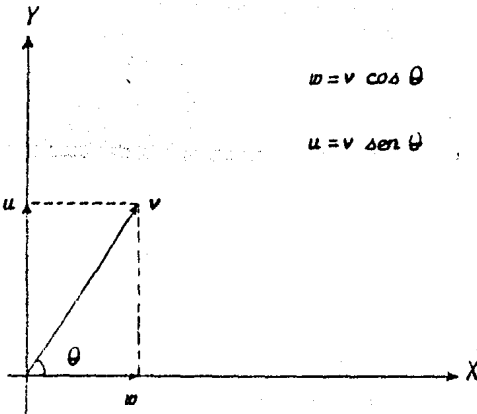


Figura 3:7

Por lo que podemos reescribir nuestras ecuaciones de movimiento (26) y (27), como el conjunto de ecuaciones siguiente:

$$\frac{dx}{dt} = w \quad \dots(32)$$

$$\frac{dy}{dt} = u \quad \dots(33)$$

$$\frac{dw}{dt} = -w F(v) \quad \dots(34)$$

$$\frac{du}{dt} = -u F(v) - G \quad \dots(35)$$

Aquí  $F(v)$  depende de  $W(v)$ , que a la vez depende de la forma de la partícula, así como de las propiedades de la atmósfera - por donde viaja la partícula, de la velocidad y de la viscosidad de la partícula. En este caso como en el unidimensional se introduce en las ecuaciones de movimiento, el coeficiente de fricción  $C_d$ , y el número de Reynolds  $R$ , por lo que podemos escribir nuestra ecuación nológica a (3), de la siguiente forma:

$$W(v) = C_d \pi a^2 \rho_A(x, y) \frac{v^2}{2}, \quad \dots(36)$$

donde  $a$  es el radio típico de la partícula, y  $\rho_A(x, y)$  es la densidad del aire en la posición  $(x, y)$ , donde el coeficiente de fricción  $C_d$ , está en función del número de Reynolds  $R$ , tal que:

$$R = 2 a v \rho_A(x, y) / \mu(x, y) \quad ; \quad \dots(37)$$

donde  $\mu(x, y)$  es la viscosidad del aire en el punto  $(x, y)$ .

Sustituyendo la ecuación (36) en nuestras ecuaciones (32) y (33) de movimiento, tenemos:



$$\frac{dw}{dt} = -w \frac{W(v)}{mv} \quad \dots(38)$$

$$\frac{du}{dt} = -u \frac{W(v)}{mv} - G \quad \dots(39)$$

sustituyendo la ecuación (36) y el valor de  $v$  en la ecuación (38), obtenemos la relación simplificada siguiente:

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{w\sqrt{u^2+w^2}}{2m} [C_d \pi a^2 \rho_A(x,y)] \quad \dots(40)$$

en forma similar procedemos con la ecuación (39), donde se obtiene:

$$\frac{du}{dt} = -\frac{u\sqrt{u^2+w^2}}{2m} [C_d \pi a^2 \rho_A(x,y)] - G \quad \dots(41)$$

Si suponemos que la partícula tiene forma cilíndrica, con longitud  $L$  y radio  $a$ , así como una densidad  $\rho_p$ ; sustituyendo el valor de la masa por esta densidad y el volumen de la partícula, se tiene:

$$\frac{dw}{dt} = -\frac{C_d \rho_A(x,y)}{\pi a \rho_p} w\sqrt{u^2+w^2} \quad \dots(42)$$

$$\frac{du}{dt} = -\frac{C_d \rho_A(x,y)}{\pi a \rho_p} u\sqrt{u^2+w^2} - G(y) \quad \dots(43)$$

En términos del número de Reynolds y de la viscosidad tenemos las ecuaciones siguientes en forma simplificada:

$$\frac{dw}{dt} = - \frac{C_d R y}{2 a^2 \pi \rho} \quad \dots (44)$$

$$\frac{du}{dt} = - \frac{C_d R y}{2 a^2 \pi \rho} u - G(y) \quad \dots (45)$$

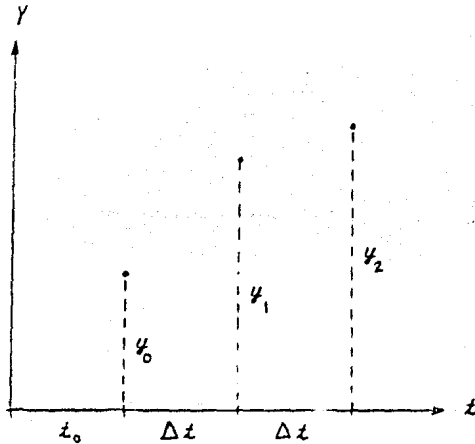
El valor de  $C_d$  estará determinado por el valor de  $R$ , de acuerdo con las gráficas de las figuras 3:1 y 3:4. Para velocidades muy grandes con  $R \geq 5 \times 10^5$ , se usa la gráfica de la figura 3:5, para poder determinar el valor de  $C_d$ . Algunos cálculos del valor de  $C_d$  son realizados en el apéndice A.

#### Solución de Las Ecuaciones Bidimensionales por el Método de Runge-Kutta.

Las ecuaciones de movimiento obtenidas en la sección anterior no tienen una solución analítica, ya que  $C_d$  no tiene una expresión analítica. Pero pueden ser resueltas por métodos de aproximación sucesiva, como el método de Runge-Kutta, (Southworth et al, 1965). Este método se deriva directamente de la serie de expansión de Taylor (ver por ejem. Luo, 1966), de la cual obtenemos la fórmula básica de este método:

$$y_{n+1} = y_n + \Delta y_n \quad , \quad n=0,1,2,\dots \quad \dots (46)$$

donde  $y_{n+1}$  nos va dando las soluciones de la ecuación diferencial que queremos resolver, donde para cada  $y$  corresponde un nuevo valor  $t = t_0 + \Delta t$ , como se muestra en la figura 3.8, con la condición inicial dada como  $(t_0, y_0)$ ; y para un nuevo valor  $y_1$ , obtenemos que corresponde a un segundo valor de  $t$ ,  $t_0 + 2\Delta t$ ; y así -



(Figura 3.8)

de esta forma se van obteniendo los valores de " $y$ " paso por paso.

Aplicando esto a nuestra ecuación (46) tenemos que:

$$\Delta y_n = \frac{\Delta t}{0} [k_0 + 2k_1 + 2k_2 + k_3] \quad \dots (47)$$

donde:

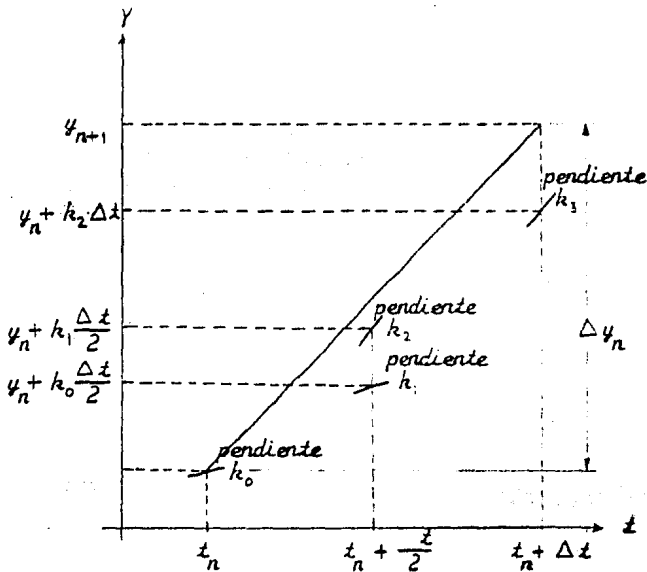
$$k_0 = f(t_n, y_n) \quad \dots(48.a)$$

$$k_1 = f\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + k_0 \frac{\Delta t}{2}\right) \quad \dots(48.b)$$

$$k_2 = f\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, y_n + k_1 \frac{\Delta t}{2}\right) \quad \dots(48.c)$$

$$k_3 = f(t_n + \Delta t, y_n + k_2 \Delta t) \quad \dots(48.d)$$

Los cuatro valores de  $k$  representan la pendiente en varios puntos y  $\Delta y_n$  el intervalo entre  $y_n$  y  $y_{n+1}$ , como se muestra en la gráfica de la figura 3:9.



(Figura 3:9)

Aplicando este método numérico a nuestro caso, donde tenemos dos ecuaciones diferenciales de segundo orden (26) y (27), que pueden ser escritas como el siguiente sistema de cuatro ecuaciones diferenciales de primer orden:

$$\frac{dx}{dt} = f_1(x, v, w) = w \quad \dots(49)$$

$$\frac{dw}{dt} = f_2(x, v, w) = -w F(v) \quad \dots(50)$$

$$\frac{dy}{dt} = g_1(x, v, u) = u \quad \dots(51)$$

$$\frac{du}{dt} = g_2(x, v, u) = -u F(v) - G \quad \dots(52)$$

Ahora si aplicamos el método de Runge-Kutta, para el caso de ecuaciones simultáneas, obtenemos las siguientes soluciones:

$$x_{n+1} = x_n + \frac{\Delta t}{6} (k_{11} + 2k_{21} + 2k_{31} + k_{41}) \quad \dots(53)$$

$$w_{n+1} = w_n + \frac{\Delta t}{6} (m_{11} + 2m_{21} + 2m_{31} + m_{41}) \quad \dots(54)$$

$$y_{n+1} = y_n + \frac{\Delta t}{6} (k_{12} + 2k_{22} + 2k_{32} + k_{42}) \quad \dots(55)$$

$$u_{n+1} = u_n + \frac{\Delta t}{6} (m_{12} + 2m_{22} + 2m_{32} + m_{42}) \quad \dots(56)$$

donde:

$$k_{11} = f_1(x_n, v_n, w_n) \quad \dots(57.a)$$

$$k_{21} = f_2(x_n + \frac{\Delta t}{2}, v_n + k_{11} \frac{\Delta t}{2}, w_n + m_{11} \frac{\Delta t}{2}) \quad \dots(57.b)$$

$$k_{31} = f_1(x_n + \frac{\Delta t}{2}, v_n + k_{21} \frac{\Delta t}{2}, w_n + m_{21} \frac{\Delta t}{2}) \quad \dots(57.c)$$

$$k_{41} = f_1(x_n + \Delta t, v_n + k_{31} \Delta t, w_n + m_{31} \Delta t) \quad \dots(57.d)$$

$$l_{11} = f_2(t_n, v_n, w_n) \quad \dots(58.a)$$

$$l_{21} = f_2\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, v_n + k_{11} \frac{\Delta t}{2}, w_n + l_{11} \frac{\Delta t}{2}\right) \quad \dots(58.b)$$

$$l_{31} = f_2\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, v_n + k_{21} \frac{\Delta t}{2}, w_n + l_{21} \frac{\Delta t}{2}\right) \quad \dots(58.c)$$

$$l_{41} = f_2(t_n + \Delta t, v_n + k_{31} \Delta t, w_n + l_{31} \Delta t) \quad \dots(58.d)$$

$$k_{12} = g_1(t_n, v_n, u_n) \quad \dots(59.a)$$

$$k_{22} = g_1\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, v_n + k_{12} \frac{\Delta t}{2}, u_n + l_{12} \frac{\Delta t}{2}\right) \quad \dots(59.b)$$

$$k_{32} = g_1\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, v_n + k_{22} \frac{\Delta t}{2}, u_n + l_{22} \frac{\Delta t}{2}\right) \quad \dots(59.c)$$

$$k_{42} = g_1(t_n + \Delta t, v_n + k_{32} \Delta t, u_n + l_{32} \Delta t) \quad \dots(59.d)$$

$$l_{12} = g_2(t_n, v_n, u_n) \quad \dots(60.a)$$

$$l_{22} = g_2\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, v_n + k_{12} \frac{\Delta t}{2}, u_n + l_{12} \frac{\Delta t}{2}\right) \quad \dots(60.b)$$

$$l_{32} = g_2\left(t_n + \frac{\Delta t}{2}, v_n + k_{22} \frac{\Delta t}{2}, u_n + l_{22} \frac{\Delta t}{2}\right) \quad \dots(60.c)$$

$$l_{42} = g_2(t_n + \Delta t, v_n + k_{32} \Delta t, u_n + l_{32} \Delta t) \quad \dots(60.d)$$

Para un incremento dado  $\Delta t = \sigma$ , y con  $F(v) = F(\sqrt{w^2 + u^2})$ ,  
obtenemos las pendientes buscadas:

$$k_{11} = w \sigma \quad \dots(61)$$

$$k_{12} = u \sigma \quad \dots(62)$$

$$L_{11} = -w F(\sqrt{w^2 + u^2}) \tau \quad \dots(63)$$

$$L_{12} = -u F(\sqrt{w^2 + u^2}) \tau - G \tau \quad \dots(64)$$

$$k_{21} = (w + \frac{L_{11}}{2}) \tau \quad \dots(65)$$

$$k_{22} = (u + \frac{L_{12}}{2}) \tau \quad \dots(66)$$

$$L_{21} = -(w + \frac{L_{11}}{2}) (F(\sqrt{(w + \frac{L_{11}}{2})^2 + (u + \frac{L_{12}}{2})^2}) \tau \quad \dots(67)$$

$$L_{22} = -(u + \frac{L_{12}}{2}) (F(\sqrt{(w + \frac{L_{11}}{2})^2 + (u + \frac{L_{12}}{2})^2}) \tau - G \tau \quad \dots(68)$$

$$k_{31} = (w + \frac{L_{21}}{2}) \tau \quad \dots(69)$$

$$k_{32} = (u + \frac{L_{22}}{2}) \tau \quad \dots(70)$$

$$L_{31} = -(w + \frac{L_{21}}{2}) (F(\sqrt{(w + \frac{L_{21}}{2})^2 + (u + \frac{L_{22}}{2})^2}) \tau \quad \dots(71)$$

$$L_{32} = -(u + \frac{L_{22}}{2}) (F(\sqrt{(w + \frac{L_{21}}{2})^2 + (u + \frac{L_{22}}{2})^2}) \tau - G \tau \quad \dots(72)$$

$$k_{41} = (w + L_{31}) \tau \quad \dots(73)$$

$$k_{42} = (u + L_{32}) \tau \quad \dots(74)$$

$$L_{41} = -(w + L_{31}) (F(\sqrt{(w + L_{31})^2 + (u + L_{32})^2}) \tau \quad \dots(75)$$

$$L_{42} = -(u + L_{32}) (F(\sqrt{(w + L_{31})^2 + (u + L_{32})^2}) \tau - G \tau \quad \dots(76)$$

Sustituyendo las variables originales en las soluciones anteriores, obtenemos las pendientes respectivas, dando así las ecuaciones (53), (54), (55) y (56). Para calcular

algunos puntos del movimiento de alguna partícula, es necesario además de fijar nuestras condiciones iniciales, como son su velocidad inicial y el ángulo de salida, sus características físicas y del medio.

### Energía Cinética de los Piroclastos.

En la sección anterior se realizó el análisis de las soluciones de las ecuaciones de movimiento de piroclastos. Por medio de los resultados obtenidos en este análisis procedemos a establecer las ecuaciones de energía de los piroclastos en cada punto, o sea:

$$(Energía Cinética) \quad E_c = \frac{1}{2} m \left[ \sqrt{w_{n+1}^2 + u_{n+1}^2} \right]^2 \quad .(77)$$

donde  $m$  es la masa del piroclasto,  $w_{n+1}$  es la velocidad horizontal de la partícula a un tiempo  $t_{n+1}$  después de haber salido del volcán,  $u_{n+1}$  es la velocidad vertical de la partícula al mismo tiempo  $t_{n+1}$ . Esta ecuación nos proporciona la energía cinética a cualquier tiempo deseado del movimiento de la partícula.

En forma similar podemos obtener la ecuación de energía potencial; basándonos en la altura que nos va dando los resultados del análisis de movimiento desarrollado en la sección anterior. Esta ecuación queda representada de la siguiente forma:

$$(Energía Potencial) \quad E_p = m G y_{n+1} \quad .(78)$$



$m$  es la masa de la partícula,  $g$  es la aceleración de la gravedad de la Tierra a la altura  $h_{n+1}$ .

Por medio de estas dos ecuaciones y los resultados de la sección anterior podemos calcular la energía en cualquier punto de la trayectoria, el cual está determinado por un tiempo prestablecido  $t_{n+1}$ .

## CAPITULO IV

### APLICACIONES DE LAS ECUACIONES DE MOVIMIENTO Y DEL MODELO DE WALKER ET AL, (1971)

En el capítulo anterior se desarrolló la teoría y el modelo propuesto por Walker et al (1971), para describir el movimiento de piroclastos arrojados en una erupción volcánica tipo pliniana. Haciendo uso de esta teoría y modelo, así como del método numérico - de Runge-Kutta, se hace el análisis del movimiento de piroclastos de varios tipos.

#### Desarrollo del Análisis Computacional.

Para desarrollar este análisis, primero establecemos las características de nuestras partículas y las condiciones iniciales, así como nuestros límites de validez de este trabajo. Posteriormente se desarrolla un programa (FOUN IV) que describe el modelo y las necesidades de estudio, (este programa es descrito en el apéndice B); el programa está diseñado para ajustar las curvas experimentales relevantes por medio de polinomios continuos por secciones, (apéndice A).

Las condiciones iniciales que intervienen en el análisis son:

Altura Inicial (tomada como base) .....	Nivel del Mar
Densidad de aire (tomada como constante) .....	$1.22 \times 10^{-5} \text{ gr/cm}^3$
Radio de la Tierra .....	$6.378 \times 10^8 \text{ cm}$
Aceleración de la gravedad al nivel del Mar .....	$980 \text{ cm/seg}^2$

Temperatura al nivel del mar .....	288°K
Alargosidad de los Cilindros .....	$7 \times 10^{-3}$ del diám. del cil.
Velocidad del Sonido (constante) .....	230 m/s

LOS INTERVALOS QUE SE MANEJAN EN ESTE ANALISIS SON:

Diámetros .....	$0.02 \leq D \leq 200$ cm
Densidades .....	$0.3 \leq \rho_p \leq 3.5$ g/cm <sup>3</sup>
Velocidades de Salida .....	$10 \leq V \leq 1000$ m/s
Alturas .....	$0 \leq Y \leq 50\ 000$ m
Ángulos de Salida .....	$45^\circ \leq \theta \leq 87^\circ$
Números de Reynolds .....	$10^{-4} \leq R \leq 5 \times 10^5$
Número de Mach.....	$0.1 \leq M \leq 5$ Mach

En las tablas 4:1 a 4:8 se presenta la síntesis de resultados numéricos para varios piroclastos. Estos resultados son obtenidos directamente de la computadora (ver apéndice C), los cuales se basan en las condiciones iniciales e intervalos fijados anteriormente, así como en los apéndices A y B.

En la primera columna, se establece la altura inicial a la cual sale el piroclasto de la boca del volcán; en la 2<sup>a</sup>, 3<sup>a</sup> y 4<sup>a</sup> las características del piroclasto; en la 5<sup>a</sup> la velocidad del aire - (en este trabajo se consideró como cero); y en la 6<sup>a</sup> la velocidad - con que sale el piroclasto. En la columna 7<sup>a</sup> a la 9<sup>a</sup> se muestran los resultados obtenidos. Los resultados de la columna 9<sup>a</sup> son posteriormente graficados (gráficas 4:1 a 4:8).

