

# Universidad Nacional Autónoma de México

## Facultad de Ciencias

## " CAMPOS ELECTROMAGNETICOS PRODUCIDOS POR MATERIALES POLARES SOMETIDOS A ONDA DE CHOQUE "

# **Tesis Profesional**

Que para obtener el Título de

## FISICO

Presenta

OKALTZIN LUNA BEDOLLA

México, D. F

1985



### UNAM – Dirección General de Bibliotecas Tesis Digitales Restricciones de uso

### DERECHOS RESERVADOS © PROHIBIDA SU REPRODUCCIÓN TOTAL O PARCIAL

Todo el material contenido en esta tesis está protegido por la Ley Federal del Derecho de Autor (LFDA) de los Estados Unidos Mexicanos (México).

El uso de imágenes, fragmentos de videos, y demás material que sea objeto de protección de los derechos de autor, será exclusivamente para fines educativos e informativos y deberá citar la fuente donde la obtuvo mencionando el autor o autores. Cualquier uso distinto como el lucro, reproducción, edición o modificación, será perseguido y sancionado por el respectivo titular de los Derechos de Autor.

#### I) INTRODUCCION.

Uno de los fenómenos que se observan en materiales polares sometidos a altas presiones dinámicas es el conocido como polarización inducida por onda de choque. Este fenómeno lo podemos observar colocando electrodos en los extremos de la muestra que se va a estudiar. Generando una onda de choque en la muestra, se observa una diferencia de potencial entre los extremos de una resistencia conectada a los electrodos. Esta diferencia de potencial es consecuencia de una polarización eléctrica inducida por la onda de choque en el material.

Esta polarización tiene asociada una densidad de carga y una densidad de corriente en el material. En el marco de la electrodinámica las variaciones en la corriente dan lugar a la radiación de campos electromagnéticos, por lo tanto es de esperarse que la rapidez de cambio de la polarización radíe campos electromagnéticos. El propósito del presente trabajo es el de deducir las expresiones que nos determinan dichos campos.

Usando la teoria electromagnética clásica se encuentran las expresiones que determinan dichos campos. Adelantando los resultados, se encuentra que estas expresiones dependen de la derivada espacial de la polarización inducida por la onda de choque. De esta manera la forma del perfil de la onda determina los campos radiados.

Cuando .na onda de choque se propaga en un sólido, los perfiles de las variables típicas (por ejem: presión, velocidad de

1 -

partícula) no varían en forma ni magnitud. Es decir, la onda de choque tiene un perfil estacionario. Debido a que la polarización inducida por onda de choque es una variable que caracteriza el fenómeno, tendrá también un perfil estacionario.

En la onda de choque se puede identificar una región muy angosta a la que denominaremos espesor del frente de onda, región en la cual ocurren las variaciones del estado termodinámico inicial al estado termodinámico alcanzado por el material bajo la onda de choque.

El cociente de la polarización inducida por onda de choque y el espesor del frente de onda, permite hacer una determinación de la derivada de la polarizacion, y con esto, una estimacion de los campos electromagnéticos radiados. Por este motivo, en el capítulo II se hace una breve introducción al fenómeno de polarización inducida por onda de choque, estableciendo el orden de magnitud de dichas polarizaciones; y en el capítulo III se obtiene una estimación de los espesores del frente de onda, para ondas de choque que se propagan en poly metil metacrilato (PMMA).

La determinación de los campos electromagnéticos radiados, en función del perfil de polarización es el objetivo del capítulo IV. Es aquí donde utilizados las estimaciones de la derivada espacial de la polarización, obteniendo el orden de magnitud de los campos radiados como consecuencia de la polarización inducida por choque.

- 2 -

#### II) POLARIZACION INDUCIDA POR ONDA DE CHOQUE

#### EN MATERIALES POLARES.

En la naturaleza existen materiales cuyas moléculas presentan un momento de dipolo eléctrico permanente, a estos materiales los llamaremos polares<sup>1</sup>.

Uno de los fenómenos que se observa en materiales polares es el conocido como polarización inducida por onda de choque<sup>2-6</sup>. Este fenómeno lo detectamos cuando generamos una onda de choque en una muestra, colocada entre las placas del condensador de un circuito RC. Conforme la onda de choque se propaga en el material, fluye una corriente eléctrica a través de la resistencia del circuito (Ver fig. 1). El registro de una señal típica se muestra en la figura 2, en donde podemos distinguir sus características principales que son:

-Un salto inicial desde una corriente nula hasta un máximo local al que llamaremos corriente inicial Io. Esto ocurre en el intervalo de tiempo (0, $\Delta$ t), en donde  $\Delta$ t es del orden del tiempo de respuesta del osciloscopio.

-Posteriormente puede observarse un aumento gradual en la corriente, conforme la onda recorre el material.

-Finalmente hay una caída abrupta cuando la onda de choque alcanza la cara posterior del material, al tiempo t=to.



FIGURA 1. Esquema ilustrativo de un circuito típico utilizado para la detección de la polarización inducida por onda de choque. La onda se genera en 1 y se propaga al material polar 3. La onda se puede generar por médio de un explosivo o por impacto de un proyectíl contra la placa anterior del condensador.

. De server a servera compañía de compañía de server a ser De server a la servera de servera de servera de server a server de la servera de server a server a server a ser Son dos los modelos mas usados para interpretar este fenómeno de polarización inducida por onda de choque: el de Hauver<sup>2</sup> y el de Grahan<sup>6</sup>.

A.-)Esquema de Hauver<sup>2</sup>.

Este modelo propone que el efecto que produce la onda de choque en el material es el de orientar sus moléculas y con ellas su momento de dipolo eléctrico, produciendo asi una polarización neta paralela a la dirección de propagación de la onda.

El análisis cuantitativo correspondiente al modelo de Hauver fué realizado por Allison<sup>3</sup>, quien supone explícitamente que: a) Una onda de choque plana se propaga en el diefectrico: al tiempo t, la onda de choque ha recorrido una distancia Ut en el material (U=velocidad de la onda de choque) y la cara anterior se ha desplazado una distancia ut (u=velocidad uniforme de partícula) debido a la compresión ejercida por la onda.

b) La polarización en el dieléctrico es paralela a la dirección de propagación de la onda de choque.

 c) La conductividad del dieléctrico es nula tanto en el estado inicial como en el estado alcanzado por la onde de choque.
 d) La polarización neta es la suma de una contribución mecánica y de una contribución inducida eléctricamente. (Via su constante dieléctrica).