*SINTESIS DE RESULTADOS NUMERICOS  
PARA VARIOS PIROCLASTOS*

TABLA 4:1

ANGULO INICIAL DE SALIDA 45°								
ALTURA INICIAL DE SALIDA (m)	DENSIDAD DE LA PARTICULA (gr/cm <sup>3</sup> )	DIAMETRO DE LA PARTICULA (cm)	LONGITUD DE LA PARTICULA (cm)	VELOCIDAD DEL AIRE (m/s)	VELOCIDAD DE SALIDA DE LA PARTICULA (m/s)	ALTURA MAXIMA RELATIVA ALCANZADA (m)	TIEMPO EN ALCANZAR LA ALTURAMAXIMA (s)	ALCANCE MAX RELATIVO A LA SALIDA (m)
1000	1.0	0.2	0.4	0.0	10	1	3.0	2.0
1000	1.0	0.2	0.4	0.0	30	2	3.8	4.3

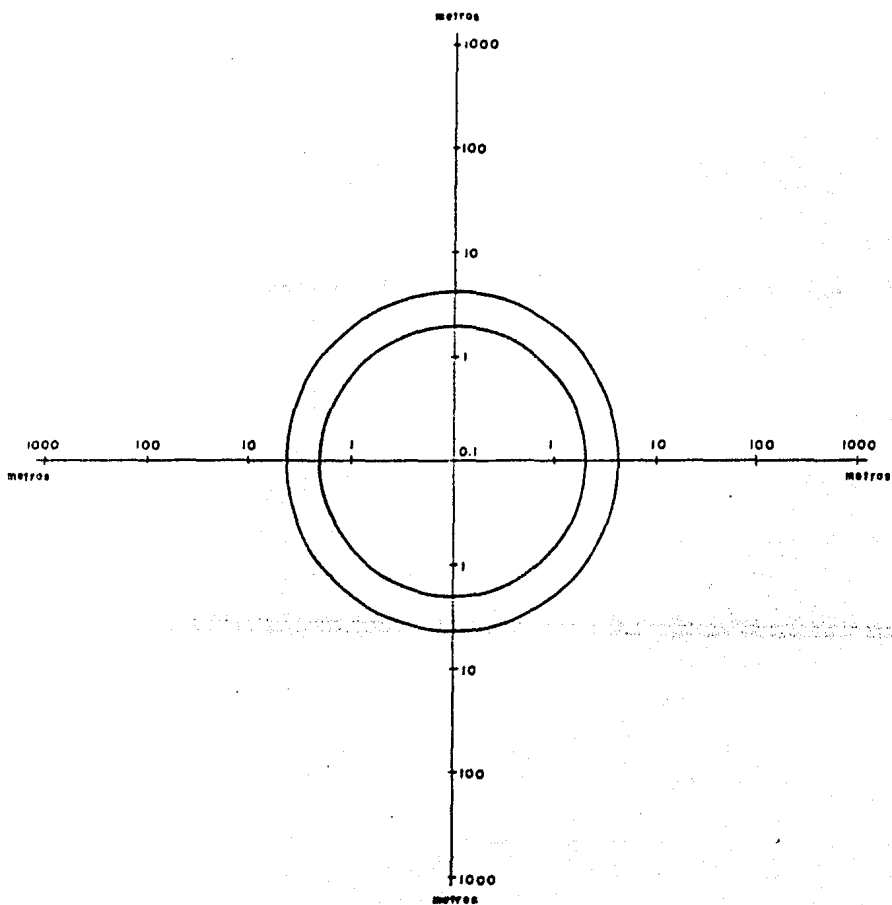


TABLA 4:2

ANGULO INICIAL DE SALIDA 45°								
ALTURA INICIAL DE SALIDA (m)	DENSIDAD DE LA PARTICULA (gr/cm <sup>3</sup> )	DIAMETRO DE LA PARTICULA (cm)	LONGITUD DE LA PARTICULA (cm)	VELOCIDAD DEL AIRE (m/s)	VELOCIDAD DE SALIDA DE LA PARTICULA (m/s)	ALTURA MAXIMA RELATIVA ALCANZADA (m)	TIEMPO EN ALCANZAR LA ALTURAMAXIMA (s)	ALCANCE MAX. RELATIVO A LA SALIDA (m)
1000	1.0	2.0	4.0	0.0	10	2	4.4	7.7
1000	1.0	2.0	4.0	0.0	30	10	6.8	27.6
1000	1.0	2.0	4.0	0.0	100	34	10.2	64.7

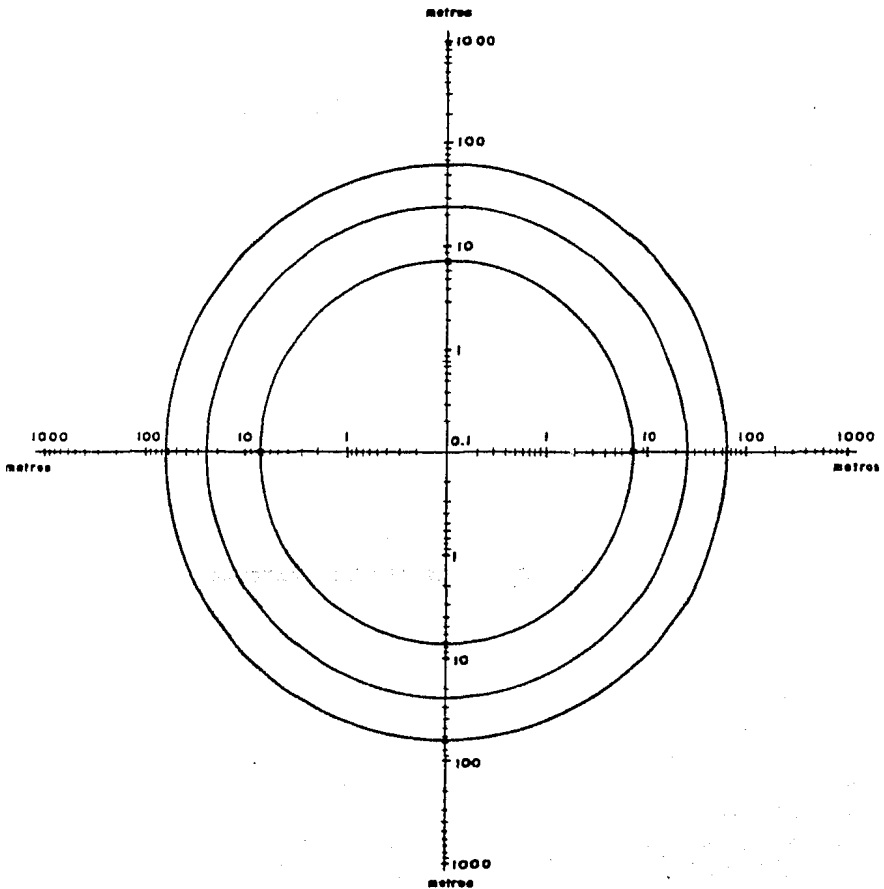


TABLA 4:3

ANGULO INICIAL DE SALIDA 45°								
ALTIMA INICIAL DE SALIDA (m)	DENSIDAD DE LA PARTICULA (gr/cm <sup>3</sup> )	DIAMETRO DE LA PARTICULA (cm)	LONGITUD DE LA PARTICULA (cm)	VELOCIDAD DEL AIRE (m/s)	VELOCIDAD DE SALIDA DE LA PARTICULA (m/s)	ALTURA MAXIMA RELATIVA ALCANZADA (m)	TIEMPO EN ALCAZAR LA ALTURAMAXIMA (s)	ALCANCE MAX. RELATIVO A LA SALIDA (m)
1000	1.0	20	40	0.0	10	2	3.6	10.2
1000	1.0	20	40	0.0	30	18	6.6	72.3
1000	1.0	20	40	0.0	100	105	8.5	287
1000	1.0	20	40	0.0	300	228	10.5	468
1000	1.0	20	40	0.0	600	316	11.5	580
1000	1.0	20	40	0.0	1000	417	13.8	680

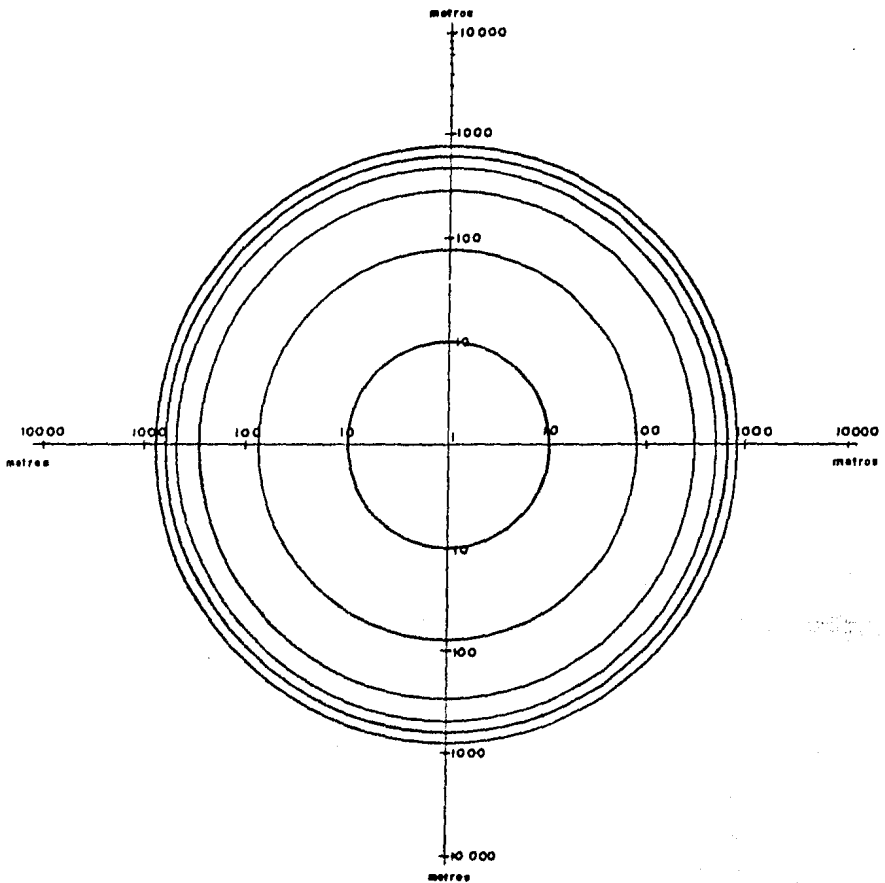


TABLA 4:4

ANGULO INICIAL DE SALIDA 45°								
ALTURA INICIAL DE SALIDA (m)	DENSIDAD DE LA PARTICULA (gr/cm <sup>3</sup> )	DIAMETRO DE LA PARTICULA (cm)	LONGITUD DE LA PARTICULA (cm)	VELOCIDAD DEL AIRE (m/s)	VELOCIDAD DE SALIDA DE LA PARTICULA (m/s)	ALTURA MAXIMA RELATIVA ALCANZADA (m)	TIEMPO EN ALCAZAR LA ALTURA MAXIMA (s)	ALCANCE MAX. RELATIVO A LA SALIDA (m)
1000	1.0	200	400	0.0	10	2	7.2	10.3
1000	1.0	200	400	0.0	30	20	7.2	89.4
1000	1.0	200	400	0.0	100	209	13.0	774
1000	1.0	200	400	0.0	300	855	14.4	2256
1000	1.0	200	400	0.0	600	1667	15.0	3473
1000	1.0	200	400	0.0	1000	2377	16.0	4406

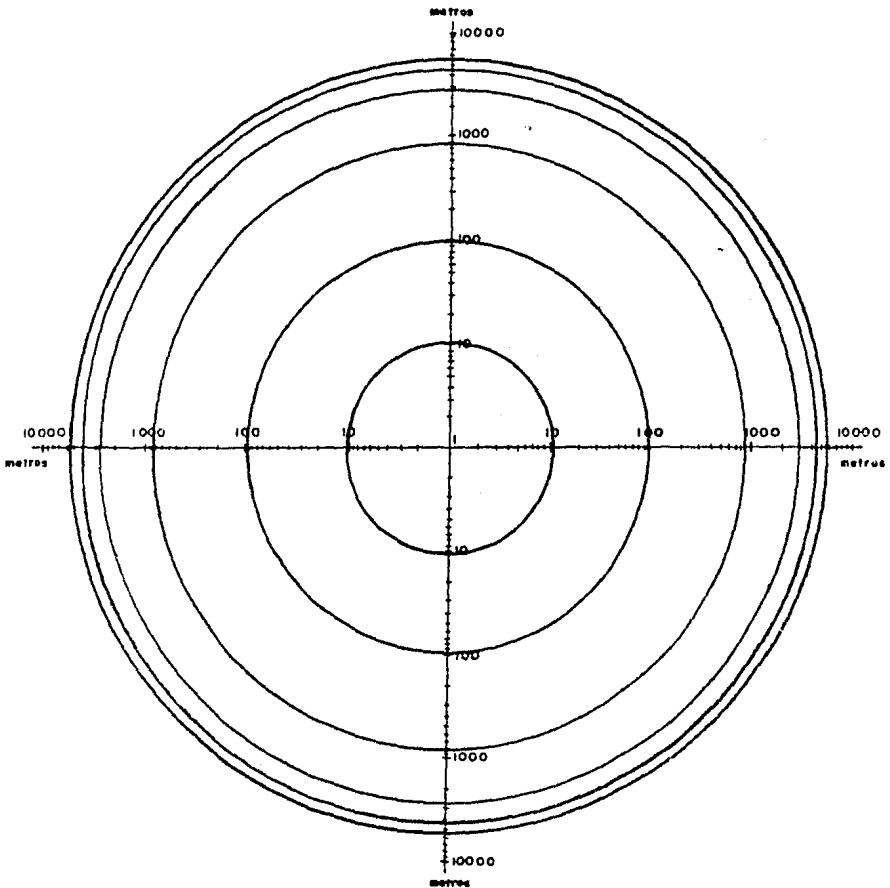




TABLA 4:5

ANGULO INICIAL DE SALIDA 45°								
ALTURA INICIAL DE SALIDA (m)	DENSIDAD DE LA PARTICULA (gr/cm <sup>3</sup> )	DIAMETRO DE LA PARTICULA (cm)	LONGITUD DE LA PARTICULA (cm)	VELOCIDAD DEL AIRE (m/s)	VELOCIDAD DE SALIDA DE LA PARTICULA (m/s)	ALTURA MAXIMA RELATIVA ALCANZADA (m)	TIEMPO EN ALCANZAR LA ALTURA MAXIMA (s)	ALCANCE MAX. RELATIVO A LA SALIDA (m)
1000	2.5	0.2	0.4	0.0	10	1	3.6	3.6
1000	2.5	0.2	0.4	0.0	30	5	4.6	10.4

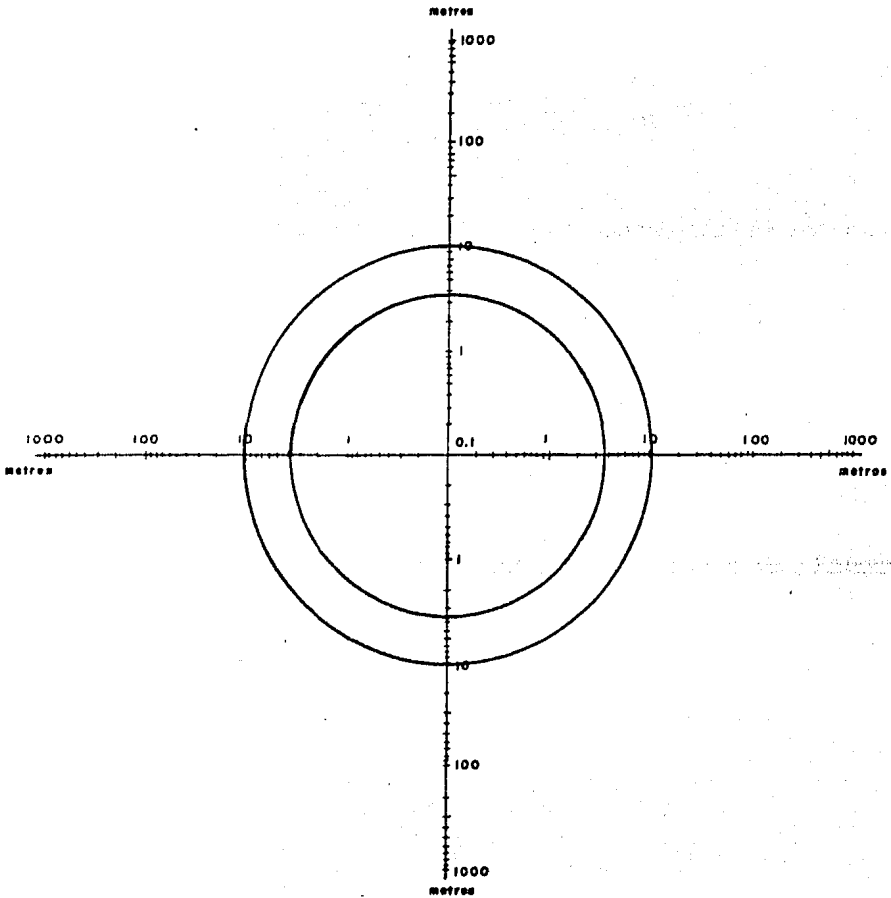


TABLA 4:6

ANGULO INICIAL DE SALIDA 45°

VELOCIDAD DE SALIDA (m/s)	DENSIDAD DE LA PARTICULA (gr/cm <sup>3</sup> )	DIAMETRO DE LA PARTICULA (cm)	LONGITUD DE LA PARTICULA (cm)	VELOCIDAD DEL AIRE (m/s)	VELOCIDAD DE SALIDA DE LA PARTICULA (m/s)	ALTURA MAXIMA RELATIVA ALCANZADA (m)	TIEMPO EN ALCANZAR LA ALTURA MAXIMA (s)	ALCANCE MAX. RELATIVO A LA SALIDA (m)
10	2.5	2.0	4.0	0.0	10	2	6.9	9.1
10	2.5	2.0	4.0	0.0	30	14	8.2	44.8
10	2.5	2.0	4.0	0.0	100	61	9.9	130.7
10	2.5	2.0	4.0	0.0	300	116	12.0	192.9
10	2.5	2.0	4.0	0.0	600	144	19.4	267

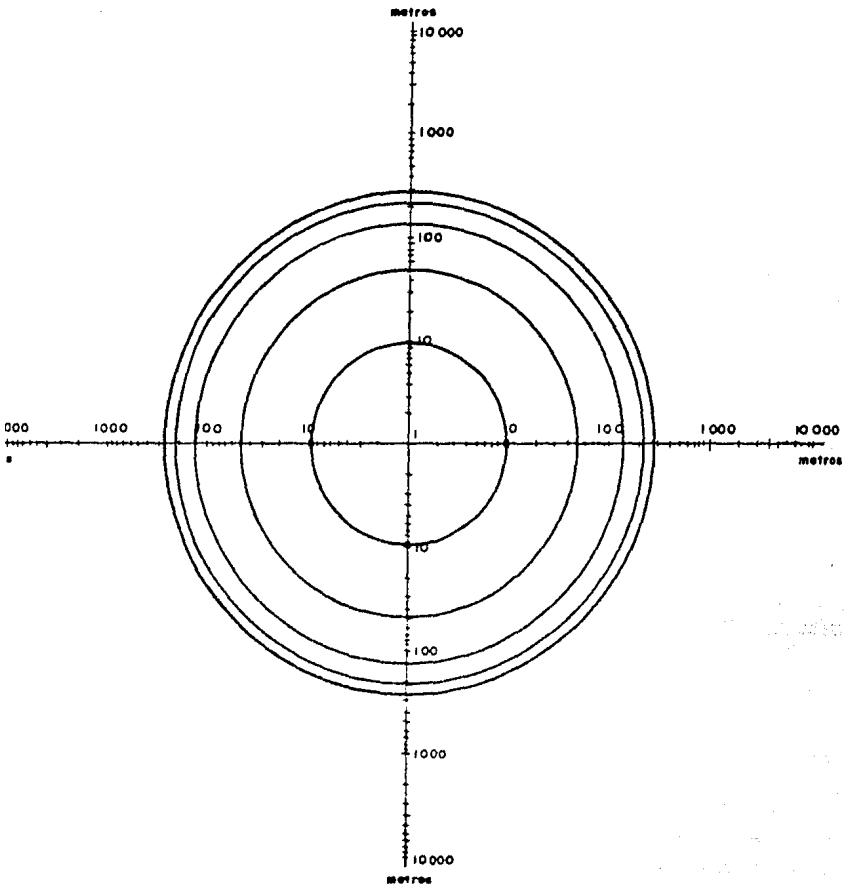


TABLA 4:7

ANGULO INICIAL DE SALIDA 45°								
ALTURA INICIAL DE SALIDA (m)	DENSIDAD DE LA PARTICULA (gr/cm <sup>3</sup> )	DIAMETRO DE LA PARTICULA (cm)	LONGITUD DE LA PARTICULA (cm)	VELOCIDAD DEL AIRE (m/s)	VELOCIDAD DE SALIDA DE LA PARTICULA (m/s)	ALTURA MAXIMA RELATIVA ALCANZADA (m)	TIEMPO EN ALCANZAR LA ALTURA MAXIMA (s)	ALCANCE MAX. RELATIVO A LA SALIDA (m)
100	2.5	20	40	0.0	10	2	3.6	10.3
100	2.5	20	40	0.0	30	20	6.9	82.9
100	2.5	20	40	0.0	100	152	10.3	473
100	2.5	20	40	0.0	300	398	14.0	903
1000	2.5	20	40	0.0	800	648	16.3	1235
1000	2.5	20	40	0.0	1000	837	15.0	1457