En el marco de estas hipótesis Allison encuentra una expresión para la corriente I(t). Dicha expresión permite reproducir los registros experimentales de la corriente I(t) utilizando tres parámetros:k<sup>C</sup> la constante dieléctrica del material bajo choque, Po la polarización justo por detras de la onda de choque y C el tiempo de decaimiento de la polarización. A

- 4 -



FIGURA 2. Oscilograma típico de una señal de polarización inducida por onda de choque. La onda tarda un tiempo to en recorrer el material, penetrando en este al tiempo t=0. Hay un maximo local de corriente al tiempo t= $\Delta t$ , donde  $\Delta t$  es del orden del tiempo de respuesta del osciloscopio.

.

. .

Ne please have pass. La nord termina all processing β nosotros solo nos interesa la determinación de Po. Ya que, como veremos en el capítulo IV, esta Po nos servirá para cuantificar nuestros resultados. Tomando la expresión I(t) propuesta por Allison, evaluamos dicha expresión en t=0 y de ahí obtenemos Po. Basicamente la polarización Po, justo por detrás de la onda de choque esta dada por<sup>3</sup>:

Po=(k<sup>C</sup>/k) loto/a(1-u/U) ...(1)

donde a es el área transversal de la muestra, to es el tiempo que tarda la onda en recorrer dicha muestra y k<sup>C</sup>/k<sup>'</sup> el cociente de las constantes dieléctricas, para el material chocado y no chocado, el cual puede determinarse mediante ajuste.

B.-) Esquema de Graham.<sup>6</sup>

Graham propone que el efecto de la onda de choque sobre el material es el de romper enlaces en las moléculas, produciendo desplazamientos relativos de los radicales cargados. Esto último da lugar a la polarización inducida por onda de choque.

Utiliza la misma descripción matemática que Allison, pero a partir de la ecuación (1) define una polarización efectiva Pi, dada por: Pi=Po/≪ donde ≪=k<sup>C</sup>/k y aclara, que hasta no conocer el valor « no se podrá determinar la polarización neta inducida por la onda de choque.

Esta polarización es el origen de los campos electromagnéticos cuyo estudio motiva el presente trabajo, por lo tanto un primer punto es establecer si éstas polarizaciones son grandes o pequeñas.

En la tabla I se presentan valores de polarización reportados por algunos autores $^{4-6}$ .

- 5 -

#### TABLA I

Valores reportados de polarización inducida por onda de choque para diferentes materiales.<sup>a</sup> Presión p Polarización Material inducida Po  $(C/a^2)$ (Gigapascales) Poly piromellitimide 1.0 (10-6) 2.50 4.1 (10-6) 3.50 9.0 (10-6) 5.42 Poly metil metacrilato 1.78 (10-5) 4.3 2.80 (10<sup>-5</sup>) 5.2 **B. 26** (10<sup>-5</sup>) 7.2 0.5 (10-4) 5.2 2.0 (10-4) 10.0 2.5 (10-4) 15.0 5.7 (10-4) 25.0 Poliestireno 0.5 (10-4) 9.0 0.7 (10-4) 17.0 4.0 (10-4) 20.0 a) Datos compilados de los trabajos de Hauver, de Icaza y Graham (refs. 4-6).

Para establecer si éstas polarizaciones son grandes o pequeñas, consideraremos la magnitud del campo eléctrico externo que tendríamos que aplicar, para producir la misma polarización que la producida por la onda de choque. Suponiendo la relación lineal entre el campo eléctrico y la polarización  $P=\xi_0 XE$  con  $\xi_0$  la permitividad del vacío y % la suceptibilidad eléctrica y tomando el valor  $P=10^{-4}$  C/m<sup>2</sup>, el cual es un valor alcanzable para el Poly metil metacrilato (PMMA), (Ver tabla I) tenemos<sup>7,8</sup>:

 $E=P/f_{0} = 10^{-4}/(1.5)(0.0)10^{-12}$  V/m =7.6(10<sup>6</sup>) V/m ... (2)

Este campo eléctrico es grande, si tomamos en cuenta que el dieléctrico se destruye con un campo de 15(10<sup>6</sup>) V/m.<sup>9</sup>

Asociada a la polarización inducida por la onda de choque tenseos una densidad de carga y una densidad de corriente en el material, dadas respectivamente por<sup>10</sup>:  $\int_{M} \equiv \xi = -\nabla \cdot P_{j}$   $j_{m_{i}} \equiv j = \frac{2}{2\xi} P \equiv \frac{2}{2\xi} P$ .

La variación temporal de la corriente esta ligada con una aceleración de cargas en el dieléctrico, debiendo traducirse esto en la radiación de campos electromagnéticos<sup>11</sup>.

Las expresiones para estos campos las obtendremos en el capítulo IV, después de hacer una revisión de perfiles de onda de choque en el siguiente capítulo.

#### 111) PERFIL DE DEFORMACION Y ESPESOR DEL FRENTE

#### DE UNA ONDA DE CHOQUE.

Cuando inducimos una onda de alta presión en un material, se generan gradientes de presión crecientes en el tiempo, hasta que los efectos no lineales, como son: la viscosidad, la conducción de calor y el desequilibrio térmico, contrarrestan el crecimiento de dichos gradientes. En ese momento la onda alcanza un perfil estacionario<sup>12,13</sup>. (Ver fig. 3).

Este perfil estacionario no solo se puede asociar a la presión, sino también a cualquiera de las variables que caracterizan el fenómeno: velocidad de partícula, deformación o polarización inducida mecánicamente<sup>12-15</sup>.

El perfil de la onda de choque contiene una región muy angosta en la cual ocurre el cambio del estado termodinámico inicial al estado termodinámico final del material. A esta región la hemos llamado espesor del frente de onda y suponemos que este espesor  $\Delta$  es el mismo, independientemente de la variable representada por el perfil.(Ver fig.3).

En el presente capítulo se hará una revisión de los perfiles estacionarios de onda de choque, con el fin de obtener una estimación del espesor  $\Delta$  del frente de onda. Este espesor del

- 8 --



FIGURA 3. Perfíl estacionario al tiempo t de una onda , de presión p y de polarización P. La región de transición es la misma para cualquier variable que caracterice la onda.

frente de onda junto con los valores de la polarización Po, reportados en el capítulo II, nos permitirán hacer una estimación de la derivada P<sup>4</sup> de la polarización, ya que las expresiones que se obtienen en el capítulo IV están en función de esta P<sup>4</sup>.

Existen varios acercamientos teóricos para determinar el perfil de una onda de choque<sup>13-16</sup>. Entre los diferentes modelos usados para determinar la forma del perfil de una onda de choque, esta el propuesto por Prieto y Renero<sup>16</sup>, el cual se utilizará para estimar el espesor  $\Delta$  del frente de onda. Se utilizará el trabajo de Prieto y Renero<sup>16</sup>, debido a que éste trabajo permite hacer un desarrollo analítico del problema.

Con el fin de poder cuantificar el espesor  $\Delta_{\mu}$  se propone que el espesor del frente de onda es aquella distancia que cumple con la condición  $e_{m}^{2} = |e_{\mu}|$ , (Ver fig. 4); en donde la deformación e está dada por e=-u/U,  $e_{\mu}$  es la máxima deformación y está dada por  $e_{\mu} = -u_{\mu}/U$ ,  $u_{\mu}$  es la velocidad final de partícula y  $e_{m}^{2}$  es el valor máximo de la derivada de e respecto a su argumento  $f = x_{b} - Ut^{16}$ .

En el citado trabajo<sup>16</sup> y despues de establecer las leyes de conservación en un marco Lagrangiano se propone la ecuación constitutiva  $p=p_{\mu}-Rq^2e$ ; donde p es la presión mecánica ejercida por la onda,  $p_{\mu}$  es la presión termodinámica a lo largo de la curva Hugoniot<sup>12,16</sup> y R es el coeficiente de viscosidad. Obteniendose así la siguiente expresión para la derivada de la deformación:

con B=2b, C=b<sup>2</sup>+2ac, D=( $a^2/U^2$ )-1 y  $\int o$  la densidad inicial del material. Fara determinar las constantes se utiliza la relación

- 9 -



FIGURA 4. Definición del espesor del frente de onda. Decimos que el espesor es aquella distancia que al multiplicarla por la derivada máxima del perfil de deformación nos da el cambio total en dicha deformación. Es decir  $e_{M}^{2}=1e_{F}L/\Delta$ .

empír ca U=a+bu-cu<sup>2</sup> entre la velocidad de onda U y la velocidad de partícula u.

En vista de que queremos calcular e<sub>A</sub>', derivamos e' respecto a su argumento f e igualamos a cero, para obtener la deformación e que maximiza e', asi tenemos:

$$e^{t} = [\int oU/R] [(D - Be - Ce^{2})/(1 + Be + Ce^{2})] = = (\int oU/R) (D + 1 - J) = /J_{c}$$

Tomando la condición de extremo, e''=0, tenemos:

Substituyendo  $\mathcal{R}$ =1+Be+Ce<sup>2</sup> en la ecuación anterior, tenemos:

$$C^2 e^4 + 2BC e^3 + (C(D+3) + B^2) e^2 + 2B e^{-D} = 0$$
 ... (3)

Esta expresión es valida en general y nos da la condición de extremal para la derivada de la deformación .

Aplicaremos la ecuación (3) para el Poly Metil metacrilato, (PMMA). En el caso del PMMA, así como en muchos otros materiales la relación lineal U=a+bu ajusta mejor los datos experimentales que la relación cuadrática<sup>4</sup>. (a=2680 m/seg, b=1.61 para el PMMA).

Si usamos la relación lineal, tenemos: B=2b,  $C=b^2$ ,  $D=(a^2-U^2)/U^2$  y substituyendo en la ecuación (3), se llega a:

- 10 -

$$b^{4}e^{4}+4b^{3}e^{3}+(a^{2}+6U^{2})/U^{2}$$
  $b^{2}e^{2}+4be-(a^{2}-U^{2})/U^{2}=0.$ 

Introduciendo la variable y=be, obtenemos el siguiente polinomio:

$$y^{4} + 4y^{3} + [(a^{2} + 6U^{2})/U^{2}] y^{2} + 4y - (a^{2} - U^{2})/U^{2} = 0$$
 ... (4)

El intervalo de interes físico de la ecuación (4), para el PMMA, es (-1.61,0). En este intervalo la ecuación (4) tiene solo una raíz. Por argumentos físicos (la deformación originalmente es nula y aumenta hasta alcanzar un valor final; una vez alcanzado este valor final la deformación se mantiene constante) sabemos que la solución de la ecuación (4) da lugar a un máximo en la derivada de la deformación. En la tabla II se muestran las soluciones del polinomio, correspondientes a los valores reportados por de Icaza<sup>5</sup> para la velocidad de choque U en el PMMA. Con los resultados anteriores se puede calcular Rem<sup>7</sup> (Ver tabla II), dado por:

Hasta no conocer el coeficiente de viscosidad R no se puede determinar el valor e' que nos interesa . Por lo tanto el siguiente punto es encontrar este valor de R.

Para obtener el valor de R para el PMMA usamos la relación  $\mathcal{J} = (w^2/2gc^3)R$ , dada por Landau y Lifshitz<sup>17,18</sup> (despreciando el término de conductividad térmica), donde  $\mathcal{J}$  es el coeficiente de absorción de sonido, c es la velocidad del sonido y w la frecuencia de oscilación.

- 11 -

#### TABLA II

Valores máximos de Re', para ondas de choque propagandose en Poly metil metacrilato (PMMA).<sup>a</sup>

Velocidad de	Solución -y	Deformación -e	Re'
onda U.	de la ecuacion	que maximiza	
(m/seg)	(4) <sup>b</sup>	su derivada.	(Kg/mseg)

4740	0.261	0.162	3.75 (10 <sup>5</sup> )
4640	0.252	0.157	3.47 (10 <sup>5</sup> )
4520	0.241	0.150	3.11 (10 <sup>5</sup> )
4390	0.229	0.142	2.74 (10 <sup>5</sup> )
4260	0.216	0.134	2.40 (10 <sup>5</sup> )
4250	0.215	0.134	2.30 (10 <sup>5</sup> )
4120	0.202	0.215	2.04 (10 <sup>5</sup> )
4020	0.191	0.119	1.81 (10 <sup>5</sup> )
6700 <sup>C</sup>	0.394	0.245	10.93 (10 <sup>5</sup> )
6200 <sup>C</sup>	0 <b>. 366</b>	0.227	8.88 (10 <sup>5</sup> )
5700 <sup>C</sup>	0.334	0.207	6.99 (10 <sup>5</sup> )
5200 <sup>°°</sup>	0 <b>. 298</b>	0.185	5.23 (10 <sup>5</sup> )

a) Los valores de Re<sup>2</sup> (R es la viscosidad y e<sup>2</sup> es la derivada de la deformación e) corresponden a las velocidades de onda de choque reportadas por de Icaza (Ref. 5).

b) En donde y=be. La relación U=a+bu entre la velocidad de choque
U y la velocidad de partícula u define a y b. Se usaron los
valores a=2680 m/seg, b=1.61 y la densidad inicial fo=1180 Kg/m<sup>3</sup>.
c) Extrapolación de los datos de de Icaza (Ref. 5).

El coeficiente de absorción del sonido del PMMA esta reportado en dos trabajos. En el de Jackson, Pentecost y Powles<sup>19</sup> y en el de Vacher y Pelous<sup>20</sup>. Utilizando los resultados de estos trabajos obtenemos para R los valores R = 9.61 ( $10^{-2}$ ) Kg/mseg y R = 6.53 ( $10^{-2}$ ) Kg/mseg, respectivamente. (Ver tabla III).