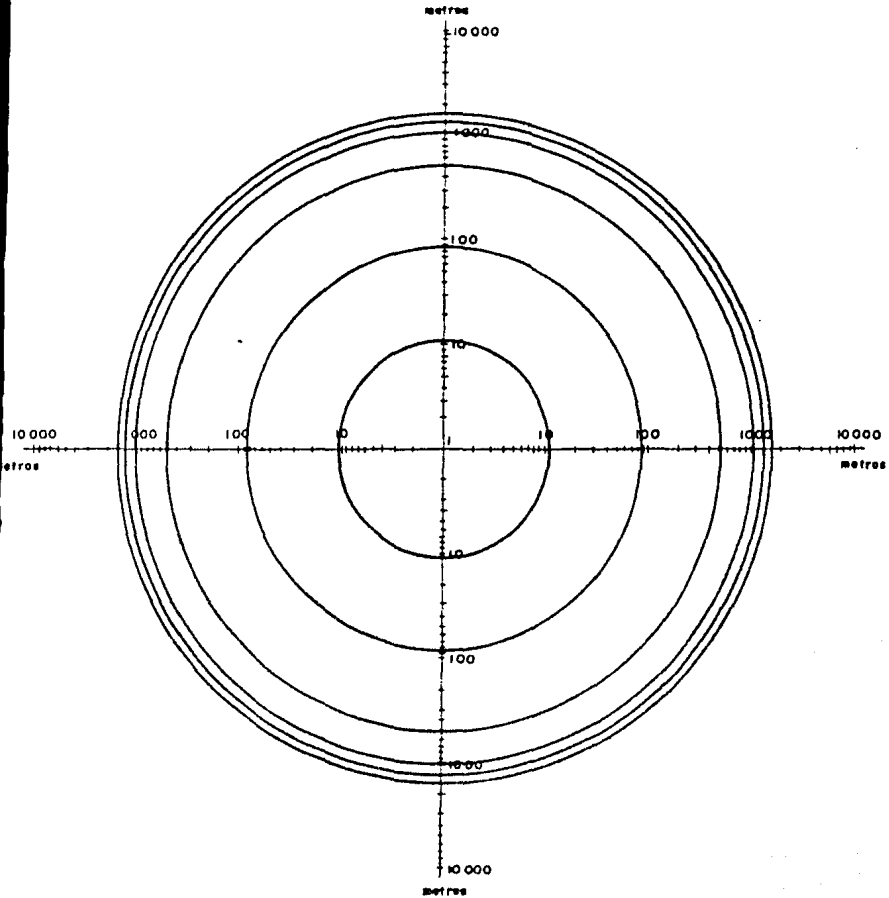
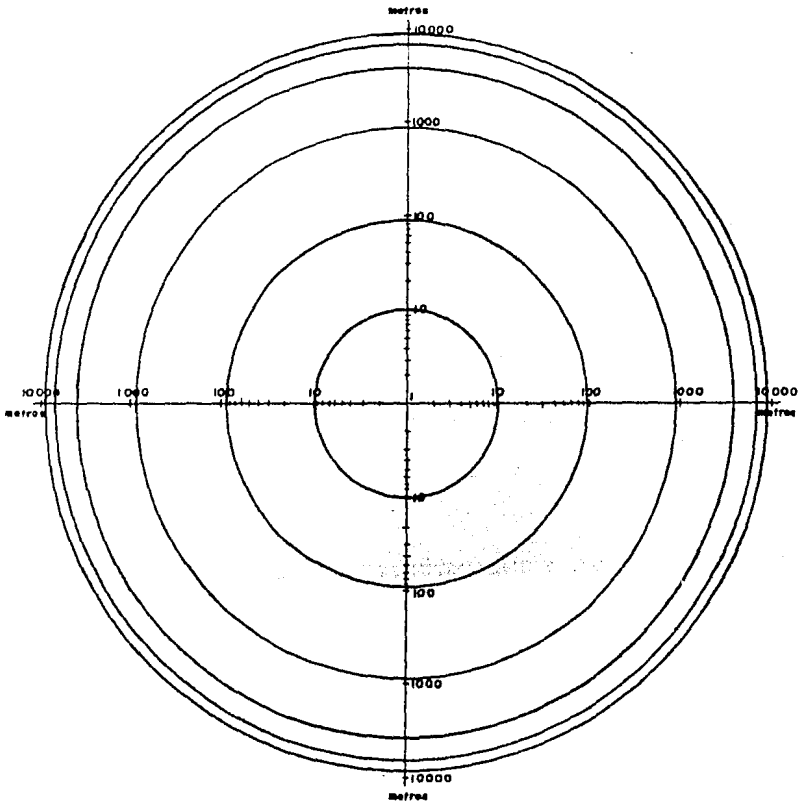


TABLA 4:8

ANGULO INICIAL DE SALIDA 45°								
ALTURA INICIAL DE SALIDA (m)	DENSIDAD DE LA PARTICULA (gr/cm <sup>3</sup> )	DIAMETRO DE LA PARTICULA (cm)	LONGITUD DE LA PARTICULA (cm)	VELOCIDAD DEL AIRE (m/s)	VELOCIDAD DE SALIDA DE LA PARTICULA (m/s)	ALTURA MAXIMA RELATIVA ALCANZADA (m)	TIEMPO EN ALCANZAR LA ALTURA MAXIMA (s)	ALCANCE MAX. RELATIVO A LA SALIDA (m)
200	2.5	200	400	0.0	10	2	7.2	10.4
300	2.5	200	400	0.0	30	21	7.2	92.6
300	2.5	200	400	0.0	100	229	18.5	885
1000	2.5	200	400	0.0	300	1263	17.6	3718
1000	2.5	200	400	0.0	600	2944	20.0	6708
1000	2.5	200	400	0.0	1000	4859	22.0	8998



Los resultados mostrados anteriormente en forma de ta  
blas y gráficas nos dan los alcances máximos relativos a ( $45^\circ$ ), para  
 piroclastos con una velocidad determinada de salida. Estos resultados  
 son obtenidos bajo las condiciones mencionadas; ahora se hace una com  
paración de los resultados obtenidos por Wilson (1972) con los obteni  
dos en este trabajo. Los resultados que muestra Wilson son con una ru  
gosidad mayor de  $2 \times 10^{-3}$  del diámetro típico del cilindro (rugosidad  
 no especificada exactamente). Esta comparación de resultados es mos-  
 trada en la tabla 4:9.

Tabla 4:9

ANGULO DE SALIDA $45^\circ$					
Densidad ( $gr/cm^3$ )	Diámetro (cm)	Velocidad de salida (m/s)	Alcance con rugosidad de $7 \times 10^{-3}$	Alcance dado por Wilson (m)	Diferencia de alcances (m)
1	0.2	10	2.0	2.8	-0.8
1	0.2	30	4.3	5.1	-0.8
1	2.0	10	7.7	7.1	0.6
1	2.0	30	27.6	21.8	5.8
1	2.0	100	64.7	40.2	24.5
1	20	10	10.2	9.8	0.4
1	20	30	72.3	73.7	-1.4
1	20	100	287	251.1	35.9
1	20	300	468	415.0	53.0
1	20	600	580	493	87
1	20	1000	680	564	116
1	200	10	10.3	10.1	0.2
1	200	30	89.4	88.8	0.6
1	200	100	774	761	13
1	200	300	2266	2361	-95

Continuación Tabla 4:9

ANGULO DE SALIDA 45°					
Densidad (gr/cm <sup>3</sup> )	Diámetro (cm)	velocidad de salida (m/s)	Alcance con Rugosidad de $7 \times 10^{-3}$	Alcance dado por Wilson (m)	Diferencia de Alcances (m)
1	200	600	3473	3345	128
1	200	1000	4406	4294	112
2.5	0.2	10	3.6	4.7	-1.1
2.5	0.2	30	10.4	10.7	-0.3
2.5	2.0	10	9.1	8.6	0.5
2.5	2.0	30	44.8	37.3	7.5
2.5	2.0	100	130.7	54.6	76.1
2.5	2.0	300	192.9	129	63.9
2.5	20	10	10.3	10.0	0.3
2.5	20	30	82.9	83.2	-0.3
2.5	20	100	473	414.3	58.7
2.5	20	300	903	827	76
2.5	20	600	1235	1032	203
2.5	20	1000	1457	1219	238
2.5	200	10	10.4	10.1	0.3
2.5	200	30	92.6	90.6	2.0
2.5	200	100	885	894	-9.0
2.5	200	300	3716	3903	-187
2.5	300	600	6708	6542	166
2.5	200	1000	8995	9462	-467

En la tabla 4:9 se muestra la diferencia entre alcances máximos relativos, los dados por Wilson (1972) y los calculados en este trabajo, esta diferencia se debe principalmente a que varios de los parámetros usados en este trabajo no son iguales a los usados por Wilson, la rugosidad del cilindro, los polinomios de aproximación de las curvas experimentales. Como se observa en la tabla 4:9, las diferencias son relativamente pequeñas si tomamos en cuenta las distancias que se

manejan en cada uno de los casos.

Los parámetros son elegidos de tal manera, que se pueda hacer una comparación de los resultados obtenidos en este trabajo, con los obtenidos por Wilson (1972). El programa está diseñado para aceptar un gran número de parámetros para los piroclastos, con muy variadas características, así como un amplio rango de velocidades de salida.

La velocidad del aire en este análisis se toma como cero, pero se le puede dar un valor y una dirección, ya que el programa puede trabajar en un momento dado con estos parámetros, (ver apéndice B). Esto lo hace considerando que la velocidad del aire viaja paralelo al eje de las X's de nuestro sistema. Con la inclusión de estos parámetros es afectado nuestro alcance y dirección, dependiendo de la magnitud y dirección del viento.

## CAPITULO V

### ANÁLISIS DE LOS PIROCLASTOS EN LA COLUMNA ERUPTIVA

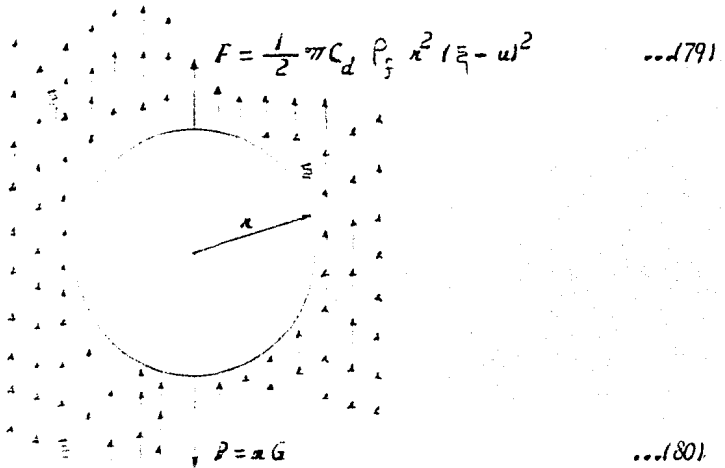
En los capítulos III y IV se describe el movimiento de piroclastos en la atmósfera y se obtienen resultados para piroclastos de dimensiones típicas, respectivamente. La mezcla de gas y sólidos - que son expulsados en una erupción volcánica, dá origen a una columna eruptiva, en la que los sólidos no pueden tratarse de manera independiente; dentro de esta columna la mezcla de gas y sólidos actúa de una manera conjunta. Fuera de la columna las partículas actúan de acuerdo al modelo presentado en capítulos anteriores, y dentro de ella su movimiento es descrito por el modelo que se expone en este capítulo.

#### Estratificación de piroclastos en la columna.

La estratificación de piroclastos se hace de acuerdo con el lugar que ocupa dentro de la columna eruptiva, así como de la posición final del piroclasto respecto al eje central de la salida - del volcán; esta estratificación se hace conforme a su tamaño y densidad. El lugar que ocupa cada piroclasto está determinado por las fuerzas que actúan sobre cada uno.

Si consideramos una partícula de radio típico  $r$ , densidad  $\rho_p$  y masa  $m$ ; moviéndose a una determinada altura de la columna eruptiva, con rapidez ascendente  $u$ ; donde el gas que se encuentra alrededor de la misma, tiene una densidad  $\rho_g$  y una rapidez  $\bar{v}$ . Si la partícula tiene la forma esférica, observamos que las fuerzas que actúan sobre ella son, (Figura 5.1):





(Figura 5:1)

donde  $C_d$  es el coeficiente de fricción que fué descrito en secciones anteriores, y  $mg$  es el peso de la partícula. Entonces la ecuación de la fuerza resultante es:

$$F_{total} = \frac{1}{2} \pi C_d \rho r^2 (\bar{u} - u)^2 - mg \quad \dots(81)$$

el valor de la aceleración  $G$  debida a la gravedad de la Tierra es - una función de la altura y esta determinada por la ecuación (24). Si  $F_{total} = m \frac{du}{dt}$ , la ecuación de movimiento es:

$$\frac{du}{dt} = \frac{1}{2m} \pi C_d \rho r^2 (\bar{u} - u)^2 - G \quad \dots(82)$$

Ahora, si se sustituye la densidad de la partícula o esfera, y su volumen en la ecuación (82), se tiene la relación:

$$\frac{du}{dt} = \frac{3 \rho_f C_d (\xi - u)^2}{8 \rho_p r} - G \quad \dots(83)$$

Esta ecuación nos muestra que la aceleración de la partícula varía en forma inversa, al producto del radio por la densidad de la partícula;  $C_d$  está en función del número de Reynolds,  $\rho_f$  se considera constante a determinada posición de la columna eruptiva. La estratificación de los piroclastos, dentro de la columna eruptiva, se puede hacer considerando que la partícula a alcanzado la máxima altura, o sea  $u=0$ , por lo que la aceleración también es cero; sustituyendo en la ecuación (83), se obtiene:

$$\rho_p r = \frac{3 \rho_f C_d \xi^2}{8 G} \quad \dots(84)$$

En esta ecuación se observa que el producto  $\rho_f \xi^2$ , está en función de la altura, ya que  $\xi$  disminuye conforme se aleja la partícula de la salida del volcán, hasta llegar a cero, y  $\rho_f$  depende principalmente de la temperatura, que a la vez depende de la altura. La componente vertical de la velocidad del gas ( $\xi$ ), también depende de la posición que tiene con respecto al eje central; se observa experimentalmente que esta velocidad disminuye conforme se aleja la partícula de este eje.

Las ecuaciones obtenidas en esta sección y las condiciones dadas anteriormente, determinan la distribución de los piroclastos en la columna, notándose una expansión de estos a alturas mayores, aumentando el radio de la columna con la altura, debido al calentamiento del aire circundante y a la disminución de la presión at-

mosférica con la altura. Otro parámetro que determina la posición de piroclastos, es la dirección inicial de salida.

Para conocer la altura máxima, que alcanza una partícula en la columna, se sustituye el valor de  $G$  de la ecuación (24) en la ecuación (84), o sea:

$$G = \frac{G_0}{\left(1 + \frac{y}{E}\right)^2} = \frac{3 C_d \rho_f \Xi^2}{8 \rho_p \pi} \quad , \quad \dots(85)$$

resolviendo para la altura  $y$ , se tiene:

$$y_{\text{esp.}} = -E \pm \sqrt{E^2 - \frac{8 \rho_p \pi G_0}{3 \rho_f C_d \Xi^2}} \quad \dots(86)$$

Se considera ahora que la partícula tiene la forma cilíndrica; entonces, en forma similar encontramos las ecuaciones análogas a las obtenidas anteriormente. Sustituyendo la masa del cilindro por  $m = \rho_p \pi r^2 L$ , se obtiene:

$$\frac{du}{dt} = \frac{\rho_f C_d (\Xi - u)^2}{2 \rho_p L} - G \quad , \quad \dots(87)$$

así como,  $\frac{du}{dt} = 0$ , tenemos:

$$\rho_p L = \frac{C_d \rho_f \Xi^2}{2G} \quad , \quad \dots(88)$$

Por lo que la altura que alcanzan las partículas de esta forma, es:

$$y_{cil.} = -E \pm \sqrt{E^2 \frac{G_0 P_p L}{C_d P_p \xi_0^2}} \quad \dots (89)$$

Las ecuaciones y los análisis anteriores, hacen posible una estratificación de los piroclastos en la columna eruptiva; - estratificación que es ciertamente observada en la columna. De las ecuaciones (86) y (89) se observa, que piroclastos con características similares se localizan a alturas similares, a un determinado desarrollo de la erupción. O sea que ciertas regiones de la columna eruptiva, están pobladas por piroclastos con características semejantes.

#### Cálculo de las Velocidades de Salida.

En la sección anterior se describió la estratificación de piroclastos en la columna eruptiva, donde se observó, que el producto  $P_p \cdot \xi_0^2$  ó  $\xi_0^2 L$  es un factor determinante para establecer la posición del piroclasto, otro parámetro importante es la velocidad de salida del piroclasto, este parámetro se puede establecer a partir de las ecuaciones de la sección anterior, las cuales se reescriben como:

$$\text{(esferas)} \quad \xi_0^2 = \frac{8 G \cdot \kappa_0 P_{p,0}}{3 C_d} \quad \dots (90)$$

$$\text{(cilindros)} \quad \xi_0^2 = \frac{2 G L_0 P_{p,0}}{C_d P_{\tau,0}} \quad \dots (91)$$

donde  $\rho_{v,0}$  y  $L_0 \rho_{p,0}$  son los valores límites fijados a una distancia cero de la salida del volcán, dentro de un rango de 1 km de distancia,  $\bar{v}_0$  es la velocidad del gas de salida,  $C_d$  es el coeficiente de fricción, que tiene un valor de alrededor de la unidad, si  $\bar{v}_0$  es mucho menor que la rapidez del sonido, (rapidez del sonido en el gas es de 230 m/s, considerando vapor a 1200°K); al llegar  $\bar{v}_0$  a la rapidez del sonido,  $C_d$  se eleva alrededor de 2, (ver figura 3:5),  $\rho_{f,0}$  es la densidad efectiva del gas, o sea la densidad total de pequeños piroclastos que se mueven junto con el gas de salida, medido en  $\text{kg/m}^3$ . El porcentaje probable de polvo y gas, puede consistir de un 25% de polvo y 75% de gas por unidad de peso, para vapor a 1200°K en este caso la densidad efectiva del gas puede ser de 0.25  $\text{kg/m}^3$ , Wilson (1976).