Finalmente podemos determinar el espesor  $\Delta$ , substituyendo los resultados en la expresión:

$$\Delta = ie_{f} i/e_{M}^{*} = Rie_{f} i/(Re_{M}^{*}) = Ru_{f} / U(Re_{M}^{*}) \qquad \dots (5)$$

Los resultados encontrados para el espesor  $\Delta$ , se muestran en la tabla IV.

#### TABLA III

Valores esti	mados del coe	ficiente de	viscosidad R	para el PMMA,
usando el co	eficiente de	absorción de	el sonido $\gamma$ . (R	=25c <sup>3</sup> 1/m <sup>2</sup> ).
	*****		****	
Velocidad	Frecuencia	Densidad	Coeficiente	Coeficiente
del sonido	de oscilació	n	de absorción	de viscocidad
c	•	5	r	R
(a/seg)	(ciclos/seg)	(Kg/m <sup>3</sup> )	(1/cm)	(Kg/mseg)
2820	18 (10 <sup>9</sup> )	1180	4000	6.53 (10 <sup>-2</sup> ) •
2750	11.3 (109)	1180	2500	9.61 (10 <sup>-2</sup> ) b
		***********	휴규는 최도 및 도 및 도 및 도 및 도 및 도 및 도 및 도 및 도	
a) Resultado	compatible co	on los datos	de Vacher et .	al. (Ref. 20).
b) Resultado	compatible co	on los datos	de Jackson et	al. (Ref. 19).

Ubservando los resultados de la tabla IV, notamos que los espesores del frente de onda son del orden de centésimos de micra, correspondientes a varios centenares de mallas atómicas.

En la actualidad no existen datos concluyentes sobre la dimensión del espesor del frente de onda, sin embargo los resultados propuestos en la tabla IV nos sugieren cual es el orden de magnitud de dicho espesor del frente de onda para el rango de presiones estudiado. Si comparamos estos resultados con los ordenes de magnitud que proponen de Icaza<sup>5</sup> y Rice, McQueen y Walsh<sup>12</sup> vemos que hay consistencia en nuestros resultados, pudiendo tomar éstos como una primera aproximación para establecer el espesor del frente de onda.

Utilizando los datos de la tabla IV se puede establecer la relación entre el espesor del frente de onda  $\Delta$  en función, por ejemplo, de la velocidad de partícula u. (Ver fig. 5).

Tomando los valores de  $\Delta$ y de u reportados en la tabla IV y haciendo una aproximación lineal por el método de mínimos cuadrados entre ln $\Delta$  y ln u, se establece la ecuación:

 $\Delta(u) = 14461(10^{-9}) u^{-1.0937} \dots (6)$ 

#### (Las unidades estan en el sistema MKSA).

La ecuación (6) reproduce los espesores reportados en la tabla IV con un error porcentual menor al 1%. Por lo tanto podemos considerar esta ecuación como una posibilidad para determinar el espesor  $\Delta$  en función de la velocidad de partícula u, al menos en el intervalo de velocidades estudiado.

- 14 --



(m/smg)

FIGURA 5. Espesor del frente de onda  $\Delta$  en función de la velocidad de partícula u. Los datos estan tomados de la tabla IV.

#### TABLA IV

Determinación del espesor del frente de onda.

Velocidad de	Velocidad	Re' <sup>a</sup>	Espesor del	frente de	onda <sup>b</sup>	
partícula u	de onda U	x10 <sup>5</sup>	۵ <sub>٫</sub> د	۵ <sub>v</sub> ط	∆⁼	
(m/seg)	(m/seg)	(Kg/mseg)	x	10 <sup>-8</sup> (m)		
1280	474Ŭ	3.75	6.92	4.70	5.81	
1218	4640	3.47	7.27	4.94	6.11	
1140	4520	3, 11	7.79	5.30	6.55	
1060	4390	2.74	8.47	5.75	7.11	
<b>98</b> 0	4260	2.40	9.21	6.26	7.74	
975	4250	2.38	9.26	6.29	7.78	
894	4120	2.04	10.22	6.95	8.59	
830	4020	1.81	10.96	7.45	9.21	
2497	<b>67</b> 00	10.93	3.28	2.27	2.78	
2186	6200	8.88	3.82	2.59	3.21	
1876	5700	6.99	4.52	3.07	3.80	
1565	5200	5.23	5.53	3.76	4.65	
*************	***********		LESSERSELESES	********		
a) En donde	R es el coef	iciente de v	viscosidad, e	' es la de	miyada	
maxima de la deformación.						
) Calculados usando la ecuación <b>∆=Ru/U(Re').</b> .						
:) Compatible con los datos de Jackson et al. (Ref.19).						

d) Compatible con los datos de Vacher et al. (Ref. 20).

.

e) Promedio  $(\Delta_j + \Delta_v)/2$ .

- 15 -

#### IV) CAMPOS ELECTROMAGNETICOS

INDUCIDOS POR ONDA DE CHOQUE.

Como vimos en el capítulo II, la polarización inducida por onda de choque tiene asociada una densidad de carga y una densidad de corriente en el material. Las variaciones temporales de esta última implican aceleraciones de carga y por lo tanto radiación de campos electromagnéticos <sup>11</sup>.

En el presente capítulo obtendremos las expresiones para estos campos y haremos una estimación de su orden de magnitud. El tratamiento del problema se hará bajo la hipótesis de que la conductividad del material polar, en el que se propaga la onda de choque, es siempre nula, es decir, que no existen cargas libres en la muestra.

Tomando la conocida ecuación de Maxwell  $\nabla \cdot D = g_{Lig}$ , debido a que la densidad de cargas libres  $g_{Lin}$  es nula, y escribiendo el desplazamiento eléctrico D como  $D = F_o E + P$  con E el campo eléctrico y P la polarización llegamos a:

$$S_{\text{Pol}} = -\nabla \cdot \mathbf{P} \qquad \dots (7)$$

Suponiendo que la polarización es paralela a la dirección de propagación de la onda y usando la ecuación de continuidad encontramos que el vector densidad de corriente j puede escribirse como:

- 16 -

$$j = \frac{2}{27} P$$
 ...(8)

Los campos electromagnéticos pueden determinarse a partir de los potenciales escalar  $\phi$  y vectorial A mediante las relaciones: E=- $\nabla t - \hat{\phi} Ai$  B= $\nabla XA$  en el sistema de unidades MKSA.

Adoptando la norma de Lorentz  $\nabla (A + (\partial_i \phi)/c^2 = 0)$  es fácil demostrar que ambos potenciales satisfacen la ecuación de onda no homogénea. Sabemos<sup>21</sup> que la solución particular de esta ecuación esta dada por:

$$A(x,t) = (\sqrt{4}/7) \int d^{3}x' \int dt' \ [j(x',t')/(x-x')] \int (t'+(x-x')/(c-t)...(9)$$

en donde S es la delta de Dirac y la integración se extiende a todo el volumen ocupado por las fuentes y sobre todo tiempo. (ver fig. 6).