### Colapso de La Columna de una Erupción Volcánica.

Cuando la actividad volcánica se torna muy explosiva, de tal forma que las explosiones son muy frecuentes, entonces el material expulsado en una o varias explosiones es tanto, que el peso de este material es mayor que la fuerza que produce la presión de la cámara magmática, precipitándose este material sobre la salida del volcán, tapándola abruptamente (colapso). También puede ocurrir que la cámara magmática deje de suministrar material repentinamente, precipitándose entonces hacia la salida el material que anteriormente había sido expulsado, cerrando la salida. Cuando el chorro es continuo, la columna eruptiva alcanza grandes alturas, entrando en una at

más lenta relativamente fría, ocurriendo una rápida disminución de la energía cinética del material expulsado, y aumentando la energía potencial (fenómeno que es descrito en esta sección), de tal manera, que en ocasiones ocurre el colapso. A continuación se hace el análisis de las condiciones para que se de el colapso de la columna, cuando el chorro es continuo.

Al estarse elevando la columna eruptiva, el aire atmosférico que circunda a la columna, penetra en ella por los lados, mezclándose con los piroclastos y gas, que viajan en forma turbulenta. El aire atmosférico que entra a la columna, es calentado por el material que fué expulsado de la cámara magmática, al hacer contacto con él, o por radiación térmica; efecto que ocasiona una expansión en la columna eruptiva, disminuyendo en consecuencia la densidad efectiva. Si el material de la columna contiene gran cantidad de agua, se produce una convección dentro de la columna, que posteriormente forma en la parte alta de la columna una región extendida. La densidad de la columna sigue decreciendo conforme se eleva la mezcla, debido a que los piroclastos mayores caen rápidamente, así como también por el aumento del radio de la columna con la altura y a los cambios de presión tanto atmosférico, como del mismo gas.

Se considera que la corriente del flujo, esta formada por gas y piroclastos, los cuales emergen desde una chimenea de radio  $b_0$ , con una velocidad sobre su eje central  $\bar{v}_0$ , con una densidad inicial del gas  $\rho_{g,0}$ , y una densidad inicial de la masa total de gas y piroclastos  $\bar{\rho}_0$ , a una temperatura inicial de la mezcla  $\theta_0$ .

Si el magma contiene  $n\%$  por unidad de peso de volátiles, entonces  $\rho_0$  esta en función de  $\rho_{f,0}$  como:

$$\rho_0 = 100\% \left( \frac{\rho_{f,0}}{n\%} \right) \quad \dots(92)$$

Conforme el flujo se va alejando de la salida, entra en contacto con el aire atmosférico, el cual enfría la mezcla, tomando la temperatura un valor  $\theta$  a una altura  $h$  sobre la salida, donde la columna tiene un radio  $b$ , densidad de la columna  $\beta$ , densidad de la mezcla aire-gas y una velocidad hacia arriba en el eje central de  $\bar{v}$ ; la densidad fuera del chorro (aire atmosférico) es  $\alpha$ . El modelo de Prandtl (1949) (citado por Wilson, 1976), considera un chorro permanente gaseoso, donde  $\theta = \theta_0$  y  $\rho = \beta = \alpha$ , también desprecia la aceleración debida a gravedad y la variación de  $\alpha$  con la altura, encontrando que:

$$b = b_0 + \frac{h}{8} \quad \dots(93)$$

$$\bar{v} = \bar{v}_0 \left[ \frac{b_0}{b_0 + \frac{h}{8}} \right] \quad \dots(94)$$

La desaceleración en la parte central del flujo esta dada por:

$$\frac{d\bar{v}}{dz} = \frac{d\bar{v}}{dh} = -\frac{\bar{v}_0}{8b} \quad \dots(95)$$

Prandtl (1949), derivó la ecuación (94), considerando que las fuer

zas de corte actúan sobre un elemento en el centro del flujo debido a la incorporación del gas que rodea al elemento; modificando un poco el modelo de Prandtl, se introduce la gravedad, y se obtiene:

$$\bar{v} \frac{d\bar{v}}{dh} = -\frac{\bar{v}^2}{g b} - G \left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right) \quad \dots(196)$$

Entonces la ecuación de movimiento para todo el flujo, incluyendo el aire agregado, se escribe como sigue:

$$\bar{v} \frac{d\bar{v}}{dh} = -\frac{\left(\frac{1}{2} \bar{v}^2 + G h\right)}{b^2 \beta} - \frac{d}{dh} (b^2 \beta) - \frac{G}{q^2} \left(1 - \frac{\alpha}{\beta}\right) \quad \dots(197)$$

donde la segunda parte del primer término representa el aire añadido al flujo, incrementando la masa de la columna de erupción, y el factor  $q$  es la proporción de la velocidad promedio de subida, a través del chorro en la parte central, observándose que  $q$  siempre será menor de la unidad.

La densidad de la masa de la columna  $\beta$ , se obtiene considerando, que a cualquier altura  $h$ , el gas inicialmente ocupa un volumen  $\pi b_0^2$  por unidad de altura durante la erupción, con una temperatura  $\theta_0$ , posteriormente ocupa un volumen  $\pi b_1^2 = \pi b_0^2 \left(\frac{\theta}{\theta_0}\right) \left(\frac{p_0}{p}\right)$ , por unidad de altura, donde  $p$  es la presión atmosférica a la altura  $h$ . El volumen restante es del aire agregado, también a una temperatura  $\theta$ , considerando las mezclas, resultando



una masa igual a  $R_g (b^2 - b_1^2) / R_a b_1^2$  veces la del gas volcánico, - donde  $R_g$  y  $R_a$  son las constantes del gas y aire respectivamente. Obteniéndose la densidad de la masa, que es igual a la masa total entre el volumen total:

$$\beta = \beta_0 \frac{b^2}{b_0^2} \left[ 1 + \frac{n\%}{100\%} \frac{R_g}{R_a} \left( \frac{b^2}{b_0^2} \frac{\theta_0}{\theta} \frac{P}{P_0} - 1 \right) \right] \dots (198)$$

La temperatura  $\theta$ , a la altura  $h$ , puede encontrarse mediante la ecuación de distribución de calor en la atmósfera dada por Allen (1963), en la cual se considera que el aire incorporado tiene la misma temperatura  $\theta_0$  a cualquier altura. El equilibrio térmico puede mantenerse entre el gas y el aire añadido si  $F$  es una fracción de los piroclastos lo suficientemente pequeña, de tal manera que:

$$\begin{aligned} F C_d \theta_0 \left( 1 - \frac{n}{100} \right) + C_g \theta_0 \frac{n}{100} + C_a \theta_a \frac{n}{100} \frac{R_g}{R_a} \frac{b^2}{b_0^2} \frac{\theta_0}{\theta} \frac{P}{P_0} - 1) = \\ = \theta \left[ F C_d \left( 1 - \frac{n}{100} \right) + C_g \frac{n}{100} + C_a \frac{n}{100} \frac{R_g}{R_a} \left( \frac{b^2}{b_0^2} \frac{\theta_0}{\theta} \frac{P}{P_0} - 1 \right) \right] \dots (199) \end{aligned}$$

donde  $C_d$ ,  $C_g$  y  $C_a$  son los calores específicos (a presión constante) de rocas, gas volcánico y aire, respectivamente.

En todos los casos se considera que el gas mágnético es dióxido de carbono, y en ciertas circunstancias, para valores bajos de  $n$ ,  $\Xi$ , ó valores grandes de  $b_0$ , se considera que es agua. Cuando la densidad del material que forma la parte alta de la columna

na, es muy grande, ocurre el colapso, precipitándose hacia abajo el material de la columna, formando un flujo de piroclastos; este colapso sucede de la siguiente forma: Primero al ir aumentando la altura de la columna, la temperatura va disminuyendo, hasta llegar a un valor constante  $\theta_f$ . Entonces la energía térmica que proporciona el calor del material expulsado es  $T$ , donde

$$T = (\theta_0 - \theta_f) \left[ \frac{n}{100} C_g + \left( 1 - \frac{n}{100} \right) C_a \right] \quad \dots(100)$$

y si la energía cinética inicial es  $\frac{1}{2} \xi_0^2$ , entonces la energía total es  $T + \frac{1}{2} \xi_0^2$  Joul/kg. La energía cinética de los gases es entonces,  $\frac{1}{2} (1-h)(n/100) \xi_f^2$ , donde  $h$  es el radio de la masa de la parte alta de la columna,  $\xi_f$  es la velocidad final del gas. La energía térmica requerida para calentar el aire añadido es  $(n/100)h C_a (\theta_f - \theta_a)$ . La velocidad final  $\xi_f$ , es calculada, considerando que la cima de la columna está formada por fragmentos de piedra pomez de radio típico de 1mm. Entonces el peso de la columna a una altura  $H'$ , es  $W'$ , correspondiente a una densidad  $\rho(H')$ ; introduciendo al mismo tiempo  $n=1$  mm y  $\sigma=10^3$  kg/m<sup>3</sup>, para  $\xi_f(H')$  en la ecuación (84), considerando el valor del peso a la altura  $H'$  y el aumento de la energía potencial debido al aire añadido a la altura  $h$ ; tenemos la ecuación correspondiente para diferentes valores:

$$E(H') = G \sum_{i=1}^N m_i (H' - h_i) \quad \dots(101)$$

$m_i$  es la masa del material añadido a la columna, dentro del intervalo  $h_i$ . por lo que la energía total es:

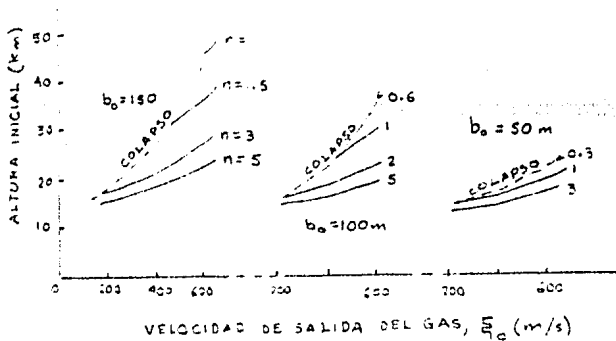
$$\begin{aligned}
 (\theta_0 - \theta_f) \left( \frac{n}{100} C_g + \left(1 - \frac{n}{100}\right) C_a \right) + \frac{1}{2} \bar{\xi}_0^2 &= \frac{1}{2} (1+k) \frac{n}{100} \bar{\xi}_f^2 (H') + \\
 + \frac{n}{100} k C_a (\theta_f - \theta_a) + E(H') &\dots (102)
 \end{aligned}$$

esta ecuación puede ser resuelta para una altura determinada  $H'$ .

En el análisis hecho en esta sección, no se considera la energía debida al calor de condensación del material expulsado, pues se considera que el material que sale de la boca del volcán se condensa inmediatamente, tomando una temperatura inicial de salida  $\theta_0$ , la cual es manejada en esta sección.

Para ciertos valores de  $n$  y  $\bar{\xi}_0$  con un radio fijo de salida  $b_0$ , de tal manera que la energía potencial en un momento dado es igual a la energía cinética, (sin considerar la energía interna), ocurre el colapso de la columna.

Ejemplos.- Considerando que el gas magmático es agua, Wilson (1976) muestra los siguientes casos:



Gráfica 5:2

Colapso de una columna eruptiva para  
varias combinaciones de  $b_0$ ,  $n$  y  $\bar{\xi}_0$ .

## CAPITULO VI

### CONCLUSIONES

Los trabajos de Walker, Wilson y Bowell son fundamentales para entender la mecánica del movimiento de piroclastos en una erupción volcánica de tipo pliniano. Con modelos físicos de relativa sencillez son capaces de explicar muchas de las observaciones de campo. Así, es estimulada la investigación en esta área de la Vulcanología física y ha aumentado nuestra comprensión de los procesos dinámicos que ocurren en una erupción volcánica.

En este trabajo presentamos un programa de computadora basado en el análisis de Wilson. El programa predice las trayectorias de piroclastos en la atmósfera terrestre. Los resultados que se obtienen no difieren significativamente de los presentados por estos autores y el programa puede ser utilizado para analizar datos de campo.

## A P E N D I C E A

### APROXIMACION DE ALGUNAS CURVAS EXPERIMENTALES POR MEDIO DE SEGMENTOS DE RECTA

Curva de la Variación del Coeficiente de Fricción  
con Respecto al número de Reynolds en el intervalo  
 $10^{-4}$  a  $10^4$ , para cilindros. Dada por Lapple y C.B.  
Shepherd, (1947).

La curva mostrada en la figura 3;1 para la parte de cilindros es aproximada por medio de segmentos de recta, de tal manera que sigan una trayectoria lo mas cercana posible a la curva experimental, figura A:1.

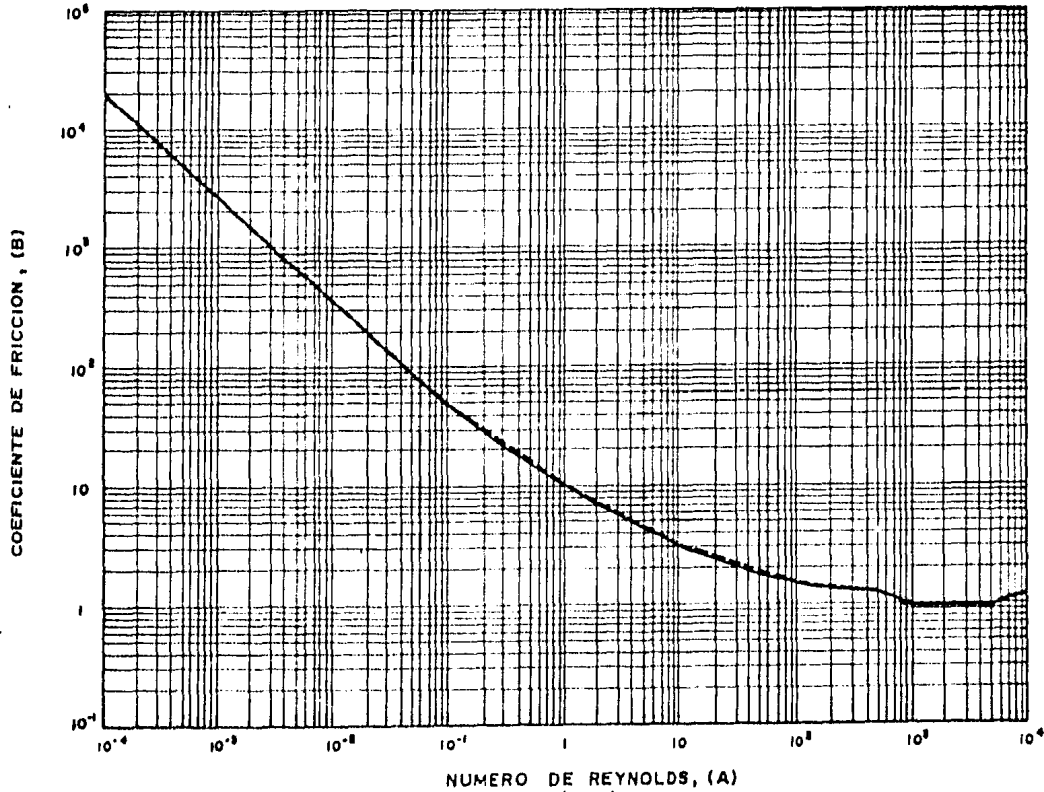
Para realizar este análisis se determinan primero los intervalos del número de Reynolds ( $A_j$ ) donde se considera que el segmento de recta no se separe demasiado de la curva experimental; posteriormente que se establecen estos intervalos se encuentra directamente de la gráfica el coeficiente de fricción correspondiente ( $B_j$ ), encontrando así las parejas ( $A_j, B_j$ ). Ahora por medio de la ecuación para la recta, se establece la ecuación correspondiente para cada segmento de recta:

$$CD = \left[ \frac{B_{j+1} - B_j}{A_{j+1} - A_j} \right] (R - A_j) + B_j \quad \square$$

donde  $B_{j+1}$  es el valor del coeficiente de fricción de uno de los extremos de una recta y  $B_j$  es el otro valor del coeficiente de fricción del mismo segmento de recta, como se muestra en la tabla A:1, así como  $A_{j+1}$

FIGURA A:1

GRAFICA DE LA VARIACION DEL COEFICIENTE DE FRICCION, B, RESPECTO AL NUMERO DE REYNOLDS A, PARA CILINDROS.



———— CURVA EXPERIMENTAL CALCULADA POR LAPPLE Y SHEPHERD (1940)  
----- CURVA DE APROXIMACION USADA EN EL PROGRAMA

y  $A_j$  son los valores del número de Reynolds, correspondientes a los extremos del mismo segmento de recta,  $R$  es el número de Reynolds que encuentra en cualquier parte del segmento de recta y  $CD$  el coeficien

TABLA A:1

NUMERO	NUMERO DE REYNOLDS	COEFICIENTE DE FRICCION
$j$	$A_j$	$B_j$
1	$10^{-4}$	$2 \times 10^{-4}$
2	$10^{-1}$	50
3	1	10
4	10	3
5	$10^2$	6
6	$5 \times 10^2$	4
7	$10^3$	1
8	$5 \times 10^3$	1
9	$7 \times 10^3$	1.1
10	$5 \times 10^4$	1.14

te de fricción que se desea conocer, correspondiente a  $R$ .

Las aproximaciones son hechas hasta números de Reynolds de  $5 \times 10^4$ , debido a que para números mayores con la rugosidad que se usa en este trabajo varía (ver por ejem. Swanson, 1970), Para números mayores de Reynolds se establecen las siguientes aproximaciones de curvas.

Curva de la Variación del Coeficiente de Fricción  
con respecto al número de Reynolds en el Intervalo  
 $10^4$  a  $5 \times 10^5$ , para cilindros con rugosidad de  $7 \times$   
 $10^{-3}$  del Diámetro del Cilindro.

Esta curva es aproximada en forma similar a la dada en la sección anterior, estableciendo la ecuación correspondiente:

$$CD = \left[ \frac{CR_{f+1} - CR_f}{RN_{f+1} - RN_f} \right] (R - RN_f) + CR_f \quad [2]$$

donde  $CR_{f+1}$  es el valor del coeficiente de fricción en uno de los extremos del segmento de recta y  $CR_f$  es el valor del otro extremo del mismo segmento de recta, así como  $RN_{f+1}$  y  $RN_f$  son los valores del número de Reynolds, correspondientes a los extremos del mismo segmento de recta,  $R$  es el número de Reynolds calculado por medio de la ecuación (5) del capítulo III, y  $CD$  es el coeficiente de fricción que se desea conocer para este  $R$  calculado.

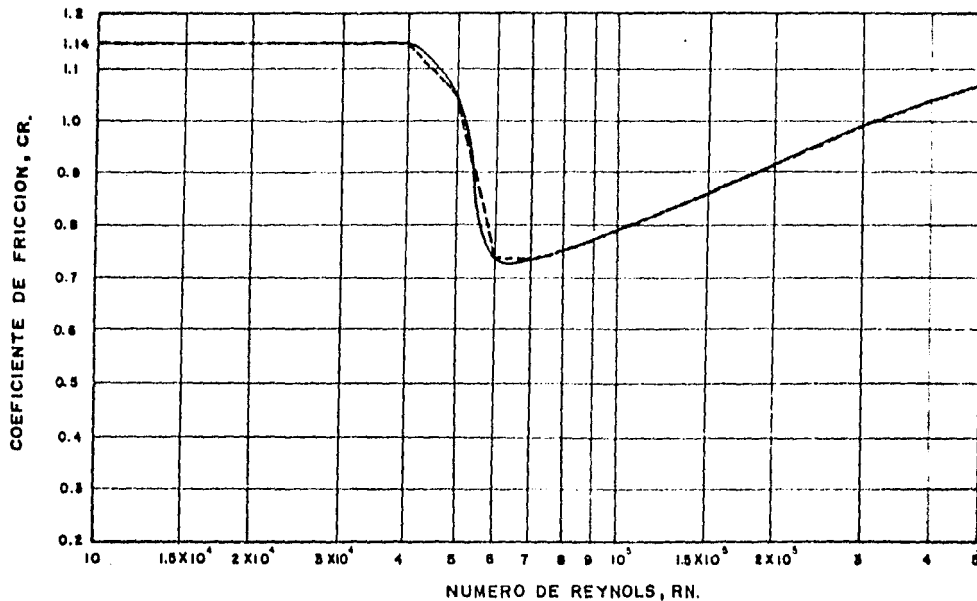
TABLA A:2

NUMERO	NUMERO DE REYNOLDS	COEFICIENTE DE FICCIÓN
1	$RN_f$	$CR_f$
1	$10^4$	1.14
2	$3 \times 10^4$	1.14
3	$4 \times 10^4$	1.14
4	$5 \times 10^4$	1.05
5	$6 \times 10^4$	0.73
6	$7 \times 10^4$	0.74
7	$8 \times 10^4$	0.75
8	$9 \times 10^4$	0.77
9	$10^5$	0.79
10	$3 \times 10^5$	1.00
11	$4 \times 10^5$	1.05
12	$5 \times 10^5$	1.07



FIGURA A:2

GRAFICA DEL COEFICIENTE DE FRICCIÓN, CR,  
 PARA CILINDROS CON RUGOSIDAD DE  $7 \times 10^{-5}$  DEL DIAMETRO,  
 EN FUNCION DEL NUMERO DE REYNOLS PARA CAPA LIMITE DE TRANSICION.