La integral sobre el tiempo t' puede calcularse

$$A(x,t) = (!/4/!) \int d^3x' \, E_j(x',tr) / |x-x'|] \qquad \dots (10)$$

en donde tr=t-lx-x'l/c es el llamado tiempo retardado.

a) Cálculo del campo magnético B.

Tomando el rotacional de la ecuación (10), tenemos:

e intercambiando el orden de integración escribimos:

$$D(n,t) = (\mu/4\pi) \left( d^{3}x^{2} \nabla X E_{j}(n^{2},tr)/(n-n^{2}) \right) \qquad \dots (11)$$

Vamos a calcular el rotacional del integrando de la ecuación

- 17 -



FIGURA 6. Esquema de una muestra típica usada en experimentos de polarización inducida por onda de choque. Las coordenadas primadas corresponden a puntos en la muestra.

Debido a que solo nos interesan los campos de radiación, nos quedamos únicamente con términos que decáen a lo más como el inverso de la distancia entre la fuente y el punto de observación. Asi tenemos:

$$\nabla X(j(x^{*}, tr)/(x-x^{*})) = (1/(x-x^{*})) \nabla Xj(x^{*}, tr)$$

substituyendo en la ecuación (11) escribimos:

$$\mathbf{B}(\mathbf{x}, t) = (\mu/4\pi) \int d^{3}x^{2} (1/|\mathbf{x}-\mathbf{x}^{2}|) \nabla X_{\mathbf{j}}(\mathbf{x}^{2}, tr) \qquad \dots (12)$$

Usando la ecuación (8) escribimos:

$$\nabla X_j(x^*, tr) = \nabla X[\hat{a} P(x^*, tr)]$$
 ...(13)

En el tercer capítulo supusimos que la polarización inducida por onda de choque tiene un perfil semejante al de cualquier otra variable característica del fenómeno (Ver fig. 3). Esto implica que la dependencia de P se puede expresar en términos de la variable  $\frac{1}{2} = x_3 - Ut$ . Por lo tanto  $P(x^*, tr) = P(u^*)$  donde  $\frac{1}{2} = x_3^2 - Utr$ .

De la ecuación (13) y aplicando la regla de la cadena tenemos

$$\forall X : \partial_{y_{1}} = (x' \cdot ) \exists = \forall X : - U = (x' \cdot ) \exists$$

donde ' significa derivación respecto de su argumento, de aquí:

$$\nabla X [ \hat{q}_{2} P(t^{2})] = -U \nabla X P^{2}(t^{2})$$
 ...(14)

La componente i del rotacional del vector P esta dada por:  $(7\chi P^{*}(3^{2})) = 5$   $\dot{c} \in \mathbb{P}^{*}(3^{2}) = 5$   $\dot{c} \dot{c}^{*} \dot{c} \in \mathbb{P}^{*}(3^{2}) = 5$   $c \dot{c}^{*} \in \mathbb{P}^{*}(3^{2}) \dots (15)$ 

$$(\mathbf{X}\mathbf{P}^*(\mathbf{J}^*))_{j} = \mathcal{E}_{j,\mathbf{R}} \in \mathcal{F}_{\mathbf{V}}^* (\mathbf{J}^*) = \mathcal{E}_{j,\mathbf{R}} \in \mathcal{F}_{\mathbf{V}}^* (\mathbf{J}^*) = \mathcal{E}_{j,\mathbf{R}} \in \mathcal{F}_{\mathbf{V}}^* (\mathbf{J}^*) \dots (\mathbf{I}$$

- 18 -

- -

calculando;

$$\hat{\psi}_{j} = \hat{\psi}_{j} (u_{j}^{2} - Utr) = -U \psi_{j} tr = -U \hat{\psi}_{j} (t - (x - x^{2})/c) = \\ = (U/c) \hat{\psi}_{j} (x - x^{2}) = (U/c) (x_{j} - x_{j}^{2})/(x - x^{2}).$$

Substituyendo en la ecuación (15), tenemos:

Substituyendo en (14), tenemos:

$$\nabla X[\partial_{y} = -(U^{2}/c) (1/(x-x')) (x-x') XP^{*}(q') \qquad \dots (16)$$

Usando (13) y substituyendo en (12), llegamos a :

$$\mathbf{B}(\mathbf{x},\mathbf{t}) = -\frac{g}{4} U^2 / 4 \pi c \left( d^3 \pi^2 \left( \frac{1}{1} + \pi^2 \right) \frac{(\mathbf{x} - \pi^2)}{2} X \mathbf{P}^{**}(\mathbf{q}^2) \right) \qquad \dots (17)$$

en donde \_\_ denota vector unitario.

La expresión (17) es completamente general y evaluando la integral se obtiene el campo magnético de radiación.

En un experimento típico de polarización inducida, las dimensiones de la muestra (x\*) son del orden de milímetros. Los campos se determinan en un punto x con (x) del órden de un metro o mas. En base a esta restricción experimental y con el fin de poder evaluar la integral de la ecuación (17), tomamos la aproximación (x-x\*)?ix), excepto en el argumento de la polarización. Usando la aproximación propuesta reescribimos la ecuación (17).

$$\mathbf{B}(\mathbf{x},t) = -(\mathscr{U} U^2 / 4\pi c | \mathbf{x}|) [\underline{\mathbf{x}} X F(\mathbf{x},t)] \qquad \dots (1B)$$

(\_denota vector unitario), donde:

$$F(x,t) = \int d^{3}x' P''(z')$$
 ... (19)

- 19 -

La expresión (18) nos da el campo radiado por la muestra sometida a onda de choque en la aproximación  $|x-x^2| = |x|$  y esta en función de F(x,t) definida por la ecuación (19).

En la parte b) del presente capítulo obtendremos la expresión que nos determina el campo eléctrico y en la parte c) evaluaremos F(x,t) definida por la ecuación (19).

b) Cálculo del campo eléctrico E.

Para obtener el campo eléctrico E(x,t) tomamos el potencial vectorial A dado por la ecuación (10) y usamos la norma de Lorentz para obtener el potencial escalar  $\phi$ .

Tomamos la norma de Lorentz  $\nabla A + (1/c^2) \partial_{\chi} \phi = 0$  y conservando solo términos que dan lugar a campos de radiación, tenemos:

$$\varphi = -c^2 \begin{cases} t \\ dz \nabla \cdot \mathbf{A} \end{cases} \qquad \dots (20)$$

Usando la ecuación (10) y tomando su divergencia llegamos a:

$$\Psi A(x,t) = - (AU^2 / 4\pi c) \int d^3 x' (1/(x-x')) (H-x') P''(q') \dots (21)$$

Usando las ecuaciones (10), (20) y (21) podemos obtener con toda generalidad el campo electrico radiado por la muestra.

Nuevamente nos restringiremos a la aproximación (x-x'l<u>~</u>(x) con lo que la ecuación (20) se convierte en:

$$\varphi = y(u^2 c/4\eta) (\underline{u}/1\pi 1) \int_{dz}^{t} F(\pi, t) \dots (22)$$

con F(x,t) definida por la ecuación (19).

Por otro lado tenemos,

$$\int_{dz}^{r} F(\mathbf{x}, \mathbf{t}) = \int_{dz}^{I} \int d^{3}x^{r} P^{**}(q^{r}) = \int d^{3}x^{r} \int dz P^{**}(q^{r}) ,$$

integrando sobre el tiempo tenemos:

- 20 -

$$\int_{dz}^{d} F(x,t) = \int_{d}^{3} x^{2} \left(-(1/U)\left[P^{1}\left(\left\{^{\prime}\right\}\right]\right) \qquad \dots (23)$$

donde conservamos solo los términos que dan lugar a campos de radiación. Substituyendo en (22) podemos obtener el campo eléctrico, dado por:

donde usamos las ecuaciones (10), (8) y el resultado de la ecuación (14). Conservando solo los términos de radiación e intercambiando el orden de integración, tenemos:

$$\mathbf{E}(\mathbf{x},\mathbf{t}) = \mathcal{G}(\mathbf{U}/4\pi \mathbf{x}) \{ \mathbf{c}_{\mathbf{X}} \cdot \int d^{3} \mathbf{x}' \nabla \mathbf{P}'(\mathbf{y}') + \int d^{3} \mathbf{x}' \partial_{\mathbf{x}} \mathbf{P}'(\mathbf{y}') \} \qquad \dots (25)$$

lo cual se puede escribir como:

$$E(x,t) = (HU^{2}/4 ||x|) (\underline{x}[\underline{x},F(x,t)] - F(x,t)) \qquad \dots (26)$$

y usando la conocida relación, LX(MXN)=M(L·N)-N(L·M); tenemos:

con lo que la ecuación (26) queda:

$$E(x,t) = (HU^2/4\pi | x|) \{ \underline{u} X E \underline{u} X F(x,t) ] \} ... (27)$$

y usando (17) se puede escribir como:

$$E(x,t) = c(B(x,t)X_{H})$$
 ...(28)

Las ecuaciones (18) y (28) nos dan el campo electromagnético radiado por la muestra, en la aproximación  $|x-x^*|=|x|$ , en función

- 21 -

de F(x,t) definida por la ecuación (19). Procederemos a evaluar la ecuación (19).

c) Calculo de F(x,t).

los campos eléctrico y magnético, quedan determinados por la función:

$$F(x,t) = \int d^{3}x' P''(x_{3}' - U[t - (1x - x' 1/c)]) \qquad \dots (27)$$

por lo tanto procederemos a evaluar esta integral.

Para obtener las expresiones (18) y (28) hicimos la aprox:mación (x-x'l=1x) basándonos en que en la práctica esto es bastante aceptable. For otro lado en el argumento de P y sus derivadas no se puede hacer esta aproximación, ya que un pequeño cambio en la posición puede dar lugar a variaciones muy grandes en la polarización (por ejem: ver fig. 3, en la región marcada como espesor del frente de onda). Sin embargo para evaluar la integral haremos la siguiente aproximación:

Tomamos:

$$\frac{|x-x^{\prime}|^{2} = |x|^{2} [1 + (|x^{\prime}|^{2}/|x|^{2}) - (2x + x^{\prime}/|x|^{2})]_{1}}{|x|^{2} [1 - (x + x^{\prime}/|x|^{2})]^{2} = (|x| - (x + x^{\prime}/|x|))^{2};$$

Usando coordenadas cilíndricas ( $x_i = r\cos \beta$ ,  $x_i = r\sin \beta$ ,  $x_i = 0$ , ). tenemos:

$$(|x| - (x \cdot x^{*} / |x|))^{2} = [r^{2} + x_{3}^{2} - rr^{*} \cos((1 - \rho^{*}) - x_{3}) + (r^{2} + x_{3}^{2})]$$

Finalmente tenemos que:

For lo tanto el argumento ₹º queda dado por:

- 22 -

manteniendo fijas r' y f' y usando la ecuación (30), tenemos que:

$$dx_3' = df'/[1 - (Ux_3/c(x))],$$

integrando en coordenadas cilíndricas la ecuación (29);

$$\mathbf{F}(\mathbf{x},\mathbf{t}) = \begin{cases} C \mathbf{r}^{2} d\mathbf{r}^{2} d\mathbf{r} \end{cases} \begin{pmatrix} d\mathbf{x}_{5}^{2} & \mathbf{P}^{2} \mathbf{r} & (\mathbf{j}^{2}) \end{pmatrix} \qquad \dots (31)$$

Integrando sobre la variable x3', tenemos:

$$\left( dx_{3}' P'' (f') = L1 - (Ux_{3} / c + x + ) \right)^{-1} P' (f') |_{f'/I}$$
(32)

La ecuación (32) nos dice cuánto vale la integral sobre x<sub>3</sub>', a condición de saber qué significan  $\frac{1}{2}$ '(II) y  $\frac{1}{2}$ '(I). Esto es precisamente lo que vamos a analizar. Trataremos de hacerlo con el cuidado necesario para no perder al lector.

La integral de la ecuación (32) se extiende a toda la longitud del dieléctrico. Entonces  $\hat{q}^{*}(I)$  y  $\hat{q}^{*}(II)$  son las posiciones de la cara anterior y de la cara posterior del dieléctrico, respectivamente.

Las condiciones iniciales se pueden ajustar de tal forma que por delante del frente de onda exista a lo mas una polarización constante, propia del material que se esté estudiando. Esto se traduce en que la derivada de la polarización  $P^{*}$  por delante del frente de onda f'(II) sea nula.

De esta forma en la ecuación (32) solo nos queda el término  $f^*(I)$ . Sabemos que  $f^*(I)$  es la posición instantanea de la cara anterior del material. For lo tanto leutr.

- 22 -

[omamos la definición tr=t-( $|x-x^2|/c$ ), usando la aproximación para  $|x-x^2|$  válida en el argumento de la polarización, considerando que debe existir simetria azimutal y evaluando en I tenemos que,

de donde resolviendo para tr se llega a:

substituyendo x<sub>3</sub>'=utr en la ecuación (30) llegamos a :

Usando las ecuaciones (31) y (32) tenemos:

$$F(x,t) = -[1/L(U)] \iint r'dr'dp' P'(q'(I)) ...(34)$$

con f'(I) definido por la ecuación (33).