— CURVA EXPERIMENTAL  
 - - - CURVA DE APROXIMACION USADA EN EL PROGRAMA

Curva de la Variación del Coeficiente de Fricción  
en función del Número de Mach en el Intervalo de  
0.1 a 5 Mach, para cilindros. Dada por Hoerner  
(1965).

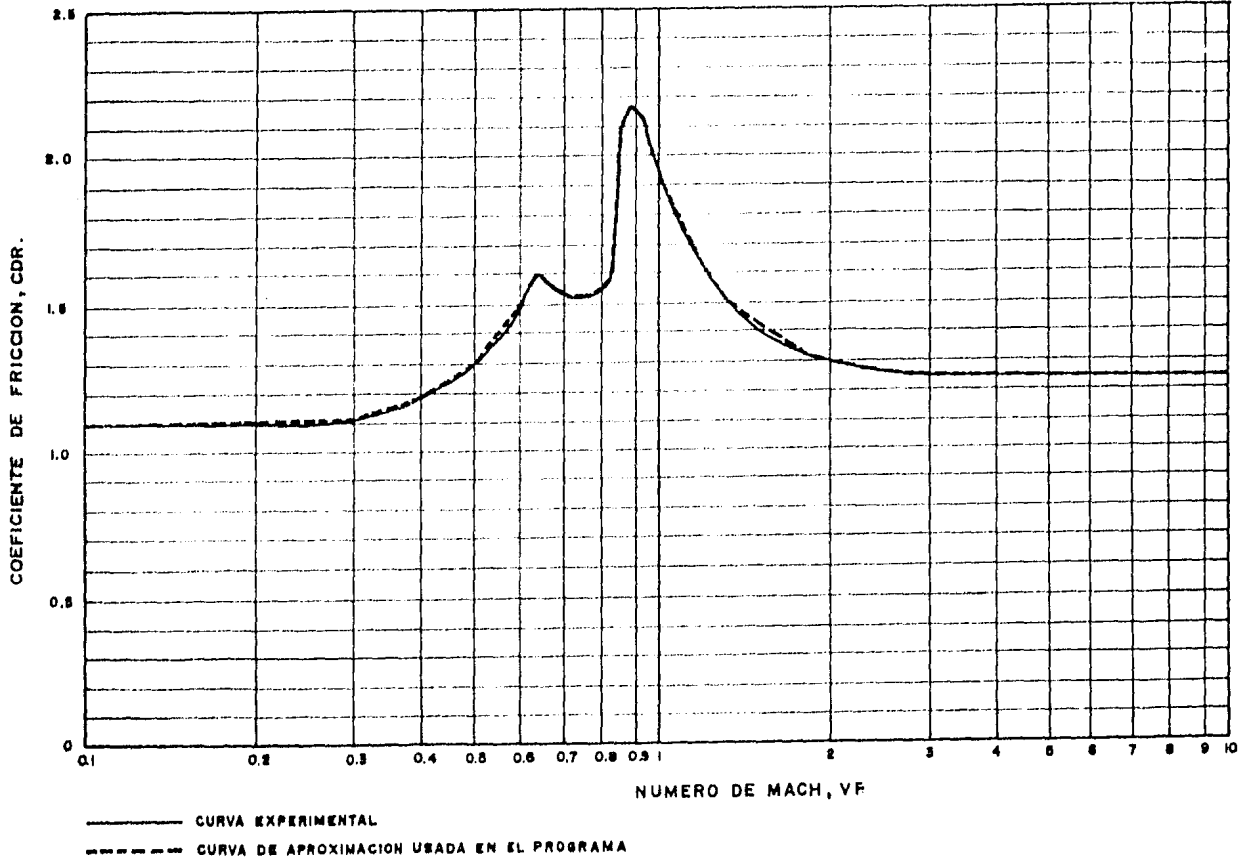
La aproximación por medio de polinomios continuos por secciones, se hace en forma similar a las dos secciones anteriores, - de tal manera que se apege lo mas posible a la curva experimental, ob-  
teniendo la ecuación para las secciones de rectas:

$$C_D = \left[ \frac{CDR_{k+1} - CDR_k}{VR_{k+1} - VR_k} \right] (V_i - V_k) + CDR_k \quad [3]$$

donde  $CDR_{k+1}$  es el valor del coeficiente de fricción correspondiente a uno de los extremos del segmento de recta,  $CDR_k$  es el valor del co  
eficiente de fricción del otro extremo del mismo segmento de recta, -  
así como  $VR_{k+1}$  es la velocidad del piroclasto en el extremo del seg-  
mento en el punto  $k+1$  y  $VR_k$  es el valor de la velocidad del piroclas  
to del otro extremo del mismo segmento,  $V_i$  es la velocidad del piro-  
clasto a la cual se quiere conocer el coeficiente de fricción corres-  
pondiente,  $C_D$ . (Tabla A:3).

La curva que se aproximó por medio de segmentos de rec  
ta es la que corresponde a cilindros con rugosidades de  $7 \times 10^{-3}$  del -  
diámetro del cilindro; para velocidades mayores de 0.7 Mach, los efec-  
tos de viscosidad debido a la rugosidad son mínimos de tal manera que  
el coeficiente de fricción es mínimamente afectado, y este dependerá  
principalmente de la forma del piroclasto, (Daily, 1975).

CILINDROS CON RUGOSIDAD DE 7 X 10 DEL DIAMETRO  
EN FUNCION DEL NUMERO DE MACH, VR, DADA POR  
HOERNER (1965)



**TLABLA A:3**  
**PUNTOS DONDE SE UNEN LOS SEGMENTOS**  
**DE RECTA DE LA CURVA DE APROXIMACION A:3**

NUMERO	VELOCIDAD (m/s)	COEFICIENTE DE FRICCION
k	VR <sub>k</sub>	CDR <sub>k</sub>
1	23	1.10
2	69	1.12
3	92	1.18
4	115	1.30
5	140	1.50
6	147	1.60
7	168	1.53
8	173	1.53
9	187	1.57
10	191	1.87
11	194	2.08
12	211	2.17
13	222	2.08
14	234	1.96
15	276	1.60
16	304	1.46
17	328	1.39
18	374	1.33
19	468	1.30
20	538	1.27
21	702	1.24
22	936	1.23
23	1404	1.23

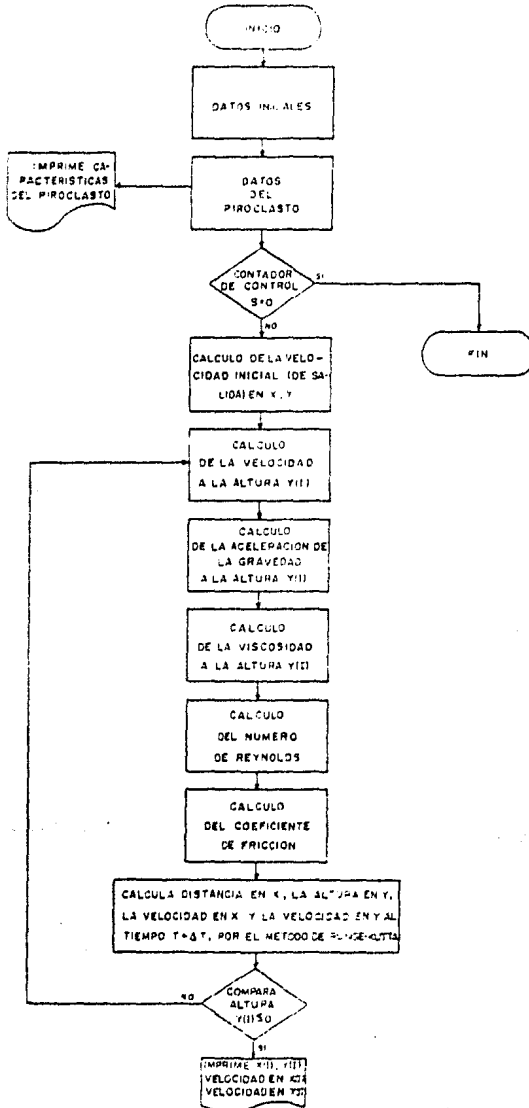
## A P E N D I C E B

### DIAGRAMA DE FLUJO Y PROGRAMA DE COMPUTO

Antes de describir el diagrama de flujo y el programa, hago una lista de los parámetros que intervienen en el desarrollo y cálculo de resultados, así como también los símbolos usados:

<u>Parámetro</u>	<u>Símbolo</u>	<u>Valor</u>
Aceleración de la gravedad de la Tierra....	G .....	variable
Densidad de la partícula.....	$\rho_p, \rho_p$ .....	variable
Densidad del aire .....	$\rho_A, \rho_A$ .....	$122 \times 10^{-5}$ gr/cm <sup>3</sup>
Radio de la Tierra.....	TR .....	$6.378 \times 10^8$ cm
Aceleración de la gravedad al nivel del mar..G <sub>0</sub>	.....	$9.8 \times 10^2$ cm/s <sup>2</sup>
Ángulo de salida .....	$\Theta, \text{THETA}$ .....	variable
Ángulo de la velocidad del aire .....	$\phi, \text{FI}$ .....	variable
Velocidad del aire .....	VA .....	variable
Diámetro del cilindro .....	D .....	variable
Longitud del cilindro .....	L .....	2 veces D
Número de Reynolds .....	R, A, N <sub>R</sub> .....	variable
Coefficiente de fricción .....	CD, b, CR, CDK ...	variable
Velocidad de salida del piroclasto ...	V(2), V(1).....	variable
Intervalo de tiempo .....	$\Delta T, \text{DELTA}$ .....	variable
Posición del piroclasto .....	(X(I), Y(I)) .....	variable
Tiempo .....	T .....	variable
Viscosidad del aire .....	$\mu, \text{MU}$ .....	variable
Velocidad del piroclasto en X .....	W .....	variable
Velocidad del piroclasto en Y .....	U .....	variable
Número de tarjeta .....	S .....	variable

DIAGRAMA DE FLUJO PARA CALCULAR EL MOVIMIENTO DE PIROCLASTOS EN LA ATMÓSFERA DE LA TIERRA



```

C PROGRAMA PARA CALCULAR EL MOVIMIENTO DE PIROCLASTOS EN LA ATMOSFERA TERRESTRE
C DINAMICA DE PARTICULAS VOLCANICAS.
0001 DIMENSION A(20),S(20),V(4,25),COR(25),CR(20),R(4,20)
0002 DIMENSION V(100),X(101),Y(101),X1(101),U(101)
0003 INTEGER H,F
0004 REAL MU,K11,K12,M11,M12,K21,K22,M21,M22,K31,K32,M31,M32,L
0005 REAL K41,K42,M41,M42

C LAS UNIDADES QUE SE MANEJARAN SERAN GRAMOS, CENTIMETROS, SEGUIDOS.
C
C DATOS CONSTANTES INICIALES.
0006 DATA ROA/122.0E-5,TR/6.378E8,GS/9.8E2,THETA/4.5E1,FI/0.0/
0007 DATA K(2)/000.0E2,Y(2)/130.0E3/
0008 DATA 9/2.0E4,50.0,10.0,2.0,0.04,0,1.0,1.0,1.1,1.14/
0009 DATA 4/1.0E-4,0.1,1.0,1.0,3.1,0E3,5.0E2,1.0E3,5.0E5,1.0E4/
0010 DATA VR/2.3E3,6.70E3,9.0E3,11.5E3,14.0E3,14.7E3,16.8E3,17.3E3,
16.7E3,14.1E3,14.4E3,21.1E3,22.2E3,23.4E3,27.6E3,30.4E3,32.8E3,
27.4E3,46.8E3,53.8E3,70.2E3,43.6E3,140.4E3/
0011 DATA COX/1.10,1.12,1.18,1.20,1.50,1.60,1.53,1.53,1.57,1.67,2.08/
12.17,2.08,1.46,1.40,1.44,1.39,1.31,1.30,1.27,1.24,1.23,1.23/
0012 DATA CR/1.14,1.14,1.14,1.05,0.73,0.74,0.75,0.77,0.79,1.0,1.05,
11.07/
0013 DATA RN/1.0E4,3.0E4,4.0E4,5.0E4,6.0E4,7.0E4,8.0E4,9.0E4,1.0E5,
13.0E5,4.0E5,5.0E5/
0014 DATA VA/0.0/

C DATOS DEL PIROCLASTO A ESTUDIAR.
C
0015 100 READ (5,15)ROP,D,L,V(2),DELTT,S
0016 15 FORMAT (B5I0.4)
0017 WRITE (6,10) ROP,D,L,V(2),DELTT,S
0018 10 FORMAT (1H1/, 'DENSIDAD PART=' ,E10.4,2X, 'DIAMETRO=' ,E10.4,2X,
11LONG=' ,E10.4,2X, 'VELOCIDAD=' ,E10.4,2X, 'TIEMPO=' ,E10.4,2X,
PINUM PART. ',2X,E10.4)
0019 IF (S.EQ.0) GO TO 900

C CALCULO DE LA VELOCIDAD (INICIAL EN X Y EN Y
C W(2)=V(2)*SIN(THETA*13.14/180)+VA*COS(PI*13.14/180)
0020 U(2)=V(2)*COS(THETA*13.14/180)
0021

C TIEPO Y POSICION PREINICIAL AL MOVIMIENTO.
C
0022 T=0
0023 X(1)=0
0024 Y(1)=0
0025 DO 1 I=2,100

C CALCULO DE LA VELOCIDAD DE LA PARTICULA A LA ALTURA Y(I).
C
0026 V(I)=(W(I)**2)+(U(I)**2)**0.5

C CALCULO DE LA ACCELERACION DE LA GRAVEDAD DE LA TIERRA A LA ALTURA Y(I).
C
0027 G=G1/(1+(Y(I)/TR))**2
0028 IF (Y(I).GE.0.AND.Y(I).LE.12E5) GO TO 300
0029 IF (Y(I).GT.12E5.AND.Y(I).LE.20E5) GO TO 300
0030 IF (Y(I).GT.20E5.AND.Y(I).LE.50E5) GO TO 400
0031 IF (Y(I).GT.50E5) GO TO 500
0032 GO TO 500

```

```

C      CALCULO DE LA VISCOSIDAD (MU) A LA ALTURA (Z).
0033 200 MU=(172E-6)*JMG/(405-(4.5E-5)*Y(1))*(1+(25-11.5E-5)*Y(1)/273)**
      11.51
      GO TO 250
0034      GO TO 250
0035 300 MU=1.423E-4
      GO TO 250
0036 400 MU=172E-6*(790/1294+2E-5*Y(1))*(1+(177+2E-5*Y(1))/273)**1.51
0037      GO TO 250
0038 500 WRITE (6,12)
0039 12 FORMAT (1H,'Y(1) FUERA DE ESTUDIO')
0040      GO TO 1000
0041

```

```

C      CALCULO DEL NUMERO DE REYNOLDS ADECUADO.
C      250 R=(D*V(1))*ROA/MU
      IF (R.LT.A(1)) GO TO 600
      IF (R.GT.1.DEN.ANO.R.LE.5.OE5) GO TO 650
      IF (R.GT.5.OE5) GO TO 711
      DO 5 J=1,10
      IF (R.GT.A(J).AND.R.LE.A(J+1)) GO TO 700
      5 CONTINUE

```

```

C      OBTENCION DEL COEFICIENTE DE FRICCION.
C      600 CD=0
      WRITE (6,14)
      14 FORMAT (1H,'R FUERA DE ESTUDIO')
      GO TO 1000
0052 650 CD=3E-1,12
      IF (R.GT.RN(F).AND.R.LE.RN(F+1)) GO TO 730
      3 CONTINUE
0053 700 CD=(R(J+1)-B(J))/(A(J+1)-A(J))*(R-A(J))+B(J)
      GO TO 750
0054 711 CD=2E-1,20
      IF (V(1).GT.VR(K).AND.V(1).LE.VR(K+1)) GO TO 712
      2 CONTINUE
0055 712 CD=(COR(K+1)-CD*(K))/(VR(K+1)-VR(K))*(V(1)-VR(K))+CDR(K)
      GO TO 750
0056 730 CD=(CR(F+1)-CD*(F))/(RN(F+1)-RN(F))*(R-RN(F))+CR(F)
0057
0058
0059
0060
0061
0062
0063

```

```

C      CALCULO DE LOS FACTORES DE FRICCION P Y Q.
C      750 P=(2*CD*ROA)/(7.14+40P*D)
      IF (Y(1).LT.Y(1-1)) GO TO 800
      IF (Y(1).GT.Y(1-1)) GO TO 820
0064 800 Q=(2*CD*ROA)/(5.14+40P*D)
0065      GO TO 850
0066 820 Q=(2*CD*ROA)/(3.14+40P*D)
0067
0068

```

```

C      TIEMPO CARACTERISTICO.
C      850 T=1*DELTT
      IF (U(1).LT.D) GO TO 860
0070
0071

```

```

C      CALCULOS PARCIALES DEL METODO DE RUNGE KUTTA.
      K11=H(1)*DELTT
      K12=U(1)*DELTT
      M11=-P(1)*H(1)**2+U(1)**2*RO.D.SI*H(1)*DELTT
      M12=-Q(1)*H(1)**2+U(1)**2*RO.D.SI*U(1)*DELTT-Q*DELTT
      K21=H(1)*M11/211*DELTT

```



```

0077      K22=(U(1)+(M12/2))*DELTT
0078      M21=-P*((W(1)+(M11/2))*2+(U(1)+(M12/2))*2)*D.5)*(W(1)+(M11/2))
1*DELTT
0079      M22=-Q*((W(1)+(M11/2))*2+(U(1)+(M12/2))*2)*D.5)*(U(1)+(M12/2))
1*DELTT-(G*DELTT)
0080      K31=(W(1)+(M21/2))*DELTT
0081      K32=(U(1)+(M22/2))*DELTT
0082      M31=-P*((W(1)+(M21/2))*2+(U(1)+(M22/2))*2)*D.5)*(W(1)+(M21/2))
1*DELTT
0083      M32=-Q*((W(1)+(M21/2))*2+(U(1)+(M22/2))*2)*D.5)*(U(1)+(M22/2))
1*DELTT-(G*DELTT)
0084      K41=(W(1)+M31)*DELTT
0085      K42=(U(1)+M32)*DELTT
0086      M41=-P*((W(1)+M31))*2+(U(1)+M32))*2)*D.5)*(W(1)+M31)*DELTT
0087      M42=-Q*((W(1)+M31))*2+(U(1)+M32))*2)*D.5)*(U(1)+M32)*DELTT-(G*DE
LTT)

```

C  
C

```

0088      RESULTADOS FINALES AL TIEMPO T(1)+DELTT.
0089      X(1+1)=X(1)+(DELTT/6)*(K11+2*K21+2*K31+K41)
0090      W(1+1)=W(1)+(DELTT/6)*(M11+2*M21+2*M31+M41)
0091      Y(1+1)=Y(1)+(DELTT/6)*(K12+2*K22+2*K32+K42)
0092      U(1+1)=U(1)+(DELTT/6)*(M12+2*M22+2*M32+M42)
0093      GO TO 870
0094      860 U(1)=ABS (U(1))
0095      K11=W(1)*DELTT
0096      K12=U(1)*DELTT
0097      M11=-P*((W(1))*2+U(1))*2)*D.5)*W(1)*DELTT
0098      M12=-Q*((W(1))*2+U(1))*2)*D.5)*U(1)*DELTT-G*DELTT
0099      K21=(W(1)+(M11/2))*DELTT
0100      K22=(U(1)+(M12/2))*DELTT
0101      M21=-P*((W(1)+(M11/2))*2+(U(1)+(M12/2))*2)*D.5)*(W(1)+(M11/2))
1*DELTT
0102      M22=-Q*((W(1)+(M11/2))*2+(U(1)+(M12/2))*2)*D.5)*(U(1)+(M12/2))
1*DELTT-(G*DELTT)
0103      K31=(W(1)+(M21/2))*DELTT
0104      K32=(U(1)+(M22/2))*DELTT
0105      M31=-P*((W(1)+(M21/2))*2+(U(1)+(M22/2))*2)*D.5)*(W(1)+(M21/2))
1*DELTT
0106      M32=-Q*((W(1)+(M21/2))*2+(U(1)+(M22/2))*2)*D.5)*(U(1)+(M22/2))
1*DELTT-(G*DELTT)
0107      K41=(W(1)+M31)*DELTT
0108      K42=(U(1)+M32)*DELTT
0109      M41=-P*((W(1)+M31))*2+(U(1)+M32))*2)*D.5)*(W(1)+M31)*DELTT
0110      M42=-Q*((W(1)+M31))*2+(U(1)+M32))*2)*D.5)*(U(1)+M32)*DELTT-(G*DE
LTT)
0110      X(1+1)=X(1)+(DELTT/6)*(K11+2*K21+2*K31+K41)
0111      W(1+1)=W(1)+(DELTT/6)*(M11+2*M21+2*M31+M41)
0112      Y(1+1)=Y(1)+(DELTT/6)*(K12+2*K22+2*K32+K42)
0113      U(1+1)=U(1)+(DELTT/6)*(M12+2*M22+2*M32+M42)
0114      870 IF (Y(1+1).LT.0.0) GO TO 1000
0115      9 CONTINUE

```

C

C LISTA DE RESULTADOS TOTALES DEL MOVIMIENTO DEL PIROCLASTO EN ESTUDIO.

C CON POSICION (X,Y), Y VELOCIDAD (W,U).

```

0116      1000 I3=1
0117      WRITE (6,20)

```

FORTRAN IV G3 RELEASE 2.0

0118  
0119  
0120  
0121  
0122  
0123  
0124  
0125  
0126

MAIN

DATE = 84311

04/35/55

PAGE 0004

```
20 FORMAT (1H, '///', 7X, 'X(1)', 14X, 'W(1)', 14X, 'Y(1)', 14X, 'U(1)')  
   WRITE (6,40)  
40 FORMAT (1H, '7X', 'CM', 14X, 'CM/S', 14X, 'CM', 14X, 'CM/S')  
   DO 7 I=1,13  
7   WRITE (6,30) X(I),W(I),Y(I),U(I)  
30  FORMAT (1H, '3X', E10.4, 8X, E10.4, 8X, E10.4, 8X, E10.4)  
   GO TO 100  
400 CALL EXIT  
   END
```

APENDICE C

RESULTADOS NUMERICOS DIRECTOS DE LA COMPUTADORA

ENSIDAD PART=0.2500E 01 OIAM=0.2000E 02 LONG=0.4000E 02 VELOC=0.1000E 04 TIEMPO=0.2000E 00 NUM PART. 0.1000E 01

X(1) CM	W(1) CM/S	Y(1) CM	U(1) CM/S
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.7068E 03	0.1000E 06	0.7074E 03
0.2624E 02	0.7015E 03	0.1000E 06	0.6879E 03
0.5646E 02	0.7012E 03	0.1000E 06	0.6255E 03
0.8468E 02	0.7058E 03	0.1000E 06	0.5870E 03
0.1129E 03	0.7055E 03	0.1001E 06	0.5496E 03
0.1411E 03	0.7052E 03	0.1001E 06	0.5102E 03
0.1592E 03	0.7049E 03	0.1001E 06	0.4704E 03
0.1774E 03	0.7047E 03	0.1001E 06	0.4315E 03
0.2256E 03	0.7044E 03	0.1002E 06	0.2522E 01
0.2537E 03	0.7041E 03	0.1002E 06	0.2529E 01
0.2819E 03	0.7038E 03	0.1002E 06	0.2136E 01
0.3100E 03	0.7036E 03	0.1002E 06	0.2784E 03
0.3381E 03	0.7033E 03	0.1002E 06	0.2351E 03
0.3662E 03	0.7031E 03	0.1002E 06	0.1454E 03
0.3943E 03	0.7028E 03	0.1002E 06	0.1567E 03
0.4224E 03	0.7026E 03	0.1002E 06	0.1175E 03
0.4505E 03	0.7024E 03	0.1002E 06	0.7826E 02
0.4786E 03	0.7021E 03	0.1002E 06	0.3908E 02
0.5068E 03	0.7019E 03	0.1002E 06	0.1277E 00
0.5349E 03	0.7016E 03	0.1002E 06	0.3435E 02
0.5627E 03	0.7014E 03	0.1002E 06	0.7352E 02
0.5907E 03	0.7012E 03	0.1002E 06	0.1177E 03
0.6188E 03	0.7009E 03	0.1002E 06	0.1569E 03
0.6468E 03	0.7007E 03	0.1002E 06	0.1461E 03
0.6748E 03	0.7004E 03	0.1002E 06	0.2352E 03
0.7028E 03	0.7002E 03	0.1002E 06	0.2744E 03
0.7307E 03	0.6999E 03	0.1002E 06	0.2125E 03
0.7587E 03	0.6997E 03	0.1002E 06	0.5506E 03
0.7867E 03	0.6994E 03	0.1002E 06	0.3417E 03
0.8146E 03	0.6991E 03	0.1002E 06	0.4308E 03
0.8426E 03	0.6989E 03	0.1000E 06	0.5038E 03
0.8705E 03	0.6986E 03	0.1000E 06	0.4418E 03
0.8984E 03	0.6983E 03	0.1001E 06	0.5369E 03
0.9263E 03	0.6980E 03	0.1001E 06	0.4258E 03
0.9542E 03	0.6977E 03	0.1000E 06	0.6648E 03
0.9821E 03	0.6974E 03	0.1000E 06	0.7037E 03
0.1038E 04	0.6971E 03	0.1000E 06	0.7426E 03
0.1066E 04	0.6968E 03	0.9998E 05	0.7315E 03
0.1093E 04	0.6966E 03	0.9995E 05	0.8203E 03
0.1121E 04	0.6963E 03	0.9992E 05	0.8591E 03
0.1149E 04	0.6961E 03	0.9989E 05	0.8979E 03
0.1177E 04	0.6959E 03	0.9986E 05	0.9366E 03
0.1205E 04	0.6956E 03	0.9982E 05	0.9753E 03
0.1232E 04	0.6954E 03	0.9979E 05	0.1014E 04
0.1260E 04	0.6952E 03	0.9975E 05	0.1053E 04
0.1288E 04	0.6950E 03	0.9971E 05	0.1091E 04
0.1315E 04	0.6948E 03	0.9967E 05	0.1130E 04
0.1343E 04	0.6946E 03	0.9963E 05	0.1168E 04
0.1371E 04	0.6944E 03	0.9959E 05	0.1205E 04
0.1398E 04	0.6942E 03	0.9955E 05	0.1243E 04
0.1426E 04	0.6940E 03	0.9951E 05	0.1281E 04
0.1454E 04	0.6938E 03	0.9947E 05	0.1319E 04
0.1481E 04	0.6936E 03	0.9943E 05	0.1357E 04
0.1509E 04	0.6934E 03	0.9939E 05	0.1395E 04



ENSIDAD PART=0.2500E 01 DIAM=0.2000E 02 LONG=0.4000E 02 VELOC=0.3000E 04 TIEMPO=0.3000E 00 NUM PART. 0.2000E 01

X(1) CM	W(1) CM/S	Y(1) CM	U(1) CM/S
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.2120E 04	0.1000E 06	0.2122E 04
0.1645E 03	0.2112E 04	0.1002E 06	0.2026E 04
0.3762E 03	0.2103E 04	0.1003E 06	0.1930E 04
0.5662E 03	0.2095E 04	0.1005E 06	0.1835E 04
0.7515E 03	0.2086E 04	0.1007E 06	0.1740E 04
0.9400E 03	0.2078E 04	0.1008E 06	0.1646E 04
0.1126E 04	0.2071E 04	0.1009E 06	0.1552E 04
0.1311E 04	0.2064E 04	0.1011E 06	0.1458E 04
0.1496E 04	0.2056E 04	0.1012E 06	0.1364E 04
0.1640E 04	0.2049E 04	0.1013E 06	0.1270E 04
0.1863E 04	0.2043E 04	0.1015E 06	0.1182E 04
0.2046E 04	0.2036E 04	0.1016E 06	0.1090E 04
0.2228E 04	0.2030E 04	0.1016E 06	0.9992E 03
0.2410E 04	0.2024E 04	0.1016E 06	0.9084E 03
0.2591E 04	0.2017E 04	0.1017E 06	0.8180E 03
0.2772E 04	0.2012E 04	0.1018E 06	0.7276E 03
0.2952E 04	0.2006E 04	0.1018E 06	0.6380E 03
0.3132E 04	0.2000E 04	0.1019E 06	0.5484E 03
0.3311E 04	0.1994E 04	0.1019E 06	0.4591E 03
0.3490E 04	0.1987E 04	0.1019E 06	0.3701E 03
0.3663E 04	0.1984E 04	0.1019E 06	0.2813E 03
0.3846E 04	0.1978E 04	0.1020E 06	0.1926E 03
0.4023E 04	0.1973E 04	0.1020E 06	0.1045E 03
0.4200E 04	0.1968E 04	0.1020E 06	0.1640E 02
0.4376E 04	0.1962E 04	0.1019E 06	0.7212E 02
0.4552E 04	0.1957E 04	0.1020E 06	0.1605E 03
0.4727E 04	0.1952E 04	0.1020E 06	0.2487E 03
0.4902E 04	0.1947E 04	0.1019E 06	0.3366E 03
0.5076E 04	0.1942E 04	0.1019E 06	0.4243E 03
0.5250E 04	0.1937E 04	0.1019E 06	0.5117E 03
0.5424E 04	0.1931E 04	0.1019E 06	0.5989E 03
0.5597E 04	0.1926E 04	0.1018E 06	0.6858E 03
0.5770E 04	0.1921E 04	0.1018E 06	0.7725E 03
0.5942E 04	0.1916E 04	0.1017E 06	0.8589E 03
0.6113E 04	0.1910E 04	0.1017E 06	0.9451E 03
0.6284E 04	0.1905E 04	0.1016E 06	0.1031E 04
0.6455E 04	0.1899E 04	0.1015E 06	0.1116E 04
0.6625E 04	0.1894E 04	0.1014E 06	0.1202E 04
0.6795E 04	0.1888E 04	0.1013E 06	0.1287E 04
0.6964E 04	0.1882E 04	0.1012E 06	0.1371E 04
0.7132E 04	0.1876E 04	0.1011E 06	0.1456E 04
0.7300E 04	0.1870E 04	0.1010E 06	0.1539E 04
0.7457E 04	0.1864E 04	0.1009E 06	0.1623E 04
0.7634E 04	0.1858E 04	0.1007E 06	0.1706E 04
0.7800E 04	0.1851E 04	0.1006E 06	0.1789E 04
0.7966E 04	0.1845E 04	0.1004E 06	0.1871E 04
0.8131E 04	0.1838E 04	0.1003E 06	0.1953E 04
0.8295E 04	0.1831E 04	0.1001E 06	0.2034E 04
0.8459E 04	0.1824E 04	0.9995E 05	0.2115E 04
0.8622E 04	0.1817E 04	0.9997E 05	0.2196E 04
0.8785E 04	0.1810E 04	0.9994E 05	0.2276E 04
0.8946E 04	0.1802E 04	0.9991E 05	0.2355E 04
0.9107E 04	0.1795E 04	0.9988E 05	0.2434E 04
0.9268E 04	0.1787E 04	0.9986E 05	0.2512E 04



ENSIDAO PART=0.2500E 01 DIAM=0.2000E 02 LONG=0.4000E 04 VELDC=0.1000E 05 TIEMPO=0.5000E 00 NON PART. D.3000E 03

X(11) CM	W(11) CM/S	Y(11) CM	U(11) CM/S
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.7064E 04	0.1000E 06	0.7074E 04
0.1689E 04	0.6767E 04	0.1016E 06	0.6536E 04
0.2312E 04	0.6500E 04	0.1031E 06	0.6045E 04
0.4875E 04	0.6262E 04	0.1045E 06	0.5567E 04
0.6395E 04	0.6046E 04	0.1058E 06	0.5156E 04
0.7846E 04	0.5847E 04	0.1070E 06	0.4753E 04
0.8322E 04	0.5670E 04	0.1081E 06	0.4370E 04
0.1074E 05	0.5506E 04	0.1091E 06	0.4006E 04
0.1194E 05	0.5355E 04	0.1100E 06	0.3658E 04
0.1326E 05	0.5215E 04	0.1109E 06	0.3324E 04
0.1455E 05	0.5085E 04	0.1116E 06	0.3002E 04
0.1579E 05	0.4964E 04	0.1124E 06	0.2691E 04
0.1700E 05	0.4852E 04	0.1131E 06	0.2390E 04
0.1814E 05	0.4749E 04	0.1138E 06	0.2106E 04
0.1935E 05	0.4654E 04	0.1145E 06	0.1834E 04
0.2048E 05	0.4566E 04	0.1152E 06	0.1577E 04
0.2160E 05	0.4486E 04	0.1158E 06	0.1267E 04
0.2264E 05	0.4424E 04	0.1165E 06	0.1003E 04
0.2377E 05	0.4379E 04	0.1170E 06	0.7434E 03
0.2492E 05	0.4341E 04	0.1175E 06	0.4930E 03
0.2606E 05	0.4314E 04	0.1180E 06	0.2493E 03
0.2657E 05	0.4297E 04	0.1185E 06	0.1031E 03
0.2727E 05	0.4289E 04	0.1190E 06	0.4432E 03
0.2796E 05	0.4290E 04	0.1195E 06	0.7355E 03
0.2873E 05	0.4299E 04	0.1200E 06	0.9753E 03
0.2947E 05	0.4317E 04	0.1205E 06	0.1205E 04
0.3019E 05	0.4342E 04	0.1210E 06	0.1437E 04
0.3094E 05	0.4375E 04	0.1215E 06	0.1667E 04
0.3194E 05	0.4427E 04	0.1220E 06	0.1885E 04
0.3244E 05	0.4498E 04	0.1225E 06	0.2100E 04
0.3311E 05	0.4585E 04	0.1230E 06	0.2313E 04
0.3361E 05	0.4687E 04	0.1235E 06	0.2521E 04
0.3420E 05	0.4804E 04	0.1240E 06	0.2725E 04
0.3478E 05	0.4936E 04	0.1245E 06	0.2925E 04
0.3537E 05	0.5083E 04	0.1250E 06	0.3121E 04
0.3597E 05	0.5245E 04	0.1255E 06	0.3311E 04
0.3657E 05	0.5422E 04	0.1260E 06	0.3496E 04
0.3718E 05	0.5614E 04	0.1265E 06	0.3677E 04
0.3779E 05	0.5821E 04	0.1270E 06	0.3852E 04
0.3840E 05	0.6044E 04	0.1275E 06	0.4022E 04
0.3901E 05	0.6282E 04	0.1280E 06	0.4187E 04
0.3962E 05	0.6536E 04	0.1285E 06	0.4346E 04
0.4023E 05	0.6806E 04	0.1290E 06	0.4501E 04
0.4084E 05	0.7092E 04	0.1295E 06	0.4651E 04
0.4145E 05	0.7395E 04	0.1300E 06	0.4797E 04
0.4206E 05	0.7715E 04	0.1305E 06	0.4940E 04
0.4267E 05	0.8052E 04	0.1310E 06	0.5082E 04
0.4328E 05	0.8406E 04	0.1315E 06	0.5221E 04
0.4389E 05	0.8777E 04	0.1320E 06	0.5358E 04
0.4450E 05	0.9164E 04	0.1325E 06	0.5493E 04
0.4511E 05	0.9568E 04	0.1330E 06	0.5626E 04
0.4572E 05	1.0000E 04	0.1335E 06	0.5758E 04
0.4633E 05	1.0459E 04	0.1340E 06	0.5889E 04
0.4694E 05	1.0946E 04	0.1345E 06	0.6019E 04
0.4755E 05	1.1461E 04	0.1350E 06	0.6148E 04
0.4816E 05	1.2004E 04	0.1355E 06	0.6276E 04
0.4877E 05	1.2575E 04	0.1360E 06	0.6403E 04
0.4938E 05	1.3174E 04	0.1365E 06	0.6529E 04
0.5000E 05	1.3800E 04	0.1370E 06	0.6654E 04
0.5061E 05	1.4453E 04	0.1375E 06	0.6778E 04
0.5122E 05	1.5134E 04	0.1380E 06	0.6901E 04
0.5183E 05	1.5843E 04	0.1385E 06	0.7023E 04
0.5244E 05	1.6680E 04	0.1390E 06	0.7144E 04
0.5305E 05	1.7645E 04	0.1395E 06	0.7264E 04
0.5366E 05	1.8748E 04	0.1400E 06	0.7383E 04
0.5427E 05	1.9989E 04	0.1405E 06	0.7501E 04
0.5488E 05	2.1370E 04	0.1410E 06	0.7618E 04
0.5549E 05	2.2891E 04	0.1415E 06	0.7734E 04
0.5610E 05	2.4552E 04	0.1420E 06	0.7849E 04
0.5671E 05	2.6363E 04	0.1425E 06	0.7963E 04
0.5732E 05	2.8324E 04	0.1430E 06	0.8076E 04
0.5793E 05	3.0445E 04	0.1435E 06	0.8188E 04
0.5854E 05	3.2726E 04	0.1440E 06	0.8300E 04
0.5915E 05	3.5167E 04	0.1445E 06	0.8411E 04
0.5976E 05	3.7768E 04	0.1450E 06	0.8521E 04
0.6037E 05	4.0529E 04	0.1455E 06	0.8630E 04
0.6098E 05	4.3450E 04	0.1460E 06	0.8738E 04
0.6159E 05	4.6531E 04	0.1465E 06	0.8846E 04
0.6220E 05	4.9772E 04	0.1470E 06	0.8953E 04
0.6281E 05	5.3183E 04	0.1475E 06	0.9059E 04
0.6342E 05	5.6864E 04	0.1480E 06	0.9164E 04
0.6403E 05	6.0815E 04	0.1485E 06	0.9268E 04
0.6464E 05	6.5046E 04	0.1490E 06	0.9371E 04
0.6525E 05	6.9557E 04	0.1495E 06	0.9473E 04
0.6586E 05	7.4348E 04	0.1500E 06	0.9574E 04
0.6647E 05	7.9419E 04	0.1505E 06	0.9674E 04
0.6708E 05	8.4770E 04	0.1510E 06	0.9773E 04
0.6769E 05	9.0401E 04	0.1515E 06	0.9871E 04
0.6830E 05	9.6312E 04	0.1520E 06	0.9968E 04
0.6891E 05	1.0250E 05	0.1525E 06	1.0064E 04
0.6952E 05	1.0915E 05	0.1530E 06	1.0158E 04
0.7013E 05	1.1617E 05	0.1535E 06	1.0251E 04
0.7074E 05	1.2356E 05	0.1540E 06	1.0343E 04
0.7135E 05	1.3133E 05	0.1545E 06	1.0434E 04
0.7196E 05	1.3948E 05	0.1550E 06	1.0524E 04
0.7257E 05	1.4801E 05	0.1555E 06	1.0613E 04
0.7318E 05	1.5692E 05	0.1560E 06	1.0701E 04
0.7379E 05	1.6723E 05	0.1565E 06	1.0788E 04
0.7440E 05	1.7804E 05	0.1570E 06	1.0874E 04
0.7501E 05	1.8935E 05	0.1575E 06	1.0959E 04
0.7562E 05	2.0116E 05	0.1580E 06	1.1043E 04
0.7623E 05	2.1347E 05	0.1585E 06	1.1126E 04
0.7684E 05	2.2628E 05	0.1590E 06	1.1208E 04
0.7745E 05	2.3959E 05	0.1595E 06	1.1289E 04
0.7806E 05	2.5340E 05	0.1600E 06	1.1369E 04
0.7867E 05	2.6771E 05	0.1605E 06	1.1448E 04
0.7928E 05	2.8252E 05	0.1610E 06	1.1526E 04
0.7989E 05	2.9783E 05	0.1615E 06	1.1603E 04
0.8050E 05	3.1364E 05	0.1620E 06	1.1679E 04
0.8111E 05	3.2995E 05	0.1625E 06	1.1754E 04
0.8172E 05	3.4676E 05	0.1630E 06	1.1828E 04
0.8233E 05	3.6407E 05	0.1635E 06	1.1901E 04
0.8294E 05	3.8188E 05	0.1640E 06	1.1973E 04
0.8355E 05	4.0019E 05	0.1645E 06	1.2044E 04
0.8416E 05	4.1900E 05	0.1650E 06	1.2114E 04
0.8477E 05	4.3831E 05	0.1655E 06	1.2183E 04
0.8538E 05	4.5812E 05	0.1660E 06	1.2251E 04
0.8599E 05	4.7843E 05	0.1665E 06	1.2318E 04
0.8660E 05	4.9924E 05	0.1670E 06	1.2384E 04
0.8721E 05	5.2055E 05	0.1675E 06	1.2449E 04
0.8782E 05	5.4236E 05	0.1680E 06	1.2513E 04
0.8843E 05	5.6467E 05	0.1685E 06	1.2576E 04
0.8904E 05	5.8748E 05	0.1690E 06	1.2638E 04
0.8965E 05	6.1079E 05	0.1695E 06	1.2699E 04
0.9026E 05	6.3460E 05	0.1700E 06	1.2759E 04
0.9087E 05	6.5891E 05	0.1705E 06	1.2818E 04
0.9148E 05	6.8372E 05	0.1710E 06	1.2876E 04
0.9209E 05	7.0903E 05	0.1715E 06	1.2933E 04
0.9270E 05	7.3484E 05	0.1720E 06	1.2989E 04
0.9331E 05	7.6115E 05	0.1725E 06	1.3044E 04
0.9392E 05	7.8796E 05	0.1730E 06	1.3098E 04
0.9453E 05	8.1527E 05	0.1735E 06	1.3151E 04
0.9514E 05	8.4308E 05	0.1740E 06	1.3203E 04
0.9575E 05	8.7139E 05	0.1745E 06	1.3254E 04
0.9636E 05	9.0020E 05	0.1750E 06	1.3304E 04
0.9697E 05	9.2951E 05	0.1755E 06	1.3353E 04
0.9758E 05	9.5932E 05	0.1760E 06	1.3402E 04
0.9819E 05	9.8963E 05	0.1765E 06	1.3450E 04
0.9880E 05	1.0204E 06	0.1770E 06	1.3497E 04
0.9941E 05	1.0510E 06	0.1775E 06	1.3543E 04
1.0002E 05	1.0821E 06	0.1780E 06	1.3588E 04
1.0063E 05	1.1137E 06	0.1785E 06	1.3633E 04
1.0124E 05	1.1458E 06	0.1790E 06	1.3677E 04
1.0185E 05	1.1784E 06	0.1795E 06	1.3720E 04
1.0246E 05	1.2115E 06	0.1800E 06	1.3762E 04
1.0307E 05	1.2451E 06	0.1805E 06	1.3803E 04
1.0368E 05	1.2792E 06	0.1810E 06	1.3844E 04
1.0429E 05	1.3138E 06	0.1815E 06	1.3884E 04
1.0490E 05	1.3489E 06	0.1820E 06	1.3923E 04
1.0551E 05	1.3845E 06	0.1825E 06	1.3961E 04
1.0612E 05	1.4206E 06	0.1830E 06	1.4000E 04
1.0673E 05	1.4572E 06	0.1835E 06	1.4037E 04
1.0734E 05	1.4943E 06	0.1840E 06	1.4074E 04
1.0795E 05	1.5319E 06	0.1845E 06	1.4110E 04
1.0856E 05	1.5700E 06	0.1850E 06	1.4145E 04
1.0917E 05	1.6086E 06	0.1855E 06	1.4180E 04
1.0978E 05	1.6477E 06	0.1860E 06	1.4214E 04
1.1039E 05	1.6873E 06	0.1865E 06	1.4248E 04
1.1100E 05	1.7274E 06	0.1870E 06	1.4281E 04
1.1161E 05	1.7680E 06	0.1875E 06	1.4313E 04
1.1222E 05	1.8091E 06	0.1880E 06	1.4345E 04
1.1283E 05	1.8507E 06	0.1885E 06	1.4376E 04
1.1344E 05	1.8928E 06	0.1890E 06	1.4407E 04
1.1405E 05	1.9354E 06	0.1895E 06	1.4437E 04
1.1466E 05	1.9785E 06	0.1900E 06	1.4467E 04
1.1527E 05	2.0221E 06	0.1905E 06	1.4496E 04
1.1588E 05	2.0662E 06	0.1910E 06	1.4525E 04
1.1649E 05	2.1108E 06	0.1915E 06	1.4553E 04
1.1710E 05	2.1559E 06	0.1920E 06	1.4581E 04
1.1771E 05	2.2015E 06	0.1925E 06	1.4608E 04
1.1832E 05	2.2476E 06	0.1930E 06	1.4635E 04
1.1893E 05	2.2942E 06	0.1935E 06	1.4662E 04
1.1954E 05	2.3413E 06	0.1940E 06	1.4688E 04
1.2015E 05	2.3889E 06	0.1945E 06	1.4714E 04
1.2076E 05	2.4370E 06	0.1950E 06	1.4739E 04
1.2137E 05	2.4856E 06	0.1955E 06	1.4764E 04
1.2198E 05	2.5347E 06	0.1960E 06	1.4788E 04
1.2259E 05	2.5843E 06	0.1965E 06	1.4812E 04
1.2320E 05	2.6344E 06	0.1970E 06	1.4835E 04
1.2381E 05	2.6850E 06	0.1975E 06	1.4858E 04
1.2442E 05	2.7361E 06	0.1980E 06	1.4880E 04
1.2503E 05	2.7877E 06	0.1985E 06	1.4902E 04
1.2564E 05	2.8398E 06	0.1990E 06	1.4923E 04
1.2625E 05	2.8924E 06	0.1995E 06	1.4944E 04
1.2686E 05	2.9455E 06	0.2000E 06	1.4964E 04
1.2747E 05	2.9991E 06	0.2005E 06	1.4984E 04
1.2808E 05	3.0532E 06	0.2	