Aquí haremos mención de un punto importante.

Hasta el momento no se conoce cual es la forma real del perfil de polarización inducida por onda de choque y por consiguiente tampoco se conoce la forma de los perfiles de las derivadas de la polarización. Por lo tanto para poder evaluar la doble integral de la ecuación (34) nos restringiremos al caso de un perfil estacionario.

Cuando tenemos un perfil estacionario, por detrás del espesor del frente de onda, la derivada de la deformación es nula. Esto se traduce en que solo habrá contribuciones en la ecuación (34)

durante el intervalo de tiempo en el que el espesor del frente de onda está penetrando en la cara anterior del material (Ver fig. 7).

Una vez que el espesor del frente de onda entra completamente en el material la derivada de la polarización es nula en la cara anterior de la muestra. Esto significa que solo se radiará un pulso durante el intervalo de tiempo en el que el espesor del frente de onda esta penetrando en la muestra.

Para evaluar la doble integral de la ecuación (34), hacemos uso del teorema del valor medio y escribimos:

$$F(x,t) = -[\eta a^2/L(U)] P'(f_0)$$
 ...(35)

donde  $\#a^2$  es el área transversal de la muestra y fo es un punto sobre la cara anterior de la muestra que cumple con la condición del teorema del valor medio. La solución formal para F(x,t) está dada por la ecuación (35).

Con lo cual los campos de radiación quedan dados por:

$$D(x,t) = (HU2a2/4c | x | L(U)) ( x XP2 ( fo) ) ... (36)$$

€(x,t)=c[B(x,t)]Xx ...(37)

En vista de que no conocemos do tomaremos una cota superior para el valor de la derivada de la polarización. Usaremos como cota superior el cociente dado por el cambio en la polarización entre la distancia en la que ocurre este cambio.

Si la polarización original del material es nula, el cambio en la polarización será simplemente el valor alcanzado por ésta; dicho incremento se da básicamente en el espesor del frente de

- 25 -



DIRECCION DE PROPAGACION

.

FIGURA 7. A un tiempo menor que  $\Delta/U$ , el espesor del frente de onda aun no penetra completamente en el material y la derivada de la polarización no es nula en la cara anterior.

onda. De esta forma podemos evalur en primera aproximación (P°) y por lo tanto evaluar los campos eléctrico y magnético.

Como dijimos anteriormente, tomaremos para (P') la aproximación (P')=(P)/Δ, usaremos para (P) los valores encontrados en el capítulo II (Ver tabla I) y usando la ecuación de Rankine-Hugoniot p= fouU (p=presión) junto con la ecuación (6) determinamos los valores de Δ para estimar (P').

En la tabla V se resumen los resultados de éstos cálculos, evaluados en la dirección perpendicular al movimiento, que es la dirección en la cual la radiación es maxima. Obteniendose ademas el vector de Poynting 8, dado por la ecuación (38). La norma 18: del vector de Poynting nos da el flujo de energía por unidad de área por unidad de tiempo.

$$\mathbf{S} = \underline{\mathbf{x}} \left( \mathbf{U}^{4} \mathbf{a}^{4} \sin^{2} \mathbf{p}^{*} \left( \mathbf{f}_{0} \right) \right)^{2} / 16 \xi \cot^{3} \left( \mathbf{x} \right)^{2} \left( \mathbf{L} \left( \mathbf{U} \right) \right)^{2} \right) \qquad \dots (38)$$

En donde se usó la definición  $S=Eoc^2EXB$ , e es el ángulo entre la dirección de observación y la dirección de movimiento y L(U) se define a partir de la ecuación (33).

Observando los resultados de la tabla V podemos inferir que desde el punto de vista experimental, el fenómeno de radiación de campos electromagnéticos emitidos por materiales polares bajo onda de choque, es un fenómeno detectable. Sin embargo, existe un inconveniente, ya que se necesitaría un dispositivo experimental con un tiempo de respuesta menor al equivalente temporal del frente de onda ( $\Delta$ /U), para poder detectar el fenómeno.

- 26 -

#### TABLA V.

Drdenes de magnitud de los campos y del flujo de energía radiados<sup>a</sup> Presión Velocidad Espesor Polarización Campo Flujo de p u U IPI IEI IDI energía (GPa) (m/seg) X10<sup>-0</sup>(m) X10<sup>-5</sup>(C/m<sup>2</sup>) (V/m) X10<sup>-10</sup> X10<sup>-3</sup> (Tesla) (Natt/m<sup>2</sup>)

4.3	885	4105	8,65	1.78	0.241	8.17	0.157
5.2	1018	4319	7.42	3.90	0.693	23.10	1.274
7.2	1282	4744	5.77	8.26	2.277	75.91	13.755
10.0	1605	5264	4.51	20.0	8.685	289.5	200.08
15.0	2095	6053	3.37	25.0	19.212	640.4	979.07
25.0	2005	7325	2.38	57.0	<b>70.84</b> 0	3028	21999
		*****	*				

a) Los valores de presión y de polarización, estan tomados de la tabla I. A partir de las ecuaciones p= \$ouU y U=a+bu se determinan las velocidades correspondientes y usando la ecuación (6) se obtienen los espesores. Los campos eléctrico y magnético y el flujo de energía se estiman utilizando las ecuaciones (36), (37) y (38) respectivamente. Se utilizó la estimación (P\*I=IPI/A y se tomaron como valores típicos, una muestra de radio a=1.5 cm. vista 'a una distància (xI=1 m..)

- 27 -

#### V) CONCLUSIONES.

En ésta parte discutiremos los resultados a los que se llegaron en el presente trabajo. Debido a la estructura del mismo, analizaremos éstos resultados en el orden establecido por los diferentes capítulos.

 a) Polarización inducida por onda de choque en materiales polares.

En el capítulo II se hizo una breve revisión del fenomeno conocido como polarización inducida por onda de choque<sup>2</sup>, mostrando las características de los dos enfoques existentes hasta el momento, el de Hauver<sup>2</sup> y el de Graham<sup>6</sup>.

Aunque éstos dos modelos difieren en la interpretación que dan al fenómeno de polarización inducida por onda de choque, presentan los mismos resultados cuantitativos.

Encontramos que la polarización inducida por onda de choque es grande, ya que el campo eléctrico necesario para producirlas es del orden de magnitud de la tensión de ruptura del dieléctrico.

 b) Perfil de deformación y espesor del frente de una onda de choque.

La finalidad de este capítulo era la de obtener valores para el espesor del frente de una onda de choque. Los resultados encontrados para el PHMA (Ver tabla IV), son del orden de varios centenares de mallas atómicas, para las velocidades de onda de cheque del orden de  $4(10^3)$  m/seg. Debido a que no hay suficiente información experimental al respecto, podriamos considerar los

. . . . . .

espesores propuestos como un razonable punto de partida para estimaciones mas precisas.