0.5247E 05	0.2054E 04	0.8815E 05	0.1457E 04
0.5247E 05	0.2001E 04	0.8658E 05	0.6025E 04
0.5346E 05	0.1948E 04	0.8520E 05	0.6108E 04
0.5347E 05	0.1896E 04	0.8369E 05	0.6188E 04
0.5437E 05	0.1845E 04	0.8216E 05	0.6263E 04
0.5484E 05	0.1794E 04	0.8061E 05	0.6335E 04
0.5529E 05	0.1745E 04	0.7905E 05	0.6402E 04
0.5570E 05	0.1697E 04	0.7746E 05	0.6465E 04
0.5611E 05	0.1649E 04	0.7596E 05	0.6527E 04
0.5651E 05	0.1603E 04	0.7444E 05	0.6584E 04
0.5690E 05	0.1557E 04	0.7291E 05	0.6636E 04
0.5728E 05	0.1513E 04	0.7096E 05	0.6690E 04
0.5765E 05	0.1469E 04	0.6930E 05	0.6738E 04
0.5802E 05	0.1427E 04	0.6763E 05	0.6784E 04
0.5835E 05	0.1385E 04	0.6594E 05	0.6827E 04
0.5864E 05	0.1345E 04	0.6424E 05	0.6867E 04
0.5892E 05	0.1305E 04	0.6254E 05	0.6905E 04
0.5933E 05	0.1267E 04	0.6082E 05	0.6940E 04
0.5964E 05	0.1229E 04	0.5909E 05	0.6973E 04
0.5993E 05	0.1192E 04	0.5736E 05	0.7005E 04
0.6022E 05	0.1157E 04	0.5561E 05	0.7034E 04
0.6050E 05	0.1122E 04	0.5386E 05	0.7061E 04
0.6078E 05	0.1088E 04	0.5210E 05	0.7087E 04
0.6104E 05	0.1055E 04	0.5034E 05	0.7111E 04
0.6130E 05	0.1023E 04	0.4856E 05	0.7134E 04
0.6154E 05	0.9911E 03	0.4679E 05	0.7155E 04
0.6178E 05	0.9613E 03	0.4500E 05	0.7174E 04
0.6202E 05	0.9318E 03	0.4321E 05	0.7193E 04
0.6224E 05	0.9032E 03	0.4142E 05	0.7210E 04
0.6246E 05	0.8753E 03	0.3962E 05	0.7226E 04
0.6267E 05	0.8483E 03	0.3782E 05	0.7241E 04
0.6285E 05	0.8220E 03	0.3601E 05	0.7255E 04
0.6308E 05	0.7966E 03	0.3420E 05	0.7264E 04
0.6327E 05	0.7718E 03	0.3239E 05	0.7281E 04
0.6346E 05	0.7478E 03	0.3057E 05	0.7292E 04
0.6364E 05	0.7245E 03	0.2875E 05	0.7303E 04
0.6381E 05	0.7019E 03	0.2692E 05	0.7313E 04
0.6395E 05	0.6800E 03	0.2510E 05	0.7323E 04
0.6415E 05	0.6587E 03	0.2327E 05	0.7331E 04
0.6431E 05	0.6381E 03	0.2144E 05	0.7340E 04
0.6446E 05	0.6181E 03	0.1961E 05	0.7347E 04
0.6461E 05	0.5987E 03	0.1777E 05	0.7354E 04
0.6476E 05	0.5797E 03	0.1593E 05	0.7361E 04
0.6490E 05	0.5617E 03	0.1410E 05	0.7367E 04
0.6503E 05	0.5440E 03	0.1226E 05	0.7373E 04

ENSIDAD PART=0.2500E 01 DIAM=0.2000E 02 LONG=0.4000E 02 VELOC=0.3000E 05 TIEMPO=0.5000E 00 NUM PART. 0.4000E 01

X(I) CM	W(I) CM/S	Y(I) CM	U(I) CM/S
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.2120E 05	0.1000E 06	0.2122E 05
0.4553E 04	0.1850E 05	0.1045E 06	0.1830E 05
0.8516E 04	0.1611E 05	0.1084E 06	0.1572E 05
0.1196E 05	0.1400E 05	0.1117E 06	0.1345E 05
0.1539E 05	0.1234E 05	0.1145E 06	0.1164E 05
0.1731E 05	0.1131E 05	0.1171E 06	0.1045E 05
0.2040E 05	0.1042E 05	0.1195E 06	0.9374E 04
0.2242E 05	0.9696E 04	0.1216E 06	0.8515E 04
0.2504E 05	0.9101E 04	0.1235E 06	0.7763E 04
0.2723E 05	0.8604E 04	0.1253E 06	0.7108E 04
0.2927E 05	0.8179E 04	0.1269E 06	0.6524E 04
0.3122E 05	0.7820E 04	0.1284E 06	0.5994E 04
0.3304E 05	0.7481E 04	0.1294E 06	0.5508E 04
0.3458E 05	0.7191E 04	0.1310E 06	0.5059E 04
0.3611E 05	0.6929E 04	0.1322E 06	0.4634E 04
0.3729E 05	0.6691E 04	0.1333E 06	0.4243E 04
0.3990E 05	0.6474E 04	0.1342E 06	0.3888E 04
0.4147E 05	0.6275E 04	0.1351E 06	0.3512E 04
0.4289E 05	0.6092E 04	0.1359E 06	0.3171E 04
0.4447E 05	0.5922E 04	0.1366E 06	0.2845E 04
0.4591E 05	0.5765E 04	0.1372E 06	0.2531E 04
0.4731E 05	0.5618E 04	0.1378E 06	0.2228E 04
0.4868E 05	0.5483E 04	0.1383E 06	0.1934E 04
0.5002E 05	0.5350E 04	0.1387E 06	0.1644E 04
0.5133E 05	0.5228E 04	0.1390E 06	0.1372E 04
0.5260E 05	0.5112E 04	0.1393E 06	0.1102E 04
0.5385E 05	0.5002E 04	0.1395E 06	0.8340E 03
0.5508E 05	0.4894E 04	0.1397E 06	0.5817E 03
0.5628E 05	0.4793E 04	0.1398E 06	0.3300E 03
0.5745E 05	0.4703E 04	0.1398E 06	0.6337E 02
0.5861E 05	0.4611E 04	0.1398E 06	0.1584E 03
0.5974E 05	0.4523E 04	0.1397E 06	0.4044E 03
0.6084E 05	0.4438E 04	0.1397E 06	0.6528E 03
0.6193E 05	0.4356E 04	0.1396E 06	0.8858E 03
0.6300E 05	0.4276E 04	0.1394E 06	0.1122E 04
0.6405E 05	0.4193E 04	0.1392E 06	0.1351E 04
0.6508E 05	0.4122E 04	0.1389E 06	0.1575E 04
0.6604E 05	0.4048E 04	0.1386E 06	0.1795E 04
0.6704E 05	0.3975E 04	0.1382E 06	0.2010E 04
0.6806E 05	0.3902E 04	0.1378E 06	0.2222E 04
0.6902E 05	0.3831E 04	0.1372E 06	0.2424E 04
0.6996E 05	0.3760E 04	0.1367E 06	0.2612E 04
0.7088E 05	0.3690E 04	0.1361E 06	0.2780E 04
0.7179E 05	0.3620E 04	0.1354E 06	0.3024E 04
0.7267E 05	0.3550E 04	0.1347E 06	0.3213E 04
0.7354E 05	0.3481E 04	0.1339E 06	0.2348E 04
0.7439E 05	0.3412E 04	0.1331E 06	0.3578E 04
0.7523E 05	0.3343E 04	0.1322E 06	0.3752E 04
0.7605E 05	0.3274E 04	0.1314E 06	0.2922E 04
0.7685E 05	0.3204E 04	0.1305E 06	0.4067E 04
0.7763E 05	0.3135E 04	0.1295E 06	0.4246E 04
0.7840E 05	0.3070E 04	0.1285E 06	0.4400E 04
0.7915E 05	0.3002E 04	0.1274E 06	0.4544E 04
0.7988E 05	0.2935E 04	0.1263E 06	0.4673E 04
0.8060E 05	0.2868E 04	0.1251E 06	0.4822E 04

0.8130E 05	0.2502E 04	0.1294E 04	0.4467E 04
0.8195E 05	0.2736E 04	0.1228E 04	0.5099E 04
0.8265E 05	0.2671E 04	0.1215E 04	0.5217E 04
0.8330E 05	0.2606E 04	0.1202E 04	0.5335E 04
0.8394E 05	0.2542E 04	0.1189E 04	0.5449E 04
0.8456E 05	0.2479E 04	0.1176E 04	0.5557E 04
0.8516E 05	0.2416E 04	0.1162E 04	0.5661E 04
0.8575E 05	0.2354E 04	0.1148E 04	0.5760E 04
0.8632E 05	0.2291E 04	0.1134E 04	0.5854E 04
0.8688E 05	0.2229E 04	0.1120E 04	0.5944E 04
0.8742E 05	0.2167E 04	0.1105E 04	0.6030E 04
0.8795E 05	0.2107E 04	0.1090E 04	0.6112E 04
0.8847E 05	0.2046E 04	0.1075E 04	0.6191E 04
0.8897E 05	0.1986E 04	0.1060E 04	0.6264E 04
0.8946E 05	0.1924E 04	0.1044E 04	0.6334E 04
0.8993E 05	0.1865E 04	0.1029E 04	0.6400E 04
0.9039E 05	0.1804E 04	0.1013E 04	0.6462E 04
0.9084E 05	0.1745E 04	0.9969E 04	0.6522E 04
0.9127E 05	0.1729E 04	0.9803E 04	0.6579E 04
0.9169E 05	0.1669E 04	0.9635E 04	0.6633E 04
0.9210E 05	0.1644E 04	0.9466E 04	0.6683E 04
0.9250E 05	0.1594E 04	0.9314E 04	0.6731E 04
0.9289E 05	0.1548E 04	0.9147E 04	0.6776E 04
0.9326E 05	0.1501E 04	0.8979E 04	0.6819E 04
0.9363E 05	0.1459E 04	0.8809E 04	0.6859E 04
0.9398E 05	0.1416E 04	0.8639E 04	0.6896E 04
0.9433E 05	0.1374E 04	0.8467E 04	0.6932E 04
0.9467E 05	0.1333E 04	0.8294E 04	0.6965E 04
0.9499E 05	0.1291E 04	0.8119E 04	0.6996E 04
0.9529E 05	0.1254E 04	0.7947E 04	0.7025E 04
0.9559E 05	0.1216E 04	0.7772E 04	0.7053E 04
0.9589E 05	0.1179E 04	0.7596E 04	0.7078E 04
0.9618E 05	0.1144E 04	0.7406E 04	0.7102E 04
0.9646E 05	0.1109E 04	0.7209E 04	0.7123E 04
0.9673E 05	0.1075E 04	0.7005E 04	0.7146E 04
0.9699E 05	0.1042E 04	0.6807E 04	0.7166E 04
0.9724E 05	0.1010E 04	0.6704E 04	0.7185E 04
0.9748E 05	0.9771E 03	0.6529E 04	0.7202E 04
0.9772E 05	0.9489E 03	0.6350E 04	0.7217E 04
0.9795E 05	0.9196E 03	0.6169E 04	0.7234E 04
0.9817E 05	0.8911E 03	0.5989E 04	0.7248E 04
0.9839E 05	0.8635E 03	0.5808E 04	0.7262E 04
0.9859E 05	0.8367E 03	0.5627E 04	0.7274E 04
0.9880E 05	0.8107E 03	0.5445E 04	0.7286E 04
0.9900E 05	0.7854E 03	0.5263E 04	0.7297E 04

ENSIDAD PART=0.2500E 01 DIAM=0.2000E 02 LONG=0.4000E 03 VELOC=0.6000E 05 TIEMPO=0.5000E 00 NUM PART. 0.5000E 01

X(1) CM	Y(1) CM/S	Z(1) CM	U(1) CM/S
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.4241E 05	0.1000E 06	0.4244E 05
0.0245E 04	0.2456E 05	0.1000E 06	0.3841E 05
0.1531E 05	0.2841E 05	0.1150E 06	0.2856E 05
0.2135E 05	0.2466E 05	0.1211E 06	0.2417E 05
0.2657E 05	0.2135E 05	0.1262E 06	0.2072E 05
0.3114E 05	0.1865E 05	0.1316E 06	0.1757E 05
0.3518E 05	0.1624E 05	0.1343E 06	0.1534E 05
0.3865E 05	0.1411E 05	0.1375E 06	0.1312E 05
0.4174E 05	0.1250E 05	0.1414E 06	0.1141E 05
0.4459E 05	0.1147E 05	0.1434E 06	0.1024E 05
0.4722E 05	0.1057E 05	0.1452E 06	0.9267E 04
0.4956E 05	0.9753E 04	0.1473E 06	0.8526E 04
0.5190E 05	0.9228E 04	0.1491E 06	0.7848E 04
0.5414E 05	0.8725E 04	0.1509E 06	0.7252E 04
0.5638E 05	0.8244E 04	0.1525E 06	0.6726E 04
0.5851E 05	0.7785E 04	0.1540E 06	0.6253E 04
0.6003E 05	0.7356E 04	0.1553E 06	0.5823E 04
0.6140E 05	0.6951E 04	0.1565E 06	0.5426E 04
0.6265E 05	0.6575E 04	0.1576E 06	0.5051E 04
0.6385E 05	0.6228E 04	0.1587E 06	0.4716E 04
0.6505E 05	0.5903E 04	0.1598E 06	0.4410E 04
0.6619E 05	0.5600E 04	0.1608E 06	0.4124E 04
0.6728E 05	0.5317E 04	0.1618E 06	0.3857E 04
0.6832E 05	0.5052E 04	0.1627E 06	0.3608E 04
0.6931E 05	0.4804E 04	0.1635E 06	0.3376E 04
0.7025E 05	0.4571E 04	0.1643E 06	0.3159E 04
0.7114E 05	0.4351E 04	0.1651E 06	0.2957E 04
0.7208E 05	0.4143E 04	0.1658E 06	0.2769E 04
0.7297E 05	0.3944E 04	0.1665E 06	0.2594E 04
0.7381E 05	0.3756E 04	0.1672E 06	0.2432E 04
0.7460E 05	0.3577E 04	0.1679E 06	0.2282E 04
0.7534E 05	0.3406E 04	0.1685E 06	0.2144E 04
0.7603E 05	0.3244E 04	0.1691E 06	0.2016E 04
0.7667E 05	0.3090E 04	0.1697E 06	0.1898E 04
0.7726E 05	0.2944E 04	0.1703E 06	0.1789E 04
0.7780E 05	0.2804E 04	0.1708E 06	0.1689E 04
0.7829E 05	0.2671E 04	0.1713E 06	0.1597E 04
0.7873E 05	0.2544E 04	0.1718E 06	0.1513E 04
0.7912E 05	0.2424E 04	0.1723E 06	0.1436E 04
0.7946E 05	0.2310E 04	0.1728E 06	0.1365E 04
0.7975E 05	0.2202E 04	0.1732E 06	0.1300E 04
0.8000E 05	0.2099E 04	0.1737E 06	0.1240E 04
0.8020E 05	0.1999E 04	0.1741E 06	0.1185E 04
0.8035E 05	0.1903E 04	0.1745E 06	0.1134E 04
0.8045E 05	0.1810E 04	0.1749E 06	0.1087E 04
0.8050E 05	0.1720E 04	0.1753E 06	0.1043E 04
0.8050E 05	0.1633E 04	0.1757E 06	0.1002E 04
0.8045E 05	0.1549E 04	0.1760E 06	0.0963E 04
0.8035E 05	0.1467E 04	0.1764E 06	0.0926E 04
0.8020E 05	0.1388E 04	0.1767E 06	0.0891E 04
0.8000E 05	0.1311E 04	0.1770E 06	0.0858E 04
0.7975E 05	0.1236E 04	0.1773E 06	0.0826E 04
0.7946E 05	0.1163E 04	0.1776E 06	0.0795E 04
0.7912E 05	0.1092E 04	0.1779E 06	0.0765E 04
0.7873E 05	0.1023E 04	0.1782E 06	0.0736E 04
0.7829E 05	0.0956E 04	0.1785E 06	0.0708E 04
0.7780E 05	0.0891E 04	0.1788E 06	0.0681E 04
0.7726E 05	0.0828E 04	0.1791E 06	0.0655E 04
0.7667E 05	0.0767E 04	0.1794E 06	0.0630E 04
0.7603E 05	0.0708E 04	0.1797E 06	0.0605E 04
0.7534E 05	0.0650E 04	0.1800E 06	0.0581E 04
0.7460E 05	0.0594E 04	0.1803E 06	0.0558E 04
0.7381E 05	0.0539E 04	0.1806E 06	0.0535E 04
0.7308E 05	0.0486E 04	0.1809E 06	0.0513E 04
0.7229E 05	0.0434E 04	0.1812E 06	0.0492E 04
0.7145E 05	0.0384E 04	0.1815E 06	0.0471E 04
0.7057E 05	0.0335E 04	0.1818E 06	0.0451E 04
0.6964E 05	0.0287E 04	0.1821E 06	0.0431E 04
0.6867E 05	0.0241E 04	0.1824E 06	0.0412E 04
0.6766E 05	0.0196E 04	0.1827E 06	0.0393E 04
0.6661E 05	0.0153E 04	0.1830E 06	0.0375E 04
0.6553E 05	0.0111E 04	0.1833E 06	0.0357E 04
0.6442E 05	0.0071E 04	0.1836E 06	0.0340E 04
0.6328E 05	0.0032E 04	0.1839E 06	0.0323E 04
0.6211E 05	0.0000E 04	0.1842E 06	0.0307E 04
0.6092E 05	0.0000E 04	0.1845E 06	0.0291E 04
0.5970E 05	0.0000E 04	0.1848E 06	0.0276E 04
0.5845E 05	0.0000E 04	0.1851E 06	0.0261E 04
0.5717E 05	0.0000E 04	0.1854E 06	0.0246E 04
0.5587E 05	0.0000E 04	0.1857E 06	0.0232E 04
0.5454E 05	0.0000E 04	0.1860E 06	0.0218E 04
0.5318E 05	0.0000E 04	0.1863E 06	0.0204E 04
0.5179E 05	0.0000E 04	0.1866E 06	0.0191E 04
0.5037E 05	0.0000E 04	0.1869E 06	0.0178E 04
0.4892E 05	0.0000E 04	0.1872E 06	0.0165E 04
0.4744E 05	0.0000E 04	0.1875E 06	0.0153E 04
0.4593E 05	0.0000E 04	0.1878E 06	0.0141E 04
0.4439E 05	0.0000E 04	0.1881E 06	0.0130E 04
0.4282E 05	0.0000E 04	0.1884E 06	0.0119E 04
0.4122E 05	0.0000E 04	0.1887E 06	0.0108E 04
0.3959E 05	0.0000E 04	0.1890E 06	0.0098E 04
0.3793E 05	0.0000E 04	0.1893E 06	0.0088E 04
0.3624E 05	0.0000E 04	0.1896E 06	0.0078E 04
0.3452E 05	0.0000E 04	0.1899E 06	0.0069E 04
0.3278E 05	0.0000E 04	0.1902E 06	0.0060E 04
0.3101E 05	0.0000E 04	0.1905E 06	0.0051E 04
0.2921E 05	0.0000E 04	0.1908E 06	0.0043E 04
0.2738E 05	0.0000E 04	0.1911E 06	0.0035E 04
0.2552E 05	0.0000E 04	0.1914E 06	0.0027E 04
0.2363E 05	0.0000E 04	0.1917E 06	0.0020E 04
0.2171E 05	0.0000E 04	0.1920E 06	0.0013E 04
0.1976E 05	0.0000E 04	0.1923E 06	0.0007E 04
0.1779E 05	0.0000E 04	0.1926E 06	0.0002E 04
0.1579E 05	0.0000E 04	0.1929E 06	0.0000E 04
0.1376E 05	0.0000E 04	0.1932E 06	0.0000E 04
0.1171E 05	0.0000E 04	0.1935E 06	0.0000E 04
0.0964E 05	0.0000E 04	0.1938E 06	0.0000E 04
0.0755E 05	0.0000E 04	0.1941E 06	0.0000E 04
0.0544E 05	0.0000E 04	0.1944E 06	0.0000E 04
0.0331E 05	0.0000E 04	0.1947E 06	0.0000E 04
0.0116E 05	0.0000E 04	0.1950E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1953E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1956E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1959E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1962E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1965E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1968E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1971E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1974E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1977E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1980E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1983E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1986E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1989E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1992E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1995E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.1998E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2001E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2004E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2007E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2010E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2013E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2016E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2019E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2022E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2025E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2028E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2031E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2034E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2037E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2040E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2043E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2046E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2049E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2052E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2055E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2058E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2061E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2064E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2067E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2070E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2073E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2076E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2079E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2082E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2085E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2088E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2091E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2094E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2097E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2100E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2103E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2106E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2109E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2112E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2115E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2118E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2121E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2124E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2127E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2130E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2133E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2136E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2139E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2142E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2145E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2148E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2151E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2154E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2157E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2160E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2163E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2166E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2169E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2172E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2175E 06	0.0000E 04
0.0000E 05	0.0000E 04	0.2178E 0	

0.1054E 06	0.3088E 04	0.1532E 06	0.4448E 04
0.1066E 06	0.3014E 04	0.1521E 06	0.4595E 04
0.1074E 06	0.2951E 04	0.1510E 06	0.4737E 04
0.1081E 06	0.2883E 04	0.1499E 06	0.4874E 04
0.1088E 06	0.2816E 04	0.1487E 06	0.5005E 04
0.1095E 06	0.2749E 04	0.1475E 06	0.5131E 04
0.1102E 06	0.2683E 04	0.1462E 06	0.5253E 04
0.1109E 06	0.2618E 04	0.1449E 06	0.5374E 04
0.1115E 06	0.2553E 04	0.1436E 06	0.5491E 04
0.1121E 06	0.2489E 04	0.1423E 06	0.5586E 04
0.1127E 06	0.2426E 04	0.1409E 06	0.5670E 04
0.1133E 06	0.2364E 04	0.1395E 06	0.5752E 04
0.1139E 06	0.2302E 04	0.1381E 06	0.5830E 04
0.1144E 06	0.2241E 04	0.1366E 06	0.5904E 04
0.1150E 06	0.2181E 04	0.1352E 06	0.5973E 04
0.1155E 06	0.2122E 04	0.1337E 06	0.6039E 04
0.1160E 06	0.2063E 04	0.1322E 06	0.6102E 04
0.1165E 06	0.2005E 04	0.1306E 06	0.6162E 04
0.1170E 06	0.1948E 04	0.1291E 06	0.6220E 04
0.1175E 06	0.1891E 04	0.1275E 06	0.6275E 04
0.1179E 06	0.1835E 04	0.1259E 06	0.6329E 04
0.1184E 06	0.1779E 04	0.1243E 06	0.6381E 04
0.1188E 06	0.1724E 04	0.1227E 06	0.6431E 04
0.1192E 06	0.1669E 04	0.1210E 06	0.6479E 04
0.1197E 06	0.1614E 04	0.1194E 06	0.6525E 04
0.1201E 06	0.1559E 04	0.1177E 06	0.6570E 04
0.1204E 06	0.1505E 04	0.1161E 06	0.6613E 04
0.1208E 06	0.1451E 04	0.1144E 06	0.6654E 04
0.1212E 06	0.1397E 04	0.1127E 06	0.6693E 04
0.1215E 06	0.1344E 04	0.1110E 06	0.6730E 04
0.1219E 06	0.1291E 04	0.1092E 06	0.6765E 04
0.1222E 06	0.1238E 04	0.1075E 06	0.6798E 04
0.1225E 06	0.1186E 04	0.1058E 06	0.6830E 04
0.1229E 06	0.1134E 04	0.1040E 06	0.6860E 04
0.1232E 06	0.1082E 04	0.1023E 06	0.6889E 04
0.1235E 06	0.1031E 04	0.1005E 06	0.6916E 04
0.1237E 06	0.9804E 04	0.9877E 05	0.6942E 04
0.1240E 06	0.9301E 04	0.9700E 05	0.6966E 04
0.1243E 06	0.8802E 04	0.9522E 05	0.6989E 04
0.1245E 06	0.8307E 04	0.9344E 05	0.7011E 04
0.1248E 06	0.7816E 04	0.9165E 05	0.7031E 04
0.1250E 06	0.7329E 04	0.8986E 05	0.7050E 04
0.1253E 06	0.6846E 04	0.8806E 05	0.7068E 04
0.1255E 06	0.6367E 04	0.8626E 05	0.7083E 04
0.1257E 06	0.5892E 04	0.8445E 05	0.7107E 04
			0.7129E 04
			0.7150E 04
			0.7170E 04
			0.7188E 04
			0.7205E 04
			0.7221E 04
			0.7236E 04
			0.7251E 04

INSTAD PART-0.2500E 01 DIAM-0.2000E 02 LONG-0.4000E 02 VELOC=0.1000E 06 TIEMPO=0.6000E 00 NUM PART. 0.0000E 01

X(1) CM	W(1) CM/S	Y(1) CM	U(1) CM/S
0.0	0.0	0.0	0.0
0.0	0.7013E 05	0.1000E 06	0.7074E 05
0.1530E 05	0.4057E 05	0.1112E 06	0.4635E 05
0.2577E 05	0.3009E 05	0.1276E 06	0.3346E 05
0.3776E 05	0.2184E 05	0.1472E 06	0.2420E 05
0.4570E 05	0.1717E 05	0.1650E 06	0.2074E 05
0.5225E 05	0.1295E 05	0.1812E 06	0.1647E 05
0.5713E 05	0.1076E 05	0.1952E 06	0.1365E 05
0.6210E 05	0.1026E 05	0.2072E 06	0.1104E 05
0.6606E 05	0.1032E 05	0.2172E 06	0.9465E 04
0.6982E 05	0.9751E 04	0.2257E 06	0.8170E 04
0.7257E 05	0.8900E 04	0.2325E 06	0.7154E 04
0.7563E 05	0.8509E 04	0.2380E 06	0.6308E 04
0.7870E 05	0.7611E 04	0.2422E 06	0.5573E 04
0.8136E 05	0.7119E 04	0.2455E 06	0.4944E 04
0.8387E 05	0.6600E 04	0.2479E 06	0.4322E 04
0.8627E 05	0.6100E 04	0.2494E 06	0.3750E 04
0.8856E 05	0.5612E 04	0.2499E 06	0.3201E 04
0.9075E 05	0.5150E 04	0.2495E 06	0.2680E 04
0.9236E 05	0.5526E 04	0.2481E 06	0.2301E 04
0.9439E 05	0.5815E 04	0.2458E 06	0.1924E 04
0.9551E 05	0.5922E 04	0.2428E 06	0.1536E 04
0.9675E 05	0.5294E 04	0.2383E 06	0.1123E 04
0.1006E 05	0.5079E 04	0.2326E 06	0.7945E 03
0.1024E 05	0.4926E 04	0.2257E 06	0.3783E 03
0.1041E 05	0.4783E 04	0.2172E 06	0.2320E 03
0.1058E 05	0.4647E 04	0.2072E 06	0.3217E 03
0.1074E 05	0.4519E 04	0.1952E 06	0.6734E 03
0.1090E 05	0.4397E 04	0.1812E 06	0.1715E 04
0.1106E 05	0.4281E 04	0.1650E 06	0.1348E 04
0.1121E 05	0.4168E 04	0.1472E 06	0.1671E 04
0.1135E 05	0.4059E 04	0.1276E 06	0.1486E 04
0.1150E 05	0.3952E 04	0.1076E 06	0.2342E 04
0.1163E 05	0.3847E 04	0.1012E 06	0.2549E 04
0.1177E 05	0.3744E 04	0.1831E 06	0.2875E 04
0.1190E 05	0.3641E 04	0.1743E 06	0.3155E 04
0.1203E 05	0.3539E 04	0.1741E 06	0.3423E 04
0.1215E 05	0.3438E 04	0.1770E 06	0.4681E 04
0.1227E 05	0.3337E 04	0.1757E 06	0.3524E 04
0.1239E 05	0.3237E 04	0.1744E 06	0.4157E 04
0.1250E 05	0.3137E 04	0.1729E 06	0.4393E 04
0.1261E 05	0.3038E 04	0.1714E 06	0.4609E 04
0.1272E 05	0.2940E 04	0.1698E 06	0.4814E 04
0.1282E 05	0.2843E 04	0.1681E 06	0.5006E 04
0.1292E 05	0.2746E 04	0.1664E 06	0.5191E 04
0.1302E 05	0.2651E 04	0.1646E 06	0.5364E 04
0.1311E 05	0.2558E 04	0.1627E 06	0.5526E 04
0.1320E 05	0.2466E 04	0.1607E 06	0.5678E 04
0.1329E 05	0.2375E 04	0.1587E 06	0.5820E 04
0.1337E 05	0.2287E 04	0.1567E 06	0.5953E 04
0.1345E 05	0.2200E 04	0.1546E 06	0.1077E 04
0.1353E 05	0.2115E 04	0.1524E 06	0.1110E 04
0.1361E 05	0.2033E 04	0.1502E 06	0.1298E 04
0.1369E 05	0.1953E 04	0.1480E 06	0.1477E 04
0.1374E 05	0.1875E 04	0.1457E 06	0.1643E 04
0.1380E 05	0.1799E 04	0.1434E 06	0.1552E 04



REFERENCIAS

- Allen, C. v. 1963. *Astrophysical Quantities*.  
Athlone Press, London.
- Dooly, J. W. and Hartman, D. R. F. 1975. *Dinámica de Fluidos*.  
Trillas, México.
- De Nevers, Noel 1970. *Fluid Mechanics*.  
Addison - wesley Publishing Company.
- Harten, J. B. 1946. *Geofísica*.  
Espasa - Calpe, Argentina.
- Holmes, A. 1965. *Principles of Physical Geology*.  
Welson.
- Hoerner, S. F. 1965. *Fluid - Dynamic Drag*.  
Publicación hecha por el autor. New York.
- Kuo, S. S. 1966. *Numerical Methods and Computers*.  
Addison - wesley Publishing Company.
- Lapple, C. E. and Shepherd, C. B. 1940. *Calculation of Particle  
Trajectories*. Ind. Eng. Chem. 32 - 605-617. American Chemical Society.
- McKenzie, D. P. y Richter, F. 1977. *Corrientes de Convección en  
el Manto Terrestre*. Investigación y Ciencia. Enero 1977. No. 4  
Prensa Científica. Barcelona, España.
- Nafi, T. 1975. *The Subduction of the Lithosphere*.  
Scientific American November 1975. No. 5, Vol 233. New York
- Prandtl, L. 1949. *The Essentials of Fluid Dynamics*.  
Blachie and Son, Ltd. London and Glasgow.
- Roberson, J. A. y Crowe, C. T. 1983 *Mecánica de Fluidos*.  
Interamericana, S. A. de C. V.
- Resnick, R. and Halliday, D. 1970. *Física. Vol. 1*  
Continental, S. A., México.



- Southworth and Deleew. 1965. *Digital Computation Numerical Methods*  
McGraw - Hill.
- Sparks, R. S. J. and Wilson, L. 1976. A Model for The Formation of  
Ignimbrite by unavitational Column Collapse. *Geol. Soc. London Vol 132*
- Sparks, Wilson and Hulme. 1978 Theoretical Modeling of the Genera-  
tion, Movement, and Emplacement of Pyroclastic Flows by Column Collapse.  
*Journal of geophysical research.* April 10, 1978. Vol 83 No. B4
- Swenson, W. H. 1970. *Fluid Mechanics*  
Molt, Rinehart and Winston, Inc.
- Tuzo, W. 1963. Continental Drift.  
*Scientific American.* April 1963, No. 4, Vol 208. New York
- Walker, Wilson and Bowell 1971. Explosive Volcanic Eruptions I  
The Rate of Pyroclasts. *Geophys. J. R., Astr. Soc.* (1971), 22, 377-383
- Wilson, L. 1972. Explosive Volcanic Eruptions II. The Atmospheric  
Trajectories of Pyroclasts. *Geophys., J. R., Astr. Soc.* (1972) 30, 381-392
- Wilson, L. 1970. Explosive Volcanic Eruptions III. Plinian Eruption  
Columns. *Geophys., J. R., Astr. Soc.* (1970) 45, 543-556.
- Winston, E. S. 1972 *The Dynamics of the Earth.*  
Thomas Y. Crowell Company, Inc.
- Yoder, H. S., Jr. 1970. Generation of Basaltic Magma  
*National Academy of Sciences, Washington, D. C., U. S. A.*