Hemos definido el espesor  $\Delta$  mediante  $\Delta^{=1}e_{F}I/e_{M}^{2}$ , en donde  $e_{F}$ es la deformación final alcanzada por el material y  $e_{M}^{2}$  es el máximo de la derivada de la deformación<sup>16</sup>.

Para poder determinar los espesores del frente de onda fue necesario estimar el valor del coeficiente de viscosidad del PMMA. Se obtuvo un valor entre 6 y 10 X10<sup>-2</sup> Kg/mseg para dicho coeficiente de viscosidad. Este último fue deducido a partir del coeficiente de absorción del sonido en el PMMA.

Hay que hacer notar que en la determinación del coeficiente de viscosidad se usaron 2 trabajos independientes (refs. 19 y 20) y los resultados que se obtienen son totalmente compatibles (Ver tabla III).

Los valores propuestos para el coeficiente de viscosidad son constantes. Sin embargo uno esperaría que dicho coeficiente sea una función del estado termodinámico del material, funcion que queda por determinarse.

c) Campos electromagnéticos inducidos por onda de choque.

Esta es la parte esencial del presente trabajo, ya que aquí se deducen las expresiones que determinan la radiación de campos electromagnéticos debido a la polarización inducida por onda de choque. Los resultados que se obtienen (ecuaciones 36, 37 y 38) dependen del valor de la derivada de la polarización P, evaluada en un cierto punto de la cara anterior del material. Esta derivada se pudo estimar a través de la aproximación  $\{P^{i}\}=\{P\}/d$ , utilizando los resultados de la tabla I para la polarización P y la ecuación (6) para el espesor d.

- 29 -

Se calcularon los órdenes de magnitud del campo electromagnético y del flujo de energía radiados en la dirección perpendicular al movimiento, para un punto x situado a un metro de distancia. (Ver tabla V).

Los valores propuestos para el campo eléctrico van desde 0.241 V/m, para una presión, en el material, de 4.3 GPa, hasta 90.840 V/m para una presión de 25.0 GPa.

Los resultados se restringieron al caso de un perfil estacionario de onda de choque, esto trae como consecuencia que solo se radíe un pulso cuando la onda de choque penetra en el material (Ver fig. 7).

Un punto importante es que las expresiones propuestas nos dan información sobre el perfil si seguimos el proceso inverso al desarrollo del presente trabajo. Midiendo el campo electrico podemos determinar la magnitud de la derivada de la polarización y con este resultado, estimar el espesor  $\Lambda$ .

Un hecho es que éste método brinda la posibilidad de hacer mediciones a distancia, de la onda de choque.

La ecuación (33) define L(s)= 1-(s·x/clx)) que no es otra cosa que un factor de corrección de carga eléctrica debido al movimiento de la fuente y que se conoce como factor de Lienard-Wiechert.

Hasta el momento, el fenómeno de polarización inducida por onda de choque se mide en un oscilograma, transmitiéndose la información a través de un cable coaxial. Se sabe que a través del cable coaxial las pérdidas para frecuencias altas son muy significativas, lo cual impide detectar procesos muy rápidos.

- 20 -

li en el proceso de polarización hay dos componentes, una rapida con una duración del orden del espesor temporal del frente de choque y otra que perdura mientras la onda de choque recorre el mater:al, es natural que solamente la segunda haya sido observada. La primera componente dará tambien una contribución a la radiación electromagnética, que se superpondrá al campo calculado para la segunda, dando lugar posiblemente a un campo mucho mas intenso, debido a su rapidez de cambio.

71 ...

#### REFERENCIAS.

 R.J.W. Le Fevre, <u>Dipole Moments</u>, Methuen I Co. Ltd. London (1953). Capitulo I.

.

- 2-) G.E Hauver, BRL Technical Note 1356, (1960) (sin publicar), mencionada en la referencia 3.
- 3-) F.E. Allison, J. Appl. Phys. 36, 2111 (1965).
- 4-) G.E. Hauver, J. Appl. Phys. 36, 2113 (1965).
- 5-) M. de Icaza Herrera, Thesis, L'Universite de Poiters, France, (1976).
- 6-) R.A. Graham, J. Phy. Chem. 83, 3048 (1979).
- 7-> Encyclopedia of polymer Science and Technology. Interscience
   Publishers, volumen 1 pagina 302.
- 8-) Encyclopedia of polymer Science and Technology. Interscience Fublishers, volumen 8 pagina 773.
- 9-) Altulor, Notice Technique, Proprietes de l'altuglas. (1975).
- 10~) Ver por ejemplo: R.P. Feynman, R.B. Leighton y M. Sands, <u>The Exynman\_Lectures on Physics</u>, Addison-Wesley (1964). Volumen II, capitulo 10.
- 11-> Ver por ejemplo: R.P. Feynman, R.B. Leighton y M. Sands, <u>The Eeynman Lectures on Physics</u>, Addison-Wesley (1964). Volumen I, capitulo 28.
- 12-) M.H. Rice, R.G. McQueen y J.M. Walsh, <u>Compression of solids</u> <u>by strong shock wayss</u>, artículo aparecido en Solid State Physics, editado por F. Seitz y D. Turnball, Academic Press Inc, New York, volumen 6. (1958), capitulo II.
- 13-) J.N. Johnson y L.M. Barker, J. Appl. Phys. <u>40</u>, 4321 (1969).

- 32 -

- 14-) U. Band, J. Geophys. Res. <u>65</u>, 695 (1960).
- 15-) G.E. Duvall, R. Manvi y S.C. Lowell, J. Appl. Phys. <u>40</u>, 3771 (1969).
- 16-) F.E.Prieto y C. Renero, J. Appl. Phys. 44, 4013 (1973).
- 17-) i.D. Landau y E.M. Lifshitz, <u>Course of Theoretical Physics</u>. <u>Fluid Mechanics</u>, Pergamon Press. Volumen 6, capitulo VIII.
- 18-) L.D. Landau y E.M. Lifshitz, <u>Curso de física teorica. Teoria</u> <u>de la elasticidad</u>, Reverte. Volumen 7, capitulo V.
- 19-) D.A. Jackson, H.T.A. Pentecost y J.G. Powles, Molec. Phys. 23, 425 (1972).
- 20-) R. Vacher y J. Pelous, Phys. Lett. 58A, 139 (1976).

- 21-) Ver por ejemplo: R.P. Feynman, R.B. Leighton y M. Sands, <u>The</u> <u>Feynman Lectures on Physics</u>, Addison-Wesley (1964). Volumen II, capitulo 21.
- 22-) Ver por ejemplo: T.M. Apostol, <u>Calculus</u>, Wiley and sons Inc. (1967). Vol. I, capitulo 3.